

**PREDIÇÃO ANALÍTICA DO MOVIMENTO
ROTACIONAL DE SATÉLITES
ESTABILIZADOS POR ROTAÇÃO**

Gabriel Borderes Motta

Gabriel Borderes Motta

Predição Analítica do Movimento Rotacional de Satélites Estabilizados por Rotação

Dissertação de Mestrado apresentada à
Faculdade de Engenharia do Campus
de Guaratinguetá, Universidade Estadual
Paulista, para a obtenção do título de
Mestre em Física.

Orientador: Profa. Dra. Maria Cecília F. Paula Santos Zanardi

GUARATINGUETÁ

2014

B728p Borderes Motta, Gabriel
Predição analítica do movimento rotacional de satélites estabilizados
por rotação / Gabriel Borderes Motta – Guaratinguetá : [s.n], 2014.
154 f : il.
Bibliografia: f. 111-118

Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de
Engenharia de Guaratinguetá, 2014.
Orientadora: Profa. Dra. Maria Cecília F. Paula Santos Zanardi

1. Satélites artificiais 2. Torque 3. Aerodinâmica I. Título

CDU 629.783(043)

GABRIEL BORDERES MOTTA

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
“MESTRE EM FÍSICA”

PROGRAMA: FÍSICA

APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO


Prof. Dr. Ernesto Vieira Neto
Coordenador

BANCA EXAMINADORA:


Prof.^ª. Dr.^ª. MARIA CECILIA FRANÇA DE PAULA SANTOS ZANARDI
UNESP/FEG


Prof. Dr. RAFAEL SFAIR DE OLIVEIRA
UNESP/FEG


Prof. Dr. HELIO KOITI KUGA
INPE

Fevereiro de 2014

DADOS CURRICULARES

GABRIEL BORDERES MOTTA

NASCIMENTO 14.08.1989 – Itajaí / Brasil

FILIAÇÃO Fernando da Silva Motta
Tânia Regina Borderes Motta

2007/2011 Curso de Graduação
Bacharelado em Física - Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá
Universidade Estadual Paulista-UNESP

2012/2013 Curso de Pós-Graduação em Física, Nivel de Mestrado
Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá
Universidade Estadual Paulista-UNESP

*Dedico este trabalho à minha família, aos meus amigos,
minha namorada e aos meus professores, pois todos são
responsáveis por eu chegar onde cheguei.*

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar a Deus criador de todas as coisas visíveis e invisíveis. Agradeço por minha vida, inteligência, força de vontade, família, amigos e mestres,

à minha orientadora Profa. Dra. Maria Cecília França de Paula S. Zanardi que jamais deixou de me incentivar ao decorrer do trabalho e do curso. Sem a sua orientação, dedicação e auxílio, o estudo aqui apresentado seria impossível,

aos meus pais Fernando e Tânia, e minhas irmãs Mariana e Isabel, que apesar das dificuldades me deram base e apoio para concluir meus estudos,

à minha namorada Bárbara Celi Braga Camargo e aos meus amigos que sempre proporcionaram boa companhia, momentos de alegria e apoio quando precisei, sei que por eles e graças a eles evoluo continuamente

e a meus colegas de turma que batalharam ao meu lado nesta importante jornada.

Este trabalho contou com o suporte financeiro da
Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de
Nível Superior - **CAPES**

*“Existem muitas hipóteses em ciência que estão erradas. Isso é
perfeitamente aceitável, elas são a abertura para achar as que
estão certas.”*

Carl Sagan

BORDERES MOTTA, G. Predição Analítica do Movimento Rotacional de Satélites Estabilizados por Rotação. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Física) - Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, UNESP, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2014.

Resumo

Uma abordagem analítica para o movimento rotacional de satélites artificiais estabilizados por rotação é apresentada, considerando os satélites em órbita elíptica de baixa excentricidade e a influência conjunta do torque aerodinâmico, o torque de gradiente de gravidade, o torque magnético residual, o torque magnético devido às correntes de Foucault e o torque de pressão de radiação solar. Modelos matemáticos são apresentados para todos os torques e os componentes médios de cada torque são determinados para um período orbital. O torque médio já inclui os principais efeitos de cada torque sobre o movimento rotacional e são necessários nas equações do movimento. As equações do movimento são descritas em termos do módulo da velocidade angular de rotação do satélite, da declinação e da ascensão reta do eixo de rotação do satélite. Uma solução analítica para as equações do movimento rotacional é determinada, considerando os valores dos torques externos médios em um período orbital, sendo válida para um período orbital. Por esta solução observa-se que o torque gradiente de gravidade e torque magnético devido às correntes de Foucault afetam o módulo da velocidade angular de rotação, contribuindo também para as variações temporais da ascensão reta e declinação do eixo de rotação, associadas com a precessão e deriva do eixo de rotação do satélite. O torque magnético residual, o torque aerodinâmico e o torque de pressão de radiação solar afetam apenas a ascensão reta e declinação do eixo de rotação, pois o componente que afeta a velocidade de rotação é nulo nestes torques. Aplicações são realizadas para os Satélites de Coleta de Dados Brasileiros SCD1 e SCD2, através de uma primeira abordagem com atualização diária dos dados de atitude e órbita e uma segunda abordagem sem a atualização diária destes dados. Os resultados mostram uma boa concordância entre os resultados obtidos pela teoria e os dados fornecidos pelo Centro de Controle de Satélites do INPE na primeira abordagem para um período de 40 dias. Para a abordagem sem atualização os resultados mostram-se adequados apenas por três dias de simulação. Para validar a solução analítica são também verificados o erro de apontamento (desvio do eixo de rotação calculado pela teoria com o eixo de rotação real) e o ângulo de aspecto solar, sendo que os desvios obtidos encontram-se dentro das precisões requeridas para as missões destes satélites.

PALAVRAS-CHAVE: Torques Ambientais. Aerodinâmico. Gradiente de Gravidade. Pressão de Radiação Solar. Residual. Correntes de Foucault. Satélites estabilizados por rotação.

BORDERES MOTTA, G. Analytical Prediction of the rotational motion of the spin-stabilized satellite. Master's Degree Paper (Master's degree in Physics) - Engineering College of Guaratinguetá, UNESP, São Paulo State University, Guaratinguetá, 2014.

Abstract

The aim of this paper is to analyze the joint action of the aerodynamic torque, gravity gradient torque, residual magnetic torque, magnetic torque due to the Foucault currents and solar radiation pressure torque on the rotational motion of spin-stabilized artificial satellites. The mathematical model for these torques are determined for a cylindrical satellite, and their components are determined in a satellite fixed system. Analytical solutions are gotten for the equation of motion and these solutions are numerically implemented and the results are compared with the actual data Satellites Brazilian Data Collection - SCD1 and SCD2, provided by INPE. This solution is valid for an orbital period. Through this solution, it is noticed that the gravity gradient torque and the magnetic torque due to the Foucault currents affects the spin velocity and the spin axis. The temporal variations of right ascension and declination of the spin axis causes the precession and drift of the spin axis. The residual magnetic torque, the aerodynamic torque and the solar radiation pressure torque, does not affect the spin velocity because the component that affect the spin velocity is null in these torques. Applications are made for the Brazilian Data Collection Satellites SCD1 and SCD2, through a first approach with daily updates of the attitude and orbit data, and a second approach without the daily update of these data. The results show a good agreement between the results obtained by theory and data supplied by the Satellite Control Center of INPE in the first approach during 40 days. For the approach without updates, the results prove to be suitable only for 3 days of simulation. To validate the analytical solution, the pointing error (deviation from the rotational axis calculated by theory with the actual rotational axis) and the solar aspect angle are checked, being that the deviations obtained were within the required precisions for the missions of these satellites. The approach accomplished in this paper can be useful in the analysis of the missions of the Brazilian satellites.

KEYWORDS:Environmental torque. Aerodynamic. Gravity gradient. Direct solar radiation pressure torque. Residual. Foucault currents. Spin-stabilized artificial satellite.

Lista de Abreviaturas e Siglas

CCS	Centro de Controle de Satélite
CM	Centro de Massa
CP	Centro de Pressão
GAM	Propagador de atitude que utiliza os Torques de Gradiente de Gravidade, Aerodinâmico e Magnéticos
GSAM	Propagador de atitude que utiliza os Torques de Gradiente de Gravidade, Radiação Solar, Aerodinâmico e Magnéticos
INPE	Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
SCD1	Primeiro Satélite de Coleta de Dados Brasileiro
SCD2	Segundo Satélite de Coleta de Dados Brasileiro
TA	Torque Aerodinâmico
TGG	Torque de Gradiente de Gravidade
TMI	Torque Magnético Devido às Correntes Induzidas de Foucault
TMR	Torque Magnético Residual
TRS	Torque de Pressão de Radiação Solar

Lista de Símbolos

a	Semi-eixo maior da órbita do satélite
a_{Terra}	Semi-eixo maior da órbita da Terra
B	Módulo do campo geomagnético
c	Módulo da velocidade de luz
C_A	Coefficiente aerodinâmico
D	Módulo da força de arrasto
e	Excentricidade
F_{GG}	Módulo da força de gradiente de gravidade
F_{RS}	Módulo da força de radiação solar
h	Momento angular
I	Inclinação orbital
L	Módulo do momento angular
L_S	Módulo da Força de sustentação
l	Módulo do momento magnético terrestre
M_S	Módulo do momento magnético do satélite
bm	Módulo do braço do momento
N_A	Módulo do torque aerodinâmico
N_{GG}	Módulo do torque de gradiente de gravidade
N_{MR}	Módulo do torque magnético residual
N_{MI}	Módulo do torque magnético induzido
N_{RS}	Módulo do torque de pressão de radiação solar
p	Semilactus da órbita do satélite
p_F	Parâmetro de Foucault
R	Distância satélite-Sol
R_*	Distância elemento de superfície-Sol
R_S	Distância Terra-Sol
R_T	Raio da Terra
r	Distância elemento de superfície-centro de massa do satélite
r_*	Distância centro de massa da Terra-centro de massa do satélite
r_{GG}	Distância elemento de massa-centro de massa do satélite
r_{GG*}	Distância elemento de massa-centro de massa do Terra
S	Área transversal de referência
S_0	Constante solar
T	Período orbital
V	Potencial escalar de um dipolo magnético
V_S	Módulo da velocidade do satélite
V_t	Módulo da velocidade do satélite em relação à atmosfera

W	Velocidade de rotação do satélite
α	Ascensão reta do eixo de rotação do satélite
α_S	Ascensão reta da posição do Sol
β_m	Inclinação do vetor de dipolo magnético da Terra
β_{RS}	Coefficiente de reflexão especular
γ_{RS}	Coefficiente de reflexão total
γ_S	Ângulo entre o vetor posição e o vetor velocidade do satélite
δ	Declinação do eixo de rotação do satélite
δ_S	Declinação da posição do Sol
ε	Erro de apontamento
η_m	longitude da intersecção dos planos equatorial e equatorial geomagnético
θ	Ângulo de rotação do satélite
θ_i	Ângulo de incidência
λ	Comprimento característico
μ	Constante gravitacional
μ_0	Permeabilidade magnética
ν	Anomalia verdadeira
$\bar{\nu}$	Latitude verdadeira
ρ	Densidade atmosférica local
ϱ	Ângulo de aspecto solar
Ω	Longitude do nodo ascendente
ω	argumento do pericentro

Lista de Figuras

3.1	Representação do Sistema Geocêntrico $O'XYZ$	11
3.2	Representação do Sistema Equatorial $OXYZ$	12
3.3	Representação do Sistema do Satélite $Oxyz$	13
3.4	Representação do Sistema Orbital $O'x_Sy_Sz_S$	14
3.5	Representação do Sistema Magnético $O'x_my_mz_m$	14
3.6	Sistema do satélite ($Oxyz$) e sistema principal ($Ox^*y^*z^*$)	18
4.1	Esquematização do Torque Aerodinâmico N_A	22
4.2	Definição do ângulo γ_S	23
5.1	Geometria da incidência da luz solar sobre o elemento de superfície.	32
5.2	Posicionamento do CM do satélite e do elemento de superfície em relação ao Sol.	33
5.3	Disposição dos vetores que unem o satélite, a Terra e o Sol.	34
5.4	Superfícies iluminadas do satélite cilíndrico.	36
5.5	Coordenadas cilíndricas para a base S_1 do satélite.	37
5.6	Esquematização lateral iluminada S_2	38
6.1	Posicionamento do elemento de massa dm em relação ao sistema orbital.	45
7.1	Criação de correntes induzidas de Foucault em um disco condutor em movimento	54
9.1	Esquematização do Erro de Apontamento	65
9.2	Esquematização do Ângulo de Aspecto Solar	67
9.3	Restrição para o ângulo de aspecto solar para o SCD1	68
9.4	- Restrição para o ângulo de aspecto solar para o SCD2	69
10.1	Ascensão Reta do Eixo de Rotação no SCD1- Com atualização diária de dados	75
10.2	Declinação do Eixo de Rotação no SCD1- Com atualização diária de dados	76
10.3	Velocidade de Rotação no SCD1- Com atualização diária de dados	76
10.4	Ângulo de Aspecto Solar no SCD1- Com atualização diária de dados	77

10.5	Diferença da Ascensão Reta do Eixo de Rotação no SCD1- Com atualização diária de dados	77
10.6	Diferença da Declinação do Eixo de Rotação no SCD1- Com atualização diária de dados	78
10.7	Diferença da Velocidade de Rotação no SCD1- Com atualização diária de dados	78
10.8	Diferença do Ângulo de Aspecto Solar no SCD1- Com atualização diária de dados	79
10.9	Erro de Apontamento no SCD1- Com atualização diária de dados	79
10.10	Ascensão Reta do Eixo de Rotação no SCD2- Com atualização diária de dados	80
10.11	Declinação do Eixo de Rotação no SCD2- Com atualização diária de dados	81
10.12	Velocidade de Rotação no SCD2- Com atualização diária de dados	81
10.13	Ângulo de Aspecto Solar no SCD2- Com atualização diária de dados	82
10.14	Diferença da Ascensão Reta do Eixo de Rotação no SCD2- Com atualização diária de dados	82
10.15	Diferença da Declinação do Eixo de Rotação no SCD2- Com atualização diária de dados	83
10.16	Diferença da Velocidade de Rotação no SCD2- Com atualização diária de dados	83
10.17	Diferença do Ângulo de Aspecto Solar no SCD2- Com atualização diária de dados	84
10.18	Erro de Apontamento no SCD2- Com atualização diária de dados	84
10.19	Magnitude dos Torques para o SCD1	86
10.20	Magnitude dos Torques para o SCD2	87
10.21	Magnitude dos Torques para o SCD1-Escala logarítmica	87
10.22	Magnitude dos Torques para o SCD2-Escala logarítmica	88
10.23	Ascensão Reta do Eixo de Rotação no SCD1- Sem atualização diária de dados-de 27 a 28/07/1993	90
10.24	Declinação do Eixo de Rotação no SCD1- Sem atualização diária de dados-de 27 a 28/07/1993	90
10.25	Velocidade de Rotação no SCD1- Sem atualização diária de dados-de 27 a 28/07/1993	91
10.26	Ascensão Reta do Eixo de Rotação no SCD1- Sem atualização diária de dados-de 25 a 26/08/1993	92
10.27	Declinação do Eixo de Rotação no SCD1- Sem atualização diária de dados-de 25 a 26/08/1993	92
10.28	Velocidade de Rotação no SCD1- Sem atualização diária de dados-de 25 a 26/08/1993	93

10.29	Ascensão Reta do Eixo de Rotação no SCD1- Sem atualização diária de dados-de 27 a 30/08/1993	94
10.30	Declinação do Eixo de Rotação no SCD1- Sem atualização diária de dados-de 27 a 30/08/1993	94
10.31	Velocidade de Rotação no SCD1- Sem atualização diária de dados-de 27 a 30/08/1993	95
10.32	Ascensão Reta do Eixo de Rotação no SCD2- Sem atualização diária de dados-de 9 a 11/02/2002	96
10.33	Declinação do Eixo de Rotação no SCD2- Sem atualização diária de dados-de 9 a 11/02/2002	97
10.34	Velocidade de Rotação no SCD2- Sem atualização diária de dados-de 9 a 11/02/2002	97
10.35	Ascensão Reta do Eixo de Rotação no SCD2- Sem atualização diária de dados-de 12 a 23/02/2002	99
10.36	Declinação do Eixo de Rotação no SCD2- Sem atualização diária de dados-de 12 a 23/02/2002	99
10.37	Velocidade de Rotação no SCD2- Sem atualização diária de dados-de 12 a 23/02/2002	100
10.38	Ascensão Reta do Eixo de Rotação no SCD2- Sem atualização diária de dados-de 5 a 7/03/2002	101
10.39	Declinação do Eixo de Rotação no SCD2- Sem atualização diária de dados-de 5 a 7/03/2002	102
10.40	Velocidade de Rotação no SCD2- Sem atualização diária de dados-de 5 a 7/03/2002	102
10.41	Ascensão Reta do Eixo de Rotação(SCD1)	104
10.42	Declinação do Eixo de Rotação(SCD1)	104
10.43	Velocidade de Rotação(SCD1)	105
10.44	Ascensão Reta do Eixo de Rotação(SCD2)	105
10.45	Declinação do Eixo de Rotação(SCD2)	106
10.46	Velocidade de Rotação(SCD2)	106

Lista de Tabelas

10.1 Média Aritmética	85
10.2 Diferença dos Parâmetros e erro para o intervalo de 27 a 28/07/1993 para o SCD1	91
10.3 Diferença dos Parâmetros e erro para o intervalo de 25 a 26/08/1993 para o SCD1	93
10.4 Diferença dos Parâmetros e erro para o intervalo de 27 a 30/08/1993 para o SCD1	95
10.5 Diferença dos Parâmetros e erro para o intervalo de 9 a 11/02/2002 para o SCD2	98
10.6 Diferença dos Parâmetros e erro para o intervalo de 12 a 23/02/2002 para o SCD2	100
10.7 Diferença dos Parâmetros e erro para o intervalo de 5 a 7/03/2002 para o SCD2	103
A.1 Valores das Constantes K_{nj}	121
A.2 Valores das Constantes a_i	121
A.3 Valores das Constantes p_n	121
B.1 Ascensão Reta e Declinação do Sola para o Intervalo de Simulação do SCD1123	
B.2 Ascensão Reta e Declinação do Sola para o Intervalo de Simulação do SCD2124	
C.1 Momento Magnético do Satélite e Parâmetro de Foucault para o SCD1	126
C.2 Momento Magnético do Satélite e Parâmetro de Foucault para o SCD2	127
D.1 Ascensão Reta, Declinação do Eixo de Rotação e Velocidade de Rotação	129
E.1 SCD1	131
E.2 Diferença no SCD1	132
E.3 SCD2	133
E.4 Diferença no SCD2	134

Sumário

Dados curriculares	i
Agradecimentos	iii
Lista de Figuras	xiii
Lista de Tabelas	xiv
1 Introdução	1
1.1 Objetivos	3
1.2 Justificativa e Motivação	3
1.3 Sequência do trabalho	4
2 Revisão Bibliográfica	6
3 Sistemas de Coordenadas	11
3.1 Sistema de Coordenadas Geocêntrico	11
3.2 Sistema de Coordenadas Equatorial	12
3.3 Sistema de Coordenadas do Satélite	12
3.4 Sistema de Coordenadas Principal	13
3.5 Sistema de Coordenadas Orbital	13
3.6 Sistema de Coordenadas Magnético	14
3.7 Relações Entre Sistemas de Coordenadas	15
3.7.1 Sistema de Coordenadas Equatorial e do Satélite	15
3.7.2 Sistema de Coordenadas Geocêntrico e Orbital	16
3.7.3 Sistemas de Coordenadas do Satélite e Orbital	17
3.7.4 Sistemas de Coordenadas do Satélite e Principal	17
3.7.5 Sistemas de Coordenadas Orbital e Principal	18
3.7.6 Sistemas de Coordenadas Equatorial e Principal	19
3.7.7 Sistema de Coordenadas Equatorial e Magnético	20
4 Torque Aerodinâmico	21
4.1 Os componentes da Força de Arrasto	23
4.2 Componentes do Torque Aerodinâmico	25
4.3 Determinação dos Componentes do Torque Aerodinâmico Médio	26

4.4	Modelo de Densidade Atmosférica TD88	28
5	Torque de Radiação Solar Direta	30
5.1	Conceito de Força e Torque de Pressão de Radiação Solar	30
5.2	Torque de Radiação Solar e Seus Componentes	31
5.3	Aplicação ao Satélite Cilíndrico	36
5.4	Determinação dos Componentes do Torque de Pressão de Radiação Solar Médio	41
6	Torque de Gradiente de Gravidade	44
6.1	Modelo matemático para o torque de gradiente de gravidade	44
6.1.1	Componentes da força gravitacional atuante em um elemento de massa	44
6.1.2	Torque de gradiente de gravidade no sistema principal	47
6.2	Torque de gradiente de gravidade no sistema do satélite	47
6.3	Determinação dos componentes do torque de gradiente de gravidade médio	48
7	Torques Magnéticos	51
7.1	Campo Magnético Terrestre	51
7.2	Torque Magnético Residual	52
7.2.1	Determinação dos Componentes do Torque Magnético Residual Médio	53
7.3	Torque Magnético Devido às Correntes Induzidas de Foucault	54
7.3.1	Determinação dos Componentes do Torque Magnético Devido às Correntes Induzidas de Foucault Médio	55
8	Abordagem Analítica para as Equações do Movimento	57
8.1	Equações do movimento	57
8.2	Soluções analíticas para as Equações do Movimento	59
8.2.1	Soluções Analíticas para a Velocidade de Rotação	59
8.2.2	Soluções Analíticas para a Declinação do Eixo de Rotação	60
8.2.3	Soluções Analíticas para a Ascensão Reta do Eixo de Rotação	62
9	Erro de Apontamento e Ângulo de Aspecto Solar	64
9.1	Erro de Apontamento	64
9.1.1	Cálculo do Erro de Apontamento	65
9.2	Ângulo de Aspecto Solar	66
9.2.1	Cálculo do Ângulo de Aspecto Solar	69
10	Simulações Numéricas	71
10.1	Os Satélites Brasileiros de Coleta de Dados	71
10.2	Simulações com Atualização Diária de Dados	74

10.2.1	SCD1	74
10.2.2	SCD2	79
10.2.3	Médias e Comparações	84
10.3	Simulações sem Atualização Diária de Dados	88
10.3.1	SCD1	89
10.3.2	SCD2	95
10.3.3	Comportamento sem Atualização Diária de Dados em 40 Dias . . .	103
REFERÊNCIAS		112
Apêndices		120
A Constantes do Modelo TD88		121
B Coordenadas do Sol		123
C Momento Magnético dos Satélites e Parâmetro de Foucault		126
D Dados dos Satélites SCD1 e SCD2 fornecidos pelo CCS/INPE		129
E Dados das simulações com Atualização de Dados		131

Capítulo 1

Introdução

Atualmente missões espaciais envolvendo satélites artificiais são indispensáveis e cada vez mais frequentes. Estas missões dependem da posição e orientação em que os satélites se encontram no espaço, em relação a um sistema de referência fixo na Terra. Entretanto, o meio onde estes orbitam está sob ação contínua de forças de diversas naturezas. As forças que agem sobre o satélite causam torques que podem ser descritos por modelos teóricos. A análise da atitude de satélites na presença de torques externos pode ser realizada através da determinação de soluções para as equações dinâmicas de Euler, que descrevem o movimento rotacional do satélite, nas quais são incluídas as parcelas dos torques ambientais. Neste trabalho o enfoque é dado aos satélites estabilizados por rotação.

As equações do movimento para satélites estabilizados por rotação são equações diferenciais de primeira ordem que descrevem o comportamento temporal da ascensão reta (α), da declinação do eixo de rotação (δ) e da velocidade de rotação (W), que dependem dos torques ambientais que por sua vez são dados em termos dos ângulos orbitais e de aspectos físicos ligados à natureza destes torques. Neste trabalho é considerado que a órbita do satélite ao redor da Terra é conhecida, aproximada inicialmente pela órbita Kepleriana, sendo posteriormente incluídas as principais variações devido ao achatamento da Terra na longitude de nodo ascendente (Ω) e argumento do perigeu (ω). Os torques a serem considerados neste trabalho são o torque aerodinâmico (TA), o torque de gradiente de gravidade (TGG), o torque magnético residual (TMR), o torque magnético devido às correntes induzidas de Foucault (TMI) e o torque de radiação solar (TRS), os quais devem ser expressos em um sistema fixo no satélite.

As forças gravitacionais surgem devido ao campo gravitacional gerado pelos planetas e corpos que possuem massa. O TGG ocorre devido ao gradiente de força gravitacional existente entre diferentes pontos do satélite, dependendo da distribuição de massa e da forma do satélite (PISACANE & MOORE, 1994), através dos momentos principais de inércia do satélite. Os três componentes médios deste torque no sistema fixo no satélite são discutidas detalhadamente em Chiaradia (2007), Pereira (2011) e anardi, Pereira & Chiaradia(2012).

As forças aerodinâmicas são criadas pela colisão das moléculas de ar rarefeito da alta atmosfera com a superfície do satélite. Quando o ponto de aplicação da resultante dessas forças não coincide com o centro de massa do satélite essa força da origem ao TA. Este torque é predominante em satélites de baixa altitude (com perigeu menor que quatrocentos quilômetros), uma vez que depende da quantidade de moléculas de ar na atmosfera da Terra (ZANARDI, 2005). Em termos da órbita do satélite, a atuação da força aerodinâmica diminui a velocidade do satélite no perigeu, causando, com o tempo, a diminuição do semieixo orbital, acarretando a circularização da órbita, diminuindo a vida útil do satélite (PISACANE & MOORE, 1994). Para o modelo do TA foram consideradas simplificações de modo a ser possível uma abordagem semi analítica na busca de uma solução para as equações do movimento rotacional. Tais simplificações consideraram o TA associado apenas à força de arrasto, com o coeficiente de arrasto e a área de superfície transversal constantes, a atmosfera da Terra estática, a densidade atmosférica assumindo um valor numérico fornecido pelo modelo TD88 (SEHNAL & POSPÍSILOVÁ, 1988) e a braço de momento considerado fixo. Devido as simplificações realizadas o componente do TA no eixo de rotação é nula, de modo que este torque não afeta a velocidade de rotação do satélite estabilizado por rotação. Detalhes deste modelo e a determinação de seus componentes médios são discutidos em Chiaradia (2010), Pereira (2011) e Zanardi, Pereira & Chiaradia(2012).

Devido ao material de que são feitos e dos circuitos internos, os satélites interagem com o campo geomagnético produzindo torques magnéticos. Os principais efeitos causados por essas interações, que são fonte dos torques magnéticos, são o momento magnético do satélite, as correntes de Foucault e a histerese, sendo o momento magnético do satélite usualmente a fonte dominante. Em geral, no projeto do satélite é selecionado um material estrutural adequado de modo que as demais fontes resultem em torques magnéticos negligenciáveis (QUIRELLI, 2002). O torque magnético residual ocorre principalmente devido ao momento magnético ao longo do eixo de rotação do satélite (WERTZ, 1978) que contribui para uma lenta precessão do eixo de rotação. Já o torque devido às correntes de Foucault surge devido ao movimento de rotação do satélite e às correntes induzidas de Foucault que circulam pelas superfícies metálicas do satélite, causando um decaimento exponencial da velocidade de rotação.

Em suas órbitas os satélites estão sujeitos à radiação proveniente de diversas fontes, sendo a mais relevante o Sol. Pelo choque desta radiação com a superfície do satélite há uma troca de momento que dá origem a força de radiação solar, que por sua vez gera o TRS. A força de radiação solar pode ser obtida utilizando-se as taxas de reflexão difusa e especular dos fótons, da taxa de absorção dos fótons e do fluxo de radiação. Em Zanardi & Vilhena de Moraes (1999) é apresentado o modelo do TRS aplicado a um satélite cilíndrico, incluindo a sombra da Terra. Em Motta (2011), este mesmo modelo é aplicado ao satélite estabilizado por rotação, considerando o satélite sempre iluminado.

Detalhes deste modelo e a determinação de seus componentes médios são discutidos em Motta (2011) e Zanardi & Vilhena de Moraes (1999). Devido às considerações adotadas, o componente do torque do eixo de rotação do satélite é nulo.

No desenvolvimento deste trabalho são introduzidos os componentes médios do TA, do TGG, do TMR, do TMI e do TRS para um período orbital. Sendo assim, a soma dos torques é aplicada às equações do movimento de forma a se obter uma solução analítica para estas equações, válida para um período orbital. As simulações são realizadas através de duas abordagens: Na primeira abordagem o propagador proposto funciona durante o decorrer de um dia e seu resultado é comparado com os dados do dia seguinte, sendo que estes dados foram fornecidos pelo Centro de Controle de Satélites do INPE (CCS/INPE) e compreende um intervalo de 40 dia de dados de atitude para o SCD1 e outros 40 dia para o SCD2. Dessa forma, nesta abordagem ao fim de cada dia os dados são atualizados usando os dados reais do CCS/INPE; Na segunda abordagem o propagador funciona por dias sem essa atualização.

1.1 Objetivos

O objetivo principal deste trabalho é determinar soluções analíticas para as equações do movimento rotacional de satélites estabilizados por rotação utilizando os torques ambientais aqui estudados nas equações do movimento rotacional.

Para validar as soluções analíticas são avaliados o erro de apontamento (desvio entre o eixo de rotação real e o eixo de rotação calculado pela teoria) e o ângulo de aspecto solar (ângulo entre o eixo de rotação teórico e a direção de incidência da luz solar sobre o satélite). Para validar a teoria apresentada é calculado o desvio quadrático médio.

Aplicações são realizadas com os dados reais dos Satélites Brasileiros de Coleta de Dados – SCD1 e SCD2, comparando os resultados obtidos com os dados reais.

Em especial é verificado se o ângulo de aspecto solar se encontra dentro das restrições requeridas pelas missões dos satélites SCD1 e SCD2.

1.2 Justificativa e Motivação

Este trabalho se justifica pelo aprimoramento e pela validação das abordagens analíticas anteriormente desenvolvidas (QUIRELLI, 2002; CHIARADIA, 2007; CHIARADIA, 2010; MOTTA, 2011), nas quais cada torque externo foi incluído nas equações do movimento, e a exemplo de Pereira (2011) que aplicou conjuntamente os torques magnéticos em modelo de quadripolo, torque aerodinâmico e torque e gradiente de gravidade. Neste trabalho são aplicados conjuntamente os mesmos torques que em Pereira(2011) mais o torque de radiação solar. Nos torques magnéticos foi utilizado o modelo de vetor de dipolo para o campo geomagnético, o que possibilitou o cálculo dos torques a cada implementação

numérica, diferente de Pereira (2011), que devido a complexidade computacional, calculou o torque a cada dia e os manteve constante durante as simulações para o mesmo dia. Deste modo estará disponível junto ao Grupo de Dinâmica Orbital e Planetologia da UNESP um propagador analítico de atitude mais realista para satélites estabilizados por rotação, o qual utiliza o software MATLAB para realizar as implementações numéricas necessárias e poderá ser útil na análise de futuras missões de satélites brasileiros estabilizados por rotação.

1.3 Sequência do trabalho

Na sequência deste trabalho é apresentado no Capítulo 2 uma revisão bibliográfica de alguns trabalhos relacionados com o enfoque principal desta dissertação.

No Capítulo 3 são introduzidos os sistemas de referência e matrizes de rotação que são necessárias ao desenvolvimento deste trabalho.

O Capítulo 4 introduz o TA e os diversos parâmetros envolvidos no modelo deste torque, incluindo o modelo TD88 que é utilizado para descrever a densidade atmosférica. Os componentes médios do TA no sistema de referência fixo no satélite, necessárias nas equações do movimento, são também determinados.

No Capítulo 5 é apresentado o modelo matemático para o TGG e a determinação de seus componentes no sistema de referência fixo no satélite.

O Capítulo 6 introduz os modelos matemáticos para os TRS, destacando o modelo para aplicação de um satélite cilíndrico e considerando que este seja iluminado durante todo o período orbital. Os componentes médios do torque de radiação solar no sistema fixo no satélite são determinados.

O Capítulo 7 introduz os modelos matemáticos para o TMR e o TMI, destacando o modelo de dipolo para o campo geomagnético e os demais parâmetros envolvidos. Os componentes médios dos torques magnéticos no sistema fixo no satélite são determinados.

No Capítulo 8 são determinadas as equações do movimento rotacional de um satélite estabilizado por rotação, para as quais são obtidas soluções analíticas para quando os torques externos atuam conjuntamente.

O Capítulo 9 apresenta a determinação do erro de apontamento e do ângulo de aspecto solar, respectivamente, em termos da ascensão reta e declinação do eixo de rotação do satélite e apresenta o modelo de desvio médio quadrático.

No Capítulo é realizada a implementação numérica das soluções analíticas para a velocidade de rotação, ascensão reta e declinação do eixo de rotação com os dados dos satélites SCD1 e SCD2. Como as aplicações da teoria desenvolvida são realizadas para um intervalo maior do que um período orbital, os elementos orbitais são atualizados levando-se em conta as principais influências do achatamento da Terra. Duas abordagens são realizadas: na primeira todos os dados de atitude e órbita são atualizados a cada 24 horas com

os dados fornecidos pelo CCS/INPE e na segunda estes dados não são atualizados. O comportamento temporal do erro de apontamento e ângulo de aspecto solar são avaliados para essas duas abordagens. Também são realizadas comparações entre as médias e desvios quadráticos médio de erros relacionadas com os componentes da atitude do satélite, erro de apontamento, do ângulo de aspecto solar . São comparados com resultados de Pereira (2011) e uma variação do propagador aqui proposto que só considera os torques magnéticos.

Finalmente são apresentadas as conclusões e comentários finais sobre o trabalho desenvolvido.

Capítulo 2

Revisão Bibliográfica

Vários estudos relacionados à análise da atitude de satélites artificiais têm sido feitos com o objetivo de descrever as interações existentes entre as fontes de campo gravitacional, força de arrasto, pressão de radiação solar, campo magnético a bordo do satélite e a indução do campo magnético da Terra. Desta forma serão introduzidos neste capítulo alguns comentários sobre trabalhos relacionados com a análise da dinâmica envolvida com o movimento rotacional de satélites artificiais estabilizados por rotação, os quais estão mais diretamente relacionados com o desenvolvimento deste trabalho.

E. Y. Yu (1963) faz uma análise de problemas dinâmicos do satélite Telstar estabilizado por rotação, a qual é caracterizada pelo decaimento da velocidade de rotação, amortecimento da precessão e deslocamento do eixo de rotação. Os três fenômenos mencionados são gerados predominantemente pelos torques devido às correntes de Foucault e ao magnético residual, com o campo geomagnético descrito pela modelo de dipolo. Observa-se também que o eixo de rotação deveria ser o de máximo momento de inércia por causa da energia dissipada, visto que o satélite não é um corpo perfeitamente rígido.

A proposta de Garber (1963) é demonstrar o efeito constante de um torque perturbador sobre um corpo estabilizado por gradiente de gravidade. O problema mostrou-se de natureza altamente não linear, como indica o fato de o ângulo de arfagem em declive levar à instabilidade do movimento de rolamento-guinada, evidenciando que o princípio de superposição é limitado na análise de satélites estabilizados por gradiente de gravidade.

Thomas e Capellari (1964) apresentam técnicas para predição e determinação de atitude para satélites estabilizados por rotação, onde são utilizados dados dos satélites Telstar I e II. Neste trabalho é utilizado o modelo de vetor de dipolo para o campo magnético da Terra e o método de cálculo da média tanto para o torque de gradiente de gravidade quanto para o torque magnético residual foram determinados para um período orbital. Também são combinados dados que são fornecidos por sensores de atitude a bordo do satélite para determinar a atitude. Todas as técnicas são consolidadas em programas computacionais que seguem próximos a análise matemática apresentada.

Shrivastava e Modi (1983) fazem uma revisão do que havia sido estudado até então

sobre forças ambientais que agem sobre um satélite e o efeito de distúrbios ambientais na atitude do satélite. Apresentaram métodos de controle de atitude baseados no uso das forças de gradiente de gravidade, de pressão de radiação solar, aerodinâmica e de campo magnético. Enfim discutiram sobre forças ambientais e naves flexíveis.

Kuga, Ferreira e Guedes (1987) propõem uma modelagem dinâmica simplificada para o movimento rotacional de satélites de Coleta de Dados Brasileiros, que são estabilizados por rotação. O objetivo é analisar o sistema de estabilização e propor esquemas de controle de atitude, considerando a utilização de bobinas magnéticas, denominadas bobinas de torque que geram um campo paralelo ao eixo de rotação do satélite. Os principais torques perturbadores modelados são os torques magnéticos de controle (gerados pela ativação da bobina magnética) e residuais, torques devido às correntes de Foucault e torques devido ao gradiente de gravidade. Os resultados mostram uma natureza oscilatória na declinação do eixo de rotação, devido a três frequências que aparecem implicitamente na equação diferencial para a declinação: a frequência orbital, a frequência de rotação da Terra e a frequência de precessão do nodo ascendente da órbita. A ascensão reta do eixo de rotação contém somente uma parte de natureza oscilatória, complementada por um termo secular que depende do componente do campo geomagnético no eixo Ox do satélite o qual produz a taxa de precessão. A parte oscilatória mostra a frequência da precessão nodal mais acentuada.

Zanardi (1993) analisa o movimento rotacional de satélites artificiais com o formalismo hamiltoniano, utilizando as variáveis de Andoyer e incluindo o torque de pressão de radiação solar e torque de gradiente de gravidade. Aplicações são realizadas para um satélite fictício de formato cilíndrico. Os componentes dos torque de radiação solar são determinados no sistema principal do satélite e as equações do movimento são válidas para sistemas não conservativos, tendo sido considerado o efeito da sombra da Terra.

Chen et al (2000) propuseram usar métodos de estabilidade aerodinâmica e de gradiente de gravidade em conjunto para obter os três eixos de estabilização em micro satélite operando em órbita circular com 500km de altitude. Foram desconsideradas perturbações de outros torques. Com apenas o torque de gradiente de gravidade, os ângulos de rolamento e arfagem divergem gradualmente do ângulo inicial, mas o movimento de guinada continua oscilando. Quando foi adicionado o torque aerodinâmico, o movimento de guinada converge para próximo de zero em aproximadamente uma órbita. Em outras palavras, obtiveram uma estabilização de três eixos para micro satélites.

Mitchell e Richardson (2001) calculam as equações de Euler que descrevem a rotação de um corpo rígido sob ação de um torque arbitrário através de transformações lineares que levam a um conjunto simplificado de equações diferenciais ordinárias de primeira ordem. Uma solução analítica trivial foi obtida juntamente com duas constantes de integração. Duas representações adicionais para a terceira constante de integração são escolhidas para completar os dois novos conjuntos de elementos cinéticos que descrevem uma solução

similar, usando variação de parâmetros.

Zanardi e Real (2003) analisam a variação da magnitude do TA, atuante sobre um satélite artificial, utilizando o modelo termosférico TD88 (SEHNAL POSPISILOVÁ, 1988), em função da altitude que o mesmo se encontra em relação à superfície da Terra. Os modelos dos torques de gradiente de gravidade e magnéticos são também discutidos. É realizada uma comparação da magnitude destes torques ambientais para diversas altitudes em relação a Terra, sendo possível determinar a região em que cada torque predomina durante a órbita do satélite.

Em Sidorenko (2002) o movimento de atitude de um satélite artificial carregando um forte ímã foi estudado. As primeiras aproximações para as integrais do problema, ou seja, invariantes adiabáticas, são indicadas. As propriedades básicas do movimento do satélite próximo das precessões regulares com variações lentas dos parâmetros são estabelecidas por meio da análise dos invariantes adiabáticos.

Sarychen, Guerman e Paglione (2003) analisam números de orientações de equilíbrio de satélites sob ação do campo gravitacional e de torques constantes. Eles encontraram resultados que os permitiram descrever a mudança de número de orientação em equilíbrio como uma função de três parâmetros. Segundo este trabalho, quando o torque é suficientemente pequeno existem 24 posições de equilíbrio para o satélite e quando é suficientemente grande não há posição de equilíbrio.

Maciejewski e Przybylska (2003) analisam a integrabilidade de um sistema dinâmico que descreve o movimento rotacional de um satélite rígido sob influencia dos campos gravitacional e magnético. Com a ajuda da álgebra computacional tentaram encontrar integral primeira polinomial ou racional do sistema, mas não conseguiram. Para valores fixos gerados numericamente as Seções de Poincaré do sistema mostraram que evidentemente o sistema não é integrável. Admitindo algumas simplificações afirmam que o problema de um satélite rígido simétrico em uma órbita circular nem sempre é integrável.

Zanardi, Assis e Kuga (2004) apresentam os procedimentos necessários para se obter os componentes do torque magnético residual médio para um período orbital em um sistema fixo no satélite, considerando o satélite estabilizado por rotação, em órbita circular e o modelo de quadripolo para o campo geomagnético. Estes componentes são importantes para fazer a propagação analítica da atitude de satélites estabilizados por rotação quando o torque magnético residual médio é incluído nas equações do movimento rotacional.

Zanardi, Quirelli e Kuga (2005) apresentam uma aproximação analítica para a predição da atitude de satélites estabilizados por rotação que sofrem a influência do torque magnético residual. É assumido o modelo de vetor de dipolo inclinado para descrever o campo geomagnético e um método analítico da média é aplicado para obter o torque residual médio em cada período orbital. A anomalia média é utilizada para calcular os componentes médios do torque residual no sistema de referência fixo no satélite. Observa-se que o torque magnético residual não possui componente ao longo do eixo de rotação, não afetando

a magnitude da velocidade de rotação, mas podendo causar nutação e precessão no eixo de rotação do satélite. A teoria é aplicada para o satélite brasileiro estabilizado por rotação SCD2, havendo uma boa concordância entre a solução analítica e o comportamento real do satélite.

Celletti e Sidorenko (2008) investigaram a dinâmica de atitude do satélite haltere (estrutura simples que consiste em dois pontos de massa conectados por uma haste sem massa), assumindo que o centro de massa se move em uma trajetória Kepleriana. Seus estudos para o caso de órbitas circulares obtiveram uma relação de posição de equilíbrio estável, que é substituída por movimentos periódicos planares, que se provou ser instável em relação a perturbações fora do plano. Pelo contrário, as investigações numéricas mostram a existência de movimentos periódicos estáveis.

Takeichi (2010) discutiu excitação paramétrica em uma nave estabilizadas por gradiente de gravidade, causada pelo torque de pressão solar periódico. A estabilidade da atitude é analisada numericamente através do cálculo dos múltiplos de Floquet. O método de perturbação foi aplicado para identificar se pode ocorrer ressonância paramétrica devido ao torque de pressão solar periódico e se condições de instabilidade são incluídas nas condições de estabilização de gradiente de gravidade. Soluções numéricas não lineares mostraram que oscilações de grande amplitude acontecem inevitavelmente na atitude quando a condição de ressonância paramétrica é satisfeita.

Outro tipos de estudos, são os estudos de atitude de cometas que devem considerar parâmetros bem diferentes dos estudos de satélites. Neishtadt et al (2002) afirma que a evolução secular da rotação é controlada por um único parâmetro que combina parâmetros relacionados com a órbita do cometa e parâmetros relacionados com a geometria da superfície e atividade do núcleo. A partir desta solução, encontraram qualitativamente diferentes caminhos evolutivos para núcleos de cometas cujas a superfície toda é ativa, em comparação com núcleos com apenas uma única região ativa. Mais tarde, Neishtadt et al (2013) estudaram o efeito seculares da sublimação anisotrópica em uma superfície de núcleo de cometa, sublimações estas que geram torques reativos que produzem lentas variações na rotação do cometa. Eles calcularam equações do movimento rotacional sobre rotações rápidas não perturbadas em torno do centro de massa (movimento de Euler-Poinsot), e sobre o movimento orbital do cometa. Usando o método de média, obtiveram equações evolutivas que descrevem o efeito secular de liberação de gases na rotação de núcleos de cometas. Dessa forma definiram os parâmetros que determinam as propriedades qualitativas de evolução rotacional núcleo do cometa e a classificação de possíveis formas de movimento quase estacionários. O processo aplicado foi semelhante ao de Sidorenko, Scheeres e Byram (2008), em que este processo foi aplicado ao cometa Borrelly, revelando uma correlação entre o desvio da direção do eixo de rotação e a possível spin-up / spin-down do núcleo.

A partir do trabalho de Quirelli (2002), vários trabalhos foram desenvolvidos com o

mesmo procedimento de análise visando incluir todos os torques ambientais. Estes trabalhos apresentam uma abordagem analítica para a propagação da atitude de satélites artificiais estabilizados por rotação, em órbita elíptica (QUIRELLI, 2002; QUIRELLI, ZANARDI E KUGA, 2003; GARCIA, 2007; CHIARADIA, 2010), órbita circular (ASSIS, 2004; PEREIRA, 2006a; PEREIRA, 2006b; CHIARADIA, 2007; MOTTA, 2011) ou órbitas elípticas e circulares para alguns casos de torques acoplados (ZANARDI ET AL., 2011; PEREIRA, 2011), considerando a influência de torques ambientais. Os componentes médios destes torques ambientais foram incluídos nas equações de movimento rotacional para um satélite estabilizado por rotação, estas equações foram dadas em Kuga, Silva e Guedes (1987). A maior diferença entre estes trabalhos é quais torques foram incluídos sendo que: Quirelli (2002) utilizou os torques magnéticos residual e devido às correntes induzidas de Foucault; Quirelli, Zanardi e Kuga (2003) e Pereira (2006a, 2006b) utilizaram o torque devido às correntes induzidas de Foucault; Assis (2004) e Garcia (2007) utilizaram o torque residual; Chiaradia (2007) utilizou o torque de gradiente de gravidade; Chiaradia (2010) utilizou o torque aerodinâmico; Zanardi et al. (2011) utilizaram os torques aerodinâmico e de gradiente de gravidade; Pereira (2011) utilizou os torques aerodinâmico, gradiente de gravidade, magnético residual e magnético devido às correntes induzidas de Foucault; Motta (2011) utilizou o torque de pressão de radiação solar aplicado à um satélite cilíndrico. Entre aqueles que utilizaram os torques magnéticos (residual e devido às correntes induzidas de Foucault) há ainda uma distinção entre o modelo de campo geomagnético, um modelo é o de vetor dipolo magnético (QUIRELLI, 2002; QUIRELLI, ZANARDI E KUGA, 2003) e o outro é o modelo de quadripolo magnético (ASSIS, 2004; PEREIRA, 2006a; PEREIRA, 2006b; GARCIA, 2007). Todos os modelos foram aplicados aos satélites SCD1 e SCD2, cujos dados de atitude necessários foram fornecidos pelo CCS/INPE. Como os componentes médios dos torques foram calculados para uma órbita, as simulações se deram órbita a órbita completando 14 órbitas para um dia (em alguns casos ainda foi implementado mais uma parcela de órbita que é necessária para completar às 24 horas). Nestes trabalhos foram determinadas soluções analíticas aproximadas válidas para um período orbital. As aplicações para os Satélites Brasileiros de Coleta de Dados SCD1 e SCD2 mostraram uma coerência da teoria com o comportamento real do satélite, sendo que as maiores divergências ocorrem para o ângulo de ascensão reta do eixo de rotação. A abordagem analítica a ser realizada nesta dissertação buscará uma solução analítica que mais se aproxime do comportamento real da atitude de satélites estabilizados por rotação.

