

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Instituto de Geociências e Ciências Exatas

Campus de Rio Claro

**Grupo de estudos de professores e a produção de atividades
matemáticas sobre funções utilizando computadores**

Luciano Feliciano de Lima

Orientadora: Profa. Dra. Miriam Godoy Penteado

Dissertação de Mestrado elaborada junto ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática - Área de Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosófico-Científicos, para obtenção do Título de Mestre em Educação Matemática.

Rio Claro (SP)
2009

510.285 Lima, Luciano Feliciano de
L732g Grupo de estudos de professores e a produção de
atividades matemáticas sobre funções utilizando
computadores / Luciano Feliciano de Lima. - Rio Claro :
[s.n.], 2009
174 f. : il., figs., quadros

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista,
Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Orientador: Miram Godoy Penteadó

1. Matemática – Programas de computador. 2.
Investigação matemática. 3. Informática e Educação
matemática. 4. Ensino de funções. I. Título.

Ficha Catalográfica elaborada pela STATI - Biblioteca da UNESP
Campus de Rio Claro/SP

Comissão Examinadora

Professora Dra. Norma Suely Gomes Allevato
Universidade Cruzeiro do Sul
São Paulo – SP

Professor Dr. Geraldo Perez
UNESP – Rio Claro – SP

Professora Dra. Miriam Godoy Penteado (Orientadora)
UNESP – Rio Claro – SP

Aluno: Luciano Feliciano de Lima

Rio Claro, 11 de março de 2009.

Resultado: APROVADO

Dedico esse trabalho aos meus queridos pais,
Genival Romão de Lima e Iracy Feliciano de Lima,
que sempre me apoiaram e incentivaram em todos os momentos.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a

Deus por me dar saúde e a oportunidade de conhecer coisas novas.

Querida professora Miriam Godoy Penteadó, orientadora dedicada, sem ela este trabalho não teria sido possível. Obrigado por seu apoio e incentivo nos momentos difíceis da realização desta pesquisa. Acima de tudo, obrigado por ter encarado o difícil desafio de me orientar.

Professora. Zaíra da Cunha Melo Varizo que despertou em mim o interesse em ser um pesquisador em educação matemática.

Aline, Andriely, Ângela, Leidamar, Letícia, Janete e Jonathan integrantes do grupo de estudos. Obrigado pelos momentos agradáveis que passamos juntos.

Aos dois alunos do primeiro ano do ensino médio, da Escola Estadual professor Alcide Jubé em Cidade de Goiás – GO, que realizaram as tarefas propostas nos roteiros elaborados pelo grupo de estudos.

Professora Dra. Norma Suely Gomes Allevato e ao Professor Dr. Geraldo Perez, pelas sugestões na minha banca de qualificação e contribuições para o aperfeiçoamento desta pesquisa.

Dirlene, Denival, Douglas, Carlos Eduardo, Vanessa, Guilherme, Nilson, Renato, Flávia e Lessanda amigos do grupo de orientação. Obrigado pelas sugestões e críticas nas várias versões deste trabalho.

Inajara, Ana e Elisa pelo apoio nas questões acadêmicas.

Todos os meus queridos amigos da PGEM pelos churrascos e festinhas.

Leosmar pela correção do português, tarefa nada fácil.

Valdemar por me ajudar com o abstract.

UEG por me conceder o afastamento para minha qualificação profissional.

Maria Elizete, diretora da UEG-Goiás, e aos funcionários desta unidade universitária, pelo apoio durante a realização desta pesquisa.

CNPq por me conceder a bolsa de estudos.

SUMÁRIO

Introdução	12
1 – Educação matemática na escola	19
2 – Informática e educação matemática	33
3 – A formação e o trabalho do professor de matemática	46
4 – Cenário da pesquisa	60
5 – Encontros do grupo de estudos	68
6 – Reflexões do grupo de estudos sobre o ensino de funções no laboratório de informática	105
Considerações finais	136
Referências	144
ANEXOS	149

ÍNDICE

Introdução	12
1 – Educação matemática na escola	19
1.1 – Críticas ao modelo de educação escolar centrado no professor	21
1.2 – Para uma participação ativa dos alunos na produção de conhecimentos	26
2 – Informática e educação matemática	33
2.1 – O ensino de funções com o uso de <i>software</i> gráfico	37
3 – A formação e o trabalho do professor de matemática	46
3.1 – Implicações aos professores	51
3.2 – Grupos de estudos.....	57
4 – Cenário da pesquisa	60
4.1 – Os membros do grupo: A utilização do Computador no Estudo de Funções Matemáticas.....	64
4.2 – Os dados da pesquisa.....	66
5 – Encontros do grupo de estudos	68
5.1 – Primeiro encontro	68
5.2 – Segundo encontro	71
5.3 – Terceiro encontro.....	78
5.4 – Quarto encontro	80
5.5 – Quinto encontro	82
5.6 – Sexto encontro	85
5.7 – Sétimo encontro.....	88
5.8 – Oitavo encontro	93
5.9 – Nono encontro	97
5.10 – Décimo encontro.....	101

6 – Reflexões do grupo de estudos sobre o ensino de funções no laboratório de informática	105
6.1 – A participação dos alunos na aula	105
6.2 – Potencialidades do computador para promover a participação dos alunos	112
6.3 – Gestão da aula em um ambiente informatizado.....	122
6.4 – Aprender com o planejamento das aulas	128
Considerações finais	136
Referências	144
ANEXOS	149
Entrevista individual.....	149
Observação	150
Atividades para familiarização com o software Winplot	150
Primeiro roteiro	151
Primeiro roteiro – tarefa extra	153
Primeiro roteiro reformulado.....	153
Segundo roteiro	155
Segundo roteiro reformulado.....	157
Terceiro roteiro	159
Terceiro roteiro reformulado	160
Quarto roteiro	161
Quinto roteiro	163
Sexto roteiro	164
Atividades para o minicurso	166
Cartas de cessão.....	168

RESUMO

Esta pesquisa tem por objetivo entender como um grupo de estudos, formado por professores e por pesquisadores, planeja e desenvolve atividades matemáticas para um ambiente informatizado. Para sua realização foi formado um grupo, em Cidade de Goiás – GO, composto por oito pessoas: um professor de matemática do ensino médio, seis licenciandas em matemática e o pesquisador. Os dados da pesquisa são oriundos de informações das reuniões do grupo, de roteiros de atividades elaborados pelo grupo e de entrevistas individuais com cada participante. Esses dados foram coletados por meio de gravações em vídeo tanto das reuniões do grupo quanto das entrevistas individuais, das anotações do pesquisador e da produção do grupo. O estudo de pesquisas sobre ensino de funções com o uso do computador contribuiu para que o grupo produzisse roteiros e organizasse um mini-curso apresentado em encontro científico de professores de matemática. Os roteiros foram organizados visando a orientar os alunos a compartilharem e discutirem suas idéias e conclusões durante o desenvolvimento das atividades propostas. Eles foram pensados para serem desenvolvidos com a utilização do *software* Winplot, por meio de uma abordagem investigativa, e tratam do estudo: do plano cartesiano; de par ordenado; de gráficos de funções do 1º e 2º graus. Este trabalho destaca que a dinâmica de grupos de estudos de professores de matemática pode ser uma forma eficiente para se discutir as dificuldades relacionadas ao trabalho docente e para a busca de alternativas pedagógicas para o ensino e para a aprendizagem dessa disciplina.

Palavras-chave: Grupos de estudos, investigação matemática, informática e educação matemática, ensino de funções.

ABSTRACT

This research aims to understand how a study group of teachers and researchers plan and develop mathematics activities for computer lab classes. For this reason, a study group was formed in Cidade de Goiás, Goiás State, in Brazil. The group was made up of high school mathematics teacher, six under-graduated in mathematics and the researcher. The data were collected from group meetings, activities schedules build up by the group, and individual interviews applied to each participant. Data were registered through video recordings, researcher's notes, and the group production. Research theory about the teaching of functions through computer supported the group in the production of plans and in the organization of a workshop presented in the Mathematics Teachers Scientific Seminar. Plans were aimed at helping students in sharing and discussing their ideas and conclusions during the suggested activities. Plans were conceived for using the Winplot software as part of an investigation approach, referring to Cartesian plan, order pairs, linear and quadratic functions. This research points out that a mathematics teacher study group may provide an efficient way of discussing difficulties related to teaching and a way of searching for pedagogical alternatives both for teaching and learning this school subject.

Key words: study group, mathematics investigation, ICT and mathematics education, teaching and learning of function.

Introdução

As motivações que me levaram a desenvolver esta pesquisa estão diretamente relacionadas à minha prática profissional, principalmente, como formador de professores de Matemática, e à minha história pessoal, como estudante. Elas têm a ver com minhas reflexões sobre a possibilidade de o professor conseguir promover um ambiente de aprendizagem diferente do ensino em que ele é o centro do processo.

Considerações a respeito de alternativas metodológicas para um ensino com foco na construção da aprendizagem dos alunos, ao invés da transmissão de informações, não são novidade na literatura acadêmica. Recomendações de pesquisas, tanto em educação quanto em educação matemática, já há algum tempo, depreciam o fato de o aluno ser tratado como um recipiente vazio para ser preenchido pelas informações do professor.

Mas o que é possível fazer? Como um professor conseguiria promover um ambiente de ensino e de aprendizagem com maior participação dos alunos no processo? Essas perguntas são difíceis de serem respondidas, pois a realidade da escola é complexa e são vários os fatores que dificultam o trabalho do professor. Exemplos disso são: grande número de alunos em sala de aula, indisciplina, excesso de carga horária de trabalho, quase nenhum tempo disponível para investir na própria qualificação profissional, desvalorização da profissão com baixos salários e pouco reconhecimento social, estrutura escolar sem recursos em que há falta de giz, quadros-negros esburacados, carteiras quebradas, dentre outros.

Essa situação sempre aguçou o meu interesse em entender como poderia promover um ambiente de ensino em que o diálogo prevalecesse e os alunos pudessem ter espaço para expressar seus pontos de vista e construir o conhecimento do objeto de estudo, apesar de todas

as dificuldades enfrentadas na escola. Como os professores conseguiriam efetivamente desenvolver aulas e promover maior participação dos alunos, de forma que eles assumissem a centralidade da aula. A procura por respostas motivou-me a formar um grupo de estudos, constituído por professores e licenciandos, com o objetivo de refletir e produzir alternativas pedagógicas para as aulas de Matemática. Para isso, selecionei um referencial teórico com pesquisas que envolviam o ensino da Matemática associado à utilização de computadores. Esse material, estudado pelo grupo, serviu de referência para o planejamento de roteiros de atividades investigativas para um ambiente informatizado. Mais informações sobre o referido grupo serão trazidas no decorrer deste trabalho.

O delineamento do problema da presente pesquisa inicia-se em minha prática docente, na Universidade Estadual de Goiás (UEG-Goiás¹), ao acompanhar licenciandos em Matemática no Estágio Supervisionado². Durante a regência, a maioria deles insistia em reproduzir o modelo da aula tradicional na escola-campo³. Por aula tradicional entenda-se aquela em que o professor, sujeito ativo do processo, transmite a informação e cabe aos alunos recebê-la passivamente. Como professor e investigador, isso me intrigava, afinal entendo o momento do estágio como uma oportunidade para os licenciandos experimentarem ambientes e atividades pedagógicas diferentes da aula tradicional.

Nas discussões realizadas para se refletir sobre a prática do professor de Matemática, nas aulas de Estágio da UEG-Goiás, era consenso, entre os licenciandos, que os alunos precisavam ser sujeitos ativos em seu processo de aprendizagem. Mas, então, o que acontecia? Por que nas aulas que ministravam, durante o estágio, privilegiavam o modelo da explicação do conteúdo, seguido da explicação de exemplos, terminando na aplicação de exercícios que eram variações dos exemplos explicados?

Tal situação levou-me a refletir sobre minha prática docente. Questionar-me sobre o que fazer para promover uma melhor formação ao licenciando em Matemática da UEG. A procura por alternativas para a prática profissional do professor de Matemática, que possibilitassem aos alunos participarem ativamente em seu processo de aprendizagem, induzia-me à necessidade de qualificação. Isso me fez participar, por exemplo, de encontros para professores e estudantes de Matemática. Um destes encontros foi a III Bienal de Matemática (III BM) que ocorreu em Goiânia, no período de 06 a 10 de novembro de 2006.

¹ UEG-Goiás designação da Unidade Universitária da UEG que fica em Cidade de Goiás.

² O estágio supervisionado na Unidade Universitária de Goiás ocorre da seguinte forma: aulas prático-reflexivas semanais na sede da universidade e atividades desenvolvidas em escolas dos ensinos Fundamental e Médio, orientadas pelos professores de estágio.

³ Escola-campo é uma escola de Ensino Fundamental ou de Ensino Médio da rede pública na Cidade de Goiás onde são realizadas as atividades de observação e regência do estágio supervisionado.

Na III BM acompanhei um minicurso oferecido pelo professor Adelmo Ribeiro de Jesus⁴ sobre o *Winplot*⁵. Nesse minicurso foram propostas várias atividades para se trabalhar com o programa computacional em sala de aula, porém, a tarefa de construir um “rostinho com expressão” como este ☺ chamou-me a atenção porque a boca do “rosto” se movimentava. Eu conhecia o *Winplot*, mas não havia trabalhado com problemas em que é preciso construir um gráfico para representar uma boca que se movimenta. Esse minicurso contribuiu para que eu refletisse sobre a possibilidade de elaborar um projeto em que eu pesquisasse sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática.

Já havia desenvolvido atividades com o uso do *Winplot*, em que os alunos deveriam fazer observações de gráficos a fim de tirar conclusões. Por exemplo, pedia que construíssem vários gráficos de funções do segundo grau, variando apenas o coeficiente a . Construções feitas, os alunos tentariam explicar o comportamento do gráfico de $y = ax^2 + bx + c$, ao aumentar ou ao diminuir o coeficiente a . Percebi, então, que essas tarefas eram fundamentais para anteceder problemas como a construção do rostinho, pois, para esta última, é necessário entender o comportamento dos gráficos das funções e as transformações decorrentes de variações nos parâmetros.

Assim, quando se pede aos alunos para construírem um “rostinho com expressão” eles podem pensar em utilizar uma parábola em que variam o coeficiente a para representar a boca da figura. Desta forma, primeiro os alunos constroem conhecimentos sobre a relação entre a variação dos coeficientes da representação algébrica de uma função e o comportamento de seu gráfico, para depois utilizarem esses conhecimentos a fim de resolverem as tarefas propostas pelo professor, como, por exemplo, movimentar uma parábola que represente a boca de um rosto.

Tais reflexões contribuíram para eu organizar situações para a sala de aula de Matemática que dependessem de soluções mais criativas dos alunos, diferentes daquelas em que os alunos esperam o professor explicar um conceito, seguido de um exemplo de aplicação, para depois resolverem os exercícios propostos no livro-texto.

Foi então que me ingressei no mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PGEM), na UNESP de Rio Claro, com a intenção de pesquisar algo que envolvesse essa problemática. Assim, leituras de autores como Freire (1970, 1996), Borba e

⁴ Professor da Universidade Federal da Bahia e tradutor do software *Winplot* para a língua portuguesa.

⁵ O *Winplot* é um *software* gratuito que possui excelentes ferramentas para o estudo de funções. Ele tem uma interface amigável e versão em português. O programa foi desenvolvido pelo professor Richard Parris da *Philips Exeter Academy*, dos Estados Unidos da América. É possível “baixá-lo” pelo endereço <http://math.exeter.edu/rparris/winplot.html>.

Penteado (2001), Kenski (2003, 2007), Skovsmose (2000), Alrø e Skovsmose (2006), Ponte, Brocardo e Oliveira (2003), Benedetti (2003), Ferreira (2003) e Gimenes (2006) associadas aos diálogos tanto com minha orientadora, professora Dra. Miriam Godoy Penteado, quanto com os colegas do grupo de orientação, contribuíram para o delineamento da presente pesquisa.

As leituras e as conversas com as pessoas da PGEM reforçaram meu interesse em dialogar com professores e licenciandos sobre possibilidades para uma participação ativa dos alunos em aulas de Matemática. Não pretendia simplesmente oferecer “receitas” para serem aplicadas em sala de aula. Entendo que os profissionais da educação precisam de oportunidade para discutir questões relativas à sua própria prática a fim de construir, coletivamente, possíveis soluções para os desafios que envolvem a profissão docente. Afinal, propor estratégias pedagógicas diferentes da aula tradicional aos professores, sem um diálogo e uma participação efetiva desses profissionais no processo, não parece ser suficiente. Eles podem até aceitar alternativas metodológicas para a sala de aula, mas a prática cotidiana, por vários motivos, parece indicar que, sem um envolvimento dos professores, fica difícil superar qualquer prática estabelecida.

Tal situação me fez querer compreender como licenciandos e professores de Matemática podem elaborar e desenvolver atividades para um ensino com maior envolvimento dos alunos na construção de conhecimentos. O que expus até o momento foi a principal motivação para a realização desta pesquisa, porém, ainda não havia uma pergunta de pesquisa definida e era preciso delinear-la. Estava em um processo de amadurecimento a fim de compreender o que efetivamente queria pesquisar e, de acordo com Araújo e Borba (2004, p. 27), “o processo de construção da pergunta diretriz de uma pesquisa é, na maioria das vezes, um longo caminho, cheio de idas e vindas, mudanças de rumos, retrocessos, até que, após um certo período de amadurecimento, surge a *pergunta*”.

Percorri esse processo para a elaboração de minha pergunta, a partir do momento em que comecei a refletir sobre dificuldades em encontrar possibilidades pedagógicas para os professores em que houvesse maior participação dos alunos. Inevitavelmente surgiu o questionamento sobre qual seria o foco da pesquisa, afinal são várias as situações que dificultam quaisquer práticas de ensino diferentes das usualmente estabelecidas no ambiente escolar. Essas inquietações fizeram-me perceber a necessidade de leituras que me ajudassem a definir e a entender o problema que pretendia investigar. Segundo Alves-Mazzotti e Gewandsznajder (1998, p. 150), “o conhecimento da literatura pertinente ao problema que nos interessa (relatos de pesquisa, teorias utilizadas para explicá-lo) é indispensável para

identificar ou definir com mais precisão os problemas que precisam ser investigados em uma dada área”.

Sendo assim, passei a procurar leituras que apontassem perspectivas para os professores construírem alternativas pedagógicas para a aula de Matemática. Neste sentido, foram muito significativas as leituras dos trabalhos de Gama (2007), Gimenes (2006), Fiorentini (2004), Ferreira (2003). Eles apontam que o trabalho coletivo pode promover o envolvimento de professores na busca de soluções aos desafios que enfrentam nas salas de aula.

Além dessas leituras, os diálogos com o grupo de pesquisa de que participo na UNESP, sobre a problemática que me propus a compreender, contribuíram para a idéia de se formar um grupo de estudos para a realização do meu trabalho. Mas ainda faltava delimitar o que seria estudado. Depois de realizar leituras como Kenski (2007), Valente (2007), Silva (2006), Penteado (2004), Lévy (2003), Benedetti (2003), Borba e Penteado (2001), Borba (1999), entendi que o grupo poderia estudar possibilidades para o ensino da Matemática em que são utilizados o laboratório de informática da escola e um *software* gratuito.

A partir de minhas reflexões como formador de professores, dos diálogos com o grupo de estudos e de uma revisão inicial de literatura, surgiu a pergunta da pesquisa:

Como um grupo de estudos formado por professores e pesquisadores planeja e desenvolve atividades matemáticas sobre funções para um ambiente informatizado?

Cabe ressaltar que essa pergunta não foi definida assim desde o começo, pois houve um processo de idas e vindas até delineá-la. Ela evidencia meu propósito como pesquisador de promover um ambiente em que seja possível a produção de conhecimentos pedagógicos por todos os envolvidos no processo. Nesse sentido, ela não aponta caminhos que os participantes devem seguir para efetivar mudanças no contexto de ensino da matemática em que estão inseridos. Entendo que dessa forma é possível compreender como o grupo percebe a realidade do ensino e da aprendizagem da Matemática para produzir possibilidades pedagógicas para a aula de Matemática em um ambiente informatizado. De acordo com Goldenberg (1998, p. 27), “como a realidade social só aparece sob a forma de como os indivíduos vêem este mundo, o meio mais adequado para captar a realidade é aquele que propicia ao pesquisador ver o mundo através “dos olhos dos pesquisados”.

Atento à observação de Goldenberg, este trabalho preocupou-se em privilegiar as características evidenciadas em Alves-Mazzotti e Gewandszajder (1998). Com uma *visão holística* para compreender a apropriação que o grupo faz das pesquisas durante o planejamento das atividades por meio das inter-relações que surgiram durante os encontros.

Utilizou uma *abordagem indutiva* com observações do grupo, o mais livre possível de pré-concepções, a fim de conseguir transcrever categorias que surgiram a partir da coleta e da análise dos dados. Por meio de uma *visão naturalística* estudou o fenômeno dentro de um contexto real, o de um grupo de estudos formado por professores, licenciandos e pesquisador.

Essa pesquisa segue uma abordagem de pesquisa qualitativa. O adjetivo *qualitativa* que dá qualidade ao substantivo *pesquisa* é aqui considerado com o mesmo sentido utilizado por Chizzotti (2003, p. 221) ao afirmar que

o termo qualitativo implica uma partilha densa com pessoas, fatos e locais que constituem objetos de pesquisa, para extrair desse convívio os significados visíveis e latentes que somente são perceptíveis a uma atenção sensível e, após este tirocínio, o autor interpreta e traduz em um texto zelosamente escrito, com perspicácia e competência científicas, os significados patentes ou ocultos do seu objeto de pesquisa.

Para conseguir responder à pergunta dessa investigação houve a preocupação em se promover reflexões sobre a prática, a fim de propor alternativas para a aula de Matemática em um ambiente informatizado. Ficar atento à fala dos participantes do grupo ofereceu ao pesquisador maior possibilidade de compreender como eram planejadas e desenvolvidas as atividades matemáticas, utilizando o computador e um *software* matemático gratuito.

A valorização do diálogo entre investigador e investigados na pesquisa qualitativa é considerada pela pesquisadora Freitas (2002). Segundo ela,

nas ciências humanas, seu objeto de estudo é o homem, “ser expressivo e falante”. Diante dele, o pesquisador não pode se limitar ao ato contemplativo, pois encontra-se perante um sujeito que tem voz, e não pode apenas contemplá-lo, mas tem de falar com ele, estabelecer um diálogo com ele. (FREITAS, 2002, p.24).

Com o objetivo de escutar as “vozes” dos sujeitos da pesquisa e contribuir para que eles possam refletir sobre a própria prática e sobre as possibilidades metodológicas da informática para a educação matemática, todos os membros do grupo tiveram a oportunidade de expor suas idéias. Durante os encontros, o líder do grupo fazia perguntas e ora direcionava a todos, ora direcionava a uma pessoa em particular. O objetivo era o de oportunizar a participação de todos durante a elaboração das aulas, permitindo que cada um expressasse suas impressões a respeito dos trabalhos realizados.

Em relação à estrutura da dissertação, ela está organizada da seguinte maneira:

Na presente introdução, apresento as motivações que me levaram a realizar esta pesquisa, assim como faço algumas considerações sobre pesquisa qualitativa.

No capítulo 1, faço críticas a um ensino cujo centro é o professor e apresento uma proposta para a participação dos alunos durante as aulas.

No capítulo 2, trago propostas para o ensino de funções com o uso do computador e suas implicações aos professores de Matemática.

No capítulo 3, discuto a formação do professor de matemática e reflito sobre a possibilidade de grupos de estudos contribuírem para desenvolvimento profissional.

No capítulo 4, apresento a metodologia utilizada para a realização desta pesquisa, bem como os participantes do grupo de estudos.

No capítulo 5, descrevo os dez encontros que grupo de estudos realizou durante o ano de 2008. Faço também referência às produções desse grupo, dentre elas, os planejamentos que foram elaborados.

No capítulo 6, faço uma análise dos dados.

Nas considerações finais, retomo a pergunta desta pesquisa e avalio em que medida foi possível respondê-la.

Capítulo 1

Educação matemática na escola

Neste capítulo, apresento considerações sobre a Educação Matemática que vivenciei como aluno, desde a Educação Básica até o Ensino Superior, e como formador de professores, já que leciono a disciplina de Estágio Supervisionado. Em minha vida estudantil e em minha prática profissional, acompanhei aulas em que o professor de Matemática, geralmente, ensinava como se fosse o único com direito a falar e a ser ouvido na sala de aula. Primeiro explicava conceitos e exemplos; em seguida, pedia aos alunos para resolverem exercícios que eram reproduções de sua explicação. Conforme mencionei anteriormente, sempre me questionava sobre a possibilidade de o professor promover um ambiente de ensino com situações em que os alunos pudessem ser sujeitos de sua aprendizagem.

Considerações a respeito de alternativas para um ensino diferente do tradicional não são novidades na literatura acadêmica. Pesquisas, apresentadas no decorrer deste texto, tanto em Educação quanto em Educação Matemática, já há algum tempo, depreciam o fato de o aluno ser tratado como um recipiente vazio para ser preenchido pelas informações do professor. Essa situação, que privilegia uma postura passiva dos alunos, parece ser corriqueira em um ambiente que valoriza a memorização dos conteúdos, a cópia e os exercícios de fixação reproduzidos mecanicamente.

Não pretendo afirmar que em uma aula, em que o professor é o protagonista do processo, inexista qualquer tipo de aprendizagem. Considero, contudo, difícil pensar nesse

tipo de aula como a única maneira de se desenvolver o exercício da profissão docente. Afinal, em um ambiente assim, mesmo que uma parcela dos alunos aprenda, a maioria acaba tão somente memorizando fórmulas e procedimentos, a fim de repeti-los em situações avaliativas, com vistas a ser aprovado para a série seguinte. Atualmente, com a promoção automática ocorrendo em grande parte das escolas públicas do território nacional, há alunos que sequer se preocupam com a avaliação. Conseqüentemente, não se preocupam em memorizar conteúdos ou reproduzir algoritmos para a resolução de exercícios. Dessa forma, o controle de uma turma, por meio de pressões com respeito a conteúdos que serão “cobrados” em provas, praticamente, passa a desaparecer. Esse parece ser mais um motivo de se pensar em possibilidades para promover a participação dos alunos em sala de aula.

Quando o professor atua como protagonista e os alunos são figurantes que precisam seguir detalhadamente um *script* para que não o atrapalhem, há uma simplificação da relação entre os atores envolvidos. Essa situação dificilmente cria um ambiente em que os alunos podem utilizar sua curiosidade e criatividade para construir o conhecimento do objeto de estudo. Isso, conseqüentemente, promove pouco envolvimento dos alunos durante a aula, pois é difícil manter qualquer interesse quando as próprias dúvidas, análises e considerações sobre o assunto tratado são desvalorizadas. Desse modo, o diálogo na sala de aula é substituído pelo monólogo do professor.

Um ambiente escolar que raramente valoriza o diálogo, em que o conhecimento é considerado um resultado pronto, com espaço insuficiente para o debate e a defesa de pontos de vista diferentes parece deixar impressões pouco agradáveis no imaginário daqueles que passaram por essa experiência. É possível observar que filmes, programas de televisão e até mesmo desenhos animados retratam a sala de aula como um local tedioso, na maioria das vezes, com um professor falando enquanto os alunos estão apáticos, geralmente, esperando tocar o sinal para a troca de professor ou para a saída daquele local. Guardadas as devidas proporções, isso ainda persiste em muitas aulas de matemática e em outras aulas também, pois não são raros os casos de resistência dos alunos, muitas vezes, inconformados em permanecer quietos e receptivos às narrações do professor.

Devido à dinamicidade do mundo moderno, atualmente, é cada vez mais difícil para o professor manter um ambiente de sala de aula com alunos quietos e prestando atenção em suas explicações. Eles demonstram seu desinteresse desenvolvendo atividades paralelas como conversar com um colega enquanto o professor está falando, compartilhar mensagens por meio de celular, ouvir músicas com aparelhos eletrônicos difíceis de serem percebidos por possuírem tamanho cada vez menor, ler livros ou revistas sem qualquer relação com a aula,

fitar o professor e, ao mesmo tempo, estar desligado do que ele está falando, dentre outras formas de desinteresse. São comuns, também, questionamentos, durante a fala do professor, sobre a utilidade das informações expostas. Nesse ambiente, tais perguntas podem ser consideradas pelo professor uma estratégia dos alunos para desviar o foco da aula.

Por acreditar na possibilidade de aulas de Matemática em que, tanto o professor como os alunos sintam-se desafiados a produzir conhecimentos, apresentarei aqui algumas críticas a um ensino centrado no professor. Tratarei, mais especificamente, da postura passiva dos alunos diante da produção de conhecimentos. Para isso, apresento a opinião de pesquisadores em Educação e em Educação Matemática, a respeito do assunto. Mostrarei também propostas alternativas para uma participação ativa dos alunos em seu processo de aprendizagem.

1.1 – Críticas ao modelo de educação escolar centrado no professor

A educação centrada no professor geralmente é tratada na literatura como ensino tradicional e caracterizá-la não é tarefa simples. A pesquisadora Aranha (1996), por exemplo, considera um desafio estabelecer limites espaciais para demarcar o que vem a ser a escola tradicional. De acordo com ela, “sob essa denominação articulam-se as mais diversas tendências no decorrer de quatro séculos (desde o século XVI até o século XX)” (p. 157). É possível acrescentar que até o século XXI, afinal essa modalidade de ensino persiste até os dias atuais.

Já Gadotti (2000) antecipa o nascimento da escola tradicional. Segundo ele, esse modelo de ensino tem suas raízes na Antiguidade e como estava inserida em uma sociedade escravista, era privilégio de uma minoria da população. Para ele, este tipo de educação, centrada em um processo de desenvolvimento individual, está em declínio desde o Renascimento, porém ainda se mantém até a atualidade.

Freire (1970), usa a metáfora do banco, com seus depósitos e saques, para mostrar as conseqüências de um ensino que não privilegia o envolvimento dos alunos no processo de ensino e de aprendizagem. Para ele, a educação depositária assemelha-se a uma situação “bancária” porque o professor *deposita* informações nos alunos para serem *sacadas* posteriormente em momentos avaliativos. O autor argumenta que a comunicação, em uma *educação bancária*, é simplificada e se dá de forma unilateral, ou seja, alguém transmite informação e outros a recebem sem possibilidades para contribuições, argumentações ou

questionamentos. “A narração, de que o educador é o sujeito, conduz os educandos à memorização mecânica do conteúdo narrado. Mais ainda, a narração os transforma em “vasilhas”, em recipientes a serem “enchidos” pelo educador.” (p. 66). Na concepção “bancária” da educação, a possibilidade de se construir conhecimentos é minimizada, uma vez que o papel do aluno não é analisar, testar ou criticar uma informação. Seu papel é recebê-la e aceitá-la.

O modelo de educação centrado na figura de um professor detentor do conhecimento e transmissor de informações limita o desenvolvimento do raciocínio crítico dos alunos. Essa situação dificulta a transição de um saber ingênuo, associado ao senso comum, para um saber crítico que se fundamenta no conhecimento do objeto de estudo. De acordo com Freire (1996), é o ato de ser crítico que possibilita ao sujeito a interpretação e o conhecimento do mundo.

A aula centrada na transmissão de conteúdos, geralmente, não considera diferenças individuais dos alunos. Com grande frequência, eles são tratados como uma massa homogênea que aprende da mesma forma, como se todas as pessoas se apropriassem das informações e construíssem conhecimentos da mesma maneira. Nesse ambiente, geralmente, há pouca preocupação em se promover situações em que os alunos discutem questões matemáticas com o professor e com os colegas.

O trabalho coletivo é pouco valorizado. Ao invés do diálogo entre professor e alunos, ocorre uma narração do primeiro que fala aos outros aquilo que devem fazer e como têm de fazer. Do ponto de vista da dimensão psicológica da aprendizagem, neste ambiente, não se prestigia o estar com o outro para o desenvolvimento do indivíduo.

Teorias como a sociointeracionista de Vygotsky reforçam a necessidade de se valorizar as relações entre os indivíduos para que um sujeito interaja com informações e construa seus conhecimentos. Assim, com uma postura ativa, o sujeito apropria-se da linguagem e dos conhecimentos historicamente elaborados para conseguir construir novos conhecimentos. Dessa forma, o papel ativo da consciência do homem lhe possibilita transformar a realidade em que vive.

O ser humano, em seu processo de desenvolvimento e aprendizagem, não está limitado a se adequar à realidade que lhe é imposta. Por que, então, aceitar que isso ocorra na sala de aula? A sala de aula pode ser um espaço para que os alunos, estimulados em sua curiosidade e criatividade, apropriem-se dos conhecimentos historicamente construídos. Essa apropriação possibilita o desenvolvimento dos alunos, desde que se considerem, e sejam considerados pelo professor, ativos no processo de aprendizagem.

Privilegiar a memorização em detrimento de uma análise crítica do objeto de estudo pode promover a sensação errônea de este ser o caminho único a se seguir para a aprendizagem e para a produção de conhecimentos. Um ambiente em que as informações devem ser aceitas, sem questionamentos, implica em pouco poder para se apropriar dos saberes histórica e socialmente construídos a fim de se produzir outros. Tal condição, no espaço da sala de aula, contraria a forma como o conhecimento científico é produzido, afinal ele é construído a partir da análise crítica de conhecimentos anteriores culminando na produção de novos saberes.

Alrø e Skovsmose (2006), ao tratarem de ensino tradicional, também expõem a dificuldade em se classificar um ensino como tradicional, uma vez que as tradições variam entre povos distintos. Consideram, porém, que o ensino tradicional da Matemática segue um determinado padrão. Eles observam que, mesmo em diferentes países, com diferentes culturas, a aula de Matemática geralmente tem dois momentos. No primeiro, o professor explica um conceito, ou algoritmo, seguido de exemplos de aplicação. Num segundo momento, os alunos desenvolvem exercícios em conformidade com a explicação do professor. Ao ambiente de aprendizagem, que segue esse modelo, os autores denominam *paradigma do exercício*.

Para esses pesquisadores, na aula de Matemática, em que predomina o *paradigma do exercício*, fazer questionamentos, por exemplo, sobre a veracidade das informações no enunciado de uma atividade é algo fora do contexto. Isso porque, no paradigma do exercício, o texto de uma atividade traz todas as informações necessárias e somente elas podem ser utilizadas para se resolver o problema. Segundo eles, essa situação produz a falsa idéia de que os enunciados dos exercícios são inquestionáveis e que aprendizagem não tem nada a ver com o questionamento da veracidade de suas informações ou com a existência e unicidade da solução. Assim, a aprendizagem, no paradigma do exercício, acontece quando o aluno encontra a resposta de um problema após seguir, geralmente, os mesmos procedimentos dos exemplos de aplicação resolvidos pelo professor.

Essa situação não consegue promover a formação de indivíduos críticos, capazes de utilizar a Matemática escolar nas mais diversas situações da vida social. Isso porque, dificilmente, o ensino tradicional ou a aula de matemática inserida no paradigma do exercício, promoverá a “matemacia” em seus alunos. De acordo com estes autores matemacia,

vem a ser mais que um entendimento de números e gráficos, é também uma habilidade para aplicar números e gráficos a uma série de situações. Ela inclui também a competência para refletir e reconsiderar sobre a confiabilidade das aplicações (ALRØ e SKOVSMOSE, 2006, p. 143).

Isso nos leva a intuir que o desenvolvimento da *matemacia*, na aula em que o professor é um transmissor de informações, parece não ser privilegiado, o que dificulta uma construção crítica da própria aprendizagem. Desse modo, trabalho dos alunos fica resumido a resolução de exercícios, propostos não raras vezes por uma autoridade externa à sala de aula como o livro didático, por exemplo. Essa situação é bastante diferente de um trabalho para o desenvolvimento da *matemacia*.

O pesquisador Lins (2004) ao tratar da produção de significados em relação à Matemática não se refere propriamente à aula tradicional ou ao paradigma do exercício. Ele prefere falar sobre os monstros da Matemática. Os monstros, explica, são criaturas de outro mundo, com característica ou poderes que os diferem dos seres humanos, por isso, há estranheza e medo desses seres pela maioria das pessoas.

O referido pesquisador argumenta que “esta Matemática do matemático não tem como ser natural para os cidadãos ordinários” (LINS, 2004, p.100). Ainda segundo o autor, a profissionalização da Matemática, realizada pelos matemáticos, afastou-a da rua, o que produziu o medo dos não-matemáticos aos objetos de estudo da Matemática. Assim, os monstros foram criados, passando a existir por conta de um internalismo centrado no poder do matemático em criar objetos simbólicos, independentes da realidade do mundo físico. Enquanto para os matemáticos estes objetos são “fonte de deleite”, para os demais são seres assustadores, ou seja, são monstros.

Os “monstros” da Matemática têm seu poder aterrorizador ampliado quando o professor é o centro do processo e fonte de toda informação relevante. Afinal, como basta aos alunos memorizar e reproduzir os conhecimentos produzidos pelos matemáticos, entender como estes “seres” se comportam e porque foram criados torna-se uma tarefa mais difícil. A passividade dos alunos, no processo de aprendizagem e de produção de conhecimentos contribui para que os “monstros” da Matemática continuem assustando.

Apple (1999), ao tratar de políticas conservadoras nos Estados Unidos da América, que se refletem no currículo escolar, argumenta que o movimento conservador privilegia o ensino com forte ênfase na transmissão de informações, o que contribui para a marginalização de um número considerável de pessoas. Aquelas que não se adaptam e encontram dificuldades para assimilar os conteúdos apresentados na escola enfrentam problemas inclusive para ingressarem no mercado de trabalho. De acordo com esse pesquisador, um ensino desta natureza seleciona os que se adaptam às regras de produção do mercado e exclui os demais. Em sua análise, o que os políticos conservadores almejam é uma escola que se preocupe em produzir mão-de-obra para se adequar à realidade do mercado sem qualquer preocupação em

questionar se tal mercado é justo ou não. Sendo assim, tais políticos tecem críticas a uma escola que se propõe democrática e que privilegia o acesso ao conhecimento pela maioria da população. Como consequência desse quadro, ele reforça que

as vozes dos economicamente mais desfavorecidos, de muitas mulheres, dos negros e de tantas outras pessoas dificilmente se ouvem no meio do ruído dos ataques à escola, por causa da sua ineficiência, da sua falta de ligação à economia e do seu fracasso em ensinar o “verdadeiro conhecimento” (pp. 41-2).

A economia de mercado, ou a globalização, ou o que quer que o valha, almeja o lucro a qualquer custo. Isso silencia as vozes daqueles que lutaram e ainda lutam para serem ouvidos. Então, ao invés de haver uma preocupação em promover a igualdade entre sujeitos, prioriza-se a mão de obra especializada para garantir maior possibilidade de retorno econômico, mesmo que isso implique em um grande número de pessoas vivendo à margem da sociedade. De acordo com Apple (1999), “a desumanização, a dominação e a exploração ainda nos rodeiam e a batalha contra elas ainda é mais importante hoje em dia.” (p. 61).

A aula de Matemática, em que o professor atua como transmissor de informações, contribui pouco para a formação de alunos mais autônomos. Em uma sociedade com grande número de informações, saber interpretá-las, analisar possíveis distorções ou inverdades, e manipulá-las para a construção da aprendizagem é uma necessidade real. Como grande parte do conhecimento que envolve o cotidiano da maioria da população mundial está organizado em linguagem matemática, aprender somente a reproduzir os ensinamentos do professor não é mais suficiente. Há que se pensar em alternativas pedagógicas com a criação de ambientes que estimulem a apropriação de informações e produção de conhecimentos.

Alarcão (2003), ao refletir sobre os impactos da sociedade da informação aos indivíduos que a compõem, considera que os atuais cidadãos precisam ser capazes de se adaptar e de transformar informações em conhecimento. Para ela, as informações atualmente não são mais exclusividade da escola e estão disponíveis a um número maior de pessoas a cada dia. De acordo com a pesquisadora, a “informação, pela sua grande quantidade e pela multiplicidade de utilizações que potencialmente encerra, tem de ser reorganizada por quem a procura, a quem compete agora pôr em ação a sua mente interpretativa, seletiva, sistematizadora, criadora.” (p. 25).

Gadotti (2000) entende que a educação tradicional privilegia o desenvolvimento de situações de aprendizagem de forma individual. Ele considera o ensino em que cada aluno memoriza e reproduz, individualmente, as informações transmitidas pelo professor, não raras vezes, é obsoleto para a sociedade atual. Segundo o pesquisador, no século passado, ocorreu uma originalidade na educação com o deslocamento do enfoque individual para o social,

político e ideológico. Em suas palavras, “a educação, no século XX, tornou-se *permanente e social*” (p. 4). Dessa forma, considera que a educação atual deve estar intrinsecamente ligada ao coletivo social. Para ele, a educação do século XXI traz um aumento considerável de ambientes para a aprendizagem. Além das escolas, é possível aprender em centros comunitários, em igrejas, em associações, e em casa, nos horários mais variados graças, por exemplo, a formas de comunicação como a Internet.

Diante disso, concordo com Aranha (1996) quando afirma que os alunos esperam de nós mais que o ensinamento da fórmula resolutive de uma equação quadrática. Esperam que os ajudemos a entender como o avanço da ciência pode contribuir para o avanço da humanidade, “ou melhor: o que há a fazer para que o progresso das ciências seja acompanhado do progresso do conjunto dos homens.” (p. 220).

Uma situação educativa que pouco privilegia o diálogo e que valoriza a assimilação de informações, além de ser obsoleta, tem pouca chance de promover o envolvimento dos alunos no processo de aprendizagem. Sendo assim, a próxima seção traz uma discussão sobre alternativas pedagógicas à aula baseada na transmissão de conteúdos.

1.2 – Para uma participação ativa dos alunos na produção de conhecimentos

As sugestões da literatura para uma maior participação dos alunos durante a aula geralmente têm aspectos comuns. Os autores normalmente propõem outros papéis para alunos e professor. O aluno passa a ser considerado como sujeito ativo no processo de construção da aprendizagem e o professor exerce um papel fundamental na organização de ambientes que promovam a aprendizagem e a produção de novos conhecimentos. Dessa forma, supera-se o papel de transmissor de informações.

Freire (1996), por exemplo, considera que, durante uma aula, o professor precisa oferecer condições para que o aluno construa o próprio conhecimento do objeto de estudo. Para que isso aconteça, aconselha o estabelecimento do diálogo entre professor e alunos, visando a promoção de um espírito crítico e investigativo, fundamental para a construção da autonomia do sujeito ‘aprendente’. Para ele, em um ambiente dialógico, tanto os alunos quanto o professor, aprendem constantemente, pois o último aprende ao ensinar e os primeiros ensinam ao aprender. Esse autor considera o ato de aprender como um processo ativo, um movimento de superação da curiosidade ingênua, associada ao senso comum, para uma curiosidade crítica. Isso fica evidenciado quando define o que é aprender: “aprender para nós

é *construir*, reconstruir” [grifo do autor] (FREIRE, 1996, p. 77). Segundo ele, essa construção e reconstrução ocorrem nas interações entre professor e alunos, mediadas pelo diálogo, de modo que se promove o pensamento crítico. “Sem ele, não há comunicação e sem esta não há verdadeira educação.” (FREIRE, 1970, p. 98).

Existem propostas para o trabalho na aula de Matemática que privilegiam tanto o diálogo como a participação ativa e possibilitam que alunos sejam sujeitos na apropriação e produção de conhecimentos matemáticos. Destacarei aqui a abordagem investigativa como uma alternativa para a superação do ensino tradicional dessa disciplina.

De acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2003), a investigação matemática é uma possibilidade para a produção de conhecimentos, não só para os matemáticos, mas, também, para alunos. Eles entendem a abordagem com investigações matemáticas como um processo que envolve alguns passos específicos, tais como: a formulação de questões para contribuir com o entendimento do problema; a elaboração de conjecturas como possibilidades de solução; o teste e o refinamento das questões e conjecturas anteriores; a demonstração, utilizando argumentações matemáticas para explicar o problema investigado; o refinamento da demonstração e a comunicação dos resultados para outros matemáticos. Para esses autores, a postura ativa do pesquisador matemático é um exemplo que pode ser utilizado em aulas de Matemática. Eles entendem que o processo de investigação realizado pelo matemático, para resolver um determinado problema, não raras às vezes, é mais relevante que uma possível resposta ao problema inicial. Afinal, a busca pela solução de um problema pode gerar teorias que contribuem para o desenvolvimento de outras áreas da própria Matemática. Por isso, esses pesquisadores defendem a abordagem investigativa, na sala de aula, como uma forma de promover a aprendizagem dos alunos por meio de uma participação ativa. Assim, nesse ambiente, os alunos agem como matemáticos e experienciam as etapas de uma investigação. Seguindo tal idéia, mesmo que alguns alunos não consigam encontrar uma possível solução ao problema investigado, ainda assim, envolveram-se com conteúdos e conceitos matemáticos. Além disso, durante a investigação, dialogam matematicamente, ao argumentarem suas idéias, tanto com o professor quanto com os demais colegas. Esse processo é bem diferente da memorização de técnicas para a solução de exercícios rotineiros, como acontece na aula tradicional.

Lerman (1996), por exemplo, defende atividades investigativas na aula de Matemática e entende que essa disciplina não pode ser desprestigiada com uma valorização excessiva dos conteúdos. Segundo o autor, aulas centradas em conteúdos promovem muitas destrezas e

técnicas, porém, não valorizam o ato de pensar matematicamente. Segue um exemplo pessoal, relatado por este autor, para ilustrar seu posicionamento.

Lerman (ibidem) conta ter recebido um convite para integrar uma equipe de cientistas com o objetivo de produzir um modelo matemático que representasse a poluição de um lago. Não diz qual era o lago, mas afirma que ele era importante. Prossegue seu relato dizendo ter recusado o convite, pois não havia estudado “Modelos Matemáticos de Lagos” na Universidade. Ele explica ter declinado do convite também porque, naquele momento de sua vida, não se considerava “capaz de fazer Matemática de uma forma criativa, mas sim apenas a recordar e reproduzir razoavelmente” aquilo que lhe havia sido ensinado. O autor utiliza essa experiência pessoal para defender as investigações matemáticas na sala de aula. Para ele, possibilitar aos alunos situações em que possam utilizar a Matemática para investigar desde situações puramente matemáticas até situações envolvendo problemas sociais é uma prática mais adequada que simplesmente ensinar conteúdos. Entende que, quando o professor oferece aos alunos a oportunidade de se engajarem em uma atividade investigativa “coloca uma ferramenta poderosa nas mãos dos indivíduos para analisarem o que se passa nas suas vidas, oferecendo-lhes a oportunidade de o alterarem.” (p. 113).

Alrø e Skovsmose (2006) denominam abordagens investigativas o conjunto de propostas pedagógicas que, segundo eles, estão desafiando as aulas de Matemática ambientadas no paradigma do exercício. O paradigma do exercício, como comentado anteriormente, refere-se à situação em que o professor transmite informações e os alunos resolvem exercícios seguindo os modelos ensinados. Dentre as abordagens investigativas, estão a resolução de problemas, o trabalho com projetos, a modelagem matemática etc. Para os pesquisadores, as atividades investigativas são muito mais significativas para os alunos do que a simples resolução de exercícios.

Skovsmose (2000) considera essa abordagem um cenário para investigação. Neste cenário, o sujeito se envolve ativamente no processo. Afinal, seria pouco provável para um investigador policial, por exemplo, ao invés de procurar indícios para comprovar suas suspeitas, esperar receber informações dos investigados que solucionassem o caso. O mesmo acontece nos cenários para investigação em sala de aula. O professor faz o convite, como destacado por Skovsmose, “O que acontece se...?”, cabendo aos alunos aceitar ou não o convite, ou seja, participar ou não da investigação. Isso porque, como um detetive, os alunos, ao investigarem uma situação matemática, aceitam e passam a refletir sobre o desafio proposto pelo professor “Sim, o que acontece se...?”. Na atividade investigativa não se espera receber de outrem as informações que conduzirão à solução do problema em questão.

Skovsmose (2000) propõe seis ambientes de aprendizagem, considerando-os como uma simplificação das situações que envolvem o trabalho do professor de matemática. Esses ambientes podem ser vistos na Figura 1.

	Exercícios	Cenários para investigação
Referências à Matemática pura	(1)	(2)
Referências a semi-realidades	(3)	(4)
Referências ao Mundo real	(5)	(6)

Figura 1: Ambientes de Aprendizagem⁶

Como matemática pura (1) e (2), na sala de aula, Skovsmose (2000) trata as tarefas que não fazem qualquer referência de aplicabilidade a uma situação concreta. Assim, as atividades propostas pelos professores, que fazem referência à matemática pura, geralmente envolvem a utilização de axiomas, teoremas, algoritmos etc. Desse modo, as soluções das atividades privilegiam a estrutura da matemática sem preocupação com uma aplicação real.

