

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE CIÊNCIAS AGRONÔMICAS
CÂMPUS DE BOTUCATU

**FERRAMENTAS MATEMÁTICAS PARA MODELAGEM DA
TEMPERATURA COM APLICAÇÃO EM GRAUS-DIAS PARA
OTIMIZAÇÃO DA PRODUÇÃO AGRÍCOLA**

PAULO ROBERTO ISLER

Dissertação apresentada à Faculdade de Ciências Agronômicas da UNESP – Câmpus de Botucatu, para a obtenção do título de Mestre em Agronomia (Energia na Agricultura).

BOTUCATU - SP
AGOSTO DE 2011

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE CIÊNCIAS AGRONÔMICAS
CÂMPUS DE BOTUCATU

**FERRAMENTAS MATEMÁTICAS PARA MODELAGEM DA
TEMPERATURA COM APLICAÇÃO EM GRAUS-DIAS PARA
OTIMIZAÇÃO DA PRODUÇÃO AGRÍCOLA**

PAULO ROBERTO ISLER

Orientadora: Prof^ª. Dr^ª. Helenice de Oliveira Florentino Silva

Dissertação apresentada à Faculdade de Ciências
Agronômicas da UNESP – Câmpus de Botucatu,
para a obtenção do título de Mestre em Agronomia
(Energia na Agricultura).

BOTUCATU - SP
AGOSTO DE 2011

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA SEÇÃO TÉCNICA DE AQUISIÇÃO E TRATAMENTO DA INFORMAÇÃO - SERVIÇO TÉCNICO DE BIBLIOTECA E DOCUMENTAÇÃO - UNESP - FCA - LAGEADO - BOTUCATU (SP)

I82f Isler, Paulo Roberto, 1985-
Ferramentas matemáticas para modelagem da temperatura com aplicação em graus-dias para otimização da produção agrícola/ Paulo Roberto Isler. - Botucatu : [s.n.], 2011
v, 59 f. : tabs.
Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciências Agrônômicas, Botucatu, 2011
Orientador: Helenice de Oliveira Florentino Silva
Inclui bibliografia
1. Modelagem matemática. 2. Temperatura. 3. Cana-de-açúcar. 4. Graus-dias. I. Silva, Helenice de Oliveira Florentino. II. Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (Campus de Botucatu). Faculdade de Ciências Agrônômicas. III. Título.

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
FACULDADE DE CIÊNCIAS AGRONÔMICAS
CAMPUS DE BOTUCATU

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO: "FERRAMENTAS MATEMÁTICAS PARA MODELAGEM DA
TEMPERATURA COM APLICAÇÃO EM GRAUS-DIAS PARA
OTIMIZAÇÃO DA PRODUÇÃO AGRÍCOLA"

ALUNO: PAULO ROBERTO ISLER

ORIENTADOR: PROFA. DRA. HELENICE DE OLIVEIRA F. SILVA

Aprovado pela Comissão Examinadora


PROFA. DRA. HELENICE DE OLIVEIRA F. SILVA


PROF. DR. DINIVAL MARTINS


PROF. DR. VANDERLEI MARCOS DO NASCIMENTO

Data da Realização: 05 de julho de 2011.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus, pela minha vida, família e todas as oportunidades.

Aos familiares, especialmente meus avós, por me ensinarem e incentivarem em meus estudos dando todo apoio necessário para minha formação como pessoa e aluno.

Aos meus professores que me ensinaram o prazer da busca por conhecimento, e me auxiliaram nesta jornada, em especial ao Prof. Dr. Vanderlei Marcos do Nascimento e a Prof^a. Dra. Helenice de Oliveira Florentino, por acreditarem em mim e entenderem minhas dificuldades.

A Prof^a. Dra. Lídia Raquel de Carvalho pelo auxílio na análise estatística dos dados.

Aos docentes e funcionários do Departamento de Ciências Ambientais FCA UNESP, em especial ao Prof. Dr. Dinival Martins, pelo auxílio e por cederem os dados.

A todos os funcionários da biblioteca Paulo de Carvalho Mattos e da secção de pós-graduação pelo ótimo atendimento.

Ao CNPq pelo apoio financeiro concedido.

Aos meus amigos da UNESP Rio Claro, do Curso de Biometria IB UNESP e da FCA UNESP Botucatu que incentivaram e auxiliaram neste trabalho.

SÚMARIO

SÚMARIO	ii
Lista de Figuras	iv
Lista de Tabelas	v
1 RESUMO	1
MATHEMATICAL TOOLS FOR	3
2 SUMMARY	3
3 INTRODUÇÃO	5
4 REVISÃO DE LITERATURA	7
4.1.1 Temperatura	7
4.1.2 Relevô	8
4.1.3 Mudanças climáticas	9
4.1.4 Influência da temperatura no desenvolvimento das plantas	10
4.1.5 Dormência	11
4.1.6 Geadas	12
4.1.7 Temperatura base	12
4.2 Método de Graus dia	13
4.3 Modelagem matemática	15
4.3.1 Interpolação Polinomial	16
4.3.1.1 Interpolação linear	17
4.3.1.2 Fórmula interpolatória de Lagrange	17
4.3.1.3 Fórmula interpolatória de Newton	18
4.3.1.4 Fórmula Interpolatória de Newton-Gregory	19
4.3.2 Método dos Mínimos Quadrados	20
4.3.3 Splines	22
4.3.4 Algoritmo Genético (AG)	24
5 MATERIAL E MÉTODO	33
6 RESULTADOS E DISCUSSÃO	38
6.1 Comportamento da curva de temperatura	38
6.2 Escolha dos Pontos de Interpolação	45

6.3 Cálculo de Graus-dias para cultura da cana-de-açúcar	50
7 CONCLUSÃO.....	52
8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICA.....	53

Lista de Figuras

Figura 4.1: Seleção dos indivíduos para realizar o “crossover”.....	28
Figura 4.2: Processo de “crossover”.....	28
Figura 4.3: Processo de Mutação.....	29
Figura 6.1: Temperaturas médias horárias mensais.....	39
Figura 6.2: Temperaturas médias horárias por estações do ano.....	40
Figura 6.3 ^a : Temperatura média horária em intervalos de quinze dias.....	40
Figura 6.3 ^b : Temperatura média horária em intervalos de quinze dias.....	41
Figura 6.4: Temperaturas médias anuais no período de 1997-2005.....	42
Figura 6.5: Temperaturas médias anuais com desvio padrão no período de 1997-2005.....	43
Figura 6.4: Temperaturas máximas e mínimas no período de 1997-2005.....	44
Figura 6.7: Temperaturas médias anuais no período de 1997 a 2006.....	45
Figura 6.8: Polinômios de interpolação para o conjunto de pontos { 1, 6, 15, 24 }.....	46
Figura 6.9: Melhores pontos de interpolação encontrados pelo modelo de otimização utilizando o método dos mínimos quadrados.....	47
Figura 6.10: Melhores pontos de interpolação determinados utilizando o modelo de otimização com o método de <i>SPLINES</i>	48
Figura 6.11: comparação dos ajustes com os dados reais, para o dia 02/02/1997.....	49

Lista de Tabelas

Tabela 6.1: Temperaturas máximas e mínimas no período de 1997 a 2006.....	42
Tabela 6.2: Cálculo dos Graus-dias para o dia 26/02/1997 utilizando o conjunto {1, 6, 15, 24}.	46
Tabela 6.3 : Comparação dos métodos para o cálculo dos Graus-dias em 26/02/1997.....	47
Tabela 6.4: Cálculo dos Graus-dias para o dia 26/02/1997 utilizando os melhores conjuntos para cada método.....	49
Tabela 6.5 : Desvios médios entre os modelos matemáticos e os dados reais em °C.....	50
Tabela 6.6: Cálculo dos Graus-dias por ano para a cultura da cana-de-açúcar no período de 1997 à 2006.....	51
Tabela 6.7: Erros médios no cálculo dos Graus-dias no período de 1997 a 2006, utilizando o método de Ometto e a metodologia proposta com os melhores pontos de interpolação.....	51

1 RESUMO

O Brasil é um grande produtor agrícola. Os dados do Levantamento Sistemático da Produção Agrícola (LSPA), divulgados pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), mostram uma previsão de 158,7 milhões de toneladas para a safra brasileira em 2011, um volume 6% maior que o recorde de 149,7 milhões de toneladas colhidas em 2010. Nos últimos anos a produção tem crescido e a área apta para plantio ainda não foi totalmente utilizada e estima-se que está sendo usada metade da área adequada para a agricultura. Esta grande produção se deve, em grande parte, ao clima do país, pois apesar das variações atuais de temperatura, o Brasil ainda possui um clima adequado para o cultivo de um grande número de espécies. Outro fator que tem sido relevante para o crescimento da agricultura é a evolução na forma de produção, pois a utilização de tecnologia de ponta e de novas variedades tem participação fundamental no desenvolvimento agrário. Mas, as grandes dimensões do país, a rapidez no desenvolvimento e as intensas modificações climáticas, têm trazido grandes problemas técnicos, econômicos e administrativos. Assim, os gestores deste setor têm buscado o auxílio de técnicas matemáticas e computacionais na obtenção de estimativas e nas tomadas de decisões. A modelagem matemática pode ser utilizada como ferramenta para auxiliar a melhoria na precisão e conseqüentemente na rentabilidade agrícola. Este trabalho propõe o uso de técnicas para modelagem matemática da temperatura diária, visando determinar equações matemáticas que descrevam as temperaturas diárias de um modo satisfatório, de tal forma que as curvas descritas pelas equações, auxiliem no cálculo de Graus-

Dia, que é uma importante medida na área de produção agrícola. Uma aplicação deste procedimento é feito para a cultura da cana de açúcar.

Palavras-chave: Temperatura, graus-dia, modelagem matemática, cana-de-açúcar.

MATHEMATICAL TOOLS FOR MODELING THE TEMPERATURE, WITH APPLICATION IN DEGREE DAYS. Botucatu, 2011.p. Dissertation(Masterin Agronomy/ Energy in Agriculture) – Faculty of Agronomic Sciences, State University of São Paulo.

Author: **Paulo Roberto Isler**

Adviser: **Helenice de Oliveira Florentino Silva**

2 SUMMARY

Brazil is a large agricultural producer. The data in the Systematic Survey of Agricultural Production (LSPA), released by the Brazilian Institute of Geography and Statistics (IBGE), show a forecast of 158.7 million tonnes for the Brazilian harvest in 2011, a volume 6% higher than the record of 149.7 million tons harvested in 2010. In recent years the production has grown and the area suitable for planting has not yet been fully used and it is estimated that is being used half the area suitable for agriculture. This large production is, in large part, to the climate of the country, because in spite of the variations of current temperature, Brazil still has a suitable climate for the cultivation of a large number of species. Another factor that has been important for the growth of agriculture is the evolution in the form of production, because the use of high technology and new varieties are also fundamental in agricultural development. But, the big dimensions of the country, the speed in the development and the intense climate changes, has brought a great many technical problems, economic and administrative. Thus, the managers of this sector has sought the aid of mathematical techniques and computational to obtain estimates and in making decisions. The mathematical modeling can be used as a tool to help the improvement in accuracy and consequently in agricultural profitability. This paper proposes the use of techniques for mathematical modeling of daily temperatures, in order to determine how mathematical equations to describe the daily temperatures in a satisfactory manner, so that the curves as described by the equations, help in the calculation of Degree-Day, which is a significant extent

in the area of agricultural production. An application of this procedure is done for the culture of sugar cane.

Keywords: Temperature, degree days, mathematical modeling, sugarcane.

3 INTRODUÇÃO

Os incrementos nos rendimentos e a redução dos custos e dos riscos de insucesso na agricultura dependem do uso criterioso dos recursos financeiros. Para obter maior rentabilidade o agricultor deve tomar decisões de acordo com os fatores de produção disponíveis e a probabilidade de riscos que envolvem a sua atividade. Dentre os principais fatores que influenciam a produção agrícola destacam-se as condições climáticas, que são praticamente incontroláveis. Assim, para que qualquer empreendimento agrícola tenha sucesso, as respostas entre clima-planta precisam ser adequadamente quantificadas e monitoradas. Para tanto, é de suma importância conhecer os elementos climáticos, definidos como grandezas que quantificam o clima, como exemplo, a temperatura. Por este motivo é que as mudanças climáticas atualmente têm ganhado repercussão e notoriedade, vários estudos como Kalnay e Cai (2003), Salati et al. (2002), Thomas et al. (2004) e Assadi et al. (2004) têm mostrado que a temperatura no planeta está aumentando. Assadi et al. (2004) mostram que se aumentasse 1°C na temperatura, acarretaria sérias consequências na agricultura brasileira, algumas áreas que hoje possuem plantações deixariam de ser aptas para certas culturas já existentes, como exemplo o café em Goiás e norte de Minas gerais. Com isso o comportamento da temperatura passa a ser um fator para tomada de decisão para o plantio de certas espécies e variedades. A temperatura é muito relevante para algumas espécies que necessitam de certo período de frio, muito conhecido como dormência, mas por outro lado, baixas temperaturas em algumas regiões podem ocorrer geadas causando sérios danos e perdas

de produção. Assim, é muito comum a utilização o método de Graus Dia para a determinação do período de plantio e o tempo do ciclo de desenvolvimento das plantas.

O método de Graus Dia é bastante discutido na literatura e consiste no uso de modelos matemáticos para estimar a soma das temperaturas diárias acima da temperatura base, necessária para o desenvolvimento da planta. Os principais modelos discutidos e utilizados estão apresentados em: Arnold (1959), Ometto (1981), Snyder (1985) e Dufault (1997). Estes modelos necessitam das temperaturas diárias do local de plantio. Mas por facilidade, utilizam basicamente as temperaturas máximas e mínimas registradas no dia e as temperaturas base inferior e base superior que expressam a faixa de temperatura na qual a planta consegue completar sua fase fenológica, ou mesmo seu ciclo total de desenvolvimento. Para o cálculo de Graus Dia com as citadas temperaturas são utilizadas aproximações matemáticas que podem acumular erros consideráveis no final do cálculo.

Visando uma contribuição na amenização destes problemas, investigaram-se modelos matemáticos para estimar a curva de temperatura diária, dependendo do mês do ano, com a finalidade de ser utilizada, além de outros, no cálculo de Graus Dia. Assim, poderão ser determinados os períodos de plantio, colheita e riscos de geadas com mais segurança. Foi dado ênfase ao cálculo do tamanho do ciclo da cultura da cana-de-açúcar, devido à grande importância desta cultura e seu potencial energético. Para a criação do modelo que expresse a temperatura ao longo do dia, utilizaram-se técnicas de interpolação como os métodos de Lagrange, Newton, Newton-Gregory, Linear, Mínimos Quadrados, *Splines*. Este trabalho está inserido no projeto FAPESP (processo: 2009/14901-4) que visa o estudo da otimização de processos de aproveitamento de resíduos para geração de energia no setor sucroalcooleiro.

4 REVISÃO DE LITERATURA

Apresenta-se neste capítulo uma revisão bibliográfica sobre os fatores que aceleram ou retardam os processos biológicos de desenvolvimento das plantas, assim como os principais conceitos e métodos matemáticos necessários para o entendimento da metodologia proposta.

4.1 Fatores que influenciam o desenvolvimento das plantas

Para o desenvolvimento das plantas existem vários fatores que aceleram ou retardam os processos biológicos. Dentre estes fatores, podem ser citados os componentes do solo, disponibilidade hídrica, foto período, radiação e temperatura. No entanto, a temperatura serve também como um catalisador para os processos fisiológicos, a radiação age na fotossíntese. Como a temperatura é uma consequência da radiação pode-se dizer que conhecendo o seu comportamento, o desenvolvimento vegetativo pode ser estimado.