Todos os trabalhos acima relacionados contribuíram para o desenvolvimento deste trabalho, especialmente os de Zanardi (1993), Quirelli (2002), Zanardi e Real (2003), Assis (2004), Pereira (2006a e 2006b), Garcia (2007), Chiaradia (2007), Chiaradia (2010) e Pereira (2011).

Capítulo 3

Sistemas de Coordenadas

Neste capítulo são introduzidos os sistemas de referência que serão utilizados durante o desenvolvimento deste trabalho bem como as matrizes de rotação que os relacionam.

As matrizes de rotação que relacionam os diversos sistemas de referência são utilizadas para determinar os componentes dos torques no sistema fixo no satélite, os quais são necessários nas equações do movimento rotacional de satélites estabilizados por rotação.

3.1 Sistema de Coordenadas Geocêntrico

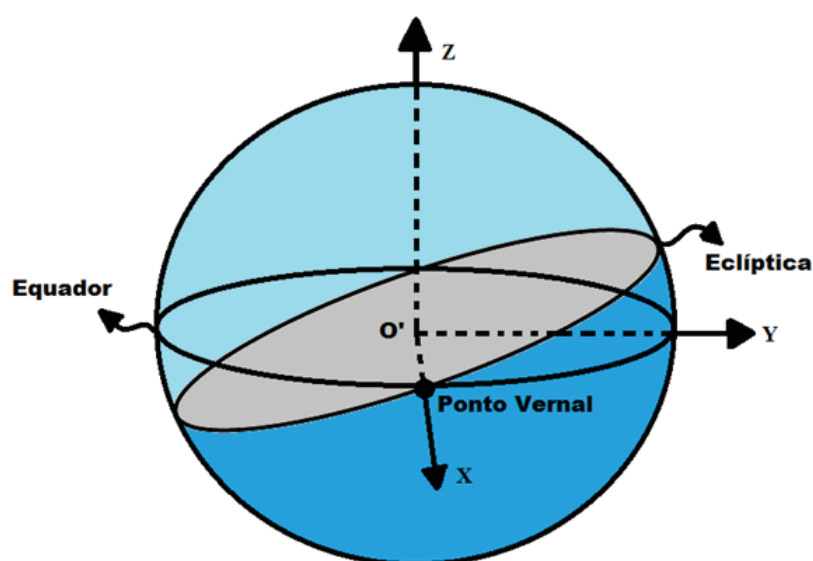


Figura 3.1: Representação do Sistema Geocêntrico $O'XYZ$

O sistema de coordenadas denominado geocêntrico (BATE, 1971), representado por $O'XYZ$, possui sua origem no centro de massa da Terra, com o plano de referência $O'XY$ sobre o plano do equador terrestre, com o eixo $O'X$ apontando na direção do ponto vernal (intersecção do plano da eclíptica com o plano do equador terrestre), o eixo $O'Z$ na direção

do pólo norte e o eixo $O'Y$ forma o sistema dextrógiro. Os vetores unitários deste sistema são representados por \hat{I} , \hat{J} , \hat{K} . Este sistema está esquematizado na Figura (3.1).

3.2 Sistema de Coordenadas Equatorial

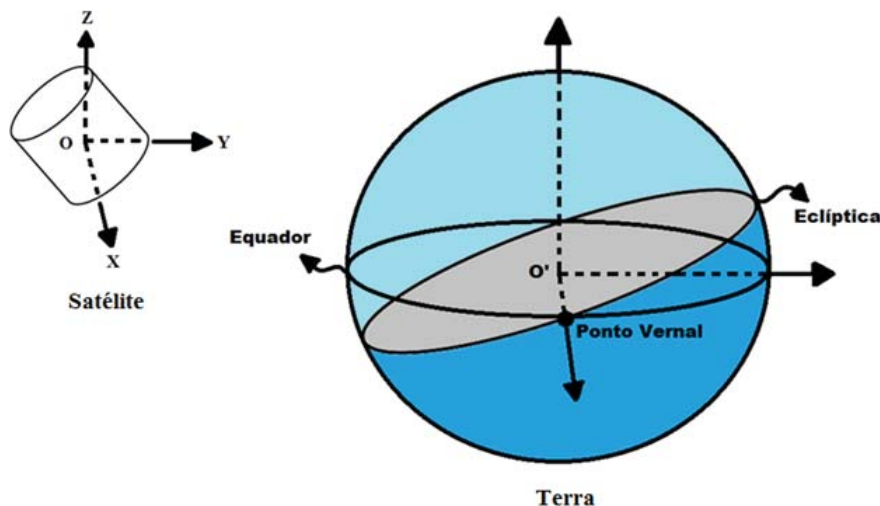


Figura 3.2: Representação do Sistema Equatorial $OXYZ$

Neste sistema $OXYZ$ (KUGA et al, 1987a, 1987b), representado na Figura (3.2), a origem coincide com o centro de massa do satélite O e os eixos são paralelos aos do sistema geocêntrico. Assim os vetores unitários deste sistema também são representados por \hat{I} , \hat{J} , \hat{K} .

3.3 Sistema de Coordenadas do Satélite

O sistema do satélite $Oxyz$ (KUGA, SILVA, GUEDES, 1987) possui sua origem no centro de massa do satélite O , com o eixo Oz na direção do eixo de rotação do satélite (\hat{k}), com o eixo Ox na intersecção do plano de rotação do satélite Oxy com o plano equatorial OXY e o eixo Oy formando o sistema dextrógiro. O plano Oxy é chamado de plano de rotação. Os vetores unitários deste sistema são representados por \hat{i} , \hat{j} , \hat{k} . Este sistema está representado na Figura (3.3), juntamente com o sistema equatorial ($OXYZ$), onde também estão representados os ângulos da ascensão reta α e declinação δ que expressam a posição do eixo de rotação em relação ao sistema equatorial, sendo definidos por:

α – ângulo que a projeção do eixo de rotação \hat{k} no plano OXY forma com o eixo OX ;

δ – ângulo que o eixo de rotação \hat{k} forma com o plano OXZ .

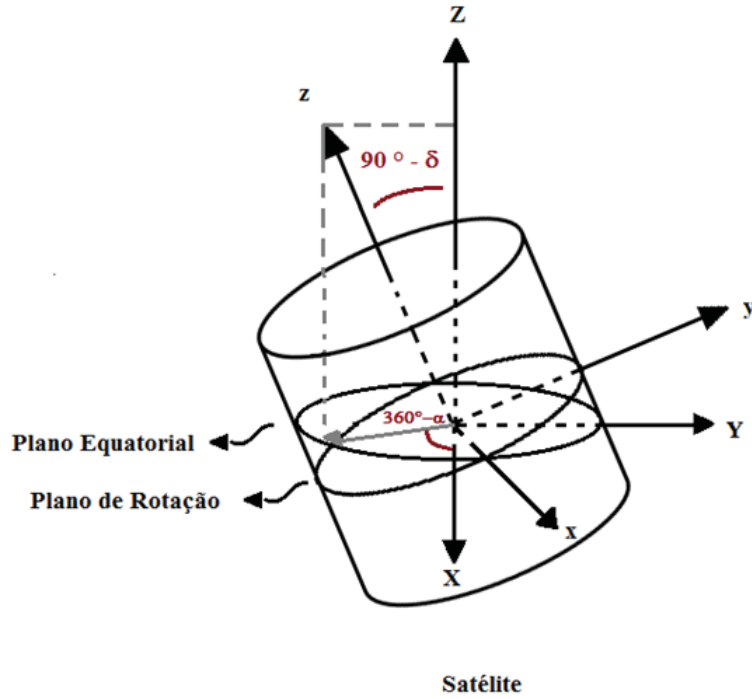


Figura 3.3: Representação do Sistema do Satélite $Oxyz$

3.4 Sistema de Coordenadas Principal

O sistema de coordenadas principal $Ox^*y^*z^*$ tem sua origem no centro de massa do satélite e possui seus eixos coincidentes com as direções dos eixos principais de inércia do satélite. Se considerarmos que o eixo Oz^* está associado com o maior momento principal de inércia do satélite, então o eixo Oz do sistema do satélite é coincidente com o eixo Oz^* deste sistema. Os versores deste sistema são representados por \hat{i}^* , \hat{j}^* , \hat{k}^* .

3.5 Sistema de Coordenadas Orbital

O sistema orbital $O'x_Sy_Sz_S$ possui sua origem no centro de massa da Terra O' e está associado com o movimento translacional do satélite em torno da Terra, sendo que o plano $O'x_Sy_S$ coincide com o plano orbital, o eixo $O'x_S$ está na direção radial (que vai do centro de massa da Terra ao centro de massa do satélite), $O'z_S$ é perpendicular ao plano orbital e $O'y_S$ forma o sistema dextrogiro. Os vetores unitários deste sistema são representados por \hat{i}_s , \hat{j}_s , \hat{k}_s .

Este sistema está representado na Figura (3.4), juntamente o sistema geocêntrico e os ângulos de longitude do nodo ascendente (Ω), argumento do pericentro (ω), inclinação orbital (I) e anomalia verdadeira (ν).

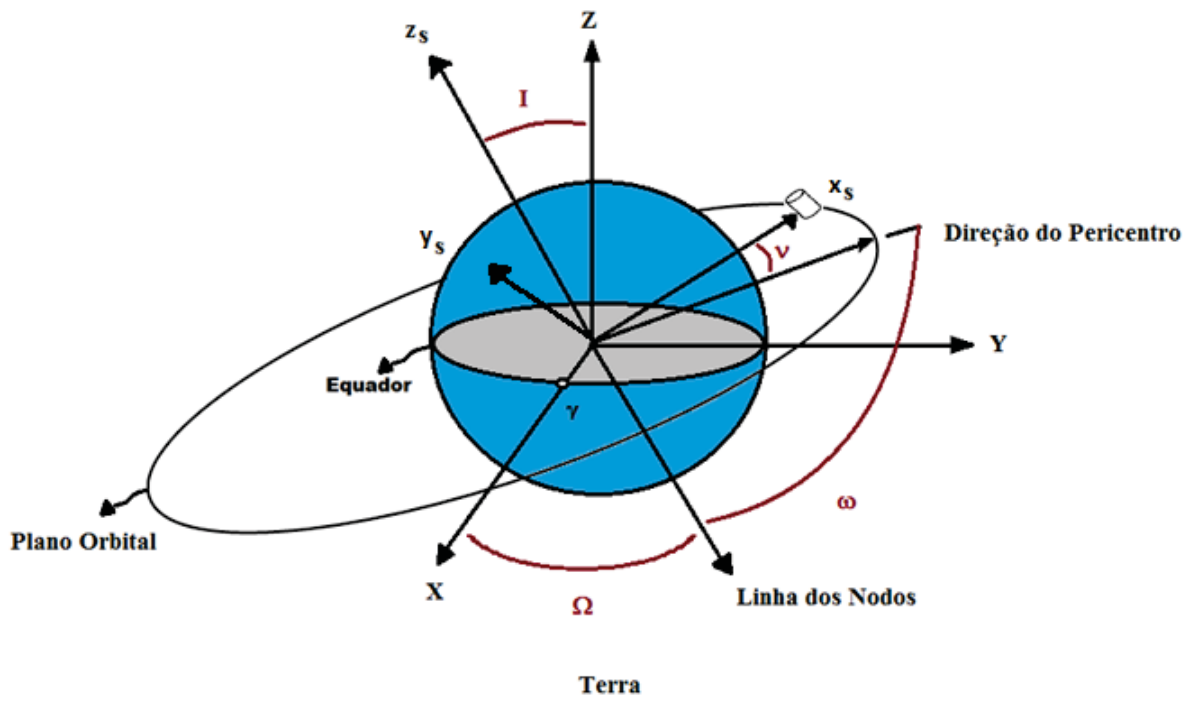


Figura 3.4: Representação do Sistema Orbital $O'x_s y_s z_s$

3.6 Sistema de Coordenadas Magnético

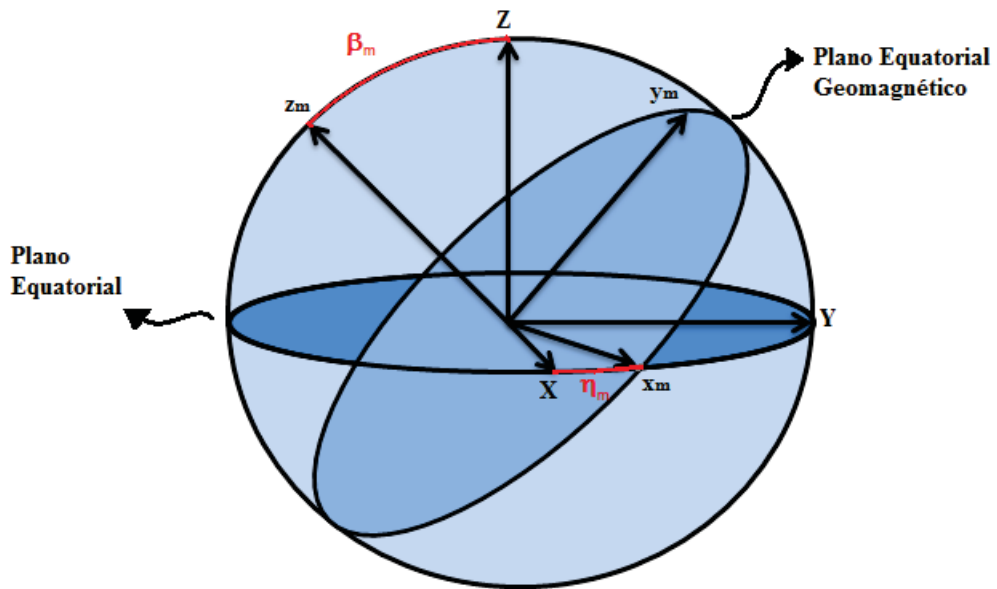


Figura 3.5: Representação do Sistema Magnético $O'x_m y_m z_m$

O sistema magnético $O'x_my_mz_m$ possui sua origem no centro de massa da Terra O' e o plano equatorial geomagnético ($O'x_my_m$) é seu plano de referência, o qual é definido como o plano perpendicular à direção do vetor dipolo do campo magnético da Terra. O eixo $O'x_m$ está na direção de intersecção do plano equatorial com o plano equatorial geomagnético, $O'z_m$ esta na direção do vetor dipolo do campo magnético da Terra, e $O'y_m$ forma o sistema dextrogiro. Os vetores unitários deste sistema são representados por $\hat{i}_m, \hat{j}_m, \hat{k}_m$.

Este sistema está representado na Figura (3.5), juntamente com o sistema equatorial e os ângulos de inclinação do vetor de dipolo em relação ao eixo de rotação (β_m) e longitude do ponto de intersecção dos planos equatorial e equatorial geomagnético (η_m).

3.7 Relações Entre Sistemas de Coordenadas

Neste item serão introduzidas as matrizes de rotação que relacionam os diversos sistema de coordenadas.

3.7.1 Sistema de Coordenadas Equatorial e do Satélite

Na Figura (3.2) observamos que o sistema do satélite $Oxyz$ (com versores $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$) é obtido do sistema equatorial $OXYZ$ (com versores $\hat{I}, \hat{J}, \hat{K}$) por uma sequência de duas rotações (KUGA, SILVA, GUEDES, 1987):

- ($\alpha-270^\circ$) no eixo OZ ;
- ($90^\circ-\delta$) no eixo Ox ;

de modo que a relação entre estes dois sistemas é dada por:

$$\begin{pmatrix} \hat{i} \\ \hat{j} \\ \hat{k} \end{pmatrix} = Q_a \begin{pmatrix} \hat{I} \\ \hat{J} \\ \hat{K} \end{pmatrix}, \quad (3.1)$$

com

$$Q_a = \begin{pmatrix} -\text{sen}(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ -\cos(\alpha)\text{sen}(\delta) & -\text{sen}(\alpha)\text{sen}(\delta) & \cos(\delta) \\ \cos(\alpha)\cos(\delta) & \text{sen}(\alpha)\cos(\delta) & \text{sen}(\delta) \end{pmatrix}. \quad (3.2)$$

Logo substituindo a equação (3.2) em (3.1), temos:

$$\begin{aligned} \hat{i} &= -\text{sen}(\alpha)\hat{I} + \cos(\alpha)\hat{J}, \\ \hat{j} &= -\text{sen}(\delta)\cos(\alpha)\hat{I} - \text{sen}(\delta)\text{sen}(\alpha)\hat{J} + \cos(\delta)\hat{K} \\ \hat{k} &= \cos(\delta)\cos(\alpha)\hat{I} + \cos(\delta)\text{sen}(\alpha)\hat{J} + \text{sen}(\delta)\hat{K} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Ao longo deste trabalho a determinação dos componentes dos torques externos muitas vezes será necessário representar os versores do sistema equatorial em termos do sistema do satélite. Assim como a matriz de rotação é ortogonal, ou seja, sua inversa é igual a sua transposta, a partir da equação (3.1) tem-se:

$$\begin{pmatrix} \hat{I} \\ \hat{J} \\ \hat{K} \end{pmatrix} = Q_a^T \begin{pmatrix} \hat{i} \\ \hat{j} \\ \hat{k} \end{pmatrix}, \quad (3.4)$$

Deste modo os vetores unitários $(\hat{I}, \hat{J}, \hat{K})$ podem ser representados em termos dos vetores unitários do sistema do satélite $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$, utilizando a transposta da matriz Q_a , de modo que teremos:

$$\begin{aligned} \hat{I} &= -\text{sen}(\alpha)\hat{i} - \text{sen}(\delta)\cos(\alpha)\hat{j} + \cos(\delta)\cos(\alpha)\hat{k}, \\ \hat{J} &= \cos(\alpha)\hat{i} - \text{sen}(\delta)\text{sen}(\alpha)\hat{j} + \cos(\delta)\text{sen}(\alpha)\hat{k}, \\ \hat{K} &= \cos(\delta)\hat{j} + \text{sen}(\delta)\hat{k}. \end{aligned} \quad (3.5)$$

3.7.2 Sistema de Coordenadas Geocêntrico e Orbital

O sistema orbital (Figura (3.4)) relaciona-se com o sistema geocêntrico através dos elementos orbitais (longitude do nodo ascendente (Ω) , a inclinação orbital (I) , e a latitude verdadeira $(\nu + \omega)$), ou seja, o sistema orbital (com versores $\hat{i}_S, \hat{j}_S, \hat{k}_S$) é obtido do sistema equatorial (versores $\hat{I}, \hat{J}, \hat{K}$) através da sequência de ângulos de Euler 3 – 1 – 3, ou seja são necessárias três rotações consecutivas (BATE, 1971):

I - rotação de Ω no eixo OZ ;

II - rotação de I no eixo intermediário Ox' ;

III- rotação de $\omega + \nu$ no eixo Oz_S .

Realizando as três rotações necessárias encontramos a relação expressa por:

$$\begin{pmatrix} \hat{i}_S \\ \hat{j}_S \\ \hat{k}_S \end{pmatrix} = Q_b \begin{pmatrix} \hat{I} \\ \hat{J} \\ \hat{K} \end{pmatrix}, \quad (3.6)$$

em que

$$Q_b = \begin{pmatrix} (q_b)_1 & (q_b)_2 & (q_b)_3 \\ (q_b)_4 & (q_b)_5 & (q_b)_6 \\ (q_b)_7 & (q_b)_8 & (q_b)_9 \end{pmatrix}. \quad (3.7)$$

e

$$\begin{aligned}
(q_b)_1 &= \cos(\Omega) \cos(\omega + \nu) - \text{sen}(\Omega) \text{sen}(\omega + \nu) \cos(I), \\
(q_b)_2 &= \text{sen}(\Omega) \cos(\omega + \nu) + \cos(\Omega) \text{sen}(\omega + \nu) \cos(I), \\
(q_b)_3 &= \text{sen}(\omega + \nu) \text{sen}(I), \\
(q_b)_4 &= -\cos(\Omega) \text{sen}(\omega + \nu) - \text{sen}(\Omega) \cos(\omega + \nu) \cos(I), \\
(q_b)_5 &= -\text{sen}(\Omega) \text{sen}(\omega + \nu) + \cos(\Omega) \cos(\omega + \nu) \cos(I), \\
(q_b)_6 &= \cos(\omega + \nu) \text{sen}(I), \\
(q_b)_7 &= \text{sen}(\Omega) \text{sen}(I), \\
(q_b)_8 &= -\cos(\omega + \nu) \text{sen}(I), \\
(q_b)_9 &= \cos(I).
\end{aligned} \tag{3.8}$$

3.7.3 Sistemas de Coordenadas do Satélite e Orbital

A relação entre os sistemas de coordenadas orbital $(\hat{i}_S, \hat{j}_S, \hat{k}_S)$ e do satélite $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$ são obtidas utilizando as relações dadas nas Eqs (3.4) e (3.6), de modo que:

$$\begin{pmatrix} \hat{i}_S \\ \hat{j}_S \\ \hat{k}_S \end{pmatrix} = Q_b Q_a^T \begin{pmatrix} \hat{i} \\ \hat{j} \\ \hat{k} \end{pmatrix} = Q_c \begin{pmatrix} \hat{i} \\ \hat{j} \\ \hat{k} \end{pmatrix}, \tag{3.9}$$

$$Q_c = \begin{pmatrix} (q_c)_1 & (q_c)_2 & (q_c)_3 \\ (q_c)_4 & (q_c)_5 & (q_c)_6 \\ (q_c)_7 & (q_c)_8 & (q_c)_9 \end{pmatrix}, \tag{3.10}$$

temos assim:

$$\begin{aligned}
\hat{i}_S &= (q_c)_1 \hat{i} + (q_c)_2 \hat{j} + (q_c)_3 \hat{k}, \\
\hat{j}_S &= (q_c)_4 \hat{i} + (q_c)_5 \hat{j} + (q_c)_6 \hat{k}, \\
\hat{k}_S &= (q_c)_7 \hat{i} + (q_c)_8 \hat{j} + (q_c)_9 \hat{k},
\end{aligned} \tag{3.11}$$

sendo que os elementos da matriz podem ser obtidos através dos produtos das matrizes aqui apresentadas.

3.7.4 Sistemas de Coordenadas do Satélite e Principal

O eixo Oz do sistema do satélite é coincidente com o eixo Oz^* do sistema principal. Estes dois sistemas estão representados na Figura (3.6), na qual pode se observar que o sistema principal é obtido do sistema do satélite através de uma rotação no eixo Oz de um ângulo de rotação θ , ou seja (PEREIRA, 2011):

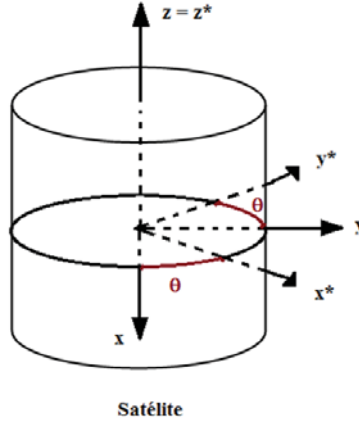


Figura 3.6: Sistema do satélite ($Oxyz$) e sistema principal ($Ox^*y^*z^*$)

$$\begin{pmatrix} \hat{i} \\ \hat{j} \\ \hat{k} \end{pmatrix} = Q_d \begin{pmatrix} \hat{i}^* \\ \hat{j}^* \\ \hat{k}^* \end{pmatrix}, \quad (3.12)$$

$$Q_d = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\text{sen}(\theta) & 0 \\ \text{sen}(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (3.13)$$

No instante inicial considera-se que os dois sistemas são coincidentes, de modo que o ângulo de rotação θ , entre o eixo Ox^* do sistema principal e o eixo Ox do sistema do satélite, no instante inicial é zero e a cada instante t é dado por:

$$\theta = Wt, \quad (3.14)$$

sendo W a velocidade de rotação do satélite ao longo do eixo de maior momento principal de inércia do satélite (I_z).

3.7.5 Sistemas de Coordenadas Orbital e Principal

A equação (3.9) fornece a relação entre o sistema orbital e do satélite, através da matriz de rotação Q_c . A equação (3.12) fornece a relação entre o sistema principal e o sistema do satélite, através da matriz Q_d . Assim a relação entre o sistema orbital ($\hat{i}_S, \hat{j}_S, \hat{k}_S$) e principal ($\hat{i}^*, \hat{j}^*, \hat{k}^*$) é determinada substituindo (3.12) em (3.9) (PEREIRA, 2011):

$$\begin{pmatrix} \hat{i}_S \\ \hat{j}_S \\ \hat{k}_S \end{pmatrix} = Q_c Q_d \begin{pmatrix} \hat{i}^* \\ \hat{j}^* \\ \hat{k}^* \end{pmatrix} = Q_e \begin{pmatrix} \hat{i}^* \\ \hat{j}^* \\ \hat{k}^* \end{pmatrix}, \quad (3.15)$$

com

$$Q_e = \begin{pmatrix} (q_e)_1 & (q_e)_2 & (q_e)_3 \\ (q_e)_4 & (q_e)_5 & (q_e)_6 \\ (q_e)_7 & (q_e)_8 & (q_e)_9 \end{pmatrix}, \quad (3.16)$$

temos assim:

$$\begin{aligned} \hat{i}_S &= (q_e)_1 \hat{i}^* + (q_e)_2 \hat{j}^* + (q_e)_3 \hat{k}^*, \\ \hat{j}_S &= (q_e)_4 \hat{i}^* + (q_e)_5 \hat{j}^* + (q_e)_6 \hat{k}^*, \\ \hat{k}_S &= (q_e)_7 \hat{i}^* + (q_e)_8 \hat{j}^* + (q_e)_9 \hat{k}^*, \end{aligned} \quad (3.17)$$

sendo que os elementos da matriz podem ser obtidos através dos produtos das matrizes aqui apresentadas.

3.7.6 Sistemas de Coordenadas Equatorial e Principal

A equação (3.4) fornece a relação entre o sistema equatorial e do satélite, através da matriz de rotação Q_a . A equação (3.12) fornece a relação entre o sistema principal e o sistema do satélite, através da matriz Q_d . Assim a relação entre o sistema equatorial ($\hat{I}, \hat{J}, \hat{K}$) e principal ($\hat{i}^*, \hat{j}^*, \hat{k}^*$) é determinada substituindo (3.12) em (3.4):

$$\begin{pmatrix} \hat{I} \\ \hat{J} \\ \hat{K} \end{pmatrix} = Q_a^T Q_d \begin{pmatrix} \hat{i}^* \\ \hat{j}^* \\ \hat{k}^* \end{pmatrix} = Q_f \begin{pmatrix} \hat{i}^* \\ \hat{j}^* \\ \hat{k}^* \end{pmatrix}, \quad (3.18)$$

com

$$Q_f = \begin{pmatrix} (q_f)_1 & (q_f)_2 & (q_f)_3 \\ (q_f)_4 & (q_f)_5 & (q_f)_6 \\ (q_f)_7 & (q_f)_8 & (q_f)_9 \end{pmatrix}, \quad (3.19)$$

temos assim:

$$\begin{aligned} \hat{I} &= (q_f)_1 \hat{i}^* + (q_f)_2 \hat{j}^* + (q_f)_3 \hat{k}^*, \\ \hat{J} &= (q_f)_4 \hat{i}^* + (q_f)_5 \hat{j}^* + (q_f)_6 \hat{k}^*, \\ \hat{K} &= (q_f)_7 \hat{i}^* + (q_f)_8 \hat{j}^* + (q_f)_9 \hat{k}^*, \end{aligned} \quad (3.20)$$

sendo que os elementos da matriz podem ser obtidos através dos produtos das matrizes aqui apresentadas.

3.7.7 Sistema de Coordenadas Equatorial e Magnético

Na Figura (3.5) observamos que o sistema magnético $O'x_my_mz_m$ (com versores $\hat{i}_m, \hat{j}_m, \hat{k}_m$) é obtido do sistema equatorial $OXYZ$ (com versores $\hat{I}, \hat{J}, \hat{K}$) por uma sequência de duas rotações (QUIRELLI, 2002):

- η_m no eixo $O'Z$;
- β_m no eixo $O'x_m$;

de modo que a relação entre estes dois sistemas é dada por:

$$\begin{pmatrix} \hat{i}_m \\ \hat{j}_m \\ \hat{k}_m \end{pmatrix} = Q_g \begin{pmatrix} \hat{I} \\ \hat{J} \\ \hat{K} \end{pmatrix}, \quad (3.21)$$

com

$$Q_g = \begin{pmatrix} \cos(\eta) & \text{sen}(\eta) & 0 \\ -\cos(\beta)\text{sen}(\eta) & \cos(\beta)\cos(\eta) & \text{sen}(\beta) \\ \text{sen}(\beta)\text{sen}(\eta) & -\text{sen}(\beta)\cos(\eta) & \cos(\beta) \end{pmatrix}. \quad (3.22)$$

Logo substituindo a equação (3.22) em (3.21), temos:

$$\begin{aligned} \hat{i}_m &= \cos(\eta)\hat{I} + \text{sen}(\eta)\hat{J}, \\ \hat{j}_m &= -\cos(\beta)\text{sen}(\eta)\hat{I} + \cos(\beta)\cos(\eta)\hat{J} + \text{sen}(\beta)\hat{K}, \\ \hat{k}_m &= \text{sen}(\beta)\text{sen}(\eta)\hat{I} - \text{sen}(\beta)\cos(\eta)\hat{J} + \cos(\beta)\hat{K}. \end{aligned} \quad (3.23)$$

Capítulo 4

Torque Aerodinâmico

Neste Capítulo será introduzido o modelo do torque aerodinâmico (TA) e seus componentes no sistema do satélite. São também apresentados os componentes médios deste torque para um período orbital, obtidos pela média do torque instantâneo em um período orbital. Estes componentes médios serão utilizados nas equações do movimento para determinar uma solução analítica para estas.

O torque é definido pelo produto vetorial entre o vetor posição e o vetor força. Assim, para definir o torque aerodinâmico é necessário antes encontrar a força aerodinâmica. As forças aerodinâmicas são criadas pela colisão das moléculas de ar rarefeito da alta atmosfera com a superfície do satélite. Para modelar este torque é necessário conhecer o ponto de aplicação da força aerodinâmica, denominado Centro de Pressão (*CP*). O vetor que liga o *CP* ao Centro de Massa (*CM*) do satélite é chamado de braço do momento (*bm*). Quando o braço do momento não é nulo, um torque, o TA, pode ser produzido pela força aerodinâmica. Este torque é predominante em satélites de baixa altitude (com perigeu menor que 400km), uma vez que depende da quantidade de moléculas de ar na atmosfera da Terra (WERTZ, 1978).

A atuação da força aerodinâmica diminui a velocidade do satélite no perigeu, causando, com o tempo, a diminuição do semieixo orbital. Isso provoca a circularização da órbita, diminuindo a vida útil do satélite (WERTZ, 1978).

O módulo do torque aerodinâmico pode ser expresso pelo seguinte modelo (REAL & ZANARDI, 2002; ZANARDI, 2005; KUGA et al,1987a):

$$N_A = \frac{1}{2}\rho V_t^2 S C_A \lambda, \quad (4.1)$$

em que ρ é a densidade local, V_t é o módulo da velocidade do satélite em relação à atmosfera, S é a área da seção transversal de referência, C_A é o coeficiente aerodinâmico e λ é um comprimento característico que está relacionado com o braço do momento. Todos os

parâmetros envolvidos com o torque aerodinâmico são muito complexos e algumas simplificações foram assumidas neste trabalho, de modo similar ao realizado por Chiaradia (2010). Para aplicações com satélites cilíndricos este comprimento pode ser associado ao raio da base ou com a altura do satélite. O módulo da velocidade (V_i) do satélite em relação à atmosfera é assumida como sendo a velocidade orbital, desprezando a rotação da atmosfera da Terra. A área de seção transversal depende da forma do satélite e da direção de incidência das moléculas de ar sendo que aqui é assumida uma seção constante e relacionada com a área da base do satélite ou com sua área lateral. A determinação do coeficiente aerodinâmico (C_D) em escoamento de moléculas livres é complexa e está relacionado com o coeficiente de arrasto, dependendo também do mecanismo da reflexão das moléculas (CARRARA e GUEDES, 1994). Em geral, o coeficiente de arrasto pode assumir valores entre 1 e 2,5, pois as aplicações a serem realizadas consideram um satélite de forma aproximadamente cilíndrica e com altitude da ordem de 700 km. (CHIARADIA,2010)

A variação da magnitude do torque aerodinâmico com a altitude está relacionada com a densidade atmosférica em cada ponto da órbita do satélite e foi avaliada nos trabalhos de Real e Zanardi (2002) e Chiaradia (2010).

A Figura (4.1) ilustra a decomposição da força aerodinâmica. A força aerodinâmica pode ser decomposta em força de arrasto (\vec{D}), que atua na direção e no sentido contrário ao da velocidade (\vec{V}_i), e a força de sustentação (\vec{L}_s), que atua na direção perpendicular à velocidade do corpo em movimento.

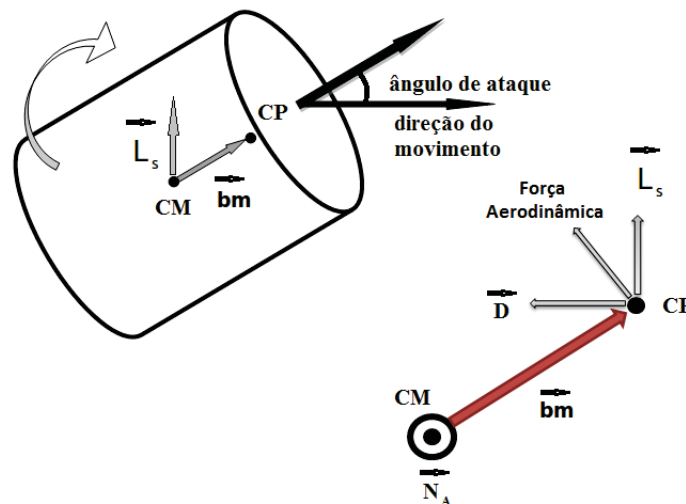


Figura 4.1: Esquemática do Torque Aerodinâmico N_A

Neste trabalho não será considerada a parcela do torque aerodinâmico relacionado com a força de sustentação. Isso se justifica pelo fato da força de sustentação ser diretamente proporcional ao ângulo de ataque (ângulo entre a direção da velocidade e direção longi-

tudinal do satélite), o qual oscila em torno de zero graus com o movimento do satélite, o mesmo ocorrendo com a força de sustentação (ZANARDI, 1990). Assim é admitido que a força de arrasto é predominante, uma vez que a força de sustentação se anula periodicamente.

4.1 Os componentes da Força de Arrasto

A força de arrasto no Sistema Orbital é dada por (Zanardi, 1990):

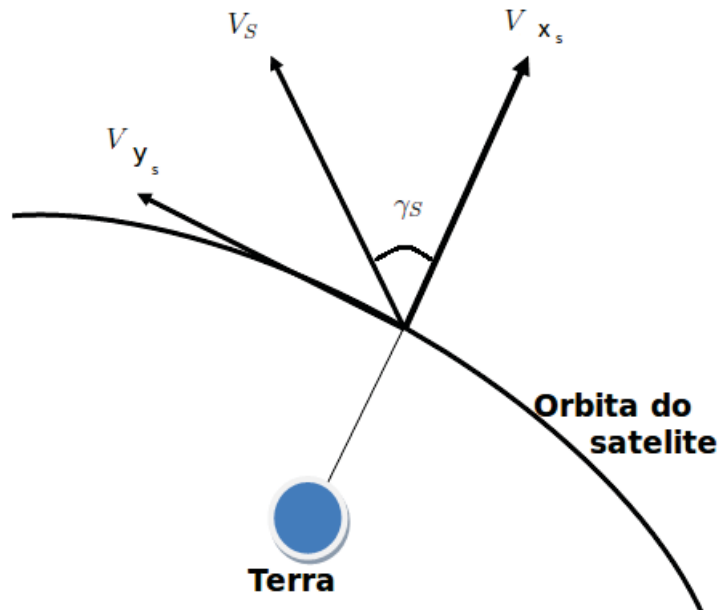


Figura 4.2: Definição do ângulo γ_S

$$\vec{D} = -D(\cos(\gamma_S)\vec{i}_S + \text{sen}(\gamma_S)\vec{j}_S), \quad (4.2)$$

em que \vec{i}_S e \vec{j}_S são representados no sistema do satélite através de (3.11), γ_S é o ângulo entre o vetor posição e o vetor velocidade do satélite (como mostra a Figura (4.2)) e D corresponde ao módulo da força de arrasto dado pela expressão:

$$D = \frac{1}{2}\rho V_S^2 SC_A, \quad (4.3)$$

onde V_S o módulo da velocidade do satélite.

Os componentes da força de arrasto no Sistema do Satélite são dadas então por:

$$D_x = -D[(q_c)_1 \cos(\gamma_S) + (q_c)_4 \text{sen}(\gamma_S)], \quad (4.4)$$

$$D_y = -D[(q_c)_2 \cos(\gamma_S) + (q_c)_5 \text{sen}(\gamma_S)], \quad (4.5)$$

$$D_z = -D[(q_c)_3 \cos(\gamma_S) + (q_c)_6 \text{sen}(\gamma_S)], \quad (4.6)$$

Com os elementos matriciais $(q_c)_i$ apresentados em (3.9).

A partir da Figura (4.2) temos as seguintes relações:

$$\text{sen}(\gamma_S) = \frac{V_{yS}}{V_S}, \quad (4.7)$$

$$\cos(\gamma_S) = \frac{V_{xS}}{V_S}, \quad (4.8)$$

sendo:

$$V_S^2 = V_{xS}^2 + V_{yS}^2, \quad (4.9)$$

com (Bate,1971):

$$V_{xS} = \left(\frac{\mu}{p}\right)^{\frac{1}{2}} e \text{sen}(\nu), \quad (4.10)$$

$$V_{yS} = \frac{(\mu p)^{\frac{1}{2}}}{r_*}, \quad (4.11)$$

com p sendo o semilactus da órbita do satélite dado por $p = a(1 - e^2)$, a o semi-eixo maior da órbita, e a excentricidade da órbita, μ o produto da constante universal da gravitação com a massa da Terra e r_* o módulo do vetor posição do satélite. Assim, a velocidade orbital do satélite é dada por:

$$V_S = \left(\frac{\mu}{p}(1 + 2e \cos(\nu) + e^2)\right)^{\frac{1}{2}}. \quad (4.12)$$

E pode-se escrever :

$$\text{sen}(\gamma_S) = \frac{1 + e \cos(\nu)}{(1 + 2e \cos(\nu) + e^2)^{\frac{1}{2}}}, \quad (4.13)$$

$$\cos(\gamma_S) = \frac{e \text{sen}(\nu)}{(1 + 2e \cos(\nu) + e^2)^{\frac{1}{2}}}. \quad (4.14)$$

4.2 Componentes do Torque Aerodinâmico

Como dito anteriormente, neste trabalho não será considerado a parcela relacionada com a força de sustentação, com o Torque Aerodinâmico (TA) determinado pelo produto vetorial do braço do momento pela força aerrodinâmica no sistema do satélite (CHIARADIA, 2010):

$$\vec{N}_A = \vec{b}\vec{m} \times \vec{D} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ bm_x & bm_y & bm_z \\ D_x & D_y & D_z \end{vmatrix}, \quad (4.15)$$

Os componentes do TA no sistema do satélite são, então, expressas por:

$$\begin{aligned} N_{Ax} &= D_z bm_y - D_y bm_z, \\ N_{Ay} &= D_x bm_z - D_z bm_x, \\ N_{Az} &= D_y bm_x - D_x bm_y. \end{aligned} \quad (4.16)$$

Assim o torque é expresso por:

$$\vec{N}_A = N_{AX}\hat{i} + N_{AY}\hat{j} + N_{AZ}\hat{k}. \quad (4.17)$$

Para encontrar os componentes do TA médio é necessário integra-los para um período orbital, sendo que aqui o instante inicial é assumido quando o satélite se encontra no pericentro. Neste trabalho é admitido que o braço do momento é fixo e assim a determinação do torque médio é associado a determinação da força de arrasto média. Inicialmente na determinação do torque médio também é assumido um valor numérico para a densidade a cada dia, de modo que ela não interfere no cálculo da média.

O braço do momento usado foi obtido durante as simulações de Chiaradia (2010) para os satélites SCD1 e SCD2. O valor assumido é:

$$\vec{b}\vec{m} = 0, 1\hat{k}. \quad (4.18)$$

Para isso pode-se expandir $\text{sen}(\gamma_S)$ e $\text{cos}(\gamma_S)$ em séries de Maclaurin para simplificar os cálculos, pois a excentricidade da órbita dos satélites é muito pequena. Assim obtemos:

$$(1 + 2e \cos(\nu) + e^2)^{-1/2} = 1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2 + \theta(x^3), \quad (4.19)$$

em que:

$$x = 2e \cos(\nu) + e^2. \quad (4.20)$$

Considerando apenas os termos da expansão até a ordem dois (e^2) simplifica-se o seno e o cosseno de γ_S em:

$$\text{sen}(\gamma_S) = e \text{sen}(\nu)(1 - e \cos(\nu)), \quad (4.21)$$

$$\cos(\gamma_S) = 1 - \frac{e^2}{2}\text{sen}^2(\nu). \quad (4.22)$$

Dessa forma substituindo (4.21) e (4.22) nas expressões (4.4), (4.5) e (4.6), os componentes do arrasto no sistema do satélite ficam simplificados na seguinte forma (CHIARADIA,2010):

$$\begin{aligned} D_x &= \Delta((q_c)_1\varphi'(\nu) + (q_c)_4\varphi^*(\nu)), \\ D_y &= \Delta((q_c)_2\varphi'(\nu) + (q_c)_5\varphi^*(\nu)), \\ D_z &= \Delta((q_c)_3\varphi'(\nu) + (q_c)_6\varphi^*(\nu)), \end{aligned}$$

em que

$$\Delta = \frac{\mu}{2p}\rho_S SC_D, \quad (4.23)$$

$$\varphi' = e\text{sen}(\nu) - \frac{e^2}{2}\text{sen}(2\nu), \quad (4.24)$$

$$\varphi^* = 1 + \frac{e^2}{2}\text{sen}^2(\nu). \quad (4.25)$$

4.3 Determinação dos Componentes do Torque Aerodinâmico Médio

A força de arrasto média é calculada por:

$$\langle \vec{D} \rangle = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \vec{D} dt, \quad (4.26)$$

em que t_0 é o tempo inicial, T é o período orbital e pela terceira lei de *Kepler* (Bate,1971)

$$T = \frac{2\pi a^{3/2}}{\mu^{1/2}}. \quad (4.27)$$

Pelos elementos orbitais presentes em (4.4), (4.5) e (4.6), e por (4.24) (4.25) os componentes do arrasto dependem da anomalia verdadeira. Introduzindo o momento angular h , que pelas relações do movimento elíptico se relaciona com a anomalia verdadeira (ν) (Bate, 1971), através de:

$$h = r_*^2 \frac{d\nu}{dt}, \quad (4.28)$$

com

$$r_* = \frac{p}{1 + e \cos(\nu)}, \quad (4.29)$$

e

$$p = \frac{h^2}{\mu}, \quad (4.30)$$

ou

$$h^2 = p\mu. \quad (4.31)$$

Substituindo (4.28), (4.29) e (4.30) na expressão (4.26), a média do arrasto em termos da anomalia verdadeira é dada por:

$$\langle \vec{D} \rangle = \frac{1}{T} \int_0^{2\pi} \vec{D} \frac{r_*^2}{h} d\nu, \quad (4.32)$$

ou ainda

$$\langle \vec{D} \rangle = \frac{p^{3/2}}{T\mu^{1/2}} \int_0^{2\pi} \vec{D} (1 + e \cos(\nu))^{-2} d\nu. \quad (4.33)$$

É preciso utilizar mais uma expansão em série de Maclaurin para simplificar a resolução da integral (4.33). Desenvolvendo a expansão para o integrando, temos:

$$(1 + e \cos(\nu))^{-2} = 1 - 2e \cos(\nu) + 3e^2 \cos^2(\nu) + \theta(e^3), \quad (4.34)$$

Assim, os componentes médios do arrasto no sistema do satélite ficam representados pelas expressões a seguir:

$$\begin{aligned} \langle \vec{D}_x \rangle &= \frac{\Delta p^{3/2}}{T\mu^{1/2}} \int_0^{2\pi} \varphi^{**}(\nu) ((q_c)_1 \varphi'(\nu) + (q_c)_4 \varphi^*(\nu)) d\nu, \\ \langle \vec{D}_y \rangle &= \frac{\Delta p^{3/2}}{T\mu^{1/2}} \int_0^{2\pi} \varphi^{**}(\nu) ((q_c)_2 \varphi'(\nu) + (q_c)_5 \varphi^*(\nu)) d\nu, \\ \langle \vec{D}_z \rangle &= \frac{\Delta p^{3/2}}{T\mu^{1/2}} \int_0^{2\pi} \varphi^{**}(\nu) ((q_c)_3 \varphi'(\nu) + (q_c)_6 \varphi^*(\nu)) d\nu, \end{aligned}$$

em que

$$\varphi^{**}(\nu) = 1 - 2e \cos(\nu) + 3e^2 \cos^2(\nu),$$

e foram apresentadas anteriormente $\varphi'(\nu)$ e $\varphi^*(\nu)$ dados por (4.24) e (4.25) respectivamente.

Após um longo processo algébrico, resolvidas as integrais, se encontram os componentes médios do arrasto, dados por (CHIARADIA,2010):

$$\begin{aligned}\langle D_x \rangle &= \Psi^*(\cos(I) \cos(\Omega - \alpha) + \sin(\Omega - \alpha)), \\ \langle D_y \rangle &= \Psi^*(-\sin(\delta) \cos(\Omega - \alpha) + \cos(I)\sin(\Omega - \alpha) + \sin(I) \cos(\delta)), \\ \langle D_z \rangle &= \Psi^*(\cos(\delta) \cos(\Omega - \alpha) + \cos(I) \cos(\Omega - \alpha) + \sin(I)\sin(\delta)),\end{aligned}$$

com:

$$\Psi^* = - \left(\frac{e}{4a^{3/2}} \right) \rho S C_D \mu P^{1/2}. \quad (4.35)$$

Os componentes médios do TA são expressos, então, no sistema do satélite, em termos dos componentes médios do arrasto e dos componentes do braço do momento.

$$\begin{aligned}\langle N_{Ax} \rangle &= \langle D_z \rangle b m_y - \langle D_y \rangle b m_z, \\ \langle N_{Ay} \rangle &= \langle D_x \rangle b m_z - \langle D_z \rangle b m_x, \\ \langle N_{Az} \rangle &= \langle D_y \rangle b m_x - \langle D_x \rangle b m_y.\end{aligned} \quad (4.36)$$

Como neste trabalho o CP encontra-se alinhado no eixo z do sistema do satélite, ou seja $b m_x = b m_y = 0$, então o componente N_{Az} é nulo nas aplicações a serem realizadas.

4.4 Modelo de Densidade Atmosférica TD88

No modelo de torque aerodinâmico desenvolvido neste trabalho é adotado um valor numérico para a densidade atmosférica fornecido por um modelo exponencial através do modelo TD88 de Sehnal e Pospisilová (1988).

O modelo TD88 é definido no intervalo entre 150 a 750 quilômetros de altitude, e possui vários parâmetros, entre eles, os fluxos solares, sendo F_b o fluxo solar médio em três rotações solares e F_x o fluxo solar medido no comprimento de onda de 10,7 centímetros. Os fluxos solares assumem valores no intervalo de 60 a 220 *Watts*, e o índice geométrico adimensional K_p assume valores no intervalo de zero a dez.