Em se tratando de semi-realidade (3) e (4), o autor explica que ela aparece nos enunciados de exercícios de matemática quando não há qualquer preocupação em se apurar a veracidade das informações. Parece se tratar de uma situação real, mas não é. Para exemplificar essa situação, à qual ele também trata como realidade virtual, recorre ao seguinte problema: “Pedro tem que comprar maçãs. Ele trouxe uma nota de cinquenta reais. Ele tem que comprar 14 quilos e cada quilo custa 85 centavos. Quantos reais terá de troco?” (p. 81). Para esse exemplo, o autor faz relações com a vida real. Um aluno poderia fazer tais relações durante a resolução do exercício proposto. Dentre elas, está a dificuldade de se conseguir exatamente 14 quilos de maçãs ou a dificuldade enfrentada por Pedro para carregar esse peso. No mundo real, essas preocupações precisam ser levadas em consideração, mas tentativas de interpretação, visando relacionar o problema com uma situação real, não são relevantes em uma semi-realidade. O importante é traduzir matematicamente o enunciado e encontrar sua solução, que geralmente é única. Qualquer coisa diferente disso, no paradigma do exercício, pode ser considerada, pelo professor, como obstrução da aula.

⁶ Skovsmose, 2000, p.75.

Em relação aos ambientes (5) e (6), que fazem referência ao mundo real, Skovsmose (2000) trata de situações-problema envolvendo dados empíricos. Tais dados, a serem analisados matematicamente pelos alunos, têm alguma relação com uma situação da vida real.

Ao tratar de ambientes para a aprendizagem matemática, o autor sugere os cenários para investigação como possibilidades para uma participação ativa dos alunos em seu processo de aprendizagem. Ele se apropria das idéias de Freire (1970) sobre *literacia* e propõe o desenvolvimento da *materacia*, competência dificilmente desenvolvida quando se considera o aluno como um recipiente em que são depositadas informações. Isso porque a “*materacia* não se refere apenas às habilidades matemáticas, mas também à competência de interpretar e agir numa situação social e política estruturada pela matemática” (p. 68). Para Skovsmose (2000), a preocupação do professor em desenvolver essa competência possibilitará, no ambiente de sala de aula, tanto construtivista como sociocultural, uma reflexão crítica sobre a utilização social da Matemática. Essa utilização, dependendo de motivações políticas e sociais, pode ser usada para o bem ou para o mal.

Para um melhor entendimento sobre os cenários para investigação, Skovsmose (2000) expõe e comenta alguns exemplos. Ele começa falando de uma exploração, inserida no ambiente (2) da Figura 1, sobre propriedades matemáticas em uma tabela de números. Para isso, o aluno é convidado a procurar regularidades, “recortando” um conjunto de números, como se estivessem contidos em um retângulo, por exemplo, e, a partir daí, fazer translações para encontrar algumas propriedades. Explica que o cenário para investigação ocorrerá somente se os alunos aceitarem o convite e se engajarem em descobrir propriedades na atividade proposta pelo professor.

Envolvendo a semi-realidade, no ambiente (4) da Figura 1, o autor apresenta uma atividade com jogos de dados que podem representar uma corrida de cavalos. Nesse cenário, enquanto uns alunos representam apostadores, outros podem ser proprietários de agências que pagam as apostas. Na referida atividade, investigam-se conceitos de probabilidade de forma distinta da aula tradicional, pois o professor cria um ambiente em que os alunos constroem conhecimentos matemáticos sobre o que está acontecendo. Dessa forma, eles não mais recebem a informação sobre como resolver um exercício para utilizar o mesmo modelo em vários outros semelhantes.

Com relação à realidade, ambiente (6) da Figura 1, ele expõe um projeto desenvolvido com alunos em que eles coletaram dados reais como, por exemplo, os gastos agrícolas, em uma fazenda específica, para se produzir cevada, assim como o custo-benefício de se utilizar essa cevada para a alimentação de porcos. Para o autor, ambiente como esse propicia aos

alunos a produção de diferentes significados para a atividade, no lugar da simples memorização e aplicação de conceitos matemáticos.

As pesquisadoras Nacarato e Grandó (2005) desenvolveram uma pesquisa envolvendo atividades investigativas com um grupo de estudos. O grupo era formado por licenciandos em Matemática, professores de Matemática dos Ensinos Fundamental, Médio e Superior e por pós-graduandos em Educação Matemática de uma universidade particular do interior de São Paulo. Esse grupo de pessoas reuniu-se para estudar e discutir possibilidades para o ensino da geometria. Sendo assim, com a publicação do livro de Ponte, Brocardo e Oliveira (2003), elas utilizaram o capítulo sobre investigações geométricas para que o grupo realizasse as atividades propostas. Elas relataram que o grupo se dividiu em subgrupos para o desenvolvimento das atividades. Havia um momento em que cada subgrupo compartilhava o processo de resolução e as conclusões.

O tempo pode ser um limitador do trabalho com atividades investigativas em sala de aula. Nacarato e Grandó (2005), por exemplo, precisaram utilizar um tempo maior do que haviam previsto para a realização das atividades com o grupo que estavam pesquisando. A previsão era utilizar um mês com as investigações geométricas, porém, o grupo precisou de três meses para realizá-las.

Em uma sala de aula da Educação Básica, o professor enfrentaria dificuldades se gastasse muito tempo com um determinado conteúdo, deixando de trabalhar outros. Isso porque existe um programa curricular que a maioria dos professores afirma precisar cumprir. Deixar de trabalhar algum conteúdo pode gerar cobranças da coordenação, da direção, dos pais, dos alunos ou até mesmo do professor que trabalhará com os alunos no ano seguinte. Sendo assim, não é possível pensar no desenvolvimento de atividades investigativas na escola sem que o professor se aproprie da idéia. Mesmo que isso ocorra, outros fatores que envolvem o cotidiano escolar ainda poderão dificultar o desenvolvimento de aulas com uma abordagem investigativa.

Acostumar-se a trabalhar com uma abordagem diferente, em que os alunos têm mais responsabilidade com a construção da própria aprendizagem, não é simples. Por isso, ao refletir sobre a possibilidade de uma educação matemática que contribua para uma educação crítica, Skovsmose (2001) propõe um trabalho que integre diferentes assuntos trabalhados na escola. Para uma educação crítica, o autor considera fundamental haver igualdade entre professor e alunos, assim como o envolvimento dos alunos no processo educativo. Segundo ele, em um ambiente como esse, quando se acrescenta a cooperação entre os professores, é

“possível eliminar as demarcações entre os assuntos escolares, tirar o ‘horário’ de cena, e dar espaço para períodos longos e contínuos de trabalho.” (p. 33).

Ponte (2003), ao comentar sobre uma investigação matemática desenvolvida por uma professora portuguesa com seus alunos do sexto ano, evidencia uma preocupação com o tempo a ser utilizado em sala de aula para a realização deste tipo de atividade. A tarefa investigativa envolvia o estudo de propriedades das potências, contendo inicialmente questões mais estruturadas, seguidas de outras mais abertas. Por meio delas, a professora preocupou-se em promover investigações envolvendo conteúdos do currículo oficial. O autor destaca que a escola está inserida em um mundo real com um programa curricular tradicional a ser cumprido dentro de um determinado período de tempo. Tal realidade é semelhante a da educação brasileira. Isso indica ser possível que, na aula de Matemática, ocorram momentos em que os alunos construam conhecimentos a partir de exploração e investigação dos conteúdos.

A organização de um roteiro para uma aula de Matemática com características investigativas envolve a necessidade de o professor cumprir o currículo escolar e de aproveitar ao máximo o tempo disponível para o seu desenvolvimento. Devido a isso, em uma turma com muitos alunos, a organização de uma relação de procedimentos e perguntas para que eles se orientem contribui para que não se sintam perdidos sem saber o que fazer. O roteiro seria para os alunos o mesmo que um guia turístico é para alguém que visita um lugar pela primeira vez, já que oferece informações sobre lugares a conhecer, sem impedir, porém, que se percorram caminhos distintos. Defendo a utilização de um roteiro nesses moldes como uma primeira orientação para que os alunos percorram pela própria iniciativa os caminhos que acharem mais interessantes e desafiadores.

Pelo exposto neste capítulo, pode-se concluir que os professores não são a única fonte de informações possível aos alunos. Elas estão acessíveis por meio da Internet, de vídeos, livros, revistas, dentre outros. Desta forma, o papel de transmissor de conteúdos pode ser substituído pela tarefa de contribuir para que os alunos analisem criticamente as informações que recebem, a fim de construírem o próprio conhecimento. Assim, no próximo capítulo, serão discutidas questões referentes à formação docente, seu desenvolvimento profissional e a relevância do trabalho coletivo para a superação do isolamento do professor.

Capítulo 2

Informática e educação matemática

O desenvolvimento da informática tem promovido avanços significativos no que se refere às relações humanas e à aprendizagem, visto que influencia na forma que se produz conhecimento. Com computadores cada vez mais potentes e com a *Internet* sendo utilizada por um número maior de pessoas, aumenta a possibilidade para a troca de informações. Isso permite o compartilhamento de idéias rapidamente a partir de interesses comuns de alguns indivíduos, mesmo que de lugares geograficamente distantes e variados. Tal condição facilita o desenvolvimento de novos saberes construídos coletivamente e possibilita que uma parte considerável da população mundial tenha acesso às idéias produzidas.

Com a Matemática, isso não é diferente. A rede mundial de computadores tem possibilitado, por exemplo, a divulgação de *softwares* matemáticos gratuitos. Programas gráficos como o *Winplot* são disponibilizados sem qualquer custo e constantemente aperfeiçoados pelos próprios usuários. Além do aperfeiçoamento de tais *softwares*, os internautas criam sítios para oferecer manuais explicativos sobre os recursos e as potencialidades desses *softwares*. Nesses locais, é possível compartilhar experiências sobre a utilização do laboratório de informática em sala de aula geralmente com exemplos de exercícios e até mesmo com planejamento detalhado. Basta fazer uma pesquisa em um sítio de busca na *Internet* para encontrar páginas com relatos sobre a utilização de programas

matemáticos em sala de aula, assim como atividades para serem desenvolvidas utilizando computadores.

Isso nos mostra que, conforme as tecnologias evoluem, são desenvolvidas socialmente outras maneiras de utilização delas para os mais diferentes fins, conseqüentemente, são estabelecidas novas formas de aprender para se apropriar da utilização dessas tecnologias, além de se reinventar outras formas para produzir conhecimento. Sendo assim, as inovações tecnológicas evidenciam diversas possibilidades de se aprender e produzir conhecimento além da escola.

De acordo com Kenski (2007), a popularização da informação difundida na *Internet* possibilita que as pessoas construam o próprio conhecimento de forma mais independente. Para essa pesquisadora, os jovens e as crianças, devido a uma considerável disponibilidade de tempo, fazem pesquisas sobre assuntos que lhes interessam, conseguindo, por conta própria, alcançar os objetivos a que se propõem. O que parece é que a necessidade de encontrar informações que possibilitem responder às suas inquietações os faz preferir “descobrir sozinhos a seguir linearmente os passos planejados por outrem para chegar às aprendizagens.” (p. 50).

Diante das contribuições das tecnologias informáticas para a produção do próprio conhecimento, Kenski (2007) argumenta que “não há necessidade de treinamento ou formação específica para acessar e manipular a informação, ao contrário, na *Internet* se dá a ruptura com as fontes estabelecidas do poder intelectual” (p. 51). Esta dinâmica produz mudanças na sociedade, como por exemplo, o surgimento de novas profissões.

De fato, a constante evolução das tecnologias produz impactos significativos na sociedade. Trabalhos como o de programadores de computador, criadores de páginas para a *Internet* e “vendedores virtuais” são uma realidade na sociedade atual. Porém, essas funções seriam consideradas como ficção científica algumas décadas atrás e, dificilmente, pessoas acostumadas com trabalhos estáveis e presenciais acreditariam na concretização dessas novas formas de se ganhar a vida.

Além dos empregos diretamente relacionados com a *Internet*, o avanço da informática possibilita a utilização da tecnologia em profissões “tradicionais”. Arquitetos, engenheiros, médicos, jornalistas entre outros conseguem desenvolver suas atividades em menos tempo com o auxílio de *softwares*. Um arquiteto, por exemplo, pode desenvolver a planta de uma casa e sua simulação em três dimensões, utilizando um computador com *softwares* voltados para esse fim. Para o cliente desse arquiteto, há o benefício de visualizar a casa antes de sua construção, podendo antecipar se a mesma o agrada ou não, além de poder expor suas

considerações. As mudanças que a tecnologia e o acesso à informação impõem ao mercado de trabalho exigem do indivíduo a capacidade de aprender constantemente, a fim de se adaptar à realidade imposta e também de criar outras possibilidades para a realidade.

O filósofo Lévy (1998), ao refletir sobre o impacto do computador e da *Internet* na produção de conhecimento, argumenta que a interação entre seres humanos no ciberespaço cria uma inteligência coletiva que “é uma inteligência distribuída por toda parte, incessantemente valorizada, coordenada em tempo real, que resulta em uma mobilização efetiva das competências.” (p. 28).

Borba e Penteado (2001) apropriaram-se da idéia de inteligência coletiva proposta por Lévy e argumentam que o conhecimento é construído por um coletivo de seres-humanos-com-mídias. Segundo esses autores, os seres humanos estão de tal forma impregnados de tecnologias – e por tecnologias entendem a oralidade, a escrita, o lápis, os computadores, entre outras – que não é possível pensar atualmente a produção de conhecimentos sem a interação entre as pessoas e as mídias.

A humanidade é influenciada de tal forma pelo processo e produção de seu conhecimento que, em relação aos computadores, Borba (1999) afirma que eles possibilitam novas formas de se reorganizar o pensamento. Para ele, computador e seres humanos são “moldados” simultaneamente um pelo outro.

O computador e as possibilidades que ele oferece implicam em se repensar formas de aprender e produzir conhecimento. Uma destas máquinas, conectada à rede mundial de computadores, ou seja, com acesso à *Internet*, pode ser utilizada para a educação, para o lazer, para o trabalho e também para outros fins. Sua limitação é dada pelos limites da criatividade humana.

O ser humano se desenvolve por meio das interações sociais. Tais interações não seguem um roteiro pré-estabelecido. Vale ressaltar que a idéia de que aprendemos de forma linear vem sendo questionada. A razão para tal questionamento pode ser traduzida, atualmente, pelo impacto produzido pelas tecnologias no que se refere à construção do próprio conhecimento. Para Borba e Penteado (2001), a metáfora da linearidade, comumente associada aos livros, para se perpetuar um conhecimento produzido por meio de uma seqüência lógica, vem sendo substituída pela metáfora da descontinuidade. Segundo eles, o computador é um novo ator, que na educação possibilita refletir sobre determinada situação ou problema, a fim de se produzir novos saberes, “baseados na simulação, na experimentação e em uma ‘nova linguagem’ que envolve escrita, oralidade, imagens e comunicação instantânea.” (p. 48).

Em relação às possibilidades que o computador oferece à educação, Valente (2003, p. 2) destaca três características: “meio para representar e construir novos conhecimentos, para buscar e acessar informação e para se comunicar com outras pessoas, ou estabelecer relações de cooperação na resolução de problemas.” Segundo o autor, “conhecimento é o que cada indivíduo constrói como produto do processamento, da interpretação, da compreensão da informação.” (p. 2). Associado a isso, não se pode esquecer que cada ser humano aprende de uma forma particular que depende, dentre outros fatores, da cultura que possui.

Assim como a democratização da informação contribui para que ocorram mudanças na carreira de muitos profissionais, na escola não é diferente. O poder da escola como fonte detentora do saber, centrado na transmissão de informações que deveriam ser memorizadas pelos alunos, tem sido questionado com mais intensidade atualmente, graças aos avanços das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC). Claro que a construção do próprio conhecimento e o desenvolvimento das potencialidades dos alunos podem ser uma realidade na sala de aula, independentemente do uso de TIC. Na mesma medida, o uso de TIC não garante que haja uma aprendizagem ativa por parte dos alunos. Para que sejam possíveis mudanças de um ensino centrado na transmissão de informações para um ensino em que o aluno é sujeito da própria aprendizagem, com ou sem o uso de computadores, cabe aos professores entenderem essa mudança como necessária. Esses profissionais podem promover tanto ambientes de aprendizagem em que os alunos construam o próprio conhecimento como desenvolver aulas em que a principal tarefa seja a memorização de informações. Cabe a eles assumir uma ou outra dessas tarefas.

Aqui não há a intenção de dizer que a informática é a solução dos problemas educacionais, tampouco que ela seja o único meio de fazer com que os alunos sejam agentes ativos da própria aprendizagem. Aprender em um ambiente informatizado é diferente de aprender em um ambiente de lápis e papel, porém, um não substitui o outro, e é necessário que os alunos tenham contato com situações variadas para promover o próprio desenvolvimento.

Ao considerar as possibilidades de ensino com o computador, o que pretendo é destacar que a dinamicidade desse instrumento pode ser utilizada para que os alunos trabalhem como se fossem pesquisadores, investigando os problemas matemáticos propostos pelo professor e construindo soluções ao invés de esperarem um modelo a ser seguido.

Acredito que os computadores possam contribuir para o ensino e a aprendizagem da matemática, uma vez que os professores podem utilizar a tecnologia como forma de promover a participação dos alunos e diminuir a apatia em relação a essa disciplina. Sendo assim, pode-

se pensar que, dependendo da infra-estrutura escolar e do planejamento do professor, aulas desenvolvidas no laboratório de informática podem criar um ambiente de maior colaboração em que os alunos aprenderem a aprender de forma mais participativa.

Trabalhar em equipe para resolver as tarefas propostas pelo professor é uma forma de promover tanto a participação quanto o respeito ao outro e às suas idéias. Nesse quadro, o computador pode favorecer o desenvolvimento de um ambiente com maior envolvimento dos alunos no processo. Assim, por exemplo, para o ensino de funções, um *software* matemático facilita a construção de vários gráficos e viabiliza a investigação das características de uma dada função. Essa agilidade associada a uma visualização, geralmente colorida, que por si só já chama a atenção, permite aos alunos construir tantos gráficos quanto forem necessários, a fim de analisá-los, levantar conjecturas e tentar validá-los a partir de suas experimentações.

Como forma de refletir sobre a utilização de computadores no ensino e na aprendizagem da Matemática, mais especificamente no que se refere ao ensino de funções, serão apresentadas, no próximo item, algumas pesquisas que versam sobre o tema. Nelas serão destacados os objetivos, a questão de pesquisa quando ela for explicitada, os participantes, o *software* utilizado, a metodologia de pesquisa e as conclusões do trabalho.

2.1 – O ensino de funções com o uso de *software* gráfico

A possibilidade de o ambiente informatizado permitir aos alunos e ao professor a construção de conhecimento matemático tem sido objeto de pesquisas que buscam evidenciar as potencialidades e as dificuldades do uso do computador em aulas de Matemática.

O trabalho de Costa (1997) tem como objetivo investigar a influência de dois diferentes contextos para o ensino das funções seno e cosseno, um deles com o computador e o outro que denomina como “mundo experimental”. Por “mundo experimental”, ela considera as tarefas que envolveram experimentos realizados no laboratório de ensino com a utilização de material manipulável. Os experimentos, segundo afirma, foram selecionados por possibilitar a compreensão de fenômenos físicos que pudessem ser representados por funções trigonométricas.

Participaram da pesquisa 32 alunos do ensino médio, todos de uma mesma escola da rede particular de ensino. Os alunos foram divididos em três grupos denominados A, B e C. O grupo A foi composto por 16 alunos da segunda série que não realizaram as atividades nos contextos do computador ou do “mundo experimental”. O seu contato com as funções seno e

cosseno se restringiu à aula expositiva em sala de aula. A eles foram aplicados os mesmos testes que para os demais grupos a fim de se compararem os resultados. O grupo B foi composto por 8 alunos, 6 da primeira série e 2 da segunda série. Eles realizaram um pré-teste. Em seguida, desenvolveram as atividades do contexto “mundo experimental”. Depois disso, fizeram um teste intermediário. Logo após, o grupo fez atividades no laboratório de informática e terminou realizando um pós-teste. Os alunos foram divididos em duplas para a realização das atividades. Cada dupla encontrava-se com a pesquisadora em momentos distintos do horário de aula. Para os alunos do grupo C, alterou-se somente a seqüência em relação ao grupo B, pois primeiramente realizaram as atividades no contexto do computador e, em seguida, no “mundo experimental”.

Foram realizados seis encontros com os alunos dos grupos B e C para a realização dos experimentos. Dois deles reservados para os experimentos no contexto do “mundo experimental” e os outros quatro para a realização das atividades utilizando o computador. Para as tarefas realizadas no laboratório de informática, foram utilizados os *softwares Cabri Géomètre II* e o *Graphmatica* e os alunos trabalharam com cada um deles durante dois encontros.

De acordo com a pesquisadora, o pré-teste serviu como um diagnóstico para identificar os conhecimentos prévios dos alunos em relação à trigonometria do triângulo retângulo, assim como das funções do primeiro e segundo graus, exponenciais e logarítmicas. Esse teste serviu também para que o professor retomasse, em sala de aula, os assuntos que os alunos erraram. Com isso, a autora acredita ter nivelado os sujeitos de sua pesquisa. O teste intermediário foi aplicado quando os alunos já haviam desenvolvido a metade das tarefas planejadas. Com ele se pretendeu verificar o aproveitamento desses alunos e analisar a diferença entre os resultados dos diferentes contextos. O pós-teste foi utilizado para analisar se houve diferença na aprendizagem dos alunos sobre as funções seno e cosseno nos diferentes contextos trabalhados. Nele, foram avaliados conhecimentos envolvendo a construção e a interpretação dos gráficos, assim como a periodicidade, amplitude e imagem das funções trigonométricas estudadas.

Na análise dos dados, a pesquisadora apresentou comentários sobre o desempenho de cada grupo de alunos. Comparou seus acertos em relação aos testes realizados, preocupando-se em analisar os procedimentos e as técnicas de resolução, assim como os erros cometidos. Como no pós-teste, os grupos B e C acertaram mais de 70% das questões. A autora considerou as seqüências de ensino um sucesso, tanto a que começa no contexto informático quanto a que inicia com atividades no mundo experimental. Ela afirma: “a participação do

estudante na formação do conceito em questão foi um dos pontos mais relevantes de nosso estudo.” (p. 165).

Em relação os programas matemáticos utilizados, a pesquisadora afirma que eles possibilitaram a exploração das funções trigonométricas estudadas de forma mais dinâmica. O *Cabri Géomètre II* facilitou a visualização dos sinais assumidos pelo seno e pelo cosseno em cada um dos quadrantes, assim como a redução de ângulos ao primeiro quadrante e simetrias. O programa *Graphmatica* contribuiu para “a exploração do gráfico das funções a partir de suas representações algébricas”. Sendo assim, os alunos puderam perceber as relações entre as representações gráfica e algébrica das funções seno e cosseno. Segundo a pesquisadora, os alunos se sentiram motivados a investigar as propriedades das funções trigonométricas, uma vez que reagiam de forma eufórica frente às descobertas. Tendo em vista o objetivo da pesquisa, investigar a influência de dois diferentes contextos para o ensino das funções seno e cosseno, a conclusão da autora é de que as atividades em ambiente computacional precisam ser precedidas de tarefas que envolvam experimentos concretos sem tanta preocupação com formalismo. Ela ainda aconselha que o aluno faça investigações utilizando o computador sem que o professor tenha explicado anteriormente, na sala de aula, o objeto de estudo.

Santos (2002) afirma que sua experiência em sala de aula, como professor do Ensino Médio, o fez perceber a dificuldade de seus alunos em relacionar as representações algébrica e gráfica da função do primeiro grau. Tal situação, segundo ele, motivou-o a investigar as potencialidades do computador para o ensino e a aprendizagem da matemática. Seu objetivo de pesquisa foi “estudar a aquisição de saberes relacionados aos coeficientes da equação $y = ax + b$, por meio da articulação dos registros gráfico e algébrico da função afim, com o auxílio de um *software* educativo.” (p. 9).

A fim de alcançar seu objetivo, ele desenvolveu um *software* educativo que denominou como *Funcplus*, cuja construção foi inspirada no *software* *Functuse*, desenvolvido por Antonie Dagher, em 1993. O *Funcplus* reproduz uma reta na tela do computador e cabe ao aluno encontrar sua equação correspondente. De acordo com quem o desenvolveu, ele pode contribuir para que os alunos estabeleçam relações entre os coeficientes da equação algébrica da função afim e seu respectivo gráfico.

Os sujeitos desta pesquisa foram cinco duplas de alunos da segunda série do Ensino Médio de uma escola particular. A essas duplas aplicaram-se tanto um pré-teste quanto um pós-teste com atividades para serem resolvidas com lápis e papel. Entre esses testes ocorreram duas sessões informáticas em que os alunos utilizaram o *Funcplus* para resolver atividades envolvendo a função afim. Essas atividades foram divididas em duas sessões com uma hora

de duração cada uma. De acordo com o pesquisador, as questões visavam explorar o conhecimento dos alunos sobre representação algébrica da função, a partir de sua representação gráfica.

A primeira sessão informática, como denominada pelo autor, foi considerada como preliminar, pois objetivava proporcionar certa familiaridade com o *software*, além de possibilitar a formulação de conjecturas, de questionamentos e de validação ou não de resultados. Segundo ele, esses conhecimentos eram necessários para o desenvolvimento da segunda sessão com o *Funcplus*. Nesta primeira sessão, cada dupla de alunos desenvolveu quinze atividades em que exploraram o comportamento do gráfico da função do primeiro grau ao se variar seus coeficientes. As questões articulavam as representações da função afim “insistindo sobre o sentido: algébrico \rightarrow gráfico” (p. 56).

A segunda sessão informática foi considerada como um jogo em que os alunos tinham como objetivo encontrar a equação algébrica de um determinado gráfico. Foram trabalhadas atividades sobre as relações entre os registros gráficos e algébricos da função afim. Nela, as questões “enfativavam o sentido: gráfico \rightarrow algébrico.” (p. 71). Os alunos acessavam o *Funcplus* e abriam um arquivo que continha uma reta, previamente cadastrada pelo professor. Em seguida, atribuíam valores para os coeficientes a e b , de $y = ax + b$, de tal forma que construíssem uma reta coincidente à reta que aparecia inicialmente. O *software* possibilitava consultar as coordenadas da reta assim como verificar os últimos valores atribuídos aos coeficientes.

Em suas conclusões, o pesquisador afirma que houve dificuldades para os alunos desenvolverem as atividades. Ele entende que tais dificuldades poderiam ter sido sanadas com um tempo maior de estudo da equação da reta associado com a familiarização do programa. Mesmo com obstáculos enfrentados, ele reforça que a articulação entre os registros gráficos e algébricos da função afim “é susceptível de saltos qualitativos importantes via a interação aluno/software, ainda que de curta duração, com um ambiente informático.” (p. 96). Isso porque os alunos articulam saberes e estratégias conhecidas para a construção de conhecimentos por meio da experimentação do programa e da necessidade de expressar e defender as conclusões.

Benedetti (2003) destaca como objetivo de sua pesquisa investigar as potencialidades de um *software* matemático que possibilita coordenar as representações algébricas, gráficas e tabulares de funções. Ele se propõe a analisar a manipulação de funções de diversas famílias ou classificações que afirma serem pouco estudadas, no ensino médio, como $y = x^3$, $y = \frac{1}{x}$ e

$y = \sqrt{x}$. Ao considerar o ensino destas funções, salienta que geralmente se valoriza um estudo de seus domínios por meio de manipulações algébricas. Em suas palavras, “são raras ou inexistentes situações que relacionem a expressão analítica fornecida com seu gráfico ou com sua representação tabular.” (p. 50). Em seu trabalho, ele reforça que o computador facilita o passeio pelas representações de uma função. Dessa forma, propõe-se a responder a pergunta de pesquisa: “como estudantes trabalham com aspectos algébricos, gráficos e numéricos de funções dentro de um coletivo pensante formado por estudantes, mídias e pesquisador?” (p. 54).

A fim de responder a sua pergunta de pesquisa, ele trabalhou com três duplas de alunos do primeiro ano do ensino médio de uma escola da rede particular de ensino. Os encontros com os alunos ocorreram em horário diferente da aula. Foram programados inicialmente três encontros. Cada dupla foi acompanhada sem a presença das demais. Em sua metodologia, o pesquisador explica que trabalhou com Experimentos de Ensino que “são seqüências de encontros em que um ou alguns estudantes e investigador realizam atividades de pesquisa e de aprendizagem.” (p. 57). Ele utilizou o laboratório de informática da escola em que os alunos estudam e em que é professor. A realização das atividades foi feita com o *software Graphmatica*. Para isso, foram organizados roteiros para cada um dos encontros, os quais continham as expressões analíticas das funções que as duplas iriam analisar.

Em suas conclusões, ele se fundamenta em Lévy (1993) para afirmar ser a produção matemática realizada pelas duplas de alunos, por ele mesmo como pesquisador e por uma mídia informática um processo coletivo. Observa que o trabalho desenvolvido dessa maneira propiciou-lhe entender que os *softwares* gráficos possibilitam aos alunos explorar, de forma crítica, conceitos e propriedades de funções. Assim, conclui que as duplas participantes da pesquisa puderam compreender de forma mais ampla as propriedades de algumas funções. Conseguiram, por exemplo, relacionar suas diferentes formas de representação. Pode-se citar o episódio em que uma das duplas, denominada por ele como construtores de “teoremas”, deduziu que gráficos de funções com representações algébricas $y = ax^n$ sempre possuem o ponto $(1, a)$. Para esse pesquisador, “tal conclusão coordenou aspectos algébricos (valores do coeficiente a das expressões analíticas) com aspectos gráficos (coordenadas y de valores correspondentes àquele coeficiente).” (p.205).

Em suas considerações, o autor afirma que o ambiente informático possibilita aos alunos construir sua aprendizagem sobre funções de forma mais complexa, ou seja, conseguindo relacionar suas diferentes representações: algébrica, gráfica e tabular. Para ele, o

que ocorre geralmente, sem o trabalho com *softwares* gráficos, é uma compreensão superficial dos alunos da representação algébrica de uma função. Dessa forma, entende que a mídia informática é mais uma alternativa pedagógica a ser associada ao ambiente de lápis e papel para promover a aprendizagem dos alunos. É possível perceber sua convicção de que um coletivo constituído por professor, alunos e computador contribui para que os alunos construam seus conhecimentos.

Allevato (2005) delinea o objetivo de sua pesquisa, a partir da seguinte pergunta diretriz: “de que forma os alunos relacionam o que fazem na sala de aula, quando utilizam lápis e papel, com o que fazem no laboratório de informática, quando estão utilizando o computador na resolução de problemas fechados sobre funções?” (p. 12). Essa autora considera como problemas fechados os que geralmente possuem, como solução, resposta única além de um exclusivo processo de solução.

A fim de responder a sua pergunta de pesquisa, ela realizou uma observação participante, sob a perspectiva de pesquisa qualitativa, em uma turma de alunos do 2º semestre do curso de Administração de Empresas de uma universidade particular. A turma era constituída por 55 alunos que trabalhavam em duplas. Esses alunos foram distribuídos em 30 computadores do laboratório de informática da instituição em que estudavam. Funções foi o conteúdo trabalhado por meio de uma abordagem pedagógica que envolve a resolução de problemas. Os problemas selecionados, que foram trabalhados pelos alunos, envolviam a área de negócios e foram resolvidos no laboratório de informática com a utilização do *software Winplot*.

Os problemas trabalhados foram criados pelo professor da turma ou adaptados de livros-texto e visavam à construção de conceitos pelos alunos sobre: “função, limite de funções, taxa média de variação, derivada, e assim por diante, conforme o programa pré-estabelecido para a disciplina,” (p. 28). Foram realizados encontros com a turma durante um semestre com quatro horas-aula semanais.

Como forma de registro dos dados, foram realizadas gravações dos diálogos dos alunos com a pesquisadora durante o desenvolvimento das atividades de resolução de problemas, tanto no laboratório de informática quanto na sala de aula com lápis e papel. Esses diálogos, assim como uma entrevista com o professor da turma, foram transcritos para serem analisados. Os problemas resolvidos e as tarefas de casa, realizados pelos alunos, que envolviam a disciplina em questão, foram recolhidos e adicionados à fonte de dados. A pesquisadora também produziu um diário de campo em que registrou detalhadamente suas observações da aula após cada encontro. Esses dados foram interpretados por meio de uma

triangulação em que a autora procurou relacionar o “referencial teórico adotado com os diferentes registros das evidências coletadas.” (p. 33).

Em sua análise dos dados, ela destaca, como diferença entre o ambiente informático e a sala de aula com lápis e papel, uma maior autonomia dos alunos em seu processo de resolução de problemas. Argumenta que sem o computador os alunos, geralmente, seguem as orientações do professor, ou seja, nesse processo o professor assume um papel central. Por outro lado, “com a descentralização do “comando” das atividades de ensino no laboratório de informática, os alunos desenvolviam um trabalho mais independente, e suas resoluções mostram características, além de variadas, sensivelmente diferentes daquelas sugeridas pelo professor.” (p. 299). Ela também considera que a associação do computador à resolução de problemas constitui um recurso para avaliação por evidenciar as dificuldades e dúvidas dos alunos em determinados conteúdos.

Silva (2006) tem por objetivo verificar se um ambiente informatizado possibilita aos alunos reconhecerem as propriedades de curvas paramétricas a partir de suas representações gráficas. A pergunta norteadora de sua pesquisa é: “um ambiente informático, que possibilita a construção de gráficos de curvas, de maneira dinâmica, articulado com a conversão entre registros de representação semiótica, favorece o entendimento da noção de parâmetro?” (p. 22). A fim de encontrar respostas para essa pergunta, ele elaborou uma seqüência didática, que foi desenvolvida em cinco encontros com dez alunos da terceira série do ensino médio de uma escola pública. Os encontros foram realizados aos sábados de manhã, fora do horário de aula. Foram dois encontros em que o material utilizado foi régua, lápis, borracha e caneta e três encontros em que se utilizava o computador. As atividades propostas envolviam a construção de pontos genéricos, a representação de curvas na forma paramétrica e cartesiana e a parametrização de curvas.

A metodologia de pesquisa foi fundamentada na engenharia didática, em que o autor realizou quatro fases para a efetivação de seu trabalho: análises prévias ou preliminares; construção e análise *a priori*; experimentação; análise *a posteriori* e validação.

Na análise preliminar, ele fez um levantamento bibliográfico para identificar os fenômenos didáticos relacionados ao seu objeto de estudo e estudou a proposta curricular para o ensino de matemática no estado de São Paulo, assim como os Parâmetros Curriculares Nacionais de matemática para o ensino médio. A construção das atividades é a oportunidade, considerada pelo autor, de expor e justificar as escolhas efetuadas na pesquisa como o ambiente, o público alvo e o tema a ser pesquisado. Segundo ele, essa é a oportunidade de levantar questionamentos a respeito da seqüência didática, em vias de construção, para prever

as dificuldades que serão enfrentadas pelos alunos no desenvolvimento das atividades. Esse também é o momento de se fazer a análise *a priori* da seqüência didática. Primeiramente, descreve-se a seqüência didática e, em seguida, é feita uma análise das atividades desenvolvidas, com base na fundamentação teórica do pesquisador, levando-se em conta os enunciados, os objetivos propostos e a forma como os alunos desenvolveriam o que lhes foi proposto em cada um dos encontros. A experimentação consiste em descrever o que aconteceu durante a aplicação da seqüência didática e a análise *a posteriori* é a interpretação dos dados, recolhidos no processo de experimentação, à luz da fundamentação teórica.

Em suas considerações finais, ele afirma que a dinamicidade de programas matemáticos favorece a compreensão dos alunos sobre o comportamento dos gráficos de uma função. Não faz uma apologia ao uso do computador em detrimento de outras abordagens pedagógicas, porém, faz uma crítica à ênfase dada à representação algébrica no ensino de funções. Segundo ele, o estudo de funções em um ambiente informatizado permite uma movimentação maior entre seus diferentes tipos de representação. Considera que o *software* gráfico utilizado, o *Winplot*, dinamizou o trabalho, pois com ele os alunos realizavam várias vezes uma mesma atividade e conseguiam articular suas respostas com os exercícios anteriormente resolvidos. Dessa forma, concluiu que o computador facilita a aprendizagem sobre funções, uma vez que contribui para a “compreensão da noção de parâmetros no estudo de pontos, curvas e algumas de suas propriedades geométricas no plano.” (p. 217).

Percebe-se que grande parte das pesquisas vem de uma inquietação dos professores referentes à própria prática e sobre como utilizar o computador nas aulas de Matemática. Os trabalhos descritos aqui consideram que o uso do computador, para o ensino e a aprendizagem de diferentes representações de funções, pode contribuir para uma compreensão mais abrangente do conceito de função. Isso porque o computador, associado a um programa matemático, oferece uma agilidade na construção de gráficos, além de permitir a movimentação dos coeficientes da expressão algébrica de uma função. Isso favorece o levantamento de conjecturas, e suas conseqüentes validações, sobre o comportamento do gráfico de uma função, a partir da alteração de seus coeficientes. Dessa forma, o trabalho com o computador pode contribuir para uma maior independência dos alunos na busca de soluções aos problemas que lhes são propostos pelo professor. Isso ocorrerá desde que o professor assuma os riscos de tratar os alunos como personagens principais em seu processo de aprendizagem.

Pesquisas como a de Costa (1997), Santos (2002), Benedetti (2003), Alevatto (2005) e Silva (2006) evidenciam que a aprendizagem de funções, utilizando o computador permite

relacionar, de forma mais ágil, as representações algébricas e gráficas das funções. Para isso, utilizaram *softwares* gráficos e, em suas considerações, destacam que os alunos aprendem de forma mais autônoma durante o desenvolvimento das tarefas que propõem. Isso ocorreu porque com a dinamicidade propiciada pelo computador na construção de um gráfico e com a possibilidade de animá-los ao se variar um coeficiente específico, os alunos trabalhavam de forma investigativa. Ao invés de esperarem as respostas e os encaminhamentos do professor, levantavam conjecturas que buscavam justificar matematicamente.

Capítulo 3

A formação e o trabalho do professor de matemática

O foco desse capítulo é falar das implicações do uso de TIC para o trabalho docente. Antes disso, porém, farei algumas considerações sobre a formação do professor de Matemática.

Algo que vem sendo abordado pela literatura é a intensificação do trabalho docente. De acordo com Apple (1999, p. 119), esse é um fenômeno que “constitui uma das formas de corrosão mais tangíveis das condições de trabalho dos professores.” Ele cita algumas conseqüências do aumento das funções do professor, passando desde a falta de tempo para ir ao banheiro, tomar um café ou descansar um pouco, até a inexistência de tempo para pesquisar e se manter informado dentro da própria área de atividade.

Para Apple (1999), a sobrecarga de trabalho impele as pessoas de pouparem esforços para cumprirem aquilo que consideram essencial a ser realizado. Ela aumenta a necessidade de indicações de especialistas externos à escola, sobre como desenvolver o próprio trabalho. Implica em uma valorização da quantidade de trabalho em detrimento da qualidade. Uma conseqüência do processo de intensificação do trabalho docente é o isolamento do professor, promovido pela diminuição de seu tempo livre, “reduzindo a possibilidade de interação e de debate [...] para que possam partilhar, criticar e reconstruir as suas práticas em conjunto” (p. 119). Nesse processo, estão inerentes contradições, pois, ao mesmo tempo em que se exige

profissionais da educação com múltiplas habilidades, a sobrecarga de trabalho dificulta a frequência em cursos de qualificação.

Ao considerar o trabalho de professores um momento de mudanças e de incertezas, como o vivido atualmente, Imbernón (2006) expõe funções a serem contempladas tanto na formação inicial quanto na permanente. Segundo ele, o ambiente escolar envolve um contexto complexo e diversificado, que não se resume mais à transmissão de informações. Assim, fariam parte dessa nova função motivar os alunos, lutar contra injustiças sociais, promover, participar e animar grupos, relacionar-se com outras formas de organizações sociais, entre outras. Percebe-se claramente aqui uma intensificação do trabalho docente, pois não basta ensinar conteúdos específicos, a fim de formar os “futuros cidadãos em uma sociedade democrática: plural, participativa, solidária, integradora [...]” (p. 7).

Dessa forma, há um grande risco de que esse acúmulo de responsabilidades, associado a cobranças sociais, leve os docentes a atuarem como executores de propostas educativas elaboradas por outros. No caso das escolas públicas, implantando propostas de inovação elaboradas por especialistas alheios à realidade escolar, e em escolas particulares, seguindo algum método de ensino desenvolvido por determinada franquia educacional. Para Imbernón (2006), ao contrário, o ideal seria ter um profissional que participasse “ativa e criticamente no verdadeiro processo de inovação e mudança, a partir de e em seu próprio contexto, em um processo dinâmico e flexível” (p. 20).

Em meio às cobranças sociais que os professores vivem atualmente, há um processo de proletarização de seu trabalho. Além disso, há a expectativa de que contribuam para a formação de sujeitos autônomos capazes de produzir conhecimentos em uma sociedade altamente tecnológica e globalizada. De acordo com Lévy (1999, p. 44),

hoje, o novo proletariado não trabalha mais com signos ou coisas, mas com massas humanas brutas. Acompanha os povos em trânsito em meio às tempestades da grande mutação. Ele humaniza os corpos, os espíritos, os comportamentos coletivos. Do coração da batalha, forja às cegas, sem jeito, as armas da autonomia. Eis os novos “paus para toda obra” da sociedade, os anônimos que produzem as condições da riqueza longe das luzes do espetáculo, aqueles cujo trabalho é, ao mesmo tempo, o mais duro, o mais necessário e o mais mal pago: a legião de educadores, diretores de colégio, professores, formadores em geral.

Os pesquisadores Freitas *et al* (2005), por meio de entrevistas com professores de matemática do estado de São Paulo, também traçam considerações sobre o desafio do exercício dessa profissão. Eles entendem que o aumento das exigências da função da escola

está relacionado com o desenvolvimento das tecnologias da informação e com as “rápidas transformações no processo de trabalho e de produção da cultura.” (p. 89).

Freitas *et al* (2005) consideram que a cobrança para os professores ensinarem de modo diferente ao que aprenderam deriva de pressões, da sociedade atual, por indivíduos capazes de promoverem a própria aprendizagem de forma contínua. Essa situação implica no fato de os conhecimentos desenvolvidos pela escola sobre processos de ensino e de aprendizagem serem considerados obsoletos. A televisão, o computador, o videogame, dentre outros adventos tecnológicos, por exemplo, têm promovido um crescente desinteresse dos alunos em relação aos conteúdos ensinados em sala de aula com quadro e giz.

Os professores participantes da pesquisa de Freitas *et al* (2005) apontam a dificuldade de trabalhar em equipe na própria escola, a indisciplina e a falta de interesse dos alunos, além de problemas como o excesso de carga horária e de alunos por sala de aula. Não é esquecida a falta de apoio dos gestores escolares desde os coordenadores e diretores até secretários da educação.

Mesmo diante de muitas dificuldades, o professor acredita em sua profissão, buscando, como no caso dos entrevistados por Freitas *et al* (2005), se atualizar e se desenvolver profissionalmente. Os autores evidenciam uma preocupação contínua em aprender por meio de cursos presenciais ou de educação à distância, participação em congressos e através de leituras.

É em um contexto de mudanças e de busca de identidade profissional que se encontra o professor de Matemática, por isso, cabe tratar de possibilidades para o desenvolvimento desse profissional, de modo que haja parcerias entre a universidade e a escola, para a promoção de um ambiente com alternativas pedagógicas que contribuam para a aprendizagem de professores e alunos. Mas o que se considera especificamente quando se trata do desenvolvimento profissional do professor?

De acordo com Ponte (1998), o conceito de desenvolvimento profissional pode ser considerado recente em discussões sobre formação de professores. Ele argumenta ser relevante pensar sobre essa problemática, devido às mudanças sociais que delegam à escola cada vez mais responsabilidades. Além disso, os conhecimentos adquiridos durante a formação inicial não dão conta, segundo Ponte (1998), de todas as dificuldades que o professor enfrentará no exercício de sua profissão.

Para o autor, o processo de desenvolvimento profissional ocorre a partir da participação em cursos de formação, atividades como projetos, trocas de experiências, leituras, reflexões etc.

Polettini (1999) trata o desenvolvimento profissional do professor como uma aprendizagem que ocorre durante toda sua vida, no lugar de considerá-lo como sinônimo de mudanças que ocorrem ao longo dos anos. Para ela, o estudo dessa questão envolve aspectos como as características pessoais, os interesses e as condições de trabalho, por isso, não pode ser visto de forma linear ou independente do desenvolvimento pessoal do indivíduo. As dificuldades enfrentadas pelos professores também são motivo de observação, uma vez que podem influenciar “mudanças no pensamento e na prática do professor” (p. 249).

Para Polettini (1999), não são somente desafios externos como formação, alunos, colegas de trabalho, que podem implicar em mudanças para o professor, mas também suas inquietações pessoais. Assim, a autora complementa que, para se entender o desenvolvimento profissional, é preciso analisar com profundidade os aspectos social e individual do professor.

Giovani (1998) defende um relacionamento colaborativo entre a universidade e a escola básica como forma de se efetivar práticas distintas do ensino tradicional em sala de aula e de se promover situações que possibilitem o desenvolvimento dos professores. Essa pesquisadora também considera outros momentos da história das pessoas, além da formação inicial, como situações relevantes para o desenvolvimento profissional, tais como a história de vida, momentos de exercício prático da profissão, as condições e o contexto da realidade escolar vivenciada.

Segundo a autora, o envolvimento dos professores da educação básica em um trabalho colaborativo com pesquisadores da universidade possibilita o compartilhamento de experiências entre eles. Segundo ela, isso pode ser o ponto de partida que desencadeia o esforço dos professores em se apropriar ativamente de conhecimentos teóricos para fundamentar e orientar a prática cotidiana desses profissionais.

Em seu estudo sobre o desenvolvimento profissional de professores de Matemática, Ferreira (2003) observa que ele é um processo complexo, visto que envolve tanto a aprendizagem de novos conhecimentos quanto de habilidades práticas para o exercício da profissão. Para ela, não basta oferecer cursos aos professores ou oportunizar momentos de aprendizagem. É preciso ouvir quais as suas expectativas e possibilitar que compartilhem experiências. Afinal, para se desenvolver, a pessoa precisa se considerar agente ativo da própria aprendizagem e “assim, estar consciente de si mesmo enquanto profissional, de suas metas e características” (FERREIRA, 2003, p. 44).

Saraiva e Ponte (2003) defendem a idéia de que o desenvolvimento profissional é um processo que ocorre em longos períodos de tempo. Ao acompanhar dois professores de matemática, durante a implementação de um novo programa curricular dessa disciplina, os

pesquisadores identificaram três fatores que possibilitaram o desenvolvimento dos dois profissionais. Consideraram o primeiro fator, como um enquadramento favorável à experimentação de práticas diferentes das usuais, pois por meio de discussões em grupo e da conseqüente criação de um “banco de experiências”, os professores se sentiam mais confiantes para realizar o próprio trabalho. Em segundo lugar, a possibilidade de refletirem, no próprio contexto escolar, sobre suas necessidades e interesses, permitindo “a criação de um sentimento de autoconfiança e de confiança mútua, partilha de receios e teorização da prática” (p. 29). Em terceiro lugar, está a vontade de inovar e de fazer melhor, segundo esses autores, incentivado pelo reconhecimento do trabalho por outros professores ou pelos administradores escolares.

Gama (2007) concorda com a idéia de que o desenvolvimento profissional é um processo complexo que envolve muitos fatores. Segundo ela, o conceito de desenvolvimento profissional pode ser traduzido como

um processo pessoal, interativo, dinâmico, contínuo, evolutivo e sem fim que envolve aspectos conceituais e comportamentais. As aprendizagens advindas desse processo são de natureza pessoal, profissional, institucional, social e acontecem ao longo da trajetória de vida de cada um. Além disso, o desenvolvimento profissional dos professores depende também das políticas e dos contextos escolares nos quais realizam a sua atividade docente (p. 29).

A partir do que esses pesquisadores tratam sobre o desenvolvimento profissional, é possível perceber que tal conceito é um processo que envolve o interesse do professor em mudar. É o interesse de fazer algo diferente do que está habituado a realizar no cotidiano de sua prática.

Como os interesses diferem de uma pessoa para outra, assim como são distintos os modos como cada indivíduo interpreta uma determinada situação, é difícil dizer porque alguém se arriscaria em promover alterações na própria prática profissional. Em relação aos professores, porém, Imbernón (2006) faz alguns apontamentos sobre a necessidade de se inovar o ensino atualmente.

Imbernón (2006) defende a idéia de serem necessárias mudanças na educação, pois considera o modelo de transmissão de informações ultrapassado para a formação das novas gerações. De acordo com o referido pesquisador, para uma sociedade em constante transformação, como a nossa, pessoas que necessitam receber, constantemente, instruções para que possam ser produtivas, são cada vez menos necessárias. Em vista disso, reproduzir um ambiente em sala de aula, que só ofereça aos alunos a possibilidade de seguir as instruções

dadas e memorizar as informações recebidas, não promove um ambiente propício à aprendizagem do cidadão.

