

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
Instituto de Geociências e Ciências Exatas

Pós-Graduação em Educação Matemática

Área de Concentração: Ensino e Aprendizagem da Matemática e
seus Fundamentos Filosófico-Científicos

**O Papel das Tecnologias da Informação e Comunicação
nos Projetos de Modelagem Matemática**

Leandro do Nascimento Diniz

Orientador: Prof. Dr. Marcelo de C. Borba

Dissertação de Mestrado elaborada junto ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática – Área de Concentração em Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosófico-Científicos, para obtenção de título de Mestre em Educação Matemática.

Rio Claro (SP)

2007

510.07 Diniz, Leandro do Nascimento
D585p O papel das tecnologias da informação e comunicação nos
projetos de modelagem matemática / Leandro do Nascimento
Diniz. – Rio Claro : [s.n.], 2007
xii,118 f. : il., gráfs., tabs.

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista,
Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Orientador: Marcelo de Carvalho Borba

1. Matemática – Estudo e ensino. 2. Educação matemática.
3. Modelagem matemática. 4. Tecnologias da informação e
comunicação. 5. Seres-humanos-com-mídias. 6. Cálculo
diferencial. I. Título.

Ficha Catalográfica elaborada pela STATI – Biblioteca da UNESP
Campus de Rio Claro/SP

Comissão Examinadora

Prof. Dr. Marcelo de C. Borba (Orientador)
Universidade Estadual Paulista – *campus* de Rio Claro.

Prof. Dr. Jonei Cerqueira Barbosa
Universidade Estadual de Feira de Santana

Prof. Dr. Otávio Roberto Jacobini
Pontifícia Universidade Católica – Campinas.

Leandro do Nascimento Diniz

Rio Claro, 13 de Abril de 2007.

Resultado: Aprovado.

Dedico a meu avô Delivaldo (*in
memorium*) e ao meu tio Delivaldo
Antônio (*in memorium*) pelos
exemplos que deixaram enquanto
estiveram presentes fisicamente.

Agradecimentos

É um momento difícil mais importante: agradecer. Difícil, pois posso comentar lapsos e esquecer pessoas, mas importante, pois é um registro que mostra como foram muitas as pessoas que fizeram parte dos coletivos de seres humanos e mídias, que moldaram desta pesquisa. Tentei não citar nomes mais de uma vez, para não ser repetitivo. Agradeço:

A Deus, por me revelar o caminho para a verdade e a felicidade.

Ao Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba, por acreditar em mim, pela orientação, amizade, carinho, respeito, por moldar não somente esta dissertação, mas os demais elementos que constituem as nossas vidas e que, espero tenha moldado suas pesquisas e o ser humano; enfim, agradeço por ter criado condições para que pudesse subir mais um degrau na escada da vida.

Aos demais membros da banca de qualificação e de defesa: Prof. Dr. Otavio Roberto Jacobini, pela sua luta por uma educação como instrumento de ação política dos estudantes, via Modelagem, através do seu olhar crítico, agradeço pelas contribuições e Prof. Dr. Jonei Cerqueira Barbosa, por suas contribuições para o trabalho e, como seu olhar na perspectiva sócio-crítica de Modelagem, por sua ampla revisão de literatura da área, abriu portas no passado e abre novas expectativas para o futuro. Agradeço também ao Prof. Dr. Marcus Vinicius Maltempi, por contribuição altruísta nas bancas como suplente e por sugestões para o trabalho e à Prof. Dr^a. Telma Aparecida de Souza Gracias, por aceitar contribuir estando como suplente.

À minha família: Lourival (pai), Elisabete (mãe), Islei (Tita) e Alessandro (irmãos); às minhas avós Waldecy e Eunice; e aos demais familiares, pelo incentivo constante (prefiro não nomear, pra não esquecer ninguém).

Aos professores de disciplinas que cursei na PGEM: Rosa Baroni, Marcelo Borba, Ubiratan D'Ambrosio, Mónica Villarreal (como professora visitante), Marcus Maltempi, Claudemir Murari e Irineu Bicudo por discussões proporcionadas, que me fizeram crescer como pesquisador e por momentos de descontração.

Aos demais professores da PGEM, em especial a Marcos Teixeira, Maria Bicudo, Maria Lúcia, Miriam Penteado, Romulo Lins, Rosana Miskulin e Sérgio Nobre por contato, amizade e carinho em conversas constantes.

Aos professores pareceristas nos Ebrapem em 2005: João Frederico Meyer, realizado na USP; e em 2006, Jonei Barbosa, na UFMG, por sugestões às versões do projeto de pesquisa. Agradeço também a Jussara Araújo por sugestões em conversa durante o Ebrapem na UFMG.

Aos membros do GPIMEM: Adriana Richit (Dri), Ana Paula Malheiros (Paula), Antônio Olímpio, Fernanda Bonafini, João Azevedo (Jão), Marcelo Borba, Marcus Maltempi, Maria Helena Barbosa, Maurício Rosa (Mau), Norma Alevatto (Norminha), Ricardo Scucuglia (Rica ou B.), Orlando Figueiredo, Rúbia Zulatto (Ru), Sandra Barbosa, Silvana Santos (Sil), Simone Gouvêa (Si), Sueli Javaroni (Su) e Telma Gracias. Agradeço a Sandra Barbosa e a Maria Helena por filmarem as aulas durante a coleta de dados. À Geraldo Lima, técnico do GPIMEM, por ajuda sempre presente.

Aos demais amigos e colegas da PGEM: Adelino (bom goiano), Adailtom, Aira, Ana Carolina (Carol), Augusto, Carla, Carlos Eduardo (grande amigo pernambucano), Carlos Francisco (Cagaio), Célia (amiga baiana), Cezira, Denival, Dirlene, Douglas, Emerson, Fabiane (Fabis), Fernando, Heloísa (Helô), Jamur, Joana, José Toledo (grande amigo acolhedor), Keila, Leo Barrichello, Lucas, Luciane, Luciano, Luciele, Luzia (Lu), Maria Isabel (Mabel), Márcio, Margarete (mais uma amiga baiana), Margarete (a mineira), Márcio, Marcos (Marcão), Marcos Lübeck, Marcos, Marli (Marloca), Miriam (Mirna), Neirelise (Neire), Otávio, Patrícia (Pat), Regiane, Regina, Rejane, Roger(s), Ronaldo, Rosemeire (Rose), Sabrina, Simone Lírio e Tiago (espero não ter esquecido ninguém)!

Aos amigos e colegas, os quais conheci em encontros, congressos e na Internet: Arthur B. Powell, Ana, Daniel, Everaldo, Fábio, Flávia, Jéferson, Marcelo Leon, Marluce, Michele, Milton, Roberto, Tiago, Vilma e Vitória.

Aos amigos que conheci em Rio Claro: Paula, Paulo (Curso de Inglês); Fernanda Norinho (1 ou Fernandinha B. M.), Kelly, Fernanda Salomão (Fernanda 2), Luciana (Luccy), Helen (Calipso), D. Carmem e Alexandre (vizinhos); Cirlene, Filipe, Paulo, Bruno, Beatriz, Luís, Lucas, Rubinei (Rubinho), Karine, Anne, Léo, Thomas e Ângelo (filhos, namorado(a) e esposo(a) de amigos da PGEM).

Aos alunos do Curso de Ciências Biológicas dos turnos integral e noturno, ingressantes do ano de 2005, por disponibilidade para coleta de dados desta pesquisa. Agradeço também pelo modo sempre atencioso que me tratou, em momentos que nos encontramos seja na universidade ou fora dela. Agradeço também o contato com os alunos do integral, ingressantes de 2006, turma que realizei o estágio docência na graduação.

Aos amigos (e aos ex-membros) do Grupo EMFoco: José Walber (o Presidente), Cláudia (Cau), Leni (Lena), Mônica (Moniquita), Shirley (Binha), Gilson (Gilsão), Osmar (Mazinho), Sônia, Lúcia, Anete, Eliete, Enoílma, Elisângelo, Joseane (Tia), Adalberto (Adalba), André (Andrezinho), Anderon, Bárbara, Ana Lúcia, Jackson, Edinalva, Antônia, Lindinaide (Lindi), Rita (Xuxa), Ruy, Norma, Torquato, Silvonilton (Niltinho), José Elizeu, pela amizade, pelas palavras de incentivo, por respeito, pela qualidade do grupo; enfim por formarmos um importante grupo baiano.

Aos meus professores na Especialização em Educação Matemática, minha base de pesquisas na área, em especial aos professores Antônio Filho, Auxiliadora Pires (Auxi), Andréia Oliveira (Deinha), Wilson Jesus e Maria do Socorro Almeida.

Aos professores da Licenciatura em Matemática da Ufba, em especial Adelmo Jesus, Maria Zita, Miriam e Elinalva Vergasta, por mostrar o lado belo da Matemática, mas principalmente por serem humildes e valorizarem a importância da Educação Matemática.

Aos amigos soteropolitanos: Cássio (Dr. Maluco), Jorge (Jorjão), Lenin, Léo (Matatu), Léo (Pernambués), Luís Nestor (Nestorzinho), Marcos, Orlando (Mancuso), Peti, Deyse e Susane (Patchuli); Maurício (Mau), Rena, Taís e Gilclécio; Andréia, Karina e Laila; Anderson; Rafaela (Rafinha); Silvana, Victória e Carlos Patrocínio Júnior.

À Prof. Lúcia Severo, pela revisão de Português.

Aos professores, coordenadores e funcionários da Escola Técnica Estadual Luiz Navarro de Britto, a qual sou professor e estive afastado durante o período do Mestrado. Agradeço as palavras de incentivos e pelo modo carinhoso como sempre fui tratado por vocês, quando visitei a escola em períodos de férias do Mestrado, em especial a Prof^a. Márcia Grassi. Também sou grato à diretora da escola, Prof^a. Ângela, por apoiar tanto administrativamente quanto com palavras de carinho, amizade e respeito.

À Anne, pelo ótimo *abstract* e pelo carinho sempre presente.

Aos funcionários do departamento de Matemática da Unesp, em especial a Ana e a Elisa.

Aos funcionários da biblioteca e da seção de pós-graduação, por sempre atenderem com carinho e atenção.

Muito obrigado a todos!

Resumo

Nesta pesquisa, investiguei como os alunos utilizam as Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) nos Projetos de Modelagem Matemática. A pesquisa foi desenvolvida com alunos do primeiro ano do curso de Ciências Biológicas da Unesp, *campus* de Rio Claro, na disciplina Matemática Aplicada. O professor convidou os alunos para que, reunidos em grupos, investigassem um tema qualquer do cotidiano, escolhido por eles. Os dados foram coletados por meio da observação de aulas da disciplina e das reuniões em horário extra, das entrevistas com os grupos dos Projetos de Modelagem e dos documentos produzidos pelos alunos. Estabeleci esses procedimentos de pesquisa pois considero que estão em harmonia com a visão de conhecimento sintetizada pelo construto teórico do coletivo Seres-Humanos-com-Mídias, evidenciando o papel das TIC na produção de conhecimentos. A análise de dados aponta que os alunos utilizaram a Internet para realizar parte das suas pesquisas, com uma seleção, *a priori*, de *sites*, os quais, identifiquei como sendo, para eles, *sites* oficiais. Os estudantes também utilizaram *softwares* gráficos para realizar simulações, que nomeei como sendo positivas, negativas e nebulosas, possibilitando previsões para o passado e para o futuro. Também fiz um exercício inicial de reflexão sobre o uso do *e-mail* feito pelos alunos, para que possibilitasse a discussão do trabalho e a produção do relatório escrito. Esses temas de análise possibilitaram engendrar possíveis aspectos sobre a combinação das perspectivas reorganização e a cidadania (relativas ao uso das TIC na Educação Matemática) com a perspectiva dos Projetos de Modelagem. Com isso, esta pesquisa gera novas reflexões para a área, compondo parte do Mosaico de pesquisas em Modelagem.

Palavras-chave: Educação Matemática. Modelagem Matemática. Tecnologias da Informação e Comunicação. Seres-Humanos-com-Mídias. Cálculo Diferencial.

Abstract

In this study, I investigated how students use Information and Communication Technologies (ICT) in Mathematical Modeling Projects. The research was developed with first-year Biology majors at Unesp, Rio Claro campus, participating in an Applied Mathematics course. The professor invited the students to form groups and choose any theme from their everyday lives to investigate in the class. The data were collected by means of: in-class observations as well as observations of meetings held outside of class; interviews with the Modeling Project groups; and analysis of the documents they produced. I established these research procedures because I considered them to be in harmony with the view of knowledge synthesized in the theoretical construct of the Humans-with-Media collective, providing evidence of the role of ICT in the production of knowledge. Data analysis indicated that students used the Internet to carry out part of their research, with an *a priori* selection of the sites, which I identified as being official sites for them. The students also used graphing software to conduct simulations, which I characterized as positive, negative, or nebulous, making possible predictions positive and negative. I also did an initial reflective exercise about students' use of e-mail to facilitate discussion of the work and production of the written report. These analytic themes made it possible to identify possible aspects of the combination of the perspectives of reorganization and citizenship (related to the use of ICT in Mathematics Education) with the perspective of modeling projects. The study generates new reflections for this field of study, composing part of the mosaic of research on Modeling.

Key words: Mathematics Education. Mathematical Modeling. Information and Communication Technology. Humans-with-Media. Differential Calculus.

Sumário

Capítulo 1: Introdução.....	1
1.1. A Trajetória Acadêmica Pessoal, Relevância da Pesquisa e Mosaico....	1
1.1.1. A Licenciatura em Matemática e a Especialização em Educação Matemática.....	2
1.1.2. O Ano de 2004: o Período Entressafras.....	4
1.1.3. A Pós-Graduação: Mestrado em Educação Matemática.....	5
1.2. A Organização da Dissertação.....	8
Capítulo 2: A Modelagem e as Tecnologias da Informação e Comunicação na Educação Matemática.....	10
2.1. A Modelagem na Educação Matemática.....	11
2.1.1. A Modelagem como um Ambiente de Aprendizagem	13
2.2. As Tecnologias da Informação e Comunicação na Educação Matemática.....	16
2.3. A Sinergia entre Modelagem e Informática.....	25
Capítulo 3: Metodologia de Pesquisa.....	37
3.1. A Ressonância entre Procedimentos Metodológicos e Visão de Conhecimento numa Pesquisa Qualitativa.....	37
3.2. O Contexto da Pesquisa.....	46
3.2.1. Experimental-com-tecnologias.....	46
3.2.2. Os Projetos de Modelagem.....	47
3.3. A Apresentação e os Procedimentos da Análise de Dados.....	49
Capítulo 4: Apresentação e Análise Inicial dos Projetos de Modelagem.....	53
4.1. Câncer de Próstata.....	54
4.1.1. Uma Análise Inicial do Projeto “Câncer de Próstata”.....	64
4.2. A Relação Unesp-Rio Claro.....	65
4.2.1. Uma Análise Inicial do Projeto “A Relação Unesp-Rio Claro”.....	73
4.3. Síndrome de Down.....	74
4.3.1. Uma Análise Inicial do Projeto “Síndrome de Down”.....	81
4.4. Cupim.....	82
4.4.1. Uma Análise Inicial do Projeto “Cupim”.....	87

Capítulo 5: Análise de Dados.....	88
5.1. Simulação e Previsão.....	88
5.2. Pesquisa.....	95
5.2.1. Seleção de <i>Sites</i>	96
5.2.2. Modos de Usar os <i>Sites</i> Seleccionados.....	99
5.3. Comunicação: uma Possível Palavra-chave.....	101
5.4. Re-observando a Tabela.....	104
Capítulo 6: Considerações Finais.....	107
6.1. Possíveis Peças para Repensar o Mosaico.....	110
Referências.....	113

Sumário de Quadros

Capítulo 2:

Tabela 1: Tarefas dos alunos e professores nos casos de Modelagem (BARBOSA, 2001, p. 40).....	15
Tabela 2: Adaptação de Borba e Villarreal (2005, p. 58) das diferentes perspectivas considerando Modelagem e TIC na Educação Matemática.....	27

Capítulo 4:

Tabela 1: Comparação entre as incidências dos casos de CP nos anos de 2003 e 2005. Na última linha da tabela, estão os resultados do Estado de São Paulo (<i>slide</i> 11).....	56
Tabela 2: Valores correspondentes à idade materna e do número de crianças que nascem com SD a cada 1000 nascimentos.....	78

Capítulo 5:

Tabela 1: Adaptação de Borba e Villarreal (2005, p. 58) das diferentes perspectivas considerando Modelagem e TIC na Educação Matemática.....	105
---	-----

Sumário de Figuras

Capítulo 4:

Gráfico 1: Crescimento de células do tumor em relação ao diâmetro do tumor (p. 3).....	54
Gráfico 2: Estimativa para os casos de CP (em cada 100 mil) nos Estados do Brasil, no ano de 2005 (<i>slide 15</i>).....	56
Gráfico 3: Gráfico da Evolução (em décadas) do percentual de homens que sobrevivem após o tratamento do CP (p. 10).....	59
Gráfico 4: Primeira aproximação para ajustar a curva que passa pelos pontos, sendo $t = 0$ correspondente ao ano de 1970, $t = 10$ o ano de 1980, e assim sucessivamente (<i>slide 8</i>).....	60
Gráfico 5: Gráficos para ajuste dos pontos com o modelo da Curva Logística (p. 12).....	63
Gráfico 6: Número de pessoas residentes em Rio Claro em função do ano (<i>slide 4</i>).....	67
Gráfico 7: Modelo exponencial para o número de pessoas de Rio Claro em função do ano (p. 14).....	68
Gráfico 8: Número de pessoas acima dos cinco anos que sabem ler e escrever em função do ano, na cidade de Rio Claro (<i>slide 5</i>).....	69
Gráfico 9: Pessoas que sabem ler e escrever e número de pessoas com mais de 5 anos em Rio Claro em função dos anos (p. 13).....	70
Gráfico 10: Número de pessoas com Ensino Superior (em Rio Claro) em função do tempo (<i>slide 6</i>).....	71
Gráfico 11: Número de crianças afetadas a cada mil nascimentos em relação à idade da mãe (<i>slide 5</i>).....	76
Gráfico 12: Modelo exponencial para o número de crianças com SD que nascem a cada 1000 em função da idade materna (p. 13).....	80
Figura 1: Cupins da espécie <i>Macrotermes subhyalinus</i> (<i>slide 6</i>).....	84
Foto 1: Foto antiga do <i>campus</i> da FFCL, o qual, em 2005, funcionava a maior parte administrativa da Unesp, inclusive a Seção de Pós-Graduação, a qual deverá ser transferida para o <i>campus</i> Bela Vista, em Rio Claro.....	66

Capítulo 1

Introdução

O não uso das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) provocava em mim, enquanto professor, angústias, pois via que muitos Projetos poderiam ser potencializados. Portanto, isto me instigou a pesquisar sobre o papel das TIC no desenvolvimento dos Projetos de Modelagem Matemática
(Pelo autor, 2003)¹.

Neste capítulo, construo minha trajetória acadêmica pessoal, destacando alguns dos aspectos ligados à Modelagem Matemática² e à Informática na Educação (Matemática). Com isto, busco trazer os indícios que culminaram nesta pesquisa e que influenciaram (e ainda influenciam) minhas reflexões de forma decisiva.

Assim, apresento, na primeira seção, minha caminhada que culminou nesta dissertação, partindo de aspectos relacionados à formação: a Licenciatura em Matemática, a Especialização em Educação Matemática e a formação do Grupo EMFoco³. Também mostro a importância do período que chamo de entressafras, entre o término de uma etapa (Especialização) e o início de uma nova etapa (Mestrado). Na seqüência, relato a importância do Mestrado na minha formação, com destaque para o grupo de pesquisa que participei, o GPIMEM⁴. Também apresento a primeira versão da pergunta diretriz da pesquisa. Coloco a importância dos comentários feitos por colegas e por professores da pós-graduação, especialmente os do GPIMEM, que fizeram com que alterasse a pergunta norteadora da pesquisa. Finalmente, na última seção, relato como está organizada a dissertação.

1.1. A Trajetória Acadêmica Pessoal, Relevância da Pesquisa e Mosaico

¹ Reflexões que tive na primeira vez que conduzi Projetos de Modelagem Matemática.

² Quando me refiro à Modelagem na Educação Matemática, em alguns momentos usarei apenas o termo Modelagem, como recurso para evitar repetições.

³ Grupo Educação Matemática em Foco. *Site*: <http://www.grupoemfoco.com.br>.

⁴ Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática. *Site*: <http://www.rc.unesp.br/igce/pgem/gpimem.html>.

A pesquisa tem por objetivo compreender o papel das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) nos Projetos de Modelagem Matemática. Acredito que não só aspectos teóricos convergiram para que pudesse realizá-la. Julgo pertinente apresentar os aspectos da minha trajetória acadêmica pessoal que também convergiram para um incômodo, dentre vários, e que me instigou e me motivou para a realização desta pesquisa. Portanto, considero concernente inserir minha pesquisa nas demais presentes da área de Educação Matemática, apontando a importância acadêmica e se articulando com a relevância pessoal.

1.1.1. A Licenciatura em Matemática e a Especialização em Educação Matemática

É difícil saber em que local começar, ou seja, como desenrolar a linha do carretel, descrevendo minha trajetória acadêmica. Seria como se tivesse um carretel em mãos e fosse partindo do mesmo até ir para o início da linha, uma metáfora que represente a busca de um histórico que culmina com o estabelecimento da minha pergunta norteadora da pesquisa. Como é necessário ter um começo, início pela graduação em Matemática.

Resgato parte de minha trajetória acadêmica, a partir do Curso de Licenciatura em Matemática na Universidade Federal da Bahia (Ufba), em Salvador. Nos dois últimos anos de graduação, fiz disciplinas que influenciaram fortemente na minha formação. Uma delas foi *Psicologia Aplicada à Educação*, na qual desenvolvi um trabalho, com colegas que cursavam Matemática comigo, intitulado Educação Tecnológica na Matemática, que considero como a primeira semente de um trabalho realizado na área de Informática e Educação. A outra disciplina era nomeada *Tópicos Especiais*, a qual fui familiarizado com os *softwares* matemáticos, como o Cabri Géomètre II, com destaque basicamente para a visualização. Também cursei uma disciplina chamada *Introdução a Informática na Educação*. Pela primeira vez interagi com alunos da disciplina via *e-mail*, na lista de discussão. A partir das discussões desta última disciplina, senti a necessidade de pesquisar sobre possibilidades do uso da informática nas aulas de Matemática. A última disciplina que destaco é *Didática da Matemática*, sendo esta ministrada pelo Professor Antonio dos Santos Filho, único educador matemático presente na Licenciatura em Matemática na Ufba (na época). Era o último ano de graduação e o primeiro momento que ouvi falar em Educação

Matemática. Nesta época, ele comentava sobre um ex-aluno de Licenciatura em Matemática, que era aluno do Doutorado, à época, do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática (PGEM) da Universidade Estadual Paulista (Unesp), *campus* de Rio Claro, SP. Este foi o momento que, pela primeira vez, ouvi falar neste centro de pesquisa e que poderia ser o local da continuidade da investigação sobre Informática e Educação que tratei acima.

Após a conclusão da graduação, trabalhei em escolas particulares e em uma escola pública. Queria realizar a continuidade dos estudos que abordei anteriormente. Visualizava fazer Mestrado em Educação Matemática na Unesp. Prestaria seleção em 2002, para ingressar na PGEM no ano seguinte, mas coincidiu com o início da primeira turma de Especialização em Educação Matemática da Universidade Católica do Salvador (Ucsal).

No ano de 2002, comecei com pesquisas e reflexões sobre ensino e aprendizagem enquanto aluno de Especialização em Educação Matemática. Ao fim do curso, concluí uma monografia intitulada: “As influências das tecnologias informáticas nas discussões matemáticas dos alunos” (DINIZ, 2003). Para desenvolver esta pesquisa, coletei os dados utilizando a metodologia de pesquisa qualitativa. Três alunos do 1º ano do Ensino Médio foram convidados para uma aula de Matemática na sala de informática. Eles já tinham estudado funções polinomiais do 1º grau, com foco nas investigações matemáticas. Antes de começar a estudar as funções quadráticas, levei-os para o laboratório de informática e falei para eles sobre sua lei de formação ($y = ax^2 + bx + c$, sendo “a”, “b” e “c” números reais e $a \neq 0$), pedindo para que eles digitassem vários gráficos com esta fórmula, escolhendo valores quaisquer para as incógnitas “a”, “b” e “c” e, em seguida, descrevessem o que chamou mais a sua atenção. O objetivo era “observar, descrever e analisar como as tecnologias informáticas influenciam nas discussões matemáticas dos alunos” (DINIZ, 2003, p. 8), a partir de padrões que eles encontravam, como, por exemplo, a conjectura levantada por uma aluna, a qual percebeu que se as fórmulas de três parábolas possuísem o mesmo valor para “c”, no caso $c = 2$, então as parábolas “passavam” pelo ponto (0,2). Fiz uma análise, destacando que a aluna, possivelmente, descobriu um padrão semelhante ao que ocorre com o coeficiente “b” na função polinomial do 1º grau (para maiores detalhes, confira em Diniz (2003)).

Nesta monografia, utilizei referências de pesquisadores e ex-alunos da PGEM (como por exemplo, Borba e Penteadó (2001), Borba (1999a), Souza (1996) e Araújo

(2002)), que influenciaram bastante as minhas reflexões nesta área de inquérito. Uma das referências (BORBA, PENTEADO, 2001) foi publicada como resenha do periódico *BOLEMA*⁵ da PGEM, feita por mim, por incentivo do meu Orientador de Especialização (DINIZ, 2004).

Durante a Especialização, participei do X Encontro Baiano de Educação Matemática, realizado na Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, *campus* de Vitória da Conquista, em julho de 2003. Ministrei um mini-curso, com mais quatro colegas da Especialização, tendo como título “Atividades em Modelagem Matemática”.

No retorno das aulas para o segundo semestre, convidei os meus alunos para desenvolvermos Projetos de Modelagem⁶. Grupos de até cinco membros foram formados. Os alunos escolheram temas quaisquer do cotidiano. No seu desenvolvimento, conversei com meu orientador de Especialização, pesquisador desta área de investigação, sobre as dificuldades de implementação deste tipo de possibilidade para as aulas de Matemática e resolvi arriscar.

Na tentativa de motivar os alunos, nas turmas em que percebia que o interesse deles eu considerava insatisfatório, propus os Projetos de Modelagem, como fora sugerido na revisão de literatura feita por Araújo (2002). No seu desenvolvimento, notei que os estudantes não tinham acesso à informática – a escola⁷ não possuía, na época, um laboratório e eles também não tinham acesso aos computadores em casa ou no trabalho. O não uso das TIC provocava em mim, enquanto professor, angústias, pois via que muitos Projetos poderiam ser potencializados. Portanto, isto me instigou a pesquisar sobre o papel das TIC no desenvolvimento dos Projetos de Modelagem.

Na próxima subseção, trato do ano de 2004, que chamo de “entressafras”, pois foi um período entre o término de uma etapa (Especialização) e o início de uma outra (Mestrado).

1.1.2. O Ano de 2004: o Período Entressafras

Ao término da Especialização, no fim do ano de 2003, os colegas e eu não queríamos nos desvencilhar, a fim de continuarmos as discussões iniciadas na Especialização. Desta forma, mantivemos contato em reuniões quinzenais, numa sala

⁵ Boletim de Educação Matemática. *Site*: <http://www.rc.unesp.br/igce/matematica/bolema>.

⁶ Os Projetos de Modelagem Matemática serão destaque no capítulo 2.

⁷ Em 2007, estou como professor efetivo da Escola Técnica Estadual Luiz Navarro de Britto em Salvador, BA. Estive afastado por dois anos (2005-2006), enquanto estava como aluno regular do Mestrado.

cedida pela Ucsal. Assim surgiu o grupo EMFoco, que, posteriormente se constituiu no primeiro núcleo da Sociedade Brasileira de Educação Matemática na Bahia⁸.

Este grupo foi e ainda é importante para mim, pois além de ter fortalecido amizades, participei de encontros, discutimos questões que não foram tratadas ou que foram pouco destacadas na Especialização, como avaliação em Matemática, organizamos e discutimos mini-cursos, artigos, comunicações científicas, resenhas de livros, projetos de pesquisa, etc. O grupo cada vez mais cresce em importância e começa a ganhar credibilidade, o que pode ser percebido através de convites para ministrar palestras em encontros na área de Educação Matemática em Salvador, Ilhéus e Vale do Rio São Francisco e pela participação de encontros em outros estados, como o oitavo Encontro Nacional de Educação Matemática, realizado em Recife. Além disso, ocorreu a 1ª Jornada do Grupo EMFoco, em que somente membros do grupo apresentaram trabalhos, sendo realizada na Universidade do Estado da Bahia (Uneb), *campus* de Alagoinhas.

1.1.3. A Pós-Graduação: Mestrado em Educação Matemática

Em 2005, mudei para Rio Claro, ingressando como aluno na PGEM. Com isto, ingressei no GPIMEM no fim de 2004, grupo de pesquisa coordenado pelo meu orientador de Mestrado. A partir disto, a atmosfera da PGEM, de reflexões constantes com colegas e professores, especialmente os do GPIMEM, foi algo que fez parte da rotina enquanto estive em Rio Claro.

Desde o início do Mestrado, refleti sobre minha pesquisa nas disciplinas que cursei e nas discussões com membros do GPIMEM. Artigos que escrevi (sozinho ou em parceria) foram baseados na minha pesquisa de Mestrado e outras afins. As pesquisas incluíam as tendências que o GPIMEM trabalha: as TIC na Educação Matemática e/ou Modelagem na perspectiva da Educação Matemática (DINIZ; BORBA, 2006; DINIZ, 2006; DINIZ, 2005; DINIZ et al., 2005; DINIZ, em progresso; DINIZ; OLIVEIRA, em progresso, SCUCUGLIA; DINIZ, em progresso) que, de uma certa forma, pontuam vários momentos do desenvolvimento desta pesquisa.

O GPIMEM tem uma dinâmica de trabalho que inclui, dentre outras atividades, reflexões sobre os trabalhos dos colegas e sugestões para encaminhamentos. Um dos

⁸ Site: <http://www.uefs.br/sbemba>.

aspectos que o grupo investiga é a sinergia entre Modelagem e informática. Por exemplo, um dos trabalhos deste subgrupo dentro do GPIMEM, o qual está em desenvolvimento, possui as TIC (particularmente a Educação a Distância) e a Modelagem como tendências da Educação Matemática (MALHEIROS, 2005).

Pesquisas anteriores do GPIMEM já relacionaram Modelagem e informática (como a de Borba et al. (1997)). Desta forma, minha investigação se insere no conjunto das pesquisas já feitas pelo GPIMEM e se relaciona com as demais realizadas pelo grupo que tenham a Modelagem como foco principal de pesquisa (BORBA et al., 1997, BORBA et al., 1999; BORBA, 1999a; BARBOSA, 2001; ARAÚJO, 2002; BORBA; BOVO, 2002; MALHEIROS, 2004, dentre outras), para compor um mosaico de pesquisa, pois “[...] esse conjunto de pesquisas distintas, realizadas por pesquisadores diferentes, [e] com focos diversos de forma mais imediata [...] [é] de forma semelhante a um mosaico, [pois] pode ser vista como um conjunto de figuras geométricas.” (MALHEIROS et al., 2005, p. 6).

Além disso, esse mosaico me ajudou a compreender a importância da minha pesquisa do ponto de vista acadêmico, uma vez que grande parte das pesquisas que possuem as TIC e a Modelagem dá ênfase ao “casamento” dessas duas áreas. Assim, acrescentarei novas reflexões às demais já existentes, nas áreas investigadas.

Assim, na constituição do mosaico, na minha pesquisa, proponho-me a observar, descrever e analisar como os alunos estão utilizando as TIC nos Projetos de Modelagem. Para tal, tive uma primeira pergunta norteadora de pesquisa: “Como os alunos utilizam as tecnologias informáticas para desenvolverem atividades de Modelagem Matemática?”

Pelo *design*⁹ da pesquisa, a pergunta da investigação pode ser alterada no seu desenrolar. Isto sugere que o processo para que surja a pergunta de pesquisa é permeado por reflexões, mudanças, alterações, desistências e amadurecimentos (ARAÚJO; BORBA, 2004). Assim, durante a coleta dos dados, percebi que não apenas os *softwares* matemáticos, como Winplot, eram utilizados pelos alunos quando desenvolviam seus Projetos de Modelagem, mas também as possibilidades de comunicações síncrona e assíncrona ocorreram com o uso da Internet.

⁹ “O [termo] *design* corresponde ao plano e às estratégias utilizadas pelo pesquisador para responder às questões propostas pelo estudo, incluindo os procedimentos e instrumentos de coleta, análise e interpretação de dados, bem como a lógica que liga entre si diversos aspectos da pesquisa.” (ALVES-MAZZOTTI, 1998, p. 147).

Nesse movimento de “buscar” esta investigação, a partir de um foco, noto um elemento da rede que compõe a pesquisa: a visão de conhecimento. Com isso, devo refletir sobre como ocorre a produção de conhecimento, pensando sobre os nós que unem os seres humanos (atores humanos do contexto da pesquisa) aos atores informáticos, num ambiente em que a Modelagem estivesse presente, dentro do contexto de uma visão cognitiva que enfatiza o fato dos seres humanos serem pensados conjuntamente com a informática. Assim, assumo uma concepção teórica que considera o coletivo composto por seres humanos e mídias (oralidade, escrita e informática), no qual rompe com a dicotomia entre atores humanos e não-humanos, na produção de conhecimento (BORBA; VILLARREAL, 2005).

Nesta dissertação, investigo a constituição de diferentes coletivos para a produção de conhecimentos sobre o tema investigado por eles. Isto ocorre em salas de aula onde o professor propõe os Projetos de Modelagem, a partir do convite que faz para seus alunos, reunidos em grupos, para explorarem temas quaisquer de seus interesses. Analiso o desenvolvimento desses Projetos, focando a produção de conhecimentos, considerando coletivos de atores humanos e mídias, com destaque para a mídia informática, pois esta possibilita o trabalho investigativo, em que problemas abertos podem ser propostos aos alunos, como destaquei anteriormente na minha pesquisa na Especialização (DINIZ, 2003).

A visão de conhecimento também está em harmonia com o ambiente de Modelagem. Na abordagem aberta, especialmente nos Projetos de Modelagem, os alunos escolhem temas de seus interesses e problemas abertos que podem ser investigados, por meio da Matemática. Este aspecto cria a possibilidade de associação de dois ambientes nas aulas de Matemática: atividades de Modelagem que estão em consonância com as atividades desenvolvidas com informática (um ator do coletivo de seres humanos e mídias) para explorar conteúdos matemáticos, sintetizando a proposta do professor da disciplina, na qual foi desenvolvida esta pesquisa.

Esse panorama possibilitou uma reflexão maior sobre a pergunta norteadora da pesquisa, por exemplo, sobre um “recorte” mais específico das atividades de Modelagem, para que pudesse ficar mais claro quanto ao foco. Assim, os Projetos de Modelagem puderam proporcionar um refinamento do foco da pesquisa, dando maior importância para a escolha de temas do cotidiano, elaborada pelos alunos, característico dos Projetos de Modelagem. Desta forma, conversas com colegas e professores da Pós-Graduação, especialmente os do GPIMEM, conduziram a reflexões sobre a pergunta

norteadora da pesquisa, a qual é delineada para este processo investigativo e se configura como segue:

***Como os alunos utilizam as Tecnologias da Informação e Comunicação nos
Projetos de Modelagem Matemática?***

Creio que o processo de construção da pergunta norteadora, de construir redes dentro da investigação, da harmonia entre os elementos que a compõe, fez com que crescesse como educador matemático e que novas inquietações surgissem. Isso ajudou na minha formação de pesquisador e no amadurecimento desta pesquisa.

1.2. A Organização da Dissertação

Finalizo este capítulo apresentando a estrutura da dissertação, no qual fiz uma trajetória acadêmica pessoal, destacando a Modelagem Matemática e as TIC, duas tendências em Educação Matemática que estão presentes nesta dissertação. A pergunta de pesquisa, o objetivo e a justificativa também foram destacados.

No capítulo 2, as TIC, baseadas nas perspectivas do seu uso na Educação Matemática (tutorial, motivação, reorganização e cidadania), e a Modelagem Matemática, a partir das perspectivas sobre como os autores da área a entendem (problema aplicado no livro didático tradicional, tópico matemático, situação-problema de Modelagem posta pelo professor e Projetos de Modelagem), serão abordadas e relacionadas. Deste modo, a partir das perspectivas levantadas, faço a revisão de literatura. Destaco os trabalhos que tratam das duas áreas e outros que focam na Modelagem e que possuem indícios que consegui identificar sobre o uso das TIC. Insiro minha pesquisa na área de Modelagem, a partir da visão de conhecimento que adoto.

No capítulo seguinte, descrevo os procedimentos metodológicos, baseados na metodologia de pesquisa qualitativa. Busco a *ressonância* (LINCOLN; GUBA, 1985) entre objetivo, pergunta norteadora, revisão de literatura, visão de conhecimento que considera coletivos de seres humanos e mídias na produção de conhecimento (BORBA; VILLARREAL, 2005) e procedimentos de coleta de dados. Também descrevo o contexto da coleta dos dados e como eles serão apresentados e analisados.

No capítulo 4, apresento quatro trabalhos que acompanhei durante um semestre, cruzando as informações dos procedimentos de coleta dos dados, focando no

global, mas voltado para a pergunta da pesquisa. Faço, após apresentar cada Projeto de Modelagem, uma análise inicial de dados.

No capítulo seguinte, realizo a análise dos dados, no qual reflito, a partir de temas que emergiram, como ocorreu o uso das TIC, realizado pelos alunos nos Projetos de Modelagem, considerando a coleta de dados, numa discussão fundamentada no entrelaçamento entre a revisão de literatura e a visão de conhecimento, a qual também é a fundamentação teórica que assumo para a análise dos dados.

Por fim, no último capítulo, teço as considerações teóricas, apontando as conclusões e implicações para novos estudos, entrelaçando-os com questões metodológicas.

Capítulo 2

A Modelagem e as Tecnologias da Informação e Comunicação na Educação Matemática

Parece haver uma solicitação natural pelo uso de computadores e/ou calculadoras quando se está desenvolvendo algum trabalho de Modelagem Matemática

(ARAÚJO, 2002, p. 43-44).