A densidade ρ é definida pela expressão (SEHNAL; POSPISILOVÁ, 1988):

$$\rho = f_x f_0 k_0 \sum_{n=1}^7 \left(K_{n,0} + \sum_{j=0}^3 K_{n,j} \exp \left[\frac{r_* - R_T}{29^j} \right] \right) g_n,$$

em que $(r_* - R_T)$ é a altitude do satélite em questão em relação à superfície da Terra, sendo R_T o raio terrestre, e $K_{n,j}$ ($n = 1, 2, \dots, 7$, $e_j = 0, 1, 2, 3$) são constantes numéricas que podem ser encontradas em Chiaradia(2010).

As constantes f_x , f_0 e k_0 descrevem a dependência direta da densidade com o fluxo solar, através de:

$$f_x = 1 + a_1(F_x - F_b), \quad (4.37)$$

$$k_0 = 1 + a_3(K_p - 3), \quad (4.38)$$

$$f_0 = a_2 + f_m, \quad (4.39)$$

$$f_m = \frac{(F_b - 60)}{60}. \quad (4.40)$$

Os termos g_n descrevem a dependência da densidade com a latitude geográfica local (φ) e com o fluxo solar médio, através de:

$$g_1 = 1,$$

$$g_2 = \frac{f_m}{(2 + a_4)},$$

$$g_3 = \text{sen}(d - p_3)\text{sen}(\varphi),$$

$$g_4 = (a_5 f_m + 1)\text{sen}[2(d - p_5)],$$

$$g_6 = (a_7 f_m + 1)\text{sen}(t - p_6) \cos(\varphi),$$

$$g_7 = (a_8 f_m + 1)\text{sen}[2(t - p_7)] \cos^2(\varphi),$$

sendo d o dia contado em um ano, t é a hora local, p_n ($n = 3, 4, \dots, 7$) são as chamadas fases, e a_i ($i = 4, 5, \dots, 8$) são constantes, definidas no modelo original TD que também podem ser encontradas em Chiaradia(2010).

A latitude local é determinada a cada instante, e pode ser obtida em função dos elementos orbitais I , ω e ν , através de:

$$\varphi = \arcsin[\text{sen}(\omega + \nu)\text{sen}(I)], \quad -90^\circ \leq \varphi \leq 90^\circ. \quad (4.41)$$

Todos os valores dos parâmetros assim como dos fluxos solares podem ser obtidos em Sehnal e Pospíšilová (1988). No Apêndice A encontram os valores dos parâmetros para o cálculo da densidade atmosférica utilizando o modelo TD88.

Capítulo 5

Torque de Radiação Solar Direta

Neste capítulo será abordado um modelo matemático para o TRS onde os componentes desse torque estão determinados no sistema principal e do satélite. O modelo matemático para o TRS foi desenvolvido por Zanardi & Vilhena de Moraes (1999) para um satélite em órbita elíptica, utilizando variáveis de Andoyer para descrever o movimento rotacional, com aplicação para um satélite cilíndrico circular. Posteriormente este modelo foi adaptado para um satélite estabilizado por rotação, aplicado nas equações do movimento e implementado em Motta(2011).

5.1 Conceito de Força e Torque de Pressão de Radiação Solar

A Pressão de Radiação Solar é gerada pelo contínuo fluxo de fótons que se chocam com a superfície do satélite, podendo esta absorver ou refletir este fluxo. A taxa da quantidade de movimento de todos os fótons incidentes na superfície do satélite origina a Força de Radiação Solar, a qual pode causar consideráveis perturbações em órbitas de veículos espaciais de grande razão área por massa (VILHENA DE MORAES, 1978), bem como pode gerar um torque (Torque de Pressão de Radiação Solar).

As principais fontes de radiação à que um satélite artificial de baixa altitude esta sujeito são o Sol e a Terra. A Terra combina a radiação solar refletida difusamente pela superfície (albedo) e a radiação terrestre, que consiste de um fluxo radiativo térmico na região infra-vermelha do espectro que corresponde a radiação de um corpo negro com 300K (CARRARA, 2013). Quando é considerada apenas a radiação incidente no satélite oriundos diretamente do Sol define-se a Pressão de Radiação Solar Direta.

A Força de Pressão de Radiação Solar Direta afeta principalmente a excentricidade e o semi-eixo da órbita do satélite, devido a variação secular que é causada pela passagem do satélite na sombra da terra. A sua variação é praticamente independente da altitude do satélite: começa a predominar sobre a força aerodinâmica a partir dos 700km. É

grande a sua influência nos satélites geoestacionários (que se encontram aproximadamente 36.000km de altitude da superfície da Terra) (VILHENA DE MORAES, 1978).

Tanto o albedo quanto a radiação terrestre atuam quase que exclusivamente na vertical, aumentando o semi-eixo orbital. A radiação terrestre é extremamente simétrica com relação a vertical local, tornando a detecção dos seus efeitos bastante difícil e complexa.

Neste trabalho é considerada o torque devido à força de pressão radiação solar direta, cujos componentes no sistema do satélite são introduzidos nas equações do movimento rotacional de modo a analisar sua influência na atitude do satélite estabilizado por rotação, considerando o satélite sempre iluminado.

5.2 Torque de Radiação Solar e Seus Componentes

Considerando que uma parcela γ_{RS} de todos os fótons que chocam com a superfície é refletida difusamente ou especularmente e a outra parte $(1 - \gamma_{RS})$ é absorvida pela superfície e novamente irradiada isotropicamente na vizinhança do espaço; que $\beta_{RS} \gamma_{RS}$ é o total de fótons refletidos especularmente pela superfície e que os fótons refletidos difusamente obedecem à *Lei de Lambert*, haverá uma expressão para a Força Elementar de Pressão de Radiação Solar sobre um infinitesimal de área (dS) dada por (ZANARDI, 1993):

$$d\vec{F}_{RS} = -\frac{K_{RS}}{R_*^2} \left\{ \left[\frac{2\gamma_{RS}}{3}(1 - \beta_{RS}) \cos(\theta_i) + 4\beta_{RS}\gamma_{RS} \cos^2(\theta_i) \right] \hat{n} + [(1 + \beta_{RS}\gamma_{RS}) \cos(\theta_i)] \hat{u} \right\} dS, \quad (5.1)$$

na qual

$$K_{RS} = \frac{S_0 a_{Terra}}{c}, \quad (5.2)$$

em que R_* é a distancia do elemento de superfície dS ao Sol, $S_0 = 1,35r\text{kW}/\text{m}^2$ é a constante solar, $a_{Terra} = 1,49597870 \times 10^{11}\text{m}$ é o semi-eixo maior da terra, c é a velocidade da luz, γ_{RS} é o coeficiente de reflexão total, β_{RS} é o coeficiente de reflexão especular, \hat{n} é o vetor unitário da direção normal à superfície, \hat{u} é o vetor unitário na direção de incidência do fluxo de radiação solar sobre o elemento de superfície dS e θ_i é o ângulo de incidência, ângulo entre os versores \hat{n} e \hat{u} como indica a Figura (5.1)(ZANARDI, 1993).

O TRS em torno do centro de massa do satélite (CM) devido à força de pressão de radiação solar elementar $d\vec{F}_{RS}$ é dado por:

$$d\vec{N}_{RS} = \vec{r} \times d\vec{F}_{RS}, \quad (5.3)$$

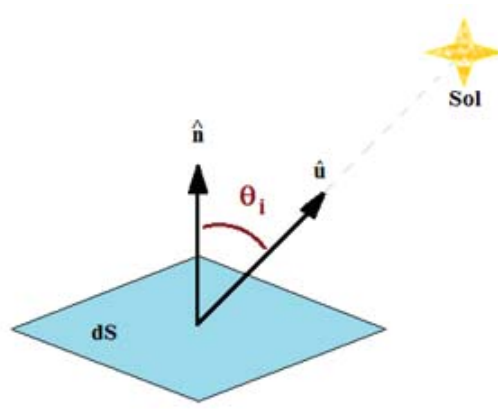


Figura 5.1: Geometria da incidência da luz solar sobre o elemento de superfície.

em que \vec{r} é o vetor posição de um elemento de área dS do satélite com relação à origem (CM) de um sistema de referência, o qual está fixado no satélite, como indica a Figura (5.2).

Saliente-se que a força de radiação solar não atua continuamente sobre o satélite, mas apenas na parcela da órbita em que o satélite está iluminado, de modo que o torque não é contínuo. Além da sombra da Terra, também a disposição dos componentes do satélite ou mesmo sua forma podem contribuir para a descontinuidade do TPRS. Para introduzir a descontinuidade deste torque poderia ser introduzido uma função auxiliar, chamada Função Sombra (ZANARDI & VILHENA DE MORAES, 1999), nas equações do movimento, que não se enquadra no enfoque deste trabalho como mencionado anteriormente.

Portanto, realizando o produto vetorial e efetuando a integral sobre toda a superfície S do satélite na qual há a incidência da luz solar, é obtido o TRS total sobre o Satélite:

$$\vec{N}_{RS} = - \int_S \frac{K_{RS}}{R_*^2} \left\{ \left[\frac{2\gamma_{RS}}{3} (1 - \beta_{RS}) \cos(\theta_i) + 4\beta_{RS}\gamma_{RS} \cos^2(\theta_i) \right] \hat{r} \times \hat{n} + [(1 + \beta_{RS}\gamma_{RS}) \cos(\theta_i)] \hat{r} \times \hat{u} \right\} dS. \quad (5.4)$$

As equações dinâmicas do movimento de satélite artificial necessitam dos componentes dos torques em um sistema fixo no satélite, usualmente o Sistema Principal.

Para obter os componentes do torque no sistema de eixos principais é preciso determinar a direção de incidência da luz (\hat{u}), a direção normal à superfície (\hat{n}), o vetor posição (\vec{r}) do elemento de área dS com relação ao centro de massa (CM) do satélite, o vetor de posição (\vec{R}_*) do Sol em relação ao elemento de área dS e o ângulo de incidência (θ_i) entre \hat{u} e \hat{n} , representando-os no Sistema de Eixos Principais do Satélite, em termos de elementos orbitais e da orientação espacial do satélite ($I, \theta, \nu + \omega, \Omega, \alpha, \delta$) e elementos do

posicionamento do Sol (ascensão reta do Sol α_S , declinação do Sol δ_S). Para isso algumas considerações são necessárias (ZANARDI, 1993):

- 1 Como as dimensões do satélite são extremamente pequenas em relação a distância satélite-Sol (Figura (5.2)), então consideraremos que o vetor posição \vec{R}_* é o próprio vetor \vec{R} , que une o Sol ao CM do satélite:

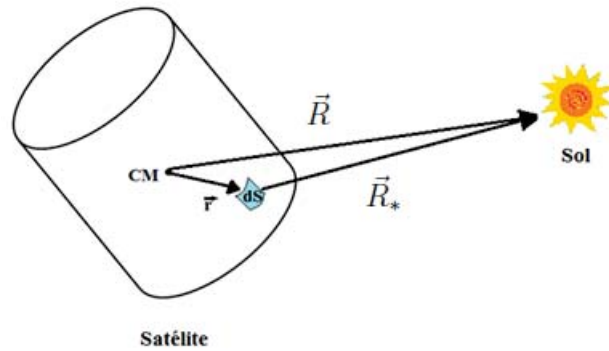


Figura 5.2: Posicionamento do CM do satélite e do elemento de superfície em relação ao Sol.

- 2 \vec{r} e \vec{n} dependem da forma do satélite. Representaremos seus componentes no Sistema Principal do satélite por:

$$\begin{aligned}\vec{n} &= n_x \hat{i}^* + n_y \hat{j}^* + n_z \hat{k}^*, \\ \vec{r} &= r_x \hat{i}^* + r_y \hat{j}^* + r_z \hat{k}^*,\end{aligned}\tag{5.5}$$

sendo \hat{i}^* , \hat{j}^* e \hat{k}^* os versores do Sistema Principal.

- 3 Por conveniência, vamos representar o vetor do Sol (\vec{R}) em relação ao centro de massa (CM) do satélite em termos do vetor que une a Terra e o Sol (\vec{R}_S) e o vetor que une o CM do satélite e ao CM da Terra (\vec{r}_*), como mostra a Figura (5.3).

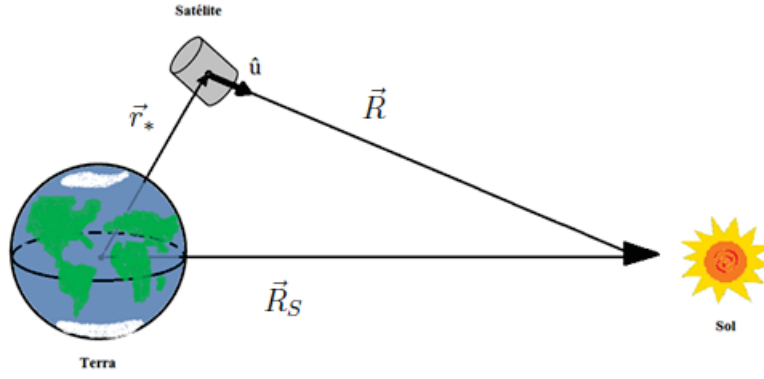


Figura 5.3: Disposição dos vetores que unem o satélite, a Terra e o Sol.

A partir da Figura (5.3), pode-se escrever:

$$\begin{aligned}\vec{R} &= \vec{R}_S - \vec{r}_*, \\ R^2 &= R_S^2 + r_*^2 - 2(\vec{r}_* \cdot \vec{R}_S).\end{aligned}\tag{5.6}$$

3.a Vetor posição do CM do satélite em relação ao CM da Terra (\vec{r}_*): Seja o Sistema Orbital ($O'x_Sy_Sz_S$) cujos vetores unitários são dados por $\hat{i}_S, \hat{j}_S, \hat{k}_S$. Seja o Sistema Principal, cujos vetores unitários são $\hat{i}^*, \hat{j}^*, \hat{k}^*$. Através da matriz de rotação entre os dois sistemas, dada na equação (3.16), temos:

$$\vec{r}_* = r_* \hat{i}_S = r_* ((q_e)_1 \hat{i}^* + (q_e)_2 \hat{j}^* + (q_e)_3 \hat{k}^*),\tag{5.7}$$

na qual

$$r_* = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos(\nu)},\tag{5.8}$$

sendo a o semieixo maior, e a excentricidade da órbita e ν a anomalia verdadeira, e $((q_e)_1, (q_e)_2$ e $(q_e)_3$) são os componentes da matriz de rotação que relaciona os sistemas de coordenadas Orbital e Principal.

3.b Vetor posição do Sol em relação ao CM da Terra: Considerando o sistema equatorial e o sistema do satélite pode-se utilizar a matriz de rotação entre o sistema principal e o sistema equatorial dada na equação (3.19), resultando em (ZANARDI, 1993):

$$\vec{R}_S = a_s(R_x \hat{i}^* + R_y \hat{j}^* + R_z \hat{k}^*), \quad (5.9)$$

em que

$$\begin{aligned} R_x &= (q_f)_1 \cos(\delta_S) \cos(\alpha_S) + (q_f)_2 \cos(\delta_S) \text{sen}(\alpha_S) + (q_f)_3 \text{sen}(\delta_S), \\ R_y &= (q_f)_4 \cos(\delta_S) \cos(\alpha_S) + (q_f)_5 \cos(\delta_S) \text{sen}(\alpha_S) + (q_f)_6 \text{sen}(\delta_S), \\ R_z &= (q_f)_7 \cos(\delta_S) \cos(\alpha_S) + (q_f)_8 \cos(\delta_S) \text{sen}(\alpha_S) + (q_f)_9 \text{sen}(\delta_S), \end{aligned} \quad (5.10)$$

α_S é a ascensão reta e δ_S é a declinação do Sol e $(q_f)_i$, $i = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$ e 9 , são os elementos da matriz de rotação entre o sistema equatorial e o sistema principal, dadas em (3.15).

Logo o módulo de \vec{R} é determinado por:

$$R^2 = a_s^2 + r_*^2 + 2r_* a_s ((q_e)_1 R_x + (q_e)_2 R_y + (q_e)_3 R_z). \quad (5.11)$$

4 A direção (\hat{u}) e o ângulo (θ_i) de Incidência da Luz Solar, representados nas Figuras (5.1) e (5.4) respectivamente, são dados por

$$\hat{u} = \frac{1}{R} (\hat{R}_S - \hat{r}_*), \quad (5.12)$$

$$u_x = \frac{1}{R} (a_s R_x + r_* (q_e)_1) \hat{i}^*, \quad (5.13)$$

$$u_y = \frac{1}{R} (a_s R_y + r_* (q_e)_2) \hat{j}^*, \quad (5.14)$$

$$u_z = \frac{1}{R} (a_s R_z + r_* (q_e)_3) \hat{k}^*, \quad (5.15)$$

$$\cos(\theta_i) = \hat{u} \cdot \hat{n}, \quad (5.16)$$

$$\cos(\theta_i) = u_x n_x + u_y n_y + u_z n_z, \quad (5.17)$$

com $(q_e)_1$, $(q_e)_2$ e $(q_e)_3$ os elementos da matriz de rotação dados em (3.15). Todos os parâmetros já estão definidos no sistema de eixos principais e substituindo estes parâmetros na expressão (5.3) é obtido:

$$\vec{N}_{RS} = N_{RSx} \hat{i}^* + N_{RSy} \hat{j}^* + N_{RSz} \hat{k}^*, \quad (5.18)$$

onde N_{RSx} , N_{RSy} e N_{RSz} estão em Zanardi (1993).

As tabelas com os valores da ascensão reta e da declinação do Sol para o intervalo de tempo considerado nas simulações numéricas são apresentadas no Apêndice B.

5.3 Aplicação ao Satélite Cilíndrico

Para expandir as integrais do modelo do torque deve-se conhecer as características geométricas e os parâmetros de reflexão do satélite. O modelo aqui apresentado é válido para um satélite cilíndrico, com raio ρ_{RS} e altura h_{RS} . Admite-se que o satélite está sempre iluminado, ou seja despreza-se a sombra da Terra sobre a órbita. Os valores numéricos para a ascensão reta e na declinação do Sol são assumidos conhecidos e fornecidos pelo *ASTRONÔMICAL ALMANAC* (2011).

As superfícies iluminadas do satélite cilíndrico são a base (S_1) e parcialmente a lateral (S_2) como pode ser visto (5.4) (ZANARDI, 1993).

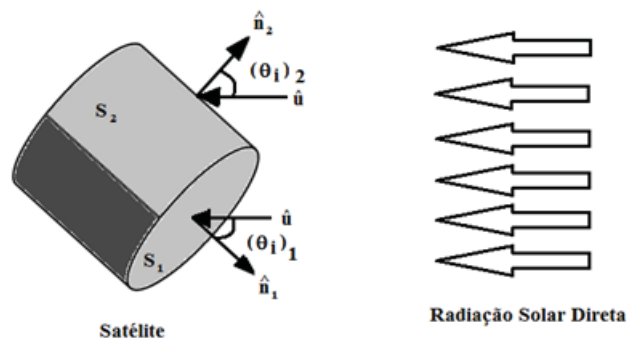


Figura 5.4: Superfícies iluminadas do satélite cilíndrico.

Será analisada cada superfície separadamente, sendo que a representação de cada uma delas pode ser feita em termo de coordenadas cilíndricas no Sistema Principal (ZANARDI, 1993; ZANARDI & VILHENA DE MORAES, 1999).

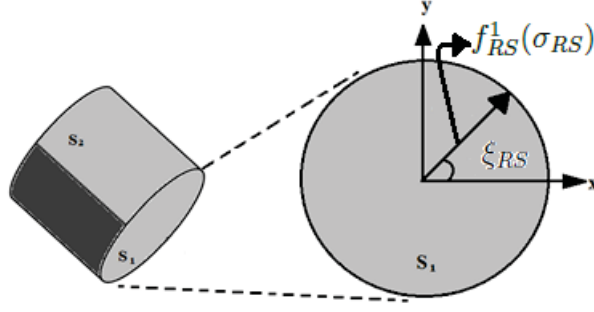


Figura 5.5: Coordenadas cilíndricas para a base S_1 do satélite.

- Superfície S_1 (base)

Consideremos as coordenadas cilíndricas $(z_{RS}, f_{RS}^1(\sigma_{RS}), \xi_{RS})$, como mostra a Figura (5.5). As variações das coordenadas são as seguintes:

$$0 \leq f_{RS}^1(\sigma_{RS}) \leq \sigma_{RS}, \quad (5.19)$$

$$0 \leq \xi_{RS} \leq 2\pi, \quad (5.20)$$

$$z_{RS} = \frac{h_{RS}}{2}. \quad (5.21)$$

Expressando \hat{n}_1 e \vec{r}_1 em coordenadas cilíndricas:

$$\hat{n}_1 = \hat{k}^*, \quad (5.22)$$

$$\vec{r}_1 = f_{RS}^1 \cos(\xi_{RS}) \hat{i}^* + f_{RS}^1 \text{sen}(\xi_{RS}) \hat{j}^* + \frac{h_{RS}}{2} \hat{k}^*, \quad (5.23)$$

$$N_{RS1x} = \frac{K_{RS}}{R^2} (1 - \beta_{RS1} \gamma_{RS1}) \frac{h_{RS}}{2} \rho_{RS}^2 u_y u_x, \quad (5.24)$$

$$N_{RS1y} = -\frac{K_{RS}}{R^2} (1 - \beta_{RS1} \gamma_{RS1}) \frac{h_{RS}}{2} \rho_{RS}^2 u_x u_z, \quad (5.25)$$

$$N_{RS1z} = 0. \quad (5.26)$$

É interessante observar que β_{RS1} e γ_{RS1} poderiam variar no intervalo de tempo considerado, porém é adotado valores médios fixos conhecidos para estes coeficientes para que possam ser considerados constantes no processo de integração.

- Superfície S_2 (lateral)

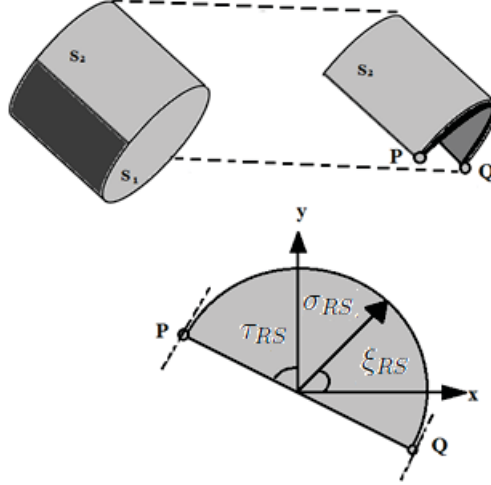


Figura 5.6: Esquematização lateral iluminada S_2 .

A superfície lateral iluminada (S_2) está representada na Figura (5.6). As retas que tangenciam a lateral do corpo cilíndrico pelos pontos P e Q limitam a região iluminada. Para a determinação destes, considera-se o plano que contém o eixo principal de inércia e a direção de incidência da luz solar. Os pontos em que este plano tangencia a superfície pertencem às essas retas, sendo P e Q os pontos na base do cilindro. O parâmetro τ_{RS} e a variação de ζ_{RS} são dados por:

$$\tan(\tau_{RS}) = \frac{u_y}{u_x}, \quad (5.27)$$

$$\tau_{RS} - 90^\circ \leq \zeta_{RS} \leq \tau_{RS} + 90^\circ. \quad (5.28)$$

Expressando \hat{n}_2 e \vec{r}_2 em coordenadas cilíndricas:

$$\hat{n}_2 = \cos(\zeta_{RS})\hat{i}^* + \text{sen}(\zeta_{RS})\hat{j}^*, \quad (5.29)$$

$$\vec{r}_2 = \sigma_{RS} \cos(\zeta_{RS}) \hat{i}^* + \sigma_{RS} \text{sen}(\zeta_{RS}) \hat{j}^* + z_{RS} \hat{k}^*, \quad (5.30)$$

onde

$$-\frac{h_{RS}}{2} \leq z_{RS} \leq \frac{h_{RS}}{2}. \quad (5.31)$$

Utilizando os termos das expressões (5.27) e (5.28), a expressão do TRS para a superfície lateral (S_2) fica (ZANARDI, 1993):

$$N_{RS2x} = -\frac{K_{RS}}{R^2} (1 - \beta_{RS2} \gamma_{RS2}) \frac{h_{RS}}{2} \rho_{RS}^2 u_y u_x, \quad (5.32)$$

$$N_{RS2y} = \frac{K_{RS}}{R^2} (1 - \beta_{RS2} \gamma_{RS2}) \frac{h_{RS}}{2} \rho_{RS}^2 u_x u_z, \quad (5.33)$$

$$N_{RS2z} = 0. \quad (5.34)$$

A mesma observação feita para a superfície S_1 é válida para a superfície S_2 , ou seja, valores médios fixos serão assumidos para β_{RS2} e γ_{RS2} . Então, o Torque Radiação Solar Direta Total (TRS) \vec{N}_{RS} sobre toda a superfície iluminada do satélite cilíndrico é dada pela soma das parcelas dos torques em cada superfície S_1 e S_2 , ou seja:

$$\vec{N}_{RS} = N_{RSx}' \hat{i}^* + N_{RSy}' \hat{j}^* + N_{RSz}' \hat{k}^*, \quad (5.35)$$

na qual:

$$N_{RSx}' = -\frac{K_{RS}}{R^2} (\beta_{RS1} \gamma_{RS1} - \beta_{RS2} \gamma_{RS2}) \frac{h_{RS}}{2} \rho_{RS}^2 u_y^* u_x^*, \quad (5.36)$$

$$N_{RSy}' = \frac{K_{RS}}{R^2} (\beta_{RS1} \gamma_{RS1} - \beta_{RS2} \gamma_{RS2}) \frac{h_{RS}}{2} \rho_{RS}^2 u_x^* u_z^*, \quad (5.37)$$

$$N_{RSz}' = 0, \quad (5.38)$$

e

$$u_x^* = a_S R_x + r_*(q_e)_1, \quad (5.39)$$

$$u_y^* = a_S R_y + r_*(q_e)_2, \quad (5.40)$$

$$u_z^* = a_S R_z + r_*(q_e)_3, \quad (5.41)$$

sendo que r_* , R_x , R_y e R_z dados por (5.8) e (5.10).

Observa-se que a componente no eixo Oz é nula. Isso se dá devido à simetria geométrica e da distribuição de massa uniforme do satélite. Com isso, o satélite oscila em torno deste eixo. Nota-se também que este torque pode se anular no caso do produto entre os parâmetros de reflexão β_{RSj} e γ_{RSj} , $j = 1, 2$, serem iguais, sendo então um caso particular de reflexão especular total nas duas superfícies.

Neste trabalho serão consideradas apenas os componentes médios do TRS, os quais incluem as principais influências deste torque no movimento rotacional do satélite. Estes componentes médios são obtidos pela média em um período orbital dos componentes do torque instantâneo. As equações do movimento rotacional de satélites estabilizados por rotação dependem dos componentes dos torques externos no sistema de coordenadas do satélite e para a obtenção do TRS médio, serão utilizadas os componentes do TRS aplicado a um satélite cilíndrico no sistema principal dado pela equação (5.35). Usando a inversa da matriz Q_d , apresentada em (3.13), o torque instantâneo no sistema do satélite é dado por:

$$\vec{N}_{RS} = N_{RSx}\hat{i} + N_{RSy}\hat{j} + N_{RSz}\hat{k}, \quad (5.42)$$

em que:

$$N_{RSx} = -\frac{K_{RS}}{R^2}(\beta_{RS1}\gamma_{RS1} - \beta_{RS2}\gamma_{RS2})\frac{h_{RS}}{2}\rho_{RS}^2 u_z^*(u_y^* \cos(\theta) + (u_x^* \text{sen}(\theta))), \quad (5.43)$$

$$N_{RSy} = -\frac{K_{RS}}{R^2}(\beta_{RS1}\gamma_{RS1} - \beta_{RS2}\gamma_{RS2})\frac{h_{RS}}{2}\rho_{RS}^2 u_z^*(u_y^* \text{sen}(\theta) - (u_x^* \cos(\theta))), \quad (5.44)$$

$$N_{RSz} = 0. \quad (5.45)$$

5.4 Determinação dos Componentes do Torque de Pressão de Radiação Solar Médio

No desenvolvimento desta teoria é considerada a influência dos torques médios. O TRS médio é aqui representado por $\langle \vec{N}_{RS} \rangle$, com componentes $\langle \vec{N}_{RSx} \rangle$, $\langle \vec{N}_{RSy} \rangle$ e $\langle \vec{N}_{RSz} \rangle$, e é calculado pela média do TRS para um satélite cilíndrico, \vec{N} , dado por (5.42), em um período orbital (MOTTA, 2011):

$$\langle \vec{N}_{RS} \rangle = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \vec{N} dt, \quad (5.46)$$

sendo T o período orbital e t_0 o instante inicial.

Para esta integração é necessária uma mudança de variáveis considerando o satélite em órbita circular, calculando a média na latitude verdadeira $\bar{\nu} = \omega + \nu$, utilizando relações do movimento elíptico (BATE et al., 1971):

$$r_C^2 \frac{d\bar{\nu}}{dt} = h \text{ ou } dt = \frac{r_C^2}{h} d\bar{\nu}, \quad (5.47)$$

sendo r_C o raio da órbita circular e h o momento angular de translação. Substituindo (5.46) em (5.47) temos:

$$\langle \vec{N}_{RS} \rangle = \frac{1}{T} \int_0^{2\pi} \vec{N} \frac{r_C^2}{h} d\bar{\nu}. \quad (5.48)$$

Para o desenvolvimento da equação (5.48) é necessário que todos os termos do TRS instantâneo \vec{N}_{RS} estejam representados em termos de $\bar{\nu}$. As variáveis α e δ estão relacionadas com o posicionamento do eixo de rotação em relação ao sistema equatorial e são independentes de $\bar{\nu}$ ao longo de um período orbital do satélite. Os elementos orbitais r_C , h e os ângulos I e Ω também podem ser considerados constantes em um período orbital. Assim é necessário representar o ângulo de rotação θ , dado por (3.14), como função de $\bar{\nu}$. No entanto no desenvolvimento dos componentes do TRS, o ângulo θ aparece somente na matriz dada em (3.13), para realizar as rotações entre sistema de coordenadas do satélite e principal, levando do primeiro ao segundo na aplicação do TRS no satélite cilíndrico e do segundo para o primeiro para a obtenção do TRS médio. Sendo assim o ângulo θ não aparece nos componentes do TRS em coordenadas do sistema do satélite.

Assim todos os termos dos componentes do TRS em (5.50) estão em termos da latitude verdadeira $\bar{\nu}$, e o TRS médio no sistema do satélite pode ser representado por:

$$\langle \vec{N}_{RS} \rangle = \langle \vec{N}_{RSx} \rangle \hat{i} + \langle \vec{N}_{RSy} \rangle \hat{j} + \langle \vec{N}_{RSz} \rangle \hat{k}, \quad (5.49)$$

com

$$\langle N_{RSx} \rangle = \frac{1}{T} \int_0^{2\pi} \vec{N}_x \frac{r_C^2}{h} d\bar{\nu}, \quad (5.50)$$

$$\langle N_{RSy} \rangle = \frac{1}{T} \int_0^{2\pi} \vec{N}_y \frac{r_C^2}{h} d\bar{\nu}, \quad (5.51)$$

$$\langle N_{RSz} \rangle = 0, \quad (5.52)$$

sendo N_{RSx} , N_{RSy} , N_{RSz} dados em (5.43), (5.44) e (5.45).

Os componentes N_{RSx} , N_{RSy} e N_{RSz} são funções de α , δ , Ω , I e $\bar{\nu}$. Assim, após várias manipulações algébricas, as integrais das equações (5.50), (5.51) e (5.52) se reduzem em integrais de funções de $\bar{\nu}$ (MOTTA, 2011):

$$\langle N_{RSx} \rangle = \frac{r_C^2 B_{RS}}{Th} \int_0^{2\pi} \varphi_x^{RS}(\bar{\nu}) d\bar{\nu}, \quad (5.53)$$

$$\langle N_{RSy} \rangle = \frac{r_C^2 B_{RS}}{Th} \int_0^{2\pi} \varphi_y^{RS}(\bar{\nu}) d\bar{\nu}, \quad (5.54)$$

$$\langle N_{RSz} \rangle = 0, \quad (5.55)$$

sendo

$$B_{RS} = \frac{K_{RS}}{R^4} (\beta_{RS1} \gamma_{RS1}) - \beta_{RS2} \gamma_{RS2} \frac{h_{RS}}{2} \pi \rho_{RS}, \quad (5.56)$$

em que as funções $\varphi_x^{RS}(\bar{\nu})$ e $\varphi_y^{RS}(\bar{\nu})$ estão apresentadas em Motta(2011).

Integrando as equações (5.53) e (5.54), os componentes do TRS médio são obtido:

$$\begin{aligned} \langle N_{RSx} \rangle &= B_{RS} \left(GC_a + \frac{GC_b}{2} \right), \\ \langle N_{RSy} \rangle &= B_{RS} \left(GC_c + \frac{GC_d}{2} \right), \\ \langle N_{RSz} \rangle &= 0, \end{aligned} \quad (5.57)$$

sendo

$$\begin{aligned}
GC_a = a_s^2 \{ & [\cos(\alpha) \cos(\delta) \cos(\alpha_S) \cos(\delta_S) + \text{sen}(\alpha) \cos(\delta) \text{sen}(\alpha_S) \cos(\delta_S) \\
& + \text{sen}(\delta) \text{sen}(\delta_S)] [-\cos(\alpha) \text{sen}(\delta) \cos(\alpha_S) \cos(\delta_S) \\
& - \text{sen}(\alpha) \text{sen}(\delta) \text{sen}(\alpha_S) \cos(\delta_S) + \cos(\delta) \text{sen}(\delta_S)] \}, \quad (5.58)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
GC_b = r_*^2 \{ & \text{sen}(\delta) \cos(\delta) \cos^2(\Omega - \alpha) + \text{sen}(\delta) \cos(\delta) \text{sen}^2(\Omega - \alpha) \cos^2(I) \\
& + \text{sen}(\Omega - \alpha) \text{sen}(I) \cos(I) + \text{sen}(\delta) \cos(\delta) \text{sen}^2(I) \}, \quad (5.59)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
GC_c = a_s^2 \{ & [\cos(\alpha) \cos(\delta) \cos(\alpha_S) \cos(\delta_S) + \text{sen}(\alpha) \cos(\delta) \text{sen}(\alpha_S) \cos(\delta_S) \\
& + \text{sen}(\delta) \text{sen}(\delta_S)] [-\text{sen}(\alpha) \cos(\alpha_S) \cos(\delta_S) \\
& + \cos(\alpha) \text{sen}(\alpha_S) \cos(\delta_S)] \}, \quad (5.60)
\end{aligned}$$

$$GC_d = r_*^2 \cos(\Omega - \alpha) \{ \cos(\delta) \text{sen}(\Omega - \alpha) [1 + \cos^2(I)] + \text{sen}(\delta) \text{sen}(I) \cos(I) \}, \quad (5.61)$$

estas constantes estão presentes em Motta (2011).

Capítulo 6

Torque de Gradiente de Gravidade

Devido a dimensão de um corpo e a variação da força gravitacional com o inverso do quadrado da distância do corpo ao Centro de Massa (*CM*) da Terra, a magnitude desta força não é constante em todos os pontos deste corpo. A diferença da força aplicada em cada ponto origina um torque denominado torque de gradiente de gravidade (TGG).

Neste capítulo será introduzido um modelo matemático para o torque de gradiente de gravidade e serão apresentados seus componentes médios em um período orbital no sistema do satélite, os quais serão introduzidos nas equações do movimento de um satélite estabilizado por rotação (KUGA et al,1987) para posterior obtenção de uma solução analítica. O modelo do TGG e seus componentes médios são baseados no trabalho desenvolvido por Chiaradia (2007).

6.1 Modelo matemático para o torque de gradiente de gravidade

O modelo matemático a ser utilizado neste trabalho é baseado em Carrara e Guedes (1994) e em Chiaradia (2007). Para derivar uma expressão matemática para o TGG, considera-se inicialmente a força $d\vec{F}_{GG}$ atuante sobre um elemento de massa dm do satélite com vetor posição \vec{r}_{GG} (dado no sistema orbital) em relação ao centro de massa do satélite e, em seguida, obtém-se o torque atuante neste elemento de massa através do produto vetorial entre \vec{r}_{GG} e $d\vec{F}_{GG}$. A integral sobre todo o corpo do satélite deste produto vetorial fornece o torque total atuante sobre o satélite.

6.1.1 Componentes da força gravitacional atuante em um elemento de massa

De acordo com a Lei da Gravitação Universal de Newton, um elemento de massa dm nas proximidades da Terra sofre a ação de uma força dada por:

$$d\vec{F}_{GG} = -\frac{\mu dm}{r_{gg*}^3} r_{gg*}^{\rightarrow}, \quad (6.1)$$

em que $\mu = GM_T$, onde G representa a constante gravitacional terrestre e M_T é a massa da Terra. Considera-se que o elemento de massa dm de um satélite possui coordenadas x_{dm}, y_{dm}, z_{dm} em relação ao centro de massa (CM) do satélite, dadas no sistema orbital representado pelos versores $\hat{i}_s, \hat{j}_s, \hat{k}_s$, como representado na Figura (6.1).

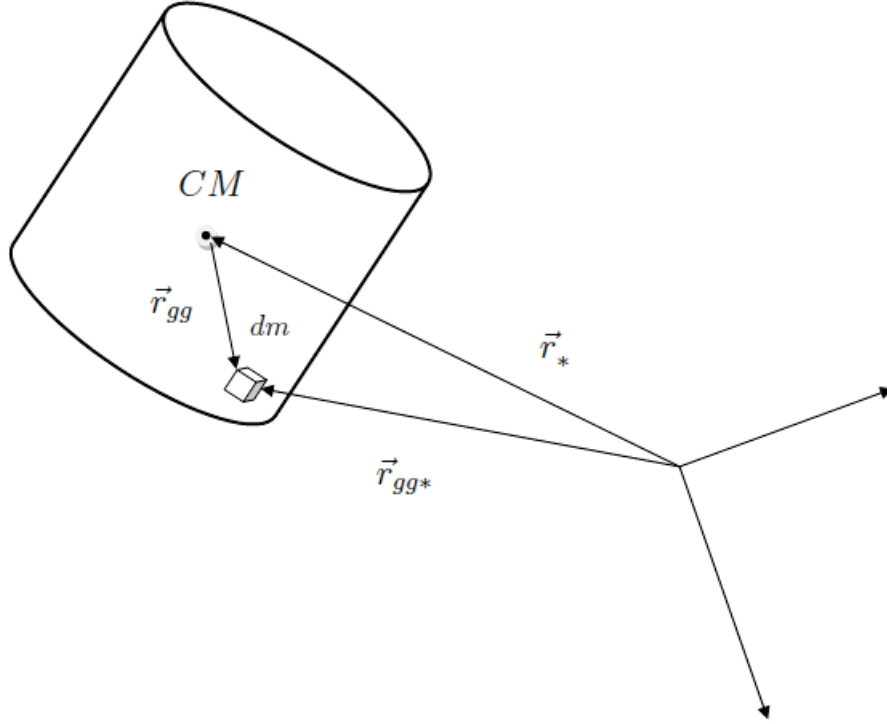


Figura 6.1: Posicionamento do elemento de massa dm em relação ao sistema orbital.

Observando a Figura (6.1), tem-se:

$$\vec{r}_* = r_* \hat{i}_S, \quad (6.2)$$

$$\vec{r}_{gg} = x_{dm} \hat{i}_S + y_{dm} \hat{j}_S + z_{dm} \hat{k}_S, \quad (6.3)$$

$$\vec{r}_{gg*} = r_* \hat{i}_S + \vec{r}_{gg}, \quad (6.4)$$

logo

$$\vec{r}_{gg*} = (x_{dm} + r_*)\hat{i}_S + y_{dm}\hat{j}_S + z_{dm}\hat{k}_S, \quad (6.5)$$

e

$$r_{gg*}^3 = [(r_* + x_{dm})^2 + y_{dm}^2 + z_{dm}^2]^{3/2}. \quad (6.6)$$

Substituindo (6.5) e (6.6) em (6.1) tem-se:

$$d\vec{F}_{GG} = -\mu dm \frac{(x_{dm} + r_*)\hat{i}_S + y_{dm}\hat{j}_S + z_{dm}\hat{k}_S}{[(r_* + x_{dm})^2 + y_{dm}^2 + z_{dm}^2]^{3/2}}. \quad (6.7)$$

Devido às dimensões do satélite temos que $R \gg x_{dm}$, $R \gg y_{dm}$ e $R \gg z_{dm}$, o denominador que aparece ao colocar $(1/r_{gg*})$ em evidência na equação (6.7), pode ser expandido em série de Taylor. Feito isso desprezando os termos de segunda ordem tem-se (CHIARADIA, 2007):

$$\left[\left(1 + \frac{x_{dm}}{r_*}\right)^2 + \left(1 + \frac{y_{dm}}{r_*}\right)^2 + \left(1 + \frac{z_{dm}}{r_*}\right)^2 \right]^{-3/2} \cong 1 - 3\frac{x_{dm}}{r_*}.$$

Substituindo essa expansão em (6.7) e após alguma manipulação tem-se:

$$d\vec{F}_{GG} = -\frac{\mu dm}{r_*^2} \left(1 - 3\frac{x_{dm}}{r_*}\right) \left[\left(1 + \frac{x_{dm}}{r_*}\right)\hat{i}_S + \left(1 + \frac{y_{dm}}{r_*}\right)\hat{j}_S + \left(1 + \frac{z_{dm}}{r_*}\right)\hat{k}_S \right]. \quad (6.8)$$

Analisando separadamente cada componente da força da equação (6.8) e novamente desprezando termos de segunda ordem, os componentes da força atuando em dm são dados por:

$$d\vec{F}_{GGx} = -\frac{\mu dm}{r_*^2} \left(1 - 2\frac{x_{dm}}{r_*}\right)\hat{i}_S, \quad (6.9)$$

$$d\vec{F}_{GGy} = -\frac{\mu dm}{r_*^2} \left(\frac{y_{dm}}{r_*}\right)\hat{i}_S, \quad (6.10)$$

$$d\vec{F}_{GGz} = -\frac{\mu dm}{r_*^2} \left(\frac{z_{dm}}{r_*}\right)\hat{i}_S. \quad (6.11)$$

Conclui-se que a força sobre um elemento de massa dm , dada no sistema orbital, é dada por:

$$d\vec{F}_{GG} = -\frac{\mu dm}{r_{gg}^2} \left[\left(1 - 2\frac{x_{dm}}{r_*}\right)\hat{i}_S + \left(\frac{y_{dm}}{r_*}\right)\hat{j}_S + \left(\frac{z_{dm}}{r_*}\right)\hat{k}_S \right]. \quad (6.12)$$

6.1.2 Torque de gradiente de gravidade no sistema principal

O torque em relação ao centro de massa do satélite é dado por:

$$d\vec{N}_{GG}^* = \vec{r}_{gg} \times d\vec{F}_{GG}. \quad (6.13)$$

Substituindo (6.3) e (6.12) em (6.13), após algumas manipulações algébricas tem-se:

$$d\vec{N}_{GG}^* = -\frac{\mu dm}{r_*^2} \left[z_{dm} (r_* - 3x_{dm}) \hat{j}_S - y_{dm} (r_* - 3x_{dm}) \hat{k}_S \right]. \quad (6.14)$$

Observa-se que o torque de gradiente de gravidade não possui componente na direção do vetor posição do centro de massa do satélite em relação ao centro de massa da Terra (CARRARA, 1994). O torque total atuante no satélite é obtido fazendo a integração de (6.14) em todo o corpo do satélite.

O elemento diferencial do torque dado na equação (6.14) está expresso no sistema orbital, mas pode-se representá-lo em um sistema de referência fixo no satélite, utilizando uma matriz de rotação que relacione estes dois sistemas. Se considerarmos o sistema principal $Ox^*y^*z^*$ com versores i^* , j^* e k^* , podemos utilizar a matriz de rotação Q_e que relaciona o sistema orbital e principal, dada em (3.16), de modo que o torque de gradiente de gravidade total no sistema principal é dado por (CHIARADIA,2007):

$$\vec{N}_{GG}^* = 3\frac{\mu}{r_*^3} [(q_e)_4(q_e)_7(I_z - I_y)\hat{i}^* + (q_e)_1(q_e)_7(I_x - I_z)\hat{j}^* + (q_e)_1(q_e)_4(I_y - I_x)\hat{k}^*]. \quad (6.15)$$

Com I_x , I_y e I_z sendo os momentos principais de inércia apresentados em (CHIARADIA,2007).

6.2 Torque de gradiente de gravidade no sistema do satélite

Nas equações do movimento rotacional de satélites artificiais estabilizados por rotação são necessários os componentes do torque no sistema do satélite (KUGA et al., 1987). Portanto é necessário realizar uma mudança de coordenadas a partir de (6.15), que fornece o TGG no sistema principal. Para isso utilizamos a matriz de rotação Q_d , dada por (3.13), de modo que o TGG no sistema do satélite é dado por:

$$\vec{N}_{GG} = N_{GGx}\hat{i} + N_{GGy}\hat{j} + N_{GGz}\hat{k}, \quad (6.16)$$

com

$$N_{GGx} = 3 \frac{\mu}{r_*^3} [(q_e)_4 (q_e)_7 (I_z - I_y) \cos(\theta) - (q_e)_1 (q_e)_7 (I_x - I_z) \sin(\theta)], \quad (6.17)$$

$$N_{GGy} = 3 \frac{\mu}{r_*^3} [(q_e)_4 (q_e)_7 (I_z - I_y) \sin(\theta) - (q_e)_1 (q_e)_7 (I_x - I_z) \cos(\theta)], \quad (6.18)$$

$$N_{GGz} = 3 \frac{\mu}{r_*^3} [(q_e)_1 (q_e)_4 (I_y - I_x)]. \quad (6.19)$$

6.3 Determinação dos componentes do torque de gradiente de gravidade médio

No desenvolvimento desta teoria são considerados a influência dos torques médios. O TGG médio é aqui representado por $\langle N_{GGx} \rangle$, $\langle N_{GGy} \rangle$ e $\langle N_{GGz} \rangle$, os quais são calculados pela média do TGG instantâneo, dado por (6.17), (6.18) e (6.19) em um período orbital:

$$\langle N_{GG} \rangle = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \vec{N}_{GG} dt, \quad (6.20)$$

sendo T o período orbital e t_0 o instante inicial.