Como promover, porém, qualquer tipo de alteração no ambiente escolar? Afinal, a intensificação do trabalho docente, de acordo com Apple (1999), dificulta a tarefa de o professor investir em sua própria qualificação. Uma alternativa pode ser o estudo em grupo, em que os professores se organizam para refletir coletivamente sobre problemas que envolvam a sua realidade profissional. Tentar implementar qualquer tipo de mudança sozinho é, pois, correr um risco maior de fracasso, “uma vez que isolados eles [os professores] se tornam mais vulneráveis ao entorno político, econômico e social.” (p. 15).

3.1 – Implicações aos professores

Ainda sobre o trabalho e a formação de professores, Penteado (1997) analisa o processo que envolveu professoras do Ensino Fundamental de uma escola particular ao desenvolverem suas aulas no laboratório de informática. Para ela, o computador pode favorecer o desenvolvimento profissional dos professores uma vez que modifica o ambiente de ensino. Afinal, basta um aluno digitar comandos diferentes dos anteriormente previstos pelo professor que novos problemas e desafios surgirão durante a aula. Situações imprevistas podem ocorrer tanto em sala de aula com quadro, giz, lápis e papel ou em ambiente informatizado, porém, a probabilidade de ocorrerem situações inesperadas quando se envolve o computador é maior, pois, além da situação citada, podem ocorrer problemas com a própria máquina.

Presenciei uma situação inesperada ao apresentar, em um mini-curso para professores de Matemática, o *software Winplot* como possibilidade para a realização de investigações. A imprevisibilidade me fez entrar em uma zona de risco que, conforme Penteado (1997, 2004), contribui para a aprendizagem docente, tanto da gestão de sala de aula de um ambiente diferente do habitual, quadro e giz, quanto de assuntos matemáticos que aparecem como situações-problema propostas pelos alunos. O episódio envolveu a animação de uma parábola fixando seu vértice.

Fui para o mini-curso sentindo-me bem preparado, pois elaborei e organizei com um amigo que ministrou o curso comigo tarefas investigativas que testamos anteriormente a fim de não termos grandes surpresas. Nem tudo, porém, saiu como o previsto. Iniciamos o mini-curso propondo atividades referentes a alguns comandos do *Winplot*. Para nós, era importante

que todos os participantes conseguissem utilizar o *software* a fim de desenvolver as investigações propostas.

Tudo estava acontecendo conforme havíamos previsto. Alguns participantes desenvolviam as atividades de familiarização do programa, enquanto outros estavam mais adiantados. O roteiro foi organizado para que fosse possível uma maior independência dos participantes. Dessa forma, quem conhecia o Winplot, se quisesse, poderia desenvolver as atividades sem esperar nossas orientações. Por outro lado, aqueles que não conheciam o programa, além de acompanhar nossas orientações, poderiam utilizar o roteiro e seguir os procedimentos.

A situação mudou, porém, na realização da tarefa ilustrada no Quadro 1.



Quadro 1

Ele foi inspirado num minicurso apresentado por Jesus (2006), na III Bienal de Matemática em Goiânia. Propusemos esse problema por acreditar que ele possibilita percorrer os momentos de uma investigação, conforme proposto por Ponte, Brocardo e Oliveira (2005). Para se fazer a animação da boca do rostinho, é necessário construir o gráfico de uma função polinomial do segundo grau, limitada a um determinado intervalo, que represente sentimentos de uma pessoa como alegria, apatia ou tristeza.

Já havíamos construído este rostinho várias vezes, porém, sempre o fazíamos utilizando uma circunferência de centro na origem do Plano Cartesiano. Sendo assim, não havia grande dificuldade em se escrever uma parábola que representasse a boca do rostinho e que se movimentasse. Afinal, construíamos uma equação do tipo $y = ax^2 + c$. Dessa forma, o vértice se mantinha fixo, porque era representado pelo ponto $(0, c)$. Com o vértice da parábola sobre o eixo y e variando o coeficiente a , obtém-se um movimento com mudança de concavidade da parábola. Isso foi possível fazendo-se uma variação de $-0,2 < a < 0,2$, de modo que a parábola alternava a concavidade de positiva para negativa. Quando o coeficiente

a assumia o valor zero, o gráfico era representado por um segmento de reta paralela ao eixo x , uma vez que a equação algébrica se tornava $y = c$. Este era exatamente o movimento que queríamos, com o gráfico representando a expressão ora de uma pessoa feliz ora de uma pessoa triste. Como o ambiente informático é um ótimo lugar para se experimentar situações imprevisíveis ao simples apertar de botões, naquele dia, isso não deixou de ocorrer. Uma professora, participante do minicurso, fez algo que não havíamos tentado e sequer pensado anteriormente. Contudo, foi essa situação que nos possibilitou refletir se era ou não necessário o vértice ser fixo para que o gráfico de uma função quadrática pudesse representar uma boca para expressar sentimentos.

Podemos dizer que nos encontramos em uma zona de risco, de acordo com Penteadó (1997; 2004). Vamos tentar explicar o que aconteceu. Para nós, construir o rostinho era algo simples, todavia, sua construção tornou-se mais complexa quando a professora utilizou uma circunferência com centro diferente da origem para representar o contorno do rosto. Como o centro da circunferência não pertencia sequer ao eixo y , a equação do segundo grau, que representaria uma boca com movimento, seria do tipo $y = ax^2 + bx + c$, ou seja, com $b \neq 0$. Dessa forma, o vértice não era mais um ponto fixo como no caso em que $b = 0$. Assim, quando ela variava o coeficiente a , mantendo os coeficientes b e c fixos, o movimento não acontecia como ela e nós esperávamos. A Figura 2 ilustra o ocorrido.

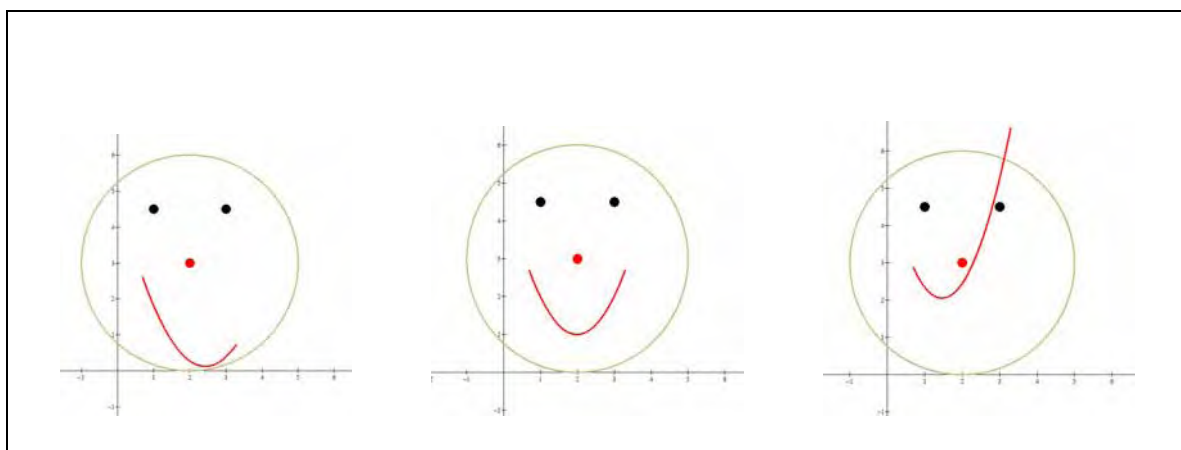


Figura 2

Ao observar a construção dessa professora, tentamos juntos resolver o problema, pois nem ela nem outro professor, participante do minicurso, estavam conseguindo entender o motivo de a parábola “subir” e “descer” ao invés de mudar apenas a sua concavidade. Para compreender o problema, passamos pelos momentos de uma investigação conforme Ponte,

Brocardo e Oliveira (2003), como forma de reconhecer a situação problema, fazer conjecturas e realizar testes para o refinamento e conseqüente justificativa das conjecturas.

O tempo de que dispúnhamos limitou o processo de investigação, pois queríamos que a professora encontrasse uma solução, mas reconhecemos que era necessário orientá-la antes do término do minicurso, já que talvez não nos encontrássemos novamente com aquelas pessoas. Além disso, passado aquele momento, o problema poderia não interessar mais aos participantes. Durante esse processo investigativo, percebemos que, se fixássemos o vértice da parábola, poderíamos resolver o problema.

A fim de testar essa conjectura, fizemos perguntas para ajudar a professora e os demais interessados a escolherem um ponto para representar o vértice da parábola que pretendíamos fixar. Devido à falta de tempo, não discutimos sobre qual o melhor ponto para fixar o vértice da parábola. Informamos, simplesmente, como escolher esse ponto. Em seguida, perguntamos qual seria o vértice. Como a professora havia utilizado a circunferência com centro (2;4,5) e raio 3, o vértice escolhido foi (2, 3). Logo, igualamos as coordenadas que representam um vértice qualquer com as coordenadas do vértice escolhido e obtivemos $b = -4a$ e $c = 4a + 3$. Assim, a equação do segundo grau utilizada para representar a boca do rosto que a professora construiu foi $y = ax^2 - 4ax + 4a + 3$. Fizemos o teste com o *Winplot* e tudo funcionou como o esperado. Depois disso, todos se sentiram satisfeitos, tomando os cálculos realizados como justificativa do processo para a solução do problema.

Como apresentado nessa situação, o computador na sala de aula pode promover situações inesperadas. Contudo, nesse ambiente, o professor pode crescer pessoal e profissionalmente, pois “ele se depara constantemente com a necessidade de buscar novos conhecimentos” (PENTEADO, 2004, p. 284) para resolver desde problemas com o computador até dúvidas matemáticas inventadas pelos alunos.

Em se tratando do uso de TIC na educação, a pesquisadora Kenski (2007) afirma que elas têm alterado a mesmice da escola. Para ela, as mudanças têm sido positivas, uma vez que novos recursos, além da lousa, do livro e da voz do professor, têm contribuído para dinamizar a aula e para a produção de novos conhecimentos. A autora adverte que

para que as TIC possam trazer alterações no processo educativo, [...] elas precisam ser compreendidas e incorporadas pedagogicamente. Isso significa que é preciso respeitar as especificidades do ensino e da própria tecnologia para poder garantir que o seu uso, realmente, faça diferença. Não basta usar a televisão ou o computador, é preciso saber usar de forma pedagogicamente correta a tecnologia escolhida (p. 46).

Outros pesquisadores, como Ponte (2000), Borba e Penteadó (2001), Valente (2007), assim como Kenski (2007), reforçam que o uso pedagógico das tecnologias deve vir acompanhado de conhecimento técnico e pedagógico, para integrá-las no ambiente educacional.

A discussão sobre a necessidade de conhecimento técnico e pedagógico para a utilização de TIC, mais especificamente do computador, na sala de aula de matemática, remete a outra discussão: a da formação do professor para esse desafio profissional. Propostas governamentais, como por exemplo, as orientações feitas pelos PCN (1998), sugerem o uso de vários recursos para o ensino e a aprendizagem da Matemática sendo a informática um deles.

No entanto, não é tarefa fácil aos professores utilizarem as TIC, ou mais especificamente, o computador em suas aulas. Afinal, promover qualquer alteração a alguma abordagem pedagógica utilizada demanda, além do interesse pessoal em inovar, disponibilidade de tempo para planejar e discutir alternativas.

A inserção da tecnologia na prática educativa requer um repensar dessa prática, e, um exercício de reflexão coletiva sobre a prática para encontrar soluções aos problemas dos envolvidos. De acordo com Penteadó (2004, p. 285), “além da formação sobre como lidar com as máquinas, o professor precisa ter com quem discutir o que acontece em sua prática.” Afinal, a união dos professores para trocar experiências, discutir e elaborar estratégias metodológicas, apoiarem-se nos momentos de maior dificuldade pode “fortalecer” a todos, a fim de que persistam na busca do próprio desenvolvimento profissional. Uma das dificuldades da reflexão coletiva sobre a prática, porém, é a falta de tempo de grande parte dos professores. Não é comum aos professores terem tempo para se organizar e discutir possibilidades metodológicas para o ensino ou para buscarem soluções a problemas que lhes são comuns.

Outra dificuldade para que ocorram mudanças, principalmente no que diz respeito ao uso da informática na aula de Matemática, é o medo de correr riscos, de não conseguir “dominar” os alunos, de não saber responder a todas as dúvidas deles, de que aconteçam problemas com os computadores que não sejam de fácil solução. De acordo com Borba e Penteadó (2001), essas dificuldades fazem o professor sentir-se em uma zona de risco. Aventurar-se nessa zona, contudo, pode promover tanto o crescimento do professor quanto dos alunos, tal como explicitam Borba e Penteadó (2001, p. 66):

Parece-nos que, ao caminhar em direção à zona de risco, o professor pode usufruir o potencial que a tecnologia informática tem a oferecer para aperfeiçoar sua prática profissional. Aspectos como incerteza e imprevisibilidade, geradas num ambiente informatizado, podem ser vistos como possibilidades para desenvolvimento:

desenvolvimento do aluno, desenvolvimento do professor, desenvolvimento das situações de ensino e aprendizagem.

Não é fácil sozinho conseguir estabelecer mudanças no ambiente escolar. Mesmo que pesquisadores em educação e órgãos governamentais proponham que aconteça um ensino, em que sejam criadas condições para que os alunos construam o próprio conhecimento, a situação não é tão simples. A resistência às mudanças, por parte dos professores, pode ser compreendida pela complexidade da profissão docente, de acordo com Borba e Penteadó (2001):

A docência, independentemente do uso de TI, é uma profissão complexa. Nela estão envolvidas as propostas pedagógicas, os recursos técnicos, as peculiaridades da disciplina que se ensina, as leis que estruturam o funcionamento da escola, os alunos, seus pais, a direção, a supervisão, os educadores de professores, os colegas professores, os pesquisadores, entre outros (p.56).

A atividade docente envolve muitas variáveis, sendo assim, sair da rotina e tentar inovar o ensino com atividades diferenciadas não parece ser muito convidativo. A resistência da direção, da coordenação e de outros professores da escola, que interpretam uma aula diferenciada como bagunça, inibe até o mais idealista. Além disso, há a resistência dos pais, que não vêm com bons olhos o fato de seus filhos deixarem de reproduzir listas de exercícios de Matemática, que seguem um modelo pré-estabelecido; a resistência de muitos alunos em desenvolverem as atividades propostas, por acreditarem que só aprendem pela repetição de exercícios. Essas situações, dentre outras, enfrentadas por professores que buscam alternativas para o processo de ensino e de aprendizagem que supere a aula tradicional dão a sensação de que mudanças são inviáveis. O sentimento de que 'é melhor deixar as coisas como estão' tem maior possibilidade de fazer com que o professor se acostume com a rotina se ele insistir em caminhar solitariamente.

Como já foi mencionado, a tarefa do professor não é nada simples, ainda mais quando lhe são exigidas competências que, talvez, não foram discutidas durante a formação. Cattai (2007) evidencia esse dilema, em sua dissertação de mestrado, sobre os professores de Matemática que trabalham com projetos. Segundo ela, os professores que participaram de sua pesquisa, inclusive aqueles com pouco tempo de formados, não foram preparados durante sua formação inicial para ministrar este tipo de aula.

Após fazer um levantamento de pesquisas sobre a formação e desenvolvimento profissional de professores no Brasil, Ferreira (2003, p. 28) afirma que

muitos dos principais problemas – por ex., desarticulação entre teoria e prática, entre formação específica e pedagógica, entre formação e realidade escolar; menor prestígio da licenciatura em relação ao bacharelado; ausência de formação histórico-filosófica e epistemológica do saber matemático, entre outros –, identificados nos primeiros estudos da década de 1970, ainda persistem.

Outras situações ou problemas podem ser apontados como dificuldades para que ocorram mudanças no ensino, principalmente quando essas mudanças envolvem o uso de TIC. Mesmo com todas as dificuldades que o professor enfrenta, a coletividade, refletindo sobre a própria prática, pode contribuir para um ensino em que o aluno é o protagonista da própria aprendizagem. Para Kenski (2007),

o mais importante é que as pessoas estejam reunidas em um determinado espaço com o objetivo maior de *aprender* juntas. Esse é o ponto de partida para o início de um novo modelo educacional diferenciado, que é a formação de comunidades de aprendizagem (p.111).

Desta forma, a organização de comunidades de aprendizagem (KENSKI, 2007) ou de grupos de estudos (FERREIRA, 2003; FIORENTINI, 2004; GIMENES, 2006) pode ser uma resposta para que professores reflitam e proponham alternativas ao ensino tradicional.

A seguir, apresento uma discussão sobre grupos de estudos, como forma de implementar mudanças nas escolas.

3.2 Grupos de estudos

A organização de comunidades de aprendizagem, de acordo com Kenski (2007), ou de grupos de estudos, como propostos por Ferreira (2003), Fiorentini (2004), Gimenes (2006), Gama (2007) e Murphy e Lick (1998) pode ser uma resposta para que professores reflitam e elaborem alternativas pedagógicas para suas aulas.

A formação de grupo de estudos tem sido fortemente recomendada pela literatura. Pesquisas apontam que o envolvimento nesse tipo de trabalho pode promover, por meio da reflexão da própria prática, o desenvolvimento profissional de seus participantes.

Ferreira (2003) tem como objetivo entender quais as contribuições que um grupo de estudos traz para o desenvolvimento profissional de professores de Matemática. Essa pesquisadora organizou um grupo em que os professores preocuparam-se em estudar conteúdos matemáticos e refletir sobre a própria prática. De acordo com ela, “o propósito do grupo não é alcançar um determinado resultado, mas é o próprio processo de construir e avaliar práticas e materiais que atendam às necessidades dos alunos.” (p. 98).

Florentini (2004) faz considerações sobre grupo de trabalho colaborativo. Para esse pesquisador, em um grupo de trabalho colaborativo, todos “negociam metas e objetivos

comuns” (p. 60), sendo que todos se responsabilizam em alcançá-los. Percebe-se a contribuição do coletivo na reflexão da própria prática e na produção conjunta.

Gimenes (2006) tem a preocupação de evidenciar as possíveis contribuições de um grupo de estudos, para professoras do Ensino Fundamental. Para isso, ela propôs às professoras que escolhessem um conteúdo matemático que quisessem estudar. Nesse trabalho, a pesquisadora destaca a preocupação do grupo em relação à produção de saberes relativos à prática docente.

Ao refletir sobre a prática educativa que desenvolve, o professor tem a possibilidade de expor ao grupo suas frustrações, expectativas, dificuldades, alegrias e experiências. Nesse sentido, o apoio do grupo pode ser significativo para contribuir com a auto-estima do professor. De acordo com Perez (2004, p. 256), “é fundamental que o professor de Matemática acredite no seu potencial, acredite que sua prática é muito importante e que possui momentos riquíssimos, os quais merecem uma discussão/reflexão coletiva.”

O grupo de estudos terá características de um grupo colaborativo uma vez que

- a participação será voluntária [a] todos os envolvidos [que] desejam crescer profissionalmente e [que] buscam autonomia profissional;
- as tarefas e atividades dos encontros serão planejadas e organizadas de modo a garantir que o tempo de reunião do grupo seja o mais produtivo possível;
- os participantes compartilham significados acerca do que estão fazendo e aprendendo e o que isso significa para suas vidas e prática profissional;
- os participantes tenham oportunidade de produzir e sistematizar conhecimentos através de estudos investigativos sobre a prática de cada um, resultando, desse processo, a produção de textos escritos, os quais possam ser publicados e socializados aos demais professores (FIORENTINI, 2004, pp. 59-60).

O grupo de estudos abre espaço para a reflexão, por meio do diálogo, tanto da prática quanto da teoria. Tal reflexão pode ajudar os docentes a entenderem, como afirmam Alrø e Skovsmose (2006, p. 12), que

aprender é uma experiência pessoal, mas ela ocorre em contextos sociais repletos de relações interpessoais. E, por conseguinte, a aprendizagem depende da qualidade do contato nas relações interpessoais que se manifesta durante a comunicação entre os participantes. Em outras palavras, o contexto em que se dá a comunicação afeta a aprendizagem dos envolvidos no processo.

Um grupo de estudos também pode ser visto como um capital social, de acordo com Daniel (2003, p. 56): “nenhum homem é uma ilha. Precisamos também de capital social, que é a confiança nas outras pessoas, redes ou contatos, a união dos indivíduos para alcançar uma meta comum, que cria uma comunidade”.

A comunicação no grupo de estudos pode contribuir para o crescimento pessoal dos professores e conseqüentemente “induzir” a uma reflexão sobre a sua importância na sala de aula. Afinal, discutir coletivamente possibilidades para o ensino e a aprendizagem da

Matemática produz experiências que podem “gerar” frutos como a utilização desse método nas salas de aula.

No que se refere ao grupo de estudos formado por professores, ele representa uma possibilidade para se planejar alternativas pedagógicas para maior participação dos alunos nas aulas, com abordagens investigativas, que não precisam estar restritas ao ambiente do lápis e papel. Juntos, por exemplo, professores podem refletir sobre as potencialidades do laboratório de informática para o ensino da Matemática, assim como produzir atividades que possam ser desenvolvidas nesse ambiente.

Capítulo 4

Cenário da pesquisa

Este trabalho surgiu de minha inquietação sobre possibilidades para um ensino com maior participação dos alunos em seu processo de aprendizagem. Como já descrevi na introdução deste texto, a partir da revisão de literatura e de discussões com minha orientadora e com o grupo de orientação, a pergunta que norteia a pesquisa foi se constituindo.

Da problemática de se pensar um ambiente de ensino e de aprendizagem da Matemática utilizando computadores derivou a seguinte pergunta diretriz: *Como um grupo de estudos formado por professores e pesquisadores planeja e desenvolve atividades matemáticas sobre funções para um ambiente informatizado?* Para tentar responder a essa pergunta foi preciso formar um grupo de estudos, pois, naquele momento, eu desconhecia qualquer um que estivesse estudando sobre o ensino e a aprendizagem de funções para um ambiente informatizado ou mesmo qualquer outro assunto.

A idéia era constituir um grupo com professores de um mesmo local, de preferência que trabalhasse na rede pública, pois, para mim, isso é importante, pois sempre estudei em escolas públicas, desde a educação básica até a pós-graduação. Além disso, trabalho com formação de professores em uma instituição pública estadual e acredito que a escola pública tem papel fundamental para o desenvolvimento de nosso país.

Para formar o grupo, fui à Escola Estadual Professor Alcide Jubé, localizada nas proximidades da UEG-Goiás, expliquei como seria o trabalho do grupo de estudos e convidei os professores de matemática para participarem. É bom lembrar que, com o intuito de incentivar a participação de professores, eu e a orientadora desta pesquisa, cadastramos o grupo de estudos como curso de extensão junto à UNESP – Rio Claro.

Para conseguir conversar com todos os professores de matemática, compareci na escola em três dias distintos. Vários deles gostaram da proposta e se interessaram em participar, contudo, apenas um professor permaneceu até o final. Como as inscrições ocorreram no início do ano letivo, final de janeiro e início de fevereiro, os professores ainda não tinham conhecimento de sua carga horária, tampouco o horário de aulas definido. Mesmo assim, preferiram se inscrever pensando na possibilidade de acompanhar os trabalhos do grupo. Mas, com os horários em mãos, uma semana antes do início dos encontros, alguns professores explicaram que não teriam condições de acompanhar as reuniões porque suas aulas na escola coincidiam com os horários do grupo de estudos.

As dificuldades em se formar o grupo de estudos não me fizeram desistir. Sendo assim, eu e a orientadora deste trabalho combinamos estender o convite à participação do grupo para licenciandos em matemática da UEG-Goiás. O coordenador do curso de matemática permitiu que eu fizesse o convite. Conversei, então, com as turmas do terceiro e do quarto anos. Vários licenciandos gostaram da proposta de trabalho e me passaram seus dados: nome, *e-mail* e telefone. Entrei em contato com eles e consegui a participação de seis licenciandas: duas do terceiro ano e quatro do quarto ano.

Dificuldades também fizeram parte da rotina do grupo. O excesso de compromisso dos participantes gerou ausência nas reuniões. As licenciandas iniciaram seus estágios supervisionados, além disso, algumas delas trabalhavam. O professor, que permaneceu com o grupo, iniciou um curso de Especialização em Educação Matemática, com aulas duas vezes por mês, em finais de semana intercalados. Toda essa situação forçou o grupo a adaptar os horários de encontros que variaram entre terça-feira, quinta-feira e sábado. Ainda assim, alguns participantes não conseguiram se ajustar aos horários combinados pela maioria e precisaram faltar algumas vezes.

As atividades dos participantes geravam outra dificuldade: pouco tempo para leituras. Com isso, foi preciso reorganizar as discussões de textos durante as reuniões. Assim, alguns membros do grupo ficaram responsáveis por fazer uma síntese do texto a ser discutido em um determinado encontro. Eu, como líder do grupo, propunha, geralmente no final de um encontro, a leitura do texto a ser discutido na reunião seguinte. O participante responsável

pelo texto, além de fazer uma síntese do assunto tratado, sugeria questões para promover um debate de idéias. Dessa forma, foi possível continuar com as leituras, porém, em quantidade menor do que as que eu havia selecionado.

O local das reuniões do grupo também não foi o que havia sido planejado de início. As reuniões deveriam ter sido realizadas na escola, porém, como apenas um professor fez parte do trabalho, isso não foi viável. Assim, os encontros ocorreram no laboratório de informática da UEG-Goiás. A direção da unidade universitária, o professor responsável pelo laboratório de informática e os funcionários técnico-administrativos apoiaram o trabalho organizando e reservando horários no laboratório para o grupo.

O laboratório de informática da UEG-Goiás tinha, quando ocorreram os encontros do grupo, dez computadores, mas apenas cinco funcionavam. No decorrer dos encontros, alguns computadores foram consertados, mas tivemos problemas com os que funcionavam e tinham o *Winplot* instalado. O principal inconveniente foi a desinstalação do programa em algumas máquinas. Como só o professor responsável pelo laboratório poderia instalar o programa novamente, isso dificultou a utilização de alguns computadores em alguns encontros. Nosso horário não coincidia com os horários do professor responsável pelo laboratório, sendo assim, ao entrar em contato com ele o problema só seria resolvido para nossa próxima reunião.

Aconteceram dez encontros com média de 3h e 30min cada um. Nove deles no laboratório de informática da UEG-Goiás e o outro na casa de uma das licenciandas, integrante do grupo de estudos, na cidade de Inhumas.

Com vistas a aproveitar da melhor forma possível o tempo disponível, organizei um plano para o trabalho do grupo: 1) entender o funcionamento do *software Winplot* e suas potencialidades para o estudo de gráficos; 2) discutir textos sobre ambientes de aprendizagem e investigações matemáticas, informática, educação e educação matemática; 3) estudar atividades propostas em dissertações e teses sobre o ensino de funções com o uso de TIC; 4) elaborar atividades para a aula de matemática, em um ambiente informatizado, utilizando o *Winplot*; 5) elaborar um minicurso sobre o ensino de funções utilizando o *Winplot* para ser apresentado em encontros de professores de Matemática; 6) aplicar alguns dos planejamentos a alunos do 1º ano do ensino médio, a fim de refletir sobre a aula e refazer os planejamentos, quando o grupo considerasse necessário. Esse plano e a pauta de cada reunião foram apresentados aos demais integrantes do grupo para que pudessem sugerir modificações. Ninguém, contudo, manifestou o desejo de mudança ou inserção de novo tópico o que, na minha opinião, se deve ao fato de participarem, pela primeira vez, desse tipo de trabalho e não saberem o que mais poderia ser feito.

O Quadro 2 abaixo mostra a pauta de cada encontro do grupo e, no capítulo 6, há uma apresentação detalhada para que o leitor possa conhecer o ambiente em que foi desenvolvida esta pesquisa.

DATA	ATIVIDADES
12/02/2008	Apresentar os integrantes do grupo. Explicar o que é um grupo de estudos. Realizar atividades de familiarização com o <i>software Winplot</i> . Discutir sobre possibilidades de uso do computador na aula de matemática.
16/02/2008	Apresentar os novos integrantes do grupo. Explicar o que é um grupo de estudos para os participantes que não estavam presentes no encontro anterior. Continuar as atividades de familiarização com o <i>Winplot</i> . Indicar o texto: <i>A aula de investigação in Ponte</i> , Brocardo e Oliveira (2003) para discussão no próximo encontro.
26/02/2008	Discutir o texto sobre investigação na aula de Matemática indicado no encontro anterior. Planejar tarefas para os alunos se familiarizarem com o <i>Winplot</i> . Estudar atividades propostas para o ensino de funções utilizando o computador. Planejar tarefas sobre funções em que se utilize o <i>Winplot</i> . Indicar o texto: <i>Cenários para investigação</i> , de Skovsmose (2000) para leitura no encontro posterior.
18/03/2008	Discutir o texto “Cenários para investigação”. Estudar atividades propostas para o ensino de funções utilizando o computador. Planejar tarefas referentes à função polinomial do primeiro grau.
22/03/2008	Discutir o trabalho realizado no encontro anterior. Estudar atividades propostas para o ensino de funções, utilizando o computador. Planejar atividades envolvendo o <i>Winplot</i> para apresentar no VI Encontro de Educação Matemática da UEG, na unidade de Cidade de Goiás.
27/03/2008	Aplicar o primeiro roteiro de atividades com alunos do ensino médio. Refletir sobre o desenvolvimento da aula ministrada. Estudar atividades propostas para o ensino de funções, utilizando o computador. Reformular o primeiro roteiro. Planejar tarefas envolvendo a função do primeiro grau.

05/04/2008	Aplicar o primeiro roteiro reformulado com dois alunos do ensino médio. Fazer uma reflexão sobre a aula ministrada. Discutir texto sobre Educação e Tecnologias. Estudar atividades propostas para o ensino de funções, utilizando o computador. Planejar tarefas envolvendo funções do segundo grau.
12/04/2008	Discutir texto sobre Tecnologias e Educação Matemática. Aplicar o segundo roteiro para dois alunos do Ensino Médio. Refletir sobre a aula e reformulação do roteiro feita pelo grupo. Estudar atividades propostas para o ensino de funções, utilizando o computador. Continuar o planejamento de atividades sobre funções quadráticas.
19/04/2008	Discutir o trabalho realizado no encontro anterior. Estudar atividades propostas para o ensino de funções utilizando o computador. Planejar tarefas sobre funções quadráticas. Aplicar o terceiro roteiro para alunos do ensino médio. Refletir sobre a aula para reformular o terceiro roteiro.
26/04/2008	Discutir a apresentação do minicurso que seria ministrado por alguns participantes do grupo no VI Encontro de Educação Matemática da UEG-Goiás. Concluir o planejamento sobre função quadrática. Preencher o formulário de avaliação para encaminhar à UNESP, exigência para confirmar a realização do curso de extensão. Marcar as entrevistas individuais. Confraternização final do grupo.

Quadro 2

4.1 – Os membros do grupo: A utilização do Computador no Estudo de Funções Matemáticas

O grupo de estudos foi composto por oito pessoas, como dito anteriormente: um professor de matemática do ensino médio, seis licenciandas em matemática e por mim. No trabalho desse grupo, cumpro dois papéis, o de membro e líder do grupo e o outro como pesquisador, buscando compreender como o grupo planejava e desenvolvia atividades matemáticas sobre funções para um ambiente informatizado.

A fim de apresentar os participantes do grupo, colocarei aqui o nome, a idade, a formação e a atuação profissional de cada um. Os nomes utilizados não são fictícios, pois os integrantes autorizaram que seus nomes verdadeiros aparecessem na dissertação.

Aline, 23 anos, cursou, em 2008, o quarto ano de Licenciatura em Matemática pela Universidade Estadual de Goiás (UEG), na Cidade de Goiás. A experiência dessa licencianda com a sala de aula foi na sétima série, durante o Estágio Supervisionado. Ela disse ter gostado muito desse contato com a profissão porque estagiou com alunos bastante participativos e que respeitavam o professor. Atualmente, está dando aulas particulares de várias disciplinas para uma aluna do Ensino Fundamental, também trabalha como secretária em uma escola particular de Ensino Fundamental em Inhumas, cidade em que reside.

Andriely, 20 anos, cursou, em 2008, o último ano de Licenciatura em Matemática pela UEG-Goiás. Já trabalhou como professora de Matemática em uma escola particular, com uma turma de Educação de Jovens e Adultos, por seis meses. Trabalhou, também, como professora de Matemática, História, Geografia e Artes, em outra escola particular, o mesmo período de tempo, com crianças da terceira e quarta séries do Ensino Fundamental. Afirma ter preferência em trabalhar com o Ensino Médio, pois tem mais afinidade com os alunos dessa faixa etária. Atualmente não está trabalhando e tem interesse em cursar uma pós-graduação em educação matemática, de modo que deseja que a história da matemática seja o tema da pesquisa.

Ângela, 24 anos, cursou, em 2008, o último ano de Licenciatura em Matemática pela UEG-Goiás. Trabalhou como professora de Matemática em uma escola pública, substituindo a professora da turma, durante três meses. Afirma que essa experiência a fez desistir de trabalhar no Ensino Fundamental, pois era muito difícil conseguir que os alunos desenvolvessem o trabalho. Atualmente não está trabalhando e tem interesse em cursar uma pós-graduação em Estatística.

Janete, 21 anos, cursou, em 2008, o penúltimo ano de Licenciatura em Matemática pela UEG-Goiás. Não tem experiência como professora. Seu primeiro contato com a sala de aula, como professora de Matemática, está sendo a disciplina de Estágio Supervisionado. Para ela, é uma experiência muito positiva, pois gosta de ajudar os alunos a superarem suas dificuldades. Acredita que as dificuldades dos alunos se devem a defasagens trazidas dos anos anteriores. Pensa que o professor precisa ter um contato mais próximo com os alunos, assim, conseguirá estimular a participação deles durante a aula. Atualmente, trabalha no comércio.

Jonathan, 24 anos, já é formado e, em 2008, estava cursando uma especialização em Matemática e Educação Matemática, oferecida pela UEG-Goiás, com encontros nos finais de

semana a cada duas semanas. Atua como professor há sete anos, desde que ingressou na faculdade, afirma ter sido convidado para lecionar. Já lecionou para todas as séries da segunda fase do ensino fundamental e do ensino médio. Atualmente trabalha como professor do ensino médio da Escola Estadual Professor Alcide Jubé na Cidade de Goiás. Tem interesse em cursar mestrado e doutorado para aperfeiçoar-se profissionalmente.

Leidamar, 25 anos, cursou, em 2008, o quarto ano de Licenciatura em Matemática pela UEG-Goiás. Acredita que o curso de Matemática deveria preparar melhor o professor para a sua prática profissional. Para ela, poucas coisas do que estudou, e está estudando, na sua graduação tem relação com o cotidiano escolar. Afirma que as disciplinas não fazem relação com o que o professor vai ensinar nos ensinos fundamental e médio, parece que não consegue perceber essa relação sozinha. Atualmente, está lecionando para turmas do primeiro, segundo e terceiro anos do Ensino Médio, em uma escola pública próxima a Inhumas, cidade em que reside. No dia da entrevista, contava aproximadamente um mês de trabalho. Afirma estar gostando da profissão, pois, desde que começou a dar aulas, ficou mais comunicativa e se sente mais segura de si.

Letícia, 20 anos, cursou, em 2008, o penúltimo ano de Licenciatura em Matemática pela UEG-Goiás. Sua experiência em sala de aula, como professora de Matemática, foi substituir dois dias um professor que estava doente. Nesses dois dias, ela lecionou para alunos do oitavo ano, ou a antiga sétima série. Atualmente, dá aulas particulares para dois alunos, uma do oitavo ano do ensino fundamental e um aluno do primeiro ano do ensino médio.

Eu, **Luciano** 33 anos, estou cursando o mestrado em educação matemática pela UNESP em Rio Claro. Sou licenciado em matemática pela Universidade Federal de Goiás. Tenho experiência com o ensino de matemática para a segunda fase dos ensinos fundamental e médio. Trabalho como professor do curso de matemática da UEG-Goiás e, durante a realização desta pesquisa, fui contemplado com uma licença integral para aprimoramento profissional.

4.2 – Os dados da pesquisa

Os dados da pesquisa são oriundos de informações das **reuniões do grupo**, de **roteiros de atividades elaborados pelo grupo** e de **entrevistas individuais com cada participante**.

As **reuniões do grupo** foram gravadas em vídeo e contribuíram para fazer a descrição de cada um dos encontros. Essa descrição pode ser vistas no capítulo 6 deste trabalho.

Os **roteiros**, compostos por tarefas sobre plano cartesiano, função do primeiro e do segundo grau e por atividades para apresentação em um evento científico de professores de matemática, também são fonte de informação porque evidenciam as preocupações do grupo para planejar e desenvolver atividades matemáticas para um ambiente informático.

Outro procedimento para a coleta de dados foi fazer **entrevistas individuais** com os participantes do grupo. O roteiro dessas entrevistas encontra-se nos anexos. O local para a realização das entrevistas foi combinado anteriormente com cada um. As entrevistas de Janete, Jonathan e Letícia foram realizadas em uma sala na UEG-Goiás. Já as entrevistas de Aline, Andriely, Ângela e Leidamar foram realizadas em Inhumas, na casa da Ângela. Como forma de registro, as entrevistas foram filmadas, com a permissão dos participantes, e transcritas na íntegra.

Eu e a professora Dra. Miriam Godoy Penteado, orientadora desta pesquisa, planejamos a produção de um “**caderno do grupo**”, que serviria para os participantes registrarem suas observações a respeito do trabalho desenvolvido. Tal caderno ficaria com um membro do grupo que anotaria suas impressões e o entregaria, na próxima reunião, a outro participante. Isso, porém, não ocorreu. O caderno extraviou-se durante algum tempo e, no final, as anotações não passaram de algumas páginas.

Capítulo 5

Encontros do grupo de estudos

Esta parte do trabalho trata da descrição dos encontros do grupo de estudos. Ela está escrita ora na primeira pessoa do singular ora na primeira pessoa do plural. Escrevi o texto desta maneira porque, em alguns momentos, expressei minha opinião, como pesquisador que investigava o grupo de estudos, e, em outros momentos, as opiniões expressas, mesmo que de meu punho, por todos os membros do grupo, incluindo a minha.

5.1 – Primeiro encontro

O primeiro encontro ocorreu no dia 12 de fevereiro de 2008, no laboratório de informática da UEG, na Cidade de Goiás. Naquele dia, estavam presentes licenciadas Ângela, Janete, Leidamar e Letícia; os professores Geraldo e Jonathan e o pesquisador Luciano. A orientadora desta pesquisa, professora Dra. Miriam Godoy Penteado, mesmo estando em Rio Claro e nós na Cidade de Goiás, participou do encontro pelo MSN.

A conversa com a professora Miriam Penteado pelo MSN não ocorreu como o planejado. A expectativa era de comunicarmos-nos usando o recurso **conversa com vídeo**,

porém, problemas de conexão impossibilitaram que a ouvíssemos e vice-versa. Como a transmissão em vídeo estava funcionando, mesmo que com imagens na maioria das vezes estáticas, pudemos nos ver e a comunicação foi feita por meio da escrita.

Após a apresentação de todos os integrantes do grupo à orientadora da pesquisa, conversamos sobre como seria a dinâmica dos encontros. Pareceu que todos aceitaram bem a proposta de trabalhar como um grupo a fim de construir possibilidades para o ensino de funções em um ambiente informatizado. Dessa forma, entendi que todos aceitaram bem a idéia de realizar um trabalho diferente de um curso.

Apresentar o trabalho que seria feito de forma diferenciada de um curso era relevante para a pesquisa, afinal, o intuito era o de compreender como o grupo planejava e desenvolvia roteiros de atividades para um ambiente informatizado que possibilitasse aos alunos construir o próprio conhecimento. Se o trabalho fosse conduzido na forma de um curso, poderia sugerir a idéia de que bastaria aos professores da Educação Básica e aos licenciandos receberem instruções dos professores da Universidade, sobre como conduzir a própria prática profissional. Dado que o que se pretendia era compreender como o grupo criava situações para alcançar os objetivos anteriormente citados, a idéia de trabalho em grupo precisava ficar clara. Por isso, em outros momentos, durante este encontro e em encontros posteriores, voltou-se a comentar que, no trabalho do grupo, todos poderiam expressar livremente suas idéias sobre como pensavam o planejamento das atividades.

Após encerrarmos essa conversa inicial e após a professora Miriam Penteado despedir-se desejando um bom trabalho a todos, desenvolvemos algumas atividades que eu já havia preparado a fim de que todos se familiarizassem com o *software Winplot*.

Os participantes dividiram-se em duplas para desenvolver as atividades propostas, que estão anexas a este trabalho. Assim, eles se dividiram: Letícia e Janete, licenciandas do 3º ano; Ângela e Leidamar, licenciandas do 4º ano; Jonathan e Geraldo, professores da Escola Estadual Professor Alcide Jubé.

Como a interface do *Winplot* é simples, todos seguiram os procedimentos contidos nas atividades sem dificuldade. Pode-se destacar, porém, neste primeiro encontro a atividade para construir um triângulo equilátero de área $25\sqrt{3}$ u.a.

Neste primeiro momento, eu, como membro do grupo que elaborou as atividades, fiz algumas perguntas a fim de possibilitar uma discussão coletiva para construir o referido triângulo. Por exemplo: conhecer a área do triângulo em que ajuda para construí-lo? Como

deduzir a fórmula para o cálculo da área de um triângulo equilátero em função de seu lado? Como a fórmula da área nos ajudaria a resolver o problema?

Após refletirem sobre as perguntas, sobre a atividade em questão, as duplas pegaram lápis e papel e começaram a procurar a fórmula da área de um triângulo equilátero. A fórmula foi rapidamente deduzida e as duplas encontraram o lado do triângulo.

Encontrar o lado do triângulo não era suficiente para construí-lo na tela do computador, utilizando o *software Winplot*. Sendo assim, era preciso reorganizar as idéias, testá-las e pensar o que se poderia fazer com o que foi produzido até aquele momento.

Depois de um determinado tempo e após muitas trocas de idéias, as duplas resolveram o problema de construir um triângulo equilátero conhecendo sua área. Como todos já haviam construído o triângulo, pedi que explicassem como o fizeram. Os procedimentos que eles utilizaram podem ser assim resumidos: sendo que o lado do triângulo mede 10 u.m., pode-se construir um segmento sobre o eixo x, cujos extremos são os pontos $(-5; 0)$ e $(5; 0)$, que representam dois vértices do triângulo a se construir. Como a altura do triângulo desejado é $5\sqrt{3}$ u.m.⁷, pode-se construir o ponto $(0; 5\sqrt{3})$, que é o terceiro vértice do triângulo e, em seguida, construir um segmento cujos extremos são $(-5, 0)$ e $(0; 5\sqrt{3})$. Teremos, assim, mais um lado do triângulo. Para finalizar, para construir o terceiro lado do triângulo, basta ligar os pontos $(5; 0)$ e $(0; 5\sqrt{3})$.

Ao final da atividade de construção do triângulo, Jonathan comentou que ela deveria ter sido filmada. Ele a considerou muito interessante por promover uma participação de todos na resolução. Os demais participantes concordaram com ele.

No desenvolvimento das atividades, percebi os participantes muito concentrados, tentando construir soluções para os problemas propostos.

Todos participaram e desenvolveram as atividades que lhes foram propostas para a familiarização com o programa. Em cada uma das duplas, porém, um dos integrantes ficou como que responsável pelo computador e o parceiro geralmente acompanhava as construções feitas e dava sugestões. Houve um momento em que eu pedi para os participantes trocarem de lugar, ou seja, alternarem o manuseio do computador, contudo, eles preferiram manter a mesma configuração.

Terminado o tempo estipulado para desenvolver atividades de familiarização com o *Winplot*, fizemos um pequeno intervalo.

⁷ Valor encontrado após se deduzir a fórmula da altura de um triângulo equilátero em função de seu lado. Como o lado já era conhecido utilizando a fórmula foi encontrado o valor da altura do triângulo que se desejava construir.

Depois do intervalo, conversamos sobre o que todos acharam das atividades. Quando perguntei se seria possível desenvolver esse tipo de atividade em sala de aula, o professor Geraldo manifestou-se. Disse que não considerava viável levar um problema para a classe que não tenha conseguido resolver. Para ele, o professor precisa ter domínio tanto do conteúdo matemático quanto do computador. Mesmo assim, ele acredita que é possível ao professor aprender coisas novas durante suas aulas.

Os demais participantes do grupo também afirmaram acreditar que o professor pode aprender com os alunos. Segundo eles, os alunos podem resolver uma atividade diferentemente da que o professor havia pensado e, se o problema em questão for uma atividade investigativa, é possível que os alunos descubram algo novo, que o professor desconhecia.

Após finalizarmos nossa conversa sobre atividades investigativas utilizando o computador, combinamos criar uma lista eletrônica para nos comunicarmos via *Internet*. Recolhi, então, o *e-mail* de todos os presentes e concluímos nossa reunião negociando o segundo encontro para o dia 16 de fevereiro de 2008.

5.2 – Segundo encontro

O segundo encontro do grupo ocorreu no dia 16 de fevereiro de 2008. Estavam presentes Ângela, Leidamar, Janete, Jonathan e Geraldo. Pela primeira vez, vieram Aline e Andriely do quarto ano do curso de Matemática; Paulo e Sebastião, professores do Ensino Médio de uma escola da região.

Iniciamos nossa reunião com uma conversa para explicar àqueles que participavam pela primeira vez que um grupo de estudos é diferente de um curso. Nesse momento, houve oportunidade para que todos se expressassem. Acredito ter esclarecido que possíveis dúvidas poderiam ser apresentadas a qualquer momento, assim como sugestões seriam sempre bem-vindas para um melhor desenvolvimento do nosso trabalho. Comentei, também, que estávamos ali para tentar, juntos, produzir conhecimentos. Isso seria feito ao planejarmos atividades para aulas de Matemática em um ambiente informatizado.

Após comentar que estaríamos ali para trabalhar como um grupo, expus como seria nosso trabalho. Relembrei nossos objetivos: estudar algumas dissertações e teses (BENEDETTI, 2003; ALLEVATO, 2005; SILVA, 2006) que tratavam do ensino de funções

com computadores; conhecer e trabalhar com um *software* gratuito, o *Winplot*; planejar atividades para o ensino de funções com o *Winplot*; desenvolver, se possível, as atividades planejadas em sala de aula para que pudéssemos refletir sobre possibilidades e limitações de nossos planejamentos; planejar um minicurso para apresentar em encontros de Matemática ou cursos para professores. Nesse minicurso haveria atividades para o ensino de funções utilizando o *Winplot*. Aqueles que não estavam presentes no primeiro encontro afirmaram ter compreendido a proposta do trabalho.

Terminada nossa conversa, passamos para a parte prática. Nesse momento, os participantes organizaram-se para continuar o desenvolvimento das atividades que havíamos iniciado na semana anterior. Algumas duplas, que participaram do primeiro encontro, resolveram continuar as atividades, a partir do problema em que haviam parado. Os demais desenvolveram as atividades desde o início.

Assim como aconteceu no primeiro encontro, todos se empenharam para aprender como se utilizava o *Winplot* para resolver os problemas propostos. O grupo mostrou um bom relacionamento entre si. Aqueles que possuíam dúvidas as explicitavam sem qualquer constrangimento. Quem tinha dificuldade em trabalhar com o computador ou com o programa, por exemplo, compartilhava seus problemas com um colega e, após receber ajuda, continuava o trabalho.

O desenvolvimento das atividades transcorria de forma bastante tranqüila. Não precisei fazer intervenções para ajudar os participantes a resolver a maioria delas. Mas, como no encontro anterior, a atividade do triângulo promoveu novamente uma ótima oportunidade para investigação.

Já havíamos resolvido o problema de construir um triângulo conhecendo sua área. Agora, o problema era outro. Era preciso colorir o triângulo, utilizando o *Winplot*, mas isso não era possível de ser feito da forma como havíamos resolvido o problema anteriormente. É que construímos o triângulo utilizando segmentos e o programa não entende o comando de sombrear uma região delimitada por segmentos, ou seja, não é possível colorir uma figura no *Winplot* que não tenha sido construída utilizando funções explícitas ou implícitas.

Como já havíamos discutido anteriormente, era preciso encontrar as equações das retas que continham os lados do triângulo. A maneira escolhida para encontrar as equações desejadas foi utilizar os pontos que eram os vértices do triângulo. Foram selecionados os três pontos que, unidos dois a dois por um segmento, formavam os lados do triângulo.

Utilizando a fórmula geral de uma função polinomial do primeiro grau, $y = ax + b$, com um par de pontos, conseguia-se encontrar os coeficientes a e b . Encontrados os coeficientes, tinha-se as equações da reta de que precisávamos.

