

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Instituto de Geociências e Ciências Exatas

Campus de Rio Claro

**A produção matemática dos alunos em um
ambiente de modelagem**

Ana Paula dos Santos Malheiros

Orientador: **Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba**

Dissertação de Mestrado elaborada junto ao
Programa de Pós-Graduação em Educação
Matemática – Área de Concentração em
Ensino e Aprendizagem da Matemática e
seus Fundamentos Filosófico-Científicos.

Rio Claro (SP)

2004

Comissão Examinadora

Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba

Prof^a Dra. Alexandrina Monteiro

Prof. Dr. João Frederico da Costa Azevedo Meyer

Ana Paula dos Santos Malheiros

Rio Claro, 13 de abril de 2004.

Resultado: _____

**A minha mãe, por toda compreensão,
paciência, apoio e amor,
às minhas irmãs, pela força e
companheirismo,
à minha avó, por todas as orações e
ao meu pai (*in memoriam*),
por tudo que foi e é na minha
vida.**

Agradecimentos

Vai ser difícil agradecer todo mundo aqui... Afinal, foram anos de convivência, amizade, conversas, conselhos, lamentações, dúvidas, discussões e, com certeza, muito aprendizado antes e durante minha permanência no Programa.

Primeiramente, agradeço a Deus, por toda proteção, força e coragem, me mostrando sempre os caminhos para que eu pudesse concluir mais esta etapa da minha vida.

Em especial, agradeço ao Marcelo Borba, meu amigo, orientador e exemplo de pessoa, por todos esses anos de convivência, amizade, respeito, orientação e carinho.

Ao Daniel Holtz Petreire, homem que me apoiou, incentivou e me compreendeu, tornando-se pessoa fundamental no final desta caminhada.

Aos amigos (membros ou ex-membros) do GPIMEM: Rúbia Zullato, Maurício Rosa, Chico Benedetti, Norma Allevato, Audria Bovo, Fernanda Bonafini, Jonei Barbosa, Jussara Araújo, Mônica Villarreal, Nilce Sheffer, Ricardo Scucuglia, Marcos Maltempi, Renata Moro, Ana Flávia Mussolini, Giovana Ferrari, Simone Lírio, Paula Antonini, Maria Helena Bizelli, Telma Gracias, Heloísa da Silva pela convivência durante esses seis anos de grupo, amizade, interlocução e disponibilidade para ler e criticar os meus textos.

A Profª Miriam Penteado, por todos esses anos de coleguismo, apoio e aprendizado.

Ao Geraldo Lima, Técnico do LIEM (Laboratório de Informática e Educação Matemática) e membro do GPIMEM, pelo apoio, presteza e paciência.

Aos amigos do Programa Michela, Deinha, Raquel Milani, Chateau, Regina, Selma, Edílson, Fatinha, Rose, por todo apoio, força, diálogo e dedicação.

Aos professores do Programa, que me proporcionaram reflexões e interlocuções durante as disciplinas e fora delas.

À Ana, Elisa, Alessandra e Zezé, funcionárias do Departamento de Matemática, pela atenção, disponibilidade e presteza.

Aos funcionários da Secção de Pós-Graduação do IGCE, pelo apoio, presteza e atenção que me dedicaram.

Aos funcionários da Biblioteca da Unesp – Rio Claro, pelo atendimento sempre atencioso e competente.

As amigas Mara, Lidi, Carla (Bio), Glauciane, Márcia, Paulinha (Bio), Paulinha (E. F.), Karina (Bio).

Ao CNPq, pelo apoio financeiro.

Sumário

Índice.....	vii
Índice de Gráficos.....	x
Índice de Figuras.....	xiii
Índice de Tabelas.....	xiv
Resumo.....	15
Abstract.....	16
1. Introdução.....	17
2. A Modelagem em suas Diferentes Perspectivas.....	32
3. Metodologia de Pesquisa.....	57
4. A Matemática nos Trabalhos de Modelagem.....	75
5. Análise Geral dos Trabalhos.....	151
6. Considerações Finais.....	163
Bibliografia.....	168
Anexo I.....	174

Índice

1. Introdução.....	17
1.1. Trajetória Pessoal.....	17
1.2. Trabalhos já analisados sobre diferentes perspectivas	25
1.3. Objetivos.....	27
1.4. Relevância do Estudo	28
1.5. Estrutura da Dissertação.....	30
2. A Modelagem em suas Diferentes Perspectivas	32
2.1. Uma breve retrospectiva histórica	33
2.2. Algumas Perspectivas de Modelagem na Educação Matemática.....	35
2.3. A relação entre os Cenários para Investigação e Modelagem.....	43
2.4. Educação Matemática Crítica e Modelagem.....	45
2.5. Modelagem, Interdisciplinaridade e Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC).....	50
2.5.1. A relação entre Modelagem e Interdisciplinaridade	50
2.5.2. As diferentes Mídias e suas relações com a Modelagem.....	53
2.6. A Perspectiva de Modelagem adotada nesta pesquisa e o foco da mesma.....	55
3. Metodologia de Pesquisa	57
3.1. Abordagem Qualitativa	57
3.2. Coleta de Dados.....	59
3.2.1. Análise Documental.....	59
3.2.2. Análise de Vídeo.....	61

3.2.3. Observação.....	62
3.3. Cenário da Pesquisa: um breve histórico.....	64
3.3.1. Os Enfoques Pedagógicos utilizados pelo professor.....	67
3.3.1.1. Experimental-com-Tecnologias.....	67
3.3.1.2. Trabalhos de Modelagem.....	68
3.3.1.2.1. Avaliação dos Trabalhos de Modelagem.....	70
3.4. Procedimentos para a Análise de Dados	72
3.5. Seleção dos trabalhos para a Análise	73
4. A Matemática nos Trabalhos de Modelagem.....	75
4.1. Superpopulação.....	76
4.1.1. Discussão	80
4.2. Biorritmo e Cronobiologia.....	83
4.2.1. Discussão	94
4.3. Estudo da alimentação de algumas espécies de peixes de água doce na Represa do Lobo, Itirapina, SP.....	95
4.3.1. Discussão.....	108
4.4. O Cloroplasto.....	110
4.4.1. Discussão.....	121
4.5. Estudo do Crescimento Populacional de Leveduras.....	123
4.5.1 A Primeira Experiência.....	124
4.5.2. A Segunda Experiência.....	131
4.5.3. Discussão.....	136
4.6. O Mal da “Vaca Louca”.....	138

4.6.1. Discussão.....	147
5. Análise Geral dos Trabalhos	151
5.1. Temas.....	152
5.1.1. Estratégias.....	152
5.1.2. Tecnologias da Informação e da Comunicação e Experimentação...154	
5.1.3. Conteúdos e Interpretação Matemática.....	157
5.1.4. Interdisciplinaridade.....	159
5.1.5. Educação Matemática Crítica.....	160
5.2. A Produção Matemática dos alunos.....	161
6. Considerações Finais.....	163
6.1. A Modelagem como estratégia pedagógica.....	165
6.2. Futuras Pesquisas.....	166
Referências Bibliográficas	168
Anexo I.....	174

Índice de Gráficos

Gráfico 1. Trabalho “Superpopulação” – População Mundial ao decorrer do tempo.....	77
Gráfico 2. Trabalho “Superpopulação” – Comparação entre a população mundial nos anos 1950 e 2000.....	78
Gráfico 3. Trabalho “Biorritmo e Cronobiologia” – Variação do Ciclo Emocional.....	88
Gráfico 4. Trabalho “Biorritmo e Cronobiologia” – Variação do Ciclo Intelectual.....	88
Gráfico 5. Trabalho “Biorritmo e Cronobiologia” – Variação do Ciclo Físico.....	89
Gráfico 6. Trabalho “Biorritmo e Cronobiologia” – Equação do Gráfico (F(x)).....	92
Gráfico 7. Trabalho “Biorritmo e Cronobiologia” – Biorritmo Padrão.....	94
Gráfico 8. Trabalho “Estudo da alimentação de algumas espécies de peixes de água doce na Represa do Lobo, Itirapina, SP” – Média do Comprimento Padrão x Média do comprimento do intestino (espécie A).....	100
Gráfico 9. Trabalho “Estudo da alimentação de algumas espécies de peixes de água doce na Represa do Lobo, Itirapina, SP” – Média do Comprimento Padrão x Média do comprimento intestinal (espécie A).....	100
Gráfico 10. Trabalho “Estudo da alimentação de algumas espécies de peixes de água doce na Represa do Lobo, Itirapina, SP” – Média do Comprimento Padrão x Média do comprimento do intestino (espécie B).....	101
Gráfico 11. Trabalho “Estudo da alimentação de algumas espécies de peixes de água doce na Represa do Lobo, Itirapina, SP” – Média do Comprimento Padrão x Média do comprimento intestinal (espécie B).....	102

Gráfico 12. Trabalho “Estudo da alimentação de algumas espécies de peixes de água doce na Represa do Lobo, Itirapina, SP” – Média do Comprimento Padrão x Média do comprimento do intestino (espécie C).....	103
Gráfico 13. Trabalho “Estudo da alimentação de algumas espécies de peixes de água doce na Represa do Lobo, Itirapina, SP” – Média do Comprimento Padrão x Média do comprimento intestinal (espécie C).....	103
Gráfico 14. Trabalho “Estudo da alimentação de algumas espécies de peixes de água doce na Represa do Lobo, Itirapina, SP” – Média do Comprimento Padrão x Média do comprimento do intestino (espécie D).....	104
Gráfico 15. Trabalho “Estudo da alimentação de algumas espécies de peixes de água doce na Represa do Lobo, Itirapina, SP” – Média do Comprimento Padrão x Média do comprimento intestinal (espécie D).....	105
Gráfico 16. Trabalho “O Cloroplasto” – Geração de cloroplastos.....	111
Gráfico 17. Trabalho “O Cloroplasto” – Produção de amido.....	113
Gráfico 18. Trabalho “O Cloroplasto” – Porcentagem de amido.....	114
Gráfico 19. Trabalho “O Cloroplasto” – Respiração.....	115
Gráfico 20. Trabalho “O Cloroplasto” – Ponto de compensação fótico.....	116
Gráfico 21. Trabalho “O Cloroplasto” – Quantidade de Cloroplastos.....	117
Gráfico 22. Trabalho “Estudo do Crescimento Populacional de Leveduras” – Crescimento das células a partir do método de contagem.....	126
Gráfico 23. Trabalho “Estudo do Crescimento Populacional de Leveduras” – Sem aeração, na estufa, a 28°C.....	127
Gráfico 24. Trabalho “Estudo do Crescimento Populacional de Leveduras” – Absorbância x Tempo.....	132

Gráfico 25. Trabalho “Estudo do Crescimento Populacional de Leveduras” – Grau Brix x Tempo.....	133
Gráfico 26. Trabalho “Estudo do Crescimento Populacional de Leveduras” – Esboço do Gráfico da Derivada.....	135
Gráfico 27. Trabalho “O Mal da Vaca Louca” – Doença da Vaca Louca no Mundo.....	139
Gráfico 28. Trabalho “O Mal da Vaca Louca” – Doença da Vaca Louca no Mundo (casos anuais).....	141
Gráfico 29. Trabalho “O Mal da Vaca Louca” – Doença da Vaca Louca no Mundo (soma dos casos).....	142
Gráfico 30. Trabalho “O Mal da Vaca Louca” – BSE no Mundo (soma dos casos) I.....	143
Gráfico 31. Trabalho “O Mal da Vaca Louca” – BSE no Mundo (soma dos casos) II.....	145

Índice de Figuras

Figura 1. Trabalho Biorritmo e Cronobiologia – Variações do Desempenho.....	86
Figura 2. Trabalho Biorritmo e Cronobiologia – Esboço de Gráficos e Equações.....	91
Figura 2. Trabalho Biorritmo e Cronobiologia – Análise de $F'(x)$ para $F(x)$ do Gráfico.....	93
Figura 3. Trabalho “O Cloroplasto” – Curva da Velocidade x Tempo.....	119
Figura 4. Trabalho “O Cloroplasto” – Curva da Velocidade x Tempo com λx	120
Figura 5. Trabalho “Estudo do Crescimento Populacional de Leveduras” – Crescimento de uma população de microorganismos no qual o índice de mortalidade é zero e os indivíduos se reproduzem de hora em hora.....	130
Figura 6. Trabalho “Estudo do Crescimento Populacional de Leveduras” – Curva Logística.....	134
Figura 7. Trabalho “O Mal da Vaca Louca” – Soma dos Casos.....	146

Índice de Tabelas

Tabela 1. Trabalho “Estudo da alimentação de algumas espécies de peixes de água doce na Represa do Lobo, Itirapina, SP” – Dados biológicos para a espécie <i>Astyanax schubarti</i> (gráficos A).....	99
Tabela 2. Trabalho “Estudo da alimentação de algumas espécies de peixes de água doce na Represa do Lobo, Itirapina, SP” – Dados biológicos para a espécie <i>Astyanax fasciatus</i> (gráficos B).....	101
Tabela 3. Trabalho “Estudo da alimentação de algumas espécies de peixes de água doce na Represa do Lobo, Itirapina, SP” – Dados biológicos para a espécie <i>Geophagus brasiliensis</i> (gráficos C).....	102
Tabela 4. Trabalho “Estudo da alimentação de algumas espécies de peixes de água doce na Represa do Lobo, Itirapina, SP” – Dados biológicos para a espécie <i>Hoplias malabaricus</i> (gráficos D).....	104
Tabela 5. Trabalho “Estudo do Crescimento Populacional de Leveduras” – Grau Brix e Teor Alcoólico.....	131

Resumo

Nesta pesquisa investiguei como os alunos estão utilizando conteúdos matemáticos em uma disciplina de Cálculo para biólogos onde a Modelagem é um dos enfoques pedagógicos utilizados pelo professor. Para isso, analisei 92 trabalhos de Modelagem desenvolvidos por catorze turmas, distribuídas ao longo de dez anos. A relevância desse estudo se deve ao fato de existir um número reduzido de pesquisas na área de Modelagem tendo a produção matemática dos alunos como foco central. A pesquisa é qualitativa, tendo como procedimentos utilizados a análise documental, observação e análise de vídeo. Os dados já estavam coletados, pois faziam parte do arquivo pessoal do professor que ministrou a disciplina. Foi realizada uma análise geral dos trabalhos e alguns deles foram selecionados, descritos e analisados individualmente, segundo critérios estabelecidos. Temas como Tecnologias da Informação e Comunicação e Experimentação, Conteúdos e Interpretação Matemática, Interdisciplinaridade e Educação Matemática Crítica são destacados e discutidos ao longo da dissertação, pois estão presentes no desenvolvimento dos trabalhos. Foi concluído que conteúdos já aprendidos são utilizados pelos alunos e que novos conceitos associados ao Cálculo Diferencial e Integral podem ser introduzidos e desenvolvidos ao longo da disciplina.

Palavras-chave: Educação Matemática, Modelagem, Interdisciplinaridade, Tecnologias da Informação e Comunicação, Educação Matemática Crítica.

Abstract

In this study, I investigated how students use mathematics in a university-level calculus course for biology majors where modeling is one of the teaching approaches used by the professor. Ninety-two modeling projects developed by fourteen classes over a period of ten years were analyzed. The relevance of this study is due to the small amount of research on modeling that focuses primarily on the mathematical production of students. The qualitative research involves analysis of documents and videotapes as the main methodological procedures. The data had been collected previously and formed part of the personal files of the professor who conducted the course. Some modeling projects were selected, described and analyzed individually according to established criteria, preceded by a general analysis of all the projects. Themes that emerged from the analysis of the projects, and are thus emphasized and discussed throughout the dissertation, include Information and Communication Technology, Mathematics Interpretation, Interdisciplinarity and Critical Mathematics Education. It was concluded that students apply concepts they have learned previously, and that new concepts of Differential and Integral Calculus.

Key words: Mathematics Education; Modeling, Interdisciplinarity; Information and Communication Technology; Critical Mathematics Education.

Capítulo I

Introdução

Neste capítulo inicial, apresento o caminho percorrido durante a minha curta trajetória acadêmica, na qual vivi e aprendi muito, questionei e ainda questiono outras tantas - que me incomodaram durante e após a conclusão do curso de Licenciatura em Matemática na Unesp, campus de Rio Claro. Estes fatos me impulsionaram a buscar novos aprendizados, experiências e quem sabe, possíveis respostas, fazendo com que eu iniciasse o Mestrado em Educação Matemática.

1.1. Trajetória Pessoal

Embora tenha cursado Processamento de Dados¹ no colegial (atual Ensino Médio), as relações que eu possuía com Informática e Educação eram praticamente nulas. No ponto de vista da Educação Matemática, meu primeiro contato com o uso de Tecnologias da

¹ Na Escola Técnica Estadual - ETE – Polivalente de Americana, Americana, São Paulo, de 1994 a 1996.

Informação e Comunicação (TIC) ocorreu quando cursava o segundo ano de Licenciatura em Matemática (1998) na UNESP, campus de Rio Claro, época em que iniciei minha participação como bolsista em um projeto de Extensão Universitária vinculado ao GPIMEM², através do qual comecei a pesquisar, refletir e discutir questões relacionadas ao uso das TIC em aulas de Matemática.

Durante o terceiro ano de graduação, o meu interesse se voltou para as calculadoras gráficas e como essas poderiam ser utilizadas em sala de aula de modo a auxiliar a investigação e compreensão de alguns conteúdos matemáticos pelos alunos. Naquele momento, tive a oportunidade de começar a participar de um projeto de iniciação científica, com apoio do CNPq, onde foram desenvolvidas algumas atividades, em conjunto com outros integrantes do GPIMEM, caracterizadas como “abertas”³, envolvendo essa mídia como foco central no ensino da Matemática.

Ao longo da minha permanência no GPIMEM – durante a iniciação científica – eram realizadas reuniões semanais com dois integrantes⁴ do nosso grupo de pesquisa para discussão e elaboração das atividades com as calculadoras gráficas para os níveis Fundamental, Médio e Superior. Além disso, também eram realizadas reuniões semanais durante todo o período em que participei do grupo (1998 – 2000), com todos os membros da graduação que faziam parte do mesmo, sempre monitoradas por professores e/ou alunos do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática – também integrantes do grupo – onde as diversas tendências em Educação Matemática – em particular as Tecnologias

² Grupo de Pesquisa em Informática, Outras Mídias e Educação Matemática, coordenado pelo Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba, IGCE, UNESP, campus de Rio Claro. Home-Page: <http://www.igce.unesp.br/igce/gpimem.html>

³ Consideradas atividades onde existe um roteiro no qual o aluno deve explorar e interpretar resultados, e não apenas chegar a um número, equação, etc., onde múltiplas respostas são possíveis.

⁴ Nilce Fátima Scheffer, na época doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ricardo Scucuglia Rodrigues da Silva, na época aluno da Licenciatura em Matemática, Unesp, Rio Claro.

Informáticas relacionadas com o ensino e aprendizagem da Matemática - eram discutidas a partir de artigos e capítulos de livros, que eram lidos previamente.

A experiência mais relevante durante a iniciação científica se deu junto aos alunos de 8ª série do Ensino Fundamental de uma escola Pública de Rio Claro, onde trabalhamos (eu e os outros integrantes que elaboravam as atividades) com duas turmas durante o ano letivo de 2000. Nestas classes, os alunos utilizaram as calculadoras gráficas⁵ para explorar equações e funções de 1º e 2º graus, zeros destas funções, entre outros tópicos relacionados. Nossa proposta, ao desenvolver essas atividades com os alunos, era possibilitar a aprendizagem através de experimentação e investigação - com o auxílio das calculadoras gráficas.

Além das atividades desenvolvidas com respaldo do grupo, durante o estágio obrigatório da disciplina Prática de Ensino (2000), trabalhei com as calculadoras gráficas e com o CBR⁶ (detector sônico de movimentos), explorando representações gráficas e desenvolvendo atividades com funções de 1º grau, com alunos de 1º ano do Ensino Médio de uma outra Escola Pública de Rio Claro.

Também tive a oportunidade de vivenciar algumas experiências utilizando calculadoras gráficas com alunos, também de graduação, da Unesp, Rio Claro, através de monitoria de um mini-curso⁷, além do desenvolvimento de atividades e apresentação de seminários em algumas disciplinas que cursei, apresentação de trabalhos e de cursos de curta duração, todos relacionados à Informática Educativa.

⁵ Modelo TI-83, da Texas Instruments.

⁶ Calculator Based Ranger – sensor da Texas Instruments que pode ser acoplado a algumas calculadoras da mesma marca, como a TI-83.

⁷ Durante a Semana da Matemática realizada em 1999, na Unesp, Rio Claro.

Pensando em dar continuidade ao trabalho desenvolvido durante a iniciação científica, agora em nível de mestrado, optei por me matricular como aluna especial no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Unesp, campus de Rio Claro. Isso aconteceu em 2001, quando continuei participando do GPIMEM, porém nas reuniões com os alunos do grupo que estavam na Pós-Graduação, fato que me proporcionou um grande aprendizado no que diz respeito ao desenvolvimento de pesquisas, cuidados com a metodologia científica utilizada no desenvolvimento do estudo, amadurecimento de idéias iniciais de projetos, entre tantos outros.

A primeira disciplina que cursei, intitulada "Tópicos Especiais em Educação Matemática: Modelagem e Educação Matemática"⁸, me fez despertar para a Modelagem⁹ e para como essa pode ser utilizada no ensino e aprendizagem da Matemática. Já conhecia alguns trabalhos desenvolvidos por alguns integrantes do GPIMEM, onde a Modelagem, com o auxílio das TIC foi investigada sob diferentes aspectos, mas a disciplina citada acima me fez refletir sobre esta estratégia pedagógica através da prática que vivenciei no decorrer da mesma.

Acredito que isto ocorreu devido ao fato de eu ter *feito* Modelagem¹⁰, fato inédito para mim até o momento. Este “fazer Modelagem” aconteceu ao longo de toda a disciplina. Inicialmente a proposta do professor era a escolha de alguns temas pelos estudantes e, posteriormente, as pessoas se dividiam em grupos de acordo com a afinidade com os temas. Feito isso, nos dividimos em grupos e o qual decidi fazer parte possuía como tema “papel”. Discutimos qual seria o objetivo inicial, visto que nosso tema era amplo e, como o interesse

⁸ Realizada no 1º semestre de 2001 e ministrada pelo Prof. Dr. Rodney Carlos Bassanezi.

⁹ Quando utilizo Modelagem, estou me referindo a Modelagem Matemática como estratégia pedagógica, evitando assim possíveis repetições.

¹⁰ Durante a disciplina, a partir de um tema escolhido pelo nosso grupo, no caso, papel, realizamos diversas pesquisas e encontramos modelos que relacionavam desmatamento, consumo, entre outros.

do grupo estava voltado para as questões ambientais como o desmatamento, por exemplo, resolvemos pesquisar dados relacionados com reciclagem, produção de papel no Brasil, número de árvores necessárias para produção de uma tonelada de papel, dentre outros.

Após pesquisas feitas na Internet, revistas, contatos com empresas de produção e/ou reciclagem de papel, possuíamos muitas informações e precisávamos organizá-las, direcionando-as para o nosso objetivo – a questão ambiental que envolvia o tema.

Começamos a tabular os dados, construir gráficos, utilizando para isso métodos aprendidos ao longo da disciplina, como ajuste de curvas para a obtenção de modelos clássicos como o de Malthus e Verhurst, utilizando para isso o software Excel. Iniciamos a “modelagem” realizando estimativas e projeções das questões por nós levantadas a partir dos modelos que obtivemos, calculando para isso o quanto se corta e se replanta de árvore no Brasil, o consumo brasileiro de papel e o quanto deste é reciclado (dados anuais). Através dos dados que possuíamos, com a ajuda do professor (através de questões e orientações), fizemos várias projeções – a partir dos dados que obtivemos - sobre as questões levantadas, como por exemplo, se nada for feito, em qual ano não haverá mais árvores para a produção de celulose, entre outras.

Em paralelo aos acontecimentos descritos anteriormente, sempre ouvia de colegas de graduação de outros cursos, como por exemplo, Geologia, Ciências da Computação, questionamentos sobre “o porquê” eles possuíam disciplinas de Matemática em seus currículos, já que eles não conseguiam visualizar qualquer utilidade e/ou relação entre os conteúdos ensinados e suas futuras atividades profissionais. Por mais que eu tentasse argumentar, em conversas informais, era muito difícil convencê-los, pois, segundo o depoimento deles, as aulas de Matemática que possuíam, na sua grande maioria, eram as consideradas tradicionais, onde os docentes não ressaltavam as possíveis aplicações dos

conteúdos em cada área específica do conhecimento, além de não ocorrer uma relação entre as disciplinas de Matemática e as outras existentes no currículo.

Em contrapartida, alguns amigos que estavam cursando Pós-Graduação em alguns programas da Unesp, me pediam ajuda, e eu os auxiliava ministrando aulas particulares de Matemática, indicando professores ou outros estudantes de Matemática que pudessem auxiliá-los com as questões fundamentais para a análise dos dados de seus respectivos trabalhos, pois estas exigiam compreensão e interpretação matemática para o mesmo.

Diante dos fatos narrados acima, Franchi (1993) argumenta que as pessoas acreditam que a Matemática está presente nos currículos para desenvolver o raciocínio dos alunos e também para “dar o embasamento teórico que as demais disciplinas do curso necessitam” (p.11). Porém, como já salientei, a realidade que eu percebia, através de conversas informais, não era assim, pois na grande maioria das vezes os alunos possuem muitas dificuldades em compreender e associar conteúdos matemáticos e, mesmo quando têm o domínio de algumas técnicas utilizadas para a resolução de exercícios, não conseguem aplicá-las em outras disciplinas.

Esses questionamentos sempre me deixaram angustiada, e quando tive o meu primeiro contato com a Modelagem, percebi que esta estratégia pedagógica poderia ser uma alternativa para que os alunos percebessem que existe uma relação entre a Matemática e as outras áreas do conhecimento.

Ainda durante a graduação (1999), assisti à apresentação de alguns trabalhos de Modelagem que o Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba propôs para seus alunos do primeiro ano do curso de Ciências Biológicas, na disciplina Matemática Aplicada. Esse fato

ocorreu devido a um convite realizado pelo mesmo para que nós¹¹ pudéssemos nos integrar e conhecer o trabalho desenvolvido pelo docente naquela turma. O motivo do convite, para mim, era devido às questões do uso da calculadora gráfica em alguns trabalhos e para a outra aluna, o fato dela estar desenvolvendo sua iniciação científica com enfoque na Modelagem. Na época, achei interessante a forma como os alunos faziam associações entre conteúdos matemáticos e diversos outros, como biológicos, químicos, físicos, sociais, entre outros, dependendo do tema escolhido para o desenvolvimento do trabalho. Porém, naquele momento, meus interesses eram outros, como descrito anteriormente, e eu não constatei a relevância devida para o trabalho de Modelagem que era desenvolvido com aqueles alunos.

Porém, após ter cursado a disciplina no Programa de Pós-Graduação mencionada anteriormente, questões relacionadas à Modelagem começaram a me deixar intrigada e, então, passei a pesquisar mais sobre este tema relacionado com a Educação Matemática, além de conversar com alguns pesquisadores que estavam trabalhando com essa estratégia pedagógica naquele momento.

Após um levantamento bibliográfico das dissertações de Mestrado do Programa de Pós-Graduação de Rio Claro, constatei que a maioria dos estudos realizados focava a figura do professor, ou seja, abordavam como estes lidavam com a Modelagem na sala de aula. Também foram desenvolvidas pesquisas relacionando a Modelagem com a formação de futuros professores, além de experimentos de ensino com alunos visando “exemplificar” como determinados conteúdos podem ser trabalhados ao se utilizar a Modelagem como estratégia pedagógica. Porém não encontrei nenhum trabalho que falasse diretamente sobre a produção matemática dos alunos, como eles realizavam conexões ao elaborarem os

¹¹ Eu e Audria Alessandra Bovo, aluna do curso de Licenciatura em Matemática, UNESP, Rio Claro, bolsistas de Iniciação Científica – com apoio do CNPq - orientadas pelo Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba.

trabalhos realizados, tendo a Modelagem presente em sala de aula, quais as conseqüências que ela pode trazer para o ensino e aprendizagem da Matemática, além de questões que me incomodavam naquele momento. Além disso, as dissertações sobre Modelagem começaram a ser desenvolvidas no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP, Rio Claro, por volta de 1989 e continuaram até 1993. Depois, apenas em 1999 esse tema é retomado dentro do Programa, também em nível de Mestrado. Já com relação ao Doutorado, três teses foram defendidas em 2002, sendo que apenas a de Araújo discute a questão dos alunos.

Alguns artigos também foram desenvolvidos com ênfase nesta estratégia pedagógica, e alguns deles, como os de Borba, Meneghetti e Hermini, (1999a; 1999b) Borba e Bovo (2002), possuíam como foco central os alunos e a interdisciplinaridade. Porém, ainda assim considero pequeno o número de pesquisas realizadas com esse enfoque, e, o que eu pretendia estudar divergia delas, já que nesses artigos são utilizados exemplos específicos de um trabalho para discutir determinado tema que emergiu, e a partir dele discussões teóricas foram realizadas.

Diante disto, resolvi desenvolver uma pesquisa onde os alunos seriam o foco principal da minha análise, dentro de um ambiente onde a Modelagem fosse utilizada como estratégia pedagógica.

Depois de muita pesquisa teórica, discussão e reflexão, optei por fazer um estudo original no aspecto metodológico, já que não foram encontrados estudos longitudinais com dados que englobassem mais do que uma turma ou um grupo específico nesta área, segundo levantamento bibliográfico realizado por mim. Esse estudo se diferencia basicamente dos demais já realizados com alguns dos dados que já foram analisados na medida em que ao

invés de olhar para um trabalho, um grupo ou uma turma, estarei analisando os trabalhos desenvolvidos ao longo de dez anos.

1.2. Trabalhos já analisados sobre diferentes perspectivas

Dentro do GPIMEM, outros pesquisadores e o próprio professor já analisaram ou vêm analisando e pesquisando alguns trabalhos de Modelagem, gerando artigos e relatórios anuais. Para ilustrar, é possível citar diversos artigos, entre eles o escrito por Borba e Bovo (2002), onde eles exemplificam o caso de uma aluna que fazia parte de um grupo e deu continuidade ao trabalho desenvolvido durante a disciplina (intitulado “O caso dos estômatos”, 1998), em sua Iniciação Científica. Os autores enfatizam a importância da interdisciplinaridade, ao longo do texto, considerando a Modelagem um dos caminhos possíveis para isso.

Um outro exemplo da utilização dos dados analisados por mim está descrito em Borba (2002), onde ele relata a associação realizada entre os dados obtidos em livros e na Internet sobre a fotossíntese e conceitos matemáticos como função e derivada, a partir de um gráfico que relacionava a “velocidade da fotossíntese” em função da quantidade de CO₂. Através da discussão, proporcionada pelo professor e os integrantes do grupo, sobre o gráfico e suas diversas possibilidades, e também ao utilizarem as tecnologias da informação e comunicação disponíveis para realizarem algumas experimentações, os alunos acabam gerando conexões entre os temas estudados em sala de aula e o tema pesquisado. Com isso,

o autor supõe que os alunos entenderam parte relevante dos conceitos de derivação e integração, e não apenas assimilaram as regras para calcular derivadas e integrais.

Em um outro artigo, Borba (1999c) relata exemplos que ocorreram em sala de aula através dos trabalhos de Modelagem e das atividades investigativas, mostrando as possibilidades de trabalhar com funções, derivadas e noções de integrações a partir do uso de tecnologias, proporcionando a construção do conhecimento a partir da experimentação feita em sala de aula.

Também há um trabalho que tratava da germinação das sementes de melão, descrito por Borba e Penteadó (2001), onde é destacada a utilização de calculadoras gráficas, utilizadas para experimentação, possibilitando que os alunos concluíssem alguns fatos. Porém, os estudantes, percebendo que apenas a experimentação não bastava, utilizaram também conceitos biológicos conhecidos, juntamente com os matemáticos, para conseguirem ajustar uma curva com o auxílio de um software gráfico.

Ainda existem diversos artigos publicados por integrantes do GPIMEM com diferentes enfoques, tendo a Modelagem como tema central e os trabalhos desenvolvidos pelos alunos durante o período de 1993 a 2002 como exemplos ilustrativos de determinadas situações (BORBA, 1999; BORBA; MENEGHETTI; HERMINI, 1999a; BORBA; MENEGHETTI; HERMINI, 1999b).

O enfoque deste estudo se diferencia dos demais já realizados pelo GPIMEM ou fora dele, na medida em que ao invés de olhar um grupo ou uma turma, fato já realizado em algumas pesquisas (BORBA; MENEGHETTI; HERMINI, 1999a; BORBA; MENEGHETTI; HERMINI, 1999b; BORBA; BORBA; BOVO, 2002; ARAÚJO, 2002), estarei olhando para a produção Matemática realizada pelos alunos de catorze turmas distribuídas ao longo de dez anos.

O GPIMEM possui arquivado os trabalhos de Modelagem (as versões preliminares e finais) que foram desenvolvidos na disciplina ministrada pelo mesmo docente durante este período, no curso de Ciências Biológicas, ao longo de dez anos (1993 – 2002) (Anexo I). Além disso, o grupo também tem arquivadas as gravações em fitas de vídeo das apresentações orais dos alunos e de partes de aulas onde os enfoques pedagógicos utilizados pelo professor eram abordados.

1.3. Objetivos

Uma das maiores dificuldades que encontrei, quando comecei a escrever a primeira versão do projeto desta pesquisa, foi formular a pergunta norteadora. Embora meus objetivos, curiosidades e angústias estivessem claros em minha mente, transformá-los em uma pergunta foi um processo árduo e demorado. Muitas tentativas foram feitas, mas, ao analisá-las, sempre constatava que “estava faltando ou sobrando alguma coisa”.

Foi então que resolvi escrever inicialmente quais eram os objetivos da pesquisa e, a partir deles, formulei uma pergunta para direcionar-me ao longo do desenvolvimento do estudo.

Sendo assim, o principal objetivo desta pesquisa é investigar como os alunos estão utilizando conteúdos matemáticos ao desenvolverem seus trabalhos em uma disciplina de Matemática, em um ambiente onde a Modelagem é utilizada como estratégia pedagógica e quais as contribuições deste fato na discussão e interpretação dos trabalhos. Para isso, formulei a seguinte questão, que norteou o desenvolvimento desta pesquisa:

“Como os alunos estão utilizando conteúdos matemáticos em um ambiente onde a Modelagem é uma das estratégias pedagógicas?”.

A fim de trazer compreensões a respeito da questão acima, apresento algumas questões auxiliares para o desenvolvimento da pesquisa:

- a) Como os conceitos matemáticos foram explorados pelos alunos ao longo do desenvolvimento dos trabalhos;
- b) Se e como os trabalhos proporcionaram a discussão e/ou interpretação de dados com o auxílio da Matemática pelos alunos.