Neste capítulo, faço uma revisão de literatura sobre a Modelagem, as Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) e a sinergia entre ambas na Educação Matemática. Para tal, na primeira seção, discuto os objetivos que considero principais para inserir Modelagem nas aulas de Matemática. Nesta seção, também apresento a noção de “ambiente de aprendizagem” e dois paradigmas de práticas de sala de aula (do exercício e cenários para investigação) para considerar a Modelagem como um ambiente de aprendizagem dos cenários para investigação (SKOVSMOSE, 2000). Na seção seguinte, defino as TIC, ou seja, o que estou considerando como TIC e apresento como elas podem estar presentes no nosso cotidiano, desde que se tenha acesso. Com isso posto, insiro minha pesquisa nas existentes. Também as identifico como um ambiente de aprendizagem nas aulas de Matemática. Na terceira seção, discuto, de modo geral, como o uso da informática está sendo tratado nas pesquisas de Modelagem. Em seguida, exploro a combinação, realizada por Borba e Villarreal (2005), das diferentes perspectivas teóricas relativas aos usos das TIC na Educação Matemática (tutorial, motivação, reorganização e cidadania) com as perspectivas dos objetivos da Modelagem na Educação Matemática (problema aplicado no livro didático tradicional, tópico matemático, situação-problema de Modelagem posta pelo professor e Projetos de Modelagem). A partir destas perspectivas, também realizo uma revisão de literatura. Finalizo inserindo minha investigação na área de inquérito denominada Modelagem, e de modo especial, no âmbito de investigação que trata da sinergia entre Modelagem e TIC. Sendo assim, este capítulo articula o referencial teórico que utilizo nesta pesquisa com parte da literatura sobre o tema.

2.1. A Modelagem na Educação Matemática

A Modelagem tentou se estabelecer na Educação Matemática com outro nome. Para diferenciar do movimento da Modelagem na Matemática Aplicada, alguns autores (BIEMBENGUT; HEIN, 2003) tentaram denominá-la de Modelação. Este termo é utilizado em Portugal, no sentido de Modelagem no ensino e na aprendizagem de Matemática, porém, no Brasil, o termo Modelagem foi mantido, podendo ser considerado como um abuso de linguagem (BARBOSA, 2001) ou uma metáfora para Projetos na aula de Matemática (BORBA; VILLARREAL, 2005).

A Modelagem pode ser entendida na Educação Matemática de diferentes modos. Entretanto, de modo geral, há um certo consenso da área de Modelagem, que ela seria uma abordagem de temas do cotidiano¹ ou de outras disciplinas, por meio da Matemática (ARAÚJO, 2002). As concepções de Modelagem podem estar ligadas ao modo como se teoriza sobre as práticas relacionadas a ela e ao que concerne à sala de aula, ou seja, pode existir uma relação harmônica entre a concepção e os objetivos do professor ao trabalhar com a Modelagem na aula de Matemática. Desta forma, nesta seção, destaco qual é o escopo que considero ao trabalhar com a Modelagem na sala de aula.

Borba e Villarreal (2005, p. 56 – tradução nossa) afirmam que “[...] o que é importante observar é que tal possibilidade [a Modelagem] rompe com uma regra intocável: os estudantes têm pequena ou nenhuma participação nos currículos”². Acredito que este é um passo importante que deve ser dado para quem pensa em trabalhar com Modelagem, uma vez que entendo ser pertinente convidar os alunos para que possam participar de modo mais eficaz, fazendo com que eles sejam atores contribuintes na constituição do currículo das aulas de Matemática. Assim, o papel do professor é de suma importância para que isto possa ocorrer.

Outro aspecto que aprecio é o fato da Modelagem poder proporcionar aos estudantes um olhar crítico da questão investigada. Entendo que a Modelagem também deve ser proposta como um ambiente criador de condições para que os alunos possam

¹ Barbosa (2001) destaca o cuidado que se deve ter para não excluir a Matemática do mundo real. Por exemplo, Blum e Niss (1991) e Blum et al. (2002) definem o termo *mundo real* como o mundo “não-matemático”. Esta questão filosófica merece reflexão, como encontrada nos trabalhos de Araújo (2002) e Blum et al. (2002), mas acredito que foge do foco da dissertação. Utilizarei o termo “referência à realidade” com o mesmo significado que Skovsmose (2000) atribuiu e para evitar repetições, usarei como sinônimo os termos “situação real”, “cotidiano” e “realidade”.

² “[...] *what is important to observe is that such a possibility breaks free from a ‘sacred cow rule’ in which students have little or no say in curricula*”.

pensar sobre o papel da Matemática na sociedade. Este é, a meu ver, o principal argumento para a presença da Modelagem nas aulas de Matemática. Barbosa (2001, p. 29-30) apresenta essa idéia, pois segundo ele a Modelagem deve ter uma abordagem situada na corrente *sócio-crítica*, cujas atividades

São consideradas como um meio de indagar e questionar situações reais por meio de métodos matemáticos, evidenciando o caráter cultural e social da matemática. Esta é vista como “meio” em vez de “fim”. A ênfase está na compreensão do significado da matemática no contexto geral da sociedade.

Almeida e Dias (2004) propõem a Modelagem como uma alternativa para que a educação escolar seja proposta para a formação de alunos críticos. Com isso, as autoras afirmam que proporcionaria uma aprendizagem mais significativa, uma vez que seria “[...] vinculada às ações em que o aluno tem oportunidade de experimentar, modelar, analisar situações e desenvolver um espírito crítico a respeito das soluções encontradas.” (ALMEIDA; DIAS, 2004, p. 20).

Um dos argumentos levantados por Blum e Niss (1991) sobre os motivos de inserção da Modelagem na Educação Matemática é o da *competência crítica* ao explicarem o fato de uma sociedade, que é moldada e influenciada pela Matemática, os alunos devem identificar, analisar, compreender e fazer a apreciação de exemplos de problemas socialmente relevantes para eles. Para que isto aconteça, os autores sugerem que seja proposto por meio da Modelagem.

Skovsmose (2001) e Blum e Niss (1991) usam o mesmo termo (*competência crítica*) e o consideram como importante. Entretanto, o primeiro autor coloca como um aspecto a ser priorizado, dentre outros, uma vez que ele coloca os alunos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem. O autor alia a competência crítica ao *engajamento crítico*, isto é, neste último, os estudantes direcionam as aulas para os problemas relevantes para eles. Esta perspectiva está em ressonância com a perspectiva de Projetos de Modelagem, a qual detalharei posteriormente. Além disso, este aspecto está associado ao anteriormente destacado por Borba e Villarreal (2005) sobre a participação dos alunos na constituição dos currículos escolares.

Jacobini (2004) investiga a Modelagem como um instrumento que pode proporcionar o convite aos estudantes para atuarem com papel ativo nas questões sociais. Para tal, o autor convida o alunado para compor ambientes em que ele pesquisa sobre um tema proposto por Jacobini, enquanto professor. Com isso, o autor analisa as possibilidades de crescimento político dos alunos nesse contexto, pontuando que há uma forte relação desse crescimento com a participação ativa nas investigações, com

destaque para as discussões tidas por eles, especialmente quando o corpo discente está envolvido numa pesquisa com comunidade específica. Assim, o trabalho de Modelagem pode proporcionar um estilo de produção de conhecimento e, conseqüentemente, pode criar condições para que possa ser pensado como um modo em que se efetive a democratização no acesso ao conhecimento.

Para tal, o tema gerador da discussão do trabalho de Modelagem deve ser relevante para os alunos, cabendo ao professor ficar atento a isto, especialmente se ele propuser o tema para a classe. Neste processo, uma investigação pode fazer com que algo desperte a curiosidade dos alunos, uma vez que eles podem desejar saber mais e entender determinado tema do seu cotidiano. Pode ser também que, mesmo não sendo algo próximo da sua realidade, seja interessante para eles. Por exemplo, é possível que um grupo de alunos de uma escola pública da periferia, como a maioria que se conhece, queira estudar sobre o raio *laser* ou sobre astronautas. Provavelmente, algo despertou a atenção deles, a curiosidade em conhecer ou aprender mais sobre tal tema, e isto não deveria ser negado pelo professor.

2.1.1. A Modelagem como um Ambiente de Aprendizagem

A noção “ambiente de aprendizagem” é definida por Skovsmose (2000) para se referir às condições postas pelo professor a fim de que os alunos possam desenvolver as suas atividades. Vários ambientes podem ser propostos, como: a aula centrada na exposição de conteúdos pelo professor, a Resolução de Problemas, a História como recurso didático, a Modelagem e as TIC na Educação Matemática.

No ambiente de aprendizagem, dois paradigmas de práticas de sala de aula são considerados por Alrø e Skovsmose (2006) e Skovsmose (2000). No paradigma do exercício, as atividades propostas pelo professor ocorrem de modo que praticamente tudo é controlável, previsto e previsível, seguindo o roteiro: definição, exemplos e exercícios. As questões propostas sempre possuem uma resposta única para resolvê-las.

O outro ambiente de aprendizagem é denominado cenários para investigação, os quais podem substituir o paradigma do exercício³.

Os alunos podem formular questões e planejar linhas de investigação de forma diversificada. Eles podem participar do processo de

³ A distinção proposta por Skovsmose (2000) entre os cenários para investigação e o paradigma do exercício é teórica. Na prática de sala de aula, é possível que ambos convivam, ou seja, o professor pode “passear” por ambos.

investigação. Num cenário para investigação, a fala “o que acontece se...” deixe de pertencer apenas ao professor e passa a poder ser dita pelo aluno. E outra fala do professor, “Por que é dessa forma...?”, pode desencadear a fala do aluno “Sim, por que é dessa forma...?”. (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006, p. 55-56).

Deste modo, nos cenários para investigação, os alunos são convidados a levantar questões e procurar explicações. A partir do engajamento dos alunos neste processo, o cenário para investigação se estabelece como um ambiente de aprendizagem. Nestes cenários, não existem algoritmos que facilmente resolvem as questões. Isto sugere que as informações para a solução das atividades (neste paradigma) não estão inseridas no texto da Atividade proposta.

Alrø e Skovsmose (2006) e Skovsmose (2000) combinam os paradigmas com três tipos de referências: matemática pura, semi-realidade e realidade. A referência à matemática pura ocorre quando as situações-problema são de conteúdos da disciplina Matemática (entendida em termos formais). Na referência à semi-realidade, os alunos são convidados a explorarem uma situação fictícia, ou seja, “[...] não se trata de uma realidade que ‘de fato’ observamos, mas uma realidade construída, por exemplo, por um autor de um livro didático” (SKOVSMOSE, 2000, p. 74). Já a referência à realidade está em ressonância com o ambiente de aprendizagem de Modelagem, uma vez que dados reais podem ser coletados e investigados pelos alunos, com a orientação do professor.

Considero a Modelagem como um ambiente de aprendizagem dos cenários para investigação. Essa é uma opção que adoto para o modo como se pode operacionalizar a Modelagem nas aulas de Matemática. Nela, os alunos podem aceitar o convite feito pelo professor para investigarem uma situação com referência à realidade, levantarem conjecturas, fazerem indagações e procurarem por explicações; sendo o professor um orientador durante o processo. Barbosa (2001) identifica três casos, presentes na tabela 1, em que as atividades de Modelagem podem ser organizadas.

	CASO 1	CASO 2	CASO 3
Elaboração da situação-problema	professor	professor	professor/aluno
Simplificação	professor	professor/aluno	professor/aluno
Coleta das informações⁴	professor	professor/aluno	professor/aluno
Resolução	professor/aluno	professor/aluno	professor/aluno

Tabela 1: Tarefas dos alunos e professores nos casos de Modelagem (BARBOSA, 2001, p. 40).

O professor pode perceber que os alunos têm interesse em discutir: “Como é feita a escolha dos alimentos que são servidos na merenda escolar?”. No caso 1, o professor pode solicitar à diretora da escola dados sobre o tema, fazendo as simplificações necessárias e propondo aos alunos um convite para investigar um aspecto da realidade onde estão inseridos. Cabe aos alunos o papel de resolução da situação-problema posta, com a ajuda do professor.

Caso o professor apenas proponha a situação-problema anterior, cabe aos alunos a simplificação do problema, a coleta das informações e a resolução da situação-problema; o ambiente de aprendizagem de Modelagem estaria sendo delineado como o caso 2.

O professor deve estar atento para propor algo para a turma que seja realmente de interesse dos alunos, que desperte neles a curiosidade de saber, de se informar a respeito de algo que tenham interesse. A Modelagem é um ambiente de aprendizagem que pode propiciar discussões sobre temas, compondo cenários para investigação.

Outra forma que a Modelagem pode ser proposta é o desenvolvimento de Projetos de Modelagem, a qual Barbosa (2001) nomeia de caso 3, em que temas são escolhidos pelo professor ou pelos alunos. Nesse caso, a coleta das informações, a simplificação, a elaboração da situação-problema e a resolução da mesma, cabem aos alunos, com a devida orientação do professor.

Minha pesquisa foi realizada num contexto em que o professor desenvolvia Projetos de Modelagem. Neste caso, ele enfatiza a importância dos temas serem

⁴ Modifiquei o original, o qual havia “dados qualitativos e quantitativos”, mas sem explicação do que seriam.

escolhidos pelos alunos. O foco da dissertação é o papel das TIC nos Projetos de Modelagem, considero pertinente considerar as TIC na Educação Matemática.

2.2. As Tecnologias da Informação e Comunicação na Educação Matemática

Considero as TIC como sendo os computadores e todas as suas interfaces, incluindo *softwares* que foram desenvolvidos com finalidade educacional (em especial *softwares* gráficos, como o Winplot⁵ e Wingeom⁶), *softwares* que não foram criados para esse fim, como o Excel⁷, o Word⁶ e os jogos eletrônicos; páginas WWW, *e-mails*, salas de bate papo e comunicadores instantâneos, como o MSN Messenger⁸; calculadoras gráficas e sensores que podem ser acoplados, como o CBR (*Calculator Basic Ranger*)⁹ e outras possibilidades associadas à informática. Para evitar repetições, utilizo como sinônimos os termos TIC, mídias informáticas e informática.

Cada vez mais é possível notar a presença da informática no nosso cotidiano. Para aqueles que têm acesso às TIC, elas podem ser notadas de modo direto, como no acesso a computadores com o uso da Internet. Mesmo para aqueles que ainda não podem adquirir um computador, pode-se acessar numa *lan house*¹⁰. Com essas facilidades atuais, há mais condições para que a Internet esteja mais acessível para pessoas com todos os poderes aquisitivos. Além disso, às vezes, as pessoas utilizam as TIC sem notar que estão fazendo uso, como na utilização de cartões de crédito, “Num processo de naturalização, incorporamos formas de trabalho sem perceber a utilização das [TIC] [...]” (CORRÊA, 2003, p. 46). Assim, a informática representa uma alavanca que cria condições para os processos de mudanças que podem ocorrer na sociedade, o que conduz à noção atual de estarmos vivendo na sociedade da informação (PONTE, 2000).

Nesta sociedade, as mudanças provocadas pela presença das mídias informáticas podem ser notadas em vários campos, como na economia - influenciando nas empresas, abrindo a possibilidade para a criação das empresas eletrônicas, ao gerar vários negócios na Web (CASTELLS, 2001), na evolução de pesquisas científicas, a

⁵ Site: <http://math.exeter.edu/rparris/winplot.html>.

⁶ Site: <http://math.exeter.edu/rparris/winggeom.html>.

⁷ Site: <http://www.microsoft.com>.

⁸ Site: <http://get.live.com/messenger/overview>.

⁹ O CBR mede a distância entre o sensor e um alvo e, assim, a calculadora traça um gráfico de distância versus tempo.

¹⁰ Casa especializada onde se aluga um computador com acesso à Internet por um período de tempo.

partir das possibilidades de simulações (LÉVY, 1993) ou nos avanços das ciências (DAWBOR, 1996). Há também alguns usos das TIC que classifico como geradores de preocupações em escala mundial, devido à sua utilização no processo para enriquecimento de Urânio e em estratégias de guerras.

As TIC “[...] transformam o modo como nós dispomos, compreendemos e representamos o tempo e o espaço a nossa volta” (KENSKI, 2004, p. 31). E o que tange o “olhar a nossa volta”, no âmbito da Educação? Autores têm chamado a atenção para o fato de que os computadores por si só não vão modificar a Educação e o ensino (BORBA; VILLARREAL, 2005). Por sua vez, é cada vez maior a inserção das TIC nas escolas do Ensino Básico e, dessa forma, os professores sentem necessidade de usá-las; a comunidade escolar tem aumentado a pressão nesse sentido. Entretanto, caso os professores não criem condições para que os alunos utilizem as TIC, a introdução da informática nas salas de aula acaba se constituindo numa ameaça para os primeiros, devido às pressões exercidas pela comunidade escolar (ZULATTO, 2003). Com isso, deve-se pensar que a informática pode abrir novas possibilidades para a Educação, mas não basta só ensinar Matemática e disponibilizar computadores na sala de aula, mas sim compor um movimento de repensar a Educação (DAWBOR, 1996).

Como respostas às possibilidades na Educação, tem sido grande, atualmente, a presença das TIC nas pesquisas em Educação Matemática, constituindo cenários para investigação, como no uso de *softwares* de Geometria Dinâmica (LOUREIRO, 2001; ALVES; SOARES, 2003), de aspectos lúdicos no ensino de conteúdos matemáticos com a utilização de jogos eletrônicos (ROSA, 2004), do uso de plataformas para comunicação em cursos *on-line* a distância, com ênfase nas discussões matemáticas sobre geometria ou em discussões sobre as tendências em Educação Matemática (ZULATTO, 2006; GRACIAS, 2003), da possibilidade do uso de um aplicativo em linguagem *Java* (*Applet*¹¹), disponível na Internet, para a exploração de atividades na sala de aula de Matemática (FIGUEIREDO; PALHA, 2005), dentre outros.

Um aspecto presente nas pesquisas é o fato de que as mídias informáticas podem ser entendidas como uma ampliação da memória, com mudanças qualitativas em relações às outras mídias. Lévy (1993) destaca que a humanidade vem, ao longo da sua existência, produzindo conhecimentos permeados por tecnologias da inteligência, a saber: oralidade, escrita e informática. A mídia informática condiciona o seu uso de

¹¹ “Aplicativo pequeno, de escopo limitado, que, em geral, é utilizado em *sites* da Internet. Qualquer programa escrito em Java que pode ser executado em browsers.” (GENNARI, 2003, p. 22).

diferentes formas, como: realizar pesquisa, comunicar-se ou para entretenimento. Atualmente, na sociedade da informação, a cada momento são criados novos tipos de usos das mídias informáticas. Entretanto eles surgem e são incorporados pelas pessoas que têm acesso, constituindo novos coletivos de seres humanos e mídias informáticas, mas que convivem com as mídias oralidade e escrita, sem as substituírem (LÉVY, 1993).

“A emergência da sociedade da informação requer ou não uma nova pedagogia [em especial com o uso das TIC]?” (PONTE, 2000, p. 71). Para dar respostas parciais a esta pergunta, reflito sobre as perspectivas do uso das TIC na Educação Matemática (tutorial, motivação, reorganização e cidadania) (BORBA; VILLARREAL, 2005).

Numa perspectiva, o uso das TIC é *tutorial*. Valente (1993, p. 8) afirma que os *softwares* tutoriais são usados sem provocar muitas modificações na Educação, ou seja, “[...] é a versão computadorizada do que já acontece na sala de aula” no paradigma do exercício, diferentemente dos cenários para investigação. Estes *softwares* podem ser caracterizados por sua pouca interatividade com os seres humanos, pois eles possuem um conjunto de instruções para os alunos que nem sempre atendem às necessidades pedagógicas dos professores (TAJRA, 2005).

O uso tutorial das TIC pode ser realizado em salas de aula, o que pode sugerir a possibilidade do computador substituir o professor, uma vez que os conteúdos pré-estabelecidos são acessados pelos alunos num CD-ROM, por exemplo. Tikhomirov (1981) critica esta possibilidade, uma vez que ela ignora a complexidade do pensamento humano e considera apenas uma das soluções de um problema, ou seja, a solução do ser humano pode ser diferenciada, quando comparada com a resolução do computador, mesmo que se conclua um resultado igualitário.

“Os programas tutoriais procuram explicar nova matéria e proporcionar novos conhecimentos, funcionando como um livro onde as páginas de papel são substituídas por sucessivos ecrãs de computador” (PONTE, 2000, p. 71). A maior parte dos programas tutoriais disponíveis possui um ambiente de aprendizagem pensado de modo semelhante ao paradigma do exercício, uma vez que solicita ao aluno apenas a leitura de textos e a resolução de questões de múltipla escolha (VALENTE, 1993), sem explorar as potencialidades da mídia informática. Desta forma, nesta perspectiva, os conteúdos são tidos como um conjunto de conceitos neutros, sem um contexto específico que podem ser discutidos, além do contexto da própria disciplina ao qual é identificado. Há

também os chamados programas de prática, que tentam fazer um treinamento no sentido de que os alunos devem repetir os exercícios do conteúdo estudado (PONTE, 2000).

Borba e Villarreal (2005) nomeiam este aspecto de domesticação da mídia informática, uma vez que tenta reproduzir o que ocorre no paradigma do exercício. A tentativa de reproduzir as práticas de sala de aula deste paradigma, com o uso dos computadores, tem dissonância das idéias de Lévy (1993), quando ele afirma que a mídia informática cria condições para mudanças qualitativas na Educação. Ou seja, a mídia informática, segundo Lévy (1993), cria condições para que nos cenários para investigação, usando as TIC, sejam explorados novos tipos de problemas, que se aliam aos já existentes neste cenário. Desta forma, os professores devem propiciar o ambiente de aprendizagem das TIC (em Educação Matemática) focando na constituição de novos coletivos, de atores humanos e mídias para a produção de conhecimentos, de modo investigativo e não “[...] apenas apresentando uma fachada de modernidade, remodelando o ‘velho’ em novos artefatos” (CORRÊA, 2003, p. 46 – grifo do autor), assim, não se deveria criar novas formas de exibir o paradigma do exercício.

Uma outra perspectiva do uso da informática é a da *motivação*. Há autores que a defendem com o argumento de que “[...] em função da gama de ferramentas disponíveis nos *softwares*, os alunos além de ficarem mais motivados, também tornam-se mais criativos” (TAJRA, 2005, p. 61).

Valente (1993) pontua que há aqueles que defendem que o uso do *software* LOGO, deve ser feito para atrair e motivar os alunos. Com esse pressuposto, espera-se que o professor crie condições para que eles possam chegar a construir determinados produtos. A apreciação do autor é que não se deveria dar destaque para a motivação, visando a construção de um produto que o aluno desenvolve. Segundo Valente (1993), o professor deveria valorizar o processo, ou seja, o desenvolvimento da atividade realizada pelos alunos, quando usam o *software* LOGO. Deste modo, entendo que as atividades da perspectiva motivação podem ser propostas no paradigma (de práticas de sala de aula) do exercício ou nos cenários para investigação, dependendo dos objetivos do professor.

Segundo Borba e Villarreal (2005), o argumento da motivação é muito utilizado por professores para justificar o uso da informática nas aulas. Entretanto, as experiências dos autores com pesquisas na Educação Matemática apontam que não há estudos para sustentar tal afirmação. Eles destacam que para a motivação ser mantida por um longo período de tempo, seria necessário um investimento vultoso.

Uma das razões para prover o uso das TIC na Educação Matemática é a perspectiva da *reorganização* do pensamento. As perspectivas tutorial, motivação e cidadania (esta última será apresentada na seqüência) poderiam ser pensadas que, com o uso das TIC, há uma reorganização do pensamento. Cabe esclarecer que a natureza da reorganização do pensamento nessas perspectivas ocorre, mas é diferenciada da que Borba e Villarreal (2005) propõem. Nessa perspectiva (dentro da Educação Matemática) é destacado o uso das TIC presente nos ambientes de aprendizagem no enfoque experimental-com-tecnologia ou experimentação (BORBA, 1999a), ou seja, na exploração de problemas abertos com uso da informática.

Nesta maneira de focalizar tal ambiente, atividades podem ser sugeridas com o intuito do alunado relacionar mudanças no gráfico com alterações nos coeficientes da expressão das funções. Souza (1996), por exemplo, analisa a investigação realizada pelos alunos de 1º ano do Ensino Médio, numa seqüência de atividades utilizando o *software* Fuction Probe. A proposta proporcionou aos alunos um ambiente para exploração. Eles possuíam a sua disposição as mídias oralidade, escrita e calculadoras gráficas. A mídia informática possibilitou ir além da investigação dos conteúdos comumente vistos no Ensino Médio. Como exemplos, há o estudo da variação no coeficiente “b” da expressão $f(x) = ax^2 + bx + c$ e a análise de família de funções do tipo $f(x) = (x+k)^3$, sendo “k” um número inteiro, coordenando alterações algébricas com as representações gráficas e tabulares. Com isto, este ambiente de aprendizagem pôde criar condições para que os alunos pudessem coordenar as múltiplas representações de funções (tabulares, gráficas e algébricas) (BORBA; VILLARREAL, 2005).

É possível que, nesse ambiente de aprendizagem, surjam situações não previstas, o que é característico dos cenários para investigação (ALRØ; SKOVSMOSE, 2006; SKOVSMOSE, 2000). Este aspecto é explorado por Benedetti (2003), o qual denomina de *plasticidade*, entendida como característica daquilo que pode ser moldado ou modificado e podendo assumir diferentes formas. Assim, o autor afirma que as atividades podem ser propostas pensando na plasticidade proporcionada pelo *software* gráfico, ou seja, na possibilidade de alteração do coeficiente de uma função quadrática, por exemplo, e analisar as possíveis alterações que isso provoca nas representações gráficas e tabulares. Desta forma, o ator informático possui um papel ativo no pensamento do coletivo de seres humanos e mídias, uma vez que, a partir de um *feedback* a uma ação humana, as mídias informáticas criam condições para os estudantes estejam pensando com o *software* gráfico, podendo realizar investigações.

Por outro lado, elas também podem criar limitações. As possibilidades e limitações ocorrem, pois o modo como os seres humanos interpretam as respostas fornecidas pelas TIC foi moldado por configurações sócio-culturais, tal como a mídia informática também foi moldada.

Baseando-se nas idéias de Lévy (1993), Benedetti (2003, p. 5) afirma “[...] que o pensamento é realizado por um coletivo de homens-coisas, de forma que não é possível fragmentar este pensamento em partes”. Por enquanto, quero chamar a atenção que, além das pesquisas sobre a perspectiva experimental-com-tecnologias com referência à matemática pura, destaco o ambiente de aprendizagem de Modelagem (o qual é característico da referência à realidade) pode ser associado a esta perspectiva.

A última perspectiva que apresento é a que Borba e Villarreal (2005) denominam de *cidadania*, a qual eles associam com o direito e a democratização do acesso à informática que, segundo os autores, são as principais justificativas para o uso das TIC na Educação Matemática.

Entendo que a discussão deve ser aprofundada, para que se possa refletir sobre a democratização no acesso à informação com o uso das páginas WWW (KENSKI, 2004). A Internet pode ser utilizada como uma espécie de biblioteca virtual, em que se pode procurar por informações de um tema qualquer. A Internet é denominada por Lévy (2000, p. 17) de *ciberespaço*, o qual

[...] é o novo meio de comunicação que surge da interconexão mundial de computadores. O termo especifica não apenas a infra-estrutura material da comunicação digital, mas também o universo oceânico de informações que ele abriga, assim como os seres humanos que navegam e alimentam esse universo.

No que tange a Educação, o uso da Internet possibilita a interação, a comunicação, a publicação de materiais e o acesso à informação (KALINKE, 2003). Destaco algumas utilidades da Internet, presentes na Educação Matemática, que podem favorecer a democratização de idéias, de modo a compor na perspectiva cidadania, a harmonia com o ambiente de aprendizagem dos cenários para investigação.

“As funções de *troca de mensagens* encontram-se entre as mais importantes no ciberespaço.” (LÉVY, 2000, p. 94 – grifo do autor). Essas trocas de mensagens podem ocorrer de modo síncrono ou assíncrono. Destaco, aqui, a comunicação assíncrona, a partir do uso do correio eletrônico. Entendo-o como uma espécie de endereço em que uma pessoa pode enviar bilhetes eletrônicos ou cartas digitais em arquivo do Word, por exemplo, para uma outra pessoa, bastando que ela possua um *e-mail*. Outros tipos de arquivos podem ser enviados por *e-mail*, como os de imagens, de sons ou de *softwares*

como o Winplot. O que me chama a atenção, quando comparo o correio eletrônico com o tradicional, é que há uma mudança qualitativa quanto ao seu uso. Por exemplos, cito o tempo que leva para alguém receber o *e-mail* e a possibilidade de transformar, apagar, alterar e reenviar os arquivos digitais para outra pessoa, ou seja, “[...] o meio eletrônico veio trazer a possibilidade de o leitor submeter o texto a diversas operações e, a partir delas, construir um novo texto” (BERNARDES; FERNANDES, 2005, p. 123). A comunicação, assim, ocorre de modo distinto, uma vez que as mídias informáticas são utilizadas de modo qualitativamente diferenciado (LÉVY, 1993). Portanto, estabelecem-se condições para a alteração do arquivo digital, o que altera o modo de responder uma pergunta, uma carta, um bilhete, por exemplo, pois o arquivo também pode ser em formato digital. Estas situações engendram possibilidades e facilidades para a comunicação dos alunos com especialistas e entre os alunos nas atividades desenvolvidas em grupos, inclusive nos Projetos de Modelagem (BORBA; PENTEADO, 2001; JACOBINI, 2004).

Lévy (2000) identifica o tipo de comunicação do correio tradicional com a comunicação *um-um*. Uma pessoa escreve para uma outra, a qual está num endereço residencial ou comercial. Outro tipo de comunicação ocorre quando participo de uma lista eletrônica de *e-mails*; sou um membro do coletivo composto por seres humanos e *e-mails* (BORBA; VILLARREAL, 2005). Quando alguém envia uma mensagem para a lista, por exemplo, como acontece na lista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM), ocorre a comunicação *todos-todos* (LÉVY, 2000), uma vez que qualquer pessoa pode responder em um arquivo digital ao debate provocado por um correio eletrônico e, dependendo da configuração do *e-mail*, pode ser que as mensagens anteriores possam ser retomadas dentro da própria mensagem. Estas também podem ser copiadas, alteradas, respondidas usando cores diferentes da mensagem original, dentro do mesmo arquivo digital, por exemplo. Mesmo quando uso o correio eletrônico para mandar uma mensagem, posso enviar para quantas pessoas desejar, as quais também podem responder do mesmo modo. Destarte, a metáfora *todos-todos* proposta por Lévy (2000) sintetiza as mudanças que as mensagens eletrônicas possuem.

Outro tipo de uso da Internet na Educação Matemática está associado à palavra pesquisa. Aqui cabe um destaque para esse tema, uma vez que autores como Bernardes e Fernandes (2005) e Demo (2005) ressaltam sua importância, destacando como possibilidade, para a Escola Básica, de práticas de investigação nas aulas. E nesse movimento é importante o papel do professor, uma vez que é ele quem convida os

alunos para adentrarem nos cenários para investigação. Para tal, pode ser observado o que ocorre quando se realiza pesquisa na academia, a partir da escolha de um tema (norteador), o qual deve ser entendido como um momento inicial de dúvidas (DEMO, 2005). É como se coubesse aos atores uma adaptação da idéia de pesquisa na universidade, pensando nos elementos que a constitui, como projeto da pesquisa, professor-orientador, foco em algo para investigar, revisão de literatura sobre o tema escolhido, validação externa durante a apresentação oral, dentre outros aspectos. Tudo isso deve ser pensado guardadas as devidas proporções. Por exemplo, autores destacam a importância da pesquisa na universidade para a produção de novos conhecimentos. Creio que esse seja algo muito ambicioso de ser feito na Escola Básica e mesmo na Graduação, mas é possível. Talvez seja interessante pensar na produção de conhecimentos novos para aqueles coletivos que estudam determinado tema, mas é algo que merece uma investigação mais profunda. “Assim, se um grupo de alunos constrói uma interpretação sobre a queda de um objeto lançado do topo de um edifício, esta poderá ser até muito interessante, mas é praticamente certo que não será a mesma interpretação que os físicos fariam.” (PEREIRA, 2005, p. 24).

Com o acesso à Internet, esse ator pode se aliar a esses coletivos, possibilitando novas alternativas para as pesquisas, por exemplo, para coletar informações sobre temas investigados. “Agora, não é mais o professor que apresenta um local [no caso, uma biblioteca] onde os alunos possam pesquisar, mas são eles que trazem para o educador resultados das pesquisas realizadas em um novo meio: o virtual.” (BERNARDES; FERNANDES, 2005, p. 120).

A Internet possibilita que pesquisas sejam realizadas sobre um tema qualquer usando os *sites* de busca, por exemplo. Veloso (1997) apresenta uma pesquisa que ele realizou usando a Internet, quando queria ter acesso a informações sobre o tema poliedro. Usou a possibilidade de pesquisa de um *site* (o qual tem um fórum de Matemática) e digitou a palavra-chave *polyhedra* (poliedro em inglês). Ele comunica algumas das várias alternativas que surgem e que teria que fazer escolhas. Percorre os caminhos a partir das suas seleções feitas, comentando as informações que encontrou, os *downloads* que fez, terminando a viagem feita usando as páginas Web para não exceder o número de páginas do artigo.

Também sobre o aspecto da pesquisa com tema matemático, Kalinke (2003) levanta critérios que os professores deveriam considerar para a seleção de *sites*. O autor considera, a partir de duas fundamentações teóricas (Construtivismo e Ergonomia), que

os professores devem escolher páginas WWW, de conteúdo matemático a ser trabalhado com os alunos na sala de aula, a partir de alguns critérios considerados. Destaco três critérios por considerar os mais relevantes para esta pesquisa e que podem ser expandidos, ou seja, podem ser considerados não só para a escolha de *sites* de conteúdos matemáticos: verificar se o *site* disponibiliza possibilidades para a interação, se há mídias informáticas que permitem simulações e, se as informações estão presentes de modo claro, simples e direto; acessível para o público alvo a qual se destina.

A Internet também possibilita a coleta de informações para a realização de trabalhos em grupo. Este tipo de atividade não é comumente desenvolvido no paradigma do exercício. Portanto, os alunos não têm o hábito, de modo geral, de realizarem pesquisas escolares (DEMO, 2005) concebidas dentro dos cenários para investigação. Demo (2005) destaca a dicotomia existente entre ensino e pesquisa presente nas escolas, de modo geral, e sugere que seja repensada. Deste modo, quando os alunos são convidados para realizarem pesquisa, é possível que relatem, de modo escrito, suas pesquisas como se “[...] fizessem uma justaposição de diversas informações [no relatório escrito]” (BARBOSA, 2004, p. 70), o que é perfeitamente compreensível, inicialmente, uma vez que, de modo geral, não estão acostumados, a este tipo de situação.

Buscar informações na Internet e selecioná-las, coloca os alunos para enfrentar vários aspectos: descobrir relações não imaginadas, analisar enfoques diferenciados, selecionar o que vale a pena ler de modo mais detalhado, qual parte selecionar para uso no trabalho, dentre outros (MAGDALENA; COSTA, 2003). Talvez o desafio maior seja escrever um texto (ou relatório escrito).

Reunir essas informações e produzir algo próprio, ser autor, é o próximo desafio! Isso implica em, a partir do recolhido, fazer um esforço de compreensão do material lido, tentando compartilhar e/ou harmonizar os fragmentos de textos ou informações selecionadas coordenando-as em um todo coerente e original. Seria o avançar para além do “copiar-colar”. Seria o avançar para a autoria. (MAGDALENA; COSTA, 2003, p. 55).

Uma questão que gostaria de deixar clara para o leitor é que as perspectivas das TIC na Educação Matemática, de Borba e Villarreal (2005), e os exemplos de pesquisas apresentados e comentados não esgotam as alternativas. Além disso, uma perspectiva não exclui as demais, ou seja, é possível, por exemplo, ter um uso da Internet na qual motive e discuta questões ligadas à cidadania. Os autores também não descartam interseções entre as diferentes perspectivas. Vou abrir a discussão da associação entre as

duas áreas de inquérito que compõem a dissertação, com destaque para a harmonia entre ambas.

2.3. A Sinergia entre Modelagem e Informática

No âmbito internacional, há pesquisadores em Modelagem que investigam a parceria entre Modelagem e TIC. Isto pode ser notado no documento de discussão da Comissão Internacional de Instrução Matemática (ICMI)¹² sobre Aplicações e Modelagem na Educação Matemática, em que há uma seção que se discute os impactos das TIC no desenvolvimento dos trabalhos de Modelagem e Aplicações (BLUM et al., 2002).

Nessa chamada do ICMI, em que questões são levantadas para debate, é destacada a associação entre Modelagem e informática. Por exemplo, os autores do documento questionam se a presença das TIC influencia as atividades no ambiente de Modelagem; e se o uso das TIC comprometerá ou possibilitará novas formas de pensamentos e de reflexão em Modelagem (BLUM et al., 2002).

De modo geral, os pesquisadores reconhecem a parceria entre Modelagem e informática como sendo importante. Araújo (2002, p. 43-44) sugere que há “uma certa harmonia na parceria entre Modelagem Matemática e tecnologias informáticas¹³. Parece haver uma solicitação natural pelo uso de computadores e/ou calculadoras quando se está desenvolvendo algum trabalho de Modelagem Matemática”, e isto se deve ao fato de que as TIC fazem parte do nosso contexto social, no atual momento histórico-social, desde que se tenha acesso a elas.

Acrescentando-se a isto, autores afirmam que há uma tendência de expansão quantitativa e qualitativa no uso das TIC nas atividades de Modelagem (BORBA; VILLARREAL, 2005; BLUM, 1991; BLUM; NISS, 1991). Isto pode ser confirmado pela fala de Franchi (2005, p. 4): “A informática trouxe novas possibilidades para a Modelagem”, pois sugere que com o surgimento de novas mídias informáticas, possam surgir novos modos de utilização da informática nos trabalhos de Modelagem.

¹² ICMI é a sigla em inglês para *International Commission for Mathematical Instruction*.

¹³ Com as possibilidades que se tem hoje sendo constantemente atualizadas, considero a utilização das tecnologias informáticas como sinônimo das TIC, como defini.

Uma questão que mereceu atenção de Blum e Niss (1991) é o fato de que as TIC¹⁴, usadas nos trabalhos de Modelagem, não só possibilitaram a realização de cálculos, com dados da realidade e variar parâmetros, como também, “[...] na maioria dos casos, eles são simplesmente indispensáveis para a ‘abordagem’ de um dado modelo matemático que seja acessível ou real”¹⁵ (BLUM; NISS, 1991, p. 52 – tradução nossa – grifo dos autores).

As TIC possibilitam que cálculos sejam feitos rapidamente e corretamente. Bassanezi (2002) acrescenta que as calculadoras científicas e os *softwares*, como o Excel, devem ser usados para dispensar os alunos dos cálculos, mas não entra em muitos detalhes sobre isto. Já Matos (1997, p. 41) coloca que a introdução das TIC pode trazer possibilidades para a sala de aula de modo diferenciado que as mídias lápis e papel, reduzindo “[...] os obstáculos que têm a ver diretamente com o cálculo e com operações rotineiras”. Entendo que esta possibilidade proporcionada pela informática, dispensando os alunos de cálculos, faz com que eles possam se concentrar em outros aspectos durante o desenvolvimento das atividades de Modelagem.