A determinação dos componentes médios do TGG foi realizada por Chiaradia (2007) considerando o satélite em órbita circular, utilizando a latitude verdadeira $\bar{\nu} = \omega + \nu$, que no caso da órbita circular é a latitude média. Como as órbitas dos satélites que serão utilizados nas aplicações são quase circulares, os componentes médios do TGG computados por Chiaradia (2007) serão utilizados neste trabalho. Para o cálculo do torque médio, Chiaradia (2007) realizou uma mudança de variável de integração em (6.21), calculando a média na latitude verdadeira $\bar{\nu}$, utilizando relações do movimento elíptico (BATE et al., 1971) assim como no capítulo como no capítulo anterior e substituindo (5.47) em (6.21) tem-se:

$$\langle N_{GG} \rangle = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \vec{N}_{GG} \frac{r_C^2}{h} d\bar{\nu}. \quad (6.21)$$

Para o desenvolvimento da equação (6.21) é necessário que todos os termos do TGG instantâneo \vec{N}_{GG} estejam representados em termos de $\bar{\nu}$. As variáveis α e δ estão relacionadas com o posicionamento do eixo de rotação em relação ao sistema equatorial e são

independentes de $\bar{\nu}$ ao longo de um período orbital do satélite. Os elementos orbitais r_c , h e os ângulos I e Ω também podem ser considerados constantes em um período orbital. Assim é necessário representar o ângulo de rotação θ , dado por (3.14), como função de $\bar{\nu}$. Após algumas manipulações algébricas o TGG médio no sistema do satélite pode ser representado por:

$$\langle N_{GG} \rangle = \langle N_{GGx} \rangle \hat{i} + \langle N_{GGy} \rangle \hat{j} + \langle N_{GGz} \rangle \hat{k}, \quad (6.22)$$

com

$$\langle N_{GGx} \rangle = \frac{1}{T} \int_0^{2\pi} \vec{N}_{GGx} \frac{r_C^2}{h} d\bar{\nu}, \quad (6.23)$$

$$\langle N_{GGy} \rangle = \frac{1}{T} \int_0^{2\pi} \vec{N}_{GGy} \frac{r_C^2}{h} d\bar{\nu}, \quad (6.24)$$

$$\langle N_{GGz} \rangle = \frac{1}{T} \int_0^{2\pi} \vec{N}_{GGz} \frac{r_C^2}{h} d\bar{\nu}, \quad (6.25)$$

sendo N_{GGx} , N_{GGy} , N_{GGz} dados em (6.17), (6.18) e (6.19).

Os componentes N_x , N_y e N_z são funções de α , δ , Ω , I e $\bar{\nu}$. Assim, após várias manipulações algébricas, as integrais das equações (6.23), (6.24) e (6.25) se reduzem em integrais de funções de $\bar{\nu}$.

$$\begin{aligned} \langle N_{GGx} \rangle &= 3 \frac{\mu}{2\pi r_*^3} [(I_z - I_y) \sum_{x_1} J_{x_1}^{GG} \int_0^{2\pi} \varphi_{x_1}^{RS}(\bar{\nu}) d\bar{\nu} \\ &\quad + (I_x - I_z) \sum_{x_2} J_{x_2}^{GG} \int_0^{2\pi} \varphi_{x_2}^{RS}(\bar{\nu}) d\bar{\nu}], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle N_{GGy} \rangle &= 3 \frac{\mu}{2\pi r_*^3} [(I_z - I_y) \sum_{y_1} J_{y_1}^{GG} \int_0^{2\pi} \varphi_{y_1}^{RS}(\bar{\nu}) d\bar{\nu} \\ &\quad + (I_x - I_z) \sum_{y_2} J_{y_2}^{GG} \int_0^{2\pi} \varphi_{y_2}^{RS}(\bar{\nu}) d\bar{\nu}], \end{aligned}$$

$$\langle N_{GGz} \rangle = 3 \frac{\mu}{2\pi r_*^3} \left[(I_y - I_x) \sum_z J_z^{GG} \int_0^{2\pi} \varphi_z^{RS}(\bar{\nu}) d\bar{\nu} \right], \quad (6.26)$$

em que $J_{x_1}^{GG}$, $J_{x_2}^{GG}$, $J_{y_1}^{GG}$, $J_{y_2}^{GG}$ e J_z^{GG} são funções trigonométricas que dependem de combinações dos ângulos α , δ , Ω e I e são encontradas em (CHIARADIA, 2007), que não estão aqui incluídas por serem muito extensas.

Para calcular as integrais das funções $\varphi_{x_1}^{RS}(\bar{\nu})$, $\varphi_{x_2}^{RS}(\bar{\nu})$, $\varphi_{y_1}^{RS}(\bar{\nu})$, $\varphi_{y_2}^{RS}(\bar{\nu})$ e $\varphi_z^{RS}(\bar{\nu})$, Chiaradia (2007) utilizou algumas propriedades trigonométricas de produtos entre senos e cossenos. Após um grande número de manipulações algébricas necessárias para o desenvolvimento das integrais, as expressões finais para os componentes $\langle N_{GGx} \rangle$, $\langle N_{GGy} \rangle$ e $\langle N_{GGz} \rangle$ do TGG médio encontram-se em Chiaradia (2007) ou no programa numérico utilizado na implementação desta teoria.

Capítulo 7

Torques Magnéticos

Neste capítulo serão analisados os torques magnéticos atuantes no satélite. Será estudado o campo magnético terrestre, para obter as interações entre este e o campo magnético do satélite. Estas interações dão origem principalmente ao torque magnético residual (TMR), ao torque magnético devido as correntes induzidas de Foucault (TMI) e ao torque de histerese. Este último é causado pela energia perdida em forma de calor durante o movimento de rotação do satélite. Este torque é de pequena magnitude e depende do material que foi construído o satélite e não será incluído neste trabalho.

Para a inclusão destes torques nas equações do movimento, serão obtidos os respectivos componentes médios. O modelo aqui apresentado para os torques magnéticos foi desenvolvido em Quirelli (2002).

7.1 Campo Magnético Terrestre

O campo geomagnético pode ser expresso como o gradiente de um potencial escalar V (WERTZ, 1978), ou seja:

$$\vec{B} = -\nabla V. \quad (7.1)$$

Pela necessidade de um modelo mais simples a exemplo do que aconteceu em Pereira (2011)(onde a complexidade matemática do modelo quadripolo impossibilitou a implementação continua dos torques), considera-se que o potencial escalar (V) de um dipolo magnético pode ser expresso por (THOMAS & CAPELLARI, 1963):

$$V = -\frac{l}{4\pi\mu_0} \frac{\hat{k}_m \cdot \vec{r}_*}{r_*^3}, \quad (7.2)$$

em que $\mu_0 = 4\pi \times 10^7 \text{W/A}$ é a permeabilidade magnética do espaço livre e \vec{l} é o vetor do momento magnético terrestre cuja a magnitude é $10^{17} \text{W}\cdot\text{m}$ (THOMAS & CAPELLARI,

1964). O versor \hat{k}_m já introduzido no Capítulo 3, descreve a direção do momento geomagnético e o vetor \vec{r}_* é o vetor posição do centro de massa da Terra ao centro de massa do satélite.

7.2 Torque Magnético Residual

O TMR ocorre principalmente devido ao momento magnético ao longo do eixo de rotação do satélite (WERTZ, 1978) que contribui junto a outros torques para uma lenta precessão do eixo de rotação e pode ser obtido por:

$$\vec{N}_{MR} = M_S \hat{k} \times \vec{B}, \quad (7.3)$$

sendo M_S o módulo do momento magnético do satélite (com amortecedor de nutação) ao longo do eixo de rotação (os momentos magnéticos para o intervalo de simulação e para ambos os satélites estão apresentados no Apêndice C), \hat{k} o versor ao longo do eixo de rotação do satélite e \vec{B} o campo magnético terrestre local ($\text{kg}/\text{A}\cdot\text{s}^2$).

O campo geomagnético \vec{B} é determinado no sistema magnético e através de matrizes de rotação, pode ser expresso no sistema equatorial e no sistema do satélite.

Considerando o vetor posição expresso no sistema magnético:

$$\vec{r}_* = x_m \hat{i}_m + y_m \hat{j}_m + z_m \hat{k}_m. \quad (7.4)$$

Substituindo (7.4) no potencial do dipolo geomagnético, dado por (7.2), o campo magnético da Terra é obtido por:

$$\vec{B} = -\frac{l}{4\pi\mu_0} \nabla \cdot \left(\frac{z_m}{r_*^3} \right), \quad (7.5)$$

em que:

$$r_*^3 = (x_m^2 + y_m^2 + z_m^2)^{3/2}. \quad (7.6)$$

Substituindo (7.6) em (7.5) e evoluindo os cálculos obtemos

$$\vec{B} = -\frac{lr^2}{4\pi\mu_0 r_*^5} \left[3x_m z_m \hat{i}_m + 3y_m z_m \hat{j}_m + (3z_m^2 - r_*^2) \hat{k}_m \right]. \quad (7.7)$$

Sejam as coordenadas normalizadas dos componentes do vetor \vec{r}_* (QUIRELLI, 2002):

$$\frac{x_m}{r_*} = r_{*x}; \quad \frac{y_m}{r_*} = r_{*y}; \quad \frac{z_m}{r_*} = r_{*z}. \quad (7.8)$$

Substituindo (7.8) em (7.7), o campo magnético passa a ser dado por:

$$\vec{B} = -\frac{l}{4\pi\mu_0 r_*^3} \left[3r_{*x} r_{*z} \hat{i}_m + 3r_{*y} r_{*z} \hat{j}_m + (3r_{*z}^2 - 1) \hat{k}_m \right]. \quad (7.9)$$

Das equações (7.4) e (7.7) tem-se que:

$$3(r_{x*}\hat{i}_m + r_{y*}\hat{j}_m + r_{z*}\hat{k}_m)r_{z*} = \frac{3\vec{r}_*z_m}{r_*^2}. \quad (7.10)$$

Lembrando que:

$$\vec{r}_* = r_*\hat{i}_S, \quad (7.11)$$

$$z_m = \vec{r}_* \cdot \hat{k}_m = r_*(\hat{i}_S \cdot \hat{k}_m), \quad (7.12)$$

e substituindo (7.11) e (7.12) em (7.10) tem-se:

$$3(r_{x*}\hat{i}_m + r_{y*}\hat{j}_m + r_{z*}\hat{k}_m)r_{z*} = 3(\hat{i}_S \cdot \hat{k}_m)\hat{i}_S. \quad (7.13)$$

Assim utilizando (7.13), a equação (7.9) pode ser reescrita como:

$$\vec{B} = \frac{l}{4\pi\mu_0r_*^3} \left[\hat{k}_m - 3(\hat{i}_S \cdot \hat{k}_m)\hat{i}_S \right]. \quad (7.14)$$

Utilizando das relações apresentadas no Capítulo 3, pode-se definir o TMR no sistema do satélite mudando as coordenadas de \vec{B} dada em (7.14) e substituindo este resultado em (7.3). Dessa forma pode-se obter o TMR médio.

7.2.1 Determinação dos Componentes do Torque Magnético Residual Médio

Assim como nos outros torques, o torque magnético residual médio é dado por:

$$\langle \vec{N}_{MR} \rangle = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \vec{N}_{MR} dt. \quad (7.15)$$

Utilizando o mesmo processo da obtenção da força de arrasto aerodinâmico médio, pode-se escrever o TMR médio em termos da anomalia média (ν):

$$\langle \vec{N}_{MR} \rangle = \frac{1}{T} \int_0^{2\pi} \vec{N}_{MR} \frac{r_*^2}{h} d\nu, \quad (7.16)$$

sendo que os termos já foram definidos anteriormente.

Usando (7.14) em (7.3) e substituindo em (7.16), obtêm-se:

$$\langle \vec{N}_{MR} \rangle = \frac{M_S l}{4\pi\mu_0 T} \hat{k} \times \int_0^{2\pi} \frac{\hat{k}_m - 3(\hat{i}_S \cdot \hat{k}_m)\hat{i}_S}{r_*^3} \left(\frac{r_*^2}{h} \right) d\nu. \quad (7.17)$$

Através da substituição de r_* e do momento angular específico h , usando (4.27), (4.28), (4.29) e (4.30), substituindo ainda \hat{k}_m expresso nos sistema equatorial, através de (3.23), obtêm-se:

$$\langle \vec{N}_{MR} \rangle = \vec{N}_{MR.int}. \quad (7.18)$$

Em Quirelli (2002) o vetor $\vec{N}_{MR.int}$ é dado por $\Re(\vec{N}_I + \vec{N}_{II})$, em que \Re é constante de integração e \vec{N}_I e \vec{N}_{II} são as duas funções a serem integradas. Utilizando as expansões do movimento elíptico até 2ª ordem na excentricidade (e) (BROUWER & CLEMENCE, 1961), as funções são integradas de modo a obter:

$$\langle \vec{N}_{MR} \rangle = \langle \vec{N}_{MRx} \rangle \hat{i} + \langle \vec{N}_{MRy} \rangle \hat{j}, \quad (7.19)$$

em que $\langle \vec{N}_{MRx} \rangle$ e $\langle \vec{N}_{MRy} \rangle$ estão em Quirelli (2002) representados por $\Re N_{rx}$ e $\Re N_{ry}$ respectivamente.

7.3 Torque Magnético Devido às Correntes Induzidas de Foucault

Quando uma superfície de material condutor é submetida à um campo magnético variável ou se movimenta de forma a variar o fluxo magnético, surgem pequenas correntes sobre o material, como ilustra a Figura (7.1). Estas correntes são denominadas correntes induzidas de *Foucault* e assemelham-se às correntes induzidas que surgem em espiras sujeitas à mesma situação. Essas correntes obedecem a *Lei de Lenz*, sendo assim criam uma força oposta ao movimento.

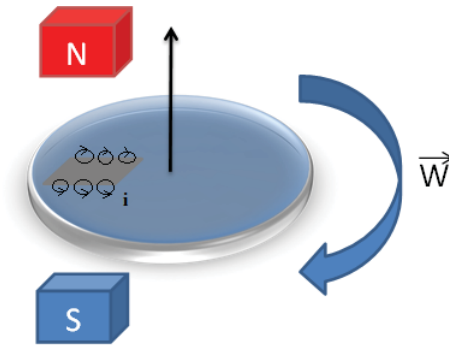


Figura 7.1: Criação de correntes induzidas de Foucault em um disco condutor em movimento

O movimento de rotação do satélite e as correntes induzidas de Foucault que circulam pelas superfícies metálicas do satélite geram o TMI, causando um decaimento de perfil

exponencial da velocidade de rotação (QUIRELLI, 2002). Tal torque pode ser descrito por (WERTZ, 1978):

$$\vec{N}_{MI} = p_F \vec{B} \times (\vec{B} \times \vec{W}), \quad (7.20)$$

em que \vec{W} é a velocidade angular de rotação do satélite, \vec{B} é o campo magnético terrestre local e p_F é um coeficiente que depende da geometria do satélite e da condutividade do material, denominado parâmetro de Foucault.

O TMI pode possuir componentes em todos os eixos do sistema do satélite, de modo que contribuirá para variações temporais tanto na ascensão reta e declinação do eixo de rotação quanto para a variação do módulo da velocidade de rotação do satélite (QUIRELLI, 2002). Sendo a velocidade de rotação ao longo do eixo principal de inércia, pelo fato de o satélite aqui estudado ser estabilizado por rotação, isto é:

$$\vec{W} = W \hat{k}. \quad (7.21)$$

Substituindo (7.21) em (7.20), o TMI toma a forma:

$$\vec{N}_{MI} = p_F W \vec{B} \times (\vec{B} \times \hat{k}). \quad (7.22)$$

Os parâmetros de Foucault para o intervalo de simulação e para ambos os satélites são apresentados no Apêndice C. Saliente-se que embora estes parâmetros sejam fixos, eles admitem diferentes valores para cada dia da simulação, o mesmo acontecendo para o momento residual do satélite M_S . Isso ocorre pois estes parâmetros são fornecidos pelo Centro de Controle de Satélites do INPE, o qual procede a estimação destes dois parâmetros juntamente com o vetor de velocidade de rotação, pré processando os conjuntos de dados dos sensores de atitude a bordo do satélite e coletados a cada passagem do satélite pelas estações de rastreamento (ORLANDO et al, 1997), o que acarreta em ajustes nos valores numéricos de tais parâmetros.

7.3.1 Determinação dos Componentes do Torque Magnético Devido às Correntes Induzidas de Foucault Médio

Como nos casos anteriores, o torque magnético devido às correntes induzidas de Foucault médio é dado por:

$$\langle \vec{N}_{MI} \rangle = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \vec{N}_{MI} dt. \quad (7.23)$$

Utilizando o mesmo processo da obtenção da força de arrasto aerodinâmico médio, pode-se escrever o TMI médio em termos de ν :

$$\langle \vec{N}_{MI} \rangle = \frac{1}{T} \int_0^{2\pi} \vec{N}_{MI} \frac{r_*^2}{h} d\nu, \quad (7.24)$$

sendo que os termos já foram definidos anteriormente.

Usando (7.14) em (7.3) e substituindo em (7.22), obtêm-se:

$$\langle \vec{N}_{MI} \rangle = \frac{p_F}{T} \left(\frac{l}{4\pi\mu_0} \right)^2 \int_0^{2\pi} W \left[\hat{k}_m - 3(\hat{i}_S \cdot \hat{k}_m)\hat{i}_S \right] \times \left[\left(\hat{k}_m - 3(\hat{i}_S \cdot \hat{k}_m)\hat{i}_S \right) \times \hat{k} \right] \frac{1}{r_*^4 h} d\nu. \quad (7.25)$$

Através da substituição de r_* e do momento angular específico h , usando (4.27), (4.28), (4.29) e (4.30), substituindo ainda \hat{k}_m expresso nos sistema equatorial, através de (3.23), obtêm-se:

$$\langle \vec{N}_{MI} \rangle = \vec{N}_{MI.int}. \quad (7.26)$$

Em Quirelli (2002) o vetor $\vec{N}_{MI.int}$ é dado por $\mathfrak{R}_i(\vec{N}_{III} + \vec{N}_{IV})$, em que \mathfrak{R}_i é constante de integração e \vec{N}_{III} e \vec{N}_{IV} são as duas funções a serem integradas. Como o objetivo é obter o valor dos componentes do torque médio durante uma órbita, a velocidade de rotação (W) é considerada como constante de integração. Sendo assim, ao se integrar \vec{N}_{III} e \vec{N}_{IV} , se obtêm:

$$\langle \vec{N}_{MI} \rangle = W \left(\langle \vec{N}_{MIx} \rangle \hat{i} + \langle \vec{N}_{MIy} \rangle \hat{j} + \langle \vec{N}_{MIz} \rangle \hat{k} \right), \quad (7.27)$$

em que $\langle \vec{N}_{MIx} \rangle$, $\langle \vec{N}_{MIy} \rangle$ e $\langle \vec{N}_{MIz} \rangle$ estão em Quirelli (2002) representados por $\mathfrak{R}_i N_{ix}$, $\mathfrak{R}_i N_{iy}$ e $\mathfrak{R}_i N_{iz}$ respectivamente ou no programa numérico aqui desenvolvido.

Capítulo 8

Abordagem Analítica para as Equações do Movimento

Neste Capítulo serão introduzidas as equações que descrevem o movimento rotacional de um satélite estabilizado por rotação. Estas equações são analisadas considerando a influência do TRS, do TA, do TGG, do TMR e do TMI. E em seguida é proposta uma solução analítica para estas equações.

8.1 Equações do movimento

Sejam $Oxyz$ o sistema do satélite, com versores $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$ e o $OXYZ$ o sistema equatorial, com versores $(\hat{I}, \hat{J}, \hat{K})$, já introduzidos anteriormente.

O satélite é estabilizado por rotação, logo se houver amortecedor de nutação no satélite o eixo de rotação alinha-se com o eixo de maior momento principal de inércia (neste caso o eixo Oz do sistema do satélite), de modo que o momento angular \vec{L} é expresso por:

$$\vec{L} = I_z W \hat{k}, \quad (8.1)$$

em que I_z é o maior momento principal de inércia do satélite e W é o módulo da velocidade de rotação do satélite.

Neste caso, as equações do movimento rotacional se reduzem a (KUGA, SILVA, GUEDES, 1987):

$$\vec{N} = \frac{d\vec{L}}{dt} = I_z \frac{dW}{dt} \hat{k} + I_z W \frac{d\hat{k}}{dt}, \quad (8.2)$$

sendo \vec{N} o torque externo total atuante no satélite. Utilizando a ascensão reta α e a declinação δ do eixo de rotação do satélite, juntamente com a matriz de rotação que

relaciona $Oxyz$ e $OXYZ$, introduzida no Capítulo 3 pela equação (3.2), obtém-se que (QUIRELLI, 2002):

$$\hat{k} = \cos(\delta) \cos(\alpha) \hat{I} + \cos(\delta) \sin(\alpha) \hat{J} + \sin(\delta) \hat{K}, \quad (8.3)$$

assim será obtido:

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{k}}{dt} = & [-\sin(\delta) \cos(\alpha) \hat{I} - \sin(\delta) \sin(\alpha) \hat{J} + \sin(\delta) \hat{K}] \frac{d\delta}{dt} \\ & + [-\cos(\delta) \sin(\alpha) \hat{I} + \cos(\delta) \sin(\alpha) \hat{J}] \hat{J} \frac{d\alpha}{dt}. \end{aligned} \quad (8.4)$$

Reagrupando os termos em (8.4) e utilizando novamente a equação (3.2), tem-se que:

$$\frac{d\hat{k}}{dt} = \cos(\delta) \frac{d\alpha}{dt} \hat{i} + \frac{d\delta}{dt} \hat{j}. \quad (8.5)$$

Substituindo (8.5) em (8.2), as equações do movimento rotacional se reduzem a:

$$\vec{N} = I_z W \cos(\delta) \frac{d\alpha}{dt} \hat{i} + I_z W \frac{d\delta}{dt} \hat{j} + I_z \frac{dW}{dt} \hat{k}. \quad (8.6)$$

Considerando os componentes dos torques externos no sistema $Oxyz$:

$$\vec{N} = N_x \hat{i} + N_y \hat{j} + N_z \hat{k}, \quad (8.7)$$

e comparando (8.6) e (8.7), as equações do movimento rotacional de um satélite estabilizado por rotação são dadas por (KUGA, SILVA, GUEDES, 1987):

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{N_x}{I_z W \cos(\delta)}, \quad (8.8)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \frac{N_y}{I_z W}, \quad (8.9)$$

$$\frac{dW}{dt} = \frac{N_z}{I_z}, \quad (8.10)$$

em que N_x , N_y e N_z são as somas dos componentes dos torques externos no sistema do satélite.

Os principais efeitos dos torques no movimento rotacional podem ser determinados pelos seus componentes médios em um período orbital. Estes componentes foram determinados nos capítulos anteriores e são expressos em termos da ascensão reta α e declinação

δ do eixo de rotação, da longitude do nodo ascendente Ω e da inclinação orbital I . Com a substituição das somas dos componentes do TA, do TRS, do TGG, do TMR e do TMI médios, dados por (4.36), (5.57), (6.26), (7.19) e do (7.27) respectivamente, tem-se que:

$$\frac{d\alpha}{dt} = \frac{\langle N_{xs} \rangle}{I_z W \cos(\delta)} + \frac{\langle N_{MIx} \rangle}{I_z \cos(\delta)}, \quad (8.11)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \frac{\langle N_{ys} \rangle}{I_z W} + \frac{\langle N_{MIy} \rangle}{I_z}, \quad (8.12)$$

$$\frac{dW}{dt} = \frac{\langle N_{GGz} \rangle}{I_z} + \frac{\langle N_{MIz} \rangle W}{I_z}, \quad (8.13)$$

em que $\langle N_{xs} \rangle$ e $\langle N_{ys} \rangle$ são as somas dos componentes dos torques que não multiplicam W , ou seja $\langle N_{xs} \rangle = \langle N_{Ax} \rangle + \langle N_{RSx} \rangle + \langle N_{GGx} \rangle + \langle N_{MRx} \rangle$ e $\langle N_{ys} \rangle = \langle N_{Ay} \rangle + \langle N_{RSy} \rangle + \langle N_{GGy} \rangle + \langle N_{MRy} \rangle$.

O processo de integração das equações (8.11) a (8.13) é realizado para um período orbital. Os componentes dos torques externos médios permanecem constantes durante o intervalo de integração.

Na aplicação da teoria desenvolvida para um intervalo maior do que um período orbital, os elementos orbitais devem ser atualizados levando-se em conta as principais influências do achatamento da Terra, assim como devem ser atualizadas as parcelas dos torques com os valores obtidos para α , δ e W a cada período orbital.

8.2 Soluções analíticas para as Equações do Movimento

Nesta seção serão desenvolvidas as soluções das equações do movimento. Primeiro será solucionada a equação (8.13) que descreve o comportamento temporal da velocidade de rotação, uma vez que as outras equações dependem desta. Na sequência é resolvida a equação (8.12) que fornece o comportamento da declinação do eixo de rotação. Esta solução não será usada diretamente no desenvolvimento da equação (8.11), que apresenta o comportamento temporal da ascensão reta do eixo de rotação, devido a complexidade envolvida. Para o desenvolvimento dessa última será adotado a média entre a declinação do eixo de rotação calculado e a declinação inicial, considerando essa média constante.

8.2.1 Soluções Analíticas para a Velocidade de Rotação

Da equação diferencial apresentada em (8.13), é possível se obter uma solução analítica para a velocidade de rotação válida para um período orbital. Reescrevendo a equação

(8.13), temos:

$$\frac{dW}{\left(W + \frac{\langle N_{GGz} \rangle}{\langle N_{MIz} \rangle}\right)} = \frac{\langle N_{MIz} \rangle}{I_z} dt, \quad (8.14)$$

integrando ambos os lados e aplicando os limites para uma órbita

$$\ln \left(\frac{W + \frac{\langle N_{GGz} \rangle}{\langle N_{MIz} \rangle}}{W_0 + \frac{\langle N_{GGz} \rangle}{\langle N_{MIz} \rangle}} \right) = \frac{\langle N_{MIz} \rangle}{I_z} t, \quad (8.15)$$

reescrevendo novamente tem-se a solução:

$$W = \left(W_0 + \frac{\langle N_{GGz} \rangle}{\langle N_{MIz} \rangle} \right) e^{\frac{\langle N_{MIz} \rangle}{I_z} t} - \frac{\langle N_{GGz} \rangle}{\langle N_{MIz} \rangle}, \quad (8.16)$$

sendo W_0 o valor da velocidade de rotação no instante inicial. Saliente-se que a solução só é válida quando os componentes do TMI e do TGG no eixo z não são nulos.

Portanto, os torques considerados causam uma variação exponencial na velocidade de rotação sendo que o sinal de $\langle N_{MIz} \rangle$ definirá se é um crescimento ou um decaimento.

Se o módulo do componente do TMI no eixo z tiver magnitude superior à do TGG, o TMI dominará no comportamento da velocidade de rotação.

Observa-se a partir de (8.16), que mesmo se a velocidade inicial de rotação W_0 seja nula, os torques envolvidos causarão uma variação exponencial na velocidade de rotação.

Nota-se que na ausência do componente do componente z do TGG, a solução tomará a forma:

$$W = W_0 e^{\frac{\langle N_{MIz} \rangle}{I_z} t}. \quad (8.17)$$

Já na ausência do componente z do TMI a solução da equação (8.13) deve ser reavaliada, sendo que a solução adota uma forma linear, tendo assim uma variação secular (MOTTA & ZANARDI, 2013).

8.2.2 Soluções Analíticas para a Declinação do Eixo de Rotação

Da equação diferencial apresentada em (8.12), é possível se obter a solução analítica para a declinação do eixo de rotação válida para um período orbital. Substituindo a equação (8.16) em (8.12) e reescrevendo-a:

$$d\delta = \frac{dt}{I_z} \left[\frac{\langle N_{ys} \rangle e^{-\frac{\langle N_{MIz} \rangle}{I_z} t}}{\left(W_0 + \frac{\langle N_{GGz} \rangle}{\langle N_{MIz} \rangle} \right) - \frac{\langle N_{GGz} \rangle}{\langle N_{MIz} \rangle} e^{-\frac{\langle N_{MIz} \rangle}{I_z} t}} + \langle N_{MIy} \rangle \right], \quad (8.18)$$

integrando ambos os lados

$$\delta - \delta_0 = \frac{1}{I_z} [Int + \langle N_{MIy} \rangle t], \quad (8.19)$$

sendo δ_0 o valor da declinação do eixo de rotação no instante inicial e Int a integral:

$$Int = \int_0^t \frac{\langle N_{ys} \rangle e^{-\frac{\langle N_{MIz} \rangle}{I_z} t}}{\left(W_0 + \frac{\langle N_{GGz} \rangle}{\langle N_{MIz} \rangle} \right) - \frac{\langle N_{GGz} \rangle}{\langle N_{MIz} \rangle} e^{-\frac{\langle N_{MIz} \rangle}{I_z} t}} dt. \quad (8.20)$$

Através de uma substituição simples em que se define $\bar{k} = \left(W_0 + \frac{\langle N_{GGz} \rangle}{\langle N_{MIz} \rangle} \right) - \frac{\langle N_{GGz} \rangle}{\langle N_{MIz} \rangle} e^{-\frac{\langle N_{MIz} \rangle}{I_z} t}$ e em decorrência $dt = \frac{I_z}{\langle N_{GGz} \rangle} e^{\frac{\langle N_{MIz} \rangle}{I_z} t} d\bar{k}$, a integral (8.20) pode ser apresentada da forma:

$$Int = \int_{t=0}^{t=t} \frac{\langle N_{ys} \rangle I_z d\bar{k}}{\langle N_{GGz} \rangle \bar{k}}, \quad (8.21)$$

que é igual à:

$$Int = \frac{\langle N_{ys} \rangle I_z}{\langle N_{GGz} \rangle} \ln \left[\frac{\left(W_0 + \frac{\langle N_{GGz} \rangle}{\langle N_{MIz} \rangle} \right) - \frac{\langle N_{GGz} \rangle}{\langle N_{MIz} \rangle} e^{-\frac{\langle N_{MIz} \rangle}{I_z} t}}{\left(W_0 + \frac{\langle N_{GGz} \rangle}{\langle N_{MIz} \rangle} \right) - \frac{\langle N_{GGz} \rangle}{\langle N_{MIz} \rangle}} \right], \quad (8.22)$$

ou ainda utilizando (8.16) e propriedade dos logaritmos:

$$Int = \frac{\langle N_{ys} \rangle I_z}{\langle N_{GGz} \rangle} \left[\ln \left(\frac{W}{W_0} \right) - \frac{\langle N_{MIz} \rangle}{I_z} t \right], \quad (8.23)$$

assim substituindo (8.23) em (8.20), tem-se:

$$\delta = \frac{t}{I_z} \left[\langle N_{MIy} \rangle - \frac{\langle N_{ys} \rangle \langle N_{MIz} \rangle}{\langle N_{GGz} \rangle} \right] + \frac{\langle N_{ys} \rangle}{\langle N_{GGz} \rangle} \ln \left[\frac{W}{W_0} \right] + \delta_0, \quad (8.24)$$

sendo δ_0 o valor da declinação do eixo de rotação no instante inicial, W esta apresentado em (8.16) e W_0 é a velocidade de rotação no instante inicial. Saliente-se que a solução só é válida quando o componente do TMI e pelo menos um dentre os componentes do TMR, TA, TRS e TGG, ambos no eixo y , não são nulos.

A solução obtida sugere que ocorre a deriva do eixo de rotação, causada pela variação temporal da declinação dada em (8.24).

A parte não secular da solução (8.24) apresenta a velocidade de rotação como argumento de um logaritmo, o que evita a propagação de um possível erro da velocidade de

rotação na declinação. Este termo depende da soma dos componentes em y dos torques exceto o TMI, dividida pelo componente em z do TGG.

O primeiro termo da soma fornece o comportamento secular da declinação do eixo de rotação, sendo que contem a contribuição de todos os torques. Parte deste termo secular decorre da solução para a velocidade de rotação, identificada por conter os componentes dos torques no eixo z . Para se obter uma solução sem a presença do TGG, do TA e do TRS, mantendo apenas a influencia do TMI e do TMR deve se substituir a solução (8.17) na equação (8.12) e solucionando se tem:

$$\delta = -\frac{\langle N_{MRy} \rangle}{\langle N_{MIz} \rangle W_0 e^{\frac{\langle N_{MIz} \rangle t}{I_z}}} + \frac{\langle N_{MRy} \rangle}{\langle N_{MIz} \rangle W_0} + \frac{\langle N_{MIy} \rangle t}{I_z} + \delta_0. \quad (8.25)$$

Nota-se que a solução (8.25) também possui parcelas seculares. O segundo termo secular decorre da presença do componte em y do TMI na equação da declinação do eixo de rotação.

Observa-se também que a partir de (8.24) quando o TMI é nulo, o termo secular desaparece mantendo-se apenas a variação logarítmica na declinação do eixo de rotação (MOTTA & ZANARDI, 2013).

8.2.3 Soluções Analíticas para a Ascensão Reta do Eixo de Rotação

Para obter a solução para a ascensão reta do eixo de rotação é necessário substituir agora a solução analítica da velocidade de rotação, dada em (8.16), na equação associada com a ascensão reta do eixo de rotação, dada por (8.11), e considerando a declinação do eixo de rotação dada pela média entre o valor obtido da declinação do eixo de rotação e a declinação no instante inicial, de forma que esta seja constante. Reescrevendo, obtém-se:

$$d\alpha = \frac{dt}{I_z \cos(\bar{\delta})} \left[\frac{\langle N_{xs} \rangle}{\left(W_0 + \frac{\langle N_{GGz} \rangle}{\langle N_{MIz} \rangle} \right) e^{\frac{\langle N_{MIz} \rangle t}{I_z}} - \frac{\langle N_{GGz} \rangle}{\langle N_{MIz} \rangle}} + \langle N_{MIx} \rangle \right], \quad (8.26)$$

sendo $\bar{\delta}$ um valor numérico dado pela média entre a declinação do eixo de rotação calculada e a no instante inicial da órbita, ou seja $\bar{\delta} = \frac{\delta - \delta_0}{2}$.

A equação (8.26) se assemelha muito à equação (8.18), sendo assim ao se repetir o processo de integração se obtêm:

$$\alpha = \frac{t}{I_z \cos(\bar{\delta})} \left[\langle N_{MIx} \rangle - \frac{\langle N_{xs} \rangle \langle N_{MIz} \rangle}{\langle N_{GGz} \rangle} \right] + \frac{\langle N_{xs} \rangle}{\langle N_{GGz} \rangle \cos(\bar{\delta})} \ln \left[\frac{W}{W_0} \right] + \alpha_0 \quad (8.27)$$

em que α_0 é o valor da ascensão reta do eixo de rotação no instante inicial, W esta apresentado em (8.16) e W_0 é a velocidade de rotação no instante inicial. Saliente-se

que a solução só é válida quando o componente do TMI e pelo menos um dentre os componentes do TMR, TA, TRS e TGG, ambos no eixo x , não são nulos.

Portanto há uma lenta precessão no eixo de rotação ao redor do eixo inercial OZ , devido à variação no ângulo de ascensão reta. A solução para ascensão reta tem as mesmas parcelas da solução da declinação do eixo de rotação e todo comportamento é refletido. Observa-se na solução (8.27), na ausência do TMI a variação secular desaparece sendo mantida apenas a variação logarítmica.

Obtém-se uma solução para a equação (8.11) desprezando-se o TGG, o TRS e o TA, substituindo-se a solução (8.17) em (8.11) e procedendo a integração:

$$\alpha = \left(-\frac{\langle N_{MRx} \rangle}{\langle N_{MIz} \rangle W_0 e^{\frac{\langle N_{MIz} \rangle t}{I_z}}} + \frac{\langle N_{MRx} \rangle}{\langle N_{MIz} \rangle W_0} + \frac{\langle N_{MIx} \rangle t}{I_z} \right) \frac{1}{\cos(\bar{\delta})} + \alpha_0. \quad (8.28)$$

Solução essa que também necessita que a declinação reta seja considerada constante com o valor $\bar{\delta}$.

Capítulo 9

Erro de Apontamento e Ângulo de Aspecto Solar

Neste capítulo serão determinados o erro de apontamento (desvio angular entre a direção real e a direção calculada) e o ângulo de aspecto solar (ângulo entre o eixo de rotação e a direção de incidência dos raios solares sobre o satélite), os quais podem ser computados utilizando os ângulos de ascensão reta e declinação do eixo de rotação. O objetivo é validar a teoria desenvolvida e verificar a influência dos cinco torques estudados sobre estes dois parâmetros.

9.1 Erro de Apontamento

O erro de apontamento é dado pelo ângulo ε entre a direção do eixo de rotação calculado \hat{k} (utilizando os ângulos α e δ obtidos pela teoria apresentada no capítulo anterior) e a direção real \hat{K}' do eixo de rotação, calculada através dos dados fornecidos pelo CCS/INPE (QUIRELLI, 2003).

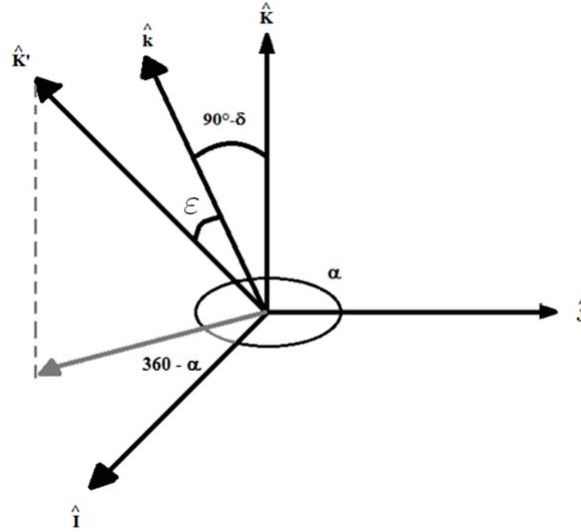


Figura 9.1: Esquemática do Erro de Apontamento

sendo \hat{I} , \hat{J} e \hat{K} os versores do sistema equatorial.

9.1.1 Cálculo do Erro de Apontamento

O erro de apontamento é representado pelo ângulo ε e (Figura (9.1)) seu valor pode ser determinado pelo cálculo do produto escalar entre os vetores unitários \hat{K}' e \hat{k} , dado por Quirelli (2003):

$$\cos(\varepsilon) = \hat{K}' \cdot \hat{k}. \quad (9.1)$$

Para efetuar o produto escalar os vetores \hat{K}' e \hat{k} devem estar representados no mesmo sistema de coordenadas. Pela Figura (9.1) pode-se observar que a direção do eixo de rotação real \hat{K}' no sistema equatorial é dada por:

$$\hat{K}' = [\cos(360 - \alpha_{INPE})\sin(90 - \delta_{INPE})]\hat{I} - [\sin(360 - \alpha_{INPE})\sin(90 - \delta_{INPE})]\hat{J} + \cos(90 - \delta_{INPE})\hat{K}, \quad (9.2)$$

em que α_{INPE} e δ_{INPE} são a ascensão reta e a declinação do eixo de rotação fornecidos pelo CCS/INPE.

Do mesmo modo a direção do eixo de rotação calculado \hat{k} no sistema equatorial é dada por:

$$\hat{k} = [\cos(360 - \alpha)\sin(90 - \delta)]\hat{I} - [\sin(360 - \alpha)\sin(90 - \delta)]\hat{J} + \cos(90 - \delta)\hat{K}, \quad (9.3)$$

em que α e δ , são a ascensão e reta e declinação do eixo de rotação calculados.

Aplicando propriedades de trigonometria, as equações (9.2) e (9.3) podem ser colocadas na forma:

$$\hat{K}' = [\cos(\alpha_{INPE}) \cos(\delta_{INPE})] \hat{I} - [\sin(\alpha_{INPE}) \cos(\delta_{INPE})] \hat{J} + \sin(\delta_{INPE}) \hat{K}, \quad (9.4)$$

e

$$\hat{k} = [\cos(\alpha) \cos(\delta)] \hat{I} - [\sin(\alpha) \cos(\delta)] \hat{J} + \sin(\delta) \hat{K}. \quad (9.5)$$

Assim efetuando o produto escalar entre \hat{K}' e \hat{k} tem-se:

$$\begin{aligned} \hat{K}' \cdot \hat{k} = \cos(\alpha_{INPE}) \cos(\delta_{INPE}) \cos(\alpha) \cos(\delta) + \sin(\alpha_{INPE}) \cos(\delta_{INPE}) \sin(\alpha) \cos(\delta) \\ + \sin(\delta_{INPE}) \sin(\delta) = \Gamma_1. \end{aligned} \quad (9.6)$$

Então o valor do erro de apontamento ε a partir das equações (9.1) e (9.6) é dado por:

$$\varepsilon = \arccos(\Gamma_1). \quad (9.7)$$

9.2 Ângulo de Aspecto Solar

O ângulo de aspecto solar é o ângulo formado entre a direção de incidência dos raios solares sobre o satélite e a direção do eixo de rotação do satélite. Neste trabalho o ângulo de aspecto solar é representado por ϱ e está indicado na Figura (9.2).

A obtenção do ângulo de aspecto solar é de suma importância para o bom desempenho da missão, pois os satélites carregam equipamentos que podem ser danificados devido ao superaquecimento causado pela incidência dos raios solares. Cada satélite possui uma faixa angular ótima em que está incidência não prejudica os equipamentos a bordo. O estudo deste ângulo tem sido importante para o êxito da missão dos dois Satélites de Coleta de Dados Brasileiros (SCD1 e SCD2), sendo que os controles de atitude podem ser acionados para realizar uma manobra de atitude sempre que necessário. Os satélites SCD1 e SCD2 são satélites estabilizados por rotação e possuem o eixo de rotação coincidente com seu eixo longitudinal.

Seja \hat{u} o vetor unitário da direção de incidência dos raios solares no satélite e \hat{k} o vetor unitário da direção do eixo de rotação do satélite. Desprezando a altitude do satélite em relação à Terra e a dimensão do satélite, a direção de incidência \hat{u} do Sol sobre o satélite

pode ser assumida como sendo a direção Terra - Sol. Assim, como mostra a Figura (9.2), em relação ao Plano Equatorial o vetor \hat{u} é posicionado pela ascensão reta do Sol α_S e declinação do Sol δ_S , sendo que a direção \hat{k} é posicionada pela ascensão reta e declinação do eixo de rotação (α e δ respectivamente).

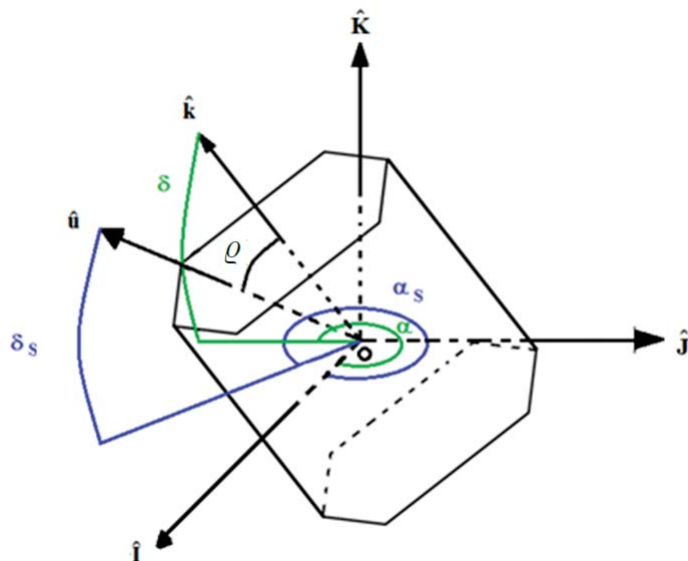


Figura 9.2: Esquemática do Ângulo de Aspecto Solar

O satélite SCD1 possui o formato de um prisma octogonal do qual apenas a face inferior não é recoberta por placas solares (ORLANDO & KUGA,2007). Esta face é usada pelo sistema de controle térmico, para dissipar calor. Por esse motivo, a incidência de raios solares nessa face não deve ocorrer. O ângulo de aspecto solar ρ deve ser então, menor que 90° . No entanto, a análise térmica do SCD1, realizada logo após o lançamento, revelou que poderia ocorrer um superaquecimento da carga útil se o valor de ρ fosse menor que 60° . Considerando esse vínculo adicional, a faixa de variação de ρ ficou restrita a:

$$60^\circ < \rho < 90^\circ.$$

O satélite SCD2 possui características similares às do SDC1, mas o vínculo para o ângulo de aspecto solar é mais restritivo, sendo que os raios solares não devem incidir nos painéis superiores e inferiores do satélite com um ângulo maior do que 10° , o que limita a variação do ângulo de aspecto solar à:

$$80^\circ < \rho < 100^\circ.$$

As restrições para o ângulo de aspecto solar para os satélites SCD1 e SCD2 estão esquematizadas nas Figuras (9.3) e (9.4)(CHIARADIA, 2010).

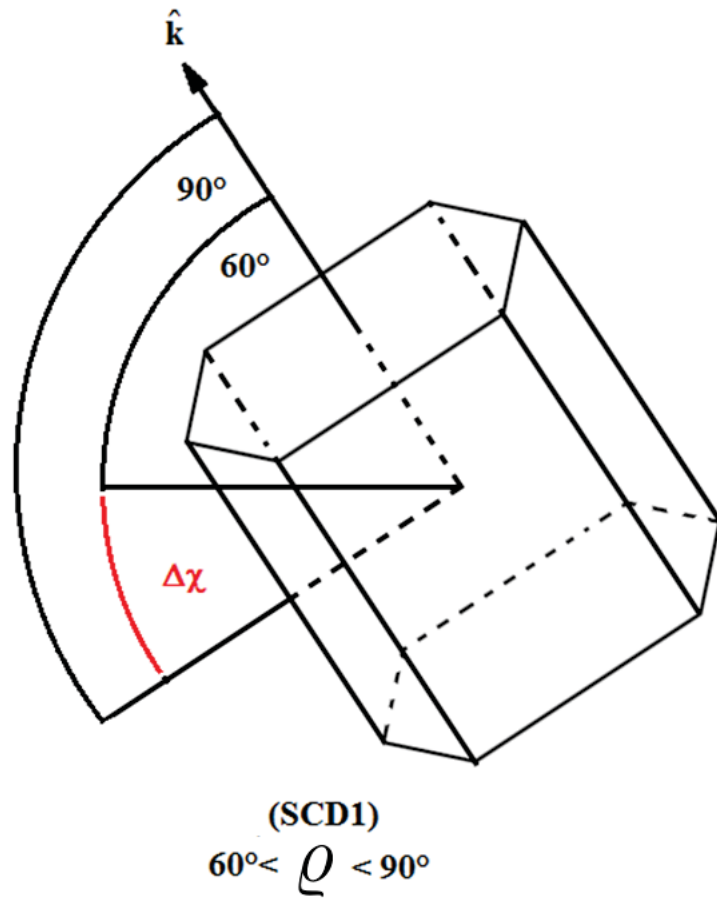


Figura 9.3: Restrição para o ângulo de aspecto solar para o SCD1

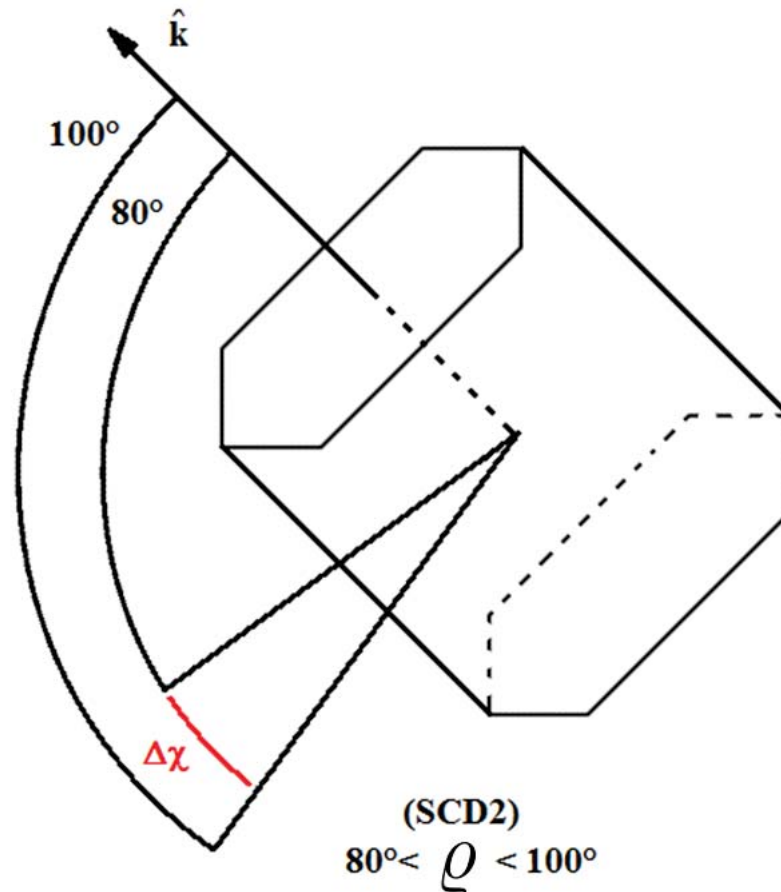


Figura 9.4: - Restrição para o ângulo de aspecto solar para o SCD2

9.2.1 Cálculo do Ângulo de Aspecto Solar

Para determinar o valor do ângulo de aspecto solar ϱ , considerando a direção de incidência \hat{u} do Sol sobre o satélite como sendo a direção Terra- Sol, é necessário conhecer os valores de α_S , α , δ_S e δ . Os valores de α_S e δ_S são valores já tabelados dados por *Astronomical Almanac* (2011).

