

André Amarante Luiz

Formação Coorbital com a Terra e  
Origem de Theia

**Guaratinguetá**  
**2012**

André Amarante Luiz

# Formação Coorbital com a Terra e Origem de Theia

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, como requisito para a obtenção do Título de Mestre em Física, na Área de Astronomia Dinâmica

Orientador: Prof. Dr. Othon Cabo Winter

Co-orientador: Prof. Dr. Masayoshi Tsuchida

**Guaratinguetá  
2012**

unesp 

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

ANDRÉ AMARANTE LUIZ


ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE  
"MESTRE EM FÍSICA"

PROGRAMA: FÍSICA

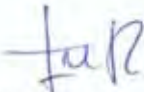
APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO

  
Prof. Dr. Silvia Maria Giuliatti Winter  
Coordenadora

BANCA EXAMINADORA:

  
Prof. Dr. OTHON CABO WINTER  
Orientador / Unesp-Feg

  
Prof. Dr. ERNESTO VIEIRA NETO  
Unesp-Feg

  
Prof. Dr. FERNANDO VIRGILIO ROIG  
ON/Observatório Nacional

Setembro de 2012

Luiz, André Amarante  
L953f Formação Coorbital com a Terra e Origem de Theia / André Amarante  
Luiz – Guaratinguetá : [s.n], 2012.  
80 f : il.  
Bibliografia: f. 74-80

Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2012.  
Orientador: Prof. Dr. Othon Cabo Winter  
Coorientador: Masayoshi Tsuchida

1. Astronomia 2. Lua 3. Mecânica Celeste I. Título

CDU 52 (043)

# Dados Curriculares

**ANDRÉ AMARANTE LUIZ**

NASCIMENTO 21.08.1987 - VOTUPORANGA / SP

FILIAÇÃO André Luiz  
Aurora Mourilha Amarante Luiz

2007 - 2010 Licenciatura Plena em Matemática  
Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”  
Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas

2011 - 2012 Mestrado em Física  
Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”  
Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá

*In memoriam de minha avó Maria Amarante Simões.*

*“A Astronomia, pela dignidade de seu objeto e pela perfeição de suas teorias, é o mais belo monumento ao espírito humano; o título mais nobre de sua inteligência.”*

(Pierre Simon Laplace 1749 - 1827)



*“Sem a Matemática, não poderia haver Astronomia; sem os recursos maravilhosos da Astronomia, seria completamente impossível a navegação. E a navegação foi o fator máximo do progresso da humanidade.”*

(Manuel Amoroso Costa 1885 - 1928)

*“Este é um pequeno passo para o homem, um salto gigantesco para a humanidade.”*

(Neil Alden Armstrong 1930 - 2012)

# Agradecimentos

**À Deus**, por ser o meu maior orientador e colocar as pessoas listadas abaixo em minha vida.

**Aos meus pais**, *André e Aurora*, por sempre acreditarem em mim e me apoiarem em qualquer decisão tomada, sendo responsáveis pela orientação inicial do meu caminho, incentivadores absolutos e por serem os meus principais patrocinadores antes e durante a minha graduação e mestrado. Agradeço pelo respeito, dignidade, carinho e educação desde sempre a mim transmitidos e ensinados.

**À minha tia**, *Nê*, pelo grande apoio e por ter me acompanhado em todos esses anos, sempre fazendo o possível e o impossível para que eu tivesse o melhor.

**À minha namorada**, *Bruna*, pela compreensão, dedicação e auxílio ao término deste trabalho.

**Ao meu orientador e professor**, *Othon*, por todo empenho, sabedoria, confiança, paciência e compreensão a mim prestados. Pela excelente orientação, auxílio e dedicação no processo evolutivo deste trabalho. Agradeço por sempre estar disposto a me ajudar em todas as situações desde a minha chegada à Guaratinguetá e também antes dela, sendo para mim um grande mestre e incentivador.

**Ao meu orientador e professor**, *Masayoshi*, que me acompanha desde a graduação sendo um grande incentivador e motivador nessa minha jornada. Por ter me mostrado que em meio a momentos de dificuldades a Astronomia pode ser fonte inspiradora para quebrar barreiras e alcançar sonhos. E por todo o incentivo, disposição e dedicação ao *Grupo de Astronomia e Matemática*, o *GAMAT*.

**Aos amigos e colaboradores** deste trabalho, *André, Décio e Rafael*, por tudo o que me ensinaram e compartilharam. Agradeço ao André e Décio pela ajuda com as simulações numéricas, programação e sugestões na análise de dados. Agradeço ao Rafael por esclarecer diversas dúvidas relacionadas à linux, à observação com telescópios e ao cluster; e pela orientação no estágio docência.



**À banca de qualificação,** *Othon Cabo Winter, Valério Carruba, Rita de Cássia Domingos, Décio Cardozo Mourão e Silvia Maria Giuliatti Winter,* pela disponibilidade e dedicação na análise deste trabalho.

**À banca de defesa,** *Othon Cabo Winter, Fernando Virgilio Roig, Ernesto Vieira Neto, Valério Carruba e Roberto Vieira Martins,* também pela disponibilidade e dedicação na análise deste trabalho.

**Aos amigos e professores,** *Ernesto, Silvia, Vilhena, Cecília, Denis, Antonio, Fernando e Valéria,* pela sabedoria a mim prestada e por todo o aprendizado que me concederam durante à minha formação no mestrado.

**Aos amigos da pós-graduação,** *Alessandro, Alexandre, Alonso, André Izidoro, Angel, Arroyo, Augusto, Carlos, Elias, Fábio, Gabriel, Helton, James, Jarbas, Josué, Leandro, Luiz Augusto, Luiz Paulo, Marcelo, Mariela, Nilton, Priscilla, Rafael Couceiro, Rafael Sfair, Renato, Ricardo, Rita, Sérgio, Tatiana, Thierry e William* por toda a amizade, companheirismo e pelos bons momentos que compartilhamos juntos.

Obrigado a todos que acreditaram em mim e compartilharam os prazeres e dificuldades desta jornada...

*Este trabalho contou com o apoio financeiro da Coordenação de Aperfeiçoamento de  
Pessoal de Nível Superior, a CAPES.*

Luiz, André Amarante. Formação Coorbital com a Terra e Origem de Theia. 2012, 80f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2012.

### *Resumo*

A hipótese atualmente mais aceita da origem da Lua, é a de ela ter se formado a partir de restos gerados por uma grande colisão entre a proto-Terra e um proto-planeta de tamanho similar a Marte, conhecido como Theia. Simulações mostraram que pode-se reproduzir a falta de ferro na Lua, as massas da Terra e Lua, e o momento angular atual do sistema Terra-Lua. Para tal, a colisão deve ter ocorrido de modo peculiar. Assim sendo, foi proposto que os corpos Terra e Theia seriam coorbitais, de modo que a velocidade de impacto seria baixa. Tendo isto em vista, em nosso trabalho nos propusemos a estudar o processo de acreção de massa, como um possível mecanismo de formação de planetas coorbitais à Terra. O trabalho se divide em duas partes principais. Em um primeiro momento tentamos reproduzir o cenário da teoria descrita no primeiro parágrafo, ou seja, estudamos a possibilidade de formação de um corpo com massa  $M_{\mathcal{J}}$  similar à de Marte e que seja coorbital com a Terra. Os presentes resultados das simulações numéricas mostram ser improvável a formação de um corpo com massa  $M_{\mathcal{J}}$  e que seja coorbital com a Terra. Na segunda parte do trabalho estudamos a possibilidade de formação de Theia e da proto-Terra seguindo um perfil de densidades. Os resultados das simulações numéricas do modelo não levaram à formação de corpos com massas  $1,0 \times M_{\oplus}$  e  $1,0 \times M_{\mathcal{J}}$ , mas houve a formação de corpos de massa menor ( $\approx 0,6M_{\oplus}$ ). Isso mostrou que o modelo adotado é promissor, e então, ajustes de parâmetros e inserção de planetas similares a Júpiter e Saturno no sistema foram implementados. Os resultados dessas últimas simulações mostraram ser possível a formação da Terra e de Theia, mas com velocidades relativas de colisão 2 vezes maior do que a esperada ( $\leq 4\text{km/s}$ ).

**Palavras-chave:** Formação da Lua, Sistemas Coorbitais, Origem de Theia

Luiz, André Amarante. Coorbital Formation with Earth and Theia's Origin. 2012, 80f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2012.

### *Abstract*

The most accepted hypothesis of the origin of the Moon, she is to have formed from debris generated by a major collision between the proto-Earth and a proto-planet of similar size to Mars, known as Theia. Simulations showed one can reproduce the lack of iron in the Moon, the masses of the Earth and Moon, and the angular momentum of the current Earth-Moon system. To this end, the collision must have occurred in a particular way. Therefore, it was proposed that the bodies would be sharing the same orbit, i.e., Earth and Theia would coorbitals, so that the impact velocity and impact would be low subtle. In view of this, in our work we set out to study the process of mass accretion as a possible mechanism for the formation of planets coorbitals to Earth. The work is divided into two major parts. At first we tried to reproduce the scenario of the theory described in the first paragraph, ie, we study the possibility of forming a body with mass  $M_{\mathcal{J}}$  similar to that of Mars and the Earth is coorbital. The present results of numerical simulations show that it is unlikely the formation of a body with mass  $M_{\mathcal{J}}$  and is coorbital with Earth. In the second part of the paper we study the possibility of formation of Theia and proto-Earth following a density profile. The results of numerical simulations of the model did not lead to the formation of bodies with masses  $1.0 \times M_{\oplus}$  e  $1.0 \times M_{\mathcal{J}}$ , but there was the formation of bodies of mass smaller ( $\approx 0.6M_{\oplus}$ ). This showed that the model is promising, and then, parameter settings and insertion of planets similar to Jupiter and Saturn in the system were implemented. The results of these simulations showed latest possible formation of earth and Theia, but with relative rates of collision 2 times higher than expected ( $\leq 4\text{km/s}$ ).

**Keywords:** Moon Formation, Coorbital Systems, Theia's Origin

Luiz, André Amarante. Coorbital Formación con la Tierra y el Origen de Theia. 2012, 80f. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2012.

### *Resumen*

La hipótesis más aceptada sobre el origen de la Luna, es que ella haberse formado a partir de los residuos generados por una gran colisión entre la proto-Tierra y un proto-planeta de tamaño similar a Marte, conocido como Theia. Las simulaciones mostraron que se puede reproducir la falta de hierro en la Luna, las masas de la Tierra y la Luna, y el momento angular del actual sistema Tierra-Luna. Con este fin, la colisión debe haber ocurrido de una manera particular. Por lo tanto, se propuso que los cuerpos la Tierra y Theia tenían que ser coorbitales, de manera que la velocidad del impacto sería baja. En nuestro trabajo nos propusimos estudiar el proceso de acreción de masa como un posible mecanismo para la formación de planetas coorbitales a la Tierra. El trabajo se divide en dos partes principales. Al principio tratamos de la posibilidad de formar un cuerpo con masa  $M_{\mathcal{G}}$  similar a Marte y coorbital con la Tierra. Los presentes resultados de simulaciones numéricas muestran que no es probable la formación de un cuerpo con masa  $M_{\mathcal{G}}$  y que sea coorbital con la Tierra. En la segunda parte del trabajo realizamos un estudio de la posibilidad de formación de Theia y la proto-Tierra siguiendo un perfil de densidad. Los resultados de las simulaciones numéricas del modelo no resultaran en formación de cuerpos con masas  $1,0 \times M_{\oplus}$  e  $1,0 \times M_{\mathcal{G}}$ , pero hubo la formación de cuerpos de menor masa ( $\approx 0,6M_{\oplus}$ ). Esto demostró que el modelo es prometedor, e hicimos, los ajustes de parámetros y la inserción de planetas similares a Júpiter y Saturno en el sistema. Los resultados de estas simulaciones mostraron una posible formación de la Tierra y Theia, pero con tasas relativas de colisión 2 veces más altas de lo esperado ( $\leq 4\text{km/s}$ ).

**Palabras-clave:** Formación de la Luna, Sistemas Coorbitales, Origen de Theia

# Lista de Figuras

- 1.1. (à esquerda) Da esquerda para a direita, se vê as luas Epimeteu (sobrinho de Cronos, na mitologia grega), Jano (deus dos inícios e dos fins) e Prometeu (outro sobrinho de Cronos) e Atlas (um dos titãs). (à direita) Da esquerda para a direita: Jano, Encelado e Epimeteu, captadas pela nave-sonda Cassini, com sua câmera grande angular. Fonte: NASA/Divulgação. 3
- 1.2. (à esquerda) Estágios da teoria da Fissão. (à direita) George Darwin (1845 – 1912). Fonte: <http://phy229.group.shef.ac.uk> . . . . . 9
- 1.3. (à esquerda) Estágios da teoria da Captura. (à direita) Estágios da teoria da Condensação. Fonte: <http://phy229.group.shef.ac.uk> . . . . . 11
- 1.4. Imagem artística da colisão entre Theia e a Terra. Fonte: <http://phy229.group.shef.ac.uk> 12
- 1.5. (à esquerda) Representação artística do momento de impacto da Terra e de “Theia”. Crédito: William Hartmann. (à direita) Imagens obtidas por modelo computacional do impacto e formação da Lua. Crédito: Cameron. 13
- 1.6. (primeira figura) Simulações da teoria do impacto gigante realizadas por Canup and Asphaug (2001). (segunda, terceira e quarta figuras) Sequência da colisão de Theia com a Terra em que Theia descreveria uma órbita do tipo ferradura antes de colidir com a Terra (Belbruno and Gott, 2005). Fonte: <http://en.wikipedia.org> . . . . . 17



2.1. Sistema de referência $(\xi, \eta, \zeta)$ projetado no plano $(\xi, \eta)$ . Fonte: (Murray and Dermott, 1999) . . . . .	20
2.2. Curvas de velocidade zero para $\mu = 0,2$ . Os dois pontos pretos indicam os dois corpos massivos. . . . .	25
2.3. Representação da localização dos pontos de equilíbrio lagrangianos triangulares ( $L_4$ e $L_5$ ) e colineares ( $L_1, L_2$ e $L_3$ ) em relação a duas massas $\mu_1$ e $\mu_2$ . . . . .	27
2.4. Representação das órbitas do tipo girino e ferradura. . . . .	28
2.5. Representação das órbitas de Janus e Epimetheus em um sistema girante adequado. . . . .	29
3.1. Localização da distribuição dos planetesimais em torno dos pontos lagrangianos $L_4$ e $L_5$ . A região delimitada pelas linhas vermelhas, representa a região de distribuição dos planetesimais (Eq. 3.1), onde $r_{ferradura} = \Delta a$ . A distribuição é feita apenas $40^\circ$ à frente e $40^\circ$ atrás do ponto lagrangiano. Fonte: (Izidoro et al., 2010) . . . . .	34
3.2. Localização da distribuição dos embriões de $0,8UA$ a $1,2UA$ . . . . .	37
4.1. Evolução temporal do ângulo de libração, massa relativa, excentricidade e semi-eixo maior. Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-9}$ distribuídos de $20^\circ$ a $100^\circ$ (em torno de $L_4$ ). A massa atingida por esse planetesimal foi $m_{p_f} = 2,10^{-8}$ movendo-se numa órbita do tipo girino $L_4$ . . . . .	41
4.2. Evolução temporal do ângulo de libração, massa relativa, excentricidade e semi-eixo maior. Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-9}$ distribuídos de $20^\circ$ a $100^\circ$ (em torno de $L_4$ ). A massa atingida por esse planetesimal foi $m_{p_f} = 2,10^{-8}$ movendo-se numa órbita do tipo ferradura. . . . .	42

4.3.	Evolução temporal do ângulo de libração, massa relativa, excentricidade e semi-eixo maior. Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-12}$ distribuídos de $260^\circ$ a $340^\circ$ (em torno de $L_5$ ). A massa atingida por esse planetesimal foi $m_{p_f} = 4,10^{-10}$ movendo-se numa órbita do tipo ferradura. . . . .	43
4.4.	Evolução temporal do ângulo de libração, massa relativa, excentricidade e semi-eixo maior. Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-14}$ distribuídos de $260^\circ$ a $340^\circ$ (em torno de $L_5$ ). A massa atingida por esse planetesimal foi $m_{p_f} = 10^{-11}$ movendo-se numa órbita do tipo girino $L_5$ . . . . .	44
4.5.	Evolução temporal do ângulo de libração, massa relativa, excentricidade e semi-eixo maior. Inicialmente o sistema era composto por 5000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-10}$ distribuídos de $20^\circ$ a $100^\circ$ (em torno de $L_4$ ). A massa atingida por esse planetesimal foi $m_{p_f} = 4,10^{-8}$ movendo-se numa órbita do tipo girino $L_5$ . . . . .	45
4.6.	Evolução temporal do ângulo de libração, massa relativa, excentricidade e semi-eixo maior. Inicialmente o sistema era composto por 5000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-11}$ distribuídos de $20^\circ$ a $100^\circ$ (em torno de $L_4$ ). A massa atingida por esse planetesimal foi $m_{p_f} = 3,10^{-9}$ movendo-se numa órbita do tipo girino $L_5$ . . . . .	46
4.7.	Evolução temporal do ângulo de libração, massa relativa, excentricidade e semi-eixo maior. Inicialmente o sistema era composto por 5000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-12}$ distribuídos de $260^\circ$ a $340^\circ$ (em torno de $L_5$ ). A massa atingida por esse planetesimal foi $m_{p_f} = 10^{-9}$ movendo-se numa órbita do tipo girino $L_4$ . . . . .	47

4.8. Evolução temporal do ângulo de libração, massa relativa, excentricidade e semi-eixo maior. Inicialmente o sistema era composto por 5000 planetesimais com massa $m_{p_i} = 10^{-12}$ distribuídos de $260^\circ$ a $340^\circ$ (em torno de $L_5$ ). A massa atingida por esse planetesimal foi $m_{p_f} = 10^{-12}$ movendo-se numa órbita do tipo girino $L_5$ . . . . .	48
4.9. Redução do total de planetesimais ao longo do tempo. Representação da taxa de redução do número de planetesimais para sistemas que possuem inicialmente 1000 planetesimais em torno do ponto $L_4$ com massa inicial de $m_{p_i} = 10^{-14}$ a $m_{p_i} = 10^{-8}$ . . . . .	50
4.10. Curva de redução do total de planetesimais ao longo do tempo. Representação da taxa de redução do número de planetesimais para sistemas que possuem inicialmente 1000 planetesimais em torno do ponto $L_4$ com massa inicial de $m_{p_i} = 10^{-14}$ a $m_{p_i} = 10^{-8}$ . . . . .	51
4.11. Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 1000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto $L_4$ . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-13}$ . . . . .	54
4.12. Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 1000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto $L_5$ . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-11}$ . . . . .	55
4.13. Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 5000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto $L_4$ . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-12}$ . . . . .	56

4.14. Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 5000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto $L_5$ . A massa relativa inicial de cada planetesimal é $m_{p_i} = 10^{-10}$ . . . . .	57
4.15. Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão dos embriões para um sistema utilizando uma potência de perfil de densidades $-1,5$ , onde os embriões são distribuídos aleatoriamente entre $0,8UA$ e $1,2UA$ , adotando uma densidade superficial do disco de $6g/cm^3$ e sem Júpiter e Saturno no sistema. . . . .	58
4.16. Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão dos embriões para um sistema utilizando uma potência de perfil de densidades $-1,0$ , onde os embriões são distribuídos aleatoriamente entre $0,8UA$ e $1,2UA$ , adotando uma densidade superficial do disco de $8g/cm^3$ e sem Júpiter e Saturno no sistema. . . . .	59
4.17. Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão dos embriões para um sistema utilizando uma potência de perfil de densidades $-0,5$ , onde os embriões são distribuídos aleatoriamente entre $0,8UA$ e $1,2UA$ , adotando uma densidade superficial do disco de $10g/cm^3$ e sem Júpiter e Saturno no sistema. . . . .	60
4.18. Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão dos embriões para um sistema utilizando uma potência de perfil de densidades $-0,5$ , onde os embriões são distribuídos aleatoriamente entre $0,8UA$ e $1,2UA$ , adotando uma densidade superficial do disco de $10g/cm^3$ e com Júpiter e Saturno no sistema. . . . .	61

4.19. Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão dos embriões para um sistema utilizando uma potência de perfil de densidades $-1,0$ , onde os embriões são distribuídos aleatoriamente entre $0,8UA$ e $1,2UA$ , adotando uma densidade superficial do disco de $10g/cm^3$ e com Júpiter e Saturno no sistema. . . . .	62
4.20. Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão dos embriões para um sistema utilizando uma potência de perfil de densidades $-1,5$ , onde os embriões são distribuídos aleatoriamente entre $0,8UA$ e $1,2UA$ , adotando uma densidade superficial do disco de $10g/cm^3$ e com Júpiter e Saturno no sistema. . . . .	63
5.1. Massa final coorbital formada, tipo final de órbita e tempo final de integração. 1000 planetesimais distribuídos em torno de $L_4$ e de $L_5$ . . . . .	70
5.2. Massa final coorbital formada, tipo final de órbita e tempo final de integração. 5000 planetesimais distribuídos em torno de $L_4$ e de $L_5$ . . . . .	71
5.3. Massa final coorbital formada, tipo final de órbita e tempo final de integração. 1000 planetesimais distribuídos em torno de $L_4$ e de $L_5$ . . . . .	72
5.4. Massa final coorbital formada, tipo final de órbita e tempo final de integração. 5000 planetesimais distribuídos em torno de $L_4$ e de $L_5$ . . . . .	73

# Lista de Tabelas

1.1. Satélites de Saturno que possuem coorbitais (Giorgini et al., 1996) . . . . .	4
1.2. Satélites coorbitais de Saturno (Giorgini et al., 1996) . . . . .	4
5.1. Resultados da Simulações . . . . .	68
5.2. Resultados das simulações . . . . .	69

# Nomenclatura

$\Delta a$	metade da largura da maior órbita do tipo ferradura (Dermott and Murray, 1981a)
$\Delta c$	metade da largura da região caótica (Wisdom, 1980); (Duncan et al., 1989)
$\mu_1$	massa relativa do corpo central
$\mu_2$	massa relativa do corpo secundário
$a_T$	semi-eixo maior da Terra
$Ga$	Giga-anos = $10^9$ anos
$K$	raio de Hill reduzido = $\left(\frac{M_1+M_2}{3M_\odot}\right)^{\frac{1}{3}}$
$M_\oplus$	massa da Terra = $5.9742 \times 10^{24}$ kg (CODATA, 2010)
$M_J$	massa de Júpiter = $1.8987 \times 10^{27}$ kg (CODATA, 2010)
$M_\mathcal{G}$	massa de Theia = $0.1M_\oplus$
$M_\nu$	massa de Saturno = $5.6851 \times 10^{26}$ kg (CODATA, 2010)
$M_\odot$	massa do Sol = $1.98892 \times 10^{30}$ kg (CODATA, 2010)
$m_{p_f}$	massa final do corpo
$m_{p_i}$	massa inicial do corpo

$Ma$  Mega-anos =  $10^6$  anos

$R_H$  raio de Hill =  $a \left( \frac{M}{3M_\odot} \right)^{\frac{1}{3}}$

$UA$  1 unidade astronômica = 149598000 km (CODATA, 2010)



# Sumário

<b>1. Introdução</b>	<b>1</b>
1.1. Sistemas Coorbitais	1
1.1.1. Revisão Bibliográfica	4
1.2. Formação da Lua	8
1.2.1. Teoria da Fissão	8
1.2.2. Teoria da Captura	9
1.2.3. Teoria da Condensação	10
1.2.4. Teoria da Colisão dos Planetesimais	11
1.2.5. Teoria da Origem Comum por Fragmentação	11
1.2.6. Teoria do Impacto Gigante	12
1.2.7. Revisão Bibliográfica	12
<b>2. Problema Circular Restrito de 3 Corpos</b>	<b>19</b>
2.1. Introdução	19
2.2. Equações do movimento	20
2.3. Curvas de Velocidade Zero	23
2.4. Localização dos pontos de equilíbrio	24
2.5. Tipos de órbitas	27
2.5.1. Órbitas girino e ferradura	28
2.5.2. Quase-satélites (QS)	29

<b>3. Metodologia</b>	<b>31</b>
3.1. Introdução . . . . .	31
3.2. Formação Coorbital (Cenário 1) . . . . .	31
3.3. Formação Congênita (Cenário 2) . . . . .	36
<b>4. Simulações Numéricas</b>	<b>39</b>
4.1. Introdução . . . . .	39
4.2. Formação Coorbital (Cenário 1) . . . . .	39
4.3. Análise do ângulo de libração, crescimento da massa, semi-eixo maior e excentricidade . . . . .	40
4.3.1. Conclusão . . . . .	49
4.4. Decaimento do número de planetesimais, colisões e ejeções . . . . .	49
4.4.1. Conclusão . . . . .	52
4.5. Velocidades relativas de colisão . . . . .	52
4.6. Formação Coorbital (Cenário 1) . . . . .	54
4.7. Formação Congênita (Cenário 2) . . . . .	58
4.7.1. Sistemas sem Júpiter e Saturno . . . . .	58
4.7.2. Sistemas com Júpiter e Saturno . . . . .	61
4.7.3. Conclusão . . . . .	64
<b>5. Discussão Geral</b>	<b>65</b>
5.1. Formação Coorbital (Cenário 1) . . . . .	65
5.2. Formação Congênita (Cenário 2) . . . . .	73
<b>Referências Bibliográficas</b>	<b>74</b>

# Capítulo 1

## Introdução

Aqui fazemos uma breve introdução de nosso trabalho falando um pouco sobre os *Sistemas Coorbitais* e suas principais referências dentro do Sistema Solar. Também damos um breve histórico sobre as teorias de *Formação da Lua* destacando alguns de seus principais pontos.