Com os pontos $(-5, 0)$ e $(0, 5\sqrt{3})$, encontramos a equação r_1 : $y = \sqrt{3} \cdot x + 5\sqrt{3}$.

Com os pontos $(5, 0)$ e $(0, 5\sqrt{3})$, encontramos a equação r_2 : $y = -\sqrt{3} \cdot x + 5\sqrt{3}$.

Para os pontos $(-5, 0)$ e $(5, 0)$, todos perceberam, sem a necessidade de cálculos, que a equação da reta era (r_3): $y = 0$.

Assim, resolvemos o problema de construir o triângulo com gráficos de funções. Bastou utilizar o comando, no *Winplot*, ‘travar intervalo’ para delimitar os gráficos do tamanho que queríamos.

Para r_1 , fizemos $-5 \leq x \leq 0$.

Para r_2 , fizemos $0 \leq x \leq 5$.

Para r_3 , fizemos $-5 \leq x \leq 5$.

Mas, ainda faltava colorir o triângulo. As duplas continuaram se empenhando para descobrir o que poderiam fazer. O problema é que havia três retas e a opção sombreamento só possibilitava selecionar duas retas por vez.

Quando se selecionava o comando “sombrear” e se pedia para colorir entre as retas $y = \sqrt{3} \cdot x + 5\sqrt{3}$ e $y = 0$, com $-5 \leq x \leq 5$, o que acontecia está representado na Figura 3:

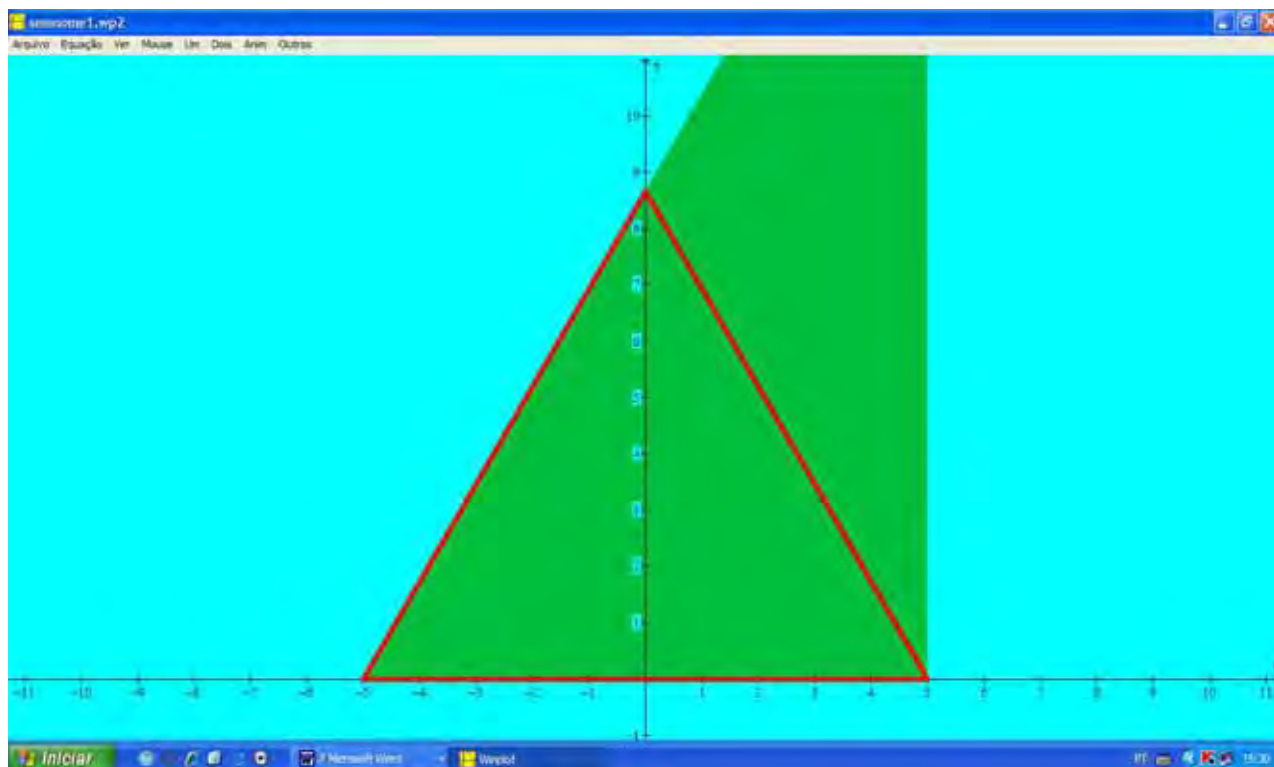


Figura 3 – Triângulo equilátero

Quando se selecionava o comando “sombrear” e se pedia para colorir entre as retas $y = -\sqrt{3} \cdot x + 5\sqrt{3}$ e $y = 0$, com $-5 \leq x \leq 5$, o que acontecia está representado na Figura 4:

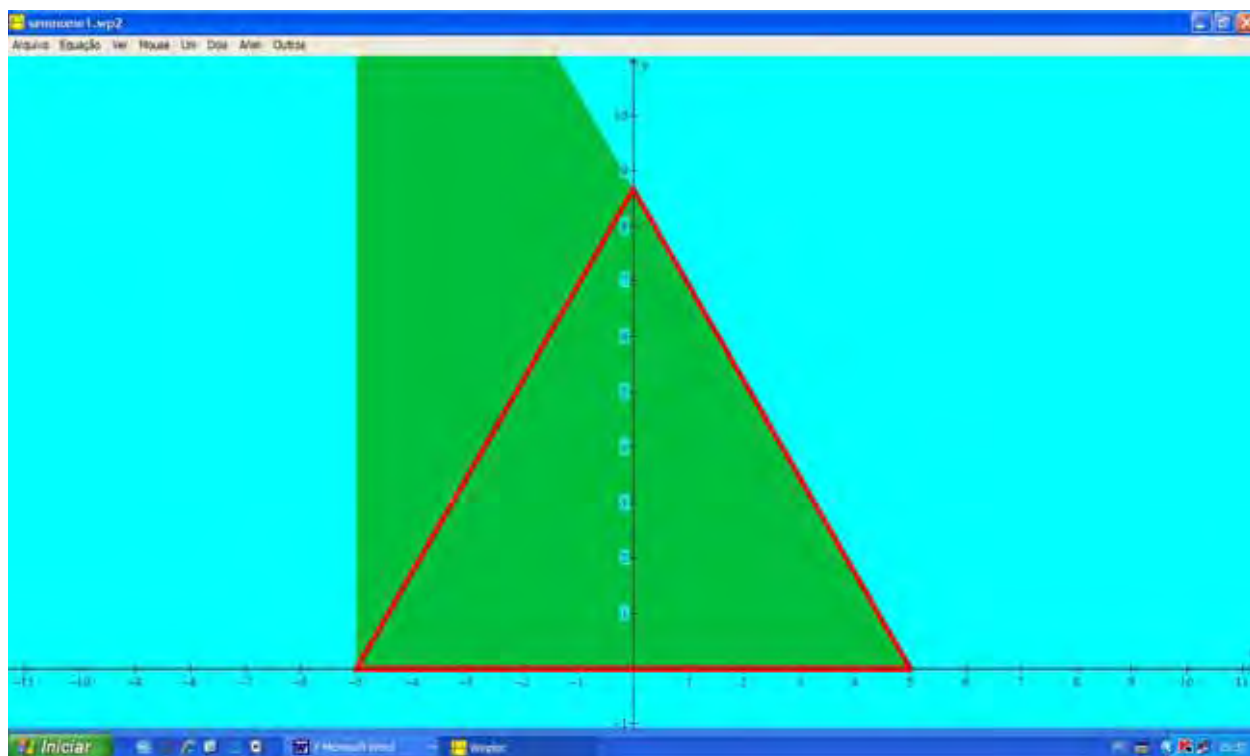


Figura 4 – Triângulo equilátero

Quando se selecionava o comando “sombrear” e se pedia para colorir entre as retas $y = -\sqrt{3} \cdot x + 5\sqrt{3}$ e $y = \sqrt{3} \cdot x + 5\sqrt{3}$, com $-5 \leq x \leq 5$, o que acontecia está representado na

Figura 5:

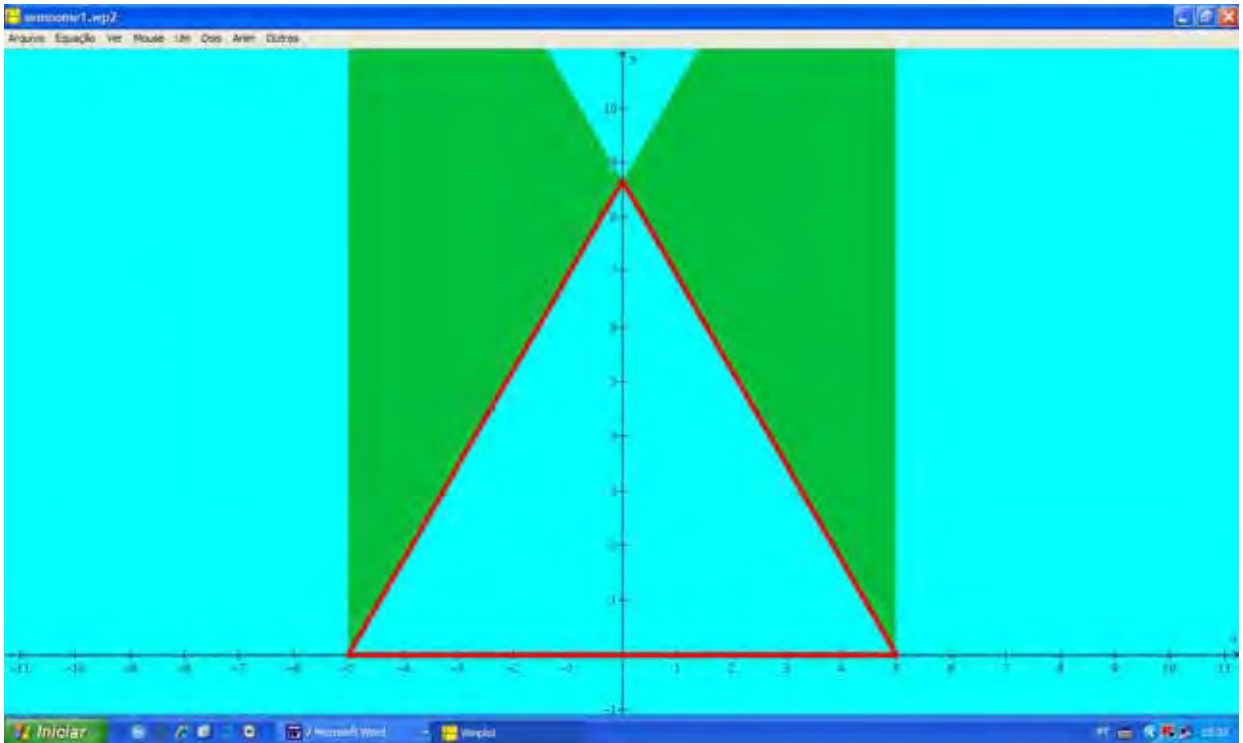


Figura 5 – Triângulo equilátero

Essas foram algumas das construções feitas, a fim de se descobrir como colorir dentro do triângulo. É possível perceber que as tentativas falharam, visto que não se coloriu apenas dentro do triângulo, figuras 3 e 4, e tampouco se coloriu o triângulo, apenas fora dele, figura 5.

Essas construções e outras que foram realizadas possibilitaram perceber algo que ajudaria a resolver nosso problema. O intervalo, no eixo x, que se delimitava para sombreado havia sido o mesmo. Percebendo isso, a dupla Aline e Ângela fez a experiência de mudar o intervalo. Após algumas tentativas, que não consegui acompanhar, por estar prestando atenção em outras duplas nesse momento, elas descobriram como colorir o triângulo. Pedi que explicassem a resolução e assim o fizeram.

Os procedimentos que as duas utilizaram, após ter construído o triângulo, utilizando segmentos de reta no *Winplot*, podem ser resumidos assim:

Selecione o comando sombreadar no *Winplot*. Selecione as equações de reta $y = \sqrt{3} \cdot x + 5\sqrt{3}$ e $y = 0$. Faça a seguinte variação $-5 \leq x \leq 0$. Escolha uma cor e mande sombreadar. O que se obtém está representado na Figura 6:

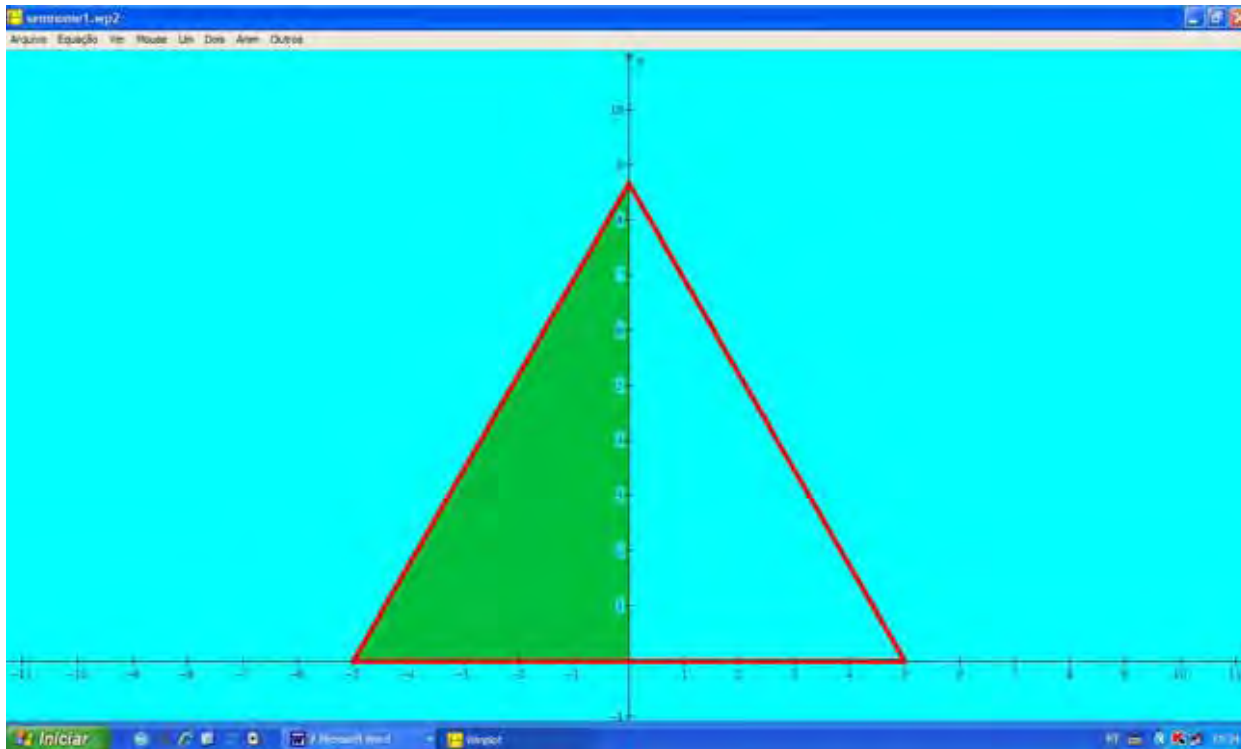


Figura 6 – Triângulo equilátero

Agora, sem apagar o que foi feito até aqui, selecione as equações de reta $y = -\sqrt{3} \cdot x + 5\sqrt{3}$ e $y = 0$. Faça a seguinte variação $0 \leq x \leq 5$. Escolha uma cor e mande sombreadar. O que se obtém está representado na Figura 7:

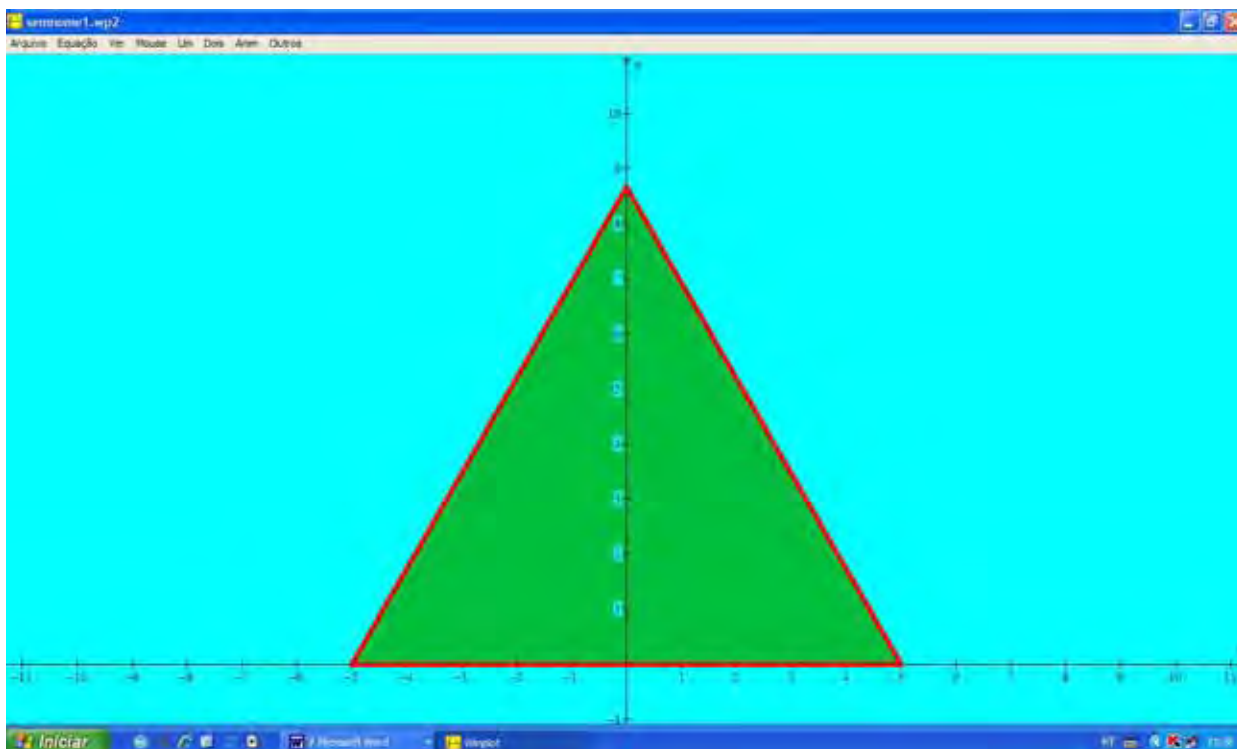


Figura 7 – Triângulo equilátero

A figura 7 é a resolução do nosso problema, ou seja, é um triângulo equilátero que foi construído e colorido no *Winplot*.

É possível que a construção do triângulo tenha ajudado a entender como se pode colori-lo. Isso se deve ao fato de que os intervalos utilizados para se construir r_1 , $-5 \leq x \leq 0$, e r_2 , $0 \leq x \leq 5$, são os mesmos que foram utilizados para pintá-lo.

Após a explicação da dupla Aline e Ângela, os demais participantes também coloriram o triângulo. O professor Sebastião ficou muito entusiasmado com essa atividade. Demonstrou seu interesse propondo variações da referida atividade para a sala de aula. Segundo ele, mesmo sem computadores, um professor poderia pedir a atividade em uma sala de aula. Basta imprimir o desenho de um triângulo equilátero, construído no *Winplot*, dar as coordenadas dos pontos que são os vértices do triângulo e pedir aos alunos que se encontrem as equações das retas que contém cada um dos lados do triângulo. Durante todo o encontro, ele mostrou idéias para adaptar as atividades que desenvolvemos para a sala de aula. Mesmo demonstrando que estava interessado em participar ativamente dos planejamentos, problemas com seus horários de aula o impediram de continuar no grupo de estudos.

Resolvemos parar as atividades para fazer um lanche.

Ao regressarmos do intervalo, conversamos sobre o desenvolvimento das atividades e as possibilidades para um professor de Matemática utilizá-las em suas aulas. Essa parte do encontro foi filmada.

Antes de nos despedirmos, marcamos nossa próxima reunião para o dia 26 de fevereiro de 2008. Pedi para que outra pessoa ficasse com o caderno do grupo para escrever suas impressões sobre o que havíamos feito até aquele momento. Além disso, recomendei a leitura do texto *A aula de investigação*, no livro *Investigações Matemáticas na Sala de Aula*, de Ponte, Brocardo e Oliveira (2005). Por fim, anotei os *e-mails* daqueles que estavam presentes pela primeira vez, para acrescentar à lista eletrônica do nosso grupo de estudos.

5.3 – Terceiro encontro

O terceiro encontro do grupo ocorreu no dia 26 de fevereiro de 2008. Nesse dia, estavam presentes oito pessoas: Andriely, Ângela, Geraldo, Janete, Leidamar, Letícia, Sebastião e eu. Iniciamos a reunião por volta das 14 h 10 min, no laboratório de informática da UEG. Em um primeiro momento, discutimos o texto sobre investigações matemáticas de Ponte, Brocardo e Oliveira (2005), sugerido no encontro anterior. As licenciandas do 4º ano afirmaram que já haviam discutido o texto no curso e todos tiveram oportunidade de expor suas idéias sobre a possibilidade de trabalhar com investigações em aulas de Matemática. Em seguida, expliquei a todos que o trabalho do grupo seria diferente dos encontros anteriores, pois tanto no primeiro quanto no segundo encontros o trabalho foi mais voltado para uma familiarização com o *software*. Nesse sentido, o trabalho do dia seria o planejamento de uma aula envolvendo o conteúdo de funções utilizando o *Winplot*.

No primeiro momento de nossa reunião, pontuamos que os roteiros seriam elaborados evidenciando-se, primeiramente, os objetivos a serem alcançados. Então, os presentes resolveram utilizar os computadores para realizar o trabalho, organizando-se da seguinte forma: Janete e Letícia utilizariam o mesmo computador; Andriely, Ângela e Leidamar ficariam em outro computador; Geraldo e Sebastião em outro computador; eu acompanharia o trabalho de todos.

Eu havia proposto inicialmente planejarmos uma aula sobre a função polinomial do primeiro grau. Comentei que poderíamos elaborar um roteiro com problemas envolvendo funções constantes. Quanto a isso o grupo havia dito que precisávamos, primeiramente,

propor atividades para uma familiarização dos alunos com o *software*. Sendo assim, relembrei a todos de nossas considerações para o planejamento. Em seguida, concordamos com os seguintes objetivos propostos aos alunos do ensino médio: a) entender como se utiliza o *software Winplot*; b) explicar a localização de um ponto no plano cartesiano; c) reconhecer o que é uma função constante.

Com os objetivos definidos, partimos para a elaboração das atividades. Por entendermos que o *Winplot* é um *software* com uma linguagem simples, resumimos os procedimentos de utilização do programa, para o desenvolvimento dos exercícios, acrescentando-os ao roteiro. Dessa forma, apenas as três primeiras atividades envolviam exclusivamente a manipulação do programa. As demais eram tarefas para se tirar conclusões matemáticas sobre o plano cartesiano e sobre funções constantes.

Durante esse planejamento, houve a dispersão de alguns membros. Enquanto uns contribuía com sugestões para a elaboração das tarefas, outros aproveitavam para acessar o *e-mail* ou fazer pesquisas em páginas de busca. Isso me incomodou a ponto de precisar convidar todos os participantes para se reunirem em torno de uma mesa, que havia no laboratório, para conseguir concluir o planejamento.

Era o nosso primeiro planejamento em grupo, por isso, considero que, mesmo com a desatenção de alguns e a não-aceitação imediata das idéias expostas, conseguimos trabalhar coletivamente. Encerrado o planejamento do roteiro, prontifiquei-me para digitá-lo e enviar a todos por *e-mail*.

Finalizamos o encontro discutindo sobre nossas impressões em relação ao trabalho desenvolvido e expondo nossas expectativas em relação à receptividade dos alunos. Concluimos que o planejamento foi bastante produtivo e que os alunos receberiam muito bem as tarefas que elaboramos, não apenas por ser algo diferente do que estão habituados receber em aulas de matemática, mas também por ter sido planejado com cuidado. Isso porque tentamos prever as dificuldades que os alunos poderiam enfrentar para organizar um roteiro que despertasse a curiosidade deles, assim como a criatividade para investigar as tarefas propostas.

5.4 – Quarto encontro

O quarto encontro ocorreu no dia 18 de março de 2008. Nesse dia, estavam presentes sete pessoas: Aline, Andriely, Ângela, Leidamar, Letícia, Jonathan e eu.

A reunião teve início com uma conversa sobre o artigo “Cenários para Investigação” (SKOVSMOSE, 2000). Pedi aos participantes que se sentissem à vontade para compartilhar o que mais gostaram e o que menos gostaram da leitura realizada. Alguns afirmaram não ter conseguido fazer a leitura durante a semana, então, pedi aos que leram uma síntese das idéias do texto, porém, todos pediram para eu fazer a síntese.

Sendo assim, resolvi comentar, de forma sucinta, o artigo. Pedi a leitura de trechos que eu havia destacado, ora por um participante ora por outro. Fiz perguntas com o intuito de promover uma discussão sobre diferença entre o paradigma do exercício e os cenários para investigação. Estava interessado que discutíssemos as diferenças entre os ambientes centrados no paradigma do exercício daqueles que promovem uma abordagem investigativa.

Depois da discussão do texto de Skovsmose (2000), os membros consideraram difícil, porém necessária, a criação de cenários de investigação em aulas de Matemática. Com isso, parece que todos se sentiram mais entusiasmados a desenvolver roteiros de tarefas investigativas a partir daí. A leitura também contribuiu para uma caracterização das atividades planejadas, pois o grupo entendeu que os problemas criados no encontro anterior eram tarefas investigativas com referências à Matemática Pura⁸.

Ainda em relação ao texto, o grupo concordou com a idéia de um cenário para investigação não ter sentido quando imposto aos alunos, pois, de acordo com Skovsmose (2000), o professor faz o convite e os alunos podem aceitá-lo ou não.

Encerramos a discussão do texto e fomos para o intervalo. Ao voltarmos para o laboratório, concentramos no roteiro elaborado no encontro anterior. Nele, havia um problema que foi retirado envolvendo função constante. Jonathan argumentou que a função constante é um caso particular da função do primeiro grau e sugeriu que o grupo fizesse primeiro o planejamento desta última. Todos concordaram com ele. Assim, o primeiro roteiro resumiu-se nas atividades de familiarização com o *Winplot* e nas tarefas investigativas envolvendo a localização de pontos no plano cartesiano.

⁸ Por Matemática Pura compreenda-se um conjunto de conhecimentos organizados por axiomas, teoremas e suas conseqüentes características e propriedades que bastam em si mesmos, ou seja, uma parte da Matemática em que não cabem preocupações referentes a qualquer aplicabilidade social, política ou em outra área.

Depois de finalizar o primeiro roteiro, ficou decidido que ele seria digitado e enviado a todos, com as novas alterações, por *e-mail*. Em seguida, era o momento de se concentrar na elaboração do segundo roteiro. Para isso, o grupo analisou como as dissertações e teses propunham as tarefas sobre função do primeiro grau. Chegou-se à conclusão de que os alunos com os quais seriam desenvolvidas as atividades poderiam não conseguir tirar qualquer conclusão da forma como os problemas eram propostos. Assim, ficou decidido que era preciso elaborar tarefas que estivessem mais de acordo com a realidade desses alunos.

Mas como começar? Como discutido no encontro anterior, para a elaboração de um roteiro, primeiro seriam definidos os objetivos do planejamento. Para esse roteiro, os objetivos foram: a) entender que o coeficiente a da função $y = ax$ determina a inclinação do gráfico da função; b) entender que quando o coeficiente a de funções do tipo $y = ax$ é igual a zero tem-se uma função constante.

A partir desses objetivos, elaboramos tarefas para os alunos analisarem o que acontecia com o gráfico de uma função do primeiro grau quando alterávamos o seu coeficiente angular. Foi interessante perceber que alguns integrantes do grupo ficaram surpresos ao ver o comportamento do gráfico. Após encerrarem-se as reuniões do grupo, uma participante comentou, durante sua entrevista individual, ter entendido a diferença entre coeficiente angular e coeficiente linear, por exemplo, após o trabalho no grupo utilizando o *Winplot*.

Terminado o planejamento, era o momento de discutirmos o trabalho do grupo. Foi então que Jonathan comentou que o trabalho que pretendíamos desenvolver não era simples, afinal, para uma continuidade dele, na escola, as pessoas precisariam se acostumar a trabalhar de uma maneira diferente. Segundo ele, os alunos estão muito habituados com um tipo de aula em que o professor fala tudo o que eles precisam fazer e nós tínhamos outra proposta de interpretação, reflexão e análise, por isso, demoraria um pouco para os alunos acostumarem-se com a investigação na aula de matemática.

Encerramos a reunião aproximadamente às 17h e 20 min, então, combinamos o nosso próximo encontro para o dia 22 de março. Como não haveria aula na UEG devido ao feriado da Paixão de Cristo, na sexta-feira, dia 21, resolvemos nos encontrar no sábado em Inhumas, na casa da Ângela para um almoço. Depois do almoço, planejaríamos o minicurso para ser submetido à comissão do VI Encontro de Educação Matemática da UEG-Goiás. Agradei a presença de todos e nos despedimos.

5.5 – Quinto encontro

O quinto encontro do grupo de estudos ocorreu no dia 22 de março de 2008. Esse encontro foi diferente dos demais porque não se realizou no laboratório de informática da UEG, na Cidade de Goiás. Reunimos, como fora previsto, na casa da Ângela, em Inhumas, cidade em que algumas participantes do grupo residem. Nesse dia, estavam presentes Aline, Andriely, Ângela, Leidamar e eu. Alguns membros do grupo não compareceram porque marcaram outros compromissos.

Os integrantes do grupo que não puderam participar comprometeram-se em contribuir com o planejamento que faríamos em Inhumas. As contribuições seriam feitas por meio de *e-mail*. Assim como aconteceu com os outros planejamentos, eu digitaria o planejamento e o enviaria para o correio eletrônico de cada um dos membros. Por isso, decidimos não desmarcar o encontro desse dia.

O planejamento que fizemos também diferia dos outros. Nosso objetivo era planejar atividades para serem apresentadas em um minicurso sobre investigações matemáticas utilizando o *Winplot*, durante o VI Encontro de Educação Matemática da UEG de Goiás (VI EEM). O VI EEM ocorre todos os anos na UEG da Cidade de Goiás e é organizado pelos professores do curso de licenciatura em matemática dessa Unidade Universitária. Nele, há a participação de licenciandos em matemática e de professores de matemática da região. É uma oportunidade para pesquisadores divulgarem trabalhos relacionados ao ensino da matemática.

Para a apresentação do minicurso, pensamos em propor atividades que utilizassem muitas cores e o recurso de animação do programa. Esperávamos que isso pudesse despertar o interesse dos participantes. Ainda havia a expectativa de promover uma discussão sobre a possibilidade de o ambiente informatizado contribuir para a aprendizagem dos alunos. Após essas considerações, concentramo-nos em elaborar atividades para uma familiarização com o programa e que tivessem características investigativas.

Antes de organizar e criar as tarefas que seriam trabalhadas, houve uma discussão para escolher um título para o minicurso. Queríamos algo que combinasse com o que seria trabalhado e que destacasse que seria utilizado um programa gratuito. Após algumas sugestões e considerações, criamos o título: Investigações Matemáticas utilizando um *software* gratuito *Winplot*. Depois disso, resolvemos concentrarmo-nos no planejamento.

Entendemos que as atividades deveriam mostrar possibilidades de investigação sobre conteúdos matemáticos, utilizando o computador. Em vista disso, decidimos que, antes de propor os problemas, era preciso falar um pouco sobre Investigações Matemáticas e

Ambientes de Aprendizagem. Para isso, selecionamos dois textos. Um deles foi extraído do livro de Ponte, Brocardo e Oliveira (2003). Tal texto seria utilizado para mostrar o que esses autores consideram como investigações matemáticas na sala de aula. E o outro, de Skovsmose (2000), serviria para mostrar como o autor diferencia os ambientes de aprendizagem centrados no paradigma do exercício daqueles centrados em cenários para a investigação.

Como não haveria tempo para leitura dos textos e eles não seriam disponibilizados com antecedência aos participantes, concluímos que o melhor seria organizar alguns trechos para apresentação em *slides* do *Power Point*. Ângela prontificou-se a digitar e a organizar esta apresentação. Sugeri que colocássemos alguns exemplos de atividades com o programa a fim de mostrar suas potencialidades no início o minicurso.

Após refletirmos sobre o que mostrariamos na apresentação em *Power Point*, selecionamos, por exemplo, uma que eu havia construído e apresentado ao grupo, em outra oportunidade, que denominamos ‘sistema solar’, como se pode ver na Figura 8:

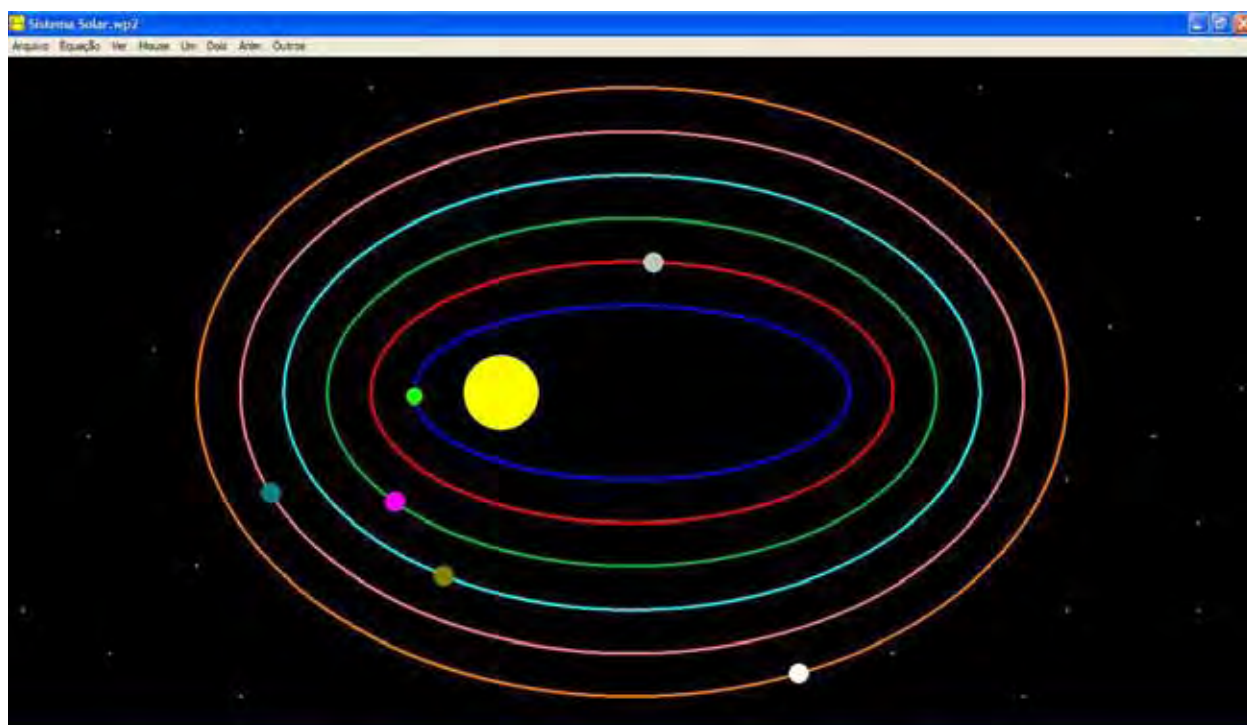


Figura 8 – Sistema solar

Mesmo com uma imagem estática, é possível compreender porque consideramos essa atividade interessante para apresentar no minicurso. O ‘sistema solar’, da Figura 8, além de ser colorido, como se pode ver, tem pontos que se movimentam sobre cada uma das seis elipses. Como a circunferência amarela é estática e há pontos que se movimentam em torno

dela sobre as elipses, achamos que se assemelha ao movimento que os planetas fazem ao redor do Sol, por isso chamamos tal figura de ‘sistema solar’.

Como o *Winplot* também oferece ferramentas para se trabalhar em três dimensões (3d) e Aline, Andriely, Ângela e Leidamar já haviam trabalhado com essa ferramenta do *Winplot* em suas aulas na UEG, resolvemos apresentar, no final do minicurso, objetos matemáticos em 3d com movimento. Para isso, utilizaríamos a função animação do programa. Como não haveria tempo para desenvolver atividades em 3d, decidimos acrescentar, anexados ao roteiro, os procedimentos para a construção e para a animação das figuras apresentadas no *Power Point*. O anexo conteria as instruções para se construir as atividades tanto em três quanto em duas dimensões. As atividades utilizando o recurso em 3d do *Winplot*, contudo, não foram trabalhadas no minicurso que foi ministrado por alguns dos participantes do grupo, como é possível ver nos anexos.

Para compor o roteiro das atividades, imprimiríamos a Biblioteca do *Winplot*, após selecionarmos as funções que seriam mais utilizadas. Entendemos que isso minimizaria o tempo gasto, pois não seria preciso recorrer à Biblioteca do *software* toda vez que não se soubesse o comando de uma determinada função.

O grupo decidiu que a tarefa de construir um triângulo equilátero conhecendo sua área comporia o roteiro das atividades. Perguntei, então, se as licenciandas haviam percebido que, quando resolveram esse problema, todos construíram o triângulo na mesma posição. Consideramos o fato intrigante e, após refletirmos um pouco sobre ele, não chegamos a um acordo.

Uma possível interpretação: pode ser que seja mais fácil construir o triângulo colocando um de seus lados sobre o eixo x, em que o eixo y é a mediatriz deste lado que, por sua vez, contém a altura de um triângulo equilátero. Vejamos a construção na Figura 9:

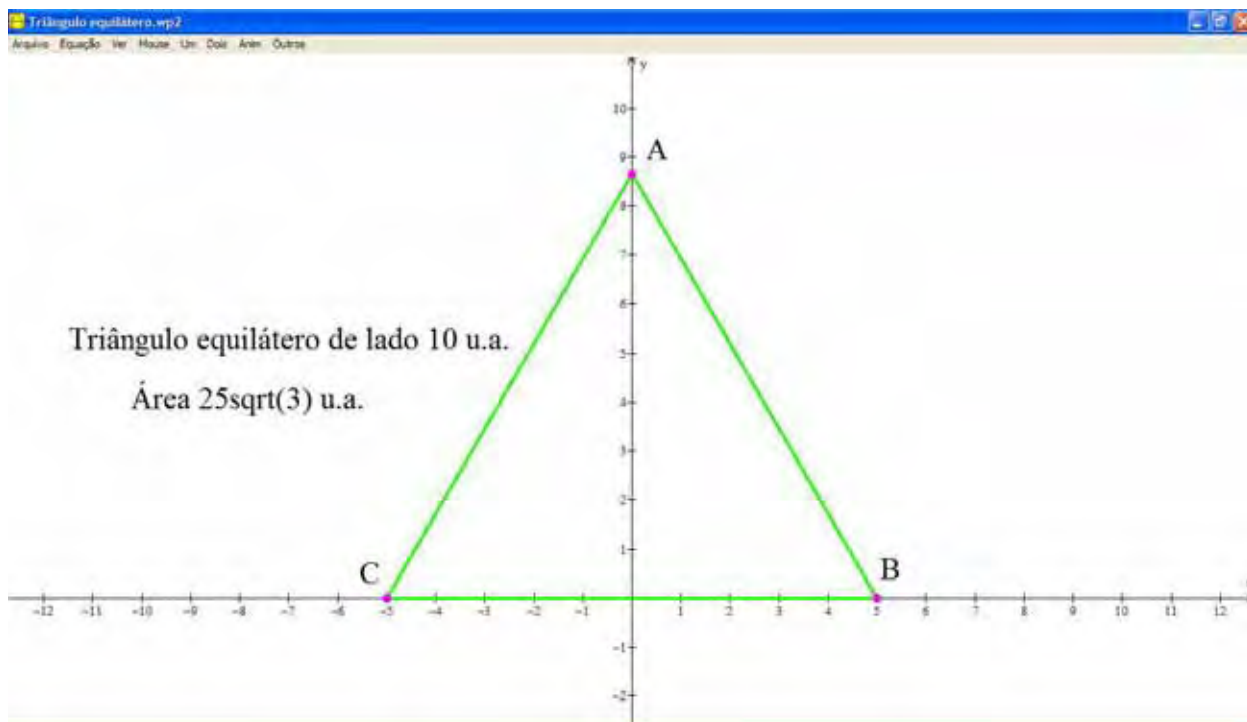


Figura 9 – Triângulo equilátero

Isso não explica, porém, o fato de todos terem construído o triângulo com o vértice A em $(0, 5\sqrt{3})$. Afinal, os mesmos procedimentos seriam utilizados para construir o triângulo voltado para baixo, ou seja, bastaria colocar o vértice A em $(0, -5\sqrt{3})$.

Devido a essa discussão, Aline se propôs construir o triângulo em outras posições. Colocou, por exemplo, cada um dos quadrantes, voltados para baixo, com um dos lados no eixo y. Eles seriam apresentados no minicurso como outras possibilidades para a construção de um triângulo equilátero, no *Winplot*.

Encerramos nosso encontro e fomos dar um passeio em Inhumas.

5.6 – Sexto encontro

O sexto encontro aconteceu no dia 27 de março de 2008. Participaram desse encontro as licenciandas Andriely, Janete e Letícia; o professor Jonathan e eu. Nesse dia, contamos com a presença de um aluno do primeiro ano do Ensino Médio, o que contribuiu para nossas reflexões sobre os planejamentos, pois aplicamos para ele o primeiro roteiro que elaboramos.

A nossa primeira idéia era a de aplicar os roteiros no laboratório de informática da escola estadual Prof. Alcide Jubé. Isso não foi possível, afinal, o mês de março já estava

terminando e 10 computadores do laboratório da referida escola ainda não haviam sido instalados. Sendo assim, não houve como realizar as atividades na escola como pretendíamos.

A dificuldade técnica levou-me a conversar com uma professora que leciona na escola Professor Jubé, a fim encontrar uma maneira de o grupo desenvolver seus roteiros com alunos do primeiro ano do Ensino Médio. Foi preciso conversar com uma professora, que não fazia parte do grupo, porque os professores participantes não estavam trabalhando, no ano de 2008, com turmas de primeiro ano. Pretendíamos trabalhar com essa série porque nossos planejamentos eram desenvolvidos especificamente para o ano letivo de 2008.

Ao conversar por telefone com a professora, perguntei sobre a possibilidade de 10 de seus alunos do primeiro ano dirigirem-se ao laboratório de informática da UEG para desenvolverem algumas atividades sobre funções. Como a escola e a UEG são próximas e os alunos estudam de manhã, marcamos o encontro para a tarde, especificamente às 14h. A professora não viu problema e disse que faria o convite. Combinamos, então, a data e o horário do encontro, mas o desenvolvimento da aula não aconteceu como o programado.

Apenas um aluno compareceu no horário combinado. Não esperávamos que isso ocorresse. Esse fato deixou-nos preocupados, afinal, tínhamos como objetivo no roteiro a troca de idéias entre os colegas. Pretendíamos criar um ambiente que promovesse o trabalho em equipe, visando a produção de conhecimento por meio do diálogo. Mas em respeito ao aluno que compareceu, resolvemos desenvolver a atividade. Essa decisão foi acertada, pois observar o aluno desenvolvendo as atividades possibilitou uma reflexão sobre o planejamento que tínhamos e o que poderíamos fazer para melhorá-lo.

Andriely orientou o aluno no desenvolvimento das atividades. Primeiro ela explicou como utilizar o *software Winplot*. Comentou que o programa servia para construir gráficos e o acompanhou durante a realização das atividades. Fez algumas adaptações à aula porque o aluno não se lembrava de Plano Cartesiano tampouco de par ordenado. Sendo assim, ela fez perguntas do tipo: “quem é a primeira coordenada?” para que o aluno lembrasse que a primeira coordenada de um ponto pertence ao eixo x. Da mesma forma, ela fez perguntas sobre a segunda coordenada e comentou que os eixos x e y do Plano Cartesiano dividem um plano em quatro quadrantes, mostrando no visor do computador cada um dos quadrantes.

Parece que o aluno ficou um pouco nervoso por não conhecer ninguém que o estava observando e por ser o único aluno de sua sala que compareceu. Mesmo assim, ele se mostrou bastante concentrado para responder às perguntas do roteiro e as demais, feitas por Andriely.

O aluno mostrou ter um bom domínio do computador. Na atividade 5, por exemplo, que pedia para construir vários pontos, Andriely explicou-lhe como proceder para que a

equação do ponto aparecesse na tela do computador. Passado algum tempo, ele já havia construído alguns dos pontos solicitados na tarefa e quis colocar as suas respectivas equações na tela. Sem perguntar o que deveria fazer, ele selecionou *ctrl + i*, para que o inventário aparecesse, e selecionou o comando *equação*, no inventário, para que a equação de cada ponto aparecesse no visor. Parece que bastava a Andriely explicar uma vez como utilizar o programa que ele conseguia desenvolver os procedimentos, sem precisar perguntar novamente como fazer o que se pedia.

A atividade 5 do primeiro roteiro, que foi posteriormente reformulado após sua aplicação ao referido aluno, mostrava 12 pontos que deveriam ser construídos utilizando o *Winplot*. Com o programa, o aluno construiu os pontos de forma rápida e escreveu corretamente, no roteiro, os pontos que estavam no primeiro, os que estavam no segundo, os que estavam no terceiro e os que estavam no quarto quadrante. Essa atividade parece ter contribuído para que ele entendesse o que faz um ponto pertencer, por exemplo, ao segundo quadrante. A tarefa 6 pedia a construção de um ponto no segundo quadrante e ele construiu o ponto $(-2, 2)$. Em suas palavras, em relação à questão de número 6, sobre como construir e o que garantia o pertencimento de um ponto ao segundo quadrante, ele escreveu: “para criar um ponto no segundo quadrante tem que usar o x negativo e o y positivo”. Sua resposta mostra o entendimento de que, em um par ordenado, a coordenada x vem primeiro, seguida da coordenada y. Além, é claro, de evidenciar as condições para que um ponto qualquer pertença ao segundo quadrante.

O aluno encerrou as atividades e Andriely resolveu fazer uma última pergunta: “como se constrói um ponto na origem do Plano Cartesiano?” Ele respondeu depois que ela fez outras perguntas que contribuiriam para que ele refletisse e chegasse à conclusão.

Terminado esse momento de aproximadamente 1h 15min, fomos para o intervalo. Após o intervalo, despedimo-nos do aluno e voltamos ao laboratório de informática para refletirmos se havíamos alcançado os objetivos propostos com nosso planejamento.

Durante a conversa sobre as impressões de cada um sobre a aula, Andriely destacou que lhe chamou a atenção o modo como o aluno tentava descobrir como se constrói um ponto sobre o eixo x. Letícia reforçou que, nesse momento, ela percebeu o aluno tentando entender o que precisava acontecer para colocar um ponto sobre um dos eixos. Disse que achou muito interessante perceber o aluno fazendo tentativas para alcançar o objetivo. O que acontece é que primeiro ele tentava, na sorte, construir um ponto sobre o eixo x. Para isso, ele construiu vários pontos diferentes com coordenadas x e y. Daí Andriely pediu que ele observasse um ponto e tentasse ver o que precisava fazer para que aquele ponto “baixasse” e ficasse sobre o

eixo x. Ele fez mais algumas tentativas e, a partir de um determinado momento, manteve a coordenada x fixa e foi diminuindo só a coordenada y. Andriely perguntou, então, qual deveria ser o valor de y para que o ponto ficasse sobre o eixo x. Ele respondeu: “Daqui a pouco vai ter que ser zero”. A resposta estava certa, mas o aluno ainda não havia tentado construir um ponto com coordenada y igual a zero. Ficou evidente que precisou que a Andriely fizesse essa última pergunta para que ele resolvesse o problema que lhe fora proposto.

Dentre os questionamentos, pode-se destacar: como um professor poderia desenvolver esse planejamento para uma turma com mais de 30 alunos? Como seria a organização da sala de aula?

Outra conclusão interessante a que chegamos foi a de se organizar a sala em duplas de alunos para trabalharem em um mesmo computador. Gastamos um bom tempo discutindo sobre como os alunos desenvolveriam as atividades e concluímos que o melhor seria pedir para que ora um fizesse uma atividade no computador, ora o outro. Dessa forma, ambos utilizariam o computador e ambos anotariam as conclusões da dupla na folha de atividades.

Terminadas nossas reflexões e a reelaboração do planejamento que havia sido desenvolvido, continuamos o planejamento sobre a função do primeiro grau. Encerramos o nosso encontro às 17h 20min, aproximadamente, e marcamos o próximo para o dia 03 de abril de 2008, às 14h.

5.7 – Sétimo encontro

O sétimo encontro aconteceu no dia 05 de abril de 2008. Nesse dia, estavam presentes as licenciandas Andriely, Ângela, Janete e Letícia, o professor Jonathan e eu.

