

Um Estudo da Dinâmica de Captura em
Ressonância de Corrotação

Nilton Carlos Santos Araújo

Um Estudo da Dinâmica de Captura em Ressonância de Corrotação

Nilton Carlos Santos Araújo

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, para a obtenção do título de Mestre em Física.

Orientador: Prof. Dr. Ernesto Vieira Neto

Guaratinguetá
2013

A663e Araújo, Nilton Carlos Santos
Um Estudo da Dinâmica de Captura em Ressonância de Corrotação /
Nilton Carlos Santos Araújo – Guaratinguetá : [s.n], 2013.
68 f : il.
Bibliografia: f. 58-60

Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de
Engenharia de Guaratinguetá, 2013.
Orientador: Prof. Dr Ernesto Vieira Neto

1. Dinâmica 2. Ressonância I. Título

CDU 531.3(043)

NILTON CARLOS SANTOS ARAÚJO

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
“MESTRE EM FÍSICA”


PROGRAMA: FÍSICA

APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO


Prof. Dr. Sílvia Maria Giuliatti Winter
Coordenadora

BANCA EXAMINADORA:


Prof. Dr. ERNESTO VIEIRA NETO
Orientador / Unesp-Feg


Prof. Dr. OTHON CABO WINTER
Unesp-Feg


Prof. Dr. FERNANDO VIRGILIO ROIG
Observatório Nacional/RJ

Fevereiro de 2013

Agradecimentos

Agradeço primeiramente a Deus por permitir mais uma vitória sobre meus desafios. Ao meu orientador Professor Doutor Ernesto Vieira Neto e os professores da Universidade por transmitirem seus conhecimentos a mim. Aos meus pais por sempre estarem ao meu lado apoiando e confiando em minhas decisões e atitudes. Aos amigos por me ajudarem nos momentos difíceis. A minha namorada sempre afável e companheira. E a todos os que acreditaram em mim.

Este trabalho contou com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (**CAPES**).

Sumário

1	Introdução	13
2	Satélites em Corrotação	14
3	Ressonância de Corrotação	16
3.1	Revisão Bibliográfica	16
3.2	Modelagem	18
3.3	Elementos Orbitais Geométricos	22
3.4	Simulação Numérica	27
3.4.1	Método	27
3.4.2	Resultados	33
4	Migração no Sistema de Saturno	40
4.1	Migração no sistema de Saturno	40
4.2	Evolução em maré de alguns satélites de Saturno	43
5	Excentricidade de Mimas	44
5.1	Simulações para aumentar a excentricidade de Mimas	45
5.2	Excentricidade e Corrotação	51
6	Considerações Finais	56
7	APÊNDICE A - Velocidade de Migração	61

ARAUJO, N. C. S., **Um Estudo da Dinâmica de Captura em Ressonância de Corrotação**, 2013. 68 f. Dissertação de Mestrado – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2013.

Resumo

No Sistema Solar existem vários tipos de objetos celestes, tais como planetas, satélites, anéis, etc., que apresentam uma dinâmica interessante. E o estudo da dinâmica dos satélites e anéis de Saturno sempre foram de grande interesse por apresentarem várias estruturas, como por exemplo as estruturas que aparecem no anel A. Essas estruturas podem ser descritas no contexto de ressonâncias entre as partículas do anel e os satélites próximos. Assim, é importante examinar a natureza dessas interações ressonantes, a fim de compreendermos as características observadas nos satélites e nos anéis de Saturno e a evolução orbital desses objetos.

Neste trabalho destacamos a ressonância de corrotação, que ocorre quando a velocidade padrão da partícula perturbada é igual à frequência orbital do satélite perturbador. Em particular a ressonância de corrotação do arco do anel G de Saturno com o satélite Mimas. Imerso nesse arco está o satélite Aegaeon, e neste trabalho investigamos que mecanismos poderiam capturar esse satélite. Um dos mecanismos que usamos é a migração de Mimas e Tethys. Verificamos que a migração desses satélites provocam aumento da excentricidade de Mimas, aumentando a largura da ressonância de corrotação e capturando partículas.

PALAVRA-CHAVE: dinâmica; captura; ressonância; corrotação

ARAUJO, N. C. S., **A Study of Dynamic Capture in Corotation Resonance**, 2013. 68 f. Master (Physics) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2013.

Abstract

In the Solar System there are several types of celestial objects, such as planets, satellites, rings, etc., which show an interesting dynamics. The study of the dynamics of rings and satellites of Saturn have always been of great interest due to the structures they present various, for example, structures that appear on the A ring. These structures can be described in the context of resonances between the particles of the ring and satellites. Therefore it, is important to examine the nature of these resonant interactions in order to understand the characteristics observed in the satellites and rings of Saturn and the orbital evolution of these objects.

This work highlighted the corotation resonance, which occurs when the velocity pattern of the disturbed particle is equal to the orbital rate of the disturbing satellite . In particular resonance corotation of Saturn's G ring arc with Mimas satellite. Embebed in this arc is the satellite Aegaeon, and in this work we investigate mechanisms that could capture this satellite. We will investigate whether the migrations of satellites Mimas and Tethys, which may be due to tidal effects could fulfill this mechanism. We found that the migration of these satellites increase the eccentricity of Mimas, increasing the resonance width and capturing the particles.

KEYWORDS: dynamic; capture; resonance; corotation

Lista de Figuras

3.1	Exemplo de ressonância de corrotação 3:2 em um referencial sendo rotacionado em uma velocidade igual a velocidade padrão Ω_p em relação à partícula perturbada (figura adaptada de Murray e Dermott (1999)).	21
3.2	Posição inicial das partículas que estão em ressonância com Mimas, representadas pelos pontos verdes, e das partículas que não estão em ressonância, representadas pelos vermelhos, obtidas pelo método de Monte Carlo.	29
3.3	“Snapshot“ das partículas no ano 50 da simulação. Os gomos estão deslocados em relação à figura 3.2.	29
3.4	”Snapshot“ das partículas no ano 100 da simulação. Os gomos estão deslocados em relação à figura 3.2.	30
3.5	”Snapshot“ das partículas no ano 150 da simulação. Os gomos estão deslocados em relação à figura 3.2.	30
3.6	Ângulo ressonante de uma partícula. Considere a partícula escolhida aleatoriamente dentro de um dos gomos. Essa figura é um exemplo de uma partícula com seu ângulo ressonante librando.	31
3.7	Ângulo ressonante de uma partícula. Considere a partícula escolhida aleatoriamente fora dos gomos. Essa figura é um exemplo de uma partícula com seu ângulo ressonante circulando.	32
3.8	Migração de Mimas e o comportamento de Aegaeon com a constante de arrasto γ positiva.	32
3.9	Migração de Mimas e o comportamento de Aegaeon com a constante de arrasto γ negativa.	33
3.10	Ângulo ressonante de Mimas-Aegaeon + 14 corpos. Essa figura é a reprodução da figura ângulo ressonante de Aegaeon do trabalho de Hedman et al. (2010).	33
3.11	Ângulo ressonante de Mimas-Aegaeon sem os outros 14 corpos.	35
3.12	Ângulo ressonante de Mimas-Aegaeon + Thethys.	35
3.13	Sobreposição das figuras 3.10 e 3.12.	36
3.14	As condições iniciais no ano 2004 com Mimas migrando.	36
3.15	As condições iniciais no ano 2054 com Mimas migrando.	37
3.16	As condições iniciais no ano 2184 com Mimas migrando.	37

3.17	“Snapshot” da faixa de partículas no ano 2004 enquanto Mimas migra e a região da ressonância se desloca devido essa migração.	38
3.18	“Snapshot” da faixa de partículas no ano 2054 enquanto Mimas migra e a região da ressonância está dentro dessa faixa.	38
3.19	“Snapshot” da faixa de partículas no ano 2084 enquanto Mimas migra e a região da ressonância está logo abaixo dessa faixa. Algumas partículas entraram nas bordas dessa ressonância.	39
3.20	“Snapshot” da faixa de partículas no ano 2184 enquanto Mimas migra. A região da ressonância passou por essa faixa e as partículas que entraram nas bordas da ressonância (ver figura 3.19) saíram delas e se espalharam.	39
4.1	$\omega = n$. Caso ideal. Não há troca de energia entre o planeta e o satélite. A órbita do satélite não é alterada	41
4.2	Caso que $\omega > n$. Há troca de energia entre o planeta e o satélite. O planeta perde energia e o satélite ganha essa energia. A órbita do satélite se expande	42
4.3	Caso que $\omega < n$. Há troca de energia entre o planeta e o satélite. O satélite perde energia e o planeta ganha essa energia. A órbita do satélite se contrai.	42
5.1	Excentricidade de Mimas enquanto Mimas migra para perto de Tethys no experimento 1.	46
5.2	Ângulo ressonante de Mimas-Tethys enquanto Mimas migra para perto de Tethys no experimento 1.	46
5.3	Semieixo maior de Mimas enquanto Mimas migra para perto de Tethys no experimento 1.	47
5.4	Excentricidade de Mimas se modificando enquanto Mimas migra para perto de Tethys no experimento 2.	48
5.5	Ângulo ressonante de Mimas-Tethys enquanto Mimas migra para perto de Tethys no experimento 2.	49
5.6	Semieixo maior de Mimas enquanto Mimas migra para perto de Tethys no experimento 2.	49
5.7	Excentricidade de Mimas modificando devido a migração de Tethys no experimento 3.	50
5.8	Ângulo ressonante de Mimas-Tethys modificandso devido a migração de Tethys no experimento 3.	50
5.9	Semieixo maior de Mimas modificando devido a migração de Tethys no experimento 3.	51
5.10	”Snapshot“ da faixa de partículas no ano 0 enquanto a excentricidade de Mimas é igual a zero (ver o valor da excentricidade de Mimas na figura 5.7 no ano 0).	53

5.11	”Snapshot“ da faixa de partículas no ano 50 enquanto a excentricidade de Mimas é aproximadamente igual 0.01 (ver o valor da excentricidade de Mimas na figura 5.7 no ano 50).	53
5.12	”Snapshot“ da faixa de partículas no ano 116 enquanto Mimas migra com excentricidade aproximadamente de 0.01 (ver o valor da excentricidade de Mimas na figura 5.7 no ano 116).	54
5.13	”Snapshot“ da faixa de partículas ano 150 enquanto Mimas migra com excentricidade aproximadamente de 0.01 (ver o valor da excentricidade de Mimas na figura 5.7 no ano 150).	55
7.1	Condições iniciais retiradas da figura 3.2 (gomo 4). Partículas inicialmente em ressonância de corrotação com Mimas	62
7.2	O comportamento das partículas enquanto Mimas migrou com velocidade igual a 9 mm/ano no ano 250 da simulação. As partículas em verde representam as partículas em ressonância com Mimas (1858) e as vermelhas as que circularam (34).	63
7.3	O comportamento das partículas enquanto Mimas migrou com velocidade igual a 9 mm/ano no ano 500 da simulação. As partículas em verde representam as partículas em ressonância com Mimas (1853) e as vermelhas as que circularam (39).	63
7.4	Essa figura é zoom da figura 7.4. O comportamento das partículas enquanto Mimas migrou com velocidade igual a 9 mm/ano no ano 750 da simulação. As partículas em verde representam as partículas em ressonância com Mimas (1849) e as vermelhas as que circularam (43).	64
7.5	Essa figura é zoom da figura 7.5. O comportamento das partículas enquanto Mimas migrou com velocidade igual a 9 mm/ano no ano 1000 da simulação. As partículas em verde representam as partículas em ressonância com Mimas (1847) e as vermelhas as que circularam (45).	64
7.6	O comportamento das partículas enquanto Mimas migrou com velocidade igual a 9 km/ano no ano 250 da simulação. As partículas em verde representam as partículas em ressonância com Mimas (611) e as vermelhas as que circularam (1281).	65
7.7	O comportamento das partículas enquanto Mimas migrou com velocidade igual a 9 km/ano no ano 500 da simulação. As partículas em verde representam as partículas em ressonância com Mimas (615) e as vermelhas as que circularam (1275).	65

7.8	O comportamento das partículas enquanto Mimas migrou com velocidade igual a 9 km/ano no ano 750 da simulação. As partículas em verde representam as partículas em ressonância com Mimas (617) e as vermelhas as que circularam (1275).	66
7.9	O comportamento das partículas enquanto Mimas migrou com velocidade igual a 9 km/ano no ano 1000 da simulação. As partículas em verde representam as partículas em ressonância com Mimas (619) e as vermelhas as que circularam (1273).	66

Lista de Tabelas

3.1	Dados obtidos em HORIZONS, NASA para data 01 de Janeiro de 2004. . .	28
3.2	Tabela retirada do artigo (Hedman et al., 2010).	34

Capítulo 1

Introdução

Existem na literatura inúmeros estudos sobre os anéis de Saturno. Um fato relevante é que esses objetos estão próximos e sofrem perturbações gravitacionais mútuas, as quais foram essenciais para a evolução dinâmica e para a história desses objetos (Murray e Dermott, 1999). Além disso, alguns sistemas de satélites e anéis desse planeta têm comensurabilidades importantes entre seus movimentos médios (Duriez, 1988). Outro fato, como exemplo, praticamente toda a estrutura do anel A de Saturno pode ser entendida no contexto de ressonâncias entre as partículas do anel e satélites próximos. Outro exemplo é o mecanismo de pastoreamento para anéis estreitos, que consiste de dois satélites, um interior e outro exterior ao anel, em ressonâncias com as extremidades desse anel, produzindo um mecanismo que evita o espalhamento devido ao torque aplicado sobre as partículas do anel. Com base nesses exemplos, notamos o quanto é essencial a natureza dessas interações ressonantes.

O objetivo deste trabalho é investigar a possibilidade de captura de partículas em ressonância de corotação no Sistema de Saturno. O estudo será desenvolvido usando a dinâmica do problema de 3 corpos e quatro corpos, com os efeitos da não esfericidade de Saturno. O estudo será realizado através de simulações numéricas. Estudaremos, também, os efeitos da migração do satélite Mimas, pois na literatura encontramos estudos sobre a expansão da órbita de Mimas e de Enceladus. Como resultado, teremos uma melhor compreensão da dinâmica envolvida na origem e a estabilidade de pequenos satélites.

No capítulo 2, realizaremos uma breve discussão sobre os satélites do sistema de Saturno que estão em ressonância de corotação com Mimas.

No capítulo 3, realizaremos estudos de ressonância de corotação e sua modelagem, os elementos orbitais geométricos, e as simulações iniciais desse trabalho.

No capítulos 4, destacaremos a migração no sistema de Saturno por efeito de maré.