### 1.1. Sistemas Coorbitais

Sistemas coorbitais são aqueles em que pelo menos dois corpos compartilham uma mesma órbita média e que em um referencial dito girante configuram tipos de órbitas específicas. Objetos coorbitais libram em torno de um dos pontos de equilíbrio lagrangianos estáveis  $L_4$  ou  $L_5$ , designadas órbitas girino, ou descrevem uma órbita que envolve  $L_3$ ,  $L_4$  e  $L_5$  chamada órbita ferradura. Embora Lagrange tivesse previsto a existência e descrito o comportamento de objetos librando em torno dos pontos de equilíbrio lagrangianos desde 1788, quando publicou *Analytical Mechanics*, apenas em 1906 um corpo desse tipo foi descoberto por *Max Wolf* librando em torno do ponto  $L_4$  de Júpiter. Este objeto foi denominado *(588) Achilles* e atualmente já são conhecidos mais 2800 asteróides denominados troianos de Júpiter (*IAU: Minor Planet Center*,

<http://www.cfa.harvard.edu/iau/lists/JupiterTrojans.html>). Além do sistema Sol-Júpiter existem vários outros que apresentam objetos coorbitais. Em 1991 o asteroide 5261 *Eureka* foi descoberto librando ao redor de  $L_5$  de Marte (Innanen, 1991). Posteriormente mais três foram descobertos: 1998VF<sub>31</sub> (Tabachnick and Evans, 1999) e 1999UJ<sub>7</sub> (Connors et al., 2005) e recentemente o 2007NS<sub>2</sub> (IAU: Minor Planet Center, <http://www.cfa.harvard.edu/iau/lists/MarsTrojans.html>). O sistema Sol-Netuno apresenta seis coorbitais todos localizados em torno do ponto  $L_4$  (Zhou et al., 2008).

O sistema Sol-Terra apresenta o asteroide (3753) *Cruithne*, originalmente chamado de 1986TO, que descreve uma órbita ferradura com alta excentricidade e grande largura radial que cruza a órbita de Vênus (Wiegert et al., 1997). (3753) *Cruithne* é apenas um membro de uma classe de coorbitais que possuem órbitas bem excêntricas e inclinadas, e que envolve tipos particulares de movimento coorbital. Existem ainda outros asteroides que apresentam comportamento coorbital, por exemplo *Khufu* é coorbital com a Terra e recentemente foi descoberto o asteroide 2002AA29 da mesma classe do asteroide (3753) *Cruithne*, sendo este considerado o primeiro verdadeiro objeto coorbital da Terra (Morbidelli et al., 2002). Mais recentemente ainda foi a vez do 2010TK<sub>7</sub>, o primeiro asteroide denominado troiano da Terra librando em torno de  $L_4$  (Connors et al., 2011). Já o asteroide 1989VA é coorbital com Vênus (Namouni et al., 1999).

Saturno, é o único planeta até hoje conhecido que possui um sistema de satélites coorbitais. Em 1981 a Voyager confirmou a existência de dois satélites coorbitais de Saturno, *Jano* (1980S1) e *Epimeteu* (1980S3) (fig. 1.1), além de estimar suas massas e seus elementos orbitais. Esses satélites, em um sistema girante adequado, perfazem ambas órbitas de ferradura, e chegam até 15000km um do outro, mas quando eles estão próximos sua mútua interação gravitacional evita uma colisão e troca suas órbitas. O par Jano-Epimeteu é um famoso caso de objetos coorbitais, diversos

autores estudaram o comportamento desses objetos (Harrington and Seidelmann, 1981; Dermott and Murray, 1981b; Yoder et al., 1983; Lissauer et al., 1985; Yoder et al., 1989; Llibre and Ollé, 2001). Outros sistemas de satélites coorbitais de Saturno são Telesto e Calipso que ocupam  $L_4$  e  $L_5$  do sistema Saturno-Tétis. Eles foram descobertos através de imagens obtidas da Terra feitas em 1980. Existem ainda os satélites Polydeuces e Helene que são coorbitais a Dione. Helene foi descoberto em 1980 (Lecacheux et al., 1980; Reitsema, 1981), e libra em torno do ponto  $L_4$  definido pelo sistema Saturno-Dione. Polydeuces foi descoberto pela nave Cassini (Porco et al., 2005). Entre os satélites de Saturno, alguns apresentam movimentos ressonantes com os sistemas de satélites coorbitais, Encelado-Dione estão em ressonância do tipo excentricidade 2:1 e Mimas-Tétis em ressonância do tipo inclinação 4:2. O sistema saturniano interno possui vários coorbitais mas nenhum associado a Mimas ou Encelado.

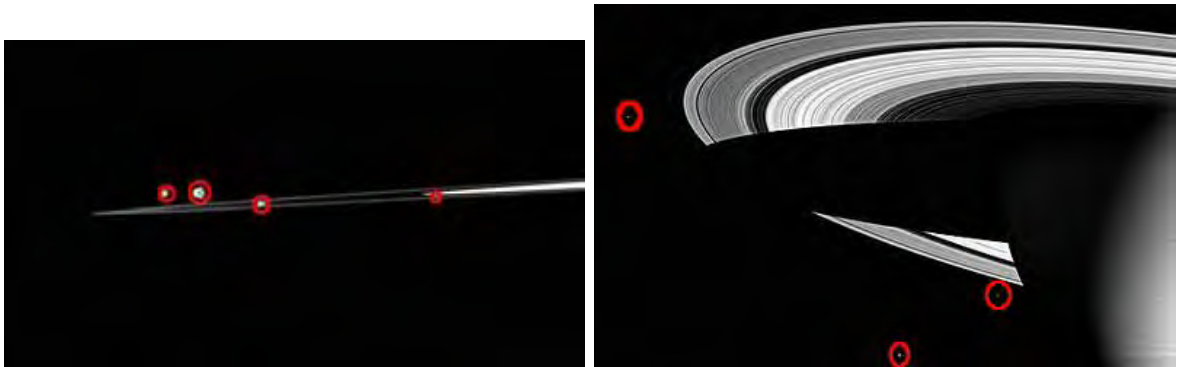


Figura 1.1: (à esquerda) Da esquerda para a direita, se vê as luas Epimeteu (sobrinho de Cronos, na mitologia grega), Jano (deus dos inícios e dos fins) e Prometeu (outro sobrinho de Cronos) e Atlas (um dos titãs). (à direita) Da esquerda para a direita: Jano, Encelado e Epimeteu, captadas pela nave-sonda Cassini, com sua câmera grande angular. Fonte: NASA/Divulgação.

As tabelas 1.1 e 1.2 mostram os satélites de Saturno que possuem coorbitais e os seus respectivos coorbitais.

Tabela 1.1: Satélites de Saturno que possuem coorbitais ([Giorgini et al., 1996](#))

Satellites			
Nome	Massa relativa <sup>a</sup>	Densidade ( $g/cm^3$ )	Raio ( $km$ )
Dione	$1,92 \times 10^{-6}$	1,469	562,5
Tétis	$1,08 \times 10^{-6}$	0,956	536,3

<sup>a</sup>Massa relativa a SaturnoTabela 1.2: Satélites coorbitais de Saturno ([Giorgini et al., 1996](#))

Coorbital Satellites				
Nome	Massa relativa <sup>a</sup>	Órbita	Densidade ( $g/cm^3$ )	Raio ( $km$ )
Polideuces	$1 \sim 5 \times 10^{-13}$	$L_5$ Dione	-	3,25
Helene	$4,48e \times 10^{-11}$	$L_4$ Dione	1,5	$16 \pm 4$
Telesto	$1,25 \times 10^{-11}$	$L_4$ Tétis	1,0	$12 \pm 3$
Calipso	$6,32 \times 10^{-12}$	$L_5$ Tétis	1,0	$9.5 \pm 1,5$
Janus	$3,38 \times 10^{-9}$	ferradura	0,65	$99.3 \times 95.6 \times 75.6$
Epimetheus	$9,67 \times 10^{-10}$	ferradura	0,63	$69 \times 55 \times 55$

<sup>a</sup>Massa relativa a Saturno

### 1.1.1. Revisão Bibliográfica

O estudo da dinâmica de objetos coorbitais tem evoluído consideravelmente com as diversas descobertas de objetos coorbitais.

[Dermott and Murray \(1981a,b\)](#) apresentaram uma teoria sobre as órbitas do tipo girino e ferradura para o caso do problema restrito de três corpo circular e elíptico. Eles descreveram o movimento coorbital de Jano e Epimeteu com base em um estudo numérico combinado com teoria de perturbação. O estudo foi feito para um terceiro corpo de massa desprezível, generalizando alguns desses resultados para o caso quando o terceiro corpo perturba os outros dois corpos do sistema. Uma relação encontrada foi que a forma da órbita de uma partícula, em um sistema de referência girante adequado, está associada à alguma curva de velocidade zero desse sistema.

[Fleming and Hamilton \(2000\)](#) fizeram um estudo analítico e numérico dos efeitos da migração radial de Júpiter. Ainda nesse mesmo trabalho, eles analisaram o

comportamento dos asteróides troianos quando Júpiter tem sua massa aumentada. Mostraram que o aumento por acreção de gás da massa de Júpiter de  $\sim 10M_{\oplus}$  até o seu tamanho atual causa uma diminuição na amplitude de libração dos troianos de cerca de  $\sim 40\%$ . Já uma migração interna de  $6.2UA$  para  $5.2UA$  resulta num aumento da excentricidade, amplitude de libração e inclinação de apenas  $\sim 4\%$ . Foi constatado também que mesmo a migração em dezenas de  $UA$  resultaria em um efeito menor do que os efeitos causados pela acreção de massa.

[Mourão et al. \(2006\)](#) estudaram a estabilidade de satélites coorbitais hipotéticos de Mimas e Enceladus. O estudo foi feito para a configuração que o sistema saturniano possui atualmente, e para outras configurações as quais Mimas e Enceladus possam ter ocupado devido a migração, consequência dos efeitos de maré. Os resultados obtidos foram semelhantes para ambos os satélites. Para a atual configuração objetos em órbitas coorbitais permaneceram estáveis, no entanto, quando Mimas e Enceladus são dispostos sobre um semi-eixo maior que correspondia a movimentos médios ressonantes de primeira ordem  $4 : 5$ ,  $5 : 6$  e  $6 : 7$  entre Mimas e Enceladus, essas planetesimais adquiriram comportamento caótico.

[Gomes \(1998\)](#) estudou os efeitos da migração planetária sobre os asteróides troianos primordiais. Através de integração numérica, ele mostrou que o processo de migração causa uma grande instabilidade sobre os asteróides troianos de Saturno. E isso explicaria porque esse planeta não apresenta esses asteróides hoje. De acordo com Gomes a instabilidade produzida pela migração planetária é muito dependente da órbita inicial dos planetas.

[Nesvorný and Dones \(2002\)](#) também estudaram a estabilidade de hipotéticos objetos coorbitais a Saturno e a Urano, e apresentaram que a população de asteróides troianos desses planetas sofre uma redução em quase 100% em quatro bilhões de anos.

[Salo and Yoder \(1988\)](#) estudaram o comportamento dinâmico de  $N$  satélites coorbitais movendo com o mesmo movimento médio em torno do corpo primário do

sistema. Foi feito um estudo analítico e numérico para  $2 \leq N \leq 9$ , buscando determinar diferentes configurações estacionárias e analisar a estabilidade dessas configurações. Ele mostrou que um anel com satélites de mesma massa tem três distintas configurações estacionárias. Uma dessas é quando todos os  $N$  satélites estão concentrados mais sobre um mesmo lado da órbita com uma separação entre eles de menos de  $60^\circ$ , e esse tipo de configuração existe para  $N \leq 8$  e é estável para pequenas oscilações. Já uma configuração igualmente, espaçada representa um mínimo na energia potencial para  $N \leq 6$ , logo é instável, para  $N \geq 7$  se torna estável e para  $N \geq 9$  a única configuração estacionária é a igualmente espaçada.

Com as inúmeras descobertas de planetas extrasolares, [Beaugé et al. \(2007\)](#) analisaram a formação de hipotéticos planetas coorbitais do tipo Terra em sistemas extrasolares. O corpo central do sistema estudado foi tomado como tendo uma massa solar e o corpo secundário a mesma massa de Júpiter. Sua análise ainda levou em consideração o sistema imerso em um meio gasoso, e outro livre desse arrasto. Em ambos cenários se teve a formação de um corpo coorbital, mas devido a instabilidade gravitacional com os outros corpos, o processo de acreção não foi tão eficiente e não se constatou a formação de corpos maiores que  $0.6M_\oplus$

Existem algumas teorias sobre a formação e origem de objetos coorbitais ([Yoder, 1979](#)), entre elas a captura através da atuação do arrasto gasoso, o modelo de ruptura, e a formação congênita que é o foco de estudo desse trabalho. Para modelo de captura através do arrasto gasoso existem alguns trabalhos na literatura.

Um mecanismo importante de captura foi estudado por [Marzari and Scholl \(1997\)](#), onde estudaram a captura de planetesimais em coorbitais através do aumento da massa de um proto-Júpiter de forma exponencial. Seu sistema de quatro corpos, Sol-Júpiter-Saturno-planetesimal foi integrado numericamente. Foi constatado que o aumento da massa de Júpiter é um eficiente mecanismo para captura de planetesimais, que anteriormente possuíam uma órbita ferradura, só que apenas uma



pequena parte das partículas que orbitavam nas proximidades da ressonância 1 : 1 também foram capturadas.

[Chanut et al. \(2008\)](#) analisaram o decaimento orbital de planetesimais devido ao arrasto gasoso. O estudo foi proposto a fim de representar esse fenômeno quando a nebulosa, presente no sistema solar primordial, ainda existia. Eles consideraram um corpo secundário excêntrico e fizeram simulações para diversas razões de massa, de  $\mu_2 = 10^{-7}$  até  $\mu_2 = 10^{-3}$ . Não foi considerada a atração gravitacional entre os planetesimais, e também que o gás não afetava o movimento do corpo secundário. Como ocorre um decaimento da órbita, esses planetesimais migram em direção ao corpo secundário, onde eles entram numa região de ressonância 1 : 1 (região coorbital), colide com o corpo secundário ou ainda cruza a órbita do corpo secundário, continuando o decaimento, só que agora em relação ao corpo central. Os autores também mostraram que a excentricidade do corpo secundário muda a configuração dos pontos  $L_4$  e  $L_5$ , onde o ponto  $L_4$  reaparece, mesmo se as condições do arrasto ultrapassa o limite definido por [Murray \(1994\)](#).

[Izidoro et al. \(2010\)](#) estudaram o processo de acreção de massa, como um possível mecanismo de formação de satélites coorbitais com Saturno. O sistema estudado constitui-se de Saturno (corpo central), um proto-satélite e uma nuvem de planetesimais distribuídos aleatoriamente dentro da região coorbital do sistema em torno de um dos pontos lagrangianos estáveis. A massa relativa do proto-satélite foi de  $10^{-6}$ , para os planetesimais a massa relativa foi de  $10^{-12}$ ,  $10^{-13}$  ou  $10^{-14}$ . Um estudo das velocidades relativas de colisão entre os planetesimais também foi realizado, mostrando que não se pode concluir apenas por essa análise que as colisões foram construtivas e a hipótese de se considerar as colisões como inelásticas, foi de fato válida na prática. Os resultados das simulações mostraram a formação de satélites coorbitais com massas relativas da mesma ordem daquelas encontradas no sistema saturniano ( $10^{-13}$ - $10^{-9}$ ). A maioria deles apresentaram órbitas do tipo

ferradura, mas uma parte significativa estavam em órbita girino em torno de  $L_4$  ou  $L_5$ . Logo, os resultados indicaram que este foi um mecanismo plausível para a formação de satélites coorbitais.

## 1.2. Formação da Lua

Devido as proporções ( $1/80$  da massa) e comportamento no tempo (a variação da distância Terra-Lua), uma questão importante na Astrofísica tem sido o processo de formação da Lua e sua atual órbita em relação à Terra.

Dentre diversas teorias formuladas para a formação da Lua, pode-se concentrá-las em cinco teorizações principais, acrescida de algumas sem grande volume de citações e análises.

### 1.2.1. Teoria da Fissão

Nesta teoria fora proposto que a Lua era uma parte da Terra e de algum modo separou-se da mesma nos primórdios da história do sistema solar (fig. 1.2). Um dos primeiros pesquisadores sobre esta hipótese foi George Howard Darwin (fig 1.2), filho de Charles Darwin, que ao seu tempo, já se conhecendo a taxa de afastamento da Lua da Terra (cerca de 2 a 3 centímetros por ano), lançou em 1879 a hipótese de que, conseqüentemente, ao se recuar no tempo, mais e mais próximo a Lua orbitaria da Terra, até um ponto em que formariam uma única massa. Enfrentou o problema de que ao chegar-se a determinada distância, a velocidade de translação seria tão alta que se chegaria a um ponto crítico e que uma maior aproximação seria impossível, pela desintegração da Lua pelos fatores relacionados ao limite de Roche. Mesmo assim, quatro anos mais tarde o geologista Osmond Fisher considerou que o atual leito do Oceano Pacífico era o mais popular local para a parte da Terra da qual desprende-se a Lua.

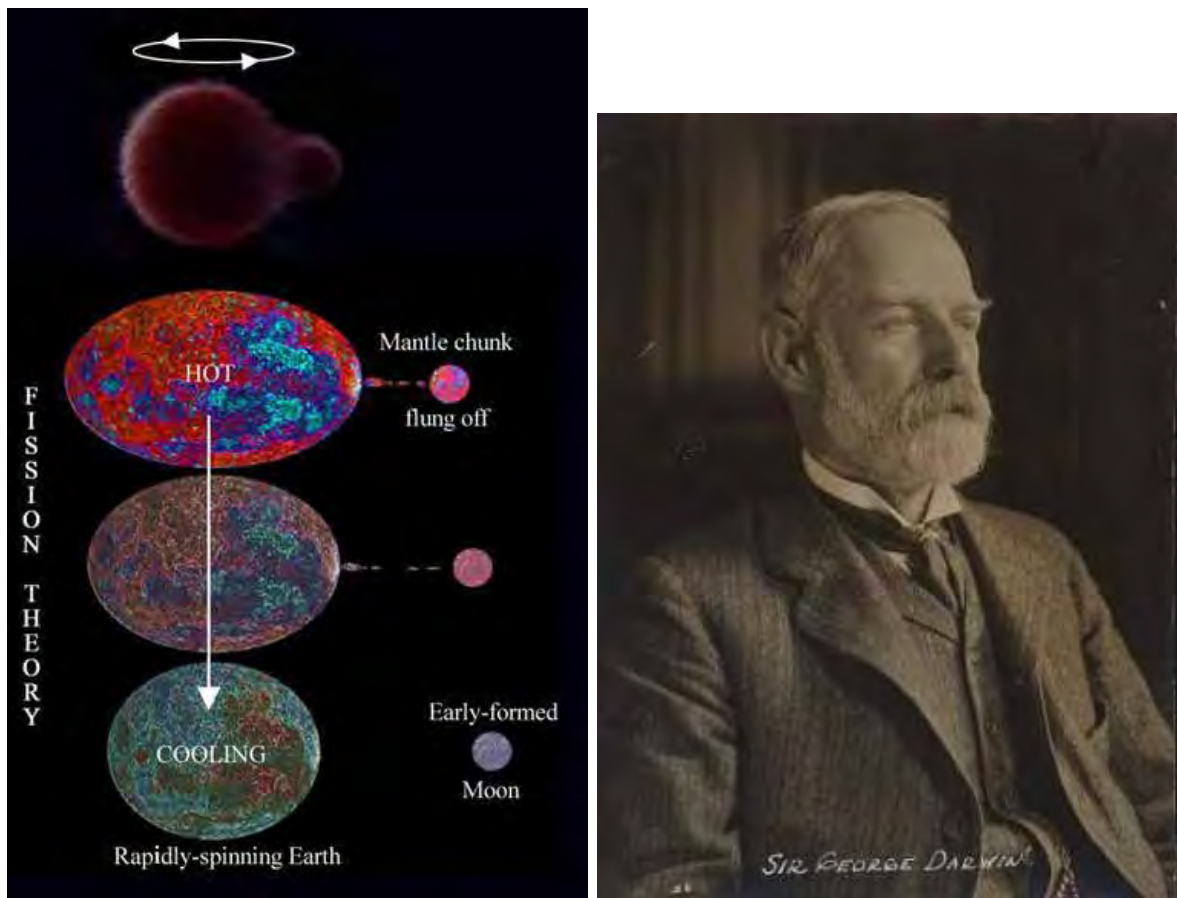


Figura 1.2: (à esquerda) Estágios da teoria da Fissão. (à direita) George Darwin (1845 – 1912).  
 Fonte: <http://phy229.group.shef.ac.uk>

### 1.2.2. Teoria da Captura

Proposta pelo químico americano Harold C. Urey em 1952, baseava-se na idéia de que a Lua teria se formado separadamente da Terra e posteriormente foi capturada pelo campo gravitacional da Terra (fig. 1.3).

As etapas principais do hipotético processo de captura da Lua pela Terra eram:

1. A Lua é um planeta em órbita próxima da Terra;
2. A órbita da Lua é fortemente deformada pelo campo gravitacional da Terra;
3. A Lua passa a orbitar a Terra.

É de se observar na figura 1.3 que a etapa necessária de uma órbita bastante excêntrica da Lua não foi representada.

Mas, posteriormente esta teoria fora abandonada, pois a Terra não tem massa suficiente para capturar um corpo com a massa da Lua.

### 1.2.3. Teoria da Condensação

Também chamada de teoria da Condensação Conjunta, Co-formação, Co-acreção, Formação Conjunta ou ainda Diferenciação é a mais antiga das teorias sendo proposta em 1800. Nesta hipótese, a Lua e a Terra condensaram-se (agregaram-se) juntas da nuvem original que formou o Sistema Solar (fig. 1.3). É apresentada em oposição a esta hipótese a questão do momento angular conjunto Terra-Lua.

As etapas principais do hipotético processo de co-formação da Lua e da Terra eram:

1. Uma nuvem de gás e poeira orbita o sistema solar na órbita do que mais tarde seria o sistema Terra-Lua\*;
2. A nuvem inicia uma agregação em um ponto central, mais massivo, que será a Terra e em um anel que formará a Lua;
3. A agregação continua e o anel que formará a Lua começa a se agregar em um ponto que será a Lua;
4. A agregação encerra-se com a formação da Terra e da Lua.

\*Nuvem esta já resultante de acreção dentro da nuvem ainda maior que formou o sistema solar.

O problema com esta teoria ficou mais evidente depois das análises das rochas lunares trazidas das missões Apollo. Nesta análise ficou evidenciada a diferença nas composições químicas da Lua e da Terra, fato que não poderia ser verdade se a Lua e a Terra fossem formadas juntas em uma mesma nuvem primordial.