Assim como no último encontro, a proposta era contar com a participação de alunos do primeiro ano do Ensino Médio para desenvolverem as atividades de nosso primeiro planejamento que havia sido reformulado. Em uma conversa com a professora do aluno que participou em nosso sexto encontro pedi que convidasse outros alunos a desenvolverem conosco algumas atividades sobre funções. Ela concordou, mas disse que provavelmente no sábado não iriam muitas pessoas porque os alunos costumavam ir para sítios e fazendas. Mesmo assim, eu e os outros integrantes do grupo de estudos estávamos com a expectativa de que comparecessem alguns alunos na UEG, para “testarmos” o nosso planejamento. Afinal, o laboratório de informática da Escola Estadual Professor Alcide Jubé continuava sem a

instalação dos computadores novos. Isso continuava dificultando o desenvolvimento de nossos planejamentos na escola.

Dos alunos que estávamos esperando, compareceram dois. Um deles já havia desenvolvido as atividades em nosso último encontro. Mesmo assim, resolvemos que os dois trabalhariam em um mesmo computador para trocaram idéias enquanto desenvolviam as atividades, afinal, havíamos reformulado o planejamento e algumas das questões eram inéditas para os dois.

Andriely, como combinado anteriormente, desenvolveu as atividades com os alunos para que os demais membros do grupo pudessem assistir à aula. Primeiro ela comentou para que servia o *software Winplot*, depois explicou como utilizá-lo. Essa orientação foi necessária porque um dos alunos, a que chamarei de V, participava pela primeira vez e não conhecia o programa.

Nas primeiras atividades, Andriely orientava passo-a-passo cada tarefa. Isso pareceu dificultar uma integração entre os alunos porque ela direcionava as perguntas para V, enquanto isso D, chamaremos D o outro aluno, participava como expectador. Provavelmente, ela agiu assim porque queria que V, que estava tendo o primeiro contato com o programa, se sentisse mais à vontade para trabalhar com o *software*. A atitude da Andriely em direcionar cada passo de uma atividade mudou nas atividades seguintes.

Para que o aluno V, por exemplo, respondesse em que quadrante estava o ponto (3, 5), que ele havia acabado de construir com o *Winplot*, ela perguntou: “você sabe o que é um quadrante?” Como V disse não se lembrar, ela lembrou aos dois o que era um Plano Cartesiano e explicou que os eixos x e y dividem este plano em quatro partes iguais que são conhecidas como quadrantes. Em seguida, pediu ao aluno D que mostrasse para V a ordem dos quadrantes. D, prontamente, utilizando um lápis, mostrou onde se localizava desde o primeiro até o quarto quadrante, apontando cada um deles no monitor.

Depois de receber as explicações sobre Plano Cartesiano, eixos x e y, e sobre a localização dos quadrantes em um Plano Cartesiano, V respondeu em que quadrante localizava-se o ponto (3, 5).

Quando os alunos iniciaram a próxima tarefa, que pedia para se construir doze pontos no Plano Cartesiano e dizer em que quadrante cada um deles estava localizado, Andriely pediu para que V construísse os seis primeiros e D construísse os próximos. Ela fez isso porque, na reformulação do primeiro planejamento, uma das preocupações do grupo foi a de que os alunos se alternassem no contato com o computador. O grupo entendeu que isso

contribuiria para a participação dos alunos, tanto na utilização do computador quanto na escrita das conclusões na folha de atividades.

Na utilização do computador realmente ocorreu a participação dos dois alunos. Esperávamos, porém, que eles compartilhassem suas conclusões para que as anotassem na folha que continha o roteiro da aula. Como cada um deles recebeu um roteiro, fizeram as anotações individuais sem trocar idéias. É preciso ressaltar que eles desenvolviam as atividades e anotavam, espontaneamente, suas conclusões na folha que continha o roteiro da aula. Talvez tenha faltado pedir a eles que primeiramente compartilhassem suas observações e que anotassem suas idéias só depois de entrarem em acordo.

Em relação ao uso da tecnologia, os dois alunos mostraram domínio do computador e desenvoltura para utilizar o *Winplot*. Também foi possível perceber que D não havia esquecido o que aprendera na aula anterior sobre os comandos do *Winplot* e sobre pontos no Plano Cartesiano. Ele demonstrava segurança quando a Andriely lhe pedia para explicar algo sobre os eixos x e y ou sobre a localização de pontos no Plano Cartesiano. Não precisava que ela explicasse novamente os comandos do *software* que ele já havia aprendido na aula anterior.

Quando Andriely perguntou aos alunos se os pontos (1, 2) e (2, 1) eram os mesmos – essa era a sétima atividade que propusemos – eles já haviam anotado suas conclusões, porém, releeram suas respostas e o aluno D sentiu a necessidade de fazer correções no que havia escrito. Diante disso, perguntei aos membros do grupo, depois de terminada a aula, em nosso momento de reflexão, se eles consideravam importante colocar espaços, no roteiro após cada pergunta, para que os alunos anotassem suas conclusões. Em nossos planejamentos, já contemplávamos isso, mas ainda não havíamos conversado sobre sua importância. Todos concordaram que espaços, seguindo cada pergunta, contribuía para que o aluno refletisse sobre o que estava aprendendo durante o ato de anotar suas observações e conclusões. Naquele momento, não estávamos preocupados em avaliar os alunos por meio da escrita. Nossa intenção, ao pedir que os alunos escrevessem, era a de possibilitar que eles organizassem suas idéias e construíssem a própria aprendizagem.

Terminados os 50 minutos, tempo reservado para o desenvolvimento do primeiro planejamento reformulado, despedimo-nos dos dois alunos e continuamos no laboratório de informática da UEG para refletir sobre a aula. Nesse dia não houve intervalo porque as licenciandas, que residem em Inhumas, tinham compromissos marcados e não conseguiram alterá-los.

Durante o momento de reflexão sobre a aula, conversamos sobre a quantidade de atividades que planejamos e as que os alunos desenvolveram. Havíamos planejado catorze atividades, mas como limitamos o tempo de aula para 50 minutos, os alunos conseguiram desenvolver somente as sete primeiras. Isso contribuiu para que conversássemos sobre limitações para aulas investigativas em um ambiente informatizado.

Para resolver o problema que tivemos com o tempo, afinal os alunos fizeram metade das atividades planejadas, o grupo propôs que o tempo de aula para este planejamento fosse de 100 minutos. Alguns afirmaram que, como os alunos não conheciam o *Winplot*, a primeira aula precisava ter um tempo maior para que houvesse a familiarização com o programa. Propuseram que o primeiro planejamento fosse desenvolvido em uma aula geminada. Além de conhecer o *software*, isso contribuiria para que os alunos conseguissem desenvolver atividades matemáticas com ele.

Foi comentado também que, após os alunos estarem familiarizados com o *Winplot* e habituados em desenvolver atividades do tipo investigativas, talvez fosse possível desenvolver planejamentos para aulas de 50 minutos. Isso faria com que eles fossem mais autônomos e não precisassem de tanta orientação para desenvolver as atividades. Não se discutiu sobre a possibilidade de se tentar um remanejamento, no horário dos professores da escola, para possibilitar um tempo maior no laboratório de informática com os alunos. Por isso, resolvi perguntar: “e se os alunos estivessem envolvidos e entusiasmados com a investigação e a aula de repente fosse interrompida?” Uma das licenciandas respondeu que isso seria prejudicial, porque “cortava” a aula e talvez na próxima os alunos não se entusiassem para desenvolver a atividade.

Terminado o momento de reflexão sobre a aula, começamos a conversar sobre um texto que tratava de Educação e Tecnologias, da pesquisadora Kenski (2006). Ângela ficou responsável em fazer uma síntese do texto para o grupo e liderar a reflexão sobre ele. Assim, ela destacou o que considerou mais interessante e fez algumas perguntas para o grupo. Todos contribuíram, incluindo os que não conseguiram ler o texto. Após concluirmos nossas impressões sobre o texto e as contribuições que ele ofereceu para nosso trabalho, iniciamos o planejamento.

O grupo resolveu que as atividades planejadas para a função do primeiro grau eram suficientes e decidiu se concentrar na função do segundo grau. Decidimos iniciar um planejamento sobre a função do segundo grau elaborando tarefas sobre seus coeficientes. Então nos perguntamos: “o que queremos que os alunos saibam sobre os coeficientes de uma função quadrática?”.

Após pensar na última pergunta, o grupo decidiu que um primeiro objetivo seria que os alunos entendessem o comportamento do gráfico da função $y = ax^2 + bx + c$, quando se varia o coeficiente a . Queríamos que os alunos entendessem o que acontece quando se aumenta ou se diminui o coeficiente a . Para isso, escolhemos trabalhar com funções do tipo $y = ax^2 + 2x - 1$, em que variaríamos o coeficiente a . Construímos as seguintes funções no Winplot: $y = x^2 + 2x - 1$, $y = 2x^2 + 2x - 1$, $y = 3x^2 + 2x - 1$, $y = 4x^2 + 2x - 1$ e $y = 10x^2 + 2x - 1$. Vejamos como ficou a construção na Figura 10:

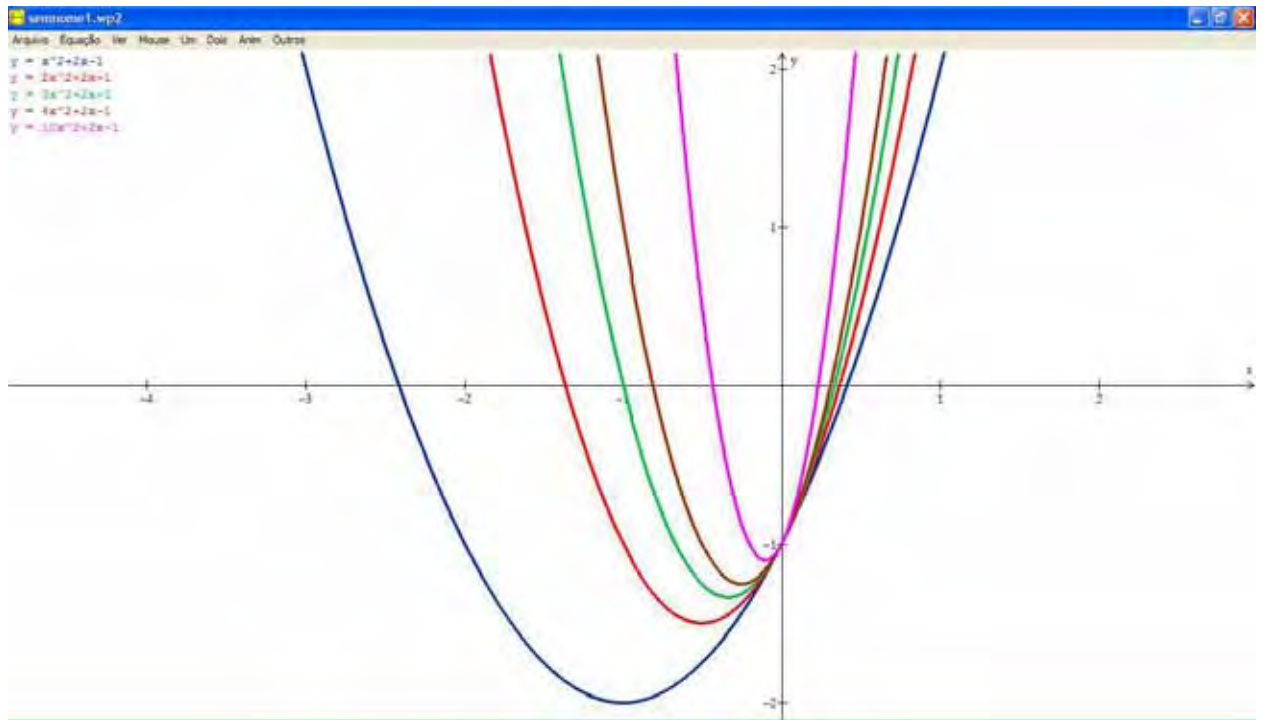


Figura 10 – Funções polinomiais do 2º grau

Ao analisarmos essa construção, entendemos que seria difícil os alunos perceberem o que queríamos. Nossa intenção era que eles vissem que, quando se aumenta o coeficiente a , com $a > 0$, os gráficos do tipo $y = ax^2 + 2x - 1$ se afunilam, ou seja, ficam mais estreitos. Mas entendemos que a construção dos gráficos, como na Figura 10, poderia desviar o olhar dos alunos e talvez eles não conseguissem alcançar nosso objetivo.

Após trocarmos algumas idéias, o Jonathan sugeriu que usássemos o eixo y como bissetriz dos gráficos, que seriam construídos. Sendo assim, decidimos que seriam estudados gráficos do tipo $y = ax^2$, em que b e c são iguais a zero. A atividade que planejamos pode ser visto na tarefa 1 do 4º planejamento.

Também pretendíamos, nesse planejamento, que os alunos percebessem que, ao se aumentar o coeficiente a , de funções do tipo $y = ax^2 + 2x - 1$, para $a > 0$, o valor de y cresce muito mais rápido. Por isso, adaptamos uma atividade proposta por Allevato (2005), em que se utiliza a função “traço” no *Winplot* para encontrar a imagem de um x qualquer. Na tarefa 4 do 4º planejamento, há uma tabela que os alunos têm de preencher para responder à pergunta: “em qual das duas funções, $y = x^2 + 2x - 1$ e $y = 8x^2 + 2x - 1$, o valor de y é maior? Por quê?”.

Encerramos o planejamento às 16h 45min. Antes de nos despedirmos, entreguei o texto “Implicações para a prática docente”, de Borba e Penteadó (2001), para discutirmos em nossa próxima reunião. As licenciandas Janete e Letícia ficaram responsáveis por liderar a reflexão sobre a leitura.

5. 8 – Oitavo encontro

O oitavo encontro aconteceu no dia 12 de abril de 2008. Nesse dia, estavam presentes Ângela, Janete, Leidamar, Letícia e eu.

Iniciamos nossa reunião com um diálogo sobre o texto “Implicações para a prática docente”, que constitui um dos capítulos do livro *Informática e Educação Matemática*, de Borba e Penteadó (2001). Janete e Letícia foram as responsáveis por fazer uma exposição sobre a leitura. Destacaram o que consideraram mais interessante e promoveram uma discussão com os outros componentes do grupo. Nesse momento, todos puderam expressar as contribuições, a partir da leitura do texto, para nossos planejamentos. Elas também acharam interessante o fato de professores, na década de 70, acreditarem que os computadores os substituiriam.

O grupo concordou com os autores que trabalhar em um ambiente informatizado possibilita ao professor entrar em uma zona de risco. E que, ao aceitar os desafios de se arriscar nesse ambiente a possibilidade de crescimento profissional é maior. Isso porque, ao surgirem situações inesperadas, a postura do professor em aceitá-las e, com os alunos, tentar solucioná-las, possibilitará o desenvolvimento profissional do professor. Além de mostrar aos alunos que um professor não sabe tudo, que situações não pensadas anteriormente podem surgir e que juntos, professor e alunos, podem construir conhecimentos novos. Encerramos a

discussão do texto porque os alunos do 1º ano do Ensino Médio, D e V, que se comprometeram em trabalhar conosco, chegaram.

Como combinamos em nossa última reunião, Ângela orientou os alunos no desenvolvimento de algumas atividades com o *Winplot*. Nesse dia, foi trabalhado o nosso segundo planejamento⁹. Aos roteiros que elaboramos chamamos de: primeiro planejamento, segundo planejamento, terceiro planejamento e assim por diante. Tentamos organizar as atividades em uma seqüência, porque entendemos que isso contribuiria para um possível desenvolvimento em sala de aula.

Os objetivos das atividades do segundo planejamento previam que os alunos compreendessem e explicassem o comportamento do gráfico, de funções do tipo $y = ax$, em que se varia o coeficiente a .

Antes de iniciar as atividades, Ângela lembrou aos alunos alguns comandos do *Winplot*. Isso não pareceu ser necessário porque os dois mostraram que não haviam esquecido os comandos já trabalhados no encontro anterior e lembravam que deveriam seguir os procedimentos contidos em cada atividade.

Os alunos D e V desenvolveram as atividades utilizando um único computador. Mesmo havendo outros computadores disponíveis no laboratório, entendemos que seria melhor que os dois trabalhassem em equipe para compartilharem idéias. V sentou-se em frente ao computador e D a seu lado. D se mostrou mais tímido. Enquanto V fazia várias perguntas e observações durante a aula, D limitava-se a responder o que a Ângela lhe perguntava.

Foi V quem construiu os gráficos da primeira tarefa. Para cada um deles, ele escolheu a cor que mais lhe agradava a fim de destacar o desenho. Terminada a construção, Ângela leu a pergunta que precisava ser respondida. O roteiro havia sido preparado para que os alunos se orientassem sem a necessidade de o professor informar, a todo o momento, o próximo passo. Como os alunos não leram as perguntas, não foi possível identificar se elas haviam sido bem elaboradas ou se eles eram capazes de interpretá-las sozinhos.

A ansiedade da professora para que os alunos concluíssem corretamente e rapidamente a atividade fez com que ela, através de gestos, sugerisse o que eles deveriam responder. O excesso de gestos e outras intervenções, como construir gráficos que não foram pedidos no roteiro, parecem ter induzido os alunos às conclusões que esperávamos. Porém, isto dificultou

⁹ Este planejamento encontra-se nos anexos deste trabalho.

percebermos se as atividades tinham sido suficientes para que os alunos alcançassem os objetivos do segundo planejamento.

Como Ângela ficou satisfeita com a resposta dos alunos, ela começou a leitura da próxima atividade. Isso não deixava tempo para que eles escrevessem suas respostas. Por isso, nesse momento, fiz uma intervenção na aula e pedi aos alunos que anotassem suas conclusões nas folhas que receberam.

Enquanto D e V anotavam suas observações, Ângela construiu dois gráficos, $y = 0,04x$ e $y = -0,04x$, e utilizou os comandos aproximação e *zoom*, para ajudá-los a organizarem suas idéias durante a escrita. Foi possível perceber que, mesmo acreditando que os alunos já haviam entendido o comportamento de gráficos do tipo $y = ax$ em que se varia o coeficiente a , a escrita permitiu perceber que isso não havia acontecido. Isso porque precisaram de intervenções da professora para conseguir entender o que estava acontecendo com os gráficos que construíram.

Após construírem a família de funções $y = ax$, com $0,03 \leq a \leq 45$, V mostrou-se bastante entusiasmado com o resultado. A animação que o *Winplot* fez ao construir essa família de funções chamou bastante sua atenção de V, que disse: “esse desenho ficou massa”. D não fez os mesmos comentários, mas disse ter gostado da construção, quando Ângela perguntou-lhe.

Tanto D como V mostraram dificuldade para entender que o intervalo $0,03 \leq a \leq 45$ mostrava a variação do coeficiente a da função $y = ax$. As dificuldades deles contribuíram para que fizéssemos reformulações no segundo planejamento.

Depois que D e V terminaram as atividades, fizemos um intervalo para o lanche.

Ao retornarmos do lanche, conversamos sobre a aula daquele dia. Como Ângela, dentre outras orientações, havia lido praticamente todo o roteiro das atividades para os alunos, perguntei: “será que em uma sala de aula com mais de 30 alunos o professor conseguiria acompanhar, da mesma forma que hoje, todos os alunos?”; “O que ele poderia fazer?”

Todos acharam que os alunos deveriam ser mais independentes para desenvolver as atividades e o professor ajudaria aqueles que estivessem com dificuldades e que lhe pedissem ajuda. Resolvemos fazer algumas alterações no planejamento como acrescentar o objetivo *compartilhar as idéias com o colega*. A troca de idéias entre D e V sobre o comportamento dos gráficos que construíram não aconteceu. Talvez isso ocorreu pelo fato de ter um professor do lado, ajudando-os a desenvolver as atividades, tenha feito com que eles não sentissem

necessidade de dialogar com o colega. Afinal, tinham a oportunidade de questionar um professor se suas observações estavam corretas.

Ângela comentou que ambos, D e V, tiveram dificuldade em entender o comportamento dos gráficos da segunda tarefa. Como, nessa atividade, o coeficiente a das funções $y = ax$ eram negativos, os alunos precisaram de que a professora recordasse que $-0,04$ é maior que -34 . Para tentar resolver esse problema, resolvemos acrescentar uma atividade em que os alunos tivessem que explicar, primeiro para números positivos, depois para números negativos, qual deles era o menor.

Antes da tarefa três, resolvemos acrescentar atividades sobre função constante para que os alunos percebam que: quando a constante a de funções do tipo $y = ax + b$ é igual a zero, o gráfico é uma reta paralela ao eixo x ; se a e b forem iguais a zero, o gráfico será uma reta coincidente com o eixo x ; a reta que representa uma função constante intercepta o eixo y no ponto $(0, b)$.

Após a aplicação das tarefas 3 e 4, acrescentamos a pergunta: “Como você explicaria o que faz o comando ‘família’ no *Winplot*”? Terminadas as mudanças que pretendemos fazer no segundo planejamento, resolvemos renomeá-lo de segundo planejamento reformulado.

O último trabalho do grupo nesse dia foi o de continuar o planejamento de atividades para a função quadrática. No encontro anterior, havíamos planejado algumas tarefas sobre o comportamento do gráfico de uma função quadrática quando se varia seu coeficiente a . Decidimos, então, planejar atividades sobre o comportamento desse tipo de gráfico quando se varia o coeficiente b .

Pretendíamos pedir aos alunos que construíssem a família de funções do tipo $y = x^2 + bx - 1$ para investigar o comportamento dos gráficos com a variação do coeficiente b . O grupo entendeu, porém, que utilizando números opostos para b , como -6 e 6 ; -1 e 1 , por exemplo, ajudaria a visualizar mudanças no comportamento do gráfico. Essas reflexões ajudaram-nos a organizar a primeira tarefa de nosso quinto planejamento¹⁰.

Entendemos que também seria interessante pedir aos alunos para encontrar o vértice da função $y = x^2 + bx - 1$ e estudar o seu comportamento quando há a variação do coeficiente b . Para isso, elaboramos a segunda tarefa do quinto planejamento que pede aos alunos para encontrarem o vértice da função $y = x^2 + bx - 1$ e, em seguida, construir, no *Winplot*, o ponto que representa este vértice com $-4 \leq b \leq 4$.

¹⁰ O quinto planejamento encontra-se nos anexos.

Finalizando esse conjunto de atividades, pedimos para os alunos construírem a família de funções $y = x^2 + bx - 1$, com $-4 \leq b \leq 4$. Pode-se ter uma idéia da construção que esperamos com a Figura 11, abaixo representada:

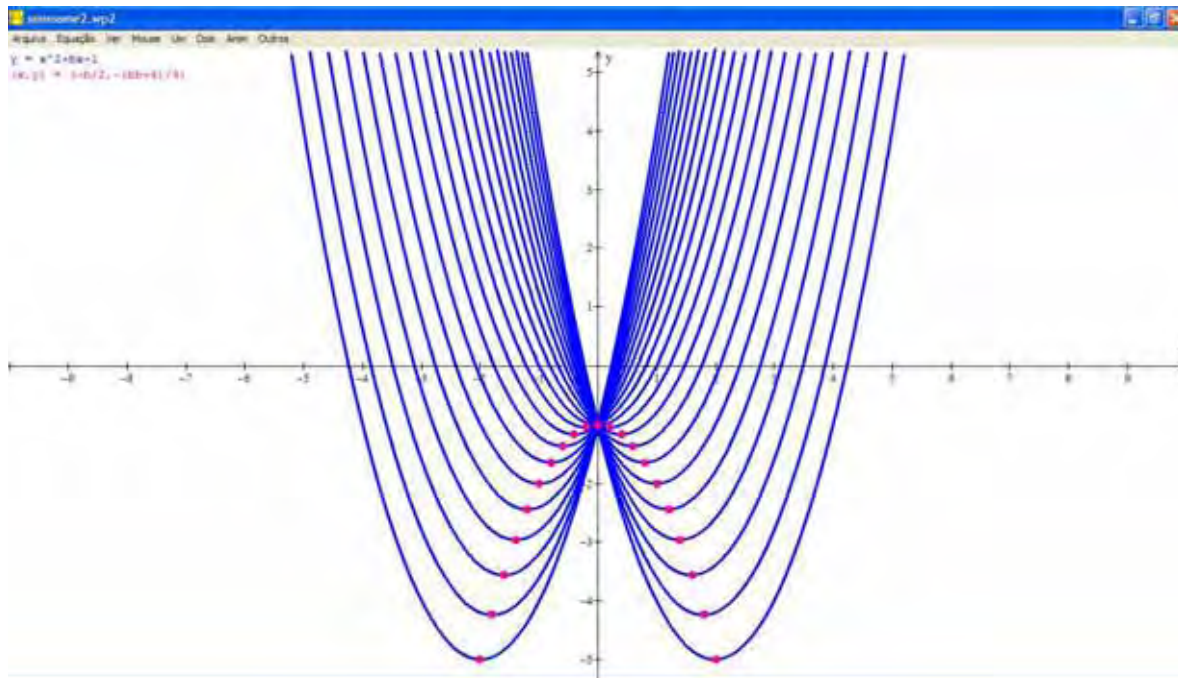


Figura 11 – Funções polinomiais do 2º grau com seus respectivos vértices

Esperamos que essa atividade ajude na visualização do movimento do gráfico de funções do tipo $y = x^2 + bx - 1$. Com isso, encerramos nossas atividades e marcamos o próximo encontro para o sábado seguinte.

5.9 - Nono encontro

O nono encontro do grupo de estudos ocorreu no dia 19 de abril de 2008. Nesse dia, estavam presentes Aline, Andriely, Janete, Jonathan, Letícia e eu.

Iniciamos nossa reunião relembando o trabalho que havíamos realizado no encontro anterior e seguimos com o planejamento de tarefas sobre a variação do coeficiente c em funções quadráticas. Para nos ajudar a formular atividades, construímos a família de funções do tipo $y = x^2 + x + c$, verificável na figura 12:

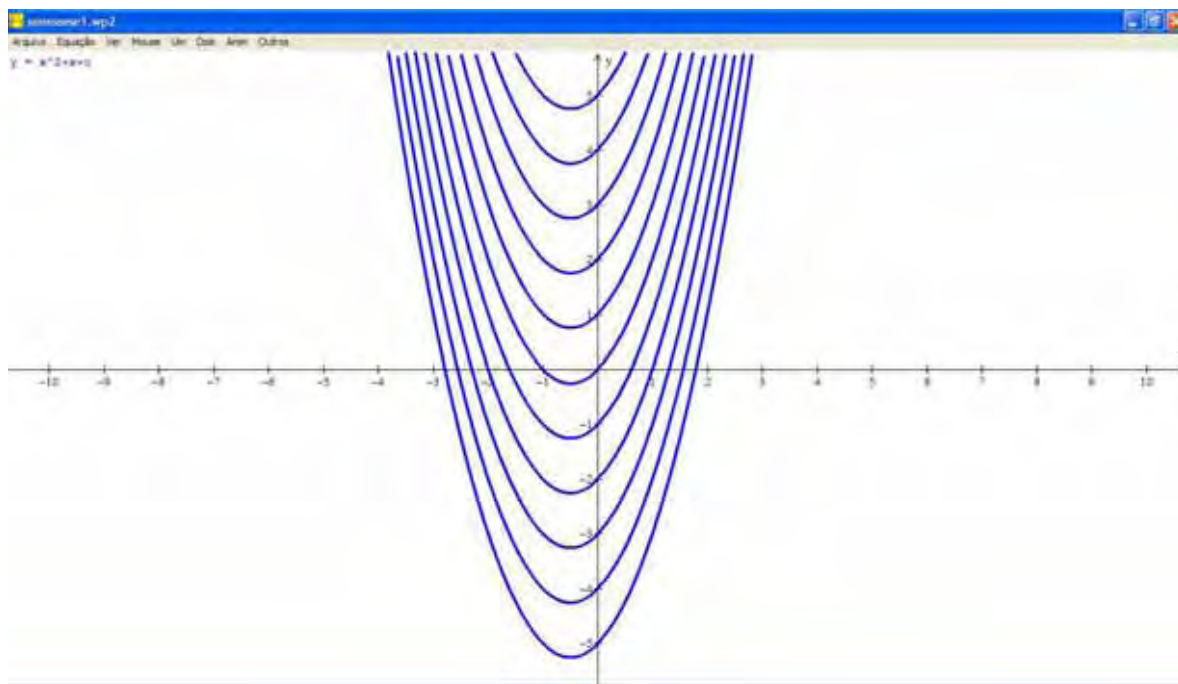


Figura 12 – Funções polinomiais do 2º grau

Na construção da família $y = x^2 + x + c$, selecionamos um intervalo de variação para c , com $-5 \leq c \leq 5$. Isso ajudou-nos a estabelecer o objetivo: entender o comportamento do gráfico de uma função quadrática, a partir da variação do coeficiente c . Assim, a primeira atividade pede que os alunos construam algumas funções quadráticas em que apenas o coeficiente c sofra alterações. Esperamos que eles percebam que só esse coeficiente está mudando, por isso, colocamos no roteiro um local para se escrever o coeficiente c de cada uma das funções que se está construindo.

Nessa atividade, mantiveram-se os coeficientes a e b constantes e iguais a 1, já que o grupo entendeu que outros valores, como $a = 2$ e $b = 3$, poderiam induzir os alunos a pensar que eles sempre seriam 2 e 3, respectivamente.

Mas $a = 1$ e $b = 1$ também poderiam causar a impressão nos alunos de que, quando se varia o coeficiente c , os outros coeficientes devem ser iguais a 1. Em vista disso, o grupo elaborou outra atividade em que se pede para construir os gráficos de duas funções quadráticas distintas. Essas funções têm coeficientes a e b com valores diferentes, inclusive quando um deles é positivo o outro é negativo, porém, o valor do coeficiente c é o mesmo. Com isso, esperamos que os alunos entendam, nessa atividade, a influência de cada um dos coeficientes a , b e c no comportamento do gráfico de uma função quadrática.

Pediu-se também que os alunos respondessem em que ponto o gráfico da função $y = 7x^2 + 50x + \sqrt{3}$ intersecta o eixo y . Esperava-se que eles respondessem qual é a interseção. Esperava-se também que conseguissem explicar que, para que um ponto seja a interseção de um gráfico de uma função quadrática com o eixo y , sua coordenada x tem de ser igual a zero.

Por último, pediu-se que os alunos construíssem um gráfico de uma função quadrática que interceptasse o eixo y no ponto $(0, \pi)$. O grupo considera que construir um gráfico de uma função quadrática que intercepte o eixo y , em um ponto previamente determinado, mostrará que o aluno entendeu a influência que o coeficiente c exerce sobre o comportamento do gráfico. Com essa atividade, encerramos o planejamento sobre função quadrática nesse dia.

No segundo momento da reunião, Janete desenvolveu o terceiro planejamento do grupo com os alunos D e V. Esse planejamento envolvia o estudo do comportamento do gráfico de uma função do primeiro grau em que se variava o coeficiente independente, ou seja, se variava o coeficiente b de $y = ax + b$.

Ela começou lendo os objetivos para os alunos. Parece que, mesmo com os objetivos evidenciando o que gostaríamos que os alunos compreendessem, após desenvolver as atividades, houve interesse em compreender o comportamento dos gráficos. Acredito, porém, que os objetivos não deveriam ficar explícitos aos alunos. Isso poderia comprometer o processo de investigação, fazendo com que eles percebessem só o que estivesse explícito nos objetivos.

Durante o desenvolvimento das atividades, Jonathan observou que os alunos estavam manipulando bem as ferramentas do *Winplot*. Isso se verificava porque D e V não questionavam quais comandos deveriam utilizar. Eles mostraram que sabiam construir no *Winplot* o que era pedido nas tarefas.

Após os alunos construírem os gráficos da primeira atividade, Janete leu a pergunta para que eles respondessem em que lugar cada gráfico interceptava o eixo y . Parece que a pergunta não foi muito clara para os alunos. V mostrou que não entendia o significado interceptar. Foi necessário que Janete apontasse a interseção dos gráficos com o eixo y na tela do computador para ele entender. Ele concluiu, então: “Ah, intercepta é o lugar que corta”.

Janete fez outras perguntas que não estavam no roteiro para que D e V estabelecessem alguma relação entre o coeficiente independente b e a interseção de gráficos de funções do tipo $y = ax + b$, com o eixo y . Pediu que os alunos escrevessem os coeficientes b de cada uma das funções na folha roteiro. E assim eles fizeram. Os alunos, porém, tentavam fazer uma

relação entre a interseção dos gráficos não só com o eixo y , mas com os dois eixos e estavam mais interessados na interseção das retas com o eixo x .

A impressão geral para o grupo foi de que os alunos queriam fazer uma investigação mais livre sobre os gráficos que construíram. Entendemos que eles se acostumaram com atividades do tipo investigativas e já se faziam perguntas, de uma forma mais autônoma, sobre o objeto de estudo. Desde o início de nossos planejamentos, questionamo-nos sobre a possibilidade de desenvolver uma maior independência dos alunos no seu processo de aprendizagem. Isso parece que estava ocorrendo com D e V.

Percebendo o interesse dos alunos em entender e relacionar a interseção dos gráficos com o eixo x e a equação da função, Janete os estimulou ainda mais. Após perceber que os alunos tiraram algumas conclusões, ela pediu que eles explicassem o que entenderam. Nesse momento, os alunos aproveitaram para argumentar e defender suas idéias sobre o comportamento dos gráficos estudados. Expor suas idéias aos outros, neste caso à professora, foi importante para que elas fossem testadas e, a partir daí, pudessem ser corroboradas ou não.

Terminada a aula com os alunos, fizemos um intervalo para o lanche.

Após retornarmos do intervalo, refletimos sobre alterações consideradas necessárias para o planejamento. Como senti que D e V pareciam mais independentes em fazer perguntas que orientavam suas investigações, resolvi perguntar se o grupo concordava em planejar questões mais abertas. Nosso objetivo, afinal, desde o início, foi contribuir para que os alunos tivessem uma postura mais ativa em seu processo de aprendizagem.

Para Jonathan, isso não seria viável. Segundo ele, questões mais abertas poderiam ser bem recebidas por esses dois alunos, porque concentravam a atenção da professora para eles. Em uma sala com um número de alunos, consideravelmente maior, poderia haver alguns, ou uma grande parte, que não conseguissem entender como desenvolver as atividades. O grupo decidiu, então, continuar planejando atividades com perguntas que direcionassem mais o “olhar” dos alunos.

Em relação ao fato de o planejamento privilegiar somente funções do tipo $y = 2x + b$, decidimos acrescentar duas atividades ao roteiro, entre as questões 1 e 2.

A nova segunda questão pedia que os alunos construíssem os gráficos $y = -3x + 1$ e $y = 5x + 1$. Esperava-se que percebessem que, independente do coeficiente angular, essas duas funções interceptam o eixo y no ponto $(0,1)$. Isso quer dizer que existem infinitas funções com diferentes coeficientes angulares que se interceptam no mesmo ponto.

Para promover um diálogo com os alunos sobre a diferença entre os coeficientes e as variáveis de uma função do primeiro grau, $y = ax + b$, pediu-se, na nova terceira questão, para completarem uma tabela de três entradas. Na primeira coluna, são dados valores para x , que precisam ser substituídos na função da segunda coluna para se encontrar os valores de y na terceira coluna.

O grupo entendeu que só com atividades no computador dificilmente os alunos compreenderão as diferenças entre as variáveis e as constantes. É preciso que o professor desenvolva outras atividades que promovam um diálogo entre alunos e entre alunos e professor para a compreensão de tais termos.

Concluimos que, por mais avançada que seja a tecnologia, como o computador, ela não substitui outros recursos que possibilitam a aprendizagem dos alunos. Um exemplo é o exercício rotineiro de completar uma tabela, levando-se em conta, porém, a possibilidade de se dialogar sobre as observações feitas pelos alunos.

Encerramos nossa reunião e combinamos de continuar as alterações nesse planejamento no próximo encontro, visto que não houve tempo para elaborar atividades sobre a interseção de gráficos de funções do primeiro grau com o eixo x .

5.10 – Décimo encontro

O décimo encontro do grupo de estudos ocorreu no dia 26 de abril de 2008. Nesse dia, estavam presentes oito pessoas: Aline, Andriely, Ângela, Janete, Jonathan, Leidamar, Letícia e eu.

Iniciamos nossa reunião com uma reflexão sobre o minicurso que alguns participantes do grupo iriam apresentar no VI Encontro de Educação Matemática da UEG. Ângela afirmou que organizaria os *slides* no *Power Point* para a apresentação e que ainda não os havia enviado ao correio eletrônico do grupo porque acrescentaria ao roteiro de atividades o resumo do minicurso e duas tabelas sobre investigações matemáticas. A primeira tabela, como já havíamos combinado em encontros anteriores, seria sobre os momentos de uma investigação matemática encontrada em Ponte, Brocardo e Oliveira (2003). A segunda tabela seria sobre os ambientes de aprendizagem, paradigma do exercício e cenários para investigação, de Skovsmose (2000).

Todos concordaram em refazer a leitura desses dois textos a fim de explicar aos participantes do minicurso que a proposta do trabalho refere-se a investigações matemáticas

em um ambiente informatizado e não se resume apenas ao estudo das funções do *Winplot*. Algumas funções do *software* seriam trabalhadas, mas dando maior ênfase à sua potencialidade para o estudo do comportamento de gráficos de funções reais.

A intenção do grupo era expor como planejamos as atividades e promover uma discussão sobre possibilidades de trabalho para a aula de Matemática mais dinâmica e significativa. Esperávamos compartilhar uma forma de desenvolver a aula de Matemática diferente do modelo de explicação de conceitos / conteúdos, seguidos de exemplos de aplicação pelo professor, terminando na resolução de exercícios pelos alunos.

Alguns dos membros não puderam participar da elaboração das atividades para o minicurso. Eles receberam, porém, por meio da lista eletrônica do grupo, o roteiro que foi organizado. Diante disso, perguntei se eles queriam fazer alguma modificação e sugeri que poderiam fazer isso via e-mail. Letícia, então, respondeu:

[Letícia]: Acho que está legal porque está dando um apanhado de tudo. Não é!? Desde o que é um ponto, depois vêm segmentos, depois vem o triângulo. A construção do triângulo equilátero e depois vem o rostinho feliz, pra movimentar. Acho que está legal. Acho que dá um apanhado de tudo.

Os demais pareceram concordar com ela. Quando Letícia referiu-se ao movimento no rostinho feliz, ela quis dizer que os participantes teriam que construir um rosto, como este: ☺, de modo que a boca se movimentasse. Nesse sentido, teriam que construir uma parábola, com coeficiente a genérico, que representasse a boca do rostinho e fariam a animação dela com os recursos do *Winplot*.

Todos concordaram que as atividades para o minicurso contribuiriam para uma discussão sobre investigações matemáticas em um ambiente informatizado. Assim, resolvemos concluir o planejamento que iniciamos no encontro anterior.

O planejamento era referente ao estudo do coeficiente c de uma função quadrática. Após revermos o esboço que fizemos do planejamento, concordamos que as atividades pareciam ser suficientes. Sentimos, porém, que faltava alguma coisa.

O grupo queria fechar as atividades com algo que envolvesse o entendimento do comportamento do gráfico de uma função quadrática de acordo com a variação de seus coeficientes. Isso porque já havíamos planejado atividades para o estudo dos coeficientes a , b e c de uma função polinomial do segundo grau e esperávamos que os alunos pudessem usar o que aprenderam para a resolução de um problema mais aberto.

Após algumas reflexões, resolvemos propor o seguinte problema: “construa um rosto como este ☺ e faça a animação da boca dele.” Mas, se os alunos não sabiam construir circunferências, como eles resolveriam esse problema? O grupo ficou receoso de essa atividade desmotivar os alunos.

Pensando em promover a participação e o interesse, resolvemos pedir a construção de uma circunferência no *Winplot*. Para isso, organizamos os procedimentos que os alunos deveriam seguir. Ao roteiro, foi acrescentada a equação reduzida de uma circunferência $(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = r^2$. Além disso, houve a explicação de que x_c e y_c representam as coordenadas do centro da circunferência.

Pedimos também que se construíssem circunferências em cada um dos quadrantes do plano cartesiano. A expectativa era que se entendesse que a posição da circunferência depende da escolha de seu centro e que, após essas atividades, os alunos se interessassem em construir a atividade do “rostinho feliz”.

O grupo resolveu concluir tais atividades por entender que seu desenvolvimento pudesse envolver mais do que uma aula.

Como esse foi o último encontro do grupo de estudos sobre o planejamento de atividades para a compreensão de gráficos de funções utilizando o *software Winplot*, pedi aos integrantes para preencherem um formulário de avaliação. Esse formulário é uma exigência da UNESP como uma forma de confirmar a realização de um curso de extensão e a participação dos inscritos que, posteriormente, receberiam certificado.

Quando todos terminaram de preencher os formulários de avaliação, informei que precisaria fazer entrevistas individuais com cada um dos membros. Alguns ficaram um pouco receosos e perguntaram como seria tal entrevista. Expliquei que elas complementariam a coleta de dados de minha pesquisa e que me ajudariam a entender o que cada um dos integrantes pensou sobre o trabalho que realizamos.

Com a explicação, ficaram mais tranquilos em relação às entrevistas individuais. Acrescentei que eles poderiam expressar livremente suas idéias, críticas e observações. Marcamos, então, os horários e o local das entrevistas. As licenciandas que residem em Inhumas preferiram marcar para sábado, dia três de maio de 2008, na casa da Ângela, já que não teriam aula no sábado devido ao feriado do dia do trabalhador na quinta-feira. Já aqueles que residem em Cidade de Goiás preferiram marcar as entrevistas para sábado, dia 10 de maio de 2008, na UEG, após as aulas.

Nesse dia não fizemos intervalo. Como era o último encontro do grupo, resolvemos fazer uma confraternização de despedida. Havia comida para, pelo menos, o dobro das pessoas presentes, mas isso não nos desmotivou. Enfrentamos com coragem o desafio de provar das pizzas, das tortas salgadas e do bolo de chocolate. Tudo estava muito gostoso e o clima foi bastante descontraído. Conversamos sobre vários assuntos, rimos bastante e tiramos várias fotos, enquanto comíamos e bebíamos refrigerantes.

Capítulo 6

Reflexões do grupo de estudos sobre o ensino de funções no laboratório de informática

Neste capítulo evidencio as preocupações do grupo de estudos referentes ao planejamento e desenvolvimento de atividades matemáticas sobre funções para um ambiente informatizado. Para isso, apresento alguns temas, analisados com base na literatura, com vistas a responder a questão norteadora da pesquisa. Os temas surgiram das análises dos dados referentes ao grupo e à sua produção como apresentados no capítulo 4 e dizem respeito às preocupações dos participantes com: a participação dos alunos no desenvolvimento das tarefas; as potencialidades do computador para promover a participação dos alunos; a gestão da aula em um ambiente informatizado; a própria aprendizagem durante os planejamentos.

6.1 – A participação dos alunos na aula

A preocupação do grupo com a participação e envolvimento dos alunos na realização das tarefas propostas manifestou-se de duas formas: 1) se os alunos possuem base de conhecimento para realizar as tarefas; 2) se compreendem as propostas para não se sentirem perdidos durante a aula. Isso implicou em cuidado com o vocabulário utilizado nos roteiros,

sua estrutura, o encadeamento das questões etc. No terceiro encontro, por exemplo, o professor Geraldo comentou ter identificado em suas aulas falta de conhecimentos mínimos necessários aos alunos do Ensino Médio. Tal consideração fez com que todos pensassem na organização de roteiros com questões que possibilitassem aos alunos reverem determinados conteúdos matemáticos que seriam importantes para prosseguir com o estudo de funções. Além disso, levou-se em conta a forma como as questões seriam escritas e como seriam ordenadas, a fim de possibilitar uma maior participação dos alunos.

Preocupações dessa natureza têm a ver com o que foi exposto no segundo capítulo, por exemplo, quando Freire (1996, p. 52) afirma que “saber ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção”. Foi exatamente isso o que o grupo tentou fazer na elaboração dos roteiros. Essas considerações implicam na necessidade de o professor conhecer o que seus alunos sabem de Matemática.

As preocupações a respeito do que os alunos sabiam de matemática e sobre o que fazer para que eles não se sentissem desorientados durante a aula implicaram em um primeiro roteiro dedicado ao estudo do plano cartesiano. Para elaborá-lo, o grupo primeiro verificou se havia atividades sobre esse assunto nos textos que foram estudados anteriormente (SILVA, 2006; ALLEVATO, 2005 e BENEDETTI, 2003). As atividades contidas nos trabalhos pesquisados, porém, não levavam em consideração que os alunos pudessem ter dificuldades em trabalhar com o plano cartesiano. Afinal, o grupo não encontrou neles tarefas referentes a este assunto. Em vista disso, foram discutidos os objetivos para organizar as questões que ajudassem os alunos a entenderem e a explicarem: o que é um par ordenado; a localização de um ponto em cada um dos quadrantes; como se caracteriza um ponto pertencente ao eixo x; e como se caracteriza um ponto pertencente ao eixo y.

A seguir, destaco e comento as atividades do primeiro roteiro, a fim de elucidar as preocupações 1 e 2 apresentadas no início deste texto.

Vejamos a quarta tarefa transcrita no Quadro 3.

[Tarefa do 1º roteiro]

Construa o ponto (3, 5).
 Procedimentos: (Janela / 2-dim) / Equação / Ponto / (x,y)
 Em qual quadrante está o ponto (3, 5)?

Quadro 3 – Tarefa

É preciso considerar que foram colocados espaços, em cada uma das questões, para que os alunos pudessem registrar por escrito suas respostas e conclusões. Com isso, o grupo esperava identificar o conhecimento matemático deles e avaliar o trabalho desenvolvido. Sendo assim, mesmo em uma aula com tempo para os alunos verbalizarem e defenderem suas idéias, optou-se por valorizar a produção escrita porque é uma forma de registro que permite ao professor recuperar a produção dos alunos mesmo após a aula. Embora o grupo não tenha se manifestado a respeito disso, conhecemos pesquisas que defendem o valor da escrita na educação matemática. Trabalhos como Powell e Bairral (2006) e Viola dos Santos (2007) valorizam a produção escrita como estratégia para resolução de problemas, assim como para a reflexão sobre os procedimentos matemáticos envolvidos na solução de exercícios, tarefas ou problemas.

Como se pode observar, a tarefa apresentada no Quadro 3 é uma atividade simples, porém, possibilitou grande discussão. Primeiro todos concordaram em pedir para se construir um ponto. Então, alguém sugeriu o ponto (3, 5). Em seguida, a Andriely sugeriu fazer a pergunta “em que quadrante está este ponto?” e explicou:

[Reunião do grupo]

[Andriely]: Aí ele [o aluno] vai ter que saber o que é quadrante... aí se ele não souber ele vai ter que perguntar: “O que é quadrante?”. Aí o coleguinha dele vai poder falar pra ele...

Então a Letícia intervém e comenta:

[Letícia]: A gente pode perguntar: “Alguém sabe o que é um quadrante?”.

[Jonathan]: Pode ser que os alunos sejam tão fracos que não saibam o que é quadrante.

[Andriely]: Mas aí um colega dele, além de nós, pode explicar o que é um quadrante.

[Luciano]: Assim, ao invés de explicarmos o que é quadrante novamente, damos a oportunidade de algum aluno explicar.

Então a Letícia acrescentou a pergunta:

[Letícia]: O que faz um ponto estar no primeiro quadrante?

É perceptível, neste diálogo, a preocupação com a base de conhecimentos matemáticos dos alunos. Assim, a fim de manter um encadeamento das questões, o grupo passa a considerar a pergunta de Letícia e a se questionar se era possível, a partir da construção de um único ponto, os alunos concluírem o que caracteriza um ponto pertencente a um determinado quadrante do plano cartesiano. Chegou-se à conclusão de que primeiro se perguntaria em que

quadrante está o ponto (3, 5). Para tentar “encaixar” a pergunta da Letícia – ‘o que faz um ponto estar no primeiro quadrante?’ – e dar encadeamento nas tarefas, a questão seguinte pedia aos alunos para construírem vários pontos, utilizando o *Winplot*, e para dizer a localização de cada um deles. Vejamos a tarefa descrita no Quadro 4.

[Tarefa do 1º roteiro]

Agora construa os pontos:

(1, 1); (4, -3); (5, 1); (-3, 4); (-6, -3); (7, 3);

(-4, -2); (-7, 2); (3, -5); (6, -2); (-2, -1) e (-1, 5).

Qual destes pontos está no primeiro quadrante? Qual deles está no segundo quadrante?

Qual deles está no terceiro quadrante? Qual deles está no quarto quadrante?

Quadro 4 – Tarefa

O grupo entendeu que essa questão ajudaria os alunos a reverem o significado das coordenadas de um ponto. Mas ainda faltava uma questão em que fosse pedido para explicar “o que faz um ponto estar no primeiro quadrante”. Daí, seguem as próximas questões descritas no Quadro 5.

[Tarefa do 1º roteiro]

Construa um ponto qualquer no segundo quadrante.