1.4. Relevância do Estudo

Usualmente, as disciplinas de Matemática que são ministradas nos diversos cursos de graduação dão grande ênfase às técnicas de resolução de exercícios, e se preocupam pouco com aplicações relacionadas ao cotidiano dos estudantes (JACOBINI, 1999). Os exemplos que são mencionados em sala de aula apenas reforçam as aplicações dos conceitos, geralmente baseados em dados fictícios, desvinculados da realidade do aluno.

A Modelagem é utilizada por diversos educadores (BURAK, 1992; CORREA, 1992; BASSANEZI, 1994; JACOBINI, 1999; SKOVSMOSE, 2000; BARBOSA, 2001; ARAÚJO, 2002; FRANCHI, 2002) como uma alternativa ao ensino convencional, tentando

relacionar os conteúdos matemáticos com questões que estão “fora” da Matemática, dependendo da necessidade, realidade e curiosidade dos alunos.

Porém, pouco se tem estudado sobre como os alunos estão lidando com esta estratégia pedagógica e como estão utilizando conteúdos matemáticos quando a Modelagem é trabalhada no ambiente escolar, já que a maioria das pesquisas apenas mostra como esta estratégia pode ser utilizada em sala de aula e quais suas conseqüências. Uma exceção é Araújo (2002), porém ela enfatiza o trabalho de um grupo, e eu, através de um procedimento metodológico longitudinal, investigo dez anos de produção de diferentes alunos em diferentes épocas. Acredito que a relação que os alunos tem com a Matemática ao trabalharem com a Modelagem é importante para que os pesquisadores, professores e professores-pesquisadores possam avaliar se, e quanto, esta estratégia é válida, ao ser aplicada em sala de aula.

A opção de investigar a Modelagem como estratégia pedagógica, dando enfoque principalmente para a produção e discussão dos alunos se deu principalmente por três pontos que considero relevantes:

- a) Com ela é possível aprender, realizar conexões, questionar, abstrair e aplicar conceitos matemáticos;
- b) Existe uma interação com outras áreas do conhecimento;
- c) O aluno tem a possibilidade de trabalhar com um tema de seu interesse.

1.5. Estrutura da Dissertação

Como o contexto desta pesquisa está inserido em um ambiente onde a Modelagem é utilizada como estratégia pedagógica, no próximo Capítulo será realizada uma breve retrospectiva histórica sobre a relação entre a Modelagem e a Matemática. Porém, seu objetivo central é percorrer alguns artigos, teses, dissertações e livros desenvolvidos com enfoque em Modelagem na Educação Matemática, comparando ou ressaltando as diferentes “definições” ou perspectivas que ela assume, de acordo com cada autor.

Na literatura é possível encontrar diversas perspectivas sobre Modelagem Matemática. Essas, que às vezes divergem em alguns pontos específicos – fato que será detalhado ao longo do segundo Capítulo - possuem sempre algo em comum: o objetivo de resolver um problema da realidade, ou de outra(s) área(s) do conhecimento utilizando para isso a Matemática. Depois de realizada a revisão de literatura, defino e justifico qual perspectiva será utilizada ao longo desta dissertação.

Além da Modelagem, as Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) são atores presentes no cenário dessa pesquisa, portanto, neste Capítulo, também me proponho a discutir as TIC e a Modelagem, aliando-os a questão da interdisciplinaridade através de uma discussão sobre o assunto e como ele se relaciona com o contexto desse estudo.

O Capítulo III tem como objetivo apresentar e justificar as opções metodológicas realizadas no desenvolvimento dessa pesquisa e, posteriormente, apontar e discutir os procedimentos metodológicos utilizados para a coleta de dados. Descrevo o contexto do estudo, para que o leitor tome conhecimento e possa compreender o que será discutido neste trabalho. Para finalizá-lo, realizo uma discussão sobre alguns critérios utilizados para a análise dos dados.

O quarto Capítulo apresenta alguns dos trabalhos de Modelagem desenvolvidos pelos estudantes da disciplina Matemática Aplicada, ministrada no curso de Ciências Biológicas, Unesp, Rio Claro, no período de 1993 até 2002, enfatizando quais e como conteúdos matemáticos emergiram nos mesmos, além das discussões proporcionadas pela Matemática que surgiram no desenvolvimento e apresentação dos trabalhos.

Para isso, será feito um resumo sobre cada um dos trabalhos selecionados, para que o leitor possa se situar sobre os procedimentos, objetivos ao longo do desenvolvimento dos mesmos. Juntamente com o resumo, serão apresentados os principais passos dados ao longo do trabalho e como esses foram tratados durante de sua elaboração. Na seqüência, de cada trabalho será apresentada uma discussão, baseada na literatura utilizada nesta dissertação.

No quinto Capítulo faço uma análise geral do estudo desenvolvido, baseada na literatura utilizada na pesquisa, apontando os principais temas que surgiram durante a análise dos dados, discutindo-os a luz da literatura.

No Capítulo VI, disserto as considerações finais da mesma.

Capítulo II

A Modelagem em suas Diferentes Perspectivas

Como o contexto desta pesquisa está inserido em um ambiente onde a Modelagem é utilizada como estratégia pedagógica, inicialmente, neste Capítulo, será realizada uma breve retrospectiva histórica sobre a relação entre a Modelagem e a Matemática. Porém seu objetivo central é percorrer alguns dos artigos, teses, dissertações e livros desenvolvidos com enfoque em Modelagem na Educação Matemática, comparando ou ressaltando as diferentes “definições” ou perspectivas que ela assume, de acordo com cada autor.

Na literatura é possível encontrar diversas perspectivas sobre Modelagem Matemática. Essas, que às vezes divergem em alguns pontos específicos – fato que será detalhado ao longo do Capítulo - possuem sempre algo em comum: o objetivo de resolver um problema da realidade, ou de outra(s) área(s) do conhecimento utilizando para isso a Matemática.

Em seguida, apresento algumas idéias oriundas da Educação Matemática Crítica, propostas por Skovsmose (2001) que, no meu ponto de vista, se enquadram no contexto deste estudo.

Além da Modelagem, as Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) são atores presentes no cenário dessa pesquisa, portanto, neste Capítulo, também me proponho a discutir as TIC e a Modelagem, aliando-as a questão da interdisciplinaridade através de uma discussão sobre estes assuntos e como eles se relacionam com o contexto deste estudo.

Depois de realizada a revisão de literatura, apresento e justifico para o leitor qual perspectiva será utilizada ao longo desta dissertação, apontando também algumas características que diferenciam o foco da pesquisa.

2.1. Uma breve retrospectiva histórica

Segundo pesquisas realizadas, os modelos matemáticos são utilizados desde o início do desenvolvimento da Matemática (GAZZETA, 1989). Os conceitos de números, funções, entre outros, são considerados, por diferentes autores, modelos de alguma realidade. Segundo esta autora, alguns modelos podem ser encontrados até em gravuras e artes de civilizações antigas, porém, apenas no penúltimo século foi introduzido o termo “modelo” na Matemática, quando as geometrias não euclidianas de Lobachewski e Riemann foram aceitas na comunidade Matemática.

Na literatura existem diversas definições para o termo *modelo matemático*. Bassanezi assume que “um *modelo matemático* é um conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado” (2002, p.20). Embora

existam outras “definições” de modelo matemático, estas não serão apresentadas (sendo a citada acima apenas um exemplo), já que o objetivo desta pesquisa não envolve diretamente a noção de modelo.

Para muitos pesquisadores, como Barbosa (2001a), as aplicações da Modelagem no ensino da Matemática tiveram início no século XX, quando matemáticos puros e aplicados discutiam métodos para se ensinar Matemática. No Brasil, a Modelagem começou a emergir a partir da década de 70, onde era utilizada em disciplinas como Matemática Aplicada na UNICAMP, Campinas – SP, e também na PUC, no Rio de Janeiro - RJ.

Já nos anos 80, a Modelagem ganhou força através dos Professores da UNICAMP Ubiratan D’Ambrósio e Rodney Carlos Bassanezi, que ministravam aulas e orientavam trabalhos no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, UNESP, Rio Claro. Para ambos, a Modelagem surgiu inspirada na etnomatemática, destacando que eles têm um entendimento um pouco diferenciado do que vem a ser etnomatemática, com a proposta de abordar a Matemática a partir do contexto social dos alunos. Desde então, estudos sobre a Modelagem na Educação Matemática têm surgido e diversos autores têm utilizado diferentes perspectivas para definir o que vem a ser Modelagem Matemática na Educação Matemática.

Biembengut (1999a) ilustra este fato dizendo que “nas últimas três décadas, a Modelagem, em particular a modelagem matemática, vem ganhando ‘espaço’ em diversos países, nas discussões sobre ensino e aprendizagem” (p. 15), em particular, na Educação Matemática.

2.2. Algumas Perspectivas de Modelagem na Educação Matemática

Conforme indicado, diversas são as perspectivas existentes sobre este tema, e concluí que teria que optar por uma, a qual julgasse mais adequada para a pesquisa em questão, ou elaborar a minha própria, de acordo com meus objetivos e entendimento a partir dos estudos realizados e da prática que tive ao cursar a disciplina descrita no Capítulo anterior.

Há também que se deixar claro que a Modelagem começou a ser utilizada em outras áreas do conhecimento, fora da Matemática, e, posteriormente, na Matemática Pura e Aplicada, chegando à Educação Matemática. Monteiro (1991), enfatiza a existência de dois grupos que utilizam a Modelagem: os que a vêem como um método de pesquisa em Matemática e os que a vêem como um método pedagógico no processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

Para o primeiro grupo a Modelagem é entendida como um processo de abstração onde, a partir de um fato da realidade são levantadas hipóteses e, com elas se constrói um modelo. Este, que pode até ser resolvido através de cálculos matemáticos, é testado e analisado, para que sua validade seja verificada. Caso seja constatado que a solução não é válida, novas hipóteses são elaboradas e o processo recomeça.

No contexto descrito anteriormente estão inseridas, por exemplo, as pesquisas realizadas em Matemática Aplicada e Pura, onde modelos matemáticos são desenvolvidos para resolver um dado problema - porém a finalidade não é educacional - e, para que a Modelagem seja utilizada como método de pesquisa, estudiosos têm buscado interpretar fenômenos que ocorrem ao seu redor e, para isso, passam a investigar, através dos recursos

disponíveis em suas pesquisas e de ferramentas Matemáticas, fatos e mudanças que estão ocorrendo a sua volta. Muitos deles conseguem encontrar uma representação simbólica próxima da realidade, e, assim, acabam elaborando um *modelo matemático* que, pode ser considerado como uma aproximação matemática da realidade. De posse destes modelos, pesquisadores podem realizar previsões, elaborar hipóteses e conjecturas sobre o fenômeno estudado, dependendo do objetivo do estudo, dos dados e materiais disponíveis para isso.

Já para o segundo grupo, citado anteriormente, a Modelagem é encarada como um caminho para o ensino e aprendizagem da Matemática, referindo-se a observação da realidade do aluno e, “a partir de seus questionamentos se defronta com problemas que devem modificar tanto a sua ação, como sua forma de observar tal mundo” (MONTEIRO,1991,p.106).

Dentre as pesquisas realizadas por mim, pude perceber pequenas sutilezas que fazem com que as definições de Modelagem adotadas por diferentes pesquisadores diverjam em alguns pontos, embora, como já foi enfatizado, todos eles possuem um objetivo comum: investigar e/ou pesquisar e/ou resolver problemas da realidade utilizando para isso situações da realidade dos alunos.

Por exemplo, Bassanezi (1982) considera a Modelagem como “o estudo de situações ou problemas reais usando a Matemática como linguagem para sua compreensão, simplificação e resolução para uma possível previsão ou modificação do objeto estudado” (p. 5), e complementa, argumentando que o processo de Modelagem pode ser interpretado como um método de investigação, “como um processo que possibilita a aprendizagem de conteúdos matemáticos interligados aos de outras áreas”. Ele ainda destaca que “a *modelagem matemática* consiste na arte de transformar problemas da realidade em

problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real” (BASSANEZZI, 2002, p.16). Com isso, ele destaca a idéia de Modelagem no ensino também como um método de investigação e a relaciona com a idéia da integração da Matemática com outras áreas do conhecimento, afirmando que “modelagem pressupõe interdisciplinaridade” (2002, p.16) e, com isso, é necessário utilizar instrumentos matemáticos relacionados com outras áreas do conhecimento, para que a educação se torne mais próxima da realidade social das pessoas. Esse autor ainda acredita que quando a aprendizagem é realizada por meio da Modelagem, os estudantes conseguem relacionar os aspectos lúdicos da matemática com suas aplicações, vislumbrando alternativas que possam direcionar suas aptidões ou até sua formação acadêmica. Segundo ele:

A modelagem matemática, em seus vários aspectos, é um processo que alia a teoria e prática, motiva seu usuário na procura do entendimento da realidade que o cerca e na busca de meios para agir sobre ela e transformá-la. Nesse sentido, é também um método científico que ajuda a preparar o indivíduo para assumir seu papel de cidadão: *“A educação inspirada nos princípios da liberdade e da solidariedade humana tem por fim o preparo do indivíduo e da sociedade para o domínio dos recursos científicos e tecnológicos que lhes permitem utilizar as possibilidades e vencer as dificuldades do meio. (Lei 4024 – 20/12/61)”* (p.17)

Essa interpretação de Modelagem vem ao encontro do que escreve Gustineli (1990). Para ela a Modelagem remete à idéia de integração com outras áreas do conhecimento, “cujo objetivo principal não é o uso ou o desenvolvimento da Matemática, mas a solução de um problema real com a ajuda da Matemática e de outro conhecimento” (p. 2), e assim o ensino através da Modelagem tem por objetivo mostrar aos alunos que o estudo de determinados conteúdos matemáticos é importante para a compreensão de outros conceitos, não necessariamente matemáticos.

A Modelagem, segundo Biembengut e Bassanezi (1992), também é encarada como uma “arte utilizada por grandes matemáticos na resolução ou compreensão de situações problemas do mundo real...” (p.15), e complementam que ela pode ser utilizada como estratégia no ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos. Para eles, a escolha do problema ou de situações provenientes da realidade funciona, no início do processo de ensino, como um agente motivador, “levando o aluno a incorporar uma gama de conhecimentos, essenciais em sua atuação futura no meio social” (p.15). Sendo assim, os autores estão deixando claro a idéia da Modelagem como uma estratégia que pode motivar os estudantes no processo de ensino e aprendizagem. Porém, acredito também que ao se trabalhar com a modelagem em sala de aula, o professor possibilita uma determinada autonomia para os estudantes buscarem compreender temas de seus interesses, e, com isso, faz com que eles consigam, muitas vezes, atribuir significados para determinados conteúdos que, talvez não atribuíssem se os mesmos fossem estudados em outro ambiente.

Assim como Bassanezi, Anastácio (1990) acredita que a Modelagem é uma estratégia para ensinar Matemática “a partir da necessidade sentida pelo aluno no seu viver cotidiano” (p. 89). E ainda salienta que a aprendizagem do aluno pode ser motivada com as dificuldades ao resolver problemas concretos e pelo desejo dos estudantes em aprender determinado conceito, fazendo-os tomar decisões diante de alguns fatos estudados. Para ela, o aluno, ao trabalhar com Modelagem, pode ter sua participação detectada em vários momentos, e, esta participação se manifesta “no desejo que os alunos apresentam de resolver questões; na integração entre eles; nos questionamentos que levantam; no interesse que mostram em aprender” (p. 84).

Junior (2000), embora fale em trabalho com projetos na pesquisa que desenvolveu pode ser entendido como Modelagem, juntamente com tecnologias para analisar a trajetória

de um grupo composto por professores, alunos de graduação e pós-graduação de diferentes cursos da UNICAMP, no ensino e aprendizagem de Cálculo.

Já Gazzeta (1989), em sua dissertação, conceitua Modelagem como uma relação entre a realidade e a ação, onde a partir da realidade o indivíduo codifica uma dada informação, que acaba gerando uma ação. Para ela, a realidade é formada por elementos concretos e abstratos e o indivíduo “é parte e ao mesmo tempo observador da realidade” e com isso, complementa que a “modelagem não apenas cria estratégias, mas também é, por si mesma, uma estratégia de ação sobre a realidade” (p. 29). Ela ainda salienta que o processo de Modelagem se inicia a partir de um problema para o qual uma resposta é procurada, e afirma que ela é uma alternativa para a busca do conhecimento.

Esta idéia vem ao encontro daquelas expostas por D’Ambrósio há mais de quinze anos (1986). Este autor defende que a aprendizagem é uma relação que envolve reflexão e ação, e com isso a realidade escolar acaba sendo modificada. Assim, quando um aluno cria modelos que lhe permitirão elaborar estratégias para que o mesmo seja resolvido, ele está utilizando conteúdos matemáticos para este fim e com isso está utilizando a Matemática dentro de um ambiente onde a Modelagem está sendo utilizada como estratégia pedagógica.

Para Barbosa (2001a, p.31), a Modelagem é vista “como um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da Matemática, situações com referência na realidade”. Porém, para ele, pode ser que este ambiente de aprendizagem não aconteça de imediato, ou por falta de interesse dos alunos, ou porque os objetivos de estudantes e professores divergem, criando dificuldades, que podem ser superadas através de estratégias utilizadas pelo professor, “pois são eles que organizam, decidem e orquestram as atividades de sala de aula” (BARBOSA, 2001b, p. 7). Este autor deixa claro que o papel do professor é fundamental para a utilização da

Modelagem como estratégia pedagógica em sala de aula. Borba (1999), entende a Modelagem como

uma concepção pedagógica na qual grupos de alunos escolhem um tema ou problema para ser investigado, e com o auxílio do professor desenvolvem tal investigação que muitas vezes envolve aspectos matemáticos relacionados com o tema. Dessa forma, o problema estudado não é só do professor (p.26).

Borba também enfatiza o papel do professor como sendo de extrema importância durante todo o processo. Ele destaca que o tema ou problema seja oriundo da realidade do aluno e salienta que os mesmos devem escolher o tema a ser estudado.

Assim, em contraste com a idéia de alguns pesquisadores, como Barbosa (2001a), a Modelagem também pode ser vista como o esforço de descrever matematicamente um fenômeno que é escolhido pelos alunos com o auxílio do professor (DOLIS, 1989; ANASTÁCIO, 1990; BASSANEZI, 1994, BORBA; MENEGHETTI; HERMINI, 1999^a, CALDEIRA, 2000). Com isso, o professor tem o papel de conduzir seus alunos na transformação e matematização de um tema amplo em uma questão mais restrita a ser investigada, onde

matematizar significa, em princípio, formular, criticar e desenvolver maneiras de entender; conseqüentemente, a matematização deve ter um papel importante no processo educacional: ambos, estudantes e professores devem estar envolvidos no controle desse processo. (SKOVSMOSE, 2001, p. 26)

E, a partir da matematização de um tema escolhido pelo aluno, este, muitas vezes consegue compreender determinados fenômenos e elaborar algumas conjecturas. Porém, o objetivo ao se trabalhar com Modelagem é, na maioria das vezes, tentar compreender fatos,

elaborar e atribuir significados aos modelos, utilizando para isso a Matemática, independentemente se é o professor ou se são os alunos quem escolhem o tema. Mas, ao se trabalhar com essa estratégia pedagógica quando o tema de desenvolvimento do trabalho é escolhido pelo aluno, é difícil prever quais serão os caminhos que irão aparecer para a resolução de determinados problemas, e o professor deve estar repensando sua prática constantemente para este tipo de “desafio”.

Borba, em seus trabalhos, ainda diverge de algumas perspectivas de outros pesquisadores. Para ele, nem sempre aspectos matemáticos podem estar relacionados como o tema escolhido, dependendo de diferentes fatores como série, currículo, entre outros. Ele ainda destaca que o uso do enfoque experimental através das Tecnologias da Informação e Comunicação pode possibilitar que novos tipos de investigações sejam realizadas pelos alunos, tanto para tratar de temas matemáticos quanto para pesquisar sobre um determinado assunto do interesse dos mesmos. Em conjunto com Bovo, destaca que “a modelagem é vista como um enfoque pedagógico que está em consonância com essa nova mídia [as TIC] na medida em que enfatiza o uso de problemas abertos” (BORBA; BOVO, 2002, p. 27), Ou seja, para eles, o uso das TIC em conjunto com a Modelagem possibilita a investigação de diversos assuntos, utilizando para isso o enfoque experimental-com-tecnologias.

Já Araújo (2002) caracteriza a Modelagem em sua pesquisa como:

Uma abordagem, por meio da Matemática, de um problema não-matemático da realidade, ou de uma situação não-matemática da realidade, escolhida pelos alunos reunidos em grupos, de tal forma que as questões da Educação Matemática Crítica¹² embasem o desenvolvimento do trabalho. (p. 39)

¹² O termo *Educação Matemática Crítica* será descrito e discutido no item 2.4. deste capítulo.

Para ela, a Modelagem é tratada como uma abordagem onde problemas não-matemáticos, provenientes da realidade dos alunos, são escolhidos pelos mesmos, e com ela, através da Matemática, tentam encontrar uma solução para o problema dado.

Em contraste com Araújo (2002), Biembengut (1999b) afirma que vê a Modelagem como “a arte de expressar, através de linguagem matemática, situações-problema de nosso meio” (p. 4), podendo esta ser matemática ou não, e, por isso, vem ganhando espaço em diversos países nas discussões sobre ensino e aprendizagem como uma importante estratégia pedagógica. Além disso, Biembengut (1999a, p.33), complementa que “a modelagem matemática não pode deixar de ser considerada no contexto escolar” pois esta estratégia tem contribuído para a construção do conhecimento humano.

De acordo com os diferentes autores citados neste Capítulo, a Modelagem pode ser entendida de maneiras diferentes. Entretanto, a Modelagem, para todos, possui um objetivo comum: resolver um problema da realidade, ou de outra(s) área(s) do conhecimento utilizando para isso a Matemática. As diferenças, então, são com relação à escolha do tema a ser trabalhado, isto é, se este deve ser escolhido previamente pelo professor ou se os alunos podem fazer isso.

Dando continuidade às pequenas sutilezas que fazem a diferença nas perspectivas sobre Modelagem, alguns pesquisadores acreditam que é possível trabalhar com qualquer tema ao se desenvolver um trabalho com Modelagem e outros, não.

Além disso, a Modelagem é vista por muitos como uma estratégia pedagógica motivadora, capaz de despertar o interesse do aluno pela Matemática, relacionando-a com fatos do seu cotidiano.

A Modelagem também pode criar possibilidades interdisciplinares na sala de aula, fato considerado muito importante dentre as questões de ensino e aprendizagem, mostrando que, no caso, a Matemática não é uma ciência isolada das outras.

2.3. A relação entre os Cenários para Investigação e a Modelagem

A Modelagem também pode ser entendida como um possível Cenário para Investigação, propostos por Skovsmose (2000, p.73). Segundo este autor “um cenário para investigação é aquele que convida os alunos a formularem questões e procurarem explicações”.

Sendo assim, acredito que a Modelagem pode ser interpretada como um Cenário para Investigação, segundo minha perspectiva, pois os estudantes são “convidados” a desenvolverem um trabalho cujo tema é escolhido por eles, e o professor age como orientador e mediador de todo o processo. Essa crença se dá baseada na afirmação de Skovsmose ao escrever que

as práticas de sala de aula baseadas em um cenário para investigação diferem fortemente daquelas baseadas em exercícios. A distinção entre elas pode ser combinada com uma distinção diferente, a que tem a ver com as “referências” que visam levar os estudantes a produzirem significados para os conceitos e atividades matemáticas (p. 73-4).

Porém, para que os alunos se envolvam com tal proposta, é necessário que estudantes e professor possuam um diálogo aberto, pois, neste cenário, é essencial que os alunos aceitem o convite e, para que isso ocorra, o professor precisa saber "como" realizá-

lo. Portanto, para que esta proposta aconteça, alunos e professor precisam estar interagindo e convergindo para o mesmo objetivo. Para Fazenda (2000)

respeitar a diversidade e/ou provisoriedade de cada projeto, indivíduo ou instituição permite a construção de um conhecimento plural onde o singular tem suas oportunidades, muitas vezes escondidas ou abafadas, restringidas a ângulos política ou culturalmente ‘controlados’. (p. 24)

Este tipo de proposta geralmente ocorre através de projetos, - no caso desta pesquisa, os trabalhos de Modelagem - onde o professor é um agente participante de todo o processo, buscando auxiliar os alunos ao longo do desenvolvimento do trabalho, fato que em alguns momentos proporciona desafios para o docente, já que muitas vezes é necessário que ele reformule sua prática para atingir seus objetivos. Partindo da idéia de Penteadó (1999), isso pode ser considerado um processo de transição entre a *zona de conforto* e a *zona de risco*. Para esta autora, é difícil para os professores deixarem de trabalhar da maneira considerada tradicional (zona de conforto) e iniciarem uma nova maneira de transmissão de conhecimento, onde muitas vezes o professor não pode prever quais questões irão surgir, por exemplo, (zona de risco). Assim, o trabalho com a Modelagem em sala de aula exige que o docente esteja preparado para possíveis imprevistos, principalmente quando o tema escolhido para o desenvolvimento do trabalho parte do aluno.

2.4. Educação Matemática Crítica e Modelagem

A partir da perspectiva de Modelagem adotada nesta pesquisa, onde Modelagem será interpretada aqui como uma estratégia pedagógica, onde os alunos, a partir de um tema ou problema qualquer, podem ou não utilizar conteúdos matemáticos para investigá-lo ou resolvê-lo, entendo que o professor passa a atuar como orientador durante todo o processo educacional. Com isso, acredito que a relação entre professor e aluno possui papel fundamental, principalmente através da comunicação, seja ela oriunda das diferentes mídias disponíveis, como a escrita, fala, e-mails, entre outros. Neste caso, o professor não deve ser o centralizador do poder, já que ele não é o único a determinar os problemas a serem abordados em sala de aula, sendo então o mediador no processo de ensino e aprendizagem, através do diálogo, aqui entendido como as conversas de corredor entre professor e alunos, encaminhamentos, sugestões e críticas escritas nas versões preliminares dos trabalhos, além das discussões em reuniões extra sala de aula, como uma orientação para o processo da construção dos trabalhos de Modelagem.

De acordo com Skovsmose (2001), este processo pode ser chamado de Educação Crítica, onde os estudantes possuem um grau de envolvimento muito grande no desenvolvimento e controle do processo, ou seja "é atribuída aos estudantes (e aos professores) uma *competência crítica*" (p. 18).

Esta competência é delegada principalmente aos alunos, visto que estes, através de conversas com o professor, conseguem identificar assuntos relevantes para serem trabalhados em sala de aula, ou, especificamente, no cenário desta pesquisa, para desenvolverem trabalhos extra em sala de aula.

Para esse autor, um dos pontos-chave da Educação Crítica não está inserido no processo educacional, pois este está relacionado com problemas existentes fora do universo da Educação. Assim, ele acredita que os problemas estudados devem ser relevantes para os alunos, dentro de seus interesses, além desses possuírem uma relação próxima "com problemas sociais objetivamente existentes". (SKOVSMOSE, 2001, p.20). No caso desta pesquisa, isto ocorre a partir do momento em que o professor possibilita que os alunos escolham os temas que irão trabalhar. Assim, "a relação entre professor e alunos na Educação Crítica tem papel importante. Vários tipos de relação são possíveis, mas a Educação Crítica enfatiza que um princípio importante é que os parceiros sejam iguais" (p.17).

Ele destaca que a Educação Crítica tem se manifestado através de orientações para problemas, organização de projetos, interdisciplinaridade, emancipação, entre outros. Nestes aspectos, a Educação Crítica proposta por Skovsmose (2001) está diretamente relacionada com a concepção de Modelagem adotada nesta pesquisa e com os dados que são analisados. Para ele, os alunos devem ser capazes de entender as funções de aplicação da Matemática, e para isso é essencial que eles construam modelos a partir de problemas pré-estabelecidos por eles.

Como nesta pesquisa um dos focos centrais é o trabalho interdisciplinar, utilizando para isso a Modelagem como estratégia pedagógica no ensino da Matemática, considero os dados deste estudo inseridos no conceito de Educação Crítica e sua idéia central é que projetos sejam elaborados a partir de temas de interesse dos estudantes e, a partir deles, conteúdos comecem a ser explorados pelos alunos, com o auxílio do professor, da maneira como ocorre na disciplina Matemática Aplicada, que será descrita no próximo Capítulo.

Particularmente, a Educação Matemática proporciona discussões sobre o papel da Matemática na sociedade em que ela atua, pois a Matemática tornou-se parte da nossa cultura. Sendo assim, ela (a Educação Crítica) deve ser entendida “como um movimento dentro da educação matemática e em interlocução com ela” (BARBOSA, 2002, p.22).

A Matemática possui um campo vasto de aplicações, porém, as aplicações reais não são enfatizadas no ensino tradicional, mesmo sendo muitas e importantes. Além disso, a Matemática possui “implicações importantes para o desenvolvimento da sociedade – embora essas implicações sejam difíceis de identificar” (SKOVSMOSE, 2001, p. 40). A proposta da Educação Matemática Crítica é preparar o aluno para que ele possa viver e compreender seu cotidiano. As pessoas devem ser capazes de entender as funções de aplicação da matemática, e, para isso ocorra, é necessária uma interseção entre as idéias da Educação Matemática e da Educação Crítica.

Neste estudo, isso ocorre a partir do momento onde estudantes de Biologia tentam relacionar conteúdos matemáticos com questões oriundas de seus interesses, tornando um pouco mais clara as aplicações da Matemática em seus trabalhos e no contexto biológico.

De acordo com Skovsmose (2001), a Matemática faz parte da nossa cultura, e, sendo assim, “a realidade já vivida deveria ser a espinha dorsal que une experiências matemáticas” (p. 27). A proposta da Educação Matemática Crítica é fazer com que todos sejam matematicamente alfabetizados, para que eles possam vivenciar, entender e questionar a sociedade em que vivem.

Em um sistema educacional, a estrutura do conhecimento (em sentido geral) dos estudantes é desenvolvida e transformada, mas também a estrutura das relações sociais entre os estudantes e as experiências sobre elas são transformadas. Várias indicações indicam que a EM [Educação

Matemática] toma parte na reorganização do mundo em volta dos estudantes (SKOVSMOSE, 2001, p.31).

Uma das idéias apontadas por Skovsmose (2001) é aumentar a integração entre a Educação Matemática e a Educação Crítica, “para que a Educação Matemática não se degenere em um dos mais importantes modos de socialização dos estudantes da sociedade tecnológica” (p. 32). Para isso, a perspectiva de Modelagem adotada nesta pesquisa se mostra como uma das alternativas para que isso ocorra, pois “em um processo de modelagem matemática, ocorre uma transição entre linguagens diferentes. [...] Tal transição pressupõe interpretações da realidade...” (p. 119), possibilitando que os estudantes realizem conexões entre diferentes áreas do conhecimento, tornando-os mais críticos.

É comum encontrarmos nas salas de aula problemas e/ou atividades onde há apenas uma resposta correta – inquestionável – “fato que reforça a idéia de que a matemática é livre da influência humana” (BORBA; SKOVSMOSE, 2001, p.130). E, “nesses ambientes, a matemática é freqüentemente retratada como um instrumento/estrutura estável e inquestionável em um mundo muito instável” (p.129). Mesmo em tentativas de contextualização de um problema, muitas vezes este ainda está fora da realidade dos alunos, pois os dados utilizados são hipotéticos, não fazem parte do cotidiano dos estudantes e, conseqüentemente, de suas necessidades e interesses.

Porém, no cenário desta pesquisa, isso ocorre com menor freqüência do que em cursos conhecidos como “tradicionais”, na medida em que o professor trabalha com atividades investigativas, de experimentação, proporcionando discussão sobre possíveis resultados obtidos ou processos diferenciados para se chegar a uma determinada resposta. Além disso, ao realizarem os trabalhos de Modelagem, os alunos estão, na maioria das

vezes, estudando fatos provenientes de seus interesses e cotidianos, e com isso a relação destes com a Matemática pode tornar-se significativa para eles.

Para que a Matemática se torne próxima do cotidiano dos alunos é preciso que os problemas trabalhados façam parte da sociedade em que vivem. Nesta pesquisa, os temas escolhidos pelos alunos estão ligados à Biologia ou ao seu cotidiano e assim, através da Matemática, os alunos podem entender, descobrir ou encontrar explicações para fatos da realidade em que vivem.

Porém, de acordo com Skovsmose (2001), a Matemática tem a capacidade de deter o poder formatador, fazendo com que conteúdos ensinados sejam pré-estabelecidos, deixando de ser democrática, quando se pensa no ensino tradicional da mesma. Para driblar estes problemas, a idéia central é trabalhar com projetos, com temas escolhidos pelos próprios alunos, assim como a proposta de Modelagem descrita nesta dissertação, ou pelos professores, dependendo da situação, instituição de trabalho e objetivo de cada um.

O conceito de *competência crítica*, citado anteriormente, salienta que os estudantes devem estar envolvidos no controle do processo educacional. “As idéias relativas ao diálogo e à relação estudante-professor são desenvolvidas do ponto de vista geral de que a educação deve fazer parte de um processo de democratização” (SKOVSMOSE, 2001, p.18) Tanto professor quanto alunos “devem estabelecer uma distância crítica do conteúdo da educação: os princípios aparentemente objetivos e neutros para a estruturação do currículo devem ser investigados e avaliados” (p. 38). As questões educacionais devem ser organizadas através de projetos e problemas que estejam fora da sala de aula e próximo da realidade do aluno, e, no cenário desta pesquisa, isso ocorre através dos trabalhos de Modelagem propostos no início do curso pelo docente.

Existem alguns argumentos sociais para a democratização da Matemática, entre eles estão as aplicações de conteúdos matemáticos na realidade, que normalmente não são mencionadas em sala de aula. Ela é considerada insubstituível, tendo o poder “formatador da sociedade” e, finalmente, atribuir às pessoas a capacidade de entender as aplicações matemáticas no dia-a-dia.

Mas é necessário que se entenda que o processo educacional está fora do mundo educacional, dos currículos existentes nas escolas. Para que o ensino seja democrático,

O problema deve ser concebido como relevante na perspectiva dos estudantes, deve ser possível enquadrar e definir o problema em termos próximos das experiências e do quadro teórico do estudante. [...] o problema deve ter uma relação próxima com problemas sociais objetivamente existentes. (SKOVSMOSE, 2001, p. 20-1).

Assim, a concepção de Modelagem adotada nesta pesquisa está diretamente relacionada com as propostas de uma Educação Matemática Crítica, onde os alunos têm a opção de trabalharem com assuntos que lhes interessem, tornando, possivelmente, o aprendizado mais significativo.

2.5. Modelagem, Interdisciplinaridade e Tecnologias da Informação e

Comunicação

2.5.1. A relação entre Modelagem e Interdisciplinaridade

A palavra *interdisciplinaridade* é composta de um prefixo latino – *inter* – que significa posição ou ação intermediária, reciprocidade, interação; por um sufixo, também latino – *dade* – que atribui o sentido de ação ou resultado de ação, qualidade, modo de ser; e, quando prefixo e sufixo se justapõem a palavra *disciplina*, que se caracteriza como ordem que convém ao funcionamento de uma organização, forma-se a palavra *interdisciplinaridade* que, segundo Assumpção (2001), “nomeia um encontro que pode ocorrer entre seres – *inter* – num certo fazer – *dade* – a partir da direcionalidade da consciência, pretendendo compreender o objeto, com ele relacionar-se, comunicar-se.” (p. 24).