Essa conjuntura geral que apresento aqui sobre o uso das TIC, nos trabalhos de Modelagem, baseia-se principalmente em Borba e Villarreal (2005), pois eles observam que é possível propor quatro perspectivas de Modelagem, a partir do modo como os autores da área entendem a Modelagem. Em outras palavras, Borba e Villarreal (2005) propõem apresentar quatro possíveis olhares, com foco nos objetivos do ambiente de aprendizagem de Modelagem. A partir disso, apresento alguns autores que entendo se “encaixarem” nestas perspectivas, mas não os classificarei como pesquisadores que discordam das demais apresentadas. É possível que um autor considere as quatro perspectivas, porém arriscarei classificá-lo em uma delas, com a tentativa de ressaltar o foco das pesquisas dos mesmos. Não pontuarei concepções de Modelagem dos autores, uma vez que considero que está amplamente presente em outros trabalhos (por exemplo, MALHEIROS, 2004; ARAÚJO, 2002; BARBOSA, 2001). Pontuo, também, as células presentes na tabela 2, que estão com letras maiúsculas. Com isso, vou apresentar as perspectivas, para divulgar aquelas que optei.

¹⁴ Apesar de Blum e Niss (1991) terem feito considerações apenas para computadores, entendo que posso estender a discussão para as TIC, como defini.

¹⁵ “[...] in most cases they are simply indispensable for the mere ‘cracking’ of a given mathematical model to be accessible or realistic”.

TIC Modelagem	Tutorial	Motivação	Reorganização	Cidadania	
Problema Aplicado no Livro Didático Tradicional	A				
Tópico Matemático		B	Influências das experiências anteriores dos alunos – D		
Situação-problema de Modelagem posta pelo professor				E	G
Projetos de Modelagem		C		F	H

Tabela 2: Adaptação de Borba e Villarreal (2005, p. 58) das diferentes perspectivas considerando Modelagem e TIC na Educação Matemática.

A perspectiva *problema aplicado no livro didático tradicional* tem fortes raízes em uma das áreas que compõe a origem da Modelagem: a Matemática Aplicada. Isto implica que a Modelagem, nesta perspectiva, está fortemente associada à resolução de problemas aplicados, sem nenhum outro tipo de discussão além da resposta para a questão posta. Parece-me que esta alusão possui ênfase no desenvolvimento das habilidades em Modelagem, associada à corrente pragmática, na qual os alunos são estimulados a aplicar a Matemática para resolver os problemas da realidade (KAISER-MESSMER, 1991). Na célula A (combinação com a perspectiva tutorial), identifico as perspectivas como sendo dos ambientes de aprendizagem do paradigma do exercício ou dos cenários para investigação. Borba e Villarreal (2005) afirmam que, os que defendem a perspectiva tutorial, acabam domesticando o uso e, de modo semelhante, a Modelagem também seria domesticada, uma vez que seria um ambiente de aprendizagem a qual reproduziria as práticas do paradigma do exercício.

Outra perspectiva de Modelagem coloca o foco no *tópico matemático*. Por exemplo, para abordar o conteúdo função exponencial, posso criar um ambiente de

aprendizagem para uma situação na qual este modelo matemático¹⁶ apareça, o que mantém a estrutura curricular do curso no qual as atividades de Modelagem são desenvolvidas. Cheng (2001) examina a possibilidade de introduzir, dentre outros conteúdos matemáticos, a função linear com uma atividade de Modelagem. Para tal, este autor investigou a variação do nível de água num cilindro (o qual estava enchendo a partir de uma torneira de vazão constante) em função do tempo. Esse tipo de atividade, que identifique pertencente aos cenários para investigação, pode ser proposta a fim de que os alunos, reunidos em grupos, investiguem um problema, mas o que é posto como o foco principal é a criação de um ambiente no qual os alunos possam aprender um conteúdo matemático. Nas palavras do autor: “[...] pode ser mais interessante [se comparado com o paradigma do exercício] para ver como um gráfico e uma função podem surgir verdadeiramente de uma situação real.”¹⁷ (CHENG, 2001, p. 3 – tradução nossa).

Na célula B (combinação com a perspectiva motivação), se o professor quiser desenvolver algum conteúdo matemático via Modelagem, por exemplo, *sites* podem ser usados para que várias situações possam ser desenvolvidas. Nessa célula, as duas perspectivas poderiam ser consideradas no paradigma do exercício ou no dos cenários para investigação.

Como exemplo dessa célula, o uso de *Applets* seria usado para motivar os alunos visando a aprendizagem do tópico matemático. Muito trabalho seria necessário para que não desaparecesse a motivação num curto intervalo de tempo. Em outro exemplo, Biembengut e Hein (2003) refletem sobre criação de perus. Eles investigam a massa (em gramas) ideal para o abate (em semanas). Os autores sugerem explorar a função linear (que seria o primeiro modelo matemático para a situação investigada) e os aspectos que a caracterizam, como o domínio e a imagem. Na seqüência, propõem a análise dos motivos que justificam a não adequação do modelo inicialmente proposto, baseado no crescimento semanal dos perus, ou seja, em aspectos biológicos. Os pontos dos gráficos são ligados e, dentre outros aspectos, são analisados a velocidade de crescimento em função da massa do peru e a utilização de conteúdos de Cálculo Diferencial para encontrarem a lei de formação que melhor descreve a situação, sempre baseada em gráficos plotados em um *software*.

¹⁶ Considero modelo matemático como sendo um “[...] conjunto de símbolos e relações matemáticas que representam de alguma forma o objeto estudado” (BASSANEZI, 2002, p. 20).

¹⁷ “[...] it may be more interesting to see how graph and function can actually arise from a real practical situation”.

Uma outra perspectiva, a qual nomeio de *situação-problema de Modelagem posta pelo professor*, possui um tema e um problema propostos pelo professor, o qual pode ou não fornecer as informações sobre o tema investigado, cabendo aos alunos, com a ajuda do professor, a resolução da situação-problema. Borba e Villarreal (2005) aglutinam nesta perspectiva o que Barbosa (2001) identifica como os casos 1 e 2, conforme pode ser visto na tabela 1.

Há três células na tabela 2 em que a perspectiva *situação-problema de Modelagem posta pelo professor* está presente. As células E (combinação com a perspectiva reorganização) e G (combinação com a perspectiva cidadania) possuem características dos cenários para investigação. Considero um exemplo quando o professor convida os alunos para investigarem a situação-problema: “Como é feita a escolha dos alimentos que são servidos na merenda escolar?”. Nesse exemplo, pode-se discutir, na tentativa de procurar compreender como o governo federal calcula o valor da merenda escolar, que a escola recebe por cada aluno. Os estudantes poderiam refletir sobre como a distribuição da receita relativa à merenda escolar deveria ser feita, tentando propor produtos para serem comprados e realizando cálculos para verificar a viabilidade de compra. Também seria possível propor o valor adequado, por aluno, para a merenda. Será que é justo um valor uniforme por cada um, não importando o local onde a escola está situada? São questões que poderiam ser debatidas em que as perspectivas de reorganização e cidadania estariam possivelmente presentes.

A última perspectiva é conhecida na literatura, de modo geral, com a noção de *Projetos de Modelagem* (caso 3 da tabela 1). Nela, parte-se de um tema ou problema de interesse da turma, sendo que a escolha pode ser feita pelo professor e/ou pelos grupos de alunos, e o levantamento de informações é realizado prioritariamente pelo alunado (por exemplo, Borba et al., 1997).

Aqui existem quatro combinações na tabela. No item C (combinação com a perspectiva motivação), autores colocam que os estudantes são convidados pelo professor para que escolham um tema e

[...] são motivados somente para usar a Internet e programas de busca. É claro que, dependendo de qual parte do mundo ele está, qual classe social ele pertence e qual tipo de acesso eles têm aos computadores, tal motivação pode até não existir ou pode desaparecer em diferentes velocidades¹⁸ (BORBA; VILLARREAL, 2005, p. 57-58).

¹⁸ “[...] are motivated only to use the Internet and search programs. Of course, depending on what part of the world the students are in, what social class they belong to, what kind of access they have to computers, such motivation may not even exist or may disappear at varying speeds.”

Dentre as razões para inserção das TIC no ambiente de aprendizagem de Modelagem, Jacobini (2004, p. 72) defende o argumento da motivação, na pesquisa que ele realizou, pois os Projetos que compuseram os cenários para investigação com temas sugeridos por ele, enquanto professor, “[...] foram construídos em disciplinas e em cursos diretamente relacionados com a informática”.

Na célula D (combinação entre a perspectiva reorganização e as perspectivas tópico matemático, situação-problema de Modelagem posta pelo professor e Projetos de Modelagem), destaco a pesquisa de Araújo (2002), a qual investigou uma turma de Cálculo Diferencial e Integral ministrada para alunos de Engenharia Química. A autora investiga essa turma na qual o professor convidou os alunos para escolherem um tema (do Projeto de Modelagem) do cotidiano deles, para trabalhar com os conteúdos da disciplina, por exemplo, com o tema “funções”. O professor tinha a intenção de relacionar o tema do trabalho com conteúdos matemáticos da disciplina e, para fazer isto, sugeria o uso do computador com o objetivo de motivá-los. Os alunos inventaram a temperatura de uma cidade imaginária, criando as temperaturas de dias típicos das quatro estações do ano. Por isso, os estudantes usaram o computador para plotar o gráfico de uma função definida por quatro sentenças. Neste exemplo, Araújo (2002) argumenta sobre as influências das experiências anteriores dos alunos neste primeiro contato com a Modelagem, sendo algo marcante. Desta forma, destaco esse exemplo, que foi identificado por Borba e Villarreal (2005) em mais de uma célula da tabela, na qual serve para mencionar as perspectivas do uso das TIC e da Modelagem (neste exemplo, tópico matemático, situação-problema posta pelo professor e Projetos de Modelagem) não são excludentes.

A célula F (combinação com a perspectiva reorganização) é identificada por mim como pertencente aos cenários para investigação. Cito o exemplo analisado por Malheiros (2004), em que a autora apresenta um Projeto de Modelagem de uma equipe com tema “O Mal da Vaca Louca”. Nesse caso, o ator Internet foi importante para coletar os dados sobre o tema, uma vez que no momento em que o Projeto de Modelagem foi desenvolvido, era um tema em que as informações eram muito atuais (para a época) e a pesquisa solicitava informações que seriam difíceis de serem encontradas em livros na biblioteca. Os alunos coletaram dados quantitativos sobre a evolução do número de casos no decorrer dos anos. A calculadora gráfica proporcionou um ambiente experimental-com-tecnologias, em que os alunos buscaram-na para encontrar a lei de formação que descreveria o gráfico solicitado pelo professor. Os

estudantes usaram o Excel, mas o modelo encontrado não era adequado, uma vez que para anos recentes o modelo não possibilitava fazer previsões e, portanto, não seria útil para que pudessem ser obtidas novas interpretações sobre a doença. Deste modo, o professor sugeriu que eles encontrassem a lei de formação que descrevesse a soma dos casos da doença em função do tempo, um modelo matemático presente no livro-texto de Cálculo. Lápis e papel se aliaram para encontrar a lei de formação que representasse o modelo matemático. O Excel possibilitou que eles verificassem se o modelo encontrado era uma curva que possuía uma boa aproximação. Assim, identifiquei o coletivo Professor-Estudantes-com-Excel-Calculadoras-Gráficas-Internet-Lápis-e-Papel-Livro-Texto, o qual foi composto para a produção de conhecimento sobre o objeto investigado.

Um outro exemplo de Projeto de Modelagem foi investigado por Borba e Penteado (2001), em que se criou um cenário para investigação a fim de analisar a variação de parâmetros e seus reflexos tabulares, gráficos e algébricos. A perspectiva da reorganização no ambiente de aprendizagem das TIC está em ressonância com o enfoque experimental-com-tecnologias. Os autores discutem um exemplo a partir de um grupo de alunos, o qual escolheu o tema para o Projeto de Modelagem, “Germinação de Sementes de Melão”. Eles coletaram informações quantitativas sobre o tema e construíram um gráfico, usando um *software*, que relacionava a temperatura ambiente em relação ao percentual das sementes que germinavam. Para encontrar a lei de formação que descrevesse esta situação, os alunos recorreram às atividades com calculadoras gráficas do ambiente experimental-com-tecnologias. Os estudantes começaram com um modelo prototípico de função quadrática (no caso $y = -x^2$) e realizaram translações horizontal e vertical no gráfico inicialmente pensado, “abriram a concavidade” da parábola para que pudessem encontrar o modelo que melhor se aproximasse dos pontos do gráfico. Mais ainda, o gráfico foi validado a partir do cruzamento de informações entre Matemática e Biologia, o que serviu para justificar a escolha da função quadrática.

Os autores destacam que este exemplo sugere uma harmonia entre Modelagem e informática, abrindo possibilidades de [...] “pedagogias que se harmonizam com as mídias informáticas de modo a aproveitar as vantagens de suas potencialidades.” (BORBA; PENTEADO, 2001, p. 42). De modo semelhante às discussões que estão presentes nesse trabalho, destaco as reflexões que estão à vista nos trabalhos de Borba et al. (1997) e Malheiros (2004).

Almeida e Brito (2003) analisaram as informações quantitativas do tema “Horário de Verão”. Os autores interpretaram a lei de formação sobre a duração dos dias do ano, em função dos dias, como sendo um fenômeno cíclico. Com isso, eles sugeriram que é possível fazer previsões de qual o melhor período para início e término do horário de verão. Como essa lei de formação foi desenvolvida usando o Excel, os autores destacam as TIC nesse processo, numa abordagem aqui denominada experimental-com-tecnologias: “[...] após a dedução do modelo, a sua representação para estabelecer a comparação com a tendência dos dados e a validação do modelo são fortemente influenciados com o uso de recursos computacionais.” (ALMEIDA; BRITO, 2003, p. 10).

Matos (1997) acrescenta aspectos aos quais estavam presentes nas investigações desenvolvidas anteriormente, abrindo uma perspectiva de trabalhar a Modelagem com dados quantitativos obtidos a partir da observação de fenômenos. Num exemplo, o autor apresenta a variação da temperatura de um bule de café com relação ao tempo. Ele sugere que, nesse caso, poderia ser usado um sensor que medisse a temperatura, o qual estaria acoplado a um computador (atualmente, poderia ser acoplado à calculadora gráfica). Com isto, além de um *software* presente no computador traçar um gráfico da situação observada, uma análise qualitativa poderia ser feita pelos alunos, como o estudo da influência de alguns fatores externos ao experimento, como a temperatura ambiente. Assim, o ambiente de aprendizagem seria composto pelos alunos, os quais poderiam realizar experimentos e coletar dados quantitativos de um tema estudado, usando as TIC, o que possibilitaria fazer análises qualitativas do estudo.

Agrego um trabalho analisado por Barbosa (2004), em que na apresentação oral do trabalho, os alunos da equipe do Projeto de Modelagem, com tema “Gás Natural Veicular (GNV)”, mostraram um programa que fizeram em linguagem Pascal. Nesse programa, era possível que uma pessoa entrasse “[...] com a distância média percorrida, diariamente, e lhe [...] [seria] devolvido o tempo de integralização do retorno do investimento, em decorrência da conversão do veículo para GNV” (BARBOSA, 2004, p. 75), facilitando os cálculos para o usuário.

Esses exemplos ilustram a possibilidade de uso das TIC para que o corpo discente possa fazer simulações. Relaciono os cenários para investigação, o uso de *softwares* e a Modelagem às idéias de Lévy (1993, 2000) sobre o conhecimento por simulação. Este termo é associado a aspectos que não são acessíveis diretamente aos seres humanos, como exemplo, o aprendiz de piloto de avião que simula situações de

vôo, investigando, dentre outros aspectos, a pressão atmosférica e as turbulências que podem ocorrer durante o vôo, sem necessariamente pilotar um avião (de fato), o que poderia acarretar acidentes (LÉVY, 2000). A simulação possibilita

A capacidade de variar com facilidade os parâmetros de um modelo e observar imediata e visualmente as conseqüências dessa variação constitui uma verdadeira ampliação da imaginação. [...] Na pesquisa, seu maior interesse não é substituir a experiência nem tomar o lugar da realidade, mas sim permitir a formulação e a exploração rápidas de grande quantidade de hipóteses (LÉVY, 2000, p. 166).

No cenário para investigação de Modelagem, Jacobini (2004) pontua que nos Projetos de Modelagem, há muitas informações quantitativas que são coletadas pelos alunos. Desta forma, as “[...] simulações [...] [podem ser] realizadas e diversos gráficos [...] [podem] ser construídos. A opção pelo Excel nesse trabalho com a modelagem teve a ver com a sua simplicidade, facilidade de uso e disponibilidade [...]” (JACOBINI, 2004, p. 72).

A simulação em Modelagem também é destacada por Berry e Houston (1995) para dois tipos de situações: simular algo que poderia ser construído, como um avião em que se pode investigar, via simulação, várias situações que podem ocorrer durante o vôo; ou no exemplo proposto por Edwards e Hamson (1990), para investigar a construção dos aspectos relacionados ao transporte do gás natural. O outro tipo de simulação é associado aos aspectos que podem ser realizados, mas que causariam transtornos; por exemplo, poderia por apenas um atendente no banco para testar o atendimento, no entanto seria mais adequado realizar uma simulação. Além disso, os autores destacam que “É mais simples, entretanto [...] para *simular* as possibilidades[, usar] [...] um computador e dados adequados.”¹⁹ (BERRY; HOUSTON, 1995, p. 105 – tradução nossa, grifo dos autores).

Edwards e Hansom (1990) acrescentam que a simulação é geralmente feita a partir de dados estatísticos coletados, que eles nomeiam de valores iniciais e que, a partir deles, encontra-se um procedimento para encontrar novos valores, por exemplo, para um tempo “ $t + 1$ ”, a partir de um tempo “ t ”. Ou seja, encontra-se uma lei de formação que melhor descreva a situação e, com isso, qualquer valor subsequente (do objeto investigado) poderá ser encontrado.

Segundo Edward e Hansom (1990), há três modos de realizar a simulação:

¹⁹ “It is much simpler, however [...] to simulate the possibilities [, use] [...] a computer and suitable data”.

- i. completamente manual, utiliza-se lápis e papel, selecionando as variáveis; contudo pode ser a menos eficiente, caso apenas esse modo seja utilizado para a simulação;
- ii. usado um *software*, como o Excel, para construir modelos que permitam realizar as simulações, dentre as opções oferecidas pelo *software* e
- iii. usado um *software*, em que se entra com os valores das variáveis e o *software* gera, automaticamente, a melhor curva que passa pelos pontos.

Os autores destacam que podem ser combinados esses três tipos de simulações quando se desenvolvem atividades de Modelagem.

No segundo modo apresentado, sobre a realização da simulação (ii), os autores pontuam que podem existir etapas variadas. Entretanto, afirmam que, de modo geral, algumas das seguintes etapas podem estar presentes: coletar dados estatísticos num intervalo de tempo adequado, sobre o objeto de estudo; comparar alternativas para o objeto investigado; investigar os efeitos da mudança de parâmetros; analisar as conseqüências, caso altere as conjecturas adotadas; e encontrar otimizações de condições do tema investigado (EDWARD; HANSOM, 1990).

Voltando à tabela, na célula H (combinação das perspectivas Projetos de Modelagem e Cidadania), recordei que destaquei a perspectiva cidadania (relativa ao uso da informática) e associei com a democratização e o acesso aos computadores, especialmente com o uso da Internet e as oportunidades de acesso à informação.

Borba e Villarreal (2005) e Malheiros (2004) relatam o crescimento do número de trabalhos e da importância do uso da Internet na disciplina Matemática Aplicada²⁰, a qual coletei os dados desta pesquisa, inserindo-me em um projeto maior do GPIMEM. Borba e Villarreal (2005) investigam o papel do ator Internet no desenvolvimento dos Projetos de Modelagem (desenvolvidos nesta disciplina). No exemplo da doença “O Mal da Vaca Louca”, que destaquei na célula E, pode ser retomada aqui pela importância que o acesso a Internet teve, criando condições para que os alunos realizassem a pesquisa e moldando a produção de conhecimento realizada. Com isso, os autores denominam a biblioteca presente nas páginas Web de *Webgrafia*, para dar destaque às pesquisas feitas pelos alunos, no uso da Internet.

²⁰ A disciplina Matemática Aplicada será destaque do capítulo 3.

Essa produção de conhecimento nas aulas de Matemática pode ser associada às TIC e a Modelagem. Nestes ambientes de aprendizagem, relaciono com a democracia, como propôs Jacobini (2004), pois acredito que se deve pensar num contexto composto por projetos-informático-democráticos, associados à criação de ambientes de aprendizagem investigativos. Nesse contexto, coletivos de seres humanos e mídias podem ser constituídos e podem refletir sobre o papel da Matemática na sociedade, como propõe a corrente sócio-crítica.

Por causa destes elementos comunicados anteriormente, considero pertinente com as discussões por mim defendidas as células E, F, G e H, da tabela 2. No cenário investigado nesta pesquisa, a opção do professor é pelas células F e H (combinação das perspectivas Projetos de Modelagem com as perspectivas de reorganização e cidadania das TIC).

Parte das pesquisas que tive contato (e que classifico como pertencentes à(s) célula(s) F e/ou H), teve como dados a apresentação oral e as versões dos trabalhos escritos dos alunos (por exemplo, BORBA et al., 1997; BORBA; VILLARREAL, 2005; MALHEIROS, 2004), o que não inviabilizou a investigação de importantes elementos para a compreensão do papel do ator informática nos Projetos de Modelagem. Nesta dissertação, busco lançar novos olhares, por exemplo, ao investigar como foi feito o uso da Internet pelos alunos. Existem indícios de respostas a esta questão nas pesquisas que discuti, porém, nesses estudos, não se perguntou aos alunos ou não se acompanhou um grupo durante um semestre numa disciplina, com foco no uso da Internet (e das TIC, de modo geral).

Nos autores do cenário internacional que tive contato, de modo geral, noto que a informática é considerada como “ajudante” (ou ferramenta, ou auxiliar, ou que oferece suporte) no desenvolvimento dos trabalhos de Modelagem (BLUM; NISS, 1991; CLEMENTS, 1991; HOLMIQUIST; LINGEFJÄRD, 2001). Esta visão também pode ser, de modo geral, considerada nas pesquisas de âmbito nacional que tive contato. Por exemplo, Jacobini (2004, p. 72) afirma que as TIC oferecem “o apoio [...] aos trabalhos realizados pelos estudantes [...]”. É neste cenário que a minha pesquisa se insere, como alternativa a esta visão, uma vez que adoto o referencial dos coletivos compostos por seres humanos e mídias para a produção de conhecimento (BORBA; VILLARREAL, 2005), em que a mídia informática, assim como os seres humanos, são atores do processo, no desenvolvimento dos Projetos de Modelagem.

Notei que os trabalhos analisados na literatura, de modo geral, tiveram como dados os relatórios escritos dos alunos e as suas apresentações orais. Por exemplo, Araújo e Borba (2004) argumentam sobre a limitação de uma pesquisa que analisa um Projeto de Modelagem (BORBA et al., 1997), o qual possuía duas situações semelhantes para as estudantes encontrarem uma lei de formação que descrevesse cada situação analisada. As alunas usaram um *software* gráfico para plotar os gráficos das leis de formação, mas tiveram estratégias diferenciadas para encontrá-las. Araújo e Borba (2004) destacam que os autores do artigo analisado não tinham dados suficientes para compreender o porquê disto ter ocorrido. De modo semelhante a Araújo (2002), tentei revelar o que os alunos descreveram sobre os “bastidores”, ou seja, parte do que ocorre quando eles estão sem o contato com o professor. Com isso, procurei elucidar como os coletivos de atores humanos e mídias se constituíam para a produção de conhecimento e, de modo especial, como se constituía o coletivo de seres humanos e mídias informáticas.

Capítulo 3

Metodologia de Pesquisa

*O pensamento já é sempre a
realização de um coletivo*
(LÉVY, 1993, p. 169).

Neste capítulo, exponho a visão de conhecimento e os procedimentos utilizados na pesquisa, a partir de uma visão qualitativa da investigação. Na primeira seção, caracterizo essa visão qualitativa, tecendo aspectos que a compõe, como a descrição dos dados coletados e a compreensão do processo. Argumento também sobre a harmonia entre a visão de conhecimento e os procedimentos de coleta de dados (LINCOLN; GUBA, 1985; ARAÚJO; BORBA, 2004), a qual se alia a outros aspectos da dissertação, como o objetivo da investigação. Na segunda seção, descrevo o contexto da pesquisa: a disciplina Matemática Aplicada, do curso de Ciências Biológicas, Unesp campus de Rio Claro. Os atores deste cenário fazem parte de coletivos Seres-Humanos-com-Mídias que produzem conhecimento (BORBA; VILLARREAL, 2005). Na última seção, descrevo como a apresentação dos Projetos de Modelagem é feita e os procedimentos que adoto na análise de dados.

3.1. A Ressonância entre Procedimentos Metodológicos e Visão de Conhecimento numa Pesquisa Qualitativa

Esta pesquisa foi estruturada a partir de escolhas feitas. Elas são articuladas com outros aspectos que compõem a investigação. A metodologia de pesquisa adotada inclui a concepção de conhecimento, o objetivo, a pergunta norteadora, a revisão de literatura e os procedimentos de coleta e análise de dados que se moldam “[...] como numa teia, que se constrói ao longo do pesquisar” (ARAÚJO; BORBA, 2004, p. 41). Este emaranhado, coerentemente construído, é nomeado por Lincoln e Guba (1985) de *ressonância*, ou seja, é a busca pela articulação de modo coeso entre os aspectos que compõe a metodologia. Os autores destacam a ressonância entre a concepção de conhecimento e procedimentos metodológicos.

Argumento que assumo uma visão de conhecimento que considera o coletivo de seres humanos e mídias, o qual é definido por Borba e Villarreal (2005) pela

metáfora Seres-Humanos-com-Mídias. Essa concepção teórica é baseada no fato de que o foco da produção de conhecimento não está só nos seres humanos nem somente nas mídias. Os autores quebram a dicotomia entre seres humanos e mídias, identificando o foco na constituição dos coletivos Seres-Humanos-com-Mídias e nas relações que se estabelecem em uma dimensão cognitiva. Categorias fundamentais que designam a ação dos atores, conferindo ressonância, ou seja, um modo de se articular dois ou mais atores. Portanto, essa visão de conhecimento está embasada na constituição desses coletivos e como eles se articulam para a produção de conhecimento. Para compreender, devo observar o processo, acompanhar os coletivos investigados com o intuito de caracterizá-los.

O ator “mídia” tem um papel importante no coletivo. Lévy (1993) destaca a presença das mídias na história da humanidade. Ele define a noção de tecnologias da inteligência, para expor as três maneiras que podem ser associadas com a produção de conhecimento e com a memória: oralidade, escrita e informática. Mídias informáticas podem ser artefatos ou mentefatos (D’AMBROSIO, 1986). Um pino na perna, que permite o ser humano caminhar, ou uma calculadora gráfica podem ser artefatos. Os mentefatos são conceitos e teorias que são considerados, quando os seres humanos refletem, por exemplo, sobre uma atividade que realizaram há poucos minutos, quando estavam pensando com o *software* gráfico, apesar de não estar, neste momento, sentado em frente à tela. Assim, com a calculadora gráfica nas mãos, as mídias estão *fora* dos sujeitos cognitivos (LÉVY, 1993), como este computador que está sobre a minha mesa. Já quando os seres humanos pensam numa atividade enquanto caminham, mas que realizaram com a calculadora gráfica, ponto que as mídias estão *nos* sujeitos cognitivos (LÉVY, 1993), pois as mídias informáticas (no caso, a calculadora gráfica) estão no coletivo, ou seja, os seres humanos estão pensando com a calculadora gráfica, mesmo sem ter uma nas mãos (BORBA; VILLARREAL, 1998).

Além disso, as mídias conectam os seres humanos, estando *entre* eles, como um nó na rede que une, estrutura o coletivo e possibilita a comunicação (LÉVY, 1993). Os seres humanos desenvolvem *softwares*, criam novas interfaces e novas mídias informáticas, atualizam *sites* da Internet, enfim, os seres humanos moldam as Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC), assim como já mencionei anteriormente, os seres humanos também são moldados pelas mídias informáticas. Essa moldagem mútua (que pode ser estendido para coletivos de seres humanos e tecnologias

da inteligência) sugere que há uma moldagem recíproca entre os atores que compõem os coletivos (BORBA, 1999b; BORBA; VILLARREAL, 2005).

Por isso, quando os seres humanos pensam, não apenas “eles” pensam, ou seja, “*O pensamento já é sempre a realização de um coletivo*” (LÉVY, 1993, p. 169 – grifo do autor). Posso detalhar o coletivo: os seres humanos estão pensando com escrita, métodos, regras, compasso, etc. Para escrever o que está sendo lido agora, este material foi pensado com escrita, Word, livros, Internet, Winplot, etc. num processo não linear para produzir conhecimento. “Tudo o que for capaz de produzir uma diferença em uma rede será considerado como um **ator**, e todo ator definirá a si mesmo pela diferença que ele produz” (LÉVY, 1993, p. 137 – grifo nosso). Assim, o coletivo Seres-Humanos-com-Mídias se constitui.

Para mim, então, o pensar em conjunto com as mídias se configura como o processo de produção de conhecimento e, nesse processo, os coletivos de atores humanos e mídias reorganizam do pensamento (BORBA; VILLARREAL, 2005). Por exemplo, quando um aluno, usando o Winplot, constitui o coletivo Estudante-com-Winplot, o aluno está pensando com o *software* gráfico; o pensamento do coletivo pode ser reorganizado, a partir de um *feedback* proporcionado pelas TIC, por exemplo, mediante uma ação realizada pelo coletivo. Com isso, Borba e Villarreal (2005) adotam a noção de *reorganização do pensamento* proposta por Tikhomirov (1981), o qual analisou como os computadores afetam a cognição humana, em consequência afetam a Educação¹.

Tikhomirov (1981) critica a teoria da substituição, a qual o computador substituiria o ser humano, pois a máquina chegaria aos mesmos resultados que o homem e possivelmente com menos erros, e a teoria da suplementação, em que o computador complementaria o ser humano, pois a informática seria justaposta² aos pensamentos dos humanos. A teoria defendida pelo autor é a da reorganização do pensamento, em que a informática teria um papel semelhante àquele desenvolvido pela linguagem na teoria vygotiskyniana.

Tikhomirov (1981) destaca que se deve pensar no coletivo ser-humano-computador e nos possíveis problemas os quais podem ser resolvidos neste coletivo.

¹ Apesar de Tikhomirov apontar as discussões para o computador, acredito que podem ser estendidas para o que defini como sendo as TIC.

² Relação entre as partes de um todo em que cada uma delas mantém autonomia e consistência próprias (FERREIRA, 2004), como um coletivo formado por água e óleo. Considero que este argumento está em harmonia com a dicotomia entre homem e tecnologias, que detalhei anteriormente.

Borba (1999b) afirma que Tikhomirov não ampliou a discussão desse coletivo para entender como o conhecimento estaria presente nas salas de aula, apesar de tratar aspectos relacionados à Educação. Além disso, Borba amplia a discussão do coletivo, incorporando outras mídias para a produção de conhecimentos. Tikhomirov (1981, p. 257 – tradução nossa) destaca que “[...] quando uma nova forma de mediação é introduzida [nova mídia], não somente expande a capacidade da atividade existir, mas freqüentemente também um novo estágio qualitativo [de pensamento] emerge [...]”³.

“É dentro desse quadro teórico que entendo a informática: uma mídia que está transformando a forma como produzimos conhecimento e que modifica de maneira qualitativa o agente do conhecimento.” (BORBA, 2002, p. 151). Desta forma, as TIC são qualitativamente diferentes das mídias oralidade e escrita. Para investigar como se configuram novas possibilidades com a mídia informática, investigo coletivos de Seres-Humanos-com-Mídias, particularmente coletivos de Seres-Humanos-com-TIC. Destarte, coletei dados sobre o modo como os alunos estavam pensando com as TIC, no ambiente de aprendizagem de Modelagem. Acompanhei duas turmas, nas quais o professor desenvolvia Projetos de Modelagem (que detalho na seção 3.3), com temas de interesse dos alunos, os quais eram escolhidos por eles, reunidos em grupos sendo uma proposta de “atividade aberta”, no sentido que os alunos propõem algo que delinea parte do currículo. Destaco, então, que esses procedimentos estão em harmonia com a visão de conhecimento, pois eles, durante o desenvolvimento dos Projetos de Modelagem, constituíram coletivos Seres-Humanos-com-TIC.

Os Projetos de Modelagem são propostos na perspectiva dos problemas abertos, o que é parte do paradigma dos cenários para investigação (SKOVSMOSE, 2000). Assim,

A parte mais importante é que esses sistemas seres humanos-mídias sejam capazes de identificar soluções para problemas triviais (já armazenados em bancos de dados) e principalmente identificar problemas, e, por meio de reflexão e simulação, buscar alternativas para eles. (BORBA, 2002, p. 152).

O uso das TIC nas aulas de Matemática está em consonância com o desenvolvimento dos Projetos de Modelagem, como um cenário para investigação. Nesse cenário, a mídia informática, como um ator inserido na visão de conhecimento sintetizada na noção Seres-Humanos-com-Mídias, participa desse coletivo como um

³ “[...] when a new form of mediation is introduced into activity, it does not simply expand the capacity of the existing activity but often also causes a qualitatively new stage to emerge”.

ator no processo de produção de conhecimento. Desta forma, também está em consonância com o ambiente de aprendizagem de Modelagem.

Nesse momento, reapresento aspectos já discutidos, dando destaque à pergunta norteadora da pesquisa. Relatei, no capítulo 1, como surgiu a primeira versão dessa pergunta, uma inquietação dentro da prática de sala de aula, em que atuei no papel de professor de Matemática, propondo aos alunos, reunidos em grupos, a escolha de temas para desenvolverem Projetos de Modelagem. Como não tinham acesso à informática, na época, pensei que os trabalhos de Modelagem poderiam ser potencializados com a utilização das TIC. Assim, foi no bojo dessa situação que emergiu a idéia inicial que culminou nesta pesquisa de mestrado.

E quando um professor (de Matemática) se dispõe a realizar uma pesquisa na área de Educação (Matemática), talvez seja porque ele vem problematizando sua prática, o que poderá levá-lo a se dedicar com afinco ao desenvolvimento de uma pesquisa original dessa problematização, e, para isso, é preciso que ele sintetize suas inquietações iniciais em uma (primeira) pergunta diretriz (ARAÚJO; BORBA, 2004, p. 28).

Ingressei no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Unesp, Rio Claro (PGEM) e no Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática (GPIMEM). Desse modo, há na PGEM momentos (como os seminários em que alunos apresentam suas pesquisas) que contribuíram para criar condições para que eu fosse reorganizando minhas concepções, a partir do contato com novos elementos, os quais me moldaram com novas visões sobre, por exemplo, o que é pesquisa e como realizá-la. O GPIMEM, por sua vez, investiga, dentre outros temas, a sinergia entre Modelagem e TIC. Neste grupo, ocorrem discussões sobre metodologia de pesquisa, capítulos de dissertações e teses dos membros, dentre outras, o que também me moldou.

Foi no desenvolvimento da pesquisa que, em diversos momentos da investigação, pensei sobre a articulação dessas idéias, que me fizeram refletir nesses momentos os quais destaco. Para mim, isso também compõe a metodologia de pesquisa. Logo, em relação às pesquisas, percebo que a PGEM tem uma forte tradição de cunho qualitativo. Entretanto isso não era suficiente para que pudesse adotá-la. Então, por que assumi a pesquisa com este viés?

Começo a responder esta questão a partir da pergunta norteadora da pesquisa, uma vez que busco compreender “Como os alunos utilizam as TIC nos Projetos de Modelagem?”. O “como” faz com que crie *links* com outros termos, por exemplo, estar com o olhar direcionado para o “processo”, o “desenvolvimento” e o “significado”, os

quais são característicos da pesquisa qualitativa. Por exemplo, para Minayo (2004, p. 21-22 – grifo nosso), a pesquisa qualitativa “[...] trabalha com o universo de **significados**, motivos, valores e atitudes, o que corresponde a um espaço mais profundo das relações, dos **processos** e dos fenômenos [...]”.

Assim, Eu-...-com-Mídias (um ator que atuo como membro da pesquisa) produzo respostas parciais para a pergunta diretriz (os três pontos referem-se aos atores humanos que estiveram comigo neste processo, como o orientador, os membros da banca e os membros do GPIMEM). Isto é coerente com a minha inserção no contexto investigado, em que coletei dados como um instrumento de pesquisa. Entretanto, não apenas observei o que ocorreu no desenvolvimento dos Projetos de Modelagem. Nesta inserção, trago para a cena principal outro aspecto que constitui a pesquisa qualitativa, o qual “Lida e dá atenção às pessoas e às idéias, procura fazer sentido de discursos e narrativas que estariam silenciosas” (D’AMBROSIO, 2004, p. 21).

Como um membro do coletivo Seres-Humanos-com-Mídias na coleta dos dados, as minhas concepções estão presentes, ou seja, não as abandonei do “lado de fora” da sala de aula. Minhas concepções anteriores e aquelas que refleti durante a coleta dos dados se relacionam e se moldam também quando descrevo e analiso os dados, ou seja, é parte do que fundamenta um “olhar” que direcionei para dar respostas parciais para a investigação, pois o coletivo Eu-...-com-Mídias configura-se como o principal instrumento de coleta. Portanto, torna-se importante a relação estabelecida entre o pesquisador e os demais atores da realidade investigada, compondo coletivos de Seres-Humanos-com-Mídias (BORBA; VILLARREAL, 2005).

Nessa perspectiva, na tentativa de compreender os atores numa realidade, fiz um movimento para me inserir num contexto de coleta dos dados, em que o professor desenvolvia Projetos de Modelagem, o que é caracterizado na literatura, como a fonte direta dos dados ser o ambiente natural (ALVES-MAZZOTTI, 1998; BOGDAN; BIKLEN, 1994; LINCOLN; GUBA, 1985). A pesquisa ocorre nos locais onde os contextos se configuram, uma vez que é importante um contato prolongado com o ambiente onde os dados são coletados. Além de possibilitar a descrição do contexto do estudo, o ambiente caracteriza a flexibilidade que se deve ter para se adequar a situações inesperadas (ALVES-MAZZOTTI, 1998). Além disso, aspectos ainda não considerados em outras pesquisas podem emergir. Isto é parte da importância que o investigador atribui para a compreensão do processo.

Assim, na sala de aula e nas reuniões em horário extra (em que os grupos de alunos tiravam dúvidas com o professor e discutiam encaminhamentos), acompanhei os estudantes desenvolvendo os Projetos de Modelagem. Desse modo, durante a coleta de dados, ao mesmo tempo em que participei

[...] da vida cotidiana do grupo ou da organização que estuda[va], [...] [observei] as pessoas para ver como se comporta[va]m, [...] [conversei] para descobrir as interpretações que têm sobre as situações que [...] [observei], podendo comparar e interpretar as respostas dadas em diferentes situações (GOLDENBERG, 2003, p. 47).

Enquanto pesquisador, busquei “ver” os significados produzidos pelos participantes. Persegui a compreensão das perspectivas deles. Dessa forma, inseri-me no paradigma de pesquisa qualitativa, pois essa tenta esclarecer as dinâmicas que ocorrem, procurando revelar “os bastidores”, trazendo-os para o palco principal, num processo que procura descrever esse cenário da investigação (BOGDAN; BIKLEN, 1994; LINCOLN; GUBA, 1985).