No capítulo 5, discutiremos sobre a variação da excentricidade de Mimas e sua importância sobre a ressonância de corotação.

No capítulo 6, apresentaremos as considerações finais.

Capítulo 2

Satélites em Corrotação

No sistema de Saturno existem vários satélites e anéis que possuem interações mútuas. Devido a essas interações ocorrem a formação de várias estruturas nos anéis. Para compreender essa dinâmica estudaremos os efeitos ressonantes.

Na mecânica celeste as ações da ressonância foram inicialmente usadas no estudo do sistema de asteróides, de onde provém a maioria dos modelos analíticos utilizados atualmente e que usaremos no estudo do sistema dinâmico dos anéis e satélites. Já as ressonâncias de corrotação, Lindblad e vertical, provém dos estudos das ressonâncias de galáxias (Borderies-Rappaport e Longaretti, 1994). Neste trabalho, destacaremos somente a ressonância de corrotação. Apresentaremos então alguns satélites de Saturno, que sofrem ressonância de corrotação.

A partir de 2004, as imagens das câmeras a bordos da sonda Cassini revelaram a existência de vários satélites pequenos que não eram conhecidos, por exemplo, Methone, Anthe e Aegaeon (Spitale et al., 2006; Cooper et al., 2008; Hedman et al., 2010).

Methone foi descoberto pelas imagens da sonda Cassini tomadas entre Maio e Outubro de 2004. Ele é um satélite pequeno com um diâmetro de 3 km aproximadamente, orbita Saturno com um semieixo maior de 194 440 km e está entre Mimas e Enceladus. A sua órbita é quase circular com inclinação muito baixa (Spitale et al., 2006).

A órbita de Methone foi modelada por Spitale et al. (2006), que realizou um trabalho sobre as órbitas de pequenos satélites descobertos pela sonda Cassini até 2006. O trabalho de Spitale et al. (2006) estudou a órbita de Methone a partir da integração orbital das equações completas em três dimensões, que é o modelo mais sofisticado para esse tipo de problema, pois apresenta oscilações que podem ser negligenciadas em curto período. Nessas integrações foram inseridas as perturbações existentes no sistema de Saturno e aquelas provenientes do Sol e de Júpiter. A perturbação gravitacional de Methone nos outros corpos foi desprezada devido ao seu tamanho. Essas integrações mostraram que Methone está em ressonância de corrotação 15:14 com Mimas, com ângulo ressonante de corrotação $\varphi_{CER} = 15\lambda_{Methone} - 14\lambda_{Mimas} - \varpi_{Mimas}$ onde λ_{Mimas} e ϖ_{Mimas} são a longitude média e longitude do pericentro de Mimas e $\lambda_{Methone}$ é a longitude média de

Methone (Hedman et al., 2009).

Anthe foi descoberto pelas imagens da sonda Cassini obtidas entre Maio e Junho de 2007 (Cooper et al., 2008). Com essas imagens foi possível estimar uma distância radial até Saturno em torno de 197 700 km e o diâmetro de 1,8 km.

Para modelar a órbita de Anthe, Cooper et al. (2008) usou a integração numérica das equações completas. Consequentemente, suas simulações mostraram que Anthe sofre significativas perturbações pelo satélite Mimas, causando, por exemplo, uma variação do semieixo maior de ± 27 km em torno de um valor médio de 197 655 km e a integração relevou que Anthe e Mimas estão em uma ressonância de corrotação de 11:10, com ângulo ressonante de corrotação $\varphi_{CER} = 11\lambda_{Mimas} - 10\lambda_{Anthe} - \varpi_{Mimas}$ onde λ_{Anthe} é a longitude média de Anthe (Hedman et al., 2009).

Aegaeon foi descoberto pelas imagens obtidas pela sonda Cassini durante o período 2008 e 2009 (Hedman et al., 2010), embora a exploração da região onde se encontra Aegaeon iniciou em 2007. Os dados obtidos em 2007 revelaram a existência de um arco de poeira, o arco do anel G (Hedman et al., 2007). O arco do anel G está preso na ressonância de corrotação 7:6 com Mimas (Hedman et al., 2007), como Aegaeon está imerso nesse arco, a possibilidade que esse satélite também esteja preso nessa ressonância com Mimas era grande. Assim, através de simulações numéricas das equações completas de movimentos (Hedman et al., 2010), confirmaram essa evidência. O ângulo ressonante de corrotação de Aegaeon é $\varphi_{CER} = 7\lambda_{Mimas} - 6\lambda_{Aegaeon} - \varpi_{Mimas}$, onde $\lambda_{Aegaeon}$ é a longitude média de Aegaeon (Hedman et al., 2009). Essas simulações não só revelaram que Aegaeon está em ressonância de corrotação com Mimas, mas também sofre outras ressonâncias, como por exemplo, a ressonância de Lindblad com Mimas (Hedman et al., 2010).

As imagens da Cassini revelaram que Aegaeon está imerso em um fraco arco de partículas (Hedman et al., 2007, 2010), assim como Anthe e Methone (Hedman et al., 2009). Hedman et al. (2010) afirma que provavelmente as partículas desses arcos se originaram e se desprenderam em baixa velocidade das luas que circundam Saturno. Essas partículas não tiveram energia suficiente para escapar da ressonância de corrotação e permaneceram em torno de seu satélite fonte. Com essas evidências, Hedman et al. (2010) conclui que talvez esses três objetos podem apresentar um entendimento da conexão entre luas e anéis.

Methone, Anthe e Aegaeon e seus respectivos arcos estão em ressonância de corrotação de 15:14, 11:10 e 7:6 respectivamente com Mimas. Por causa dessa ressonância, é observado o efeito da confinção longitudinal desses satélites e dos seus arcos (Hedman et al., 2010). Contudo, há evidências que as órbitas de Methone e Anthe são instáveis em simulações de longo período, embora a de Aegaeon é estável (Callegari e Yokoyama, 2009).

Capítulo 3

Ressonância de Corrotação

Neste capítulo apresentaremos uma breve revisão bibliográfica, a modelagem, os elementos orbitais geométricos e as primeiras simulações numéricas que desenvolvemos neste trabalho.

3.1 Revisão Bibliográfica

Goldreich (1965) realizou uma pesquisa sobre a estabilidade das ressonâncias de movimento médio de objetos no Sistema Solar sob os efeitos da ação da força de maré. Destacou que a presença da força de maré não interromperia as ocorrências das ressonâncias dos objetos. Bem como mostrou a importância dessas ressonâncias para a estabilidade e evolução de objetos em Saturno e Júpiter. Testou a hipótese sobre a estabilidade da ressonância com força de maré presente em pares de objetos: Enceladus-Dione, Mimas-Tethys, Hyperion-Titan e no caso dos três corpos Io, Europa e Ganymede.

Sinclair (1972) explicou a origem da ressonância entre os objetos Enceladus-Dione e Mimas-Tethys usando a hipótese da ação da força de maré. Mostrou quais eram as condições para que ocorressem uma captura em libração para esses sistemas. Entretanto, afirmou que essas condições não poderiam explicar a origem da ressonância de Hyperion com Titan.

Greenberg et al. (1972) afirmaram que os satélites, atualmente presos em ressonância, não estavam em ressonância no Sistema Solar primitivo Goldreich (1965). Assim, eles sugeriram um modelo de captura em ressonância para esses satélites.

Em seguida, Greenberg (1973) propôs um modelo mais preciso para essa captura, demonstrando como a interação gravitacional dos satélites podem cessar a sua evolução diferencial de maré, quando a comensurabilidade ressonante de seus períodos orbitais forem atingidos. Com o sucesso desse estudo, corroborou-se a hipótese da dissipação de energia das marés que provocou captura em ressonância órbita-órbita entre satélites no Sistema Solar, incluindo o caso de Titan-Hyperion.

Greenberg (1974) abordou os efeitos do achatamento de Saturno sob ressonância órbita-órbita de Mimas-Tethys. Ressaltou o estudo sobre o sistema Mimas-Tethys, pois, na maioria dos casos das ressonâncias órbita-órbita, elas são do tipo excentricidade e um dos corpos tem massa desprezível em relação ao outro. Contudo, a ressonância de Mimas-Tethys é do tipo inclinação e suas massas são comparáveis. Em seu trabalho, Greenberg (1974), compreendeu a relevância do achatamento para o sistema em questão e o porquê a média da longitude do nó ascendente ($\Omega_{med} = (\Omega_M + \Omega_T)/2$ onde Ω_M e Ω_T são as longitudes dos nós ascendentes de Mimas e Tethys respectivamente) pode se alterar consideravelmente quando são realizadas pequenas variações do plano de referência.

Um estudo sobre ressonâncias no Sistema Solar realizado por Peale (1976) testou as afirmações de Goldreich (1965). Nesse trabalho, Peale (1976) descreveu o mecanismo físico da ressonância em sistemas orbitais, destacando a dificuldade de explicar as comensurabilidades dos anéis de Saturno com outros objetos.

Peale (1978) procurou expor a origem da ressonância orbital de Titan-Hyperion a partir do fato de que Hyperion está em ressonância spin-órbita com Saturno.

Wiesel (1982) estudou as ressonâncias em anéis de Saturno. Mostrou os efeitos e a importância do achatamento de Saturno para a teoria clássica de ressonância. Ele também explicou que as ressonâncias em anéis não seriam consideradas pontuais, mas como uma região.

Henrard (1983) analisou a evolução orbital dos satélites Io, Ganymedes e Europa para entender como ocorreram as capturas desses satélites em ressonância. Usou o modelo do pêndulo rígido analisando os comentários de captura de Yoder e Peale (1981). Eles encontraram um resultado 10% melhor que de Yoder (1979).

Lissauer et al. (1985) investigaram os efeitos gravitacionais das interações dos satélites coorbitais Janus e Epimetheus sobre os anéis de Saturno. Eles mostraram que esses satélites estão em ressonância 7:6 com uma fina região externa do anel A.

Borderies-Rappaport e Longaretti (1994) definiram os elementos geométricos. Eles mostraram o quanto esses elementos foram mais precisos quando usados em seus resultados sobre evolução orbital de uma partícula que estava orbitando um planeta achatado. Também, estenderam a solução dos epiciclos para movimentos não equatoriais. Em seguida, melhoraram as frequências incluindo os valores de $e^2 J_2$ e $I^2 J_2$. Por fim, utilizaram os elementos geométricos para obterem as equações de perturbação para os elementos do epiciclo.

Lubow (2004) pesquisou a ressonância de corotação em discos proto-planetários. Outrora, Lubow (1990) corroborara a existência da saturação de massa nas regiões em ressonância de corotação. Assim, Lubow (2004) destacou essas saturações da ressonância de corotação em Lubow (1990) como relevantes na evolução orbital de um planeta imerso em um disco.

Renner e Sicardy (2006) utilizaram os elementos geométricos de Borderies-Rappaport

e Longaretti (1994), para realizarem uma simulação numérica de uma partícula que orbita um planeta achatado. Derivaram a conversão dos elementos geométricos em vetores de estados e também o inverso, vetores de estados em elementos geométricos. Exibiram o comportamento dos elementos geométricos sob um planeta achatado.

Hedman et al. (2010) analisaram as imagens obtidas em 2004 pela sonda Cassini. As quais revelaram a existência de várias luas, bem como a existência de um arco de material, o arco do anel G, com uma distância radial em torno 166 500 km a partir de Saturno. Somente mais tarde, em 2008, a Cassini, com sua missão equinócio, obteve imagens de um pequeno satélite no arco do anel G, anteriormente desconhecido, esse satélite recebeu o nome de Aegaeon. Com um modelo orbital das equações completas, Hedman et al. (2010) demonstraram tanto para Aegaeon, quanto para arco do anel G, que ambos estão em ressonância de corrotação 7:6 com Mimas.

3.2 Modelagem

Para o estudo das ressonância entre anéis e satélites, considera-se que os anéis planetários próximos de satélites podem sofrer perturbações gravitacionais significativas. Essas perturbações geram movimentos estáveis e regulares ou instáveis e caóticos nas partículas de um anel.

A princípio, quando uma partícula orbita um corpo não achatado, ela está sujeita a um potencial padrão V dado por

$$V = -GM/r, \quad (3.1)$$

onde G é a constante gravitacional, M é a massa do corpo que a partícula orbita e r é a distância da posição da partícula em relação ao corpo de massa M . Entretanto, quando essa partícula orbitar um planeta achatado deve-se considerar as perturbações devido aos coeficientes zonais J_2 , J_4 , J_6 e etc.

Assim, o potencial gravitacional, em coordenadas esféricas, gerado por um corpo achatado é dada pela equação (Murray e Dermott, 1999)

$$V = -\frac{GM}{r} \left[1 - \sum_{i=2,4,\dots}^{\infty} J_i (R_p/r)^i P_i(\sin(\alpha)) \right], \quad (3.2)$$

onde R_p é o raio do planeta achatado, $P_i \sin(\alpha)$ são os polinômios de Legendre de grau i em função de $\sin \alpha$ e α , a latitude.

As equações de movimento da partícula com esse potencial são

$$\ddot{r} - r\dot{\alpha}^2 - r\dot{\phi}^2 \cos^2 \alpha + \frac{\partial V}{\partial r} = 0, \quad (3.3)$$

$$\frac{d}{dt} (r^2 \dot{\alpha}) + r^2 \dot{\phi}^2 \sin \alpha \cos \alpha + \frac{\partial V}{\partial \alpha} = 0 \quad (3.4)$$

e

$$\frac{d}{dt} (r^2 \dot{\phi} \cos^2 \alpha) = 0. \quad (3.5)$$

Onde $\dot{\phi}$ é a variação da longitude em relação ao tempo.