Embora a palavra interdisciplinaridade esteja presente em diversas discussões sobre Educação, ainda não existe um significado único para ela. Segundo Fazenda (2001), “ela é apenas pronunciada e os educadores não sabem o que fazer com ela” (p. 15).

Fazenda (1991) ainda afirma que embora existam algumas divergências com relação a esta palavra, seu sentido é sempre o mesmo, a integração das disciplinas em um mesmo projeto. Bochniak (2001) complementa que

aos estudiosos da interdisciplinaridade, a questão de enunciá-la, defini-la e/ou conceituá-la, tem sido de difícil solução. Acreditam, e não sem fundamento, que, ao definir e/ou conceituar interdisciplinaridade, correriam o risco de, reduzindo-a em expressões, empobrecer-lhe o conteúdo. (p.130)

Fazenda (2001) enfatiza que “a interdisciplinaridade depende então, basicamente de uma mudança de atitude perante o problema do conhecimento, da substituição de uma

concepção fragmentária pela unitária do ser humano” (p. 31). Para esta autora, “o pensar interdisciplinar parte do princípio de que nenhuma forma de conhecimento é em si mesma racional. Tenta, pois, o diálogo com outras formas de conhecimento, deixando-se interpenetrar por elas” (p.17).

A Modelagem está diretamente ligada com a questão da interdisciplinaridade, segundo Franchi (2002), pois para ela a Modelagem se preocupa em procurar soluções de um determinado problema, muitas vezes é necessário a utilização de conceitos nem sempre relacionados diretamente com a questão estudada. Fazenda (2001) também salienta que ao trabalharmos com a interdisciplinaridade, o que a caracteriza é a ousadia da busca, da pesquisa, transformando assim o exercício de pensar em construir.

Segundo Gustineli (1990), quando pensamos em trabalhos desenvolvidos em ambientes de Modelagem, nos “aparece a idéia de integração da Matemática com outras áreas do conhecimento...” (p. 2). Com isso, ao trabalharmos com esta estratégia pedagógica em sala de aula, é possível promover a interdisciplinaridade, tão discutida nos dias atuais por diversos pesquisadores (BORBA; MENEGHETTI; HERMINI, 1999b; BARBOSA, 2001b, BORBA; BOVO, 2002) como uma alternativa para melhorar o ensino e, ao mesmo tempo, proporcionar a compreensão de determinados conceitos e ampliar os conhecimentos, como afirma Fazenda (2001), ao escrever que “a interdisciplinaridade é uma nova atitude diante da questão do conhecimento, da abertura à compreensão de aspectos ocultos do ato de aprender e dos aparentemente expressos, colocando-os em questão” (p. 11). Um exemplo desta perspectiva é a pesquisa de Caldeira (1998), que utilizou a Educação Ambiental, Educação Matemática e a modelagem em seu trabalho com

professores, mostrando as possibilidades interdisciplinares da modelagem enquanto estratégia pedagógica.

No ambiente escolar, a interdisciplinaridade envolve diversos aspectos, como a vontade, tanto de professores quanto de alunos, as políticas e os projetos de cada um, inclusive da instituição de ensino em suas pesquisas, e vários pesquisadores enfatizam que os projetos interdisciplinares poderão contribuir muito para uma reformulação da Educação. Aliada a esta idéia está a Modelagem, e até é possível encontrar referências à ela nos *Parâmetros Curriculares Nacionais* (MEC, 1998).

Nesta pesquisa, a questão da interdisciplinaridade está presente quando os alunos, a partir da diversidade dos temas escolhidos para o desenvolvimento dos trabalhos de Modelagem – sejam eles biológicos, históricos, socioculturais, etc. – procuraram relacioná-los com a Matemática, na tentativa de atribuir significados aos dados dos respectivos trabalhos.

2.5.2. As diferentes Mídias e suas relações com a Modelagem

A Modelagem, muitas vezes, é associada a outras estratégias pedagógicas, como as TIC, por exemplo, com o intuito de tentar resolver problemas que envolvem a investigação e a experimentação-com-tecnologia, que são muito valorizados e discutidos na Educação Matemática. Segundo Borba e Penteado (2001, p. 39) “para tentar expandir a investigação em sala de aula em direção a temas mais gerais, buscamos integrar a experimentação com tecnologia ao trabalho de modelagem”. Borba (1999a) descreve experimentação como

"uma prática onde problemas abertos são propostos pelo professor e onde há uma exploração em grupos do tema relacionado à Matemática" (p.26). Ele ainda afirma que o processo de experimentação está diretamente ligado a recursos tecnológicos, pois estes permitem que a exploração seja realizada de uma maneira mais dinâmica.

A experimentação realizada no trabalho desenvolvido com estudantes a partir da integração entre Modelagem e TIC possibilita que os alunos atribuam significados para dados a partir da Matemática (BORBA; MENEGHETTI; HERMINI, 1999b). Além disso, a utilização de TIC juntamente com a Modelagem em sala de aula permite que destaquemos um novo enfoque, como salientam também Borba, Meneghetti e Hermini:

como a Modelagem em Educação Matemática retira a ênfase das demonstrações matemáticas voltando-a para modelos, o uso das novas tecnologias permite que sejam retirados problemas com cálculos tediosos para o desenvolvimento e análise de um dado modelo. Procura-se então, estudar a natureza da Matemática ensinada e aprendida dentro de tal enfoque, que combina a Modelagem e o uso de calculadoras gráficas... (1999b, p. 98)

Para que determinados trabalhos interdisciplinares possam ser realizados, muitas vezes alguns recursos tecnológicos, como computadores, calculadoras gráficas, internet, entre outros, são importantes, porém a utilização destes é pouco explorada tanto no desenvolvimento da interdisciplinaridade quanto nas propostas de experimentação-com-tecnologias dentro do ensino da Matemática em sala de aula (BORBA; MENEGHETTI; HERMINI, 1999a; BORBA; MENEGHETTI; HERMINI, 1999b), algumas vezes por falta de recursos financeiros, outras por falta de preparo e incentivo aos professores e futuros professores.

Para Borba e Skovsmose (2001), a interdisciplinaridade aliada ao uso de computadores e outras estratégias pedagógicas, como a Modelagem, podem proporcionar discussões sobre o papel da Matemática na sociedade, tornando-se um desafio para a Educação Matemática, já que a questão da educação “tem se desenvolvido como uma questão democrática, e a educação matemática pode seguir esta tendência também” (p. 134). Porém, a questão das tecnologias “revela aspectos antidemocráticos” (p. 134), já que nem todos possuem acesso a elas.

2.6. A Perspectiva de Modelagem adotada nesta pesquisa e o foco da mesma

Após as diversas leituras e reflexões sobre as diferentes perspectivas encontradas na literatura sobre Modelagem, como algumas das descritas anteriormente, e também a experiência que tive ao fazer Modelagem, me fizeram entender e visualizar a Modelagem como uma estratégia pedagógica, onde os alunos, a partir de um tema ou problema de interesse deles, utilizam conteúdos matemáticos para investigá-lo ou resolvê-lo, tendo o professor como um orientador durante todo o processo.

A perspectiva acima será a adotada nesta pesquisa e se deve à investigação aqui proposta, que será desenvolvida a partir da análise de trabalhos realizados em uma disciplina, provenientes de situações problemas escolhidas pelos alunos, elaborados em um ambiente em que a Modelagem esteve presente, com o objetivo de investigar como conteúdos matemáticos foram utilizados por alunos em um ambiente de Modelagem, além das discussões que esta estratégia pode ter proporcionado.

Saliento que embora tenha a mesma perspectiva de Modelagem que alguns dos pesquisadores apresentados, como Borba (1999), o foco da minha pesquisa se diferencia com o dele, que é o professor das turmas que serão estudadas, no momento em que eu não estou interessada *apenas* nas questões relacionadas com experimentações através das Tecnologias da Informação e Comunicação e sim na utilização da Matemática para investigar e resolver questões provenientes dos temas escolhidos pelos alunos.

Não descarto, porém, a possibilidade das TIC estarem presentes nos trabalhos que serão analisados, devido ao contexto de estudo no qual se insere esta pesquisa, porém esse não será um aspecto fundamental na minha análise.

Após estas colocações a respeito das diversas perspectivas existem em torno da Modelagem na Educação Matemática, nesta pesquisa a Modelagem será compreendida como uma estratégia pedagógica, onde os alunos, a partir de um tema ou problema de interesse deles, utilizam conteúdos matemáticos para investigá-lo ou resolvê-lo, tendo o professor como um orientador durante todo o processo, suas relações com as Tecnologias da Informação e Comunicação e também como a Interdisciplinaridade pode se relacionar com a Modelagem, descrevo, no próximo Capítulo, a Metodologia de pesquisa utilizada neste estudo e o contexto onde o mesmo se insere.

Capítulo III

Metodologia de Pesquisa

O objetivo deste Capítulo é apresentar e justificar as opções metodológicas realizadas no desenvolvimento dessa pesquisa e, posteriormente, apontar e discutir os procedimentos metodológicos utilizados para a coleta de dados. Em seguida, descrevo o contexto do estudo no qual esta pesquisa está inserida, assim como os enfoques pedagógicos utilizados pelo docente responsável pela disciplina. Para finalizar, realizo uma discussão sobre alguns critérios utilizados para a análise dos dados.

3.1. Abordagem Qualitativa

As pesquisas desenvolvidas na área de Educação, entre elas as de Educação Matemática, baseiam-se frequentemente na abordagem de pesquisa qualitativa, pois esta possibilita um conhecimento mais profundo da realidade escolar, não se limitando

apenas às descrições. A preocupação desta abordagem é “tentar dar sentido ou interpretar os fenômenos em termos dos significados que as pessoas trazem para eles” (DENZIN; LINCOLN, 2000, p. 8). Segundo Alves-Mazzotti (1998, p. 131), “a principal característica das pesquisas qualitativas é o fato de que estas seguem a tradição ‘compreensiva’ ou interpretativa”. Assim, o pesquisador, ao utilizar a abordagem qualitativa, pretende compreender de que forma as pessoas, em um contexto particular, pensam e agem. Além disso,

na pesquisa qualitativa a preocupação do pesquisador não é com a representatividade numérica do grupo pesquisado, mas com o aprofundamento da compreensão de um grupo social, de uma organização, de uma instituição, etc. (GOLDENBERG 1999, p. 14).

A abordagem qualitativa em uma pesquisa também “consiste em descrições detalhadas de situações com o objetivo de compreender os indivíduos em seus próprios termos” (GOLDENBERG, 1999, p. 53).

As pesquisas qualitativas possuem algumas características básicas para que o pesquisador atinja seus objetivos, porém elas “por sua diversidade e flexibilidade, não admitem regras precisas, aplicáveis a uma ampla gama de casos”.(ALVES-MAZZOTTI, 1998, p. 147). Nela, os dados coletados são predominantemente descritivos e a preocupação com o processo é muito maior do que a com o produto final.

Neste sentido, uma vez que o objetivo dessa pesquisa é analisar como os alunos utilizam conteúdos matemáticos em um ambiente onde a Modelagem é utilizada como estratégia pedagógica, além de possuir uma pergunta diretriz aberta, característica de

pesquisas com abordagem qualitativa, considero, deste modo, esta metodologia a mais indicada para alcançar a sua realização, levando em consideração as características da abordagem qualitativa citadas anteriormente.

3.2. Coleta de Dados

Os dados que foram utilizados para esta pesquisa já estavam coletados, pois fazem parte do arquivo do GPIMEM. Assim, meu trabalho foi catalogá-los, separá-los por ano e período, colocar as versões preliminares em ordem cronológica e xerocá-los, para que as versões originais pudessem ser preservadas e utilizadas por outras pessoas em outras pesquisas. Posteriormente, iniciei sua análise, através dos procedimentos que serão descritos a seguir.

3.2.1. Análise Documental

A análise documental é bastante utilizada em pesquisas na área de Educação. Em particular, na Educação Matemática, dentre os documentos mais utilizados, podemos destacar, de acordo com Alves-Mazzotti (1998), livros didáticos, registros escolares, trabalhos de alunos, entre outros. Segundo ela,

A análise de documentos pode ser a única fonte de dados – o que costuma ocorrer quando os sujeitos envolvidos na situação não podem mais ser

encontrados – ou pode ser combinada com outras técnicas de coleta, o que ocorre com mais frequência. Nesses casos, ela pode ser utilizada como uma técnica exploratória (indicando aspectos a serem focalizados por outras técnicas, como para a ‘checagem’ ou complementação dos dados obtidos por outras técnicas. (p. 169).

A partir do contexto de estudo, dentro da abordagem qualitativa, trabalhei com a análise de documentos, que, no caso desta pesquisa, são as versões preliminares e final dos trabalhos escritos desenvolvidos pelos alunos, na medida em que um documento é “qualquer registro que possa ser utilizado como fonte de informação” (ALVES-MAZZOTTI, 1998, p. 169). Lüdke e André (1986) também destacam que os documentos são fontes estáveis e ricas, pois podem ser consultados inúmeras vezes, além de servirem de material para diferentes estudos.

Segundo Lincoln e Guba (1995), existem diversas razões para se utilizar documentos como fonte de dados, entre elas a vantagem do baixo custo, assim como uma fonte estável de informações, tanto no sentido de refletirem situações que ocorreram muitas vezes no passado, quanto de poderem ser analisadas e re-analisadas quantas vezes for necessário. Para finalizar, argumentam que os documentos geralmente são uma fonte rica de informações.

Como nesta pesquisa investigo como os alunos utilizam conteúdos matemáticos através de trabalhos desenvolvidos em um ambiente onde a Modelagem foi utilizada como estratégia pedagógica, acredito que a análise documental é um dos principais métodos para alcançar meus objetivos.

3.2.2. Análise de Vídeo

Além da análise dos trabalhos, observei as fitas de vídeo das exposições orais realizadas pelos alunos, com o intuito de complementar os dados. A metodologia de análise a partir de fitas de vídeo possui a vantagem de captar sons e imagens, possibilitando uma análise momento por momento de uma situação. A filmagem supera o limite da observação humana, a qual, muitas vezes, capta apenas parte de uma situação e deixa de perceber detalhes diferentes e simultâneos envolvidos na situação.

De acordo com Loizos (2002), as imagens “com ou sem acompanhamento de som, oferecem um registro, mais poderoso das ações temporais e dos acontecimentos reais – concretos, materiais”.(p. 137), reforçando a idéia da análise momento por momento. Ainda segundo este autor, a câmera não pode mentir, porém, muitas vezes, as imagens captadas dependem da pessoa que a está operando, tornando assim falsa a idéia de que a filmagem capta tudo. Para ele o vídeo é relevante, pois é “um registro de dados sempre que algum conjunto de ações humanas é complexo e difícil de ser descrito compreensivamente por um único observador, enquanto ele se desenrola” (p.149). Ele ainda destaca que pesquisador deve decidir, baseado em seus objetivos e fundamentação teórica, o que será analisado e transcrito de cada filmagem produzida.

Há divergências sobre como trabalhar com um vídeo. Alguns autores reforçam a idéia de que é necessário transcrever toda a filmagem para analisá-lo, e outros argumentam que apenas os “episódios” (VILLARREAL, 1999) considerados relevantes para a pesquisa devem ser transcritos para uma análise posterior. No caso deste estudo,

são transcritos apenas os episódios que considero relevantes para a análise dos dados, onde ocorrem as discussões matemáticas.

A análise dos vídeos foi de extrema importância para a pesquisa, pois, através dela, foi possível analisar as discussões, interpretações e explicações dos alunos durante as exposições orais de seus trabalhos, sanar dúvidas e obter novas informações para a pesquisa. Assim, como na análise documental, a análise das fitas de vídeo permite que os dados sejam vistos quantas vezes forem necessárias, possibilitando que alguns equívocos sejam esclarecidos durante o desenvolvimento da pesquisa.

3.2.3. Observação

A descrição do contexto deste estudo é também baseada na observação que realizei junto à turma da disciplina “Matemática Aplicada”, do período noturno, ao longo do primeiro semestre de 2002. Após algumas leituras sobre a metodologia de pesquisa qualitativa e conversas com o docente das turmas estudadas e orientador deste estudo, conclui que seria relevante observar as aulas para que eu pudesse entender o contexto do meu estudo, além de auxiliar na análise, acompanhar o cotidiano de uma turma.

Acredito que a observação realizada foi importante para que alguns fatos pudessem ser esclarecidos. Por exemplo, pude perceber como ocorre a relação professor-aluno ao longo do desenvolvimento dos trabalhos, como é abordado o enfoque experimental-com- tecnologia adotado pelo docente e como este pode interferir no desenvolvimento dos trabalhos.

Embora tenha observado apenas uma das turmas analisadas, acredito que isso contribuiu para que a discussão dos dados ocorram com maior fidedignidade, já que tanto o docente quanto os enfoques pedagógicos utilizados foram os mesmos durante os dez anos em que foram produzidos os trabalhos estudados nesta pesquisa. Mesmo que o professor seja o mesmo – e que tenha supostamente mudado algumas de suas concepções – e as turmas diferentes, a observação da turma de 2002 foi relevante na medida em que eu pude entender como funcionava o dia-a-dia, como era o ambiente e como os fatos aconteciam dentro do contexto no qual esta pesquisa está inserida.

Segundo Goldenberg (1999), para um pesquisador é mais fácil interpretar significados de determinadas ações de um grupo quando se participa do ambiente onde está sendo desenvolvida a pesquisa, pois o propósito da pesquisa qualitativa é “compreender as significações que os próprios indivíduos põem em prática para construir seu mundo social” (p. 27). No caso desta pesquisa, a observação serviu principalmente para que eu compreendesse o contexto do estudo da mesma.

A decisão sobre o tempo que é utilizado para a observação depende de muitos fatores, entre eles, do tipo de problema que está sendo estudado e do objetivo do estudo em questão. Para o desenvolvimento deste estudo, foram observadas todas as aulas do primeiro semestre letivo.

Acredito que “a observação associada a outras técnicas de coleta, permite um contato pessoal e estreito do pesquisador com o fenômeno pesquisado, o que apresenta uma série de vantagens”.(LÜDKE; ANDRÉ, 1986, p. 26). Diante do contexto desta pesquisa, utilizei a observação do tipo não-estruturada, “na qual os comportamentos a serem observados não são predeterminados” (ALVES-MAZZOTTI, 1998, p.166).

Ainda segundo Lüdke e André (1986), através da observação é possível recorrer aos acontecimentos, conhecimentos e experiências para auxiliar no processo de compreensão do fenômeno estudado, além do contexto do estudo, no caso desta pesquisa.

A observação, de acordo com Lincoln e Guba (1995), permite que o pesquisador amplie o conhecimento que estava subentendido. Para eles, a observação é uma ferramenta poderosa dentro da abordagem qualitativa, principalmente quando aliada a outras técnicas de coleta de dados.

Durante a realização da observação, descrita anteriormente, anotei tudo o que considerava relevante durante as aulas para a pesquisa, tanto em relação à postura e atitudes do professor, mas principalmente às dos alunos.

3.3. Cenário da Pesquisa: um breve histórico

Esta pesquisa tem como cenário a disciplina Matemática Aplicada, ministrada para o curso de Ciências Biológicas da Unesp, Rio Claro. Ela faz parte da grade curricular do curso, e é oferecida no primeiro semestre do primeiro ano, com um total de 60 horas/aula (durante 15 semanas), sendo 4 horas semanais, ministradas normalmente em período único.

A ementa do curso prevê o ensino de funções, Cálculo Diferencial e Integral Aplicado à Biologia (limites, derivadas e noções de integração) e Modelagem Matemática. O objetivo do curso é “introduzir as noções básicas para o Cálculo Diferencial e Integral e sua aplicação em Ciências Biológicas. Incentivar o desenvolvimento do raciocínio lógico e da intuição geométrica. Incentivar o uso de computadores e periféricos na resolução de

problemas” (Programa de Ensino de Disciplina, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2003). Quanto à metodologia de ensino, o professor propõe “aulas expositivas, trabalhos em grupo, modelagem enquanto pedagogia. Ênfase nas idéias e conceitos e não na sintaxe matemática. Ênfase em uso de informática na resolução de problemas”. (Programa de Ensino de Disciplina, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2003).

A disciplina teve o mesmo docente¹³ responsável durante dez anos - 1993 a 2002 - e, no período em que o professor esteve à frente dela, trabalhou com catorze turmas¹⁴, sendo que as do diurno possuíam aproximadamente quarenta e cinco alunos cada e as do noturno, vinte e cinco cada.

Em 1993, a Modelagem foi introduzida como uma estratégia pedagógica, fazendo parte de 20% do curso e, conseqüentemente, das notas dos alunos. “Os outros 80% da nota era referente às avaliações de aulas dadas, utilizando-se de livro didático e trabalhos individuais e em grupos, os quais abordavam funções e noções de derivadas e integrais” (BORBA; MENEGUETTI; HERMINI; 1999a, p.77). Já em 1994, “a modelagem era combinada com uma ‘nova ferramenta’: a calculadora gráfica, que era utilizada como um veículo para experimentação de estudos” (p.77). A partir desse ano, “a modelagem e os experimentos com calculadoras gráficas foram trabalhados concomitantemente. Nos trabalhos dos grupos de modelagem, os alunos selecionavam os temas a serem investigados e matematizados, mas não era requerido o uso da calculadora gráfica” (p.77).

A partir de 1995, parte das aulas onde os alunos desenvolviam atividades com calculadoras gráficas passaram a ser filmadas, assim como a apresentação oral de todos os trabalhos de Modelagem. Deste ano em diante, a nota dos estudantes era dividida da

¹³ Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba, Departamento de Matemática, IGCE, Unesp, Rio Claro.

¹⁴ A partir de 1998, a UNESP, Rio Claro, passou a oferecer também o curso de Ciências Biológicas noturno e o docente ministrou a disciplina citada a partir de 1999 para o curso noturno e não ministrou em 2002 para o diurno.

seguinte maneira: 70% correspondia à média aritmética de duas provas escritas, além dos relatórios provenientes das atividades investigativas desenvolvidas em sala de aula, e os 30% restantes resultavam em uma nota que englobava a apresentação oral do trabalho de Modelagem e sua versão final escrita, além de outras variáveis que serão descritas posteriormente. A análise de versões preliminares permitia ao professor avaliar se houve progresso no desenvolvimento do trabalho, ao longo do semestre, por parte dos grupos, colaborando para a nota final do trabalho escrito.

Durante o curso também ocorrem aulas expositivas, onde o professor explica os conceitos previstos na ementa da disciplina, propõe e resolve exercícios¹⁵, sempre questionando os alunos durante as resoluções para que eles justifiquem suas respostas verbalmente. Em diversos momentos as explicações são relacionadas com as atividades experimental-com-tecnologia e também com os trabalhos de Modelagem.

A partir de 2001, o docente incorporou a utilização de calculadoras gráficas em algumas das provas escritas, propondo questões de caráter mais investigativo, onde esta tecnologia se torna importante para o desenvolvimento das mesmas.

¹⁵ Em sua grande maioria retirada do livro didático adotado pelo docente. No caso da turma de 2002, foi utilizado o livro “Cálculo – um curso moderno e suas aplicações”, Hoffmann, L. D.; Bradley, G. L., 6ª Edição, LTC, 1999.

3.3.1 Os Enfoques Pedagógicos utilizados pelo professor

3.3.1.1. Experimental-com-Tecnologias

Podemos caracterizar um dos enfoques pedagógicos utilizado pelo professor como experimental-com-tecnologias, “baseado no desenvolvimento de conceitos matemáticos centrais ao curso – funções, derivada, integrais - a partir da ‘experimentação’ com a calculadora por parte dos alunos” (BORBA; MENEGHETTI; HERMINI, 1999a, p. 76). Embora na citação anterior os autores salientaram o uso de calculadoras gráfica, diferentes Tecnologias da Informação e da Comunicação (TIC) como CBR¹⁶, softwares gráficos, planilhas eletrônicas e internet são utilizadas na disciplina. Os alunos trabalham em duplas ou trios com problemas abertos – caracterizados como de investigação - e elaboram relatórios dos mesmos durante as aulas. Esse enfoque pedagógico é denominado pelo docente como experimental-com-tecnologias, e é utilizado para o ensino de funções, limites, derivadas e noções de integração. Como já foi descrito, as atividades propostas são de caráter investigativo, onde os alunos devem refletir, discutir e pesquisar para resolvê-las.

Como ilustração, passo a descrever uma atividade¹⁷ que foi proposta em sala de aula: “Suponha que as teclas x^2 [*eleva o número digitado ao quadrado*] e $^{\wedge}$ [*tecla responsável em elevar um número a qualquer potência, por exemplo, se quiser elevar o número 2 a 3ª potência, basta digitar 2 $^{\wedge}$ 3*] estão quebradas na sua calculadora. É possível traçar o gráfico da função $f(x) = x^2$ utilizando apenas retas?”. A partir deste enunciado, os alunos começam a trabalhar com a calculadora gráfica, levantando questões e discutindo-as

¹⁶ Caculator Based Ranger, detector sônico de movimentos da Texas Instruments.

¹⁷ Neste caso, a atividade era desenvolvida com calculadoras gráficas TI-83, da Texas Instruments.

entre eles. O professor, durante todo o processo, elabora perguntas ou faz encaminhamentos - quando julga relevante - possibilitando que os alunos, com o auxílio desta tecnologia e da socialização das idéias compartilhadas em sala de aula, aliadas a experimentação e a intervenção docente, sejam introduzidos ao conceito inicial de derivada, a partir da idéia de reta secante vai se “transformando” na reta tangente a um ponto. O objetivo desta atividade é introduzir o conceito de derivada a partir de retas tangentes – interpretação geométrica do conceito de derivada. Maiores detalhes sobre esta e outras atividades similares podem ser encontradas em Borba e Villarreal (1998) e em Borba (2003).

Além disso, as calculadoras gráficas podem ser emprestadas para os estudantes que as desejam, por um período pré-determinado em acordo com o professor, para que eles possam explorar mais as atividades de experimentação fora da sala de aula. Embora este fato não seja importante para o meu estudo, acredito ser de extrema importância destacá-lo, para que o leitor possa ter uma descrição próxima da realidade do contexto em que esta pesquisa se insere.

3.3.1.2. Trabalhos de Modelagem

Além do enfoque experimental-com-tecnologias e de aulas usuais utilizando o quadro negro, o professor utiliza a Modelagem como uma outra estratégia pedagógica e, para que isso seja possível, no início de cada semestre, ele propõe que os estudantes, em grupos de até 6 pessoas, escolham um tema qualquer de interesse deles. A partir desse, devem desenvolver, ao longo de todo o semestre, um trabalho, pesquisando sobre o assunto escolhido, tentando relacionar conceitos matemáticos com o mesmo. O professor enfatiza,

logo ao fazer a proposta inicial do trabalho, que os alunos não devem se preocupar com a Matemática para a escolha do tema, pois o papel dele é auxiliá-los a realizar conexões entre o tema escolhido e conteúdos matemáticos. Ele “auxilia os grupos na transformação de um tema amplo em uma questão mais restrita a ser investigada e os auxilia na matematização do mesmo quando esta se mostra apropriada. Quando a matematização não se mostra adequada é discutido o porquê de tal fato” (BORBA; MENEGHETTI; HERMINI, 1999b, p.99). Algumas versões preliminares dos trabalhos escritos são entregues para o professor, para que ele possa elaborar questões, fazer sugestões e críticas, com o objetivo de contribuir com os estudantes no desenvolvimento dos mesmos, questionando, exemplificando ou sugerindo como determinados conceitos matemáticos podem ser relacionados com o tema pesquisado. O professor participa como orientador de todos os trabalhos, buscando assim auxiliar os estudantes.

A única restrição feita pelo docente com relação ao tema é que, se já existir algum trabalho com o mesmo tema (ou semelhante), desenvolvido por outro(s) grupo(s) em uma turma anterior, este(s) devem ser analisado(s) para que o grupo em questão desenvolva um trabalho diferenciado do(s) já existente(s). O objetivo do professor, com a atitude citada anteriormente, é evitar trabalhos “repetidos” e ensinar os alunos a lidarem com referências próximas a um tema ou questão.

No final do semestre os grupos realizam uma apresentação oral para os seus colegas e para o professor. Cada grupo tem uma hora para expor seu trabalho, sendo vinte minutos destinados à apresentação do trabalho pelo grupo e o restante do tempo destinado a comentários, perguntas e sugestões da platéia, que é constituída pelo professor, os alunos da turma, além de, eventualmente, alunos de outros semestres do curso de Biologia,

convidados do professor - alunos de Iniciação Científica do curso de Licenciatura em Matemática, Mestrado ou Doutorado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, UNESP, Rio Claro.

A versão final do trabalho escrito é entregue em uma data pré-determinada pelo professor no início do semestre, sempre após a apresentação oral, para que as sugestões, discussões e críticas, que possivelmente surjam durante a exposição possam ser incorporadas ao trabalho final.

Os alunos podem utilizar os recursos tecnológicos disponíveis (calculadoras gráficas, computadores, entre outros) para o desenvolvimento do trabalho de Modelagem, quando considerarem necessário.

3.3.2.1.1. Avaliação dos Trabalhos de Modelagem

Como descrito anteriormente, o trabalho de Modelagem corresponde a 30% da nota final dos alunos desde 1995. Para isso, o docente possui alguns critérios de avaliação, que resultam na nota final dos mesmos. Esses critérios serão descritos a seguir, sem ordem de prioridade, segundo relato do próprio docente.

Para sua avaliação, o professor tenta identificar se os alunos relacionaram a Matemática estudada fora do curso e também os conceitos matemáticos desenvolvidos durante a disciplina na elaboração do trabalho, ressaltando que este critério é válido quando os conceitos matemáticos são pertinentes para o estudo do tema escolhido. Nenhum grupo tem sua nota prejudicada por não utilizar conteúdos matemáticos no desenvolvimento de

seus trabalhos se houver acordo com o docente que a introdução e/ou utilização de uma dada ferramenta matemática não é adequada para o estudo de determinado problema

As versões preliminares entregues ao professor durante o semestre são muito importantes para sua avaliação, pois, a partir delas, ele pode perceber a evolução do trabalho do grupo, se as sugestões e críticas feitas em versões anteriores foram incorporadas à nova versão, mostrando com isso uma evolução no desenvolvimento do trabalho.

A coesão entre os integrantes do grupo é outro fator de grande importância para o docente. Esta é identificada através de perguntas realizadas tanto durante as “sessões de orientação” extra sala de aula, quanto durante a apresentação oral do trabalho. A idéia aqui, segundo Borba, é dar uma nota que valorize o coletivo em detrimento do individual, que já é contemplado nas provas escritas.

A versão final do trabalho escrito e a apresentação oral também são avaliadas separadamente pelo professor. Os grupos possuem 20 minutos para apresentarem seus trabalhos, e o fator tempo da apresentação também é avaliado pelo docente, embora de forma não prioritária.

Segundo ele, já existiram casos onde estudantes de um mesmo grupo receberam notas distintas por causa da falta de coesão, identificada através de perguntas feitas durante a apresentação oral e, também ocorreu um caso onde o aluno disse ao professor que merecia uma nota menor que a dos colegas, pois ele acreditava não ter trabalhado tanto quanto os outros e não queria prejudicar seu grupo. Porém, de maneira geral, a nota é coletiva.

Assim, o professor atribui uma nota de 0 a 3 baseados nos critérios descritos anteriormente, obtendo com isso a nota final do trabalho desenvolvido.

3.4. Procedimentos para a Análise de Dados

Nesta pesquisa são utilizados alguns dos procedimentos comuns ao se realizar pesquisas com a abordagem qualitativa, como os citados ao longo deste Capítulo, pois, segundo Goldenberg (1999), o tema, o pesquisador e os sujeitos da pesquisa interferem e variam de um estudo para outro. A autora ainda ressalta que o bom pesquisador é aquele que utiliza todos os recursos disponíveis para que estes possam auxiliar na compreensão do problema estudado.

Através da combinação da análise documental, das fitas de vídeo e da observação, realizei a *triangulação* dos dados que, para Denzin e Lincoln (2000) não é uma ferramenta ou estratégia de validação, mas uma alternativa para ela, e acrescentam que a combinação de vários procedimentos metodológicos proporcionam um melhor entendimento e análise dos dados, com o objetivo de “abranger a máxima amplitude na descrição, explicação e compreensão do objeto de estudo” (GOLDENBERG, 1999, p. 63). Segundo Lincoln e Guba (1985), a *triangulação* por diferentes métodos é uma das técnicas para melhorar a probabilidade e a interpretação dos dados, gerando maior credibilidade no momento da análise dos mesmos. Além disso, a *triangulação* auxilia a interpretação dos dados, conferindo-lhes maior confiabilidade.

Com a *triangulação* dos dados, através dos procedimentos metodológicos utilizados, acredito ter garantido uma maior fidedignidade aos resultados apresentados e analisados nesta pesquisa.

3.5. Seleção dos trabalhos para a Análise

As pesquisas qualitativas têm como característica gerar uma grande quantidade de dados, segundo Alves-Mazzotti (1998), os quais “precisam ser organizados e compreendidos. Isto se faz através de um processo continuado em que se procura identificar padrões, tendências, relações, desvendando-lhes o significado” (p. 170).

Para iniciar a pesquisa, li a versão final de todos os trabalhos. Assim, tendo em mente que o tempo que possuía para a análise de todos os trabalhos era inviável, passei a estabelecer critérios para selecioná-los. Um primeiro critério estabelecido foi à nota atribuída ao grupo de alunos pelo desenvolvimento do mesmo. Como eles eram avaliados de 0 a 3, estariam eliminados os trabalhos com nota menor ou igual a 2,1, pois estes possuíam dados insuficientes para a pesquisa em questão, fato constatado após a primeira leitura das versões finais escritas.

Mesmo com este critério, o número de trabalhos restantes ainda era muito grande. Então, o segundo critério estabelecido foi “olhar” todos os trabalhos de cada turma e selecionar os que possuíam algumas características que convergiam para a análise que pretendia fazer no desenvolvimento da pesquisa, já que nem todos os trabalhos possuíam dados e discussões Matemáticas. Outro ponto importante durante a seleção dos trabalhos foi considerar aspectos comuns para que o maior leque de variações estivesse presente na amostra apresentada ao leitor.

O procedimento utilizado para selecionar os trabalhos – segundo o critério descrito acima - foi, inicialmente, ler as versões preliminares na ordem cronológica. Posteriormente, li o trabalho final e em seguida, assisti a apresentação oral, tentando encontrar fatos que

pudessem ser discutidos dentro da proposta estabelecida nesta pesquisa. Esses procedimentos ocorreram mais de uma vez em cada trabalho, para que eu pudesse identificar os dados que possuía com os objetivos do estudo. A partir de uma análise parcial, pude constatar que alguns temas comuns emergiram dos trabalhos. De acordo com Goldenberg (1999),

a totalidade de qualquer objeto de estudo é uma construção do pesquisador, definida em termos do que lhe parece mais útil para responder ao seu problema de pesquisa. É irreal supor que se pode ver, descrever e descobrir a relevância teórica de tudo. Na verdade, o pesquisador acaba se concentrando em alguns problemas específicos que lhe parecem de maior importância (p. 45).