Nesse paradigma, os dados coletados geralmente contêm falas, documentos, fotografias, vídeos, dentre outros, os quais são utilizados para reconstruir o ambiente natural. Com isso, tento manter os dados como eles emergiram, através dos registros escritos, falados, gestuais etc., realizando transcrições das falas (BOGDAN; BIKLEN, 1994).

Para analisar esses dados coletados, não busco validar categorias apontadas por mim anteriormente à pesquisa, ou seja, os dados não foram coletados com o objetivo de verificar ou anular hipóteses ou teorias.

A partir da coleta dos dados, num movimento de inserir novos *links*, configurei novos nós que compõem a teia desta pesquisa. Logo, realizo a análise dos dados de forma indutiva, com a procura de padrões e categorias que emergem num “[...] processo de análise de dados [...] como um funil: as coisas estão abertas de início (no topo) e vão-se tornando mais fechadas e específicas no extremo” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 50).

Durante todo o processo dessa pesquisa, tive em mente a pergunta diretriz, como afirma Araújo (2002), uma bússola que guiou o desenvolvimento do estudo. Por conseguinte, persegui a maneira como os alunos faziam uso das TIC, a qual está relacionada aos coletivos Seres-Humanos-com-Mídias, os quais podem ser vistos como uma unidade, mas não uma unidade cujos elementos são indissociáveis. Nesta pesquisa, quando escrevo “os alunos utilizam ou fazem uso das mídias informáticas”, estou entendendo como um coletivo, com a atenção voltada para as interações do estar

pensando com a informática. Realço o olhar para a mídia informática nos coletivos de Seres-Humanos-com-Mídias.

O destaque para as TIC pode ser justificado pois são mídias qualitativamente diferentes das outras, pois podem proporcionar “[...] outros modos de pensamento, baseado na simulação, experimentação e uma ‘nova linguagem’ que envolve escrita, imagens e comunicação instantânea”⁴ (BORBA; VILLARREAL, 2005, p. 22 – tradução nossa). Tentei observar durante a coleta dos dados o uso das TIC. Essa observação foi feita durante vários encontros. Entretanto, como acompanhei várias equipes de estudantes desenvolvendo Projetos de Modelagem, não era viável observá-los em todos os momentos que eles discutiram os trabalhos. Os momentos que estive presente foram as reuniões em horário extra, que os alunos agendavam com o professor da disciplina (as quais ocorreram durante todo o semestre), as apresentações orais dos grupos (que aconteceram cerca de 45 dias antes do término do semestre) e a entrevista (a qual ocorreu após a apresentação oral dos grupos, mas em momentos variados, uma vez que eram muitos grupos: algumas foram realizadas logo após a apresentação oral e outras, até cerca de 10 dias antes do final do semestre). Nessa perspectiva, busquei, portanto, instigá-los a relatar, especialmente na entrevista que realizei após a apresentação oral dos grupos, como eles estavam pensando com a informática quando desenvolveram o Projeto de Modelagem, não esquecendo as outras mídias que estavam presentes quando se constituíram os coletivos.

A coleta de dados ocorreu durante um semestre, a qual havia quatorze trabalhos de Modelagem sendo desenvolvidos. Optei por um procedimento de coleta em que os estudantes pudessem relatar para mim os “bastidores”, o que permitiria que tomasse contato para identificar os coletivos que foram constituídos, em especial àqueles nos quais as mídias informáticas estiveram presentes. Um procedimento metodológico que está em ressonância com este aspecto é a entrevista.

Considero a entrevista como o “Encontro combinado entre duas ou mais pessoas a fim de divulgar ou elucidar atos, idéias, planos, etc. de um dos participantes” (FERREIRA, 2004). Assim, esse procedimento de coleta dos dados possibilitou que eu elucidasse aspectos que não foram compreendidos por mim durante a observação. Dessa forma, aprofundi o estudo em entrevista semi-estruturada

⁴ “[...] other ways of thinking, base don simulation, experimentation, and a ‘new language’ that involves writing, orality, images, and instantaneous communication”.

[...] pois o pesquisador, pretendendo aprofundar-se sobre um fenômeno ou questão específica, organiza um roteiro de pontos a serem contemplados durante a entrevista, altera a ordem dos mesmos e, inclusive, formula questões não previstas inicialmente (FIORENTINI; LORENZATO, 2006, p. 121).

As entrevistas foram realizadas no final do semestre. Tinha um roteiro de pontos para esclarecer (comuns a todos os grupos, por exemplo, como eles coletaram os dados) e alguns poucos específicos. Não efetuei a pergunta norteadora da pesquisa aos grupos logo de início. Procurei fazer questões para que os alunos pudessem falar sobre o que foi desenvolvido nos Projetos de Modelagem.

As pessoas que são entrevistadas tendem a oferecer uma retrospectiva dos acontecimentos. Podem, no entanto, ser ensinadas a responder de forma a satisfazer os interesses do entrevistador em relação aos pormenores. Precisam ser encorajadas a elaborarem (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 136).

Gravador e câmera filmadora foram usados para o registro dos dados e ganham um novo *status* nesta investigação, uma vez que também são atores que compõem os coletivos Seres-Humanos-com-Mídias, pois a coleta de dados não seria a mesma sem eles.

Por exemplo, alunos podem ter ficado inibidos por estarem sendo filmados, o que sugere que gravador e câmera filmadora também podem moldar a produção de conhecimento. Esses atores influenciam a maneira como acesso aos dados, moldando a forma como o reorganizo.

Até este ponto, relatei dois procedimentos metodológicos característicos da pesquisa qualitativa (e presentes nessa investigação): observação e entrevista. Como afirma Alves-Mazzotti (1998), as investigações qualitativas possuem características *multimetodológicas*, ou seja, podem possuir uma variedade de procedimentos de coleta de dados, como os que apresento. Assim, as informações são cruzadas, uma vez que se busca investigar com diferentes lentes uma mesma situação, o que autores (ALVES-MAZZOTTI, 1998; LINCOLN; GUBA, 1985) denominam de *triangulação*. Além desses procedimentos, coletei documentos produzidos pelo corpo discente, os quais considero como sendo “[...] qualquer registro escrito que possa ser usado como fonte de informação” (ALVES-MAZZOTTI, 1998, p. 169). Nesta pesquisa, os relatórios escritos pelos grupos de estudantes (versões escritas feitas pelos alunos e que entregaram ao professor, o qual leu e escreveu sugestões) são considerados fontes de informação.

Com isso, apresentei os procedimentos de coleta dos dados, os quais contribuem para verificar o desenvolvimento dos Projetos de Modelagem, uma vez que possibilitam acompanhar o processo inserido no contexto da pesquisa.

3.2. O Contexto da Pesquisa

A disciplina Matemática Aplicada é oferecida aos alunos do primeiro semestre do primeiro ano do Curso de Ciências Biológicas da Unesp, *campus* de Rio Claro. Acompanhei duas turmas, do ano de 2005, que possuíam o mesmo professor⁵, sendo uma do período integral e uma do noturno. A disciplina possui uma carga horária de 60 horas/aula, sendo 4 horas/aula semanais.

Os conteúdos matemáticos que constam na ementa do curso são funções, limites, derivadas e noções de integral. O professor responsável pela disciplina desenvolveu atividades em dois ambientes de aprendizagem: experimental-com-tecnologia e Projetos de Modelagem.

3.2.1. Experimental-com-tecnologias

O ambiente de aprendizagem experimental-com-tecnologias foi desenvolvido com atividades investigativas, as quais eram propostas, para que os conteúdos funções, derivadas e noções de integral fossem explorados, sendo propostas para grupos de dois ou três alunos, em coletivos de Estudantes-com-Calculadoras-Gráficas⁶. O professor da disciplina, uma aluna de Licenciatura em Matemática⁷, uma aluna do Doutorado em Educação Matemática⁸ e eu incentivávamos os estudantes para que eles conjecturassem e refletissem sobre as atividades. Os alunos tentavam responder as atividades propostas e escreviam um relatório com as suas tentativas. Após um certo período de tempo, o professor convidava-os para que apresentassem suas respostas, tentando confrontar as diferentes, caso existissem, e instigava-os a justificarem suas soluções. Em paralelo às atividades da abordagem experimental-com-tecnologias, outro ambiente de aprendizagem que o professor propôs para eles foi o Projeto de Modelagem.

⁵ Prof. Dr. Marcelo de Carvalho Borba é docente do Departamento de Matemática da Unesp, Rio Claro.

⁶ Calculadoras Gráficas TI-83 obtidas através de projetos desenvolvidos pelo GPIMEM. Calculadoras da Texas Instruments. *Site*: <http://www.ti.com/sc/brasil/index.htm>.

⁷ Em 2005, Maria Helena Garcia Barbosa desenvolvia pesquisa de Iniciação Científica em Modelagem. O professor da disciplina era seu orientador. Ela participava na turma do noturno.

⁸ Em 2005, Sandra Malta Barbosa desenvolvia pesquisa de Doutorado relacionada com a disciplina Cálculo Diferencial e o professor da disciplina era seu orientador. Ela participava na turma do diurno.

3.2.2. Os Projetos de Modelagem

O professor convidou os alunos, no início do semestre, para desenvolverem um Projeto de Modelagem, atividade que foi desenvolvida em paralelo às atividades do ambiente experimental-com-tecnologias e das aulas utilizando quadro negro para a resolução de exercícios. Os alunos escolheram um tema qualquer que eles tivessem interesse em pesquisar. Após o convite inicial para desenvolverem o Projeto de Modelagem, os estudantes tinham um tempo, na sala de aula, para se reunirem em grupos, de até seis membros, e optarem por um tema, tirando as possíveis dúvidas com o professor. No fim da primeira aula, entregaram uma proposta de tema para o professor. No ano de 2005, os grupos tiveram como temas: Câncer de Próstata, Cupim, Sinuca, Visão, Radioatividade, Síndrome de Down, *The Sims*, Floresta Estadual Navarro de Andrade e Tico-tico (equipes do diurno⁹); A Unesp Passada a Limpo, Biopirataria, Seqüência de Fibonacci, A Relação Unesp-Rio Claro e Raiva e seu Controle Epidemiológico (equipes do noturno).¹⁰

Inicialmente, há um certo clima de surpresa para os alunos, uma vez que eles afirmaram nunca terem vivenciado uma atividade desse tipo. Assim sendo, eles questionaram ao professor sobre a Matemática nos Projetos de Modelagem, o qual respondeu que não deveriam se preocupar com isso naquele momento. O professor destacou que o papel dele era o de fazer as conexões entre os conteúdos matemáticos e os temas escolhidos, entretanto iria fazer sugestões no momento oportuno.

Na segunda semana de aula, os alunos entregaram ao professor uma proposta definitiva, ou seja, aquela que o grupo iria desenvolver durante o semestre. Caso determinado tema escolhido fosse parecido com algum dos anos anteriores, a última versão desse trabalho é entregue, para que eles não repitam a mesma pesquisa e também sirva como elemento da revisão de literatura do grupo.

Realizei observações em duas turmas, com a atenção voltada para a minha pergunta de pesquisa. Nesse processo, os alunos entregaram vários relatórios escritos para o professor, que os devolveu com críticas, sugerindo encaminhamentos. Os estudantes agendavam comigo, por *e-mail*, reuniões com o professor em horário extra,

⁹ A turma era do Curso de Ciências Biológicas do turno integral, mas para evitar confusões, considero o turno como sendo diurno.

¹⁰ Para um resumo desses trabalhos e de outros realizados visite a ferramenta “hipertexto” no Centro Virtual de Modelagem, o qual detalharei um pouco no capítulo 5. Para maiores informações, envie *e-mail* para cvm@rc.unesp.br ou acesse o *link* que está no *site* do GPIMEM: <http://www.rc.unesp.br/igce/pgem/gpimem.html>.

para tirarem dúvidas, discutirem as sugestões propostas pelo professor e negociarem possibilidades. As reuniões ocorriam, geralmente, em uma das salas do Departamento de Matemática da Unesp. Acompanhei todas as reuniões não sendo um membro neutro, uma vez que entendo que minha inserção no contexto de forma atuante e, desse modo, senti-me fazendo parte dele. Sugeri aspectos para os Projetos de Modelagem dos alunos, discuti Matemática com eles e tratei de questões éticas, dentre outras, pois entendia que tais ações não iriam comprometer a coleta de dados.

Assim, estive inserido nos coletivos Seres-Humanos-com-Mídias, criando condições para que os alunos pensassem sobre as atividades. Por exemplo, quando os estudantes estavam numa aula de exercícios do livro de Cálculo (HOFFMANN; BRADLEY, 2002), procurei dar condições para que os alunos refletissem sobre as suas atividades. Mesmo nos Projetos de Modelagem, dei sugestões ao final das reuniões, mas sempre considerando as discussões deles com o professor. Em alguns momentos, o professor precisou se ausentar e, conforme sua solicitação, auxiliei os estudantes. Ele deixou anotações para que norteasse as discussões com o grupo. Isto possibilitou que parte dos dados coletados incluísse aspectos emergentes desses momentos e que tinham relação com a pergunta norteadora da pesquisa, o qual me levou a esclarecer, no final da reunião, determinados elementos que não foram compreendidos anteriormente, pois poderia fazer perguntas sobre aspectos incompreendidos durante a reunião e eram associados ao uso das TIC realizado pelos alunos.

Fiz poucas anotações nesses encontros, pois os dados estavam sendo filmados (no caso da sala de aula) ou gravados em áudio (no caso das reuniões em horário extra). Registrei algumas impressões, as quais me chamaram atenção num arquivo pessoal do editor de texto no computador, posteriormente aos encontros, especialmente se durante a coleta de dados tivesse emergido algum aspecto relevante para pensar na pergunta diretriz desta pesquisa.

Ao fim do semestre, as equipes fizeram apresentações orais. A platéia foi composta pelos alunos da turma, pelo professor, por estudantes veteranos do Curso de Ciências Biológicas, e por alguns de Doutorado, Mestrado e Iniciação Científica em Educação Matemática da Unesp, *campus* de Rio Claro.

Os grupos entregaram ao professor uma versão escrita da apresentação, com uma semana de antecedência, no intuito dele ler o trabalho do grupo e para que pudesse fazer sugestões. Os grupos tinham cerca de vinte minutos para fazer a apresentação dos

Projetos de Modelagem e cerca de trinta minutos para as questões, dúvidas e sugestões pudessem ser levantadas, por qualquer pessoa presente no auditório.

Após esta apresentação, os alunos tinham um prazo para entregar a versão final do relatório escrito, junto com as demais versões, a fim de que o professor pudesse ter uma noção do desenvolvimento da equipe durante o semestre, especialmente quanto à incorporação das sugestões e críticas, apontadas pela platéia, na apresentação oral. Uma semana após os estudantes entregarem a versão final do relatório escrito, o professor marcou um horário extra, no qual os grupos de alunos poderiam discutir a avaliação e a nota do Projeto.

Dessa maneira, apresentei os dois ambientes de aprendizagem que são experimental-com-tecnologias e os Projetos de Modelagem. Embora a pesquisa possua foco nos Projetos de Modelagem, não desconsidere o outro ambiente de aprendizagem, pois tiveram momentos de relação entre ambos. Dessa forma, investigo como os alunos utilizaram as mídias informáticas nos Projetos de Modelagem, mas com foco no processo do uso das TIC. Em outras palavras, direciono meu olhar para a visão de conhecimento do coletivo Seres-Humanos-com-Mídias e que constitui parte da fundamentação teórica considerada, a qual lança luz para o referencial teórico do uso das mídias informáticas nos coletivos de Seres-Humanos-com-TIC. A partir das escolhas das mídias feitas pelos estudantes durante o desenvolvimento dos Projetos de Modelagem, particularmente as mídias informáticas, organizam-se diferentes coletivos de Seres-Humanos-com-Mídias. Por isto, podem ser discutidos coletivos compostos por Seres-Humanos-com-Calculadoras-Gráficas ou Seres-Humanos-com-Livro-Internet-Winplot ou Seres-Humanos-com-Oralidade, dentre outros coletivos possíveis e que moldam o coletivo Seres-Humanos-com-TIC.

Considero que esta proposta se situa nas células F e H (ver tabela 2, p. 27), já que visam a incorporação de novas mídias de forma não domesticada e possibilitavam que os alunos trilhassem pela escolha de temas ligados à cidadania, embora nem todos tivessem escolhido temas dentro desta perspectiva.

Como relatei anteriormente, são muitos trabalhos desenvolvidos pelas duas turmas de estudantes, entendo, então, ser primordial uma seleção de trabalhos para apresentação dos dados e sua posterior análise.

3.3. A Apresentação e os Procedimentos da Análise de Dados

A análise de dados ocorreu durante e depois da coleta dos dados. Durante a coleta, como afirmei, escrevi uma espécie de memorial de aspectos que me chamaram a atenção (BOGDAN; BIKLEN, 1994). Porém, não escrevi muito, pois confiei nos registros feitos durante a coleta, como as gravações em áudio.

Os dados são os registros que fiz durante a observação, as gravações em áudio realizadas nas reuniões em horário extra e nas entrevistas, os arquivos do PowerPoint¹¹ usados pelos alunos durante as apresentações orais, as quais foram gravadas e digitalizadas em DVD e as versões dos relatórios escritos.

Essa grande quantidade de dados precisa ser organizada, num

processo continuado em que se procura identificar dimensões, categorias, tendências, padrões, relações, desvendando-lhes o significado. Este é um processo complexo, não-linear, que implica um trabalho de redução, organização e interpretação dos dados [...] (ALVES-MAZZOTTI, 1998, p. 170).

A triangulação dos dados na coleta possibilitou o cruzamento de informações. Como eram quatorze trabalhos, considerei que tinha que selecionar alguns para apresentá-los e interpretá-los, articulando com outros elementos teóricos na análise dos dados. Tentei considerar a análise de modo ressonante com as concepções teóricas que assumo, a revisão de literatura, a minha trajetória acadêmica, o objetivo, a pergunta norteadora, os procedimentos de coleta dos dados, enfim, unir à teia que teci anteriormente em que busco o rigor da pesquisa (ARAÚJO; BORBA, 2004; LINCOLN; GUBA, 1985).

Assim, precisava estabelecer critérios para a escolha. Como relatei anteriormente, grande parte dos dados foram coletados, basicamente, através das falas dos alunos sobre o desenvolvimento dos trabalhos. Alguns grupos, como “Floresta Estadual Navarro de Andrade”, não consegui manter um contato muito próximo. Este grupo, só solicitou uma reunião em horário extra, no início do semestre. Isto dificultou que pudesse “ver” como os coletivos de Estudantes-com-TIC se constituíram, fazendo com que eles não fossem escolhidos.

Selecionei trabalhos que estavam em harmonia com os aspectos que compõem a teia da pesquisa. Para observar os coletivos Seres-Humanos-com-Mídias, ou de modo focado nessa pesquisa, Estudantes-com-TIC, procurei destacar Projetos de Modelagem em que os alunos tiveram diferentes usos das TIC. Selecionei-os considerando os diferentes coletivos que se formaram, o que possibilitava que percebesse similaridades e

¹¹ Site: www.microsoft.com.

especificidades. Um trabalho que não foi apresentado será usado na análise dos dados para contribuir nas discussões, no último tema¹² da análise de dados. Não encontrei “receitas prontas” para esta análise. Algumas etapas dessa análise foram feitas na medida em que o próprio processo se desenvolvia, em que as aulas aconteciam e que continuou posteriormente. Notei que é um processo não-linear (ou seja, não são etapas sequenciais) que vivenciei durante a análise de dados, a qual descrevo.

i) *Familiarização com o material.* Neste momento, tentei olhar os dados que possuía, para que me familiarizasse. Era o momento de selecionar os trabalhos e levantar os critérios para tal, como explicitiei anteriormente. Transcrevi as gravações em áudio das reuniões em horário extra e das entrevistas. Vi, novamente, as apresentações orais gravadas em DVD e destaquei alguns trechos que poderiam contribuir para a apresentação dos Projetos de Modelagem. Ouvi gravações em áudio, transcrevi alguns trechos e vi algumas gravações em DVD das equipes que não foram selecionadas por mim para serem apresentadas, mas que poderiam compor o capítulo de análise dos dados. Este é um processo que está em harmonia com o constructo teórico que utilizo, uma vez que estive pensando com vídeo, áudio, lápis e papel, computador, etc.

ii) *Organização dos dados referentes aos Projetos de Modelagem selecionados para a apresentação.* Após transcrever os dados das equipes selecionadas, organizei o material para a apresentação, tentando fazer uma trajetória do desenvolvimento do Projeto. Nessa hora, li todo o material, tentando destacar os usos das TIC nos Projetos de Modelagem. Era nesse momento que ocorria os pontos levantados que posteriormente iriam compor, após a apresentação dos Projetos de Modelagem, a análise inicial dos mesmos.

iii) *Escrita da apresentação dos Projetos de Modelagem e análise inicial.* Após organizar uma seqüência que os Projetos se desenvolveram, escrevi uma descrição dos trabalhos, mas com olhar focado na minha pergunta de pesquisa. Neste processo de descrever os trabalhos, também ocorria uma análise inicial, uma vez que pensava nos temas da análise de dados, a qual também ocorreu durante as duas etapas anteriores e na coleta deles.

iv) *Levantamento de temas para a análise e contraste com a literatura.* Também em paralelo às etapas anteriores, levantei temas que poderiam ser discutidos (como se fossem palavras-chave), e contrastados com a literatura. Em especial,

¹² Considero “temas” como sinônimo de “categorias”, “unidades” e “códigos”, termos utilizados por autores como Bogdan e Biklen (1994).

direcionei o olhar para como esses temas seriam possíveis respostas à pergunta norteadora e como seriam considerados com o olhar teórico da visão de conhecimento que assumo.

v) *Visão dos pares e revisão das interpretações.* Esse processo ocorreu não só na análise dos dados, mas em todos os momentos da escrita desta dissertação. A visão crítico-sugestiva dos pares, de capítulos escritos e de momentos de discussão (às vezes bem acalorada) permitiu que pudesse reorganizar o processo de pensar sobre a pesquisa como um todo. Ser membro do GPIMEM também condicionou isso, uma vez que há uma cultura no grupo para esse tipo de cooperação realizada nos trabalhos produzidos por outros membros do grupo.

vi) *Escrita dos resultados.* Redigi a análise de dados, determinando os temas para discussão, uma vez que essas categorias não foram levantadas antes da coleta de dados. Depois de coletados, foram analisados com base na revisão de literatura e na fundamentação teórica.

Os temas que entrelacei com os dados, na análise, serão discutidos no capítulo 5. Mas antes, no próximo capítulo, faço as apresentações dos quatro trabalhos que selecionei segundo os critérios mencionados, fazendo uma análise inicial.

Capítulo 4

Apresentação e Análise Inicial dos Projetos de Modelagem

É, ninguém me contou que era difícil. Era meu trabalho. [...] Meu trabalho tava baseado naquilo. Eu ia fazer uma parte que eu gostava. Basicamente foi isso, que a minha apresentação era essa: Cupim, Cupim, Cupim. [...] Aí quando eu cheguei na Matemática, a Biologia que tava envolvida naquele negócio é muito legal

(Bianca – membro do grupo com tema Cupim, 2005).

Neste capítulo, apresento os quatro Projetos de Modelagem, os quais possuem os temas: Cupim, A Relação Unesp-Rio Claro, Síndrome de Down e Câncer de Próstata, dentre os quatorze que fazem parte da coleta dos dados. Estes trabalhos foram desenvolvidos por alunos da disciplina Matemática Aplicada, ministrada no Curso de Ciências Biológicas da Unesp, Rio Claro, no ano de 2005. Investigo, na apresentação dos trabalhos, o uso das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC), realizado pelos alunos, durante o desenvolvimento dos Projetos de Modelagem, uma vez que estou sendo direcionado pela pergunta norteadora:

Como os alunos utilizam as Tecnologias da Informação e Comunicação nos Projetos de Modelagem Matemática?

Durante a coleta dos dados, não acompanhei efetivamente grande parte deste uso das TIC. Dessa forma, a maior parte do que apresento é fala dos alunos em relação ao uso que eles fizeram delas.

Assim, exponho os trabalhos passando pela escolha do tema, coleta dos dados feita pela equipe, reuniões com o professor em horário extra, versões do trabalho escrito, apresentação oral, entrevista feita por mim com os grupos e versões do relatório escrito, principalmente a última. As falas dos alunos que serão transcritas são de alguns desses momentos. Após a apresentação dos trabalhos, farei uma análise inicial sobre cada tema dos Projetos de Modelagem.

Para as falas, coloquei os nomes das pessoas (em fonte estilo negrito). Quando utilizo “Alunos(as)”, faço referência a um trecho copiado do relatório escrito. No

momento em que fizer citação direta da última versão do relatório escrito pelos estudantes, escrevo o número da página. Quando colocar uma figura do PowerPoint, usada na apresentação oral, ponho o número do *slide*. As falas transcritas (dos membros dos grupos, do professor e as minhas) possuem notação, para que os grupos sejam identificados, por exemplo, “Câncer de Próstata (CP), arquivo digital da fita 03, lado A, 00:00-00:29”, situando o tema do grupo e o momento em que ocorreu a reunião pelo número da fita, de um total de 12. O tempo é referente ao arquivo digital, o qual foi separado por equipe. Idem para os arquivos digitalizados das apresentações orais. Objetivando uma melhor visualização para o leitor da dissertação, alguns gráficos foram reproduzidos.

4.1. Câncer de Próstata

A equipe do turno diurno, a qual possuía quatro alunas, escolheu o tema Câncer de Próstata (CP) a partir de uma reportagem numa revista sobre Câncer de Mama. Elas disseram que há muita informação sobre este último tema e que seria muito mais fácil de pesquisar. Desse modo, elas encararam o desafio de inquirir sobre o CP, pois também tem uma incidência alta, mas que existe a questão do preconceito dos homens com o exame do toque retal¹.

No início do relatório escrito, o grupo explicou, de modo geral, o que é e quais são os tipos de câncer. As alunas mostraram um gráfico com escala log-log:

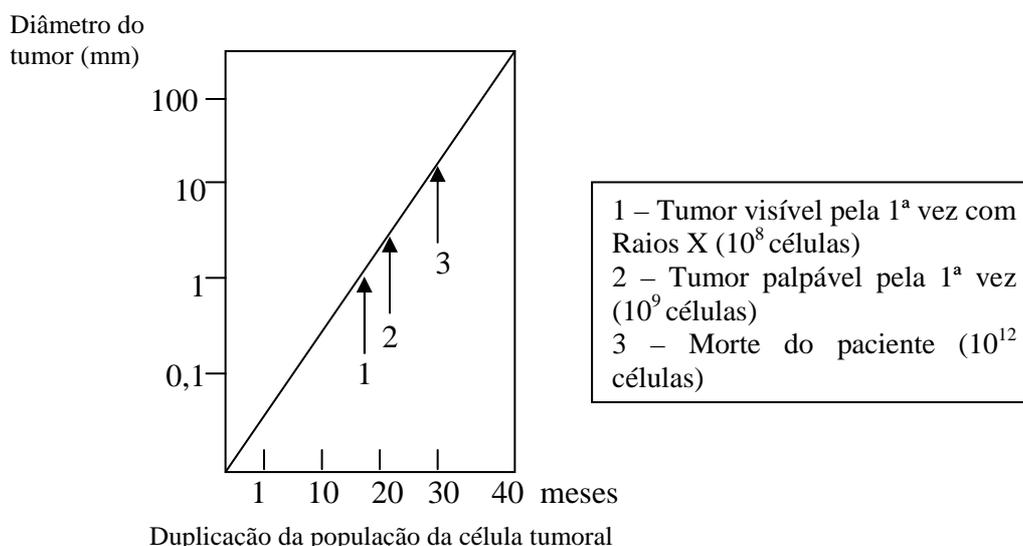


Gráfico 1: Crescimento de células do tumor em relação ao diâmetro do tumor (p. 3).

Na apresentação oral, elas não souberam elaborar explicações sobre o gráfico. O professor sugeriu que procurassem informações e comentassem, por exemplo, quando usar esse tipo de escala. Numa reunião em horário extra, as alunas falaram que não conheciam este tipo de gráfico e não se sentiram bem, pois não conseguiram explicar o gráfico log-log que encontraram na Internet, entretanto, no relatório escrito, elas responderam à solicitação do professor:

Alunas: Este gráfico mostra o crescimento das células tumorais em relação ao diâmetro do tumor através da escala log-log, pois nos casos em que os dados são em número elevado e, portanto não cabem no gráfico, utilizam-se escalas logarítmicas. Numa escala logarítmica, as distâncias entre as marcas não são constantes como numa escala linear. Elas são proporcionais às diferenças entre os logaritmos das variáveis. No gráfico, por exemplo, a distância entre 1 e 10 é proporcional a $(\log 10 - \log 1)$. Dessa forma, as distâncias de x e y são proporcionais a $\log(x)$ e $\log(y)$, porque as escalas foram construídas assim (p. 3-4).

As alunas continuaram uma discussão geral sobre o câncer, no relatório escrito, relacionando a evolução do tumor com a idade, com aumento da probabilidade de ocorrência do câncer, quanto maior é a idade das pessoas. Existe, também, uma tabela em que há vários tipos de câncer, com os países de maior e menor incidência. O CP tem maior incidência nos Estados Unidos da América e menor na China. Na apresentação oral, elas mostraram o mapa do Brasil, no qual os números correspondem à estimativa, para cada estado, de casos de CP, para o ano de 2005:

¹ O exame de “[...] toque retal, que faz o diagnóstico do tumor pela observação da forma e da consistência da glândula, e que sozinho apresenta eficácia de 60% a 70%.” (p. 8).

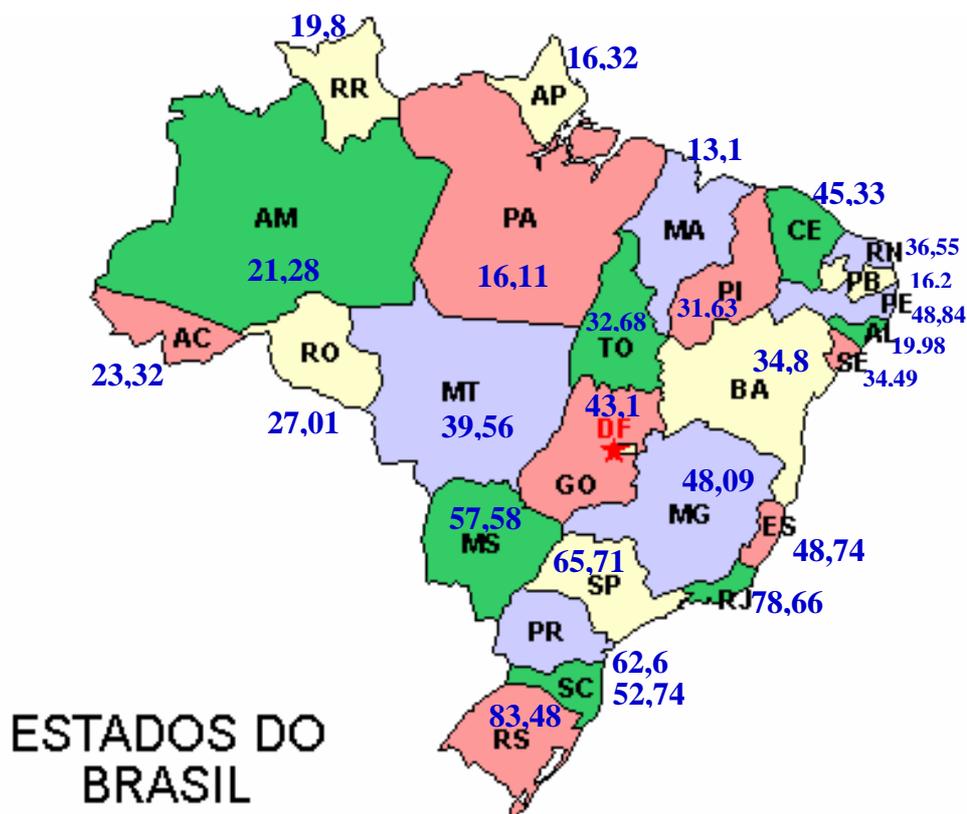


Gráfico 2: Estimativa para os casos de CP (em cada 100 mil) nos Estados do Brasil, no ano de 2005 (slide 15).

Numa tabela, elas compararam os Estados de maior e menor incidências, entre 2003 e 2005, além de números do Estado de São Paulo.

	2003	2005
Maior Incidência	RJ – 77,39	RS ² – 88,48
Menor Incidência	PA – 4,76	MA – 13,1
São Paulo	65,08	65,71

Tabela 1: Comparação entre as incidências dos casos de CP nos anos de 2003 e 2005. Na última linha da tabela, estão os resultados do Estado de São Paulo (slide 11).

Uma fórmula foi usada para calcular as incidências no ano de 2005, que segundo as alunas, foi uma metodologia proposta num livro (as alunas citaram a referência).

Alunas: Esse método permite obter a taxa de incidência da neoplasia³ para uma determinada região:

² Há uma confusão dos valores sobre o estado do Rio Grande do Sul, pois na tabela tem valor 88,48 e no gráfico, 83,48 (ambos os dados são referentes ao ano de 2005).

³ Qualquer tumor benigno ou maligno (FERREIRA, 2004).

$$TI_L = TM_L \times (I_R/M_O)$$

Em que:

TI_L = Taxa de incidência estimada para a UF ou capital.

TM_L = Taxa de mortalidade estimada pela série histórica de mortalidade para UF ou capital.

I_R = Número de casos novos do RCBP (Registro de Câncer de Base Populacional) (período entre 1996 e 2000).

M_O = Número de óbitos das localidades onde existem RCBP (período entre 1996 e 2000), obtidos do SIM (Sistema de Informação sobre Mortalidade) (p. 6).

Na apresentação oral, essa fórmula foi muito discutida. Ela gerou um movimento que considero interessante, uma vez que alunos de Ciências Biológicas tentaram compreender porque há uma multiplicação e uma divisão numa fórmula (modelo matemático), aliando aos significados das variáveis. Por exemplo, por que se divide o I_R pelo M_O ?

O professor retomou, no debate ocorrido após a apresentação oral, a importância de investigações como esta, destacando que ninguém que estava no auditório conseguia entender a fórmula, o que o levou a afirmar que isto é pesquisa, pois há uma questão para investigar.

Questionei na entrevista como foi feita a coleta dos dados, inclusive do mapa do Brasil (gráfico 2):

Joice: Começou com revistas assim: a *Veja*⁴, a [inaudível] também, alguns *sites*. A parte mais teórica, a gente conseguiu nos livros, livros de Biologia Celular.

Leandro: Aqueles dados que vocês conseguiram aí de 2005, por exemplo, aquele mapa...

Joice: Foi no *site* do Inca.

Leandro: Vocês falaram que foi uma referência importante.

Joice: É a melhor referência que tem é o *site* do Inca.

Leandro: O Inca quer dizer o quê?

Joice: Instituto Nacional do Câncer.

Luciana: Só que tem um problema. No Inca a gente pegou alguma coisa de mortalidade, incidência e a gente tentou, pegou vários dados assim pra gente construir aqui, que nem o professor da disciplina estava pedindo, só que não tinha nada separado, só tinha pronto (CP, arquivo digital da fita 05, lado A, 01:29-02:14).

Em seguida, as alunas reforçaram a importância do *site* do Inca, como uma referência usada pelo grupo, apesar de não possuir as explicações sobre os aspectos que elas investigavam:

Joice: E eles não explicavam assim de onde é que surgiam os dados, só colocavam prontos.

⁴ *Site:* <http://vejaonline.abril.com.br/notitia/servlet/newstorm.ns.presentation.NavigationServlet?publicationCode=1>.

Luciana: E como não tinha no Inca, não adiantava procurar em outro lugar. Eu fui procurar coisa pro trabalho de Higiene e Saúde, no “coisa” [site] do SUS. No site não tinha nada da incidência de mortalidade, em geral.

Joice: E também pra procurar essas coisas em livros não dá, porque não tem. É muito atual, e tipo livro... Foi muito complicado essa parte da metodologia [...].

Luciana: É porque ele [o professor] não entendeu, então fica aquela pulga atrás da orelha. [...].

Joice: Eu achei que eu tivesse entendido, aí depois...

Leandro: É uma coisa que não ficou muito claro o porquê da fórmula [...] (CP, arquivo digital da fita 05, lado A, 02:15-02:56).

Após apresentar essa fórmula no relatório escrito, as alunas pontuaram:

Alunas: Obs: o grupo não conseguiu obter os dados referentes ao cálculo da metodologia descrita acima, apenas as taxas de incidência já calculadas e fornecidas pelo Inca (p. 6).

Questionei na entrevista se, entre as informações pesquisadas, elas encontraram algumas que fossem dissonantes das demais coletadas. A aluna Luciana falou que:

Luciana: Tinha uma parte lá que era da cirurgia da retirada total da próstata contra radioterapia. Era complicado. Eles chegaram a dizer que nem 2%, não sei, das comparações eram confiáveis. A gente disse: “Nossa, se é assim, no que a gente pode confiar pra poder por nesse trabalho?” Foi complicado, mas era mais nessa parte mesmo, sobre a comparação (CP, arquivo digital da fita 05, lado A, 03:16-03:46).

Dentre as informações presentes no relatório escrito, as alunas esclareceram o que é CP e os seus tipos e o que é próstata. Relataram também sobre a prevenção da doença, tratamentos, curiosidades e os tipos de exames para que o CP possa ser detectado (toque, PSA⁵ e ultra-som), explicando a importância da triangulação de seus resultados.

Caso a doença seja identificada, é necessário começar o tratamento, a depender do estágio a qual se encontra. As alunas exibiram, na apresentação oral, o gráfico 3, da Taxa de Sobrevida, ou seja, a probabilidade que o homem tem de sobreviver, após o tratamento do CP.

⁵ “[...] é um exame de sangue, e que mede a taxa de uma proteína produzida pela próstata, o PSA (antígeno prostático específico) [...]” (p. 8).

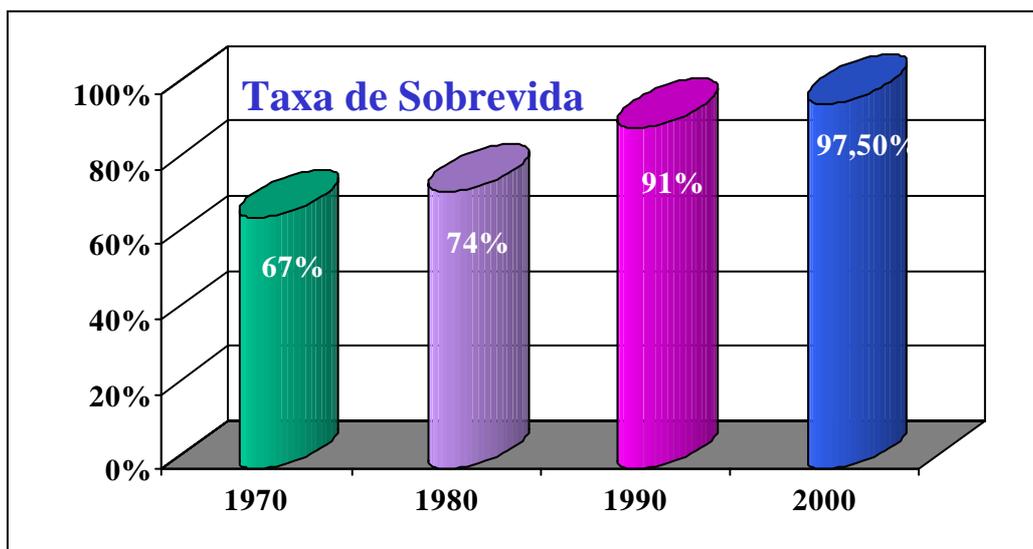


Gráfico 3: Gráfico da Evolução (em décadas) do percentual de homens que sobrevivem após o tratamento do CP (p. 10).