4.1.1 Temperatura

A temperatura do ar é um dos efeitos mais relevantes da radiação solar. Durante o dia a superfície do solo recebe a radiação solar, esta radiação aquece o solo e por um processo de transporte do calor sensível por condução molecular e difusão turbulenta aquece o ar atmosférico (OMETTO, 1981). A camada de ar mais próxima ao solo vai se

aquecendo e transfere calor para as demais, de tal forma que à medida que se afasta do solo, há uma defasagem no reflexo desta troca de calor, a uma altura de dois metros (onde normalmente ficam os abrigos meteorológicos) esta diferença é de aproximadamente duas horas.

Parte da radiação recebida pelo solo é irradiada novamente na forma de ondas longas aquecendo o ar. Durante o período noturno, como o solo não recebe radiação solar, mas continua irradiando, ocorre um processo inverso no qual o ar vai aquecendo o solo, sendo que a temperatura do ar é mínima antes do nascer do sol (VIANELLO e ALVES, 1991).

A variação da temperatura do ar ao longo do ano é consequência do movimento de translação da Terra. No decorrer do ano este movimento faz com que em certos períodos o foto período seja menor (Inverno) ou maior (Verão). Com um foto período menor a superfície recebe radiação por um tempo menor. Como o movimento de translação é cíclico estas variações também são.

O monitoramento da temperatura do ar é realizado nas estações meteorológicas convencionais ou automáticas. Nelas é medida a temperatura máxima mínima e horária. No entanto, quando a rede de estações é insuficiente para cobrir uma determinada região são utilizados modelos para estimar esta temperatura; estes modelos utilizam a latitude, longitude e a altura (PINTO et al., 1972; COELHO et al. 1973; PINTO e ALFONSI et al., 1974; ALMEIDA e SÁ 1984 e MARIN et al., 2003).

4.1.2 Relevô

A variação da temperatura do ar também sofre interferência de outros fatores como a latitude, a longitude, altitude, a proximidade dos oceanos, etc. O relevô do local em estudo causa grandes interferências no comportamento da temperatura. Vários autores têm estudado os efeitos da radiação em superfícies inclinadas, podem ser citados COTTLE (1932), ARAGON e TOLEDO PIZA (1992), LOPES (1973), LATANZE (1973) e TURCO et al. (1997). Segundo estes autores, se tiver o solo em uma inclinação igual ou próxima da latitude com a superfície voltada para o norte, tem-se um aumento da quantidade de radiação e conseqüentemente um aumento na temperatura. Turco et al. (1997), verificaram

que áreas com exposição norte e declividade de 20%, foram mais satisfatórias para a exploração da soja no período de inverno. Em contrapartida, a ocorrência de geadas foi maior nas superfícies localizadas com exposição sul e declividade de 20%, pela incidência de menor radiação solar.

A latitude acarreta variações na temperatura ao longo do ano, por exemplo, em latitudes maiores, existe uma diferença maior entre a amplitude de variação da temperatura no Inverno e no Verão, como consequência do foto período (quantidade de horas de exposição ao sol ao longo do dia) e da quantidade de radiação que incide nestas latitudes.

4.1.3 Mudanças climáticas

Mudanças climáticas como o aquecimento global, despertaram grande interesse e preocupação levando órgãos internacionais a criarem centros de pesquisa especializados como o IPCC (Intergovernmental Panel on Climate Change). Segundo o IPCC, no século passado houve um aumento de 0,65 °C na temperatura global, sendo que este aumento foi mais acentuado nos últimos dez anos, também se notou um aumento da precipitação na faixa equatorial. Ainda não podem afirmar com certeza as causas dessas variações, alguns especialistas afirmam que é uma consequência da interferência do homem, outros dizem que é uma consequência natural e que o planeta já passou por períodos parecidos.

Mesmo não conhecendo a origem destes fatos, deve-se estar ciente que estas alterações influenciam diretamente a nossa vida, segundo modelos do IPCC, existem previsões de aumentos de temperatura atmosférica variando de 1,4°C a 5,8°C, segundo Kalnay e Cai (2003), a temperatura deve aumentar 0,088°C por década.

De acordo com Salati et al. (2002), o aumento da temperatura faz com que o ar retenha mais vapor de água, o que pode ocasionar secas, inundações, furacões e pode causar o derretimento das geleiras. Segundo Thomas et al. (2004), isto pode ocasionar a extinção de várias espécies animais e vegetais.

Alguns trabalhos como de Assad et al. (2004) fazem uma simulação com cenários deste aumento de temperatura, mostrando que um acréscimo de 1°C na temperatura média global com um aumento de 15% da precipitação acarretaria um aumento de

61,1% para 85,9% nas áreas inaptas para a produção de café (*espécie Coffea arábica*) em Goiás, com um aumento de 3°C 99,9% do estado se torna inapto até mesmo para o plantio irrigado. Em Minas Gerais ocorre um deslocamento da área indicada para o plantio, passa do nordeste para o sul do estado, ainda com um aumento de 1°C e de 15% na precipitação a área inapta passa de 24,1% para 43,3%; já com o aumento de 3°C a área inapta passaria a ser de 76,3% da área total e a área com plantio irrigado seria de 6,1%; com o aumento de 5,8°C apenas algumas áreas montanhosas e de difícil plantio seriam aptas para o plantio representando 2,6% do estado. Em São Paulo o aumento de 1°C é pouco significativo, mas um aumento de 3°C tornaria 69,6% da área do estado inapta para o plantio, com um aumento de 5,8 °C o plantio seria restrito a áreas montanhosas e 96,6% do estado seria inapto.

4.1.4 Influência da temperatura no desenvolvimento das plantas

Nas plantas, o aumento da temperatura, até uma dada temperatura base superior, é diretamente proporcional à atividade fotossintética. As reações catalisadas enzimaticamente podem ser aceleradas, resultando na perda da atividade das enzimas, fator este associado à tolerância das plantas ao calor (BIETO e TALON, 1996).

A temperatura influencia vários processos do crescimento e desenvolvimento da planta como, crescimento das raízes, absorção de nutrientes e de água, fotossíntese, respiração e translocação (COELHO e DALE, 1980).

Hesketh e Warrington (1979) verificaram que a temperatura influencia na altura da planta e ainda que a taxa de alongação da planta responde linearmente a temperatura. Tollenaar et al. (1979) observaram que a relação entre temperatura e desenvolvimento da cultura tem uma relação linear, com um efeito direto no aparecimento e no número total de folhas. Guissem et al. (2001) afirmam que os graus-dia e a radiação solar global influenciam o desenvolvimento vegetativo do milho com a mesma magnitude e que uma regressão múltipla considerando os dois fatores pode refletir melhor o desenvolvimento vegetativo.

4.1.5 Dormência

A dormência é um processo que distribui a germinação no tempo como resultado da estratégia evolutiva das espécies para garantir que algumas encontrem condições ambientais favoráveis para desenvolver plantas adultas. As sementes de cerca de um terço das espécies germinam imediatamente em condições favoráveis, mas as demais apresentam algum grau de dormência (KRAMER e KOZLOWSKI, 1972).

A dormência pode ser física, química, mecânica, morfológica ou fisiológica (KRAMER e KOZLOWSKI, 1972; FOWLER e BIANCHETTI, 2000; SMITH *et al.*, 2003). Vários fatores ambientais podem influenciar a dormência como a luz, a água, os gases atmosféricos, os nutrientes no solo e a temperatura.

A temperatura pode afetar as reações bioquímicas que determinam todo o processo germinativo. A germinação de cada espécie depende da temperatura e ocorre dentro de limites definidos (mínimo, ótimo e máximo), que caracterizam sua distribuição geográfica. Há espécies que respondem bem tanto à temperatura constante como à alternada. A alternância de temperatura corresponde, provavelmente, à uma adaptação às flutuações naturais do ambiente. A temperatura ótima de germinação de espécies tropicais encontra-se entre 15° C e 30°C, a máxima entre 35° C e 40° C e a mínima pode chegar 0° C. A velocidade de germinação e uniformidade de emergência diminuem com temperaturas abaixo da ótima e temperaturas acima da ótima aumentam a velocidade de germinação, embora somente as sementes mais vigorosas consigam germinar (NASSIF *et al.*, 1998).

As fruteiras de clima temperado caracterizam-se pela dormência. A dormência neste e em muitos outros casos é o período em que a planta necessita de temperaturas inferiores a uma dada temperatura, comumente utiliza-se o valor de 7,2°C. Cada variedade possui uma quantidade mínima necessária de horas de frio para quebrar a dormência, sendo assim o frio torna-se um fator limitante para a produção (MASSIGNAM *et al.*, 2006).

Lima *et al.* (2003) verificaram que a relação entre unidades de frio acumuladas até o final de setembro influenciaram significativamente a variação dos rendimentos da macieira. Para mensurar a quantidade de horas de frio necessária para superar a dormência, o método mais utilizado é o somatório diário das horas com temperatura abaixo

de 7,2°C. Existem vários estudos sobre a probabilidade de horas de frio (MASSIGNAM et al., 2006; SILVA et al., 2002; e FLORIANO, 2004). Vale ressaltar que dependendo da espécie e da variedade da cultura o valor de temperatura pode variar, sendo maior ou menor que 7,2°C.

4.1.6 Geadas

Toda vez que a condição energética do meio ambiente alcança valores suficientemente baixos, os quais poderiam vir provocar alterações no metabolismo vegetal resultando em danos fisiológicos nas plantas, ocorre o fenômeno da geada. A geada é a solidificação do orvalho sobre as partes aéreas das plantas, ou outros objetos, porém tornou-se freqüente o uso do termo geada para baixas temperaturas que prejudicam o desenvolvimento da planta não necessariamente até atingir o ponto de solidificação da água (OMETTO1981).

A geadas causam quebra de produção, ou até mesmo perda total da produção acarretando grandes prejuízos. Tentando evitar estes riscos foram feitos vários trabalhos para determinar o risco de geadas (NERY et al. (1995), GRODZKI et al. (1996), MASSIGNAM e DITTRICH (1998), SILVA et al. (2002), MASSIGNAM et al. (2006)).

Conhecer a temperatura e seu comportamento ao longo do ano pode auxiliar na tomada de decisão quanto ao período de plantio, evitando desta forma os períodos críticos onde a possibilidade de geada é maior. Pode-se desta forma evitar perdas de produção ocasionadas por geadas.

4.1.7 Temperatura base

Todos os Processos fisiológicos dos seres vivos ocorrem entre certos limites térmicos no ambiente em que eles se desenvolvem (LOZADA e ANGELOCCI, 1999). O desenvolvimento das plantas é muito reduzido ou até mesmo nulo fora destes extremos, mesmo tendo condições favoráveis de radiação solar (FOX JR. et al., 1992).

Entre os limites existe uma temperatura ótima na qual o desenvolvimento das plantas é máximo. As faixas de temperaturas assim como a temperatura ótima variam de espécie para espécie (WUTKE et al., 2000). Ainda existem pequenas variações destes intervalos de temperatura base segundo a fase de desenvolvimento do vegetal,

mas comumente utiliza-se a temperatura base constante, sendo esta a mais adequada com todo o desenvolvimento da planta (PRETT, 1992).

Para estimar a temperatura base são utilizados vários métodos sendo que os principais são o de menor desvio-padrão em graus-dia, menor desvio-padrão em dias, coeficiente de variação em graus-dia e coeficientes de regressão (YANG et al., 1995; BARBANO et al., 2001; LIMA e SILVA, 2008). O desenvolvimento fisiológico é um processo muito complexo e impede que esta temperatura seja determinada com exatidão; além disso, podem existir diferenças entre as temperaturas bases fisiológicas e as determinadas por estes métodos estatísticos (LOZADA e ANGELOCCI, 1999).

Apesar das dificuldades em determinar com exatidão a temperatura base, este método de graus-dias tem sido utilizado amplamente e em várias espécies como o milho, algodão, alface, melancia, batata, cana entre outras. Para a cultura da cana utiliza-se em geral a temperatura base inferior de 20°C e a superior de 40°C.

4.2 Método de Graus dia

Segundo Prael e Ribeiro (2002) o conhecimento dos valores diários de precipitação e evapotranspiração, assim como de graus dia acumulados, são necessários para a avaliação dos diferentes sub-períodos de desenvolvimento em relação às respostas das culturas. Um dos métodos utilizados para relacionar a temperatura do ar e o desenvolvimento vegetal é o total de graus-dia acumulados (GDA), definido como a soma de temperaturas acima da condição mínima e abaixo da máxima necessárias para a planta finalizar os diferentes sub-períodos de desenvolvimento (SOUZA, 1990). O conceito de graus-dia (GDA) foi desenvolvido para superar inadequações do calendário diário, prever eventos fenológicos, identificar as melhores épocas de semeadura, escalonar a produção de culturas e para programas de melhoramento (WARINGTON e KANEMASU, 1983).

O conceito de graus dia pressupõe a existência de uma temperatura base abaixo da qual a planta não se desenvolve, chamada temperatura base. Cada grau de temperatura acima da temperatura base corresponde a um grau-dia. Cada espécie vegetal possui uma temperatura base, que pode variar em função dos diferentes sub-períodos de desenvolvimento da planta, sendo comum a adoção de um valor único para todo o ciclo da

cultura (CAMARGO, 1984). Esta teoria assume que tanto as temperaturas diurnas como as noturnas afetam o desenvolvimento e o crescimento vegetativo, e que os dados somente perdem sua confiabilidade sob condições de extremo ou prolongado estresse hídrico. Infeld e Silva (1987) afirmam que o aumento da temperatura acelera o desenvolvimento da planta, reduzindo o seu ciclo e vice-versa. Com base nesse princípio ficam explicadas as diferentes durações do ciclo de uma cultura, em dias, para cultivos em localidades com regimes de temperaturas diferentes. Vários trabalhos têm demonstrado a grande utilidade do uso de graus-dia acumulados para previsão de fases fenológicas, bem como para zoneamento das culturas (SLACK et al., 1994).

De acordo com Ometto (1981), após se realizar a contabilização para uma cultura em dois ou mais anos, a previsão da marcha de valores de graus dia, nos anos subseqüentes, possibilita o planejamento adequado dos momentos em que deverão ser efetuados os tratos culturais, aplicação de nutrientes e programação da colheita. O modelo de Ometto é um dos mais utilizados no cálculo de Graus dia. Dentre os métodos estudados (Arnold (1959), Ometto (1981), Snyder (1985) e Dufault (1997)) o modelo de Ometto é o mais condizente com a realidade, mas mesmo assim apresenta um considerável erro de aproximação.

O método de graus dia tem sido utilizado para caracterizar o ciclo de vida da cana-de-açúcar. A cana é uma das principais culturas do mundo e o Brasil é um dos maiores exportadores mundiais de produtos oriundos da cana. Outro fato que faz com que esta cultura esteja em evidência, é o seu enorme potencial na produção de energia limpa. Como consequência destes fatos, vários estudos tem sido realizados para determinar o melhor período de plantio, o momento das adubações, das irrigações e dos tratamentos contra as pragas. Muitos destes estudos utilizam a técnica de graus-dia como ferramenta, a saber: LIMA, 2006; WUTKE, et al., 2000, BARBANO, et al., 2001; ALMEIDA e GONÇALVES, 2007.