As soluções das equações 3.3, 3.4 e 3.5 geram três frequências, n , κ e ν , onde n é o movimento médio, κ é a frequência radial e ν é a frequência vertical. As frequências obtidas são (Renner e Sicardy, 2006):

$$n^2 = \frac{GM}{a^3} \left[1 + \frac{3}{4} J_2 \left(\frac{R_p}{a} \right)^2 - \frac{15}{16} J_4 \left(\frac{R_p}{a} \right)^4 + \frac{35}{32} J_6 \left(\frac{R_p}{a} \right)^6 - \frac{9}{32} J_2^2 \left(\frac{R_p}{a} \right)^4 \right. \\ \left. + \frac{45}{64} J_2 J_4 \left(\frac{R_p}{a} \right)^6 + \frac{27}{128} J_2^3 \left(\frac{R_p}{a} \right)^6 + 3 J_2 e^2 \left(\frac{R_p}{a} \right)^2 - 12 J_2 I^2 \left(\frac{R_p}{a} \right)^2 \right]^2; \quad (3.6)$$

$$\kappa^2 = \frac{GM}{a^3} \left[1 - \frac{3}{4} J_2 \left(\frac{R_p}{a} \right)^2 + \frac{45}{16} J_4 \left(\frac{R_p}{a} \right)^4 - \frac{175}{32} J_6 \left(\frac{R_p}{a} \right)^6 - \frac{9}{32} J_2^2 \left(\frac{R_p}{a} \right)^4 \right. \\ \left. + \frac{135}{64} J_2 J_4 \left(\frac{R_p}{a} \right)^6 - \frac{27}{128} J_2^3 \left(\frac{R_p}{a} \right)^6 - 9 J_2 I^2 \left(\frac{R_p}{a} \right)^2 \right]^2; \quad (3.7)$$

$$\nu^2 = \frac{GM}{a^3} \left[1 + \frac{9}{4} J_2 \left(\frac{R_p}{a} \right)^2 - \frac{75}{16} J_4 \left(\frac{R_p}{a} \right)^4 + \frac{245}{32} J_6 \left(\frac{R_p}{a} \right)^6 - \frac{81}{32} J_2^2 \left(\frac{R_p}{a} \right)^4 \right. \\ \left. + \frac{675}{64} J_2 J_4 \left(\frac{R_p}{a} \right)^6 + \frac{729}{128} J_2^3 \left(\frac{R_p}{a} \right)^6 + 6 J_2 e^2 \left(\frac{R_p}{a} \right)^2 - \frac{51}{4} J_2 I^2 \left(\frac{R_p}{a} \right)^2 \right]^2. \quad (3.8)$$

As equações 3.6, 3.7 e 3.8 são conhecidas como frequências de segunda ordem para excentricidade e inclinação. Em muitos casos, os elementos J_2^2 , J_4^2 , $J_2 J_4$, e^2 e I^2 podem ser desprezados. Todavia, para o presente trabalho, esses elementos são importantes e foram inseridos nas simulações.

Agora, considere um satélite próximo a um anel com semieixo maior a' que esteja sofrendo perturbações gravitacionais de um planeta achatado. Conseqüentemente, suas frequências serão dadas pelas equações 3.6, 3.7 e 3.8 e representadas por n' , k' e ν' .

Então, ao expandir potencial desse satélite em série de Fourier, uma nova grandeza será encontrada (Murray e Dermott, 1999), a velocidade padrão. A velocidade padrão Ω_p , definida pela equação

$$m\Omega_p = mn' + k\kappa' + p\nu' \quad (3.9)$$

ou, quando consideramos $\kappa' = n' - \dot{\varpi}'$ e $\nu' = n' - \dot{\Omega}'$, obtemos

$$m\Omega_p = (m + k + p)n' - k\dot{\varpi}' - p\dot{\Omega}', \quad (3.10)$$

onde m , k e p são inteiros, m é não negativo.

A velocidade padrão é a frequência angular de um referencial girante no qual o argumento é estacionário e depende da combinação exata das frequências n' , κ' e ν' .

Quando compara as frequências n , κ e ν de um outro satélite com o Ω_p do satélite perturbado pode-se identificar determinadas ressonâncias, cujas nomenclaturas foram emprestadas do estudo da dinâmica de galáxias. Assim, quando a diferença $n - \Omega_p$ é igual a zero, observa-se a ressonância de corrotação, ou quando resulta uma frequência radial κ tem-se a ressonância de Lindblad ou quando a diferença é uma frequência vertical ν nota-se a ressonância vertical.

Neste presente trabalho estudaremos a ressonância de corrotação para compreender a dinâmica de alguns objetos do sistema de Saturno. Portanto torna-se interessante a compreensão mais detalhada dessa ressonância.

A ressonância de corrotação ocorre quando a velocidade padrão do satélite perturbado corresponde à frequência orbital do satélite perturbador

$$m(n - \Omega_p) = 0. \quad (3.11)$$

Como nem a longitude do pericentro e nem a longitude do nó ascendente do satélite perturbado estão envolvidas no argumento da ressonância de corrotação, apenas o semi-eixo maior do satélite perturbado será afetado por uma ressonância de corrotação (Murray e Dermott, 1999).

Definindo

$$\varphi_{CER} = (m + k + p)\lambda' - m\lambda - k\varpi' - p\Omega', \quad (3.12)$$

onde φ_{CER} é o ângulo ressonante da ressonância corrotação, se negligenciarmos a variação média da época temos $\dot{\varphi}_{CER} = 0$.

A ressonância de corrotação pode explicar teoricamente a estabilidade dos arcos de

materiais, pois o potencial (3.2) permite confinar as partículas em intervalos limitados na longitude, nas regiões de corrotação.

Um exemplo da ressonância de corrotação é dada na figura 3.1. Na figura ocorre uma ressonância de corrotação 3:2 ($m = 2$) de tal modo que $k = 1$, $p = 0$, e $e' = 0.25$. O ângulo ressonante presente na figura é $\varphi_{CER} = 3\lambda' - 2\lambda - \varpi'$. Uma vez que $m = 2$, existem dois possíveis pontos estáveis. Para verificar a estrutura da figura 3.1 temos que analisá-la em um referencial girante com a velocidade padrão Ω_p em relação ao satélite perturbado. A curva externa da figura 3.1 representa o caminho do satélite perturbador no referencial girante. O satélite preso em ressonância com o satélite perturbador não está exatamente nos pontos estáveis, mas estará librando em torno de um desses pontos. Os pontos identificados como A1 e A2 fazem referência ao pericentro do satélite. Os pontos sobrepostos próximos de A1 e A2 ocorrem porque o satélite está próximo ao seu pericentro, e o seu movimento médio tem quase a mesma velocidade do referencial girante. Já os pontos mais afastados fazem referência ao apocentro da órbita do satélite perturbador.

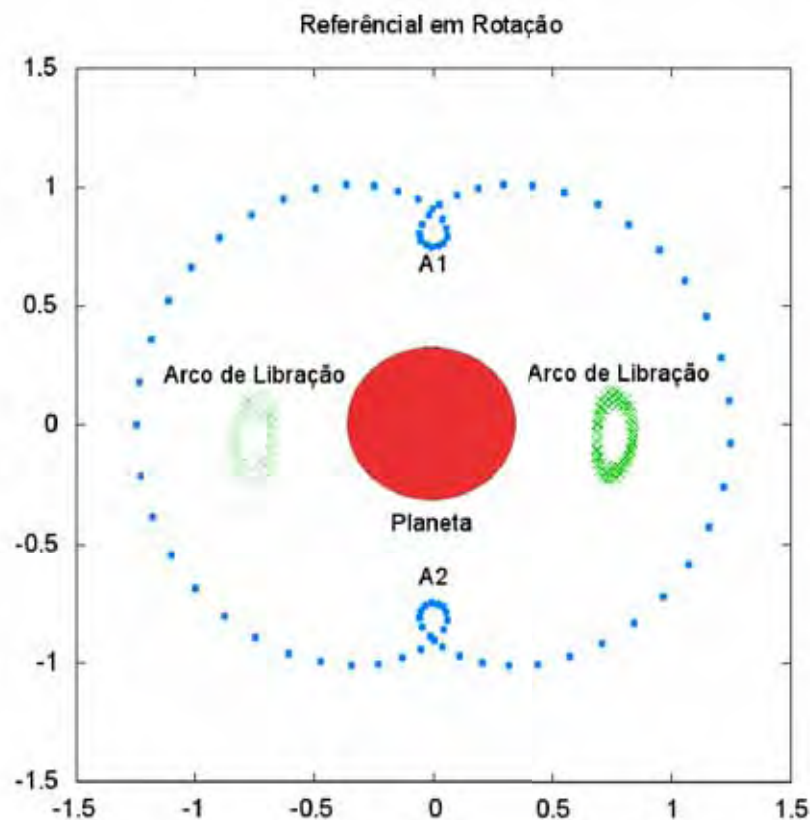


Figura 3.1: Exemplo de ressonância de corrotação 3:2 em um referencial sendo rotacionado em uma velocidade igual a velocidade padrão Ω_p em relação à partícula perturbada (figura adaptada de Murray e Dermott (1999)).

Os efeitos das ressonâncias de corrotação são observados em certas estruturas dos anéis de Saturno, devido à ressonância de corrotação 2:1 com Mimas. Ressonâncias de

corrotação podem, ainda, explicar o amortecimento da excentricidade em anéis estreitos, a repulsão mútua entre os anéis e os satélites, as estabilidades dos arcos de Netuno (Murray e Dermott, 1999) e do arco do anel G (Hedman et al., 2010).

Anthe, Methone e Aegaeon e seus respectivos arcos são exemplos de objetos celestes que sofrem ressonância de corrotação. No caso desses corpos celestes a ressonância é devido à perturbação gravitacional de Mimas.

Logo, estudaremos os efeitos da ressonância de corrotação provocada por Mimas na dinâmica e na evolução orbital, tanto do satélite Aegaeon quanto do arco do anel G.

3.3 Elementos Orbitais Geométricos

Nesta seção apresentaremos o conceito dos elementos orbitais geométricos, as transformações dos vetores de estado para esses elementos e as transformações inversas.

Utilizamos os elementos orbitais geométricos porque as partículas do anel estão em torno de um planeta achatado. Planetas achatados provocam forças perturbadoras que geram significativas variações de curto-períodos nos elementos osculadores. Os elementos geométricos também apresentam oscilações de curto-período, mas são desprezíveis pois suas amplitudes são muito pequenas (Renner e Sicardy, 2006).

Borderies-Rappaport e Longaretti (1994) realizaram o desenvolvimento dos elementos orbitais geométricos. Eles iniciaram seus estudos a partir da teoria dos epiciclos, a qual foi inicialmente desenvolvida por Chandrasekar em 1942 para dinâmica de estrelas. Nessa dinâmica o movimento é aproximadamente circular e equatorial em um potencial achatado (Borderies-Rappaport e Longaretti, 1994).

A princípio, Borderies-Rappaport e Longaretti (1994) encontraram equações em coordenadas cilíndricas dependentes desses elementos orbitais geométricos.

A equação 3.13 descreve a distância radial em função dos elementos orbitais geométricos

$$r = a \left[1 - e \cos(\lambda - \varpi) + e^2 \left(\frac{3}{2} \frac{\eta^2}{\kappa^2} - 1 - \frac{\eta^2}{2\kappa^2} \cos 2(\lambda - \varpi) \right) + I^2 \left(\frac{3}{4} \frac{\chi^2}{\kappa^2} - 1 + \frac{\chi^2}{4\alpha^2} \cos 2(\lambda - \Omega) \right) \right]. \quad (3.13)$$

A equação 3.14 descreve o ângulo θ como função dos elementos orbitais geométricos

$$\theta = \lambda + 2e \frac{\eta}{\kappa} \sin(\lambda - \varpi) + e^2 \left(\frac{3}{4} + \frac{\eta^2}{2\kappa^2} \right) \frac{n}{\kappa} \sin 2(\lambda - \varpi) - I^2 \frac{\chi^2}{4\alpha^2} \frac{n}{\nu} \sin 2(\lambda - \Omega). \quad (3.14)$$

E a equação 3.15 mostra a coordenada z em função dos elementos orbitais geométricos

$$z = aI \left[\begin{aligned} &\text{sen}(\lambda - \Omega) + e \frac{\chi^2}{2\kappa\alpha_1} \text{sen}(2\lambda - \varpi - \Omega) \\ &- e \frac{3}{2} \frac{\chi^2}{\kappa\alpha_2} \text{sen}(\varpi - \Omega) \end{aligned} \right], \quad (3.15)$$

onde

$$\eta^2 = \frac{GM}{a^3} \left[1 - 2 \left(\frac{R_p}{a} \right)^2 J_2 + \frac{75}{8} \left(\frac{R_p}{a} \right)^4 J_4 - \frac{175}{8} \left(\frac{R_p}{a} \right)^6 J_6 \right], \quad (3.16)$$

$$\chi^2 = \frac{GM}{a^3} \left[1 + \frac{15}{2} \left(\frac{R_p}{a} \right)^2 J_2 - \frac{175}{8} \left(\frac{R_p}{a} \right)^4 J_4 + \frac{735}{16} \left(\frac{R_p}{a} \right)^6 J_6 \right], \quad (3.17)$$

$$\alpha_1 = \frac{1}{3}(2\nu + \kappa), \quad (3.18)$$

$$\alpha_2 = (2\nu - \kappa) \quad (3.19)$$

e

$$\alpha^2 = \alpha_1\alpha_2. \quad (3.20)$$

Em seguida, diferenciamos as equações 3.13, 3.14 e 3.15 e obtemos:

$$\dot{r} = a\kappa \left[e \text{sen}(\lambda - \varpi) + e^2 \frac{\eta^2}{\kappa^2} \text{sen} 2(\lambda - \varpi) - I^2 \frac{\chi^2}{2\alpha^2} \frac{\nu}{\kappa} \text{sen} 2(\lambda - \Omega) \right], \quad (3.21)$$

$$\dot{\theta} = n \left[\begin{aligned} &1 + 2e \cos(\lambda - \varpi) + e^2 \left(\frac{7}{2} - 3 \frac{\eta^2}{\kappa^2} - \frac{\kappa^2}{2n^2} + \left(\frac{3}{2} + \frac{\eta^2}{\kappa^2} \right) \cos 2(\lambda - \varpi) \right) \\ &+ I^2 \left(2 - \frac{\kappa^2}{2n^2} - \frac{3}{2} \frac{\chi^2}{\kappa^2} - \frac{\chi^2}{2\alpha^2} \cos 2(\lambda - \Omega) \right) \end{aligned} \right] \quad (3.22)$$

e

$$\dot{z} = aI\nu \left[\cos(\lambda - \Omega) + e \frac{\chi^2(\kappa + \nu)}{2\kappa\alpha_1\nu} \cos(2\lambda - \varpi - \Omega) + e \frac{3\chi^2(\kappa - \nu)}{2\kappa\alpha_2\nu} \cos(\varpi - \Omega) \right]. \quad (3.23)$$

Nas simulações numéricas, o movimento de uma partícula é integrado em um referencial cartesiano centrado em um planeta. Então, é necessário converter os elementos orbitais geométricos em vetores posição-velocidade (vetores de estado) para estudarmos a ressonância de corrotação. Renner e Sicardy (2006) demonstram como transformar os elementos geométricos para vetores de estado e vice-versa.