A partir deste gráfico, apresentado numa reunião em horário extra, o professor sugeriu que elas encontrassem uma lei de formação, para poder fazer previsões em 2010 ou 2020, caso não surja nenhum aspecto inesperado. As alunas não conseguiam encontrar essa lei nem o gráfico que melhor ajustasse os pontos do gráfico 3, ou seja, fazer um ajuste de curva. Fomos ao Laboratório de Informática e Educação Matemática (LIEM-GPIMEM) para tentarmos construir um gráfico que passasse pelos quatro pontos. Não sabíamos fazer o gráfico no Excel. Aproveitei a presença delas para sugerir que usassem o Winplot para plotarem uma primeira aproximação. Associando ao aspecto visual (os pontos estavam alinhados), as alunas propuseram um modelo linear. Na apresentação oral, as estudantes apresentaram um gráfico de uma função polinomial do 1º grau (gráfico 4), a qual seria uma primeira aproximação, mas como falaram, não é um bom modelo, pois a Taxa de Sobrevida ultrapassaria os 100%, sendo refutado por elas.

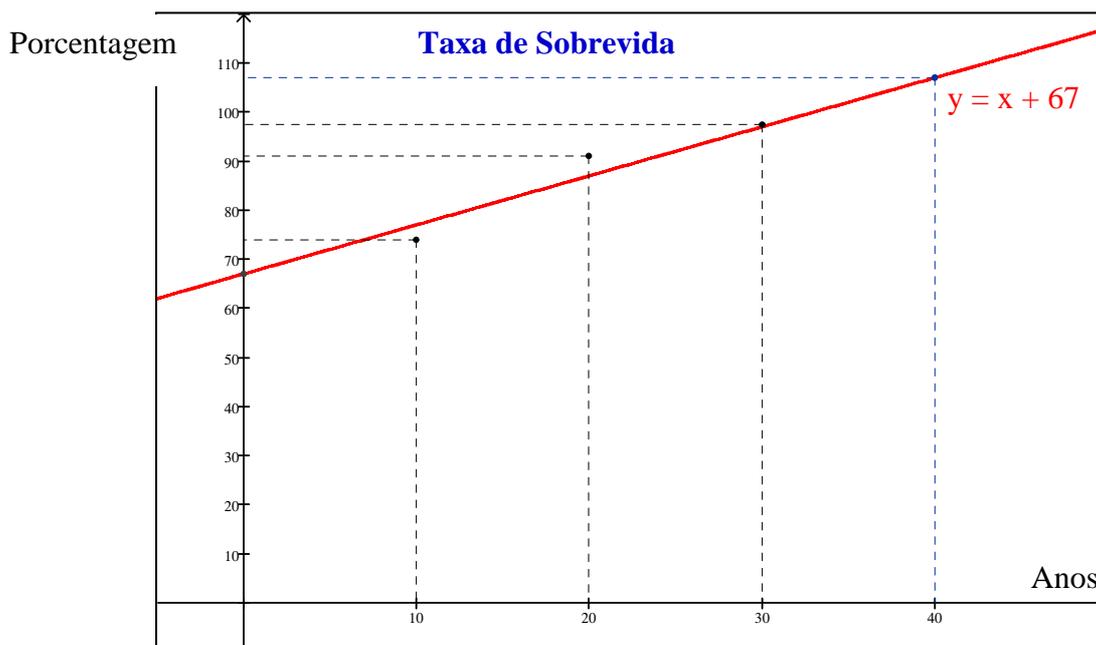


Gráfico 4: Primeira aproximação para ajustar a curva que passa pelos pontos, sendo $t = 0$ correspondente ao ano de 1970, $t = 10$ o ano de 1980, e assim sucessivamente (slide 8).

Poucos dias antes da apresentação oral, o grupo apresentou essa tentativa para o professor e ele sugeriu que as alunas estudassem no livro de Cálculo (HOFFMANN; BRADLEY, 2002) um modelo matemático denominado Curva Logística, para obterem uma melhor aproximação no ajuste da curva. Uma aluna, numa reunião em horário extra, afirmou o seguinte:

Luciana: Olha, minha idéia é assim: como eu preciso da calculadora [gráfica] pra traçar uma função exponencial [...]. De repente, a gente queria ver se tem como a gente conseguir a calculadora [gráfica], pra fazer o gráfico bonitinho [...], pra fazer o mesmo esquema da aula, pra ir projetando isso na literatura e a gente também vai fazer a apresentação no PowerPoint (CP, arquivo digital da fita 03, lado A, 00:00-00:29).

As alunas estudaram o modelo da Curva Logística, o qual tem representação

algébrica: $Q(t) = \frac{B}{1 + Ae^{-B.k.t}}$ (**equação 1**), sendo “A”, “B” e “k” constantes positivas. A

função é monótona crescente, para todo $t \in \mathfrak{R}$. No livro, possui a informação que esse modelo tem sido usado, dentre outras situações, para representar a propagação de doenças. Há um ponto do gráfico que é realçado, o qual é conhecido da teoria de Cálculo Diferencial, que é o ponto de inflexão, em que há mudança da concavidade do

gráfico, cuja abscissa é: $t = \frac{\ln A}{Bk}$ (**equação 2**),⁶ ou seja, é o ponto no qual a taxa de crescimento começa a diminuir, nesse exemplo. Numa outra reunião em horário extra, após a apresentação oral, as alunas me procuraram para que pudéssemos discutir sobre a lei de formação do modelo da Curva Logística. Inicialmente, elas foram explicando como calcularam os valores da incógnita “B”.

Joice: A gente fez aqueles esquemas que ele [o professor] mandou a gente fazer né, tranquilo. Aí a gente pegou outro trabalho [uma versão anterior do relatório escrito delas], que tem aquele gráfico [4] da taxa da sobrevivência, que a gente fez no Winplot, mas que estava errado. A gente tentou colocar essa equação. A gente fez assim: essa aqui é a equação que o livro forneceu [equação 1].

Leandro: Tá.

Joice: Aí a gente colocou que o “B” é o..., no livro está falando que é a capacidade limite do processo, no caso 100%. Aí a gente colocou $B = 100$.

Leandro: Ok (CP, arquivo digital da fita 06, lado B, 00:00-00:41)!

“B” é o valor da assíntota horizontal, encontrando $Q(t) = \frac{100}{1 + Ae^{-100.k.t}}$

[**equação 3**]. Na seqüência, as alunas explicaram como encontraram o valor de $A = 0,4925$, através da substituição do ponto (0,67) na equação 3, obtendo a **equação 4**:

$Q(t) = \frac{100}{1 + 0,4925.e^{-100.k.t}}$. Também calcularam $k = -0,3424.10^{-3}$, o qual foi encontrado

usando o ponto (10,74) na equação 4. Com isso, apresentaram a lei de formação:

$Q(t) = \frac{100}{1 + 0,4925.e^{-0,03424.t}}$ [**equação 5**]. Contudo, ocorreu um equívoco: o valor de “k”

é positivo, como afirmei anteriormente. A hipótese é que as alunas observaram numa tabela para valores de $\ln(x)$ que há, numa das últimas páginas de Hoffmann e Bradley (2002), o valor de $\ln(0,71)$. No livro, falta o sinal negativo em vários valores de $\ln(x)$ para $x < 1$, uma vez que, para esses valores, $\ln(x) < 0$. Esta hipótese pode ser comprovada na seqüência da discussão:

Joice: Aí é que vem o problema.

Leandro: Qual problema?

⁶ Para encontrar a abscissa do ponto de inflexão, basta encontrar $Q''(t) = 0$, isolando a variável “t”. Assim,

$$Q''(t) = \frac{A.B^3.k^2.e^{-B.k.t} \cdot (-1 + A.e^{-B.k.t})}{(1 + A.e^{-B.k.t})^3} = 0 \Rightarrow -1 + A.e^{-B.k.t} = 0 \Rightarrow e^{-B.k.t} = \frac{1}{A} \Rightarrow -B.k.t = -\ln(A) \Rightarrow t = \frac{\ln(A)}{B.k}$$

Joice: No gráfico tem o ponto de inflexão que é o momento em que a curva diminuiu a velocidade de crescimento dela.

Leandro: Tá.

Joice: Aí no livro está falando que esse ponto de inflexão é dado por $t = \frac{\ln A}{Bk}$ [equação 2].

Leandro: Tá.

[...].

Joice: Quando ele [eles, os autores do livro de Cálculo] derivou essa segunda vez $[Q''(t)]$, ele viu que... ele igualou a zero e viu que só tem essa raiz aqui.

Leandro: Certo.

Joice: Que é essa equação aqui [equação 2]. Aí a gente colocou na fórmula, só que deu [tempo] negativo e não vai ter sentido isso. A gente até tinha feito, só que a gente tinha feito a conta errada, tinha dado positivo, a gente tinha ficado feliz que a gente tinha encontrado, mas não deu (CP, arquivo digital da fita 06, lado B, 02:08-02:58).

Aqui, levanto uma conjectura, uma vez que elas não afirmaram isso, em relação ao fato de que não há tempo com sinal negativo de modo associado ao senso comum, uma vez que as pessoas afirmam que não tem sentido tempo menor do que zero. Enquanto conferia as contas, o professor da disciplina chegou na sala onde discutíamos e começou a elucidar o significado para o que elas tinham encontrado, com um exemplo que havia sido destaque na imprensa, na época, de um jogador de futebol que tinha desmaiado em campo, devido à baixa taxa de açúcar no sangue. Os médicos falaram que poucos segundos antes dele acordar, a taxa de açúcar estava abaixo do padrão considerado normal. Esse exemplo serviu para que as estudantes notassem que, no aspecto investigado, tempo negativo fazia sentido, bastava considerar um referencial como zero, que no caso era o ano de 1970. Nos cálculos que elas apresentaram no relatório escrito, encontraram o ponto de inflexão: (-20,83;50,25). Como o zero equivale a 1970, o ponto de inflexão possui abscissa aproximadamente igual a 1950, o que pode ser verificado na reunião em horário extra:

Joice: Então quer dizer que esse ponto de inflexão que começou a diminuir a variação, foi a 20 anos atrás?

Marcelo: Antes de 1940, vocês têm dados, na verdade é uma projeção pro passado...

Leandro: 40 não 50, pois o zero é 1970!

[...]

Marcelo: Pra isso serve o modelo. A gente provavelmente em 1950, 1940 a gente não tinha nem dado. Volta e meia se dizia: morreu, ficou doente, porque não tinha essa especificação: morreu, morreu de velhice, etc. Então aqui é 1970, que é o zero $[t = 0]$ [...] (CP, arquivo digital da fita 06, lado B, 07:14-08:12).

No relatório escrito, as alunas apresentaram além do gráfico, que ajusta a curva (equação 5), um outro gráfico com a sua fórmula correspondente. Elas explicaram porquê fizeram isso:

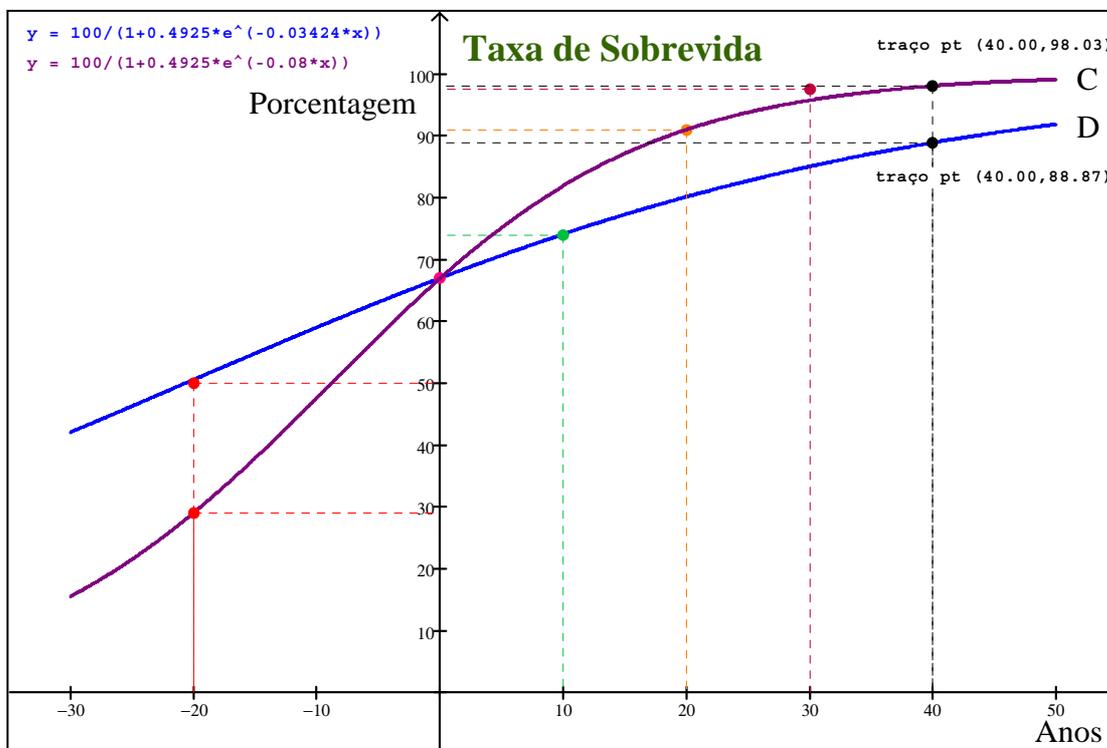


Gráfico 5: Gráficos para ajuste dos pontos com o modelo da Curva Logística (p. 12).

Alunas: [...] a curva em azul [D] [...] não é a melhor, pois para uma projeção para 2010 [t = 40], a probabilidade ficaria menor que a probabilidade de 2000 [t = 30]. Para corrigir esse erro, foi calculada uma nova função, com um novo valor de “k” (p. 12).

Assim, as alunas encontraram uma nova equação, considerando os pontos (0,67) e (20,91). Desta forma, mantiveram os valores para B = 100 e A = 0,4925,

encontrando a lei de formação:
$$Q(t) = \frac{100}{1 + 0,4925 \cdot e^{-0,08 \cdot t}}$$

Após obterem a fórmula do último gráfico construído, em roxo (ou C), afirmaram que o melhor modelo seria uma função definida por duas sentenças.

Alunas: A curva [...] [C] por sua vez, também não é muito apropriada, já que para projeções anteriores, a probabilidade torna-se muito pequena. Logo, a melhor curva para representar a variação da taxa de sobrevida seria uma mistura das duas curvas (p. 12).

Os gráficos plotados diferem na escolha dos pontos para que incógnitas pudessem ser determinadas, o que influenciou os resultados obtidos pelas alunas. Na

segunda lei de formação presente no gráfico anterior, as estudantes usaram um ano mais próximo daquele que elas calculavam a previsão da taxa de sobrevivência, o qual favoreceu que encontrassem uma melhor aproximação para os anos seguintes.

4.1.1. Uma Análise Inicial do Projeto “Câncer de Próstata”

A coleta dos dados foi concretizada pelas alunas usando livros e Internet. Na Internet, buscaram gráficos prontos, como o gráfico 1, sobre o crescimento de células tumorais em função do diâmetro do tumor. Elas também apresentaram um mapa do Brasil (gráfico 2), para comparar as estimativas dos casos de CP, buscando, portanto, dados estatísticos da doença.

No trabalho desse grupo, havia uma referência principal: um *site* da Internet, ao invés de um livro. Elas afirmaram que os dados foram coletados basicamente no *site* do Inca, o qual confiavam, o que mostra, para esse grupo, a importância das informações disponíveis na Internet.

Por outro lado, elas criticaram a postura do *site* do Inca, pois apenas dispôs o dado quantitativo sem maiores explicações. Isto pode ser notado no cálculo da incidência de CP no ano de 2005, realizada a partir de uma fórmula matemática, a qual não é explicada, e que também não foi compreendida completamente pelas pessoas que assistiam a apresentação oral nem pela equipe.

As estudantes também criticaram uma informação encontrada num *site*, a qual dizia que a probabilidade referente à retirada total da próstata com sucesso, por radioterapia, era de cerca de 2%, questionando se era um tipo de exame que podiam confiar.

Com base nos dados estatísticos coletados na Internet, o grupo construiu gráficos com dados quantitativos da probabilidade do homem sobreviver, após saber e começar o tratamento da doença. O gráfico de barras, construído no Excel, dá uma noção inicial da evolução (em décadas) do tratamento do CP. Por outro lado, é difícil refletir sobre a previsão do que pode ocorrer, caso o padrão de evolução do tratamento permaneça. Assim, as alunas usaram o Winplot para encontrarem uma lei de formação que representasse algebricamente a situação analisada. Desta forma, a primeira aproximação foi feita baseada nas atividades que envolviam variações nos parâmetros das funções, usando calculadoras gráficas. Acrescenta-se a isto, o fato apontado na fala

de Luciana, quando argumentou sobre a possibilidade de cruzar as informações estatísticas com a literatura sobre o tema e as investigações com a calculadora gráfica.

O professor e eu tentávamos dar condições a fim de que as alunas não se sentissem pressionadas, o que poderia favorecer a exposição de todos os passos realizados por elas na construção do modelo da situação estudada. Assim, as alunas relataram o trabalho realizado com um modelo matemático, a Curva Logística, e realizaram previsões para anos anteriores e posteriores aos dados que possuíam. O modelo, que foi analisado pelas alunas, estava presente num livro selecionado pelo professor da disciplina.

4.2. A Relação Unesp-Rio Claro

A equipe deste trabalho era do período noturno e possuía cinco componentes, os quais reportaram que a escolha do tema foi difícil e que os membros do grupo tinham interesses distintos nessa escolha. Eles queriam pesquisar o que a Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho (Unesp), *campus* de Rio Claro, trouxe ou não para a cidade, a história da Unesp, se a cidade gostava ou não dos estudantes e se Unesp e Rio Claro eram como dois mundos disjuntos (essa última era parte das hipóteses levantadas pelo grupo). Eles dividiram o trabalho em três frentes: parte histórica da criação da Unesp, identificação de atividades sócio-culturais promovidas na cidade e pela universidade, e uma análise estatística de pesquisas de opinião.

Os dados foram coletados em livros, na Internet e nas entrevistas realizadas. Nos livros, eles buscaram informações referentes à história da Unesp e da cidade. Os alunos descreveram a fundação da Faculdade de Filosofia Ciências e Letras (FFCL), a qual ocorreu no ano de 1958. Eles destacaram o pequeno número de alunos que prestaram o vestibular e, conseqüentemente, menor ainda o número de aprovados. Em 1967, a FFCL foi incorporada pela Unicamp. Ao final de 1968, houve uma ruptura, pois a Unicamp decidiu levar dois dos cursos de Rio Claro para Campinas. Em 1976, a Unesp foi criada e incorporou a FFCL, dividindo-a em dois institutos: Instituto de Biociências (IB) e Instituto de Geociências e Ciências Exatas (IGCE), como existe atualmente. Os alunos apresentaram algumas fotos durante a apresentação sobre a inauguração da Unesp, primeira turma formada, árvore plantada na fundação da FFCL, dentre outras, mas “nunca uma [foto] que relacionasse as duas [Unesp e Rio Claro]” (fala de Priscila Silva na apresentação oral).



Foto 1: Foto antiga do *campus* da FFCL, o qual, em 2005, funcionava a maior parte administrativa da Unesp, inclusive a Seção de Pós-Graduação, a qual deverá ser transferida para o *campus* Bela Vista, em Rio Claro.

A partir deste ponto, eles começaram a fazer uma interpretação destas informações para entender o impacto da Unesp em Rio Claro, focando em aspectos relacionados ao tema Educação.

Ana Carolina: Aí a gente fez, com dados do [site do] IBGE⁷, do censo, de 1940 a 2000, a gente tentou ver o impacto que a faculdade teve sobre a cidade de Rio Claro. Na verdade, a gente não viu impacto na população. O crescimento continuou se mantendo na mesma taxa de variação, sendo que a gente esperava coisas assim, estranhas, mas seguiu a mesma linha [faz um gesto com a mão sobre o gráfico 6]. Usando um recurso do Excel que chama linha de tendência, olha esse rosa é a população e o preto é a linha de tendência. O Excel traça essa linha que é o gráfico de uma função [...]. A linha de tendência não coincide exatamente com o gráfico, mas dá pra ter uma idéia. Se você considera 1940, 1; 1950, 2; 1960, 3, etc, e substitui ali no “x” [apontando para a equação acima do gráfico] você vai [ter] a população nos anos, mais ou menos, a população aproximada, nos anos que você quiser, assim, desde 1940 (Relação Unesp-Rio Claro (RU-RC), arquivo digital do DVD 4N, 04:03-05:25).

⁷ IBGE é a sigla para o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. Site: <http://www.ibge.gov.br>.

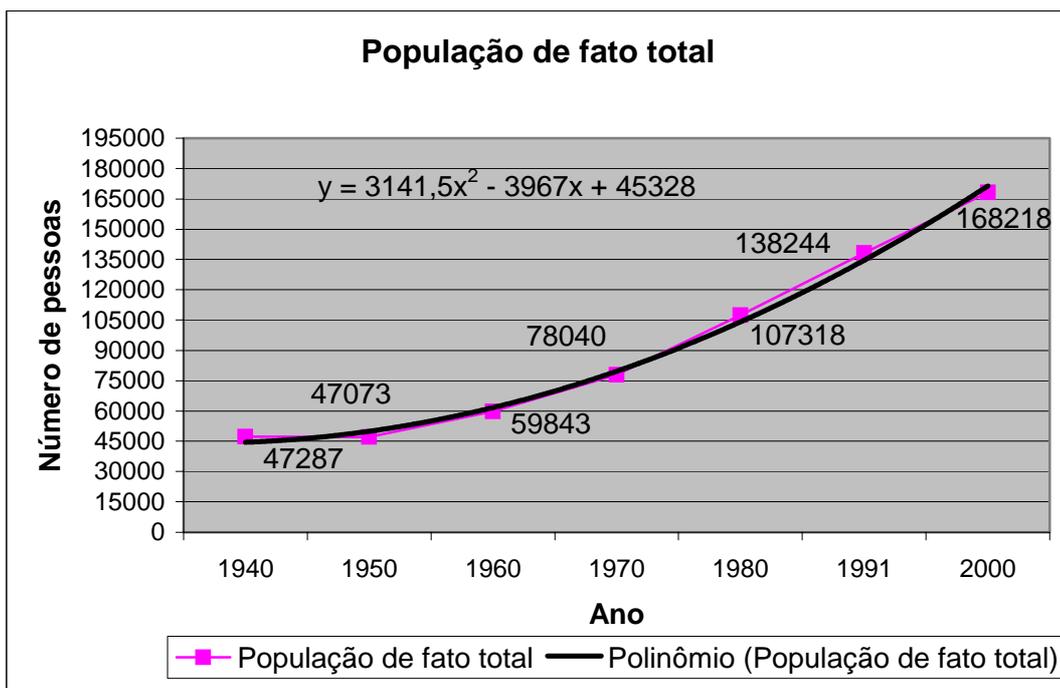


Gráfico 6: Número de pessoas residentes em Rio Claro em função do ano⁸ (slide 4).

O professor pediu explicações, após a apresentação oral, no momento aberto para o debate, sobre a escolha do modelo da função quadrática. Ele questionou porquê não ajustou por outros tipos de famílias de funções e Gabrielle afirmou que “Porque não tem um crescimento constante, não tem como ser uma reta”. Outra aluna comentou:

Priscila Silva: Então a gente realmente experimentou em cima do gráfico e a que melhor ficou foi essa. E o que acontece? Porque ela quadrática o Excel deu, mas assim, através dela a gente tentou procurar ver o crescimento aproximado da população. [...] mas a gente queria saber direitinho uma equação que tivesse esse valor aproximado, essa foi a que mais se aproximou da [...] [parábola], deu certinho [...] (RU-RC, arquivo digital do DVD 4N, 34:23-34:55).

Calculou-se o valor da população de Rio Claro em 2005, a partir da lei de formação da função quadrática apresentada pelo grupo, encontrando uma boa estimativa. O professor comentou que, apesar disso, o crescimento populacional é tido como exponencial. Com isso, ele solicitou aos alunos que encontrassem o modelo exponencial que melhor descrevesse o crescimento populacional de Rio Claro. Na última versão do relatório escrito, os alunos incorporaram a sugestão feita pelo professor e escreveram o seguinte:

Alunos: Sabe-se que a função polinomial de segunda ordem corresponde a uma parábola, no caso, com a concavidade voltada para cima. Sendo assim, de acordo com o gráfico, a população tenderia a crescer conforme o decréscimo dos anos anteriores a 1940, o que não reflete a realidade. Portanto, a função polinomial se adequa[ria] apenas aos anos de 1940 a 2000, especificados no gráfico. A função exponencial [gráfico 7] não é tão precisa no intervalo de tempo considerado, porém se mostrou mais fiel à realidade em termos gerais (p. 14).

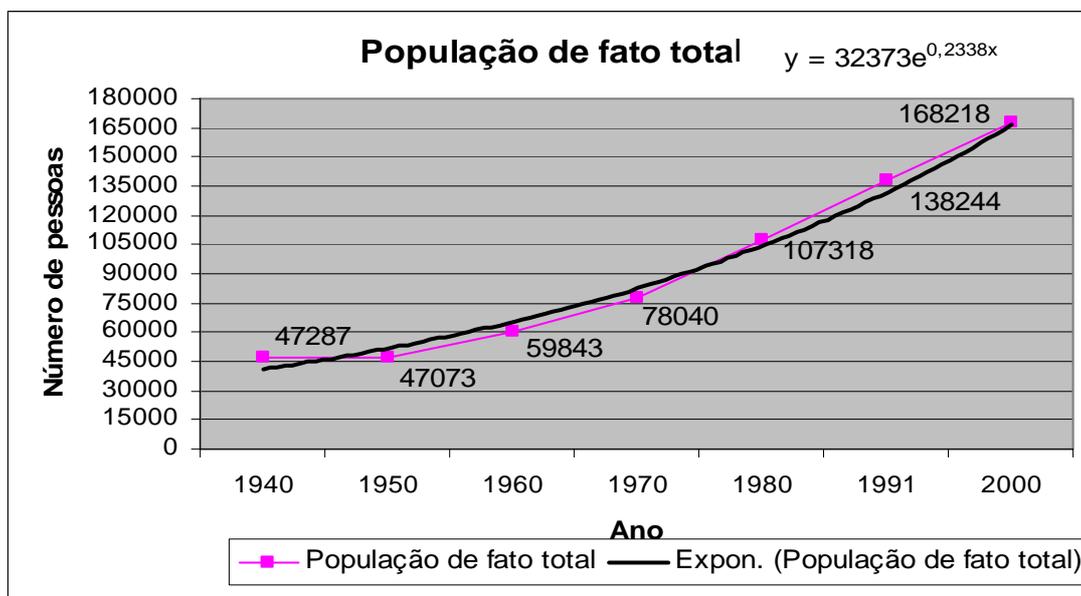


Gráfico 7: Modelo exponencial para o número de pessoas de Rio Claro em função do ano (p. 14).

Na reunião em horário extra, de entrega dos resultados (da avaliação) dos Projetos de Modelagem, o professor comentou:

Marcelo: Se fosse uma função [polinomial] do 15º grau vocês vão ver que, de repente, vai passar melhor por aqui, mas de repente dá uma descida assim, não tem nada a ver. Em termos de fazer uma previsão, não é muito adequado.

Luciana: Devia ser exponencial.

Marcelo: Tá. Então aqui, exponencial, tem várias questões: tem o crescimento que varia um pouco em função do crescimento da própria população, correto? Embora o bebê não passe a ser reprodutor, mas estão chegando mais pessoas que tinham 15 anos e estão chegando a 16, sei lá, a idade que você considerar que começa a reprodução. E a partir daquilo isso vai acontecendo. Se não tiver bomba de hidrogênio, sei lá o que, etc (RU-RC, arquivo digital da fita 10, lado A, 00:00-00:48).

O professor propôs uma discussão matemática associada com a educacional, o que mostra que a informática pode facilitar a construção de gráficos, mas por outro lado cria uma limitação, cabendo ao professor propor uma discussão crítica da situação.

⁸ Os alunos nomearam o gráfico de “população de fato total”, porém poderia ser omitido o “de fato”, sem causar prejuízos.

Outro aspecto relacionado à Educação foi tratado pelo grupo no próximo gráfico, o qual foi apresentado por Ana Carolina.

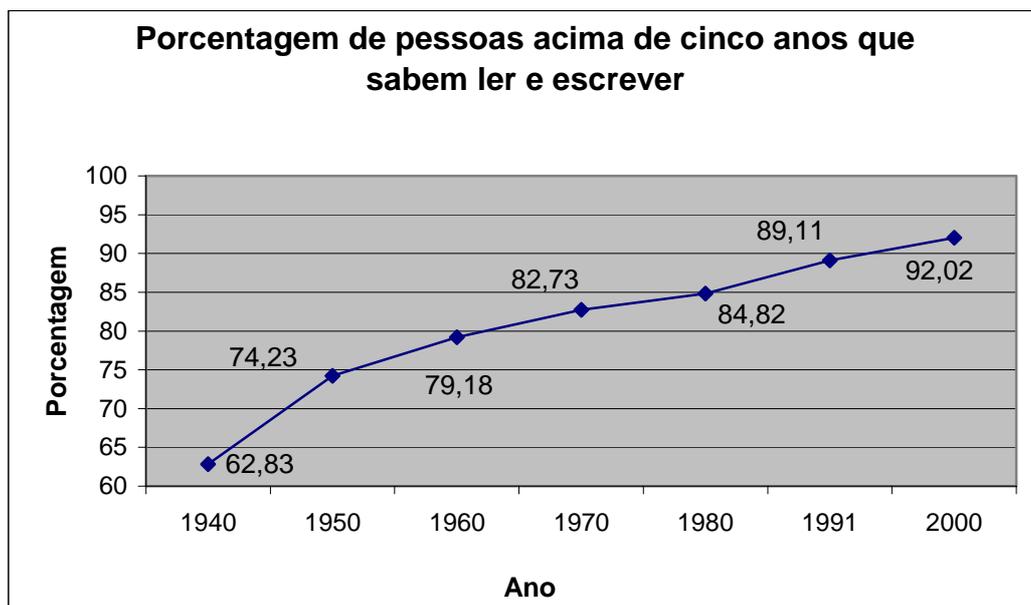


Gráfico 8: Número de pessoas acima dos cinco anos que sabem ler e escrever em função do ano, na cidade de Rio Claro (slide 5).

O grupo considerou a criação da Unesp a partir da fundação da FFCL. Considerando isso, a aluna argumentou que:

Ana Carolina: [Esse é o gráfico da] Porcentagem de pessoas que estão acima de cinco anos – que é a idade que podem ler e escrever – esse é a porcentagem de pessoas. A criação da Unesp está por aqui [aponta no gráfico a região próxima de 1960], tinha que aparecer no gráfico aqui [aponta no gráfico no ponto correspondente ao ano de 1970] uma mudança estranha, mas também não teve, se manteve igual o crescimento (RU-RC, arquivo digital do DVD 4N, 05:33-05:52).

No momento do debate após a apresentação oral, o professor questionou: “Será que tem alguma coisa a ver com a universidade ou não, a questão de analfabetismo?” Na última versão do relatório escrito, os alunos fizeram o gráfico 9 e escreveram que a fundação da Unesp não contribuiu com o aumento da taxa de alfabetização de Rio Claro, apesar do número de pessoas que sabiam ler e escrever ter aumentado, mas mantendo, aproximadamente, a taxa de crescimento do período anterior à criação da universidade.

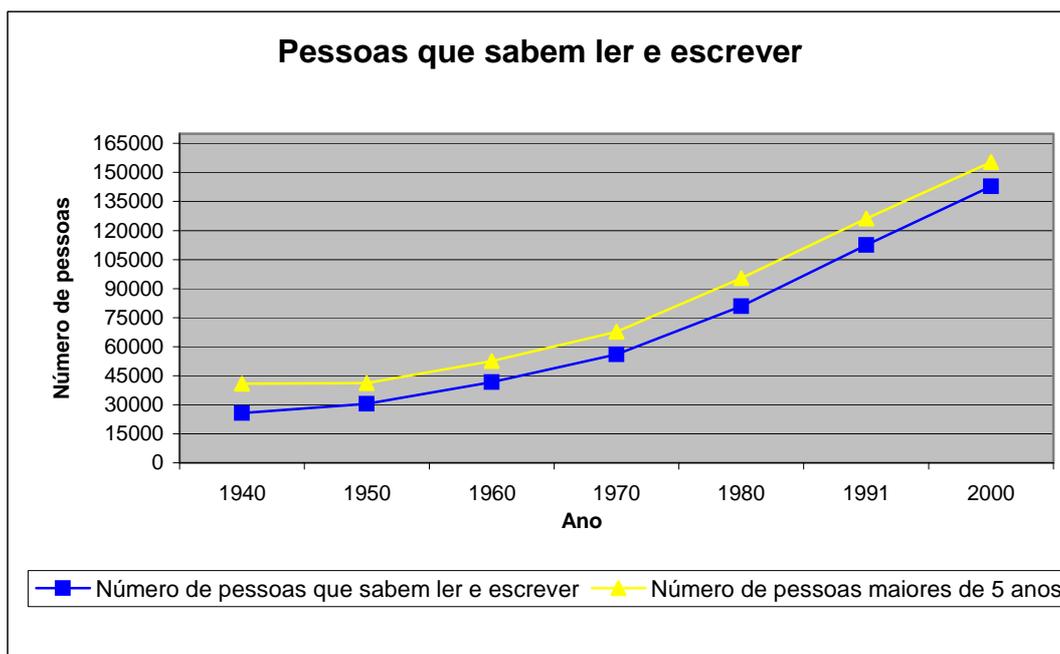


Gráfico 9: Pessoas que sabem ler e escrever e número de pessoas com mais de 5 anos em Rio Claro em função dos anos (p. 13).

Na reunião em que ocorreu uma discussão sobre a avaliação dos grupos, o professor discordou do argumento dos alunos sobre a taxa de variação da alfabetização em Rio Claro se manter constante, buscando exemplos para comprovar o aumento da taxa de variação a partir de pontos do gráfico 9. Além disso, ele levantou outras hipóteses para explicar o objeto investigado, como o crescimento da taxa de pessoas, que sabem ler e escrever na cidade, ter acompanhado a taxa de crescimento da população de Rio Claro.

O gráfico relacionado à Educação Superior também foi apresentado:

Ana Carolina: Esse gráfico [10] é estranho, porque o censo de 1960 teve um grande problema de apuração, então muitos dos dados não estão disponíveis, em nenhum lugar. Mas aqui dá pra perceber que aqui de 1950 a 1970, não teve grande variação [aponta no gráfico os valores correspondentes a 1950 e 1970]. O grande salto foi de 1970 a 1980, o grande “boom” [aponta de 1970 a 1980] (RU-RC, arquivo digital do DVD 4N, 05:53-06:16).

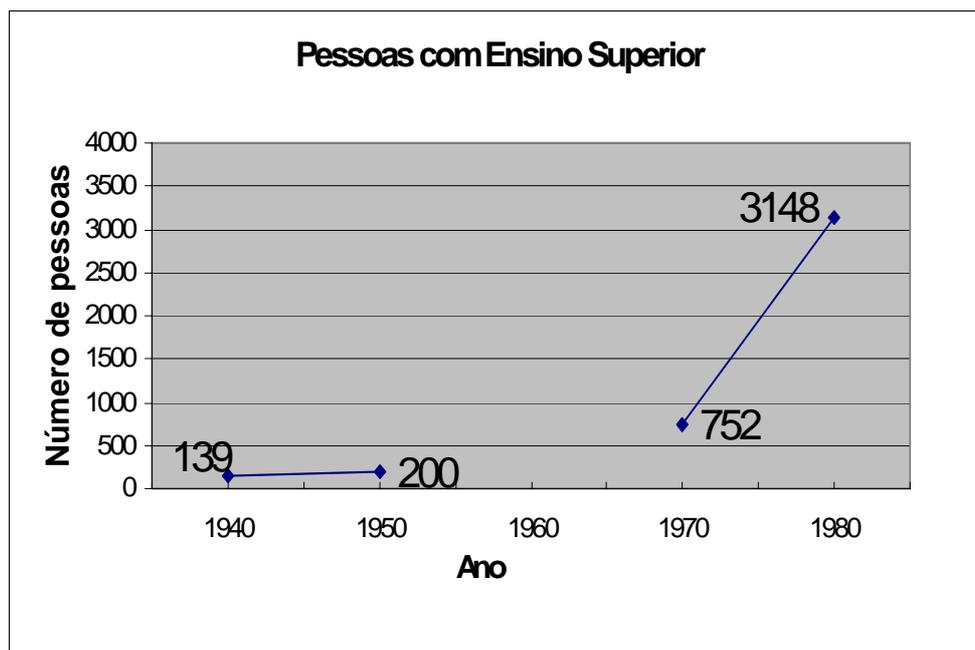


Gráfico 10: Número de pessoas com Ensino Superior (em Rio Claro) em função do tempo (slide 6).

O professor questionou o grupo no momento do debate:

Marcelo: Foi interessante aqui [no gráfico 10], a [...] Ana Carolina falou [...] a seguinte questão: eu tenho esse gráfico aqui e a gente estava esperando que com a Unesp fosse ter um crescimento de pessoas com Ensino Superior e não teve. E esse crescimento acontece bem depois, em 1970 [...]. Felipe, [...] o que você acha que aconteceu? [...]

Felipe: Então, coincidentemente, a faculdade foi criada em 1957, foi quando em 1960 não houve esse dado. Porém, como nós percebemos mais pra frente, as primeiras turmas foram de número bastante reduzido. A minha dedução é a seguinte: esse avanço coincide exatamente com a época em que é criada a Unesp, que é quando fica uma estrutura de grande porte. De início a faculdade tinha como finalidade abranger só os alunos locais aqui da região, com a Unesp é, então, uma estrutura maior e já está trazendo pessoas de uma parte maior do Estado [de São Paulo] [...] (RU-RC, arquivo digital do DVD 4N, 38:22-40:10).

Posteriormente Gabrielle pontuou que a cultura não era sair da escola e estudar numa Faculdade e que após 1970: “A faculdade virou um objetivo, por isso que cresceu tanto”. Um aluno que estava na platéia (Daniel) levantou outra possível resposta: “O crescimento da Universidade gera, como conseqüências, o crescimento da cidade e criar essa infra-estrutura teve que convidar pessoas que possuíssem Ensino Superior”. O professor acrescentou outro fato:

Marcelo: Eu tenho outro fator também dentro desse chute organizado, isso aí teria pra ver uma pesquisa mesmo na área de Geografia, daria pra fazer essa relação e estender isso aqui.