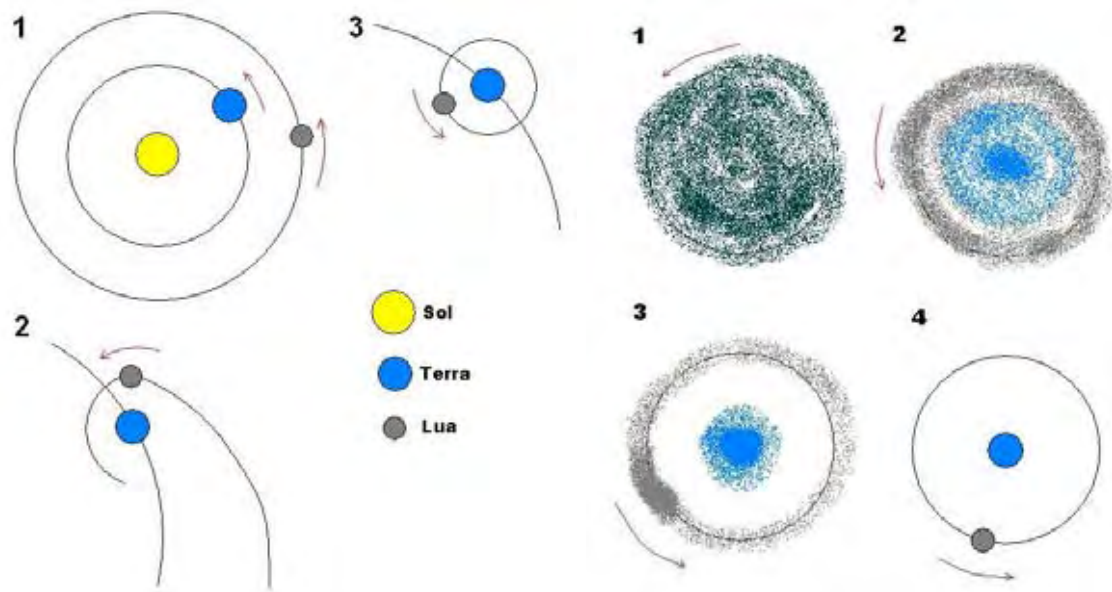


Figura 1.3: (à esquerda) Estágios da teoria da Captura. (à direita) Estágios da teoria da Condensação. Fonte: <http://phy229.group.shef.ac.uk>

#### 1.2.4. Teoria da Colisão dos Planetesimais

A interação de planetesimais orbitantes do Sol e orbitantes da Terra (pedaços muito grandes de rochas tais como os asteróides) nos primórdios da história do Sistema Solar conduziu a sua fragmentação. A Lua condensou-se destes restos. Mas, esta teoria tem o mesmo problema da teoria anterior.

#### 1.2.5. Teoria da Origem Comum por Fragmentação

Um modelo de algum interesse, mas desprovido de teorização sólida, afirma que a Terra, a Lua e Marte possuíam uma origem comum. Um planeta anterior, de massa que seria a soma destes três corpos, ao contrair-se, aumentando sua velocidade rotacional, teria se dividido em dois fragmentos desiguais que se distanciaram, mantendo-se unidos por uma sequência de pequenos fragmentos. Este conjunto de fragmentos agregou-se na Lua, o fragmento maior, a Terra, e o menor, a Marte. A

Lua teria sido mantida na órbita da Terra. De novo esta teoria enfrente o mesmo problema discutido anteriormente.

### 1.2.6. Teoria do Impacto Gigante

Esta teoria também é chamada de teoria da grande colisão ou até popularmente, como teoria do “Big Splash”. Um embrião do tamanho de Marte (chamado de Theia) colidiu com a Terra (fig. 1.4), ejetando grande volume de matéria. Um disco de material orbitante foi formado, este material eventualmente condensou-se para formar a Lua em órbita ao redor da Terra. Esta hipótese apresenta sustentação pelas modelagens computacionais para o comportamento de momento, de rotação e translação, do sistema Terra-Lua.

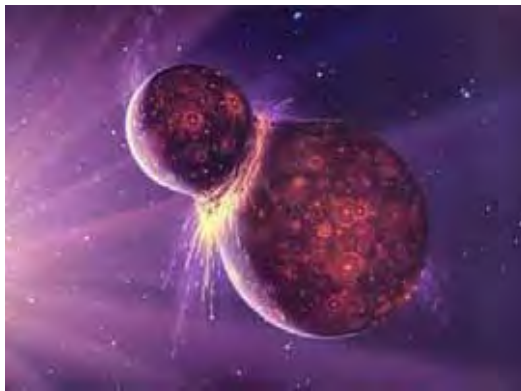


Figura 1.4: Imagem artística da colisão entre Theia e a Terra. Fonte: <http://phy229.group.shef.ac.uk>

### 1.2.7. Revisão Bibliográfica

Como dito anteriormente na seção 1.2 depois das missões Apollo, que levaram o homem à Lua e que trouxeram os dados obtidos pela análise das rochas lunares, uma nova teoria foi desenvolvida e que é geralmente a mais aceita: a **Teoria da Impacto Gigante**.

Esta teoria parte da idéia que a Terra se chocou com um objeto pelo menos tão grande como Marte, designado por “Theia” (Halliday, 2000; Hartmann and Davis, 1975; Cameron and Ward, 1976; Cameron, 1984), e a Lua formou-se a partir do material então resultante desta colisão (fig. 1.5). Neste evento, o embrião que atingiu a Terra, atingiu-a tangencialmente no início da formação do Sistema Solar, aproximadamente  $50Ma$  após a sua formação (Halliday, 2000) há cerca de  $4500Ma$  ( $4.5Ga$ ). Esta idéia baseia-se na evidência da similaridade da composição de isótopos de oxigênio entre a Terra e a Lua (Clayton and Mayeda, 1975), a qual sugere que a Terra e a Lua ter-se-ão formado a partir da acreção de material original semelhante. Este evento ocorreu no período em que os planetas terrestres (Mercúrio, Vênus, Terra e Marte) estavam sendo formados ao longo do disco proto-planetário. Nessa área do Sistema Solar houve um período contínuo de colisões entre objetos, durante o período de crescimento por acreção do material, em que os proto-planetas ficavam cada vez com maior tamanho, formando o interior do Sistema Solar a uma distância de  $0.5UA$  a  $1.5AU$ .

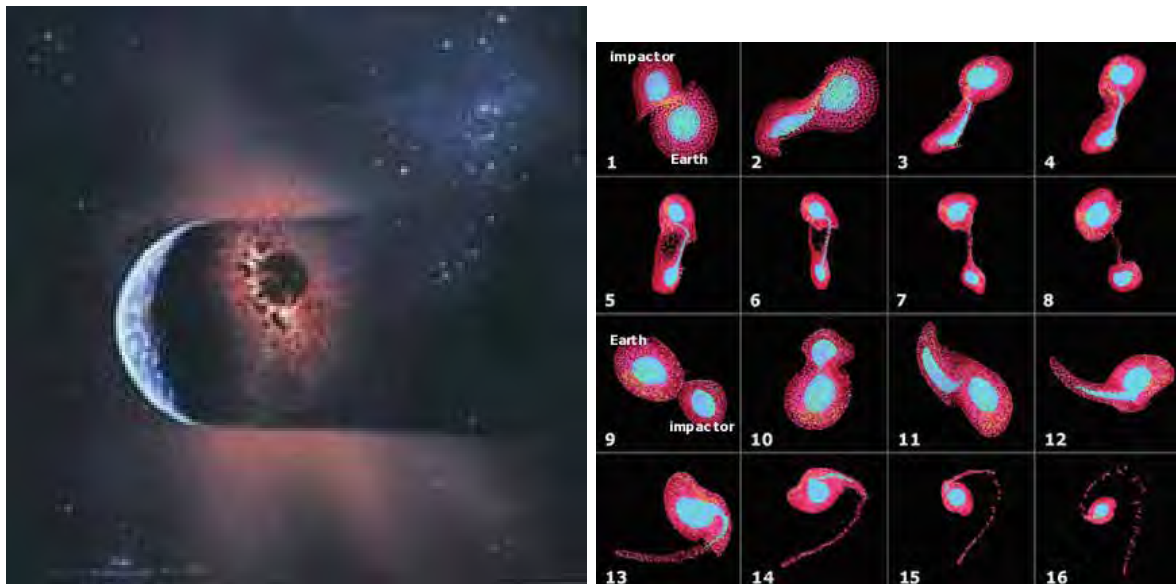


Figura 1.5: (à esquerda) Representação artística do momento de impacto da Terra e de “Theia”. Crédito: William Hartmann. (à direita) Imagens obtidas por modelo computacional do impacto e formação da Lua. Crédito: Cameron.

Nos últimos 30 anos, vários investigadores, por exemplo, [Goldreich and Ward \(1973\)](#); [Gaffey \(1990\)](#); [Cuzzi et al. \(1993\)](#); [Canup and Agnor \(1998\)](#) têm sugerido que este período de acreção ocorreu em três partes:

1. O sistema começou inicialmente com grãos de pó envolvidos em uma nébula rica em gás e termina com a formação de corpos, denominados planetésimos, com diâmetros de poucos quilômetros.
2. Durante o período seguinte, os planetésimos aumentaram de tamanho devido à continuação de colisões ([Greenberg et al., 1978](#); [Wetherill and Stewart, 1989, 1993](#); [Wetherill, 1990, 1992](#); [Weidenschilling et al., 1997](#)). Este período durou, possivelmente, de 100 mil a 1 milhão de anos, finalizando com corpos de tamanho semelhante ao da Lua e denominados de embriões-planetários.
3. O período final é caracterizado por perturbações gravitacionais mútuas entre embriões-planetários que resultou em grandes impactos e na formação dos planetas terrestres depois de aproximadamente 100 milhões de anos.

O período curto que separa o início da formação do Sistema Solar e o impacto que resultou na formação da Lua, sugerido pelo modelo computacional de [Canup and Agnor \(1998, 2000\)](#), que mostra rápida acreção, requer que a Lua inicialmente tenha ficado total ou parcialmente fundida. Estudos anteriores por [Taylor \(1982\)](#) tinham sugerido a existência de uma crosta feldspática primordial a qual se tinha formado devido a cristalização fracionada e diferenciação do chamado “oceano magmático lunar” (“lunar magma ocean” [LMO]) o qual cobria o planeta por inteiro. No fundo do *LMO*, uma camada complementar de composição ultramáfica a dunítica (rica em minerais com elevado teor de *Fe* e *Mg* - olivinas e piroxinas) que mais tarde seria a região de onde se originariam os basaltos dos mares.

Dentro deste período de acreção simulações mostraram que, se o impacto entre a Terra e Theia aconteceu no estágio final de formação da Terra, pode-se então



reproduzir a falta de ferro na Lua, as massas da Terra e da Lua, e o momento angular atual do sistema (Canup and Asphaug, 2001) (fig. 1.6).

Tendo em vista que as condições iniciais que a Lua se formou são peculiares (como composição, velocidade, etc...) Belbruno and Gott (2005) propôs que a única maneira de isto ter ocorrido era a de que Terra e Theia teriam sido coorbitais de modo que através de pequenas perturbações Theia se desestabilizaria de sua órbita e entraria em uma trajetória rumo à Terra, onde a colisão entre os dois poderia ocorrer com baixa excentricidade e que por conseguinte a velocidade relativa de colisão entre eles seria pequena (fig. 1.6), satisfazendo então as condições simuladas por Canup and Asphaug (2001).

Nosso trabalho tem como tema a “*Formação da Lua*”, mas o estudo realizado é baseado na formação de um dos personagens da teoria do impacto gigante, o corpo denominado “**Theia**”.

Para isto, nosso trabalho foi dividido em duas partes principais. A abordagem da primeira parte do trabalho, a qual denominaremos por “*Formação Coorbital*” (**Cenário 1**), é baseada na origem de planetas coorbitais com a Terra já formada e é feita com base no processo de acreção sendo estudado através de simulações numéricas. Nosso objetivo é que através deste processo ocorra a formação de planetas (Theias) coorbitais à Terra com as mesmas características apresentadas pela teoria de formação da Lua através do impacto gigante (Canup and Asphaug, 2001; Belbruno and Gott, 2005).

Já na segunda parte do trabalho, a qual denominaremos por “*Formação Congênita*” (**Cenário 2**), basea-se na busca de uma abordagem mais geral da formação da Lua com base no modelo da formação congênita, isto é, pretendemos formar ambas Terra e Theia. O processo de acreção também é estudado através de simulações numéricas.

Nosso objetivo é que através desse modelo ocorra a formação de Terras e Theias congenitamente, mas não sendo necessariamente coorbitais, em uma fase da formação

planetária denominada “massas isoladas”, onde não temos mais planetesimais no sistema e os embriões mantêm uma distância mútua média de 5 a 10 raios de Hill (Kokubo and Ida, 2000).

No Capítulo 2 fazemos um estudo do *Problema Plano, Circular e Restrito de Três Corpos* para o **Cenário 1**, introduzimos conceitos básicos como as equações do movimento, os pontos de equilíbrio lagrangianos, as curvas de velocidade zero e as órbitas do tipo girino, ferradura e quasi-satélites.

No Capítulo 3 detalhamos as metodologias adotadas nos problemas da formação de Theia nos **Cenários 1 e 2**; e fazemos uma descrição dos sistemas estudados.

Também neste capítulo apresentamos as características físicas, estabelecemos as regiões de distribuição dos corpos e os critérios de ejeção dos sistemas.

No capítulo 4 apresentamos os resultados das simulações. A análise dos resultados do **Cenário 1** é feita com um estudo da evolução dinâmica do semi-eixo maior e da excentricidade, uma análise da evolução temporal da amplitude de libração e da massa relativa do planetesimal sobrevivente, uma análise da taxa de redução do total de planetesimais, de colisões e ejeções ao longo do tempo e por último, um estudo das velocidades relativas de colisão entre os planetesimais. Para o **Cenário 2** analisamos apenas as velocidades relativas de colisão entre os embriões.

No Capítulo 5 fazemos uma discussão dos resultados apresentados nos dois cenários e destacamos etapas futuras que serão realizadas com base nos resultados obtidos neste trabalho.

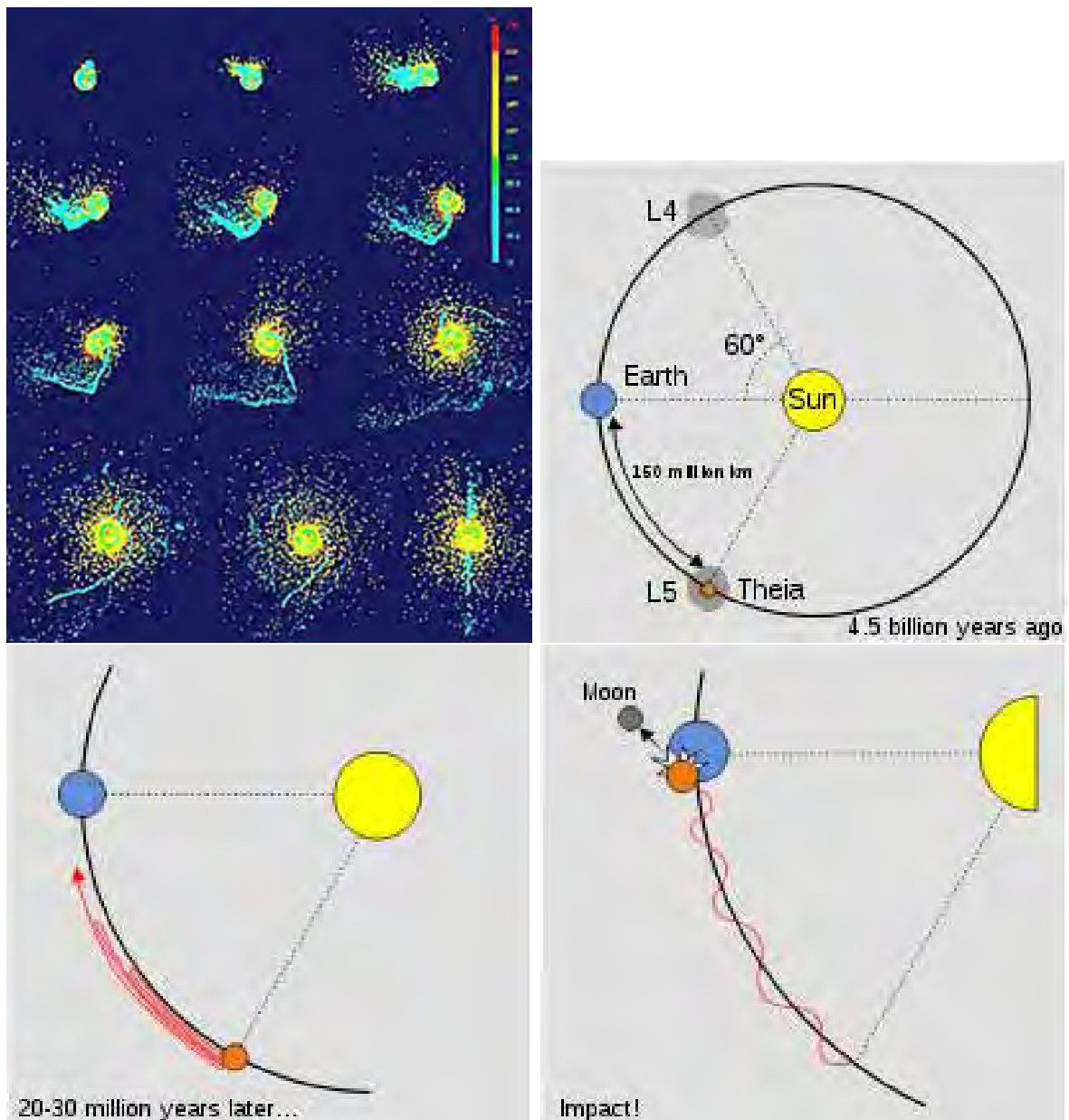


Figura 1.6: (primeira figura) Simulações da teoria do impacto gigante realizadas por [Canup and Asphaug \(2001\)](#). (segunda, terceira e quarta figuras) Sequência da colisão de Theia com a Terra em que Theia descreveria uma órbita do tipo ferradura antes de colidir com a Terra ([Belbruno and Gott, 2005](#)). Fonte: <http://en.wikipedia.org>

## Capítulo 2

# Problema Circular Restrito de 3 Corpos

### 2.1. Introdução

O problema de três corpos, pela sua aparente simplicidade e variadas formas atraiu a atenção dos matemáticos por séculos, entre eles grandes nomes se destacam pelas relevantes contribuições: Euler, Lagrange, Laplace, Jacobi, Le Verrier, Hamilton, Poincaré e Birkhoff.

O problema restrito de três corpos, caso particular do problema de três corpos, é composto por dois corpos movendo em uma órbita circular em torno do seu centro de massa comum, e um terceiro corpo de massa tão pequena que não afeta o movimento dos dois primeiros. À primeira vista esse problema parece ter pequena aplicação no sistema solar, pois seus corpos não apresentam órbitas coplanares, no entanto ele pode ser aplicado com boa aproximação a vários sistemas, conseguindo uma boa representação do comportamento e movimento desses corpos.

Conforme foi mostrado por ([Murray and Dermott, 1999](#)), nesse capítulo nós fazemos um estudo do problema circular restrito de três corpos.

Considere o movimento de uma partícula de massa desprezível movendo sobre a atração gravitacional de dois corpos de massas  $m_1$  e  $m_2$  movendo-se em órbitas circulares em torno do centro de massa do sistema. A massa da partícula é tal que não perturba o movimento dos outros dois corpos.

## 2.2. Equações do movimento

Sejam  $\xi$ ,  $\eta$  e  $\zeta$  as coordenadas de um sistema de referência inercial (figura 2.1) centrado no centro de massa do sistema. Tomando  $\mu = G(m_1 + m_2) = 1$ , assumindo que  $m_1 > m_2$ , e definindo

$$\bar{\mu} = \frac{m_2}{m_1 + m_2}$$

então nesse sistema as unidades de massa são  $\mu_1 = Gm_1 = 1 - \bar{\mu}$  e  $\mu_2 = Gm_2 = \bar{\mu}$

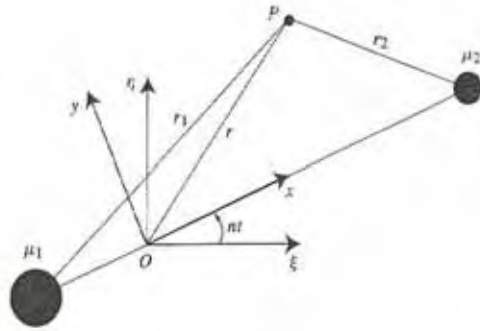


Figura 2.1: Sistema de referência  $(\xi, \eta, \zeta)$  projetado no plano  $(\xi, \eta)$ . Fonte: (Murray and Dermott, 1999)

As equações de movimento são

$$\ddot{\xi} = \mu_1 \frac{\xi_1 - \xi}{r_1^3} + \mu_2 \frac{\xi_2 - \xi}{r_2^3}$$

$$\ddot{\eta} = \mu_1 \frac{\eta_1 - \eta}{r_1^3} + \mu_2 \frac{\eta_2 - \eta}{r_2^3}$$

$$\ddot{\zeta} = \mu_1 \frac{\zeta_1 - \zeta}{r_1^3} + \mu_2 \frac{\zeta_2 - \zeta}{r_2^3}$$

onde

$$r_1^2 = (\xi_1 - \xi)^2 + (\eta_1 - \eta)^2 + (\zeta_1 - \zeta)^2$$

$$r_2^2 = (\xi_2 - \xi)^2 + (\eta_2 - \eta)^2 + (\zeta_2 - \zeta)^2$$

com  $(\xi_1, \eta_1, \zeta_1)$  e  $(\xi_2, \eta_2, \zeta_2)$  as coordenadas de  $m_1$  e  $m_2$ , respectivamente.

Os dois corpos massivos estão movendo-se em uma órbita circular em torno do centro de massa comum e possuem velocidade angular fixa. É interessante, então, trabalharmos com um sistema girante  $(x, y, z)$ , que mantém os corpos massivos fixos e gira na direção positiva (sentido anti-horário) a uma taxa constante  $n$ , e ainda possui a mesma origem do sistema inercial. No novo sistema temos  $(x_1, y_1, z_1) = (-\mu_2, 0, 0)$  e

$$(x_2, y_2, z_2) = (\mu_1, 0, 0) \text{ então}$$

$$r_1^2 = (x + \mu_2)^2 + y^2 + z^2$$

$$r_2^2 = (x - \mu_1)^2 + y^2 + z^2$$

Através do uso de matriz de rotação conseguimos relacionar os dois sistemas, como

segue

$$\begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(nt) & -\text{sen}(nt) & 0 \\ \text{sen}(nt) & \cos(nt) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

Derivando duas vezes essas equações temos

$$\begin{pmatrix} \dot{\xi} \\ \dot{\eta} \\ \dot{\zeta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(nt) & -\sin(nt) & 0 \\ \sin(nt) & \cos(nt) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} - ny \\ \dot{y} + nx \\ \dot{z} \end{pmatrix}$$

e

$$\begin{pmatrix} \ddot{\xi} \\ \ddot{\eta} \\ \ddot{\zeta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(nt) & -\sin(nt) & 0 \\ \sin(nt) & \cos(nt) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x} - 2n\dot{y} - n^2x \\ \ddot{y} + 2n\dot{x} - n^2y \\ \ddot{z} \end{pmatrix}$$

Fazendo algumas manipulações algébricas nessas equações obtemos

$$\begin{aligned} \ddot{x} - 2n\dot{y} - n^2x &= - \left[ \mu_1 \frac{x + \mu_2}{r_1^3} + \mu_2 \frac{x - \mu_1}{r_2^3} \right] \\ \ddot{y} + 2n\dot{x} - n^2y &= - \left[ \frac{\mu_1}{r_1^3} + \frac{\mu_2}{r_2^3} \right] y \\ \ddot{z} &= - \left[ \frac{\mu_1}{r_1^3} + \frac{\mu_2}{r_2^3} \right] z \end{aligned}$$

Definindo  $U = U(x, y, z)$  por

$$U = \frac{n^2}{2}(x^2 + y^2) + \frac{\mu_1}{r_1} + \frac{\mu_2}{r_2}, \quad (2.1)$$

podemos escrever as acelerações acima como sendo o gradiente de uma função escalar

$$\ddot{x} - 2n\dot{y} = \frac{\partial U}{\partial x} \quad (2.2)$$

$$\ddot{y} + 2n\dot{x} = \frac{\partial U}{\partial y} \quad (2.3)$$

$$\ddot{z} = \frac{\partial U}{\partial z} \quad (2.4)$$

### 2.3. Curvas de Velocidade Zero

Multiplicando as Equações 2.2, 2.3 e 2.4 por  $\dot{x}$ ,  $\dot{y}$  e  $\dot{z}$ , respectivamente, e somando temos

$$\dot{x}\ddot{x} + \dot{y}\ddot{y} + \dot{z}\ddot{z} = \frac{\partial U}{\partial x}\dot{x} + \frac{\partial U}{\partial y}\dot{y} + \frac{\partial U}{\partial z}\dot{z} = \frac{dU}{dt}$$

Integrando temos

$$\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2 = 2U - C_j$$

Desde que  $\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2 = v^2$  então,

$$v^2 = 2U - C_j \quad (2.5)$$

e usando a equação 2.1 ainda temos



$$C_j = n^2(x^2 + y^2) + 2 \left( \frac{\mu_1}{r_1} + \frac{\mu_2}{r_2} \right) - \dot{x}^2 - \dot{y}^2 - \dot{z}^2 \quad (2.6)$$

onde  $C_j$  é uma constante de integração, conhecida como integral de Jacobi.