Com o conhecimento do comportamento da temperatura ao longo do dia é possível diminuir os erros no cálculo dos graus dias, além de poder realizar novos estudos para estimar todo o ciclo de desenvolvimento das culturas, principalmente a da cana de açúcar, aumentando o grau de precisão nos seus tratamentos e períodos de plantio e colheita.

Outra técnica comumente utilizada é a soma de unidades fototérmicas, neste método é somado os graus dias no período em que houve luz (fotoperíodo). Este método apresenta bons resultados visto que existem plantas que necessitam de certa quantidade de horas de brilho solar, ou seja, para determinadas plantas é necessário um número maior de horas expostas ao sol para que elas consigam se desenvolver. Mesmo com a temperatura adequada, se não tiver este mínimo ou máximo de horas de sol a planta não se desenvolve.

4.3 Modelagem matemática

A modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real (BASSANEZI, 2006). A modelagem matemática é aplicada em várias áreas de pesquisa como Física, Química, Biologia, Agronomia, Astrofísica, Economia entre outras. A modelagem matemática utiliza a interdisciplinaridade, quebrando várias barreiras em diversas áreas de pesquisas.

Segundo Bassanezi (2006), a Ciência é uma atividade essencialmente desenvolvida pelo ser humano que procura entender a natureza por meio de teorias adequadas, o homem utiliza tais teorias para avançar seus conhecimentos que possibilitam num futuro tomar decisões e agir corretamente. A consistência de uma teoria ou sua própria validação muitas vezes depende da linguagem matemática que a envolve. Toda teoria específica, é na verdade, um modelo matemático de um pedaço da realidade (BUNGE, 1974).

As vantagens de se utilizar modelos matemáticos são várias como a utilização de uma linguagem concisa que expressa idéias de maneira clara, sem ambigüidades, possibilita a utilização de recursos computacionais para calcular soluções, pode-se formular novas teorias, comparações, etc.

Segundo Bassanezi (2006) os modelos matemáticos podem ser: linear ou não, estático ou dinâmico e educacional. Para ser linear ou não linear depende das equações envolvidas. Um modelo é estático, quando, por exemplo, representa a forma de um objeto e dinâmico, quando simula variações de estágios de um dado fenômeno. Educacional, quando é baseado em um número pequeno ou simples de restrições, tendo, quase sempre,

solução analítica, estes modelos são utilizados para adquirir experiência ou auxiliar na formação de novos modelos.

É importante ressaltar que a modelagem matemática é uma aproximação da realidade, é um processo de representação de parte da realidade. Desta forma é preciso tomar ciência de que nem toda situação pode ser descrita por modelos matemáticos.

A interpretação também deve ser adequada, esta interpretação em vários casos é decisiva para auxiliar na criação e alterações no modelo e pode influenciar até na validação do mesmo.

Conhecendo o problema real que deve ser resolvido, identificam-se os objetivos, formula-se o modelo matemático tomando o cuidado para transcrever todos os aspectos do problema real. As hipóteses conduzem a pesquisa, elas podem ser feitas de várias maneiras, como: observações de fatos, comparações, experiências pessoais, dedução lógica, entre outras. Simplifica-se o problema real que em geral é muito complexo, mas deve-se ter muito cuidado para não realizar simplificações grosseiras que acarretam vários erros. O modelo deve representar o problema. O próximo passo é resolver o modelo. Depois de resolvido e discutidos os resultados, o modelo tem que ser validado, neste passo o modelo é testado e analisado para ver se é satisfatório, ou seja, se condiz com a realidade ou não. Dependendo do comportamento na validação podem ser feitas modificações no modelo para aprimorá-lo ou aumentar sua robustez.

Na próxima seção serão apresentados alguns métodos para modelagem matemática por aproximações numéricas.

4.3.1 Interpolação Polinomial

Muitas vezes deseja-se saber o comportamento ou a distribuição de um dado no tempo, mas não se pode medi-lo continuamente, apenas se conhece alguns valores num dado intervalo. Para trabalhar com os “dados” em todo o intervalo pode-se utilizar uma ferramenta matemática conhecida como interpolação. Interpolação é uma técnica que insere um novo conjunto de “dados” a partir de um conjunto discreto, previamente conhecido. Esta técnica permite a construção de uma função contínua, cujo gráfico se aproxima dos pontos discretos dados no conjunto original.

Existem vários métodos de interpolação. Estes métodos são utilizados em várias áreas, principalmente as experimentais onde não é viável ou possível medir continuamente a variável a ser analisada.

A seguir é enunciado o importante teorema que garante a existência e unicidade do polinômio interpolador $P(X)$, no qual todos os métodos a serem apresentados, irão se basear:

Teorema de existência e unicidade: *Seja $f(x_i)$ definida em x_0, x_1, \dots, x_n , $(n+1)$ pontos distintos de um intervalo $[a, b]$, então existe um único polinômio $P(x)$ de grau menor ou igual a n tal que $P(x_i) = f(x_i) = Y_i$, $i=1, \dots, n$.*

Prova: ver ARENALES e DAREZZO, 2008 páginas 128 e 129.

Dentre os métodos para se interpolar uma função, serão apresentados os mais conhecidos e utilizados:

4.3.1.1 Interpolação linear

A interpolação linear é muito utilizada quando são conhecidos dois pontos do conjunto dado, ela consiste em determinar um polinômio de primeiro grau que aproxime deste intervalo de pontos. Este polinômio é dado por:

$$P(x) = y_0 l_0(x) + y_1 l_1(x) \quad [1]$$

Em que:

$$l_0(x) = \frac{x-x_1}{x_0-x_1} \quad \text{e} \quad l_1(x) = \frac{x-x_0}{x_1-x_0} \quad [2]$$

4.3.1.2 Fórmula interpolatória de Lagrange

Quando é dado um conjunto com $n+1$ pontos distintos, pode-se determinar um polinômio, de grau menor ou igual a n , que interpola os pontos. Existem vários

métodos para determinar este polinômio. Utilizando o método de Lagrange o polinômio é dado por:

$$P(x) = y_0 l_0(x) + y_1 l_1(x) + \dots + y_i l_i(x) + \dots + y_n l_n(x) = \sum_{k=0}^n y_k l_k(x) \quad [3]$$

Onde:

$$l_k = \frac{[(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{k-1})(x - x_{k+1}) \dots (x - x_n)]}{[(x_k - x_0)(x_k - x_1) \dots (x_k - x_{k-1})(x_k - x_{k+1}) \dots (x_k - x_n)]} \quad [4]$$

Prova: ver ARENALES e DAREZZO, 2008 páginas 132-133.

4.3.1.3 Fórmula interpolatória de Newton

A fórmula interpolatória de Newton é outro método utilizado quando é dado um conjunto com n pontos, porém nele utilizam-se as diferenças divididas, que serão conceituadas a seguir. Posteriormente será apresentada a fórmula interpolatória de Newton.

Diferenças divididas

Seja $f(x)$ uma função contínua, $(n+1)$ vezes diferenciável em $[a, b]$ e sejam x_0, x_1, \dots, x_n $(n+1)$ pontos distintos de um intervalo $[a, b]$. Define-se a diferença dividida de ordem zero de $f(x)$ nos pontos $x_i, i = 0, 1, \dots, n$ por:

$$f[x_i] = f(x_i) \quad i = 0, 1, \dots, n \quad [5]$$

As diferenças divididas de ordem superiores são definidas recursivamente:

$$f[x_0, x_1, \dots, x_n] = \frac{f[x_1, x_2, \dots, x_n] - f[x_0, x_1, \dots, x_{n-1}]}{x_n - x_0} \quad [6]$$

Utilizando a fórmula de diferenças divididas para encontrar o polinômio que interpola $f(x_i)$, e este polinômio é:

$$P_n(x) = f[x_0] + (x - x_0)f[x_0, x_1] + (x - x_0)(x - x_1)f[x_0, x_1, x_2] + \dots \\ + (x - x_0)(x - x_1) + \dots + (x - x_n)f[x_0, x_1, \dots, x_{n-1}] \quad [7]$$

Prova: ver ARENALES e DAREZZO, 2008 páginas 144-146.

4.3.1.4 Fórmula Interpolatória de Newton-Gregory

Quando o conjunto de pontos de valores da função são igualmente distribuídos, pode-se utilizar o método de Newton-Gregory, que é computacionalmente mais rápido que os anteriores. Da mesma forma que a fórmula de Newton utiliza às diferenças divididas, a fórmula de Newton-Gregory utiliza diferenças finitas, sendo assim é apresentado o conceito de diferenças finitas:

Seja uma função $f(x)$ contínua no intervalo $[a, b]$. Sejam x_0, x_1, \dots, x_n ($n+1$) pontos distintos deste intervalo $[a, b]$ tais que $x_{i+1} - x_i = h$, $i = 0, 1, \dots, n-1$, ou seja, os pontos são equidistantes. Define-se como diferença finita de ordem zero de uma função $f(x)$ definida nos pontos $x \in [a, b]$ como:

$$\Delta^0 f(x) = f(x) \quad [8]$$

A diferença finita de ordem r de uma função é dada por:

$$\Delta^r f(x) = \Delta^{r-1} f(x+h) - \Delta^{r-1} f(x) \quad [9]$$

Agora utilizando as diferenças finitas no lugar das diferenças divididas no método de Newton obtem-se o polinômio interpolador:

$$\begin{aligned}
P(x) = \Delta^0 f(x_0) + (x - x_0) \frac{(\Delta^1 f(x_0))}{1! h^1} + (x - x_0)(x - x_1) \frac{(\Delta^2 f(x_0))}{2! h^2} + \dots \\
+ (x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{n-1}) \frac{(\Delta^n f(x_0))}{n! h^n} \quad [10]
\end{aligned}$$

4.3.2 Método dos Mínimos Quadrados

O Método dos Mínimos Quadrados consiste em, conhecidos os valores de uma função $f(x)$ em m pontos, determinar uma função $g(x)$ que melhor se aproxime de $f(x)$. A função $g(x)$ pode ser uma combinação de funções polinomiais, exponenciais, logarítmicas, trigonométricas, entre outras.

Este método basicamente encontra a função, dentre as de um certo “tipo” estipulado previamente, que minimiza o erro cometido na aproximação da suposta $f(x)$. Define-se $e(x_i) = f(x_i) - g(x_i)$ como o erro ou desvio cometido numa aproximação de uma função $f(x)$ por uma função $g(x)$, nos pontos x_i $i = 1, 2, \dots, m$.

Para obtenção do erro total cometido, soma-se o quadrado dos desvios cometidos. Logo, para obter a melhor aproximação entre as duas funções, este erro deve ser minimizado, como segue:

$$\text{Minimizar} \quad E(x) = \sum_{i=1}^n [e(x_i)]^2 = \sum_{i=1}^n [g(x_i) - f(x_i)]^2 \quad [11]$$

Utilizando uma função linear $g(x)$ para aproximar $f(x)$ tem-se:

$$\sum_{i=1}^n [e(x_i)]^2 = \sum_{i=1}^n [a_{11}x_i + a_2 - f(x_i)]^2 \quad [12]$$

Para encontrar o erro mínimo deve-se ter:

$$\frac{\partial E}{\partial a_1} = 0 \quad e \quad \frac{\partial E}{\partial a_2} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial(\sum_{i=1}^n [a_1 x_i + a_2 - f(x_i)]^2)}{\partial a_1} = 0 \quad [13]$$

$$E \quad \frac{\partial(\sum_{i=1}^n [a_1 x_i + a_2 - f(x_i)]^2)}{\partial a_2} = 0 \quad [14]$$

Resolvendo estas equações tem-se que a_1 e a_2 que minimizam o erro necessariamente satisfazem o sistema a seguir:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right) a_1 + \left(\sum_{i=1}^n x_i \right) a_2 = \sum_{i=1}^n x_i f(x_i) \\ \left(\sum_{i=1}^n x_i \right) a_1 + n a_2 = \sum_{i=1}^n f(x_i) \end{array} \right. \quad [15]$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\sum_{i=1}^n x_i^2 \right) a_1 + \left(\sum_{i=1}^n x_i \right) a_2 = \sum_{i=1}^n x_i f(x_i) \\ \left(\sum_{i=1}^n x_i \right) a_1 + n a_2 = \sum_{i=1}^n f(x_i) \end{array} \right. \quad [16]$$

Resolvendo este sistema tem-se a melhor função linear $g(x)$ que se aproxima de $f(x)$, ou seja, com a menor soma de quadrados dos desvios.

De forma análoga, pode-se aproximar $f(x)$ por uma função $g(x)$ de grau menor ou igual a n desde que sejam conhecidos $(n+1)$ pontos distintos de $f(x)$, ou seja, pode-se determinar $(g(x) = a_n x^{n+1} + a_{n-1} x^n + \dots + a_2 x + a_1)$ de modo que $e(x)$ seja mínimo. Assim :

$$\frac{\partial E}{\partial a_1} = 0, \dots, \frac{\partial E}{\partial a_n} = 0 \quad [17]$$

Portanto deve-se resolver o sistema a seguir:

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\sum_{i=1}^n x_i^n x_i^n \right) a_1 + \left(\sum_{i=1}^n x_i^{n-1} x_i^n \right) a_2 + \dots + \left(\sum_{i=1}^n 1 x_i^n \right) a_n = \sum_{i=1}^n f(x_i) x_i^n \quad [18] \\ \left(\sum_{i=1}^n x_i^n x_i^{n-1} \right) a_1 + \left(\sum_{i=1}^n x_i^{n-1} x_i^{n-1} \right) a_2 + \dots + \left(\sum_{i=1}^n 1 x_i^{n-1} \right) a_n = \sum_{i=1}^n f(x_i) x_i^{n-1} \quad [19] \\ \vdots \\ \left(\sum_{i=1}^n x_i^n 1 \right) a_1 + \left(\sum_{i=1}^n x_i^{n-1} 1 \right) a_2 + \dots + \left(\sum_{i=1}^n 1 \right) a_n = \sum_{i=1}^n f(x_i) \quad [20] \end{array} \right.$$

Resolvendo este sistema determina-se os parâmetros a_1, a_2, \dots, a_n e conseqüentemente a função $g(x)$ que melhor se aproxima de $f(x)$ pelo método dos mínimos quadrados.

Segundo Arenales e Darezzo (2008) quando se tem um vasto conjunto de dados experimentais é mais adequado utilizar o método dos mínimos quadrados, levando em consideração que dados de medições, geralmente são acometidos de erros. Já os polinômios interpoladores devem ser utilizados quando pretende-se realizar uma análise da função em intervalos, onde estão os pontos conhecidos, também é mais adequada à utilização de polinômios de grau baixo para evitar grandes erros nos pontos não interpolados (conhecido como fenômeno de Ruge), além disto, polinômios de grau elevado acarretam mais operações propagando mais erros.

Quanto ao tempo computacional, vale ressaltar que o método de Lagrange requer menos esforço computacional reduzindo o tempo, porém se os pontos forem igualmente espaçados o método de Newton-Gregory é mais aconselhável devido a sua simplicidade (ARENALES E DAREZZO 2008).

4.3.3 Splines

O método de *splines* consiste em gerar curvas por aproximações numéricas de forma a garantir a passagem por todos os pontos utilizados (conhecidos) do intervalo. Este método assegura “harmonia” (*smoothing*) nos pontos de junção. O método de *splines* é semelhante à regressão segmentada, onde cada parte do intervalo é aproximada por

uma função polinomial, encontrada através do método dos mínimos quadrados, os pontos de junção também são harmônicos. A diferença entre a regressão segmentada e a spline é que na regressão segmentada são utilizados processos estatísticos, já na *Spline* são utilizados métodos de interpolação e extrapolação.