Meu objetivo era analisar todos os trabalhos de todas as turmas¹⁸, como já citei anteriormente, mas como não dispunha de tempo para isso e a opção de olhar para todas as turmas era definitiva foi essencial o estabelecimento dos critérios descritos anteriormente.

No próximo Capítulo apresento um resumo dos trabalhos selecionados segundo os critérios descritos anteriormente. Ao fazer esse “resumo” na verdade já existem escolhas e, portanto, a análise inicial começa quando os dados são apresentados. Após o resumo, serão apresentados os principais passos realizados pelos alunos ao longo do desenvolvimento do trabalho e como esses foram tratados durante de sua elaboração, com base nas versões escritas preliminares, final e da apresentação oral do grupo. Na seqüência de cada trabalho será apresentada uma discussão, baseada na literatura utilizada nesta dissertação.

¹⁸ A relação de todos os trabalhos, com título e ano de produção estão no Anexo I.

Capítulo IV

A Matemática nos Trabalhos de Modelagem

O objetivo deste Capítulo é apresentar alguns dos trabalhos de Modelagem desenvolvidos pelos estudantes ao longo da disciplina Matemática Aplicada, ministrada no curso de Ciências Biológicas, Unesp, Rio Claro, no período de 1993 até 2002, enfatizando quais e como conteúdos matemáticos emergiram nos mesmos, além das discussões proporcionadas pela Matemática que surgiram no desenvolvimento e apresentação dos trabalhos. Posteriormente, será realizada uma discussão sobre cada um deles, de acordo com os objetivos desta pesquisa, que são investigar como os alunos estão utilizando conteúdos matemáticos ao desenvolverem seus trabalhos em uma disciplina de Matemática, em um ambiente onde a Modelagem é utilizada como estratégia pedagógica e quais as contribuições deste fato na discussão e interpretação dos trabalhos e da questão norteadora

da mesma, que é como os alunos estão utilizando conteúdos matemáticos em um ambiente onde a modelagem é uma das estratégias pedagógicas.

Para isso, será feita uma síntese de cada um dos trabalhos selecionados, para que o leitor possa compreender os objetivos dos alunos ao longo do desenvolvimento dos mesmos. Ao longo do resumo, serão apresentados os principais passos dados pelos alunos durante o desenvolvimento do trabalho, com base nas versões escritas preliminares, final e da apresentação oral do grupo. Na seqüência de cada trabalho será apresentada uma discussão, baseada na literatura utilizada nesta dissertação e nos objetivos das mesmas.

Frases retiradas tanto da versão final do trabalho quanto transcritas da apresentação oral serão destacadas como citações, com objetivo de manter a maior fidedignidade possível dos dados aqui apresentados.

4.1. Superpopulação

Turma: 1993;

Número de Participantes: quatro alunos;

Este trabalho se diferencia da maioria analisada, pois está datilografado, contém gráficos desenhados à mão livre, possui uma única versão escrita e sua apresentação oral não foi filmada, como ocorreu com a imensa maioria dos trabalhos. Segundo os estudantes, ele teve como objetivo “mostrar os fatores que podem levar a um aumento populacional

(superpopulação), mostrar as conseqüências da superpopulação e quais os fatores que podem conter esse aumento populacional”.

No início, os alunos começaram a fazer uma descrição histórica sobre a população mundial, narrando que “a humanidade gastou muitos anos para atingir o seu primeiro bilhão de habitantes, fato que ocorreu por volta do ano de 1800”. Dando continuidade ao trabalho, eles informaram quantos anos foram necessários para que a população duplicasse, depois o tempo (em anos) para que a população triplicasse, e, afirmaram que “na década de 90 eram necessários apenas 11 anos para se ‘produzir’ 1 bilhão de habitantes” e justificaram que a população mundial começou a crescer “mais rapidamente” após a 2ª Guerra Mundial, quando novas tecnologias nas áreas de medicina, agricultura, comunicação, entre outras, começaram a ser desenvolvidas com maior intensidade.

A partir dos dados descritos anteriormente foi apresentado o gráfico a seguir.

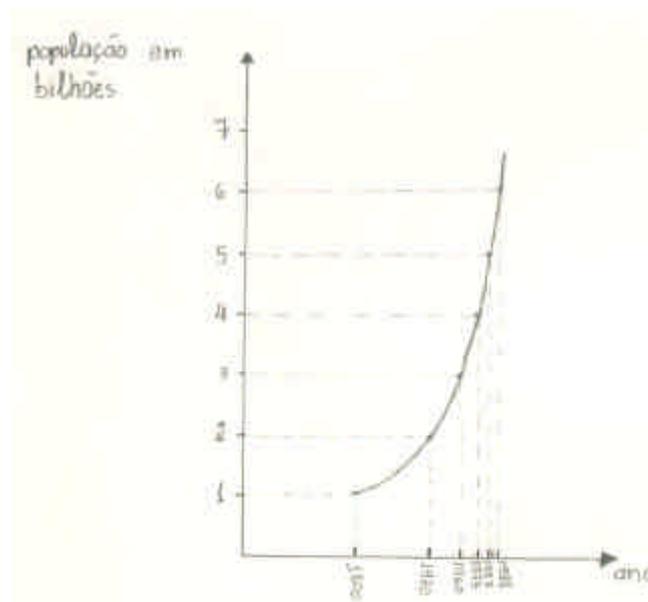


Gráfico 1

Em seguida, os alunos apontaram algumas das conseqüências da superpopulação para a saúde da população mundial, devido ao grande número de pessoas vivendo em cidades sem saneamento básico. Entre as constatações para o aumento da população no mundo, os alunos escreveram que “a cada 5 dias nasce aproximadamente 1 milhão de pessoas. A Terra que hoje abriga 5 bilhões de pessoas, deverá suportar outro bilhão na virada do ano 2000. Cerca de 90% desse crescimento se concentrará nos países de 3º Mundo”. Os alunos ilustraram o crescimento da população mundial com o gráfico a seguir:

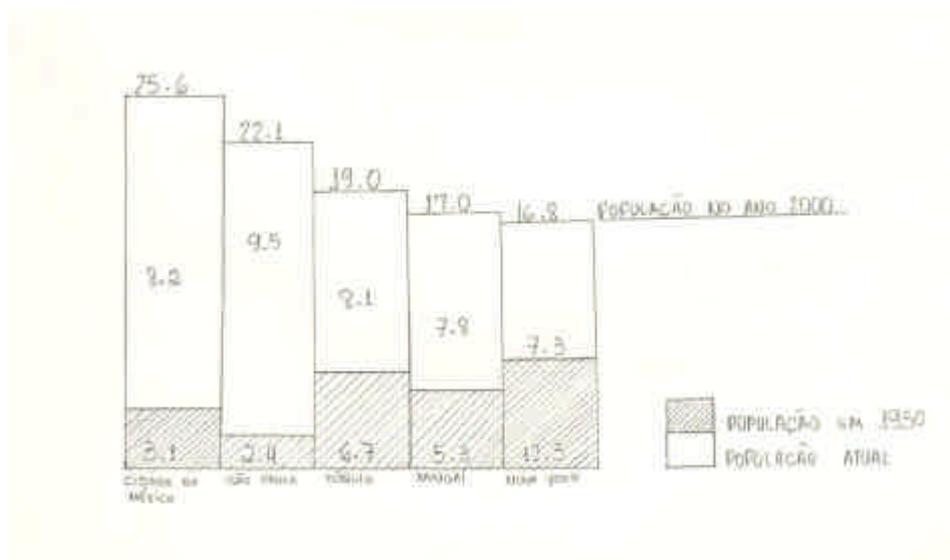


Gráfico 2

Após a afirmação e o gráfico anteriores, os estudantes escreveram sobre o problema mundial da fome, afirmando que “ao contrário da população, a quantidade total de alimentos dificilmente aumentará” e citaram problemas de países como a África, “onde o

fracasso das colheitas, entre outras coisas, já levou a morte mais de 5 milhões de crianças”. Também enfatizaram que “populações famintas se tornarão mais vulneráveis às doenças epidêmicas, e estas doenças poderão contribuir para aumentar a taxa de mortalidade”.

Entre os problemas sociais dos países subdesenvolvidos, os alunos apontaram para a questão da AIDS. Segundo eles:

Outro fator que também tem contribuído, nos últimos tempos, para conter o crescimento populacional (elevando a taxa de mortalidade) é a AIDS ou SIDA (Síndrome da Imunodeficiência Adquirida), que se caracteriza por uma deficiência inexplicável da imunidade celular e essa deficiência torna o portador vulnerável a diversas infecções oportunistas que poderão levá-lo à morte justamente pelo seu organismo não ter condições de combater essas infecções.

Em seguida eles descreveram algumas formas de transmissão da doença, fizeram uma comparação dos grupos de risco existentes no Brasil e nos Estados Unidos – apresentada em forma de porcentagens - e informaram algumas estimativas de vítimas da AIDS por ano até o final do século 20. Ainda segundo eles, “a Aids poderá afetar os números da população mundial, pois devido à mortalidade causada por ela, o número de crianças crescerá menos e o número de mortes aumentará também”.

Para finalizar o trabalho, os alunos descreveram que algumas doenças julgadas erradicadas para sempre ainda existiam no Brasil e em países subdesenvolvidos, mostrando que “há uma associação inversa entre capacidade econômica e doença. Os grupos sociais privilegiados são poucos, sujeitos a certos tipos de doenças cuja incidência é espantosamente elevada em grupos economicamente desprivilegiado (sic)”, como a desnutrição, parasitoses intestinais, dengue, malária, cólera, entre outras e concluíram o

trabalho relacionando as doenças, a fome e a diminuição do crescimento populacional, afirmando que “o importante não é exterminar parte da população mas sim melhorar as suas condições de vida em geral, para que ela mesma possa controlar o seu crescimento, sabendo, é claro, que a superpopulação será prejudicial no futuro”.

4.1.1. Discussão

O desenvolvimento do trabalho apresentado anteriormente possui algumas características particulares que, embora não sejam o foco central desta pesquisa, merecem destaque. A primeira delas é a escolha de um tema socialmente relevante, como a relação entre grupos econômicos e doenças contagiosas. A ausência das Tecnologias da Informação e Comunicação em seu desenvolvimento, pois poucos eram os computadores existentes naquela época e a Internet ainda não estava difundida no Brasil. A biblioteca da universidade possuía um acervo menor, talvez pelo fato do espaço físico também ser reduzido naquela época. Assim, é possível supor que a quantidade de dados que os alunos coletaram para o desenvolvimento do estudo foi restrita, já que na referência bibliográfica do trabalho existiam apenas três revistas nacionais (semanais) e um livro.

Percebe-se, ao longo do trabalho, que as informações obtidas pelo grupo são diretas, ou seja, eles apenas reproduziram os dados encontrados na literatura. Não houve nenhum tipo de investigação no sentido da experimentação utilizada pelo professor em sala de aula, como foi descrito nesta pesquisa. Isso se deve, possivelmente, ao fato que o professor não possuía recursos tecnológicos para explorar e incentivar esse tipo de atitude – crítica e

reflexiva – pois era o primeiro ano que o docente trabalhava com Modelagem nos moldes já descritos no cenário deste estudo.

Além disso, os conteúdos matemáticos foram explorados de acordo com os recursos disponíveis na época, se fizermos uma comparação com as possibilidades existentes hoje.

Ao analisar o trabalho, acredito que os estudantes realizaram algumas pesquisas, baseados em possíveis orientações e encaminhamentos do docente, para chegarem a conclusão que a curva esboçada por eles representava o crescimento populacional (Gráfico 1), considerando que o livro texto adotado pelo professor possuía uma sessão sobre fenômenos de crescimento populacionais.

Um outro ponto a ser destacado neste trabalho são as questões sociais pesquisadas pelos alunos para “justificar” o crescimento ou decréscimo da população mundial. Fatores como a 2ª Guerra Mundial, doenças e fome foram ressaltados pelos estudantes com o objetivo de contextualizar e interpretar os dados numéricos obtidos, mostrando que a pesquisa histórica realizada foi imprescindível para a análise desenvolvida pelos estudantes, caracterizando um aspecto interdisciplinar do trabalho.

Segundo Skovsmose (2001) os problemas estudados devem ser relevantes para os alunos, dentro de seus interesses, além de possuírem uma relação próxima "com problemas sociais objetivamente existentes" (p.20). No caso deste trabalho, isto ocorre a partir do momento em que os alunos se preocupam com a questão do aumento da população, além de enfatizarem os fatores sociais que podem contribuir ou não para um controle populacional, objetivando sempre a qualidade de vida. Como nesta pesquisa um dos focos abordados é a interdisciplinaridade, utilizando para isso a Modelagem como estratégia pedagógica no ensino da Matemática, enxergo os dados analisados inseridos no conceito de Educação

Matemática Crítica, pois a criticidade dos alunos ao desenvolverem o tema os fez refletir sobre aspectos do meio social em que vivem.

Particularmente, a Educação Matemática proporciona discussões sobre o papel da Matemática na sociedade em que ela atua, pois a Matemática tornou-se parte da nossa cultura. Sendo assim, ela deve ser entendida “como um movimento dentro da educação matemática e em interlocução com ela” (BARBOSA, 2002, p.22), e também como uma preocupação com os aspectos políticos da Educação Matemática.

A Matemática possui um campo vasto de aplicações, porém, as aplicações reais não são enfatizadas no ensino tradicional, mesmo sendo muitas e importantes. Além disso, a Matemática possui “implicações importantes para o desenvolvimento da sociedade – embora essas implicações sejam difíceis de identificar” (SKOVSMOSE, 2001, P. 40). A proposta da Educação Matemática Crítica é preparar o aluno para que ele possa viver e compreender seu cotidiano. As pessoas devem ser capazes de entender as funções de aplicação da matemática, e, para que isso ocorra, é necessária uma interseção entre as idéias da Educação Matemática e da Educação Crítica.

Neste trabalho, isso ocorre a partir do momento que estudantes de Biologia tentam relacionar conteúdos matemáticos com questões oriundas de seus interesses, tornando evidentes as aplicações da Matemática em seus trabalhos e nos contextos biológicos e sociais.

Para que a Matemática se torne “real”, é preciso que os problemas trabalhados façam parte da sociedade em que vivem os estudantes. Através da Matemática os alunos podem entender, descobrir ou encontrar explicações para fatos da realidade em que vivem.

Neste trabalho, os estudantes relacionaram dados encontrados na literatura com conteúdos matemáticos como funções, além do cálculo de porcentagem, entre outros.

Porém, quando olho para a pergunta diretriz desta pesquisa, vejo que os estudantes conseguiram, através da Modelagem, utilizar conteúdos matemáticos como os já citados para interpretar os dados obtidos na literatura, além da possibilidade de elaborar conjecturas, criando hipóteses.

4.2. Biorritmo e Cronobiologia

Turma: 1995;

Número de Participantes: quatro alunos;

No início do trabalho, o grupo descreve um mito sobre a Deusa Atenas e associa seu nascimento com a evolução da Ciência e, conseqüentemente, sua relação com a cronobiologia, que para eles “pode ser entendida como o estudo sistemático da organização temporal da matéria viva”. Segundo os alunos,

até pouco tempo a Biologia buscava seus modelos e explicações através da descrição espacial de estruturas de organismos, sistemas, células ou parte das células. O tempo nesses modelos representava nada mais do que um cenário no qual as estruturas funcionam e eventualmente se transformam. A cronobiologia pretende entender o tempo não mais como um cenário, mas sim como personagem, ou seja, como elemento organizador da matéria viva.

Em seguida, eles reforçam a idéia da importância do tempo na evolução dos seres vivos e escrevem sobre a história da cronobiologia.

O grupo descreve a diferença entre biorritmo, que é uma divulgação de aplicação da cronobiologia e ritmos biológicos, que “propõe a predição das condições físicas e psicológicas dos indivíduos a partir do nascimento deles”.

Os alunos destacaram que o biorritmo é uma visão comercial e não deve ser confundida com a cronobiologia, “pois o biorritmo foi criado a partir de apenas alguns conceitos e ideologias da cronobiologia, enfatizando o resultado lucrativo”. Segundo eles, a teoria dos biorritmos “sustenta a existência de três ciclos com períodos fixos, que tem a origem no momento do nascimento e que se repete ao longo da vida do indivíduo”.

Segundo eles, o biorritmo é um procedimento que efetua cálculos utilizando a data de nascimento do indivíduo, calculando os ciclos físicos, intelectuais e emocionais do mesmo, “sem qualquer preocupação com fatores externos como tempo, influência de rotina, comportamento humano ou qualquer tipo de observação mais aprofundada e pessoal. Já a cronobiologia faz este estudo mais aprofundado,

analisando grupos em treinamento (diurno e noturno), flutuações do desempenho humano em determinadas tarefas, procurando entender ações motoras, produtividade, fadiga, sono, etc., se preocupando com o aspecto menos individual, mas sim a análise comportamental em geral e assim determinando as fases boas e ruins nos ciclos intelectuais, físicos, emocionais de acordo com o resultado observado depois de vários experimentos.

Algumas contradições na teoria do biorritmo são apontadas pelo grupo, como o significado das curvas, a origem do biorritmo e a interpretação das curvas. Segundo os alunos,

trabalhos recentes demonstram a total falta de coerência entre os prognósticos e os resultados da aplicação da doutrina do biorritmo. Apesar de todas essas incongruências, os biorritmos tendem a assumir um papel semelhante ao do horóscopo sobre o comportamento social.

A cronobiologia tem como objetivo “colaborar na compreensão da atividade humana elucidando para o papel dos relógios biológicos sem com isso pretender reduzir o conjunto do fenômeno do desempenho humano a uma questão que ajuste ou desajuste da organização temporal do organismo”.

Em seguida, os estudantes falam sobre os experimentos realizados através da cronobiologia, destacando que os resultados impedem uma observação individual, sendo apenas realizado em grupos e uma pessoa só pode ser analisada uma vez.

Para ilustrar o trabalho, os alunos anexaram um gráfico (Figura 1) (possivelmente retirado de um livro) e fizeram alguns comentários.

A cronobiologia estuda tarefas com componentes motores como apertar parafusos, testes de tiro ao alvo, força física, detecção de sinal, cálculo, cancelamento de letras, separação de cartas de baralho, escolha em série, memorização de números. Porém, de onde foram tirados os dados, não há nenhuma especificação do método de análise desse estudo; apenas sabe-se que no treinamento dessas atividades é eliminado a influência da novidade e da fadiga.

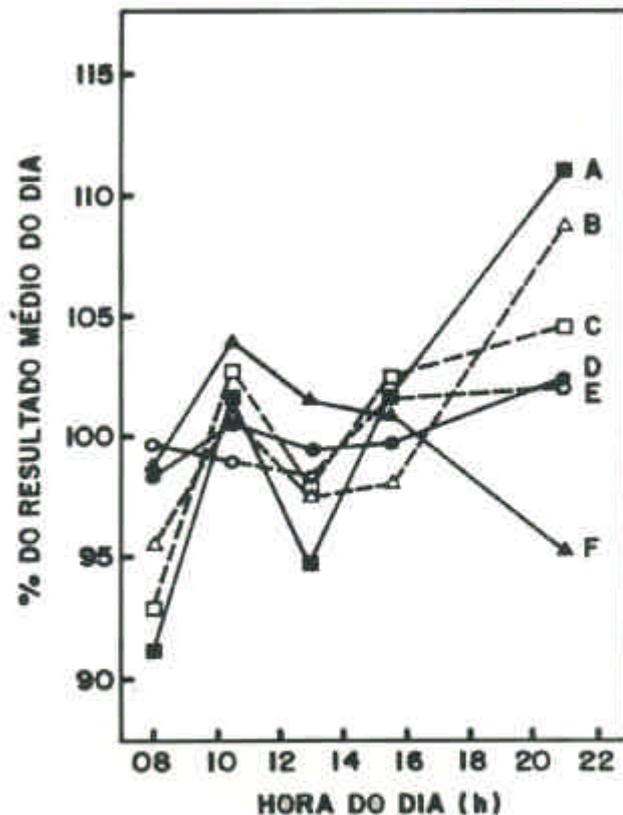


FIGURA 7.1 — Variações do desempenho ao longo da vigília. (A) eficiência na detecção de sinal; (B) cálculo; (C) cancelamento de letras; (D) separação de cartas de baralho; (E) reação de escolha em sêtic; (F) memorização de séries de números. (Adaptado de BLAKE (1967b)).

Figura 1

Em seguida, eles destacaram as diferenças nos testes biorrítmicos de acordo com o sexo do indivíduo, além de realçarem algumas particularidades dos ritmos biológicos nas crianças, que estabilizam seus ciclos a partir dos 7 anos de idade.

Após todas as informações históricas e biológicas sobre biorritmo, os alunos realizaram uma simulação, segundo eles sugerida pelo professor, para investigar as curvas referentes aos ciclos durante 50 dias de vida de uma pessoa. Os dados foram colocados em

tabelas e os gráficos 3, 4 e 5 a seguir foram esboçados. Os gráficos possuem uma escala de 0 até 1000 no eixo x (tempo) e de -100 até 100 no eixo y (porcentagem). Os pontos em cada um dos gráficos correspondem aos dias. No caso do Ciclo Emocional, 28 dias; Ciclo Intelectual, 33 dias e Ciclo físico, 23 dias.

Os alunos explicaram que a escala para qualquer um dos três ciclos é padrão, e apresentaram a maneira de calcular o biorritmo de uma pessoa.

Como calcular o Biorritmo

- número total de dias vividos, desde o nascimento até o dia atual
- anos vividos X 365,25 + dias
- dividindo o resultado obtido pelos respectivos ciclos:
 1. Ciclo Físico = 23 dias
 2. Ciclo Emocional = 28 dias
 3. Ciclo Intelectual = 33 dias
- Do resultado obtido, pega-se as três primeiras casas numéricas depois da vírgula e coloca-se no gráfico.

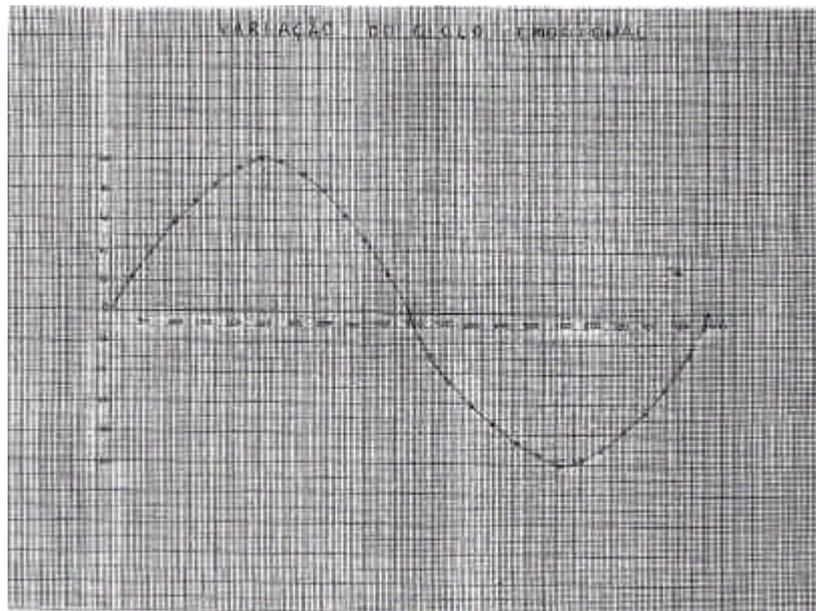


Gráfico 3

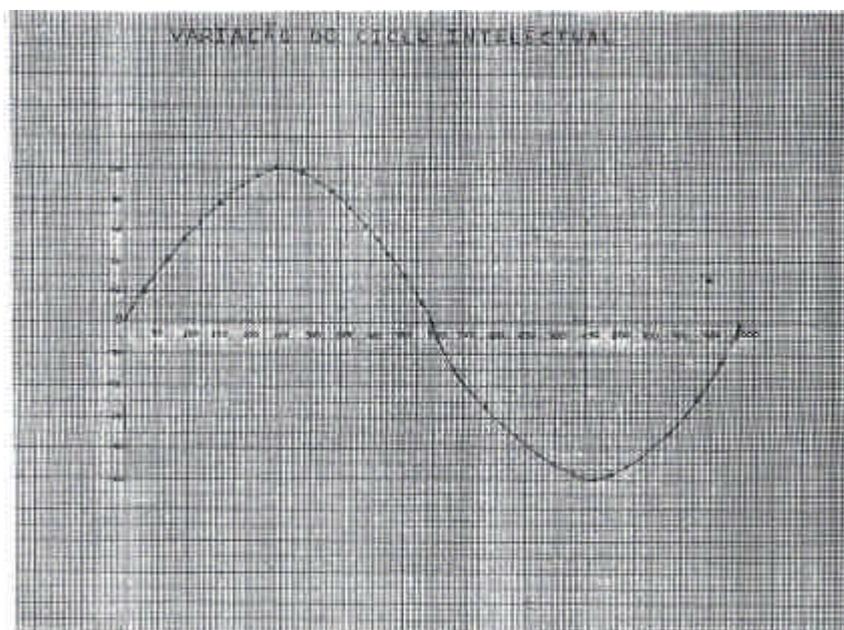


Gráfico 4

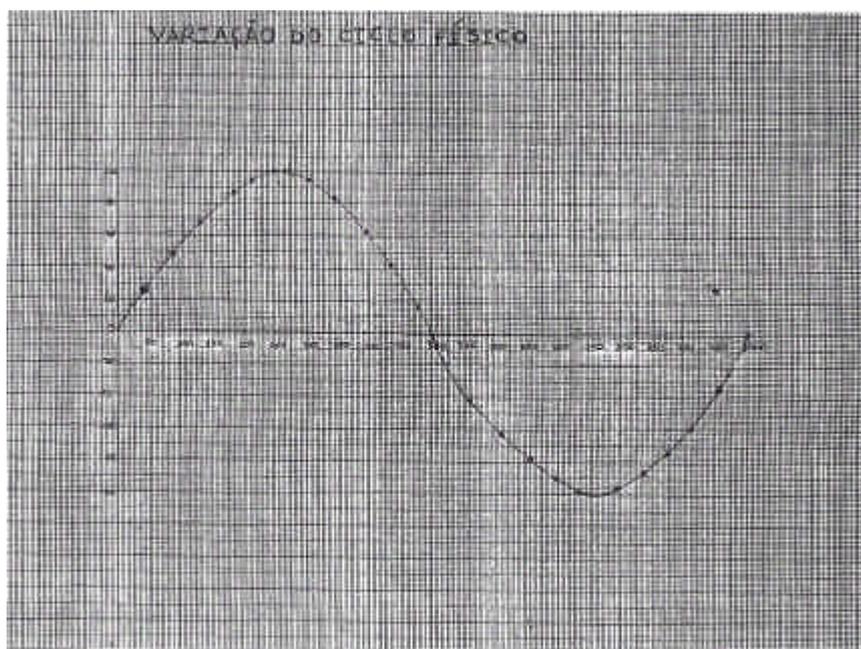


Gráfico 5

Durante a apresentação do trabalho foi realizada uma explicação, baseada na interpretação do Gráfico do Ciclo Físico:

A gente achava que o cem aqui [apontando para o ponto máximo do gráfico que corresponde a 100%] seria o máximo que você estaria melhor e o menos cem [apontando para o ponto de mínimo da curva] onde estaria pior, mas não é bem assim. O pior mesmo, porque quando você fala menos cem, você está tendendo a crescer [faz o movimento acompanhando a curva com uma caneta] entendeu? Então, o -100 é uma passagem rápida que você vai crescer. O pior momento, quando vocês colocarem os dados na curva, é daqui até aqui [aponta no gráfico com a caneta], onde corresponde, por exemplo, a 350 [no eixo x] até 600 mais ou menos, onde você só decresce.

Na seqüência, as alunas apresentaram as tentativas para a “procura da curva senóide na calculadora gráfica”. Alegaram que foram feitas várias tentativas e então, “depois dessas

tentativas encontramos a equação $y = \text{sen } x$ que é a que mais se parece com os gráficos anexados no trabalho [gráficos 3, 4 e 5]; cada gráfico corresponde a um ciclo. Observando a equação $y = \text{sen } 2x$ e $y = 2 \cdot \text{sen } x$ vemos que a amplitude dos gráficos se modificou”, e ilustraram o fato com a figura a seguir:

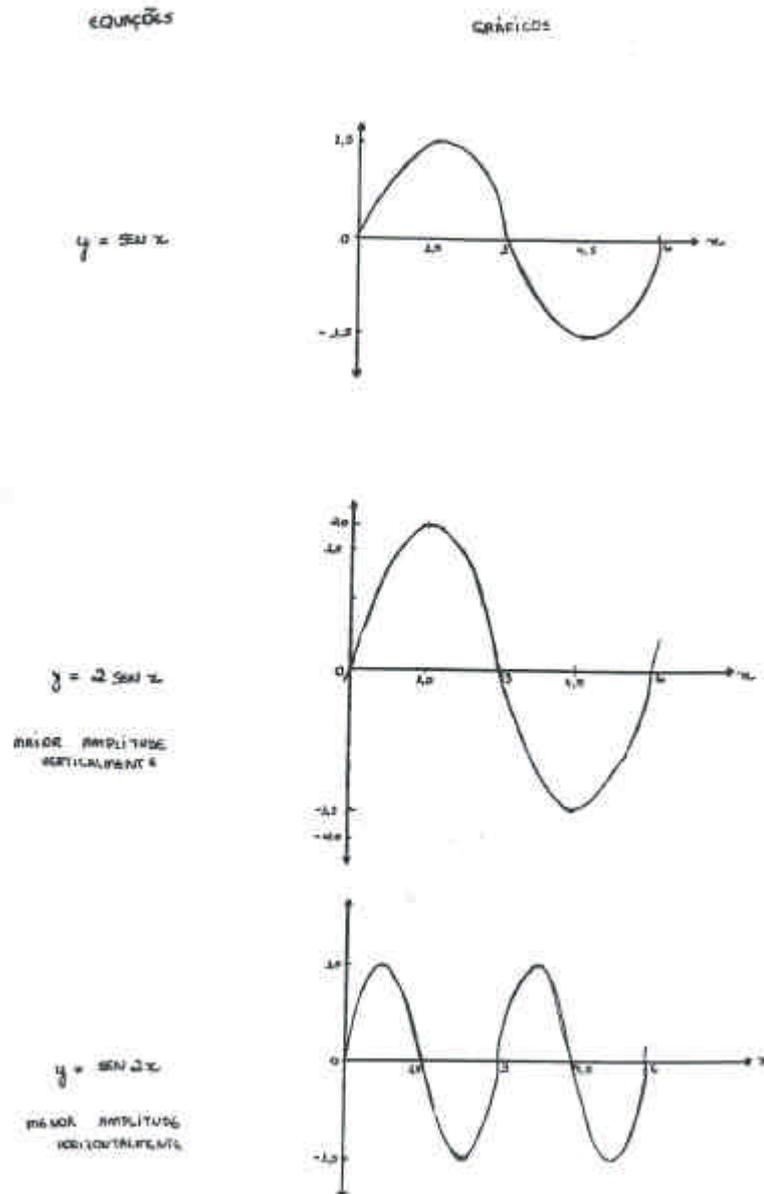


Figura 2

A justificativa para a procura da “senóide” foi baseada no fato do grupo ter encontrado na bibliografia gráficos que exemplificavam ciclos de crianças, homens e mulheres, e eles concluíram que a curva que mais se aproximava dos exemplos era do tipo senóide.

O grupo desenhou um gráfico para encontrar a equação que representava a curva e a analisaram, conforme mostram partes retiradas do trabalho (Gráfico 6 e Figura 3), com destaque para a conclusão escrita apresentada pelo grupo, sugerindo a importância do conhecimento matemático, aliado aos conhecimentos biológicos, para a elaboração e conclusão de fenômenos estudados no trabalho

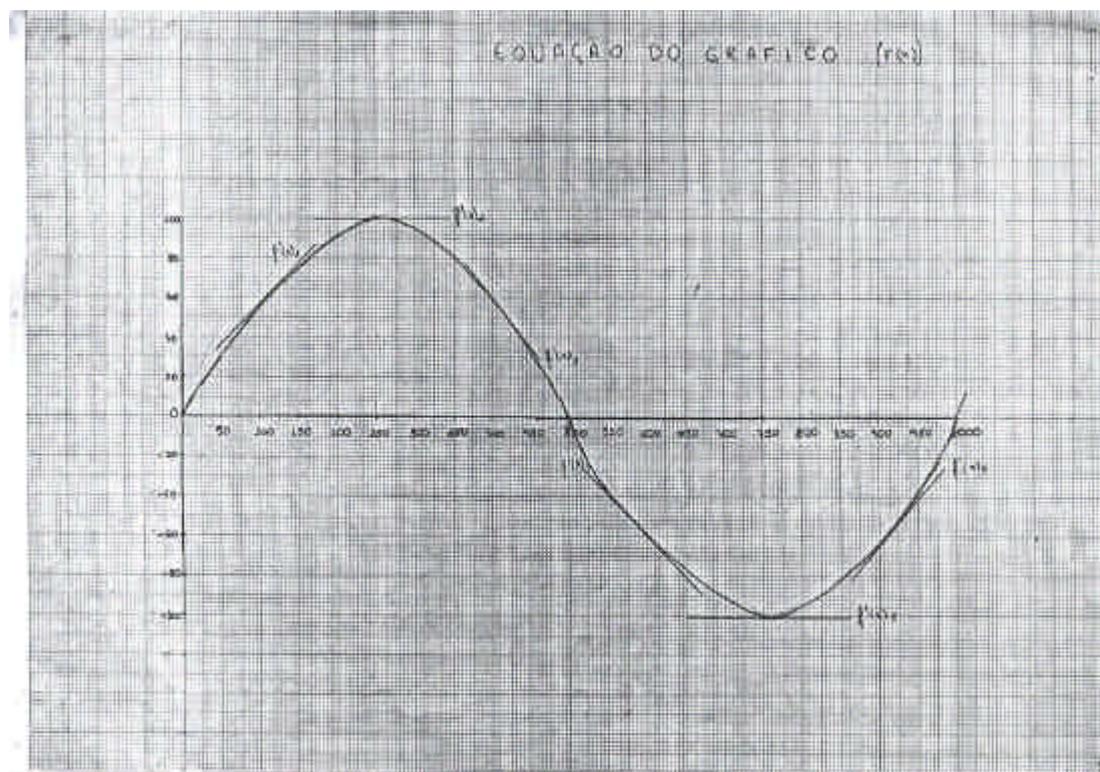


Gráfico 6

ANÁLISE DE $F'(x)$ PARA $F(x)$ DO GRÁFICO

Como $F'(x)_1 > 0$ ENTÃO $F(x)$ É CRESCENTE, PARA $0 < x < 250$

Como $F'(x)_2 = 0$ ENTÃO $F(x)$ É UM PONTO CRÍTICO, PARA $x = 250$

Como $F'(x)_3 < 0$ ENTÃO $F(x)$ É DECRESCENTE, PARA $250 < x < 500$

Como $F'(x)_4 < 0$ ENTÃO $F(x)$ É DECRESCENTE, PARA $500 < x < 750$

Como $F'(x)_5 = 0$ ENTÃO $F(x)$ É UM PONTO CRÍTICO, PARA $x = 750$

Como $F'(x)_6 > 0$ ENTÃO $F(x)$ É CRESCENTE, PARA $750 < x < 1000$

CONCLUI-SE QUE:

- ENTRE O INTERVALO DE 2 PONTOS CRÍTICOS: DO MÁXIMO PARA O MÍNIMO, O BIORRITMO DO INDIVÍDUO VAI ESTAR SEMPRE DECRESCENDO, INDICANDO UMA FASE RUIM (DIORFASE DO B)
- ENTRE O INTERVALO DE 2 PONTOS CRÍTICOS: DO MÍNIMO PARA O MÁXIMO, O BIORRITMO DO INDIVÍDUO VAI ESTAR SEMPRE CRESCENDO, INDICANDO UMA FASE ÓTIMA.