Embora o problema restrito de três corpos não possa ser resolvido analiticamente, através da constante de Jacobi podemos obter informações sobre o sistema. É possível então delimitar regiões onde o movimento da partícula é proibido considerando o caso onde  $v = 0$  na Equação 2.5. Assim definimos um conjunto de curvas no plano  $xy$  para um dado valor de  $C_j$ . Essas curvas são denominadas curvas de velocidade zero e delimitam regiões onde a partícula não poderá ir.

## 2.4. Localização dos pontos de equilíbrio

Embora o problema restrito de três corpos não seja integrável, Joseph-Louis Lagrange, em 1772, demonstrou que ele possui soluções particulares distintas. Essas podem ser encontradas buscando por pontos onde a partícula tem velocidade e aceleração nulas num sistema girante.

A função  $U$  pode ser reescrita da seguinte forma.

$$U = \mu_1 \left( \frac{1}{r_1} + \frac{n^2 r_1^2}{2} \right) + \mu_2 \left( \frac{1}{r_2} + \frac{n^2 r_2^2}{2} \right) - \frac{1}{2} \mu_1 \mu_2 n^2 \quad (2.7)$$

Consideremos agora as equações do movimento com  $\ddot{x} = \ddot{y} = \dot{x} = \dot{y}$ . Para determinar a localização dos pontos de equilíbrio devemos resolver as equações.

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\partial U}{\partial r_1} \frac{\partial r_1}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial r_2} \frac{\partial r_2}{\partial x} \quad (2.8)$$

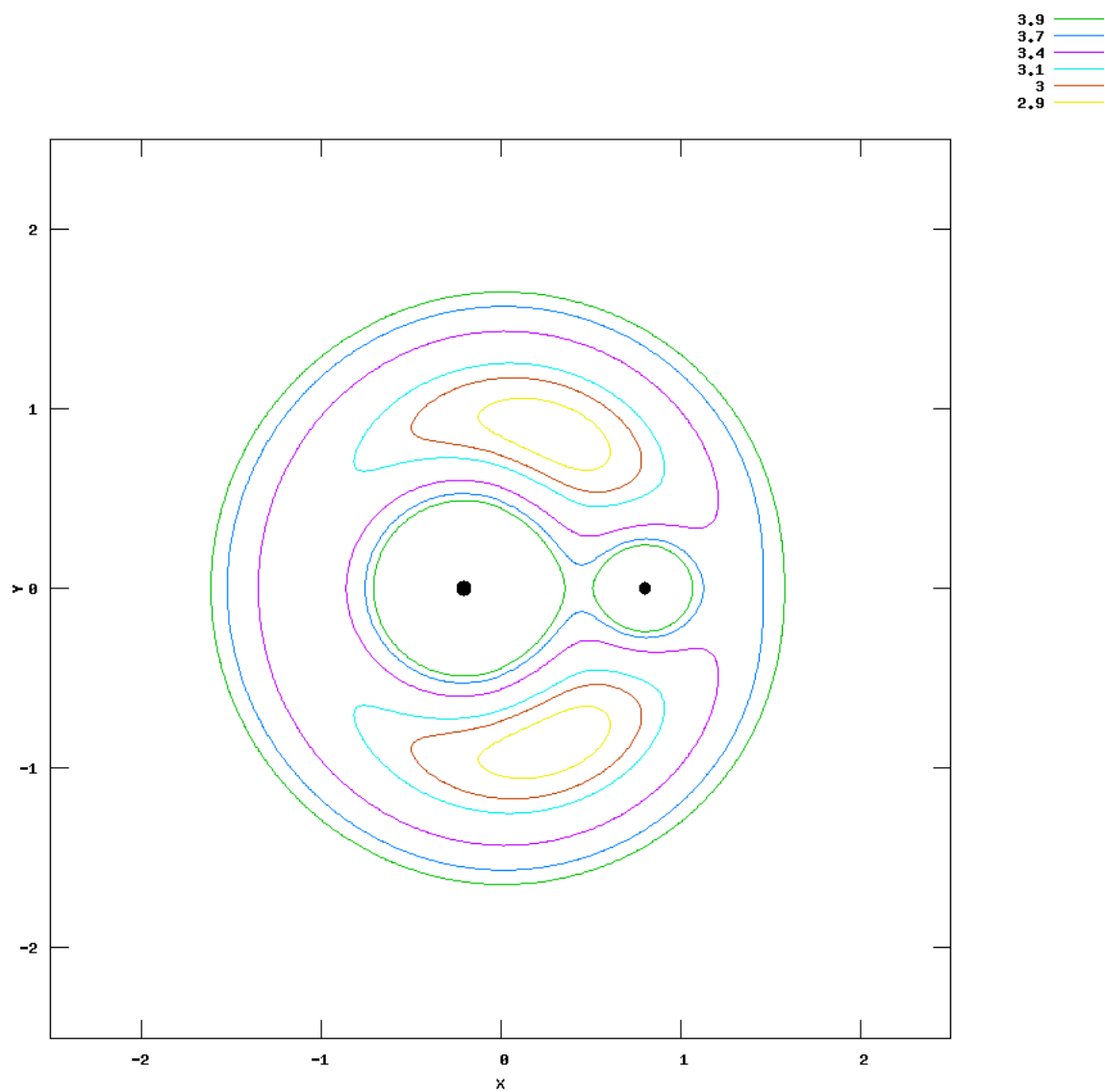


Figura 2.2: Curvas de velocidade zero para  $\mu = 0.2$ . Os dois pontos pretos indicam os dois corpos massivos.

$$\frac{\partial U}{\partial y} = \frac{\partial U}{\partial r_1} \frac{\partial r_1}{\partial y} + \frac{\partial U}{\partial r_2} \frac{\partial r_2}{\partial y} \quad (2.9)$$

A solução trivial desse sistema é:

$$\frac{\partial U}{\partial r_1} = \frac{\partial U}{\partial r_2} = 0 \quad (2.10)$$

logo  $r_1 = r_2 = 1$ , considerando  $n = 1$ . Das equações que definem  $r_1$  e  $r_2$  temos

$$x = \frac{1}{2} - mu_2$$

$$y = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Como  $r_1 = r_2 = 1$  cada um dos pontos formam um triângulo equilátero com as massas  $\mu_1$  e  $\mu_2$ . Esses são os denominados pontos  $L_4$  e  $L_5$ .

Outra solução é obtida fazendo  $y = 0$  e os pontos lagrangianos estarão dispostos sobre o eixo  $x$ .

Essas soluções, chamadas de pontos lagrangianos, num sistema bi-dimensional são cinco.  $L_1$ ,  $L_2$  e  $L_3$  são colineares e estão localizados na linha que une os dois corpos mais massivos. Os outros dois ( $L_4$  e  $L_5$ ) são os vértices de triângulos equiláteros formados junto com o corpo central e secundário.

A estabilidade desses pontos de equilíbrio é analisada considerando um pequeno deslocamento. Quando verificamos a solução do sistema com esse pequeno deslocamento os pontos colineares apresentam como solução uma combinação linear de termos da forma  $e^{\lambda t}$ , onde  $\lambda$  são autovalores complexos e reais. Isso implica num movimento oscilatório e exponencial, logo  $L_1$ ,  $L_2$  e  $L_3$  são pontos instáveis. Já os pontos triangulares apresentam apenas autovalores complexos o que acarreta uma solução oscilatória, logo são estáveis para  $\mu_2 \leq 0.0385$ .

Os pontos colineares  $L_1$ ,  $L_2$  e  $L_3$  embora pontos instáveis, com a escolha de uma condição inicial bem particular pode-se conseguir órbitas periódicas em torno desses pontos (Szebehely, 1967). Por exemplo a sonda espacial *SOHO* ocupou uma órbita próxima ao ponto  $L_1$  do sistema Sol-Terra, afim de observar o Sol.

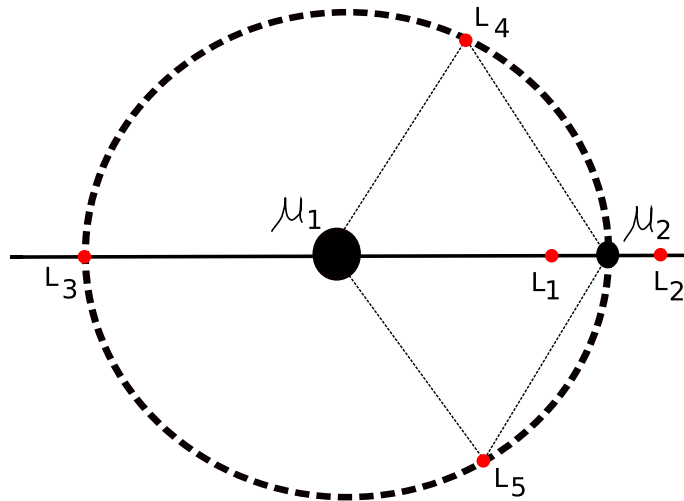


Figura 2.3: Representação da localização dos pontos de equilíbrio lagrangianos triangulares ( $L_4$  e  $L_5$ ) e colineares ( $L_1, L_2$  e  $L_3$ ) em relação a duas massas  $\mu_1$  e  $\mu_2$ .

## 2.5. Tipos de órbitas

O movimento orbital em ressonância 1 : 1 é classificado em três tipos. Essa classificação depende do ângulo do centro de libração do argumento crítico definido por  $\sigma = \lambda - \lambda'$ , onde  $\lambda$  é a longitude média da partícula e  $\lambda'$  é a longitude média do corpo secundário. O argumento crítico de uma órbita girino libra em torno de  $60^\circ$  ou  $300^\circ$ , já o da órbita ferradura em torno de  $180^\circ$ . Existe ainda outro tipo de órbita na qual o argumento crítico libra em torno de zero graus, e a órbita se move fora da esfera de Hill do corpo secundário, esse tipo de órbita é chamada de quasi-satélite (Kinoshita and Nakai, 2007).

### 2.5.1. Órbitas girino e ferradura

Desde de 1911 Brown mostrou a possibilidade de serem encontradas órbitas periódicas conhecidas como girino, devido ao formato alongado das órbitas, ao redor dos pontos

de equilíbrio estáveis  $L_4$  e  $L_5$ . Ele nomeou também as chamadas órbitas do tipo ferradura, que são órbitas que envolvem  $L_3$ ,  $L_4$  e  $L_5$ , e tem a forma de uma ferradura

(Figura 2.4).

De acordo com (Dermott and Murray, 1981a) as características orbitais que definem as órbitas girinos e ferraduras podem ser bem determinadas através dos dados da partícula em um dado instante.

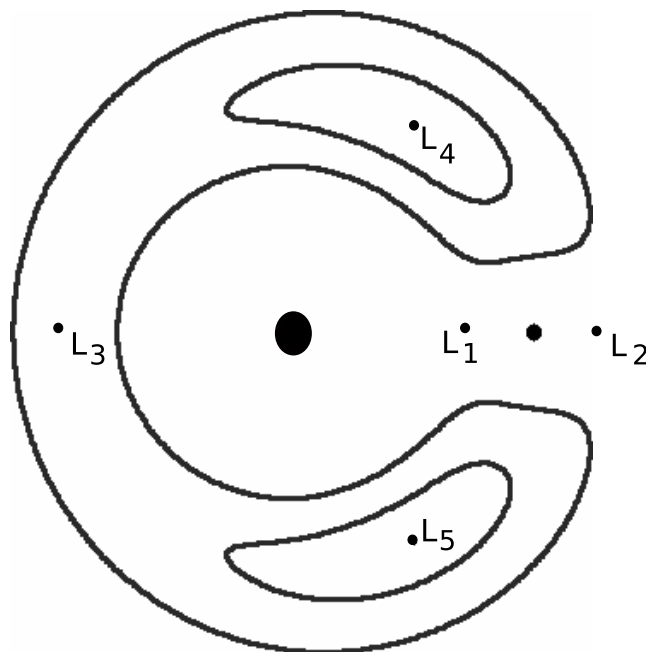


Figura 2.4: Representação das órbitas do tipo girino e ferradura.

O par Janus-Epimetheus é o mais famoso caso de objeto coorbital de Saturno. A massa desses satélites é comparável e suas órbitas são do tipo ferradura (Figura 2.5)

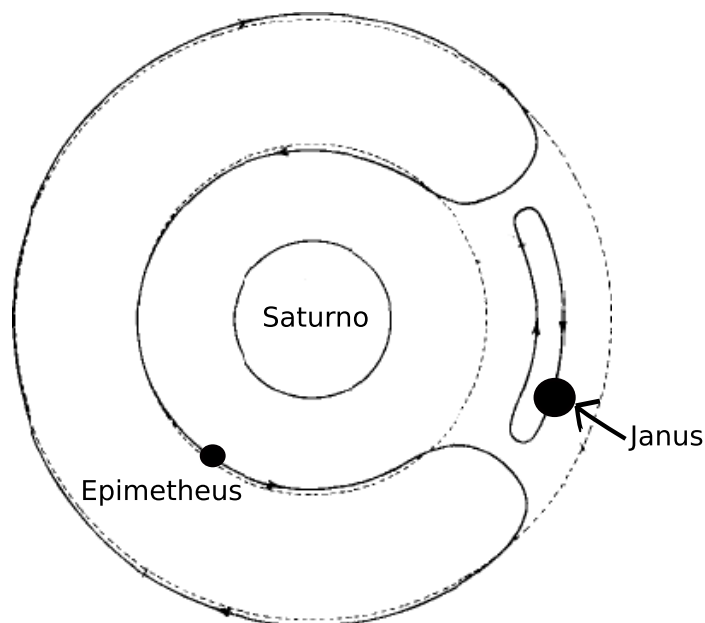


Figura 2.5: Representação das órbitas de Janus e Epimetheus em um sistema girante adequado.

### 2.5.2. Quase-satélites (QS)

As órbitas quase-satélites são órbitas retrógradadas do problema restrito de três corpos, em que o objeto orbita o Sol em uma elipse com quase o mesmo período médio e quase a mesma longitude média do planeta. Em um sistema de coordenadas girante, onde o planeta é considerado fixo, um asteroide em órbita QS se move em uma órbita retrógrada e alongada ao redor do planeta, por isso o nome QS. Para órbitas com alta excentricidade e/ou alta inclinação pode ocorrer a transição entre as órbitas do tipo quase-satélites e ferradura (Namouni, 1999); (Namouni et al., 1999). As órbitas do tipo QS são uma extensão das órbitas periódicas retrógradadas do problema circular restrito de três corpos (Jackson, 1913); (Szebehely, 1967). (Mikkola et al., 2004) mostraram que o asteroide 2002VE68 na época do seu estudo era um quase-satélite de Vênus. Esse foi o primeiro objeto dessa classe dinâmica descoberto, e também o primeiro conhecido coorbital de Vênus. Recentemente (Kinoshita and Nakai, 2007)

mostraram que quatro objetos são quase-satélites de Júpiter. Esses são dois cometas e dois asteróides. Os cometas são *P/LINEAR – Catalina* e *P/LINEAR* e os asteróides são os objetos 2001 *QQ199* e 2004*AE9*.

# Capítulo 3

## Metodologia

### 3.1. Introdução

Aqui apresentamos as Metodologias empregadas para o estudo de nosso trabalho. Ressaltamos as condições iniciais empregadas nas simulações da formação de Theia nos Cenários 1 e 2.

### 3.2. Formação Coorbital (Cenário 1)

A origem e comportamento dos sistemas coorbitais são muito interessantes e existem diversas teorias que tentam explicá-las. Nesse trabalho estudamos a formação de planetas coorbitais.

De acordo com as teorias modernas de formação planetária, no início da formação do sistema solar existia uma nuvem de gás que pela ação de diversos fatores foi dissipada ao longo do tempo. No início, o disco era composto por partículas com tamanho de sub-mícron até da ordem de centímetros. Esse disco de gás e poeira gradualmente deu origem a corpos maiores através de forças de adesão. Encontros repetidos entre eles resultaram na acreção de um número imenso de agregados com objetos na ordem de



tamanho de metros. Esses objetos ainda deram origem a planetesimais com ordem de tamanho de  $10km$ . A atração entre esses planetesimais levou a outros encontros e conseqüentemente a formação de progenitores com a ordem de tamanho da Terra ou até corpos com dezenas de vezes esse tamanho (Armitage, 2007).

Esse trabalho basicamente se resume a um problema de formação planetária transplantado para um ponto lagrangiano, isso em um estágio intermediário onde o disco de gás não existe mais. O modelo do nosso estudo, que é o da formação coorbital de planetas, é caracterizado por um corpo central (estrela), este o de maior relevância gravitacional, o corpo secundário e um disco de planetesimais. O corpo secundário (proto-Terra) é de extrema importância para o modelo, ele é um corpo da nuvem de planetesimais que por algum motivo teve um ganho de massa mais rápido em relação aos outros corpos orbitando o corpo central. Quando esse corpo, agora chamado de secundário, ainda não existia, ou seja, a massa de todos os planetesimais presentes na nuvem, era praticamente da mesma ordem, não existiam os chamados pontos lagrangianos. Quando a massa desse corpo cresce, e se torna dominante gravitacionalmente em relação aos outros planetesimais, regiões de estabilidades ficam pré-definidas e com isso os pontos lagrangianos aparecem, sendo caracterizados como pontos que em um sistema girante adequado são pontos de máximo potencial. Agora com esses pontos bem definidos, nossa hipótese é que os planetesimais em torno dos pontos lagrangianos estáveis poderiam sofrer um processo de acreção dando origem a corpos maiores, tornando-se assim possíveis planetas coorbitais como Theia. Esse é basicamente o tema proposto desta parte do trabalho.

O sistema do nosso estudo é composto do Sol (o corpo central), um proto-planeta (Terra) e uma nuvem de planetesimais (Fig. 3.1) todos em órbitas circulares e planas. A distribuição dos planetesimais foi feita de forma aleatória, usando a função Rand do Fortran, em torno dos pontos lagrangianos estáveis. Isto é,  $40^\circ$  à frente e atrás, dos pontos  $L_4$  e  $L_5$ . A distribuição dos planetesimais ainda foi feita na região com

amplitude permitida para a maior órbita do tipo ferradura. (Figura 3.1), a metade da largura desta região segundo (Dermott and Murray, 1981a) é dada por

$$\Delta a = 2\sqrt{\frac{\alpha}{3}}\mu_2^{\frac{1}{3}}a_T \quad (3.1)$$

onde  $\mu_2$  e  $a_T$  são respectivamente a massa relativa e o semi-eixo maior da Terra e

$$\alpha = 0.2.$$

Como as órbitas iniciais dos planetesimais são sempre circulares, então, a amplitude da região de distribuição deles é dada pela relação

$$a_T - \Delta a < r < a_T + \Delta a \quad (3.2)$$

onde  $r$  é a distância Planetesimal-Sol.

Nosso critério de ejeção adotado é dado pela metade da largura da região caótica

$$\Delta c = 1.5\mu_2^{\frac{2}{3}}a_T \quad (3.3)$$

onde a forma funcional desta equação foi derivada analiticamente por (Wisdom, 1980); entretanto o coeficiente (1.5) foi estimado numericamente baseado no comportamento das trajetórias integradas por (Duncan et al., 1989). E  $\Delta c$  é maior do que  $\Delta a$ .

Logo, a região de ejeção fica

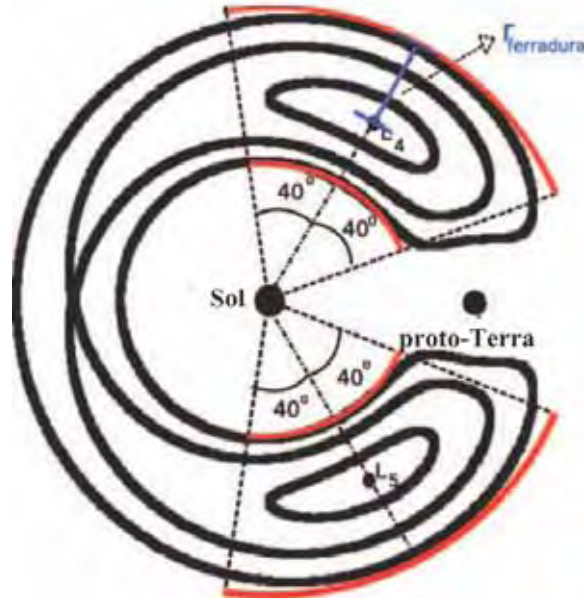


Figura 3.1: Localização da distribuição dos planetesimais em torno dos pontos lagrangianos  $L_4$  e  $L_5$ . A região delimitada pelas linhas vermelhas, representa a região de distribuição dos planetesimais (Eq. 3.1), onde  $r_{ferradura} = \Delta a$ . A distribuição é feita apenas  $40^\circ$  à frente e  $40^\circ$  atrás do ponto lagrangiano. Fonte: (Izidoro et al., 2010)

$$r < a_T - \Delta c \quad (3.4)$$

ou

$$r > a_T + \Delta c \quad (3.5)$$

onde novamente  $r$  é a distância Planetesimal-Sol.

Nesse trabalho consideramos a massa da proto-Terra como sendo da ordem de  $10^{-6}M_\odot$ . O aumento da massa da proto-Terra está relacionado apenas entre colisões entre a proto-Terra e os planetesimais. A taxa de aumento da massa da proto-Terra a partir desse valor considerado, não alterará significativamente a dinâmica dos planetesimais em torno dos pontos lagrangianos (Fleming and Hamilton, 2000).

A idéia base desta parte do trabalho é que os planetesimais através de um processo de acreção de massa formem corpos com massa comparável à  $M_{\mathcal{G}}$ . Com base nisto, nosso estudo foi desenvolvido considerando que todos os planetesimais têm a mesma massa inicial e adotamos diferentes nuvens de planetesimais, com 1000, sendo cada um deles com massa inicial de  $1.0 \times 10^{-12} M_{\odot}$ ,  $1.0 \times 10^{-11} M_{\odot}$ ,  $1.0 \times 10^{-10} M_{\odot}$ ,  $1.0 \times 10^{-9} M_{\odot}$  e  $1.0 \times 10^{-8} M_{\odot}$ , com 5000, sendo cada um deles com massa inicial de  $1.0 \times 10^{-12} M_{\odot}$ ,  $1.0 \times 10^{-11} M_{\odot}$ ,  $1.0 \times 10^{-10} M_{\odot}$  e  $1.0 \times 10^{-9} M_{\odot}$ . O objetivo disso é verificar se a massa final dos possíveis planetas coorbitais formados, tem alguma relação com a massa inicial total dos planetesimais distribuídos em torno dos pontos estáveis. Também consideramos planetesimais com massa inicial de  $1.0 \times 10^{-14} M_{\odot}$  e  $1.0 \times 10^{-13} M_{\odot}$ , para 1000 planetesimais, visando um estudo mais amplo do problema de formação coorbital com a Terra. Em todas as simulações os planetesimais são inicialmente colocados em órbitas circulares.

Nosso estudo foi numérico e nossas simulações foram feitas usando o pacote Mercury (Chambers, 1999), usando como opção de integrador o Burlish-Stoer, por ser o mais preciso. O tempo de integração varia de acordo com a massa inicial dos planetesimais.

Quanto menor a massa menor a interação gravitacional ao longo do tempo o que acarreta um tempo de integração maior. As colisões entre os planetesimais são consideradas colisões inelásticas. Ou seja, quando dois corpos colidem ocorre a formação de um que tem a soma da massa dos dois que colidiram.

No pacote Mercury quando dois planetesimais colidem um único é formado. Este planetesimal, contém a soma das massas dos dois que colidiram. A posição e velocidade do planetesimal formado é a posição e velocidade do centro de massa definido pelos planetesimais no instante da colisão.