Como a direção de incidência da luz solar sobre o satélite é representada por \hat{u} e \hat{k} é o vetor unitário do eixo de rotação, então o valor do cosseno de ϱ pode ser determinado pelo produto escalar dos vetores \hat{u} e \hat{k} :

$$\cos(\varrho) = \hat{u} \cdot \hat{k}. \quad (9.8)$$

Os versores \hat{u} e \hat{k} estão esquematizados na Figura (9.2) e podem ser representados no Sistema Equatorial, utilizando os ângulos α_S , α , δ_S e δ através de (QUIRELLI, 2003):

$$\hat{u} = [\cos(360 - \alpha_S)\text{sen}(90 - \delta_S)]\hat{I} - [\text{sen}(360 - \alpha_S)\text{sen}(90 - \delta_S)]\hat{J} + \cos(90 - \delta_S)\hat{K}. \quad (9.9)$$

Utilizando as identidades trigonométricas em (9.9) pode ser simplificada:

$$\hat{u} = [\cos(\alpha_S)\cos(\delta_S)]\hat{I} - [\text{sen}(\alpha_S)\cos(\delta_S)]\hat{J} + \text{sen}(\delta_S)\hat{K}. \quad (9.10)$$

Substituindo (9.10) e (9.4) ou (9.5) em (9.8) tem-se:

$$\hat{u} \cdot \hat{k} = \cos(\alpha_S)\cos(\delta_S)\cos(\alpha)\cos(\delta) + \text{sen}(\alpha_S)\cos(\delta_S)\text{sen}(\alpha)\cos(\delta) + \text{sen}(\delta_S)\text{sen}(\delta) = \Gamma_2, \quad (9.11)$$

em que α e δ , neste caso são a ascensão reta e declinação do eixo de rotação calculados quando se quer o ângulo de aspecto solar calculado ou os ângulos fornecido pelo CC/INPE para o ângulo de aspecto solar real.

Assim a partir de (9.8) e (9.11), o ângulo de aspecto solar é dado por:

$$\varrho = \arccos(\Gamma_2), \quad (9.12)$$

com $0^\circ < \varrho < 180^\circ$. O ângulo de aspecto solar foi calculado utilizando os resultados calculados e os dados fornecidos pelo CCS para os satélites brasileiros SCD1 e SCD2.

Capítulo 10

Simulações Numéricas

Neste capítulo são introduzidos os Satélites Brasileiros de Coleta de Dados SCD1 e SCD2 e realizadas aplicações da teoria desenvolvida utilizando os dados destes satélites, fornecidos pelo CCS/INPE. O software *MATLAB* foi utilizado para a implementação numérica.

A aplicação se dá de duas maneiras. A primeira é implementar a solução por 24 horas, sendo que o efeito principal do achatamento da Terra nos elementos orbitais, através da inclusão das variações seculares ao J_2 (BROUWER & CLEMENCE, 1961) na anomalia verdadeira (ν), argumento do perigeu (ω) e longitude do nodo ascendente (Ω). Como a solução analítica é válida para um período orbital, os coeficientes são recalculados a cada período orbital utilizando os valores calculados pela teoria para α , δ e W . Ao fim de cada dia os parâmetros são armazenados e substituídos por dados reais na simulação que reinicia no dia seguinte, ou seja a implementação decorre por um dia. O período das simulações é de 40 dias para cada um dos satélites. Em seguida implementa-se a solução por alguns dias pré avaliados sem o processo de atualização. Assim, as soluções descritas no Capítulo 8 são testadas e comparadas com os dados reais, validando a teoria desenvolvida.

Em ambas as abordagens serão consideradas as principais influências do .

10.1 Os Satélites Brasileiros de Coleta de Dados

Os Satélites Brasileiros de Coleta de Dados SCD1 e SCD2 podem ser considerados como os dois marcos mais importantes das atividades espaciais brasileiras, pois foram os primeiros a serem concebidos, projetados e fabricados no Brasil (ORLANDO & KUGA, 2007). Estes satélites possuem o eixo de rotação nominal alinhado como eixo de maior momento principal de inércia, ou seja, são satélites estabilizados por rotação e são adequadas para aplicação da teoria analítica aqui proposta.

A missão dos satélites SCD1 e SCD2 consiste, basicamente, em retransmitir, em direção às estações receptoras (estações de rastreamento de Cuiabá e Alcântara, no caso), os

dados obtidos por uma rede de Plataformas Automáticas de Coleta de Dados Ambientais (PCD) distribuídas ao longo do território nacional. Cada plataforma, após coletar os dados relativos à sua aplicação específica, transmite-os na banda de frequência UHF, em aproximadamente 400MHz. Quando o satélite passa sobre a região de visibilidade (alcance das antenas) da estação, os sinais das plataformas que se encontram visíveis ao satélite são captados e retransmitidos à estação onde os dados são gravados. Após a passagem do satélite, estes dados são transmitidos ao Centro de Controle de Missão, em Cachoeira Paulista, onde, então, são processados e distribuídos aos usuários para suas análises e pesquisas.

O contato entre o sistema de controle de solo e um satélite é estabelecido pelas estações de rastreamento, quando o satélite passa sobre a região de visibilidade (alcance) de suas antenas. Durante períodos de visibilidade (ou passagens do satélite), o sinal transmitido pelo satélite é captado pela antena da estação, sendo estabelecido um enlace descendente de comunicação. O sinal recebido contém as informações (dados) de telemetria que revelam o estado atual de funcionamento do satélite. Uma vez estabelecido o enlace descendente, a estação estabelece também um enlace ascendente, que é utilizado para envio de telecomandos (comandos para o satélite), e execução de medidas de rastreamento (distância e velocidade), utilizados para manutenção e operação do satélite.

O SCD1 e o SCD2 foram injetados em órbitas praticamente circulares semelhantes, da ordem de 750km de altitude, e de 25° de inclinação em relação ao plano do equador. Esses satélites realizam aproximadamente um total de 14 órbitas a cada 24 horas. Destas 14 passagens diárias, devido à inclinação do plano orbital, em média, apenas 8 passagens consecutivas são visíveis pela estação de Cuiabá, que é a estação de rastreamento primária utilizada no controle. Deste modo, a cada 24 horas, ocorre um intervalo de tempo correspondente em média a 6 órbitas (aproximadamente 10 horas) em que não há passagens de um dos satélites sobre Cuiabá. Os parâmetros orbitais do SCD2 foram projetados de maneira tal que seu ciclo diário de passagens consecutivas por Cuiabá fosse complementar ao ciclo de passagens do SCD1, a fim de que o período diário em que não há passagens de um satélite seja coberto pelo outro.

O SCD1 foi lançado em 9 de fevereiro de 1993 às 11:42:20 horário de Brasília. Foi colocado em órbita pelo lançador norte-americano Pégasus. Neste veículo lançador o satélite é transportado fixo a um avião até um determinado ponto, onde é liberado. Após alguns segundos de queda livre seus propulsores são acionados, iniciando-se o lançamento (ORLANDO, LOPES & KUGA, 1997; ORLANDO & KUGA, 2007). Este satélite foi lançado com rotação de 120rpm, não possui controle de órbita e tem sua atitude estabilizada inercialmente por rotação que decai ao longo do tempo sob o efeito de torques ambientais, notadamente o torque magnético residual e os gerados pelas correntes de Foucault. Em 2002 o SCD1 apresentava ainda uma rotação de 50rpm.

O SCD2, segundo satélite de coleta de dados, projetado, construído, e operado em

órbita pelo INPE, foi lançado em 22 de Outubro de 1998, também pelo lançador norte-americano Pégasus (KUGA, ORLANDO & LOPES, 1999; ORLANDO & KUGA, 2007). Exatamente às 22:12:57 horas (horário de Brasília) ocorreu a separação entre o satélite e o último estágio do lançador, concluindo o lançamento com êxito e garantindo a continuidade do Programa de Coleta de Dados Ambientais. Aproximadamente 12 segundos após a separação entre o satélite e o último estágio do foguete lançador, o SCD2 entrou na região de visibilidade (alcance) da estação de rastreamento de Alcântara. A antena da estação imediatamente captou o sinal transmitido pelo SCD2, o que indicava que o transmissor de telecomunicações de serviço do satélite, que deveria ser automaticamente ativado durante a separação, estava ativo. Este satélite foi lançado com rotação de 120rpm, não possui controle de órbita e tem sua atitude estabilizada autonomamente em torno de 32rpm, através de um sistema de controle de rotação autônomo.

Para o SCD1 os dados fornecidos pelo CCS referem-se ao início da vida do satélite, com data inicial de 24 de julho de 1993 às 21 horas de Brasília, durante o qual o SCD1 experimentou um forte decaimento de cerca de 5rpm em 40 dias. Para o SCD2 foi escolhido um período arbitrário, durante o qual foram executadas manobras de reorientação de atitude do eixo de rotação, com data inicial de 01 de fevereiro de 2002 às 22 horas de Brasília.

Os dados para o primeiro dia de simulação são:

SCD1: Semi-eixo maior = 7139615,83m

Excentricidade = 0,00454

Inclinação = 25°

Ascensão reta do nodo ascendente = 260,43°

Argumento do perigeu = 260,23°

Anomalia média = 102,89°

Parâmetro de Foucault = 311,35 $N \cdot m \cdot s / T^2 \cdot rad$

Momento magnético = -0,809 $A \cdot m^2$

Momento de inércia no eixo x = 11,06 $kg \cdot m^2$

Momento de inércia no eixo y = 10,67 $kg \cdot m^2$

Momento de inércia no eixo z = 13,00 $kg \cdot m^2$

SCD2: Semi-eixo maior = 7133679,70m

Excentricidade = 0,00175

Inclinação = 25,01°

Ascensão reta do nodo ascendente = 88,30°

Argumento do perigeu = -192,51°

Anomalia média = 300,03°

Parâmetro de Foucault = 311,35 $N \cdot m \cdot s / T^2 \cdot rad$

Momento magnético = 0,188 $A \cdot m^2$

Momento de inércia no eixo x = 12,33 $kg \cdot m^2$

Momento de inércia no eixo $y=12,35kg \cdot m^2$

Momento de inércia no eixo $z=14,50kg \cdot m^2$

Dados estruturais (idênticos em ambos) Coeficiente de reflexão total da base octogonal=0,7
Coeficiente de reflexão especular da base octogonal=0,1
Coeficiente de reflexão total da casca do prisma=0,5
Coeficiente de reflexão especular da casca do prisma =0,1

Em 2013 o SCD1 completou 20 anos em órbita e o SCD2 14 anos, eles continuam com a área de prestação dos serviços de coleta de dados plenamente satisfatórias (SANTOS, FRANCISCO, YAMAGUTI, 2013).

Os dados dos satélites utilizados neste trabalho estão apresentados na Tabela (D.1), no Apêndice D.

10.2 Simulações com Atualização Diária de Dados

Nesta seção serão apresentados os resultados obtidos nas simulações em que a cada 24 horas, correspondendo a aproximadamente 14 órbitas, os dados são atualizados pelos dados fornecidos pelo CCS/INPE, portanto a solução analítica obtida anteriormente é propagada por 24h. Todos os resultados são armazenados e comparados com os dados reais de cada satélite, no início de cada dia.

São apresentados os comportamentos temporais dos parâmetros avaliados (ascensão reta, declinação e velocidade de rotação, ângulo de aspecto solar e erro de apontamento) durante os 40 dias. Os dados em vermelho representam os dados calculados nas simulações numéricas e em azul os dados fornecido pelo INPE.

As tabelas com os dados completos das simulações com atualização diária de dados estão apresentadas no Apêndice E.

10.2.1 SCD1

Pelas Figuras (10.1) à (10.4), que mostram o comportamento temporal dos parâmetros envolvidos, observa-se um comportamento próximo entre os resultados obtidos e os dados reais. Observa-se também que o comportamento da velocidade do eixo de rotação se aproxima de um decaimento exponencial que é sugerida pela solução analítica da equação para W .

As Figuras (10.5) à (10.8) apresentam as diferenças entre os parâmetros. A ascensão reta do eixo de rotação e velocidade de rotação apresentam um comportamento regular (Figuras (10.5) e (10.7)), ultrapassando as precisões requeridas pelo INPE em vários dias, as quais são de $0,5^\circ$ para os ângulos e $0,5\text{rpm}$ para a velocidade.

Saliente-se que as diferenças para a declinação do eixo de rotação ultrapassa esta precisão apenas nos últimos 3 dias, enquanto o ângulo de aspecto solar satisfaz a precisão requerida durante todo o intervalo de duração das simulações. Portanto observa-se que embora tenha grandes variações na ascensão reta, o bom comportamento da declinação acarretou em um bom comportamento no ângulo de aspecto solar, sugerindo uma maior influência da declinação no ângulo de aspecto solar, o que pode ser justificado através da definição matemática do Ângulo de aspecto solar, dado pelas equações (9.9), (9.10) e (9.11).

A Figura (10.9) apresenta o comportamento do erro de apontamento, o qual não satisfaz a precisão do INPE apenas nos últimos 3 dias, do mesmo modo que para a declinação do eixo de rotação. Saliente-se também que os módulos das diferenças entre os resultados obtidos e dados reais destes dois parâmetros oscilam em torno $0,3^\circ$. Tais comportamentos sugerem uma influência maior da declinação na determinação do erro de apontamento, o que se justifica pela definição matemática deste erro, dada pelas equações (9.1), (9.2) e (9.3).

Com exceção da ascensão reta do eixo de rotação e da velocidade de rotação, os parâmetros apresentam bom comportamento ultrapassando os $0,5^\circ$ apenas em alguns dias.

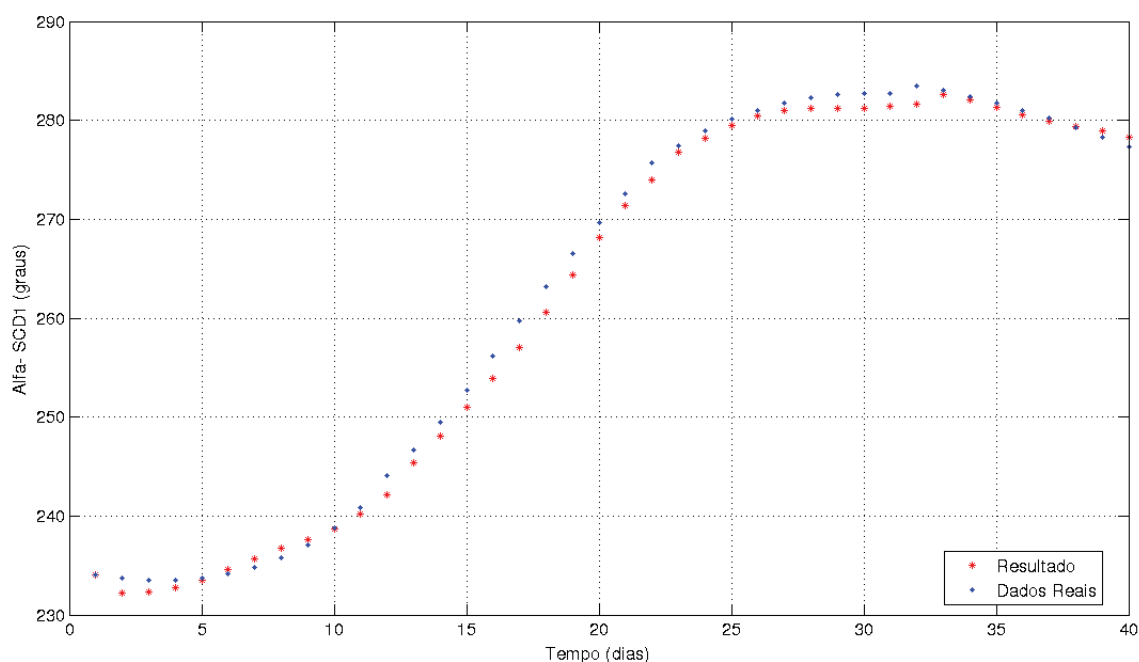


Figura 10.1: Ascensão Reta do Eixo de Rotação no SCD1- Com atualização diária de dados

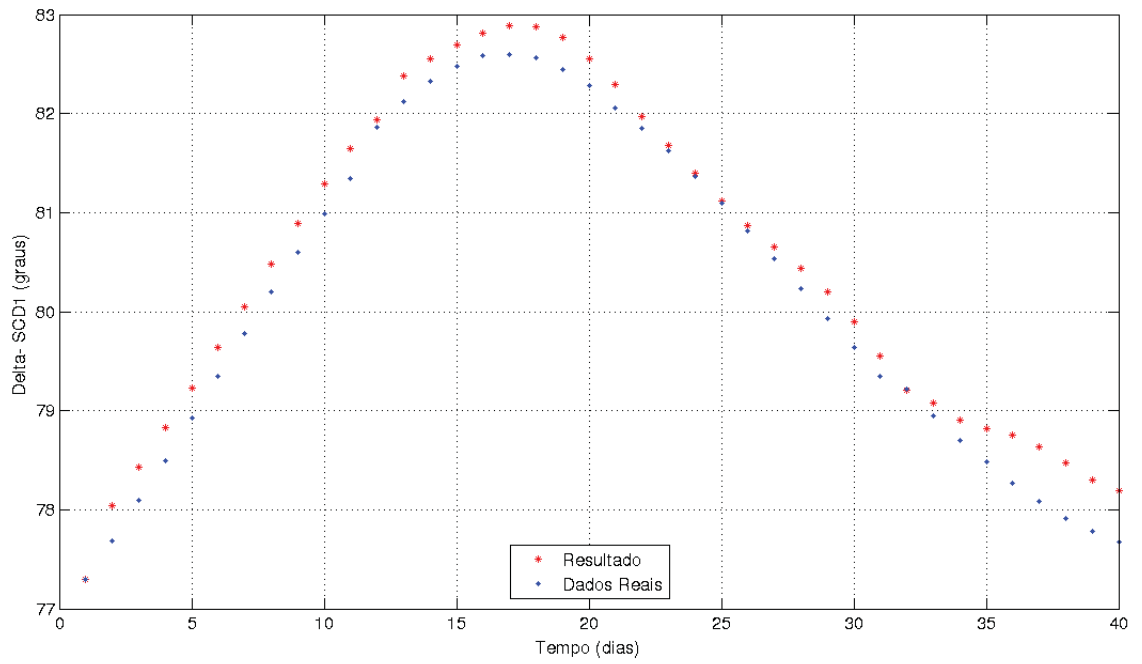


Figura 10.2: Declinação do Eixo de Rotação no SCD1- Com atualização diária de dados

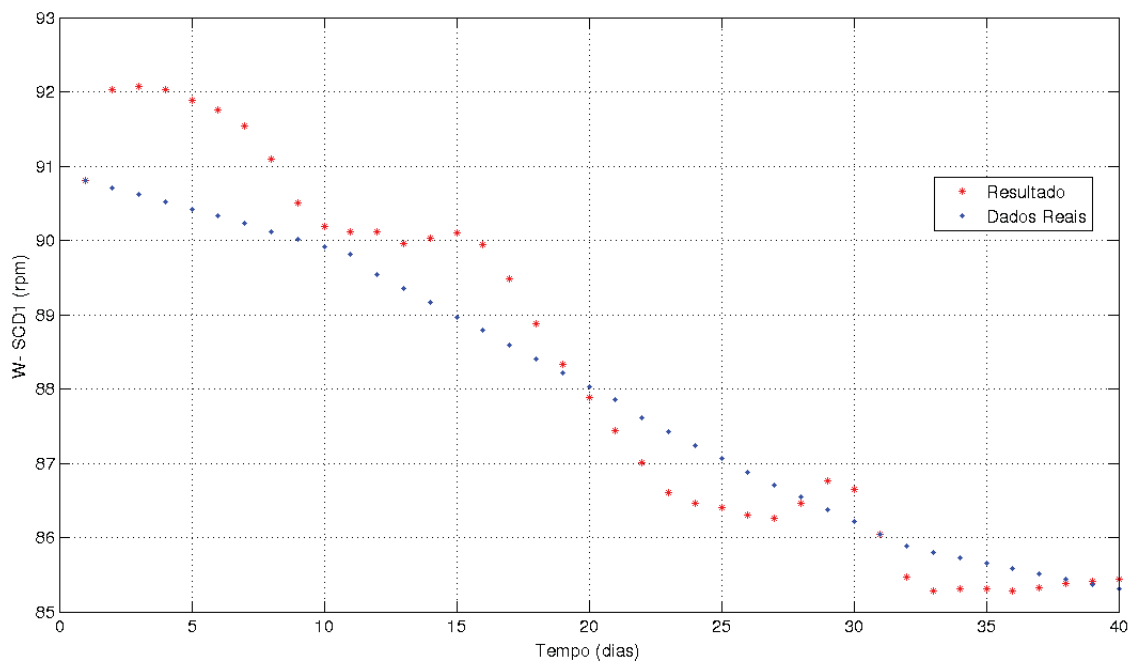


Figura 10.3: Velocidade de Rotação no SCD1- Com atualização diária de dados

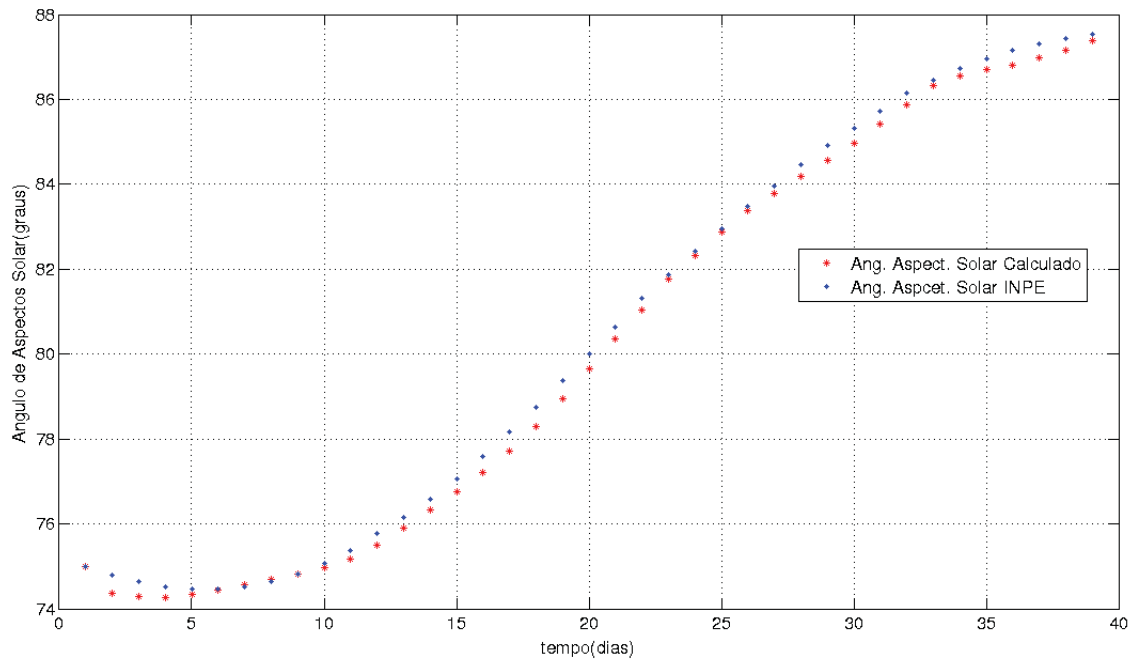


Figura 10.4: Ângulo de Aspecto Solar no SCD1- Com atualização diária de dados

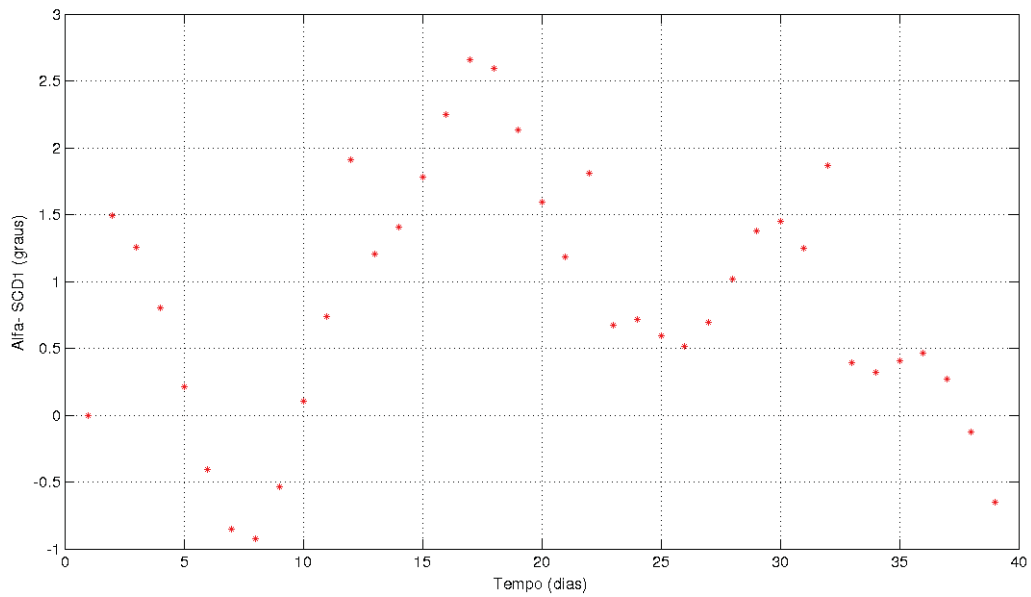


Figura 10.5: Diferença da Ascensão Reta do Eixo de Rotação no SCD1- Com atualização diária de dados

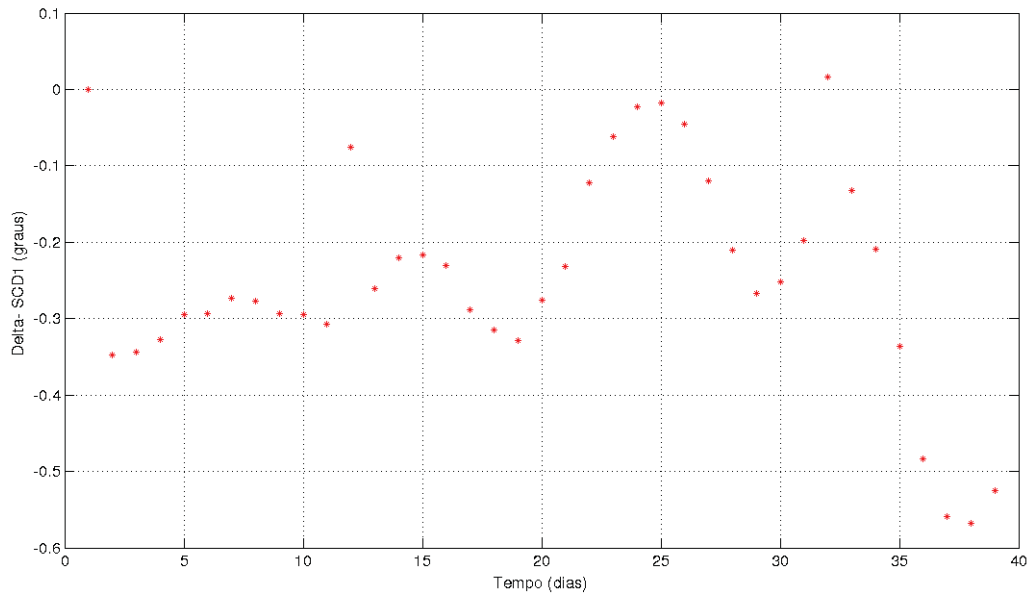


Figura 10.6: Diferença da Declinação do Eixo de Rotação no SCD1- Com atualização diária de dados

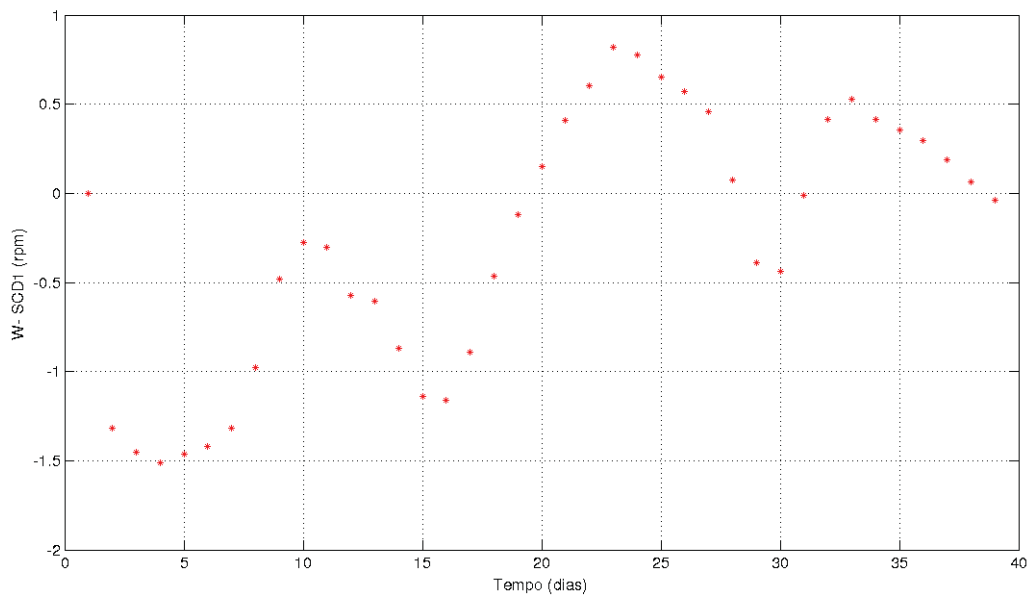


Figura 10.7: Diferença da Velocidade de Rotação no SCD1- Com atualização diária de dados

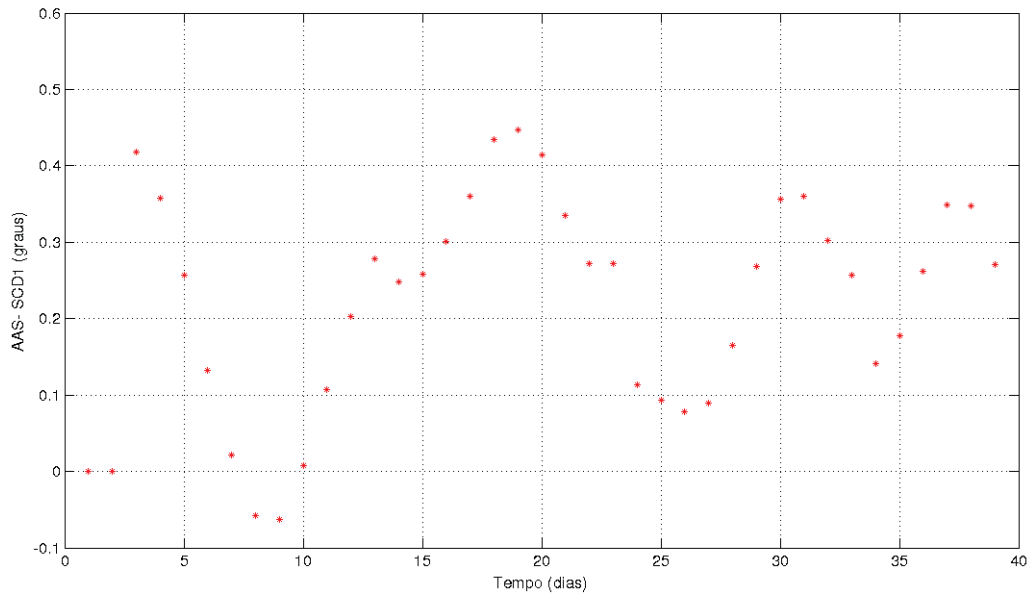


Figura 10.8: Diferença do Ângulo de Aspecto Solar no SCD1- Com atualização diária de dados

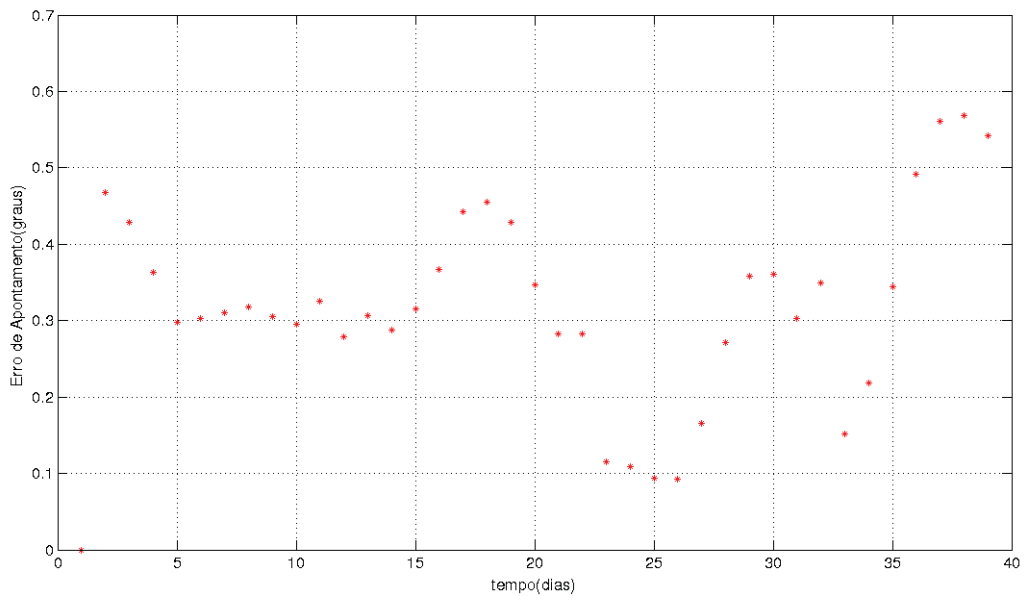


Figura 10.9: Erro de Apontamento no SCD1- Com atualização diária de dados

10.2.2 SCD2

Da Figura (10.10) à (10.13), são apresentados os comportamentos temporais dos parâmetros avaliados durante os 40 dias. Observa-se um bom comportamento para os parâmetros,

com pequenas divergências nos dias iniciais e finais para a velocidade de rotação (Figura (10.12)).

De acordo com as Figuras (10.14) à (10.18), para o SCD2 todos os parâmetros tiveram bom comportamento, com a maior parte das diferenças sendo inferior a $0,5$ ($^\circ$ ou rpm). Muitos pontos em comum nas diferenças são zero, os quais indicam atuação de controle de atitude a qual não é incluída na teoria, de modo que toda vez que é realizado o controle pelo CCS/INPE a simulação recomeça com a atualização dos dados do CCS/INPE. O comportamento melhor para o SCD2 do que para o SCD1 se deve à presença do controle de atitude no SCD2.

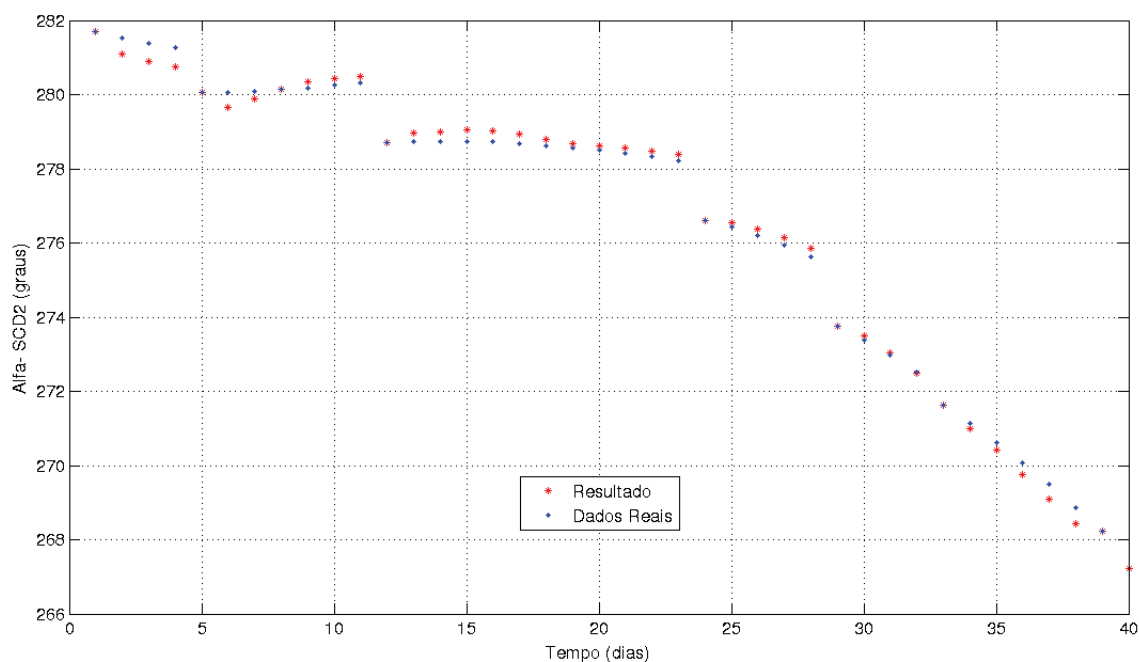


Figura 10.10: Ascensão Reta do Eixo de Rotação no SCD2- Com atualização diária de dados

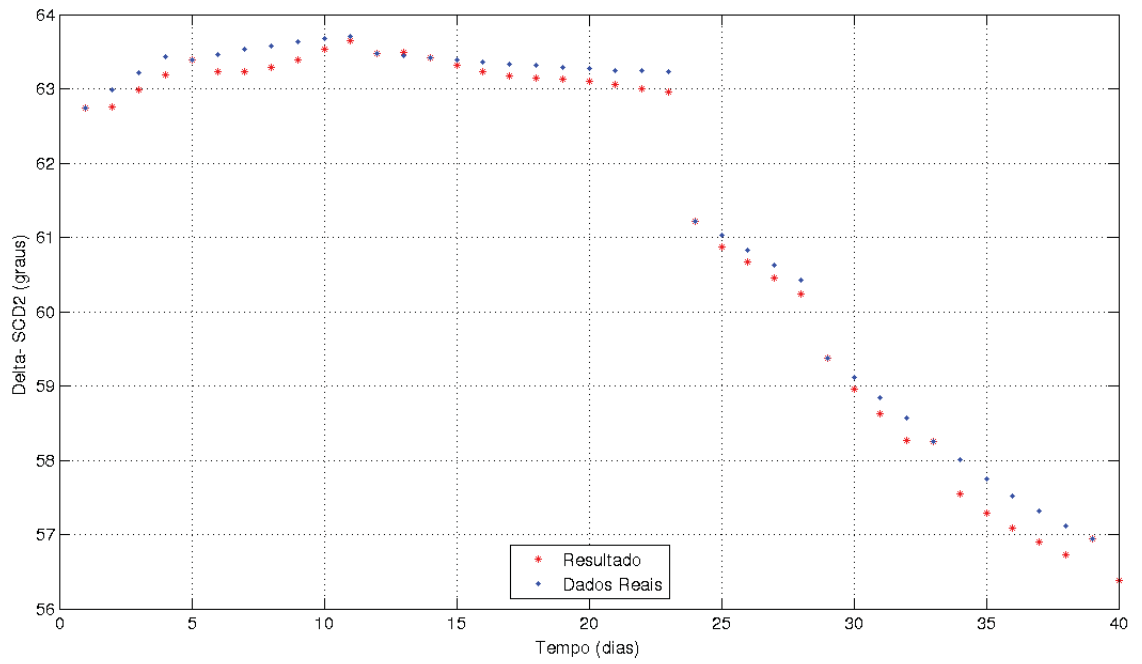


Figura 10.11: Declinação do Eixo de Rotação no SCD2- Com atualização diária de dados

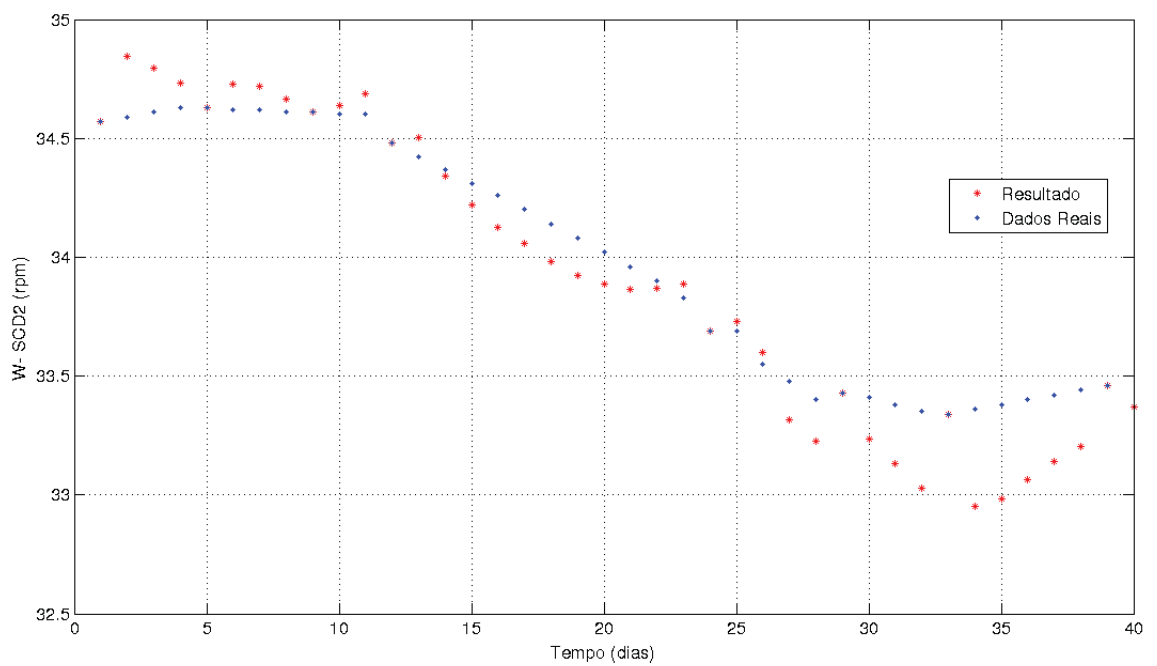


Figura 10.12: Velocidade de Rotação no SCD2- Com atualização diária de dados

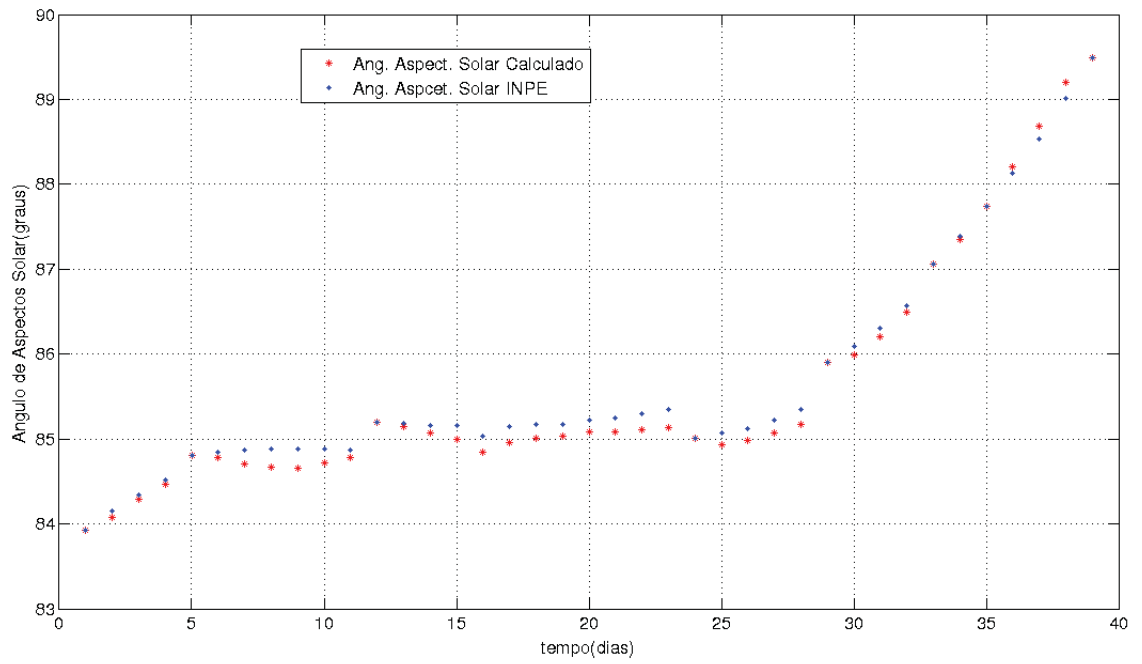


Figura 10.13: Ângulo de Aspecto Solar no SCD2- Com atualização diária de dados

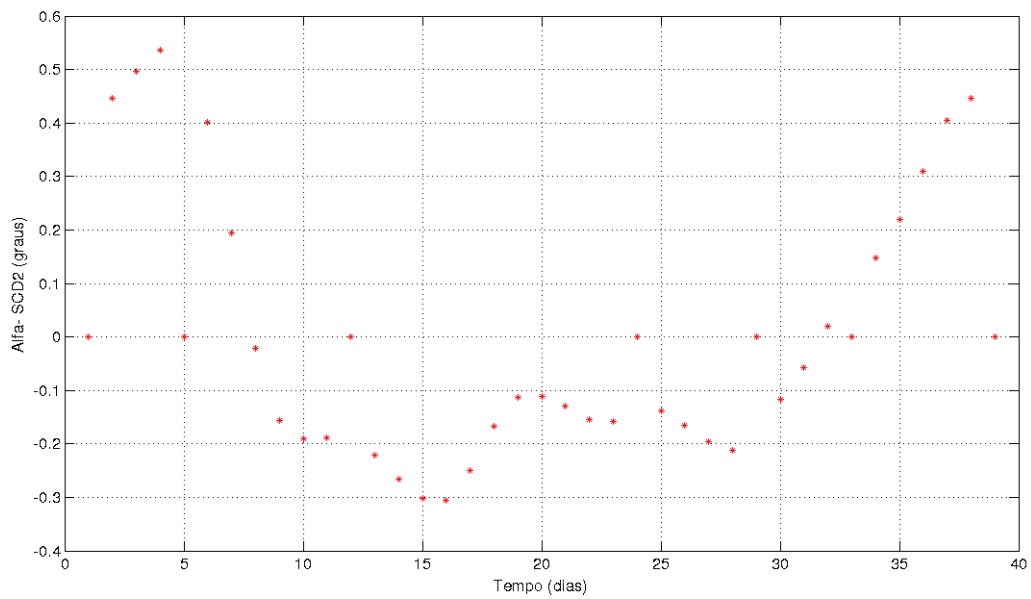


Figura 10.14: Diferença da Ascensão Reta do Eixo de Rotação no SCD2- Com atualização diária de dados