[...] outra questão ali é a explosão, uma das primeiras reformas universitárias do ensino particular. Então você passa a ter um número muito grande, vocês podem incorporar depois, também, a criação de mais cursos. [...] Como vocês não vão poder pesquisar pra colocar se essas hipóteses são razoáveis ou não [...], vocês podem levantar isso como perguntas, [...] utilizando a linguagem gráfica que vocês têm. [...] Outro fator é que eu fui atraído pra'qui pra Rio Claro. [...] Passa a atrair gente por causa de concurso (RU-RC, arquivo digital do DVD 4N, 44:12-49:25).

O professor chamou a atenção para o fato de que só poderiam levantar hipóteses, devido ao escopo da disciplina, e que só com mais tempo e com possibilidade de mais investigações eles poderiam ter reflexões mais consistentes.

Em seguida, os alunos passaram para a segunda parte do trabalho e analisaram o que a cidade oferece com relação a eventos culturais, como o que visa à cultura jovem, chamado Ponto de Cultura, que tem um enfoque audiovisual, tendo como principal atividade sessões de cinema. Projetos da Unesp também foram apresentados pelos alunos, que incluíam campeonatos esportivos, cursos de língua estrangeira, de artesanato, dentre outros. Eles destacaram que:

Priscila Silva: É, a gente entrou no *site* aqui de Rio Claro.

Priscila de Oliveira: É, eu fiz um negócio cultural assim, eu e a [...] [Gabrielle]. Só que não dava assim pra simplesmente entrar no guia de Rio Claro ver quais são os pontos culturais da cidade, o que que oferece e falar pro pessoal, porque não era essa o objetivo, que era entender como que funciona e...

Priscila Silva: Se tem uma preocupação de oferecer algum tipo infra-estrutura cultural pros universitários.

Gabrielle: Por que que não tinha divulgação de tudo isso?

Priscila Silva: É, e aí a gente entrou também no *site* do IBGE, da Unesp, a gente entrou também no *site* da Cedem⁹ também da Unesp, não foi? [...] (RU-RC, arquivo digital da fita 08, lado A, 02:32-03:01).

Na terceira parte do Projeto de Modelagem, os alunos realizaram entrevistas, com moradores de Rio Claro e com estudantes da Unesp. Alguns dados estatísticos foram calculados e discutidos, que contribuíram para reforçar o argumento do distanciamento existente entre a universidade e a cidade.

A partir das informações que os alunos tiveram acesso, sugeriram uma maior integração entre as duas comunidades, pois isso traria benefícios para ambas. Os alunos destacaram a assinatura entre o reitor da Unesp e os prefeitos (das cidades onde a Unesp está sediada) para um convênio de integração, entre a universidade e a comunidade. Quanto ao impacto da Unesp em Rio Claro, eles esperavam uma grande interferência

⁹ Cedem é a sigla do Centro de Documentação e Memória da Unesp. *Site:* <http://www.cedem.unesp.br>.

nos contextos educacionais da cidade, mas isto não ocorreu segundo as pesquisas dos alunos. Com isso, há reflexos que podem ser percebidos atualmente, através das entrevistas realizadas pelos estudantes, uma vez que alguns moradores de Rio Claro afirmaram que não sabiam da existência da Unesp e, portanto, não conheciam o que a universidade poderia lhes proporcionar. Este trabalho resultou, mesmo que de forma delimitada, em uma integração da Unesp com a comunidade.

Na entrevista que realizei com eles, questionei-os, além do uso da Internet, quais outros usos da informática fizeram.

Gabrielle: A construção de gráficos que foram feitos no computador.

Priscila Silva: Eu acho que a gente ficou até com raiva da Informática, porque nenhum disquete abria [risos]. A gente ficou com vontade de fazer até o trabalho manual, de tanta raiva que tava dando.

Priscila de Oliveira: Ah, eu acho que sim, eu acho que é até cultural isso, eu acho que a gente já depende, hoje em dia, de computador.

Ana Carolina: É, tudo hoje em dia que a gente vai fazer já pensa em fazer no computador.

Priscila de Oliveira: Automaticamente: o trabalho já é digitado, os gráficos a gente já utiliza os recursos que o Excel fornece...

Ana Carolina: O próprio PowerPoint.

Priscila de Oliveira: Você já faz o trabalho se baseando que você vai ter esses recursos.

Gabrielle: No dia, o disquete não abria, nada abria, todo mundo entrou em pânico, assim e aí a última coisa que [...] passava na nossa cabeça era: a gente vai fazer o trabalho sem a apresentação de PowerPoint: que coisa pobre [risos] (RU-RC, arquivo digital da fita 08, lado A, 12:33-13:39)!

4.2.1. Uma Análise Inicial do Projeto “A Relação Unesp-Rio Claro”

Os alunos tiveram três modos de coletar as informações: livros, Internet e entrevista. Os livros foram usados, basicamente, para tratar da parte histórica da Unesp. As entrevistas foram analisadas pelos alunos para tratar como os moradores da cidade se manifestavam sobre a universidade e como os estudantes notavam a cidade.

Os alunos reportaram a pesquisa que eles fizeram na Internet, especialmente no *site* do IBGE, sobre os dados estatísticos relacionados à Educação em Rio Claro, através dos anos: crescimento da população, número de pessoas com Ensino Superior e porcentagem da população que sabe ler e escrever. O *site* da Unesp também foi usado para obter informações sobre o histórico da universidade e sobre as informações dos projetos que eram realizados para a comunidade.

Os dados estatísticos sobre a Educação foram plotados no Excel, usando o comando “adicionar linha de tendência”, o qual a partir da escolha do usuário, traça um

modelo de gráfico prototípico, que é uma curva que melhor se aproxima dos pontos e fornece a equação correspondente. Assim, houve a valorização de aspectos visuais para determinar a melhor expressão algébrica, considerando que a curva ficou mais próxima dos pontos. Porém, isso não justifica que tal modelo é adequado para fazer previsões. Deste modo, o professor sugeriu essa discussão, levando-os a pensar sobre qual seria o modelo matemático mais adequado, considerando aspectos relacionados a tópicos de Geografia, sobre o crescimento da população, por exemplo. Houve outras leis de formação em que este aspecto foi considerado. Neste momento, observei que o professor valorizou as hipóteses levantadas pelos alunos, mesmo não sabendo se as conjecturas estavam corretas.

Em um dos gráficos (Pessoas com Ensino Superior), houve problemas com o censo do IBGE no ano de 1960, não tendo este dado. O grupo analisou e tirou conclusões, que envolveram Matemática e dados sobre Educação, considerando informações sobre o número de pessoas que cursavam o Ensino Superior, na época investigada. De modo geral, os gráficos permitiram que os alunos pudessem tirar conclusões para analisar as influências da Unesp nas questões educacionais de Rio Claro.

As falas dos alunos reportam o quanto o uso das TIC está inserido na vida cultural e no cotidiano deles. Isto pode trazer novos elementos para a discussão do papel da mídia informática no desenvolvimento dos Projetos de Modelagem.

Prossigo com a apresentação do outro grupo que selecionei.

4.3. Síndrome de Down

A equipe era do turno diurno e possuía quatro alunas. O tema inicialmente escolhido por elas foi Reforma Universitária, porém havia uma equipe do período noturno que havia escolhido esse mesmo tema. O professor sugeriu que enfocassem um aspecto, mas elas não gostaram, afirmando que se sentiram limitadas por este fato. Resolveram mudar e afirmaram que gostariam de escolher um que estava relacionado às doenças degenerativas, como Alzheimer. Só que, quando as alunas foram buscar informações sobre este tema, afirmaram que:

Ana Carolina: Alzheimer, a gente pensou em doenças degenerativas, sabe? Só que daí a gente foi procurar material e a gente achou coisa muito pouca. Daí a gente ia depender de

Internet e de revista não sei do que, que não são aquelas fontes assim muito precisas (Síndrome de Down (SD), arquivo digital da fita 05, lado A, 00:36-00:54).

Perguntei para as alunas como foi feita a coleta de dados. Responderam que:

Priscila: No começo a gente foi dentro da biblioteca mesmo, quando a gente começou a procurar, depois a gente foi se aprofundando.

Ariane: Depois a gente procurou na Internet. Daí a gente procurou os gráficos que o [...] [professor] pediu pra gente procurar da idade materna e aí a gente procurou.

Leandro: Assim, quando vocês chegaram na Internet, teve algum critério, como é assim que vocês chegaram e como começou a pesquisa?

Ana Carolina: Google¹⁰, [digitamos] Síndrome de Down, [e clicamos] *enter*.

Leandro: Daí aparece um monte de coisa, e aí?

Maria Marreta: Como a gente já tinha lido algumas coisas nos livros, a gente já tinha uma noção.

Ana Carolina: É. A gente já tinha base.

Ariane: A gente já dava pra ver qual informação era melhor assim pra ser colocada.

Priscila: E eu, assim, tipo APAE¹¹, coisas mais assim que a gente sabe que são coisas mais sérias.

Leandro: Mais assim, na Internet ou visitando?

Ana Carolina: Não, na Internet. A gente tentou...

Maria Marreta: A gente ia visitar [a APAE], mas não deu.

Ana Carolina: A gente tentou, mas aí já tava em cima, a gente não conseguiu ir (SD, arquivo digital da fita 05, lado A, 01:30-02:27).

No início do relatório escrito, elas definiram as doenças genéticas: aquelas que se caracterizam como sendo causada por alterações nos genes de um indivíduo. A SD é uma doença genética “[...] causada por anormalidades cromossômicas e originada de seus portadores, dentre outras implicações, atraso no desenvolvimento das funções motoras e mentais do corpo.” (p. 1).

As alunas abordaram o panorama histórico, o diagnóstico da doença no pré e no pós-natal, a questão da transmissão da notícia aos pais, os aspectos físicos do portador (com destaque para alguns desenhos por exemplo, os principais tipos de pregas de flexão palmares¹², mostrando as pregas da mão de uma pessoa “normal”, comparando-as com as características dos quem possuem a SD). Também destacaram os aspectos mentais (com destaque para a diferença entre o desenvolvimento cognitivo de

¹⁰ Site: <http://www.google.com.br>.

¹¹ APAE é a sigla para Associação de Pais e Amigos dos Excepcionais. Site: <http://www.apaebrasil.org.br/>.

¹² “O exame de **dermatóglifos** demonstra um padrão de caracteres tão raros em indivíduos sem a síndrome que, em geral serve para o diagnóstico.” (p. 4 – grifo das alunas). No caso, corresponde à impressão das dobras cutâneas encontradas na epiderme das palmas das mãos dos seres humanos.

uma pessoa não portadora e uma pessoa com a doença) e as possíveis complicações clínicas, como os problemas relacionados à fala.

Na apresentação oral, Ariane apresentou aspectos relacionados à incidência da SD:

Ariane: Sempre que a gente fala em gerar filho, a gente sempre fala em mulher portadora da SD, porque o homem, ele dificilmente gera uma criança, por causa da idade mental, ele não consegue se reproduzir, então normalmente é a mulher que tem filho só, o homem não tem. [...] A idade materna altera muito a incidência. Por exemplo, quando a mulher tem 30 anos de idade, tem aproximadamente um filho a cada 1000 nascimentos tem SD [apontando para o gráfico 11]. Quando a mulher tem 48 anos, a incidência da SD é de aproximadamente 60 filhos. Ou seja, aumenta muito com a idade. E o engraçado que a [...] deveria nascer a maioria [das crianças com SD] com mulheres com 48 anos, [mas] a maioria dos filhos das mulheres com SD é abaixo dos 35 anos. Isso acontece porque as mulheres abaixo dos 35 anos têm mais filhos então, conseqüentemente, as crianças delas têm mais SD (SD, arquivo digital do DVD 2D, 03:17-04:21).

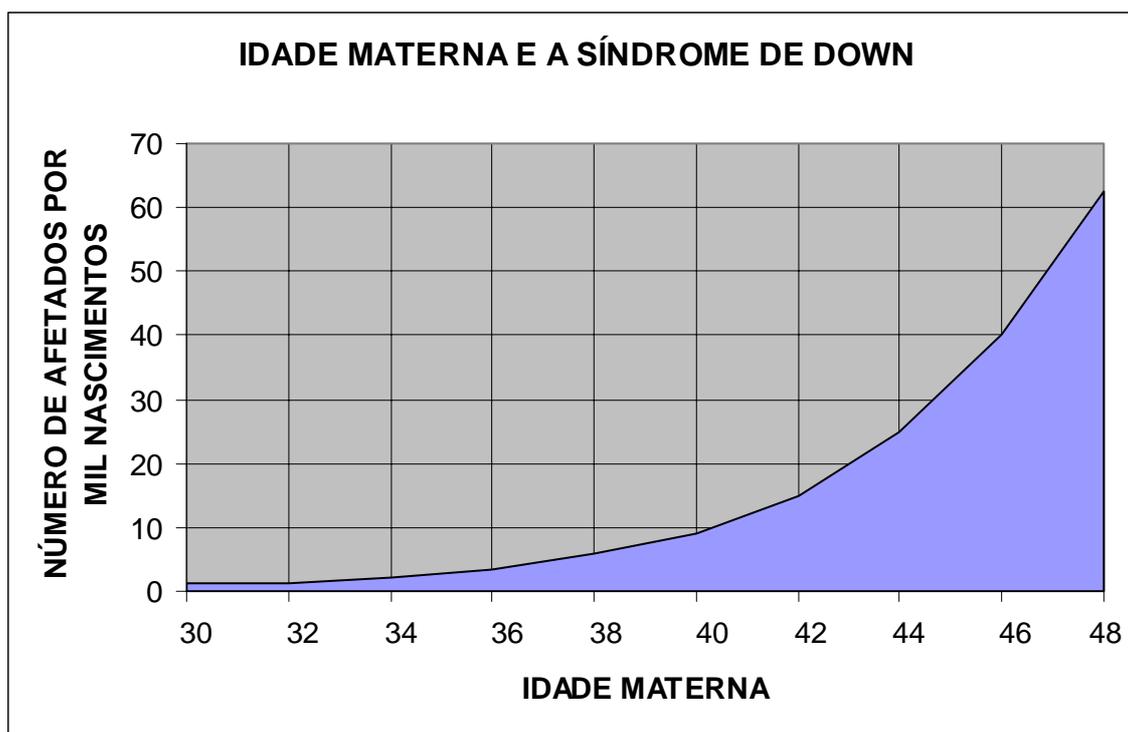


Gráfico 11: Número de crianças afetadas a cada mil nascimentos em relação à idade da mãe (slide 5).

Apesar da probabilidade de nascer uma criança com SD, através das mães com idades mais avançadas ser maior (em cada mil nascimentos), como elas geram mais filhos na faixa etária até 35 anos, é maior o total de crianças com SD, cujas mães estão nessa faixa. Na entrevista, realizada logo após a apresentação oral, as alunas explicaram como os dados foram coletados e como plotaram o gráfico 11:

Ariane: Foi assim: eu fui no Excel... A gente pegou a tabela na Internet e aí eu fui no Excel e desenhei os coisinhos da tabela aqui e o “x” aqui e o “y” aqui [fazendo com a mão os eixos cartesianos]. Aí eu pus pra fazer o gráfico.

Leandro: Hum. [...] Mas assim, e na escolha do tipo do gráfico, como foi?

Ariane: Foi assim: eu queria um que mostrasse direitinho a curva [referindo-se ao gráfico de linha]. Que tinha vários, tem uns assim, uns de barra, mas eu queria um assim, daí eu escolhi um assim.

Priscila: Pra marcar bem a curva.

Ariane: É.

Leandro: Mas você percebeu bem que tem alguns lugares que tem retinhas ali, né, não é um gráfico assim bonitinho como uma parábola, que é todo curvinho.

Ariane: Sei. É, não.

Leandro: Ali é bem uma aproximação, né?

Ariane: Umhum.

Leandro: Por que ligaram os pontos? Teve alguma idéia assim de por que ligar ou não?

Ana Carolina: Ah, tipo parecer uma curva, pelo menos.

Ariane: Ah, pra ficar uma curva mais ou menos.

Maria Marreta: Pra observar melhor a tendência.

Ariane: É. A tendência (SD, arquivo digital da fita 05, lado A, 02:43-03:47).

No momento do debate, o professor da disciplina levantou uma discussão e procurou relacionar a um conteúdo da disciplina (taxa de variação), relacionando às análises propostas pelas alunas, das faixas etárias acima dos 48 anos e abaixo dos 35 anos. Ariane respondeu que “A taxa de variação é maior quanto mais velha é a mulher”, associando com a maior inclinação do gráfico.

O professor buscou idéias discutidas em sala de aula, para que as alunas pudessem compreender matematicamente o que explicaram anteriormente, sugerindo que elas encontrassem a lei de formação, fazendo uma projeção para as mulheres com 60 anos. Aliando-se a isso, ele destacou o cuidado que as alunas deveriam ter com a projeção feita, alertando que poderiam gerar um valor sem sentido para 60 anos. Neste caso, indicou que o modelo mais adequado poderia ser o da Curva Logística.

Com isto, as alunas buscaram encontrar a lei de formação que permitiria encontrar o valor de $f(60)$. Como tiveram dificuldades, agendaram uma reunião, em horário extra, para discutirem comigo. Elas trouxeram numa folha a tabela 2, com os valores que estavam no gráfico 11.

Idade Mãe (x)	Crianças a cada 1000 nascimentos (y)
40	9
42	15
44	25
46	40
48	67,5

Tabela 2: Valores correspondentes à idade materna e do número de crianças que nascem com SD a cada 1000 nascimentos.

As alunas explicaram como encontraram um padrão na tabela, com um fator 1,6, aproximadamente, para encontrar os valores de “y”, a partir do termo imediatamente anterior. Afirmaram que foi por tentativa que elas encontraram esse valor. A lei de formação que elas buscavam não relacionava as duas variáveis da tabela 2, uma vez que somente relacionava um padrão com os valores de “y”. Com isso, busquei instigá-las para que pensassem sobre uma relação entre as variáveis. Procuramos entender, se seria razoável, pensarmos na sugestão do professor quanto ao modelo exponencial. Uma das alunas considera na discussão o significado da função exponencial, ou seja, o que a caracteriza.

Ariane: Porque é um gráfico exponencial. O que que é um gráfico exponencial, pra começar? É um gráfico assim [representa com as mãos o gráfico de uma função exponencial crescente].

[...]

Leandro: [...] Como é que eu digo: esses dados me levam possivelmente a algo exponencial. Como é que eu posso afirmar isso?

Ana Carolina: Porque a gente foi sempre multiplicando pelo mesmo fator.

Leandro: Isso. Tem um fator.

Ana Carolina: Mas o problema é que a gente não começou assim 1,6 vezes 1,6. A gente pegou o 9 vezes 1,6, entendeu?

Ariane: Depois o que deu vezes 1,6. A gente não...

Leandro: Isso: o anterior vezes 1,6.

Ariane: Isso.

Leandro: Mas assim...

Ana Carolina: Começando do 9 e não do 1,6.

Leandro: A função 2^x é assim que ela é construída. Tipo, eu posso pensar ela como o termo anterior $(x-1)$ [2^{x-1}] vezes 2^1 , não são os expoentes? Tipo o terceiro termo, o $x = 3$, é o segundo multiplicado por 2.

Ariane: Ahhh, entendi.

Leandro: O quarto termo é o terceiro multiplicado por 2.

Ariane: Então isso é uma exponencial. Isso o que a gente fez é uma exponencial.

Leandro: Isso [...].

Ana Carolina: Então aquele lá seria 9 multiplicado por 1,6 elevado a alguma coisa?

Leandro: Isso.

[...]

Leandro: Então já tem uma dica pra vocês de quem seria o cara da base do...

Ana Carolina: 1,6.

Leandro: 1,6 é um candidato bom.

Ana Carolina: Mas é que daí não dá os dados que a gente quer.

Leandro: Mas aí é só questão [...] de pensar um pouco (SD, arquivo digital da fita 07, lado A, 10:31-12:12).

No relatório escrito, as alunas resumiram as tentativas realizadas na reunião em horário extra, explicando a lei de formação encontrada por elas:

Alunas: A função exponencial que mais se aproxima do gráfico acima é $f(x)=7.10^{-4} \cdot e^{0.24x}$, onde e (número de Euler) corresponde a 2,718. Para encontrar a função acima partiu-se do conhecimento da constante K , que multiplicada por um número x fornecia o número imediatamente posterior a ele. Como exemplo, pegaram-se todos os valores do eixo y (9,15,25,40,62,5) e dividiu-se cada termo pelo seu anterior. Com esse procedimento encontrou-se a constante K , como sendo de 1,6. Com essa constante em mãos e sabendo-se que uma das maneiras para se encontrar um gráfico exponencial corresponde a $f(x)=x_0 \cdot K^{x-y_0}$ sendo que $x_0 = 9$, $K = 1,6$ e $y_0 = 40$, obteve-se a expressão $f(x)=9.1,6^{x-40}$. Contudo, realizando as substituições necessárias para outros pontos do gráfico, observou-se que, a equação encontrada não fornecia o y correto para determinado x . Como tal função não era eficiente, foi colocado um K_0 anteriormente ao x e o y_0 foi retirado, ocorrendo a seguinte fórmula: $f(x)=9.1,6^{K_0 \cdot x}$. Para descobrir o valor de K_0 , substituiu-se o ponto (42,15) do gráfico, encontrando-se $f(x)=9.1,6^{0.11x}$, o qual também não correspondia ao gráfico desejado. Então, através desse mesmo modelo de expressão e assumindo-se $K = 1,6$, obteve-se a função $f(x)=m.1,6^{Kx}$. Utilizando-se os pontos (40,9) e (42,15), foi montado um sistema, sendo que o valor de K_0 foi encontrado como 2,3 e o valor de m como 10^{-19} , valor este insignificante e que tornou a expressão incorreta. Finalmente, tomando por base a função $f(x)=A \cdot e^{Kx}$, sendo $e = 2,718$ e montando-se um sistema com os pontos distantes (40,9) e (48,62,5), foi encontrada a equação correta. (p. 11 – grifo das alunas).

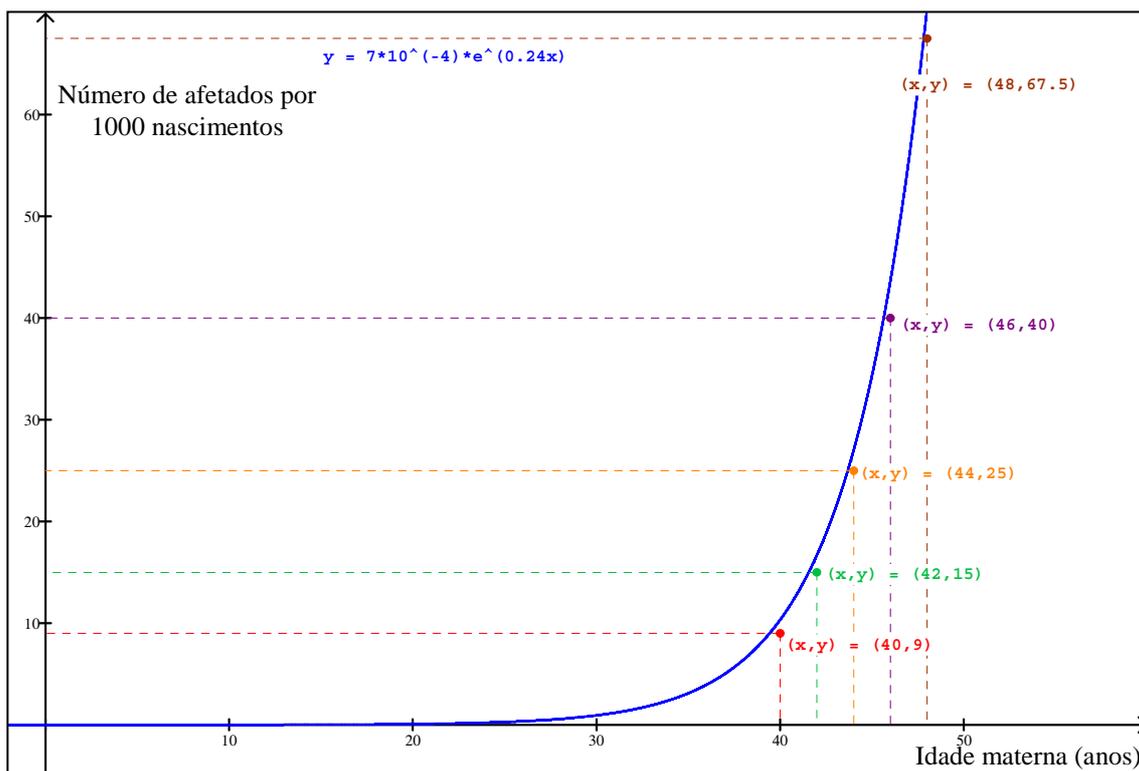


Gráfico 12: Modelo exponencial para o número de crianças com SD que nascem a cada 1000 em função da idade materna (p. 13).

Com o gráfico, as alunas reportaram no trabalho escrito:

Alunas: Com esse gráfico é possível determinar a Idade Materna na qual todas as crianças nascidas são portadoras da Síndrome de Down, que corresponde a aproximadamente 59 anos (p. 13).

O professor indagou, no relatório escrito, uma crítica ao modelo encontrado pelas alunas, uma vez que, usando a expressão que elas encontraram, $f(59) = 988$ (aproximadamente), sendo o maior valor inteiro de “x” que possui o valor máximo de “y” menor do que 1000. Deste modo, o professor questionou se teria sentido afirmar que todas as mulheres que tivessem 60 anos ou mais teriam filho com SD.

As alunas também apresentaram mais dois gráficos. Um deles era sobre o risco de nascer uma criança com SD, em porcentagem, com a mãe já tendo filho(s), mas sem a(s) criança(s) ser(em) portadora(s) e o outro gráfico, a porcentagem da mãe, já tendo uma criança que tem a SD, ter outra criança portadora. Elas identificaram o aumento de cerca de 1%, na probabilidade, caso a mãe já tenha uma criança com SD, considerando a mesma faixa etária. As alunas encontraram modelos exponenciais para ajustar as curvas, de modo semelhante ao anteriormente apresentado. O professor questionou no

relatório escrito se esses gráficos poderiam ser relacionados, mas como era a última versão do mesmo, isso não foi explorado.

As alunas também apresentaram aspectos sobre a Educação e o tratamento da SD. O tratamento precoce minimiza o retardo mental, por exemplo. Destaco um aspecto relativo à adolescência, mas especificamente a pré-puberdade e a puberdade. Na apresentação oral, Ana Carolina falou sobre este aspecto, argumentando que as meninas com SD precisam ser alertadas muito cedo sobre a menstruação e os meninos sobre a masturbação. No debate, o professor ampliou a discussão da masturbação, não apenas para os meninos, mas também para as meninas, uma vez que elas podem ter vida sexual e gerar filhos.

Marcelo: Eu entendi, só que nota, gente, esse trabalho é pra terem os livros e terem vocês escrito. Nota que é pra vocês verem que pode ser que o livro esteja, talvez vocês acrescentem isso aqui, por que não ser colocado? Parece que não tem nenhum argumento, da mesma maneira que a gente deve falar sobre masturbação pros meninos e pras meninas, a gente deve estar falando também, nesse caso, mais esse motivo [...] (SD, arquivo digital do DVD 2D, 31:53-32:13).

As alunas finalizam o relatório escrito argumentando sobre o trabalho feito pela APAE com os portadores da SD. Elas também sugeriram que a sociedade deveria rever o modo como tem tratado essas pessoas.

4.3.1. Uma Análise Inicial do Projeto “Síndrome de Down”

A escolha do tema deste grupo foi condicionada pelo fato das alunas não encontrarem informações sobre Alzheimer, que confiassem, ficando apenas a Internet e uma revista (que pelo modo como argumentaram, não confiavam) para pesquisarem.

Apesar dessa aparente crítica à Internet, a pesquisa com tema SD foi realizada num *site* de busca. Entretanto, selecionaram as informações baseadas nas pesquisas realizadas, anteriormente, nos livros. O *site* da APAE foi considerado confiável pelas estudantes e configurou-se como principal referência.

Na Internet, elas buscaram dados quantitativos sobre a incidência da SD. Desenvolveram uma investigação que envolvia a idade da mãe e o número de crianças portadoras da SD. Com o Excel, plotaram uma primeira aproximação para representar graficamente, através de um gráfico de linhas. Com a sugestão do professor, encontraram a lei de formação que permitia fazer previsões sobre o número de crianças

portadoras em função da idade materna. As alunas não apenas ficaram satisfeitas com a possibilidade de ser um modelo de uma função exponencial, pois procuram compreender o que caracteriza esse modelo.

Além disso, o modelo possibilitou para as estudantes uma análise gráfica: é maior probabilidade de nascer crianças portadoras com SD, cujas mães possuem mais de 48 anos. Por outro lado, nasce uma quantidade maior de crianças portadoras, com mães que têm menos de 35 anos, uma vez que a quantidade de crianças que nascem, com mães nesta faixa etária, é maior. O professor propôs uma interpretação dessa situação, relacionado-a com a taxa de variação, conteúdo da disciplina.

Aliando-se a isso, uma análise mais detalhada do gráfico foi questionada pelo professor durante a apresentação oral, e isso não foi feito pelas alunas, pois com o gráfico plotado por elas, foi possível concluir que todas as mulheres com 60 ou mais terão filhos com SD, o que não corresponde ao que de fato acontece. Ou seja, elas não investigaram o resultado obtido, relacionando-o com aspectos biológicos da SD.

Todos concordaram que a masturbação é uma questão a ser abordada cedo, devido ao tempo diferenciado do desenvolvimento cognitivo do portador da SD, quando comparado com uma pessoa dita “normal”. Entretanto, o professor questionou o fato de apenas conversar com o homem sobre a masturbação, pontuando que os argumentos colocados para o sexo masculino podem ser estendidos também para o feminino, especialmente por ser possível que ela gere filhos, ao contrário do homem. Desta forma, o professor destacou a importância de um olhar crítico, que os alunos deveriam ter, ao reportar as informações obtidas, nesse caso, num livro.

Trago a última equipe apresentada e analisada inicialmente.

4.4. Cupim

A equipe do trabalho denominado “Cupim” era do período diurno. Inicialmente era composta por cinco membros. Por problemas que exporei posteriormente, apenas Bianca finalizou este Projeto de Modelagem. Sobre a escolha deste tema, ela relatou que foi o grupo que o escolheu. Eles queriam trabalhar com insetos, excluindo abelha, vespa e formiga, pois esses já são muito estudados no IB. Por isso, escolheram “Cupim”, o qual é pouco explorado nas pesquisas desse *campus* da Unesp. Joana agregou, aos

argumentos de Bianca, a visita que ela fez ao CEIS¹³, antes de começar as aulas, que fez emergir a discussão sobre temas relacionados aos insetos.

Na primeira reunião em horário extra, por impossibilidade de participação do professor da disciplina, eles se reuniram comigo. Os alunos se encontravam confusos quanto ao rumo que deveriam seguir no trabalho e à escolha do próprio tema de pesquisa, uma vez que parte do grupo relatou que não havia sido decidido o tema de imediato, escolhendo “Cupim” para repensar depois. Perguntei a eles o que já tinham obtido de dados e Bianca respondeu que tinha coletado informações em livros. Na seqüência, apresentou um que tratava do tema morfologia de Cupim, Cupim praga e as espécies que tinham em Rio Claro, no ano de 2005. Na seqüência da reunião em horário extra, Joana questionou o foco do trabalho, afirmando que a pesquisa era sobre a organização social do Cupim, explicando-me o que significava:

Joana: Os cupins, eles são insetos sociais, então eles têm uma classe, eles têm uma divisão em sociedade, têm uma organização. Eles têm insetos que são trabalhadores e que vão buscar comida, os insetos que, sei lá, os cupins que eu não sei...

Júlia: Que nem a abelha, sabe?

Leandro: Humm?

Júlia: Tem a agrária, tem a rainha...

Joana: Na verdade, nosso trabalho seria sobre isso, assim, mas aí colocar a Matemática no meio aí seria mais complicado... É mais fácil pensar em termos de população do que organização social, porque organização social é mais uma coisa de humanas, né (Cupim, arquivo digital da fita 03, lado A, 03:07-03:39)?

Bianca mostrou, na apresentação oral, algumas figuras de cupins e um gráfico feito no Excel do crescimento da população brasileira com o tempo, o que gerou a urbanização das cidades, excluindo o Cupim do seu habitat natural e fazendo com que ele se adaptasse a esse novo cenário, tornando-se pragas.



¹³ CEIS é a sigla de Centro de Estudos de Insetos Sociais da Unesp, *campus* de Rio Claro. Site: <http://www.rc.unesp.br/ib/ceis>.

Figura 1: Cupins da espécie *Macrotermes subhyalinus* (slide 6).

Na reunião em horário extra que reportei anteriormente, os alunos também questionaram se tem que usar Matemática e como vão “encaixá-la”. Bianca mostrou uma certa preocupação com os dados coletados da pesquisa, relacionando a este aspecto. A partir disso, questionei se coletaram as informações na Internet.

Bianca: A gente tem que ter dados verídicos para isso. A gente vai ter que pesquisar isso. Não é qualquer livro que tem. Tem livro que a gente sabe que já está desatualizado.

Leandro: [...] Como é que estão esses dados aqui? Eu só estou vendo livros aqui. Chegaram a fazer alguma pesquisa na Internet?

Bianca: Não! A Internet não é confiável!

Joana: Não tem nada na Internet. Não dá pra trabalhar na Internet!

Bianca: Não dá pra trabalhar na Internet!

Leandro: Não dá pra trabalhar na Internet [tom de surpresa]?

Allan: Não! Uma vez até cheguei a ver. Aquela vez que a gente combinou lá...

Joana: É, eu procurei também...

Allan: Eu cheguei a deixar todos os negócio meu pra ver e procurei, mas o que eu achei era, todos correspondiam a um negócio muito primário.

Júlia: É, um negócio que não precisa da Internet pra gente saber.

Allan: Era, todos diziam a mesma coisa. Não tinha um negócio mais específico.

Leandro: Tá.

Allan: Não tinha um negócio mais...

Joana: Mas se a gente procurasse em revistas, por exemplos, científicas, em *sites* de revistas científicas?

Júlia: Eu entrei, eu entrei na Revista da Fapesp¹⁴ [no *site*] e não achei nada. Entrei no *site* da USP¹⁵ e não achei nada. Você acha até os trabalhos, mas você acha falando do trabalho, mas você não consegue pegar o trabalho de alguém, normalmente tese, eles não dispõem (Cupim, arquivo digital da fita 03, lado A, 04:08-05:12).

No fim da reunião em horário extra, solicitei aos alunos que explanassem com mais detalhes, para tentar entender as suas opiniões sobre o uso da Internet.

Leandro: Eu queria retomar uma coisa [...], é uma pergunta que está me incomodando, quando vocês falaram que a Internet é a mesma coisa que livro.

Allan: Ah, eu acho que é pior...

Leandro: É um mundo aberto... Falem sobre isso.

Joana: É porque tem muita fonte não confiável na Internet. Você não tem como ter certeza de que aquela informação é verdadeira.

Júlia: É, e aí pode dar problema.

Leandro: Mas e o livro dá segurança?

Júlia: O livro tem um nome embaixo. O livro tem alguém que você pode brigar se você...

¹⁴ Fapesp é a sigla para a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo. *Site*: <http://www.fapesp.br>.

¹⁵ O pai de Júlia era, na época, professor de Física da USP, São Paulo. A aluna acabou desistindo do curso de Ciências Biológicas antes do término da disciplina.

Leandro: Ah, mas será que não tem *sites* pessoais?

Júlia: Ah, mas você nunca sabe.

Allan: Porque não?

Júlia: A menos que você conheça a pessoa. Tipo, *site* da USP, você vai confiar no *site* da USP, vai no *site* da Unesp, você vai confiar.

Joana: É exatamente! Eu confio na biblioteca da Unesp.

Leandro: Então não vou buscar, então nenhuma referência nos Estados Unidos, porque eu não conheço ninguém [...].

Júlia: Se eu não conheço, não vou pegar. Não vou pagar mico de falar uma coisa que não tem nada a ver (Cupim, arquivo digital da fita 03, lado B, 00:36-01:23).

Eles não confiaram em qualquer *site*, o que sugere que eles não são favoráveis a buscar informação em *sites* de busca e que encontraram alguma informação equivocada na Internet, o que pode ser notado na seqüência da discussão:

Leandro: É mais tipo, um pesquisador da Unicamp, a gente não conhece, tem respaldo científico?

Júlia: Tem, por isso eu entro no *site* da Unicamp e olho. Mas sei lá, eu não sei, eu não vou colocar “Cupim” no Google e olhar.

Bianca: Internet vai chegar lá o [...] [homem]¹⁶ e vai dizer que o Cupim é um verme. Tá lá.

Leandro: Tá, mas isso já tá no livro?

Bianca: Não, isso tá na Internet. Não há como você confiar no material da Internet. Nenhum livro vai ser publicado...

Joana: E a Unesp também. A gente confia na biblioteca da Unesp. Não é que a gente vai em qualquer biblioteca X e pegar um livro. Eu acho que a Internet é a mesma coisa, porque eu chegar e dizer ah, vamos escolher um livro, tipo numa livraria, “cupins” e eu vou pegar o “cupins” e então pronto. Por estar aqui na biblioteca da Unesp e a gente tem que confiar na seleção deles (Cupim, arquivo digital da fita 03, lado B, 01:50-02:43).

Nesse momento, faço um parênteses para esclarecer alguns aspectos: o Cupim é um inseto e é o único que é eussocial. Bianca explicou que “Eussocial é que uma geração ajuda a outra”. O comportamento eussocial é entendido de várias formas baseadas em duas teorias: *A Seleção Parental*, baseada no comportamento altruísta e cooperativista; e *Conflito e suas Resoluções*, a qual explica o fenômeno como uma manipulação da rainha em relação às operárias.

No restante da reunião, os alunos não chegaram a um consenso sobre o foco do Projeto de Modelagem e o dilema de trabalhar um aspecto, mas que não tinha material disponível (que eles tivessem encontrado), ou trabalhar outro, que era desejo da minoria do grupo, entretanto não havia disponibilidade de dados, continuou, apesar de um aparente “acordo”, entre os membros do grupo, de desenvolver os dois aspectos do tema e das reivindicações das alunas Joana e Júlia sobre a escolha do tema, anteriormente

¹⁶ Omiti o nome da pessoa citada pela aluna.

apresentadas, serem atendidas. Antes da apresentação oral ocorreu a cisão do grupo. Na entrevista realizada após a apresentação oral, Bianca colocou argumentos que, segundo ela, resultaram na separação do grupo, em que destaco dois: dificuldade de encontrar referências sobre o tema, uma vez que encontraram muita informação em inglês e a dificuldade de investigar um tema, uma vez que não tinham experiência com esse tipo de pesquisa.

Na reunião em que ocorreu oficialmente a divisão do grupo, Bianca continuou desenvolvendo o Projeto de Modelagem com tema Cupim. Os demais membros escolheram o tema Sinuca. Nessa reunião, questionei sobre a pesquisa na Internet:

Leandro: [...] E agora, aquilo que vocês falaram continua valendo, da Internet?