Já conhecendo os valores dos elementos orbitais geométricos, basta transformá-los em coordenadas cilíndricas e depois substituir os valores de r , θ , z , \dot{r} , $\dot{\theta}$ e \dot{z} nas relações abaixo:

$$x = r \cos \theta, \quad (3.24)$$

$$y = r \sin \theta, \quad (3.25)$$

$$z = z, \quad (3.26)$$

$$\dot{x} = \dot{r} \cos L - r\dot{\theta} \sin \theta, \quad (3.27)$$

$$\dot{y} = \dot{r} \sin \theta + r\dot{\theta} \cos \theta \quad (3.28)$$

e

$$\dot{z} = \dot{z}. \quad (3.29)$$

A partir dos vetores de estado em coordenadas cilíndricas:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad (3.30)$$

$$\theta = \arctan y/x, \quad (3.31)$$

$$\dot{r} = \dot{x} \cos \theta + \dot{y} \sin \theta \quad (3.32)$$

e

$$\dot{\theta} = \frac{-\dot{x} \sin \theta + \dot{y} \cos \theta}{r}. \quad (3.33)$$

A longitude θ é definida no intervalo $[0, 2\pi]$, enquanto que o intervalo do $\arctan(\theta) =]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$. Logo, é necessário modificar a longitude em certos casos, os quais seguem abaixo:

$$\theta = \arctan \frac{y}{x} + \pi \text{ para } x < 0, \quad (3.34)$$

$$\theta = \arctan \frac{y}{x} + 2\pi \text{ para } \arctan y/x < 0, \quad (3.35)$$

$$\theta = \frac{\pi}{2} \text{ para } x=0 \text{ y}>0 \quad (3.36)$$

e

$$\theta = \frac{3\pi}{2} \text{ para } x=0 \text{ y}<0. \quad (3.37)$$

Por último, para encontrar os elementos orbitais geométricos a partir dos elementos em coordenadas cilíndricas, obtemos as seguintes relações:

$$a = \frac{r - r_c}{1 - \frac{\dot{\theta} - \dot{\theta}_c - n}{2n}}, \quad (3.38)$$

$$e = \sqrt{\left(\frac{\dot{\theta} - \dot{\theta}_c - n}{2n}\right)^2 + \left(\frac{\dot{r} - \dot{r}_c}{a\kappa}\right)^2}, \quad (3.39)$$

$$I = \sqrt{\left(\frac{z - z_c}{a}\right)^2 + \left(\frac{\dot{z} - \dot{z}_c}{a\nu}\right)^2}, \quad (3.40)$$

$$\lambda = \theta - \theta_c - 2\frac{n\dot{r} - \dot{r}_c}{\kappa a\kappa}, \quad (3.41)$$

$$\tan(\lambda - \varpi) = \frac{\dot{r} - \dot{r}_c}{a\kappa \left(1 - \frac{r-r_c}{a}\right)} \quad (3.42)$$

e

$$\tan(\lambda - \Omega) = \nu \frac{z - z_c}{\dot{z} - \dot{z}_c}, \quad (3.43)$$

onde r_c , \dot{r}_c , θ_c , $\dot{\theta}_c$, z_c e \dot{z}_c são:

$$r_c = ae^2 \left(\frac{3\eta^2}{2\kappa^2} - 1 - \frac{\eta^2}{2\kappa^2} \cos 2(\lambda - \varpi) \right) + aI^2 \left(\frac{3\chi^2}{4\kappa^2} - 1 + \frac{\chi^2}{4\alpha^2} \cos 2(\lambda - \Omega) \right),$$

$$\theta_c = +e^2 \left(\frac{3}{4} + \frac{\eta^2}{2\kappa^2} \right) \frac{n}{\kappa} \operatorname{sen} 2(\lambda - \varpi) - I^2 \frac{\chi^2}{4\alpha^2} \frac{n}{\nu} \operatorname{sen} 2(\lambda - \Omega),$$

$$z_c = aIe \left[\frac{\chi^2}{2\kappa\alpha_1} \operatorname{sen}(2\lambda - \varpi - \Omega) - \frac{3}{2} \frac{\chi^2}{\kappa\alpha_2} \operatorname{sen}(\varpi - \Omega) \right],$$

$$\dot{r}_c = ae^2 \frac{\eta^2}{\kappa} \operatorname{sen} 2(\lambda - \varpi) - aI^2 \frac{\chi^2}{2\alpha^2} \nu \operatorname{sen} 2(\lambda - \Omega), \quad (3.44)$$

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_c = ne^2 \left(\frac{7}{2} - 3\frac{\eta^2}{\kappa^2} - \frac{\kappa^2}{2n^2} + \left(\frac{3}{2} + \frac{\eta^2}{\kappa^2} \right) \cos 2(\lambda - \varpi) \right) \\ + nI^2 \left(2 - \frac{\kappa^2}{2n^2} - \frac{3\chi^2}{2\kappa^2} - \frac{\chi^2}{2\alpha^2} \cos 2(\lambda - \Omega) \right) \end{aligned} \quad (3.45)$$

e

$$\begin{aligned} \dot{z}_c = aIe \left[\frac{\chi^2(\kappa + \nu)}{2\kappa\alpha_1\nu} \cos(2\lambda - \varpi - \Omega) \right. \\ \left. + \frac{3\chi^2(\kappa - \nu)}{2\kappa\alpha_2\nu} \cos(\varpi - \Omega) \right]. \end{aligned} \quad (3.46)$$

Mas, essas transformações exibiram um problema para encontrar os elementos orbitais geométricos, pois foi necessário o uso das frequências n (equação 3.6), κ (equação 3.7), ν (equação 3.8), η (equação 3.16) e χ (equação 3.17), que são dependentes dos elementos orbitais geométricos. Renner e Sicardy (2006) resolveram esse problema realizando iterações sucessivas sobre essas frequências. Essas iterações são realizadas por meio dos seguintes passos:

- Primeiro passo, a iteração assume que $a = r$, $e = I = 0$ e que $r_c = \theta_c = z_c = \dot{r}_c = \dot{\theta}_c = \dot{z}_c = 0$.
- Segundo passo, calcula-se as frequências com os valores assumidos no primeiro passo.
- Terceiro passo, calcula-se os valores de a , e , I , λ , ϖ , Ω , r_c , θ_c , z_c , \dot{r}_c , $\dot{\theta}_c$ e \dot{z}_c com as frequências do segundo passo,
- Quarto passo, calcula-se novamente as frequências com os elementos orbitais geométricos e dos r_c , θ_c , z_c , \dot{r}_c , $\dot{\theta}_c$ e \dot{z}_c do terceiro passo.
- Quinto passo, repetir o terceiro e o quarto passo até que $|a_{i+1} - a_i| < \epsilon$. Onde a_i é i -éssimo valor de semieixo maior calculado nessa iteração.

No trabalho de Renner e Sicardy (2006) foi adotado $\epsilon = 10^{-12}$.

O procedimento descrito acima foi também usado nas simulações numéricas deste trabalho.

As relações acima (3.38-3.43) são importantes para conhecermos os elementos orbitais geométricos, assim compreenderemos melhor o comportamento da órbita da partícula. Por exemplo, a perturbação no semieixo maior afetará a energia da partícula gerando cenários de captura/escape da mesma.

3.4 Simulação Numérica

Nesta seção, apresentaremos o estudo numérico da ressonância de corrotação para os sistemas Saturno-Mimas-Aegaeon e Saturno-Mimas-Arco do anel G. Esse estudo foi realizado por meio de integrações numéricas do problema de três corpos, nas quais foram inseridos os efeitos devido ao achatamento de Saturno. O efeito da pressão de radiação do Sol sobre as pequenas partículas não foi considerado.

3.4.1 Método

As primeiras simulações numéricas são utilizadas para testar a programação e para gerar as condições iniciais.

Os dados de entrada e de saída do integrador numérico usado nesse estudo estão em vetores de estados. Entretanto, é interessante conhecer os elementos orbitais para compreender melhor o comportamento de uma órbita quando modificamos os elementos orbitais. Então, uma rotina que transforma os vetores de estados em elementos geométricos é construída e testada com os dados de Hedman et al. (2010). Assim, algumas figuras desse artigo são reproduzidas e essas serão discutidas na seção 3.4.2.

As condições iniciais (figura 3.2) são obtidas utilizando Monte Carlo nas condições iniciais do satélite Aegaeon. Essas simulações leem os dados da tabela 3.1 (dados da

Dados de encontradas de Aegaeon	
x=	-1.386918976034699E+05 km
y=	-9.399038192996514E+04 km
z=	8.477308280345026E-01 km
v_x =	8.454680732257446E+00 km/s
v_y =	-1.247310340592444E+01 km/s
v_z =	1.458828225452409E-04 km/s

Tabela 3.1: Dados obtidos em HORIZONS, NASA para data 01 de Janeiro de 2004.

posição e velocidade de Aegaeon obtidos pelo HORIZON web-Interface) e transformamos em elementos orbitais geométricos. Em seguida, ocorre a modificação somente do semieixo maior e da longitude média por meio do Monte Carlo, mantendo os outros elementos inalterados. O intervalo do semieixo maior é de 167 400 km até 167 490 km e o intervalo da longitude média é 0° a 360° . Com esse procedimento, gera uma nova partícula. Logo após a criação, o ângulo ressonante dessa partícula é calculado em cada passo da integração, e é verificado se o ângulo ressonante está circulando ou se está librando. Quando o ângulo ressonante está librando em torno 180° a partícula está em ressonância com Mimas. Este método é realizado para 10 000 partículas. Os resultados podem ser visualizados na figura 3.2. O ângulo ressonante é dado por

$$\varphi_{CER} = 7\lambda_{Mimas} - 6\lambda_{Aegaeon} - \varpi_{Mimas}. \quad (3.47)$$

Para testar a estabilidade da corrotação realizamos a evolução temporal para as condições iniciais, ou seja, integramos os pontos da figura 3.2 por 150 anos. As regiões de ressonância de corrotação permaneceram estáveis. Os resultados estão nas figuras 3.3, 3.4 e 3.5.

Apesar da estabilidade, encontramos algumas partículas migrando entre as regiões verdes e vermelhas. Essas partículas se encontram nas bordas dos gomos, aonde podem entrar ou sair da ressonância de corrotação 7:6 com Mimas. Porém a permanência dessas partículas nessas ressonâncias são temporárias, pois onde elas estão, bordas dos gomos, são regiões instáveis.

Os ângulos ressonantes de duas partículas escolhidas aleatoriamente entre as partículas da figura 3.2, onde uma partícula encontra-se dentro de um dos gomos, sendo que os gomos representam a região em corrotação com Mimas, e a outra partícula encontra-se fora dos gomos, região em que não está em corrotação com Mimas. O resultado obtido para elas estão nas figuras 3.6 e 3.7, respectivamente. As integrações para essas partículas iniciaram no ano 2004 e foram até 2024. Com um passo de integração de um décimo de dia.

A figura 3.6 mostra o ângulo ressonante da partícula 1, que está librando aproxima-

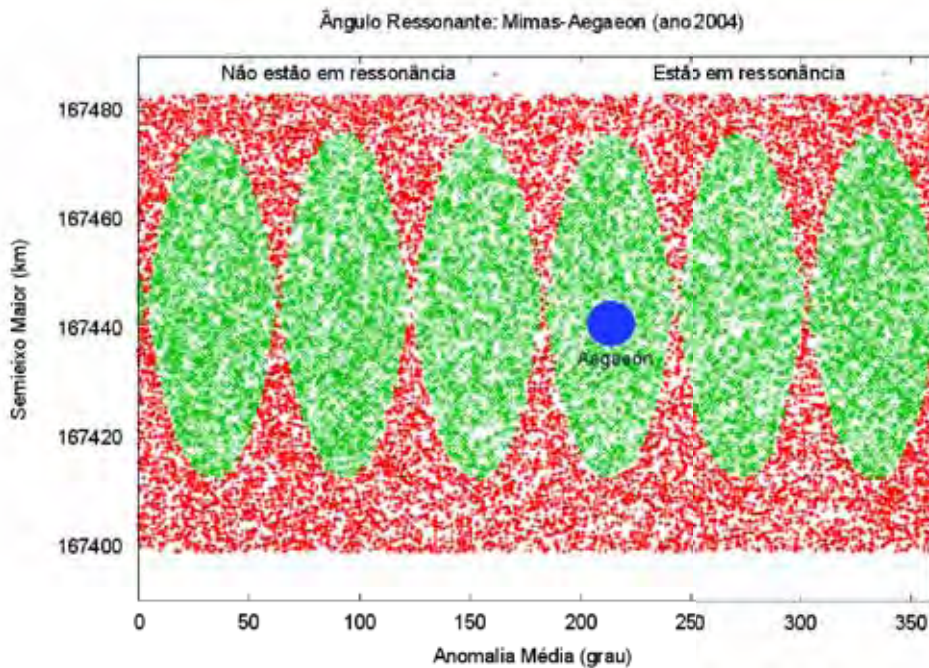


Figura 3.2: Posição inicial das partículas que estão em ressonância com Mimas, representadas pelos pontos verdes, e das partículas que não estão em ressonância, representadas pelos vermelhos, obtidas pelo método de Monte Carlo.

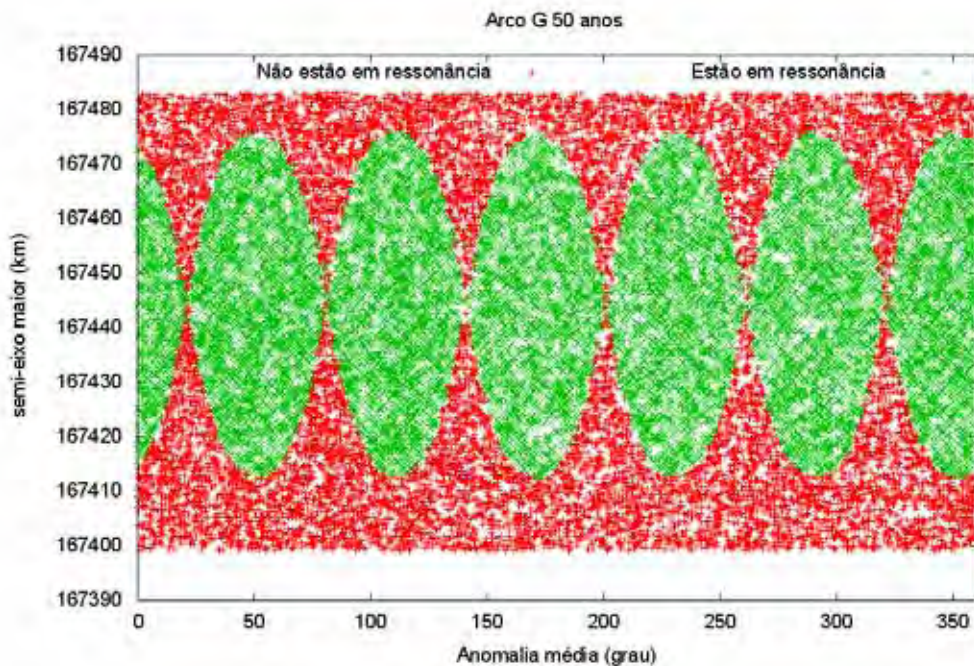


Figura 3.3: “Snapshot“ das partículas no ano 50 da simulação. Os gomos estão deslocados em relação à figura 3.2.

damente em torno do 180° . Como era esperado, pois essa partícula encontrava-se numa região de corotação com Mimas. Na figura 3.7, nota-se uma partícula com ângulo ressonante circulando em um período de aproximadamente 10 meses.