Eubank (1984) afirma que *Splines* são utilizadas em diversas áreas como agricultura, economia, geofísica, meteorologia astrofísica, astrologia, entre outras, na área agrícola podem ser citados os trabalhos de Liu (1976), Kirchner et al.(1989), Devans e Burkhart (1982), Max e Burkhart (1976). Esta gama de áreas onde se aplicam *Splines* é consequência deste método representar curvas que caracterizam a ocorrência de fatos complexos.

Splines são definidas como sendo polinômios segmentados de grau n , cujos valores e suas primeiras $n-1$ derivadas contínuas nos pontos onde ocorre a “junção” dos polinômios. As abscissas destes pontos de junção são chamadas de nós e estes polinômios segmentados são escolhidos para minimizar a curvatura quadrática média mínima.

A aproximação por *spline* é uma interpolação através de uma classe de funções de coordenadas, as quais podem ser descritas como um conjunto de polinômios cúbicos segmentados com funções suavizadas.

Em vez de aproximar uma dada função $f(x)$ sobre um intervalo $[a, b]$ por um único polinômio é possível dividir $[a, b]$ em n sub-intervalos $(a, x_1), (x_1, x_2) \dots (x_{n-1}, b)$ e aproximar $f(x)$ por um polinômio diferente em cada intervalo (LIU 1976).

O conceito de função *Spline* pode ser generalizado da seguinte forma:

- fazendo uma subdivisão do intervalo $[a, b]$, $\mathbf{a} = \mathbf{x}_0 < \dots < \mathbf{x}_m = \mathbf{b}$.
- a função Spline de grau “ n ” com nós nos pontos \mathbf{x}_i $i = \mathbf{0}, \mathbf{1}, \dots, \mathbf{m}$ é uma função \mathbf{S} com as seguintes propriedades:
 - a) em cada subintervalo $(\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_{i+1})$, $i = \mathbf{0}, \mathbf{1}, \dots, \mathbf{m} - \mathbf{1}$, $\mathbf{S}(\mathbf{x})$ é um polinômio de grau “ n ”.
 - b) $\mathbf{S}(\mathbf{x})$ e suas $(n-1)$ derivadas são contínuas em (a, b) .

Supondo que se deseja interpolar $(m+1)$ pontos $\mathbf{n}_0, \dots, \mathbf{n}_m$ para tal curva ($\mathbf{n}_i = (x_i, y_i)$). Cada um dos “ m ” segmentos $\mathbf{y}_0, \dots, \mathbf{y}_{m-1}$ é um polinômio cúbico determinado por quatro parâmetros. Portanto, tem-se $4m$ parâmetros a serem determinados na função polinomial cúbica:

$$y_i = a + bx + cx^2 + dx^3 \quad [21]$$

Em cada um dos $(m-1)$ nós interiores n_1, \dots, n_{m-1} (onde dois segmentos se encontram), tem-se quatro condições (BARTELS et al. 1987):

$$y_{i-1}(x_i) = y_i(x_i) \quad [22] \quad y'_{i-1}(x_i) = y'_i(x_i) \quad [23]$$

$$y_i(x_i) = y_i \quad [24] \quad y''_{i-1}(x_i) = y''_i(x_i) \quad [25]$$

Além disso, exige-se também que:

$$y_0(0) = y_0 \quad [26]$$

$$y_{m-1}(1) = y_m \quad [27]$$

Resultando um total de $(4m-2)$ condições onde se determinará os $4m$ parâmetros. Contudo, são necessárias mais duas condições para obter uma solução única para a função *Spline*.

Isto pode ser escolhido de várias maneiras e uma delas é simplesmente exigir que as segundas derivadas nos pontos extremos sejam ambas iguais a zero. Com isso, tem-se uma linha reta fora do intervalo e estas condições auxiliares produzem a *Spline* cúbica natural.

4.3.4 Algoritmo Genético (AG)

Algoritmos genéticos são modelos computacionais que imitam os mecanismos da “evolução natural” para resolver problemas de otimização JOHN HOLLAND (1970).

Segundo Goldberg (1989) os algoritmos genéticos diferem dos algoritmos tradicionais de otimização em basicamente quatro aspectos:

- Baseiam-se em uma codificação do conjunto das soluções possíveis, e não nos parâmetros da otimização em si;
- Os resultados são apresentados como uma população de soluções e não como uma solução única;
- Necessitam apenas de uma forma de avaliação do resultado;
- Usam transições probabilísticas e não regras determinísticas.

O AG é indicado para a solução de problemas de otimização complexos, NP - Completos, como o "caixeiro viajante", problemas com muitas variáveis e espaços de soluções de dimensões elevadas. Além disso, em muitos casos onde outras estratégias de otimização falham na busca de uma solução, os AG's convergem. Os AG's são numericamente robustos, ou seja, não são sensíveis a erros de arredondamento no que se refere aos seus resultados finais (MIRANDA 2009).

Uma das vantagens de um algoritmo genético é a simplificação que eles permitem na formulação e solução de problemas de otimização. AG's simples, normalmente trabalham com descrições de entrada formadas por cadeias de bits de tamanho fixo. Outros tipos de AG's podem trabalhar com cadeias de bits de tamanho variável. AG's possuem um paralelismo implícito decorrente da avaliação independente de cada uma dessas cadeias de bits, ou seja, pode-se avaliar a viabilidade de um conjunto de parâmetros para a solução do problema de otimização em questão.

O termo usado para representar uma possível solução em um algoritmo genético é cromossomo (embora também seja muito usada a palavra indivíduo). Cada cromossomo é composto de genes que representam cada uma das propriedades do indivíduo. O cromossomo pode ser visto como um conjunto de parâmetros para uma possível solução, onde cada parâmetro é um gene.

Cada cromossomo corresponde a um ponto no espaço de possíveis soluções do problema de otimização. O processo de solução adotado nos algoritmos genéticos consiste em gerar, através de regras específicas, um grande número de indivíduos, *população*, de forma a promover uma varredura tão extensa quanto necessária do espaço de soluções.

Uma implementação de um algoritmo genético começa com uma população de cromossomos, que pode ser obtida por processo aleatório ou não. Essas estruturas são avaliadas e associadas a uma probabilidade de reprodução de tal forma que as maiores probabilidades são associadas aos cromossomos que representam uma melhor solução para o problema de otimização, os chamados “indivíduos mais aptos”. A *aptidão* da solução é tipicamente definida com relação à população corrente. Em geral, a aptidão é calculada a partir da função objetivo. As condições de reprodução são relacionadas com a *aptidão* de cada indivíduo. Os indivíduos mais aptos terão maior probabilidade de serem selecionados para reprodução e construção da nova geração de indivíduos (soluções). O algoritmo genético simples tem os seguintes passos:

1. Obtenção da população inicial (aleatória ou construtiva);
2. Cálculo da aptidão de cada indivíduo;
3. Seleção dos indivíduos para a reprodução;
4. Aplicação dos operadores: “crossover” e mutação;
5. Elitismo;
6. Obtenção da nova população.

A seguir serão discutidos estes passos do algoritmo genético.

INICIALIZAÇÃO

Definição do número de gerações a ser utilizada e do número de indivíduos da população.

População inicial: Uma população de n indivíduos é gerada aleatoriamente ou de forma construtiva. Cada um dos indivíduos da população representa uma possível solução para o problema, ou seja, um ponto no espaço de soluções.

CÁLCULO DA APTIDÃO

Geralmente a aptidão do indivíduo é determinada através do cálculo da função objetivo, que depende das especificações de projeto. Nesta fase os indivíduos são ordenados conforme a sua aptidão. É considerado também no cálculo da aptidão, se o indivíduo gerado pertence ou não ao conjunto de soluções. Caso não pertença, o indivíduo sofre uma penalização no valor da função objetivo.

SELEÇÃO

Os indivíduos mais aptos da geração atual são selecionados. Esses indivíduos são utilizados para gerar uma nova população por cruzamento (“*crossover*”). Cada indivíduo tem uma probabilidade de ser selecionado proporcional à sua aptidão. Existem vários procedimentos para selecionar estes indivíduos, um bastante utilizado é o Método da Roleta. Este método consiste em sortear um indivíduo a partir de uma roleta, onde cada partição do círculo representa a aptidão de um indivíduo da seguinte forma: considere um círculo dividido em n regiões (tamanho da população), onde a área de cada região é proporcional à aptidão do indivíduo (figura 4.1); coloca-se sobre este círculo uma "roleta" com j cursores, igualmente espaçados; após um giro da roleta a posição dos cursores indica os indivíduos selecionados. Este método é denominado amostragem universal estocástica. Evidentemente, os indivíduos cujas regiões possuem maior área terão maior probabilidade de serem selecionados.



Figura 4.1: Seleção dos indivíduos para realizar o “crossover”.

CRUZAMENTO (*CROSSOVER*)

Os indivíduos selecionados na etapa anterior são cruzados entre si. Uma forma bastante comum de fazer estes cruzamentos é: a lista de indivíduos selecionados é embaralhada aleatoriamente criando-se uma segunda lista, chamada lista de parceiros. Cada indivíduo selecionado é então cruzado com o indivíduo que ocupa a mesma posição na lista de parceiros. A forma como se realiza este cruzamento é ilustrada na figura 4.2. Os cromossomos de cada par de indivíduos a serem cruzados são particionados em um ponto, chamado ponto de corte, sorteado aleatoriamente. Um novo cromossomo é gerado permutando-se a metade inicial de um cromossomo com a metade final do outro.

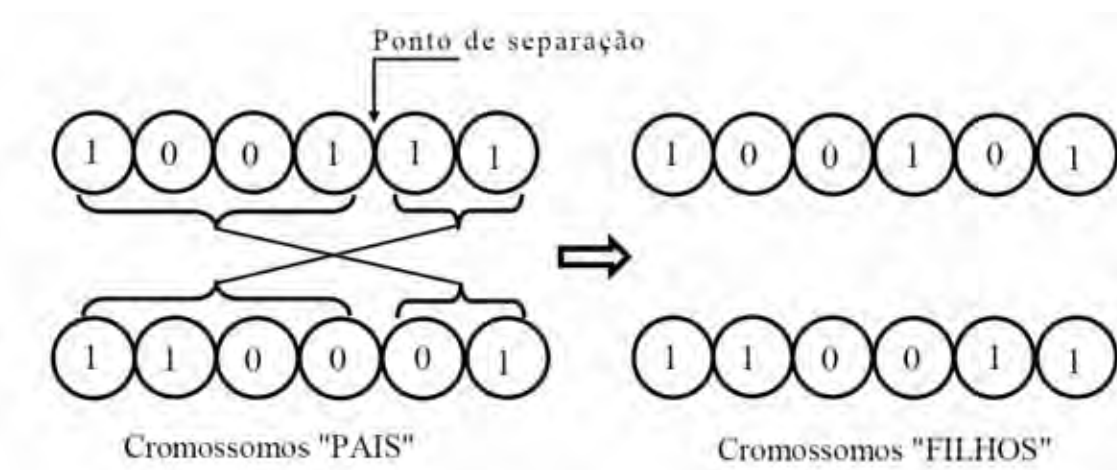


Figura 4.2: Processo de *crossover*

Há vários tipos de *crossover*, no entanto os quatro mais conhecidos são: crossover de um-ponto, crossover de dois-pontos, crossover de n-pontos e crossover uniforme (LIVRAMENTO 2004).

- *Crossover* de um ponto: Seja m o tamanho do cromossomo pai, um ponto de corte k é escolhido aleatoriamente e cada filho será composto pelo prefixo de tamanho k de um pai e do sufixo de tamanho $m-k$ do outro pai. Como na figura anterior.
- *Crossover* de dois pontos: Semelhante ao crossover de um ponto, no entanto, duas posições são selecionadas e apenas os genes que estão entre essas posições são trocados.
- *Crossover* de p pontos: A diferença entre esse método e os anteriores é que p posições são selecionadas e apenas os genes localizados entre as posições ímpares e pares são trocados. Os genes entre as posições pares e ímpares permanecem inalterados.

MUTAÇÃO

A operação de mutação é utilizada para garantir uma maior varredura do espaço de estados e evitar que o algoritmo genético convirja muito cedo para mínimos locais. A mutação é efetuada alterando-se o valor de um gene de um indivíduo sorteado aleatoriamente com uma determinada probabilidade, denominada probabilidade de mutação, ou seja, vários indivíduos da nova população podem ter um ou mais de seus genes alterados aleatoriamente.

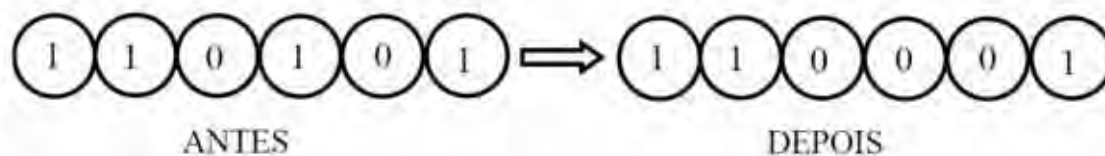


Figura 4.3: Processo de Mutação.

ELITISMO

O método de Elitismo foi primeiramente introduzido por Jong (1975) e é uma adição aos vários métodos de seleção que força os AG's a reter um certo número de "melhores" indivíduos em cada geração. Tais indivíduos podem ser perdidos se eles forem

selecionados para reprodução ou se eles forem destruídos por cruzamento ou mutação. O Elitismo consiste basicamente de realizar a etapa de seleção em duas partes:

1. Seleciona uma elite de membros entre os melhores da população inicial, os quais poderão ser incorporados diretamente na população final, sem passar pela população auxiliar.
2. A população auxiliar é selecionada entre os membros restantes da população inicial.

Este processo força a cópia do melhor cromossomo de cada geração na geração seguinte, reduz o efeito aleatório do processo seletivo, garantindo a presença do melhor membro de uma população na próxima geração.

Escolha dos parâmetros do AG

Além da forma como o cromossomo é codificado, existem vários parâmetros do algoritmo genético que podem ser escolhidos para melhorar o seu desempenho, adaptando-o às características particulares de determinadas classes de problemas. Entre eles os mais importantes são: o tamanho da população, o número de gerações, a probabilidade de “crossover” e a probabilidade de mutação. A influência de cada parâmetro no desempenho do algoritmo depende da classe de problemas que se está tratando. Assim, a determinação de um conjunto de valores otimizado para estes parâmetros dependerá da realização de um grande número de experimentos e testes. Na literatura os valores encontrados em geral estão na faixa de 60 a 80% para a probabilidade de “crossover” e entre 0,1 e 5% para a probabilidade de mutação. O tamanho da população e o número de gerações dependem da complexidade do problema de otimização e devem ser determinados experimentalmente. No entanto, deve ser observado que o tamanho da população e o número de gerações definem diretamente o tamanho do espaço de busca a ser coberto. Existem estudos que utilizam um AG como método de otimização para a escolha dos parâmetros de outro AG, devido à importância da escolha correta destes parâmetros.

O controle sobre os parâmetros do algoritmo é de fundamental importância para uma convergência rápida e segura. Para alguns problemas específicos é aconselhável a utilização de algoritmos híbridos, que misturam as técnicas dos AG's com os métodos de otimização tradicionais.