Figura 3

Na versão escrita, apresentaram um gráfico feito com auxílio de um software (nome não citado), contendo as curvas dos três ciclos, como mostra a figura a seguir (Gráfico 7). Através do mesmo software eles encontraram uma “equação do biorritmo padrão”, porém, também não justificaram como isso ocorreu. Na apresentação oral, apenas mencionaram que utilizaram o computador de um colega da turma para esboçarem as funções que representavam os ciclos, chegando em resultados semelhantes.

$$y = 100 \cdot \text{sen}\left(\frac{2p}{d \cdot x}\right), \text{ onde } d = \text{n}^\circ \text{ de dias de cada Ciclo}$$

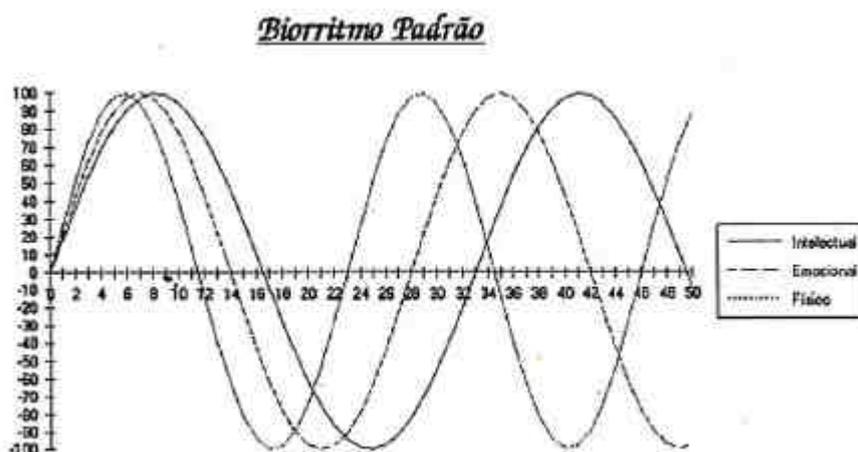


Gráfico 7

4.2.1. Discussão

Neste trabalho de Modelagem, um dos fatos que chamou a atenção foi os gráficos que os alunos construíram a mão livre, com auxílio de papel milimetrado e, sobretudo, as interpretações que eles fizeram, mostrando que a Modelagem não necessita estar sempre associada às Tecnologias da Informação e Comunicação, conforme explicitado no segundo Capítulo desta dissertação.

Durante a apresentação oral, fica clara a compreensão dos estudantes ao explicarem questões como ponto de máximo e mínimo de uma curva, além dos intervalos onde ela é crescente ou decrescente, mas, o mais importante é o sentido que isso fazia para o problema em questão e a importância dos conceitos para o caso, além do domínio dos alunos ao falarem sobre essas questões.

A utilização da calculadora gráfica para encontrar a curva que mais se aproximava do modelo que eles conheciam como representantes do ciclo nos mostra um trabalho de experimentação, aliado a pesquisas realizadas previamente para descobrirem qual o modelo de função que mais se parecia com os exemplos encontrados na literatura. Porém, eles não possuíam recursos tecnológicos para traçarem as curvas propostas pelo professor (a calculadora disponível não permitia a impressão), e então tiveram que recorrer ao lápis-e-papel, contando com o auxílio da calculadora gráfica e dos livros utilizados.

Ao desenharem o Gráfico 6, os alunos analisaram intervalos da curva a partir de retas tangentes a eles, denominadas de $f'(x)_1$, $f'(x)_2$, $f'(x)_3$, $f'(x)_4$, $f'(x)_5$, $f'(x)_6$. Como mostra a Figura 3, os estudantes analisaram cada um dos intervalos em que dividiram a curva original, a partir do conceito de derivada, concluindo se a função era crescente ou

decrecente. A partir da afirmação apresentada na Figura 3, percebe-se a relevância de conceitos matemáticos para a explicação de determinados fenômenos biológicos, conceitos estes estudados durante a disciplina Matemática Aplicada.

Como o principal objetivo desta pesquisa é investigar como os alunos estão produzindo matemática ao desenvolverem seus trabalhos em uma disciplina de Matemática, em um ambiente onde a Modelagem é utilizada como estratégia pedagógica e quais as contribuições deste fato na discussão e interpretação dos trabalhos, além de como os conceitos matemáticos foram explorados pelos alunos ao longo do desenvolvimento dos trabalhos e como os trabalhos proporcionaram a discussão e/ou interpretação de dados com o auxílio da Matemática pelos estudantes, acredito que neste trabalho consegui apontar para alguns dos pontos que visava em meus objetivos, mostrando a discussão matemática, tanto na versão escrita quanto na apresentação oral, e a utilização dos conteúdos, tudo isso a partir do desenvolvimento de um trabalho em um ambiente de Modelagem.

Neste trabalho, o software matemático utilizado serviu para comprovar que os procedimentos utilizados pelo grupo estavam corretos. E, mais uma vez, a questão interdisciplinar se mostrou forte nas discussões e conclusões ao longo do desenvolvimento do trabalho.

4.3. Estudo da alimentação de algumas espécies de peixes de água doce na Represa do Lobo, Itirapina, SP.

Turma: 1997;

Número de Participantes: três alunos.

Segundo o grupo, a escolha do tema, alimentação de algumas espécies de peixes, surgiu, primeiramente, a partir de um trabalho de formatura que estava sendo desenvolvido por um dos integrantes do grupo (no mesmo período em que ele cursava a disciplina Matemática Aplicada), estagiário do Departamento de Zoologia da Unesp, Rio Claro. Em segundo lugar, havia o interesse dos alunos em aprofundar os conhecimentos nesta área. Os alunos assumiram que

O trabalho de formatura usado possuía dados prontos de várias coletas feitas na Represa do Lobo, Itirapina – SP; O grupo se dedicou então, em aplicar todos os conhecimentos matemáticos adquiridos em aula, ao trabalho. Feito isso, tentamos ao máximo discutir os resultados matemáticos obtidos, e relacioná-los com as hipóteses biológicas levantadas.

Além disso, os alunos alegaram que o trabalho possuía uma grande importância do ponto de vista da piscicultura, pois “com esse estudo, é possível que um criador de peixes obtenha uma dieta adequada ao tipo de peixe criado, de acordo com suas medidas biométricas. Com uma dieta certa, o desenvolvimento é muito maior, e o lucro para o criador também é maior”.

Na introdução, os estudantes falaram sobre o aparelho digestivo dos vertebrados e sobre as dietas que levam um tempo maior ou menor durante o processo digestivo. Além disso, dissertaram sobre o quociente intestinal, que “reflete uma proporcionalidade entre o comprimento do intestino e o comprimento padrão do corpo”. Segundo eles, “os carnívoros apresentam um pequeno quociente intestinal, os herbívoros apresentam um grande quociente intestinal e os onívoros apresentam um quociente intestinal intermediário”. Porém destacam que “em algumas espécies a proporção entre o comprimento do intestino e

o comprimento do corpo pode sofrer variações, indicando mudanças na dieta durante o desenvolvimento”.

Na seqüência, descrevem características de algumas espécies de peixes como os lambaris, acarás e traíras, além de definirem o objetivo do trabalho, que era:

relacionar o comprimento do corpo com o comprimento do intestino, para cada espécie, representando esta relação graficamente. Observaremos também se o crescimento do corpo acompanhou ou não o crescimento do intestino, verificando, dessa maneira, se a dieta alimentar sofreu variação durante a vida.

Em seguida, os alunos relatam como os peixes foram coletados (quatro espécies, determinadas por A, B, C e D), os procedimentos realizados em um laboratório do Departamento de Zoologia para retirar as “medidas biométricas (comprimento padrão do corpo e comprimento do intestino) e analisado os conteúdos estomacais”.

A partir dessas medidas, foi possível calcular o quociente intestinal através da fórmula: $Q_i = \frac{C_{int}}{C_{pad}}$, onde C_{int} é o comprimento do intestino e C_{pad} é o comprimento padrão

do peixe. “Com os resultados da análise do conteúdo estomacal foi possível calcular a

frequência de ocorrência, através da fórmula: $F_o = \frac{N_i}{N_t} \cdot 100$, onde N_i é o número de

estômagos onde ocorreu o item i (item alimentar), e N_t é o número total de estômagos com alimentos.”

Segundo eles, a frequência de ocorrência:

analisa a importância, em porcentagem, de um item alimentar, ou seja, a porcentagem de estômagos com alimento que aparece tal item. Se a frequência for inferior a 10%, o item é considerado raro ou acidental;

se a frequência estiver entre 10% e 50% o item é considerado secundário e se a frequência for superior a 50% o item é considerado como principal.

Os resultados obtidos foram disponibilizados em tabela e posteriormente plotados em gráficos.

Tabela I: Dados biológicos para a espécie *Astyanax schubarti* (gráficos A)

Classe de comp. (mm)	Número de indivíduos	Média do C.pad (mm)	Média do C.int (mm)	Média do Qi
60-70	6	66	103.3	1.56
71-80	2	73	112.5	1.54
81-90	2	82	122	1.48
91-100	2	93	137	1.47

Tabela 1

A análise dos conteúdos estomacais da espécie A (lambari de rabo vermelho) foi: “material de origem animal (larvas e insetos), sendo o item predominante (mais de 50% de ocorrência) e material de origem vegetal (plantas aquáticas e algas) sendo um item secundário (entre 10% e 50% de ocorrência)”. Assim, o grupo concluiu que esta espécie possui uma dieta alimentar onívora, com “uma tendência a material de origem animal, o que concorda com os quocientes das tabelas I e II (valores intermediários tendendo a baixo)”.

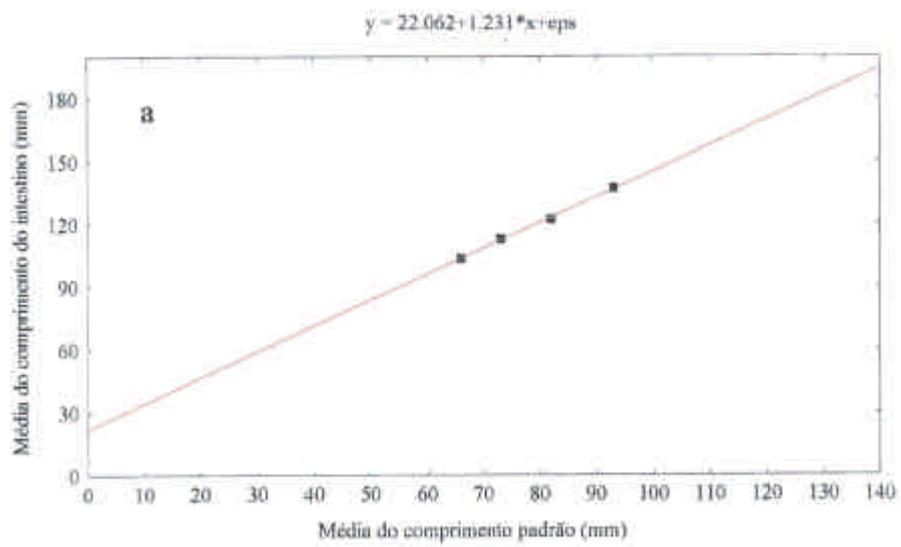


Gráfico 8

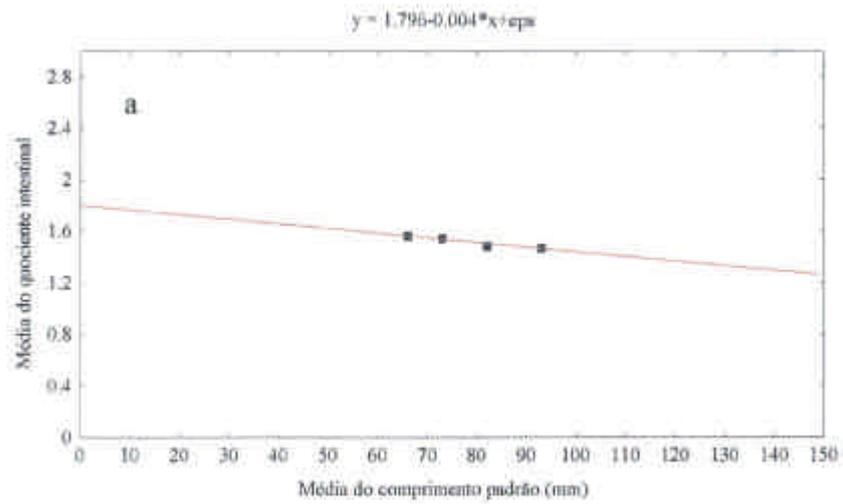


Gráfico 9

Tabela II: Dados biológicos para a espécie *Astyanax fasciatus* (gráficos B)

Classe de comp. (mm)	Número de indivíduos	Média do C.pad (mm)	Média do C.int (mm)	Média do Qi
70-80	2	78,5	102,5	1,30
81-90	4	85	103,5	1,21
91-100	4	98	143,25	1,46
101-110	7	105,85	136,28	1,31

Tabela 2

As mesmas conclusões que os estudantes chegaram para a espécie A foram utilizadas para a espécie B (lambari de rabo amarelo).

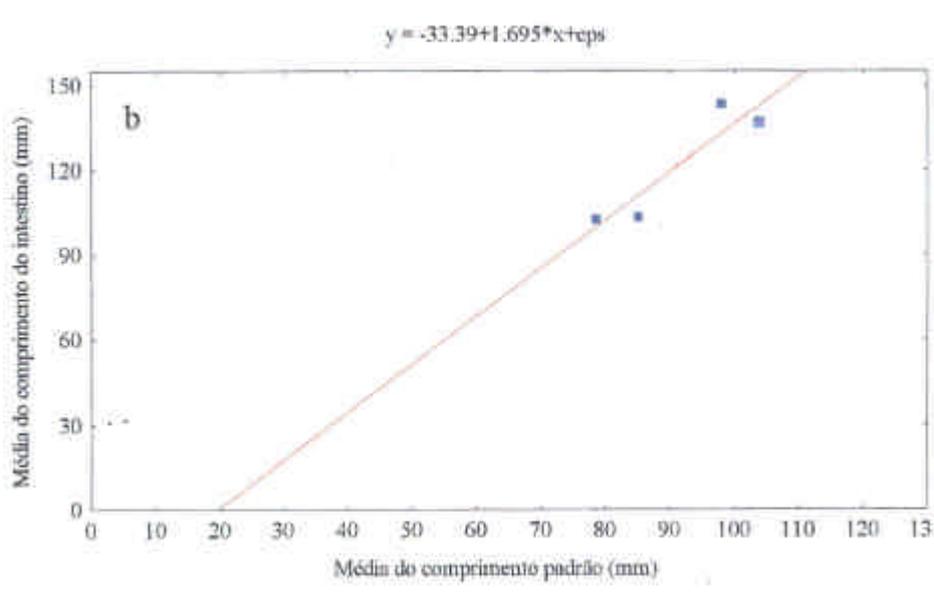


Gráfico 10

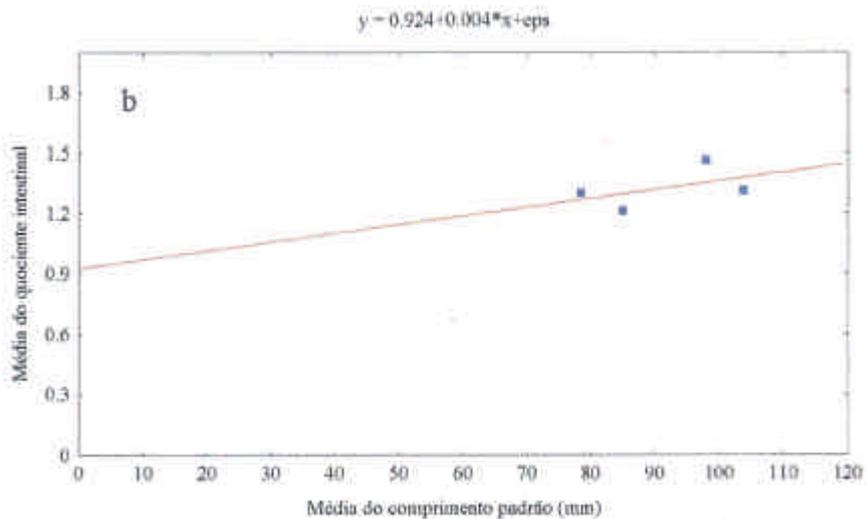


Gráfico 11

Tabela III: Dados biológicos para a espécie *Geophagus brasiliensis* (gráficos C)

Classe de comp. (mm)	Número de indivíduos	Média do C.pad (mm)	Média do C.int (mm)	Média do Qi
60-80	4	70,8	208,75	2,94
81-100	9	86,77	223,66	2,57
101-120	2	104,5	300	2,87
121-140	1	125	330	2,64
141-160	2	153	460	3,0

Tabela 3

Segundo os estudantes, o item predominante na espécie C (cará ou acará) encontrado no estômago dos peixes era de origem animal (mais de 50% de ocorrência) e as larvas e os insetos foram um item secundário, tendo entre 10% e 50% de ocorrência. Assim

sendo, o grupo observou que “a espécie possui uma dieta alimentar onívora com tendência a material de origem vegetal, concordando com os dados da tabela III, a qual mostra o maior quociente intestinal das quatro espécies”.

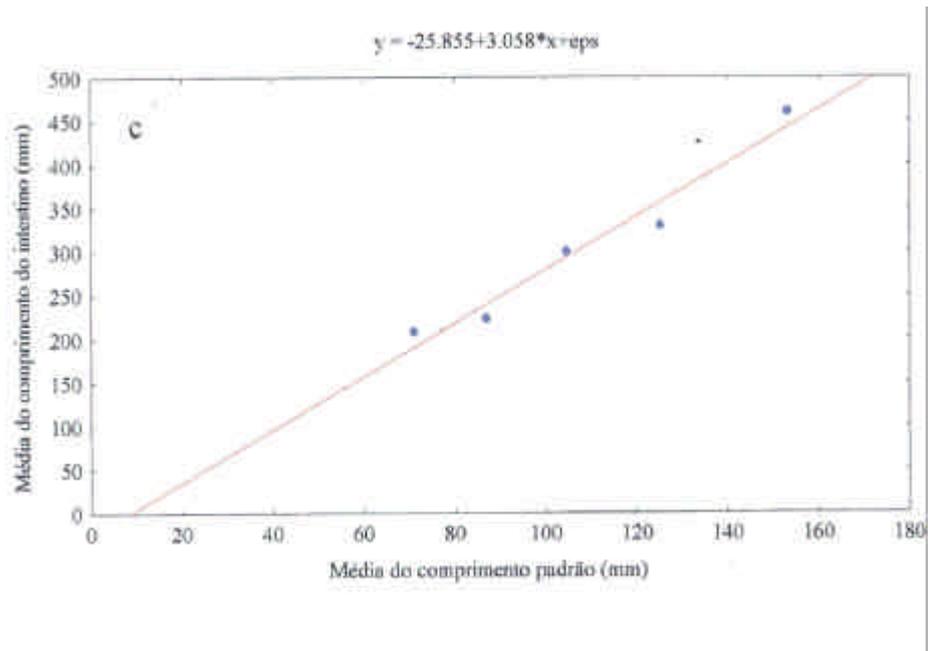


Gráfico 12

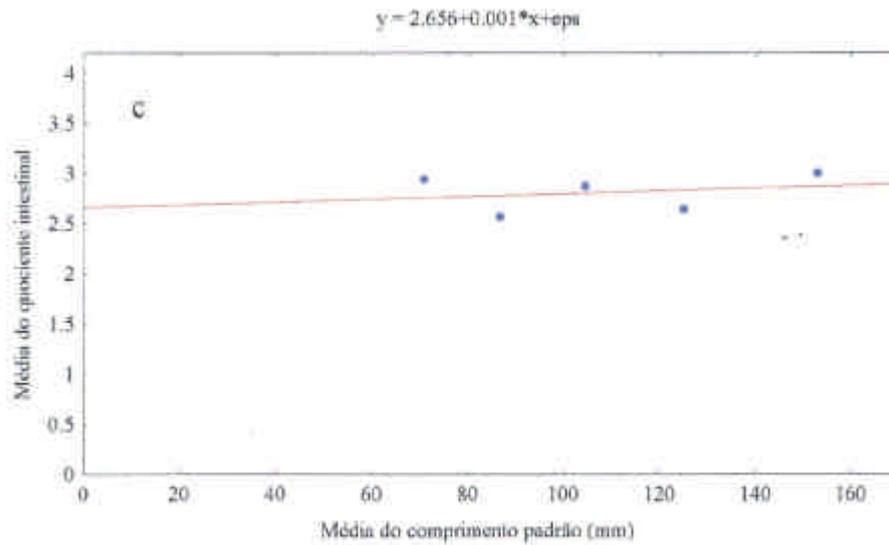


Gráfico 13

Tabela IV: Dados biológicos para a espécie *Hoplias malabaricus* (gráficos D).

Classe de comp. (mm)	Número de indivíduos	Média do C.pad (mm)	Média do C.int (mm)	Média do Qi
140-160	7	149	101	0.67
161-180	7	171	115.71	0.67
181-200	1	195	109	0.55
201-220	1	220	150	0.68

Tabela 4

Na espécie D (traíra), o conteúdo estomacal predominante foi matéria de origem animal (peixes), com mais de 50% de ocorrência. De acordo com os estudos realizados pelos alunos,

esta espécie não apresentou material vegetal no seu conteúdo estomacal. Portanto observamos que essa espécie possui uma dieta exclusivamente de material de origem animal, a qual concorda com os dados da tabela IV, que mostra o menor quociente intestinal das quatro espécies.

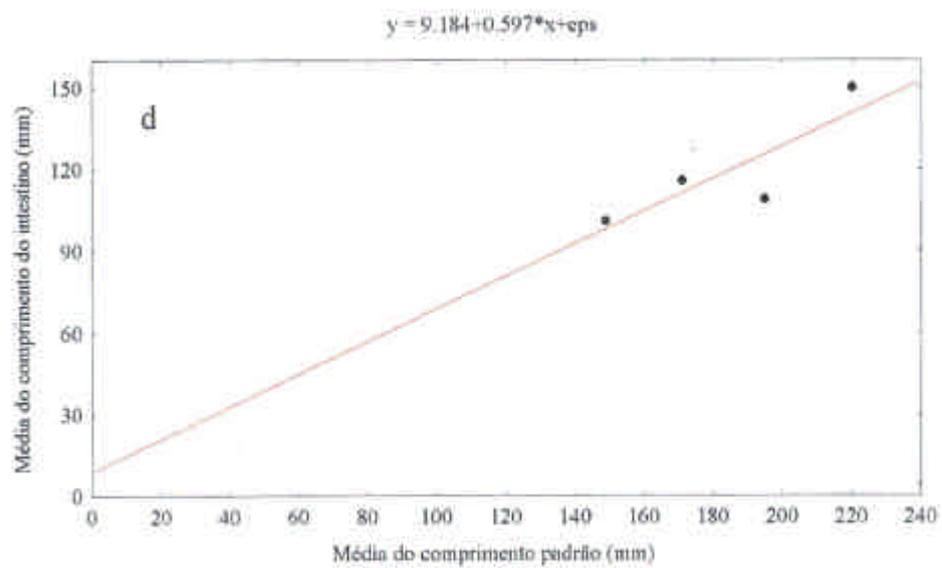


Gráfico 14

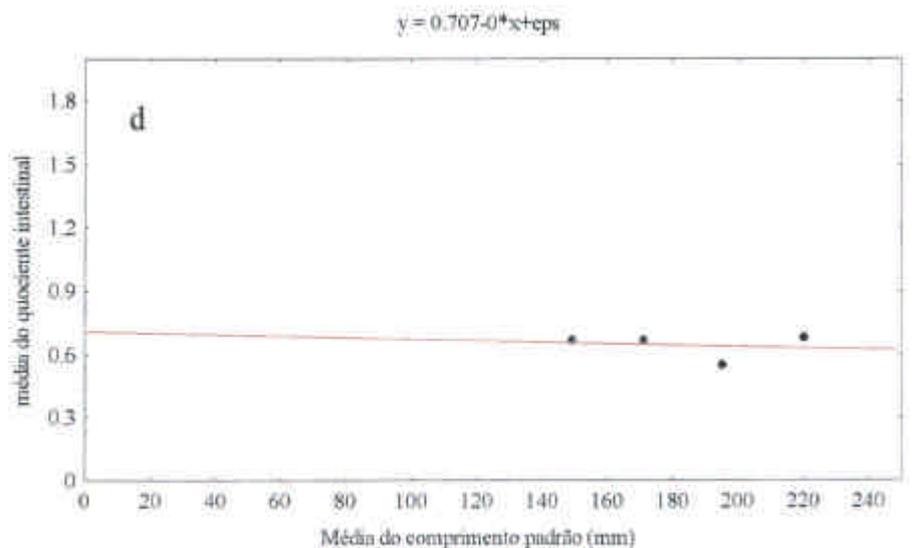


Gráfico 15

As conclusões matemáticas apresentadas no trabalho foram divididas em quatro itens, sendo o primeiro deles denominada “*Quanto as equações: (y = ax + b)*”. Para eles, do ponto de vista matemático, “o termo ‘a’ (coeficiente angular) significa a inclinação da reta e conseqüentemente, a taxa de variação (derivada). O termo ‘b’ significa o ponto onde a reta corta o eixo Y (quando o valor de X for igual a zero)”. Já do ponto de vista biológico:

o termo ‘a’ significa as variações das médias dos comprimentos de uma classe em relação a outra. O termo ‘b’ biologicamente não possui sentido, pois o valor de X (comprimento padrão) nunca será igual a zero (se isso acontecesse, o peixe não existiria!).

Podemos perceber, na citação anterior, que os alunos tentaram relacionar seus conhecimentos matemáticos com os biológicos e que estas relações foram questionadas, e, com isso os estudantes verificaram se as mesmas eram viáveis do ponto vista das duas Ciências. Aqui podemos, mais uma vez, nos remeter as idéias de Skovsmose (2001), pois a criticidade e a reflexão dos alunos foi fundamental para que os mesmos pudessem concluir fatos a partir de seus conhecimentos e experiências. Como “solução” para isso, os alunos acreditam que

Poderíamos então, adotar como primeiro valor na abscissa, a menor média de comprimento padrão encontrado. Dessa forma, eliminamos o valor médio do comprimento dos intestinos, e de Quociente intestinal, determinados quando o comprimento padrão do peixe for igual a zero.

O segundo item analisado pelos alunos foi denominado “*Quanto as derivadas das equações*”. Para essa análise, as espécies foram divididas. Segundo eles, a espécie A apresenta derivada igual a 1,231 no gráfico 8 e, -0,004 no gráfico 9. Para eles:

no primeiro caso, a variação do crescimento intestinal em relação ao crescimento do corpo do peixe (ambos em média) foi positiva, com variação de 1,231 entre uma classe e outra de comprimento. No segundo caso, a derivada dando negativa, significa que a participação do quociente intestinal em relação ao comprimento do peixe, sofreu uma queda na taxa de -0,004 entre uma classe e outra, no decorrer da vida do peixe.

A espécie B apresentou derivadas iguais a 1,695 e 0,004, respectivamente gráficos 10 e 11, indicando também a taxa de variação entre as classes de comprimento. A espécie C

apresentou derivadas iguais a 3,058 e 0,0001, gráficos 12 e 13. Neste caso, a derivada do gráfico 13 “indica que a variação foi pouca entre as classes de comprimento, ou seja, a dieta praticamente não mudou ao longo da vida desta espécie”. A espécie D apresenta derivadas iguais a 0,597, gráfico 14, e “praticamente zero (gráfico d₂) [gráfico 15]”. A análise deste fato é similar àquela do gráfico 13.

O terceiro item analisado pelo grupo foi denominado “*Quanto aos Gráficos*”. Neste tópico, os alunos justificaram a escolha da regressão linear para traçar os gráficos, “pois esta nos indica a variação que cada espécie sofreu ao longo da vida, seja na relação média do comprimento padrão / média do comprimento do intestino, ou na relação média do comprimento padrão / média do quociente intestinal”.

Além disso, eles explicaram porque não utilizaram outros tipos de gráfico como parábolas, senóides, entre outras,

porque se assim fosse, o gráfico representaria um decréscimo das medidas de comprimento ao longo da vida do peixe. O que não acontece, pois o intestino nunca irá diminuir ao longo do desenvolvimento; apenas a taxa de crescimento pode variar em relação a taxa de crescimento do restante do corpo. Já com relação da média do comprimento padrão / média do quociente intestinal, não precisa obrigatoriamente ser representada por uma reta, uma vez que essa relação vai representar a participação do intestino do animal durante o desenvolvimento, pode haver um decréscimo dos valores do quociente intestinal. Isso representa uma diminuição da participação do intestino. Essa diminuição determina a mudança da dieta do animal.

Mais uma vez é possível perceber a importância da criticidade dos alunos, para que os mesmos pudessem concluir fatos, além da interdisciplinaridade, que foi essencial para que os alunos pudessem relacionar seus conhecimentos e chegar a algumas conclusões baseadas nos dados coletados, no conhecimento matemático e biológico dos estudantes.

E o último item analisado pelos estudantes foi denominado “*Quanto ao número de indivíduos*”. Para o grupo, o tamanho da amostra dos dados coletados poderia alterar os resultados do trabalho. Segundo eles, “a representação das classes (ver tabelas) para o presente trabalho foi pequena. Se a representação fosse maior, ou seja, se tivéssemos mais indivíduos por classe, os resultados seriam mais precisos”.

4.3.1. Discussão

Neste trabalho, os alunos realizaram a coleta dos peixes e utilizaram o software Estatística (fato mencionado durante a apresentação oral) para tabelarem, plotarem gráficos e analisarem parte de dados que haviam sido coletados também para o trabalho de formatura de um dos integrantes do grupo. Vale destacar que, segundo relato do grupo durante a apresentação oral do trabalho, os peixes foram coletados pelos alunos para o desenvolvimento dos dois trabalhos ao mesmo tempo (trabalho de Modelagem e trabalho de Formatura), sendo que o primeiro foi desenvolvido por um grupo de alunos e o segundo por apenas um estudante.

A partir das medidas realizadas em um laboratório do Departamento de Zoologia, com auxílio do software escolhido, os estudantes esboçaram os gráficos e fizeram as análises matemáticas e biológicas, a partir do que obtiveram durante os experimentos.

Neste caso, o software (Estatística, programa de fácil acesso no laboratório do Departamento de Zoologia, segundo os alunos), foi muito importante para que os alunos fizessem a regressão linear dos dados e plotassem os gráficos. Porém, de que adiantaria apenas plotar os gráficos? Porque a escolha da regressão linear e não quadrática,

exponencial ou qualquer outra que seja? O que merece destaque neste trabalho são as justificativas que os alunos apresentam para a escolha dos métodos utilizados para a análise.

As funções, neste caso, foram entendidas e interpretadas pelos estudantes, mostrando, a partir dos dados dispostos em tabelas, o que fazia e o que não fazia sentido biologicamente neste estudo. Em todos os momentos de análise das funções, foi possível perceber que os alunos levaram em conta seus conhecimentos biológicos e matemáticos, mostrando a importância da interdisciplinaridade para a conclusão de determinados fenômenos.

Assim sendo, é possível afirmar que os alunos produziram matemática a partir de dados biológicos, exemplificando como eles estão utilizando conteúdos matemáticos em um ambiente onde a Modelagem é utilizada como estratégia pedagógica. E, mais uma vez, a interdisciplinaridade, que esteve presente ao longo de todo o desenvolvimento do trabalho, desde o auxílio de professores e técnicos do Departamento de Zoologia, que ajudaram os alunos a coletar e analisar os peixes, ao professor e os conteúdos matemáticos, proporcionando a relação do “fazer” Biologia, juntamente com a Matemática, em uma disciplina de Matemática Aplicada, se tornando fundamental para a análise deste estudo.

Além disso, os alunos explicaram para a turma o que era uma regressão (no caso, linear), e afirmaram que as retas apresentadas por eles mostravam as tendências dentro da amostra coletada por eles. Um dos alunos afirmou que se a amostra fosse maior, poderia não ter dado uma reta no caso do coeficiente intestinal, dependendo da dieta do peixe, mas que no caso da medida do comprimento do peixe, ele não acreditava que poderia ser outra função, pois os peixes tendem a crescer até determinado comprimento, dependendo de sua espécie.

E, sendo assim, acredito que a Informática foi importante nesse estudo, juntamente com o conhecimento matemático adquirido em sala de aula, mostrando que quando as Tecnologias da Informação e Comunicação são utilizadas em conjunto com o ser humanos, possíveis resultados positivos podem surgir.

4.4. O Cloroplasto

Turma: 1999;

Número de Participantes: cinco alunos.

Os cloroplastos são organelas citoplasmáticas existentes em células vegetais, importantes na conservação da vida, pois eles possibilitam o aproveitamento da energia luminosa pelas células, captando-a e armazenando-a nas ligações químicas de carboidratos.

O objetivo do trabalho, de acordo com os alunos, era a exploração de conceitos e conhecimentos práticos, apresentando – mais especificamente – sua forma, função e importância na natureza.

Os cloroplastos se originam de outros pré-existentes.

Em média, cada cloroplasto deve dobrar sua massa e então dividir-se ao meio uma vez a cada geração celular. Essa reprodução assexuada é chamada de cissiparidade ou bipartição que, em condições ideais para a reprodução, um cloroplasto origina outros dois a cada 20 minutos.

Os alunos utilizaram o software Excel para esboçar o gráfico a seguir, que ilustra a análise descrita anteriormente:



Gráfico 16

Segundo os alunos, “ao dispormos os dados no gráfico, pode-se observar uma função que é representada pela equação $f(t) = 2^{t/20}$ ”. Ainda observando o gráfico 16 e a lei da função que o representa, eles escreveram:

Se calculássemos a derivada dessa função, veríamos que ela é sempre positiva e crescente. Não podemos realizar o cálculo da derivada, pois ainda não sabemos como achar derivadas de funções semelhantes a essa. Nossos estudos estão em andamento visando também a avaliação semestral do nosso curso de Matemática.