Para cada simulação realizada a distribuição dos planetesimais em torno dos pontos lagrangianos foi feita em apenas um dos pontos. Ou seja, para sistemas com 1000 planetesimais e  $m_{p_i} = 10^{-12}$ , fizemos pelo menos três simulações independentes em

torno de  $L_5$  e outras três em torno de  $L_4$ .

### 3.3. Formação Congênita (Cenário 2)

Nessa parte do trabalho nos propusemos a tentar formar um corpo de massa  $M_{\mathcal{G}}$  congenitamente com um corpo de massa  $M_{\oplus}$  adotando o modelo da Mínima Massa da Nebulosa Solar “MMSN” (Hayashi, 1981). Esta fase é designada por “massas isoladas” (após a fase de “crescimento oligárquico”) e se caracteriza pela ausência de planetesimais e presença somente de embriões (Raymond et al., 2004).

O Sistema dinâmico considerado é formado inicialmente pelo Sol e por um disco de embriões distribuídos angularmente de maneira aleatória com longitudes de  $0^\circ$  a  $360^\circ$  (Fig. 3.2). Os embriões também são inicialmente distribuídos em órbitas circulares e todos com inclinações nulas. A distribuição radial e suas massas são dadas seguindo um modelo (Kokubo and Ida, 2000) baseado em um perfil superficial de densidades fazendo com que os embriões fiquem espaçados de 5 a 10 raios de Hill mútuos dos embriões.

A massa  $M$  de cada embrião pode ser calculada através da fórmula

$$M = \frac{(2\pi\Sigma_r a^2)^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{3M_{\odot}}} \quad (3.6)$$

onde assumimos que a massa do embrião é proporcional a massa de sua zona de alimentação (feeding zone) (Raymond et al., 2004).

Na equação 3.6  $a$  representa o semi-eixo maior do embrião e  $\Sigma_r$  o perfil superficial de densidade adotado dado por

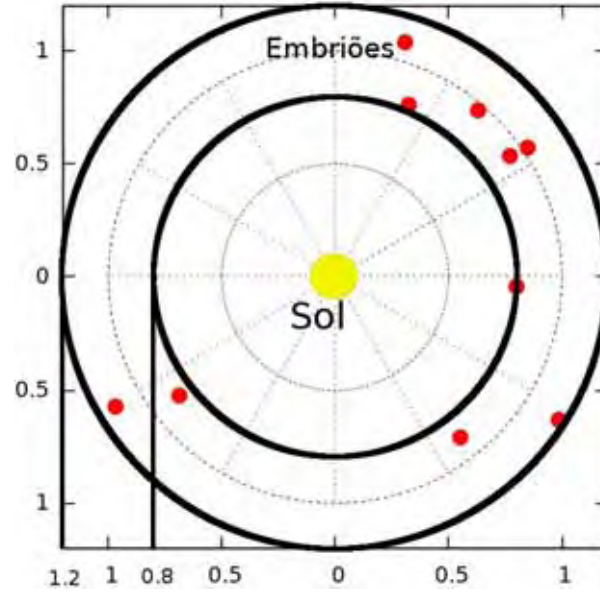


Figura 3.2: Localização da distribuição dos embriões de  $0.8UA$  a  $1.2UA$

$$\Sigma_r = \Sigma a^\alpha \quad (3.7)$$

onde  $\Sigma$  é a densidade adotada do disco e  $\alpha$  a potência do perfil de densidade superficial do disco.

Dada a massa  $M_1$  e o semi-eixo maior  $a_1$  do primeiro embrião, podemos calcular a massa  $M_2$  e o semi-eixo maior  $a_2$  do segundo embrião e assim sucessivamente, do seguinte modo

O semi-eixo maior  $a_2$  do segundo embrião é dado por

$$a_2 = a_1 \left( \frac{2 + \delta K}{2 - \delta K} \right) \quad (3.8)$$

onde  $K = \left(\frac{M_1+M_2}{3M_\odot}\right)^{\frac{1}{3}}$  é o raio de Hill reduzido e  $\delta$  é um parâmetro (Chambers et al., 1996). E daí, substituímos o semi-eixo maior  $a_2$  na equação 3.6 e através de métodos numéricos como o de Newton-Raphson encontramos a massa  $M_2$  do segundo embrião. Deste modo distribuímos os embriões entre  $0.8UA$  e  $1.2UA$  e seguindo as seguintes potências de perfis de densidade:  $r^{-0.5}$ ,  $r^{-1.0}$  e  $r^{-1.5}$ , onde  $r = a$  é a distância do embrião ao Sol. As seguintes densidades superficiais de massas do disco da nebulosa solar previstas pelo modelo da Mínima Massa da Nebulosa Solar “MMSN” (Hayashi, 1981) são também consideradas:  $6g/cm^3$ ,  $8g/cm^3$  e  $10g/cm^3$ .

Também nesta parte do trabalho as simulações foram feitas usando o pacote Mercury (Chambers, 1999), usando como opção de integrador o Burlish-Stoer, novamente por causa da precisão. A duração da integração em anos terrestres varia de acordo com o perfil de densidade escolhido. Isto ocorre devido à atração gravitacional entre os embriões, e é menor quanto maior forem suas massas, conduzindo ao longo do tempo uma evolução no sistema. As colisões entre os embriões também são consideradas como inelásticas. Para cada configuração realizamos pelo menos três simulações independentes.

## Capítulo 4

# Simulações Numéricas

### 4.1. Introdução

Aqui apresentamos os resultados de nossas simulações numéricas. Para a análise do Cenário 1 foi feito um estudo da variação do semi-eixo maior e da excentricidade dos planetesimais; da amplitude do ângulo de libração dos planetesimais, das velocidades relativas de colisão, do decaimento do número de planetesimais, do número de colisões e do número de ejeções do sistema. Já no caso da Cenário 2 foi feita uma análise das velocidades relativas de colisão.

### 4.2. Formação Coorbital (Cenário 1)

Em nossos resultados mostramos quatro importantes características do sistema, analisamos a evolução do semi-eixo maior e excentricidade dos planetesimais, analisamos o ângulo de libração dos planetesimais “sobreviventes” (os que não colidiram), fizemos um estudo das velocidades relativas de colisão, para sabermos se são construtivas ou não e ainda analisamos a taxa de redução da quantidade de planetesimais do sistema ao longo do tempo. De agora em diante iremos nos referir à



massa relativa inicial e massa relativa final dos planetesimais respectivamente como

$$m_{p_i} \text{ e } m_{p_f}.$$

Além dos resultados aqui apresentados fizemos um estudo da mudança do raio físico dos planetesimais sobre o comportamento dinâmico do sistema. Em alguns trabalhos da literatura uma colisão não é considerada o momento em que dois corpos fisicamente se tocam. Muitas vezes é estipulado uma distância mínima entre dois corpos e essa distância é que define uma colisão. O integrador utilizado nas simulações considera uma colisão quando dois corpos se tocam fisicamente. Nosso estudo, então, se baseou na relação entre a densidade e o raio dos planetesimais quando mantemos a massa fixa. Fixando a massa e impondo um valor para o raio físico de um corpo esférico, é possível encontrar a densidade desse objeto. Calculamos o raio de Hill das partículas para  $m_{p_i}$  igual a  $10^{-8}$ ,  $10^{-9}$ ,  $10^{-10}$ ,  $10^{-11}$  e  $10^{-12}$  para 1000 e 5000 planetesimais; a partir daí calculamos qual seria a densidade necessária para que o raio delas tivessem  $0.1R_H$ ,  $0.22R_H$ ,  $0.5R_H$  e  $1.0R_H$ . Esse estudo mostrou que o raio físico do planetesimal tem uma forte ligação com a taxa de redução do total de planetesimais do sistema, o que era de se esperar. Quanto maior o raio dos planetesimais, é esperado que se tenha mais colisões em um mesmo intervalo de tempo, já que os planetesimais estão distribuídos relativamente próximos. Com isso, o tempo de integração das simulações foi menor para planetesimais com raios maiores do que para planetesimais com raios menores.

### **4.3. Análise do ângulo de libração, crescimento da massa, semi-eixo maior e excentricidade**

A análise do semi-eixo maior e da excentricidade das órbitas dos planetesimais tem grande importância. Essa análise informa se os planetesimais estão ou não na região coorbital, mostrando ainda qual a excentricidade deles.

O tipo de órbita de cada planetesimal no referencial girante com movimento médio igual ao da Terra, informa se este é coorbital ou não com a Terra e se ele perfaz uma órbita estável (Girino  $L_4$  ou  $L_5$ ) ou instável (ferradura).

Apresentamos nessa seção os tipos de órbitas dos objetos formados, o aumento da massa (com a barra de cores) com o decorrer do tempo, a massa final atingida pelos corpos sobreviventes e também suas variações de excentricidade e semi-eixo maior. O eixo relacionado ao tempo está em escala logarítmica para que se possa perceber diferenças significativas com o aumento do tempo. A análise do ângulo de libração é feita calculando o ângulo relativo formado pela linha que une o planetesimal ao corpo central, e a linha que une o corpo à Terra. A análise do comportamento da massa do planetesimal em função do tempo pode evidenciar qual o motivo do corpo ter uma mudança de órbita.

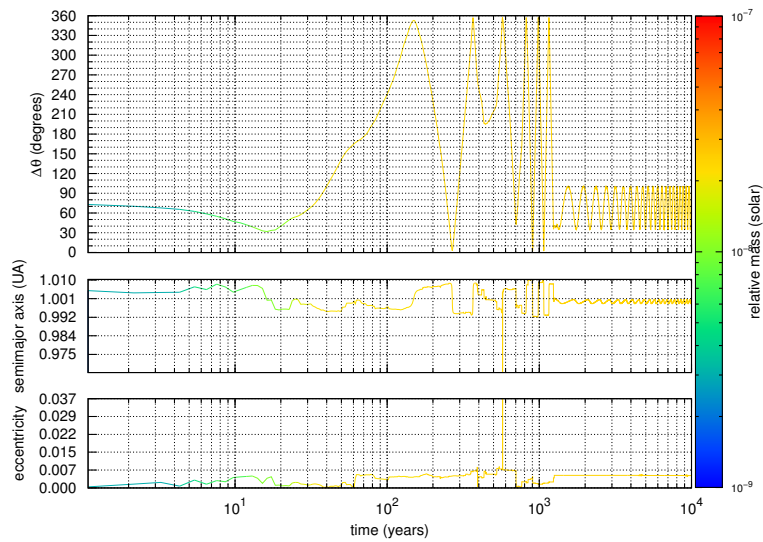


Figura 4.1: Evolução temporal do ângulo de libração, massa relativa, excentricidade e semi-eixo maior. Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa  $m_{p_i} = 10^{-9}$  distribuídos de  $20^\circ$  a  $100^\circ$  (em torno de  $L_4$ ). A massa atingida por esse planetesimal foi  $m_{p_f} = 2 \cdot 10^{-8}$  movendo-se numa órbita do tipo girino  $L_4$ .

Analisando a figura 4.1 notamos que o planetesimal, por volta de  $10^3$  anos, tem um encontro próximo com outro planetesimal fazendo com que sua órbita mude

repentinamente de ferradura para girino  $L_4$  tornando-se estável. O semi-eixo maior e a excentricidade sofrem significativas variações devida a forte interação entre o planetesimal e a proto-Terra.

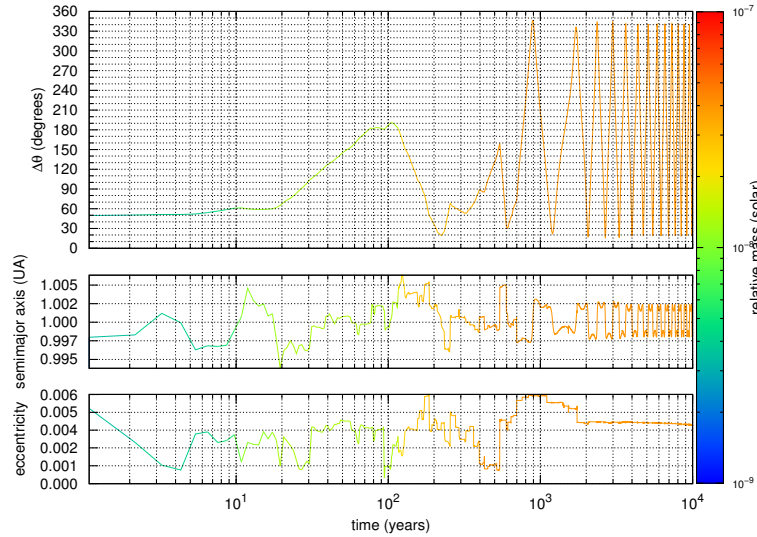


Figura 4.2: Evolução temporal do ângulo de libração, massa relativa, excentricidade e semi-eixo maior. Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa  $m_{p_i} = 10^{-9}$  distribuídos de  $20^\circ$  a  $100^\circ$  (em torno de  $L_4$ ). A massa atingida por esse planetesimal foi  $m_{p_f} = 2.10^{-8}$  movendo-se numa órbita do tipo ferradura.

Analisando a figura 4.2 notamos que o planetesimal tem seu tempo de formação por volta de  $5.10^3$  anos fazendo com que sua órbita mude repentinamente de girino  $L_4$  para ferradura tornando-se instável. O semi-eixo maior e a excentricidade não sofrem significativas variações e percebemos que o gráfico do semi-eixo maior a partir de  $10^3$  anos caracteriza realmente uma órbita do tipo ferradura (Murray and Dermott, 1999). Analisando a figura 4.3 notamos que o planetesimal, por volta de  $4.10^4$  anos, tem um encontro próximo com outro planetesimal fazendo com que sua órbita mude para um girino  $L_4$  maior e depois, por volta de  $5.10^4$  anos, colide com este mesmo planetesimal que anteriormente tinha tido um encontro próximo mudando sua órbita para ferradura. Depois novamente, por volta de  $10^5$  anos, o planetesimal sobrevivente tem uma nova colisão com outro planetesimal, no entanto, sua órbita permanece estável em

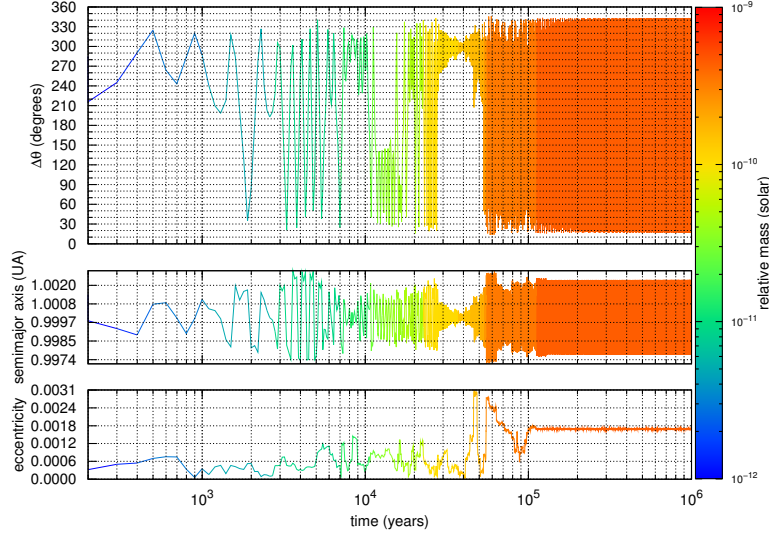


Figura 4.3: Evolução temporal do ângulo de libração, massa relativa, excentricidade e semi-eixo maior. Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa  $m_{p_i} = 10^{-12}$  distribuídos de  $260^\circ$  a  $340^\circ$  (em torno de  $L_5$ ). A massa atingida por esse planetesimal foi  $m_{p_f} = 4.10^{-10}$  movendo se numa órbita do tipo ferradura.

ferradura. O semi-eixo maior e a excentricidade sofrem mínimas variações devida a pequena massa inicial  $m_{p_i} = 10^{-12}$  que o sistema de planetesimais foi sujeito.

Analisando a figura 4.4 notamos que o planetesimal sobrevivente, por volta de  $5.10^6$  anos, tem sua acreção de massa encerrada e volta para sua órbita inicial estável que era uma órbita do tipo girino  $L_5$  permanecendo assim até o final da integração. Isto

ocorre devida a fraca interação entre os planetesimais, pois suas massas iniciais  $m_{p_i} = 10^{-14}$  são relativamente pequenas quando comparadas à massa da proto-Terra.

Novamente o semi-eixo maior e a excentricidade sofrem mínimas variações devida a pequena massa inicial  $m_{p_i} = 10^{-14}$  que o sistema de planetesimais foi sujeito.

Analisando a figura 4.5 notamos que o planetesimal sobrevivente inicia sua órbita em girino  $L_4$ , segue ganhando massa e se estabiliza em uma órbita girino  $L_5$ , por volta de  $2.10^2$  anos, acreta mais um pouco de massa, fazendo com que sua órbita se destabilize e retorne a girino  $L_4$ , por volta de  $10^3$  anos, devido a uma colisão; e por fim, por volta de  $6.10^3$  anos, ocorre uma última colisão fazendo com que sua órbita final permaneça

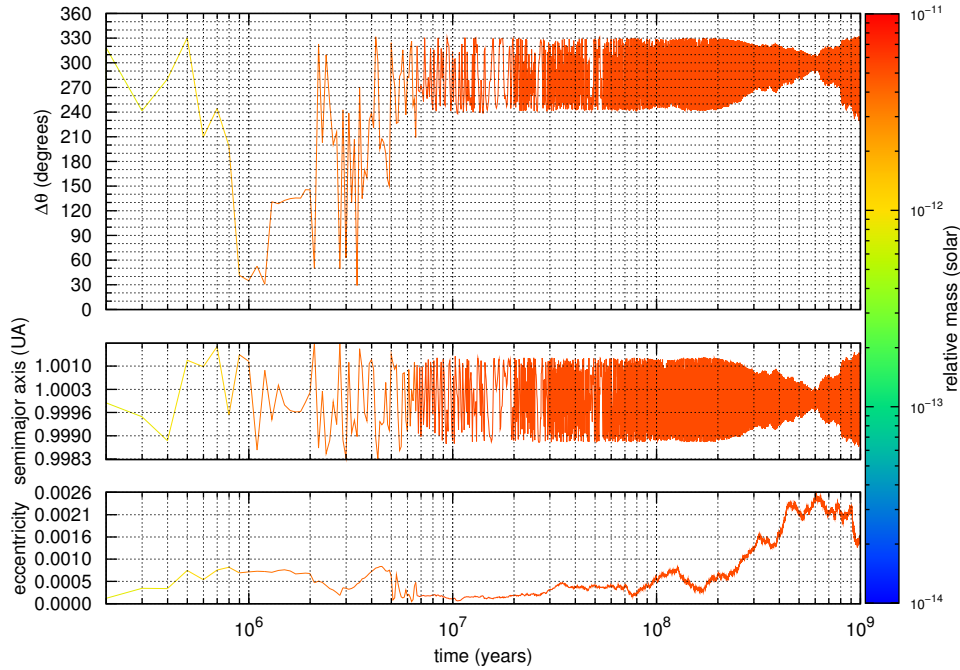


Figura 4.4: Evolução temporal do ângulo de libração, massa relativa, excentricidade e semi-eixo maior. Inicialmente o sistema era composto por 1000 planetesimais com massa  $m_{p_i} = 10^{-14}$  distribuídos de  $260^\circ$  a  $340^\circ$  (em torno de  $L_5$ ). A massa atingida por esse planetesimal foi  $m_{p_f} = 10^{-11}$  movendo se numa órbita do tipo girino  $L_5$ .

em girino  $L_5$  com uma amplitude bem pequena, ao contrário de sua condição inicial que era girino  $L_4$ . O semi-eixo maior e a excentricidade sofrem mínimas variações devida a pequena massa inicial  $m_{p_i} = 10^{-10}$  que o sistema de planetesimais foi sujeito. Analisando a figura 4.6 notamos que o planetesimal sobrevivente vai ganhando massa e com isso sua órbita fique em uma ferradura instável. Mas, por volta de  $10^4$  anos, ocorre um encontro próximo com a proto-Terra e sua órbita muda para girino  $L_5$ . Por fim ocorre uma colisão, mas não o suficiente para destabilizar a órbita que continua estável em girino  $L_5$ . Novamente o semi-eixo maior e a excentricidade sofrem mínimas variações devida a pequena massa inicial  $m_{p_i} = 10^{-11}$  que o sistema de planetesimais foi sujeito.

Analisando a figura 4.7 notamos que o planetesimal sobrevivente tem sua órbita mudada de girino para ferradura e de ferradura para girino a todo instante devida sua

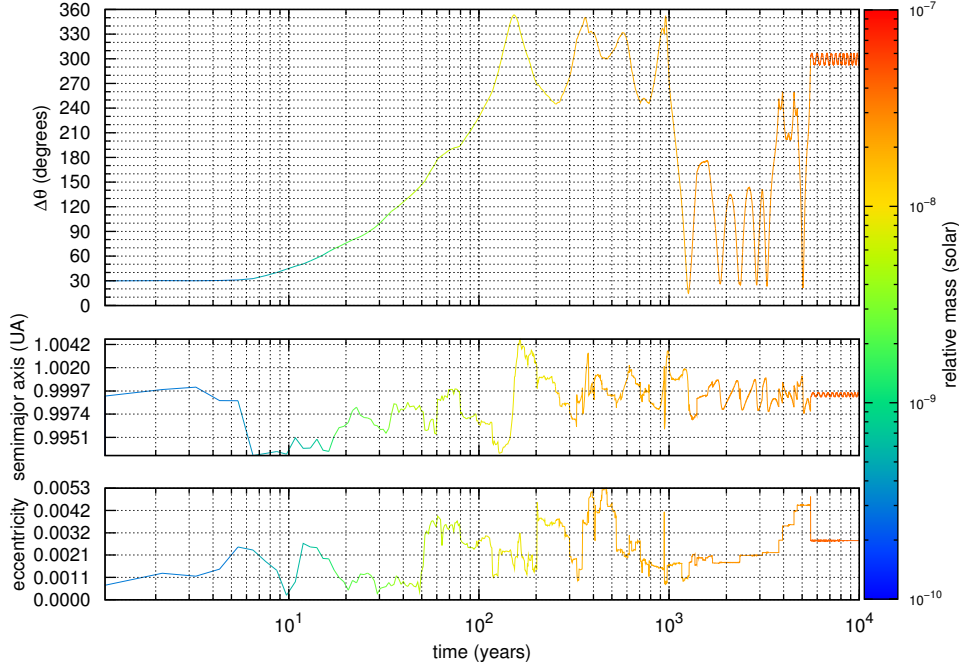


Figura 4.5: Evolução temporal do ângulo de libração, massa relativa, excentricidade e semi-eixo maior. Inicialmente o sistema era composto por 5000 planetesimais com massa  $m_{p_i} = 10^{-10}$  distribuídos de  $20^\circ$  a  $100^\circ$  (em torno de  $L_4$ ). A massa atingida por esse planetesimal foi  $m_{p_f} = 4.10^{-8}$  movendo-se numa órbita do tipo girino  $L_5$ .

acresção de massa; até que por volta de  $5.10^4$  anos devido a um encontro próximo com outro planetesimal sobrevivente (planetesimal da figura 4.8) sua órbita se estabiliza em girino  $L_4$ . Novamente o semi-eixo maior e a excentricidade sofrem mínimas variações devida a pequena massa inicial  $m_{p_i} = 10^{-12}$  que o sistema de planetesimais foi sujeito.

Analisando a figura 4.8 notamos que o planetesimal sobrevivente não tem nenhum ganho de massa e sua órbita fica a todo momento instável em ferradura, mas por volta de  $4.10^4$  anos, devido a um encontro próximo com o planetesimal sobrevivente da figura 4.7, estabiliza sua órbita em girino  $L_5$ . Novamente o semi-eixo maior e a excentricidade sofrem mínimas variações devida a pequena massa inicial  $m_{p_i} = 10^{-12}$

que o sistema de planetesimais foi sujeito.