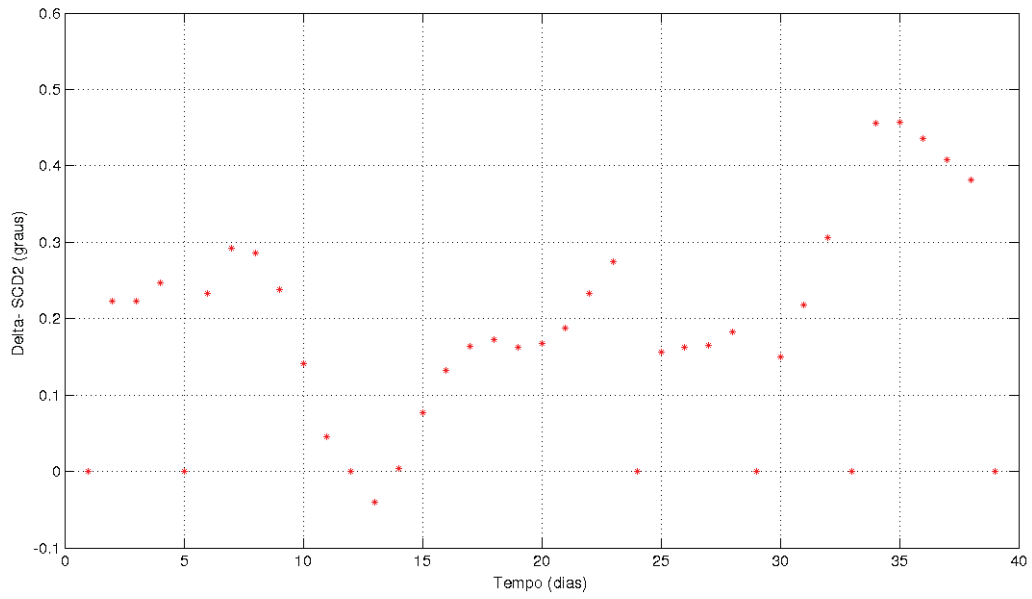


Figura 10.15: Diferença da Declinação do Eixo de Rotação no SCD2- Com atualização diária de dados

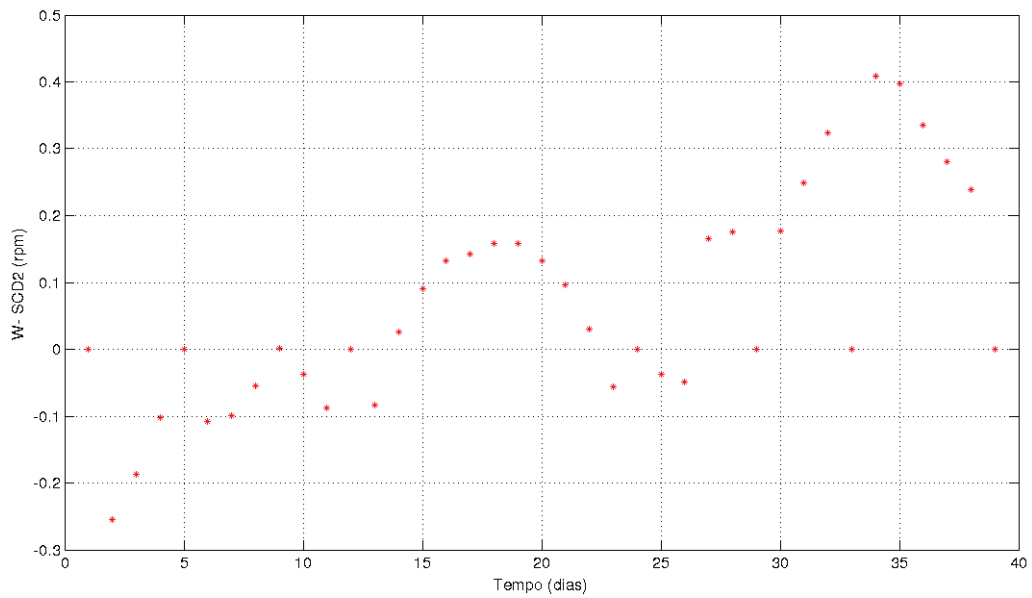


Figura 10.16: Diferença da Velocidade de Rotação no SCD2- Com atualização diária de dados

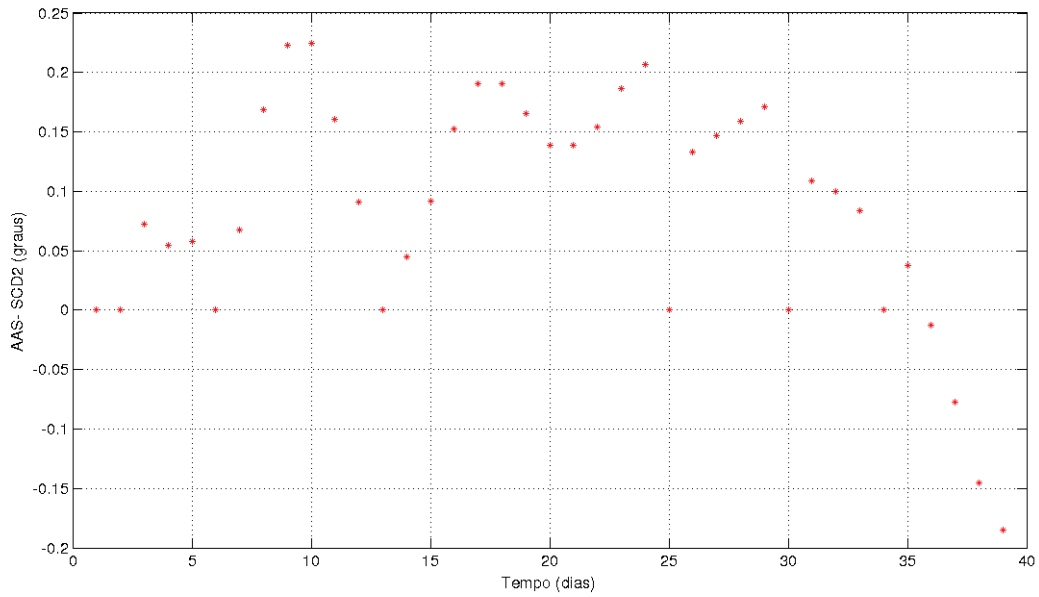


Figura 10.17: Diferença do Ângulo de Aspecto Solar no SCD2- Com atualização diária de dados

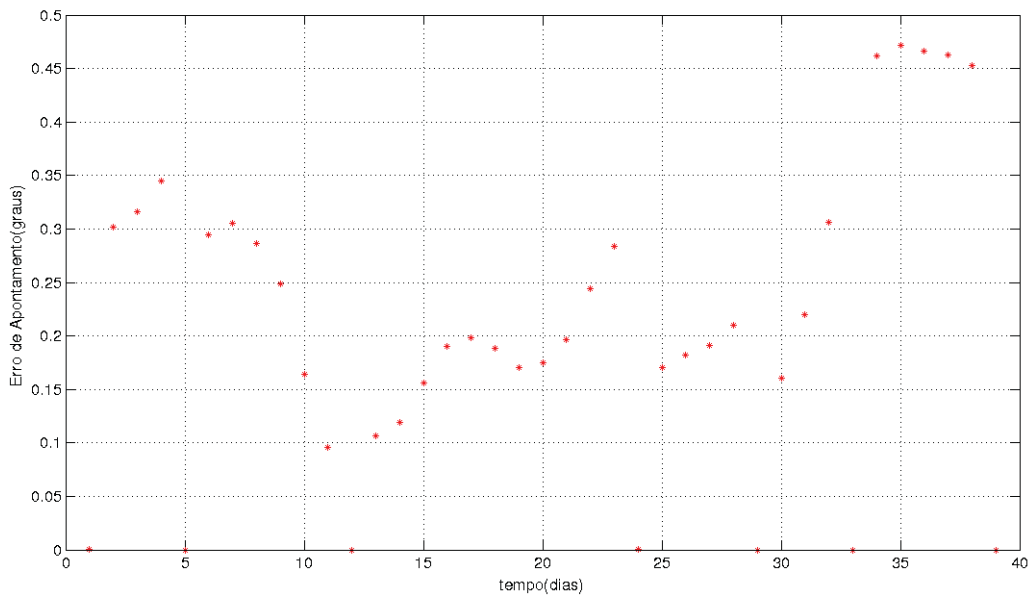


Figura 10.18: Erro de Apontamento no SCD2- Com atualização diária de dados

10.2.3 Médias e Comparações

Nesta seção serão apresentadas as médias aritméticas das diferenças dos parâmetros e o erro de apontamento apresentadas anteriormente nas simulações do SCD1 e SCD2 com

atualização diária de dados. Também serão feitas comparações com outros propagadores de atitude já desenvolvidos.

Os resultados dos propagadores a serem comparados são três. O primeiro é o aqui desenvolvido e a partir de agora será referido como propagador GSAM (que faz referência aos torques de Gradiente de **G**ravidade, **P**ressão de Radiação **S**olar, **A**erodinâmico e **M**agnéticos). O segundo propagador foi desenvolvido em Pereira (2011) e apresenta simulações para o mesmo intervalo de tempo e satélites, considerando os torques de Gradiente de **G**ravidade, **A**erodinâmico e os **M**agnéticos, utilizando o modelo de quadripolo para o campo magnético da Terra (ou seja difere do propagador GSAM por não incluir o torque de pressão de radiação solar e pelo modelo de campo magnético para a Terra). Além disso, devido a complexidade do modelo de quadripolo foi necessário compilar os torques fora da rotina de órbitas, ou seja os torques se mantinham constantes durante todo o dia de propagação enquanto no propagador GSAM foi calculado a cada órbita. Este propagador será intitulado nas tabelas como GAM.

O outro propagador, que será nomeado como propagador MAGNÉTICO, foi desenvolvido utilizando apenas os torques magnéticos (Residual e Induzido), usando como base as simulações de Quirelli (2002) mas com solução das equações do movimento diferentes e dados mais recentes. As soluções foram obtidas no capítulo 8 e são dados por (8.17), (8.25) e (8.28).

A Tabela (10.1) apresenta os valores da média aritmética dos módulos do erro de apontamento e das diferenças da ascensão reta do eixo de rotação, da declinação do eixo de rotação, da velocidade de rotação e do ângulo de aspecto solar. Essas diferenças e erro foram obtidos para o SCD1 e SCD2 para os três modelos antes citados.

As médias aritméticas apresentaram um bom comportamento mantendo-se dentro das exigências do INPE na maioria dos parâmetros analisados, exceto para a ascensão reta do eixo de rotação nos 3 propagadores, para a velocidade de rotação nos propagadores GSAM e MAGNÉTICO e para o erro de apontamento no propagador GAM, nas aplicações do SCD1. Observa-se uma proximidade entre os resultados obtidos para alguns parâmetros no propagador GSAM e no propagador MAGNÉTICO, destacando a importância da influência dos torques magnéticos na atitude dos dois satélites. N estes propagadores apresentaram melhoras significativas em comparação com o propagador GAM nas simulações para o SCD1. O propagador GAM apresenta melhor comportamento para a velocidade de rotação, o que pode ser justificado devido o uso do modelo de quadripolo para o campo magnético da Terra nos torques magnéticos, que são os mais relevantes para a velocidade de rotação.

Tabela 10.1: Média Aritmética

	$\Delta\alpha(^{\circ})$	$\Delta\delta(^{\circ})$	$\Delta W(rpm)$	$\Delta\rho(^{\circ})$	$\varepsilon(^{\circ})$
GSAM					

SCD1	1,06534227	0,26057910	0,61801606	0,23127275	0,31560782
SCD2	0,25891547	0,20965749	0,13355636	0,10614121	0,20881978

MAGNÉTICO

SCD1	0,88404901	0,26185998	0,60274560	0,19607724	0,30027385
SCD2	0,25964745	0,17456228	0,13362210	0,15679070	0,22608083

GAM

SCD1	1,19350769	0,40095641	0,31634103	0,35470000	0,81322308
SCD2	0,24226410	0,14228205	0,03508974	0,09743846	0,20431282

As Figuras (10.19) e (10.20) apresentam as magnitudes de cada torque separadamente e da soma destes para o SCD1 e o SCD2 respectivamente. Esses dados foram obtidos à cada órbita durante todo intervalo de implementação. Comparando a magnitude da soma de todos os torques com a dos torques magnéticos, é evidente que a relevância destes na soma é muito superior a dos outros torques.

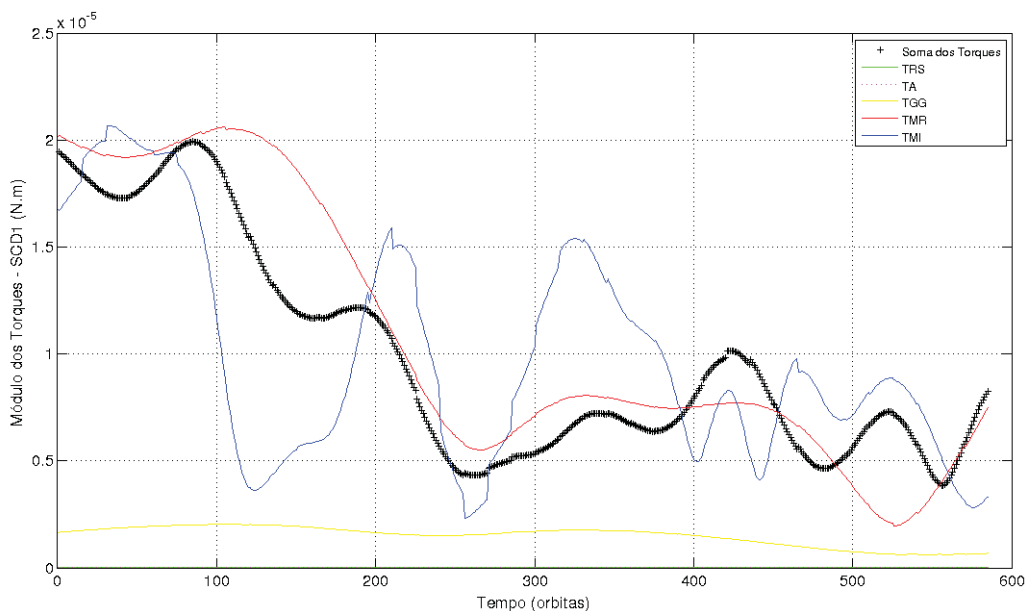


Figura 10.19: Magnitude dos Torques para o SCD1

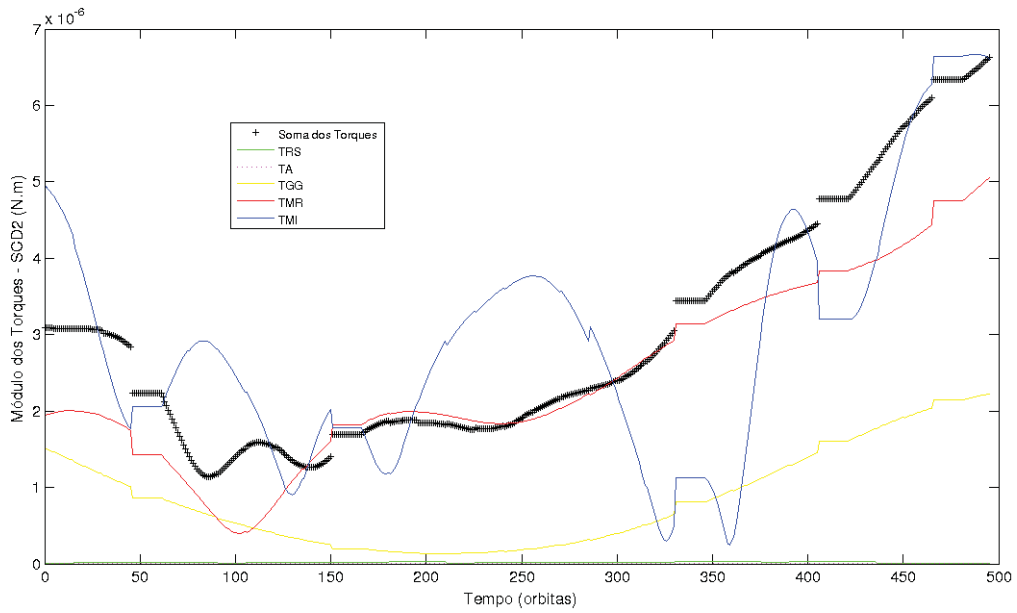


Figura 10.20: Magnitude dos Torques para o SCD2

As Figuras (10.21) e (10.22) apresentam as magnitudes de cada torque separadamente em escala logarítmica e da soma destes para o SCD1 e o SCD2 respectivamente. Nestas figuras os módulos do TA e do TRS podem ser melhor observados do que nas figuras anteriores, onde eles se encontram aparentemente sobrepostos devido às magnitudes dos outros torques.

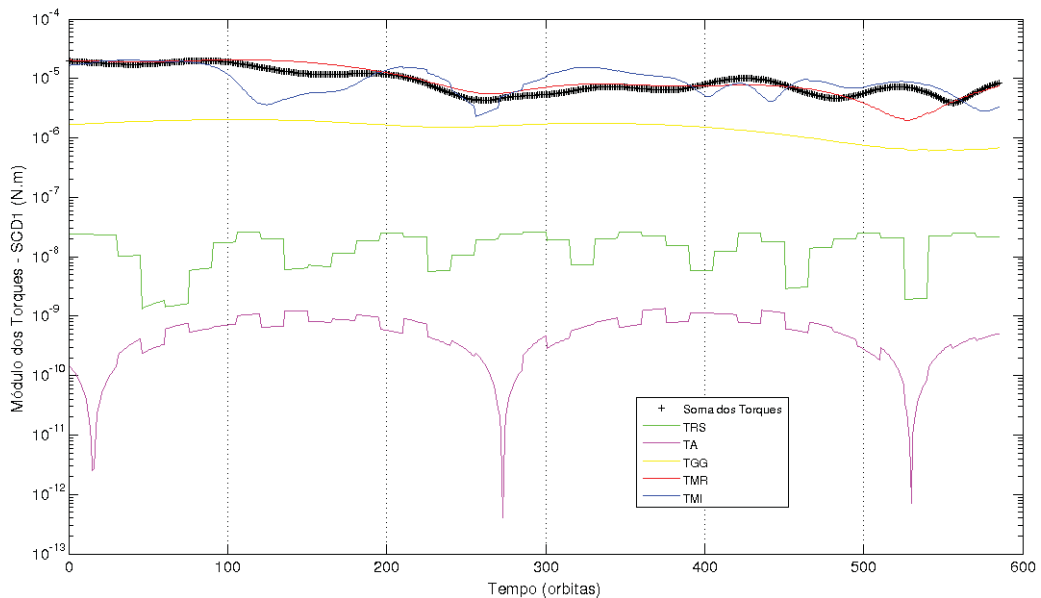


Figura 10.21: Magnitude dos Torques para o SCD1-Escala logarítmica

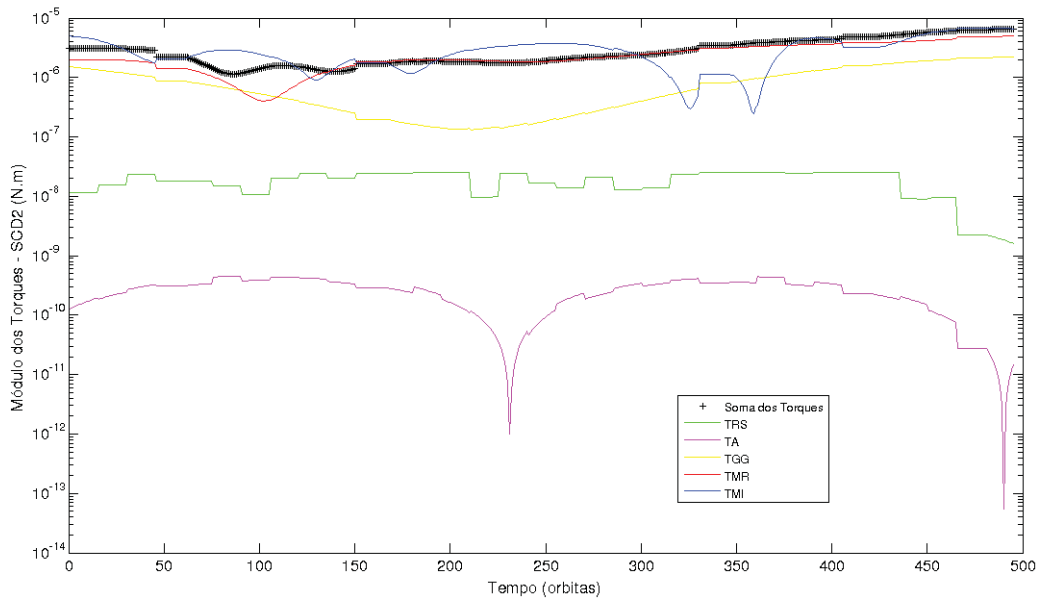


Figura 10.22: Magnitude dos Torques para o SCD2-Escala logarítmica

Saliente-se que pelas magnitudes dos torques magnéticos para ambos os satélites considerados, os principais efeitos na atitude do satélite já estão contidos no propagador MAGNÉTICO. As pequenas ordens de grandeza do TA, do TRS e do TGG perante as magnitudes do TMR e do TMI, justifica a proximidade dos resultados entre os propagadores GSAM e MAGNÉTICO.

10.3 Simulações sem Atualização Diária de Dados

Nesta seção são apresentados os dados obtidos pela simulação sem atualização de dados. Esta abordagem difere da primeira por não atualizar os dados do programa ao fim de cada dia, ou seja durante o intervalo de alguns dias o programa roda livremente. Dessa forma pode se verificar o quão eficiente é a predição utilizando a teoria aqui desenvolvida (Propagador GSAM).

Foram estudados três intervalos para cada satélite, sendo que eles foram escolhidos de forma a se poder propagar o maior tempo possível dentro da precisão requerida. O primeiro conjunto de resultados para estes intervalos, é apresentado em forma de gráficos e tabelas, as quais apresentam as diferenças entre os resultados e os dados reais para cada dia. São três gráficos para cada intervalo que dão os comportamentos temporais da ascensão reta do eixo de rotação, da declinação do eixo de rotação e da velocidade de rotação. Salienta-se que os resultados obtidos pela propagação são apresentados a cada órbita (em vermelho a cada órbita e em preto ao final de cada dia) enquanto os dados fornecidos pelo CCS/INPE no início de cada dia(em preto diferindo do anterior por

não pertencer a função em vermelho). As comparações não podem ser realizadas a cada órbita, pois o banco de dados fornecido pelo CCS/INPE é dado no início de cada dia. O segundo conjunto de resultados está apresentado em forma de tabelas, dando as médias aritméticas de todos os parâmetros que vêm sendo estudados.

10.3.1 SCD1

Os intervalos escolhidos para o SCD1 foram:

27 – 28/07/1993 que corresponde ao 4^o e o 5^o dia de dados fornecidos pelo CCS/INPE;

25 – 26/08/1993 que corresponde ao 33^o e o 34^o dia de dados fornecidos pelo CCS/INPE;

27 – 30/08/1993 que corresponde do 35^o ao 38^o dia de dados fornecidos pelo CCS/INPE;

Ou seja, dois intervalos de 2 dias e um de 4 dias localizados no início e no final do pacote de dados fornecidos pelo CCS/INPE.

de 27 a 28/07/1993

Nas Figuras (10.23) e (10.24) e Tabela (10.2) as diferenças nos valores da ascensão reta e declinação se mantiveram em torno de 0,3^o e 0,5^o no final de cada dia respectivamente, mantendo se dentro da precisão requerida pelo CCS/INPE. Nas Figuras (10.24) e (10.25) pode-se observar que os resultados da teoria mostram um crescimento maior da declinação e da velocidade de rotação em relação aos dados reais fornecidos pelo CCS/INPE. As simulações foram interrompidas devido a grande diferença dos resultados para a velocidade de rotação, que ultrapassavam a precisão desejada.

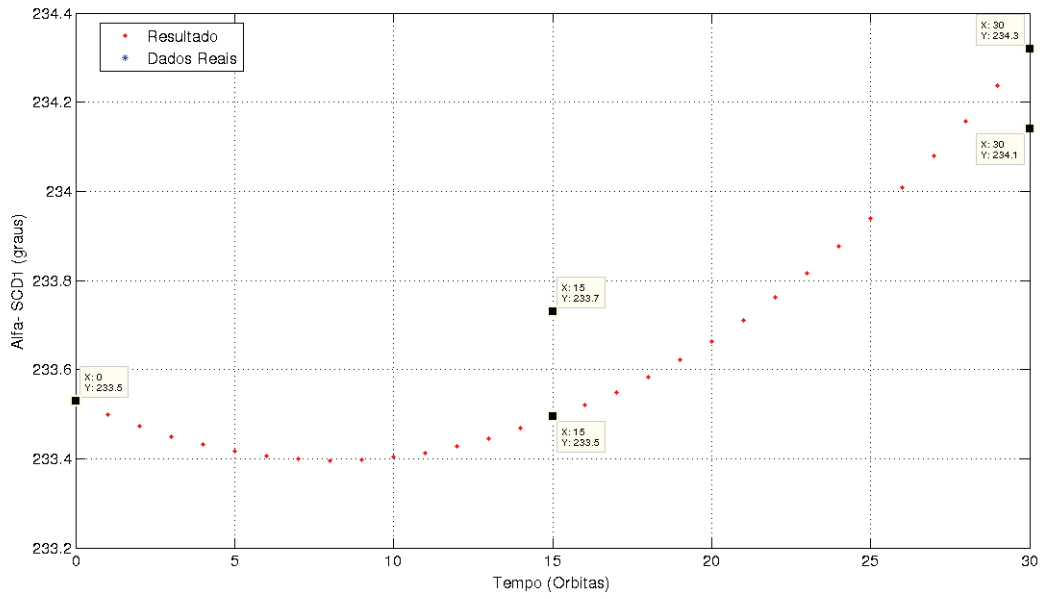


Figura 10.23: Ascensão Reta do Eixo de Rotação no SCD1- Sem atualização diária de dados-de 27 a 28/07/1993

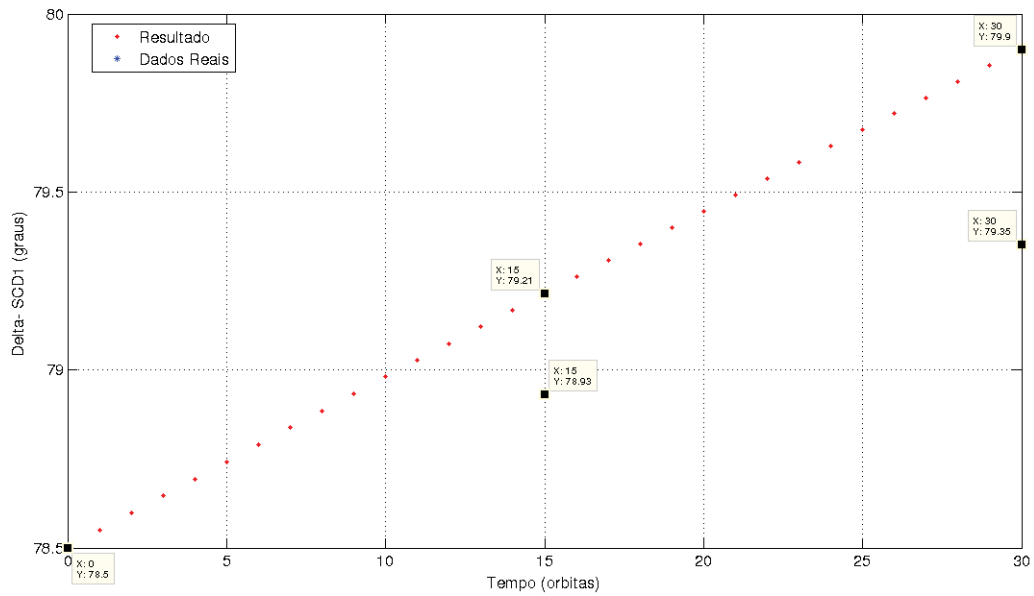


Figura 10.24: Declinação do Eixo de Rotação no SCD1- Sem atualização diária de dados-de 27 a 28/07/1993

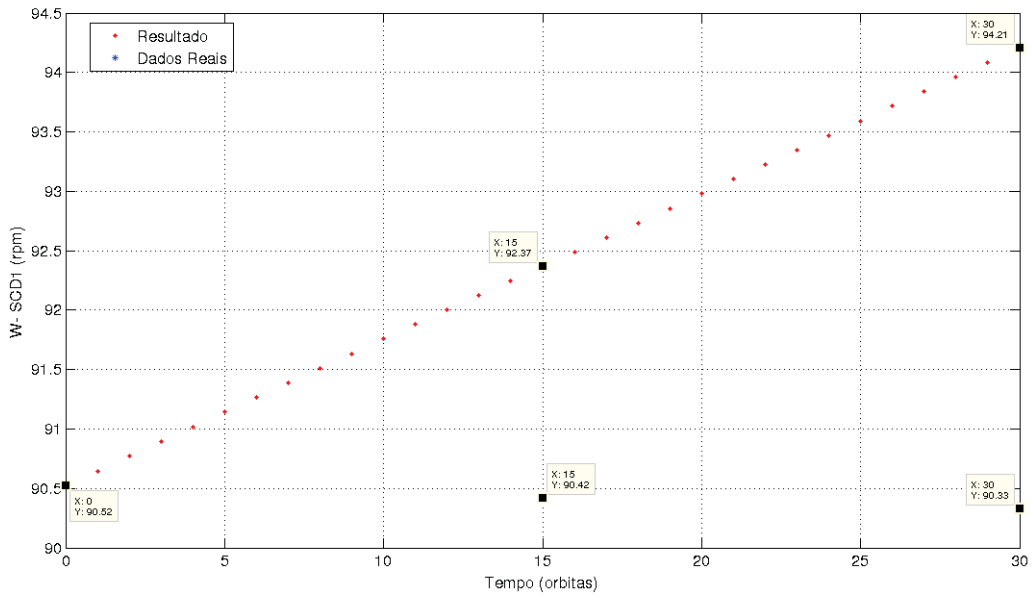


Figura 10.25: Velocidade de Rotação no SCD1- Sem atualização diária de dados-de 27 a 28/07/1993

Tabela 10.2: Diferença dos Parâmetros e erro para o intervalo de 27 a 28/07/1993 para o SCD1

	$\Delta\alpha(^{\circ})$	$\Delta\delta(^{\circ})$	$\Delta W(rpm)$	$\Delta\rho(^{\circ})$	$\varepsilon(^{\circ})$
28/07/1993	0,23481583	-0,28477488	-1,94727362	0,13292506	0,28823232
29/07/1993	-0,18000970	-0,54962407	-3,87759484	0,13945041	0,55057865

de 25 a 26/08/1993

O decaimento da ascensão reta apresentado na Figura (10.26) acompanha o comportamento real, com as diferenças ao final de cada dia mantendo-se abaixo de $0,5^{\circ}$. Pela Figura (10.27) e Tabela (10.3) observa-se uma divergência do resultado da teoria com os dados reais para a declinação do eixo de rotação, sendo a simulação interrompida devido esta diferença ter ultrapassado a exigência do INPE. A Figura (10.28) mostra um decaimento maior da velocidade de rotação em relação aos dados do INPE para este intervalo.

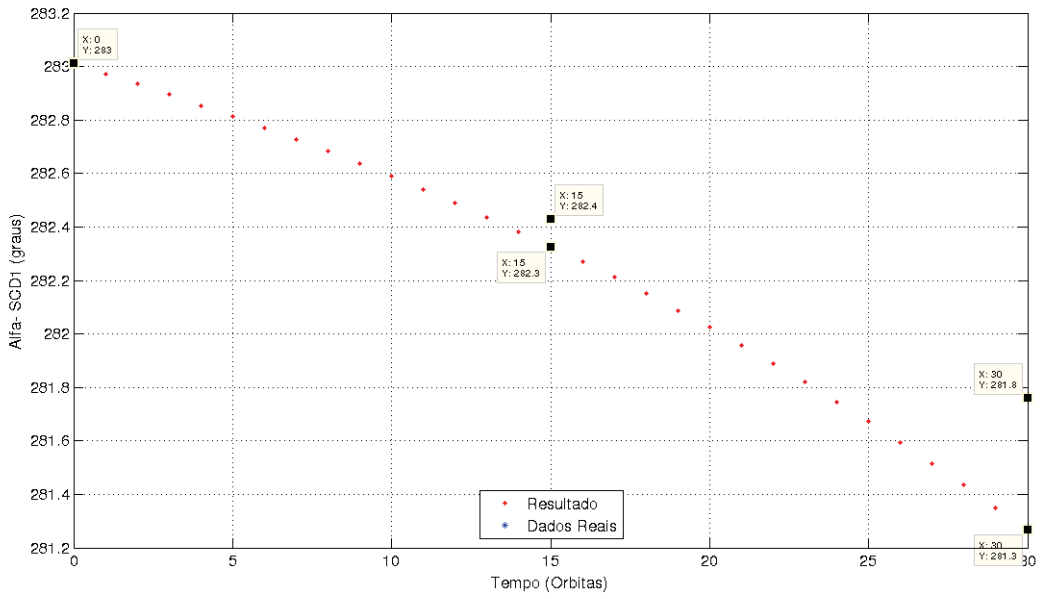


Figura 10.26: Ascensão Reta do Eixo de Rotação no SCD1- Sem atualização diária de dados-de 25 a 26/08/1993

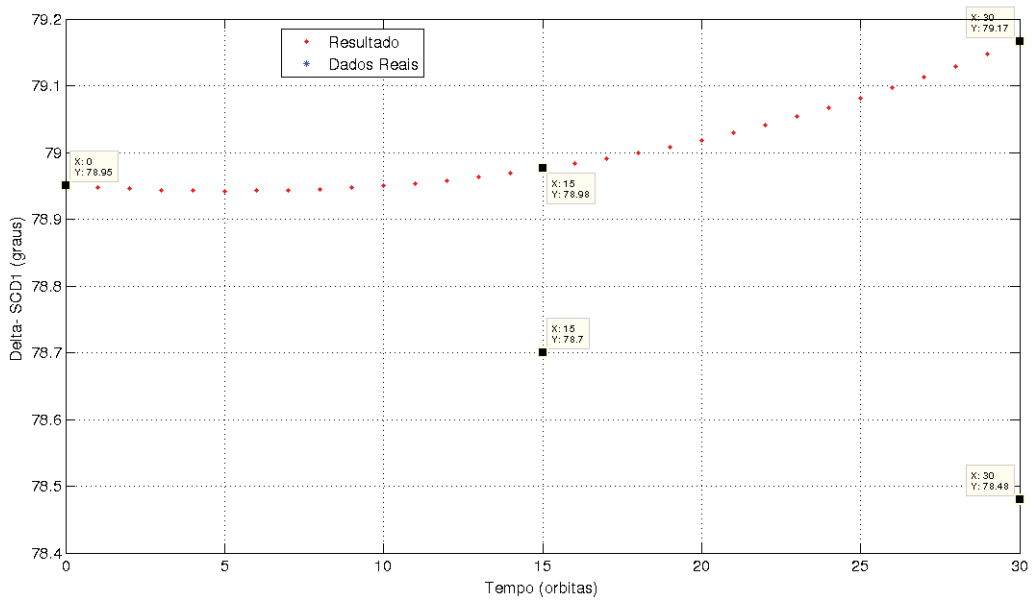


Figura 10.27: Declinação do Eixo de Rotação no SCD1- Sem atualização diária de dados-de 25 a 26/08/1993

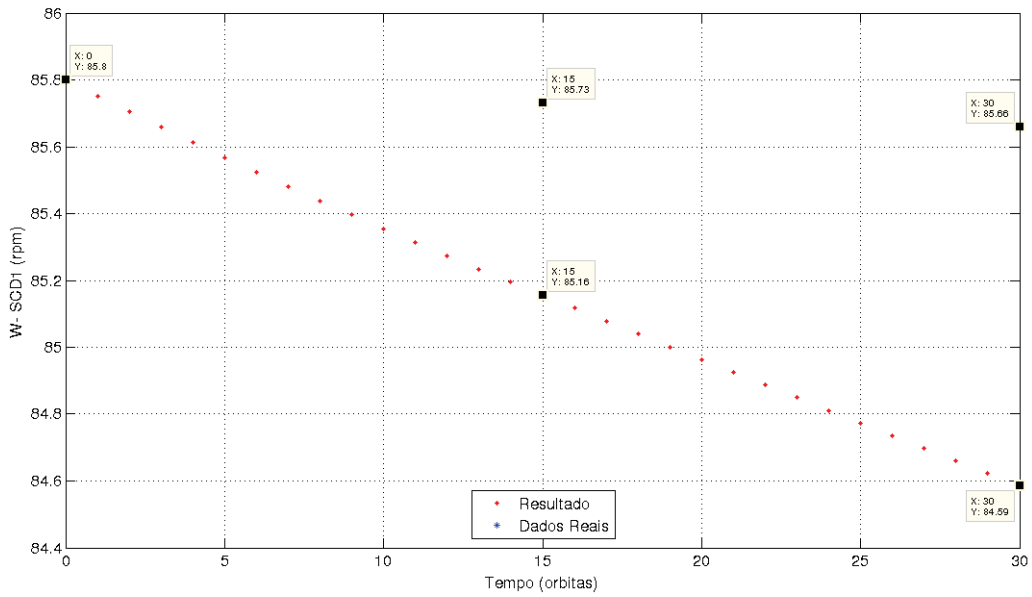


Figura 10.28: Velocidade de Rotação no SCD1- Sem atualização diária de dados-de 25 a 26/08/1993

Tabela 10.3: Diferença dos Parâmetros e erro para o intervalo de 25 a 26/08/1993 para o SCD1

	$\Delta\alpha(^{\circ})$	$\Delta\delta(^{\circ})$	$\Delta W(rpm)$	$\Delta\rho(^{\circ})$	$\varepsilon(^{\circ})$
26/08/1993	0,10470020	-0,27624180	0,57396294	0,18525940	0,27698423
27/08/1993	0,49486761	-0,68575823	1,07351456	0,48048884	0,69242879

de 27 a 30/08/1993

Como mostra as Figuras (10.29) e (10.31), o comportamento da ascensão reta do eixo de rotação e da velocidade de rotação decrescem mais rapidamente que o comportamento real, mas de forma bem similar. E pela Tabela (10.4) observa-se que a ascensão reta do eixo de rotação e a velocidade de rotação não ultrapassam $0,5^{\circ}$ e $0,5rpm$.

No entanto, a Figura (10.30) mostra que a declinação do eixo de rotação diverge bem do comportamento real, com a diferenças em declinação superando 2° em módulo.

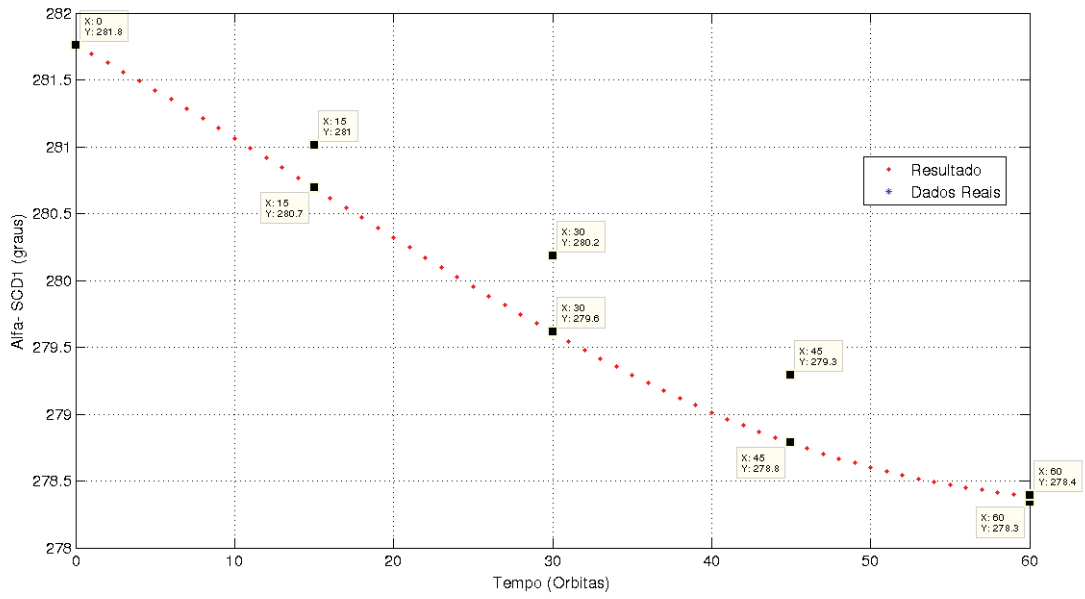


Figura 10.29: Ascensão Reta do Eixo de Rotação no SCD1- Sem atualização diária de dados-de 27 a 30/08/1993

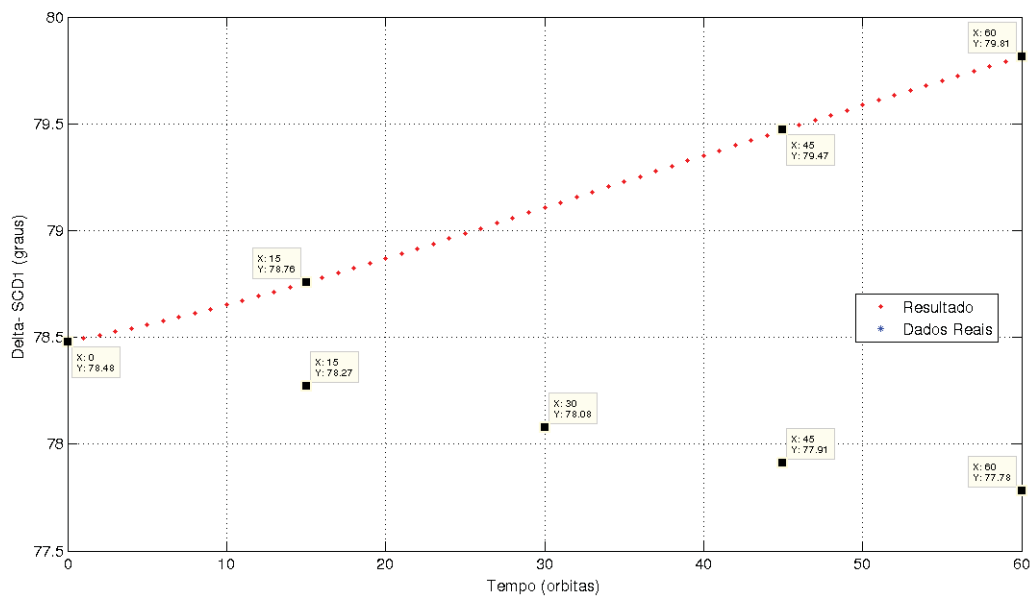


Figura 10.30: Declinação do Eixo de Rotação no SCD1- Sem atualização diária de dados-de 27 a 30/08/1993

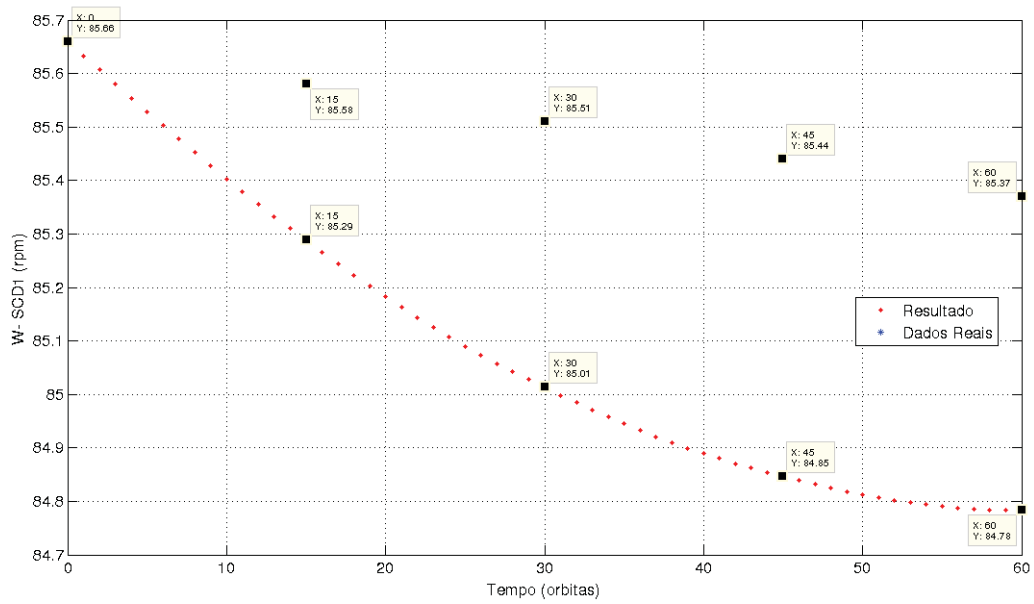


Figura 10.31: Velocidade de Rotação no SCD1- Sem atualização diária de dados-de 27 a 30/08/1993

Tabela 10.4: Diferença dos Parâmetros e erro para o intervalo de 27 a 30/08/1993 para o SCD1

	$\Delta\alpha(^{\circ})$	$\Delta\delta(^{\circ})$	$\Delta W(rpm)$	$\Delta\rho(^{\circ})$	$\varepsilon(^{\circ})$
28/08/1993	0,31767043	-0,48696371	0,29176307	0,32740135	0,49105367
29/08/1993	0,56693338	-1,02724658	0,49669187	0,64708646	1,03333503
30/08/1993	0,50475879	-1,55964480	0,59367941	0,88235548	1,56276855
31/08/1993	-0,04880658	-2,03270380	0,58673024	0,98153895	2,03272574

Pelos resultados obtidos para o SCD1 sem atualização diária de dados observa-se que as grandes variações na declinação do eixo de rotação não são refletidas na ascensão reta. Isso é justificado por se ter considerado um valor médio para a declinação na solução da ascensão reta.

10.3.2 SCD2

Para as simulações com SCD2 foram selecionados três intervalos, durante os quais não foram realizado o controle de atitude:

- 9 – 11/02/2002 que corresponde do 9º ao 11º dia de dados fornecidos pelo CCS/INPE;
- 12 – 23/02/2002 que corresponde do 12º ao 23º dia de dados fornecidos pelo CCS/INPE;
- 5 – 7/03/2002 que corresponde ao 33º e o 35º dia de dados fornecidos pelo CCS/INPE;

Ou seja, dois intervalos de três dias e um de doze dias, localizados ao longo do pacote de dados fornecidos pelo CCS/INPE. Saliente-se que os intervalos ficam entre os dias de atuação do controle de atitude, nos quais os dados foram reiniciados na abordagem com atualização de dados.

de 9 a 11/02/2002

Como mostra a Figura (10.32), o comportamento da ascensão reta decresce mais rapidamente do que os dados reais neste intervalo. Pela Tabela (10.5) observa-se que no último dia realmente foi necessário a atuação do controle de atitude.

No entanto, as Figuras (10.33) e (10.34) e a Tabela (10.5) mostram que a declinação do eixo de rotação e a velocidade de rotação acompanham bem o comportamento real destes parâmetros, com as diferenças em declinação permanecendo menor do que $0,1^\circ$ e em velocidade menor do que $0,5\text{rpm}$.