Na seqüência, os estudantes descrevem o código genético dos cloroplastos, enfatizando que cloroplastos possuem seu próprio sistema genético, porém, segundo o grupo, isto ainda está em estudo devido à não trivialidade da questão. Em seguida, eles

iniciam uma descrição do que é a fotossíntese, destacando sua importância e papel na natureza, passando a descrever, posteriormente, o pigmento cloroplasto.

Dando continuidade ao trabalho, os estudantes tratam dos cloroplastos e as substâncias ergásticas, que “resultam de atividades celulares, sendo em grande parte, materiais de reservas utilizáveis como alimentos, tais como amido, óleos, proteínas, etc.”.

Segundo eles,

Os cloroplastos das algas verdes e plantas contêm freqüentemente grãos de amido e pequenas gotículas de lipídeo (óleo). Os grãos de amido são produtos de armazenamento temporário e se acumulam somente quando a alga ou planta está ativamente fotossintetizando. Eles desaparecem gradativamente nos cloroplastos de plantas quando são mantidos no escuro num período de 25 horas, mas reaparecem nas plantas colocadas na luz após um período de 4 horas.

Estes fatos despertaram o interesse no grupo, que resolveu ilustrá-los, construindo os gráficos a seguir.



Gráfico 17

No primeiro intervalo (tempo 0 até 25 horas), os alunos constataram que “neste período, devido a ausência de luz, a porcentagem de amido no cloroplasto cai gradativamente até desaparecer no tempo de 25 horas. Ao analisarmos matematicamente, encontramos a função linear $f(t) = 100 - 4t$ ”. Já no segundo intervalo, eles perceberam que “quando no tempo 25 horas é cedida luz, a porcentagem de amido começa a aumentar até atingir seu limite no tempo de 29 horas. A função que representa este deslocamento é $f(t) = -625 + 25t$, onde $25 = t = 29$ ”. E ainda destacaram que o gráfico seguinte (Gráfico 18)

expressa a porcentagem de amido (eixo das ordenadas) pela intensidade luminosa (eixo das abscissas), caracterizando uma função do primeiro grau do tipo $y = ax$, no intervalo onde a intensidade luminosa varia de zero até um ponto ótimo e o amido alcança a quantidade ideal de 100% a partir desse ponto, o gráfico torna-se constante com $f(x) = b$, onde $b = 100$, ou seja, mesmo modificando-se a intensidade luminosa, a taxa de amido não varia, pois alcançou seu valor ideal.

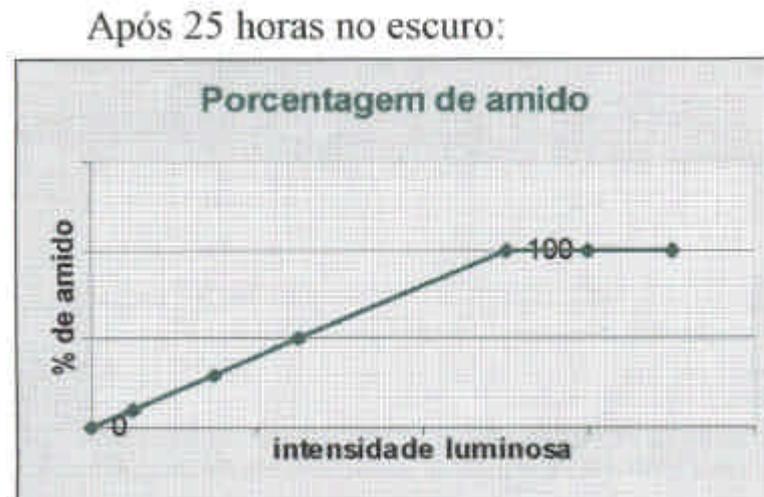


Gráfico 18

Depois da análise dos dois gráficos, o grupo expõe a seguinte questão: “Se prestarmos atenção, a duração dos dois períodos são diferentes. Por que isso acontece?”. A resposta biológica se dá pela presença da luz, e descrevem todo o processo de fotossíntese que ocorre nos diferentes intervalos de tempo. O grupo ainda questiona por que a função que representava o segundo intervalo não poderia ser exponencial ao invés de linear. A resposta se dá através de justificativas biológicas descritas no trabalho.

Em seguida, é enfatizada a importância da intensidade luminosa na fotossíntese e destacado que “no entanto, na respiração celular, que é o processo inverso da fotossíntese, não é afetada com a alteração da intensidade luminosa”, pois, segundo eles, “este processo biológico não depende da quantidade de luz, sendo uma função constante do tipo $f(x) = b$ ”.

Para ilustrar o grupo esboçou o gráfico abaixo, destacando que “o gráfico compreende o intervalo de 0 a 29 horas”.

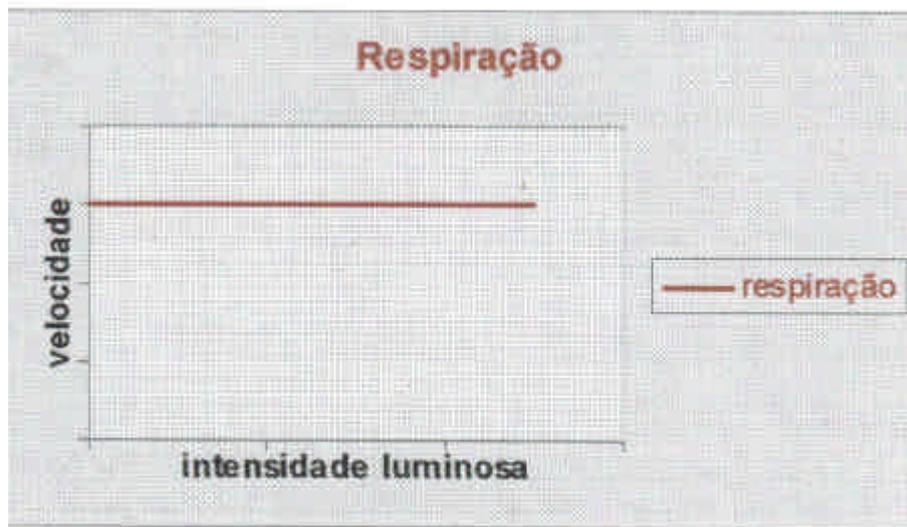


Gráfico 19

O estudantes ainda dissertaram que

Se os gráficos da fotossíntese com o da respiração celular forem acoplados, determinaremos o ponto de encontro dos dois gráficos, denominado ponto de compensação fotótico, que determina a igualdade entre fotossíntese e respiração (velocidade da fotossíntese é igual a velocidade da respiração), assim, neste ponto, todo O_2 produzido na fotossíntese é utilizado para a respiração da planta.

Este fato está representado no gráfico seguinte.



Gráfico 20

Os alunos relataram que a curva que “representa a fotossíntese” é a curva logística, e demonstraram um certo desapontamento ao relatarem que “gostaríamos de aplicar esta função em nossos estudos da fotossíntese, mas pela ausência de valores disponíveis, isso se tornou impossível”. Os valores ao que os estudantes se referiam eram os coeficientes existentes na fórmula de uma curva logística. Entretanto, eles arrumaram uma maneira de explorar a função que determina uma curva logística, como descrevem a seguir: “para demonstrarmos, então, uma aplicação prática dessa função, encontramos no livro da Laurence D. Hoffman [*livro didático utilizado pelo professor*] – Cálculo, um curso moderno e suas aplicações – um exemplo”.

Os estudantes também realizaram um experimento prático para a contagem de cloroplastos e, para isso utilizaram amostras da planta *Elodea sp.* Para as observações “foram colocadas folhas entre lâminas e lamínulas com água e montadas lâminas

temporárias. Em cada folha observada, foram selecionadas cerca de 15 a 20 células para a contagem dos cloroplastos”. Os resultados obtidos foram apresentados “na forma do gráfico” abaixo.

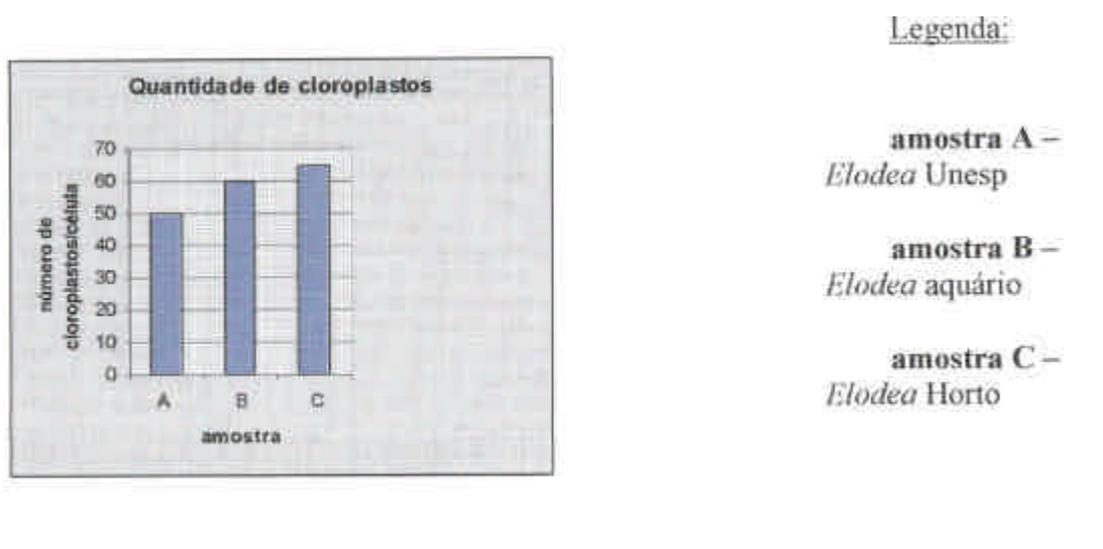


Gráfico 21

Para finalizar, foram apresentadas conclusões sobre o experimento realizado. Após os alunos concluírem a apresentação, o professor perguntou se alguém da turma gostaria de fazer perguntas ou comentários sobre o tema. Algumas colocações, questões e discussões surgiram durante um certo tempo, tanto por parte dos alunos como por parte do docente, tanto sobre fatos biológicos narrados pelos estudantes quanto conceitos matemáticos utilizados pelos alunos.

Particularmente, questões relacionadas ao conceito de derivada e segunda derivada foram exploradas a partir do gráfico apresentado durante a exposição oral (gráfico 20),

onde o docente questiona qual seria o esboço da curva derivada da apresentada pelos alunos. Através de encaminhamentos, os estudantes foram gesticulando - como se desenhassem retas ao longo de uma curva imaginária – e falando sobre o que estavam imaginando, chegando a falar qual seria a forma da curva que representava a derivada daquela função. O mesmo fato ocorreu para a segunda derivada da curva. As perguntas e encaminhamentos do docente giravam em torno dos conceitos aprendidos, até então, em sala de aula (função, limite, derivada) e o gráfico apresentado no trabalho.

Num certo instante o professor questionou “Como calcular a quantidade da fotossíntese?”, apontando para o Gráfico 20. Diante do silêncio da turma, ele reelaborou a questão:

Qual que seria uma maneira de eu estar calculando a quantidade de fotossíntese que ela [*a planta*] faz em função da velocidade, ou seja, deixa eu melhorar um pouquinho esta questão, a luminosidade que está aqui [*vai em direção a lousa e aponta o gráfico*] pode ser vista como uma função dependente do tempo, correto? Vamos dizer que eu tenha aqui um laboratório perfeito em que eu vou colocando a cada momento [*apontando para o eixo x*] mais lâmpadas, correto?

O docente pede aos alunos que pensem em uma planta qualquer, de modo que a luz sobre ela está aumentando em função do tempo. Em seguida, faz um esboço na lousa de um gráfico parecido com o da fotossíntese apresentado pelos alunos (Figura 4) onde, no eixo x, representa o tempo e o eixo y a velocidade da fotossíntese.

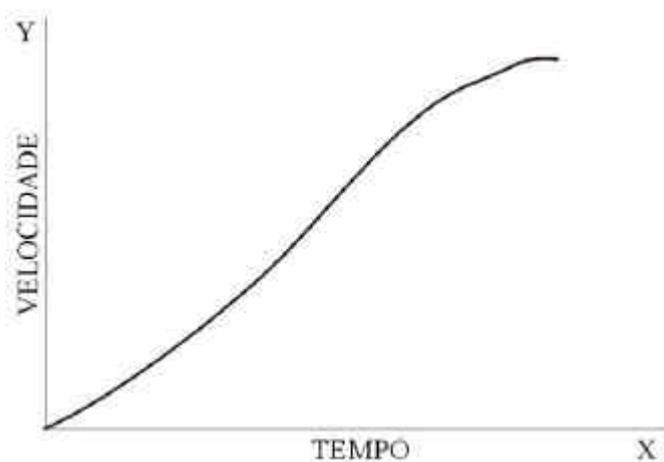


Figura 4

Em seguida, questiona “como calcular a quantidade de fotossíntese feita durante 5 horas, por exemplo?”. Os alunos conversam entre si, alguns falam em associar o gráfico apresentado no trabalho com o que o professor desenhou, fazendo uma composição de funções, outros pensam em medir a quantidade de luz, etc. O professor pede para que os alunos prestem atenção no gráfico que ele desenhou no quadro negro (Figura 4). Após algumas conversas, o professor faz relações entre a velocidade da fotossíntese em função do tempo e a velocidade de um carro em função do tempo, e questiona como seria, no segundo caso, para descobrir qual o espaço percorrido pelo carro e um aluno diz “tem que calcular a área abaixo da curva”, o professor confirma a resposta do estudante e pergunta como seria, então, com a quantidade de fotossíntese e obtém a mesma resposta. Diante da resposta dos alunos, o docente questiona como isso deve ser feito e, como não obtém resposta, desenha alguns retângulos lado a lado cobrindo a curva, como mostra a Figura 5, comentando que assim seria possível obter uma área aproximada, bastando calcular a área de cada retângulo, somando-as posteriormente.

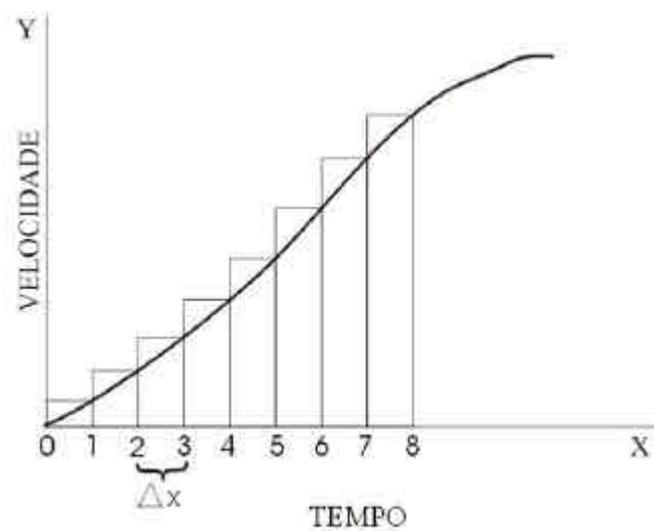


Figura 5

Em seguida, ele pergunta “e se eu quiser fazer uma melhor aproximação dessa área?” e uma aluna responde “diminui a base do retângulo”. Diante da resposta da aluna, o docente explica que quanto menor for o Δx ou o tempo, ou seja, a base de cada retângulo, “vou ter uma melhor aproximação da área sob a curva” e afirma para os estudantes que esta é a idéia de integral definida, elaborando-a detalhadamente para os alunos.

Dessa maneira, o professor apresentou intuitivamente, de forma inicial, para os alunos, um conteúdo que eles iriam aprender futuramente, a partir do tema de pesquisa do grupo e do desenvolvimento do trabalho, fazendo com que eles participassem da construção do conhecimento, através de um problema proposto e desenvolvido por um grupo de alunos.

4.4.1. Discussão

Este trabalho pode ser dividido em duas partes: na primeira dela os alunos, através de pesquisas em livros, obtiveram dados e, a partir desses, construíram gráficos que representassem cada uma das situações e os interpretaram, comparando-as com as informações encontradas na literatura. Na segunda parte, os alunos realizaram um experimento prático.

Sendo assim, na primeira parte do estudo, conteúdos matemáticos foram utilizados como estratégia para a interpretação e confirmação dos dados em livros e o Excel foi utilizado para que gráficos fossem esboçados.

Porém, apenas com as informações encontradas nas referências bibliográficas consultadas seria possível plotar os gráficos com o auxílio do Excel? Não acredito nesta possibilidade, pois eles tiveram que interpretar o que os dados estavam lhe informando, associar estas informações com o conhecimento matemático que eles possuíam para, então, construírem as curvas que representavam as diferentes situações. Um exemplo disso ocorre quando eles descrevem no trabalho escrito que normalmente, cada cloroplasto dobra sua massa e se divide ao meio uma vez em cada geração celular, e que o tempo necessário para que isso aconteça é de 20 minutos, considerando todos os fenômenos favoráveis para isso.

Então, quando os estudantes encontram a curva representada pela função $f(t) = 2^{t/20}$ para descrever a geração dos cloroplastos, eles mostraram que interpretaram os dados obtidos na literatura e conseguiram traduzí-los para uma linguagem matemática. Outros

gráficos foram esboçados com o auxílio do software Excel a partir do mesmo procedimento descrito anteriormente.

Na segunda parte do trabalho, onde os discentes realizaram o experimento prático, o gráfico apresentado foi justificado a partir de características biológicas, como poluição, excesso ou ausência de luminosidade, entre outros.

Com isso, fica realçado o papel da matemática tanto para “transformar” informações em gráficos quanto para apresentar resultados de uma determinada experiência, e isso ocorreu através da interdisciplinaridade durante a realização do trabalho, pois além dos alunos quantificarem dados, eles puderam perceber a importância de diferentes variáveis para a construção de um modelo. Por exemplo, fatores como luminosidade e poluição não foram considerados por eles para a realização do experimento, ponto destacado pelo grupo para uma maior precisão para a análise dos dados coletados.

O software Excel foi utilizado como um instrumento para investigação dos dados obtidos pelos alunos. A partir de informações, os estudantes, com base no conhecimento matemático e também do software, traduziam seus dados para que pudessem gerar os gráficos referentes a cada uma das constatações feitas pelo grupo. Isso seria possível sem a utilização das TIC? Possivelmente sim, porém demandaria um tempo maior, além da dificuldade de encontrar a lei de determinadas funções, embora este não seja o foco deste estudo.

A discussão matemática, objetivo de análise desta dissertação, teve um papel diferencial neste trabalho. Quando o professor, a partir de um gráfico apresentado pelos alunos, começa a interagir com a sala de aula através de perguntas que envolviam apenas conteúdos matemáticos que eles conheciam, instigando a curiosidade e estimulando o

raciocínio através de lembranças das atividades de experimentação realizadas – também em sala de aula - proporciona discussão, pois a cada argumento, resposta ou mesmo questionamento por parte da turma, eles refletem para verificar a veracidade do que foi argumentado. Partindo dessas discussões, o professor, sempre retomando sua questão inicial, consegue que os alunos, intuitivamente, compreendam o conceito de Integral Definida.

Assim, os indícios apresentados indicam que a Modelagem pode proporcionar diferentes situações em sala de aula, já que a partir de conteúdos supostamente já aprendidos, o professor conseguiu interagir com a turma de maneira a introduzir, intuitivamente, um conceito matemático.

Em suma, neste trabalho, a discussão matemática, as TIC e a interdisciplinaridade foram essenciais para o desenvolvimento do trabalho de Modelagem dos alunos e a discussão matemática proporcionada a partir dele mostra como um ambiente de modelagem pode propiciar o aprendizado, exemplificando mais uma vez como os alunos estão utilizando conteúdos matemáticos em um ambiente onde a Modelagem é utilizada como estratégia pedagógica.

4.5. Estudo do Crescimento Populacional de Leveduras

Turma: 2000;

Número de Participantes: seis alunos.

A escolha do tema se deu a partir do interesse dos alunos em trabalhar com conteúdos matemáticos, e, para que isso ocorresse, eles decidiram estudar o crescimento populacional. A opção por leveduras se deu a partir do momento que eles estavam interessados em realizar experimentos práticos. Assim, após conversarem com a Prof^a Dr^a Dejanira F. de Angelis, Departamento de Microbiologia e Bioquímica do Instituto de Ciências Biológicas, UNESP, Rio Claro, resolveram utilizar para isso as dependências do laboratório do departamento citado acima.

O objetivo do trabalho era “estudar o crescimento populacional de microorganismos, pois uma das vantagens é o seu curto tempo de geração (tempo necessário para produzir uma geração)”, e a justificativa pela escolha das leveduras, “mais especificamente a *Saccharomyces cerevisiae*”, foi devido ao “seu processo fermentativo, sua variada literatura existente e fácil obtenção dos dados laboratoriais”.

O trabalho foi desenvolvido a partir de dois experimentos realizados com técnicas distintas, sendo que o segundo foi desenvolvido com a finalidade de comprovar os dados obtidos no primeiro, já que estes não corresponderam às expectativas do grupo.

Os alunos utilizaram o software Excel para construir as tabelas e os gráficos que ilustraram o trabalho, além de figuras retiradas de livros didáticos.

4.5.1. A Primeira Experiência

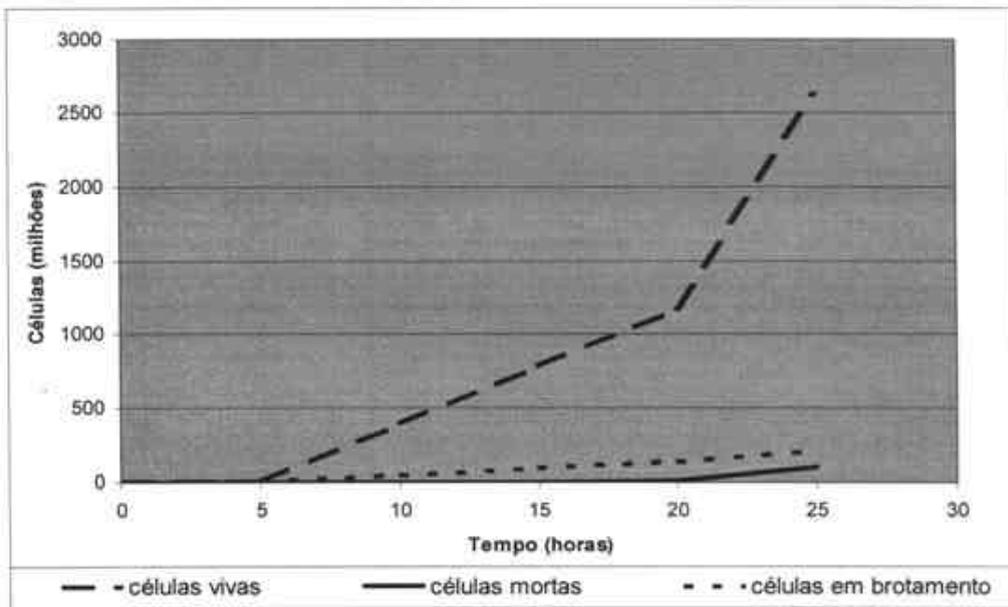
Para observar o crescimento populacional das leveduras *Saccharomyces cerevisiae*, foi utilizado como meio de cultura o melaço, último resíduo de diversas cristalizações na obtenção do açúcar a partir da cana. Ele foi corado com eritrosina, substância que colore as

células mortas, devido a sua não oxidação. A população de leveduras da solução foi estimada através da técnica da contagem, onde o material é observado ao microscópio óptico através do uso de uma lâmina com duas porções quadriculadas e canaletas em forma de H.

Como a *Saccharomyces cerevisiae* tem a capacidade de produzir etanol, os estudantes mediram o teor alcoólico da cultura em diferentes intervalos de tempo, com o objetivo de observarem a variação do mesmo, utilizando para isso o ebuliômetro, aparelho que mede a temperatura de ebulição das soluções.

A quantidade de alimento disponível para as leveduras - denominada Brix - foi medida através da refração da luz por um aparelho chamado espectrômetro-brix. No experimento foi utilizada a escala de 0° a 32° Brix.

Após a preparação do material, foram realizadas as coletas, e, a partir do método de contagem - que foi explicada detalhadamente também durante a apresentação oral - os alunos construíram o Gráfico 22, e concluíram que a “taxa de crescimento das leveduras aumenta com o passar do tempo”.



tempo (horas)	0	5	10	15	20	25
células vivas	8,5	14	*	*	1175	2610
células mortas	0,1	0,3	*	*	6,5	107,5
células em brotamento	0,3	7,5	*	*	143,5	210

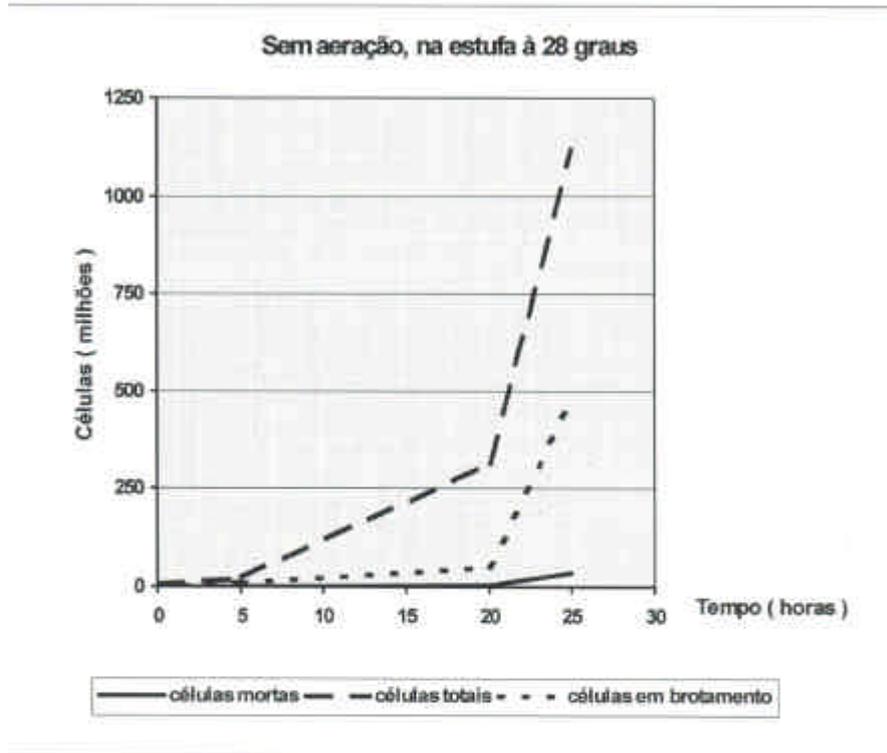
Gráfico 22

OBS₁: As amostras foram coletadas com aeração, à temperatura ambiente.

OBS₂: Os asteriscos na tabela representam os tempos onde não foram realizadas as medidas.

Na seqüência do trabalho, os alunos apresentaram o gráfico das amostras coletadas sem aeração, na estufa a 28°C.

Sem aeração, na estufa, a 28°C



tempo (horas)	0	5	20	25
células mortas	0,12	0,32	4,5	35
células totais	8,3	23	314	1115
células em brotamento	0,25	11	53	470

Gráfico 23

Os alunos enfatizaram no trabalho escrito que t_2 e t_3 são, respectivamente, 22 e 27 horas após o t_0 , porém os valores foram aproximados para 20 e 25 horas para uma melhor

visualização do gráfico. Além disso, ressaltaram que “a forma de reprodução mais observada foi o brotamento, mas como é difícil diferenciar esta da fissão, todas as células foram consideradas em brotamento para a elaboração do gráfico” (Gráfico 23).

A conclusão deste experimento escrita pelos estudantes está em destaque abaixo:

A situação à temperatura ambiente, com aeração, mostrou-se mais propícia à reprodução dos microorganismos do que a outra situação estudada: no tempo 25h, o número de células vivas na situação 1 [à temperatura ambiente] era $2,6 \times 10^9$ células, cerca de 2,3 vezes a quantidade de células na situação 2 [na estufa] ($1,1 \times 10^9$ células).

Eles ainda enfatizaram que

Neste gráfico, os pontos referentes aos tempos 0, 5, 20 e 25 foram ligados por segmentos de retas, mas os gráficos de crescimento populacional são curvas exponenciais, pois no decorrer do tempo, em intervalos iguais e consecutivos a população que estará se reproduzindo será cada vez maior; e considerando que cada indivíduo produz o mesmo número de descendentes fig. 2 [trabalho original]. Uma dessas curvas pode ser obtida a partir de um crescimento teórico de microorganismos com as seguintes características:

- reprodução binária;
- recipiente com alimento e espaço abundantes;
- Mortalidade nula;
- tempo de geração (neste caso o tempo que a população leva para dobrar de tamanho) igual à uma hora;
- população inicial de 100 indivíduos.

Eles constataram, através de estudos realizados após conversas com o professor, que a curva de crescimento obedece ao conceito de uma PG, sendo $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, onde $a_1 = 100$ (população inicial); $q = 2$ (divisão binária) e $n = 1$ (tempo em horas). Eles tentaram aplicar a

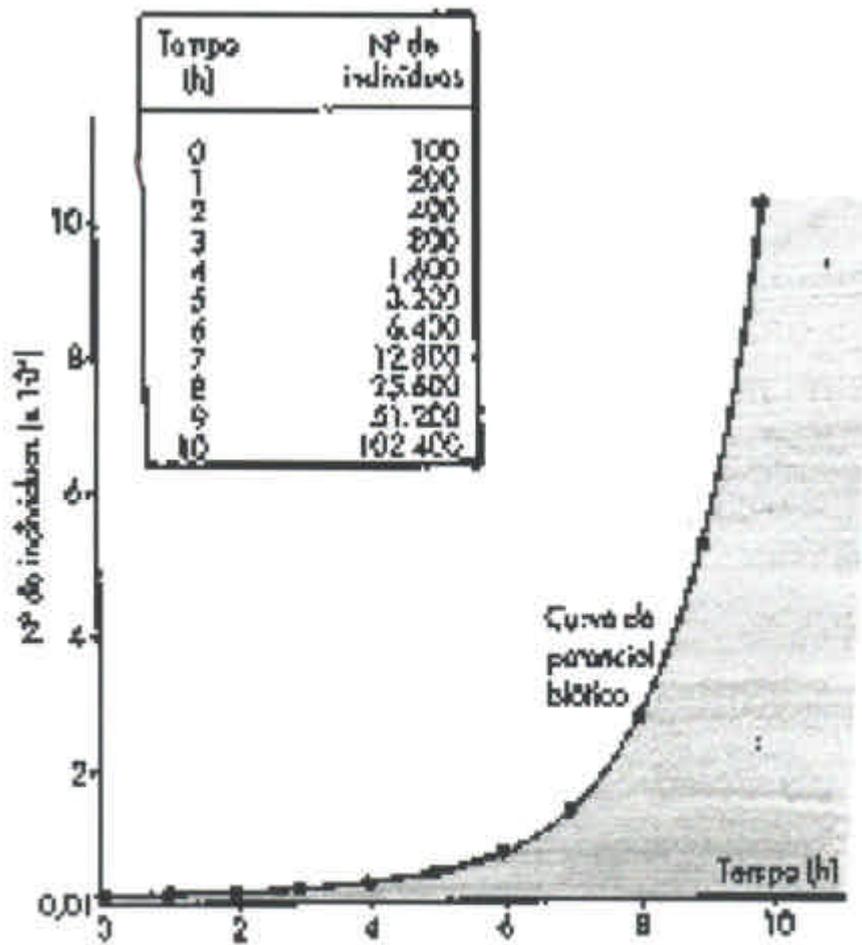
regra da PG nos gráficos obtidos, mas apenas em $t = 20$ horas o valor foi semelhante, fato que fez o grupo concluir que a experiência não estava correta.

Segundo os alunos, as falhas obtidas ocorreram porque:

- As amostras não foram colhidas em intervalos regulares, o que não possibilitou a observação a taxa de crescimento para um dado período de tempo;
- O grupo esqueceu de medir o grau Brix e o teor alcoólico no tempo 1;
- Ocorreram quedas de temperatura aparentemente sem justificativa para o grupo;
- Descoberta de defeito no aparelho;

Porém, segundo os alunos, a principal falha foi comparar as culturas em condições diferentes e também ao comparar duas características ao mesmo tempo (temperatura e aeração). Os dados separados estão na Tabela 5.

Com isso, os alunos demonstraram criticidade ao comparar a primeira experiência realizada por eles com os dados matemáticos encontrados na literatura, fazendo com que eles repensassem o processo e partissem para uma nova experiência.



Crescimento de uma população de micro-organismos na qual o índice de mortalidade é zero e os indivíduos se reproduzem de hora em hora.

Figura 6

°Brix

tempo (horas)	0	5	20	25
amostras com aeração	12	*	6,8	4,1
amostras sem aeração	12	*	9	5

Teor Alcoólico

tempo (horas)	0	5	20	25
amostras com aeração	0%	*	4,25%	1,90%
amostras sem aeração	0%	*	3,50%	4,80%

Tabela 5

OBS: Os asteriscos na tabela representam os tempos onde não foram realizadas as medidas.

4.5.2. A Segunda Experiência

O objetivo da segunda experiência foi refazer o experimento, “evitando os erros da primeira e buscando novos dados que chegassem a resultados mais concretos”. O meio de cultura utilizado foi garapa clarificada (caldo de cana com clara de ovo). O teor alcoólico não foi medido para evitar a coleta de um grande número de dados, podendo atrapalhar as conclusões do grupo.

A densidade populacional foi medida por um espectrofotômetro – aparelho que mede a porcentagem de absorção da luz realizada pela amostra: quanto maior este número,

numa escala de 0 a 1, maior o número de células na amostra. A vantagem deste método é que a porcentagem de erro é menor, devido a maior confiabilidade do aparelho.

As coletas foram realizadas durante 30 horas. A seguir os gráficos com os resultados deste experimento.