Joana: A gente não pegou de um *site* qualquer. A gente pegou da Confederação Brasileira [de Sinuca].

Bianca: É o que a gente fala: a origem. Se a gente confia na origem...

Joana: Bater sinuca e pegar qualquer *site* que aparecer Sinuca.

Bianca: Entende a nosso tipo de preocupação?

Leandro: Sim!

Bianca: Isso é uma coisa comum...

Marcelo: O quê?

Bianca: Que a gente não gosta de pegar material na Internet, porque tem muita besteira.

Joana: Não dá segurança na Internet.

Bianca: Mas de cupim não dá mesmo.

Joana: Não dá mesmo. Só entra em *site* de criança, de trabalhos de alunos, de crianças.

Bianca: Só de universidades, de institutos (Cupim, arquivo digital da fita 04, lado B, 08:47-09:37).

Na entrevista, Bianca relatou como prosseguiu com o Projeto de Modelagem, folheando os livros que estavam numa seção (na biblioteca) sobre Cupim, selecionando informações que poderiam ser utilizadas na apresentação oral e no relatório escrito. Nesta pesquisa, Bianca encontrou um livro que existia uma teoria¹⁷ que nenhum pesquisador da Unesp, *campus* de Rio Claro, procurado pela aluna, conseguia explicá-la. Apesar disso, ela esboçou algumas idéias do que havia entendido na apresentação oral e no relatório escrito, afirmando na entrevista que gostaria de continuar estudando-a. Bianca afirmou que encarou o Projeto Cupim como um desafio e que gostava do que pesquisava:

Bianca: Eu nem sabia que é difícil. Sabe, quando ninguém me contou que era difícil.

Leandro: Você pegou algo e se envolveu nisso e não queria largar.

¹⁷ Teoria evolucionista do comportamento altruísta em insetos eussociais, como o Cupim.

Bianca: É, ninguém me contou que era difícil. Era meu trabalho. [...] Meu trabalho tava baseado naquilo. Eu ia fazer uma parte que eu gostava. Basicamente foi isso, que a minha apresentação era essa: Cupim, Cupim, Cupim. [...] Aí quando eu cheguei na Matemática, a Biologia que tava envolvida naquele negócio é muito legal (Cupim, arquivo digital da fita 10, lado B, 09:17-09:52).

Essa fala se alia ao que foi destacado pelo professor (na apresentação oral e nas reuniões em horário extra) sobre o comprometimento pessoal da aluna com o Projeto de Modelagem desenvolvido.

4.4.1. Uma Análise Inicial do Projeto “Cupim”

As informações sobre o tema do Projeto de Modelagem foram coletadas em livros, pois o grupo me deixou surpreso quando, inicialmente, desprezaram o uso da Internet, o que era um relato diferenciado dos demais grupos, até o momento daquela reunião. Isso se deve ao fato de que, de modo geral, os alunos dos demais grupos valorizavam as pesquisas na Internet, em especial em *sites* de busca, especialmente quando estavam no início das investigações, como relatei no trabalho com tema CP.

Questionei o grupo Cupim a fim de compreender os motivos de tal refutação. Percebi que eles criaram critérios para buscar a informação na Internet, reorganizando suas considerações iniciais. Afirmaram que existia uma seleção feita antes de entrar na Internet e que não faziam pesquisas via *sites* de busca. Eles confiavam nas páginas WWW de três instituições públicas do estado de São Paulo. Ou seja, ao invés de escolher os *sites*, a partir das opções fornecidas pelo *site* de busca, eles investigaram indo diretamente em páginas WWW que eles confiavam. Assim, questionaram as informações disponibilizadas, em um *site* qualquer, para usar no trabalho.

Considero, também, a associação que os alunos fizeram entre a pesquisa na Internet e na biblioteca, considerando o respaldo científico. Por outro lado, para o grupo, diferem quanto ao aspecto da acessibilidade. A partir dos critérios que eles criaram para confiarem nas informações, o uso da Internet ficou limitado a uma gota no oceano das páginas WWW. Além disso, há livros que as informações não estão corretas. Como ter certeza que num livro que está na biblioteca não possui erros?

No próximo capítulo amplio as discussões realizadas, continuando a análise de dados e levantando temas para discussão.

Capítulo 5

Análise de Dados

Reunir essas informações e produzir algo próprio, ser autor, é o próximo desafio! Isso implica em, a partir do material recolhido, fazer um esforço de compreensão do material lido, tentando compatibilizar e/ou harmonizar os fragmentos de textos ou informações selecionadas coordenando-as em um todo coerente e original. Seria o avançar para além do “copiar-colar”. Seria o avançar para a autoria

(MAGDALENA; COSTA, 2003, p. 55).

No capítulo anterior, apresentei quatro Projetos de Modelagem desenvolvidos, no ano de 2005, pelos alunos do curso de Ciências Biológicas, na disciplina Matemática Aplicada. Neste capítulo, faço a análise de dados, entrelaçando-os com a literatura. Para tal, identifico temas que são como respostas à pergunta norteadora da pesquisa:

Como os alunos utilizam as Tecnologias da Informação e Comunicação nos Projetos de Modelagem Matemática?

Com a lente teórica principal da concepção Seres-Humanos-com-Mídias (BORBA; VILLARREAL, 2005), realizo a análise de temas que considero relevantes, como se fossem palavras-chave que respondem a pergunta diretriz. Identifico três temas para serem desenvolvidos: simulação e previsão, pesquisa e comunicação.

5.1. Simulação e Previsão

Os alunos, após escolherem os temas dos Projetos de Modelagem que iriam desenvolver, coletaram informações de forma diversificada, incluindo a pesquisa na Internet.

Os dados estatísticos (quantitativos) compõem parte das informações coletadas sobre os temas investigados. De modo geral, os alunos iniciaram construindo gráficos (de linhas ou de colunas) para relacionar variáveis, usando o Excel. Por exemplo, a

equipe Câncer de Próstata (CP), a partir de dados coletados no *site* do Instituto Nacional do Câncer (Inca), construiu um gráfico de colunas no Excel sobre a evolução (em décadas) do percentual de homens que sobrevivem após o tratamento da doença (ver gráfico 3, p. 59). Seria razoável esperar, com a evolução da medicina, o aumento deste número, mas não se sabia como seria esse crescimento. Com os valores numéricos conseguidos no *site*, os alunos puderam realizar uma organização (inicial) das informações, para um posterior análise dos dados.

Em seguida, os coletivos Professor-Alunos-com-TIC estabeleceram relações de dependências entre variáveis quantitativas, construíram leis de formação e gráficos. Com isto, no desenvolvimento dos Projetos de Modelagem, os estudantes recorreram às experiências matemáticas no cenário para investigação experimental-com-tecnologias, o qual foi desenvolvido em coletivos de Estudantes-com-Calculadoras-Gráficas (BORBA; VILLARREAL, 2005; BORBA et al. 1997). A fala de Luciana exemplifica esse argumento:

Luciana: Olha, minha idéia é assim: como eu preciso da calculadora [gráfica] pra traçar uma função exponencial [...]. De repente, a gente queria ver se tem como a gente conseguir a calculadora [gráfica], pra fazer o gráfico bonitinho [...], pra fazer o mesmo esquema da aula, pra ir projetando isso na literatura e a gente também vai fazer a apresentação no PowerPoint (CP, arquivo digital da fita 03, lado A, 00:00-00:29).

No desenvolvimento do trabalho da equipe CP, o professor sugeriu que os alunos construíssem um modelo matemático (um gráfico) com a finalidade de que pudessem realizar **simulações**, com a qual os estudantes podem investigar o tema estudado. Edwards e Hansom (1990) destacam que a simulação em Modelagem é feita, usualmente, a partir de dados iniciais, para que se possa identificar um procedimento para encontrar novos valores. A idéia é representar um processo, um fenômeno, por meio de um modelo matemático para observar, analisar e predizer. A simulação não visa substituir a realidade, mas possibilita a manipulação de variáveis e hipóteses (LÉVY, 2000), as quais podem ser testadas até o momento que se permita tirar conclusões sobre o aspecto investigado. Isto possibilita fazer **previsões**, para tomar decisões sobre investimentos, por exemplo, e que pode ter impacto na qualidade de vida (D'AMBROSIO, 1986) da comunidade a qual os alunos estão inseridos.

Esse processo pode ser notado no Projeto de Modelagem da equipe com tema CP. As alunas propuseram um modelo linear, uma primeira aproximação para o ajuste

de curva (ver gráfico 4, p. 60). Essa simulação não era adequada, pois o valor ultrapassava 100%, sendo refutada pelas alunas. Com a sugestão do professor do modelo da Curva Logística, informação presente no livro de Cálculo, as alunas construíram um gráfico que melhor representasse a situação.

A simulação encontrada no primeiro gráfico da Curva Logística (ver gráfico 5, p. 63), para encontrar uma melhor aproximação do tópico investigado, não era adequada para realizar previsões. Tal fato fez com que elas optassem por construir um novo gráfico (uma nova simulação), buscando encontrar um novo modelo, o qual também não era adequado, uma vez que para anos anteriores aos dados obtidos, também não era uma boa aproximação. Assim, as estudantes decidiram pela simulação baseada na construção de uma função, usando o *software* gráfico, definida por duas sentenças. Esse exemplo sugere que as alunas fizeram várias simulações, as quais possibilitaram fazer a previsão, uma projeção para o futuro, a qual nomeio de **previsão para o futuro**, sendo associada a um processo de **simulação positiva**. Cabe ressaltar que o termo “positiva”, presente em simulação positiva, não deve ser confundido com o sinal positivo de um número qualquer.

Este uso das TIC realizado pelo grupo CP foi assentado em dois pilares: o visual-matemático, que se alia ao biológico (ou de modo geral, à área do conhecimento que o tema tem maior afinidade). Visual-matemático, pois a tela do computador (uma interface informática) moldou o coletivo Estudantes-com-Winplot, utilizando o *software* para plotar um gráfico que melhor se aproxime dos pontos, permitindo visualizar para conjecturar. Biológico, pelo fato de que o primeiro gráfico traçado da Curva Logística seria uma boa aproximação, para os primeiros pontos do gráfico, mas não adequada para os últimos, uma vez que, em 2010, a porcentagem encontrada de homens que sobreviveriam, após o tratamento da doença, seria menor do que em 2000. Entretanto, não havia argumentos para explicar isso, pois existia uma tendência de crescimento da porcentagem, reflexo da evolução dos tratamentos da doença. As estudantes encontraram uma nova lei de formação, para a qual o valor de 2010 seria maior do que em 2000, com uma taxa de variação possuindo crescimento menor, quando comparado às décadas anteriores, o que era esperado, uma vez que o valor da porcentagem estava se aproximando da reta assíntota, que corresponde a 100%. Esse resultado é ressonante com o encontrado em estudos, como Borba et al. (1997), em que os alunos também validaram o gráfico que melhor se ajusta aos pontos das curvas, pelos aspectos matemáticos e biológicos. Assim, com a simulação, os parâmetros do modelo podem ser

variados e, pelo *feedback* proporcionado pelo *software*, pode-se avaliar as consequências da variação, o que torna possível a realização de várias simulações e que pode permitir aos estudantes, pelo menos, serem dispensados de grande parte dos cálculos, a fim de que possam fazer investigações.

Nesse exemplo do grupo com tema CP, as alunas utilizaram dois modos de realizar a simulação em atividades de Modelagem, sendo que um deles foi apontado por Edward e Hansom (1990): as alunas usaram o lápis-e-papel para selecionar variáveis e encontrar a lei de formação que representasse o objeto de investigação. O outro, não destacado pelos autores, foi o uso do *software*, em que os alunos inseriam os dados numéricos e as leis de formação, para que os gráficos correspondentes fossem plotados e, com isso, as estudantes puderam refletir sobre a validação dos modelos ou apontar a necessidade de fazer novas simulações.

Outro exemplo em que ocorreu a simulação foi no trabalho sobre Síndrome de Down (SD). As alunas plotaram um gráfico que relacionava o número de afetados por mil nascimentos (y) em relação à idade materna (x) (ver gráfico 11, p. 76). Elas iniciaram traçando um gráfico de linhas, usando o Excel, reforçando a idéia do aspecto visual-matemático para, segundo as alunas, “parecer uma curva” e “observar melhor a tendência”. As estudantes, para encontrar a lei de formação, realizaram uma interpretação algébrica, identificando um padrão com os valores de “y”, ou seja, que possuía um fator para comparar com o valor seguinte. Com isso, tentaram encontrar a lei de formação usando tal interpretação, contudo não conseguiram. Apresentaram os cálculos que realizaram para a lei de formação, usando álgebra e o número “e”. Em seguida, plotaram o gráfico no Winplot (ver gráfico 12, p. 80), o qual era uma boa aproximação, considerando os valores que possuíam na tabela, mas que precisava de uma análise crítica, ou como afirmam Almeida e Brito (2004, p. 20), o grupo poderia ter desenvolvido “[...] o espírito crítico da solução encontrada”. Digo isto, pois com o modelo validado por elas, posso prever que todos os filhos de mulheres com 60 anos ou mais terão SD, o que não ocorre na prática devido a diversos condicionantes biológicos. Assim, o coletivo Pesquisador-Estudantes-Professor-Convidados-com-Oralidade-Excel-Lápis-e-Papel-Winplot-PowerPoint investigou os gráficos de linha e exponencial plotados, realizaram simulações positivas e produziram conhecimento sobre o objeto estudado.

As estudantes interpretaram o fato de ser maior (em números quantitativos) o número de crianças portadoras da SD que nascem com mães que têm menos de 35 anos

e, por outro lado, em números proporcionais, é maior o número de crianças com SD quando as mães possuem mais de 48 anos. Este aspecto também fez parte das discussões, a partir de uma análise biológica e visual-matemática. Por conseguinte, as alunas fizeram previsões para o futuro, mas que, pelo término do trabalho, não puderam refinar o modelo encontrado, associando a novos aspectos biológicos, o que possibilitaria que as alunas refletissem sobre as previsões que realizaram, como foi sugerido pelo professor na avaliação do relatório escrito.

Deste modo, uma característica da simulação é a possibilidade de associação de aspectos visual-matemáticos, com o de uma outra área da realidade. As informações quantitativas foram coletadas de algum aspecto do tema pesquisado e, com elas, os alunos construíram modelos matemáticos, usando as TIC, e cruzando as informações com aspectos dessa outra área da realidade. Deste modo, coletivos de Estudantes-com-Winplot produziram conhecimentos sobre o tema pesquisado. A simulação pôde ser validada com situações de pelo menos duas áreas do conhecimento, incluindo a Matemática.

Outra dimensão para a simulação está na associação entre gráficos plotados por coletivos de Estudantes-com-Excel-Winplot. Para encontrar o ajuste de curvas, a equipe A Relação Unesp-Rio Claro (RU-RC) usou uma estratégia diferente da anteriormente descrita. Os alunos usaram o Excel (ver gráfico 6, p. 67; gráfico 7, p. 68) para encontrar o gráfico que melhor descreveria a população total de Rio Claro, em cada ano que o censo foi realizado. Os alunos recorreram a um comando do *software* (adicionar linha de tendência) e escolheram, para o primeiro gráfico (ver gráfico 6, p. 67), a função polinomial do 2º grau para fazer o ajuste da curva (ver fala da aluna Ana Carolina, p. 66). Isto é identificado por Edward e Hansom (1990) como sendo um dos modos de realizar a simulação em Modelagem: construir um modelo, escolhendo uma dentre as opções de funções prototípicas oferecidas pelo *software*, para fazer o ajuste de curva. Noto que, neste exemplo, os estudantes usaram apenas o aspecto visual-matemático. Com isso, o professor questionou os motivos dessa escolha e o porquê deles não escolherem o modelo linear ou exponencial. Uma aluna afirmou que o modelo linear não seria adequado, uma vez que o crescimento do gráfico não era constante. Como o último dado obtido pelos alunos era do censo do ano 2000, realizaram a projeção para 2005 e o valor foi conferido com o apresentado pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). O professor verificou ser uma simulação adequada, uma vez que, para o ano de 2005, era uma boa aproximação.

Apesar disso, foi sugerido o modelo exponencial (ver gráfico 7, p. 68). O professor trouxe elementos do crescimento populacional para argumentar tal fato, ou seja, explicar a partir de aspectos visual-matemático e geográfico. Os alunos escreveram no relatório que a função quadrática seria uma boa aproximação para o período considerado, mas que seria adequado ponderar o modelo exponencial para os anos seguintes. Por outro lado, esse não foi o objetivo dos alunos ao construir esse gráfico, ou seja, não foi usado com a finalidade de previsões, e sim, comparar com os gráficos do número de pessoas que sabem ler e escrever (ver gráfico 8, p. 69, gráfico 9, p. 70) e com o gráfico do número de estudantes que cursam o Ensino Superior (ver gráfico 10, p. 71), para buscar relações entre a Unesp e a Educação em Rio Claro. Deste modo, o ator Excel atuou como parte preponderante no pensamento do coletivo Estudantes-com-Excel, uma vez que criou condições para que o coletivo pensasse sobre as idéias iniciais que possuíam acerca do aspecto investigado. Tal reflexão foi realizada num novo coletivo de Professor-Estudantes-com-Excel. A reorganização das idéias foi permeada pelo modo como os estudantes trabalhavam em suas estratégias, a partir do *feedback* proporcionado pelo *software*, aliada à possibilidade de que várias simulações poderiam ser feitas. As simulações e a possibilidade de plotar vários gráficos sobre vários aspectos, relacionados com a Educação, proporcionaram a comparação entre os gráficos, a verificação de hipóteses e a produção de conhecimentos sobre o tema investigado.

Identifiquei outra característica da simulação no trabalho RU-RC. Os alunos esperavam encontrar influências da criação da Unesp no número relativo à alfabetização em Rio Claro. Segundo o alunado, a criação da Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras (FFCL) não gerou impacto nos números da alfabetização em Rio Claro, o que pode ser constatado com os gráficos que eles fizeram e justificaram isto com o baixo número de ingressantes nos primeiros vestibulares. Considerando a fundação da Unesp, a taxa de variação dos que sabem ler e escrever cresceu proporcionalmente. Assim, informações foram coletadas no *site* do IBGE e gráficos de linha foram construídos para tentar compreender o impacto da Unesp em Rio Claro, especialmente um tempo após a fundação. Também ocorreram simulações e previsões, mas, diferentemente dos exemplos anteriores, em que projeção era para antever os anos vindouros. Aqui, ocorreu

o que nomeio de **simulação negativa**¹, pois os alunos projetaram os valores que tinham para os dados quantitativos, anteriores aos que tinham acesso.

Ressalto que os alunos consideraram a fundação da Unesp a partir da FFCL e que, observando este aspecto, a simulação (que possibilitou a comparação visual-matemático entre os gráficos com os pontos considerados) permitiu conclusão de que não houve impacto nos números relativos à Educação em Rio Claro.

O uso do *software*, para plotar gráficos de funções, possibilitava a **simulação negativa**, a qual direcionava a **previsão para o passado**, ou seja, os alunos puderam levantar conjecturas sobre o que ocorreu num momento do passado. Este aspecto também pode ser notado na equipe CP, em que as alunas plotaram um gráfico (Curva Logística) da taxa de sobrevivência dos homens, quando descobrem e fazem tratamento da doença (ver gráfico 5, p. 63). Além de fazer uma simulação positiva, elas discutiram uma simulação negativa, quando encontraram um tempo negativo (a abscissa do ponto de inflexão do gráfico), anterior ao primeiro dado que os alunos tiveram acesso, o qual nomearam de $t = 0$, fazendo com que tenha sentido, quando se considera um referencial. Isso possibilitou conjecturar a taxa de sobrevivência numa previsão para o passado.

Associo outro exemplo a uma nova dimensão referente à simulação, a qual considero como uma **simulação nebulosa**. A equipe RU-RC coletou informações estatísticas referentes ao número de pessoas com Ensino Superior, construindo um gráfico de linhas (ver gráfico 10, p. 71), constituindo o coletivo Estudantes-com-Excel. Entretanto, houve um problema com o censo de 1960 e este dado não estava disponível. O coletivo Estudantes-com-Excel teve que realizar uma simulação, a partir dos dados disponíveis (décadas de 1950 e 1970) para obter interpretações e associar com as informações sobre a criação da Unesp, em que poucos estudantes fizeram vestibular. Por isso, chamo essa simulação de nebulosa.

O modo mais natural, o qual é sugerido pela fala dos alunos, é que os pontos relativos aos anos de 1950 e 1970 fossem unidos, uma vez que nada, aparentemente, poderia explicar uma oscilação grande de valores neste período. Esta simulação nebulosa pôs o coletivo Estudantes-Pesquisador-Professor-Convidados-com-PowerPoint-Excel a pensar, durante a apresentação oral, sobre os motivos do crescimento do número de pessoas com Ensino Superior ser menor do que o esperado, a partir da criação da FFCL, uma espécie de “chute organizado” nas palavras do

¹ Ressalto que o termo “negativa”, presente em simulação negativa, não deve ser visto como o sinal negativo que acompanha os números.

professor. Aqui apresento outro momento em que o coletivo pode reorganizar o pensamento (TIKHOMIROV, 1981) condicionado pelas mídias disponíveis. A **simulação nebulosa** pôde colocar o coletivo a estar pensando com os *softwares*, permitindo a **previsão para o passado**, do que pode ter ocorrido.

Destaco que essa conjuntura do cenário para investigação, proporcionado pelo ambiente de aprendizagem da Modelagem, em que coletivos Seres-Humanos-com-*Softwares*-Gráficos foram moldados pela plasticidade do *software* (BENEDETTI, 2003), ou seja, os gráficos plotados podem ser ajustados, modificados ou deformados, a partir da possibilidade das variáveis serem alteradas, importante característica das simulações com as mídias informáticas.

Com isso, destaco a plasticidade do pensamento coletivo de Seres-Humanos-com-Mídias, a qual é condicionada pela plasticidade do *software* (BENEDETTI, 2003). Isto cria um novo tipo de conhecimento produzido, ou seja, ocorre a produção de **conhecimento por simulação** (LÉVY, 1993), o qual pode ser considerado como também sendo produzido por coletivos de Estudantes-com-*Softwares*-Gráficos e que também identifico como sendo de natureza plástica.

Assim, as simulações positiva, negativa e nebulosa são caracterizações sobre como a argumentação dos estudantes pode ser condicionada pela presença dos atores informáticos, quando coletivos de Estudantes-com-TIC analisam dados quantitativos dos Projetos de Modelagem. Isto sugere como as mídias informáticas podem alterar o modo como a simulação é realizada com lápis-e-papel, pois permitiram que os coletivos fizessem várias simulações em menor tempo e, com isso, possibilitavam que os alunos pudessem realizar previsões e produzir conhecimentos sobre o tema estudado. Dependendo da situação investigada, isso pode ser o ponto inicial para a tomada de decisões que podem afetar a qualidade de vida de uma comunidade.

Essas simulações dependem dos dados coletados. A pesquisa desenvolvida por alunos na Internet e como ela ocorreu, está presente no próximo tema a ser analisado.

5.2. Pesquisa

Há autores que defendem o fato da sala de aula tornar-se um ambiente de pesquisa. Para tal, sugerem que professores convidem os alunos para entrarem nesse ambiente. Os autores sugerem que os professores observem os aspectos que compõem a pesquisa na universidade, guardando as devidas proporções. Isso pode ser

exemplificado a partir de uma fala do professor da disciplina, o qual sugere como os alunos deveriam refletir sobre o trabalho, colocando no fim do debate realizado, após a apresentação oral, do grupo Síndrome de Down (SD), os objetivos dos Projetos de Modelagem:

Marcelo: Gente, um dos objetivos centrais então é que a gente viva aqui, de uma maneira bastante inicial, ambientes de pesquisa. Ou seja, um problema que vocês escolheram, a princípio que vocês morriam de vontade de saber desse problema, é claro que tem mil variações: o meio, tal e pronto, e depois o trabalho vai indo pra frente [...] (SD, arquivo digital do DVD 2D, 49:34-49:58).

Nesta seção, analiso parte que compõe a pesquisa realizada pelos estudantes, nos Projetos de Modelagem: a coleta das informações, constituindo coletivos de Estudantes-com-Internet.

5.2.1. Seleção de Sites

O professor convidou os alunos a fim de que desenvolvessem Projetos de Modelagem, a partir da escolha de um tema, o qual se constitui como um das primeiras dificuldades enfrentadas pelos alunos. Algumas justificativas para as escolhas surgiram no desenvolvimento desta pesquisa e que, como foge ao escopo desta dissertação, não será tratada aqui com a devida atenção. Contudo, destaco a importância da Internet para a escolha do tema SD. Depois de refutarem outros temas, a equipe havia escolhido “Alzheimer”. No entanto, as alunas afirmaram que encontraram poucas informações sobre o tema, e que iriam depender da Internet e de uma revista (que pelo modo como argumentaram, não confiavam). Deste modo, elas preferiram mudar e escolher SD. Portanto, a Internet não era uma fonte de pesquisa confiável, a princípio, para elas.

Apesar disto, a Internet foi utilizada para que informações sobre o objeto de estudo fossem coletadas e, como desenvolvi anteriormente, seria o levantamento das informações sobre o tema, com o intuito de poder realizar o que na pesquisa acadêmica se denomina de revisão de literatura. Para tal, Lévy (2000) destaca a importância de um filtro, no que ele denomina de dilúvio de informações presentes na Internet.

Notei que os grupos fizeram uso inicial da Internet a partir da **seleção de sites a priori**. Os grupos possuíam noções sobre o que iriam pesquisar, ou seja, já haviam realizado pesquisas sobre o tema em livros e as consideraram, quando usaram a Internet,

para complementá-las. Esse foi o caso dos grupos SD e Cupim. O grupo SD já conhecia a Associação de Pais e Amigos dos Excepcionais (APAE), afirmando que confiava na entidade, pela sua seriedade. A equipe SD fez seleção *a priori*, mesmo fazendo uso de um *site* de busca.

Assim, coletivos diferenciados de Estudantes-com-Livros foram constituídos para que ocorresse uma seleção prévia à coleta de dados na Internet. Com o uso da Internet, eles constituíram novos coletivos de Estudantes-com-Livros-Internet, moldando o desenvolvimento do Projeto de Modelagem. Pontuo que os alunos tiveram liberdade para o estabelecimento de critérios para a seleção de páginas WWW.

Por sua vez, a equipe Cupim se diferenciou das demais com relação à pesquisa na Internet, não usando no relatório escrito e criticando o uso de *sites* de busca. E, com isso,

O fato de que é possível identificar padrões e tendências de comportamento não significa que todos os sujeitos sigam o padrão identificado. A análise dos casos que se afastam do padrão pode trazer esclarecimentos importantes e ajudar a refinar explicações e interpretações (ALVES-MAZZOTTI, 1998, p. 173).

Levanto a hipótese de que os critérios (colocados pelos alunos do grupo Cupim) podem estar relacionados com o fato dos livros fazerem parte das experiências anteriores dos estudantes, durante a escola, o que justifica, parcialmente, a defesa dos alunos quanto ao uso de livros. Aliando-se a isto, os estudantes destacaram que as obras literárias da biblioteca da Unesp são selecionadas por professores da universidade. Para os estudantes, é confiável essa seleção feita. Com isso, eles afirmaram que os livros e revistas científicas da biblioteca da Unesp são de boa qualidade. Outro aspecto, apontado pelo grupo Cupim, foi a fidedignidade das informações na Internet. Os alunos afirmaram que, com os livros, era possível realizar questionamentos aos autores, caso tivesse alguma informação inverídica. Mas, mesmo assim, quem garante que não há erros nos livros? Outro argumento para se aliar aos anteriores é que, nos livros, há revisões feitas por editores. Além disso, são publicados com uma seleção feita por editoras, considerando, por exemplo, o que é viável, comercialmente, para publicação.

Com o advento da Internet, é possível que as pessoas se tornem consumidores e autores de informações. Ao invés do termo “consumidores de informações”, que pode sugerir uma atitude acrítica com a informação, prefiro usar “‘leitores-navegadores’ do ciberespaço [que atuam] no limiar da grande revolução digital, diante de uma nova forma de leitura que muitos denominam de ‘hiper-extensiva’ ou ‘leitura para informação’” (BERNARDES; FERNANDES, 2005, p. 121 – grifo dos autores). Quanto

à autoria na Internet, não há censura para o que pode ser publicado², de modo que qualquer um pode colocar informações em páginas WWW.

Para tratar a questão da fidedignidade da informação, os alunos selecionaram, *a priori*, sites que eles confiavam. Argumentaram, com exceção do grupo Cupim, sempre uma página Web, como referência usada no trabalho. O grupo CP afirmou que a melhor referência usada por eles foi o site do Inca. O grupo SD destacou o site da APAE e o grupo RU-RC, o site do IBGE e o da Unesp. Vale ressaltar que os alunos do grupo Cupim afirmaram que pesquisaram em páginas WWW de universidades públicas do estado de São Paulo (USP, Unesp e Unicamp), que para eles atendiam os argumentos da confiança e da fidedignidade, mas, como não encontraram informações sobre o objeto de estudo, não as usaram. Lévy (2000, p. 243) pontua que as pessoas e instituições que mantêm páginas WWW na Internet

[...] assinam suas contribuições e defendem sua validade frente à comunidade de internautas. Para dar um exemplo claro, o conteúdo de um site universitário é garantido pela universidade que o hospeda. Assim como as revistas impressas, há um conselho editorial responsável pelas revistas ou jornais on-line. As informações provenientes de uma empresa são garantidas pela mesma, que coloca em jogo sua reputação na Web tanto quanto (ou mais que) por meio de outras formas de comunicação.

Com isso, afirmo que os grupos buscaram informações fiéis e confiáveis em páginas WWW que, para eles, seriam como **sites oficiais** dos temas pesquisados. Isto pode ser notado nos quatro grupos aqui analisados. Lévy (2000, p. 244 – grifo do autor) oferece argumentos que corroboram esse aspecto: “[...] há uma espécie de *opinião pública* em funcionamento na Internet. Os melhores sites são freqüentemente citados ou mostrados em exemplos nas revistas, catálogos ou índices (on-line ou impressos)”.

Para que ocorresse a seleção de lócus (em que as informações sobre o tema pesquisado fossem obtidas), coletivos de Estudantes-com-Sites-Oficiais-Livros foram constituídos e moldaram o desenvolvimento da pesquisa. E, com isso, “dependendo do quadro teórico de referência, o mesmo dado passa a ‘evidenciar’ conclusões muito diversas” (DEMO, 2005, p. 21 – grifo do autor), ou seja, diferentes coletivos podem produzir diferentes conhecimentos sobre os temas investigados. Portanto, a opção por informações de um site tem relação com o *engajamento crítico* dos estudantes, uma vez que eles direcionavam o caminho a ser seguido no desenvolvimento dos Projetos de Modelagem (SKOVSMOSE, 2001), sob a orientação do professor da disciplina.

² Há restrições a casos como pedofilia. Para mais detalhes, o leitor pode consultar Lévy (2000) que trata da Netiqueta.

A partir de **sites oficiais** escolhidos pelos alunos, analiso alguns tipos dos usos que eles fizeram no desenvolvimento dos Projetos de Modelagem, constituindo coletivos de Seres-Humanos-com-Internet.

5.2.2. Modos de Usar os Sites Selecionados

Após apresentar como os alunos selecionavam os *sites*, a fim de que pudessem coletar informações sobre o tema dos Projetos de Modelagem, identifiquei tipos de usos realizados pelos alunos para a pesquisa na Internet. Alguns desses tipos já foram tratados na subseção anterior. Por não encontrarem informações sobre um possível tema, anteriormente à pesquisa na Internet, os alunos do grupo SD resolveram mudá-lo.

As páginas WWW também podem ser usadas como referência, buscando informações sobre o tema da pesquisa, inclusive com possibilidade de ser a melhor referência, ou até mesmo que todas elas sejam da Internet. Depois de escolher o que vale a pena ser lido de modo mais detalhado, os alunos têm que selecionar o que vai ser usado no trabalho (MAGDALENA; COSTA, 2003), mas apenas isso não é suficiente.

Apesar das alunas do grupo CP considerarem o *site* do Inca a melhor referência pesquisada, o professor questionou, após a apresentação oral, uma fórmula mostrada pelas alunas, as quais afirmaram que estava presente no *site* e havia a informação de que foi usada para calcular a estimativa dos casos de CP, nos Estados do Brasil (ver gráfico 2, p. 56). Na fórmula, duas taxas e dois números eram utilizados para calcular a estimativa dos casos para 2005, disponibilizando uma previsão para o futuro. Durante a apresentação oral, surgiram discussões para tentar compreender a multiplicação e a divisão, presentes na fórmula matemática. As estudantes afirmaram que procuram informações em outras páginas Web, como a do SUS (outro *site* que eles confiavam pelo que sugere a procura da informação nele), mas não encontraram explicações. Por outro lado, consideraram que a dificuldade de encontrá-las também estava associada à possibilidade dessa informação não estar presente em livros, pois o Projeto de Modelagem foi desenvolvido no primeiro semestre de 2005, ano em que os dados se referiam, não tendo, portanto, tempo útil para que as publicações estivessem disponíveis. De modo semelhante, Malheiros (2004) reportou a importância da Internet para os alunos que investigavam o tema “O Mal da Vaca Louca”, doença que, na época em que foi o Projeto de Modelagem desenvolvido, era bastante divulgada na imprensa

e, dificilmente, seria encontrada em livros. Deste modo, a pesquisa foi realizada na Internet, única fonte para coletar as informações sobre o tema.

Neste exemplo analisado, presente no desenvolvimento da equipe CP, o coletivo Professor-Estudantes-Pesquisador-com-PowerPoint-Internet questionava o modelo matemático para tentar compreender os significados de “dados prontos”, expressão utilizada pelas alunas para a fórmula matemática, a qual não havia explicações no *site* em que a mesma foi coletada, e como ela foi produzida. Deste modo, o coletivo desenvolveu o *engajamento crítico*, uma vez que os alunos direcionam o que é relevante para investigarem. Com o debate realizado após a apresentação oral, o coletivo observou o modelo matemático de modo crítico, ou seja, com *competência crítica* (SKOVSMOSE, 2001).

Outro *site* teve uma informação questionada pelo grupo CP. Era um dado estatístico sobre a probabilidade de 2% (de sucesso) da retirada total da próstata por radioterapia. Além de não ter detalhes, as alunas não questionaram a informação, mas um tipo de tratamento com tão baixo valor de sucesso. Assim, as informações em *sites* selecionados pelos alunos, mesmo os que eles consideram sendo como oficiais, é sustentada pelo crivo crítico, que compõe parte dos conhecimentos produzidos por coletivos de Seres-Humanos-com-Internet.

Dentre as informações coletadas, os dados quantitativos estiveram presentes. Eles foram coletados na Internet de formas variadas. Dados em que duas variáveis estão relacionadas e gráficos prontos são grande parte desses dados numéricos. Contudo em todos os casos, os coletivos de Estudantes-com-Internet tiveram que interpretá-los para discussão na apresentação oral ou, no momento do debate, foram convidados para se envolverem na exploração de um ambiente investigativo, a partir de algum questionamento da platéia ou do professor. Simulações e previsões foram partes dos conhecimentos produzidos pelos coletivos, e foram tratadas anteriormente, mas os gráficos prontos têm particularidades.

Um gráfico do crescimento das células (do tumor) em relação ao diâmetro do tumor de um câncer é apresentado pelo grupo CP, em escala log-log (ver gráfico 1, p. 54). Este tipo de gráfico, especialmente pela escala, não era conhecido pelas alunas. Com isso, o professor convidou-as para que pesquisassem, buscando compreender o tipo de gráfico e interpretar a informação que ele continha. Elas explicaram no relatório escrito os motivos de usar esse tipo de escala, especialmente pelo número elevado de células de câncer, a partir da primeira vez que podem ser detectadas. Novamente uma

análise crítica do gráfico foi feita pelas alunas, a partir de informações coletadas na Internet, produzindo conhecimentos em coletivos de Pesquisador-Estudantes-Professor-com-Word-Internet.

Apresentei os Projetos de Modelagem com maior destaque para a última versão dos relatórios escritos. Entretanto, um aspecto que observo nas primeiras versões é que o professor da disciplina apontou, em vários Projetos de Modelagem (que fizeram parte da coleta de dados), muita presença de cópia. Isto pode ser notado no debate, realizado após a apresentação oral do grupo RU-RC, no qual foi questionado pelo professor quanto à presença de cópia no relatório escrito. Barbosa (2004) analisa este aspecto, afirmando que os primeiros relatórios, que os alunos entregam, podem possuir muita cópia de informações coletadas, especialmente na Internet, uma vez que é facilitada pela ação de selecionar um trecho e transportá-lo para um editor de texto. Penso que tal fato é perfeitamente compreensível, uma vez que os alunos, de modo geral, não estão habituados a realizarem pesquisas como parte das atividades das aulas de Matemática.

Durante esse processo de escrita de outras versões do Projeto de Modelagem, os estudantes pesquisaram as informações e necessitavam reorganizá-las e reescrevê-las. Nesse processo, eles usaram a Internet para se comunicar e planejar o trabalho de Modelagem, os quais são destaques do próximo tema da análise de dados.

5.3. Comunicação: uma Possível Palavra-chave

No início deste capítulo, afirmei que os temas da análise de dados seriam como palavras-chave, que se configuram como possíveis respostas para a pergunta norteadora da pesquisa. Estabeleço a palavra-chave “Comunicação” como uma possível resposta, fazendo uma análise de dados de modo distinto, quando comparado aos temas anteriormente discutidos.

A proposta inicial da análise de dados era levantar temas para discussão a partir dos quatro trabalhos apresentados no capítulo anterior. Entretanto, apesar de não ter sido detectada nas falas dos alunos, durante a coleta de dados desses grupos, o uso das TIC para a comunicação foi um tema presente no desenvolvimento dos Projetos de Modelagem. Afirmando isto, pois o envio do *e-mail*, para o professor e para mim, foi um dos modos pelos quais os alunos desses grupos agendavam reuniões em horário extra. Todavia ressalto que a discussão nesta seção é para dar destaque ao tema comunicação

visando reflexões mais aprofundadas no futuro. Com isso, faço um convite ao leitor para desenvolvimento de pesquisas sobre o tema.

Por exemplo, um grupo, que escolheu como tema Sequência de Fibonacci (SF), argumentou sobre o uso do *e-mail* para discussão do trabalho. O grupo SF possuía seis alunos e era do turno noturno. Os membros desta equipe trabalhavam durante o dia e nenhum deles morava em Rio Claro. Eles viajam de cidades próximas à Rio Claro e retornavam para suas casas logo após as aulas. Com isso, era difícil encontrarem horário e local comuns, para que pudessem realizar reuniões (presenciais) e discutir o trabalho. Assim, desenvolveram o Projeto de Modelagem da forma ilustrada pelo diálogo seguinte:

Leandro: Vocês falaram que não são todos da mesma cidade, né? Isso foi muito complicado? Como é que foi o contato de vocês? Era mais aqui [na Unesp], à noite, né? Intervalo de uma aula, uma aula que terminou mais cedo?