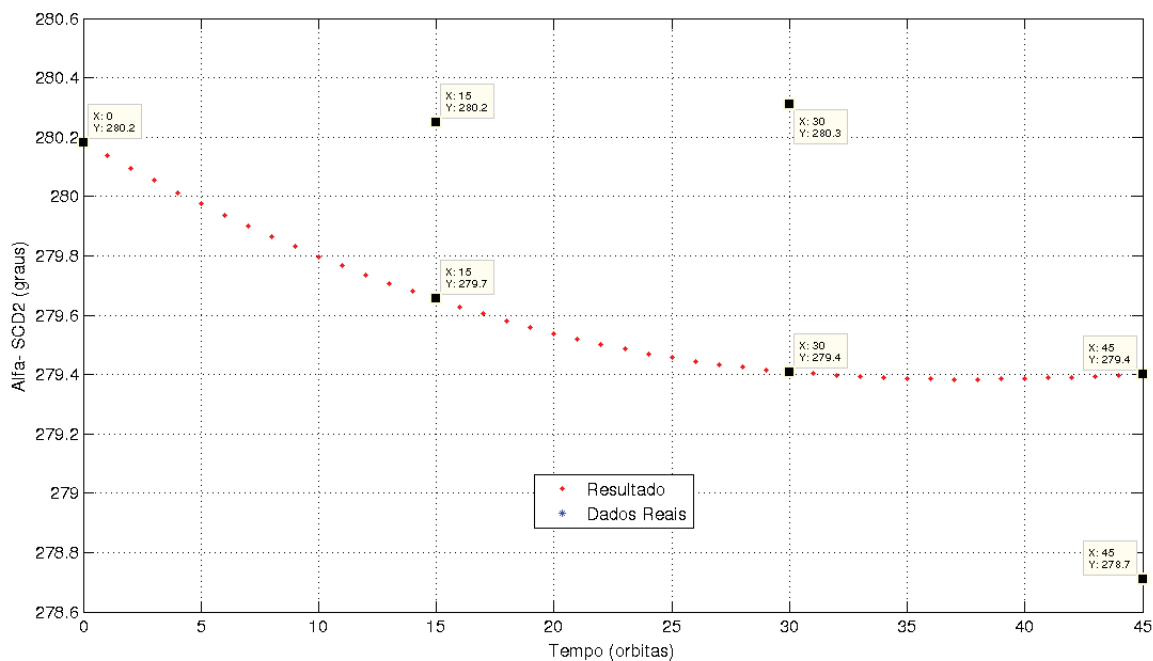


Figura 10.32: Ascensão Reta do Eixo de Rotação no SCD2- Sem atualização diária de dados-de 9 a 11/02/2002

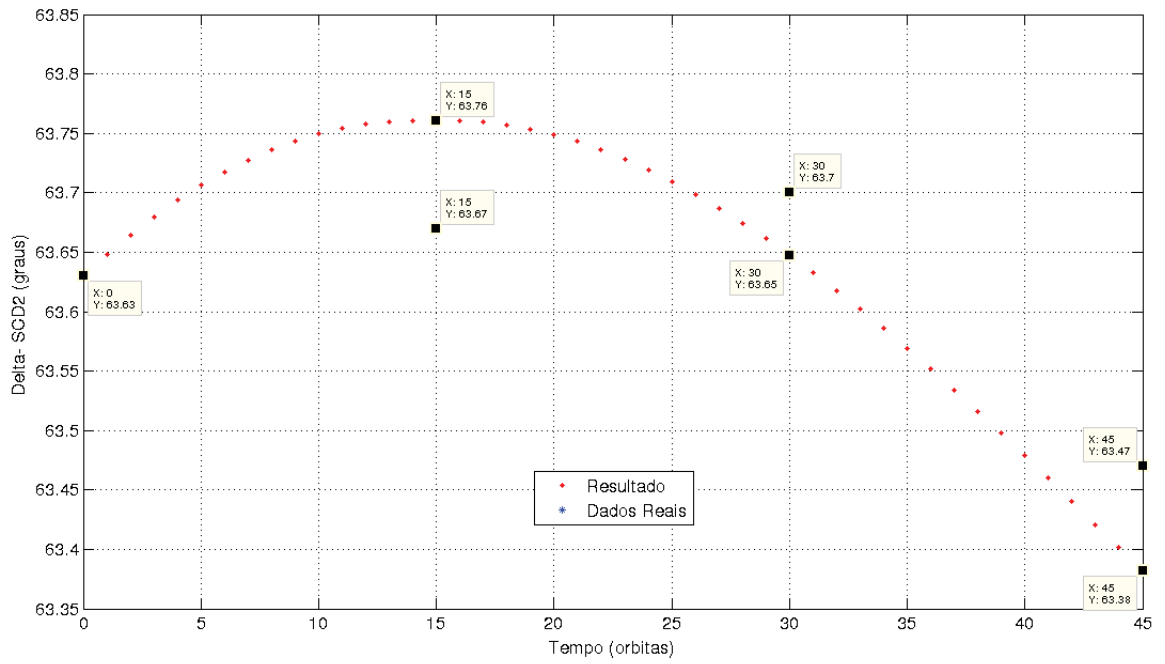


Figura 10.33: Declinação do Eixo de Rotação no SCD2- Sem atualização diária de dados-de 9 a 11/02/2002

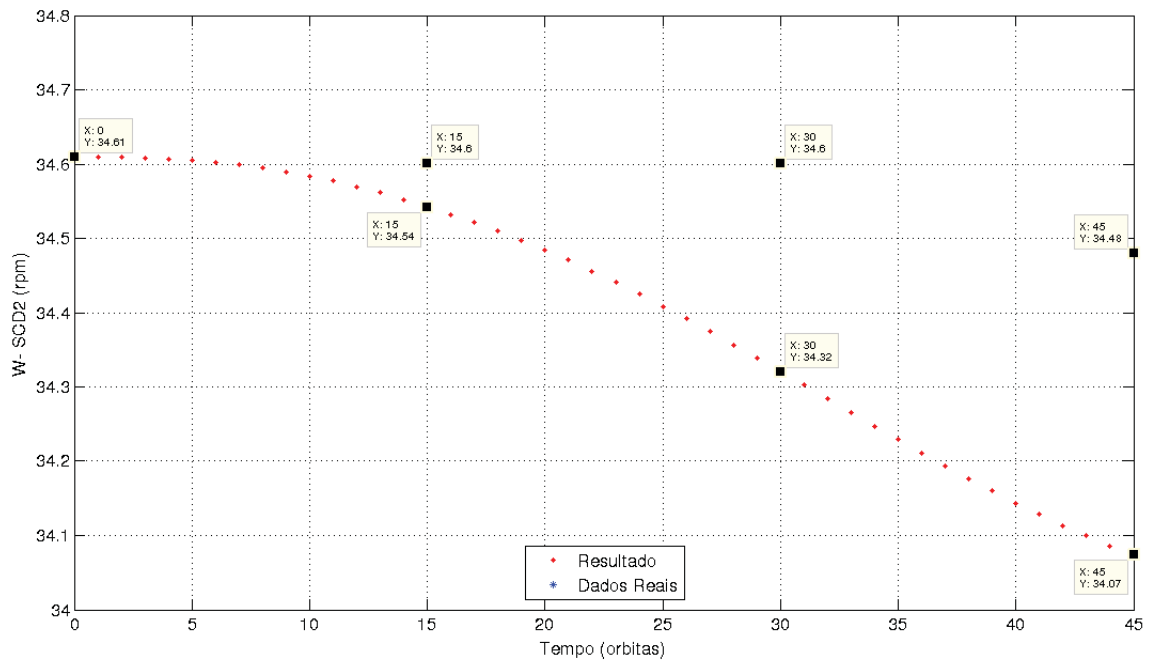


Figura 10.34: Velocidade de Rotação no SCD2- Sem atualização diária de dados-de 9 a 11/02/2002

Tabela 10.5: Diferença dos Parâmetros e erro para o intervalo de 9 a 11/02/2002 para o SCD2

	$\Delta\alpha(^{\circ})$	$\Delta\delta(^{\circ})$	$\Delta W(rpm)$	$\Delta\varrho(^{\circ})$	$\varepsilon(^{\circ})$
10/02/2002	0,59548784	-0,09055421	0,05789748	-0,24610703	0,27881476
11/02/2002	0,90108232	0,05275015	0,27950395	-0,24029944	0,40307850
12/02/2002	-0,69144654	0,08811280	0,40606923	0,28346285	0,32162474

de 12 a 23/02/2002

Do pacote de dados fornecidos pelo CCS/INPE, este é o maior intervalo no qual não houve a atuação do controle de atitude, totalizando 12 dias. Nas Figuras (10.35) e (10.36) e Tabela (10.6), que apresentam o comportamento temporal da ascensão reta e declinação no intervalo de simulação, pode-se observar que a ascensão reta sempre assume valores maiores que os dados reais enquanto a declinação permanece sempre inferior aos dados reais. No entanto, a maioria das diferenças entre os valores da ascensão reta propagado e real excederam $0,5^{\circ}$ enquanto a maioria das diferenças da declinação permaneceram dentro desta precisão.

O comportamento da velocidade de rotação é apresentado na Figura (10.37) e Tabela (10.6), sendo que pode ser observado que com o decorrer do tempo existe uma grande defasagem entre os valores propagados e reais, indicando a necessidade da atuação do controle. Estes resultados sugerem também que este propagador é válido para um intervalo menor de tempo, no máximo de 3 dias.

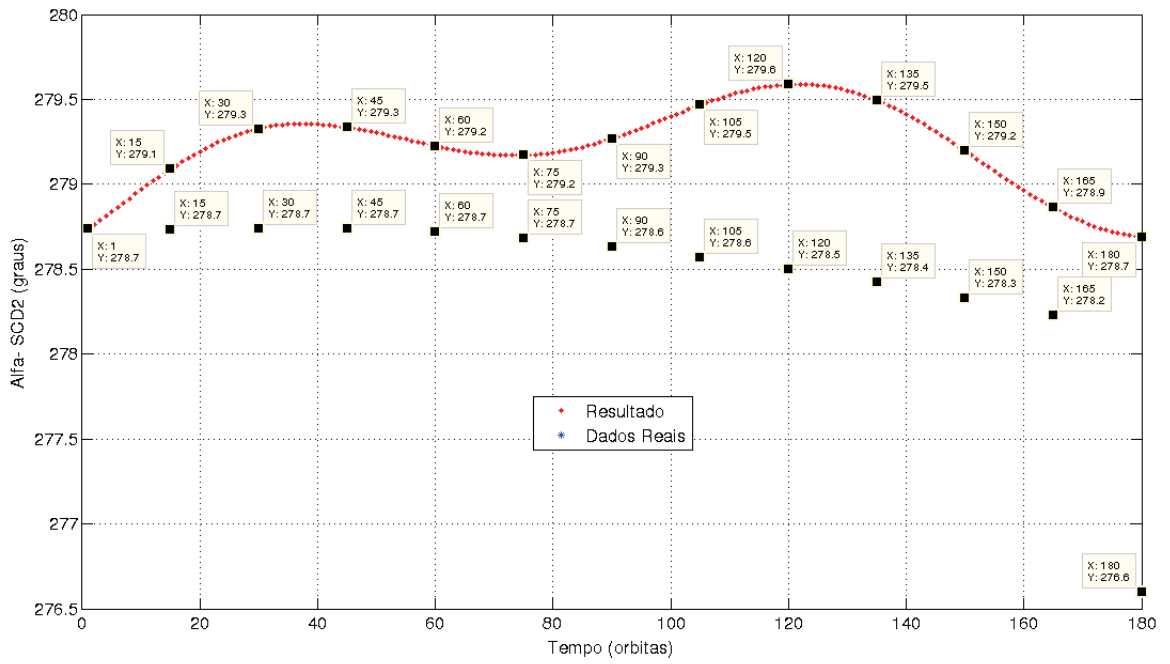


Figura 10.35: Ascensão Reta do Eixo de Rotação no SCD2- Sem atualização diária de dados-de 12 a 23/02/2002

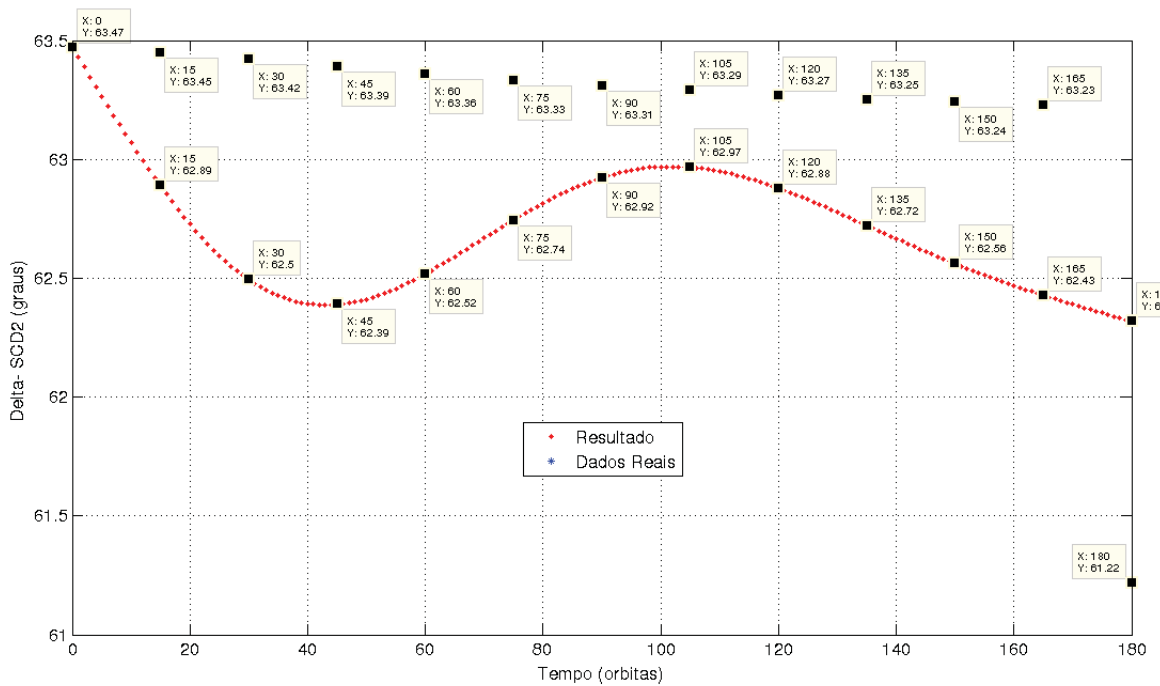


Figura 10.36: Declinação do Eixo de Rotação no SCD2- Sem atualização diária de dados-de 12 a 23/02/2002

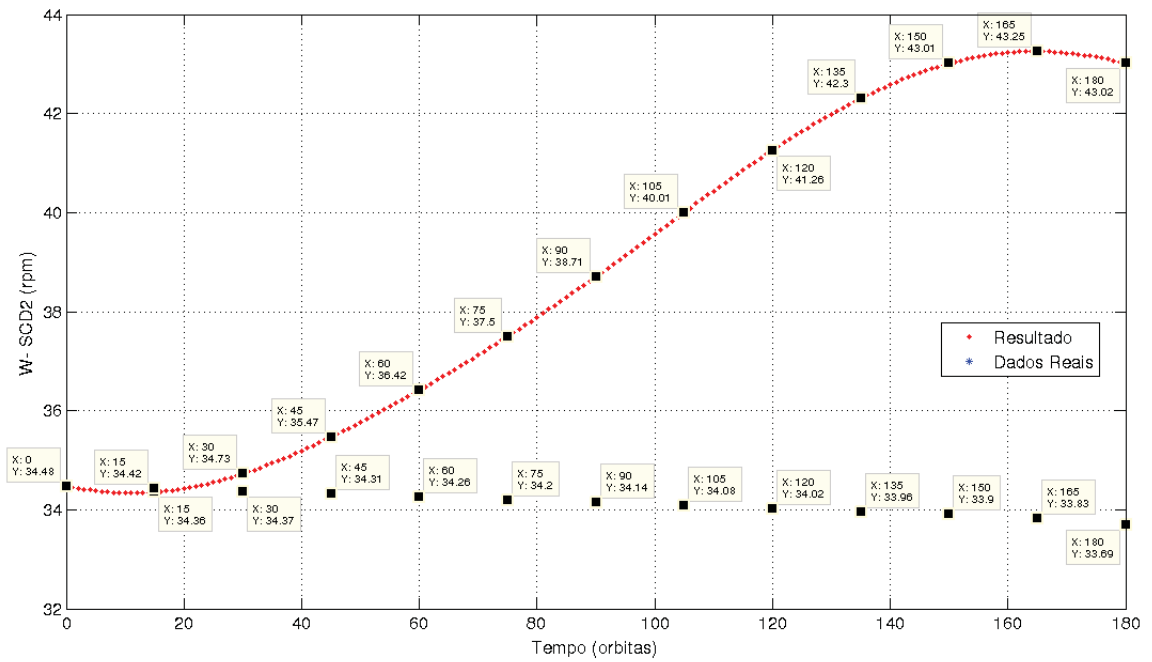


Figura 10.37: Velocidade de Rotação no SCD2- Sem atualização diária de dados-de 12 a 23/02/2002

Tabela 10.6: Diferença dos Parâmetros e erro para o intervalo de 12 a 23/02/2002 para o SCD2

	$\Delta\alpha(^{\circ})$	$\Delta\delta(^{\circ})$	$\Delta W(rpm)$	$\Delta\rho(^{\circ})$	$\varepsilon(^{\circ})$
13/02/2002	-0,35862022	0,56062495	0,05862355	0,50040682	0,58352145
14/02/2002	-0,58568636	0,92450458	-0,35508313	0,81664743	0,96207819
15/02/2002	-0,59357379	0,99886251	-1,16073476	0,85954407	1,03482640
16/02/2002	-0,50555885	0,84055918	-2,15647842	0,71551143	0,87144951
17/02/2002	-0,49239980	0,58562658	-3,29579196	0,54148987	0,62673585
18/02/2002	-0,63912930	0,38751855	-4,56629603	0,46611014	0,48341335
19/02/2002	-0,89557492	0,32456920	-5,92637862	0,51860332	0,51884704
20/02/2002	-1,08497662	0,39205797	-7,23747127	0,62789742	0,62856006
21/02/2002	-1,07341994	0,52836187	-8,34387257	0,70205733	0,71892528
22/02/2002	-0,86478959	0,67922282	-9,10743654	0,70443625	0,78518249
23/02/2002	-0,63266913	0,80166602	-9,42169827	0,67403412	0,85212506
24/02/2002	-2,08722835	-1,09798750	-9,32823525	0,29212162	1,47646428

de 5 a 7/03/2002

Das Figuras (10.38) e (10.39) e Tabela (10.7) observa-se o decaimento da ascensão reta e declinação, que tendem a acompanhar o comportamento real, com as diferenças entre os valores ultrapassando a precisão desejada apenas no final do último dia, onde foi necessário a atuação do controle. Pela Figura (10.40) e Tabela (10.7) observa-se um melhor comportamento da velocidade de rotação.

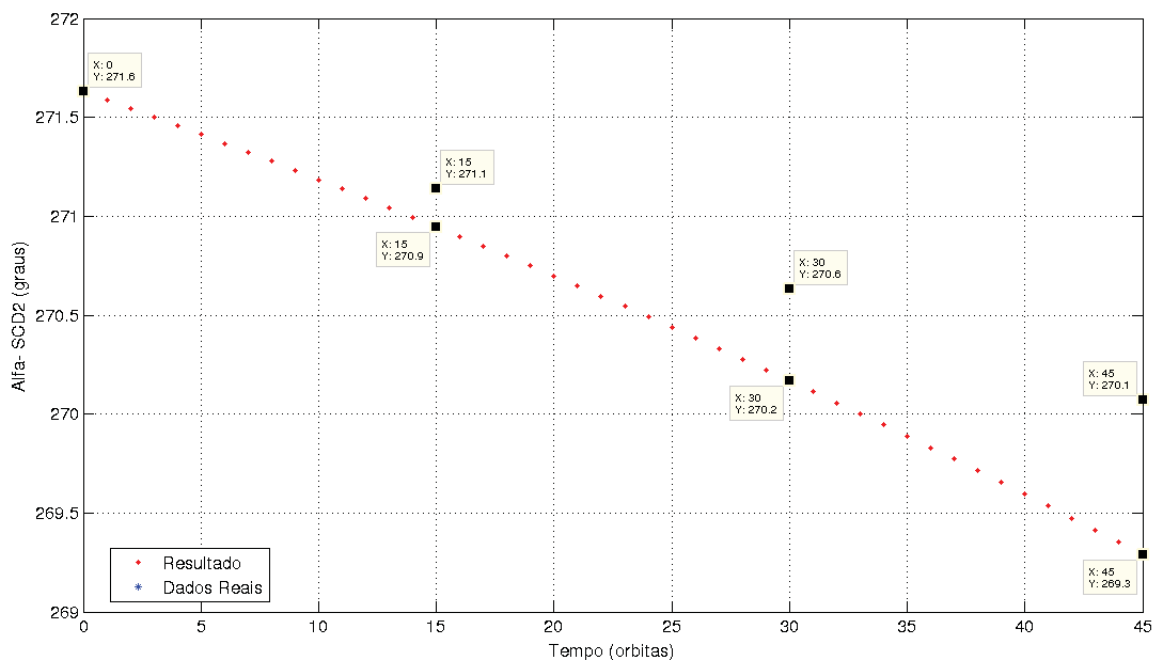


Figura 10.38: Ascensão Reta do Eixo de Rotação no SCD2- Sem atualização diária de dados-de 5 a 7/03/2002

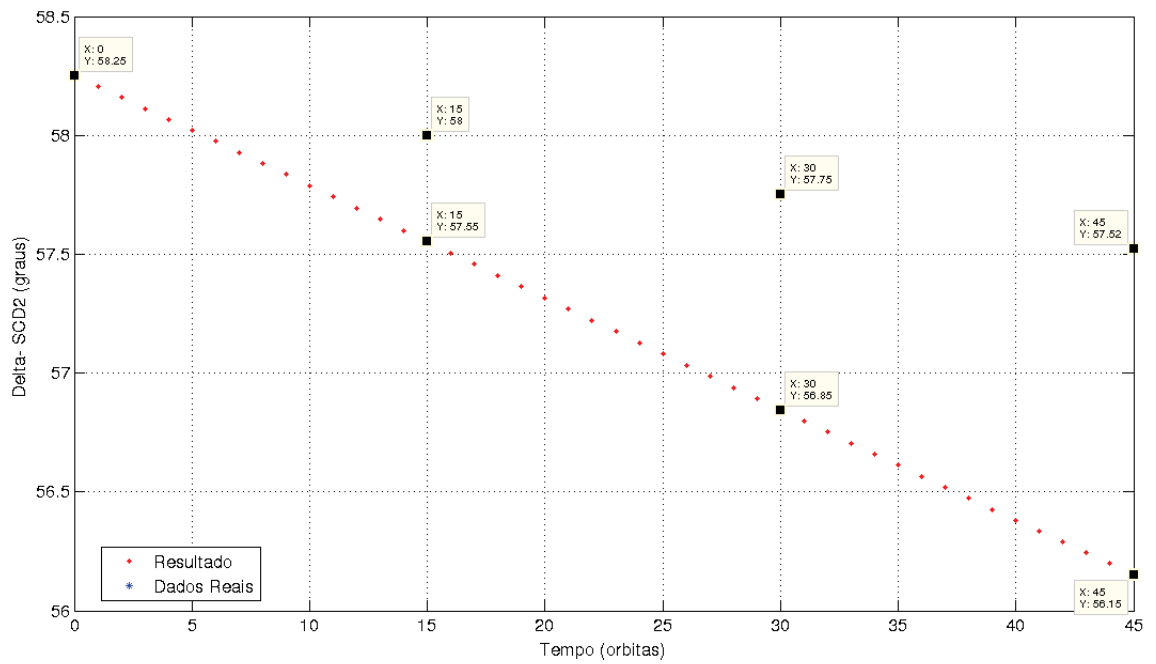


Figura 10.39: Declinação do Eixo de Rotação no SCD2- Sem atualização diária de dados-de 5 a 7/03/2002

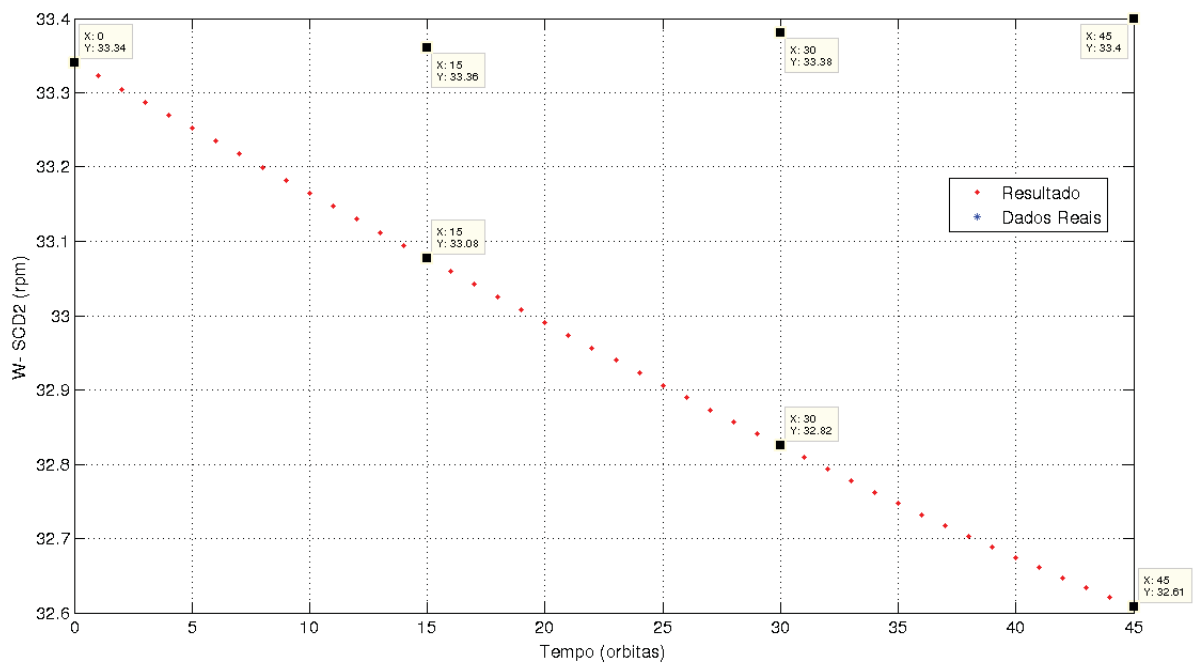


Figura 10.40: Velocidade de Rotação no SCD2- Sem atualização diária de dados-de 5 a 7/03/2002

Tabela 10.7: Diferença dos Parâmetros e erro para o intervalo de 5 a 7/03/2002 para o SCD2

	$\Delta\alpha(^{\circ})$	$\Delta\delta(^{\circ})$	$\Delta W(rpm)$	$\Delta\varrho(^{\circ})$	$\varepsilon(^{\circ})$
06/03/2002	0,19511823	0,44714887	0,28274109	0,01108311	0,45909295
07/03/2002	0,46190648	0,90477422	0,55512409	-0,04099645	0,93855419
08/03/2002	0,78087102	1,36725937	0,79280111	-0,15058042	1,43240831

10.3.3 Comportamento sem Atualização Diária de Dados em 40 Dias

As Figuras de (10.41) à (10.46) apresentam o comportamento da ascensão reta do eixo de rotação, declinação do eixo de rotação e velocidade de rotação, durante todo intervalo de dados fornecido, sem atualização de dados, para os dois satélites. Os resultados foram obtidos a cada órbita e estão apresentados em vermelho, enquanto os dados reais estão apresentados em azul e são dados ao início de cada dia. Desta forma estas figuras dão uma visão geral do comportamento real comparado com o comportamento obtido pelo propagador.

Observa-se que na ascensão reta e na declinação do eixo de rotação para ambos os satélites, dados nas Figuras (10.41), (10.42), (10.44) e (10.45), a função dada pelos resultados tem a mesma tendência do comportamento real, pois apesar de se distanciar mantem os contornos próximos. O que não acontece para a velocidade de rotação, dados pelas Figuras (10.43) e (10.46) para o SCD1 e SCD2 respectivamente, cujo o comportamento temporal não tende a acompanhar o comportamento real do satélite sem a atualização diária de dados.

Como a velocidade de rotação é o parâmetro com maior influência do TMI ao se aprimorar este modelo, utilizando por exemplo o modelo de quadripolo ao invés do dipolo para o campo magnético, poderia-se obter uma melhora significativa na velocidade de rotação. Essa melhora pode ajustar ainda mais os resultados da ascensão reta e declinação do eixo de rotação, já que estes dependem diretamente da velocidade de rotação em suas próprias soluções da equação do movimento.

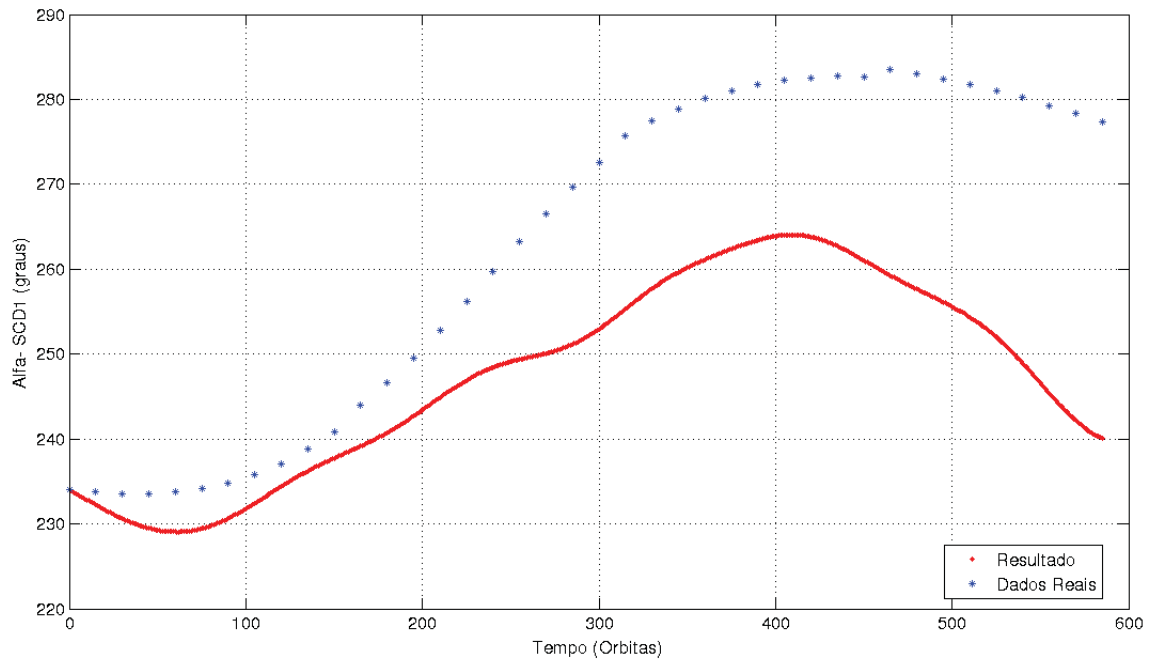


Figura 10.41: Ascensão Reta do Eixo de Rotação(SCD1)

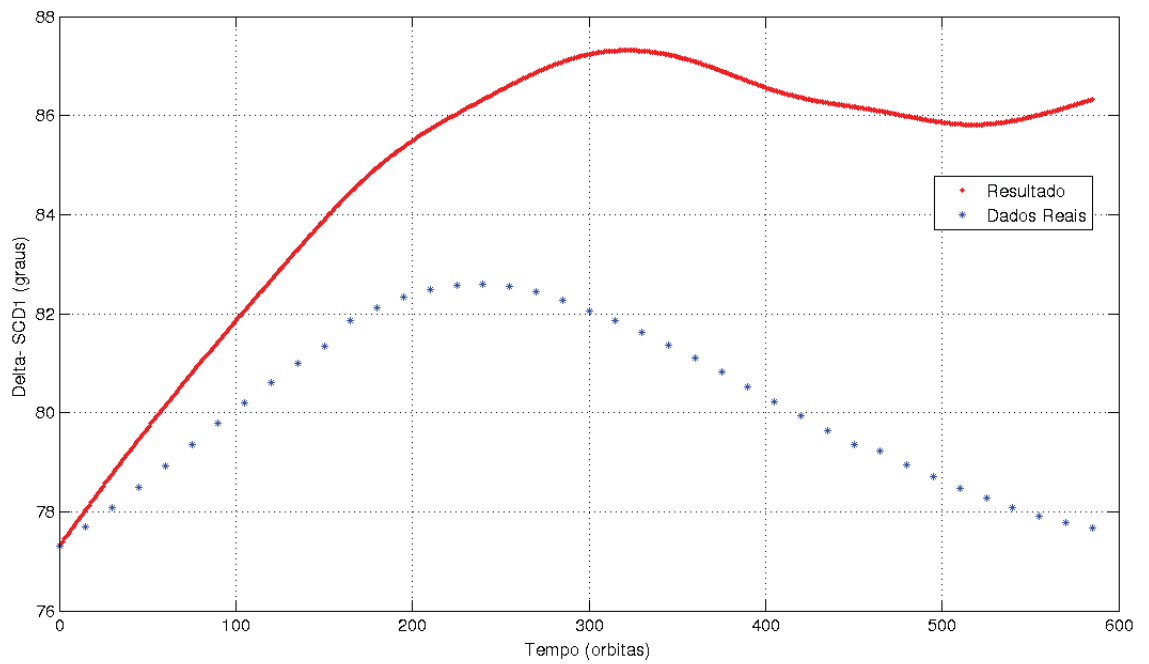


Figura 10.42: Declinação do Eixo de Rotação(SCD1)

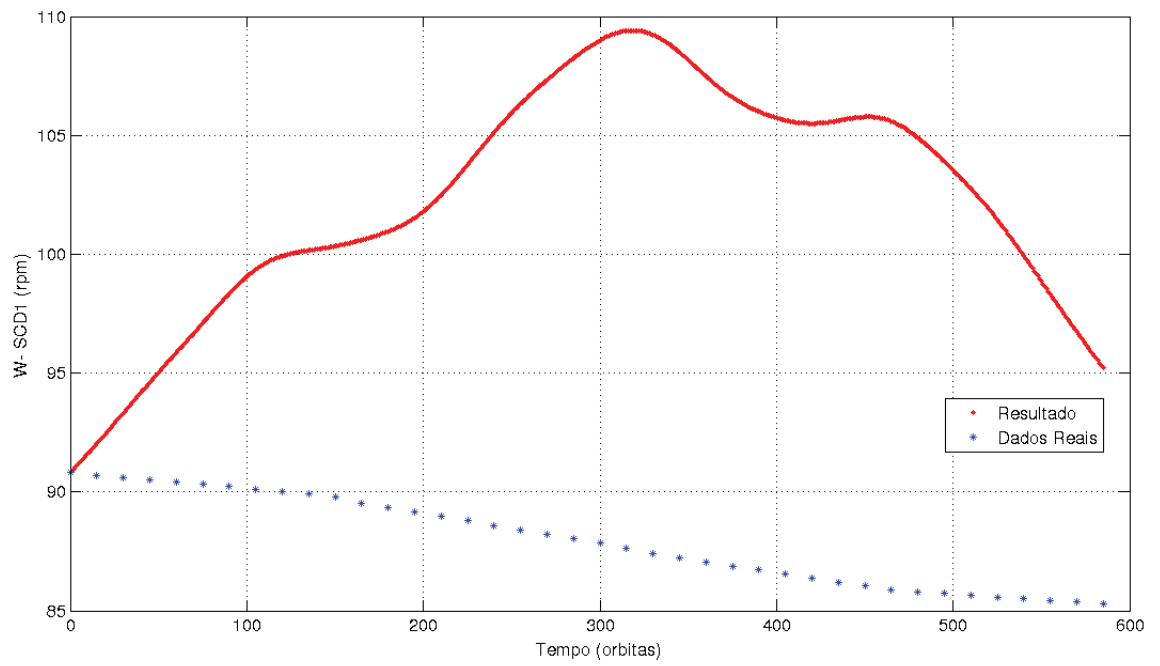


Figura 10.43: Velocidade de Rotação(SCD1)

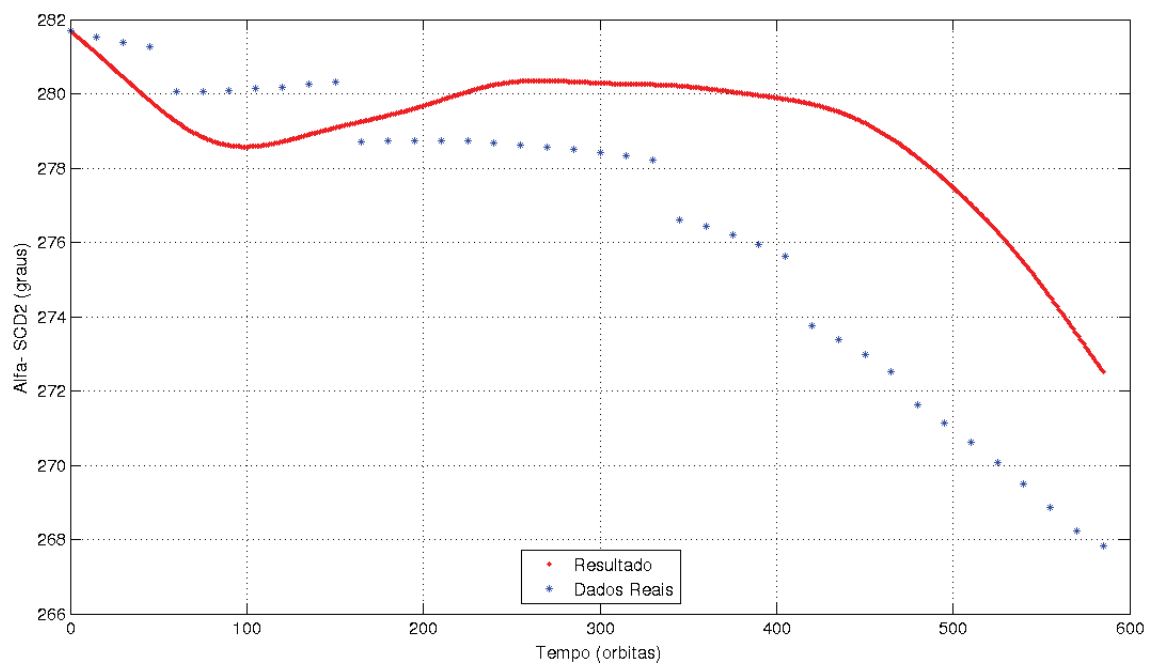


Figura 10.44: Ascensão Reta do Eixo de Rotação(SCD2)

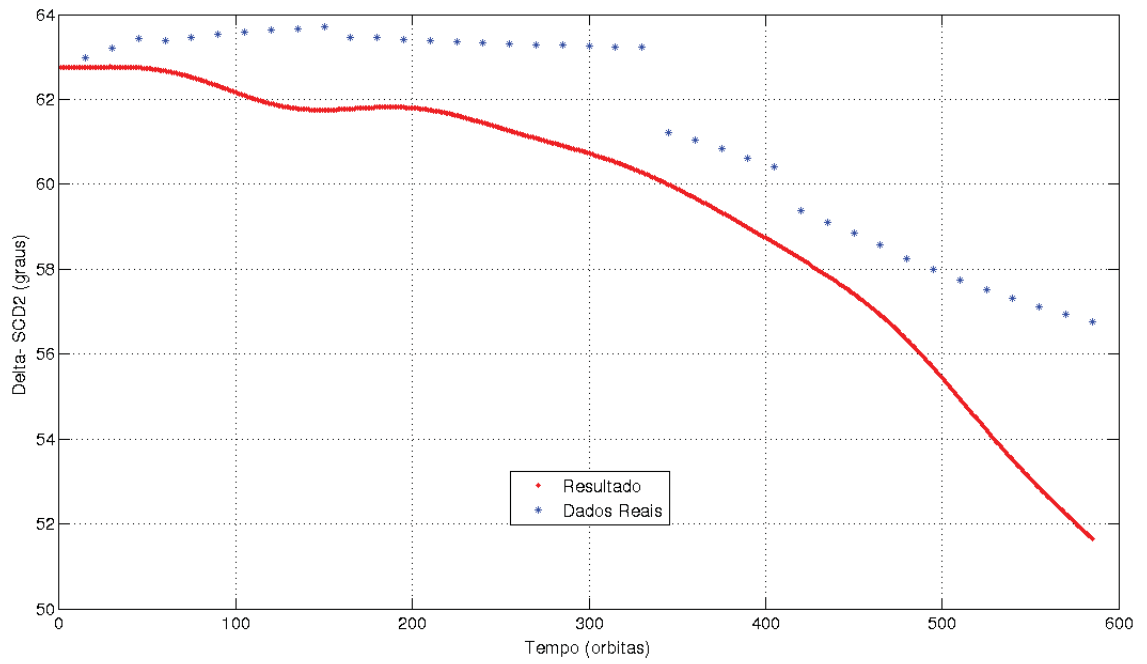


Figura 10.45: Declinação do Eixo de Rotação(SCD2)

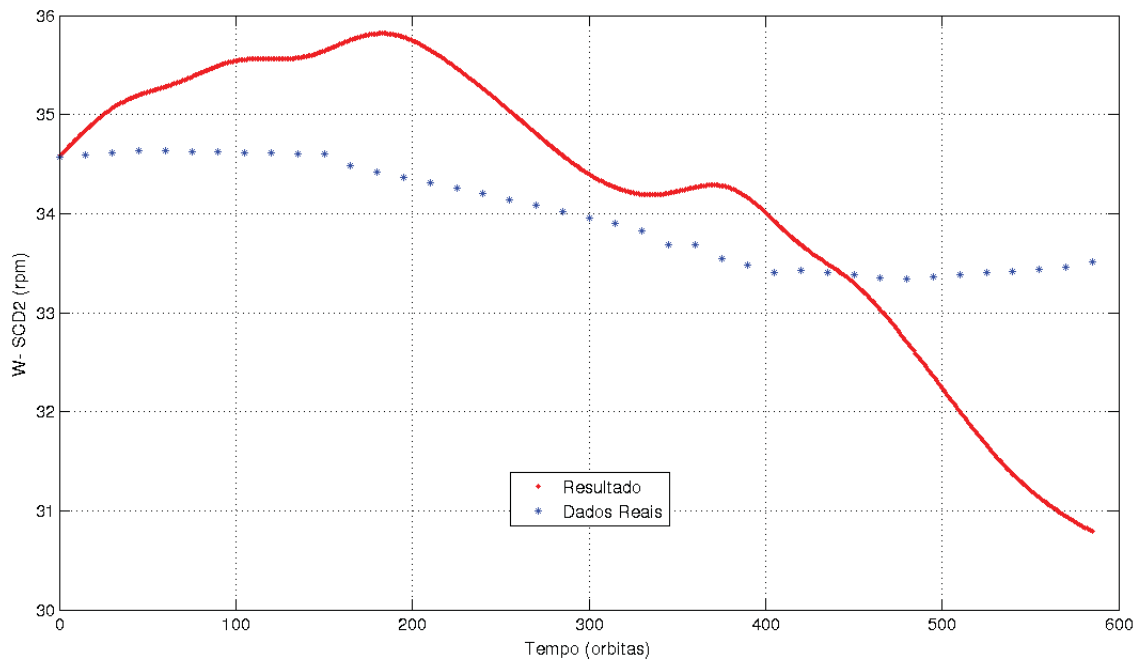


Figura 10.46: Velocidade de Rotação(SCD2)

Por fim, a inclusão de vários torques ambientais menos relevantes para as características dos satélites SCD1 e SCD2, realizada neste trabalho, é válida, embora os torques

magnéticos já contenham a maior contribuição na atitude destes dois satélites. Saliente-se que as diferenças no tempo de processamento das implementações numéricas são irrelevantes quando se consideram todos os torques ou apenas os torques magnéticos. Sendo assim ao se incluir todos os torques, o modelo tende a se aproximar mais do caso real e pode ser útil quando aplicado à satélites com outras características de órbita e dimensão, nas quais os TRS, TA e TGG possam assumir valores mais significativos do que para o SCD1 e SCD2.

Conclusão

Neste trabalho foi analisada a influência dos torques de pressão de radiação solar (TRS), gradiente de gravidade (TGG), aerodinâmico (TA) e magnéticos (TMR e TMI) acoplados na atitude de um satélite estabilizado por rotação em órbita de pequena excentricidade.

Os componentes de cada torque externo considerado foram determinados em um sistema fixo no satélite e dependem da velocidade angular de rotação (W), da latitude verdadeira ($\bar{\nu}$), da longitude do nodo ascendente (Ω), do módulo do vetor posição (r_*), da inclinação orbital (I), da ascensão reta (α) e da declinação (δ) do eixo de rotação. Os componentes médios de cada torque externo foram determinados para um período orbital, envolvendo o cálculo de diversas integrais, que se tornam independentes da latitude verdadeira no caso do TGG e TRS ou da anomalia verdadeira no caso do TA, do TMR e do TMI.

Utilizou-se órbita circular ou órbita de pequena excentricidade com expansões até a 1ª ordem na excentricidade (e), de modo que os resultados aqui obtidos só podem ser aplicados para satélites em órbitas quase circulares, mostrando-se adequados para aplicações aos Satélites Brasileiros de Coletas de Dados (SCD1 e SCD2).

No estudo da atitude, foram apresentadas soluções analíticas válidas para um período orbital para a velocidade angular de rotação, ascensão reta e declinação do eixo de rotação e também foram determinados o erro de apontamento do eixo de rotação, tendo sido dada especial atenção ao ângulo de aspecto solar. De forma a se avaliar mais eficientemente todos os dados, foram verificadas as médias aritméticas das diferenças geradas entre teoria e dados reais. As soluções analíticas foram determinadas para um período orbital considerando valores numéricos para as parcelas dos torques externos médios considerados, calculadas no início de cada órbita.

Para validar a teoria apresentada foram realizadas simulações numéricas no software *MATLAB* com os dados dos Satélites de Coleta de Dados – SCD1 e SCD2, utilizando dados fornecidos pelo CCS/INPE. Para as altitudes dos satélites SCD1 e SCD2, a magnitude dos torques acoplados é da ordem de 10^{-5} N.m para o SCD1 e 10^{-6} N.m para o SCD2, devido também a pequena dimensão destes satélites. A influência mais significativa é do TMI que causa um decaimento exponencial na velocidade de rotação, sendo que todos os torques contribuem para a deriva e precessão do eixo de rotação.

Foram realizadas simulações com atualização diária dos dados de atitude e órbita com

os dados fornecidos pelo CCS/INPE e simulações sem a atualização diária destes dados, mantendo-os iguais aos valores propagados pela teoria ao final de cada período orbital. E em ambas as abordagens também a cada período orbital foram propagados a longitude do nodo ascendente e o argumento do perigeu com o efeito do achatamento da Terra.