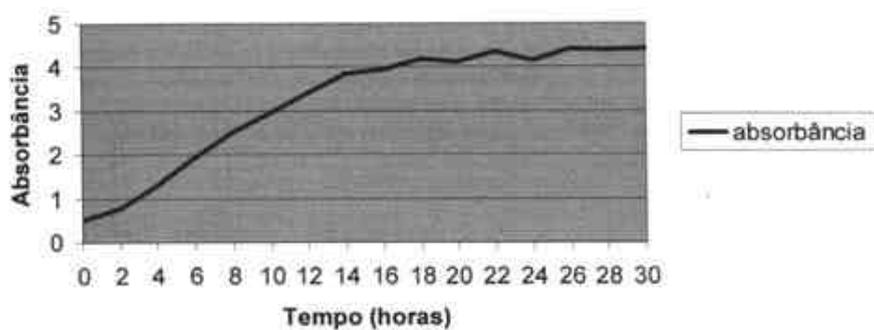


Gráfico 24

No gráfico acima os estudantes obtiveram a curva dos valores da absorbância (quantidade de luz que o material absorve em relação a uma amostra de água) em função do tempo (em horas). O valor que eles obtiveram durante a coleta no aparelho é multiplicado por 5 (referente ao fator de diluição). Para eles “a curva obtida é muito semelhante à teórica de crescimento real”, como pode ser observado no gráfico a seguir:

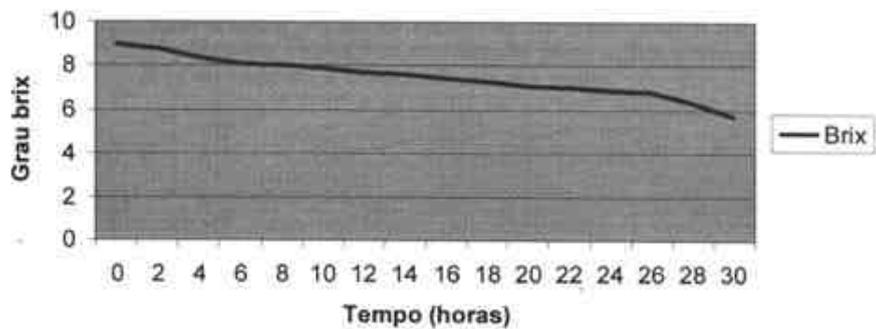
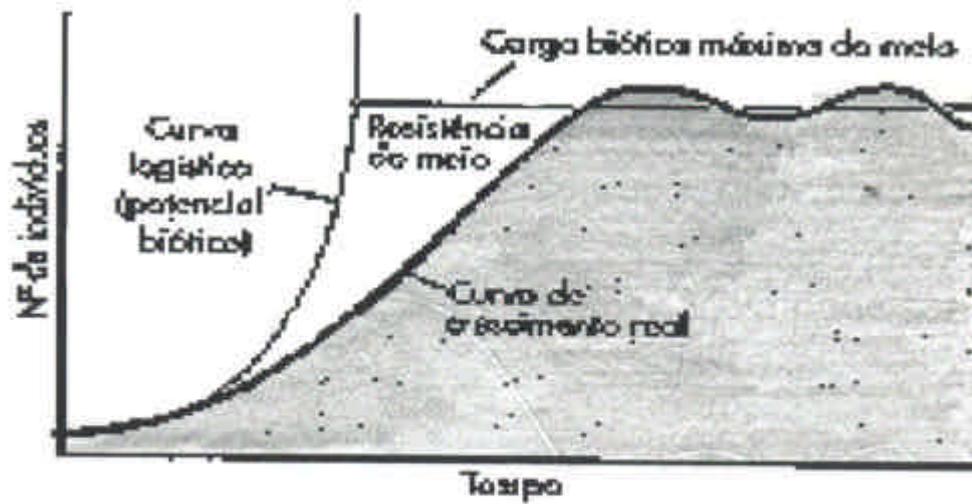


Gráfico 25

A explicação dos alunos ocorreu quando eles afirmaram que “a curva de brix diminui com o aumento da população, pois esta consome o açúcar presente no meio”.

Os alunos descobriram, através de pesquisas e após conversas e encaminhamentos do professor, que a curva logística, representa “a curva real de crescimento de uma população”, e utilizaram como ilustração de uma curva logística a figura a seguir, que foi explicada detalhadamente durante a exposição oral do trabalho.

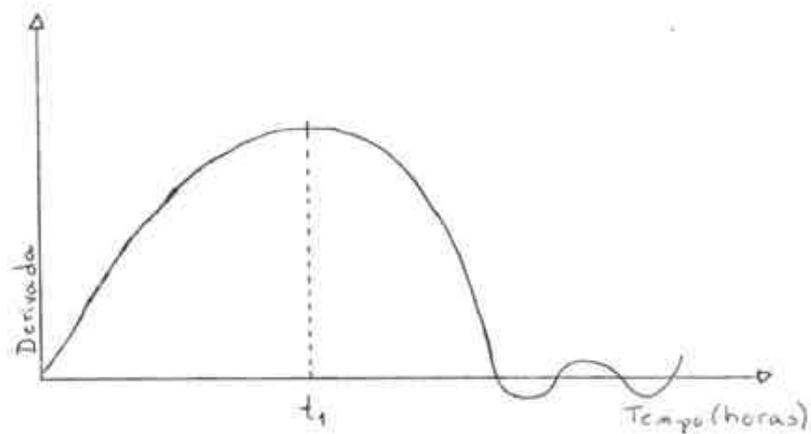


A curva logística de crescimento de uma população biológica resulta da interação entre a potencial biótica e a resistência do meio.

Figura 7

A partir da figura acima, o professor, durante a apresentação oral, questionou os alunos sobre como ficaria o gráfico da derivada. A partir de lembranças de atividades realizadas com calculadoras gráficas em sala de aula e a análise de parte por parte do gráfico, os alunos, após uma rica discussão, esboçaram um gráfico semelhante à próxima figura no quadro negro da sala de aula.

Esboço do Gráfico da Derivada



t_1 = ponto de maior taxa de crescimento.

Gráfico 26

Com relação ao gráfico acima, os estudantes afirmaram na versão final do trabalho:

A curva cruza o eixo x quando há uma mudança no comportamento da população (quando diminui ou volta a crescer). A curva é negativa nos intervalos de tempo que a população diminui, ou seja, a taxa de crescimento é negativa.

As conclusões dos alunos foram baseadas na comparação entre dados obtidos na literatura e os dados coletados pelo grupo. Com isso, eles descobriram alguns fatores que influenciam no crescimento das leveduras que estudaram. Uma das conclusões que os

alunos chegaram foi que “a matemática está presente neste trabalho na elaboração dos cálculos para contagem, nas tabelas e gráficos obtidos e nas suas interpretações, e na elaboração da PG aplicada ao crescimento ideal de leveduras”.

4.5.2 Discussão

Um fato que merece destaque neste trabalho foi a iniciativa dos alunos em procurarem uma outra docente para a realização de experimentos práticos, possibilitando desde a coleta de dados até a conclusões do trabalho. A participação de outro professor durante o experimento também possibilitou que os alunos conhecessem/utilizassem outras dependências da Universidade.

Este é um caso particular de Interdisciplinaridade, pois foram os alunos quem tomaram a iniciativa, devido à escolha do tema deles. O trabalho dos dois docentes só teve a acrescentar no desenvolvimento do estudo realizado pelo grupo.

Outro ponto a realçar é o fato dos alunos estarem realizando o trabalho de campo juntamente com o desenvolvimento matemático do trabalho, interligando os dados coletados com o conhecimento matemático do grupo, mostrando uma outra possibilidade de como os alunos podem estar utilizando conteúdos matemáticos em um ambiente onde a Modelagem é utilizada como estratégia pedagógica.

As experiências práticas também mereceram atenção especial. Após realizarem a primeira experiência, eles constataram que algo havia sido feito de maneira errada, pois, ao

consultar a literatura, perceberam que os resultados estavam muito distintos do modelo convencional.

Os estudantes poderiam simplesmente parar na primeira experiência e concluir que o estudo não deu certo, mas a persistência deles, juntamente com o apoio recebido pela professora e técnicos do laboratório onde as pesquisas foram desenvolvidas fez com eles iniciassem uma segunda experiência, tomando alguns cuidados que não foram tomados na realização da primeira.

A Matemática, neste trabalho, está presente quando os alunos encontram dados biológicos na literatura interpretados matematicamente, isto é, a Matemática estava presente no processo científico dos biólogos. Com isso, ela foi utilizada como um recurso para a verificação, validação e conclusão de fatos biológicos, ressaltando a criticidade dos alunos ao compararem seus experimentos com a literatura. Os conteúdos adquiridos durante as aulas, além do conceito de PG, foram importantes para a análise dos dados obtidos, permitindo que os estudantes conseguissem discernir o que era possível e o que não era possível, com base na Biologia e na Matemática.

A utilização do Excel possibilitou a comparação dos gráficos desenvolvidos pelos alunos com os encontrados na literatura, considerando que para isso a matemática possui um papel importante, pois através dela, e do domínio do software, os alunos conseguiram esboçar os gráficos para realizarem as comparações necessárias.

Como todos os trabalhos descritos até aqui, a interdisciplinaridade foi fundamental para o desenvolvimento desse estudo, pois através de conteúdos matemáticos os alunos puderam comprovar fenômenos biológicos, que constataram a partir do trabalho de campo realizado junto com outro professor, aliado ao conhecimento matemático adquirido e desenvolvido pelo grupo.

4.6. O Mal da “Vaca Louca”

Turma: 2001;

Número de Participantes: seis alunos.

O Mal da Vaca Louca é o nome popular de uma encefalopatia encontrada em gados, que pode vir a matar seres humanos, desde que os mesmos ingiram carne bovina contaminada pela proteína proteica infectante da doença, denominada príon. Sendo assim, o objetivo dos estudantes era saber mais sobre o assunto - que na época era atual – e analisar o número crescente de casos apresentados pela mídia, principalmente na Europa, além dos prejuízos causados ao homem e à Economia Mundial.

Tanto na versão final escrita quanto na apresentação oral, os alunos relataram a história da doença no Mundo, desde doenças semelhantes constatadas na história da humanidade, até seu surgimento e as possíveis causas do mesmo. De posse desses dados - que conseguiram obter apenas com auxílio da Internet – construíram uma tabela e, a partir dela, alguns gráficos.

A utilização da Internet como principal fonte de pesquisa foi enfatizada pelo grupo no início da apresentação oral - por se tratar de um tema recente quando a pesquisa foi realizada - e uma possível alteração nos dados, que estavam sendo apresentados por eles, poderia ocorrer, a medida em que os mesmos foram coletados no início do semestre. Ao final da apresentação foram realizadas discussões sobre as informações apresentadas ao longo da exposição oral.

Como o principal objetivo dessa pesquisa é investigar como os alunos estão utilizando conteúdos matemáticos ao desenvolverem seus trabalhos em uma disciplina de Matemática, em um ambiente onde a Modelagem é utilizada como estratégia pedagógica e também identificar quais as contribuições deste fato na discussão e interpretação dos trabalhos, serão apresentados a seguir alguns dos gráficos presentes no trabalho dos alunos e a explicação dos mesmos segundo os autores, assim como as interpretações e discussões mencionadas tanto nas versões escritas como na apresentação oral.



Gráfico 27

No gráfico anterior os estudantes utilizaram o software Excel para esboçar a curva do número de casos registrados da doença desde o ano do seu suposto surgimento em função dos anos (o primeiro caso constatado da doença encontrado pelo grupo foi em 1987). A explicação do gráfico anterior – que ocorreu durante a apresentação oral do

trabalho - foi baseada nas informações que eles obtiveram em suas pesquisas, tal como o porquê da “demora” do combate à doença.

Segundo os alunos, essa demora ocorreu devido à falta de informações que os pesquisadores possuíam sobre a doença e, conseqüentemente, as medidas governamentais que foram tomadas para combatê-la. Inicialmente, acreditava-se que ela era transmitida apenas entre os animais. Sendo assim, inicialmente as autoridades apenas vetaram a produção de ração com restos animais, já que esses poderiam estar eventualmente infectados, porém percebeu-se – com o passar do tempo – que esta medida não era suficiente para erradicar a doença, devido ao fato do agente incubador da doença conseguir permanecer um longo período vivo no ser que o ingerisse.

A explicação do Gráfico 27 durante a apresentação foi baseada nos dados obtidos durante as pesquisas como, por exemplo, a demora no decaimento do número de casos por ano devido aos motivos relatados acima. Durante toda a explicação uma das alunas apontava para o gráfico, mostrando onde e como os fenômenos que ela estava narrando poderiam ser interpretados a partir do gráfico.

Ainda utilizando o mesmo software, os estudantes tentaram encontrar uma lei que descrevesse a curva anterior e, para isso, fizeram várias experimentações. Na primeira delas, sempre utilizando o ajuste linear através da ferramenta “adicionar linha de tendência” do programa Excel, os estudantes realizaram diversos experimentos para “descobrir” qual a lei que mais se aproximava da curva por eles encontrada.

Durante a apresentação oral os estudantes declararam que, a partir de testes realizados, eles concluíram que o tipo de função que melhor se ajustaria à curva encontrada por eles seria do tipo polinomial. Para chegarem a tal afirmativa eles fizeram diversas aproximações, iniciando com a função polinomial de primeiro grau, em seguida a de

segundo, e assim sucessivamente, até “concluírem” que a melhor aproximação seria uma função polinomial de sexto grau, e encontraram a seguinte lei: $f(x) = -0,0002x^6 + 0,0052x^5 + 0,031x^4 - 1,6913x^3 + 13,915x^2 - 32,616x + 21,937$, como mostra o gráfico a seguir.

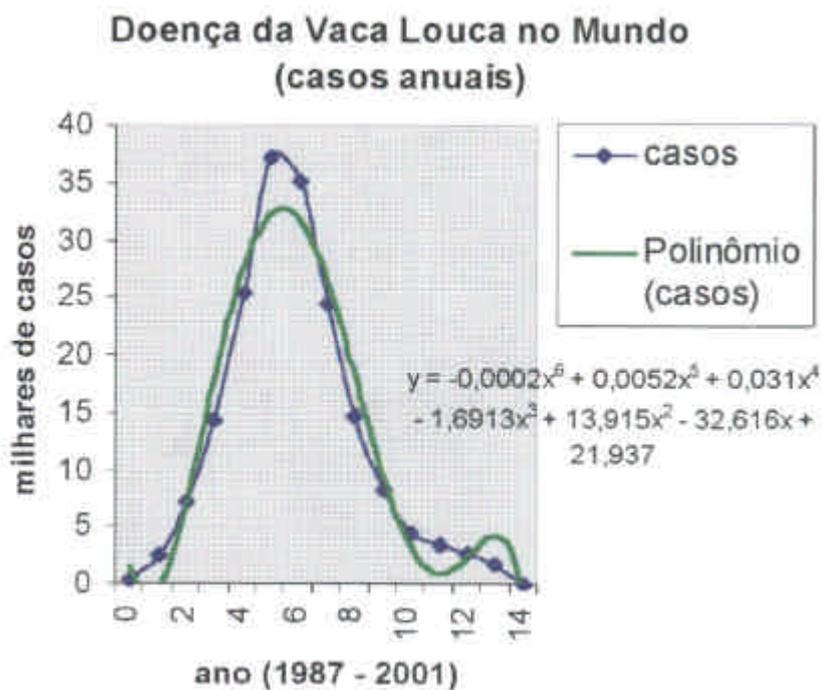


Gráfico 28

Durante a apresentação oral, os alunos foram questionados por que eles optaram pela utilização de funções polinomiais para obterem o ajuste da curva, já que durante o curso eles trabalharam apenas com as funções lineares e quadráticas. Um dos integrantes do grupo disse que “as funções polinomiais são melhores” e que eles descobriram isso através

das experimentações realizadas no Excel. Após diversas tentativas, o grupo optou por um polinômio do 6º grau e justificaram a escolha da seguinte maneira: “quanto maior o grau do polinômio, mais próximo o gráfico estará da curva original”. Diante da resposta do grupo, o professor questionou o que era possível analisar a partir da lei daquela função. Os estudantes não conseguiram responder e, então, o docente argumentou que não foi uma “boa escolha”, visto que quando o gráfico da função polinomial e a curva original “se encontram”, não era possível obter informações interessantes, pois o mais importante, neste caso, seria a proximidade da curva nos anos mais recentes, fato que não ocorreu.

A partir do exemplo anterior, o professor enfatizou que encontrar a equação que descreve um modelo é importante desde que seja possível realizar análises, obter dados, e fazer previsões com a mesma. Além disso, salientou que “a aproximação por uma expressão depende do objetivo do problema”, e que no caso do problema relatado pelo grupo, não ajudaria para obter mais informações.

Em seguida os alunos apresentaram um gráfico da soma dos casos em relação aos anos:

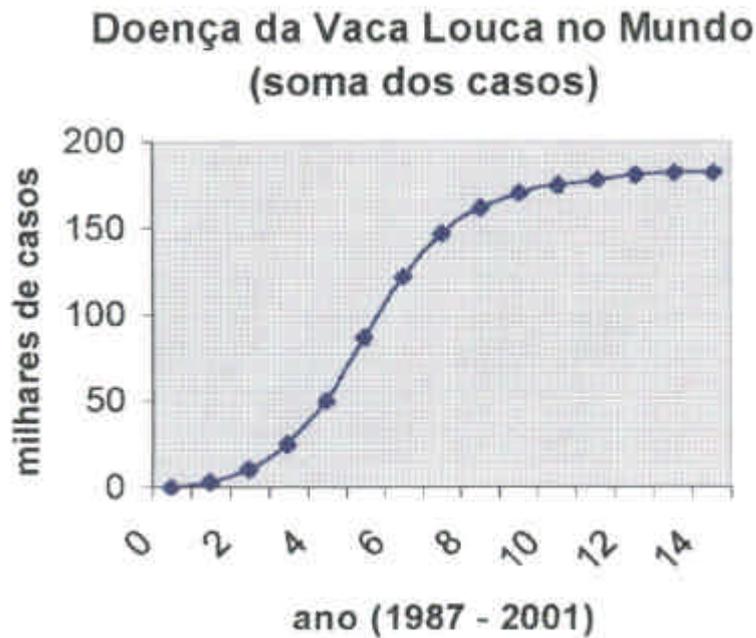


Gráfico 29

No gráfico anterior, eles colocam o ano inicial do surgimento do primeiro caso da doença como ano 0. A partir da curva esboçada no gráfico acima, os alunos tentam descobrir através de experimentação (baseados na pouca experiência que tiveram ao longo do curso sobre a função exponencial, mas com a ajuda do professor), qual a lei da curva do gráfico acima.

Durante a apresentação oral, os alunos esclareceram que procuraram o professor para tentar encontrar a lei da curva acima. O docente afirmou “eles vieram conversar comigo...” e um dos integrantes do grupo interveio “porque a gente não sabia o que fazer...” e então o docente continuou sua fala, afirmando que “eu indiquei para eles uma seção do

livro onde tinha esse modelo e expliquei para eles um pouco parte daquilo que acontecia ali”. Após muitas tentativas, segundo eles, obtiveram a seguinte curva:



Gráfico 30

Um dos alunos destaca, inicialmente, que no gráfico original o valor inicial de x é 0 e o final é 14, e que no modelo que eles conseguiram, o valor inicial de x era -6 e o final, 8. Para explicar o gráfico acima, os alunos, durante a apresentação oral, utilizaram “termos” matemáticos como “o limite da curva tende a 200”; “nos anos iniciais a doença tendia a zero”, além de terminologias como assíntota horizontal do gráfico, entre outras.

Em um determinado momento da discussão realizada após a apresentação oral, o professor questionou se fazia sentido o que eles haviam feito, e um dos alunos do grupo afirma que sim e exemplifica através da atribuição de valores para x , comparando a

imagem das funções. Questões foram elaboradas pelo professor de modo a encaminhar os alunos para uma reflexão sobre os gráficos e suas validades.

Em determinado momento, o professor questiona se não seria possível traçar a curva com o ano inicial sendo o ano 0, falando: “O que eu quero? O que eu quero, olha só, para eu dar uma dica para vocês, eu quero uma maneira de mudar a equação para quando eu colocar 0 eu ter como imagem o que eles encontraram quando colocam o -6...”.

Os alunos pensaram, discutiram entre si e com o restante da turma, e, diversas idéias surgiram. Partindo da idéia de um aluno da platéia, que relacionou uma atividade realizada em sala de aula onde os estudantes variavam os coeficientes das funções lineares e quadráticas para perceberem o que estava acontecendo, eles chegaram a seguinte função:

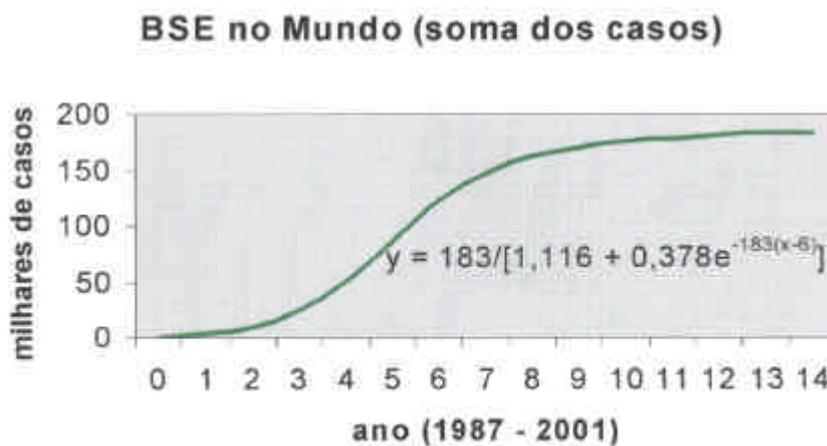


Gráfico 31

O professor relacionou a resposta dada pelo aluno com o exercício trabalhado em sala de aula, onde em uma equação do 2º grau, o que acontece quando o “b” é variado e

completa “Aqui, o que eu fiz, foi induzir vocês... O grupo chegou até um pedaço e vocês [apontando para o restante da turma] fizeram o resto”.

Além disso, o professor fez perguntas relacionadas aos conteúdos trabalhados em sala de aula, como por exemplo, “Como eu acho um ponto do primeiro gráfico [Gráfico 27] com o segundo gráfico [Gráfico 29]?”; “Qual é o ponto de máximo do Gráfico 27 no Gráfico 29?”. Os alunos conversaram entre si, pensando em retas tangentes à curva, responderam corretamente ao professor, esboçando os gráficos com seus respectivos pontos de máximo na lousa. Além disso, também relacionaram a derivada da função a partir das retas tangentes à curva.

A maneira como a lei da função foi encontrada pelos estudantes não está descrita em nenhuma das versões do trabalho, como também na apresentação oral. Embora o professor tenha questionado sobre diversos fatores da lei da função, não perguntou aos estudantes como eles chegaram àquela fórmula. Após a observação do trabalho com um outro objetivo, foi constatado que a equação apresentada pelos alunos não corresponde à curva esboçada no trabalho. Diversas hipóteses, estudos e conjecturas foram levantadas e a equação pela qual se obtém a curva mais próxima daquela apresentada pelos alunos é encontradas pelos pesquisadores Prof^a Dr^a Mônica Ester Villarreal, o Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba e a Prof^a Ana Paula dos Santos Malheiros:

$$f(t) = \frac{183}{1,116 + 0,378 \cdot e^{(-1,83)(t-6)}}$$

Onde o número 183 é substituído por 1,83 no expoente do denominador. Ao traçar a equação acima no Excel, com os valores de t variando de 0 até 14, obtivemos a seguinte curva:

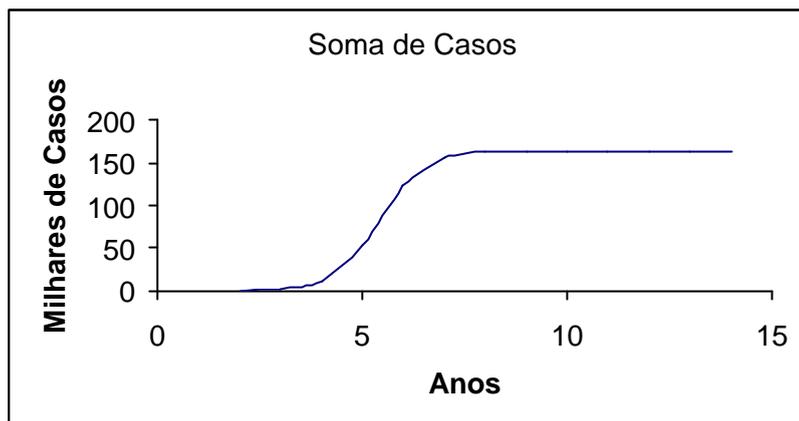


Figura 8

Diversas especulações foram feitas por pesquisadores do GPIMEM para tentar aproximar mais ainda a equação do gráfico apresentado. Tentamos, também, sem sucesso, contatar os protagonistas deste trabalho. Não foi possível, com os dados que possuímos, formar conjecturas mais sólidas sobre o que de fato aconteceu.

4.6.1. Discussão

As Tecnologias da Comunicação e Informação foram muito importantes para o desenvolvimento deste trabalho, pois, por se tratar de um tema muito atual na época em que

os estudantes resolveram investigá-lo, a disponibilidade de dados na rede foi um fator essencial para que os alunos conseguissem coletar os dados para futuras análises.

As Tecnologias da Informação e Comunicação também foram marcantes nos trabalhos desde a coleta dos dados até a conclusão dos trabalhos. As TIC foram utilizadas para que os alunos esboçassem os gráficos a partir dos dados que obtiveram na realização de experimentações, como no caso da translação horizontal proposta pelo professor durante a apresentação oral, que acabou surgindo após a lembrança de uma atividade desenvolvida com calculadoras gráficas por um aluno que não era integrante do grupo, mostrando que houve aprendizado nas atividades de experimentação desenvolvidas em sala de aula.

A Interdisciplinaridade foi um ponto chave e decisivo na realização e desenvolvimento do trabalho, já que os alunos utilizaram conteúdos matemáticos para representar, analisar e modelar fatos biológicos. E, além disso, as questões históricas e culturais incorporadas ao trabalho para uma possível explicação de doenças semelhantes a da Vaca Louca foram apresentadas e as dificuldades encontradas pelos pesquisadores para conseguirem erradicar a doença no Mundo.

Durante o desenvolvimento dos trabalhos aparecem conteúdos matemáticos que não fazem parte do currículo estudado pelos alunos ao longo da disciplina Matemática Aplicada, como as funções polinomiais com grau maiores do que 2, progressão geométrica e a função sigmóide. Também percebe-se claramente a utilização dos conteúdos que fazem parte da ementa da disciplina, tratados pelo professor em sala de aula, ao longo do desenvolvimento dos mesmos.

Com isso, posso afirmar que além dos conteúdos previstos na ementa, esses alunos tiveram contato com outros conteúdos matemáticos e os mostraram para os colegas de

classe. Assim, percebo que a Modelagem proporciona a investigação matemática, e os alunos necessitam se interar de saberes já adquiridos (como no caso da PG), ou, supostamente, não, mas conseguem aplicá-lo em seu trabalho, exemplificando que a Matemática não está dissociada de outras áreas do conhecimento.

As experimentações utilizadas pelo professor juntamente com as TIC em sala de aula também foram importantes para os alunos, no momento em que os mesmos se remeteram a elas para refletir e concluir fatos matemáticos relacionados aos trabalhos. O que mais chama atenção neste fato é que a associação partiu de um aluno que não fazia parte do grupo. Ele estava na platéia e, envolvido com a questão lançada pelo professor ao grupo, associou a pergunta a uma atividade realizada em sala de aula no início do semestre, mostrando que as mesmas tiveram significado para ele, lhe proporcionando reflexão e entendimento sobre o conteúdo abordado.

Com isso, podemos concluir que um dos destaques que este trabalho teve o enfoque experimental-com-tecnologias, além da Internet, que foi a fonte de dados, possibilitando o desenvolvimento do estudo. Além disso, ao abordarem questões históricas e culturais sobre doenças semelhantes a da Vaca Louca e ao utilizarem conteúdos matemáticos para interpretar os dados obtidos, deixaram claro que a interdisciplinaridade foi importante atriz do cenário deles.

A Experimentação, enfoque pedagógico utilizado pelo professor através de atividades de investigação desenvolvidas com o auxílio das Tecnologias da Informação e Comunicação, foi essencial para a resolução de questões por parte dos alunos, já que os mesmos lembraram os problemas estudados para que pudessem resolver seus próprios problemas.

É importante realçar também as dificuldades do professor ao lidar com diversos trabalhos de Modelagem. Neste caso, o docente não conferiu a correspondência entre o gráfico e a expressão algébrica, e a discrepância entre ambas as representações não foi trabalhada com o grupo e com a turma.

A partir da perspectiva de Modelagem apresentada no Capítulo II, que será interpretada como uma estratégia pedagógica, onde os alunos, a partir de um tema ou problema qualquer, utilizam conteúdos matemáticos para investigá-lo ou resolvê-lo, entendo que o professor passa a atuar como orientador durante todo o processo educacional. Com isso, acredito que a relação entre professor e aluno possui papel fundamental, principalmente através da comunicação, seja ela oriunda das diferentes mídias disponíveis, como a escrita, fala, e-mails, entre outros. Neste caso, o professor não deve ser o detentor do poder, e sim mediador do processo de ensino e aprendizagem, através do diálogo, aqui entendido como as conversas de corredor entre professor e alunos, encaminhamentos, sugestões e críticas escritas nas versões preliminares dos trabalhos, além das discussões em reuniões extra sala de aula, como uma orientação para o processo da construção dos trabalhos de Modelagem.

De acordo com Skovsmose (2001), este processo pode ser chamado de Educação Matemática Crítica, onde os estudantes possuem um grau de envolvimento muito grande no desenvolvimento e controle do processo.

No próximo Capítulo será realizada uma análise geral dos trabalhos aqui apresentados, destacando os principais temas que emergiram durante a discussão dos mesmos, relacionando-os com os demais trabalhos que foram pré-analisados e com a literatura apresentada anteriormente.

Capítulo V

Análise Geral dos Trabalhos

No Capítulo anterior foi realizada uma discussão específica de 6 trabalhos, dos 92 desenvolvidos entre 1993 a 2002, com base nos critérios estabelecidos, descritos no Capítulo III. Já neste Capítulo será apresentada a análise dos trabalhos de uma maneira ampla, envolvendo a investigação realizada nos demais trabalhos. Para tanto, serão estabelecidos temas guiados pela pesquisa, como forma de dar respostas parciais a pergunta desta pesquisa, que é *“Como os alunos estão utilizando conteúdos matemáticos em um ambiente onde a Modelagem é uma das estratégias pedagógicas?”*.

Para isso, além dos seis trabalhos apresentados no Capítulo anterior (Superpopulação, Biorritmo, Alimentação dos Peixes, Cloroplastos, Leveduras e Vaca Louca), serão citados trabalhos cujos títulos estarão entre aspas e o ano em que foram desenvolvidos acompanhado da letra d – turma do período diurno – ou n – turma do período noturno. A lista completa dos trabalhos analisados está no Anexo I.

5.1. Temas

Para desenvolver esta pesquisa, alguns fatores foram importantes para que os dados pudessem ser coletados e analisados. Em primeiro lugar, destaco o curso, cenário do estudo. A maneira como ele foi e é desenvolvido, os enfoques pedagógicos utilizados pelo docente e as relações alunos-professor foram fundamentais para que todo este trabalho se tornasse possível. Além disso, o arquivo de dados armazenados e catalogados pela equipe do GPIMEM é rico e praticamente completo, outro fato que tornou viável o desenvolvimento dessa pesquisa.

A seguir, pretendo destacar as principais características detectadas por mim ao longo do desenvolvimento desta pesquisa. Para isso, irei me remeter aos trabalhos apresentados no Capítulo anterior e a possíveis outros, que possuam semelhanças que valem a pena serem ressaltadas.

5.1.1. Estratégias

A questão das metodologias utilizadas pelos alunos para coletarem, armazenarem e analisarem os dados em seus estudos são as mais variadas. Os estudantes apresentaram, ao longo desses dez anos, inúmeras maneiras de se desenvolver um trabalho, sempre com o intuito de atingir os objetivos iniciais propostos por eles.

Os dados foram coletados em livros, teses, dissertações, Internet, Também foram realizadas pesquisas para quantificar os dados, além de serem realizados experimentos com

materiais disponíveis nos laboratórios da Universidade, e também são coletados dados oriundos do meio ambiente, como plantas, peixes, entre outros.

E, na maioria dos casos, a metodologia para a coleta de dados não é única, fazendo com que os estudantes exerçam sua criticidade ao comparar resultados obtidos, checar a veracidade das informações encontradas e das análises realizadas.

Um bom exemplo para isso é o trabalho “Estudo do Crescimento Populacional de Leveduras”, 2000d. Nele, os alunos realizaram experimentos práticos em um dos laboratórios da Universidade e, ao checar o resultado dos dados obtidos na literatura, perceberam que algo estava errado e, com isso, realizaram um novo experimento, tomando cuidados antes ignorados e ficando atentos às instruções da professora do Departamento onde realizaram os experimentos práticos.

Um outro exemplo é o trabalho “O Mal da Vaca Louca”. Os dados foram todos coletados via Internet, e as alunas conseguiram, com intervenções e sugestões do professor, realizar um trabalho de investigação e experimentação em cima de informações cuja veracidade poderia ser duvidosa.

Assim como os trabalhos citados aqui, existem tantos outros com metodologias diferenciadas, mostrando que essa é uma das possibilidades ao se trabalhar em um ambiente onde a Modelagem Matemática é utilizada como estratégia pedagógica, fazendo com que o aluno utilize diversas estratégias para a investigação, experimentação, iniciando assim o “fazer pesquisa”.

Com isso, podemos ilustrar como em trabalhos realizados em um ambiente de Modelagem pode haver, além da utilização da Matemática para que os alunos possam investigar, conjecturar e concluir determinados fatos, uma iniciação para atividades de investigação.

Disponibilidades de professores (em tempo integral) de outros departamentos, biblioteca, acesso a Internet, etc., mostram como que o contexto mais amplo de uma universidade é também peça importante para que um enfoque como este se torne mais rico.

De todo modo, do ponto de vista desta pesquisa o que é importante é que diferentes caminhos metodológicos utilizados por estudantes para realizarem seus trabalhos possibilitam que a Matemática seja discutida em sala de aula, conforme apresentado no Capítulo anterior.

5.1.2. Tecnologias da Informação e Comunicação e Experimentação

As TIC estiveram presente na grande maioria dos trabalhos, porém de maneiras distintas. A partir de 1997, quando o acesso aos computadores na Unesp – Rio Claro começou a ser difundido entre os estudantes, os poucos computadores a disposição dos alunos foram utilizados para a digitação dos trabalhos, esboço de tabelas e gráficos, e, posteriormente, com a Internet, como fonte de dados.

Mas, os trabalhos citados no item anterior foram todos realizados através da experimentação-com-tecnologias, como calculadoras gráficas, sensores, softwares gráficos. Então, porque estou fazendo distinção entre a experimentação e as TIC?

Em alguns trabalhos, as TIC foram utilizadas apenas como meio para coleta de dados, principalmente através da Internet, como no desenvolvimento do “O Mal da Vaca Louca”, 2001n; “Bomba Atômica”, 2001n; “Investigação de Paternidade”, 2002n; “Maconha”, 2002n; entre outros. No caso do trabalho “Biorritmo e Cronobiologia”, 1995n,

a calculadora gráfica foi utilizada para a experimentação e o software (de nome não mencionado) para a validação do experimento.

Em outros casos, como “O Mal da Vaca Louca”, 2001n, os alunos utilizaram a Internet para coletar os dados e o Excel para investigar, problematizar, tabelar e construir gráficos, além de realizarem a experimentação, citada anteriormente.

No trabalho “O Cloroplasto”, 1999d, os alunos utilizaram softwares gráficos para comparar seus experimentos com os dados que eles obtiveram na literatura, validando ou não as experiências realizadas.

Já no trabalho “Amazônia”, 2002n, as TIC foram utilizadas em diversos sentidos. Desde fonte de dados, até softwares para plotar gráficos, figuras da Internet, entre outros.