Convergência

Existem alguns problemas em relação a convergência do algoritmo, que são:

- Convergência prematura: como a população é finita, as vezes indivíduos de alta aptidão (mas não de aptidão ótima) levam AG a convergir para um ponto ótimo local e não global.
- Convergência lenta: quando a aptidão dos melhores indivíduos é próxima da média da população (costuma ocorrer perto do fim do algoritmo), a convergência pode ser lenta. Este problema, muitas vezes, pode ser melhorado com o uso de migração, em que novos indivíduos são criados e introduzidos na população.

Para amenizar ambos os problemas, é preciso modificar o modo de seleção de indivíduos para reprodução.

Tamanho da População.

O tamanho da população afeta o desempenho global e a eficiência dos AGs. Com uma população pequena o desempenho pode cair, pois deste modo a população fornece uma pequena cobertura do espaço de busca do problema. Uma grande população geralmente fornece uma cobertura representativa do domínio do problema, além de prevenir convergências prematuras para soluções locais ao invés de globais. No entanto, para se trabalhar com grandes populações, são necessários maiores recursos computacionais, ou que o algoritmo trabalhe por um período de tempo muito maior.

Taxa de Cruzamento.

Quanto maior for esta taxa, mais rapidamente novas estruturas serão introduzidas na população. Mas se esta for muito alta, estruturas com boas aptidões poderão ser retiradas mais rapidamente, a maior parte da população será substituída, mas com valores muito altos, pode ocorrer perda de estruturas de alta aptidão. Com um valor muito baixo, o algoritmo pode tornar-se muito lento.

Taxa de Mutação.

Uma baixa taxa de mutação previne que uma dada posição fique estagnada em um valor, além de possibilitar que se chegue em qualquer ponto do espaço de busca. Com uma taxa muito alta a busca se torna essencialmente aleatória.

Os algoritmos genéticos baseiam-se no teorema dos esquemas, apresentado a seguir:

Teorema do Esquema

O teorema do esquema foi proposto por Holland (1992) como uma forma de explicar o porque dos algoritmos genéticos funcionarem. Um esquema é uma representação capaz de descrever vários cromossomos simultaneamente. Para isso em um alelo existirá uma representação que simboliza que aquele alelo pode assumir qualquer valor dentro do alfabeto de genes. Dessa forma é possível gerar subconjuntos do esquema com valores similares (CASTRO e ZUBEN 2002).

“Teorema dos Esquemas: Esquemas com comprimento definitório curto, de ordem baixa, e com função de aptidão acima da média, têm um aumento exponencial de sua participação em gerações consecutivas de um algoritmo genético.” (CASTRO e ZUBEN 2002).

Este teorema garante que Esquemas pequenos e de baixa ordem contidos em bons cromossomos aumentam exponencialmente nas gerações seguintes, ao passo que esquemas contidos em cromossomos ruins tendem a desaparecer nas gerações seguintes.

5 MATERIAL E MÉTODO

Para realização deste trabalho foram coletados dados de temperatura medidos por um termógrafo Filotécnico da marca Milano, no período de 1997 a 2006 na Estação Agrometeorológica da Faculdade de Ciências Agrárias.

As implementações computacionais deste trabalho foram desenvolvidas utilizando os softwares Matlab (versão 7.4.0 R2007a), Origin (versão 6.0), SAS (versão 9.2) e Excel 2007, em micro-computadores Core 2 Quad com 2GB de memória e 250 GB de disco rígido do Laboratório Científico de Informática (LCI) do Departamento de Bioestatística do Instituto de Biociências da UNESP de Botucatu.

Os dados foram organizados em planilhas do programa Excel 2007, separados por anos e as planilhas foram utilizadas nos programas para entrada de dados. Utilizando-se dados de temperaturas horárias deste período foram feitas as médias e o desvio-padrão das temperaturas horárias, utilizando o software SAS (versão 9.2), para serem realizadas análises da distribuição dos dados. Utilizando o software Origin (versão 6.0) foram feitos os gráficos das variações da temperatura ao longo do dia, dos meses, das estações e dos anos. Com estes gráficos foram feitas as análises do comportamento das temperaturas horárias diárias, mensais, anuais e por estações do ano. Através destas análises é possível esboçar o comportamento da curva de temperatura.

Tendo conhecidas as distribuições da temperatura ao longo do dia, dos meses, das estações e do ano, são analisados os modelos matemáticos que se ajustam aos dados. Para a modelagem, foram utilizados 4 pontos para determinar o polinômio interpolador,

visto que em situações reais de campo, o agricultor tem poucas informações sobre valores de temperaturas diárias. Assim, trabalha-se com quatro medições ao longo do dia. Este número de medições foi determinado de forma a possibilitar uma boa aproximação, visto que as análises dos dados e gráficas evidenciaram que um polinômio de terceiro ou quarto grau ajustam-se aos dados, por conveniência para o agricultor optou-se em utilizar um polinômio de terceiro grau.

Em virtude de alguns dias não apresentarem todas as medições de temperaturas, foram feitas novas planilhas excluindo-se os dias com medições incompletas, e ainda uma nova planilha com as temperaturas médias horárias. Estas novas planilhas foram utilizadas para determinar os polinômios interpoladores. No software MATLAB foram implementados os métodos:

- Interpolação linear;
- Fórmula interpolatória de Lagrange;
- Fórmula interpolatória de Newton;
- Fórmula Interpolatória de Newton-Gregory;
- *Splines*.

Com estes algoritmos foram testados os 4 pontos de interpolação que apresentam melhor aproximação. Para determinar quais seriam estes pontos foi proposto o modelo de otimização discutido a seguir.

Escolha dos pontos ótimos de interpolação

Dado o conjunto de pontos (t_i, T_i) onde $i=1, 2, \dots, 24$, $t_i=i$ é a hora i do dia e T_i é a temperatura do dia na hora t_i , ou seja, t_i é a discretização do dia (tempo) em horas. Para determinar a curva de temperatura do dia, T (em graus), em função do tempo t (hora), é sugerido o uso de interpolação polinomial sobre 4 pontos $(x_j, T(x_j))$, $j=0, 1, 2, 3$.

O objetivo aqui é determinar quais os quatro pontos $(x_j, T(x_j))$ devem ser usados na interpolação, dentre os 24 pontos existentes, $\{(t_1, T(t_1)), (t_2, T(t_2)), \dots, (t_{24}, T(t_{24}))\}$ de modo a gerar o melhor polinômio interpolador $P(t)$, ou seja, determinar $(x_j, T(x_j))$, $j=0, 1, 2, 3$, tais que o erro dado por $\sum_{i=1}^{24} |P(t_i) - T(t_i)|$ seja o mínimo possível.

Para determinação destes pontos foi proposto um modelo de otimização que leva em consideração os seguintes conjuntos de horas do dia.

$$C1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\};$$

$$C2 = \{7, 8, 9, 10, 11, 12\};$$

$$C3 = \{13, 14, 15, 16, 17, 18\};$$

$$C4 = \{19, 20, 21, 22, 23, 24\}.$$

Os pontos x_0, x_1, x_2, x_3 , serão determinados de forma que:

- O primeiro ponto tem abscissa, x_0 , pertencente ao conjunto $\{t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6\}$;
- O segundo ponto tem abscissa, x_1 , pertencente ao conjunto $\{t_7, t_8, t_9, t_{10}, t_{11}, t_{12}\}$;
- O terceiro ponto tem abscissa, x_2 , pertencente ao conjunto $\{t_{13}, t_{14}, t_{15}, t_{16}, t_{17}, t_{18}\}$;
- O quarto ponto tem abscissa, x_3 , pertencente ao conjunto $\{t_{19}, t_{20}, t_{21}, t_{22}, t_{23}, t_{24}\}$.

Desta forma pode-se escrever:

$$x_0 = a_1 t_1 + a_2 t_2 + a_3 t_3 + a_4 t_4 + a_5 t_5 + a_6 t_6 \quad [28]$$

$$x_1 = b_1 t_7 + b_2 t_8 + b_3 t_9 + b_4 t_{10} + b_5 t_{11} + b_6 t_{12} \quad [29]$$

$$x_2 = c_1 t_{13} + c_2 t_{14} + c_3 t_{15} + c_4 t_{16} + c_5 t_{17} + c_6 t_{18} \quad [30]$$

$$x_3 = d_1 t_{19} + d_2 t_{20} + d_3 t_{21} + d_4 t_{22} + d_5 t_{23} + d_6 t_{24} \quad [31]$$

Com $a_k, b_k, c_k, e d_k, k=1, \dots, 6$, assumindo valor 0 ou 1 e ainda

$$\sum_{k=1}^6 a_k = 1, \quad \sum_{k=1}^6 b_k = 1, \quad \sum_{k=1}^6 c_k = 1 \quad e \quad \sum_{k=1}^6 d_k = 1 \quad [32]$$

Usando o método de interpolação de Lagrange, tem-se:

$$P(t) = T_0 l_0 + T_1 l_1 + T_2 l_2 + T_3 l_3 \quad [33]$$

Com $T_j = T(x_j), j=0, 1, \dots, 3$ e

$$l_0 = \frac{[(t - x_1)(t - x_2)(t - x_3)]}{[(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)(x_0 - x_3)]} \quad [34], \quad l_1 = \frac{[(t - x_0)(t - x_2)(t - x_3)]}{[(x_1 - x_0)(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)]} \quad [35],$$

$$l_2 = \frac{[(t-x_0)(t-x_1)(t-x_3)]}{[(x_2-x_0)(x_2-x_1)(x_2-x_3)]} \quad [36], \quad l_3 = \frac{[(t-x_0)(t-x_1)(t-x_2)]}{[(x_3-x_1)(x_3-x_2)(x_3-x_2)]} \quad [37]$$

A função erro a ser minimizada é dada por:

$$ERRO = \sum_{i=1}^{24} |P(t_i) - T(t_i)| \quad [38]$$

Com $P(t_i)$ sendo o polinômio interpolador de Lagrange $P(t)$ calculado em $t=t_i$ e $T(t_i)$ o valor da temperatura medida no instante t_i .

Assim, é proposto o seguinte modelo de otimização:

$$\text{Minimizar } \sum_{i=1}^{24} |P(t_i) - T(t_i)|$$

Sujeito a:

$$\left\{ \begin{array}{ll} \sum_{i=1}^6 a_i = 1 & \sum_{i=1}^6 b_i = 1 \\ \sum_{i=1}^6 c_i = 1 & \sum_{i=1}^6 d_i = 1 \\ x_0 = \sum_{i=1}^6 a_i t_i & x_1 = \sum_{i=1}^6 b_i t_{i+6} \\ x_2 = \sum_{i=1}^6 c_i t_{i+12} & x_3 = \sum_{i=1}^6 d_i t_{i+18} \\ a_i = 1 \text{ ou } 0, i = 1, \dots, 6 \\ b_i = 1 \text{ ou } 0, i = 1, \dots, 6 \\ c_i = 1 \text{ ou } 0, i = 1, \dots, 6 \\ d_i = 1 \text{ ou } 0, i = 1, \dots, 6 \end{array} \right.$$

Em que:

$$\begin{aligned}
P(t_i) = & T(x_0) \frac{(t_i - x_1)(t_i - x_2)(t_i - x_3)}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)(x_0 - x_3)} + T(x_1) \frac{(t_i - x_0)(t_i - x_2)(t_i - x_3)}{(x_1 - x_0)(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)} + \\
& T(x_2) \frac{(t_i - x_0)(t_i - x_1)(t_i - x_3)}{(x_2 - x_0)(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)} + T(x_3) \frac{(t_i - x_0)(t_i - x_1)(t_i - x_2)}{(x_3 - x_0)(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)} \quad [39]
\end{aligned}$$

O modelo proposto é um problema de programação não linear binária, que pode ser resolvido com técnicas de otimização apropriadas, conforme descrito na literatura. Neste trabalho optou-se pela utilização do Algoritmo Genético.

O AG utilizado possui as seguintes características:

- Em cada geração, a população apresenta 100 indivíduos.
- O número de gerações é 300.
- A taxa de seleção para “crossover” é 80%.
- A probabilidade de mutação é de 3%.

Também foi utilizado o processo de migração que consiste em trocar poucos membros da população por outros distintos para diversificar a população. Neste algoritmo foi determinada a troca de apenas um indivíduo por geração com probabilidade 0.1%. O “crossover” foi de apenas um ponto sorteado aleatoriamente em cada cruzamento.

O mesmo algoritmo foi utilizado para resolver o modelo, mas com aproximação da função usando *Spline*. Em ambos os casos foram utilizados todos os dias em que apresentavam medições completas no período de 1997 a 2006. A seguir foram determinados os polinômios com os melhores pontos de aproximação, ou seja, os pontos que em média apresentaram menor erro.

Atráves destes novos polinômios foi construída uma nova matriz com os valores obtidos nas demais horas, e foi calculado o erro médio dos métodos. Foram realizados cálculos de Graus-dias utilizando os polinômios determinados e os resultados foram comparados com o método proposto por Ometto. Para o cálculo dos Graus-dias foi utilizada a temperatura base de 20°C que é a temperatura base da cana-de-açúcar.

6 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os dados de temperatura horária correspondente ao período de 1997 a 2006 foram obtidos no departamento de Ciências Ambientais da UNESP Botucatu-SP. Estes dados foram coletados por um termógrafo Filotécnico da marca Milano. A estação meteorológica do departamento de Ciências Ambientais situa-se na Latitude 22°51' Sul, Longitude 48°26' e a 786m de altitude. De acordo com a classificação climática de Koppen, o clima de Botucatu é classificado como Cwa, caracterizado como temperado úmido, com inverno seco e verão quente.

Propõe-se neste trabalho, o uso de técnicas para modelagem matemática da temperatura, visando determinar funções matemáticas que descrevam as temperaturas diárias de um modo satisfatório, de tal forma que as curvas descritas pelas funções, auxiliem no cálculo de Graus-Dia, que é uma importante medida na área de produção agrícola. Com este intuito, foram realizados estudos com relação ao comportamento da curva de temperatura, escolha dos melhores pontos de interpolação e comparação da metodologia proposta com as técnicas mais usuais para cálculo de Graus-Dia, como descrito a seguir.

6.1 Comportamento da curva de temperatura

Com estes dados, calculou-se as temperaturas médias por ano, mês, estações do ano e ainda em intervalos de 15 dias para todas as horas do dia.

As figuras a seguir exemplificam o comportamento da curva das temperaturas. A figura 1 ilustra a forma da curva da temperatura diária média para todos os meses do ano. A figura 2 ilustra a forma da curva das temperaturas horárias nas 4 estações do ano. As figuras 3a e 3b ilustram a forma das curvas das temperaturas horárias diárias em intervalos de quinze dias.

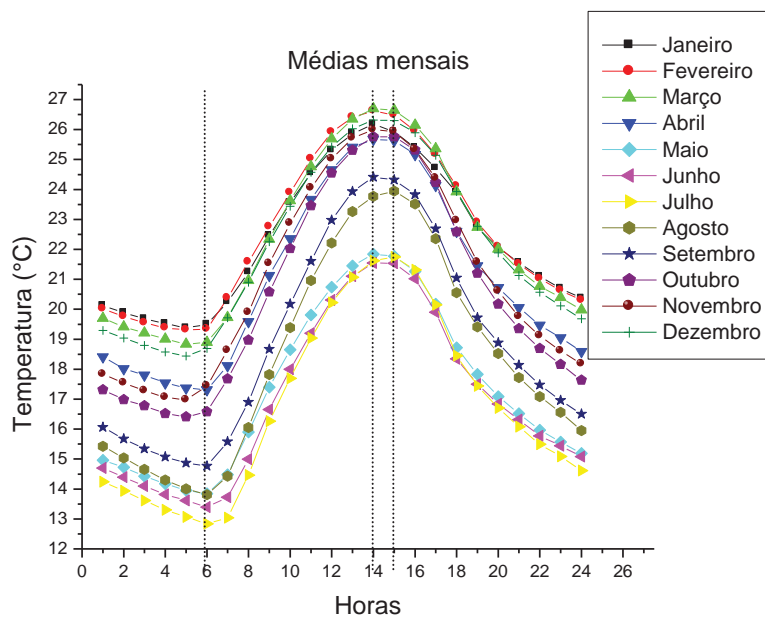


Figura 6.1: Temperaturas médias horárias mensais.