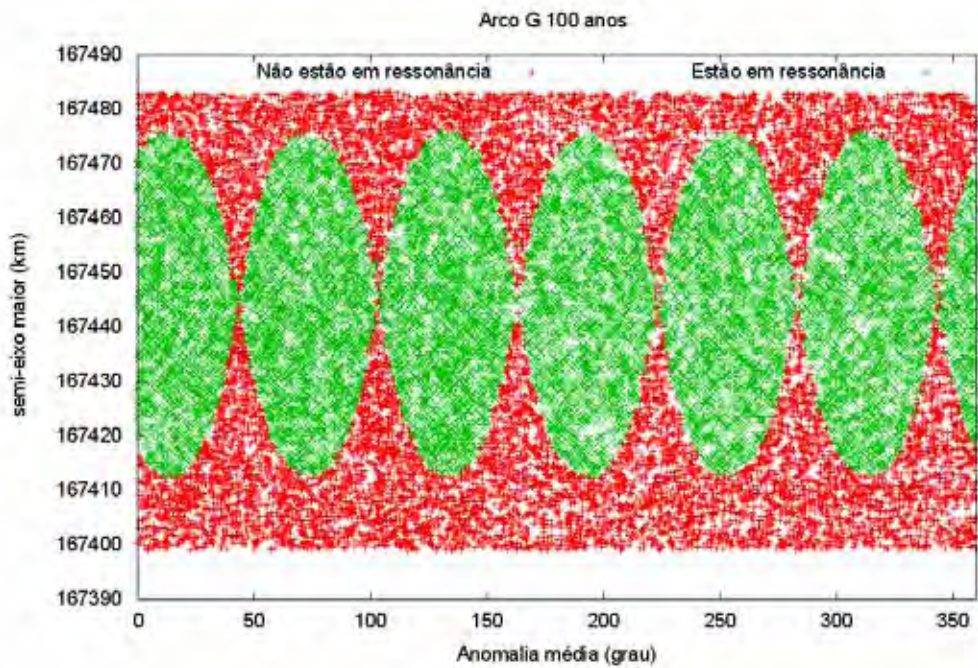


Figura 3.4: "Snapshot" das partículas no ano 100 da simulação. Os gomos estão deslocados em relação à figura 3.2.

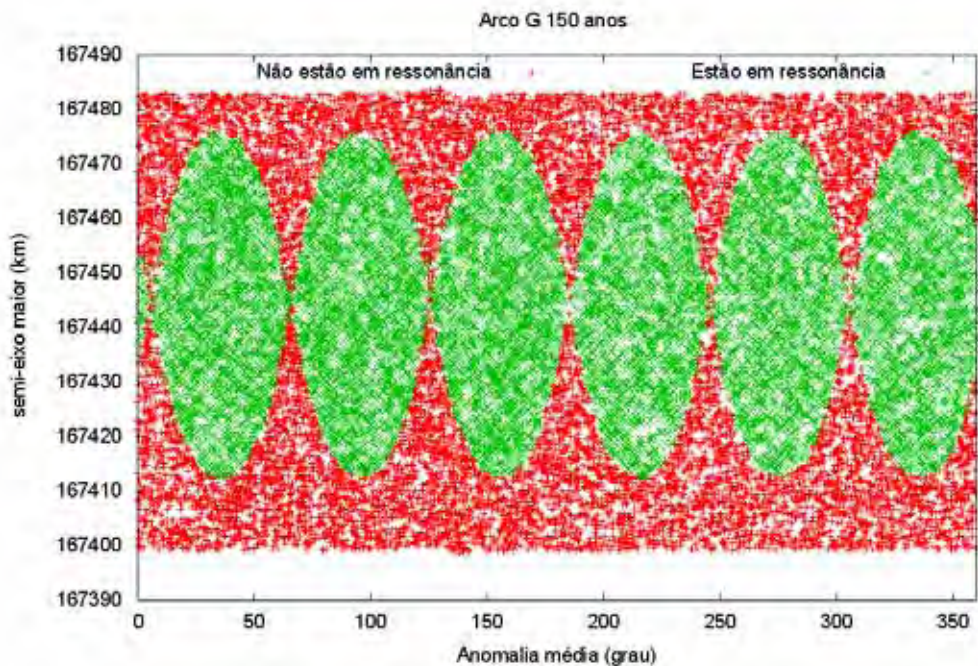


Figura 3.5: "Snapshot" das partículas no ano 150 da simulação. Os gomos estão deslocados em relação à figura 3.2.

Os pontos vermelhos da figura 3.2 são as partículas que não estão em ressonância com Mimas, e os pontos verdes estão em ressonância de corotação. Como se pode notar, existem várias regiões em forma de gomo, mas somente uma é real, onde de fato está o arco do anel G. Para encontrar o gomo real, a posição de Aegaeon está indicada dentro

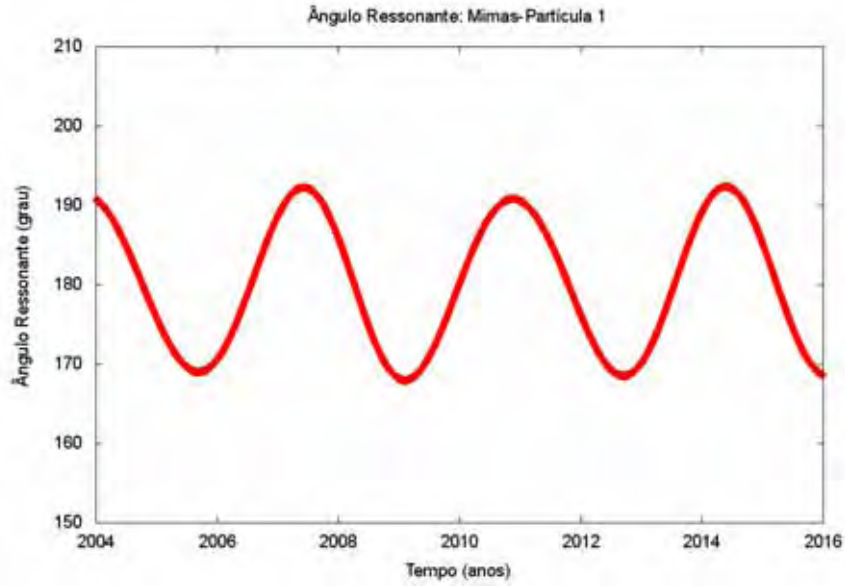


Figura 3.6: Ângulo ressonante de uma partícula. Considere a partícula escolhida aleatoriamente dentro de um dos gomos. Essa figura é um exemplo de uma partícula com seu ângulo ressonante librando.

do arco de material. Logo, identificando qual é a posição de Aegaeon é correto afirmar que o quarto gomo é o arco do anel G, em torno de 200° para a data especificada.

Após a etapa de obtenção das condições iniciais, analisamos o comportamento dessas condições durante a evolução temporal com a migração de Mimas.

Para evolução temporal com a migração de Mimas, adicionamos na dinâmica desse satélite, uma força perturbadora F_p (equação abaixo)

$$\vec{F}_p = -\gamma v \vec{v}. \quad (3.48)$$

Onde v é a velocidade escalar do satélite e \vec{v} é velocidade vetorial do satélite. Esta força provoca uma variação do semieixo maior. O valor do semieixo maior pode aumentar ou diminuir se o sinal da constante γ for negativa ou positiva.

Desse modo, foram realizados testes para encontrar uma variação ideal para a migração e para entender o comportamento de Aegaeon durante essa evolução. Esses testes estão apresentados nas duas figuras 3.8 e 3.9.

Nas figuras 3.8 e 3.9 Mimas migra com uma taxa de variação do semieixo maior de aproximadamente 9 km/ano. Aegaeon está preso em ressonância com Mimas e o acompanha praticamente com a mesma taxa. A taxa de 9 km/ano para Mimas é viável para essa etapa de estudo, pois taxas menores levam a simulações vagarosas. O motivo desse taxa será explicado no Apêndice A.

Na figura 3.8, Mimas e Aegaeon estão se aproximando de Saturno, pois a constante da força de arrasto é positiva. Na figura 3.9, eles estão se afastando do planeta, uma

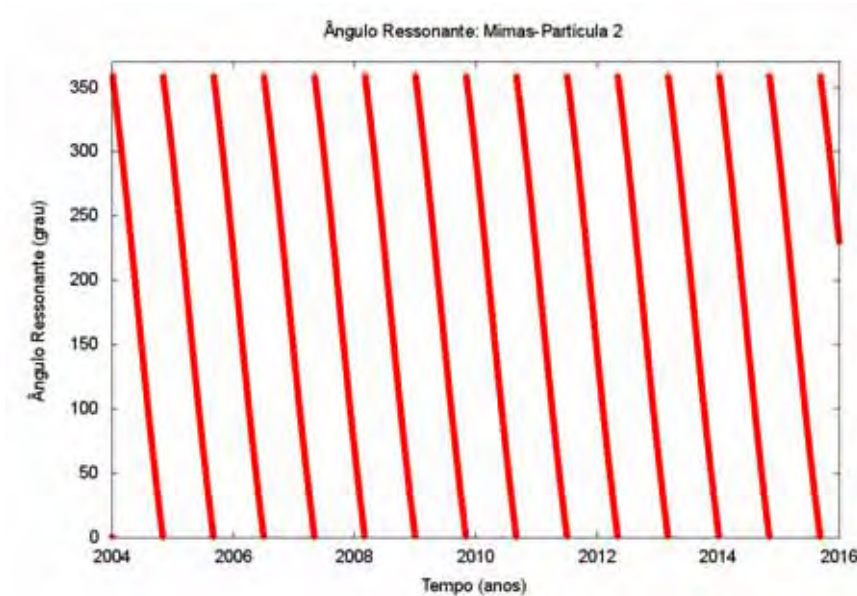


Figura 3.7: Ângulo ressonante de uma partícula. Considere a partícula escolhida aleatoriamente fora dos gomos. Essa figura é um exemplo de uma partícula com seu ângulo ressonante circulando.

vez que a constante de arrasto é negativa. Após esses testes de migração, estende-se esse procedimento para as condições da figura 3.2 e os resultados serão apresentados na seção 3.4.2.

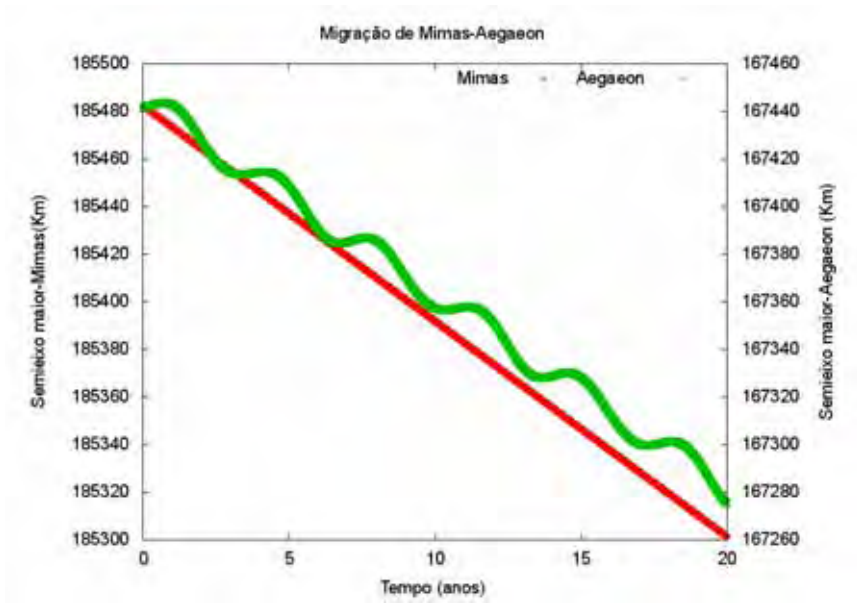


Figura 3.8: Migração de Mimas e o comportamento de Aegaeon com a constante de arrasto γ positiva.

O último experimento realizado, é a construção de uma faixa de partículas fictícias, representando o anel G, para estudar o que acontece quando a ressonância de corotação passa por uma região com partículas. Os resultados desse passo também serão apresen-

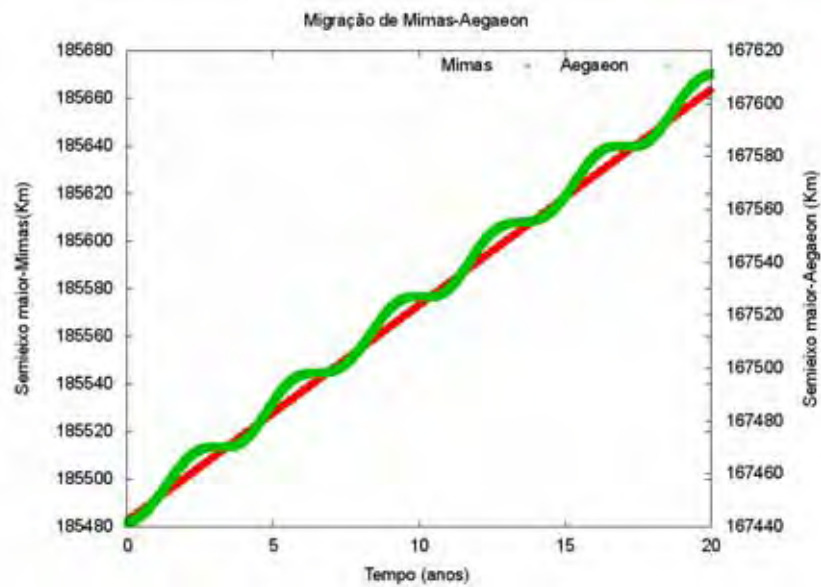


Figura 3.9: Migração de Mimas e o comportamento de Aegaeon com a constante de arrasto γ negativa.

tados na seção 3.4.2.

3.4.2 Resultados

Os primeiros resultados obtidos foram um teste para a rotina de transformação de elementos geométricos para vetores de estado. A figura 3.10 mostra o ângulo ressonante de corrotação de Aegaeon com Mimas e mais outros 14 corpos (tabela 3.2). A figura 3.10 é a reprodução da figura 8.a do artigo de (Hedman et al., 2010).