O que vocês fizeram para construir um ponto no segundo quadrante? O que caracteriza um ponto pertencente ao segundo quadrante?

Construa um ponto qualquer no terceiro quadrante.

O que vocês fizeram para construir um ponto no segundo quadrante? O que garante que um ponto pertença ao segundo quadrante?

Construa um ponto qualquer no quarto quadrante.

O que vocês fizeram para construir um ponto no segundo quadrante? O que garante que um ponto pertença ao segundo quadrante?

Quadro 5 – Tarefa

A expectativa do grupo era de que essas questões contribuíssem para os alunos conseguirem explicar o que caracteriza os pontos que pertencem a um mesmo quadrante.

Depois de aplicar esse roteiro a um aluno do ensino médio, o grupo entendeu que faltava retomar a pergunta sobre as coordenadas e acrescentou a questão descrita no Quadro 6.

[Tarefa do 1º roteiro]

Um ponto qualquer do plano cartesiano é chamado de par ordenado. O que isso quer dizer? Os pontos (1, 2) e (2, 1) são o mesmo ponto?

Construa estes pontos no *Winplot* e verifique se sua conclusão corresponde à construção realizada pelo programa.

Quadro 6 – Tarefa

Todos entenderam que essa tarefa ajudaria os alunos a explicar o que é um par ordenado. Também houve discussões, para a elaboração do roteiro, sobre quais as características de um ponto pertencente ao eixo x e de um ponto pertencente ao eixo y, como se pode ver no Quadro 7.

[Tarefa do 1º roteiro]

É possível construir um ponto sobre o eixo x? Se for possível, construa um ponto qualquer sobre este eixo. Explique como você fez.

É possível construir um ponto sobre o eixo y? Se for possível, construa um ponto qualquer sobre este eixo. Explique como você fez.

Quadro 7 – Tarefa

Era notável a preocupação do grupo em valorizar o conhecimento prévio dos alunos e de que eles não se sentissem perdidos durante a aula. Também, era evidente o entendimento de que em uma turma os alunos possuíam conhecimentos distintos. A fala da Andriely, destacada anteriormente, mostra isso quando afirma que um aluno pode explicar o que é quadrante para aquele que não sabe. De acordo com Ponte, Brocardo e Oliveira (2005, p. 48): “perante um conjunto de alunos com interesses, aptidões e conhecimentos diversificados, como acontece habitualmente na sala de aula, a proposta de questões abertas aumenta a possibilidade de esses se envolverem na atividade”. Era exatamente esta a expectativa do

grupo: promover um ambiente com a máxima participação dos alunos no desenvolvimento das tarefas com questões mais abertas que possibilitassem respostas distintas.

Tomando como premissa o fato de os alunos não estarem acostumados com investigações, nem tampouco trabalharem com o computador em aulas de Matemática, o grupo procurou organizar questões que contribuíssem para que os alunos soubessem o que fazer durante a aula. Se eles não entendessem como desenvolver as atividades no computador e o que se esperava deles, a organização do roteiro teria sido em vão. Afinal, havia a necessidade de os alunos, primeiramente, acostumarem-se com esse tipo de atividade para, em aulas posteriores, trabalharem com tarefas gradativamente mais abertas. Assim, as perguntas elaboradas, para as tarefas dos roteiros, ora continham uma resposta única ora possibilitavam respostas variadas. No terceiro roteiro, por exemplo, temos a tarefa descrita no Quadro 8:

[Tarefa do 3º roteiro]

Construa em um mesmo plano cartesiano os gráficos de:

Procedimentos: Janela / 2-dim / Equação / Explícita /. Na janela que for aberta escrever a função desejada.

Após construir cada gráfico, selecione a equação em inventário para que apareça o nome de cada gráfico na tela.

- | | |
|--|--|
| a) $y = 2x$, $b = 0$ | f) $y = 2x - 1$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$ |
| b) $y = 2x + 1$, $b = 1$ | g) $y = 2x - 2$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$ |
| c) $y = 2x + 2$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$ | h) $y = 2x - 3$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$ |
| d) $y = 2x + 3$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$ | i) $y = 2x - 4$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$ |
| e) $y = 2x + 4$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$ | |

Esses gráficos são de funções do tipo $y = ax + b$.

Em que valor, cada uma das retas que você construiu, intercepta o eixo y?

Você consegue fazer alguma relação entre os valores em que a reta intercepta o eixo y e a equação da reta?

Quadro 8 – Tarefa

Na tarefa descrita no quadro 8, os alunos devem completar uma tabela, que só admite uma resposta certa. Em seguida, respondem a uma pergunta que também tem resposta única. A próxima pergunta, contudo, implica em respostas distintas, pois, mesmo que vejam a mesma relação, isso não quer dizer que todos responderão a pergunta da mesma maneira ou com as mesmas palavras. O grupo também entende que o professor, mesmo elaborando um roteiro para a participação de toda a turma, com preocupações a respeito do conhecimento

prévio dos alunos, pode dialogar com eles, complementando oralmente o que está no roteiro. Tal complemento ou esclarecimento é um momento de diálogo na sala de aula, considerado por Ponte, Borcardo e Oliveira (2005) como o arranque inicial de tarefas investigativas. Esse diálogo pode dar suporte para que o aluno não se imobilize frente a um desafio e, conseqüentemente, desista de realizar as tarefas. De acordo com Alrø e Skovsmose (2006, p. 129),

numa sala de aula, os alunos podem parecer envolvidos numa atividade, sugerindo produtividade, mas, na verdade, podem estar perdidos. Nesse caso, uma investigação pode incomodar. Para que o diálogo aconteça em um ambiente educacional, é importante que o desconforto não seja exagerado, pois os alunos podem ficar tão frustrados, chegando ao ponto de desistir. O importante é não remover o risco, mas estabelecer um ambiente de aprendizagem confortável e respeitoso e uma atmosfera de confiança mútua, nas quais se torna possível experimentar incertezas passageiras.

A valorização da participação dos alunos também pode ser vista durante a aplicação do primeiro roteiro que ocorreu no sexto encontro. Neste dia, um aluno do ensino médio desenvolveu as atividades orientado pela licencianda Andriely. Os demais membros do grupo ficaram assistindo à aula. Para o aluno conseguir realizar as tarefas, foram necessárias perguntas que o ajudassem a entender as atividades e outras que contribuíssem para que ele expusesse as conjecturas que fazia assim como suas conclusões. Nesta situação, Andriely conduziu a aula, apoiando o aluno, conforme consideram Ponte, Brocardo e Oliveira (2005, p. 52): “o apoio a conceder pelo professor assume várias formas: colocar questões mais ou menos diretas, fornecer ou recordar informação relevante, fazer sínteses e promover a reflexão dos alunos.”

O aluno, mesmo que mostrasse certa facilidade para expressar suas conclusões por meio da escrita, precisou, em vários momentos, do apoio da Andriely para confirmar suas idéias. Isso mostra a importância de ouvir o aluno, de argumentar com ele para que tire suas conclusões do objeto de estudos, de contribuir para que aperfeiçoe suas conjecturas e construa conhecimentos. O estabelecimento deste tipo de diálogo evidencia o que Freire (1996) considera ser fundamental acontecer para que o professor ajude o aluno a se reconhecer como construtor de sua aprendizagem: “todo ensino de conteúdos demanda de quem se acha na posição de aprendiz que, a partir de certo momento, vá assumindo a *autoria* também do conhecimento do objeto” (p. 140, 141). O pesquisador reforça que, para isso ser possível, é imprescindível a iniciativa do professor, por meio de um diálogo aberto, respeitar os saberes do aluno para que o educando reconheça e tome para si a responsabilidade de ser sujeito que conhece.

Para o grupo, a preocupação com a participação dos alunos está intimamente ligada à organização dos roteiros. Mesmo que o grupo não tenha lido o texto de Bispo, Ramalho e Henriques (2008), suas idéias em relação à elaboração das atividades, mostravam o interesse em produzir roteiros contendo tarefas que “são pretextos de interação e colaboração entre alunos e professor, funcionando, por isso, como ‘motores’ que promovem a aprendizagem e o desenvolvimento do conhecimento matemático” (p. 4). O grupo entendeu o roteiro como um convite à investigação, como proposto por Skovsmose (2000) ao se referir à pergunta “O que acontece se...?” que o professor pode fazer em aula com abordagem investigativa.

6.2 – Potencialidades do computador para promover a participação dos alunos

No grupo de estudos, em nenhum momento, houve a ingenuidade de tratar o computador como a solução para os problemas da Educação Matemática. Mas também não ocorreu um pessimismo a ponto de pensar que a condição atual, da escola pública brasileira, impedisse qualquer mudança na prática da atividade docente dos professores de Matemática. Com uma boa dose de ponderação, nem tão ingênuos nem tampouco pessimistas, buscou-se valorizar as potencialidades do computador, por meio da utilização de um *software* com comandos simples, agilidade para construir gráficos, possibilidade de se utilizar diversas cores e de se fazer animações a fim de promover a participação dos alunos durante uma aula com abordagem investigativa.

Os roteiros elaborados mostram que o grupo aproveitou a facilidade dos comandos do *Winplot* para promover maior autonomia dos alunos durante a aula. A expectativa era de que a maioria dos alunos fizesse as atividades sem necessitar de uma orientação mais individualizada do professor sobre os comandos do *software*. Para isso, os procedimentos para utilização do *Winplot* foram colocados após o enunciado das tarefas, como é possível ver nas Quadros 9, 10, 11 e 12.

[Tarefa do 1º roteiro]

Experimente as cores de fundo do software.

Procedimentos: Janela / 2-dim / Outros / Cores / Fundo

Quadro 9 – Tarefa

[Tarefa do 2º roteiro]

Construa a família da função $y = ax$ com uma variação do coeficiente a de 0,03 a 45.

Procedimentos: (Janela / 2-dim) / Equação / Explícita / Na janela que for aberta, escrever a função $y = ax$. / No inventário (Ctrl + i), selecione família / parâmetro A / mínimo 0,03 / máximo 45 / passos 100 / selecione olhar / atraso 150 / definir

Quadro 10 – Tarefa

[Tarefa do 4º roteiro]

Construa as funções $y = x^2 + 2x - 1$ e $y = 8x^2 + 2x - 1$.

Procedimentos (para completar esta tabela): Após construir os gráficos / Um / Traço / Na janela que abrir selecione a função desejada / digite um valor para x / Digite Enter. Pronto, o *Winplot* fornecerá o valor correspondente de y , ou seja, a imagem do x que você digitou para a função selecionada.

Quadro 11 – Tarefa

[Tarefa do mini-curso sobre Winplot]

Faça a animação do ponto $(a, a^2 + 2a - 1)$.

Procedimentos: (Janela / 2-dim) / Equação / Ponto / (x,y) e escreva o ponto acima. Siga em Anim / Individuais / A. Digite -3 e selecione Def L (Mínimo à esquerda). Digite 1 e selecione Def R (Máximo à direita).

Quadro 12 – Tarefa

A facilidade de se construir gráficos com o *Winplot* foi valorizada pelo grupo. Todos entenderam que construir tantos gráficos quanto se quisesse, a partir de um simples apertar de teclas, estimularia a investigação de propriedades das funções estudadas. O mesmo estímulo provavelmente não ocorreria em um ambiente de lápis e papel, pois nesse ambiente se gasta um tempo considerável para traçar um único gráfico. Consequentemente, dificilmente algum aluno se animaria em construir, no caderno, dez gráficos de uma função para ver o que acontece, com sua representação gráfica, ao se variar um dos coeficientes de sua representação algébrica.

O potencial de programas matemáticos para o estudo de funções é valorizado por pesquisadores em educação matemática. Silva (2006), por exemplo, referindo-se especificamente ao *Winplot*, afirma que esse *software* possibilita fazer “comparações e

articulações entre as diversas representações gráficas possíveis” (p. 115). Para Benedetti (2003), programas matemáticos como o Graphmatica possibilitam aos alunos “explorar criticamente certos conceitos e propriedades de funções, muitas vezes percorrendo caminhos diversos, caracterizando uma plasticidade que a mídia escrita geralmente não incentiva” (p. 281).

Nos Quadros 13 e 14, constam tarefas que mostram a preocupação do grupo em promover a investigação das características de funções por meio de várias construções, para que os alunos aprendessem a coordenar suas representações algébricas e gráficas.

[Tarefa do 2º roteiro reformulado]

Construa em um mesmo plano cartesiano os gráficos de:
(Não esqueça de selecionar a equação em inventário para que apareça o nome de cada gráfico na tela.)

a) $y = -0,04x$

b) $y = -0,2x$

c) $y = -x$

d) $y = -\frac{5}{2}x$

e) $y = -\sqrt{7}x$

f) $y = -9x$

g) $y = -16x$

h) $y = -34x$

Esses gráficos também são de funções do tipo $y = ax$. Você pode perceber que os valores do coeficiente a das funções acima são negativos e estão diminuindo.

O que acontece com o gráfico de funções do tipo $y = ax$, $a < 0$, quando diminuimos o valor de a ?

O que acontece com o gráfico de funções do tipo $y = ax$, $a < 0$, quando o valor de a , de valores negativos, se aproxima de zero?

Quadro 13 – Tarefa

[Tarefa do 3º roteiro reformulado]

Construa em um mesmo plano cartesiano os gráficos de:
Após construir cada gráfico, selecione a equação em inventário para que apareça na tela a representação algébrica de cada função.

Procedimentos: Janela / 2-dim / Equação / Explícita / Na janela que for aberta escrever a função desejada.

a) $y = 2x$, $b = 0$

b) $y = 2x + 1$, $b = 1$

c) $y = 2x + 2$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$

d) $y = 2x + 3$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$

e) $y = 2x + 4$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$

f) $y = 2x - 1$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$

g) $y = 2x - 2$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$

h) $y = 2x - 3$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$

i) $y = 2x - 4$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$

Esses gráficos são de funções do tipo $y = ax + b$.

Em que valor cada uma das retas que você construiu intercepta o eixo y?

Você consegue fazer alguma relação entre os valores em que a reta intercepta o eixo y e a equação da reta?

Qual o valor da coordenada x, nos pontos de interseção entre os gráficos que você construiu, e o eixo y?

Quadro 14 – Tarefa

Com o intuito de valorizar as diversas possibilidades de cores do *Winplot*, cada roteiro continha a seguinte observação: use cores diferentes para cada gráfico construído.

Os recursos de animação do *software* também foram explorados nos roteiros. Por exemplo, no Quadro 15, está transcrita uma tarefa em que são construídos vários pontos pertencentes ao gráfico da função $y = x + 1$. Alguns momentos dessa animação podem ser vistos nas Figuras 13, 14 e 15.

[Tarefa extra do 1º roteiro]

Construa a família do ponto genérico $(a, a + 1)$.

Procedimentos: (Janela / 2-dim) / Equação / Ponto / (x,y) / tamanho do ponto: 3 / selecione: sólido / cor : azul / ok

Abra o inventário (ctrl + i) / selecione família / parâmetro: a / mínimo: -4 / máximo: 3 / passos: 50 / selecione olhar / atraso: 100 / definir.

Quadro 15 Tarefa

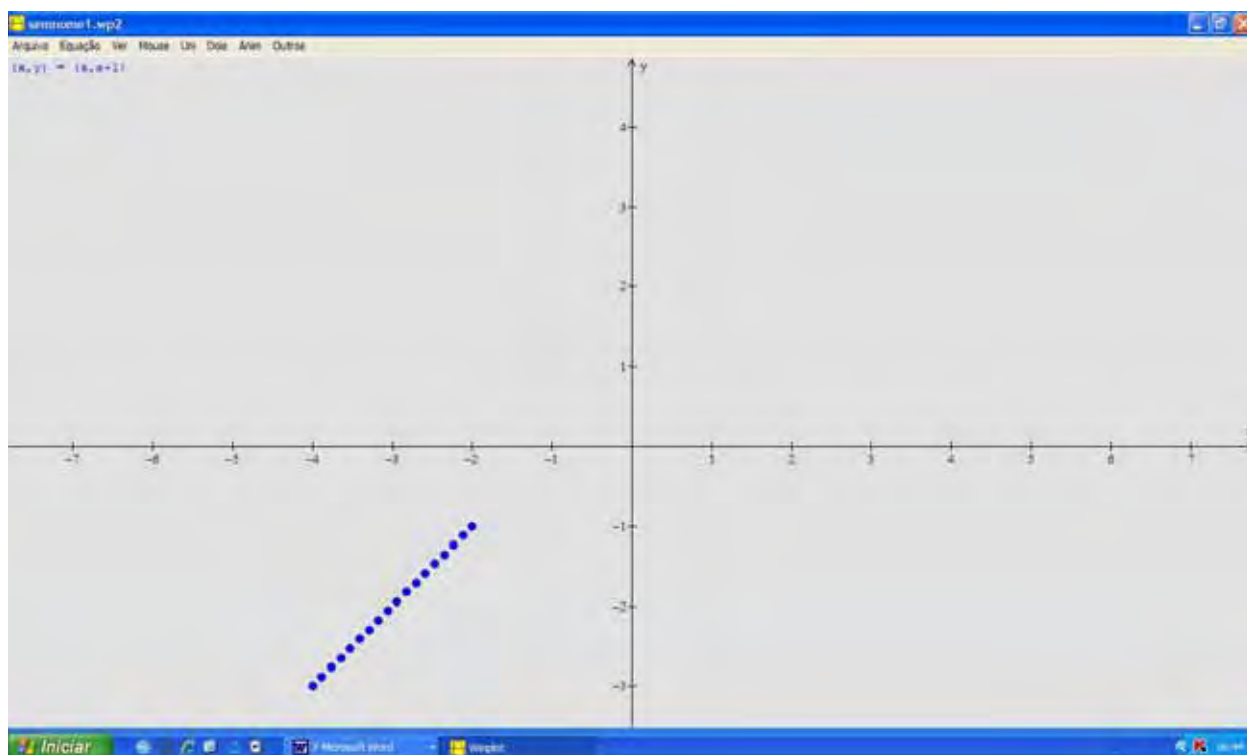


Figura 13 – Família de um ponto genérico

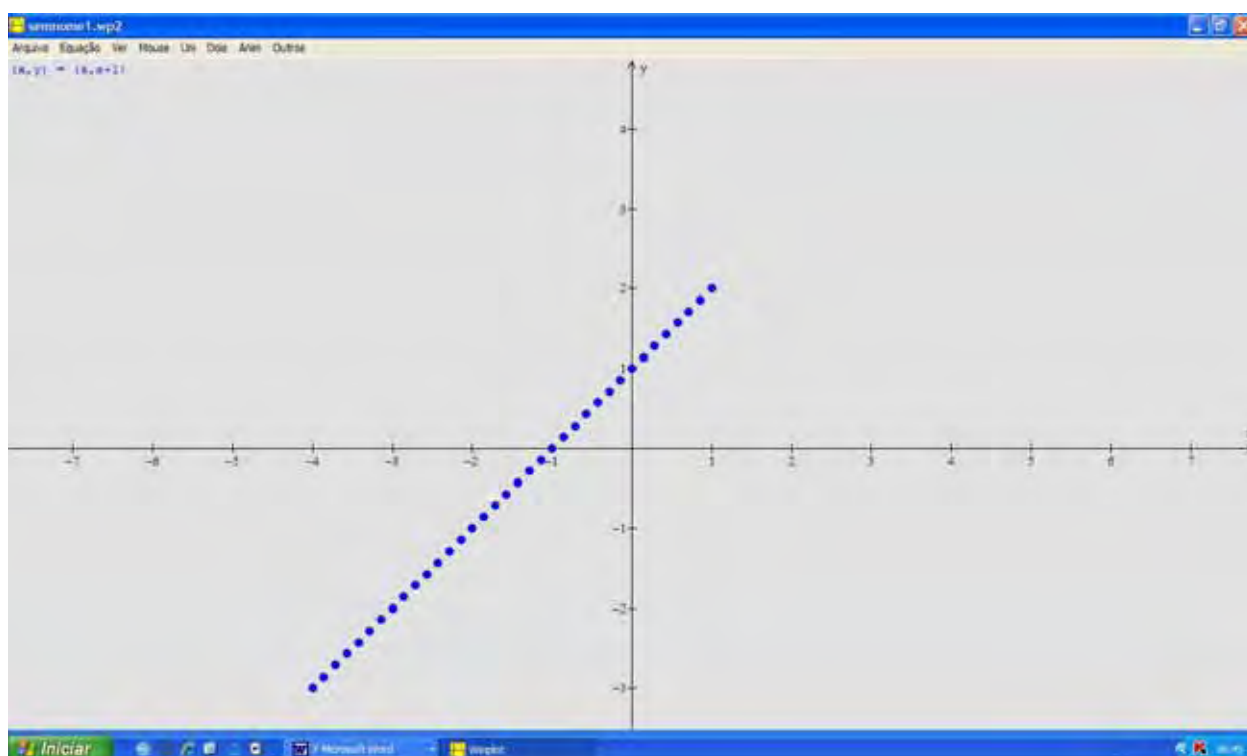


Figura 14 – Família de um ponto genérico

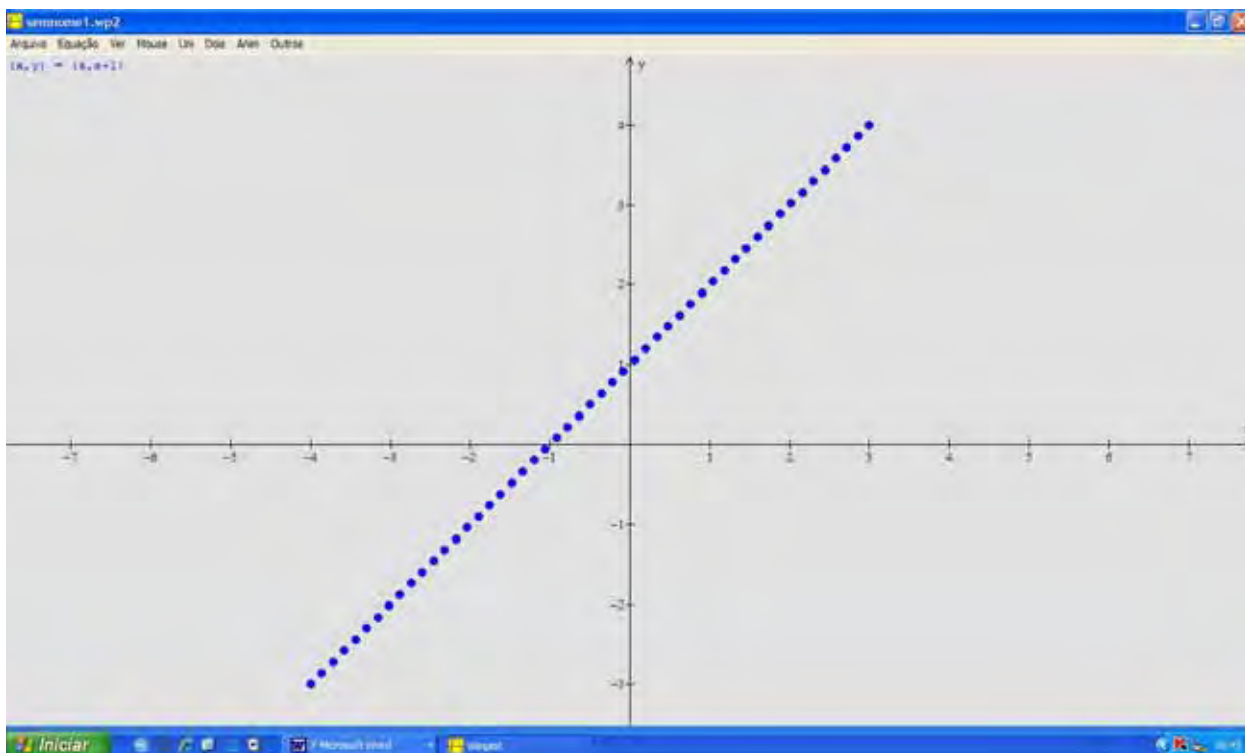


Figura 15 – Família de um ponto genérico

Em uma mesma tarefa tentava-se contemplar todas as potencialidades do *software*. No segundo roteiro, por exemplo, sobre função do primeiro grau, havia o objetivo de compreender qual o comportamento da função ao se alterar o seu coeficiente angular. A tarefa transcrita no Quadro 15 pede que os alunos coloquem as equações algébricas das funções na tela e construam cada gráfico com uma cor diferente. Pode até não parecer, mas tudo isso é muito rápido de se fazer com o programa. A atividade fica bem colorida, como é possível ver na Figura 16, e, ao desenvolvê-la, o grupo esperava que os alunos se sentissem entusiasmados para entender o comportamento do gráfico, assim como todos se sentiram no processo de planejamento desse roteiro.

[Tarefa do 2º roteiro reformulado]

Construa em um mesmo plano cartesiano os gráficos de:
Após construir cada gráfico, selecione a equação em inventário para que apareça o nome de cada gráfico na tela.

Procedimentos: Janela / 2-dim / Equação / Explícita / Na janela que for aberta escrever a função desejada.

a) $y = 0,04x$

b) $y = 0,1x$

c) $y = 0,5x$

e) $y = \sqrt{3}x$

f) $y = 2,3x$

g) $y = 10x$

d) $y = x$

h) $y = 45x$

Esses gráficos são de funções do tipo $y = ax$, com $a > 0$. Você pode perceber que os valores do coeficiente a das funções acima estão aumentando.

O que acontece com o gráfico de funções do tipo $y = ax$, com $a > 0$, quando aumentamos o valor de a ?

O que acontece com o gráfico de funções do tipo $y = ax$, com $a > 0$, quando o valor de a se aproxima de zero?

Quadro 15 - Tarefa

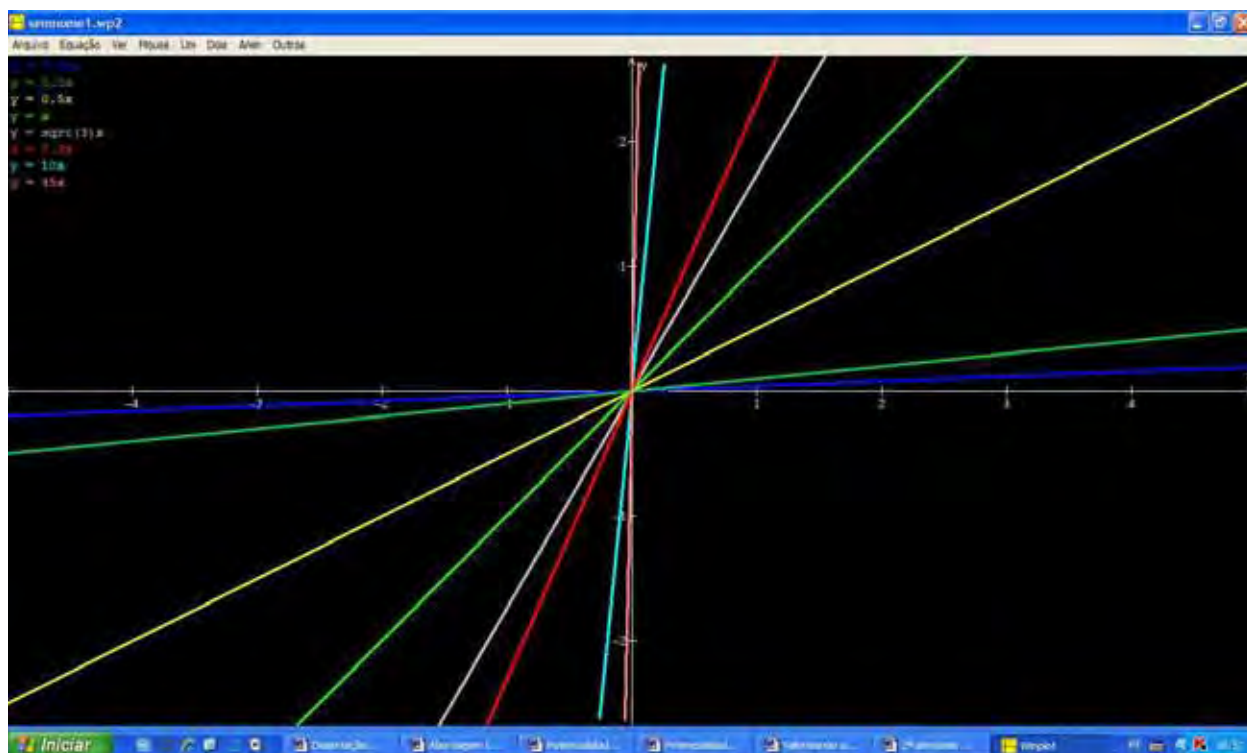


Figura 16 – Funções polinomiais do primeiro grau

Jonathan, durante a entrevista individual, comentou que comprovou a expectativa do grupo, em relação ao entusiasmo dos alunos no desenvolvimento das tarefas, quando trabalhou com alguns dos roteiros em sua sala de aula.

[Entrevista individual]

[Jonathan]: Quando eu vejo meus alunos trabalhando [com o *Winplot*] vejo até um sorriso no rosto deles... quando constroem um gráfico dizem assim: “Olha como ficou o meu!”. Até mudar o fundo do plano, para eles é ótimo e dizem: “Nossa o meu é azul! Olha aqui”. Você vê que eles estão empolgados, quando fazem olham para a gente querendo ver o nosso reconhecimento. Para ver se estamos prestando atenção

neles. E dizem: “Fui eu que fiz, não foi o senhor [professor] quem fez”.

Promover a investigação por meio da visualização dos gráficos, ora estáticos ora em movimento, foi constantemente valorizada pelo grupo. Todos entenderam que essa visualização contribuiria para o levantamento de conjecturas sobre as características de uma determinada função. Sendo assim, foram elaboradas tarefas para trazer “a visualização para o centro da aprendizagem matemática.” (BORBA; PENTEADO, 2001, p. 37). Durante as entrevistas individuais, os participantes destacaram essa potencialidade para o trabalho com o *Winplot* em aulas de matemática.

Preocupado com a questão da visualização, nas aulas de matemática desenvolvidas em ambiente informatizado, Jonathan recomendou que o professor selecione os objetivos que almeja alcançar. Para isso, aconselha que o docente sempre se faça a seguinte pergunta:

[Entrevista individual]

[Jonathan]: O que ele [o professor] está querendo visualizar com o *Winplot*?

Considerando a questão da visualização possibilitada pelo *software*, Letícia comentou que:

[Entrevista individual]

[Letícia]: A construção [de gráficos no *Winplot*] foi muito importante para a gente visualizar. O que é coeficiente angular? A gente fez as retas [construiu gráficos] e viu o que estava mudando. Eu acho que a visualização é o principal. Pegar o *software*, experimentar e não ter medo de mexer.

Para Janete, durante um planejamento de atividades com programas matemáticos, o professor precisa estar atento ao tipo de tarefa que elabora para que a visualização não induza os alunos a tirarem conclusões erradas.

[Entrevista individual]

[Janete]: A questão de tomar alguns cuidados, pra não ter atividades que o aluno pode interpretar outra coisa. Às vezes, desenvolver atividades que não sejam uma parecida com a outra, porque depois pode dar a visão para o aluno que é a mesma coisa. Tem de pensar

nesta questão, de planejar atividades porque, às vezes, o que você visualiza no *software* pode não ser aquilo que o aluno vê. Às vezes, não é aquilo que é pra ser visto e o aluno leva pra outro lado. Tomar o cuidado para que o aluno não se desvie do raciocínio. Não pense que isto é isto porque está aqui. Porque, às vezes, a interpretação do aluno não é bem aquilo... às vezes, o aluno interpreta... por estar acostumado, toda a vida, com uma coisa mecanizada acha que um resultado deu assim porque a outra também tem que dar assim. Às vezes, não é... é uma questão de investigação mesmo.

[Luciano]: Igual ao problema que nós encontramos. Nós elaboramos uma tarefa em que os coeficientes angulares das funções do primeiro grau, que os alunos tinham que construir eram todos dois. Aí, quando pedimos para os alunos construírem um gráfico que interceptava o eixo y em um ponto qualquer, os alunos achavam que o coeficiente angular precisava necessariamente ser dois.

[Janete]: Essa é a questão, às vezes, o aluno interpreta de uma maneira diferente, pode ser um pequeno detalhe, mas que dá uma diferença enorme.

A tarefa que Janete acredita ter induzido os alunos a pensarem que uma função polinomial do primeiro grau precisa ter sempre coeficiente angular 2 é a descrita no Quadro 16.

[Tarefa do 3º roteiro]

Construa em um mesmo plano cartesiano os gráficos de:

Após construir cada gráfico, selecione a equação em inventário para que apareça o nome de cada gráfico na tela.

Procedimentos: Janela / 2-dim / Equação / Explícita / Na janela que for aberta escrever a função desejada.

a) $y = 2x$

b) $y = 2x + 1$

c) $y = 2x + 2$

d) $y = 2x + 3$

e) $y = 2x + 4$

f) $y = 2x - 1$

g) $y = 2x - 2$

h) $y = 2x - 3$

i) $y = 2x - 4$

Esses gráficos são de funções do tipo $y = ax + b$.

Em que valor cada uma das retas que você construiu intercepta o eixo y?

 Você consegue fazer alguma relação entre os valores em que a reta intercepta o eixo y e a equação da reta?

 Qual o valor de x para que o gráfico de cada uma das funções, que você construiu, intercepte o eixo x?

Quadro 16 – Tarefa

Janete foi a responsável por aplicar o terceiro roteiro para dois alunos do ensino médio. Tudo corria muito bem, porém, quando os alunos deveriam, em outra tarefa, construir o gráfico de uma função que intercepta o eixo y na ordenada 5, a situação mudou. Ao conversar com os alunos, sobre como construiriam tal gráfico, Janete identificou que eles acreditavam ser possível construir somente o gráfico de $y = 2x + 5$, ou seja, eles achavam que todas as funções deveriam ter coeficiente angular igual a 2 porque a tarefa anterior levava a pensarem isso.

A dificuldade dos alunos em encontrar outras funções que interceptassem o eixo y na ordenada 5 fez o grupo perceber que uma tarefa pode induzir os alunos a conclusões que nem sempre estão corretas. A facilidade de manipulação do *software*, contudo, permitiu desfazer o engano na própria aula. Estabeleceu-se um diálogo entre a professora e os alunos que auxiliou estes últimos a entenderem ser possível construir outros gráficos que interceptassem o eixo y na ordenada 5.

O estabelecimento desse tipo de diálogo possibilitou aos alunos construir o próprio conhecimento que é defendido por pesquisadores em educação como Freire (1970, 1996), Skovsmose (2000), Alrø e Skovsmose (2006) e Ponte, Brocardo e Oliveira (2005). Em um ambiente dialógico, o professor não fala para o aluno aquilo que deve ser feito, corrigindo detalhadamente o que está errado. Pelo contrário, conversa com ele sugerindo, por meio de questionamentos, que preste atenção em algo que deixou passar despercebido. Nesse processo, o aluno pode expressar suas conjecturas sem receio de estar errado. Além disso, pode contar com a ajuda do professor para organizar suas conclusões sobre o assunto estudado. Foi exatamente o que ocorreu durante a aula ministrada por Janete. A situação vivida por ela serviu para que o grupo reformulasse o terceiro roteiro acrescentando a tarefa mostrada no Quadro 17 que, no entendimento de todos os participantes, contribuiria para não haver mais a indução ao erro aqui comentado.

[Tarefa do 3º roteiro reformulado]

Construa os gráficos das funções $y = -3x + 1$ e $y = 5x + 1$.
Estas funções se interceptam em que ponto? Por que isto acontece? O ponto em que estas funções se interceptam tem alguma relação com a tarefa anterior? Explique.

Para o grupo, essa atividade auxiliaria os alunos a perceberem que existem funções com coeficientes angulares distintos que interceptam o eixo y na mesma ordenada.

É possível perceber que a visualização de gráficos de funções, associada a uma abordagem investigativa, implica em maior atenção do docente, pois os alunos chegam a conclusões e fazem generalizações que não valem sempre. Como recomendam Ponte, Brocardo e Oliveira (2005), as conjecturas levantadas pelos alunos têm de passar pelo crivo do professor. Assim, ele poderá contribuir com novas situações, como foi o caso do grupo de estudos, para que os alunos não fiquem satisfeitos com falsas conclusões.

Nesse sentido, tentei mostrar como o grupo de estudos utilizou as potencialidades do *Winplot* para fazer planejamentos que promovessem a participação dos alunos durante a aula. Além de tentar mostrar como foi o desenvolvimento de uma situação planejada pelo grupo e que não ocorreu da forma esperada.

6.3 – Gestão da aula em um ambiente informatizado

Preocupações referentes à gestão da sala de aula, tais como a possibilidade de se levar todos os alunos de uma turma para o laboratório de informática; a viabilidade da aula num ambiente informatizado; o funcionamento dos equipamentos; a instalação dos programas; o tempo para se desenvolver as atividades; a maneira como os alunos seriam acomodados e como o professor explicaria o trabalho aos alunos eram constantes no grupo de estudos. Os participantes, atentos a essas preocupações, discutiam como o ambiente de aula poderia ser organizado de modo que o professor e os alunos pudessem desenvolver suas atividades da melhor forma possível.

Durante as observações das reuniões do grupo, foi possível perceber que o tempo necessário para o desenvolvimento das atividades foi outra preocupação com a gestão da sala de aula em ambiente informatizado. Os alunos desconheciam o programa que seria utilizado, sendo assim, o grupo optou em elaborar a primeira atividade com o *Winplot* para duas aulas consecutivas. Essas aulas eram conhecidas pelos participantes como “dobradinhas”. A fim de aproveitar melhor o tempo, o grupo decidiu elaborar roteiros com tarefas para orientar o trabalho dos alunos em sala de aula.

As tarefas, por exemplo, evidenciam as preocupações do grupo com a gestão da aula, pois foram elaboradas para serem feitas em duplas. Houve, porém, o cuidado de se destacar que ora um aluno deveria manusear o computador ora o outro. Tal recomendação aparece na

forma de observação no início de cada um dos roteiros e surgiu de uma reflexão do grupo depois da aplicação do primeiro roteiro a uma dupla de alunos do ensino médio. O grupo entende que a produção de conhecimento está intimamente ligada à possibilidade de se fazer experimentações, como destacado em Borba e Penteadó (2001, p. 21): “o enfoque experimental explora ao máximo as possibilidades de rápido *feedback* das mídias informáticas e a facilidade de geração de inúmeros gráficos, tabelas e expressões algébricas.”. Assim, é possível pensar que, da mesma forma que um aluno utiliza o lápis e papel para organizar suas idéias e resolver um problema, o computador pode ser um instrumento que possibilita a organização do pensamento. Essa organização aparece quando são utilizadas as potencialidades do computador para testar determinadas conjecturas sobre um problema qualquer, e, a partir desses testes, refletir e levantar outras conjecturas. Esse é um processo que demanda envolvimento, ou seja, em que é preciso colocar a “mão no teclado” para conseguir estabelecer conclusões sobre o assunto estudado. Nesse sentido, o grupo concluiu que são diferentes os tipos de pensamento e envolvimento na realização de uma tarefa, quando se observa alguém manuseando um lápis, um *mouse* ou um teclado e quando se manuseia estes objetos.

Aline, ao refletir sobre como um professor de matemática poderia utilizar o laboratório de informática, evidencia a preocupação de que cada aluno deve produzir conhecimentos manuseando o computador.

[Entrevista individual]

[Aline]: Se o professor conseguisse dividir a turma, uma aula vai com a metade da turma para o laboratório e depois troca. Porque se levar muitos alunos de uma vez, três alunos por computador, não se desenvolve a atividade. Não tem como... duas pessoas... já se tem uma perda significativa. Então, assim, tentar trabalhar de forma que os alunos tenham um acesso direto com o computador, ficando o mínimo de alunos possível, por máquina. Porque senão não sai não.

[Luciano]: Então, individualmente por máquina, seria melhor?

[Aline]: Seria o melhor. Porque aí o aluno seria obrigado a ele desenvolver, porque normalmente quando são dois um já fala assim: ‘Ah, você faz, eu coloco o meu nome, você fica calado e o professor vai pensar que eu fiz também’. E não é assim, ele tem de fazer também para ele entender, então, quanto menos tiver por computador o professor vai ter uma garantia maior de que realmente foi o aluno quem fez, que ele compreendeu... porque só vendo você entende, mas se for para você fazer sozinho depois você não consegue.

Também preocupada com a dificuldade de utilização do computador por todos os alunos, Leidamar considera improdutiva uma aula com mais de dois alunos por máquina. Sugere, inclusive, alternativas para acomodar os alunos no laboratório de informática durante uma aula.

[Entrevista individual]

[Leidamar]: Aí é um problema. Como vamos fazer? Poderia separar em grupos. Seria bom se tivesse uma sala com dois professores. Um professor ficaria na sala com a turma fazendo uma coisa e o outro professor iria para o laboratório de informática. Isso se forem poucos computadores. Agora se forem poucos alunos e a quantidade der, eu acho que dá certo até dois alunos por computador. Três eu acho que já não rende nada não, pois vira baderna. Eu acho que muitos alunos pra poucos computadores é perda de tempo.

Nas falas de Aline e Leidamar, pode-se perceber que os roteiros foram elaborados para o trabalho em duplas por haver tanto a preocupação com a interação entre os alunos quanto a preocupação com o número de máquinas disponíveis no laboratório de informática. Como o grupo fez roteiros pensando na Escola Estadual Professor Alcide Jubé, que tem 20 computadores em seu laboratório, e cada turma com aproximadamente 40 alunos, decidiu-se organizar roteiros para serem desenvolvidos por duplas de alunos.

Preocupações com a gestão da sala de aula fizeram o grupo explorar, o máximo que se conseguiu, o potencial do computador, a fim de tentar fazer o que Kenski (2007) chama de um uso criativo das tecnologias para promover o interesse e a participação dos alunos na sala de aula. De acordo com Aline:

[Entrevista individual]

[Aline]: Hoje em dia a quantidade de *softwares* livres que a gente encontra, para se trabalhar Matemática, é muito grande e um mais criativo que o outro. Dá pra gente trabalhar com todos os conteúdos praticamente.

Os participantes acreditavam nas potencialidades do computador como forma de despertar o interesse dos alunos, contudo, não proclamavam seu uso como a única alternativa pedagógica ao ensino e à aprendizagem da Matemática. Pode-se perceber, nas entrevistas individuais, que os participantes do grupo entendiam o computador como mais uma possibilidade para o trabalho docente.

Letícia afirma que aconselharia um professor a utilizar o laboratório de informática nas aulas de Matemática, porém, sem se restringir a esse ambiente.

[Entrevista individual]

[Luciano]: E você aconselharia um professor de Matemática a ministrar aulas no laboratório de informática?

[Letícia]: Eu aconselharia, mas acho que teria que ter as duas. Nunca a aula do laboratório vai sanar tudo. Eu acho que a aula com quadro e giz também é importante. Então, eu acho que deveria ter uma relação entre a aula com quadro e giz e a aula do laboratório. Porque, às vezes, a gente lança o conceito e depois..., por exemplo, a gente fazia na sala de aula e depois ia lá no laboratório pra confirmar. ‘Será que isto funciona mesmo?’ ‘A pessoa que colocou lá colocou por acaso ou ela estudou pra chegar nisso?’ Então eu acho que isso era interessante pro aluno perceber que aquelas fórmulas que são jogadas lá... aquela função que você desenhou... ‘Será que é isto mesmo?’ ‘Vamos lá ver se a gente fez alguma coisa errada?’ Eu acho que isso seria o mais importante, pra gente visualizar e confirmar que o que está escrito nos livros não é pronto e acabado. A gente pode ir lá e confirmar, ver se está certo ou não.

[Luciano]: Você aconselharia a usar, mas diria ao professor pra tomar cuidado. Não só usar ou uma coisa ou outra.

[Letícia]: Porque a gente fala tanto que a aula do quadro e giz é tradicional é isso... mas se a gente for passar a fazer só no laboratório ela vai passar a ser tradicional. Então tem que ter uma relação.

Aline foi questionada se aconselharia um professor de matemática a utilizar o laboratório de informática. Ao refletir sobre a pergunta, ela demonstrou não considerar o ambiente informatizado como um espaço que substitui a sala de aula com quadro e giz.

[Entrevista individual]

[Aline]: Aconselho, apesar de todos os problemas, é muito interessante... é muito importante tirar o aluno de dentro da sala. A Matemática tem essa coisa que tem que ser dentro da sala. É só no quadro e giz, e não é só isso, a gente tem muita forma de trabalhar a Matemática e o laboratório (de informática) é **uma das** mais interessantes. [grifo nosso]

Em relação à utilização do laboratório de informática na aula de matemática, Andriely faz algumas recomendações. Por exemplo, lembra que podem surgir imprevistos na aula, ou seja, nem tudo sair de acordo com o planejado. Incentiva o professor a insistir no trabalho com o uso de computadores, oferecendo aos alunos a oportunidade de aprender matemática

em ambientes diferenciados. Entende, também, que nem todos os conteúdos do programa de matemática possam ser trabalhados no laboratório de informática, sendo assim, o professor terá que utilizar outros recursos.

[Entrevista individual]

[Luciano]: Você aconselharia o professor a utilizar o laboratório de informática? Por quê?

[Andriely]: Aconselharia, porque leva o aluno a conhecer um universo que ele não saiba que existe, por exemplo, que ele pode aprender matemática de outra forma, que a matemática não é só ali: livro, caderno, lápis e borracha. Não é só aquilo. Que vai além disso, que se o professor quiser, se empenhar e fazer com que seus alunos também se empenhem nisso pode dar certo. Talvez da primeira vez vai ser um pouco difícil... os alunos estarão se acostumando, vai ser um pouco difícil, mas ele não pode parar no primeiro obstáculo. Ele tem que continuar, ele tem que mostrar aos alunos que existem outras formas [de aprender matemática], que existem outras ferramentas que ajudam na aprendizagem do aluno, no conhecimento dele... Que se souber como trabalhar, como utilizar, vai dar certo. Pode ser que da primeira vez dê alguma coisinha errada, planeja de novo, e aí fala pros alunos: “E aí pessoal, vamos de novo? Vamos lá pro laboratório, vamos aprender assim, hoje vai ser de tal jeito...”. Acredito que é uma experiência boa [dar aulas de matemática no laboratório de informática]. Se de cara der certo, se de cara você planejou tudo certinho, propôs, levou seus alunos, eles gostaram, deu certo, quer dizer... claro que todas as suas aulas não vão ser assim.

[Luciano]: Seria muita sorte em todas as aulas acontecer isso.

[Andriely]: Claro também que em todas as aulas não dá pra levar os alunos pro laboratório. Não é qualquer conteúdo que você poderá levar o seu aluno pra lá. Então é saber mesclar isso daí... as diversas formas que você tem, as diversas ferramentas que você tem pra estar ajudando aí na aprendizagem do seu aluno.

As falas dos participantes do grupo evidenciam a preocupação deles com a gestão de um ambiente informatizado. Contudo, os participantes, tanto nas entrevistas quanto nas reuniões, mostraram entender que utilizar o computador em aulas de matemática não é a única forma de despertar o interesse dos alunos. Afinal, a utilização de *softwares* matemáticos em todas as aulas pode entediar os alunos da mesma forma que a resolução de exercícios rotineiros. Assim, pode-se dizer que as idéias do grupo estão em sintonia com as de Borba e Penteadó (2001, p. 15, 16):

Muitos advogam o uso do computador devido à motivação que ele traria à sala de aula. Devido às cores, ao dinamismo e à importância dada aos computadores do ponto de vista social, o seu uso na educação poderia ser a solução para a falta de motivação dos alunos. Quem já trabalhou de forma mais constante com informática educativa sabe que, de modo geral, é verdade que alunos ou professores que participam de cursos ganham novo ímpeto com o uso da informática, caso possíveis

medos iniciais sejam superados. Não temos em nosso grupo de pesquisa dados sobre o tema e não conhecemos também trabalhos de outros pesquisadores sobre isso. Há indícios superficiais, entretanto, de que “tal motivação” é passageira. Assim, um dado software utilizado em sala pode, depois de algum tempo, se tornar enfadonho da mesma forma que para muitos uma aula com uso intensivo de giz, ou outra baseada em discussão de textos, pode também não motivar.

Não se limitar a uma única forma de trabalho é um desafio que o professor terá de enfrentar para que suas aulas sejam mais motivadoras aos alunos. Ponte, Brocardo e Oliveira (2005), ao tratarem sobre investigações matemáticas na sala de aula, afirmam que “o grande desafio é articular diferentes tipos de tarefa de modo a constituir um currículo interessante e equilibrado, capaz de promover o desenvolvimento matemático dos alunos com diferentes níveis de desempenho.” (p. 24).

Pode-se acrescentar outro desafio a essa afirmação, que é o aluno poder transitar em diferentes ambientes dentro da escola, como por exemplo, a sala de aula convencional, o laboratório de informática, a sala de vídeo, entre outros. Para se fazer isso, contudo, como os membros do grupo salientaram, tanto nas entrevistas individuais quanto nos encontros, o professor gastará um bom tempo de planejamento.