Como pode ser visto o comportamento da temperatura é semelhante ao longo do ano, a temperatura mínima ocorre sempre perto das 6 horas e a máxima entre 14 e 15 horas. Durante o ano, a temperatura média local varia de 12,84°C a 26,69°C. Porém a faixa na qual a temperatura varia, altera de mês para mês conforme mostra a figura 6.1. Este comportamento é o mesmo quando analisado por estações do ano, como apresentado a seguir:

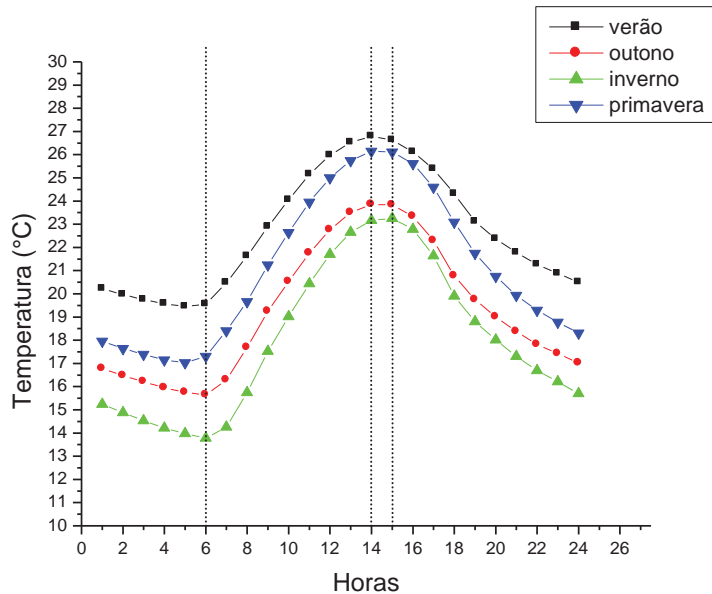


Figura 6.2: Temperaturas médias horárias por estações do ano.

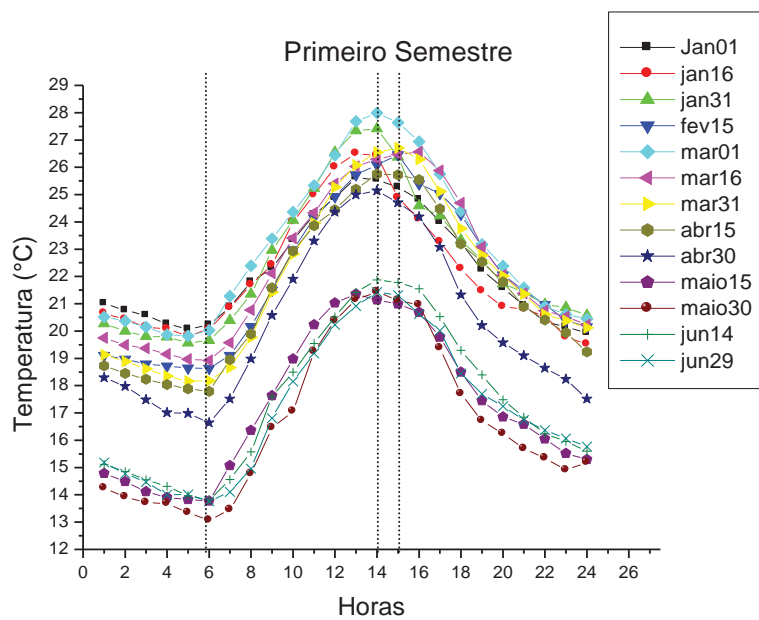


Figura 6.3a: Temperatura média horária em intervalos de quinze dias durante o primeiro semestre.

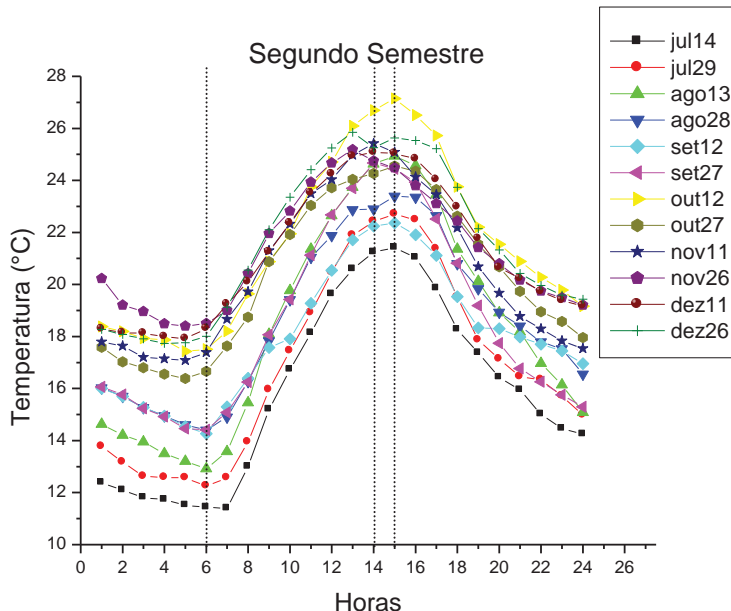


Figura 6.3b: Temperatura média horária em intervalos de quinze dias durante o segundo semestre.

Quando é realizada uma análise por dia em intervalos de 15 dias pode-se perceber uma grande diferença (aproximadamente 3°C) nos períodos de 30 de Abril e 15 de Maio como pode ser notado na figura 6.3a, sendo que nos demais períodos a diferença é menor. As temperaturas mais amenas ocorrem nos meses de Maio, Junho e Julho e as mais elevadas ocorrem nos meses de Janeiro, Fevereiro e Março.

Pelas figuras anteriores, pode ser notado que as temperaturas, diárias, mensais, anuais e por estações do ano apresentam a temperatura mínima na faixa das 6 às 7 horas, em que na maioria dos casos a temperatura mínima ocorre às 6 horas, e a máxima na faixa das 14 às 15 horas.

A tabela a seguir apresenta as temperaturas médias, mínimas e máximas ocorridas durante os anos de 1997 a 2006.

Tabela 6.1: Temperaturas máximas, médias e mínimas no período de 1997 a 2006

Ano	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Temperatura Mínima °C	3	6	5	1,8	3	3	4	4,5	5,5	3
Temperatura Média °C	20,5	20,3	19,9	20,3	20,3	20,5	19,7	19,1	19,8	19,6
Temperatura Máxima °C	35	33,4	34,6	34,4	32,5	36	35	34,5	33	34,5

A variação da temperatura média anual é relativamente alta visto que oscilou em aproximadamente 2 °C. O ano com temperaturas médias mais elevadas neste período foi 2002 e o com temperaturas médias mais amenas foi 2004. A Figura 6.4 a seguir ilustra esta situação.

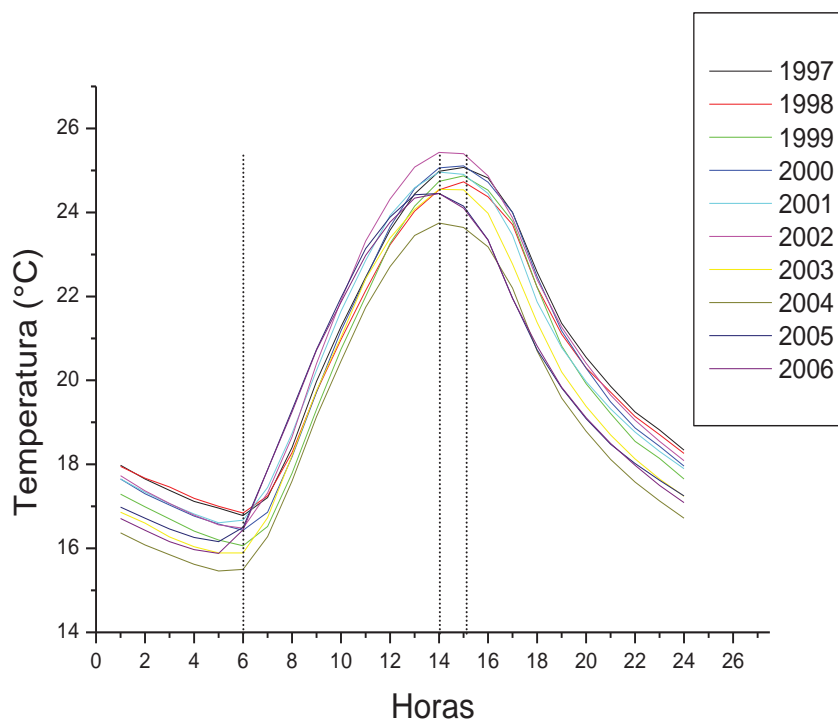


Figura 6.4: Temperaturas médias anuais no período de 1997-2005.

A variação ao longo do ano também é alta, como pode ser notado na figura 6.5, os desvios padrão variam entre 3 e 4 °C. Como ilustra a figura seguinte.

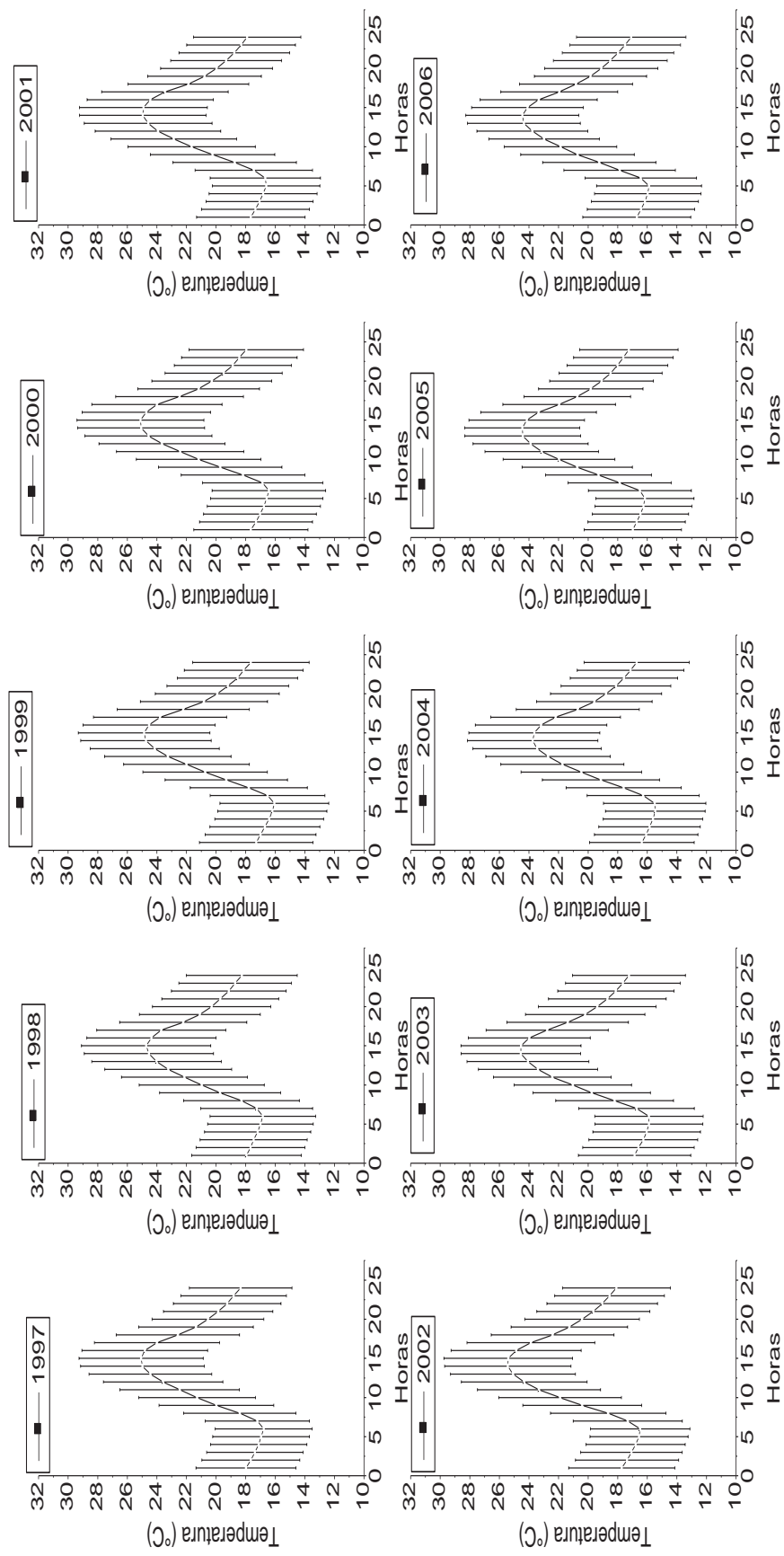


Figura 6.5: Temperaturas médias anuais com desvio padrão no período de 1997-2006.

As figuras a seguir mostram as variações das temperaturas máximas, mínimas e médias no período de 1997 à 2006. As temperaturas máximas e mínimas apresentam variações maiores que as temperaturas médias. A temperatura média anual variou de 19,1 a 20,5°C, a temperatura máxima anual variou de 32,5 a 36°C, a temperatura mínima variou de 1,8 a 6°C. Observando as figuras 6.6 e 6.7 pode-se notar que o comportamento das temperaturas mínimas e máximas não influenciou as variações das temperaturas médias.