As simulações com atualização diária de dados se deram para um intervalo de 40 dias para cada um dos satélites. De um modo geral, a aplicação para o SCD2 apresentou melhores resultados que aqueles obtidos para o SCD1. Os melhores resultados para o SCD2 se justificam pelo fato que nos instante de atuação do controle o propagador de atitude foi reiniciado, uma vez que a teoria não inclui um torque de controle. Para erro de apontamento, por exemplo, o SCD1 apresentou média aritmética dos módulos de $0,31560782^\circ$ enquanto para o SCD2 essa média vale $0,20881978^\circ$ com atualização diária de dados (ambos se mantiveram na precisão de $0,5^\circ$ requerida pelo CCS/INPE). Para ambos os satélites a declinação do eixo de rotação, ângulo de aspecto solar e a velocidade angular de rotação apresentaram as médias aritméticas dentro da precisão requerida pelo CCS/INPE ($0,5^\circ$ para os ângulos e $0,5\text{rpm}$ para a velocidade de rotação). Somente a ascensão reta para o SCD1 ultrapassou a precisão requerida no período considerado, mas manteve-se coerente para o SCD2.

O ângulo de aspecto solar apresentou bons resultados com o acoplamento dos torques tanto para o SCD1 quanto para o SCD2. Para ambos os satélites os valores do ângulo de aspecto solar ficaram dentro da faixa de restrição estabelecida pelo CCS/INPE, que é de $60^\circ < AAS < 90^\circ$ para o SCD1 e de $80^\circ < AAS < 100^\circ$ para o SCD2.

Nas simulações sem atualização diária da atitude para o satélite SCD1 a análise foi feita durante dois intervalos de 2 dias e um de 4 dias. Em nenhum dos 3 intervalos tiveram um bom comportamento durante toda a implementação, restringindo as aplicações para 1 dia. Os parâmetros que fugiram muito da exigência do CCS/INPE, refletem esse resultado nas médias aritméticas.

Nas simulações sem atualização diária da atitude para o satélite SCD2 a análise foi feita durante três intervalos sendo dois de 4 dias e o outro de 12 dias. Pode-se observar que apenas o comportamento da velocidade de rotação no 2º intervalo excedeu muito a exigência do CCS/INPE, com as aplicações podendo se realizadas para até 2 dias.

Em ambas as abordagens os resultados das simulações sugerem uma dependência maior do erro de apontamento e do ângulo de aspecto solar com a declinação do eixo de rotação do que com a ascensão reta. As comparações dos resultados da abordagem realizada com os dados reais acenam para uma coerência na teoria, podendo ser aplicada na predição do movimento rotacional de satélites artificiais estabilizados por rotação por períodos de aproximadamente três dias, para ambos os satélites. Salienta-se que alguns resultados obtidos pelas abordagens aqui realizadas foram um pouco melhores do que os obtidos em trabalhos anteriores, que utilizaram 4 torques acoplados (TA,TMR,TMI e TGG) (PEREIRA, 2011) ou os dois torques magnéticos (QUIRELLI, 2002). Justifica-se a melhora

nos resultados, pela solução analítica mais complexa e pelo cálculo dos torques a cada período orbital.

Para a velocidade de rotação os resultados obtidos por Pereira(2011) mostram-se mais adequados, e se justifica pelo fato de Pereira utilizar o modelo de quadripolo nos torques magnéticos, o que influencia mais significativamente a velocidade, embora os torques por ele utilizados sejam calculados a cada início de dia e não a cada órbita como neste trabalho.No entanto, saliente-se que os resultados para a ascensão reta foram muito mais adequados para o propagador aqui desenvolvido.

Assim a análise do movimento rotacional com o torque de pressão de radiação solar, torque de gradiente de gravidade, torque aerodinâmico e torques magnéticos deve ser realizada com alguma restrição para satélite de pequeno porte, devendo-se principalmente estar atentos as simplificações dos modelos dos torques, em especial no modelo da densidade atmosférica e campo magnético terrestre.

A abordagem aqui realizada com vários torques ambientais também se justifica pelas irrelevantes diferenças no tempo de processamento entre o propagar só com torques magnéticos e o propagador com todos os torques. Saliente ainda que em aplicações para satélites com característica de órbita e dimensões diferentes dos satélites SCD1 e SCD2 , os torque TRS, TA e TGG podem assumir magnitudes mais significativas, com a teoria sendo então muito adequada.

As sugestões para trabalhos futuros são:

- atualizar do propagador de atitude aqui proposto utilizando modelo de densidade atmosférica JB2008 (BOWMAN et al, 2008) ao invés do modelo TD88.
- utilizar do modelo de quadripolo para o campo geomagnético da Terra.
- introduzir o efeito da força de sustentação no TA.
- calcular mais precisamente o braço do momento, através da integração de uma superfície cilíndrica.
- incluir a função sombra no TRS.
- realizar nas simulações numéricas os cálculos dos torques ambientais e das soluções analíticas para intervalos menores do que um período orbital.

As maiores contribuições deste trabalho estão relacionadas com:

- a teoria analítica envolvendo a análise da atitude de satélites artificiais estabilizados por rotação em órbita de pequena excentricidade, incluindo ação conjunta do torque de pressão de radiação solar direta, o torque de gradiente de gravidade, o torque aerodinâmico e torques magnéticos;

- a comparação dos resultados obtidos para a velocidade de rotação, ascensão reta e declinação do eixo de rotação com os trabalhos anteriores.
- determinação de uma solução analítica mais completa para as equações do movimento rotacional de satélites estabilizados por rotação.
- a validação da teoria desenvolvida para um período de vários dias.

Salienta-se também que a teoria analítica aqui desenvolvida pode ser útil para a análise de futuras missões de satélites brasileiros estabilizados por rotação podendo também auxiliar na estimativa de parâmetros destes satélites.

REFERÊNCIAS

ASTRONOMICAL ALMANAC. Software. Disponível em: <http://www.jb.man.ac.uk/almanac/>>. Acesso em: agosto, 2009.

ASSIS, S. C. Propagação da atitude de satélites artificiais estabilizados por rotação: torque residual médio com modelo de quadripolo para o campo geomagnético. Dissertação de Mestrado da Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá – UNESP, 2004.

ASSIS, S. C.; REAL, F. F.; ZANARDI, M. C. Modelo de dipolo e quadripolo para o campo magnético da Terra. In: Jornada de Iniciação Científica e Pós-graduação, 2003. Guaratinguetá-SP. Anais. 1 CD-ROM. Guaratinguetá: UNESP, 2003.

BATE, R. R.; MUELLER, D. D.; WHITE, E. J., Fundamentals of Astrodynamics, Ed. Dover Publications, INC. 1971.

BOWMAN, B. R.; TOBISKA, W. K.; MARCOS, F. A.; HUANG, C. Y.; LIN, C. S.; BURKE, W. J., A New Empirical Thermospheric Density Model JB2008 Using New Solar and Geomagnetic Indices. AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference, Honolulu, Hawaii, USA, August 2008.

BROUWER, O.; CLEMENCE, G. M. Methods of Celestial Mechanics., New York: Academic Press, 1961.

CARRARA, V. Modelos de Perturbações em Satélites – Publicação Didática- Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE, São José dos Campos, 2013.

CARRARA, V.; GUEDES, U. T. V. G. Attitude control aspects for SCD1 and SCD2, RBCM – Journal of the Brazilian Society Mechanical Sciences, v. 16, p. 421-425, 1994.

CARRARA, V.; KUGA, H. K.; RAO, K. R.; Satélites Artificiais – Movimento Orbital, SJC-INPE, 2000.

CELLETTI, A.; SIDORENKO, V.V. Some Properties of the Dumbbell Satellite Atti-

tude Dynamics– Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, v. 101, n^o 1, 2008.

CHEN, Y.H.; HONG, Z.C.; LIN, C.H.; CHERN, J.S. Aerodynamic and Gravity Gradient Stabilization for Microsatellites– Acta Astronautica, v. 46, n^o7, p. 491-499, 2000.

CHIARADIA, C.E., PEREIRA, A. J., ZANARDI, M. C. Propagação analítica da atitude de satélites artificiais estabilizados por rotação com torque devido as correntes de Foucault. Resumo dos trabalhos, XIII Colóquio Brasileiro de Dinâmica Orbital, Bertioga, SP, p.23, 2006.

CHIARADIA, C.E. Influência do Torque de Gradiente de Gravidade na Atitude de Satélites Artificiais estabilizados por rotação. Trabalho de Graduação de Licenciatura em Física. Guaratinguetá, SP, 2007.

CHIARADIA, J.E., ZANARDI, M.C., CHIARADIA, C.E. Satélites Artificiais Estabilizados por Rotação: abordagem analítica para a propagação de atitude com torque de gradiente de gravidade In: Anais do CBDO2008, Águas de Lindóia, Guaratinguetá: FEG/UNESP, p.49, 2008.

CHIARADIA, J. E. Propagação da Atitude de Satélites Artificiais Estabilizados por rotação com o Torque Aerodinâmico. Relatório Final de Iniciação Científica, PIBIC 2007/2008. FEG/UNESP. Guaratinguetá, 2008.

CHIARADIA, J. E., Torque Aerodinâmico e o Movimento Rotacional de Satélites Artificiais Estabilizados por Rotação, 2010. 123f. Trabalho de Graduação – Faculdade de Engenharia do Câmpus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá - SP, 2010.

CHIARADIA, J.E., ZANARDI, M.C., CHIARADIA, C.E. Satélites Artificiais Estabilizados por Rotação: abordagem analítica para a propagação de atitude com torque de gradiente de gravidade. In: Anais do CBDO2008, Águas de Lindóia, Guaratinguetá: FEG/UNESP, p.49, 2008.

DOWNING, D.; CLARK, J., Estatística Aplicada. 3^o tiragem, Editora: Saraiva, São Paulo, SP, 2000.

FELIPE, G. Introdução à Mecânica Celeste. 9a Escola de Verão em Dinâmica Orbital e Planetologia, Guaratinguetá: FEG, UNESP, 2006.

FRANÇA, L. V. G. Torque Magnético Induzido com Parcelas f5, f6 e f7 do Modelo de Quadripolo para o Campo Geomagnético, Relatório Final do PIBIC 2004/2005. FEG/UNESP, 2005.

FRANÇA, L. V. G. Propagação Analítica da Orientação Espacial de Satélites Estabilizados por Rotação com Torque Induzido, Trabalho de Conclusão de Curso, Licenciatura em Matemática, Faculdade de Engenharia, UNESP, Guaratinguetá, 2005.

FRANÇA, L. V. G. Dinâmica de Atitude de Satélites Artificiais, Relatório Parcial do PIBIC 2005/2006. FEG/UNESP, 2006.

GARBER, T. B. Influence of Constant Disturbing Torques on the Motion of Gravity-Gradient Stabilized Satellite AIAA Journal, vol. 1, no. 4, pp. 968-969, 1963.

GARCIA, R. V., Satélites Estabilizados por Rotação e o Torque Magnético Residual, Dissertação de Mestrado da Faculdade de Engenharia do Câmpus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá - SP, 2007.

GARCIA, R. V., ZANARDI, M. C., KUGA, H. K. Spin-stabilized: analytical attitude propagation using magnetic torque, Mathematical Problems in Engineering. v. 2009, article ID 242396, 18 pag., Hindawi Publishing Corporation, 2009.

HARA, M. Effects of magnetic and gravitational torques in spinning satellite attitude. AIAA Journal, vol. II, no. 12, pp. 1737-1742, 1973.

KUGA, H. K.; FERREIRA, L. D.; GUEDES, U. T. V. Simulação de atitude e de manobras para o satélite brasileiro estabilizado por rotação. Relatório Técnico do INPE, INPE-4271-PRE/1143, 1987.

KUGA, H. K.; ORLANDO, V.; LOPES, R. V. F. Flight dynamics operations during leap for the inpe's second enviromental data collecting satellite SCD2. RBCM – Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences, v.21-SP ISS, p.339-344, 1999.

KUGA, H. K., RAO, K. R., CARRARA, V., Satélites Artificiais: Movimento Orbital. Apostila do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos - SP, 2000.

KUGA, H. K.; SILVA, W. C. C.; GUEDES, U. T. V. Dinâmica de atitude para satélites estabilizados por rotação. São José dos Campos – SP, Relatório Técnico do INPE, INPE-4403-NTE/275. INPE – 1987.

MACIEJEWSKI, A. J.; PRZYBYLSKA, M. Non-Integrability of the Problem of a Rigid Satellite in Gravitational and Magnetic Fields– *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, v. 87, n^o 4, 2003.

MITCHELL, J.W.; RICHARDSON, D.L. A Simplified Kinetic Element Formulation for the Rotation of a Perturbed Mass-Asymmetric Rigid Body– *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, v. 81, n^o 1-2, 2001.

MOTTA, G. B. (2011). “Satélites Estabilizados por Rotação e Torque de Radiação Solar Direta”, Trabalho de Graduação.UNESP – Campus de Guaratinguetá.

MOTTA, G. B.; ZANARDI, M. C. Torque Aerodinâmico, Torque de Gradiente de Gravidade e Torque de Radiação Solar Atuantes em Satélites Estabilizados por Rotação. *Anais do DINCON– Conferência Brasileira de Dinâmica, Controle e Aplicações*, Fortaleza -CE, 2013.

NEISHTADT, A.I.; SCHEERES, D.J.; SIDORENKO, V.V.; VASILEY, A.A. Evolution of Comet Nucleus Rotation – *Icarus*, 2002.

NEISHTADT, A.I.; SCHEERES, D.J.; SIDORENKO, V.V.; STOOKE, P.J.; VASILEY, A.A. The Influence of Reactive Torques on Comet Nucleus Rotation – *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 2013.

ORLANDO, V.; LOPES, R. V. F.; KUGA, H. K. INPE'S flight dynamics team experience thought four years of scd1 in orbit operations: main issues, improvements and trends, *ESA International Symposium on Spaceflight Dynamics*. Darmstadt, Alemanha, p.433-437, 1997.

ORLANDO, V.; KUGA, H.K. Os satélites SCD1 e SCD2 da Missão Espacial Brasileira - MECB, editores: WINTER, O. C.; PRADO, A. F. B. A., *A Conquista do Espaço do Sputnik à Missão Centenário*, V. único, vol. 5, 1^a edição, editora: Livraria da Física, São Paulo - SP, 2007.

PARKINSON, W. B.; KASDIN, N. J. A Magnetic Attitude Control System for Precision Pointing of the Rolling GP-B Spacecraft. *Acta Astronautica*. Vol. 21, no 617, pp. 477-486, 1990.

PEREIRA, A. J. Dinâmica de atitude de satélites artificiais. Relatório Final do PIBIC/CNPq-

2005/2006, Guaratinguetá-SP, 2006a.

PEREIRA, A. J. Propagação de atitude satélites estabilizados por rotação Torque Magnético Induzido. Trabalho de Conclusão de Curso, Licenciatura em Física, Guaratinguetá: FEG/UNESP, 2006b.

PEREIRA, A. J. Ângulo de Aspecto Solar: Satélites Estabilizados por Rotação e Torques Externos. Dissertação (Mestrado em Física) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2011.

PISACANE, V. L., MOORE, R. C. Fundamentals of Space System. New York: Oxford University Press, p.772, 1994.

QUIRELLI, I. M. P. Propagação analítica de atitude de satélite estabilizados por rotação. Dissertação de Mestrado (mestrado em Física). Faculdade de Engenharia do Câmpus de Guaratingueta, UNESP. Guaratinguetá-SP, 2002.

QUIRELLI, I. M. P.; ZANARDI, M. C.; KUGA, H. K. Torques magnéticos: aplicações à satélites estabilizados por rotação. In: DINCOM, 2003. Rio de Janeiro – RJ. 1 CD-ROM. Anais Rio de Janeiro: UNESP, 2003.

QUIRELLI, I. M. P.; ZANARDI, M. C.; KUGA, H. K. Residual torque magnetic acting in the spin-stalized satellites. Advances in Space Dynamics 4: Celestial Mechanics and Astronautics 4, 151-169, São José dos Campos-SP, 2004.

REAL, F. F. Análise das magnitudes de torques ambientais atuantes sobre um satélite artificial. Relatório Final Bolsa PIBIC/CNPq. Guaratinguetá-SP, 2001a.

REAL, F. F. Análise do Torque Aerodinâmico aplicado em Satélites Artificiais através do modelo Termosférico TD-88. Jornada de Iniciação Científica, FEG/UNESP. Guaratinguetá-SP, 2001b.

REAL, F. F.; ZANARDI, M. C. F. P. S. Comparasion of external torques magnitudes acting on the spacecraft. In: WINTER, O. C.; PRADO, A. F. A. Advances in space dynamics 3. São José dos Campos – SP, INPE, p. 503-516. 2002.

REAL, F. F. Análise das magnitudes de torques ambientais atuantes sobre um satélite arficial. Trabalho de Conclusão de Curso. Faculdade de Engenharia do Câmpus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista. Guaratinguetá-SP, 2002.

SANTOS, M.A.F., FRANCISCO, M.F.M., YAMAGUTI, W. O Sistema Nacional de Dados Ambientais e a coleta de dados por satélite. Anais XVI Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto - SBSR, Foz do Iguaçu, PR, Brasil, 13 a 18 de abril de 2013

SARYCHEV, V.A.; GUERMAN, A.; PAGLIONE, P. Influence of Constant Torque on Equilibria of Satellite in Circular Orbit– Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, v. 87, n° 3, 2003.

SEHNAL, L.; POSPÍŠILOVÁ, L. Thermospheric model TD88. Preprint No. 67 of the Astronomical Institute of Czechoslovakian Academy of Sciences, 1988.

SENE, L.T.F. Propagação da Atitude de Satélites Artificiais Estabilizados por Rotação com Quatérnios. 2007. 115f. Trabalho de Graduação – Faculdade de Engenharia do Câmpus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá - SP, 2007.

SIDORENKO, V.V. One Class of Motions for a Satellite Carrying a Strong Magnet – Cosmic Research, v. 40, n° 2, p. 133–141, 2002.

TAKEICHI, N. Parametric Excitation Induced by Solar Pressure torque on the Roll-Yaw attitude Motion of a Gravity-Gradient Stabilized Spacecraft– Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, 2010.

SHIVASTAVA, S.K.; MODI, V.J. Satellite Attitude Dynamics and Control in the Presence of Environmental Torques -A Brief Survey – AIAA Journal, v. 6, n°6,1993.

SIDORENKO, V.V.; SCHEERES, D.J.; BYRAM, S.M. On the Rotation of Comet Borrelly's Nucleus– Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, v. 102, n° 1, 2008.

THOMAS, L.C.; CAPPELARI, J.O. Attitude determination and prediction of spin-stabilized satellites. Bell System Technical Journal. New York, v. 43, n. 42p., p. 1654, July 1964.

TOLEDO, F. A. Torque Induzido com Parcelas f_1 , f_2 , f_3 e f_4 do Modelo de Quadrípulo do Campo Geomagnético, Relatório Final do PIBIC 2004/2005. FEG/UNESP, 2005.

TOLEDO, F.A. Dinâmica da Atitude de Satélites Artificiais, Relatório Parcial do PIBIC 2005/2006. FEG/UNESP, 2005.

VILHENA DE MORAES, R. Ação da pressão de radiação solar e do arrasto atmosférico sobre órbitas de satélites artificiais. Tese de Doutorado, ITA, São José dos Campos, 1978.

YU, E.Y. Spin decay, spin-precession damping, and spin-axis drift of the telstar satellite, The Bell Sys. Tecn. Journ., PP. 2169-2193, set., 1963.

WERTZ, J.R. Spacecraft Attitude Determination and Control. London - UK, Reidel, vol.73, 1978.

ZANARDI, M.C. Fundamentos da Astronáutica. Apostila do ITA, 1990.

ZANARDI, M.C.F.P.S. Influência do torque de radiação solar na atitude de um satélite artificial. Tese de Doutorado, ITA, São José dos Campos, 1993.

ZANARDI, M. C. F. P. S. ; MORAES, Rodolpho Vilhena de . Analytical and Semi-Analytical Analysis an Artificial Satellite's Rotational Motion. Celestial Mechanics Dynamical Astronomy, Kluwer Academic Publishers, v. 75, n.4, p. 227-250, 1999.

ZANARDI, M. C. F. P. S., Dinâmica da Atitude de Satélites Artificiais. 2005. Tese de Livre Docência, Faculdade de Engenharia do Câmpus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista. Guaratinguetá – SP, 2005.

ZANARDI, M. C.; ASSIS, S. C.; KUGA, H. K. Torque magnético residual com modelo de quadripolo. In: DINCOM, 2, 2004. Ilha Solteira-SP. 1 CD-ROM. Anais. Ilha Solteira: UNESP, 2004.

ZANARDI, M. C.; CHIARADIA, J. E. Análise do erro de apontamento para o satélite brasileiro de coleta de dados – SCD1. Anais do XXXII Congresso Nacional de Matemática Aplicada, p. 411-412, Cuiabá-MT, 2009.

ZANARDI, M. C.; QUIRELLI, I. M. P.; KUGA, H. K. Analytical attitude prediction of spin stabilized spacecraft perturbed by magnetic residual torque. Adv. Spa. Res., v. 36, p. 460-465, 2005.

ZANARDI, M. C., REAL, F.F. Environmental torques acting on a low earth orbiter cylindrical spacecraft, Adv. Spa. Res., vol. 31, no. 8, p. 1981-1986, 2003.

ZANARDI, M. C., PEREIRA, A. J., CHIARADIA, J. E. Spin Stabilized Satellite's Atti-

tude Analytical Prediction. Journal of Aerospace Engineering Sciences and Applications, vol. IV, No. 4, p. 31-41, 2012

Apêndices

Apêndice A

Constantes do Modelo TD88

Tabela A.1: Valores das Constantes K_{nj}

n	j=0	j=1	j=2	j=3
1	2,97E-015	7,66E-009	1,66E-010	3,87E-011
2	2,81E-014	-4,40E-009	3,34E-010	9,35E-011
3	-1,23E-014	1,18E-010	-1,48E-010	1,52E-012
4	-1,15E-017	-1,60E-011	6,47E-012	2,05E-012
5	-3,90E-016	-2,41E-010	-1,40E-011	-3,06E-012
6	7,42E-015	6,44E-011	1,36E-010	3,52E-011
7	-3,42E-016	7,45E-012	4,54E-012	2,08E-012

Tabela A.2: Valores das Constantes a_i

i	a_i
1	0,007
2	0,2875
3	0,04762
4	0,0471
5	7
6	7
7	0,3333
8	15

Tabela A.3: Valores das Constantes p_n

n	p_n
3	263

4	-263
5	-29,41
6	8,0913
7	10,0813

Apêndice B

Coordenadas do Sol

Tabela B.1: Ascensão Reta e Declinação do Sola para o Intervalo de Simulação do SCD1

	$\alpha_S(^{\circ})$	$\delta_S(^{\circ})$
24/07/1993	124,35	19,70
25/07/1993	125,33	19,48
26/07/1993	126,30	19,25
27/07/1993	127,30	19,03
28/07/1993	128,28	18,80
29/07/1993	129,25	18,57
30/07/1993	130,23	18,32
31/07/1993	131,20	18,07
01/08/1993	132,18	17,82
02/08/1993	133,13	17,55
03/08/1993	134,10	17,30
04/08/1993	135,05	17,03
05/08/1993	136,03	16,75
06/08/1993	136,98	16,48
07/08/1993	137,93	16,20
08/08/1993	138,88	15,92
09/08/1993	139,83	15,62
10/08/1993	140,78	15,33
11/08/1993	141,73	15,03
12/08/1993	142,68	14,73
13/08/1993	143,60	14,43
14/08/1993	144,55	14,12
15/08/1993	145,48	13,80
16/08/1993	146,43	13,48

17/08/1993	147,35	13,17
18/08/1993	148,28	12,83
19/08/1993	149,20	12,52
20/08/1993	150,13	12,18
21/08/1993	151,05	11,85
22/08/1993	151,98	11,52
23/08/1993	152,90	11,17
24/08/1993	153,83	10,83
25/08/1993	154,73	10,48
26/08/1993	155,65	10,13
27/08/1993	156,58	9,78
28/08/1993	157,48	9,43
29/08/1993	158,38	9,07
30/08/1993	159,30	8,72
31/08/1993	160,20	8,35

Tabela B.2: Ascensão Reta e Declinação do Sola para o Intervalo de Simulação do SCD2

	$\alpha_S(^{\circ})$	$\delta_S(^{\circ})$
01/02/2002	315,43	-16,92
02/02/2002	316,45	-16,63
03/02/2002	317,45	-16,33
04/02/2002	318,48	-16,03
05/02/2002	319,48	-15,73
06/02/2002	320,48	-15,43
07/02/2002	321,48	-15,12
08/02/2002	322,48	-14,80
09/02/2002	323,45	-14,47
10/02/2002	324,45	-14,15
11/02/2002	325,43	-13,82
12/02/2002	326,43	-13,48
13/02/2002	327,40	-13,15
14/02/2002	328,38	-12,80
15/02/2002	329,35	-12,47
16/02/2002	330,33	-12,00
17/02/2002	331,28	-11,77
18/02/2002	332,25	-11,42
19/02/2002	333,20	-11,05

20/02/2002	334,18	-10,70
21/02/2002	335,13	-10,33
22/02/2002	336,08	-9,97
23/02/2002	337,03	-9,60
24/02/2002	337,98	-9,23
25/02/2002	338,93	-8,87
26/02/2002	339,88	-8,48
27/02/2002	340,80	-8,12
28/02/2002	341,75	-7,73
01/03/2002	342,68	-7,35
02/03/2002	343,63	-6,97
03/03/2002	344,55	-6,58
04/03/2002	345,48	-6,20
05/03/2002	346,40	-5,82
06/03/2002	347,35	-5,43
07/03/2002	348,28	-5,03
08/03/2002	349,20	-4,65
09/03/2002	350,10	-4,25
10/03/2002	351,03	-3,87
11/03/2002	351,95	-3,47
12/03/2002	352,88	-3,08

Apêndice C

Momento Magnético dos Satélites e Parâmetro de Foucault

Tabela C.1: Momento Magnético do Satélite e Parâmetro de Foucault para o SCD1

	$M_S(A \cdot m^2)$	$p_F(N \cdot m \cdot s/T^2 \cdot rad)$
24/07/1993	-0,809	311,35
25/07/1993	-0,809	337,70
26/07/1993	-0,809	384,96
27/07/1993	-0,809	426,62
28/07/1993	-0,809	542,38
29/07/1993	-0,809	556,60
30/07/1993	-0,809	586,83
31/07/1993	-0,809	609,27
01/08/1993	-0,809	613,85
02/08/1993	-0,809	665,19
03/08/1993	-0,809	675,41
04/08/1993	-0,741	685,80
05/08/1993	-0,741	709,50
06/08/1993	-0,741	720,18
07/08/1993	-0,741	740,71
08/08/1993	-0,741	749,94
09/08/1993	-0,741	762,66
10/08/1993	-0,741	776,61
11/08/1993	-0,741	773,83
12/08/1993	-0,741	755,01
13/08/1993	-0,741	745,32
14/08/1993	-0,557	747,49

15/08/1993	-0,557	754,63
16/08/1993	-0,557	745,62
17/08/1993	-0,557	726,10
18/08/1993	-0,557	711,49
19/08/1993	-0,557	676,16
20/08/1993	-0,557	655,84
21/08/1993	-0,557	611,06
22/08/1993	-0,557	539,88
23/08/1993	-0,557	521,72
24/08/1993	-0,557	465,92
25/08/1993	-0,579	423,96
26/08/1993	-0,579	386,10
27/08/1993	-0,579	312,73
28/08/1993	-0,579	276,16
29/08/1993	-0,579	242,74
30/08/1993	-0,579	209,22
31/08/1993	-0,579	217,80
01/09/1993	-0,579	264,68

Tabela C.2: Momento Magnético do Satélite e Parâmetro de Foucault para o SCD2

	$M_S(A \cdot m^2)$	$p_F(N \cdot m \cdot s/T^2 \cdot rad)$
01/02/2002	0,188	-192,51
02/02/2002	0,174	-140,94
03/02/2002	0,112	-54,79
04/02/2002	0,063	127,60
05/02/2002	0,046	158,52
06/02/2002	0,044	240,44
07/02/2002	-0,035	320,36
08/02/2002	-0,042	419,80
09/02/2002	-0,061	496,54
10/02/2002	-0,065	613,41
11/02/2002	-0,046	883,32
12/02/2002	-0,007	954,27
13/02/2002	-0,022	1007,70
14/02/2002	0,052	1056,63
15/02/2002	0,170	1079,10
16/02/2002	0,230	1101,87

17/02/2002	0,200	1081,53
18/02/2002	0,238	1088,18
19/02/2002	0,284	1068,64
20/02/2002	0,252	1037,46
21/02/2002	0,241	986,29
22/02/2002	0,222	927,04
23/02/2002	0,284	853,68
24/02/2002	0,311	771,90
25/02/2002	0,381	686,04
26/02/2002	0,327	585,63
27/02/2002	0,269	498,12
28/02/2002	0,218	313,30
01/03/2002	0,241	212,53
02/03/2002	0,243	131,97
03/03/2002	0,248	45,03
04/03/2002	0,244	-26,55
05/03/2002	0,198	-130,02
06/03/2002	0,167	-185,33
07/03/2002	0,149	-225,37
08/03/2002	0,185	-275,37
09/03/2002	0,172	-308,43
10/03/2002	0,172	-307,75
11/03/2002	0,172	-307,75
12/03/2002	0,195	-326,68

Apêndice D

Dados dos Satélites SCD1 e SCD2 fornecidos pelo CCS/INPE

Tabela D.1: Ascensão Reta, Declinação do Eixo de Rotação e Velocidade de Rotação

Dia-SCD1	α_{INPE}	δ_{INPE}	W_{INPE}	Dia-SCD2	α_{INPE}	δ_{INPE}	W_{INPE}
24/07/1993	234,1	77,3	90,81	01/02/2002	281,72	62,74	34,57
25/07/1993	233,74	77,69	90,71	02/02/2002	281,53	62,9499	34,59
26/07/1993	233,54	78,09	90,62	03/02/2002	281,38	63,2019	34,61
27/07/1993	233,53	78,5	90,52	04/02/2002	281,28	63,4429	34,63
28/07/1993	233,73	78,93	90,42	05/02/2002	280,05	63,39	34,63
29/07/1993	234,14	79,35	90,33	06/02/2002	280,06	63,4747	34,62
30/07/1993	234,83	79,78	90,23	07/02/2002	280,09	63,5517	34,62
31/07/1993	235,8	80,2	90,12	08/02/2002	280,13	63,6142	34,61
01/08/1993	237,12	80,6	90,02	09/02/2002	280,18	63,678	34,61
02/08/1993	238,82	80,99	89,91	10/02/2002	280,25	63,7348	34,6
03/08/1993	240,89	81,34	89,81	11/02/2002	280,31	63,7863	34,6
04/08/1993	244,04	81,86	89,54	12/02/2002	278,71	63,47	34,48
05/08/1993	246,62	82,12	89,35	13/02/2002	278,73	63,5146	34,42
06/08/1993	249,53	82,33	89,16	14/02/2002	278,74	63,4636	34,37
07/08/1993	252,74	82,48	88,97	15/02/2002	278,74	63,409	34,31
08/08/1993	256,15	82,58	88,79	16/02/2002	278,72	63,357	34,26
09/08/1993	259,7	82,6	88,59	17/02/2002	278,68	63,316	34,2
10/08/1993	263,2	82,56	88,41	18/02/2002	278,63	63,2964	34,14
11/08/1993	266,55	82,44	88,22	19/02/2002	278,57	63,2926	34,08
12/08/1993	269,7	82,28	88,03	20/02/2002	278,5	63,3014	34,02
13/08/1993	272,54	82,06	87,85	21/02/2002	278,42	63,317	33,96

14/08/1993	275,75	81,85	87,61	22/02/2002	278,33	63,3421	33,9
15/08/1993	277,45	81,62	87,42	23/02/2002	278,23	63,359	33,83
16/08/1993	278,9	81,37	87,24	24/02/2002	276,6	61,22	33,69
17/08/1993	280,09	81,1	87,06	25/02/2002	276,42	61,1443	33,69
18/08/1993	281,01	80,82	86,88	26/02/2002	276,2	60,9304	33,55
19/08/1993	281,74	80,53	86,71	27/02/2002	275,94	60,7028	33,48
20/08/1993	282,24	80,23	86,54	28/02/2002	275,64	60,4678	33,4
21/08/1993	282,57	79,93	86,37	01/03/2002	273,75	59,4002	33,43
22/08/1993	282,7	79,64	86,21	02/03/2002	273,39	59,1207	33,41
23/08/1993	282,67	79,35	86,04	03/03/2002	272,97	58,8507	33,38
24/08/1993	283,5	79,22	85,88	04/03/2002	272,52	58,573	33,35
25/08/1993	283,01	78,95	85,8	05/03/2002	271,63	58,25	33,34
26/08/1993	282,43	78,7	85,73	06/03/2002	271,14	57,995	33,36
27/08/1993	281,76	78,48	85,66	07/03/2002	270,63	57,7446	33,38
28/08/1993	281,01	78,27	85,58	08/03/2002	270,07	57,5159	33,4
29/08/1993	280,18	78,08	85,51	09/03/2002	269,49	57,3094	33,42
30/08/1993	279,29	77,91	85,44	10/03/2002	268,87	57,1157	33,44
31/08/1993	278,34	77,78	85,37	11/03/2002	268,24	56,9538	33,46
01/09/1993	277,36	77,67	85,31	12/03/2002	267,84	56,7966	33,51

com α e δ dados em *graus* e W dado em rpm para todo os casos deste capítulo.

Apêndice E

Dados das simulações com Atualização de Dados

Tabela E.1: SCD1

	$\alpha(^{\circ})$	$\delta(^{\circ})$	$W(rpm)$	$\varrho(^{\circ})$
24/07/1993	234,10000000	77,30000000	90,81000000	74,99481253
25/07/1993	232,24590316	78,03725191	92,02900421	74,37278573
26/07/1993	232,28591340	78,43434641	92,07271480	74,28405845
27/07/1993	232,72766636	78,82776138	92,03414475	74,26687886
28/07/1993	233,51454125	79,22489100	91,88048077	74,33106848
29/07/1993	234,54325901	79,64358327	91,74910920	74,43525073
30/07/1993	235,67985495	80,05280456	91,54487473	74,57873657
31/07/1993	236,72579894	80,47768802	91,09681448	74,70389988
01/08/1993	237,65813301	80,89336130	90,50178029	74,81369430
02/08/1993	238,71679839	81,28444337	90,18393549	74,97528994
03/08/1993	240,15069219	81,64715060	90,11068906	75,17471724
04/08/1993	242,13326438	81,93571182	90,11373477	75,48856480
05/08/1993	245,41519208	82,38060035	89,95317748	75,90624013
06/08/1993	248,12176812	82,54994130	90,02738436	76,32341891
07/08/1993	250,95845956	82,69620423	90,10708086	76,76355200
08/08/1993	253,90209412	82,81011952	89,94905171	77,21867274
09/08/1993	257,04015500	82,88793731	89,47892803	77,72159427
10/08/1993	260,60303330	82,87462258	88,87636234	78,29675183
11/08/1993	264,41396622	82,76854961	88,33786899	78,95307866
12/08/1993	268,10915304	82,55620838	87,88077924	79,66005276
13/08/1993	271,35322616	82,29213919	87,44273047	80,36225955
14/08/1993	273,94009107	81,97249992	87,00537175	81,04723503
15/08/1993	276,77515347	81,68121537	86,60242557	81,76117711

16/08/1993	278,18678510	81,39265142	86,46345031	82,32488399
17/08/1993	279,49524865	81,11761892	86,40781420	82,86399576
18/08/1993	280,49883903	80,86501632	86,30863680	83,38342388
19/08/1993	281,04241259	80,64987717	86,25419428	83,79430018
20/08/1993	281,22157562	80,44091371	86,46748226	84,18235569
21/08/1993	281,18872057	80,19721090	86,76111963	84,55235266
22/08/1993	281,24993344	79,89218529	86,64546638	84,96521712
23/08/1993	281,42292348	79,54791489	86,04917501	85,43112053
24/08/1993	281,63608408	79,20380251	85,46299774	85,88308972
25/08/1993	282,61632590	79,08174264	85,27436969	86,31764386
26/08/1993	282,10917716	78,90957704	85,31603095	86,55612311
27/08/1993	281,35648172	78,81563567	85,30392316	86,69717458
28/08/1993	280,54822978	78,75308145	85,28593327	86,80614889
29/08/1993	279,90904102	78,63882741	85,32021912	86,97186087
30/08/1993	279,41369556	78,47782649	85,37614840	87,16313681
31/08/1993	278,98757774	78,30571288	85,40990896	87,38456660
01/09/1993	278,27887886	78,19156376	85,44232723	

Tabela E.2: Diferença no SCD1

	$\Delta\alpha(^{\circ})$	$\Delta\delta(^{\circ})$	$\Delta W(rpm)$	$\Delta\varrho(^{\circ})$	$\varepsilon(^{\circ})$
24/07/1993	0,00000000	0,00000000	0,00000000	0,00000000	0,00000000
25/07/1993	1,49409684	-0.347251908809022	-1,31900421	0,41868390	0,46821860
26/07/1993	1,25408660	-0.344346405208659	-1,45271480	0,35797344	0,42853956
27/07/1993	0,80233364	-0.327761383593310	-1,51414475	0,25677222	0,36372310
28/07/1993	0,21545875	-0.294890997661181	-1,46048077	0,13268941	0,29770308
29/07/1993	-0,40325901	-0.293583266277045	-1,41910920	0,02180658	0,30264474
30/07/1993	-0,84985495	-0.272804559145077	-1,31487473	-0,05738656	0,31073847
31/07/1993	-0,92579894	-0.277688017883204	-0,97681448	-0,06277579	0,31818954
01/08/1993	-0,53813301	-0.293361296520583	-0,48178029	0,00751855	0,30585398
02/08/1993	0,10320161	-0.294443368506348	-0,27393549	0,10667249	0,29487225
03/08/1993	0,73930781	-0.307150600684515	-0,30068906	0,20229004	0,32603186
04/08/1993	1,90673562	-0.075711818609505	-0,57373477	0,27833434	0,27917931
05/08/1993	1,20480792	-0.260600348048089	-0,60317748	0,24817871	0,30708055
06/08/1993	1,40823188	-0.219941298017930	-0,86738436	0,25808202	0,28756156
07/08/1993	1,78154044	-0.216204229494464	-1,13708086	0,30079208	0,31551038
08/08/1993	2,24790588	-0.230119520500024	-1,15905171	0,36012361	0,36690391
09/08/1993	2,65984500	-0.287937311422706	-0,88892803	0,43498506	0,44238496
10/08/1993	2,59696670	-0.314622580997076	-0,46636234	0,44677725	0,45529580

11/08/1993	2,13603378	-0.328549606354906	-0,11786899	0,41392990	0,42836746
12/08/1993	1,59084696	-0.276208380826922	0,14922076	0,33475320	0,34688955
13/08/1993	1,18677384	-0.232139193975270	0,40726953	0,27249035	0,28281075
14/08/1993	1,80990893	-0.122499921889361	0,60462825	0,27183737	0,28258151
15/08/1993	0,67484653	-0.061215365949321	0,81757443	0,11347880	0,11554173
16/08/1993	0,71321490	-0.022651415409866	0,77654969	0,09332310	0,10925384
17/08/1993	0,59475135	-0.017618920035053	0,65218580	0,07871266	0,09359669
18/08/1993	0,51116097	-0.045016316320103	0,57136320	0,08994692	0,09297480
19/08/1993	0,69758741	-0.119877167580439	0,45580572	0,16522243	0,16546418
20/08/1993	1,01842438	-0.210913707603772	0,07251774	0,26869601	0,27149948
21/08/1993	1,38127943	-0.267210896845030	-0,39111963	0,35587652	0,35804726
22/08/1993	1,45006656	-0.252185288906777	-0,43546638	0,35990822	0,36049525
23/08/1993	1,24707652	-0.197914894655118	-0,00917501	0,30215460	0,30217428
24/08/1993	1,86391592	0.016197491018077	0,41700226	0,25755125	0,34924357
25/08/1993	0,39367410	-0.131742642527766	0,52563031	0,14134236	0,15159924
26/08/1993	0,32082284	-0.209577042775541	0,41396905	0,17739638	0,21863680
27/08/1993	0,40351828	-0.335635672274476	0,35607684	0,26165936	0,34490398
28/08/1993	0,46177022	-0.483081453200751	0,29406673	0,34846751	0,49175464
29/08/1993	0,27095898	-0.558827414736884	0,18978088	0,34788326	0,56149389
30/08/1993	-0,12369556	-0.567826486950995	0,06385160	0,27138642	0,56838988
31/08/1993	-0,64757774	-0.525712878665554	-0,03990896	0,14177875	0,54255466
01/09/1993	-0,91887886	-0.521563756114056	-0,13232723		

Tabela E.3: SCD2

	$\alpha(^{\circ})$	$\delta(^{\circ})$	$W(rpm)$	$\varrho(^{\circ})$
01/02/2002	281,70000000	62,74000000	34,57000000	83,93113813
02/02/2002	281,08458224	62,75739659	34,84419153	84,07459288
03/02/2002	280,88403094	62,98727256	34,79697323	84,28503809
04/02/2002	280,74306597	63,18359274	34,73286821	84,46501597
05/02/2002	280,05000000	63,39000000	34,63000000	84,80040577
06/02/2002	279,65806204	63,22661159	34,72813804	84,77536176
07/02/2002	279,89578630	63,23726698	34,71920980	84,70672600
08/02/2002	280,15179438	63,29414494	34,66408466	84,66206677
09/02/2002	280,33643423	63,39144959	34,60927551	84,65332390
10/02/2002	280,44055451	63,52947833	34,63741696	84,71984098
11/02/2002	280,49942730	63,65417059	34,68802039	84,77718855
12/02/2002	278,71000000	63,47000000	34,48000000	85,20111786
13/02/2002	278,95076971	63,49067086	34,50357094	85,14082134

14/02/2002	279,00668903	63,41613582	34,34351866	85,06549818
15/02/2002	279,04225909	63,31354294	34,21962275	85,00117963
16/02/2002	279,02594147	63,22795855	34,12728125	84,84605814
17/02/2002	278,93010204	63,16635769	34,05730519	84,95622074
18/02/2002	278,79776992	63,13707214	33,98223703	85,00220703
19/02/2002	278,68391611	63,12706253	33,92188732	85,03484212
20/02/2002	278,61157647	63,10235564	33,88739772	85,07983401
21/02/2002	278,54960233	63,06223078	33,86312312	85,08923935
22/02/2002	278,48468564	63,00644094	33,86909840	85,10708810
23/02/2002	278,38742411	62,95510721	33,88600809	85,13763266
24/02/2002	276,60000000	61,22000000	33,69000000	85,00654458
25/02/2002	276,55794183	60,87346325	33,72809545	84,93298915
26/02/2002	276,36588583	60,66712582	33,59851048	84,97844349
27/02/2002	276,13551002	60,45463605	33,31450225	85,06552580
28/02/2002	275,85138002	60,23790680	33,22476591	85,17566859
01/03/2002	273,75000000	59,38000000	33,43000000	85,89894106
02/03/2002	273,50593203	58,96060028	33,23372782	85,98395254
03/03/2002	273,02806166	58,62186689	33,13160875	86,20953929
04/03/2002	272,49983130	58,26374427	33,02660697	86,49056804
05/03/2002	271,63000000	58,25000000	33,34000000	87,05988497
06/03/2002	270,99207014	57,54461628	32,95147181	87,35469212
07/03/2002	270,40950591	57,29317502	32,98355940	87,74629370
08/03/2002	269,75978033	57,08492167	33,06449083	88,21206786
09/03/2002	269,08563633	56,90236188	33,13900010	88,68378369
10/03/2002	268,42292481	56,72880954	33,20178907	89,19784681
11/03/2002	268,24000000	56,94000000	33,46000000	89,48828639
12/03/2002	267,23539068	56,38455347	33,37130311	

Tabela E.4: Diferença no SCD2

	$\Delta\alpha(^{\circ})$	$\Delta\delta(^{\circ})$	$\Delta W(rpm)$	$\Delta\varrho(^{\circ})$	$\varepsilon(^{\circ})$
01/02/2002	0,00000000	0,00000000	0,00000000	0,00000000	0,00000085
02/02/2002	0,44541776	0,22260341	-0,25419153	0,07262583	0,30134861
03/02/2002	0,49596906	0,22272744	-0,18697323	0,05464203	0,31617033
04/02/2002	0,53693403	0,24640726	-0,10286821	0,05774335	0,34480633
05/02/2002	0,00000000	0,00000000	0,00000000	0,00000000	0,00000000
06/02/2002	0,40193796	0,23338841	-0,10813804	0,06757870	0,29493602
07/02/2002	0,19421370	0,29273302	-0,09920980	0,16852197	0,30539031
08/02/2002	-0,02179438	0,28585506	-0,05408466	0,22264749	0,28602115

09/02/2002	-0,15643423	0,23855041	0,00072449	0,22448726	0,24854511
10/02/2002	-0,19055451	0,14052167	-0,03741696	0,16075352	0,16408877
11/02/2002	-0,18942730	0,04582941	-0,08802039	0,09112017	0,09568666
12/02/2002	0,00000000	0,00000000	0,00000000	0,00000000	0,00000000
13/02/2002	-0,22076971	-0,04067086	-0,08357094	0,04455761	0,10666717
14/02/2002	-0,26668903	0,00386418	0,02648134	0,09140223	0,11939969
15/02/2002	-0,30225909	0,07645706	0,09037725	0,15252359	0,15564043
16/02/2002	-0,30594147	0,13204145	0,13271875	0,19016012	0,19062899
17/02/2002	-0,25010204	0,16364231	0,14269481	0,19027656	0,19862629
18/02/2002	-0,16776992	0,17292786	0,15776297	0,16555300	0,18872374
19/02/2002	-0,11391611	0,16293747	0,15811268	0,13839328	0,17083652
20/02/2002	-0,11157647	0,16764436	0,13260228	0,13836368	0,17503671
21/02/2002	-0,12960233	0,18776922	0,09687688	0,15446605	0,19667797
22/02/2002	-0,15468564	0,23355906	0,03090160	0,18685697	0,24380288
23/02/2002	-0,15742411	0,27489279	-0,05600809	0,20698537	0,28397429
24/02/2002	0,00000000	0,00000000	0,00000000	0,00000000	0,00000085
25/02/2002	-0,13794183	0,15653675	-0,03809545	0,13345105	0,17026350
26/02/2002	-0,16588583	0,16287418	-0,04851048	0,14659297	0,18192995
27/02/2002	-0,19551002	0,16536395	0,16549775	0,15894359	0,19129157
28/02/2002	-0,21138002	0,18209320	0,17523409	0,17119188	0,21001616
01/03/2002	0,00000000	0,00000000	0,00000000	0,00000000	0,00000000
02/03/2002	-0,11593203	0,14939972	0,17627218	0,10839944	0,16086691
03/03/2002	-0,05806166	0,21813311	0,24839125	0,10020234	0,22020514
04/03/2002	0,02016870	0,30625573	0,32339303	0,08339580	0,30643784
05/03/2002	0,00000000	0,00000000	0,00000000	0,00000000	0,00000000
06/03/2002	0,14792986	0,45538372	0,40852819	0,03765623	0,46216609
07/03/2002	0,22049409	0,45682498	0,39644060	-0,01237963	0,47191874
08/03/2002	0,31021967	0,43507833	0,33550917	-0,07725462	0,46623567
09/03/2002	0,40436367	0,40763812	0,28099990	-0,14532215	0,46302557
10/03/2002	0,44707519	0,38119046	0,23821093	-0,18505864	0,45260448
11/03/2002	0,00000000	0,00000000	0,00000000	0,00000000	0,00000000
12/03/2002	0,60460932	0,38544653	0,13869689		