Figura 3.10: Ângulo ressonante de Mimas-Aegaeon + 14 corpos. Essa figura é a reprodução da figura ângulo ressonante de Aegaeon do trabalho de Hedman et al. (2010).

Corpo	$GM(km^3s^{-2})$
Sol	132712440044.2083
Sistema Jupiteriano	126712764.8582231
Prometheus	0.01058
Pandora	0.00933
Janus	0.12671
Epimetheus	0.03516
Mimas	2.50400409891677
Enceladus	7.20853820010930
Tethys	41.2103149758596
Dione	73.1128918960295
Rhea	153.941891174579
Titan	8978.13867043253
Hyperion	0.370566623898283
Iapetus	120.504895547942

Tabela 3.2: Tabela retirada do artigo (Hedman et al., 2010).

A figura 3.11 representa somente o ângulo ressonante de corotação de Mimas e Aegaeon, sem os outros corpos envolvidos. Ela demonstra uma curva suave, com Aegaeon librando a 180° e amplitude de aproximadamente 30° . Esta figura foi feita para entendermos as perturbações extras exibidas na figura 3.10, e para tanto, fomos extraímos um corpo de cada vez e então observamos que Tethys (ver figura 3.12) é o responsável pelas oscilações extras na figura 3.10 e que não aparecem na figura 3.11. Podemos explicar esse efeito usando o fato de que Mimas e Tethys têm massas comparáveis e estão em ressonância de movimento médio (órbita-órbita) (Greenberg, 1974). Além de Mimas, Tethys cria também uma faixa de ressonância (Wiesel, 1982) no local onde Aegaeon e o arco do anel G estão, porém menos significativa, já que se encontra mais longe da região em questão. As figuras 3.10 e 3.12 são muito semelhantes, mas quando sobrepomos essas figuras (ver figura 3.13), observamos que existem diferenças em relação a amplitude, embora essa diferença é pequena. As integrações das figuras 3.10, 3.11, 3.12 e 3.13, são por 12 anos, com um passo de integração de 0.01 dia.

Comparando a figura 3.6 com a figura 3.11, observamos que as amplitudes são diferentes. Essa diferença de amplitude está relacionada com a longitude média da partícula da figura 3.6 ser diferente da longitude média de Aegaeon.

Outros resultados são sobre a migração de Mimas. Na literatura encontramos descrições sobre a migração de Mimas. Além disso, a descrição de uma possível formação de Mimas próximo ao anel A (Peale, 1999), cuja posição está entre 122 340 km e 136 780 km em relação a Saturno, e que gastou 4 bilhões de anos para chegar até a posição atual de 185 520 km, logo sua taxa temporal de migração foi de 15,795 mm/ano. Essa taxa é baixa em comparação com a utilizada nesse trabalho. Se as simulações de migração



Figura 3.11: Ângulo ressonante de Mimas-Aegaeon sem os outros 14 corpos.

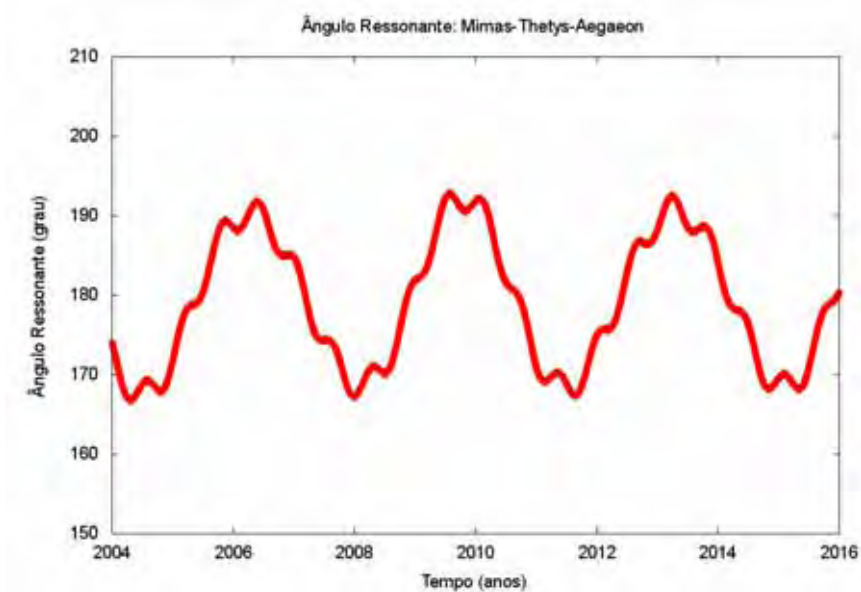


Figura 3.12: Ângulo ressonante de Mimas-Aegaeon + Thetys.

fossem realizadas com a taxa de 15,795 mm/ano, as simulações seriam muito lentas. Para contornar esse problema, aumentamos a taxa para o valor de 9 km/ano. Deste modo, verificamos se as partículas das condições iniciais (figura 3.2), permanecerão ou escaparão da corotação. Os resultados da migração de Mimas com a taxa de 9 km/ano juntamente com as condições iniciais são apresentados nas figuras 3.14, 3.15 e 3.16.

As figuras apresentam as partículas dos gomos migrando juntamente com Mimas, mostrando que a ressonância de corotação é robusta. Entretanto, algumas partículas da borda dos gomos não migraram. Em relação as que não estão em ressonância, poucas migram. Já algumas que estão inicialmente em ressonância, representadas pela cor

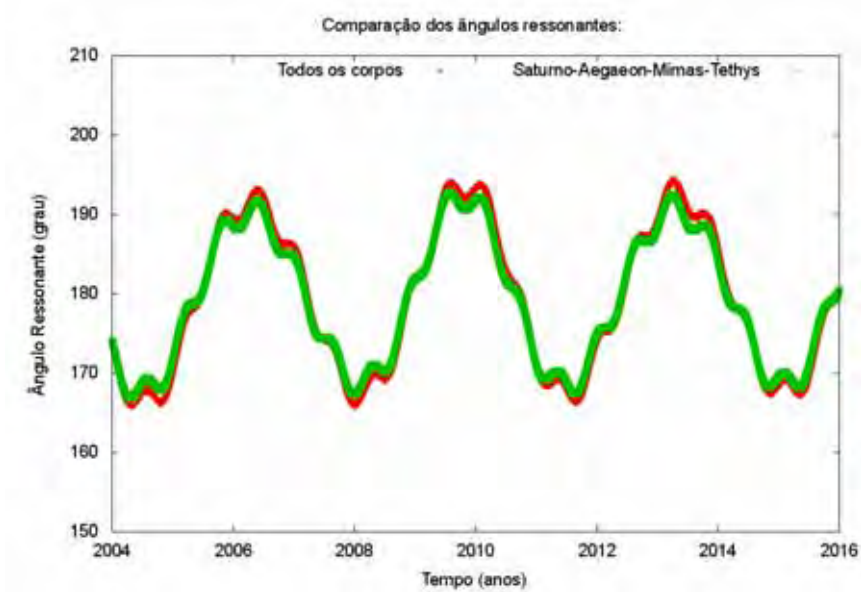


Figura 3.13: Sobreposição das figuras 3.10 e 3.12.

verde, saem da ressonância, enquanto Mimas migra e não são levadas por Mimas, como é observado nas figuras 3.15 e 3.16. Isso ocorre para as partículas verdes e vermelhas que estão próximas às bordas dos gomos. O tempo de integração para essa fase do trabalho foi de 180 anos. É o tempo necessário para as partículas serem carregadas pela migração e chegarem ao anel G.

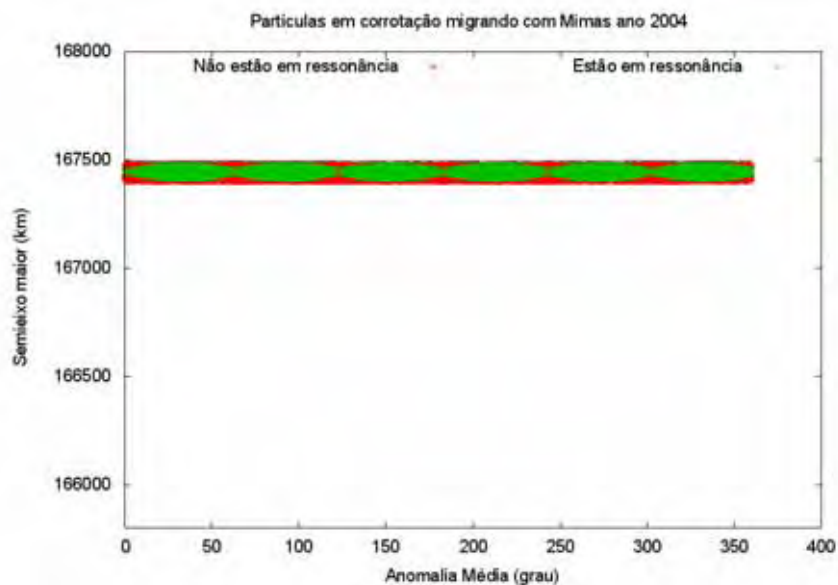


Figura 3.14: As condições iniciais no ano 2004 com Mimas migrando.

Considerando que a migração real de Mimas foi muito mais lenta, podemos afirmar que os resultados apresentados nessas figuras seriam mais suaves, deste modo existiriam menos escapes dos gomos e menos perturbações nos arcos.

Outro experimento que foi realizado é o deslocamento das regiões de corotação e sua

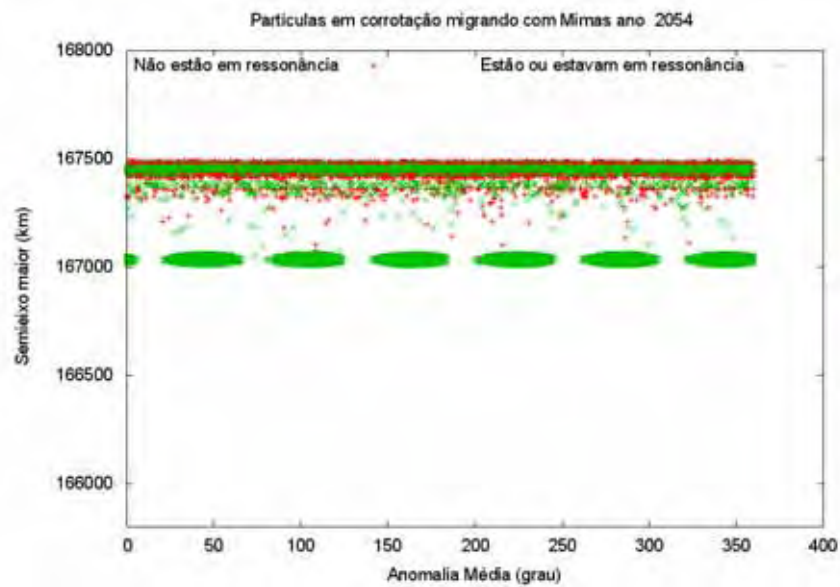


Figura 3.15: As condições iniciais no ano 2054 com Mimas migrando.

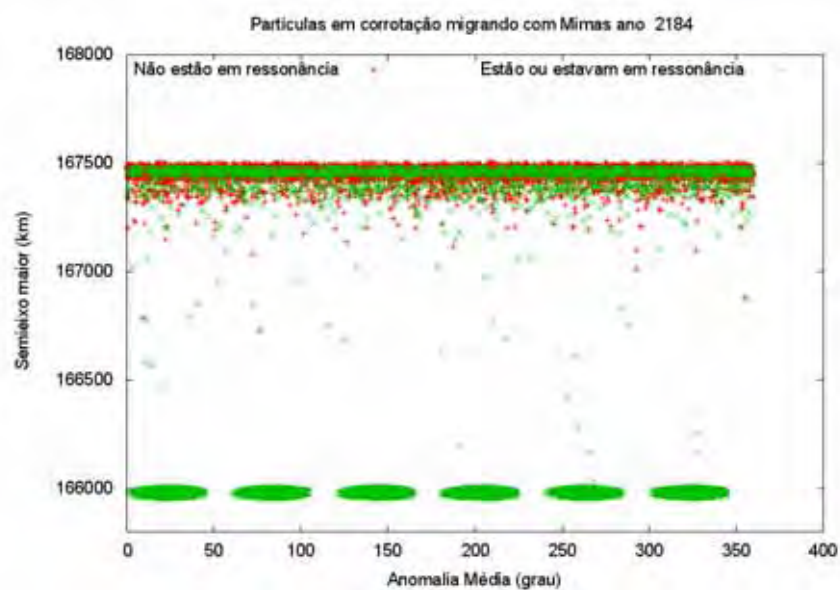


Figura 3.16: As condições iniciais no ano 2184 com Mimas migrando.

passagem por um anel de partículas enquanto Mimas migra a 9 km/ano. inserimos uma faixa de partículas (figura 3.17) com largura de 400 km, localizada entre o anel G e o arco do anel G, para mostrar os efeitos da corotação quando esta passar pela faixa de partículas.

Verificamos que a faixa abre gomos (figura 3.18) quando a região de corotação passa pela faixa, ou seja, as partículas não são capturadas pela corotação de Mimas (figuras 3.19 e 3.20). Após a passagem de Mimas pela faixa, algumas partículas saem da faixa, mas não ficam em ressonância de corotação com o satélite.

Na figura 3.18, as regiões de ressonância de corotação encontram-se no meio da faixa

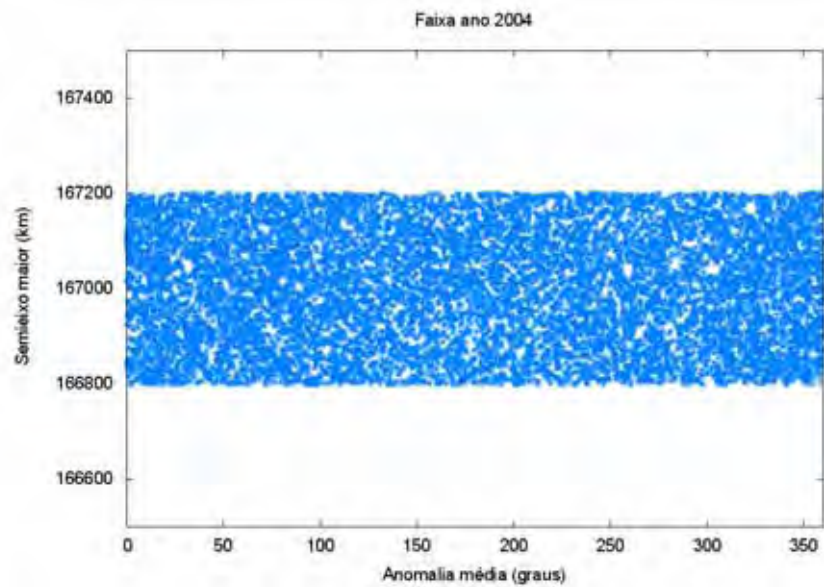


Figura 3.17: “Snapshot” da faixa de partículas no ano 2004 enquanto Mimas migra e a região da ressonância se desloca devido essa migração.