Embora o grupo manifeste a preocupação em diversificar, também entende as dificuldades associadas a isso. Na quarta reunião, por exemplo, o professor Jonathan lembrou a todos sobre as dificuldades enfrentadas para dar uma aula diferenciada. Por diferente, ele se referia a aulas em que o professor não é o centro do processo de ensino e de aprendizagem.

Esse comentário levou o grupo a refletir sobre a perda de controle de um professor durante uma aula quando acontecem situações que ele não previu. Tal imprevisibilidade, com certeza, incomodaria um professor habituado com o paradigma do exercício, pois situações imprevisíveis geram uma perda considerável do controle da sala. Para o grupo, contudo, esses riscos poderiam possibilitar a aprendizagem do professor sobre formas de agir em momentos difíceis para não se frustrar quando algo não ocorre da maneira esperada.

Pensar as dificuldades enfrentadas pelo professor ao desenvolver aulas diferentes das que ele está habituado levou o grupo a entender essa situação como uma zona de risco. A idéia de zona de risco havia sido discutida em um dos encontros anteriores. O estudo da teoria contribuiu para que os participantes entendessem que uma zona de risco poderia contribuir para a aprendizagem profissional do docente em relação à gestão da sala em um ambiente novo como o do laboratório de informática.

A zona de risco tem como uma de suas características a perda de controle derivada de problemas técnicos com os computadores e de problemas provenientes das dúvidas dos alunos, que surgem com muito mais facilidade, quando eles trabalham de forma investigativa

com programas matemáticos. A zona de risco, contudo, não limita o trabalho do professor, pelo contrário,

há também boas oportunidades trazidas por ela. Portanto, não deve ser objetivo educativo recuar de uma zona de risco. Segurança e previsibilidade podem estar associadas à zona de conforto, enquanto novas oportunidades de aprendizagem podem estar associadas à zona de risco. Quando uma aula se torna experimental, coisas novas podem acontecer. O professor pode perder parte do controle sobre a situação, porém os alunos também podem se tornar capazes de ser experimentais e de fazer descobertas. Esse é, certamente, o caso quando se adotam computadores. Portanto, um ponto essencial é tornar possível que o professor trabalhe na zona de risco (PENTEADO; SKOVSMOSE, 2008, p. 49).

O grupo mostrou, tanto nas reuniões quanto nas entrevistas individuais, que adotou a idéia da zona de risco com um lado positivo para a sala de aula de matemática. Os participantes a viram como uma possibilidade para o desenvolvimento de um ambiente em que os alunos possam atuar de forma mais autônoma, mais preocupados com experimentações, levantamento de conjecturas, análises, discussões entre si e com o professor visando a construir o conhecimento do objeto de estudo.

Nesse sentido, por um lado, os roteiros eram organizados de forma a oferecer a oportunidade de experimentação pelos alunos. Por outro, eles visavam a garantir que, na gestão da sala de aula, o professor acompanhasse o desenvolvimento dos alunos sem gastar a maior parte do tempo com explicações sobre os comandos do *software* ou das tarefas a serem realizadas.

6.4 – Aprender com o planejamento das aulas

O grupo estudou a teoria referente a uma postura investigativa na sala de aula de matemática e a dinâmica de trabalho do próprio grupo foi baseada nessa postura. Assim, os participantes puderam perceber o valor daquilo que propunham por meio dos roteiros elaborados. Isso contribuiu para a aprendizagem do trabalho com abordagem investigativa na aula de matemática e, conseqüentemente, com a aprendizagem de conhecimentos referentes a funções.

Quando os participantes do grupo se colocavam na posição de alunos, para aprender sobre algo que tinham dificuldade, tentavam elaborar tarefas que possibilitassem superar as dificuldades encontradas. A antecipação de possíveis dúvidas dos alunos, a partir das suas, pode contribuir para se minimizar a imprevisibilidade de uma possível zona de risco (PENTEADO, 1997; BORBA e PENTEADO, 2001; PENTEADO, 2004).

Andriely relata que, durante o planejamento de aulas para um ambiente informático, aprendeu sobre funções e isso contribuiu para ensinar os alunos.

[Entrevista Individual]

[**Andriely**]: Então foi um trabalho totalmente positivo em que nós aprendemos sobre construção dos gráficos, sobre funções e passamos para eles [dois alunos do 1º ano do ensino médio que fizeram as tarefas desenvolvidas pelo grupo] também, eles construíram esse conhecimento também no estudo das funções.

Em outros momentos, ela comentou a forma como ocorreu sua aprendizagem, como se verifica na fala seguinte:

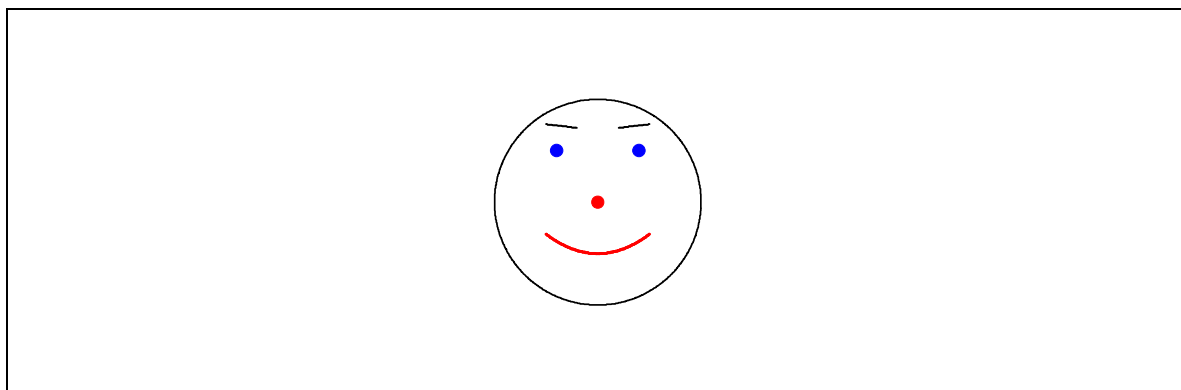
[Entrevista individual]

[**Andriely**]: Se você não sentar ali e não for fazer, não for ali pegar a função, for lá e trabalhar, você não vai aprender. /.../ Eu aprendi muito com isso. Tive dificuldade no Cálculo, por causa de construção de gráficos também. Então, me ajudaram bastante as atividades porque eu pude perceber algumas coisas que às vezes passaram despercebidas pra mim quando eu estudei funções. Porque a gente não tinha o auxílio de um computador, de uma ferramenta tão legal, de um *software* tão legal. /.../ Aí pegar funções, função constante, função quadrática e tal. Ir lá e trabalhar e construir. Igual a construção do triângulo o tanto que mexeu com os nossos conhecimentos aí de outras datas. O tanto que foi legal. Construir aquela carinha. Gente do céu, mas que sofrimento e, quer dizer, te instiga, te faz pensar ser preciso conseguir. Eu tenho que fazer. Eu tenho que dar conta. E você tenta e não dá certo. Tenta de novo, tenta. Porque é assim. A vida da gente é assim. É tentando que a gente vai conseguindo.

Percebe-se, na fala de Andriely, a apropriação de uma abordagem investigativa como forma de construção de conhecimentos. A postura investigativa se mostra desde a primeira reunião do grupo. Ao realizarem as tarefas, comentadas por essa participante e que foram propostas para a familiarização com o *Winplot*, houve uma intensa partilha de idéias entre os membros do grupo com tentativas, sugestões, mais testes e reflexões a fim de conseguir executar o que fora proposto. A construção da “carinha” a que Andriely se refere diz respeito à tarefa descrita no Quadro 18.

[Tarefa das atividades de familiarização do Winplot]

Construa um rostinho, como o desenhado a seguir, e faça a animação da boca e das sobrancelhas dele.



Quadro 18 – Rostinho feliz

Nessa atividade, o grupo empenhou-se, como relatado nas descrições dos primeiro e segundo encontros, no capítulo 6, em trabalhar a expressão algébrica de uma função do 2º grau, utilizando o *Winplot*, para conseguir movimentar seu gráfico de forma a representar uma boca. Dessa forma, a função quadrática não é vista com suas representações isoladas, ora algébrica ora gráfica, mas de forma mais ampla. O trabalho dessa maneira implica num “novo caminho para o conhecimento de funções, ou seja, uma epistemologia das representações múltiplas. Assim, conhecer funções passa a significar saber coordenar representações.” (BORBA e PENTEADO, 2001, p. 32).

Ao tentar desenvolver uma tarefa utilizando o computador, o professor coloca-se na posição de aluno, o que contribui para a ampliação de seu conhecimento sobre funções e possibilita antecipar possíveis dificuldades dos alunos. Os trabalhos de Gimenes (2006) e Cardim (2008) reforçam o fato de os professores se colocarem na posição dos alunos enquanto aprendem. Para esta última pesquisadora, é um desafio para futuros professores e, posso acrescentar para professores em exercício, colocar-se na posição de aluno para aprender conteúdos referentes ao exercício da profissão docente, por exemplo, o conteúdo matemático. Ela entende que a harmonia entre o aprender como aluno e como professor é

resultado de um processo que abarca a possibilidade de articulação de saberes da formação inicial, saberes disciplinares, saberes curriculares e experiências vivenciadas e discutidas nos espaços de formação inicial /.../ como um movimento que acreditamos possibilitar reflexões singulares, portanto, próprias do sujeito, resultantes de experiências significativas para o processo contínuo de formação docente e (re) construção do saber (CARDIM, 2008, p.126).

Acredito que houve essa harmonia no grupo, pois, ao organizar os roteiros, os participantes investigavam, como se fossem alunos, as características de funções no *Winplot* para, como professores, pensar nos objetivos que seriam contemplados nas tarefas elaboradas.

As discussões do grupo sobre o que fazer para construir o triângulo ou como construir a representação de uma boca no *Winplot* assemelham-se aos diálogos de dois alunos descritos

por Alrø e Skovsmose (2006). Esses alunos tentavam construir uma planilha eletrônica que converte o preço de uma mercadoria de um país para o outro. São considerados os impostos, a conversão de moedas, a adição de lucros, a adição de seguros, entre outros. Para os autores, a tarefa desses alunos

não tem sido fácil, mas eles têm sido pacientes e se apoiado mutuamente, tentando avançar. Durante todo o processo, uma cooperação investigativa ocorreu. Assim, podemos observar alguns padrões de comunicação interessantes que favorecem o trabalho dos alunos. Eles estão interessados na perspectiva um do outro – como demonstram as perguntas investigativas que fazem. Essas perguntas conduzem a explicações, questões hipotéticas, delineamento de idéias matemáticas e confirmação. (p. 89).

Assim como essa dupla de alunos, os participantes do grupo complementavam “meias-falas um do outro e demonstravam respeito mútuo” (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006, p.89) entre si. Durante as reuniões, nos momentos de familiarização com o *Winplot*, nas discussões dos textos, na elaboração dos roteiros, havia uma harmonia e respeito entre todos. Buscava-se ouvir as idéias, críticas, dúvidas, sugestões, comentários, de cada participante e todas as observações eram analisadas pelo coletivo da mesma forma, independente se quem opinava era uma licencianda, um professor ou o pesquisador. Esse respeito às idéias dos outros contribuiu para a aprendizagem matemática dos participantes do grupo.

[Entrevista individual]

[Andriely]: Durante a construção das atividades, durante as nossas conversas sobre o planejamento, eu não tenho nada o que falar que foi ruim nisso ou naquilo porque a gente sempre procurou escutar todo mundo. Isso é uma coisa boa. A gente nunca fez nada assim: “Vamos fazer isso só!”. Não. A gente fazia isso, isso e isso. E, no final perguntava: “Fulano o que você acha disso? Ciclano o que você acha? É assim mesmo?” Aí, quantas vezes mesmo fazia essas perguntas pra nós: “É assim mesmo que vocês querem?” E às vezes a gente até ficava calado, nem dava palpite, mas sempre o grupo procurou escutar todo mundo. Trabalhar realmente em grupo, planejar todo mundo junto.

Outra participante entende ser necessário o aperfeiçoamento constante dos roteiros, para que o professor antecipe situações que podem ocorrer durante o desenvolvimento da aula. Em suas palavras, percebe-se a postura do que Freire (1996) chama de professor curioso, aquele que cria condições para que os alunos se tornem “sujeitos da construção e reconstrução do saber ensinado, ao lado do educador, igualmente sujeito do processo” (p. 29).

[Entrevista individual]

[Janete]: Quanto mais você pensava que a atividade estava legal, mais tinha coisas pra colocar. Entendeu? Tipo assim, você estava fazendo uma atividade e pensando que já estava boa, aí pensa assim: ‘Mas e se o aluno for por aquele lado?’. A dificuldade é assim: sempre que você pensa que está bom e nunca está bom. Sempre tem mais, vai muito mais além. Às vezes, a gente prende o aluno e o aluno vai mais. Entendeu? Então desenvolver atividade é isto, às vezes, pensar que a atividade está boa e você acaba prendendo o aluno. Você tem que tentar desenvolver uma atividade que leve o aluno. Então, a questão mais difícil é isto mesmo. A questão de analisar a atividade, antes de levar para a sala de aula.

[Luciano]: O professor testar a atividade primeiro?

[Janete]: É, e nunca pensar só assim: ‘Será que vai só até aqui?’ Tem que ir mais além. Vai que o aluno vai mais além. Tem que pensar se a atividade vai ajudar em alguma coisa. E se não ajudar? Planejar uma atividade com o *software* sempre tem mais, é uma coisa mais ampla. Não é igual a resolver um exercício mecanizado no quadro. O computador te dá mais amplitude...

Para Letícia, o planejamento de tarefas sobre função do primeiro grau contribuiu para seu entendimento sobre o comportamento do gráfico desse tipo função. Em sua fala, é possível perceber uma postura investigativa, frente à construção de conhecimentos ao afirmar que, atualmente, assume a responsabilidade de encontrar respostas às suas dúvidas. Essa postura pode influenciar os alunos dela a se perceberem responsáveis por seu processo de aprendizagem como defendido por Freire (1970, 1996), Skovsmose (2000), Ponte, Brocardo e Oliveira (2005) e Alrø e Skovsmose (2006).

[Entrevista individual]

[Letícia]: Sempre tive dificuldade com função, em visualizar. E agora não, pelo nosso estudo a gente olha uma função e já sabe, vai interceptar aqui, este é o ângulo em si. Eu, na faculdade mesmo, o professor falava de coeficiente angular e de coeficiente linear e eu não sabia diferenciar um do outro. E hoje, assim, quando a gente tem dúvida a gente vai lá no *Winplot* e joga e percebe o que está fazendo ou não. Então, contribuiu muito para o meu conhecimento sim.

A elaboração das tarefas foi um momento em que o grupo ampliou seu conhecimento sobre funções. Para que os alunos compreendessem, por exemplo, o que ocorre com o gráfico da função quadrática, quando o coeficiente b de sua representação algébrica é alterado, o grupo primeiramente pensou em pedir para os alunos utilizarem o *Winplot* para fazer a animação da função $y = x^2 + bx + 1$.

Construímos a animação no *software* e o Jonathan comentou:

[Reunião do grupo]

[Jonathan]: Então é isso que ocorre com o gráfico da função do segundo grau quando a gente muda o b ! Eu nunca tinha prestado atenção nisso.

As licenciandas também mostraram ser uma surpresa o comportamento do gráfico após a alteração do coeficiente b . Parece que, sem a construção do gráfico de $y = x^2 + bx + 1$ e de sua animação, utilizando o *Winplot*, dificilmente os participantes do grupo notariam que o coeficiente b altera a posição do vértice da função quadrática. Veja na Figura 17, que os gráficos de $y = x^2 + 6x + 1$ e $y = x^2 - 6x + 1$, têm os vértices respectivamente no 3º e 4º quadrantes:

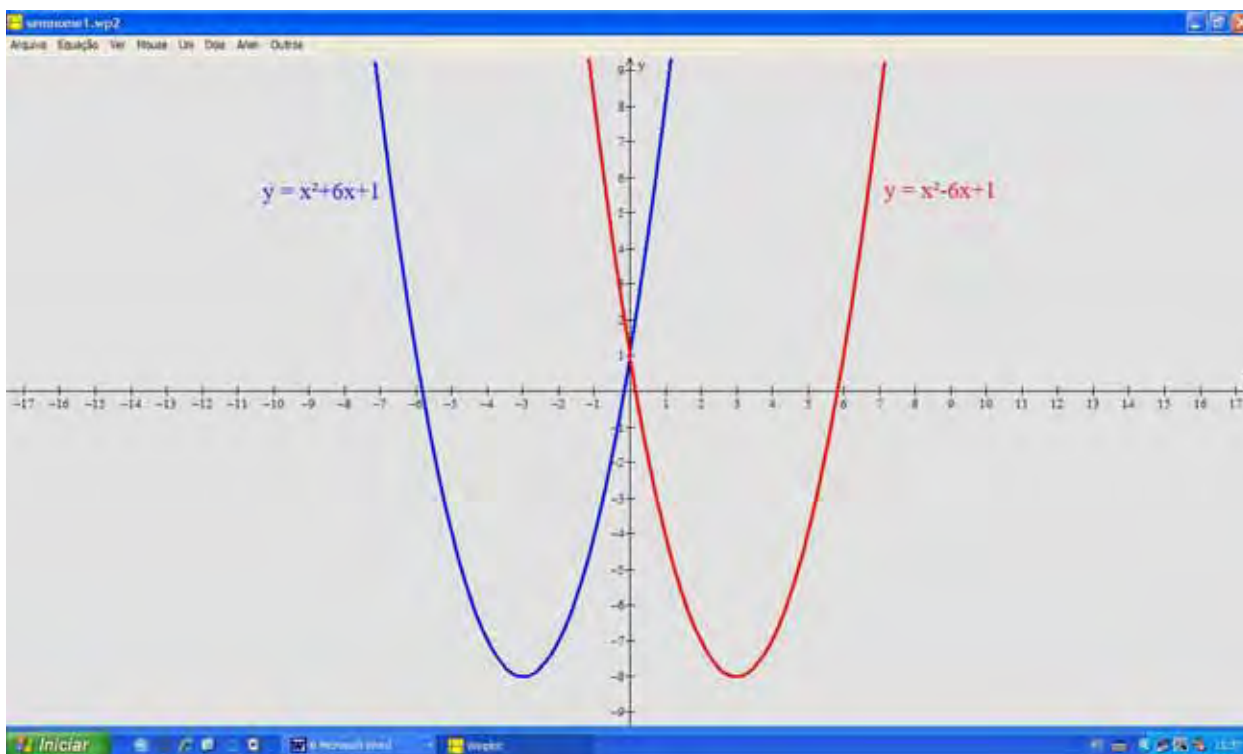


Figura 17 – Funções polinomiais do 2º grau

Estudar o comportamento do gráfico de uma função quadrática, quando se altera o coeficiente b , contribuiu para que o grupo elaborasse as tarefas descritas nos Quadros 19 e 20.

[Tarefa do 5º roteiro]

Construa em um mesmo plano cartesiano os gráficos de:
Após construir cada gráfico, selecione a equação em inventário para que apareça o nome

de cada gráfico na tela.

Procedimentos: Janela / 2-dim / Equação / Explícita / Na janela que for aberta escrever a função desejada.

- | | |
|--|--|
| a) $y = x^2 - 6x + 1$, $b = -6$ | e) $y = x^2 + 3x + 1$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$ |
| b) $y = x^2 + 6x + 1$, $b = 6$ | f) $y = x^2 - 2x + 1$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$ |
| c) $y = x^2 - 5x + 1$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$ | g) $y = x^2 + 2x + 1$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$ |
| d) $y = x^2 + 5x + 1$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$ | h) $y = x^2 - x + 1$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$ |
| e) $y = x^2 - 3x + 1$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$ | i) $y = x^2 + x + 1$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$ |

O que é possível concluir após fazer estas variações do coeficiente b ?

Quadro 19 – Tarefa

Seguida a esta tarefa, os alunos faziam a animação do gráfico da função $y = x^2 + bx + 1$, porém, grupo ainda não estava satisfeito. Então, após alguns momentos de reflexão, ficou decidido que seria interessante pedir aos alunos para observar o comportamento do vértice de $y = x^2 + bx + 1$, quando se varia seu coeficiente b . Encontrar o vértice foi outro momento de discussão sobre conteúdo matemático. Como membro do grupo, aproveitei esse momento para explicar como encontrar o vértice. Encontrado o vértice, e mais importante, todos entendendo como o encontrar, passou-se à elaboração da tarefa que ficou como apresentado no Quadro 20.

[Tarefa do 5º roteiro]

Encontre o vértice da função $y = x^2 + bx + 1$. O vértice de uma função é dado por (x_v, y_v) em que $x_v = \frac{-b}{2a}$ e $y_v = \frac{-\Delta}{4a}$.

$x_v = \underline{\hspace{2cm}}$ e $y_v = \underline{\hspace{2cm}}$.

O vértice encontrado é um vértice genérico, ou seja, ele está em função de b .

Utilizando o *Winplot*, construa a família do vértice encontrado.

Procedimentos: (Janela / 2-dim) / Equação / Ponto / (x, y): x= resultado encontrado e y= resultado encontrado / tamanho do ponto: 3 / sólido / cor: amarelo / ok / ctrl + i / família / b / mínimo: -4 / máximo: 4 / passos: 20 / selecione: olhar / atraso: 150 / definir.

Qual é o comportamento deste vértice?

Sem limpar a tela, construa a família do gráfico de $y = x^2 + bx + 1$.

Procedimentos: (Janela / 2-dim) / Equação / Explícita / Na janela que for aberta, escrever a função $y = x^2 + bx + 1$. / No inventário (Ctrl + i), selecione família / parâmetro b / mínimo -4 / máximo 4 / passos 20 / selecione olhar / atraso 150 / definir.

O que é possível dizer sobre o comportamento do gráfico da função $y = x^2 + bx + 1$, quando se varia o coeficiente b ?

Quadro 20 – Tarefa

A preocupação do grupo com o conhecimento matemático e com possíveis dificuldades dos alunos ajudou, como tentei mostrar aqui, na elaboração de roteiros, como forma de diminuir a imprevisibilidade de situações de risco durante a aula.

Considerações finais

Neste trabalho, tentei responder a pergunta: **como um grupo de estudos, formado por professores e pesquisadores, planeja e desenvolve atividades matemáticas sobre funções para um ambiente informatizado?** Para isso, estudei as restrições de modelo de ensino centrado no professor assim como vantagens para uma educação matemática preocupada com a participação dos alunos na produção de conhecimentos. As possibilidades do uso de computadores na educação, assim como suas implicações para o trabalho docente, também fizeram parte de meus estudos para responder a pergunta diretriz desta pesquisa.

Seria impossível realizar a tarefa de escrever a presente dissertação sem acompanhar um grupo de estudos. Sendo assim, convidei professores e licenciandos a estudar e a planejar atividades matemáticas referentes à utilização do Computador no Estudo de Funções Matemáticas. O convite foi aceito por oito pessoas: seis licenciandas, um professor experiente e o pesquisador.

O estudo de pesquisas sobre ensino de funções com o uso do computador contribuiu para que o grupo produzisse roteiros e organizasse um minicurso apresentado em encontro científico de professores de matemática. Os roteiros foram organizados para orientar os alunos a compartilharem e a discutirem suas idéias e conclusões durante o desenvolvimento das atividades propostas. Em vista disso, as atividades foram planejadas para serem realizadas com dois ou três alunos por computador. A organização dos roteiros foi considerada pelo grupo como uma forma de promover uma participação ativa dos alunos durante a aula.

Três dos roteiros, planejados pelo grupo, foram desenvolvidos com dois alunos do Ensino Médio. Enquanto um membro do grupo os orientava, os demais assistiam à aula. A análise dessas aulas permitiu fazer modificações nos roteiros de forma que os alunos compreendessem com mais facilidade, sem a necessidade de orientações constantes do professor. Afinal, todos do grupo entendiam que, em uma sala de aula com quarenta alunos, um roteiro bem organizado auxiliaria o trabalho do professor, na medida em que os alunos seguissem as orientações sem a necessidade de fazer muitos questionamentos. Assim, seria possível dedicar mais tempo discutindo as conjecturas e conclusões dos alunos no lugar de ficar explicando detalhadamente o que deveriam fazer. Para o grupo, um roteiro bem organizado era aquele que evidenciava cada investigação a ser realizada pelos alunos, ressaltando, inclusive, os procedimentos para a utilização do *Winplot*. Sem essa organização, os alunos poderiam ficar perdidos durante a aula, sem saber o que fazer e seria difícil ao professor orientar o trabalho.

Assim, o grupo tentava prever o que poderia acontecer durante uma aula para escrever, da melhor forma possível, os roteiros. Além disso, havia preocupações em possibilitar um ambiente para que todos os alunos manipulassem o computador, experimentando e testando suas conjecturas. Essas reflexões, impulsionadas pelo estudo de textos sobre investigações matemáticas e também sobre educação e tecnologias, direcionaram a elaboração e re-elaboração dos roteiros.

Os roteiros elaborados extrapolaram os limites do grupo. Uma das licenciandas, Ângela, residente em Inhumas, os compartilhou com seus amigos durante as viagens no ônibus que os levava para a faculdade, de Inhumas a Cidade de Goiás. Uma aluna do curso de especialização em educação matemática da UEG-Goiás também pediu para conhecer o trabalho desenvolvido pelo grupo, pois queria utilizar os roteiros em suas aulas do Ensino Médio. Um professor da UEG-Goiás, que estava lecionando a disciplina de Tecnologias no ensino da matemática, no curso de licenciatura em matemática, pediu para discutir os roteiros em suas aulas. E o professor Jonathan adaptou alguns roteiros e os utilizou em suas aulas com alunos do Ensino Médio.

Acredito que essa produção, assim como o seu alcance, foi possível graças a algumas das características do trabalho em um grupo de estudos, por isso, pretendo ressaltar como o grupo contribuiu para o crescimento profissional dos participantes. Destaco, neste texto, algumas de suas características. De acordo com Gama (2007), Gimenes (2006), Fiorentini (2004) e Ferreira (2003) esse tipo de atividade possibilita a reflexão sobre os desafios da profissão docente e a produção de alternativas para superá-los.

Uma característica importante a ser considerada sobre essa dinâmica de estudos foi o envolvimento dos participantes para alcançar os objetivos assumidos. Todos os membros do grupo fizeram o possível para comparecer às reuniões, mesmo tendo outros compromissos. Algumas das licenciandas, por exemplo, trabalhavam durante o dia e estudavam a noite; o professor Jonathan, além de sua carga horária semanal, fazia um curso de especialização duas vezes por mês, nos finais de semana. Mesmo assim, organizaram seu tempo para integrar o grupo e produzir conhecimentos conjuntamente. O envolvimento de cada membro pode ser identificado por uma participação ativa nas reuniões. Nos encontros era possível perceber o que Kenski (2007) considera ser o mais importante na educação: “que as pessoas estejam reunidas em um determinado espaço com o objetivo maior de aprender juntas.” (p. 111).

Aproximar pessoas com interesses comuns foi outra característica do grupo. Afinal, ele permitiu um contato mais próximo entre seus membros, o qual foi consolidado pela vontade de pensar o ensino e a aprendizagem de funções em um ambiente informatizado. Daí derivou o compartilhamento de experiências entre as licenciandas, com conversas envolvendo as disciplinas do curso de Matemática e com ajuda mútua. O professor Jonathan pôde expor suas impressões em relação à situação atual do trabalho dos professores da escola pública. Nesses momentos, ponderava-se sobre as condições de trabalho dos profissionais da educação, considerando, inclusive, aspectos da formação do professor de Matemática. O respeito às opiniões uns dos outros fortaleceu o diálogo e o apoio entre os membros.

O grupo de estudos possibilitou momentos privilegiados em que licenciandas, professor e pesquisador aprenderam juntos. Não havia alguém para certificar se o produto do trabalho coletivo estava certo ou errado. Cada um dos participantes contribuía, à sua maneira, para a elaboração dos roteiros. Quando alguém não entendia o que se estava fazendo, pedia ajuda aos demais. Foi este espírito de equipe que contribuiu para que todos se familiarizassem com os comandos e as potencialidades do *Winplot* e ampliassem a compreensão de alguns conceitos matemáticos. A licencianda Letícia, por exemplo, afirmou, na entrevista individual, que sua participação no grupo a ajudou a entender a diferença entre os coeficientes angular e linear da função do primeiro grau. Sua aprendizagem pode ser atribuída à possibilidade de discutir com outras pessoas o comportamento do gráfico de uma função quando se variam seus coeficientes. Mesmo com os professores, desde o Ensino Fundamental até o Ensino Superior, explicando a diferença entre os dois coeficientes, angular e linear, de uma função do primeiro grau, a aluna reforçou que sua compreensão se deu no grupo de estudos quando se viu diante da situação de ensinar esse assunto.

Nesse sentido, pode-se dizer que o trabalho em um grupo de estudos contribuiu para o crescimento profissional dos participantes. Nas entrevistas individuais, eles relataram o que aprenderam.

Andriely, ao comentar sobre sua participação no grupo, fez considerações a respeito de sua aprendizagem em relação: à elaboração de tarefas para a aula de matemática; à abordagem investigativa; à gestão da aula em um ambiente informatizado; ao trabalho com um *software* matemático. Além disso, afirmou que o trabalho no grupo de estudos a motivou a colocar em prática o que aprendeu quando estivesse exercendo a profissão docente.

[Entrevista individual]

[**Andriely**]: Eu aprendi muito, principalmente sobre planejamento. Sabe... é uma dificuldade que as pessoas têm... que eu tenho de saber realmente lidar com isso. Então, trouxe muitas coisas boas pra mim. Os textos que você levava pra gente estar lendo e discutindo. As discussões do texto foram muito boas. Trabalhos investigativos, atividades investigativas que eu já tinha visto anteriormente. Então... através do contato que eu já tinha e do texto, só acrescentou pra mim que as atividades investigativas são importantes. Saber planejar, ter em mente o que você quer, quais são seus objetivos. Pensar realmente em todas as atividades que você tem. Por exemplo, a gente planejou lá as aulas pra tantos alunos. E a gente fez com dois. E foi ótimo. Quanto nós aprendemos com aqueles meninos... O quanto eles ensinaram pra gente. /.../ Eu aprendi, você aprendeu, os meninos [alunos do ensino médio para os quais o grupo aplicou os primeiros roteiros elaborados] aprenderam, as meninas [as licenciandas]... todos nós tiramos só coisas boas do grupo de estudos. Foi uma experiência única. Eu nunca tinha participado realmente de um grupo de estudos assim. /.../ Fazer aquelas atividades, desenvolver aquilo tudo trouxe pra mim mais vontade ainda de estar utilizando. De estar levando aquilo pra minha vida mesmo, até quando eu começar a dar as minhas aulas. Poder levar isso pra minha sala de aula também, pros meus alunos. Porque eu vi que é uma experiência boa, que eu aprendi muito com isso.

Para Aline, a interação entre os participantes de um grupo de estudos contribuiu para a aprendizagem de conteúdos matemáticos.

[Entrevista individual]

[**Aline**]: Trabalhar em grupo é muito mais fácil do que trabalhar individualmente, apesar de todo mundo falar que o matemático é individualista... que ele gosta de estudar sozinho, que ele gosta de ter o momento dele, só pra ele estudar, eu acho que é muito mais fácil estudar em grupo do que sozinho. Porque você tira dúvidas com mais facilidade. Eu sei um conteúdo, você sabe outro, então a gente vai fazer uma interação de forma que eu

compreenda o todo e você também, e em grupo fica muito mais fácil do que se eu estiver estudando sozinha. Até eu compreender uma coisa que você poderia explicar de forma mais fácil, eu vou levar um tempo muito maior. Então, no grupo eu acho que tem essa facilidade.

Ao refletir sobre sua aprendizagem, Letícia destaca a importância de um ajudar o outro no grupo de estudos.

[Entrevista individual]

[Letícia]: Eu acho que quando a gente está em dúvida a minha dúvida é a dúvida de uma outra pessoa, ou a resposta que eu tenho sana a dúvida de alguém. Então a interação que é importante. Eu contribuí e alguém contribuiu pro meu conhecimento também. /.../ Um crescer com o outro. Igual a gente pegou as atividades de uma pessoa [atividades propostas nas teses e dissertações estudadas pelo grupo], que pode ter produzido em grupo, aí a gente pegou estas atividades e as adaptou... a gente pegou elas e viu o que tinha que modificar. Então um grupo de estudos vai ver isto. Ele vai ver se as atividades que a gente está propondo vão funcionar ou não. A gente vai criar atividades igual a gente fez, vai sanar as dúvidas igual foi no meu caso de funções. Então é importante para isto, às vezes o que eu vejo o outro não vê e se a gente conversar vai conseguir chegar em um acordo.

A participação no grupo e sua consequente aprendizagem é considerada por Jonathan como um ato de coragem. Para ele, o trabalho do grupo contribuiu para sua formação tanto como professor quanto como estudante. Ele afirma que aprendeu a ouvir o outro, a refletir sobre sua prática profissional e a valorizar o diálogo com o aluno na sala de aula. Parece que participar do grupo fortaleceu, nesse professor, o interesse em promover a participação dos alunos na sala de aula.

[Entrevista individual]

[Jonathan]: Acho que pra mim contribuiu tanto pra minha formação como professor, como pra minha formação como estudante de Matemática. Como uma pessoa que estuda Matemática, pensar no foco do conhecimento com uma visão mais ampla. Que foge um pouco daquele 'eu passar e você receber'. Pensar mais no coletivo do que no individual. Pensar mais no que o outro tem pra falar e o que eu tenho pra ouvir. E o que eu tenho pra falar é pensar sobre qual é minha postura dentro da sala de aula. Pensar que eu posso sim mudar minhas aulas. Que eu posso tentar, pois conseguir é só depois que vai se verificar se alcançou os objetivos ou não. Tentar mudar a postura e contribuir de alguma maneira para que meu aluno cresça porque quando o aluno é levado a pensar, é levado ao diálogo, é levado à construção do próprio conhecimento... ele se torna um cidadão mais crítico,

mais participativo, mais influente no meio em que ele vive. Então essa é uma modificação que veio, que começa dentro de mim. E tem que ter coragem pra começar, porque é muito mais cômodo não fazer uma revolução e deixar as coisas como estão do que tentar uma revolução e ver no que vai dar.

Como líder do grupo, também aprendi muito nos encontros. A importância do diálogo na produção de conhecimentos é um exemplo de aprendizagem. Essa forma de trabalho ajudou-me a entender, por exemplo, que um planejamento em equipe requer muita negociação, o que conseqüentemente torna-se inviável quando não se tem tempo disponível especificamente para ele.

Antes de iniciar esta pesquisa, eu acreditava que o grupo conseguiria produzir uma enorme quantidade de roteiros para serem utilizados em sala de aula. Imaginava que, quando terminássemos nossos encontros, teríamos elaborado roteiros envolvendo funções do primeiro e segundo graus, modulares, exponenciais, logarítmicas, trigonométricas e o que mais fosse possível. Pensava assim por estar acostumado a fazer planejamentos de maneira solitária. Porém, ao elaborar o primeiro roteiro de atividades, o grupo ficou tão concentrado na construção de uma atividade investigativa que, a partir daquele momento, percebi que a quantidade de roteiros seria menor do que eu esperava.

Realmente não produzimos um calhamaço, com n tarefas, para m tipos de funções, mas o grupo produziu outros conhecimentos diretamente relacionados aos roteiros planejados. Como tentei explicar na análise dos dados, os roteiros eram organizados em detalhes. Todos queriam contribuir com sugestões como a forma de escrever as questões e a ordem em que elas deveriam aparecer no roteiro. Também queriam visualizar, no *Winplot*, as atividades enquanto se pensava nelas, fazer testes movimentando os gráficos, experimentar construções e cores diferentes.

Essa situação, associada ao fato de a maioria do grupo não ter experiência anterior em planejar aulas de Matemática para serem desenvolvidas em um ambiente informatizado, demandava um bom tempo do grupo. Tempo para se familiarizar com a máquina, para experimentar o *software* e para fazer investigações sobre o comportamento dos gráficos das funções. Tudo isso dificultava a elaboração de roteiros envolvendo vários tipos de funções. Mas, ao mesmo tempo, possibilitava ao grupo aprender sobre a profissão docente.

Mesmo as licenciandas, sem experiência em sala de aula, demonstraram preocupações durante a elaboração dos roteiros com: considerações sobre o tempo necessário para o desenvolvimento de cada roteiro; o número de alunos por computador; a vantagem de se

entregar o roteiro por aluno ou por dupla de alunos; a promoção do diálogo entre os alunos, entre os alunos e o professor e outros diálogos. Pode-se dizer que o grupo concordava com a argumentação de Freire (1996, p. 134), ao se referir à relação entre professor e alunos:

Meu papel como professor, ao ensinar o conteúdo *a* ou *b*, não é apenas o de me esforçar para, com clareza máxima, descrever a substantividade do conteúdo para que o aluno o fixe. Meu papel fundamental, ao falar com clareza sobre o objeto, é incitar o aluno a fim de que ele, com os materiais que ofereço, produza a compreensão do objeto em lugar de recebê-la, na íntegra, de mim. Ele precisa se apropriar da inteligência do conteúdo para que a verdadeira relação de comunicação entre mim, como professor, e ele, como aluno se estabeleça.

Produzir conhecimentos dessa forma era novidade para todos os membros do grupo. Eu, especificamente, estava acostumado a trabalhar no máximo em dupla. O trabalho com outra pessoa exige muita negociação. É preciso justificar cada idéia proposta para o outro, aceitar o não, argumentar porque concorda ou discorda do colega e assim por diante. Tudo isso para que o produto tenha sido construído pela dupla. Quando, porém, estão envolvidas mais pessoas, parece ficar mais complexo o processo de negociação, pois é preciso levar em conta mais variáveis. Some-se a isto o fato de, em um grupo como o nosso, com oito integrantes, as pessoas precisarem de tempo para se conhecer e aprender a trabalhar em equipe. Com o término dos encontros, é possível dizer que o grupo se saiu muito bem nos quesitos envolvimento e negociação, conseguindo alcançar seus objetivos.

Diante disso, é possível afirmar que esta pesquisa traz contribuições sobre as potencialidades de um grupo de estudos para a discussão e organização de alternativas pedagógicas para a aula de matemática, evidenciando a força desse tipo de trabalho para o desenvolvimento profissional dos participantes.

A preocupação foi com a elaboração de atividades investigativas com referência à matemática pura que se enquadraria no ambiente 2 do quadro proposto por Skovsmose (2000) e apresentado no capítulo 1. Reconheço, assim, que o grupo de estudos é um suporte para que o professor avance em direção aos demais cenários propostos por esse mesmo autor. Conhecer, por exemplo, o que os alunos sabem de matemática pode ser um primeiro passo para desencadear, nos professores, o interesse em conhecer a realidade de vida daqueles para quem ensinam, pois, segundo Freire (1996, p. 155), “não há dúvida, que as condições materiais em que e sob que vivem os educandos lhes condicionam a compreensão do próprio mundo, sua capacidade de aprender, de responder aos desafios”. Talvez a inquietação com o conhecimento matemático de uma determinada turma, de uma dada escola, possa ser um ponto de partida para o professor se interessar em conhecer as condições sociais e econômicas que influenciam a aprendizagem de seus alunos.

A minha experiência como professor em um curso de matemática tem mostrado que não são raros os graduandos que chegam à universidade desconhecendo conceitos que supostamente deveriam ter sido aprendidos durante a educação básica. Pode-se pensar em inúmeras justificativas para que isso ocorra. Dentre elas, cito: professores mal qualificados, muitas vezes sem uma formação específica, salas de aula superlotadas, escolas depredadas, falta de perspectivas, ou mesmo, o desinteresse dos alunos e outros fatores. O fato é que muitos alunos terminam os Ensinos Fundamental e Médio com pouca “bagagem” de conhecimentos matemáticos. Entendo isso como uma forma de exclusão.

Entendo que um professor, acostumado ao paradigma do exercício, pode se abrir ao diálogo com seus alunos a partir de tarefas que promovam a construção de conhecimentos. Talvez, a partir daí possa inserir em suas aulas discussões que envolvam problemas sociais e políticos e que visem ao desenvolvimento da matéria em seus alunos.

A dinâmica de grupos de estudos de professores de matemática pode ser uma forma eficiente para se discutir as dificuldades relacionadas ao trabalho docente e para se buscar alternativas para o ensino e a aprendizagem dessa disciplina. Dessa forma, acredito ser possível desenvolver atividades matemáticas que não se restrinjam à matemática pura. É preciso salientar, porém, que isso demandaria maior tempo de envolvimento dos participantes no grupo, afinal, seriam necessárias leituras referentes a problemas sociais e políticos, assim como conhecer a realidade dos alunos. Logo, uma continuidade ao trabalho aqui apresentado poderia ser o desenvolvimento de atividades matemáticas que envolvessem a realidade dos alunos.

Referências

- ALARCÃO, I. *Professores Reflexivos em uma Escola Reflexiva*, 5 ed. Coleção Questões da nossa época. São Paulo, Cortez Editora, 2007 (1ª edição: maio de 2003).
- ALEVATTO, N. S. G. *Associando o Computador à Resolução de Problemas Fechados: Análise de uma Experiência*. Tese de doutorado, UNESP – Rio Claro, 2005.
- ALRØ, H. e SKOVSMOSE, O. *Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática*. Coleção Tendências em Educação Matemática. Tradução: Orlando Figueiredo. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.
- ALVES-MAZZOTTI, A. J.; GEWANDSZNADJDER, F.; *O Método nas Ciências Naturais e Sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa*. São Paulo: Pioneira, 1998.
- APPLE, M. W. *Poder, Significado e Identidade: Ensaio de Estudos Educacionais Críticos*. Coleção Currículo, Políticas e Práticas. Tradução: Ana Paula Barros & Cecília Mendes. Porto, Portugal: Porto Editora, 1999.
- ARANHA, M. L. A.; *Filosofia da Educação*, 2 ed. revista e ampliada. São Paulo: Editora Moderna, 1996.
- ARAÚJO, J. L.; BORBA, M. C. Construindo pesquisas coletivamente em educação matemática. In: BORBA, M. de C.; ARAÚJO, J. de L. *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2004. p. 47-76
- BENEDETTI, F. C. *Funções, software gráfico e coletivos pensantes*. (Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual Paulista, São Paulo, Rio Claro, 2003).
- BISPO, R.; RAMALHO, G. e HENRIQUES, N. Tarefas matemáticas e desenvolvimento do conhecimento matemático no 5º ano de escolaridade. *Revista Análise Psicológica*, 2008.

Disponível em < <http://www.scielo.oces.mctes.pt/pdf/aps/v26n1/v26n1a01.pdf> > Acesso em < 15 de janeiro de 2009 >.

BORBA, M. C. e PENTEADO, M. G. *Informática e Educação Matemática*. Coleção Tendências em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

BORBA, M. C. *A Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática*. Publicado em CD nos Anais da 27ª reunião anual da Anped, Caxambu, MG, nov. 2004. Extraído em < <http://www.rc.unesp.br/igce/pgem/home/frames/downloads/artigos/borba/minicurso-borba.doc> > Acesso em 28/08/2007.

CARDIM, V. R. C. *Saberes sobre a docência na formação inicial de professores de matemática*. Dissertação de Mestrado, Universidade São Francisco – Itatiba, 2008.

CATTAL, M. D. S. *Professores de Matemática que trabalham com projetos nas escolas: quem são eles?* Dissertação de Mestrado, UNESP – Rio Claro, 2007.

CHIZZOTTI, A. A Pesquisa Qualitativa em Ciências Humanas e Sociais: Evolução e Desafios. *Revista Portuguesa de Educação*, vol. 16, número 2, Universidade do Minho. Braga, Portugal, 2003. p. 221-236.

COSTA, N. M. L. *Funções seno e cosseno: uma seqüência de ensino a partir dos contextos do “mundo experimental” e do computador*. Dissertação de mestrado, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 1997.

DANIEL, J. *Educação e Tecnologia num Mundo Globalizado* – UNESCO, 2003.

FERREIRA, A. C. *Metacognição e desenvolvimento profissional de professores de matemática: uma experiência de trabalho colaborativo*. (Tese de Doutorado. Universidade Estadual de Campinas, 2003).

FIORENTINI, D. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In: BORBA, M. de C.; ARAÚJO, J. de L. (org.). *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2004. p. 47-76

FREIRE, P. *Pedagogia do oprimido*. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1970.

FREIRE, P. *Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa*. Coleção Leitura. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

FREITAS, M. T. M.; NACARATO, A. M.; PASSOS, C. L. B.; FIORENTINI, D; FREITAS, F. F.; ROCHA, L. P. e MISKULIN, R. G. S. O desafio de ser professor de Matemática hoje no Brasil. In: FIORENTINI, D.; Nacarato, A. M. (orgs.) *Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam matemática: investigando e teorizando a partir da prática*. São Paulo, Campinas, Musa, 2005.

GAMA, R. P.; *Desenvolvimento profissional com apoio de grupos colaborativos: o caso de professores de Matemática em início de carreira*. Tese de doutorado, UNICAMP, Campinas, 2007.

GADOTTI, M. *Perspectivas Atuais da Educação*. São Paulo em Perspectiva, 2000. Disponível em < <http://www.scielo.br/pdf/spp/v14n2/9782.pdf> >. Acesso em 06/06/2008.

GIMENES, J. *Contribuições de um Grupo de Estudos para a Formação Matemática de Professoras que Lecionam nas Séries Iniciais*. (Dissertação de Mestrado. UNESP de Rio Claro, 2006).

GIOVANI, L. M. *Do professor informante ao professor parceiro: reflexões sobre o papel da universidade para o desenvolvimento profissional de professores e as mudanças na escola*. Cad. Cedes, vol. 19, n. 44, Campinas, 1998. Extraído de < http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0101-32621998000100005 > Acesso em < 03 de agosto de 2008 >.

GOLDENBERG, M. *A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em ciências sociais*. Rio de Janeiro, Record, 1999.

GRANDO, R. C.; NACARATO, A. M.; TORICELLI, L. e TOMAZZETTO, M. Os modos matemáticos de pensar que emergem de tarefas investigativas em um contexto de formação docente. *Seminário Luso-Brasileiro, investigações matemáticas no currículo e na formação de professores*. Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, 25-26 de julho de 2005. Extraído de < <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/temporario/SEM-LB/Adair-Regina-artigo.doc> > Acesso em <13 de junho de 2008 >.

IMBERNÓN, F. *Formação Docente e Profissional: formar-se para a mudança e a incerteza*, 6 ed. São Paulo: Cortez Editora, 2006.

KARRER, M. *Logaritmos: proposta de uma seqüência de ensino utilizando a calculadora*. Dissertação de mestrado: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 1999.

KENSKI, V. M. *Tecnologias e ensino presencial e a distância*. Campinas, São Paulo: Papirus, 2003.

KENSKI, V. M. *Educação e tecnologias: o novo ritmo da informação*. Campinas, São Paulo. Papirus, 2007.

LERMAN, S. Investigações: para onde vamos? In: ABRANTES, P.; LEAL, L. C.; PONTE, J. P. da. *Investigar para Aprender Matemática*. Associação de Professores de Matemática, Portugal, 1996.

LÉVY, P. *A inteligência coletiva: por uma antropologia do ciberespaço*. São Paulo: Edições Loyola, 1998.

LINS, R. C. Matemática, Monstros, Significados e Educação Matemática. In: BICUDO, M. A. V.; BORGIA, M. C. *Educação Matemática: pesquisa em movimento*. São Paulo: Cortez Editora, 2004.

LÜDKE, M. O Professor e sua formação para a pesquisa. *Ecos – Revista Científica*. São Paulo, v.7, n.2. p. 333-349, jul./dez., 2005.

MURPHY, C. U.; LICK, D. W. *Whole faculty study groups: a powerful way to change schools and enhance learning*. California: Corwin Press, Inc., 1998.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. *Pesquisa em Educação Matemática: concepções & perspectivas*. São Paulo, Editora UNESP, 1999.

PALANGANA, I. C. *Desenvolvimento e aprendizagem em Piaget e Vygotsky: a relevância do social*. 3 ed. São Paulo: Summus, 2001. (1ed. 1998).

PARRIS, R. *Softwares Peanut: Winplot*. Disponível em: < <http://math.exeter.edu/rparris/winplot.html> > Acesso em 02 de fevereiro de 2007.

PENTEADO, M. G. *O computador na perspectiva do desenvolvimento profissional do professor*. Tese de doutorado, UNICAMP – Faculdade de Educação, 1997.

PENTEADO, M. G. Redes de trabalho: expansão das possibilidades da informática na educação matemática da Escola Básica. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. de C. *Educação Matemática: pesquisa em movimento*. São Paulo, Cortez, 2004.

PENTEADO, M. G.; SKOVSMOSE, O. Riscos trazem possibilidades. In: SKOVSMOSE, O. *Desafios da reflexão em educação matemática crítica*. Tradução: Orlando de Andrade Figueiredo, Jonei Cerqueira Barbosa. Campinas, SP: Papyrus, 2008.