Com isso, fica nítida a importância das TIC no desenvolvimento dos trabalhos. Sabemos que a cada dia que passa os recursos tecnológicos vêm se atualizando, modificando ações do cotidiano. Na Educação, este processo não é diferente. A cada dia que passa, os estudantes estão tendo mais contato com as TIC e, na Unesp – Rio Claro, eles são privilegiados, pois contam com uma estrutura muito boa se comparada com o restante do país. Então, cabe aos docentes saberem como utilizá-las, seja como fonte de dados, seja para realizar experimentações, resolver problemas e, no caso desta pesquisa, auxiliar no desenvolvimento dos trabalhos de Modelagem.

Como foi descrito e exemplificado em outros momentos deste texto, a Modelagem, muitas vezes, pode se associada a outras estratégias pedagógicas. No caso desta dissertação, o fato do docente utilizar o enfoque experimental-com-tecnologias, as TIC são muito utilizadas para o desenvolvimento dos mesmos, seja com o objetivo de tentar resolver problemas, de que envolvem a investigação, análise e validação dos dados do trabalho.

E, como nesta pesquisa investigo “*Como os alunos estão utilizando conteúdos matemáticos em um ambiente onde a Modelagem é uma das estratégias pedagógicas?*”, através dos trabalhos analisados e da literatura pesquisada, posso concluir que a utilização de conteúdos matemáticos juntamente com as TIC podem ser um ponto positivo quando utilizados em um ambiente onde a Modelagem é utilizada como estratégia pedagógica.

A experimentação, um dos enfoques pedagógicos utilizados pelo professor ao longo da disciplina, também se mostra presente em muitos trabalhos. A partir de 1994, quando o docente começou a inserir atividades investigativas com o enfoque experimental-com-tecnologias, utilizando inicialmente calculadoras gráficas, a tendência do aparecimento deste recurso para complementar o trabalho de Modelagem cresceu gradativamente, ano a ano.

Alguns trabalhos podem ser destacados, como “Biorritmo e Cronobiologia”, 1995d; onde as alunas utilizaram a calculadora gráfica para descobrir quais as melhores curvas que representavam os ciclos em seu trabalho e um software para confirmar se os gráficos que elas haviam traçado com lápis-e-papel estavam corretos. Em um outro trabalho, “Comportamento dos estômatos em diferentes ambientes”, 1998d, o grupo utilizou recursos tecnológicos para encontrarem as leis das funções que melhor representavam os dados coletados em um ambiente fora da Universidade.

Um outro trabalho que merece ser mencionado é “O Mal da Vaca Louca”, 2001d. Os alunos utilizaram a experimentação para encontrarem a lei da curva da soma dos casos da doença, mas o que mais chama a atenção neste caso foi a manifestação de um aluno que não pertencia ao grupo, e que, diante de uma questão feita pelo docente ao grupo sobre uma função durante a apresentação oral, remeteu-se as atividades realizadas em sala de aula e resolveu o problema.

Além desses, outros trabalhos como “Estudo da Alimentação de algumas espécies de Peixes na água doce na Represa do Lobo, Itirapina – SP”, 1997d; “Análise do Planejamento Urbano de Rio Claro”, 1994d; “Geometria Ligada à Vida”, 1997d; “Análises Matemáticas do coração”, 1999d; “Amazônia”, 2002n utilizaram a experimentação-com-tecnologias em maior ou menor intensidade, para desenvolverem seus trabalhos, mostrando a importância deste enfoque pedagógico aliado a Modelagem, para o processo de investigação e pesquisa de conteúdos matemáticos associados aos temas dos trabalhos.

Borba (1999), destaca que o uso do enfoque experimental através das Tecnologias da Informação e Comunicação pode possibilitar que novos tipos de investigações sejam realizadas pelos alunos, tanto para tratar de temas matemáticos quanto para pesquisar sobre um determinado assunto do interesse dos mesmos.

Sendo assim, percebemos que o enfoque experimental-com-tecnologias auxilia na utilização de conteúdos matemáticos em um ambiente de Modelagem, sugerindo que a conciliação destes dois enfoques pedagógicos pode possibilitar que alunos que não escolheram a Matemática como profissão possam utilizar a Matemática que trouxeram do ensino Médio em projetos de seu interesse e, ao mesmo tempo, abrir espaço para que novos conceitos sejam desenvolvidos.

5.1.3. Conteúdos e Interpretação Matemática

Os conteúdos matemáticos abordados nos trabalhos são diversos, desde conceitos listados nas grades curriculares dos Ensinos Fundamental e Médio até os de Nível Superior. Porém, o que deve ser enfatizado é a maneira como esses conteúdos se incorporam ao

trabalho de tal modo que, sem eles, muitas conclusões seriam diferentes ou talvez não ocorreriam.

Ao escolher um tema, os alunos procuram matematizá-lo, para, muitas vezes conseguir compreender determinados fenômenos e elaborar algumas conjecturas. Porém, o objetivo ao se trabalhar com Modelagem é, na maioria das vezes, tentar compreender fatos, elaborar e atribuir significados aos modelos, utilizando para isso a Matemática, independente se é o professor ou se são os alunos quem escolhem o tema. Mas, ao se trabalhar com essa estratégia pedagógica quando o tema de desenvolvimento do trabalho é escolhido pelo aluno, é difícil prever quais conteúdos matemáticos irão surgir e muitos destes conteúdos exigem dedicação e estudo por parte do grupo, para que os objetivos sejam alcançados.

Mas, a maior evidência da utilização e compreensão desses conteúdos aparece nas falas e também nos textos produzidos por alunos. Eles conseguem explicar de uma maneira “simples”, se considerarmos o rigor matemático, conteúdos importantes. Podemos pensar no caso do trabalho “Biorritmo e Cronobiologia”, 1995d. A maneira como o grupo explica os conceitos de pontos de máximo e mínimo das curvas, interpretando isso biologicamente, sugere que eles sabem lidar com este conteúdo no contexto do trabalho desenvolvido por eles.

Já no trabalho “Estudo da Alimentação de algumas espécies de Peixes na água doce na Represa do Lobo, Itirapina – SP”, 1997d, os alunos, ao interpretarem os gráficos desenvolvidos a partir dos dados coletados, concluíram que o b (coeficiente linear) da função $y = ax + b$ não fazia sentido para eles, embora o software utilizado lhes tenha fornecido um valor quando fez a regressão linear dos pontos. A explicação deles justifica

esse fato biologicamente, e eles ainda levantaram conjecturas sobre uma possível interpretação do coeficiente linear das funções.

A maior evidência de que os conteúdos foram aprendidos, para mim, está na fala dos alunos. Se a curva é do tipo exponencial, por exemplo, eles explicam porque aquele determinado fenômeno deve ser representado daquela maneira, sempre justificando matemática e biologicamente.

Com isso, os alunos estão produzindo uma matemática que faz sentido para eles, e é o ambiente de Modelagem, juntamente com o enfoque experimental-com-tecnologias quem proporciona esta produção.

5.1.5. Interdisciplinaridade

A Modelagem está diretamente ligada com a questão da interdisciplinaridade, já que ao realizarmos um trabalho de Modelagem, nos preocupamos em procurar soluções, explicações para um determinado tema e, para isso, muitas vezes é necessário a utilização de conceitos nem sempre relacionados diretamente com a questão estudada. Fazenda (2001) destaca que o trabalho interdisciplinar transforma o exercício pensar em construir.

No ambiente escolar, a interdisciplinaridade envolve diversos aspectos, como a vontade, tanto de professores quanto de alunos, as políticas e os projetos de cada um, inclusive da instituição de ensino em suas pesquisas. A partir dos trabalhos selecionados, ficaram explícitas questões interdisciplinares.

Porém, o que mais chamou a atenção foi a maneira como a interdisciplinaridade surgiu ao longo dos anos no desenvolvimento dos trabalhos. Professores, assim como

Técnicos de outros Departamentos se disponibilizaram em ajudar os alunos, ingressantes no curso, para desenvolverem suas pesquisas.

Outro fator positivo e incomum foi o fato de alunos procurarem os outros professores para que estes pudessem auxiliá-los, pois nas poucas vezes, quando a Interdisciplinaridade está presente na Educação, a iniciativa parte da direção ou dos próprios professores, que utilizam o termo “trabalhar com projetos” para isso.

É fora do contexto desta pesquisa discutir se a Modelagem “facilita” ou não a Matemática, quando esta é trabalhada em conjunto com outras disciplinas. Entretanto, é possível dizer que não há uma só relação óbvia entre os temas escolhidos e a Matemática, mas parece haver um enriquecimento positivo entre aspectos envolvidos no trabalho: tema escolhido e conteúdos matemáticos.

5.1.6. Educação Matemática Crítica

Ao longo da síntese e discussão dos trabalhos apresentados no Capítulo anterior é possível identificar aspectos da Educação Matemática Crítica, proposta por Skovsmose (2002). Isso é possível devido a vários fatores que envolvem o desenvolvimento dos trabalhos de Modelagem, como a postura e os enfoques pedagógicos utilizados pelo professor.

A criticidade está presente de maneiras diferentes, dependendo do trabalho desenvolvido. Por exemplo, no trabalho “Superpopulação”, 1993d, os alunos começaram por escolher um tema socialmente relevante, relacionando questões sobre doenças e o aumento da população, enfatizando quais os prejuízos destes fatos para a população

Mundial. Com isso, os alunos discutiram questões sociais fundamentados em conteúdos matemáticos, como aumento da população, etc.

Um outro exemplo já apresentado está presente no trabalho “Estudo do crescimento populacional de Leveduras”, 2000d. Neste trabalho, os alunos demonstraram criticidade ao concluir que a primeira experiência realizada por eles havia falhas e que, por isso, não seria possível realizar conclusões sobre o trabalho que estava sendo desenvolvido por eles.

Questões oriundas da Educação Crítica e, por conseqüência, da Educação Matemática Crítica estão presentes, em maior ou menos intensidade, no desenvolvimento da grande maioria dos trabalhos, e um dos motivos desse acontecimento é a postura e personalidade do docente. A partir do momento em que ele permite que os alunos escolham um tema para o desenvolvimento do trabalho ele está fazendo com que os alunos tenham uma postura crítica, decidindo qual tema irão desenvolver ao longo do semestre e justificando o por que da escolha.

Além disso, a maneira como ele conduz sua disciplina também faz com que os alunos desenvolvam a competência crítica, também proposta por Skovsmose (2002) e os trabalhos de Modelagem são peças chave para promover essa competência aliados aos trabalhos de experimentação-com-tecnologia.

5.2. A Produção Matemática dos alunos

Neste Capítulo destaquei os temas que emergiram a partir da análise dos trabalhos, como no exemplo do trabalho “Superpopulações”, onde a matemática estudada e produzida foi embebida de criticidade.

Os alunos aplicaram conteúdos matemáticos recém aprendidos na disciplina Matemática Aplicada no desenvolvimento dos trabalhos, como em “Biorritmo e Cronobiologia”, ou aprenderam novos conteúdos matemáticos durante o processo, como em “O Cloroplasto”, “Estudo do Crescimento Populacional de Leveduras” e “O Mal da Vaca Louca”. Há também que se destacar um processo de ressignificação de conteúdos que já haviam sido estudados pelos alunos, ao longo da elaboração dos trabalhos. Os estudantes passam a olhar não apenas para a Matemática ou Biologia, e sim para essas duas áreas do conhecimento, com um objetivo específico, como na análise dos termos ‘a’ e ‘b’ das funções do primeiro grau no trabalho “Estudo da Alimentação de algumas espécies de Peixes na água doce na Represa do Lobo, Itirapina – SP”.

Além disso, os estudantes pareceram mostrar, ao longo do trabalho “Estudo da Alimentação de algumas espécies de Peixes na água doce na Represa do Lobo, Itirapina – SP”, terem consciência parcial da Ideologia da Certeza (Borba, Skovsmose, 2001), ao discutirem a interface da Matemática com a Biologia.

A interdisciplinaridade esteve presente em todas as produções matemáticas apresentadas no Capítulo anterior, em parceria com as tecnologias da inteligência, que foram apresentadas de diferentes maneiras.

No próximo Capítulo apresentarei algumas considerações que surgiram durante o estudo, que considero relevantes para serem pensadas, discutidas, analisadas e investigadas.

Capítulo VI

Considerações Finais

Ao iniciar esta pesquisa, várias eram minhas angústias, dúvidas e questões. A proposta inicial era analisar todos os trabalhos e eu o fiz! Porém, como analisá-los de maneira profunda, com um olhar científico, crítico, com base na literatura e escrever sobre os 92 trabalhos em uma dissertação de Mestrado? Com o tempo, fui me convencendo que isso era um “projeto de vida” – fazer o que fiz com os seis trabalhos apresentados no Capítulo V com todos os demais trabalhos. Vontade não faltou, porém a voz da razão, neste caso, a do meu orientador e dos professores que fizeram parte do meu exame de qualificação, me fizeram refletir e concordar que era impossível analisar e apresentar os demais trabalhos da maneira como foi feito com os seis escolhidos.

No entanto, a partir de todo estudo que fiz, pude compreender algumas questões e elaborar outras tantas em minha mente.

Para mim, ficou clara a importância da Modelagem como uma das possíveis estratégias pedagógicas para se ensinar Matemática. Mas será que é tão simples assim?

Não, não é. Durante a pesquisa, percebi o amadurecimento e a evolução do professor ao longo do tempo, tanto em relação às perguntas que fazia durante as apresentações do trabalho, quanto perguntas e sugestões escritas nas versões preliminares do trabalho. Mas, analisar isso seria uma outra pesquisa, e então, deixo esta questão em aberto.

Além disso, poderia ter sido analisado conteúdos matemáticos que caberiam nos trabalhos e não foram utilizados. Por que não foram utilizados? Qual o papel do professor neste processo? Mas isso também seria uma outra pesquisa.

Agora, olhando para a minha pesquisa, quando consegui estabelecer os objetivos da mesma, que eram investigar como os alunos estão utilizando conteúdos matemáticos ao desenvolverem seus trabalhos em uma disciplina de Matemática, em um ambiente onde a Modelagem é utilizada como estratégia pedagógica e quais as contribuições deste fato na discussão e interpretação dos trabalhos, acredito que consegui obter algumas conclusões sobre eles.

Os conteúdos matemáticos apareceram em diversos níveis e intensidade, como já mencionado e exemplificado. Mas o que realmente importa – e também o que ficou para mim – foi como esses conteúdos foram utilizados. O trabalho de Modelagem, da maneira como é proposto na disciplina Matemática Aplicada, juntamente com todas as demais características do curso, proporciona a discussão e a interpretação desses conteúdos. Os alunos conseguem enxergar “utilidade” para a Matemática. Em muitas conclusões de trabalhos, eles afirmam que sem determinado conceito matemático seria difícil concluir tal fato ou fenômeno.

Mas não foi fácil chegar a essas conclusões. Ao ler essa dissertação, pode-se ter a impressão de um processo linear de trabalho, o que não aconteceu. A cada tese ou dissertação que lia, a cada trabalho que analisava, a cada discussão com amigos, surgiam

novas idéias e milhares de dúvidas, e o processo para organizar a estrutura desta dissertação foi sendo construído.

6.1. Modelagem como estratégia pedagógica

A Modelagem, utilizada como estratégia pedagógica, pode permitir que os alunos se envolvam mais com determinados conteúdos matemáticos, dependendo sempre de uma série de fatores, como a maneira de trabalho do professor, o ambiente de ensino e suas condições, além de uma fundamental dedicação. Acredito ser muito mais fácil para um professor de Matemática chegar em sala de aula, abrir o livro em determinado assunto, explicá-lo, resolver um exemplo e pedir que os alunos façam uma lista de exercícios semelhantes. Não condeno esta estratégia de ensino e acredito que em alguns momentos ela é importante, porém os alunos querem saber porque eles têm que aprender aquilo, onde irão utilizar aquele conceito e, qual a importância do mesmo. Neste momento, a Modelagem, utilizada como estratégia pedagógica, pode auxiliar na atribuição de significados para conceitos antes sem sentido. O que pretendo é chamar a atenção para uma, dentre tantas, estratégias pedagógicas, que podem ser utilizadas para o ensino da Matemática.

A maneira como a Modelagem foi apresentada nesta dissertação, aliada às TIC, revelou como os alunos podem se interessar em discutir um conceito matemático para concluir determinado fato biológico, e com isso, compreender este conceito.

As atividades de experimentação-com-tecnologias também se mostraram extremamente importantes para o desenvolvimento dos trabalhos de Modelagem, pois, ao estimular a investigação e discussão matemática em sala de aula, através de atividades

investigativas com a utilização de recursos tecnológicos, o professor instigava os alunos a realizarem investigações nos problemas que surgiam durante o desenvolvimento dos trabalhos de Modelagem. Será que sem o enfoque experimental-com-tecnologias, utilizado em sala de aula, os trabalhos seriam desenvolvidos da mesma maneira? A princípio, afirmo que não, porém acredito que esta também é uma boa questão para ser estudada.

6.2. Futuras Pesquisas

Não acredito que exista um final, no sentido da palavra, para um trabalho como este. Acredito, sim, que existem fatos que devem ser destacados, fatos estes que foram analisados sobre o meu ponto de vista, baseados na minha trajetória pessoal e acadêmica, apoiados em uma literatura que julguei conveniente, enfim, este é o meu trabalho. Com certeza, uma outra pessoa, mesmo utilizando os mesmos materiais e métodos que utilizei, não chegaria às mesmas “conclusões”. Estas até poderiam ser parecidas, mas não seriam as minhas... Fica aqui um outro convite para que outros continuem a trilhar esse caminho.

Nestes anos de estudo, o que ficou para mim foi a importância do significado dos conteúdos matemáticos para os alunos. Eles não querem resolver contas, desenhar gráficos, estudar funções, sem que exista por trás um objetivo que realmente lhes interesse. E a Modelagem, da maneira como foi descrita nesta dissertação, proporcionou isso.

Quando pensei na questão norteadora desta pesquisa, não imaginava sua amplitude. Os alunos utilizam os conteúdos matemáticos quando esses fazem sentido para eles, ou, quando estes poderão lhes ser úteis para concluir algum fato ou fenômeno. E quando fazem

isso, os compreendem com uma “simplicidade” que pode ser observada nas falas e frases escritas por eles.

Sendo assim, acredito que finalizei esta dissertação, a partir das considerações que fiz, baseada nas análises realizadas e na literatura estudada. Porém, esta pesquisa não está concluída no aspecto geral da Educação Matemática. Precisamos estudar, investigar e pesquisar muito ainda, para que o ensino e aprendizagem da Matemática se tornem algo prazeroso e significativo para os alunos.

Este foi o início, uma pequena contribuição, de como podemos agir em sala de aula para tentar modificar o cenário atual do ensino e aprendizagem da Matemática. Espero, em trabalhos futuros, estar contribuindo mais um pouco com questões tão importantes quanto esta.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALVES-MAZZOTTI, A. Parte II – O Método nas Ciências Sociais. In.: A. J. Alves-Mazzotti, F. Gewamdsznadjder. *O método nas ciências naturais e sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa*. São Paulo: Pioneira, 203 p., 1998.
- ANASTÁCIO, M. Q. A. *Considerações sobre a Modelagem Matemática e a Educação Matemática*. Dissertação de Mestrado - Instituto de Geociências e Ciências Exatas - UNESP. Rio Claro, 1990.
- ANDRÉ, M. E. D. A. *Etnografia da prática escolar*. Campinas: Papirus, 1998.
- ARAÚJO, J. L., *Cálculo, Tecnologias e Modelagem Matemática: As discussões dos alunos*. Rio Claro, 2002. Tese de Doutorado - Instituto de Geociências e Ciências Exatas - UNESP
- BARBOSA, J. C. *Modelagem Matemática: Concepções e Experiências de Futuros Professores*. Tese de Doutorado – Instituto de Geociências e Ciências Exatas – UNESP. Rio Claro, 2001a.
- BARBOSA, J. C. *Modelagem Matemática e os professores: a questão da Formação*. Bolema – Boletim de Educação Matemática, Ano 14, n. 15, p.5 – 23. 2001b.
- BASSANEZI, R. C. *Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia*. Editora Contexto, São Paulo, 2002.
- BASSANEZI, R. C. *Modelagem Matemática*. Dynamis, v.1, n.7, p.55-83,1994
- BASSANEZI, R. C. *Modelagem como Metodologia de Ensino de Matemática*. In: Ata do CIAEM, Santo Domindo, República Dominicana.1982

- BIEMBENGUT, M.S. & BASSANEZI, R. C. *Modelagem na Matemagicalândia*. In: Bolema – Boletim de Educação Matemática, Ano 7, n. 8, p.15 – 37.1992.
- BIEMBENGUT, M.S. *Modelagem Matemática e Implicações no Ensino-Aprendizagem de Matemática*. São Paulo: Câmara Brasileira do Livro. 21p. 1999.
- BIEMBENGUT, M. S. *Modelagem Matemática e Implicações no Ensino-Aprendizagem de Matemática*. Blumenau: Editora da Furb, 1999a.
- BOGDAN, R. & BIKLEN, S. *Investigação Qualitativa em Educação – Uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto Editora, 1994.
- BORBA, M. C., O Computador é a solução: Mas qual é o Problema. In: Severino, A. J., Fazenda. I. C. A.(Orgs.) *Formação Docente: Rupturas e Possibilidades*, Campinas, SP, Papirus Editora p.151 - 162, 2002.
- BORBA, M. C. Tecnologias Informáticas na Educação Matemática e Reorganização do Pensamento. In. M. A. V. Bicudo (ed). *Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas*. São Paulo, Editora UNESP, p. 297 - 313, 1999a.
- BORBA, M. C., Calculadoras Gráficas no Brasil. In: E. K. Fainguelernt, F. C. Gottlieb (Org.) *Calculadoras Gráficas e Educação Matemática*, Rio de Janeiro: Art Bureau, p.15-34, 1999b.
- BORBA, M. C., *Lo que debemos llevar para el siglo XXI: el caso de las funciones*. Revista Uno, Volume VI, nº 22, Barcelona, Espanha, p.45 – 54, 1999c.
- BORBA, M. C., BOVO, A. A. Modelagem em sala de aula de matemática: interdisciplinaridade e pesquisa em biologia. In: *Revista de Educação Matemática – SBEM - SP*, ano 8, nº 6 e 7, 2001 – 2002, pp. 27 – 34.
- BORBA, M. C. & PENTEADO, M. G. *Informática e Educação Matemática*. Editora Autêntica, Belo Horizonte, 2001.

BORBA, M. C., MENEGHETTI, R. C. G. & HERMINI, H. A., Modelagem, Calculadora Gráfica e Interdisciplinaridade na sala de aula de um curso de Ciências Biológicas. In: E. K. Fainguelernt, F. C. Gottlieb (Org.) *Calculadoras Gráficas e Educação Matemática*, Rio de Janeiro: Art Bureau, p. 75-94. 1999a.

BORBA, M. C., MENEGHETTI, R. C. G. & HERMINI, H. A., Estabelecendo Critérios para Avaliação do Uso de Modelagem em Sala de Aula: estudo de um caso em um curso de Ciências Biológicas. In: E. K. Fainguelernt, F. C. Gottlieb (Org.) *Calculadoras Gráficas e Educação Matemática*, Rio de Janeiro: Art Bureau, p.95-113, 1999b.

BORBA, M. C. & VILLARREAL, M. E., Calculadoras Gráficas e Reorganização do Pensamento: A Transição de funções para derivadas. In: E. K. Fainguelernt, F. C. Gottlieb (Org.) *Calculadoras Gráficas e Educação Matemática*, Rio de Janeiro: Art Bureau, p.115 - 130, 1999.

BORBA, M. C.,SKOVSMOSE, O., A Ideologia da Certeza em Educação Matemática. In. *Educação Matemática Crítica – A Questão da Democracia*. Campinas, Editora Papirus, p. 127 – 160, 2001.

BURAK, D., *Modelagem Matemática: Ações e Interações no Processo de Ensino-Aprendizagem*. Volume I – Tese de Doutorado – Faculdade de Educação – UNICAMP. Campinas, 1992.

CALDEIRA, A. D., *Educação Matemática e Ambiental: um contexto de Mudança*. Tese de Doutorado, Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas, 1998.

CHARLOT, B. *Da Relação com o Saber – Elementos para uma Teoria*. Porto Alegre: Editora Artmed. 2000.

- CORREA, R. A., *A Modelagem: o Texto e a História inspirando Estratégias na Educação Matemática*. Dissertação de Mestrado - Instituto de Geociências e Ciências Exatas – UNESP. Rio Claro, 1992.
- D’AMBROSIO, U. *Da Realidade à Ação: Reflexões sobre Educação Matemática*. São Paulo. Editora Summus, Campinas, UNICAMP, 1986.
- D’AMBROSIO, U. *Transdisciplinaridade*. São Paulo. Editora Palas Athenas, 1997.
- D’AMBROSIO, U. *Educação Matemática: da teoria à prática*. Campinas. Papyrus Editora, 1997.
- DOLIS, M. *Ensino de Cálculo e o Processo de Modelagem*. 2.v. Dissertação de Mestrado - Instituto de Geociências e Ciências Exatas - UNESP. Rio Claro, 1989.
- FAZENDA, I., *Interdisciplinaridade – Um projeto em parceria*. São Paulo: Editora Loyola, 1991.
- FAZENDA, I. (Org.), *Práticas Interdisciplinares na escola*. São Paulo: Editora Cortez, 2001.
- FAZENDA, I., *Dicionário em Construção: Interdisciplinaridade*. São Paulo: Editora Cortez, 2001.
- FRANCHI, R. H. O. L. *Uma proposta curricular para cursos de Engenharia utilizando Modelagem Matemática e Informática*. Tese de Doutorado – Instituto de Geociências e Ciências Exatas – UNESP. Rio Claro, 2002.
- FRANCHI, R. H. O. L., *A Modelagem Matemática como estratégia de aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral nos cursos de Engenharia*. Dissertação de Mestrado – Instituto de Geociências e Ciências Exatas – UNESP. Rio Claro, 1993.

- GAZZETTA, M., *A Modelagem como estratégia de ensino da Matemática em cursos de aperfeiçoamento de professores*. Dissertação de Mestrado - Instituto de Geociências e Ciências Exatas – UNESP. Rio Claro, 1989.
- GOLDENBERG, M., *A arte de pesquisar - Como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais*. Rio de Janeiro: Editora Record, 1999.
- GUSTINELI, O. A. P. *Modelagem Matemática E Resolução de Problemas: uma visão global em Educação Matemática*. Dissertação de Mestrado – Instituto de Geociências e Ciências Exatas – UNESP. Rio Claro, 1990.
- JACOBINI, O. R. *A Modelação Matemática aplicada no ensino de Estatística em Cursos de Graduação*. Dissertação de Mestrado - Instituto de Geociências e Ciências Exatas - UNESP. Rio Claro, 1999.
- JUNIOR, A. J. S., *Trabalho Coletivo na Universidade: Trajetória de um grupo no processo de ensinar e aprender Cálculo Diferencial e Integral*. Tese de Doutorado, Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas, 2000.
- LINCOLN, Y. S. & GUBA, E. G. *Naturalistic Inquiry*. Sage Publications, 1985.
- LOIZOS, P., Vídeo, filme e fotografia como documentos de pesquisa. In.: M. W. Bauer, George Gaskel (ed.). *Pesquisa Qualitativa com texto, imagem e som: um manual prático*. Petrópolis, RJ, Editora Vozes, pp.137 – 155, 2002.
- LUDKE, M., ANDRÉ, M. E. D. A. *Pesquisa em educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU, 1986.
- MEC. *Parâmetros Curriculares Nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental*. Brasília: MEC/SEF, 1998.

MONTEIRO, A., *O ensino da Matemática para adultos através da Modelagem..* Dissertação de Mestrado - Instituto de Geociências e Ciências Exatas - UNESP. Rio Claro, 1991.

PENTEADO, M. G. Novos Atores, Novos Cenários: Discutindo a Inserção dos Computadores na Profissão Docente. In. M. A. V. Bicudo (ed.). *Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas*. São Paulo, Editora UNESP, p. 297 - 313, 1999.

QUELUZ, A. G., (Org.) *Interdisciplinaridade: Formação de Profissionais da Educação*. São Paulo, Editora Pioneira, 2000.

SKOVSMOSE, O. *Cenários para Investigação*. In: *Bolema – Boletim de Educação Matemática*, Ano 13, n. 14, p. 66 – 91. 2000.

SKOVSMOSE, O. *Educação Matemática Crítica – A questão da democracia*. Editora Papirus, 2001.

Anexo I

Títulos dos Trabalhos de Modelagem – 1993

- 1-) “Aspectos do crescimento populacional de *monomorium pharcomis*”
- 2-) “genética de Populações”
- 3-) “Características comuns e diferentes entre gêmeos”
- 4-) “Abelhas”
- 5-) “Superpopulação”
- 6-) “Golfinhos do Litoral Brasileiro”
- 7-) “Reprodução dos Peixes”
- 8-) “RElações de indicadores sócio-econômicos e fatores Biológicos com relação ao peso e altura de crianças de diferentes classes sociais”.

Títulos dos Trabalhos de Modelagem - 1994

- 1-) “Tartarugas Marinhas”
- 2-) “Análise do Planejamento Urbano de Rio Claro”
- 3-) “O Câncer”
- 4-) “Germinação e Desenvolvimento”
- 5-) “Estudo sobre a ‘praga’ de Colméias”
- 6-) “Trabalho de Matemática”
- 7-) “Dietas”

Títulos dos Trabalhos de Modelagem - 1995

- 1-) “O efeito da escarificação, da fotossensibilidade e da variação de temperatura em sementes de Cucumis Melo (Melão)”
- 2-) “Estudo da Germinação da Mimosa Caesalpiniaefolia, em função de diferentes substratos”
- 3-) “Biorritmo e Cronobiologia”
- 4-) “Fungo: Um Alimento Alternativo?”
- 5-) “Trabalho de Matemática”
- 6-) “Impacto Ambiental da Construção de Usinas Hidroelétricas”
- 7-) “Extinção de Espécies”
- 8-) “O Problema Resolvido pelas Abelhas”
- 9-) “A essencialidade do aminoácido limitante ao crescimento do microorganismo *Aspergillus Nidulans*”

Títulos dos Trabalhos de Modelagem - 1996

- 1-) “Desmatamento no Brasil”
- 2-) “Plantas que se disfarçam para sobreviver”
- 3-) “Pesquisa sobre o nível de informação dos habitantes de Rio Claro sobre Doenças Sexualmente Transmissíveis.”

- 4-) “Viabilidade de sementes dispersas por *Turdus Amaurochalinus* (Sabiá Pardo) em diferentes tipos de solo (diferentes PHs) encontrados no Horto Florestal Navarro de Andrade no Município de Rio Claro.”
- 5-) “Comportamento Alimentar em *Nephila Clavipes* (Araneae, Araneidae)”
- 6-) “Estudo do Comportamento e do Desenvolvimento Sexual Humano”
- 7-) “Dispersão de Insetos”
- 8-) “Biologia Reprodutiva de *Arenaus Cribarius* (Decapoda, Brachyura, Portunidae) na Região De Ubatuba, SP - Brasil”
- 9-) “Análise das comunidades de Aves na Mata Ciliar e nas Florestas de *Eucalyptus Spp*, no Horto Florestal ‘Navarro de Andrade’ Rio Claro - SP”

Títulos dos Trabalhos de Modelagem - 1997

- 1-) “Aborto: Um Direito ou um Crime?”
- 2-) “Geometria ligada à Vida”
- 3-) “Clonagem”
- 4-) “Uma Breve História da Música”
- 5-) “Estudo da alimentação de algumas espécies de peixes na água doce na Represa do Lobo, Itirapina, SP.”
- 6-) “Baleias e Golfinhos”
- 7-) “Análise do nível de informação dos alunos sobre o que é uma boa alimentação, considerando questões sobre o R.U.”

8-) “Medição do teor de oxigênio em água doce, com aplicação no município De Rio Claro”

Títulos dos Trabalhos de Modelagem - 1998

- 1-) “Comportamento dos Estômatos em diferentes ambientes.”
- 2-) “A Transpiração nos Vegetais Superiores.”
- 3-) “Baleias em Extinção.”
- 4-) “O Homem, o Calor e o Futuro da Terra.”
- 5-) “Uma visão Econômico-Cultural dos graduandos e uma possível perspectiva para os próximos anos.”
- 6-) “Prática de Atividades Físicas por alunos da Unesp - Rio Claro.”
- 7-) “Floresta Amazônica: Depredação de um Paraíso Tropical.”

Títulos dos Trabalhos de Modelagem - 1999 – Diurno

- 1-) “Proliferação de Bactérias em Águas Poluídas”
- 2-) “Poluição Sonora”
- 3-) “O Cloroplasto”
- 4-) “Mutações Genéticas”
- 5-) “Reflorestamento de Matas Ciliares”
- 6-) “O Desmatamento da Amazônia”
- 7-) “Análises Matemáticas do Coração”

Títulos dos Trabalhos de Modelagem - 1999 – Noturno

- 1-) “Plantas geneticamente modificadas”
- 2-) “Agricultura no Brasil: Aspecto Sócio-Econômico e Correção do Solo”
- 3-) “Biodiversidade”
- 4-) “Fotossíntese: Liberação de O₂ mm Elodea”
- 5-) “A Aids no Brasil”
- 6-) “Hipertensão”

Títulos dos Trabalhos de Modelagem - 2000 – Diurno

- 1-) “Sangue Artificial”
- 2-) “Mosquito de Tróia”
- 3-) “Alimentos Transgênicos”
- 4-) “Estudo do Crescimento Populacional de Leveduras”
- 5-) “O Petróleo e a Natureza”

Títulos dos Trabalhos de Modelagem - 2000 – Noturno

- 1-) “Os Esteróides Anabolizantes”
- 2-) “Aquecimento Global”

- 3-)“Câncer, Meio Ambiente e Tecnologia”
- 4-)“Caracterização do Trabalho Infantil”
- 5-)“Desastre Ecológico na Baía de Guanabara”

Títulos dos Trabalhos de Modelagem - 2001 – Diurno

- 1-) “A Teoria dos Fractais”
- 2-) “Aspectos Comerciais do Processo Produtivo de Orquídeas”
- 3-) “A Vida das Saúvas”
- 4-)“O Mal da Vaca Louca”
- 5-)“Ritmos Biológicos”
- 6-) “A Importância da Salinização na Vida dos Seres Vivos”
- 7-) “Fixação Biológica de Nitrogênio - Influência de Fatores Ambientais na taxa de nodulação de Leguminosas”
- 8-)“Hormônios Sexuais Femininos”
- 9-)“Malária: em Seu Âmbito Matemático”

Títulos dos Trabalhos de Modelagem - 2001 – Noturno

- 1-)“Atividades Vulcânicas”
- 2-)“Pirâmides Egípcias”
- 3-)“Investigações de Paternidade”

4-)“Filariose”

5-)“Bomba Atômica”

Títulos dos Trabalhos de Modelagem - 2002 – Noturno

1-) “O Trote Universitário”

2-) “A Máfia Siciliana”

3-) “A Organização Social das Abelhas”

4-) “Amazônia”

5-) “Maconha”

6-) “Armas Biológicas”

7-) “Serpentes”