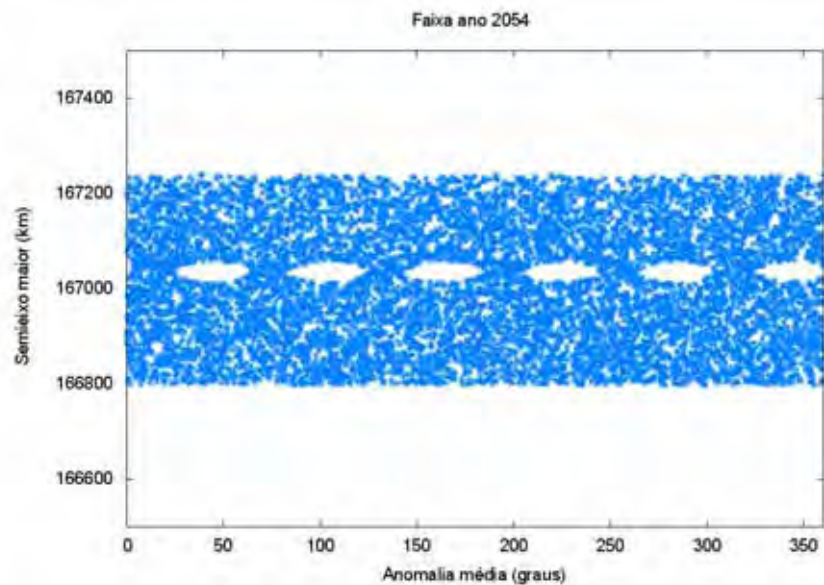


Figura 3.18: “Snapshot” da faixa de partículas no ano 2054 enquanto Mimas migra e a região da ressonância está dentro dessa faixa.

e notamos a ausência de partículas dentro da região de ressonância, pois a ressonância de corotação blinda a região (Lubow, 2004), de modo que nenhuma partícula entra ou sai. Porém, as partículas que estão próximas as bordas dessas regiões podem entrar temporariamente em ressonância de corotação, como pode ser observado na figura 3.19. Essa região onde as partículas podem entrar e sair é conhecida como “stickiness”. “Stickiness” é o confinamento temporário de uma partícula ou de inúmeras partículas em uma região de caos, onde as partículas ficam fixadas por um tempo longo (Contopoulos e Harsoula, 2010).

Em seguida, notamos, na figura 3.20, que aquelas partículas capturadas temporariamente se espalham e bem como, que a região de ressonância não pode mais ser observada.

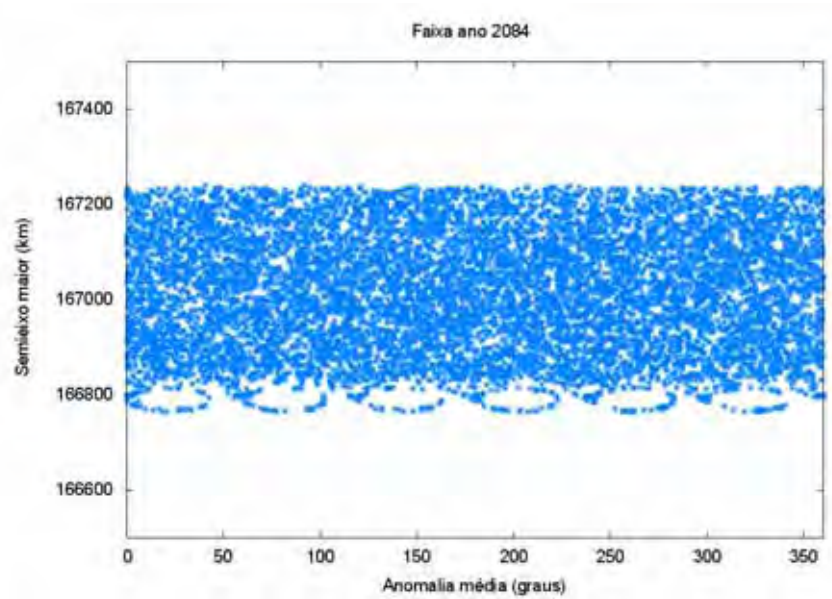


Figura 3.19: “Snapshot” da faixa de partículas no ano 2084 enquanto Mimas migra e a região da ressonância está logo abaixo dessa faixa. Algumas partículas entraram nas bordas dessa ressonância.

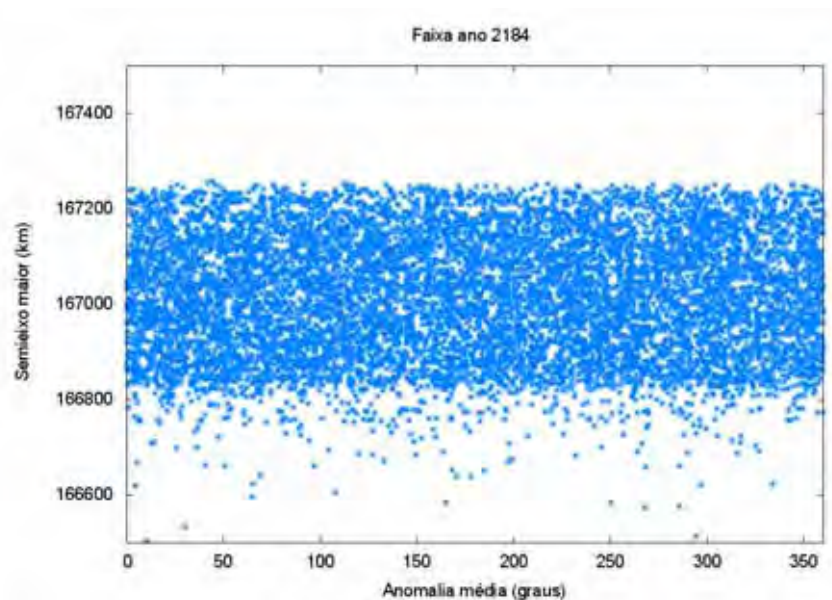


Figura 3.20: “Snapshot” da faixa de partículas no ano 2184 enquanto Mimas migra. A região da ressonância passou por essa faixa e as partículas que entraram nas bordas da ressonância (ver figura 3.19) saíram delas e se espalharam.

Capítulo 4

Migração no Sistema de Saturno

Neste capítulo destacaremos a migração do sistema de Saturno sob os efeitos da maré e o estudo de Meyer e Wisdom (2008) que trata sobre a evolução de Mimas, Enceladus e Dione devido o efeito de maré de Saturno.

4.1 Migração no sistema de Saturno

O sistema de Saturno se parece com o Sistema Solar em miniatura, pois possui inúmeros satélites e anéis. Embora, as posições desses objetos pareçam imutáveis, elas se modificaram e se modificam lentamente em relação ao tempo. A dissipação de energia é a principal causa dessas modificações. A dissipação de energia desse sistema ocorre devido ao efeito de maré. Essa afirmação é embasada no fato de que a maioria dos grandes satélites de Saturno movem em órbitas quase circulares, e isso sugere que o efeito de maré tenha dominado a evolução orbital desses grandes satélites (Burns e Matthews, 1986).

Assim, nesta seção, apresentaremos alguns conceitos básicos de maré. Primeiramente, realizamos uma breve explanação sobre o conceito da maré e em seguida, baseado no trabalho de Burns e Matthews (1986), mostraremos uma ideia qualitativa sobre o fenômeno da maré, como ela surge e seus efeitos nos corpos perturbado e perturbador.

Em um sistema em que um satélite orbita um planeta, o efeito de maré pode ocorrer porque tanto o planeta quanto o satélite não são perfeitamente rígidos e a presença de forças gravitacionais podem distorcer a forma do planeta ou do satélite. Mas, consideramos que o satélite não se deformará. A força gravitacional do satélite acelerará várias partes do planeta e cada parte com uma aceleração diferente. A princípio, o planeta mantendo a integridade, é observado um alongamento do planeta ao longo da linha que liga os centros do planeta com o satélite. Isso ocorre devido a força gravitacional ser uma função que depende inversamente da distância radial, já que atração do satélite é maior no plano planeta-satélite que fora desse plano.

Em um caso ideal, um planeta tem a frequência angular ω igual a velocidade angular orbital n de um satélite, como mostra a figura 4.1. A deformação do planeta é simétrica

em relação a linha que liga os dois centros. Logo, nenhum momento angular ou nenhuma energia cinética é transferido para o satélite.

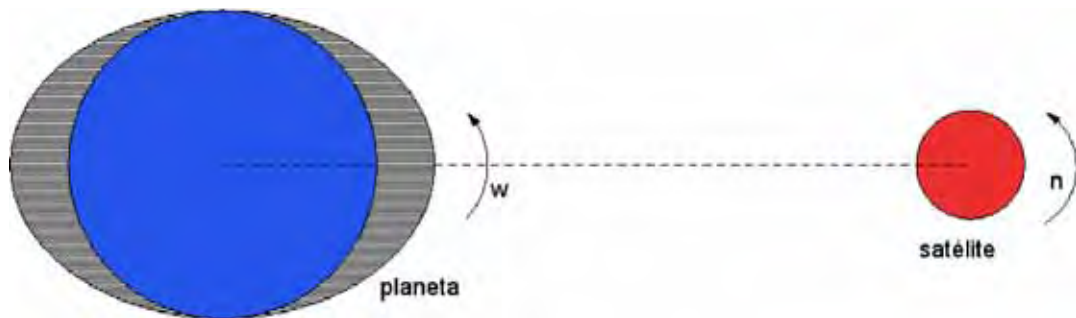


Figura 4.1: $\omega = n$. Caso ideal. Não há troca de energia entre o planeta e o satélite. A órbita do satélite não é alterada

Porém, na realidade, o alinhamento ao longo da linha é inexata, devido à perda de energia. Como as dissipações de energia sempre ocorrem, independente se o planeta é sólido (Marte), ou líquido (Júpiter), ou parte sólida e parte líquida (Terra), o planeta perderá energia por alguma forma de dissipação, ou por oscilação elástica amortecida, para um meio viscoso ou para qualquer processo. Então, pode se afirmar que existem duas situações distintas sobre a posição da deformação do planeta e do satélite no instante da sua perturbação sobre o planeta: primeira, em que a frequência angular ω do planeta é maior que velocidade angular orbital n e a outra é que a frequência angular ω é menor que n . E as consequências de cada caso serão discutido a seguir.

Para o caso de um planeta com frequência angular ω ser mais rápida do que a velocidade angular orbital n de um satélite, ou seja, $\omega > n$, a deformação estará sempre após o instante que o planeta é perturbado pelo satélite, como pode ser observado na figura 4.2. Assim, as consequências dessa deformação na evolução são o retardamento da rotação do planeta, ou seja, o planeta é freiado e o satélite migra para mais longe do planeta. Essa migração acontece por causa da conservação do momento angular total, a energia que é perdida pelo planeta é adicionada na energia orbital do satélite, promovendo a expansão da órbita.

Acredita-se que esse efeito é o motivo pelo qual se encontra no Sistema Solar vários satélites em sincronismo com seu planeta (Burns e Matthews, 1986).

Um outro caso é quando o planeta tem sua frequência angular ω menor que a velocidade angular orbital n do satélite, assim a deformação estará antes da região onde o planeta será perturbado pelo satélite (ver figura 4.3). Nessa configuração o planeta será acelerado e a órbita do satélite será contraída, ou seja, migrará na direção do planeta. Novamente, isso ocorre por causa da conservação do momento angular, o satélite transfere sua energia para o planeta.

Com as afirmações acima podemos ressaltar que quando $\omega > n$ a órbita expande, e quando $\omega < n$ a órbita encolhe. Quando $\omega = n$ temos uma ressonância. Como a órbita

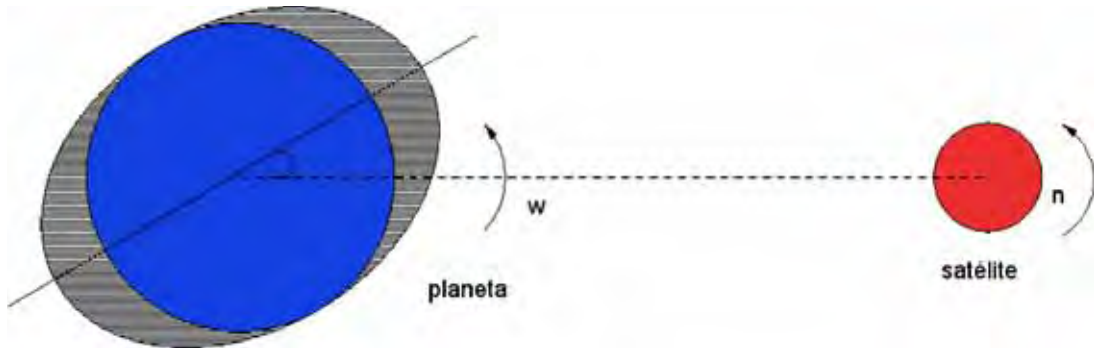


Figura 4.2: Caso que $\omega > n$. Há troca de energia entre o planeta e o satélite. O planeta perde energia e o satélite ganha essa energia. A órbita do satélite se expande

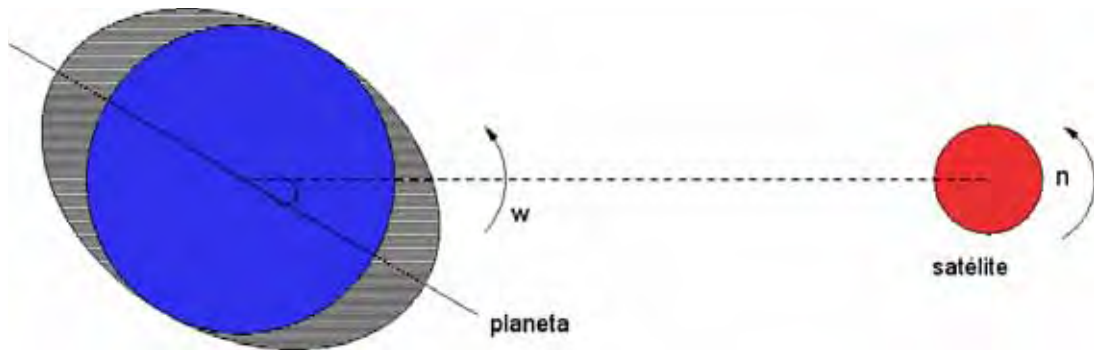


Figura 4.3: Caso que $\omega < n$. Há troca de energia entre o planeta e o satélite. O satélite perde energia e o planeta ganha essa energia. A órbita do satélite se contrai.

do satélite pode expandir ou contrair, logo o semieixo maior e a excentricidade dessa órbita também se modificam. Para saber se o semieixo maior irá aumentar ou diminuir basta observar o sinal de \dot{a} , que é proporcional a $2(\omega - n)$, enquanto \dot{e} é proporcional a $(2\omega - 3n)$ (Burns e Matthews, 1986). Essa informação não é suficiente para descrever a evolução orbital do satélite, mas ajuda a informar se o semieixo maior e excentricidade irão aumentar ou diminuir.