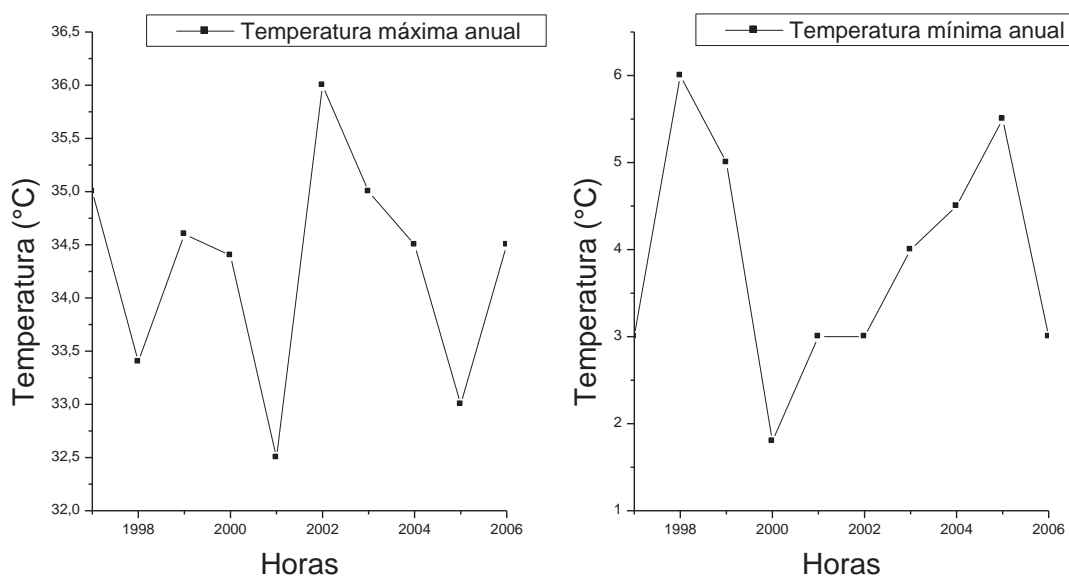


Figura 6.6: Variação das temperaturas máximas e mínimas no período de 1997 a 2006

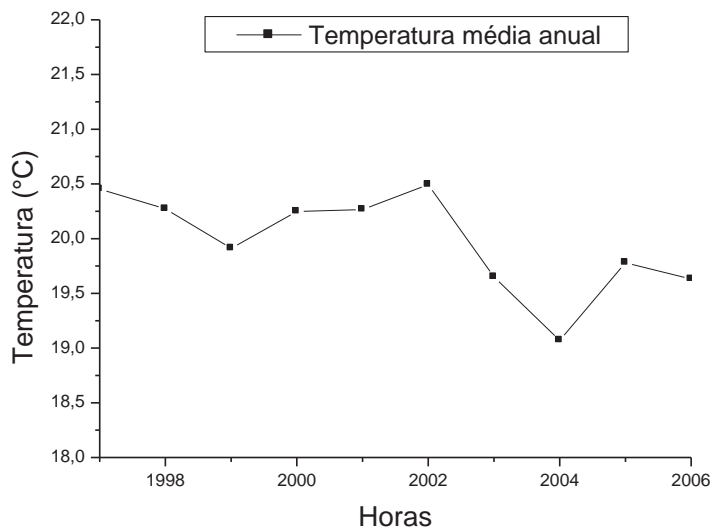


Figura 6.7: Variação das temperaturas médias anuais no período de 1997 a 2006

Observando as formas das curvas que descrevem as temperaturas diárias, foi proposta uma interpolação dos pontos por um polinômio de grau menor ou igual a três. Este número de pontos de interpolação foi escolhido devido à forma das curvas e ainda por ser viável a obtenção destas temperaturas pelo próprio gestor na área rural em apenas quatro horas do dia, não necessitando recorrer a estações meteorológicas ou a aquisição de equipamentos mais sofisticados para obter suas estimativas para o cálculo dos Graus-dia. A seguir serão discutidas as formas de obtenção dos melhores pontos para esta interpolação.

6.2 Escolha dos Pontos de Interpolação

Na escolha dos pontos de interpolação, a primeira idéia foi utilizar os pontos de abscissa $\{1, 6, 15, 24\}$, pois estes estão relacionados com as horas extremas do dia e com as temperaturas mínimas e máximas. Uma segunda abordagem para escolha destes pontos foi utilizar o modelo de otimização proposto em [38]. Para resolução deste modelo utilizou-se o algoritmo genético descrito no capítulo 4.

Para o conjunto de pontos $\{1, 6, 15, 24\}$ foram utilizados os métodos de Splines e Mínimos Quadrados para ajustar uma função cúbica aos dados. A Figura 6.8

ilustra as curvas obtidas para os polinômios interpoladores para um dia sorteado aleatoriamente.

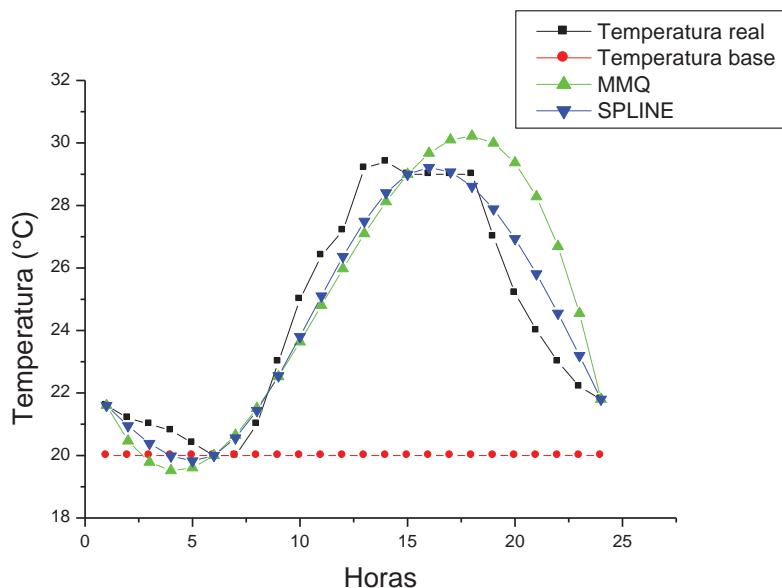


Figura 6.8 Polinômios de interpolação para o conjunto de pontos {1, 6, 15, 24}

As funções interpoladas foram utilizadas no cálculo de Graus-dias. Para isto foi determinada por integração a área da região delimitada pelas curvas das funções interpoladas e as retas que representam as temperaturas base da cultura. A Tabela 6.2 apresenta, como exemplo, uma comparação dos valores calculados para Graus-dia da cultura da cana-de-açúcar, no dia sorteado aleatoriamente (26/02/1997) com temperatura base inferior de 20°C e superior de 40°C. Os valores da tabela foram obtidos utilizando os métodos de Ometto, integração-Splines, integração-Mínimos Quadrados e o valor “real” obtido pelo método de 3/8 de Simpson utilizando às 24 horas do dia.

Tabela 6.2: Cálculo dos Graus-dias para o dia 26/02/1997 utilizando o conjunto {1, 6, 15, 24}

Dia	GD Real	GD SPLINE	GD Ometto	GD MMQ
26-02-1997	4,3906	4,3674	4,7	4,8467

A tabela a seguir apresenta os desvios médios entre os modelos mostrados e os dados reais.

Tabela 6.3: Comparação dos métodos para o cálculo dos Graus-dias em 26/02/1997

Pontos	Desvio Médio (OMETTO)	Desvio Médio em GD <i>SPLINE</i>	Desvio Médio em GD MMQ
1 - 6 -15- 24	0,3094	0,0232	0,4561

Observa-se que no dia sorteado, o melhor resultado foi utilizando o método de “Splines”, com um desvio médio muito pequeno quando comparado com o valor real. Porém, o método MMQ apresentou um resultado pior que o método de Ometto. Na tentativa de melhorar os resultados obtidos no cálculo dos Graus-dias, foi proposta a escolha dos pontos de interpolação a partir do modelo apresentado no Capítulo 5. As Figuras 6.9 e 6.10 apresentam os resultados dos melhores pontos para interpolação em todos os dias do ano pelos métodos de “Splines” e Mínimos quadrados.

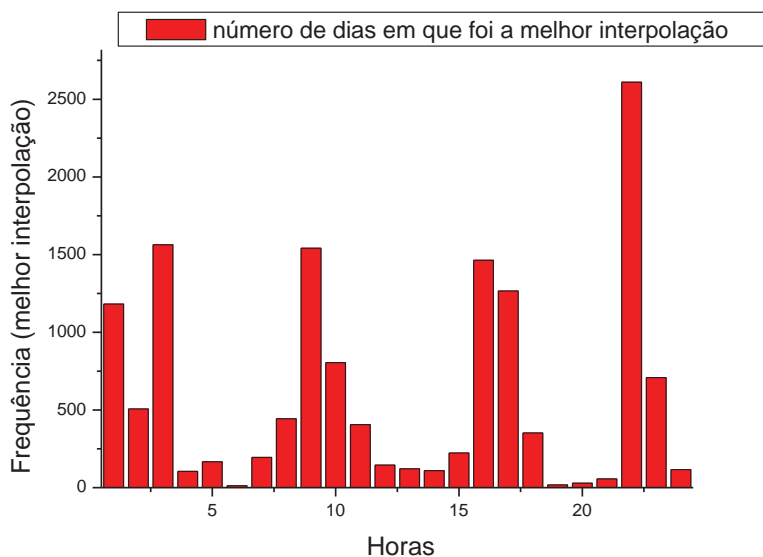
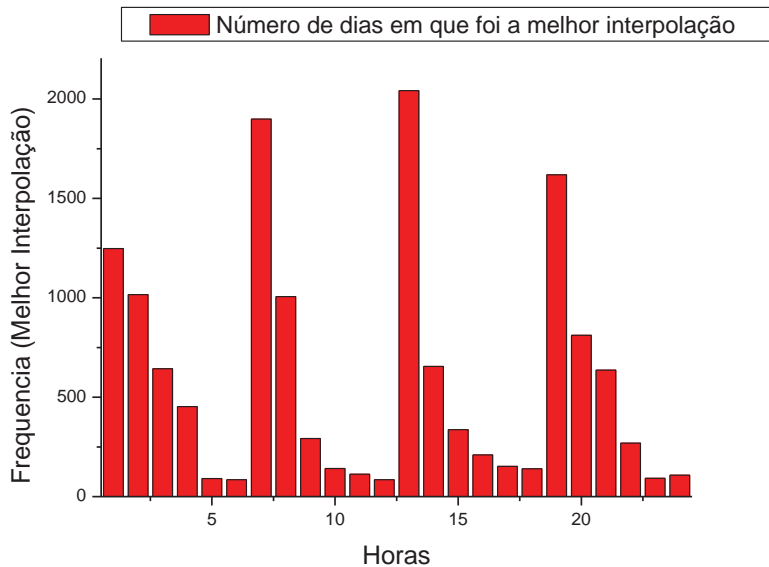


Figura 6.9: Melhores pontos de interpolação encontrados pelo modelo de otimização utilizando o método dos mínimos quadrados.



.....

Figura 6.10: Melhores pontos de interpolação determinados utilizando o modelo de otimização com o método de *SPLINES*

Os melhores pontos de interpolação encontrados pelo modelo de otimização com a utilização do método dos mínimos quadrados foram {3, 9, 16, 22} e com a utilização de *Splines* foram {2, 7, 13, 20}. A figura a seguir ilustra o comportamento das curvas destes polinômios no dia sorteado aleatoriamente.

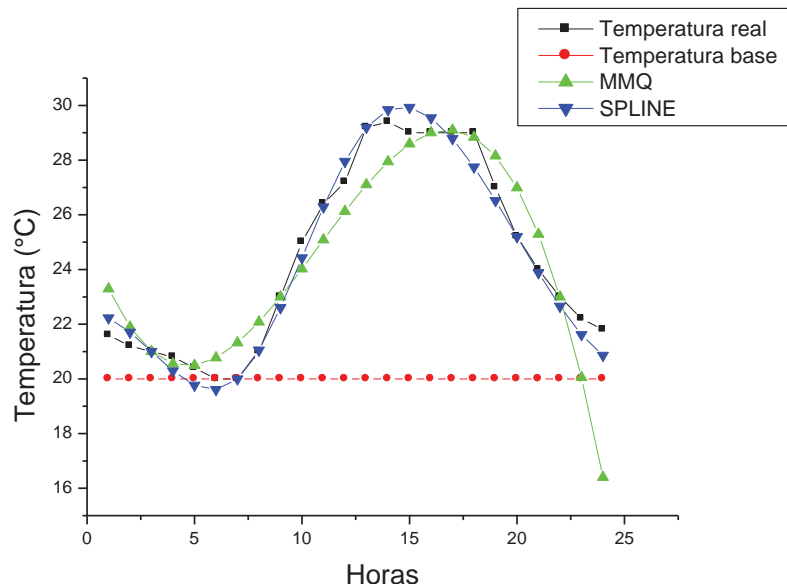


Figura 6.11: Comparação dos ajustes com os dados reais, para o dia 26/02/1997.

Da mesma forma foram calculados os valores dos Graus-dia para a cultura da cana-de-açúcar como discutido anteriormente, os resultados estão apresentados na tabela a seguir:

Tabela 6.4: Cálculo dos Graus-dia para o dia 26/02/1997 utilizando os melhores conjuntos para cada método.

Dia	GD Real	GD SPLINE	GD Ometto	GD MMQ
26-02-1997	4,3906	4,2786	4,7	4,3871

Observa-se que com a escolha destes novos pontos, o método MMQ apresenta o melhor resultado para o cálculo de graus-dia, enquanto que o método de “Spline” piorou, com relação ao valor real para este dia. Deve-se lembrar que o modelo proposto baseia-se nos erros médios totais, assim a avaliação para um único dia é pouco informativo, devendo ser analisado um período maior, como será visto a seguir.

Para uma análise mais abrangente, a tabela a seguir apresenta os desvios médios entre os valores das temperaturas estimados pelos modelos e os dados reais para o período de 1997 a 2006.

Tabela 6.5: Desvios médios entre os valores das temperaturas estimados pelos modelos matemáticos e os dados reais em °C.

Pontos	Erro Médio <i>SPLINE</i>	Erro Médio MMQ
3 - 9 -16- 22	1,0051	1,3008
2 - 7 - 13 - 22	0,8136	2,3643

O método que apresentou o menor erro médio foi o de *Splines*, apresentando um desvio médio de 0,8136, para o conjunto {2, 7, 13, 20}. Comparando este resultado com o obtido com o conjunto de pontos {1, 6, 15, 24}, onde o erro médio foi de 1,1757 também utilizando *Splines*.

Devido às discussões apresentadas, optou-se pelo cálculo dos graus-dias anuais utilizando os melhores pontos de interpolação conforme apresentado no ítem 6.3 a seguir.

6.3 Cálculo de Graus-dias para cultura da cana-de-açúcar

O modelo matemático de Graus-dias apresentado por Ometto (1981) foi comparado com a metodologia proposta utilizando os métodos de interpolação: Mínimos Quadrados e *Spline*, conforme discutido no item 6.2. Para isto, foram calculados os Graus-dia acumulados para cada ano desde 1997 até 2006, para a cultura da cana de açúcar, em que a temperatura base inferior é de 20°C e a superior de 40°C. Os resultados para cada ano estão apresentados a seguir:

Tabela 6.6: Cálculo dos Graus-dias por ano para a cultura da cana-de-açúcar no período de 1997 a 2006.

Ano	GD real	GD Ometto	GD Spline	GD MMQ
1997	769	848	732	786
1998	764	823	727	771
1999	727	795	687	715
2000	775	859	746	766
2001	757	828	730	776
2002	791	859	766	800
2003	643	677	622	660
2004	552	581	535	560
2005	616	664	618	629
2006	499	538	506	508

A tabela a seguir apresenta os erros médios no cálculo dos Graus-dia no período de 1997 a 2006, utilizando o método de Ometto e a metodologia proposta com os melhores pontos de interpolação.

Tabela 6.7: Erros médios no cálculo dos Graus-dias no período de 1997 a 2006, utilizando o método de Ometto e a metodologia proposta com os melhores pontos de interpolação.

Pontos	Erro Médio (OMETTO)	Erro Médio (GD <i>SPLINE</i>)	Erro Médio (GD MMQ)
3 - 9 -16- 22	0,3136	0,1906	0,2354
2 - 7 - 13 - 19	0,3136	0,1852	0,2691

O modelo de Ometto é atualmente o método mais utilizado no cálculo de Graus-dia. No entanto, pode ser visto que este apresenta um erro médio considerável quando comparado com a metodologia de cálculo de Graus-dia utilizando os métodos de Mínimos Quadrados e *SPLINES*. A cultura da cana tem um ciclo de duração de aproximadamente um ano e meio. Assim, no decorrer deste período o somatório dos erros cometidos acarreta uma diferença considerável no final do seu ciclo, que por sua vez pode acarretar prejuízos tanto econômicos, quanto técnicos. Desta forma, acredita-se que os métodos de Mínimos Quadrados e *Spline* são melhores ferramentas no cálculo dos Graus-dias do que os métodos frequentemente utilizados.