Luís: *E-mail*, MSN³, Orkut⁴ (SF, arquivo digital da fita 09, lado B, 07:04-07:18).

Depois da primeira versão do trabalho escrito, em que os alunos afirmaram que realizaram uma sobreposição de informações coletadas, eles tiveram que arrumar uma estratégia para que pudessem discutir o Projeto de Modelagem que desenvolviam, incluindo a preparação dos *slides* do PowerPoint para a apresentação oral. O *e-mail* foi um modo que a equipe encontrou para se comunicar, constituindo coletivos de Estudantes-com-*E-mail*. A troca de *e-mails* ocorreu como no correio tradicional, através da comunicação *um-um* (LÉVY, 2000), já que cada membro do grupo enviava parte do trabalho para Daniela, usando o *e-mail*. Contudo, existem diferenças qualitativas entre o correio tradicional e o *e-mail*, como no tempo de recebimento da mensagem e no modo de responder o *e-mail*, o qual pode ser digital e, dependendo da configuração, pode ser respondido dentro da própria mensagem anteriormente enviada.

Além disso, o uso do *e-mail* também foi feito para escrever o relatório escrito do Projeto de Modelagem. Desse modo, usando a comunicação *todos-todos* (LÉVY, 2000), os *e-mails* eram enviados para todos os membros, como numa lista de *e-mails* formado por membros do grupo. Com isso, poderia-se “[...] dizer que a escrita, através do virtual, se dá mediante um processo peculiar de conversação interativa entre as

³ Site: <http://get.live.com/messenger/overview>.

⁴ Site: <http://www.orkut.com>.

pessoas reunidas em torno de um mesmo objeto de criação.” (MAGDALENA; COSTA, 2003, p. 62-63).

Essa interação assíncrona também ocorreu pelo Orkut, um *site* de relacionamento que pode ser usado, por exemplo, para deixar recados e indicações de informações que os alunos encontraram. Houve, também, interação síncrona, no *chat* do MSN Messenger. Eles utilizaram, portanto, diversas interfaces da Internet para comunicação.

Essas discussões, incluindo reflexões iniciais sobre a comunicação usando Internet, indicam a possibilidade de pensar sobre o *design* metodológico de pesquisa. Não existem procedimentos metodológicos que permitam acompanhar toda essa dimensão da Internet. Este é um desafio neste tipo de pesquisa, em que os alunos utilizam as TIC nos Projetos de Modelagem, especialmente quando se reúnem em momentos que não são o período das aulas. Uma das alternativas poderia ser o pesquisador acompanhar um ou dois grupos em todos os momentos do Projeto de Modelagem. No entanto fiz uma opção de acompanhar os quatorze grupos.

Estas preocupações metodológicas poderiam ampliar o leque levantando uma possibilidade de discussão que mereça maior atenção: a característica dos *e-mails* enviados pelos alunos, quando estão desenvolvendo o Projeto de Modelagem. Este aspecto configura mais uma peça do mosaico de pesquisas em Modelagem, como será discutido no próximo capítulo.

Alternativas iniciais vêm sendo desenvolvidas para superar essas limitações, como o Centro Virtual de Modelagem (CVM).

Este Centro é um ambiente para que questões relacionadas à Modelagem sejam investigadas, havendo troca de informações e experiências a partir da participação coletiva de professores e pesquisadores. Nele, será possível encontrar suporte, oferecer ajuda e colaborar no sentido de encontrar soluções para problemas comuns, construir alternativas e debater questões relacionadas à Modelagem. (BORBA, 2006, p. 4).

Entendo que o CVM pode se constituir como alternativa desde que se torne um “locus natural” como o Orkut, por exemplo. Por outro lado, a coleta de dados, realizada com os indícios deixados pelos usuários do CVM, não deixa de possuir limitações, uma vez que não há como garantir que os alunos não irão utilizar o telefone celular ou mesmo um *e-mail* para discutirem os Projetos de Modelagem, sem usar o CVM. Na pesquisa que desenvolvi, não coletei esse tipo de dados, o que compõe parte do *design*

metodológico, a partir da decisão de acompanhar os quatorze grupos em momentos que foram especificados anteriormente.

Outras pesquisas poderão vir a ser realizadas para superar isto ou revelarem novos elementos que poderão se aliar aos que já tentam superar essas limitações de procedimentos (por exemplo, BORBA, 2006; BORBA; MALHEIROS, em progresso). Esses aspectos metodológicos e estudos para novas questões de pesquisa, dentre outros aspectos, serão abordados no próximo capítulo. Mas antes, vou retomar a tabela que relaciona as perspectivas de Modelagem e TIC, destacada no capítulo 2.

5.4. Re-observando a Tabela

Na análise de dados, três temas para discussão foram abordados: simulação e previsão, pesquisa e comunicação. Os temas estão relacionados com a constituição de coletivos de Seres-Humanos-com-Mídias, em que as TIC vêm como atores nos cenários para investigação dos Projetos de Modelagem.

Apresentei no capítulo 2, baseado em Borba e Villarreal (2005), a tabela a seguir que trata da combinação das perspectivas teóricas do uso das TIC nas aulas de Matemática (tutorial, motivação, reorganização e cidadania) com as perspectivas de como os autores compreendem a Modelagem (problema aplicado no livro didático, tópico matemático, situação-problema de Modelagem posta pelo professor e Projetos de Modelagem).

TIC	Tutorial	Motivação	Reorganização	Cidadania	
Modelagem					
Problema Aplicado no Livro Didático Tradicional	A				
Tópico Matemático		B	Influências das experiências anteriores dos alunos – D		
Situação-problema de Modelagem posta pelo professor				E	G
Projetos de Modelagem		C		F	H

Tabela 1: Adaptação de Borba e Villarreal (2005, p. 58) das diferentes perspectivas considerando Modelagem e TIC na Educação Matemática.

Nesta pesquisa, analisei duas turmas em que o professor convidou os alunos para investigarem problemas abertos com o uso das calculadoras gráficas (sobre funções e taxa de variação) no ambiente experimental-com-tecnologias (BORBA et al., 1997). Assim, ocorria a reorganização quando os coletivos estavam pensando com as TIC para produzir conhecimentos. Por outro lado, as mídias informáticas também foram moldadas por seres humanos, por exemplo, através dos *designs* sócio-culturais, o que configura a moldagem recíproca (BORBA, 1999b; BORBA; VILLARREAL, 2005).

Também investiguei nessas turmas os Projetos de Modelagem, nos quais o professor convidou os alunos para que escolhessem e pesquisassem temas quaisquer do cotidiano. A combinação dessas duas perspectivas propostas pelo professor (Projetos de Modelagem e reorganização) materializa-se na célula F da tabela 2.

Nos Projetos de Modelagem, alguns grupos utilizaram calculadoras gráficas. Outros grupos utilizaram Excel e Winplot, que são *softwares* gráficos. Aliando-se a isto, os alunos utilizaram a Internet, constituindo uma nova dimensão, pois potencializa a discussão da célula F da tabela 2. Alguns temas dos Projetos de Modelagem estão relacionados às questões culturais e críticas, e que podem sugerir uma perspectiva associada ao uso das TIC na perspectiva cidadania, através do acesso à informática e à informação nas páginas WWW, o que permite ampliar a discussão também para a célula H da tabela anterior (combinação das perspectivas Projetos de Modelagem com cidadania).

Portanto, percebo que os temas da análise de dados estendem as discussões das células F e H, propostas por Borba e Villarreal (2005), uma vez que penso ter detalhado o que acontece na combinação entre as perspectivas, afirmando que a reorganização do pensamento e a cidadania (com o uso das TIC) ocorrem através de simulação e previsão, pesquisa e comunicação nos Projetos de Modelagem, ou seja, estou fazendo um *zoom* nas células F e H, afirmando que, com isso, observei a presença de simulação e previsão, com a constituição de coletivos de Seres-Humanos-com-Softwares-Gráficos-...; pesquisa, com coletivos de Seres-Humanos-com-Sites-...; e comunicação, em coletivos de Seres-Humanos-com-E-mail-...

Portanto, específico na análise de dados, parte das possibilidades do uso das TIC, propostas por Borba e Villarreal (2005), nos Projetos de Modelagem. Retomo essas e outras questões no próximo capítulo.

Capítulo 6

Considerações Finais

Com efeito, todo o presente modo de pensar do homem é modo de pensar em termos de mudança. A essência do método científico está em sua posição de juízo suspenso. Tudo que fazemos se funda em hipóteses, sujeitas obviamente a mudanças.

Tais mudanças decorrem de novos conhecimentos, os novos conhecimentos decorrem de novas experiências e tais novas experiências do fluxo ininterrupto de mudanças...

(TEIXEIRA, 2007)¹.

[Com isso,] [...] não há uma última resposta, uma solução definitiva, não há compreensão e interpretações plenamente desenvolvidas e que dão conta de todas as dimensões do fenômeno interrogado. Mas há sempre o “andar em torno... outra vez e outra ainda...”

(BICUDO, 1993, p. 18).

Comecei esta investigação com um incômodo que surgiu enquanto desenvolvia Projetos de Modelagem com meus alunos do 1º ano do Ensino Médio, no ano de 2003. Isto já destaca a importância da trajetória acadêmica pessoal no desenvolvimento da pesquisa. O contato com autores e com a comunidade de Educação Matemática condicionou o levantamento da pergunta norteadora da pesquisa:

Como os alunos utilizam as Tecnologias da Informação e Comunicação nos Projetos de Modelagem Matemática?

Enquanto estive como aluno do Mestrado em Educação Matemática na Unesp, fui membro do GPIMEM, grupo que teve as pesquisas analisadas por Borba e Villarreal (2005). Elas são de cunho qualitativo, valorizando o processo de produção de conhecimentos. As pesquisas do GPIMEM buscam compreender

¹ Texto manuscrito que foi encontrado na pasta que Anísio Teixeira carregava consigo na ocasião de seu desaparecimento. Disponível em: <<http://www.prossiga.br/anisioteixeira/visita.htm>>. Acesso em: 10 fev. 2007.

[...] os processos que os estudantes seguem nas suas atividades matemáticas, [...] os procedimentos que eles elaboram, e [...] as particularidades das suas estratégias [...]. Assim, estamos interessados em ouvir a ‘voz dos estudantes’, e tentando entendê-la, a qual pode certamente conduzir a mudanças de nossas perspectivas.² (BORBA; VILLARREAL, 2005, p. 197 – grifo dos autores).

Isso foi destacado no capítulo que apresentei quatro Projetos de Modelagem, descrevendo-os e analisando-os inicialmente, com o foco nos usos das TIC nos Projetos de Modelagem. Com isso, destaquei a valorização ao processo e à tentativa de entender as estratégias do aluno, “ouvindo a sua voz”. Isso criou uma moldagem recíproca entre alunos do Curso de Ciências Biológicas, professor da disciplina Matemática Aplicada, pesquisador e mídias, enfim, entre os atores do processo de produção de conhecimentos.

A concepção teórica Seres-Humanos-com-Mídias e a revisão de literatura sobre Modelagem, TIC na Educação Matemática e da relação entre ambas fundamentaram a discussão teórica para a investigação que realizei na análise de dados. Na revisão de literatura, apresentei a Modelagem como um ambiente de aprendizagem dos cenários para investigação com referência à realidade (SKOVSMOSE, 2000), uma opção ressonante com a abordagem dos problemas abertos, de modo que criasse condições para que os alunos atuassem com competência crítica e engajamento crítico (SKOVSMOSE, 2001). Essa opção foi desenvolvida de modo consoante à perspectiva de uso das TIC na Educação Matemática.

Os procedimentos metodológicos adotados para a coleta de dados foram aqueles que considerei estarem em harmonia com a visão de conhecimento Seres-Humanos-com-Mídias.

No capítulo anterior, temas de análise de dados foram discutidos. Notei que os alunos possuem cada vez maior familiaridade com termos técnicos de informática, *softwares*, páginas WWW, enfim, aspectos da nomeada sociedade da informação. A familiarização na realização de pesquisas na Internet é uma das conseqüências dessa sociedade. Por outro lado, é necessário criar estratégias para encontrar as informações no dilúvio presente na Internet. Surfar nesse imenso oceano é selecionar, é criar um crivo, e isso os alunos fizeram. Um dos grupos analisados rejeitou, inicialmente, o uso da Internet. Entretanto, o critério foi a seleção de *sites a priori*, uma vez que as informações presentes nos livros eram consideradas nas pesquisas que tratavam do tema do Projeto de Modelagem. Como destaca Lévy (2000), há uma espécie de opinião

² “[...] the processes students follow in their mathematical activities, [...] the procedures they elaborate, and [...] the particularities on their strategies [...]. Thus, we are interested in hearing the ‘student’s voice’, and trying to understanding it, which can certainly lead to changes in our perspectives”.

pública na Internet, o que moldou a escolha de *sites*, gerando o que nomeei de *sites* oficiais, nos quais os alunos confiavam. Os modos de usar essas páginas WWW selecionadas foram baseados no engajamento crítico e na competência crítica dos estudantes, quando desenvolviam os Projetos de Modelagem.

Dentre as informações coletadas, havia dados estatísticos sobre o tema investigado. As TIC possibilitaram várias simulações realizadas pelos alunos, até encontrarem um modelo matemático validado por aspectos visual-matemáticos e de outra área do conhecimento. As simulações tiveram naturezas diferenciadas, o que proporcionou que definisse tipos: positiva, negativa e nebulosa, as quais criaram condições para que previsões (positivas e negativas) fossem realizadas pelos alunos.

Durante esse processo, um grupo destacou-se nas entrevistas, de modo mais acentuado, a comunicação que fez usando a Internet, especialmente utilizando o *e-mail*, o qual além de possibilitar a discussão e o envio de informações encontradas, condicionou os diferentes momentos da escrita do relatório do Projeto de Modelagem.

Esses temas revelam, a meu ver, parte dos “bastidores” do trabalho realizado pelos alunos quando desenvolvem Projetos de Modelagem e, mais especificamente, os modos como os alunos utilizam as TIC. Com isso, esta investigação se constitui numa peça do mosaico de pesquisas em Modelagem (ARAÚJO; BORBA, 2004; MALHEIROS et al., 2005). Além disso, representam um *zoom* na combinação da perspectiva Projetos de Modelagem com as perspectivas reorganização e cidadania (quanto ao objetivo do uso das TIC), a partir da reflexão e levantamento de parte das minúcias que podem ocorrer neste cenário: simulação e previsão, com uso de *softwares* gráficos; pesquisa e comunicação, com a utilização da Internet.

Na Modelagem, assim como ocorre em outros ambientes de aprendizagem, o professor tem o papel de fazer o convite para que os alunos participem da atividade. Com isso, ele tem um desempenho fundamental na organização desses ambientes de aprendizagem. Defendo que ele deve pensar constantemente na coerência entre esses ambientes. Por exemplo, entendo como sendo dissonante o professor convidar os alunos para desenvolverem Projetos de Modelagem e permanecerem numa prática avaliativa tradicional. Nesta pesquisa, notei a harmonia entre diferentes ambientes de aprendizagem, especialmente entre Modelagem e experimental-com-tecnologias. Isso pode ser exemplificado, quando uma aluna queria fazer a simulação com a calculadora gráfica, numa situação estudada no Projeto de Modelagem, e cruzar os resultados obtidos com a literatura do tema investigado.

Todo esse processo é conduzido pelo professor: do convite para a escolha do tema às atividades desenvolvidas nesses ambientes. Esses saberes pedagógicos (uso das TIC na Educação Matemática, Modelagem e o papel dessas atividades investigativas para a formação do futuro professor de Ciências Biológicas) são aspectos que mereceriam uma atenção maior em novos estudos. Como defendem Demo (2005) e Bernardes e Fernandes (2005), só o professor que é pesquisador pode desenvolver nos alunos o espírito de curiosidade e pesquisa. Com isso, é importante que novas investigações sobre o papel do professor, que desenvolve atividades de Modelagem, sejam realizadas.

A partir da análise de questões metodológicas de pesquisa, discutirei implicações para que novos estudos e novos posicionamentos sejam sugeridos. Com isso, o professor possa (re)pensar seu papel na sala de aula quando implementa a Modelagem na perspectiva da Educação Matemática.

6.1. Possíveis Peças para Repensar o Mosaico

Uma escolha metodológica feita nesta pesquisa foi o acompanhamento de quatorze grupos desenvolvendo Projetos de Modelagem, em duas turmas, da mesma disciplina. Com isso, era inviável acompanhá-los de modo próximo, ou seja, em todas as ocasiões que eles se encontravam para discutir o trabalho de Modelagem. Selecionei momentos que eles estavam com o professor, seja em sala de aula (como no convite, na escolha do tema e na apresentação oral) ou fora dela (nas reuniões em horário extra) e alguns momentos somente comigo (na entrevista e algumas reuniões em horário extra). Devido a isto, alguns momentos, que os alunos se reuniram, não foram registrados e que podem ser explorados em novas pesquisas. Por exemplo, como eles fizeram a pesquisa na Internet? Levantei alguns elementos sobre esta questão a partir da fala deles, mas conjecturo que se estivesse com os alunos, nos momentos em que estivessem fazendo a pesquisa nas páginas WWW, novos aspectos emergiriam na análise de dados, o que possibilitaria novas discussões. Com isso, sugiro um estudo que elucide novos elementos para compreensão dos “bastidores” do desenvolvimento dos Projetos de Modelagem.

Creio também que, merece uma pesquisa sobre a questão da comunicação realizada pelos estudantes usando a mídia informática. O Centro Virtual de Modelagem (CVM) é uma alternativa para que se possa coletar os dados sobre as discussões

realizadas pelos alunos na Internet. Mas, como argumentei no capítulo 5, mesmo que estivesse acompanhando um grupo de alunos não teria como garantir que discutissem, num *chat*, informações sobre o tema que um deles, em casa, encontrou enquanto navegava na Internet. Malheiros (2005) estuda o desenvolvimento de Projetos de Modelagem, com a discussão sendo feita no CVM, com os professores-estudantes estando distantes geograficamente. Este estudo pode gerar novas contribuições sobre a comunicação dos estudantes, usando as TIC, nos Projetos de Modelagem, compondo outra peça do mosaico.

Sobre o estudo da Internet realizada pelos alunos, reporto uma reflexão, para os professores, sugerida por Magdalena e Costa (2003): será que a pesquisa na Internet é apenas para “copiar-colar” informações? O tema comunicação nos coloca para refletir sobre este aspecto. Acredito que a pesquisa na Internet não pode ser vista apenas como uma questão de “organização ou desorganização” das informações. As autoras recomendam o uso da Internet para as pesquisas escolares por ruptura epistemológica, uma vez que os alunos geram novas questões e podem entrar em contato com especialistas; e por ruptura ideológica, uma vez que essa escolha é livre.

É uma ruptura ideológica importante na medida em que, ao deixar de ser, simplesmente, apresentado verdades prontas e acabadas, o aluno pode tomar consciência dos porquês de determinadas situações, das diferentes interpretações, entender os processos que geraram determinados estados. (MAGDALENA; COSTA, 2003, p. 56).

Estes aspectos estão em consonância com os Projetos de Modelagem na perspectiva sócio-crítica, dentre do paradigma (de prática de sala de aula) dos cenários para investigação.

Outro aspecto que pode ser associado à Internet, que não fez parte do contexto desta pesquisa, é a construção de *home page*. Jacobini (2004) destaca que, enquanto professor, propôs a criação de páginas WWW, para divulgação dos trabalhos de Modelagem dos alunos. O *site* pode ser usado de modo que o grupo divulgue a pesquisa que está sendo feita e atualize constantemente as informações, como se fossem várias versões escritas que entregariam ao professor durante o desenvolvimento do trabalho. Seria como um *lócus*, que centralizaria os *sites* feitos pelos alunos de uma sala, turma ou disciplina, por exemplo, o qual possibilitaria a comunicação entre o professor, os estudantes e as pessoas que não participavam dos trabalhos mas que acessaram a *home page* e enviaram um *e-mail* sugerindo algo, por exemplo (JACOBINI, 2004). O professor possui, portanto, mais um modo para acompanhar e interagir com os alunos

quando eles desenvolvem trabalhos, a partir da constituição de coletivos formados pelo professor, pelos estudantes e pelas mídias, com destaque para o ator Internet.

Cabe ressaltar que se esperava que a informática (particularmente a Internet) fosse promover o acesso à informação. No entanto, a exclusão digital é cada vez maior, uma vez que a Internet situa-se nos grandes centros de concentração financeira: “O uso da Internet está se difundindo rapidamente, mas essa difusão segue um padrão espacial que fragmenta sua geografia segundo riqueza, tecnologia e poder: é a nova geografia do desenvolvimento” (CASTELLS, 2001, p. 174). Cabe uma ressalva no aspecto de que o acesso à informática tem melhorado nos últimos anos, mas ainda é necessário que se projete mais acessos. Desta maneira, acredito que se deve lutar por políticas públicas, para que a informação possa chegar nos locais onde as empresas privadas não têm prioridade para investimento (BORBA; VILLARREAL, 2005), através da instalação de cabos para Internet banda larga ou a instalação de antenas para se conectar sem cabo. Além do acesso, deve-se pensar no engajamento crítico dos cidadãos, pensando em problemas abertos levantados por eles, e que, possivelmente, possam interferir nas suas comunidades. Apesar deste aspecto, Lévy (2000) argumenta que este debate sobre o acesso não inviabiliza a pesquisa sobre o uso da Internet nos locais onde o acesso à informática existe.

Deixo, desta forma, para o leitor algumas linhas que puxei do carretel. Destaquei algumas que identifiquei, mas, certamente há outras neste emaranhado de linhas que visualizo no carretel.

Pesquisar [cientificamente] configura-se como buscar compreensões e interpretações significativas do ponto de vista da interrogação formulada. Configura-se, também, como buscar explicações cada vez mais convincentes e claras sobre a pergunta feita. Essas configurações delineiam seus contornos conforme perspectivas assumidas pelo pesquisador: Buscar compreensões e interpretações? Responder a perguntas? Solucionar problemas? Entretanto, não há uma última resposta, uma solução definitiva, não há compreensão e interpretações plenamente desenvolvidas e que dão conta de todas as dimensões do fenômeno interrogado. Mas há sempre o “andar em torno... outra vez e outra ainda...”. (BICUDO, 1993, p. 18).

Convido o leitor para também observar o carretel, a fim de que possa pensar em puxar outras linhas, para encontrar novos carretéis.

Leandro do Nascimento Diniz
Rio Claro, 13 de abril de 2007.

Referências

- ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. R. Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. *Bolema – Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro, n. 22, p. 19-35, set. 2004.
- ALMEIDA, L. M. W.; BRITO, D. S. Modelagem Matemática na sala de aula: algumas implicações para o ensino e aprendizagem da Matemática. In: CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2003, Blumenau. *Anais...* Blumenau: FURB, 2003. 1 CD-ROM.
- ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. *Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática*. Traduzido por: Figueiredo, O. A. Tradução de: Dialogue and Learning in Mathematics Education: Intention, Reflection and Critique. 2002. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.
- ALVES-MAZZOTTI, A. J. Parte II – O Método nas Ciências Sociais. In: ALVES-MAZZOTTI, A. J.; GEWANDSZNAJDER, F. *O Método nas Ciências Naturais e Sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa*. São Paulo: Pioneira, p. 109-188, 1998.
- ALVES, G. S.; SOARES, A. B. Geometria Dinâmica: um estudo de seus recursos, potencialidades e limitações através do *software Tabulae*. 2003. Disponível em: <<http://www.javasoft.com.br/academic/sbc2003/arq0121.pdf>>. Acesso em: 05 maio 2005.
- ARAÚJO, J. L. *Cálculo, Tecnologias e Modelagem Matemática: as discussões dos alunos*. 2002. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2002.
- ARAÚJO, J. L.; BORBA, M. C. Construindo pesquisas coletivamente em Educação Matemática. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.). *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, p. 25-45, 2004.
- BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática em cursos de não-matemáticos. In: CURY, H. N. (Org.). *Disciplinas matemáticas em cursos superiores: reflexões, relatos e propostas*. Porto Alegre: EDIPUCRS, p. 63-84, 2004.
- BARBOSA, J. C. *Modelagem Matemática: concepções e experiências de futuros professores*. 2001. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2001.
- BASSANEZI, R. C. *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia*. São Paulo: Contexto, 2002.
- BENEDETTI, F. *Funções, software gráfico e coletivos pensantes*. 2003. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.
- BERNARDES, A. S.; FERNANDES, O. P. A pesquisa escolar em tempos de Internet. In: FREITAS, M. T. A.; COSTA, S. R. (Org.). *Leitura e escrita de adolescentes na Internet e na escola*. Belo Horizonte: Autêntica, p. 117-136, 2005.
- BERRY, J.; HOUSTON, K. *Mathematical Modelling*. Londres: Edwards Arnold, 1995.
- BICUDO, M. A. V. Pesquisa em Educação Matemática. *Pro-Posições*. v. 4, n. 1, p. 18-23, mar. 1993.

- BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. *Modelagem Matemática no ensino*. 2ª ed. São Paulo: Contexto, 2003.
- BLUM, W. Applications and Modelling in Mathematics teaching – A review of arguments and instructional aspects. In: NISS, M; BLUM, W.; HUNTLEY, I. (Ed.) *Teaching of Mathematical Modelling and Applications*, p. 10-27, 1991.
- BLUM, W. et al. ICMI Study 14: applications and modelling in mathematics education - discussion document. *Educational Studies in Mathematics*, Dordrecht, v. 51, n. 1, p. 149-171, 2002.
- BLUM, W.; NISS, M. Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to others subjects - state, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, Dordrecht, v. 22, n. 1, p. 37-68, 1991.
- BOGDAN, R.; BIKLEN, S. *Investigação Qualitativa em Educação* – uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.
- BORBA, M. C. Apoio virtual para o professor que pratica Modelagem: o caso do CVM. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2., 2006, Apucarana. *Anais...* Apucarana: Faculdade de Apucarana. 2006. 1 CD-ROM.
- BORBA, M. C. O computador é a solução: mas qual é o problema? In: SEVERINO, A. J., FAZENDA, I. C. A. (Org.). *Formação Docente: Rupturas e Possibilidades*, Campinas, SP: Papirus, p. 151-162, 2002.
- BORBA, M. C. Calculadoras Gráficas no Brasil. In: FAINGUELERNT, E. K.; GOTTLIEB, F. C. (Org.). *Calculadoras Gráficas e Educação Matemática*. Rio de Janeiro: Ed. Art Bureau, p. 15-34, 1999a.
- BORBA, M. C. Tecnologias informáticas na Educação Matemática e reorganização do pensamento. In: BICUDO, M. A. V. *Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas*. São Paulo: Editora UNESP, p. 285-295, 1999b.
- BORBA, M. C.; MALHEIROS, A. P. S. *Diferentes formas de interação entre Internet e Modelagem*: desenvolvimento de Projetos e o CVM. Em progresso.
- BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. *Humans-with-Media and Reorganization of Mathematical Thinking: Information and Communication Technologies, Modeling, Visualization and Experimentation*. New York: Springer Science+Business Media, Inc., 2005.
- BORBA, M. C.; BOVO, A. A. Modelagem em sala de aula de matemática: interdisciplinaridade e pesquisa em biologia. *Revista de Educação Matemática*, ano 8, n. 6 e 7, p. 27-33, 2002.
- BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. *Informática e Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.
- BORBA, M. C.; MENEGHETTI, R. C.; HERMINI, H. Estabelecendo critérios para a avaliação do uso de Modelagem em sala de aula: estudo de um caso em um curso de Ciências Biológicas. In: FAINGUELERNT, E. K.; GOTTLIEB, F. C. (Org.). *Calculadoras Gráficas e Educação Matemática*. Rio de Janeiro: Ed. Art Bureau, p. 95-113, 1999.
- BORBA, M. C.; VILLARREAL, M. E. Graphing Calculators and reorganizations of thinking: the transition from functions to derivate. In: INTERNATIONAL GROUP FOR THE PSYCHOLOGY OF MATHEMATICS EDUCATION. 22., 1998, Stellenbosch, South África. *Proceedings...* Stellenbosch: Universidade de Stellenbosch, vol. 2, p. 135-143, 1998. 1 CD-ROM.
- BORBA, M. C.; MENEGHETTI, R. C. G.; HERMINI, H. A. Modelagem, calculadora gráfica e interdisciplinaridade na sala de aula de um curso de ciências biológicas.

- Revista de Educação Matemática da SBEM-SP*, [São José do Rio Preto], v. 5, n. 3, p. 63-70, 1997.
- CASTELLS, M. *A Galáxia da Internet: reflexões sobre a Internet, os negócios e a sociedade*. Traduzido por: Borges, M. L. X. A. Revisado por: Vaz, P. Tradução de: *The Internet Galaxy: reflections on the Internet, business and society*. 2001. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Ed., 2001.
- CHENG, A. K. Teaching Mathematical Modelling in Singapore Schools. *The Mathematics Educator*, [s.i.], v. 6, n. 1, p. 1-10, 2001. Disponível em: <http://math.nie.edu.sg/kcang/TME_paper/teachmod.html>. Acesso em: 04 jun. 2005.
- CLEMENTS, R. R. The integrated microcomputer software environment for the support of Mathematical-Modelling teaching. In: NISS, M; BLUM, W.; HUNTLEY, I. (Ed.) *Teaching of Mathematical Modelling and Applications*, p. 351-362, 1991.
- CORRÊA, J. Novas Tecnologias da Informação e da Comunicação: novas estratégias de ensino/aprendizagem. In: COSCARELI, C. V. (Org.). 2. ed. *Novas tecnologias, novos textos, novas formas de pensar*. 2002. Belo Horizonte: Autentica, p. 43-50, 2003.
- D'AMBROSIO, U. Prefácio. In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (Org.) *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática*. Belo Horizonte: Autêntica, p. 11-45, 2004.
- D'AMBROSIO, U. *Da realidade à ação: reflexões sobre Educação e Matemática*. 2. ed. São Paulo: Summus, 1986.
- DAWBOR, L. Educação, tecnologia e cidadania. *Revista do Cogeime*, [s.i.], n. 8, p. 9-22, jun. 1996.
- DEMO, P. *Pesquisa: princípio científico e educativo*. 11. ed. São Paulo: Cortez, 2005.
- DINIZ, L. N. As tecnologias informáticas e suas influências nas discussões matemáticas dos alunos. Em progresso.
- DINIZ, L. N. A Utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação no Desenvolvimento dos Projetos de Modelagem Matemática. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2006, Belo Horizonte. *Anais...* Belo Horizonte: Universidade Federal de Minas Gerais. 2006. 1 CD-ROM.
- DINIZ, L. N. Tecnologias da Informação e Comunicação e seu papel no Desenvolvimento dos Projetos de Modelagem Matemática. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2005, São Paulo. *Anais...* São Paulo: Universidade de São Paulo. 2005. 1 CD-ROM.
- DINIZ, L. N. Resenha - Informática e Educação Matemática. *Bolema – Boletim de Educação Matemática*, Claro, n. 21, p. 141-145, mar. 2004.
- DINIZ, L. N. *As Influências das Tecnologias Informáticas nas Discussões Matemáticas dos Alunos*. 2003. Monografia (Especialização em Educação Matemática) – Centro de Extensão e Pesquisa, Universidade Católica do Salvador, Salvador, 2003.
- DINIZ, L. N.; BORBA, M. C. Vivenciando possibilidades do uso das Tecnologias da Informação e Comunicação na Condução dos Projetos de Modelagem Matemática. In: ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2., 2006, Apucarana. *Anais...* Apucarana: Faculdade de Apucarana. 2006. 1 CD-ROM.

- DINIZ, L. N.; MALHEIROS, A. P. S.; BARBOSA, M. H. G. Diferentes Visões de Professores para um Trabalho de Modelagem. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4., 2005, Feira de Santana. *Anais...* Feira de Santana: Universidade Estadual de Feira de Santana. 2005. 1 CD-ROM.
- DINIZ, L. N.; OLIVEIRA, A. M. P. *Constituindo Coletivos Colaborativos entre Professores de Matemática, Alunos e Mídias: vamos viver na metamorfose ambulante e convidar nossos alunos para jogarem frescobol conosco? Em progresso.*
- EDWARDS, D.; HAMSON, M. *Guide to Mathematical Modelling*. Boca Ratln: CRC Press, 1990.
- FERREIRA, A. B. H. *O novo dicionário Aurélio da Língua Portuguesa*. 3. ed. Curitiba: Editora Positivo, 2004. 1 CD-ROM.
- FIGUEIREDO, N.; PALHA, S. Aplicações na Internet para a Matemática: um recurso por explorar na sala de aula. *Educação e Matemática*, [s.i.], n. 81, p. 4-8, jan./fev. 2005.
- FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. *Investigação em Educação Matemática: percursos teóricos e metodológicos*. Campinas, SP: Autores Associados, 2006.
- FRANCHI, R. H. O. L. Modelagem Matemática, interpretação e ação sobre a realidade: um possível passo em direção a transdisciplinaridade. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4., 2005, Feira de Santana. *Anais...* Feira de Santana: Universidade Estadual de Feira de Santana. 2005. 1 CD-ROM.
- GRACIAS, T. A. S. *A reorganização do pensamento em um curso a distância sobre Tendências em Educação Matemática*. 2003. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2003.
- GENNARI, M. C. *Minidicionário Saraiva de informática*. 5. ed. São Paulo: Saraiva, 2003.
- GOLDENBERG, M. *A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais*. 7. ed. Rio de Janeiro: Record, 2003.
- HOFFMANN, L. D.; BRADLEY, G. L. *Cálculo: um curso de moderno e suas aplicações*. 7. ed. Traduzido por: R. S. de Biasi. Tradução de: *Calculus for Business, Economics, and the Social and Life Sciences*. 1 ed.: 1986. Edição Brasileira: Rio de Janeiro: LTC, 2002.
- HOLMIQUIST; M.; LINGEFJÄRD, T. Mathematical Modeling and technology in teacher education – visions and reality. In: MATOS, J. F. et al. *Modelling and Mathematics Education - ICTMA9: application in science and technology*. Chichester: Ellis Horwood, p. 205-215, 2001.
- JACOBINI, O. R. *A Modelagem Matemática como instrumento de ação política na sala de aula*. 2004. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.
- KAISER-MESSMER, G. Application-orientated mathematics teaching: a survey of the theoretical debate. In: NISS, M.; BLUM, W.; HUNTLEY, I. *Teaching of Mathematical Modelling and Applications*. Chichester: Ellis Horwood, p. 83-92, 1991.
- KALINKE, M. A. *Internet na Educação: quando, como, onde e porquê*. Curitiba: Editora Chain, 2003.

- KENSKI, V. M. *Tecnologias e ensino presencial e a distância*. 2. ed. Campinas, SP: Papirus, 2004.
- LÉVY, P. *Cibercultura*. Traduzido por: Costa, C. I. Tradução de: Cyberculture. 2ª ed. São Paulo: Editora 34, 2000.
- LÉVY, P. *As tecnologias da inteligência: o futuro do pensamento na era da informática*. Traduzido por: Costa, C. I. Tradução de: Les technologies de l'intelligence. São Paulo: Editora 34, 1993.
- LINCOLN, Y. S.; GUBA, E. G. *Naturalistic Inquiry*. Newbury Park: Sage Publications, 1985.
- LOUREIRO, C. Computadores no ensino de Geometria. In: *Ensino de Geometria no virar do milênio*. p. 43-50, 2001.
- MAGDALENA, B. C.; COSTA, I. E. T. *Internet em sala de aula: com a palavra, os professores*. Porto Alegre: Artmed, 2003.
- MALHEIROS, A. P. S. Modelagem Matemática e Educação a Distância *on-line*. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. 9., 2005, São Paulo. *Anais...* São Paulo: Universidade de São Paulo. 2005. 1 CD-ROM.
- MALHEIROS, A. P. S. *A Produção Matemática dos Alunos em um Ambiente de Modelagem*. 2004. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.
- MALHEIROS, A. P. S.; BORBA, M. C.; DINIZ, L. N. Doze Anos de Produção Matemática de Estudantes de Biologia em um Ambiente de Modelagem. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4., 2005, Feira de Santana. *Anais...* Feira de Santana: Universidade Estadual de Feira de Santana. 2005. 1 CD-ROM.
- MATOS, J. F. Modelação Matemática: o papel das tecnologias de informação. *Educação e Matemática*. Lisboa, n. 45, p. 41-43, nov./dez. 1997.
- MINAYO, M. C. S. Ciência, técnica e arte: o desafio da pesquisa social. In: MINAYO, M. C. S. (Org.) *Pesquisa social: teoria, método e criatividade*. Petrópolis, RJ: Vozes, p. 9-29, 2004.
- PEREIRA, P. C. *O que é pesquisa em Educação?* São Paulo: Paulus, 2005.
- PONTE, J. P. Tecnologias de Informação e Comunicação na formação de professores: que desafios? *Revista Iberoamericana de Educação*. n. 24, p. 63-90, set.-dez. 2000. Disponível em: <[http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/00-Ponte-TIC%20\(rie24a03\).pdf](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/docs-pt/00-Ponte-TIC%20(rie24a03).pdf)>. Acesso em: 05 dez. 2005.
- ROSA, M. *Role Playing Game Eletrônico: uma tecnologia lúdica para aprender e ensinar matemática*. 2004. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.
- SKOVSMOSE, O. *Educação Matemática Crítica: a questão da democracia*. Campinas, SP: Papirus, 2001.
- SKOVSMOSE, O. Cenários para investigação. *Bolema – Boletim de Educação Matemática*. Rio Claro, n. 14, p. 66-91, set. 2000.

- SCUCUGLIA, R.; DINIZ, L. N. *Experimentação com tecnologias: o algoritmo de Briot-Ruffini na investigação de múltiplas representações de funções polinomiais cúbicas*. Em progresso.
- SOUZA, T. A. *Calculadoras Gráficas: uma proposta didático-pedagógica para o tema funções quadráticas*. 1996. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1996.
- TAJRA, S. F. *Informática na Educação*. 6. ed. São Paulo: Érica, 2005.
- TIKHOMIROV, O. K. The psychological consequences of computerization. In: WERSTTSCH, J. V. (Ed.) *The concept of activity in soviet psychology*. New York: M. E. Sharpe. Inc. p. 256-278, 1981.
- VALENTE, J. A. Diferentes usos do computador na Educação. In: VALENTE, J. A. Org.). *Computadores e conhecimento: repensando a Educação*. 1993. Disponível em: <http://www.nied.unicamp.br/publicacoes/pub.php?cod_publicacao=10&classe=separata>. Acesso em: 23 set. 2006.
- VELOSO, E. Polyhedra: uma viagem temática pela Internet. *Educação e Matemática*, [s.i.], n. 45, p. 32-33, nov./dez. 1997.
- ZULATTO, R. B. A. Concepções norteadoras do *design* de um curso a distância em Matemática. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2006, Belo Horizonte. *Anais...* Belo Horizonte: Universidade Federal de Minas Gerais. 2006. 1 CD-ROM.
- ZULATTO, R. B. A. O perfil dos professores de Matemática que utilizam *softwares* de Geometria Dinâmica em suas aulas. In: SEMINARIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2. 2003, Santos. *Anais...* Santos: [s.i.], 2003. 1 CD-ROM.