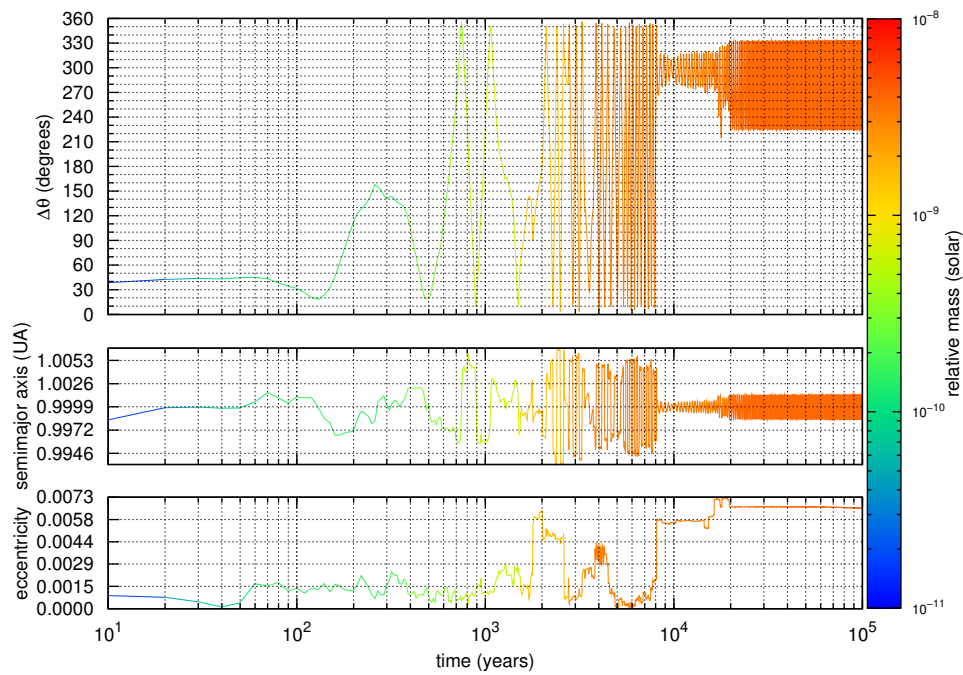


Figura 4.6: Evolução temporal do ângulo de libração, massa relativa, excentricidade e semi-eixo maior. Inicialmente o sistema era composto por 5000 planetesimais com massa  $m_{p_i} = 10^{-11}$  distribuídos de  $20^\circ$  a  $100^\circ$  (em torno de  $L_4$ ). A massa atingida por esse planetesimal foi  $m_{p_f} = 3.10^{-9}$  movendo-se numa órbita do tipo girino  $L_5$ .

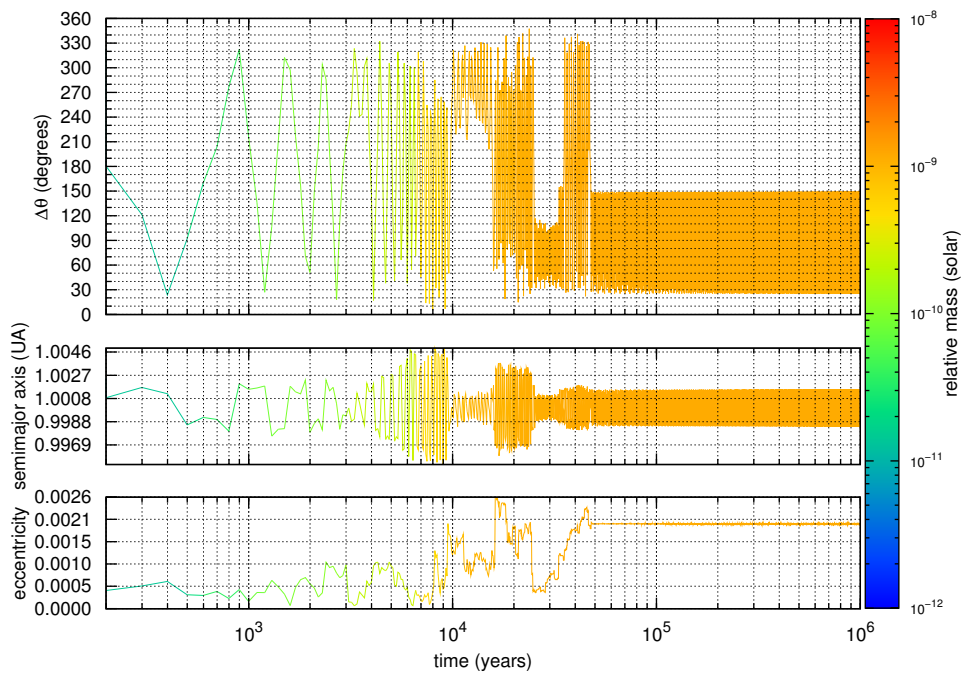


Figura 4.7: Evolução temporal do ângulo de libração, massa relativa, excentricidade e semi-eixo maior. Inicialmente o sistema era composto por 5000 planetesimais com massa  $m_{p_i} = 10^{-12}$  distribuídos de  $260^\circ$  a  $340^\circ$  (em torno de  $L_5$ ). A massa atingida por esse planetesimal foi  $m_{p_f} = 10^{-9}$  movendo-se numa órbita do tipo girino  $L_4$ .



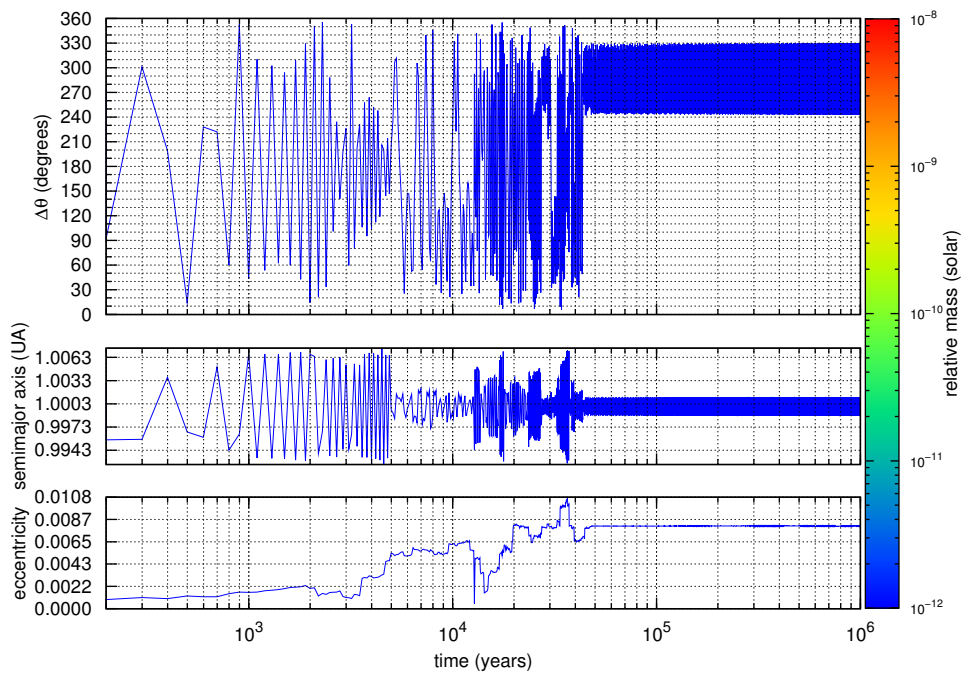


Figura 4.8: Evolução temporal do ângulo de libração, massa relativa, excentricidade e semi-eixo maior. Inicialmente o sistema era composto por 5000 planetesimais com massa  $m_{p_i} = 10^{-12}$  distribuídos de  $260^\circ$  a  $340^\circ$  (em torno de  $L_5$ ). A massa atingida por esse planetesimal foi  $m_{p_f} = 10^{-12}$  movendo-se numa órbita do tipo girino  $L_5$ .

### 4.3.1. Conclusão

A análise da evolução dinâmica através da excentricidade e do semi-eixo maior da órbita dos planetesimais mostra que eles continuam dentro da região coorbital. Com a evolução temporal e as colisões ocorre um aumento da massa relativa dos planetesimais e mesmo assim os permanecem coorbitais, o que é de extrema importância para esse trabalho.

Já os resultados do ângulo de libração mostram que diferentes tipos de órbitas girino e ferradura são encontradas.

Alguns planetesimais tem seu tipo de órbita mudado ao longo do tempo, isso é visto através da mudança do ângulo de libração ou do semi-eixo maior. A mudança do tipo de órbita pode ser devido a uma colisão ou a um encontro próximo. O aumento da massa do planetesimal e a mudança do ângulo de libração em um mesmo instante evidência quando a mudança de órbita é devido a uma colisão.

## 4.4. Decaimento do número de planetesimais, colisões e ejeções

A taxa de redução do total de planetesimais no sistema ao longo do tempo, depende da massa inicial dos planetesimais e do número de corpos distribuídos em torno dos pontos  $L_4$  ou  $L_5$ , nas figuras mostramos o comportamento apresentado em nossas simulações. Essa redução do número de corpos é resultado das colisões e a consequente acreção de massa entre os planetesimais. Além de uma característica do sistema, as colisões e a consequente redução no número de planetesimais do sistema tem um papel importante do ponto de vista computacional.

Analisando a figura 4.9 notamos que taxa de redução de planetesimais está fortemente ligada a massa inicial  $m_{p_i}$  dos planetesimais. Quanto menor é a massa  $m_{p_i}$  mais tempo os planetesimais permanecem no sistema. Isto ocorre devida a interação gravitacional

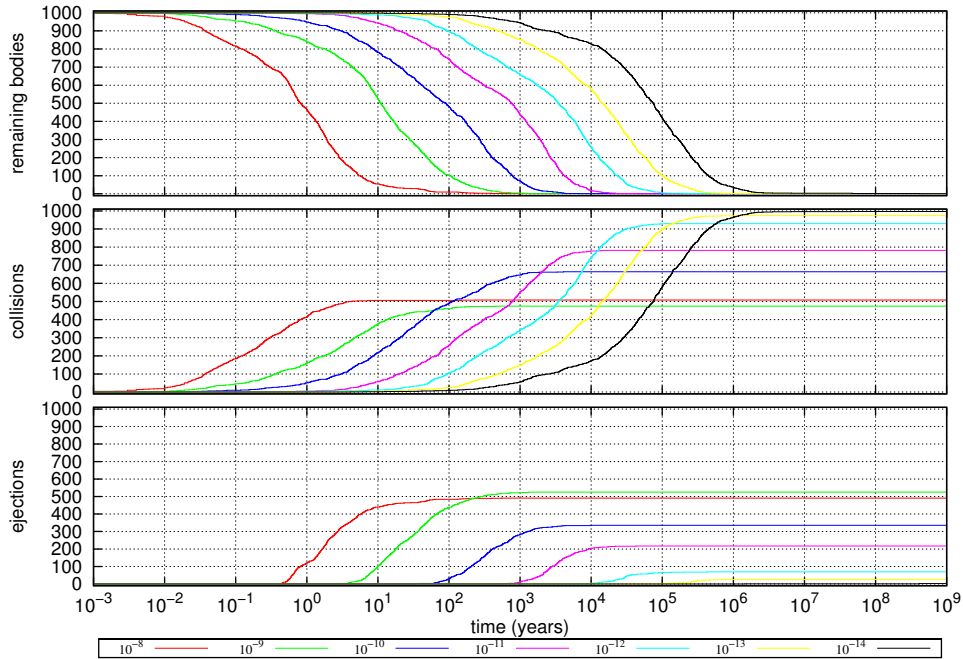


Figura 4.9: Redução do total de planetesimais ao longo do tempo. Representação da taxa de redução do número de planetesimais para sistemas que possuem inicialmente 1000 planetesimais em torno do ponto  $L_4$  com massa inicial de  $m_{p_i} = 10^{-14}$  a  $m_{p_i} = 10^{-8}$ .

entre os planetesimais que é maior quanto maior forem suas massas. O número de colisões entre os planetesimais aumenta à medida que diminuimos a massa inicial  $m_{p_i}$  e o contrário ocorre com as ejeções, essas diminuem à medida que diminuimos a massa inicial  $m_{p_i}$  dos planetesimais. Isto novamente ocorre devida a interação gravitacional e também devida a pequena região de ejeção a qual os planetesimais estão sujeitos.

Quanto maior for a massa inicial dos planetesimais  $m_{p_i}$  maior é a interação gravitacional, com isso esses planetesimais ganham excentricidades e devido aos encontros próximos são ejetados do sistema. Quanto menor a massa inicial  $m_{p_i}$  menor será o número de ejeções e maior o de colisões por que os planetesimais precisam aumentar suas massas para ganharem excentricidades, até que em um limite de massa inicial  $m_{p_i} = 10^{-14}$  praticamente não temos mais ejeções no sistema e todos os corpos colidem. Mas, à medida que os corpos vão ficando muito massivos, consequentemente

os seus tamanhos serão maiores e daí o espaço entre eles diminuirá fazendo com que essa situação se inverta, ou seja, teremos mais colisões do que ejeções onde encontraremos um valor de massa inicial  $m_{p_i} = 10^{-8}$  crítico.

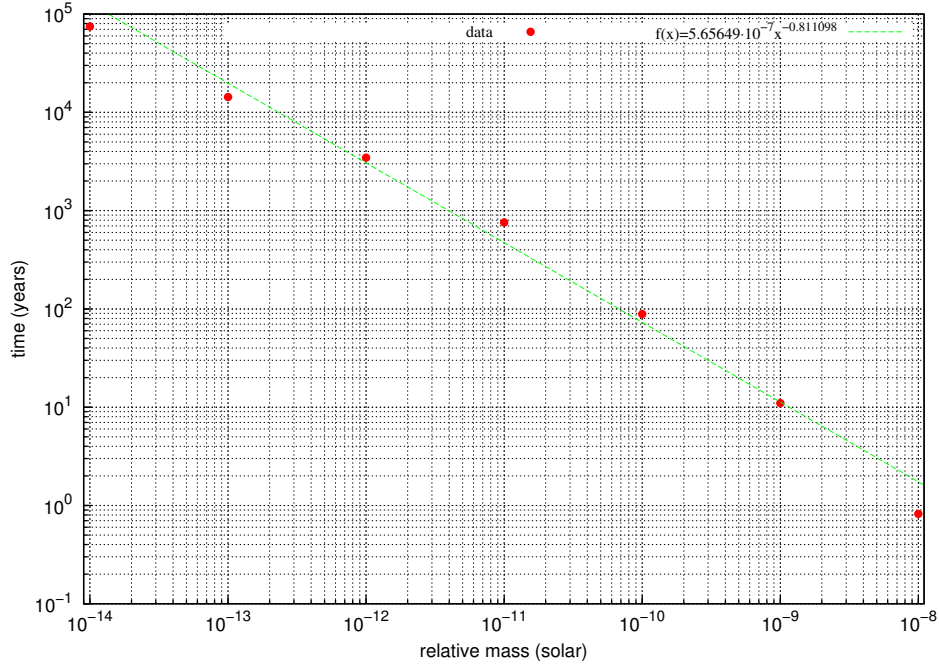


Figura 4.10: Curva de redução do total de planetesimais ao longo do tempo. Representação da taxa de redução do número de planetesimais para sistemas que possuem inicialmente 1000 planetesimais em torno do ponto  $L_4$  com massa inicial de  $m_{p_i} = 10^{-14}$  a  $m_{p_i} = 10^{-8}$ .

Na figura 4.10 analisamos um “fit” linear para o gráfico da figura 4.9, considerando o método dos mínimos quadrados. O objetivo é buscar uma expressão analítica que nos dê a taxa de redução  $T$  dos planetesimais em função da massa inicial  $m_{p_i}$ . Neste caso

$$a \text{ expressão é dada por } T(m_{p_i}) = 5.65 \times 10^{-7} m_{p_i}^{-0.81}$$

#### 4.4.1. Conclusão

A taxa de redução do total de planetesimais depende fortemente da massa inicial e do número de planetesimais distribuídos em cada região.

No início da evolução temporal de cada sistema a redução do número de planetesimais ocorre de forma mais suave, como mostrado nas figuras dessa seção. Isso é devido ao fato que inicialmente os planetesimais são distribuídos na região coorbital sem excentricidade. Conforme o sistema evolui os planetesimais ganham excentricidade, devido a perturbação gravitacional entre os corpos do sistema, e as órbitas desses planetesimais passam a se cruzar mais do que quando os planetesimais tinham órbitas circulares. Logo, ocorrem mais colisões entre os planetesimais para um mesmo intervalo de tempo, por isso a diferença de comportamento na taxa de redução do número de planetesimais logo no início da evolução temporal e no restante da evolução.

Não foram encontradas diferenças significativas para os casos de 1000 planetesimais distribuídos ao redor de  $L_5$  e para 5000 planetesimais ao redor de  $L_4$  e  $L_5$ .

### 4.5. Velocidades relativas de colisão

Nesta seção faremos um estudo das velocidades relativas de colisão. Essa análise é de extrema importância para a garantia desse modelo. Estamos interessados na acreção de massa quando temos uma colisão. Nas simulações, uma colisão resulta na formação de um único corpo (não existe fragmentação). A massa do corpo formado é a soma da massa dos dois que colidiram. O objetivo dessa seção é verificar se as velocidades relativas de colisão estão abaixo ou não da velocidade de escape definida pelo corpos que colidiram. Analisamos os casos da Formação Coorbital e Geral da Lua. De acordo com ([Kortenkamp and Wetherill, 2000](#)) quando as velocidades relativas de colisão são próximas (na mesma ordem de grandeza) da velocidade de escape dos

corpos temos acreção de massa. A velocidade de escape é dada por

$$V_{esc}^2 = \frac{2G(M_t + M_p)}{(R_t + R_p)}$$

onde  $M_t$ ,  $M_p$ ,  $R_t$ ,  $R_p$  e  $G$  significam respectivamente massa do alvo, massa do projétil, raio do alvo, raio do projétil e constante gravitacional.

A análise das velocidades relativas de colisão tem como por objetivo estabelecer se as colisões podem ser consideradas inelásticas ou não.

A barra de cores das figuras dessa seção está relacionada a massa dos projéteis, os eixos estão relacionando a massa do alvo e as velocidades relativas de colisão em  $km/s$ , as linhas plotadas em cada um dos gráficos delimitam a velocidade de escape em função da massa do alvo para um dado valor fixo relacionado a massa do projétil.

A cor de cada linha esta relacionada com a barra de cores de cada figura.

Analisando as figuras representando as velocidades relativas de colisão, em alguns casos alguns pontos apresentam uma velocidade relativa de colisão muito alta comparada as outras colisões que ocorre no sistema. Essas velocidades relativas tão altas são provavelmente planetesimais que saíram da região de ferradura entraram na região caótica e acabaram cruzando novamente a região coorbital com uma velocidade muito alta.

No caso em que consideramos um perfil de densidades sem a presença de Júpiter e Saturno vemos que é improvável a formação de um corpo do tamanho de Marte e com velocidade relativa de colisão com a proto-Terra menor que  $4km/s$  (Canup, 2004). Mas, quando acrescentamos Júpiter e Saturno ao nosso sistema vemos a formação de um corpo similar a Theia de massa  $M_{\mathcal{G}}$  e que colidiu com uma possível proto-Terra de massa  $M_{\oplus}$ , mas com velocidade relativa de colisão 2 vezes maior que  $4km/s$ .

### 4.6. Formação Coorbital (Cenário 1)

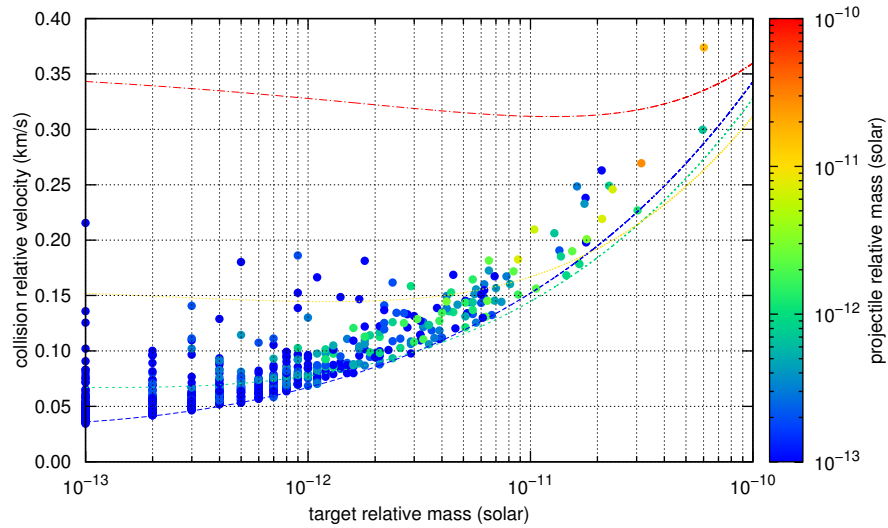


Figura 4.11: Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 1000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto  $L_4$ . A massa relativa inicial de cada planetesimal é  $m_{p_i} = 10^{-13}$ .

Analisando a figura 4.11 notamos que a maioria dos planetesimais têm suas velocidades relativas de colisão aproximadamente iguais a suas velocidades de escape.

Logo, podemos concluir que as colisões são construtivas.

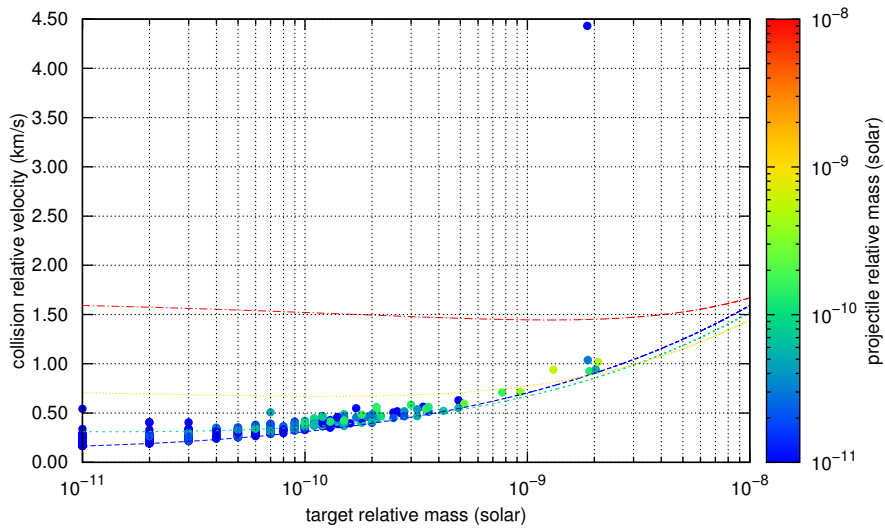


Figura 4.12: Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 1000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto  $L_5$ . A massa relativa inicial de cada planetesimal é  $m_{p_i} = 10^{-11}$ .

Analisando a figura 4.12 também notamos que a maioria dos planetesimais têm suas velocidades relativas de colisão próximas de suas velocidades de escape, mas, para um deles encontramos uma velocidade relativa de colisão de aproximadamente de  $4.5\text{km/s}$ , muito maior do que sua velocidade de escape, devido a alta excentricidade do projétil.

Logo, podemos concluir que as colisões são construtivas excetuando-se apenas um deles.



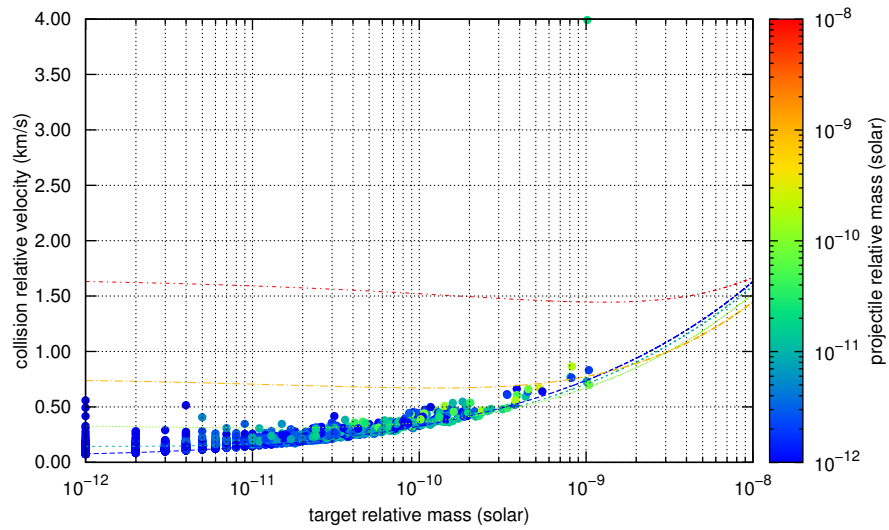


Figura 4.13: Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 5000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto  $L_4$ . A massa relativa inicial de cada planetesimal é  $m_{p_i} = 10^{-12}$ .