7 CONCLUSÃO

O trabalho visa determinar equações matemáticas que descrevam as temperaturas diárias, com o objetivo de usá-las nas tomadas de decisões e determinações de estimativas na área agrária. Foi desenvolvida uma aplicação no cálculo de Graus-Dia, que é uma importante medida na área de produção agrícola. A aplicação foi feita para a cultura da cana de açúcar. Para uniformizar e melhorar a qualidade dos resultados, foi proposto um modelo de otimização não linear para determinar os quatro melhores pontos a serem interpolados, de forma a diminuir o desvio total entre o modelo matemático e os dados reais. O modelo de otimização foi resolvido utilizando Algoritmo Genético.

Os resultados alcançados foram bastante promissores, visto que os métodos abordados são simples e de fácil implementação. Com a utilização das técnicas de Otimização, os resultados apresentaram grande melhoria na qualidade, pois o desvio total, entre os modelos e os dados reais diminuiu muito. O modelo matemático, proposto para o cálculo dos Graus-dia apresentou uma boa performance, visto que reduziu em mais de 50% os erros médios cometidos, quando comparado com o método de Ometto, que dentre os utilizados atualmente é o que melhor se aproxima dos valores reais. Esta diferença é muito significativa em culturas que necessitam de um total de Graus-dias elevado ou que apresentam uma temperatura base alta como é o caso da cultura da cana-de-açúcar.

8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICA

ALMEIDA, F. S.; GONÇALVES, L. Efeitos da temperatura e do alimento no desenvolvimento de *Dysdercus maurus* Distant (Hemiptera, Pyrhocoridae). **Revista Brasileira de Entomologia**, São Paulo, v. 51, n. 4, oct./dec., 2007.

ALMEIDA, H. A.; SÁ, D. F. Estimativa das temperaturas médias, máximas e mínimas mensais e anuais do sudoeste da Bahia. **Revista Theobroma**, Ilhéus, v. 14, n. 2, p. 135-142, 1984.

ARAGON, F. F.; TOLEDO PIZA, J. A. N. Avaliação global da incidência de radiação solar em superfícies topográficas. **Energia na Agricultura**, Botucatu, v. 7, n. 1, p. 26-40, 1992.

ARENALES, S.; DAREZO, A. **Cálculo numérico aprendizagem com apoio de software**. São Paulo: Thomson, 2008. 364 p.

ARNOLD, C. Y. The determination and significance of the base temperature in a linear heat unit system. **Proceedings of the American Society for Horticultural Science**, Alexandria, v. 74, p. 430-445, 1959.

ASSAD, E. D. et al. Impacto das mudanças climáticas no zoneamento agroclimático do café no Brasil. **Revista Pesquisa Agropecuária Brasileira**, Brasília, DF, v. 39, n. 11, p. 1057-1064, 2004.

BARBANO, M. T. et al. Temperatura-base e acúmulo térmico no sub-período semeadura-florescimento masculino em cultivares de milho no Estado de São Paulo. **Revista Brasileira de Agrometeorologia**, Santa Maria, v. 9, n. 2, p. 261-268, 2001.

BARTELS, R. H.; BEATTY, J. C.; BARSKY, B. A. **An introduction to Splines for use in computer graphics and geometric modeling**. Los Altos: Morgan Kaufmann, 1987. 476 p.

BASSANEZI, R. C. **Ensino e aprendizagem com modelagem matemática**. 2. ed. São Paulo: Contexto, 2006. 387 p.

BIETO, J. A.; TALON, M. **Fisiologia y bioquímica vegetal**. Madrid: McGraw-Hill, 1996. p. 537-553.

BUNGE, M. **Teoria e realidade**. São Paulo: Perspectiva, 1974. 243 p.

CAMARGO, M. B. P. **Exigências bioclimáticas e estimativa para quatro cultivares de soja no estado de São Paulo**. 1984. 96 f. Dissertação (Mestrado em Agronomia)-Escola Superior de Agronomia Luiz de Queiroz, Universidade de São Paulo, Piracicaba, 1984.

CASTRO, L. D.; ZUBEN, F. V. **Algoritmos genéticos**. 2002. 25p.

COELHO, D. T.; DALE, R. F. An energy-crop growth variable and temperature function for predicting corn growth and development: planting to silking. **Agronomy Journal**, Madison, v. 72, p. 503-510, 1980.

COELHO, D. T.; SEDYAMA, G.; VIEIRA, M. Estimativas das temperaturas médias mensais e anuais no Estado de Minas Gerais. **Revista Ceres**, Viçosa, MG, v. 20, n. 112, p. 455-459, 1973.

COTTLE, H. J. Vegetation on north and south slopes of mountains in southwestern Texas. **Ecology**, Tempe, v. 13, n. 2, p. 121-134, 1932.

DE JONG, K. A. **An analysis of the behavior of a class of genetic adaptive systems**. 1975. Doctoral Dissertation (Computer and Communication Sciences)-University of Michigan, Ann Arbor, 1975.

DEVANS, J. S.; BURKHART, H. E. Polinmorphic site index equations for loblolly pine based on a segmented polynomial diferential model. **Forest Science**, Lawrence, v. 28, p. 544-55, 1982.

DUFAULT, R. J. Determining heat unit requirements for broccoli in coastal South Carolina. **Journal of the American Society for Horticultural Science**, Alexandria, v. 122, n. 2, p. 169-174, 1997.

EUBANK, R. L. Approximate regression models and *splines*. **Communications in Statistics Theory and Methods**, New York, v. 13, n. 4, p. 433-484,1984.

FLORIANO, E. P. Germinação e dormência de sementes florestais, **Caderno Didático**, Santa Rosa, n. 2, 2004. 19 p.

FOWLER, J. A. P.; BIANCHETTI, A. **Dormência em sementes florestais**. Colombo: EMBRAPA Florestas, 2000. 27 p.

FOX JUNIOR, F. A. et al. **Arizona irrigation scheduling – AZSCHEd ver. 1. 01**: Users manual. Arizona: University of Arizona, 1992. 36 p.

HOLLAND, J. Hierarchical descriptions, universal spaces and adaptive systems. In: BURKS, A. W. **Essays on cellular automata**. Illinois: University of Illinois, 1970.

HOLLAND, J. **Adaptation in natural and artificial systems**. 2. ed. Cambridge: MIT Press, 1992. 211 p.

GOLDBERG, D. E. **Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning**. Boston: Addison-Wesley, 1989. 372 p.

GRODZKI, L. et al. Riscos de ocorrência de geada no estado do Paraná. **Revista Brasileira de Agrometeorologia**, Santa Maria, v. 4, p. 93-99, 1996.

GUISCHEM, J. M. et al. Crescimento e desenvolvimento da cultura do milho (*Zea mays* L.) em semeadura tardia e sua relação com graus-dia e radiação solar global. **Revista Brasileira de Agrometeorologia**, Santa Maria, v. 9, n. 2, p 251-260, 2001.

HESKETH, J. D.; WARRINGTON, J. J. Corn growth response to temperature: rate and duration of leaf emergence. **Agronomy Journal**, Madison, v. 81, p 1225-1232, 1989.

INFELD, J. A.; SILVA, J. B. Somas térmicas da duração da fase vegetativa do arroz irrigado (*Oryza sativa* L.). In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AGROMETOROLOGIA, 5., 1987, Belém, **Anais...** Belém: SBA, 1987. p. 160-161.

KALNAY, E.; CAI, M. Impact of urbanization and land-use change on climate. **Nature**, London, v. 423, p. 528-531, 2003.

KIRCHENER, F. F. et al. O uso de funções *Spline* no cálculo de volume de arvores. **Revista Floresta**, Curitiba, v. 19, n.1, p. 116-122, 1989.

KRAMER, P. J.; KOZLOWSKI, T. **Fisiologia das árvores**. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1972. 745 p.

LATANZE, R. J. **Estudos ecológicos do feijoeiro (*Phseolus vulgaris* L.):** efeitos das exposições norte e sul. 1973. 109 f. Tese (Doutorado em Ciência do Solo)-Faculdade de Ciências Agrárias e Veterinárias, Universidade Estadual Paulista, Jaboticabal, 1973.

LIMA, E. P. **Graus-dia, temperatura base e coeficientes de cultura para cafeeiros arábica em fase de implantação.** 2006. 116 f. Tese (Doutorado em Engenharia Agrícola/Irrigação e Drenagem)-Universidade Federal de Lavras, Lavras, 2006.

LIMA, E. D.; SILVA, E. L. Temperatura base, coeficiente de cultura e graus-dia para cafeeiro arábica em fase de implementação. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental**, Campina Grande, v. 12, n. 3, p. 266-273, 2008.

LIMA, M. et al. Relação entre as unidades de frio e o rendimento das safras de maçã de 1997 a 2002 em Fraiburgo. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AGROMETEOROLOGIA, 13., 2003, Santa Maria. **Anais...**, Santa Maria:UFSM, 2003. p. 457. 1 CD-ROM.

LIU, C. J. **On single tree height increment with spline approximation.** Kentucky: University of Kentucky. 1976. 6p. (Technical Report).

LIVRAMENTO, S. **Algoritmo genético para o problema de localização de recursos em rede telefônica**. 2004. 90 f. Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação)-Instituto de Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2004.

LOPES, L. R. **Efeitos da exposição sobre o microclima da cultura do sorgo (*Sorghum vulgare Pers.*)**. 1973. 105 f. Tese (Doutorado)-Faculdade de Ciências Agrárias e Veterinárias, Universidade Estadual Paulista, Jaboticabal, 1973.

LOZADA, B. I.; ANGELOCCI, L. R. Determinação da temperatura base e de graus-dia para estimativa de duração do subperíodo da semeadura à floração de um híbrido de milho (*Zea mays*). **Revista Brasileira de Agrometeorologia**, Santa Maria, v. 7, n. 1, p. 31-36, 1999.

MARIN, F.; PANDORFI, H.; FERREIRA, A. S. Estimativas das temperaturas máximas, médias e mínimas mensais para o Brasil. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AGROMETEOROLOGIA, 13., 2003, Santa Maria. **Anais...** Santa Maria: CBA, 2003, p. 761-762.

MASSIGNAM, A. M.; DITTRICH, R. C. Estimativa do número médio e da probabilidade mensal de ocorrência de geadas para o estado de Santa Catarina. **Revista Brasileira de Agrometeorologia**, Santa Maria, v. 6, n. 2, p. 213-220, 1998.

MASSIGNAM, A. M. et al. Probabilidade de ocorrência do total anual de horas de frio (HF_{7,2}) em Santa Catarina. **Revista Brasileira de Agrometeorologia**, Santa Maria, v. 14, n. 3, p. 301-308, 2006.

MAX, T. A.; BURKHART, H. E. Segmented polynomial regression applied to taper equation. **Forest Science**, Lawrence, v. 22, p. 361-369, 1976.

MIRANDA, M. N. Algoritmos genéticos: fundamentos e aplicações. 2009. Disponível em: <<http://www.nce.ufrj.br/GINAPE/VIDA/alggenet.htm>>. Acesso em: 10 mar. 2011.

NERY, J. T.; SELUCHI, M.; BRYNSZTEIN, S. Modelo de previsão estatística de geada para a região de Maringá. **Revista Brasileira de Agrometeorologia**, Santa Maria, v. 3, p. 97-101, 1995.

OMETTO, J.C. **Bioclimatologia vegetal**. São Paulo, Agronômica Ceres, 1981. 440 p.

PINTO, H. S.; ALFONSI, R. R. Estimativa das temperaturas médias e mínimas mensais no estado do Paraná, em função da altitude e da latitude. **Caderno de Ciências da Terra**, São Paulo, n. 23, 1974, 20 p.

PINTO, H. S.; ORTOLONI, A. A.; ALFONSI, R. R. Estimativas das temperaturas médias mensais do estado de São Paulo. **Caderno de Ciências da Terra**, São Paulo, n. 2, 1972, 29 p.

PRELA, A.; RIBEIRO A. M. A. Determinação de graus-dia acumulados e sua aplicação no planejamento do cultivo de feijão-vagem (*Phaseolus vulgaris* L.) para Londrina-PR. **Revista Brasileira de Agrometeorologia**, Santa Maria, v. 10, n. 1, p. 83-86, 2002.

PRETT, S. Comparison of seasonal thermal indices for menurament of corn maturity in a prairie environment. **Canadian Journal of Plant Science**, Ottawa, v. 72, n. 4, p. 1157-1162, 1992.

SALATI, E.; SANTO, A. A.; NOBRE, C. As mudanças climáticas globais e seus efeitos nos ecossistemas brasileiros. 2002. Disponível em: <<http://www.comciencia.br/reportagens/clima/clima14.htm>>. Acesso em: 12 abr. 2010.

SILVA, J. B. et al. Disponibilidade de horas de frio ($hf < 7,2^{\circ}\text{C}$) na encosta da serra do sudeste, em Pelotas - RS. **Revista Brasileira de Agrometeorologia**, Santa Maria, v. 10, n. 1, p. 113-122, 2002.

SLACK, D. C. et al. Growing-degree-days based crop coefficients for irrigation management. In: CONGRESSO NACIONAL ASSOCIACION MEXICANA DE INGENIERIA AGRICOLA, 4., 1994, Cuautitlán Ízcali. **Anais...**Cuautitlán Ízcali: Asociacion Mexicana de Ingenieria Agricola, 1994. p. 7-13.

SMITH, M.; WANG, T. B. S. P.; MSANGA, H. P. Dormancy and germination. In: VOZZO, J. A. **Tropical tree seed manual**. Washington: USDA Forest Service, 2003. p. 149-176.

SNYDER, R. L. Hand calculating degree days. **Agricultural and Forest Meteorology**, Amsterdam, v. 35, n. 1/4, p. 353-358, 1985.

SOUZA, P. R. Alguns aspectos de influência do clima e temperatura sobre a cultura do arroz irrigado no sul do Brasil. **Lavoura Arrozeira**, Porto Alegre, v. 43, n. 389, p. 9-22, 1990.

THOMAS, C.D. et al. Extinction risk from climate change. **Nature**, London, v. 427, p. 145-148, 2004.

TOLLERNAR, M.; DAYNARD, T. B.; HUNTER, R. B. Effect of temperature on rate of leaf appearance and flowering date in maize. **Crop Science**, Madison, v. 19, p. 363-366, 1979.

TURCO, J. E. P. et al. Desenvolvimento da cultura da soja em diferentes terrenos com diferentes exposições e declividades. **Engenharia Agrícola**, Jaboticabal, v. 17, n. 02, p. 21-28, 1997.

VIANELLO, R. L.; ALVES, A. R. **Meteorologia básica e aplicações**. Viçosa, MG: UFV, 1991. 449 p.

WARINGTON, I. J.; KANEMASU, E. T. Corn growth response to temperature and photoperiod, 1, seedling emergence, tassel initiation and anthesis. **Agronomy Journal**, Madison, n. 75, p. 154-180, 1983.

WUTKE, E. B. et al. Estimativa de temperatura base e graus-dia para feijoeiro nas diferentes fases fenológicas. **Revista Brasileira de Agrometeorologia**, Santa Maria, v. 8, n. 1, p. 55-61, 2000.

YANG, S.; LOGAN, J.; COFFEY, D. Mathematical formulae for calculating the base temperature for growing degree-days. **Agricultural and Forest Meteorology**, Amsterdam, v. 74, n. 1, p. 61-74, 1995.