PEREZ, G. Prática reflexiva do professor de matemática. In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. de C. *Educação Matemática: pesquisa em movimento*. São Paulo: Cortez, 2004.

POLETTINI, A. F. F. Análise das experiências vividas determinando o desenvolvimento profissional do professor de Matemática. In: BICUDO, M. A. V. *Pesquisa em educação matemática: concepções & perspectivas*. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

PONTE, J. P. *Perspectivas do desenvolvimento profissional de professores de Matemática*. Universidade de Lisboa. Extraído de < [http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/95-Ponte\(Luso\).rtf](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/95-Ponte(Luso).rtf) > Acesso em < 05 de agosto de 2008 >.

PONTE, J. P. *Investigar, ensinar e aprender*. Faculdade de Ciências, Universidade de Lisboa, 2003. Extraído de < [http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/03-Ponte\(Profmat\).pdf](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/03-Ponte(Profmat).pdf) > Acesso em < 13 de junho de 2008 >.

PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. In: GTI (Ed.). *O professor e o desenvolvimento curricular*. Lisboa: APM, 2005, p.11-34. Extraído em < http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/fdm/textos/Ponte%2005_GTI-tarefas-gestao2.pdf >. Acesso em < 14 de janeiro de 2009 >.

PONTE, J. P.; BROCADO, J. ; OLIVEIRA, H. *Investigações matemáticas na sala de aula*. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

POWELL, A. & BAIRRAL, M. *A escrita e o pensamento matemático: interações e potencialidades*. São Paulo: Papyrus, 2006.

SANTOS, E. P. *Função afim $y=ax+b$: a articulação entre os registros gráfico e algébrico com o auxílio de um software educativo*. (Dissertação de Mestrado, PUC. São Paulo, 2002).

SARAIVA, M.; PONTE, J. P. O trabalho colaborativo e o desenvolvimento profissional do professor de Matemática. *Revista Quadrante*, 12(2), 25-52. Extraído de < [http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/03-Saraiva-Ponte\(Quadrante\).doc](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/03-Saraiva-Ponte(Quadrante).doc) > Acesso em < 1º de agosto de 2008>.

SILVA, C. R. *Explorando equações cartesianas e paramétricas em um ambiente informático*. (Dissertação de Mestrado, PUC, São Paulo, 2006).

SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. *Boletim de Educação Matemática*. São Paulo: UNESP, Rio Claro, 2000.

SKOVSMOSE, O. *Educação matemática crítica: a questão da democracia*. Campinas, Papirus, 2001.

VALENTE, J. A. *Por que o computador na educação?* Extraído de < <http://www.nied.unicamp.br/publicacoes/separatas/Sep2.pdf> > Acesso em < 20 de agosto de 2007 >.

VIOLA DOS SANTOS, J. R. *O que alunos da educação básica mostram saber por meio da produção escrita em Matemática*. (Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2007).

ANEXOS

Entrevista individual

Por qual nome gostaria de ser chamado, caso seja preciso referir-se a você no texto da dissertação?

Quantos anos você tem?

Você utiliza computador? Se sim, com qual finalidade? Se não, por quê?

Acha importante para sua vida pessoal? Se sim, por quê? Se não, por quê?

Acha importante para seu trabalho? Se sim, por quê? Se não, por quê?

Por que escolheu fazer o curso de Licenciatura em Matemática? O curso é o que você esperava? Gosta de Matemática? E de ser professor de Matemática?

Você tem experiência com ensino? Quantos anos? Em que série já ensinou? Que escolas (pública, particular)?

Em que aspectos você acha que o computador pode contribuir para o trabalho do professor de matemática? Em que aspectos você acha que ele pode dificultar?

Em que contribuiu para você a participação no grupo de estudos? O que você aprendeu? O que foi difícil? Além do que foi para você como é que você vê essa proposta de trabalho em grupo para professores de matemática em geral? Você consegue prever alguma dificuldade? E potencialidades deste trabalho para professores de matemática em geral?

O que você achou de elaborar atividades com o uso de softwares? Indique aspectos negativos e positivos.

Se lhe pedissem ajuda, o que você aconselharia para a reflexão de um professor, ou um grupo de professores, na hora de fazer o planejamento de aulas de Matemática com o software Winplot? Se alguém lhe perguntasse como acomodar os alunos em uma aula de Matemática, desenvolvida no laboratório de informática, o que você diria? Você aconselharia um professor de Matemática a ministrar aulas no laboratório de informática? Por quê?

Observação

Os roteiros de atividades, elaborados pelo grupo de estudos, que constam nos anexos deste trabalho, contém vários erros tais como: pedir para se construir um determinado ponto ao invés de pedir para se representar um determinado ponto; afirmar que uma dada reta intercepta algum dos eixos ao invés de afirmar que a reta intersecta o eixo; pedir para construir uma determinada função ao invés de pedir para construir o gráfico de determinada função e outros mais.

Esses roteiros representam a produção do grupo e não houve tempo suficiente para a correção de todos eles. Sendo assim, chamamos a atenção para que não sejam aplicados em sala de aula sem uma adequação na linguagem e uma revisão minuciosa dos conceitos matemáticos envolvidos.

Atividades para familiarização com o software Winplot

Grupo de estudos sobre:

A utilização do computador no estudo de funções matemáticas

- 1) Experimente as cores de fundo do software.
Procedimentos: Janela / 2-dim / Outros / Cores / Fundo
- 2) Agora experimente outras funções do programa. Lembre-se que é preciso seguir os procedimentos básicos: Janela / 2-dim ...
- 3) Biblioteca.
Acesse a biblioteca e conheça como se escreve as funções no Winplot.
Procedimentos: Janela / 2-dim / Equação / Biblioteca
Agora construa o gráfico de $y = \log_2 x$.
Procedimentos: Janela / 2-dim / Equação / Explícita (escreva a função)
- 4) Construir ponto.
Procedimentos: (Janela / 2-dim) / Equação / Ponto / (x,y)
Tarefa: Construa o ponto $(-\pi, \sqrt{3})$
Construa pontos de cores diferentes um no 1º Quadrante, outro no 2º Quadrante, outro no 3º Quadrante e outro no 4º Quadrante. Quais as condições para que um ponto pertença ao 1º Quadrante? E ao 2º? E ao 3º? E ao 4º?
- 5) Ligue os pontos que você construiu na tarefa anterior com alguns segmentos formando um quadrilátero.
- 6) Faça a animação do ponto $(a, a^2 + 2a - 1)$.
Procedimentos: (Janela / 2-dim) / Equação / Ponto / (x,y) e escreva o ponto acima.
Siga em Anim / Individuais / A.
Digite -3 e selecione Def L (Mínimo à esquerda).
Digite 1 e selecione Def R (Máximo à direita).
- 7) Invente um ponto genérico qualquer e faça a animação dele conforme os procedimentos da tarefa anterior.

8) Construa a família do ponto da tarefa anterior.

Procedimentos: (Janela / 2-dim) / Equação / Ponto / (x,y) e escreva o ponto.

No inventário selecione: família / parâmetro A / mínimo -3 / máximo 1 / passos 100 / olhar / atraso 150 / definir.

Pergunta: Que tipo de função é definida pelos pontos da tarefa 3) e 4)? Por quê?

9) Construir segmento.

Procedimentos: (Janela / 2-dim) / Equação / Segmento / (x,y)

Tarefa: Construa o segmento AB, onde $A(-\pi, \sqrt{3})$ e $B(7, -5)$

10) Construa um triângulo equilátero de área igual a $25\sqrt{3}$ u.a. Após construir o triângulo, utilize recursos do Winplot para colori-lo.

11) Construa um rostinho, como o desenhado a seguir, e faça a animação da boca e das sobrancelhas dele.



Perguntas: O que você achou das atividades? Você aplicaria alguma delas em sala de aula? Por quê?

Referências:

BARUFI, M. C. B. e LAURO, M. M. *Funções elementares, equações e inequações: uma abordagem utilizando microcomputador*. CAEM – IME / USP. Série Ensino Médio, vol. 1. Imprensa Oficial, São Paulo.

JESUS, A. R.; SOARES, E. P. *Gráficos animados no Winplot*. Revista do Professor de Matemática, v. 56, p.34-44, 2005.

Vasconcelos, E. S. *Explorando o Winplot*. Série Software Matemáticos. Vol. 1.

Primeiro roteiro

Observações:

Use cores diferentes para cada ponto ou gráfico construído.

Faça com que a equação correspondente ao ponto ou gráfico construído apareça na tela.

Objetivos:

- Entender como se utiliza o software Winplot.
- Explicar a localização de um ponto no plano cartesiano.
- Reconhecer o que é uma função constante.

Tarefas:

- Experimente as cores de fundo do software.

Procedimentos: Janela / 2-dim / Outros / Cores / Fundo

- 2) Agora experimente outras funções do programa. Lembre-se que é preciso seguir os procedimentos básicos: Janela / 2-dim ...

- 3) Biblioteca.

Acesse a biblioteca e conheça como se escreve as funções no Winplot.

Procedimentos: (Janela / 2-dim) / Equação / Biblioteca

- 4) Construa o ponto (3, 5).

Procedimentos: (Janela / 2-dim) / Equação / Ponto / (x,y)

Em qual quadrante está o ponto (3, 5)?

Limpe a tela.

- 5) Agora construa os pontos:

(1, 1); (4, -3); (5, 1); (-3, 4); (-6, -3); (7, 3);

(-4, -2); (-7, 2); (3, -5); (6, -2); (-2, -1) e (-1, 5).

Qual destes pontos está no primeiro quadrante? Qual deles está no segundo quadrante? Qual deles está no terceiro quadrante? Qual deles está no quarto quadrante?

Limpe a tela.

- 6) Construa um ponto qualquer no segundo quadrante.

O que vocês fizeram para construir um ponto no segundo quadrante? O que caracteriza um ponto pertencente ao segundo quadrante?

- 7) Construa um ponto qualquer no terceiro quadrante.

O que vocês fizeram para construir um ponto no terceiro quadrante? O que caracteriza um ponto pertencente ao terceiro quadrante?

- 8) Construa um ponto qualquer no quarto quadrante.

O que vocês fizeram para construir um ponto no quarto quadrante? O que caracteriza um ponto pertencente ao terceiro quadrante?

- 9) É possível construir um ponto sobre o eixo x? Se for possível construa um ponto qualquer sobre este eixo. Explique como você fez.

- 10) É possível construir um ponto sobre o eixo y? Se for possível construa um ponto qualquer sobre este eixo. Explique como você fez.

- 11) Construa, no mesmo plano cartesiano, o gráfico das seguintes funções:

a) $y = 2$	d) $y = -2$
------------	-------------

b) $y = 3$	e) $y = \sqrt[3]{10}$
c) $y = \sqrt{2}$	f) $y = \frac{3}{14}$

O que os gráficos destas funções têm em comum?

Primeiro roteiro – tarefa extra

- 1) Construa a família do ponto genérico $(a, a + 1)$.

Procedimentos: (Janela / 2-dim) / Equação / Ponto / (x,y) / tamanho do ponto: 3 / selecione: sólido / cor : azul / ok

Abra o inventário (ctrl + i) / selecione família / parâmetro: a / mínimo: -4 / máximo: 3 / passos: 50 / selecione olhar / atraso: 100 / definir

- 2) Invente um ponto genérico qualquer e construa a família do ponto que você inventou.

Primeiro roteiro reformulado

Observações:

Cada aluno desenvolverá uma das atividades no computador.

Use cores diferentes para cada ponto ou gráfico construído.

Façam com que a equação correspondente ao ponto ou gráfico construído apareça na tela.

Objetivos:

- Entender como se utiliza o software Winplot.
- Entender e explicar o que é um par ordenado.
- Entender e explicar a localização de um ponto nos 1º, 2º, 3º e 4º quadrantes.
- Entender e explicar como se constrói um ponto sobre o eixo x.
- Entender e explicar como se constrói um ponto sobre o eixo y.
- Compartilhar e discutir as observações, idéias e conclusões.

- 1) Experimente as cores de fundo do software.

Procedimentos: Janela / 2-dim / Outros / Cores / Fundo

- 2) Agora o outro aluno, seguirá os procedimentos da tarefa anterior, e, escolherá outra cor de fundo.

- 3) Agora experimente outras funções do programa. Lembre-se que é preciso seguir os procedimentos básicos: Janela / 2-dim ...

- 4) Biblioteca.

Acesse a biblioteca e conheça como se escreve as funções no Winplot.

Procedimentos: (Janela / 2-dim) / Equação / Biblioteca

- 5) Construa o ponto (3, 5).

Procedimentos: (Janela / 2-dim) / Equação / Ponto / (x,y) / selecione tamanho do ponto: 3 / sólido / âncora / cor: da sua escolha / ok

Em qual quadrante está o ponto (3, 5)?

Limpe a tela.

- 6) Agora construa os pontos:
 (1, 1); (4, -3); (5, 1); (-3, 4); (-6, -3); (7, 3);
 (-4, -2); (-7, 2); (3, -5); (6, -2); (-2, -1) e (-1, 5).
 Qual destes pontos está no primeiro quadrante? Qual deles está no segundo quadrante? Qual deles está no terceiro quadrante? Qual deles está no quarto quadrante?

Limpe a tela.

- 7) Um ponto qualquer do plano cartesiano é chamado de par ordenado. O que isso quer dizer? Os pontos (1, 2) e (2, 1) são o mesmo ponto?

Construa estes pontos no Winplot e verifique se sua conclusão corresponde à construção realizada pelo programa.

- 8) Construa um ponto qualquer no segundo quadrante.
 O que vocês fizeram para construir um ponto no segundo quadrante? O que caracteriza um ponto pertencente ao segundo quadrante?

- 9) Construa um ponto qualquer no terceiro quadrante.
 O que vocês fizeram para construir um ponto no terceiro quadrante? O que caracteriza um ponto pertencente ao terceiro quadrante?

- 10) Construa um ponto qualquer no quarto quadrante.
 O que vocês fizeram para construir um ponto no quarto quadrante? O que caracteriza um ponto pertencente ao quarto quadrante?

- 11) É possível construir um ponto sobre o eixo x? Se for possível construa um ponto qualquer sobre este eixo. Explique como você fez.

- 12) É possível construir um ponto sobre o eixo y? Se for possível construa um ponto qualquer sobre este eixo. Explique como você fez.

- 13) Como se constrói um ponto na interseção dos eixos x e y? Faça a construção e dê as coordenadas deste ponto.

A este ponto, que você construiu, dá-se o nome de origem do Plano Cartesiano.

- 14) Construa as famílias dos pontos genéricos: $(4, a)$ e $(b, 1)$.

Para construir a família do ponto $(4, a)$ siga os procedimentos abaixo.

Procedimentos: (Janela / 2-dim) / Equação / Ponto / (x, y) : $x=4$ e $y=a$ / tamanho do ponto: 3 / sólido / cor: amarelo / ok / ctrl + i / família / a / mínimo: 0 / máximo: 1 / passos: 10 / selecione: olhar / atraso: 150 / definir.

Para construir a família do ponto $(b, 1)$ siga os procedimentos abaixo.

Procedimentos: (Janela / 2-dim) / Equação / Ponto / (x, y) : $x=b$ e $y=1$ / tamanho do ponto: 3 / sólido / cor: rosa / ok / ctrl + i / família / a / mínimo: 0 / máximo: 4 / passos: 20 / selecione: olhar / atraso: 150 / definir.

As famílias, destes dois pontos, se encontram em que ponto?

Segundo roteiro

Observações:

Use cores diferentes para cada gráfico construído.

Faça com que a equação correspondente ao ponto ou gráfico construído apareça na tela.

Objetivos:

- Entender que o coeficiente a da função $y = ax$ determina a inclinação do gráfico da função.
- Entender que quando o coeficiente a de funções do tipo $y = ax$ é igual a zero tem-se uma função constante.

Tarefas:

- 1) Construa em um mesmo plano cartesiano os gráficos de:

Procedimentos: Janela / 2-dim / Equação / Explícita / Na janela que for aberta escrever a função desejada.

Após construir cada gráfico, selecione a equação em inventário para que apareça o nome de cada gráfico na tela.

a) $y = 0,04x$	e) $y = \sqrt{3}x$
b) $y = 0,1x$	f) $y = 2,3x$
c) $y = 0,5x$	g) $y = 10x$
d) $y = x$	h) $y = 45x$

Esses gráficos são de funções do tipo $y = ax$, com $a > 0$. Você pode perceber que os valores do coeficiente a das funções acima estão aumentando.

O que acontece com o gráfico de funções do tipo $y = ax$, com $a > 0$, quando aumentamos o valor de a ?

O que acontece com o gráfico de funções do tipo $y = ax$, com $a > 0$, quando o valor de a se aproxima de zero?

Limpe a tela

2) Construa em um mesmo plano cartesiano os gráficos de:

Não esqueça de selecionar a equação em inventário para que apareça o nome de cada gráfico na tela.

a) $y = -0,04x$	e) $y = -\sqrt{7}x$
b) $y = -0,2x$	f) $y = -9x$
c) $y = -x$	g) $y = -16x$
d) $y = -\frac{5}{2}x$	h) $y = -34x$

Esses gráficos também são de funções do tipo $y = ax$. Você pode perceber que os valores do coeficiente a das funções acima são negativos e estão diminuindo.

O que acontece com o gráfico de funções do tipo $y = ax$, $a < 0$, quando diminuimos o valor de a ?

O que acontece com o gráfico de funções do tipo $y = ax$, $a < 0$, quando o valor de a , de valores negativos, se aproxima de zero?

3) Construa a família da função $y = ax$ com uma variação do coeficiente a de 0,03 a 45.

Procedimentos: (Janela / 2-dim) / Equação / Explícita / Na janela que for aberta escrever a função $y = ax$. / No inventário (Ctrl + i) selecione família / parâmetro A / mínimo 0,03 / máximo 45 / passos 100 / selecione olhar / atraso 150 / definir

4) Sem apagar a atividade 3) construa a família da função $y = hx$ com uma variação do coeficiente h de -45 a $-0,03$.

A construção feita com o Winplot, das atividades 3) e 4) ajudaram a confirmar as conclusões feitas nas atividades 1) e 2)? Por quê?

5) Construa em um mesmo plano cartesiano os gráficos de:

Não esqueça de selecionar a equação em inventário para que apareça o nome de cada gráfico na tela.

a) $y = 0x$	e) $y = 0x - 1$
b) $y = 0x + 1$	f) $y = 0x - 2$
c) $y = 0x + 2$	g) $y = 0x - 3$
d) $y = 0x + 5$	h) $y = 0x - 4$

Esses gráficos também são de funções do tipo $y = ax + b$, em que $a = 0$.

O que é possível concluir após a construção destes gráficos?

Em que ponto a função $y = 0x + \sqrt{3}$ intercepta o eixo y ? Por quê?

As funções $y = 0x + 1$ e $y = 1$ tem gráficos iguais? Por quê?

Segundo roteiro reformulado

Observações:

Cada aluno desenvolverá uma das atividades no computador.

Use cores diferentes para cada gráfico construído.

Faça com que a equação correspondente ao ponto ou gráfico construído apareça na tela.

Objetivos:

- Entender que o coeficiente a da função $y = ax$ determina a inclinação do gráfico da função.
- Entender o que acontece quando aumentamos ou diminuímos o coeficiente a de funções do tipo $y = ax$.
- Compartilhar e discutir as observações, idéias e conclusões.

Tarefas:

- Construa em um mesmo plano cartesiano os gráficos de:

Procedimentos: Janela / 2-dim / Equação / Explícita / Na janela que for aberta escrever a função desejada.

Após construir cada gráfico, selecione a equação em inventário para que apareça o nome de cada gráfico na tela.

a) $y = 0,04x$	e) $y = \sqrt{3}x$
b) $y = 0,1x$	f) $y = 2,3x$
c) $y = 0,5x$	g) $y = 10x$
d) $y = x$	h) $y = 45x$

Esses gráficos são de funções do tipo $y = ax$, com $a > 0$. Você pode perceber que os valores do coeficiente a das funções acima estão aumentando.

O que acontece com o gráfico de funções do tipo $y = ax$, com $a > 0$, quando aumentamos o valor de a ?

O que acontece com o gráfico de funções do tipo $y = ax$, com $a > 0$, quando o valor de a se aproxima de zero?

Limpe a tela

- Quem representa o menor número 0,01 ou 50? Explique:

- Quem representa o menor número $-0,01$ ou -50 ? Explique:

- Construa em um mesmo plano cartesiano os gráficos de:

Não esqueça de selecionar a equação em inventário para que apareça o nome de cada gráfico na tela.

a) $y = -0,04x$	e) $y = -\sqrt{7}x$
b) $y = -0,2x$	f) $y = -9x$
c) $y = -x$	g) $y = -16x$

d) $y = -\frac{5}{2}x$	h) $y = -34x$
------------------------	---------------

Esses gráficos também são de funções do tipo $y = ax$. Você pode perceber que os valores do coeficiente a das funções acima são negativos e estão diminuindo.

O que acontece com o gráfico de funções do tipo $y = ax$, $a < 0$, quando diminuimos o valor de a ?

O que acontece com o gráfico de funções do tipo $y = ax$, $a < 0$, quando o valor de a , de valores negativos, se aproxima de zero?

5) Construa em um mesmo plano cartesiano os gráficos de:

Não esqueça de selecionar a equação em inventário para que apareça o nome de cada gráfico na tela.

a) $y = 0x$	e) $y = 0x - 1$
b) $y = 0x + 1$	f) $y = 0x - 2$
c) $y = 0x + 2$	g) $y = 0x - 3$
d) $y = 0x + 5$	h) $y = 0x - 4$

Esses gráficos também são de funções do tipo $y = ax + b$, em que $a = 0$.

O que é possível concluir após a construção destes gráficos?

Em que ponto a função $y = 0x + \sqrt{3}$ intercepta o eixo y ? Por quê?

As funções $y = 0x + 1$ e $y = 1$ tem gráficos iguais? Por quê?

6) Construa a família da função $y = ax$ com uma variação do coeficiente a de 0,03 a 45.

Procedimentos: (Janela / 2-dim) / Equação / Explícita / Na janela que for aberta escrever a função $y = ax$. / No inventário (Ctrl + i) selecione família / parâmetro A / mínimo 0,03 / máximo 45 / passos 100 / selecione olhar / atraso 150 / definir

7) Sem apagar a atividade 3) construa a família da função $y = hx$ com uma variação do coeficiente h de -45 a $-0,03$.

A construção feita com o Winplot, das atividades 3) e 4) ajudaram a confirmar as conclusões feitas nas atividades 1) e 2)? Por quê?

Explique o que faz o comando “família” no Winplot.

Terceiro roteiro

Observações:

Use cores diferentes para cada gráfico construído.

Faça com que a equação correspondente ao ponto ou gráfico construído apareça na tela.

Objetivos:

- Perceber que o coeficiente b da função $y = ax + b$ intercepta o eixo y .
- Entender que o gráfico da função $y = ax + b$ intercepta o eixo y quando o valor de x é zero.
- Perceber que ao somar uma unidade da função $y = ax + b$ ela translada uma unidade para cima, ou seja, sobe uma unidade.
- Perceber que ao diminuir uma unidade da função $y = ax + b$ ela translada uma unidade para baixo, ou seja, desce uma unidade.

Tarefas:

- Construa em um mesmo plano cartesiano os gráficos de:

Procedimentos: Janela / 2-dim / Equação / Explícita / Na janela que for aberta escrever a função desejada.

Após construir cada gráfico, selecione a equação em inventário para que apareça o nome de cada gráfico na tela.

a) $y = 2x$	f) $y = 2x - 1$
b) $y = 2x + 1$	g) $y = 2x - 2$
c) $y = 2x + 2$	h) $y = 2x - 3$
d) $y = 2x + 3$	i) $y = 2x - 4$
e) $y = 2x + 4$	

Esses gráficos são de funções do tipo $y = ax + b$.

Em que valor, cada uma das retas que você construiu, intercepta o eixo y ?

Você consegue fazer alguma relação entre os valores em que a reta intercepta o eixo y e a equação da reta?

Qual o valor de x para que o gráfico de cada uma das funções, que você construiu, intercepte o eixo y ?

Limpe a tela

- Construa a família da função $y = 2x + b$ com uma variação do coeficiente b de -4 a 4.

Procedimentos: (Janela / 2-dim) / Equação / Explícita / Na janela que for aberta escrever a função $y = 2x + b$. / No inventário (Ctrl + i) selecione família / parâmetro b / mínimo -4 / máximo 4 / passos 20 / selecione olhar / atraso 150 / definir.

A construção feita com o Winplot, na atividade 2) ajudaram a confirmar as conclusões feitas na atividade 1) ? Por quê?

- 3) Construa o gráfico, de uma função do tipo $y = ax + b$, que intercepte o eixo y em 5. Escreva a equação da função que você escreveu.
-
-

Terceiro roteiro reformulado

Observações:

Cada aluno desenvolverá uma das atividades no computador.

Use cores diferentes para cada gráfico construído.

Faça com que a equação correspondente ao ponto ou gráfico construído apareça na tela.

Objetivos:

- Perceber que o coeficiente b da função $y = ax + b$ intercepta o eixo y .
- Entender que o gráfico da função $y = ax + b$ intercepta o eixo y quando o valor de x é zero.
- Perceber que ao somar uma unidade da função $y = ax + b$ ela translada uma unidade para cima, ou seja, sobe uma unidade.
- Perceber que ao diminuir uma unidade da função $y = ax + b$ ela translada uma unidade para baixo, ou seja, desce uma unidade.
- Compartilhar e discutir as observações, idéias e conclusões.

Tarefas:

- 1) Construa em um mesmo plano cartesiano os gráficos de:

Procedimentos: Janela / 2-dim / Equação / Explícita / Na janela que for aberta escrever a função desejada.

Após construir cada gráfico, selecione a equação em inventário para que apareça na tela a representação algébrica de cada função.

a) $y = 2x$, $b = 0$	f) $y = 2x - 1$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$
b) $y = 2x + 1$, $b = 1$	g) $y = 2x - 2$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$
c) $y = 2x + 2$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$	h) $y = 2x - 3$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$
d) $y = 2x + 3$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$	i) $y = 2x - 4$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$
e) $y = 2x + 4$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$	

Esses gráficos são de funções do tipo $y = ax + b$.

Em que valor, cada uma das retas que você construiu, intercepta o eixo y ?

Você consegue fazer alguma relação entre os valores em que a reta intercepta o eixo y e a equação da reta?

Qual o valor da coordenada x , nos pontos de interseção entre os gráficos que você construiu, e o eixo y ?

Limpe a tela

- 2) Construa os gráficos das funções $y = -3x + 1$ e $y = 5x + 1$.

Estas funções se interceptam em que ponto? Por que isto acontece? O ponto em que estas funções se interceptam tem alguma relação com a tarefa anterior? Explique.

3) Preencha a tabela da função do tipo $y = ax + b$.

x	$y = 5x + 3$	y
-3	$y = 5(-3) + 3$	-12
-2	$y = 5(\quad) + 3$	
-1	$y = 5(\quad) + 3$	
0	$y = 5(\quad) + 3$	
1	$y = 5(\quad) + 3$	
2	$y = 5(\quad) + 3$	
3	$y = 5(\quad) + 3$	

Quais os valores, de cada uma das expressões da segunda coluna, permaneceram iguais, ou seja, constantes?

Entre os valores a , x , b , y quais são variáveis e quais são constantes? Explique.

Qual a relação de dependência entre x e y ? Explique.

4) Construa a família da função $y = 2x + b$ com uma variação do coeficiente b de -4 a 4.

Procedimentos: (Janela / 2-dim) / Equação / Explícita / Na janela que for aberta escrever a função $y = 2x + b$. / No inventário (Ctrl + i) selecione família / parâmetro b / mínimo -4 / máximo 4 / passos 20 / selecione olhar / atraso 150 / definir.

A construção feita com o Winplot, na atividade 2) ajudaram a confirmar as conclusões feitas na atividade 1) ? Por quê?

5) Construa o gráfico, de uma função do tipo $y = ax + b$, que intercepte o eixo y em 5. Escreva a equação da função que você inventou.

Quarto roteiro

Observações:

Cada aluno desenvolverá uma das atividades no computador.

Use cores diferentes para cada gráfico construído.

Faça com que a equação correspondente ao ponto ou gráfico construído apareça na tela.

Objetivos:

- Perceber que a função $y = ax^2 + bx + c$, tem concavidade voltada para cima quando seu coeficiente a assume valores positivos e tem concavidade voltada para baixo quando o coeficiente a assume valores negativos.
- Entender que quando se aumenta o coeficiente a , da função $y = ax^2 + bx + c$, para $a > 0$, o gráfico se afunila.
- Entender que quando se diminui o coeficiente a , da função $y = ax^2 + bx + c$, para $a < 0$, o gráfico se afunila.
- Entender que quando o coeficiente a , da função $y = ax^2 + bx + c$, se aproxima de zero, o gráfico da função se abre aproximando-se do eixo x .
- Compartilhar e discutir as observações, idéias e conclusões.

Tarefas:

- Construa em um mesmo plano cartesiano os gráficos de:
 Procedimentos: Janela / 2-dim / Equação / Explícita / Na janela que for aberta escrever a função desejada.
 Após construir cada gráfico, selecione a equação em inventário para que apareça o nome de cada gráfico na tela.

a) $y = x^2$, $a = 1$	e) $y = 12x^2$, $a = \underline{\hspace{2cm}}$
b) $y = 2x^2$, $a = 2$	f) $y = 37x^2$, $a = \underline{\hspace{2cm}}$
c) $y = 3x^2$, $a = 3$	g) $y = 0,1x^2$, $a = \underline{\hspace{2cm}}$
d) $y = 5x^2$, $a = \underline{\hspace{2cm}}$	h) $y = 0,01x^2$, $a = \underline{\hspace{2cm}}$
e) $y = 8x^2$, $a = \underline{\hspace{2cm}}$	i) $y = 0,001x^2$, $a = \underline{\hspace{2cm}}$

Esses gráficos são de funções do tipo $y = ax^2 + bx + c$, em que os coeficientes b e c são iguais a zero.

A medida que se aumenta o coeficiente a o que vocês observaram? E quando o coeficiente a se aproxima de zero o que acontece?

Limpe a tela

- Construa em um mesmo plano cartesiano os gráficos de:
 Após construir cada gráfico, selecione a equação em inventário para que apareça o nome de cada gráfico na tela.

a) $y = -0,001x^2$, $a = \underline{\hspace{2cm}}$	e) $y = -3x^2$, $a = \underline{\hspace{2cm}}$
b) $y = -0,01x^2$, $a = \underline{\hspace{2cm}}$	f) $y = -10x^2$, $a = \underline{\hspace{2cm}}$
c) $y = -0,1x^2$, $a = \underline{\hspace{2cm}}$	g) $y = -17x^2$, $a = \underline{\hspace{2cm}}$
d) $y = -x^2$, $a = \underline{\hspace{2cm}}$	h) $y = -25x^2$, $a = \underline{\hspace{2cm}}$

É possível perceber que, nestas funções, $a < 0$.

O que acontece com o gráfico destas funções quando o valor do coeficiente a se aproxima de zero? E quando o valor do coeficiente a diminui?

Limpe a tela

- Construa a família da função $y = ax^2$, com uma variação do coeficiente a de -5 a 5.

Procedimentos: (Janela / 2-dim) / Equação / Explícita / Na janela que for aberta escrever a função $y = ax^2$. / No inventário (Ctrl + i) selecione família / parâmetro a / mínimo -5 / máximo 5 / passos 20 / selecione olhar / atraso 150 / definir.

O que acontece com o gráfico da função quando se muda o coeficiente a , de valores positivos para valores negativos?

4) Construa as funções $y = x^2 + 2x - 1$ e $y = 8x^2 + 2x - 1$.

Procedimentos (para completar esta tabela): Após construir os gráficos / Um / Traço / Na janela que abrir selecione a função desejada / digite um valor para x / Digite Enter. Pronto, o Winplot fornecerá o valor correspondente de y , ou seja, a imagem do x que você digitou para a função selecionada.

x	$y = x^2 + 2x - 1$	$y = 8x^2 + 2x - 1$
1	2	9
2		
3		
8		
23		
95		

Em qual das duas funções, $y = x^2 + 2x - 1$ e $y = 8x^2 + 2x - 1$, o valor de y é maior? Por quê?

Quinto roteiro

Observações:

Cada aluno desenvolverá uma das atividades no computador.

Use cores diferentes para cada gráfico construído.

Faça com que a equação correspondente ao ponto ou gráfico construído apareça na tela.

Objetivos:

- Estudar o comportamento do gráfico de uma função quadrática quando se varia o coeficiente b de funções do tipo $y = x^2 + bx - 1$.
- Estudar o comportamento do vértice da função $y = x^2 + bx - 1$ a partir de uma variação do coeficiente b .
- Compartilhar e discutir as observações, idéias e conclusões.

Tarefas:

- Construa em um mesmo plano cartesiano os gráficos de:

Procedimentos: Janela / 2-dim / Equação / Explícita / Na janela que for aberta escrever a função desejada.

Após construir cada gráfico, selecione a equação em inventário para que apareça o nome de cada gráfico na tela.

a) $y = x^2 - 6x + 1$, $b = -6$	e) $y = x^2 + 3x + 1$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$
----------------------------------	--

b) $y = x^2 + 6x + 1$, $b = 6$	f) $y = x^2 - 2x + 1$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$
c) $y = x^2 - 5x + 1$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$	g) $y = x^2 + 2x + 1$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$
d) $y = x^2 + 5x + 1$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$	h) $y = x^2 - x + 1$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$
e) $y = x^2 - 3x + 1$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$	i) $y = x^2 + x + 1$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$

O que é possível concluir após fazer estas variações do coeficiente b ?

Por que todos os gráficos construídos interceptam o eixo y em 1?

Limpe a tela

2) Encontre o vértice da função $y = x^2 + bx + 1$. O vértice de uma função é dado por (x_v, y_v)

$$\text{em que } x_v = \frac{-b}{2a} \text{ e } y_v = \frac{-\Delta}{4a}.$$

$$x_v = \underline{\hspace{2cm}} \text{ e } y_v = \underline{\hspace{2cm}}.$$

O vértice encontrado é um vértice genérico, ou seja, ele está em função de b .

Utilizando o Winplot, construa a família do vértice encontrado.

Procedimentos: (Janela / 2-dim) / Equação / Ponto / (x, y) : x = resultado encontrado e y = resultado encontrado / tamanho do ponto: 3 / sólido / cor: amarelo / ok / ctrl + i / família / b / mínimo: -4 / máximo: 4 / passos: 20 / selecione: olhar / atraso: 150 / definir.

Qual é o comportamento deste vértice?

Sem limpar a tela construa a família do gráfico de $y = x^2 + bx + 1$.

Procedimentos: (Janela / 2-dim) / Equação / Explícita / Na janela que for aberta escrever a função $y = x^2 + bx + 1$. / No inventário (Ctrl + i) selecione família / parâmetro b / mínimo -4 / máximo 4 / passos 20 / selecione olhar / atraso 150 / definir.

O que é possível dizer sobre o comportamento do gráfico da função $y = x^2 + bx + 1$ quando se varia o coeficiente b ?

Sexto roteiro

Observações:

Cada aluno desenvolverá uma das atividades no computador.

Use cores diferentes para cada gráfico construído.

Faça com que a equação correspondente ao ponto ou gráfico construído apareça na tela.

Objetivos:

a) Estudar o comportamento do gráfico de uma função quadrática quando se varia o coeficiente c de funções do tipo $y = ax^2 + bx + c$.

- b) Construir gráficos de funções quadráticas que interceptem o eixo y em um ponto previamente dado.
 c) Compartilhar e discutir as observações, idéias e conclusões.

Tarefas:

- 1) Construa em um mesmo plano cartesiano os gráficos de:

Procedimentos: Janela / 2-dim / Equação / Explícita / Na janela que for aberta escrever a função desejada.

Após construir cada gráfico, selecione a equação em inventário para que apareça o nome de cada gráfico na tela.

a) $y = x^2 + x - 3$, $c = -3$	f) $y = x^2 + x + 1$, $c = \underline{\hspace{2cm}}$
b) $y = x^2 + x - 2$, $c = \underline{\hspace{2cm}}$	g) $y = x^2 + x$, $c = \underline{\hspace{2cm}}$
c) $y = x^2 + x - 1$, $c = \underline{\hspace{2cm}}$	h) $y = x^2 + x - 4$, $c = \underline{\hspace{2cm}}$
d) $y = x^2 + x + 3$, $c = \underline{\hspace{2cm}}$	i) $y = x^2 + x + 4$, $c = \underline{\hspace{2cm}}$
e) $y = x^2 + x + 2$, $c = \underline{\hspace{2cm}}$	j) $y = x^2 + x - 10$, $c = \underline{\hspace{2cm}}$

O que é possível concluir após fazer estas variações do coeficiente c ?

Em que ponto os gráficos construídos interceptam o eixo y ?

Limpe a tela

- 2) Agora construa os gráficos das funções $y = -3x^2 + 2x + 2$ e $y = 4x^2 - 5x + 2$.

As observações feitas na atividade anterior, em relação ao coeficiente c , permanecem válidas para esses gráficos?

- 3) O gráfico da função $y = 7x^2 + 50x + \sqrt{3}$ intercepta o eixo y em que ponto?
-
-

- 4) Construa o gráfico de uma função quadrática que intercepte o eixo y em $(0, 5)$.
-
-

- 5) Execute os seguintes procedimentos para a construção de uma circunferência.

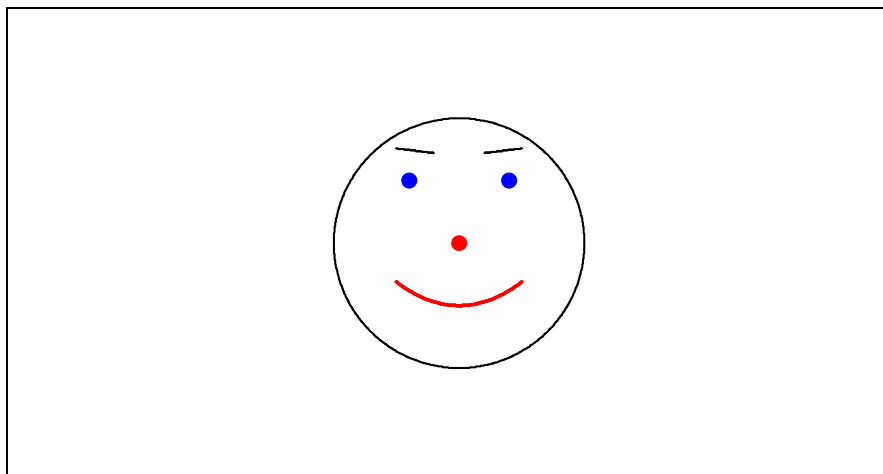
Procedimentos: (Janela / 2-dim) / Equação / Implícita / Na janela que for aberta escrever a função $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 4$ / Selecione olhar / espessura 3 / fronteira / OK.

A equação de uma circunferência é dada por $(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = r^2$, onde x_c e y_c representam as coordenadas do centro da circunferência. Construa o ponto que represente o centro da circunferência.

Construa uma circunferência em cada um dos quadrantes. Escreva abaixo as equações das circunferências que você construiu.

Limpe a tela

- 6) Construa o rosto abaixo e faça a animação da boca dele.



Atividades para o minicurso

UNIVERSIDADE ESTADUAL DE GOIÁS
UnU – CORA COLARINA
VI ENCONTRO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

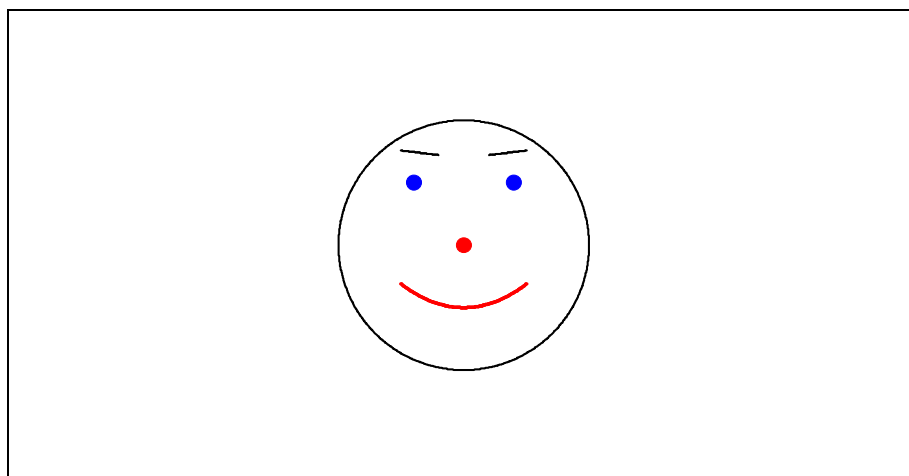
Investigações Matemáticas utilizando um *software* gratuito (Winplot)

- 1) Experimente as cores de fundo do software.
Procedimentos: Janela / 2-dim / Outros / Cores / Fundo
- 2) Agora experimente outras funções do programa. Lembre-se que é preciso seguir os procedimentos básicos: Janela / 2-dim ...
- 3) Biblioteca.
Acesse a biblioteca e conheça como se escreve as funções no Winplot.
Procedimentos: (Janela / 2-dim) / Equação / Biblioteca
Agora construa o gráfico de $y = \log_2 x$.
Procedimentos: (Janela / 2-dim) / Equação / Explícita (escreva a função)
Limpe a tela. Procedimentos: Inventário (ctrl + i) / apagar
- 4) Construir ponto.
Procedimentos: (Janela / 2-dim) / Equação / Ponto / (x,y)

Tarefa: Construa o ponto $(-\pi, \sqrt{3})$

Construa pontos de cores diferentes um no 1º Quadrante, outro no 2º Quadrante, outro no 3º Quadrante e outro no 4º Quadrante. Quais as condições para que um ponto pertença ao 1º Quadrante? E ao 2º? E ao 3º? E ao 4º?

- 5) Construa um quadrilátero cujos lados serão os segmentos formados após ligar os pontos da tarefa anterior.
Procedimentos: (Janela / 2-dim) / Equação / Segmento / (x,y)
Limpe a tela.
- 6) Construa um triângulo equilátero de área igual a $25\sqrt{3}$ u.a.
- 7) Faça a animação do ponto $(a, a^2 + 2a - 1)$.
Procedimentos: (Janela / 2-dim) / Equação / Ponto / (x,y) e escreva o ponto acima.
Siga em Anim / Individuais / A.
Digite -3 e selecione Def L (Mínimo à esquerda).
Digite 1 e selecione Def R (Máximo à direita).
- 8) Invente um ponto genérico qualquer e faça a animação dele conforme os procedimentos da tarefa anterior.
- 9) Desafio: Construa o rosto abaixo. Faça a animação da boca e das sobrancelhas dele.

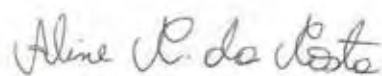


Cartas de cessão

CARTA DE CESSÃO

Cidade de Goiás, 22/01/2009.

Eu, **Aline Cristina da Costa** de carteira de identidade número 4230271 brasileira, residente à Rua 03, Ad. 16, lot 01 no Setor Guedes Alves na cidade de Solheimas, estado de Goiás, declaro para os devidos fins que autorizo **Luciano Feliciano de Lima** a utilizar meu nome, bem como toda a informação captada durante minha participação nas reuniões do grupo de estudos "A utilização do Computador no Estudo de Funções Matemáticas" e em uma entrevista concedida a ele no primeiro semestre de 2008, para fins de sua pesquisa de mestrado a ser defendida no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP de Rio Claro – SP.

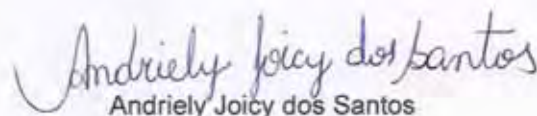


Aline Cristina da Costa

CARTA DE CESSÃO

Cidade de Goiás, 28 / 01 / 2009.

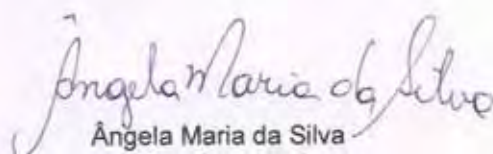
Eu, **Andriely Joicy dos Santos** de carteira de identidade número 5073624 - SPTC-60 brasileira, residente à Rua Alvaro Guerra n°142 Vila Jandira _____, na cidade de Inhumas _____, estado de Goiás, declaro para os devidos fins que autorizo **Luciano Feliciano de Lima** a utilizar meu nome, bem como toda a informação captada durante minha participação nas reuniões do grupo de estudos "A utilização do Computador no Estudo de Funções Matemáticas" e em uma entrevista concedida a ele no primeiro semestre de 2008, para fins de sua pesquisa de mestrado a ser defendida no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP de Rio Claro – SP.


Andriely Joicy dos Santos

CARTA DE CESSÃO

Cidade de Goiás, 08 / 01 / 2009.

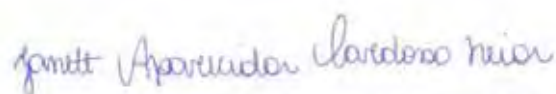
Eu, **Ângela Maria da Silva** de carteira de identidade número 4684286-DGPC-GO, brasileira, residente à Rua Ol. Ed. 18, 117, Jd. Rains de Bel, na cidade de Inhumas, estado de Goiás, declaro para os devidos fins que autorizo **Luciano Feliciano de Lima** a utilizar meu nome, bem como toda a informação captada durante minha participação nas reuniões do grupo de estudos "A utilização do Computador no Estudo de Funções Matemáticas" e em uma entrevista concedida a ele no primeiro semestre de 2008, para fins de sua pesquisa de mestrado a ser defendida no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP de Rio Claro – SP.


Ângela Maria da Silva

CARTA DE CESSÃO

Cidade de Goiás, 24/ 01 / 2009.

Eu, **Janete Aparecida Cardoso Neia** de carteira de identidade número 4949877, brasileira, residente à Rua Cordelia Rosa nº04, na cidade de Goiás, estado de Goiás, declaro para os devidos fins que autorizo **Luciano Feliciano de Lima** a utilizar meu nome, bem como toda a informação captada durante minha participação nas reuniões do grupo de estudos "A utilização do Computador no Estudo de Funções Matemáticas" e em uma entrevista concedida a ele no primeiro semestre de 2008, para fins de sua pesquisa de mestrado a ser defendida no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP de Rio Claro – SP.

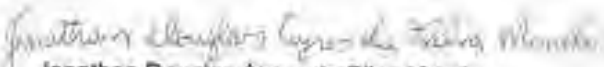


Janete Aparecida Cardoso Neia

CARTA DE CESSÃO

Cidade de Goiás, ___/___/2008.

Eu, **Jonathan Douglas Ayres da Silva Mendes** de carteira de identidade número 4438444-12512, brasileiro, residente à RUA ARAGUARI S/Nº - CENTRO na cidade de GOIÁS, estado de Goiás, declaro para os devidos fins que autorizo **Luciano Feliciano de Lima** a utilizar meu nome, bem como toda a informação captada durante minha participação nas reuniões do grupo de estudos "A utilização do Computador no Estudo de Funções Matemáticas" e em uma entrevista concedida a ele no primeiro semestre de 2008, para fins de sua pesquisa de mestrado a ser defendida no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP de Rio Claro - SP.


 Jonathan Douglas Ayres da Silva Mendes

CARTA DE CESSÃO

Cidade de Goiás, 23 / 01 / 2009.

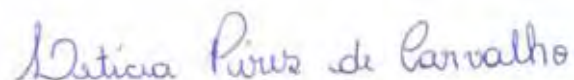
Eu, **Leidamar Damas Garcia** de carteira de identidade número 4882104-06PC, brasileira, residente à Rua Minas Gerais nº 12 Vila Santa Cruzinha, na cidade de Inhumas, estado de Goiás, declaro para os devidos fins que autorizo **Luciano Feliciano de Lima** a utilizar meu nome, bem como toda a informação captada durante minha participação nas reuniões do grupo de estudos "A utilização do Computador no Estudo de Funções Matemáticas" e em uma entrevista concedida a ele no primeiro semestre de 2008, para fins de sua pesquisa de mestrado a ser defendida no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP de Rio Claro – SP.


Leidamar Damas Garcia

CARTA DE CESSÃO

Cidade de Goiás, 24 / 01 / 2009.

Eu, **Leticia Pires de Carvalho** de carteira de identidade número 5134428, brasileira, residente à Rua Cordélia Rosa Qd 2 Lt 1 N° 1, na cidade de Goiás, estado de Goiás, declaro para os devidos fins que autorizo **Luciano Feliciano de Lima** a utilizar meu nome, bem como toda a informação captada durante minha participação nas reuniões do grupo de estudos "A utilização do Computador no Estudo de Funções Matemáticas" e em uma entrevista concedida a ele no primeiro semestre de 2008, para fins de sua pesquisa de mestrado a ser defendida no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da UNESP de Rio Claro – SP;



Letícia Pires de Carvalho