Como na figura 4.11 na figura 4.13 notamos que a maioria dos planetesimais têm suas velocidades relativas de colisão aproximadamente iguais a suas velocidades de escape.

Logo, podemos concluir que as colisões são construtivas.

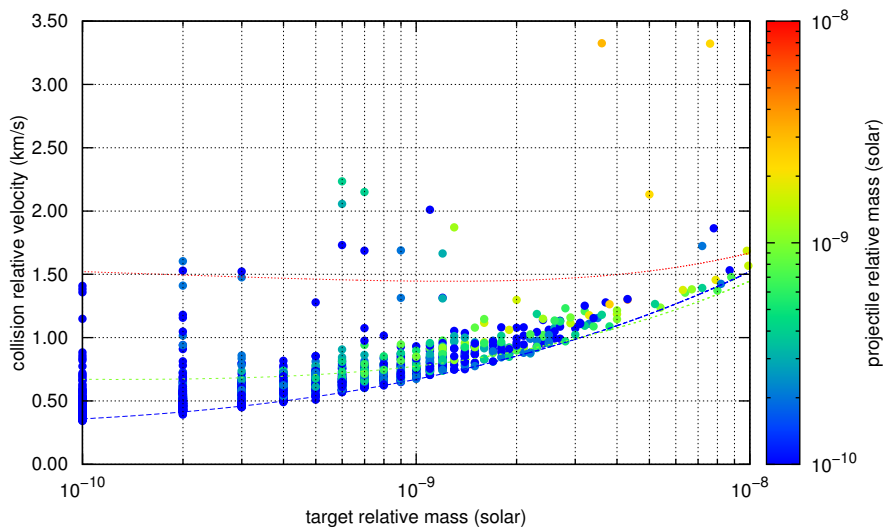


Figura 4.14: Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão para um sistema composto inicialmente com 5000 planetesimais. Os planetesimais foram distribuídos em torno do ponto  $L_5$ . A massa relativa inicial de cada planetesimal é  $m_{p_i} = 10^{-10}$ .

Também na figura 4.14 notamos que a maioria dos planetesimais têm suas velocidades relativas de colisão próximas de suas velocidades de escape. Logo, podemos concluir que as colisões são construtivas.

## 4.7. Formação Congênita (Cenário 2)

### 4.7.1. Sistemas sem Júpiter e Saturno

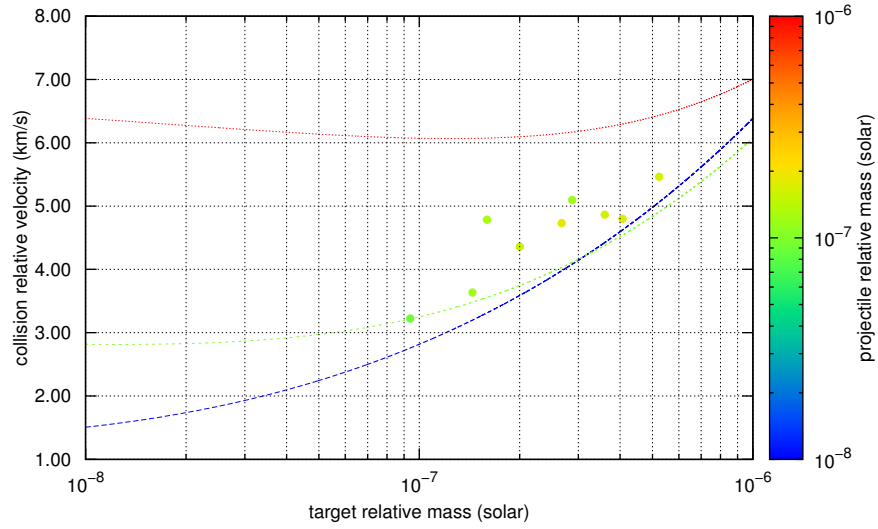


Figura 4.15: Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão dos embriões para um sistema utilizando uma potência de perfil de densidades  $-1.5$ , onde os embriões são distribuídos aleatoriamente entre  $0.8UA$  e  $1.2UA$ , adotando uma densidade superficial do disco de  $6g/cm^3$  e sem Júpiter e Saturno no sistema.

Analisando a figura 4.15 notamos que a maioria dos embriões têm suas velocidades relativas de colisão próximas de suas velocidades de escape. Logo, podemos concluir que as colisões são construtivas. Mas, não temos formação de corpos de massa  $M_{\oplus}$  e

$$M_{\otimes}.$$

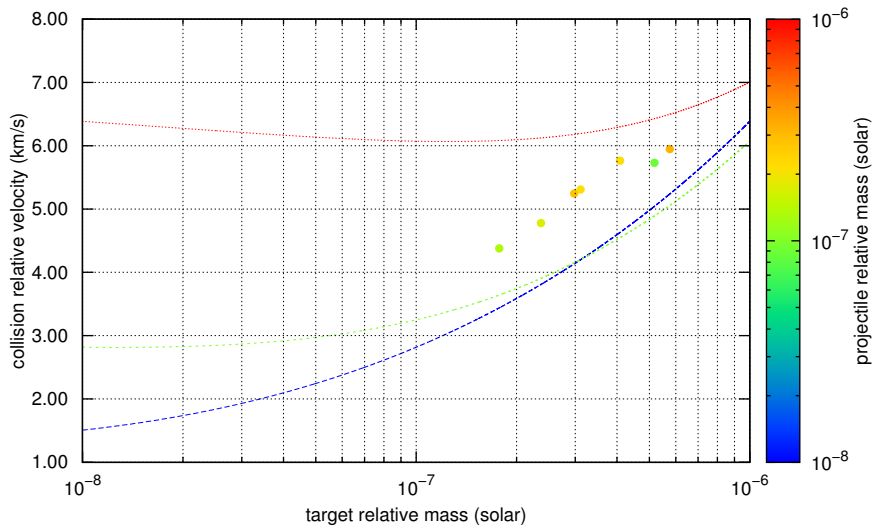


Figura 4.16: Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão dos embriões para um sistema utilizando uma potência de perfil de densidades  $-1.0$ , onde os embriões são distribuídos aleatoriamente entre  $0.8UA$  e  $1.2UA$ , adotando uma densidade superficial do disco de  $8g/cm^3$  e sem Júpiter e Saturno no sistema.

Analisando a figura 4.16 notamos que a maioria dos embriões têm suas velocidades relativas de colisão próximas de suas velocidades de escape. Logo, podemos concluir que as colisões são construtivas. Mas, não temos formação de corpos de massa  $M_{\oplus}$  e

$M_{\mathcal{S}}$ .

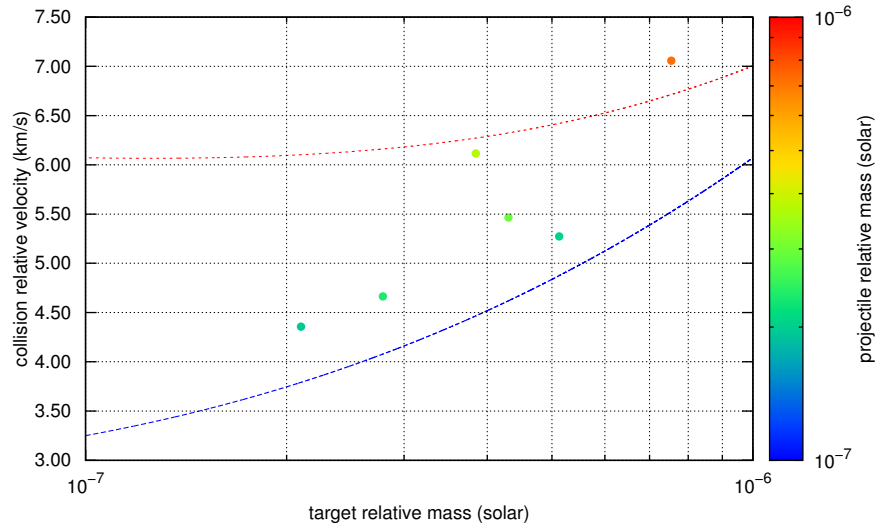


Figura 4.17: Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão dos embriões para um sistema utilizando uma potência de perfil de densidades  $-0.5$ , onde os embriões são distribuídos aleatoriamente entre  $0.8UA$  e  $1.2UA$ , adotando uma densidade superficial do disco de  $10g/cm^3$  e sem Júpiter e Saturno no sistema.

Analisando a figura 4.17 notamos que a maioria dos embriões têm suas velocidades relativas de colisão próximas de suas velocidades de escape. Logo, podemos concluir que as colisões são construtivas. Mas, não temos formação de corpos de massa  $M_{\oplus}$  e

$M_{\odot}$ .

## 4.7.2. Sistemas com Júpiter e Saturno

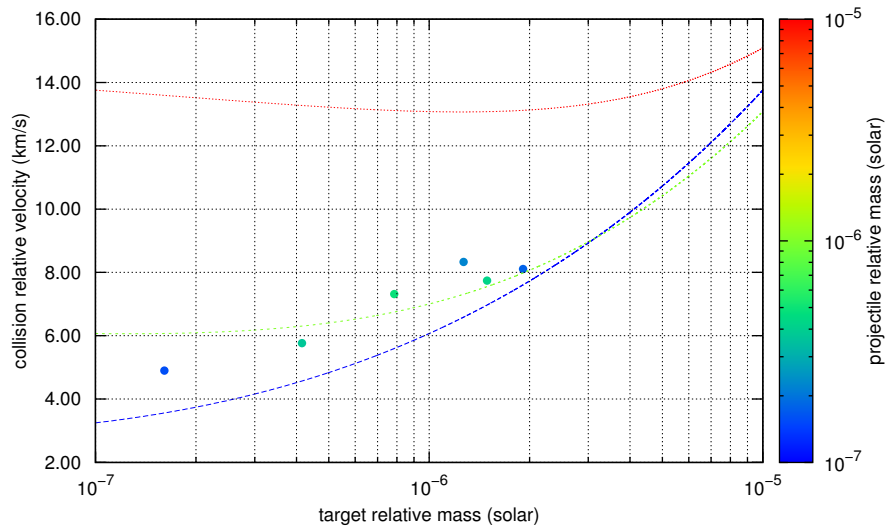


Figura 4.18: Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão dos embriões para um sistema utilizando uma potência de perfil de densidades  $-0.5$ , onde os embriões são distribuídos aleatoriamente entre  $0.8UA$  e  $1.2UA$ , adotando uma densidade superficial do disco de  $10g/cm^3$  e com Júpiter e Saturno no sistema.

Analisando a figura 4.18 notamos que a maioria dos embriões têm suas velocidades relativas de colisão próximas de suas velocidades de escape. Logo, podemos concluir que as colisões são construtivas. E agora temos formação de corpos de massa  $M_{\oplus}$  e  $M_{\mathcal{J}}$ , mas com velocidades relativas de colisão 2 vezes maior que  $4\text{km/s}$ .

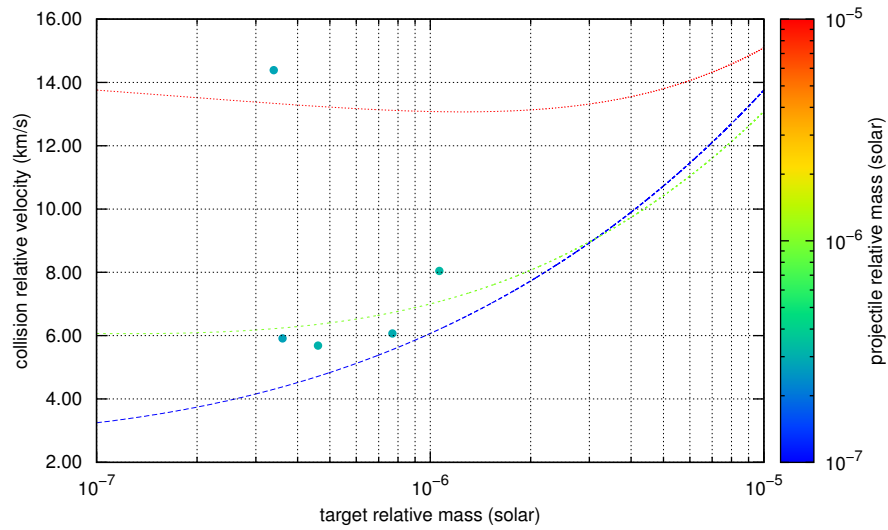


Figura 4.19: Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão dos embriões para um sistema utilizando uma potência de perfil de densidades  $-1.0$ , onde os embriões são distribuídos aleatoriamente entre  $0.8UA$  e  $1.2UA$ , adotando uma densidade superficial do disco de  $10g/cm^3$  e com Júpiter e Saturno no sistema.

Analisando a figura 4.19 notamos que a maioria dos embriões têm suas velocidades relativas de colisão próximas de suas velocidades de escape. Logo, podemos concluir que as colisões são construtivas. E agora temos formação de corpos de massa  $M_{\oplus}$  e  $M_{\mathcal{G}}$ , mas com velocidades relativas de colisão 2 vezes maior que  $4km/s$ .

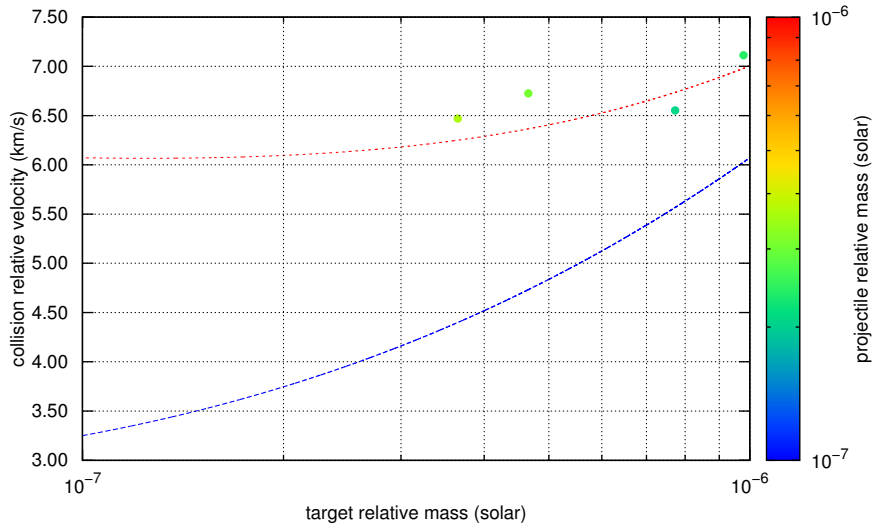


Figura 4.20: Velocidades relativas de colisão. Representação das velocidades relativas de colisão dos embriões para um sistema utilizando uma potência de perfil de densidades  $-1.5$ , onde os embriões são distribuídos aleatoriamente entre  $0.8UA$  e  $1.2UA$ , adotando uma densidade superficial do disco de  $10g/cm^3$  e com Júpiter e Saturno no sistema.

Analisando a figura 4.20 notamos que a maioria dos embriões têm suas velocidades relativas de colisão próximas de suas velocidades de escape. Logo, podemos concluir que as colisões são construtivas. E agora temos formação de corpos de massa  $M_{\oplus}$  e  $M_{\mathcal{J}}$ , mas com velocidades relativas de colisão 2 vezes maior que  $4km/s$ .



### 4.7.3. Conclusão

A análise das velocidades relativas de colisão tanto para o Cenário 1 quanto para o Cenário 2 mostra que de forma geral as velocidades relativas de colisão estão razoavelmente próximas das velocidades de escape definidas pelo planetesimal/embrião alvo e projétil. Podemos assim concluir apenas por essa análise que as colisões são construtivas e a hipótese de se considerar as colisões como inelásticas, é de fato válida na prática. Em uma próxima etapa do trabalho analisaremos outros critérios de acreção de massa, para concluirmos se as velocidades relativas de colisão apresentadas aqui são ou não construtivas.

Alguns sistemas apresentam colisões entre planetesimais com uma velocidade relativa muito grande se comparada a média das velocidades relativas apresentadas pelo sistema ao qual o planetesimal pertence. Isso é devido a algum planetesimal que saiu da região coorbital indo pra região caótica (GAP) e provavelmente retornou a região coorbital com grande velocidade colidindo com algum planetesimal. Outra possibilidade é que essa velocidade relativa de colisão tão alta seja devido a colisão entre dois objetos que estão na região de GAP.

Observamos diferenças significativas entre as velocidades relativas de colisão para sistemas com e sem Júpiter e Saturno. Neste último conseguimos a formação de um Theia e uma proto-Terra com velocidade relativa de colisão 2 vezes superior a  $4\text{km/s}$ .

# Capítulo 5

## Discussão Geral

O objetivo básico desse trabalho foi fazer um estudo da formação coorbital (Cenário 1) e congênita (Cenário 2) como um mecanismo de formação de planetas coorbitais.

### 5.1. Formação Coorbital (Cenário 1)

No caso do cenário 1 considerando as colisões como sendo inelásticas nossos resultados mostram que ocorre a formação de objetos maiores devido as colisões, e que esses permanecem dentro da região de ferradura. Ainda no cenário 1 a análise do ângulo de libração mostra que alguns desses planetesimais tem órbitas do tipo girino, mas a maioria das órbitas são do tipo ferradura. Quando fazemos um estudo do ângulo de libração e da taxa de aumento da massa relativa, mostramos que a colisão entre os planetesimais em alguns casos muda o tipo de órbita, aumenta ou diminui a amplitude de libração do planetesimal sobrevivente na colisão. A mudança de órbita também pode acontecer devido a encontros próximos entre os planetesimais.

Dentro da análise do ângulo de libração podemos notar também que as excentricidades dos planetesimais são próximas de zero.

De modo geral nosso estudo mostrou que a maioria dos planetesimais são bem comportados dentro da região coorbital e que quanto maior a massa inicial de cada planetesimal, mais objetos tendem a sair da região coorbital e passam a se mover em uma região caótica. Como trabalhamos com o processo de acreção isso é um ponto que se deve dar importância. Os planetesimais que entram na região caótica podem voltar pra região coorbital com altas velocidades, porém mesmo assim produzindo colisões construtivas.

Nas Tabelas 5.1 e 5.2 temos os resultados de todas as nossas simulações para 1000 planetesimais. As simulações são feitas para diferentes quantidades de planetesimais e diferentes valores de massa inicial ( $m_{p_i}$ ). O tempo de integração de cada simulação é mostrado. Relacionamos a quantidade de planetesimais sobreviventes para cada simulação e o seu tipo de órbita no final da integração. Se a órbita é do tipo ferradura é indicado com a letra H, se a órbita é do tipo girino em torno de  $L_4$  é indicada como

$$T_{L_4} \text{ se é girino em } L_5 \text{ como } T_{L_5}.$$

A sequência em que os planetesimais sobreviventes são representados na coluna sobreviventes corresponde àquela em que aparecem na coluna  $m_{p_f}$ . Por exemplo, na simulação 11 da Tabela 5.1 sobraram dois planetesimais em 10000 anos de integração. Eles foram representados por H e H, a massa de cada planetesimal é respectivamente  $m_{p_f} = 7.1 \times 10^{-9}$  e  $m_{p_f} = 1.5 \times 10^{-9}$ , ou seja, o primeiro objeto de cada simulação apresentado na coluna sobrevivente, possui massa relacionada na coluna  $m_{p_f}$  com o primeiro valor lá apresentado, referente a mesma simulação. A análise da Tabela 5.2 é análoga ao da Tabela 5.1.

Não foram encontradas diferenças significativas entre os pontos lagrangianos  $L_4$  e  $L_5$ . Nota-se por essas tabelas que a maioria dos planetesimais apresentam órbitas do tipo H (ferradura).

Outra coisa importante a notar pelas tabelas é que não conseguimos formar corpos coorbitais com massa similar a de Theia.

Através da análise do ângulo de libração e do crescimento da massa em função do tempo é possível observar que alguns planetesimais apresentam movimento coorbital em torno dos pontos estáveis. Foi possível observar também objetos que mudam de órbita ao longo do tempo, isso é provavelmente efeito de uma colisão ou até mesmo de um encontro próximo como dito anteriormente.

Do ponto de vista computacional as simulações numéricas aqui apresentadas tem um relativo custo computacional. Integrar numericamente um sistema com 5000 planetesimais com massa relativa  $10^{-12}$  por cerca de 1000000 anos leva em média de 5 a 7 dias de processamento. Já uma simulação com 1000 planetesimais de massa relativa  $10^{-10}$  leva em média 2 dias.

A análise das velocidades relativas de colisão mostrou que elas estão em muitos casos próximas das velocidades de escape definida pelo dois planetesimais impactantes, logo podemos concluir que ocorre acreção de massa. Esse trabalho se baseou na hipótese que as colisões entre os planetesimais são inelásticas. No entanto, para uma melhor validação e aplicação dos nossos resultados é necessário uma análise detalhada pra certificarmos se ocorre a acreção de massa, ou a fragmentação quando os

planetesimais colidem.

Em trabalhos futuros, realizaremos um estudo para determinar o comportamento do sistema aqui estudado quando a proto-Terra possui outras amplitudes iniciais de libração, por exemplo, 20 graus a 360 graus. Além disso queremos estender nossa análise, estudando sistemas com massa inicial dos planetesimais ainda menores daquelas aqui estudadas e razões de massa maiores para a proto-Terra. Também realizaremos simulações com uma maior quantidade inicial de planetesimais no sistema (10000, por exemplo) ou com uma quantidade menor (100, por exemplo). Outra coisa importante que iremos considerar é a inclusão de dissipação de energia em nosso modelo de colisões do cenário 1, para ver se com o resfriamento do disco possamos acretar mais matéria e formar corpos maiores com uma mesma quantidade inicial de massa que tínhamos em nossas simulações.

Ainda no cenário 1, nosso estudo se baseou na distribuição dos planetesimais dentro da região coorbital sem nenhuma inclinação. Numa próxima etapa faremos um estudo do comportamento dos planetesimais quando uma pequena inclinação inicial é dada a eles, buscando assim diferenças em relação a quando os planetesimais são distribuídos apenas no plano da órbita da proto-Terra.

Aqui resumimos nossos resultados para 1000 planetesimais iniciais em uma tabela onde a discussão é feita anteriormente.

Tabela 5.1: Resultados da Simulações

Simulação	Resultados das simulações					
	Número plantas	Região distribuição	Tempo integração (anos)	$m_{p_i}$	Sobreviventes <sup>b</sup>	$m_{p_f}$
1	1000	$L_4$	1000	$10^{-8}$	$T_{L_4}$	$3.6 \times 10^{-7}$
2	1000	$L_4$	1000	$10^{-8}$	H	$1.9 \times 10^{-7}$
3	1000	$L_5$	1000	$10^{-8}$	$T_{L_4}, T_{L_5}$	$1.8 \times 10^{-7}, 1.5 \times 10^{-7}$
4	1000	$L_5$	1000	$10^{-8}$	H	$2.3 \times 10^{-7}$
5	1000	$L_5$	1000	$10^{-8}$	H	$2.3 \times 10^{-7}$
6	1000	$L_4$	10000	$10^{-9}$	$T_{L_4}$	$2.4 \times 10^{-8}$
7	1000	$L_4$	10000	$10^{-9}$	H	$4.0 \times 10^{-8}$
8	1000	$L_5$	10000	$10^{-9}$	H	$1.9 \times 10^{-8}$
9	1000	$L_5$	10000	$10^{-9}$	$T_{L_5}$	$1.2 \times 10^{-8}$
10	1000	$L_5$	10000	$10^{-9}$	H	$3.6 \times 10^{-8}$
11	1000	$L_4$	10000	$10^{-10}$	H, H	$7.1 \times 10^{-9}, 1.5 \times 10^{-9}$
12	1000	$L_4$	10000	$10^{-10}$	H, H	$5.3 \times 10^{-9}, 3.0 \times 10^{-9}$
13	1000	$L_4$	10000	$10^{-10}$	H	$1.77 \times 10^{-8}$
14	1000	$L_5$	10000	$10^{-10}$	$T_{L_4}$	$1.21 \times 10^{-8}$
15	1000	$L_5$	10000	$10^{-10}$	$T_{L_4}, H$	$1.0 \times 10^{-10}, 9.9 \times 10^{-9}$
16	1000	$L_5$	10000	$10^{-10}$	H, H	$6.6 \times 10^{-9}, 6.5 \times 10^{-9}$
17	1000	$L_4$	100000	$10^{-11}$	$T_{L_4}$	$2.44 \times 10^{-9}$
18	1000	$L_4$	100000	$10^{-11}$	$T_{L_4}, T_{L_5}$	$1.5 \times 10^{-9}, 1.0 \times 10^{-11}$
19	1000	$L_4$	100000	$10^{-11}$	H	$1.95 \times 10^{-9}$
20	1000	$L_5$	100000	$10^{-11}$	H	$1.9 \times 10^{-9}$
21	1000	$L_5$	100000	$10^{-11}$	$T_{L_4}$	$2.56 \times 10^{-9}$
22	1000	$L_5$	100000	$10^{-11}$	H	$3.46 \times 10^{-9}$
23	1000	$L_4$	1000000	$10^{-12}$	$T_{L_4}$	$4.47 \times 10^{-10}$
24	1000	$L_4$	1000000	$10^{-12}$	$T_{L_4}$	$1.4 \times 10^{-10}$
25	1000	$L_4$	1000000	$10^{-12}$	H	$3.09 \times 10^{-10}$
26	1000	$L_5$	1000000	$10^{-12}$	H	$4.85 \times 10^{-10}$
27	1000	$L_5$	1000000	$10^{-12}$	H	$4.42 \times 10^{-10}$
28	1000	$L_5$	1000000	$10^{-12}$	H	$3.91 \times 10^{-10}$

$5.19 \times 10^{-12}, 4.62 \times 10^{-12}$

Tabela 5.2: Resultados das simulações

Resultados das simulações						
Simulação	Número planetesimais	Região distribuição	Tempo integração (anos)	$m_{p_i}$	Sobreviventes <sup>b</sup>	$m_{p_f}$
29	1000	$L_4$	10000000	$10^{-13}$	H	$7.81 \times 10^{-11}$
30	1000	$L_4$	10000000	$10^{-13}$	H	$7.12 \times 10^{-11}$
31	1000	$L_4$	10000000	$10^{-13}$	H, H	$6.54 \times 10^{-11}, 5.0 \times 10^{-13}$
32	1000	$L_5$	10000000	$10^{-13}$	H	$7.27 \times 10^{-11}$
33	1000	$L_5$	10000000	$10^{-13}$	H	$6.69 \times 10^{-11}$
34	1000	$L_5$	10000000	$10^{-13}$	H	$6.83 \times 10^{-11}$
35	1000	$L_4$	1000000000	$10^{-14}$	H	$8.57 \times 10^{-12}$
36	1000	$L_5$	1000000000	$10^{-14}$	$T_{L_5}, H$	$5.19 \times 10^{-12}, 4.62 \times 10^{-12}$

<sup>b</sup>Ferradura (H), Girino em torno do ponto  $L_4$  ( $T_{L_4}$ ) e Girino em torno do ponto  $L_5$  ( $T_{L_5}$ )

Apresentamos por fim um resultado geral para 1000 e 5000 planetesimais em forma de figura ao invés de tabela da massa final coorbital formada em cada simulação realizada.

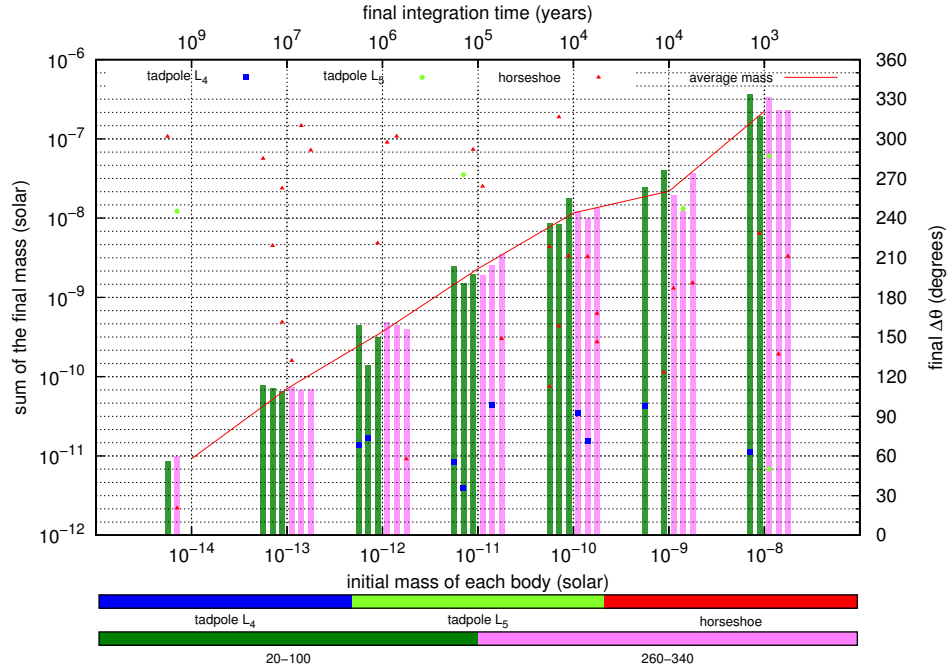


Figura 5.1: Massa final coorbital formada, tipo final de órbita e tempo final de integração. 1000 planetesimais distribuídos em torno de  $L_4$  e de  $L_5$ .

Analisando a figura 5.1 vemos novamente que a maior parte dos corpos finais formados apresentam órbitas do tipo ferradura, mas órbitas do tipo girino  $L_4$  e  $L_5$  são encontradas. O tempo final de integração tem uma forte ligação com a massa inicial  $m_{p_i}$  de cada planetesimal e pela figura é maior quanto menor a massa inicial  $m_{p_i}$ . E a soma total de massa final dos corpos sobreviventes cresce de forma linear com a massa inicial  $m_{p_i}$  de cada planetesimal. Vemos também que em quase todas as simulações houve a formação de apenas um único corpo.

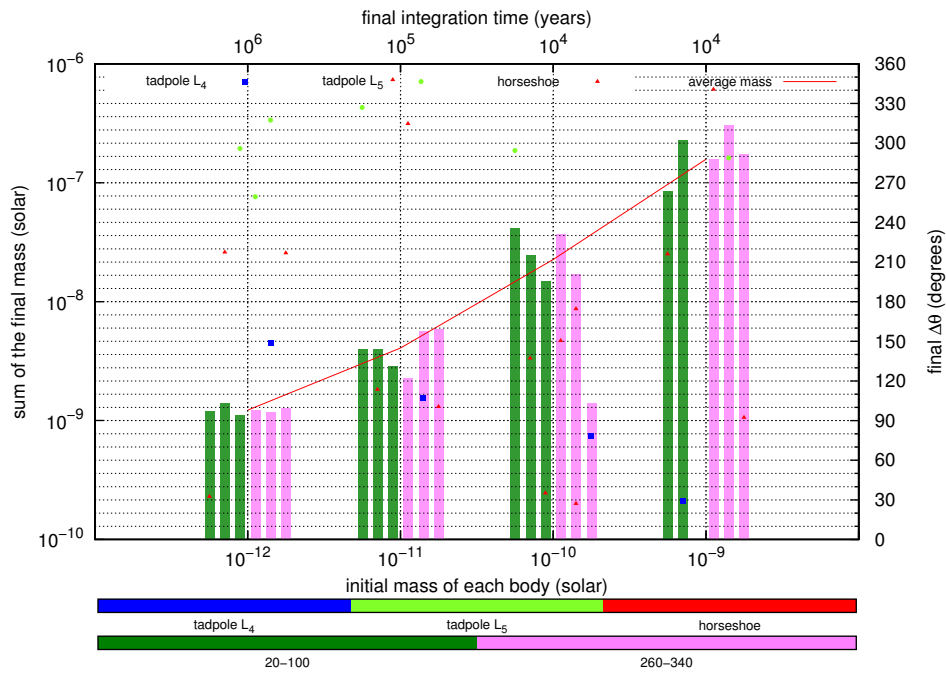


Figura 5.2: Massa final coorbital formada, tipo final de órbita e tempo final de integração. 5000 planetesimais distribuídos em torno de  $L_4$  e de  $L_5$ .

O mesmo acontece agora para a figura 5.2, o crescimento da soma total de massa final dos corpos sobreviventes é linear com a massa inicial  $m_{p_i}$  de cada planetesimal.



Aqui são mostrados os “fit” lineares, considerando o método dos mínimos quadrados.

O objetivo é buscar uma expressão analítica que nos dê a soma da massa final formada do sistema em função da massa inicial  $m_{p_i}$ .

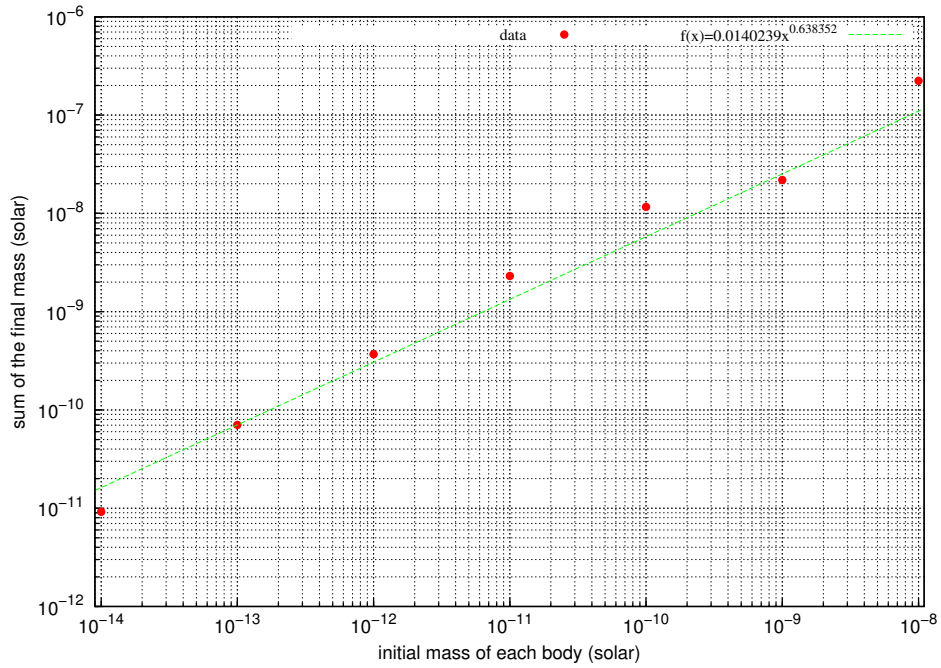


Figura 5.3: Massa final coorbital formada, tipo final de órbita e tempo final de integração. 1000 planetesimais distribuídos em torno de  $L_4$  e de  $L_5$ .

No caso da figura 5.3 a expressão é dada por  $M(m_{p_i}) = 0.014m_{p_i}^{0.63}$

Neste caso da figura 5.4 a expressão é dada por  $M(m_{p_i}) = 0.23m_{p_i}^{0.70}$

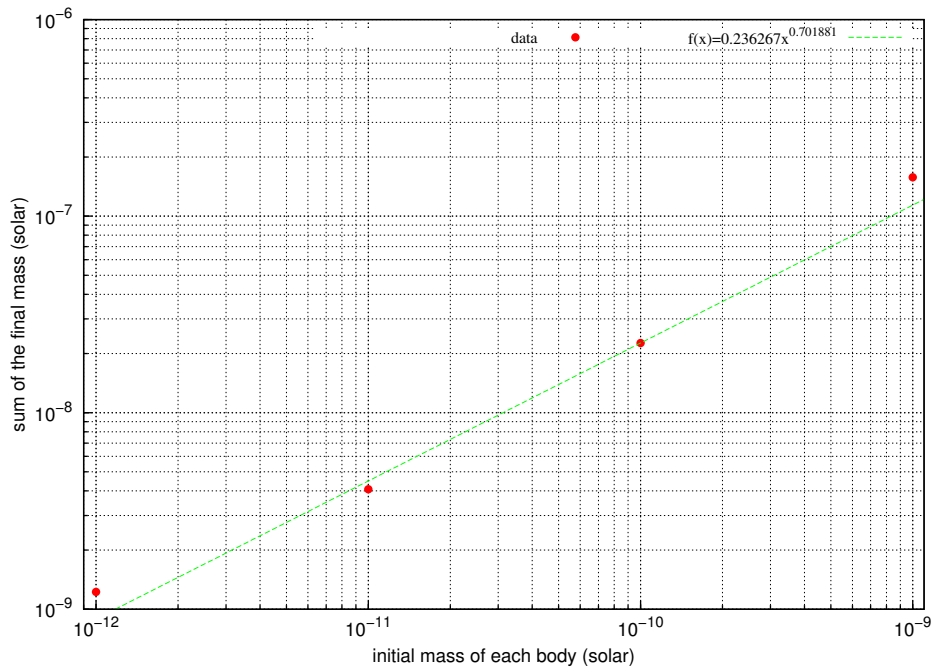


Figura 5.4: Massa final coorbital formada, tipo final de órbita e tempo final de integração. 5000 planetesimais distribuídos em torno de  $L_4$  e de  $L_5$ .

## 5.2. Formação Congênita (Cenário 2)

Através da análise das velocidades relativas de colisão no cenário 2 podemos notar que para sistemas sem a presença de Júpiter e Saturno não há formação congênita de

Theia e de Terra, mas há formação de corpos menores com massas  $\approx 0.6M_{\oplus}$ .

Já para sistemas com a presença de Júpiter e Saturno notamos que há uma possível formação congênita de uma proto-Terra e de Theia, mas com velocidades relativas de colisão 2 vezes maior do que a esperada ( $4\text{km/s}$ ).

# Referências Bibliográficas

- Armitage, P. J. (2007). Lecture notes on the formation and early evolution of planetary systems. *ArXiv Astrophysics e-prints*. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Beaugé, C., Sándor, Z., Érdi, B., and Süli, Á. (2007). Co-orbital terrestrial planets in exoplanetary systems: a formation scenario. *Astronomy and Astrophysics*, 463:359–367. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Belbruno, E. and Gott, III, J. R. (2005). Where Did the Moon Come From? *The Astronomical Journal*, 129:1724–1745. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Cameron, A. G. W. (1984). Formation of the prelunar accretion disk. *LPI Contributions*, 540:58. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Cameron, A. G. W. and Ward, W. R. (1976). The Origin of the Moon. In *Lunar and Planetary Institute Science Conference Abstracts*, volume 7 of *Lunar and Planetary Inst. Technical Report*, page 120. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Canup, R. M. (2004). Simulations of a late lunar-forming impact. *Icarus*, 168:433–456. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Canup, R. M. and Agnor, C. (1998). Accretion of Terrestrial Planets and the Earth-Moon System. *LPI Contributions*, 957:4. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Canup, R. M. and Agnor, C. B. (2000). *Accretion of the Terrestrial Planets and the Earth-Moon System*, pages 113–129. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.

- Canup, R. M. and Asphaug, E. (2001). Origin of the Moon in a giant impact near the end of the Earth's formation. *Nature*, 412:708–712. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Chambers, J. E. (1999). A hybrid symplectic integrator that permits close encounters between massive bodies. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 304:793–799. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Chambers, J. E., Wetherill, G. W., and Boss, A. P. (1996). The Stability of Multi-Planet Systems. *Icarus*, 119:261–268. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Chanut, T., Winter, O. C., and Tsuchida, M. (2008). Nebular gas drag and co-orbital system dynamics. *Astronomy and Astrophysics*, 481:519–527. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Clayton, R. N. and Mayeda, T. K. (1975). Genetic Relations Between the Moon and Meteorites. In *Lunar and Planetary Institute Science Conference Abstracts*, volume 6 of *Lunar and Planetary Inst. Technical Report*, page 155. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Connors, M., Stacey, G., Brassler, R., and Wiegert, P. (2005). A survey of orbits of co-orbital of Mars. *Planetary and Space Science*, 53:617–624.
- Connors, M., Wiegert, P., and Veillet, C. (2011). Earth's Trojan asteroid. *Nature*, 475:481–483. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Cuzzi, J. N., Dobrovolskis, A. R., and Champney, J. M. (1993). Particle-gas dynamics in the midplane of a protoplanetary nebula. *Icarus*, 106:102. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Dermott, S. F. and Murray, C. D. (1981a). The dynamics of tadpole and horseshoe orbits. I - Theory. *Icarus*, 48:1–11.
- Dermott, S. F. and Murray, C. D. (1981b). The dynamics of tadpole and horseshoe orbits. I - Theory. II - The coorbital satellites of Saturn. *Icarus*, 48:1–22. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Duncan, M., Quinn, T., and Tremaine, S. (1989). The long-term evolution of orbits in the solar system - A mapping approach. *Icarus*, 82:402–418. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.

- Fleming, H. J. and Hamilton, D. P. (2000). On the Origin of the Trojan Asteroids: Effects of Jupiter's Mass Accretion and Radial Migration. *Icarus*, 148:479–493. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Gaffey, M. J. (1990). *Thermal history of the asteroid belt: implications for accretion of the terrestrial planets*, pages 17–28. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Giorgini, J. D., Yeomans, D. K., Chamberlin, A. B., Chodas, P. W., Jacobson, R. A., Keesey, M. S., Lieske, J. H., Ostro, S. J., Standish, E. M., and Wimberly, R. N. (1996). JPL's On-Line Solar System Data Service. In *AAS/Division for Planetary Sciences Meeting Abstracts #28*, volume 28 of *Bulletin of the American Astronomical Society*, page 1158. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Goldreich, P. and Ward, W. R. (1973). The Formation of Planetesimals. *Astrophysical Journal*, 183:1051–1062. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Gomes, R. S. (1998). Dynamical Effects of Planetary Migration on Primordial Trojan-Type Asteroids. *The Astronomical Journal*, 116:2590–2597. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Greenberg, R., Hartmann, W. K., Chapman, C. R., and Wacker, J. F. (1978). Planetesimals to planets - Numerical simulation of collisional evolution. *Icarus*, 35:1–26. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Halliday, A. N. (2000). Terrestrial accretion rates and the origin of the Moon. *Earth and Planetary Science Letters*, 176:17–30. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Harrington, R. S. and Seidelmann, P. K. (1981). The Dynamics of the Saturnian Satellites 1980S1 and 1980S3. In *Bulletin of the American Astronomical Society*, volume 13 of *Bulletin of the American Astronomical Society*, page 573. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Hartmann, W. K. and Davis, D. R. (1975). Satellite-sized planetesimals and lunar origin. *Icarus*, 24:504–514. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Hayashi, C. (1981). Structure of the Solar Nebula, Growth and Decay of Magnetic Fields and Effects of Magnetic and Turbulent Viscosities on the Nebula. *Progress of Theoretical Physics Supplement*, 70:35–53. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.

- Innanen, K. A. (1991). The Prediction and Discovery of a Martian Trojan Asteroid. *The Journal of the Royal Astronomical Society of Canada*, 85(4):151–157.
- Izidoro, A., Winter, O. C., and Tsuchida, M. (2010). Co-orbital satellites of Saturn: congenital formation. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 405:2132–2140. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Jackson, J. (1913). Retrograde satellite orbits. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 74:62–82. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Kinoshita, H. and Nakai, H. (2007). Quasi-satellites of Jupiter. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 98:181–189. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Kokubo, E. and Ida, S. (2000). Formation of Protoplanets from Planetesimals in the Solar Nebula. *Icarus*, 143:15–27. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Kortenkamp, S. J. and Wetherill, G. W. (2000). Formation of the Asteroid Belt. In *Lunar and Planetary Institute Science Conference Abstracts*, volume 31 of *Lunar and Planetary Inst. Technical Report*, page 1813. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Lecacheux, J., Laques, P., Vapillon, L., Auge, A., and Despiau, R. (1980). A new satellite of Saturn - Dione B. *Icarus*, 43:111–115. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Lissauer, J. J., Goldreich, P., and Tremaine, S. (1985). Evolution of the Janus-Epimetheus Coorbital Resonance Due to Torques from Saturn's Rings. *Icarus*, 64:425–434.
- Llibre, J. and Ollé, M. (2001). The Motion of Saturn Coorbital satellites in the restricted three-body problem. *Astronomy and Astrophysics*, 378:1087–1099.
- Marzari, F. and Scholl, H. (1997). Trojan Capture by a Growing proto-Jupiter. In *AAS/Division for Planetary Sciences Meeting Abstracts #29*, volume 29 of *Bulletin of the American Astronomical Society*, page 972. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.

- Mikkola, S., Brassier, R., Wiegert, P., and Innanen, K. (2004). Asteroid 2002 VE68, a quasi-satellite of Venus. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 351:L63–L65. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Mourão, D. C., Winter, O. C., Yokoyama, T., and Cordeiro, R. R. (2006). On the stability of hypothetical satellites coorbital to Mimas or Enceladus. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 372:1614–1620. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Murray, C. D. (1994). Dynamical effects of drag in the circular restricted three-body problem. 1: Location and stability of the Lagrangian equilibrium points. *Icarus*, 112:465–484. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Murray, C. D. and Dermott, S. F. (1999). *Solar system dynamics*. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Namouni, F. (1999). Secular Interactions of Coorbiting Objects. *Icarus*, 137:293–314. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Namouni, F., Christou, A. A., and Murray, C. D. (1999). Coorbital Dynamics at Large Eccentricity and Inclination. *Physical Review Letters*, 83:2506–2509.
- Nesvorný, D. and Dones, L. (2002). How Long-Lived Are the Hypothetical Trojan Populations of Saturn, Uranus, and Neptune? *Icarus*, 160:271–288. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Porco, C. C., Baker, E., Barbara, J., Beurle, K., Brahic, A., Burns, J. A., Charnoz, S., Cooper, N., Dawson, D. D., Del Genio, A. D., Denk, T., Dones, L., Dyudina, U., Evans, M. W., Giese, B., Grazier, K., Helfenstein, P., Ingersoll, A. P., Jacobson, R. A., Johnson, T. V., McEwen, A., Murray, C. D., Neukum, G., Owen, W. M., Perry, J., Roatsch, T., Spitale, J., Squyres, S., Thomas, P., Tiscareno, M., Turtle, E., Vasavada, A. R., Veverka, J., Wagner, R., and West, R. (2005). Cassini Imaging Science: Initial Results on Saturn’s Rings and Small Satellites. *Science*, 307:1226–1236. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Raymond, S. N., Quinn, T., and Lunine, J. I. (2004). Making other earths: dynamical simulations of terrestrial planet formation and water delivery. *Icarus*, 168:1–17. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Reitsema, H. J. (1981). The Libration of the Saturnian Satellite Dione B. *Icarus*, 48:23–28.

- Salo, H. and Yoder, C. F. (1988). The dynamics of coorbital satellite systems. *Astronomy and Astrophysics*, 205:309–327. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Szebehely, V. (1967). *Theory of orbits. The restricted problem of three bodies*. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Tabachnick, S. and Evans, N. W. (1999). Cartography for Martian Trojans. *The Astronomical Journal*, 517:L63–L66.
- Taylor, S. R. (1982). *Planetary science: A lunar perspective*. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Weidenschilling, S. J., Spaute, D., Davis, D. R., Marzari, F., and Ohtsuki, K. (1997). Accretional Evolution of a Planetesimal Swarm. *Icarus*, 128:429–455. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Wetherill, G. W. (1990). Comparison of analytical and physical modeling of planetesimal accumulation. *Icarus*, 88:336–354. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Wetherill, G. W. (1992). An alternative model for the formation of the asteroids. *Icarus*, 100:307–325. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Wetherill, G. W. and Stewart, G. R. (1989). Accumulation of a swarm of small planetesimals. *Icarus*, 77:330–357. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Wetherill, G. W. and Stewart, G. R. (1993). Formation of planetary embryos - Effects of fragmentation, low relative velocity, and independent variation of eccentricity and inclination. *Icarus*, 106:190. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Wiegert, P. A., Innanen, K. A., and Mikkola, S. (1997). An Asteroidal Companion to the Earth. *Nature*, 387:685–686.
- Wisdom, J. (1980). The resonance overlap criterion and the onset of stochastic behavior in the restricted three-body problem. *Astronomical Journal*, 85:1122–1133. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- Yoder, C. F. (1979). Notes on the origin of the Trojan asteroids. *Icarus*, 40:341–344. Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.



- Yoder, C. F., Colombo, C., Synnott, S. P., and Yoder, K. A. (1983). Theory of Motion of Saturn's Coorbiting Satellites. *Icarus*, 53:431–443.
- Yoder, C. F., Synnott, S. P., and Salo, H. (1989). Orbits and Masses of Saturn's Co-orbiting Satellites, Janus and Epimetheus. *The Astronomical Journal*, 98:1875–1889.
- Zhou, L., Dvorak, R., and Sun, Y. (2008). On the Dynamics of Inclined Neptune's Trojans.