A migração do sistema de Saturno pode ser compreendida pelo efeito de maré, mas as ressonâncias que podem acontecer durante a evolução orbital devem ser consideradas. O primeiro fato importante é que a evolução de maré em planetas gigantes são diferentes em relação aos planetas rochosos, pois a função de dissipação Q dos planetas rochosos é muito maior que a dos planetas gasosos. A função de dissipação depende de E , do pico de energia elástica armazenada no sistema ao longo de um ciclo, e de (ΔE) , que representa o quanto a energia é dissipada nesse ciclo. A função de dissipação é definida como:

$$Q^{-1} = \left(\frac{\Delta E}{2\pi * E} \right). \quad (4.1)$$

Há estimativa de que $Q_{Saturno} \geq 1.8 \times 10^4$, enquanto que $Q_{Terra} \approx 12$. Mas o valor da função de dissipação de Saturno muda se for considerado que alguns satélites desse planeta

sofreram captura em ressonância temporária. O valor de Q de Saturno pode ficar abaixo de 100 000, caso Mimas capture Enceladus temporariamente (Meyer e Wisdom, 2008). Desse modo, a evolução do sistema de Saturno ainda não é completamente conhecida, mas algumas estimativas podem ser consideradas.

4.2 Evolução em maré de alguns satélites de Saturno

Nesta seção descreveremos o estudo de Meyer e Wisdom (2008), que trata sobre alguns objetos do sistema de Saturno que sofreram evolução orbital em maré.

Meyer e Wisdom (2008) estudaram numericamente a evolução em maré de Mimas, de Enceladus e de Dione, enquanto esses corpos entravam em várias ressonâncias. Eles encontraram que Enceladus e Dione estão atualmente em ressonância 2:1 do tipo excentricidade. No futuro, Enceladus pode sair da ressonância que está com Dione dependendo do valor de k_2/Q , onde k_2 é o número de Love. Meyer e Wisdom (2008) escolheram vários intervalos de valores de k_2/Q para estudar o futuro e o passado da ressonância de Enceladus com Dione. Assim, mostraram cenários ideais para que Enceladus entrasse em ressonância com Dione.

Sobre o passado de Mimas, Meyer e Wisdom (2008) afirmam que Mimas, durante a evolução por maré, passou por várias ressonâncias. Dependendo do valor $k_2/Q_{Saturno}$, Mimas poderia ter capturado temporariamente Enceladus e/ou Dione em ressonância em algum momento do passado. Quase todas as simulações que envolvem Mimas, Enceladus e/ou Dione mostraram que quando eles estavam em ressonância as suas excentricidades aumentaram. Depois que eles saíram da ressonância, as suas excentricidades diminuíram devido a evolução orbital em maré.

Meyer e Wisdom (2008) realizaram simulações que provocavam a captura em ressonância de Enceladus com Mimas. Na simulação em que Mimas e Enceladus estão em ressonância 3:2 não acontecia o escape de Enceladus naturalmente. Logo Enceladus não poderia entrar em ressonância com Dione, pois o valor da excentricidade de Enceladus não seria compatível para ocorrer tal ressonância. Enquanto que na ressonância 6:4 de Mimas com Enceladus houve o aumento da excentricidade de Mimas, mas após a saída de Enceladus dessa ressonância, a excentricidade de Mimas diminuiu até o valor atual de aproximadamente de 0.02 devido a evolução em maré. Mas, segundo os autores a ressonância Mimas-Dione 3:1 é a que melhor consegue produzir um cenário realístico, pois depois que Dione sai da ressonância com Mimas, a excentricidade de Mimas alcança o valor atual e a excentricidade de Dione tem um valor ideal para em seguida entrar em ressonância 2:1 com Enceladus.

O trabalho de Meyer e Wisdom (2008) é um exemplo de como o sistema de Saturno sofreu evolução orbital em maré. Com isso, outros objetos desse sistema também podem ter se envolvido em várias ressonâncias até chegarem a posição que se encontram hoje.

Capítulo 5

Excentricidade de Mimas

No capítulo anterior, as figuras da seção 3.4.2 mostraram o quanto a ressonância de corrotação é robusta e estável, pois nenhuma partícula entrou ou saiu da região de corrotação. Embora essas figuras terem sido geradas pelas integrações numéricas em pequenos intervalos de tempo, há trabalhos indicando que esses resultados são esperados (Lubow, 2004; Hedman et al., 2007; Callegari e Yokoyama, 2009; Hedman et al., 2009, 2010). Por exemplo, Callegari e Yokoyama (2009) modelaram e integraram a órbita de Aegaeon, enquanto Aegaeon sofria perturbações gravitacionais de Mimas e de Saturno por 100 000 anos, e assim mostraram que os elementos orbitais de Aegaeon sofrem somente pequenas oscilações. Os resultados de Callegari e Yokoyama (2009) mostraram que a variação do semieixo maior de Aegaeon foi de 10 km, a da excentricidade de 0.006 e a da inclinação de 0.004° , ou seja, Aegaeon não escapou da região de ressonância de corrotação durante uma integração de 100 000 anos. Portanto, com os resultados das figuras da referida seção, juntamente com o trabalho de Callegari e Yokoyama (2009), podemos afirmar que Aegaeon não foi capturado por Mimas simplesmente pela passagem de Mimas por uma região onde estava Aegaeon.

Então, se Aegaeon não foi capturado pela passagem de Mimas, podemos sugerir a hipótese de que Aegaeon foi formado já dentro da região da ressonância de corrotação, ou então que Aegaeon e Mimas se originaram no mesmo tempo. Todavia, mesmo se eles se originassem juntos e Aegaeon estivesse no local, onde a ressonância existisse, a captura em ressonância de corrotação não poderia ser possível. Segundo Callegari e Yokoyama (2010), Mimas é um satélite regular. Um satélite é dito regular quando sua órbita é circular e apresenta baixa inclinação. Logo a órbita de Mimas seria quase sem excentricidade, portanto a ressonância de corrotação, que depende da excentricidade do satélite perturbador, não existiria. Assim, seria impossível a captura de Aegaeon em ressonância de corrotação com Mimas nessa hipótese.

Atualmente a excentricidade de Mimas é de aproximadamente 0.02 (Murray e Dermott, 1999). Contudo, esse valor não é esperado para satélites regulares, principalmente para aqueles que sofrem a evolução orbital por maré, como Mimas. Pois, o efeito da

maré diminui a excentricidade e aumenta o semieixo maior daqueles satélites que sofrem a evolução orbital por meio desse efeito (Meyer e Wisdom, 2008). Então, possivelmente, Mimas sofreu algum evento no passado que aumentou sua excentricidade. Meyer e Wisdom (2008) sugeriram que Mimas capturou Enceladus ou Dione em ressonância, e enquanto eles estavam em ressonância, a excentricidades de Mimas, de Enceladus ou de Dione aumentaram. Mas, se o evento aconteceu, foi temporário, porque atualmente esses satélites não se encontram em ressonância. Depois que saíram da ressonância, a evolução orbital em maré promoveu a diminuição da excentricidade até os valores atuais, como observamos nas figuras 6, 7 e 9 do artigo Meyer e Wisdom (2008). Possivelmente, eventos semelhantes com Mimas, Enceladus e Dione podem modificar os parâmetros responsáveis pela criação da ressonância de corotação e pela captura de Aegaeon.

Aegaeon, Anthe e Methone estão em ressonância de corotação com Mimas. Mas Mimas também está em ressonância com outros objetos do sistema de Saturno, por exemplo, a ressonância de movimento médio com Tethys. (Greenberg et al., 1972) afirmou que Mimas e Tethys não estavam inicialmente em ressonância de movimento médio e que foi a evolução por maré que provocou a captura de Mimas em ressonância de movimento médio com Tethys. Além disso, Murray e Dermott (1999) destacaram que essa captura em ressonância de movimento médio só poderia existir se o corpo com a órbita interna migrasse mais rápido que aquele com a órbita externa.

Assim, realizamos experimentos com a excentricidade de Mimas, com o objetivo de encontrar algum mecanismo que aumente a excentricidade e conseqüentemente capture Aegaeon e o arco do anel G em ressonância de corotação 7:6.

5.1 Simulações para aumentar a excentricidade de Mimas

O primeiro experimento realizado (experimento 1) foi a migração de Mimas para perto de Tethys. Nas simulações fixamos a órbita de Tethys, ou seja, os elementos orbitais de Tethys não sofreram modificações, mas somente os de Mimas. Essa migração de Mimas foi realizada com o mesmo procedimento da seção 3.4.1, inserindo na dinâmica desse satélite uma força perturbadora de arrasto (equação 3.48), que possibilitou aproximar ou afastar Mimas de Tethys modificando o sinal da constante da força de arrasto. Os dados de entrada foram os mesmos das simulações anteriores, os quais foram extraídos do site Horizons/Nasa onde seus valores foram da data de 1 de Janeiro de 2004. A simulação tem como corpo central Saturno e integramos por 100 anos. Os resultados desse experimento estão indicados nas figuras 5.1, 5.2 e 5.3. A figura 5.1 exhibe a excentricidade de Mimas. Essa excentricidade foi constante até o ano 40, mas, entre o ano 40 e ano 70, ela oscilou abruptamente devido ao aumento da perturbação gravitacional de Tethys. A amplitude

da excentricidade também aumentou e alcançou um valor máximo próximo do ano 59 e após o valor médio da excentricidade se elevou como podemos observar na figura 5.1. Após o ano 70 a excentricidade se tornou-se constante novamente, com um valor maior que a excentricidade no intervalo de 0 a 40 anos.

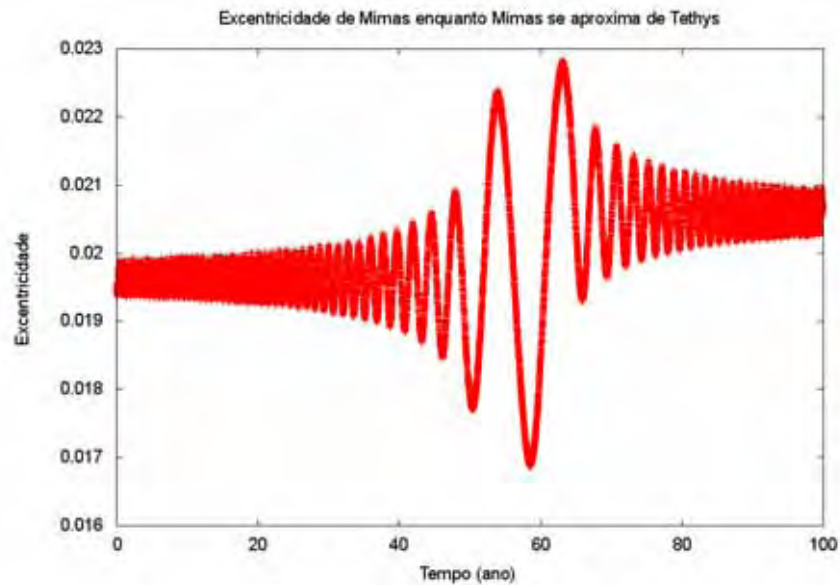


Figura 5.1: Excentricidade de Mimas enquanto Mimas migra para perto de Tethys no experimento 1.

A figura 5.2 mostra o ângulo ressonante, que circulou logo no início da simulação. A circulação do ângulo ressonante caracteriza a saída de Mimas da ressonância de movimento médio com Tethys.

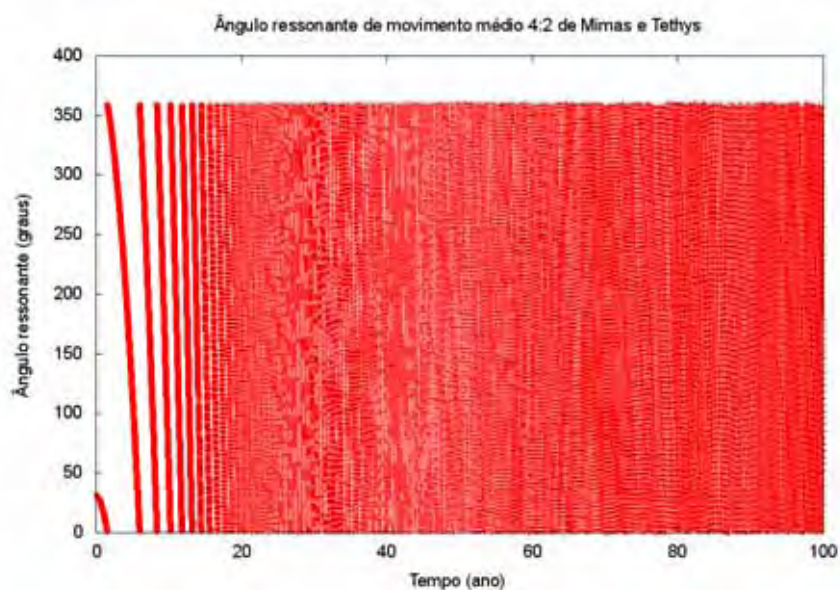


Figura 5.2: Ângulo ressonante de Mimas-Tethys enquanto Mimas migra para perto de Tethys no experimento 1.

Um outro resultado desse primeiro experimento foi a variação do semieixo maior de Mimas (ver figura 5.3). Observamos que uma oscilação de maior amplitude ocorreu no semieixo maior de Mimas no intervalo de 40 a 70 anos. Essa oscilação também aconteceu na excentricidade de Mimas (ver figura 5.1) e para o mesmo intervalo de tempo. Isso ocorreu por causa das perturbações gravitacionais provocadas por Tethys. O semieixo maior sofreu uma pequena variação nesse intervalo, enquanto a excentricidade sofreu uma variação significativa. Logo, a migração de Mimas para perto de Tethys modificou a excentricidade de Mimas de modo não desprezível.

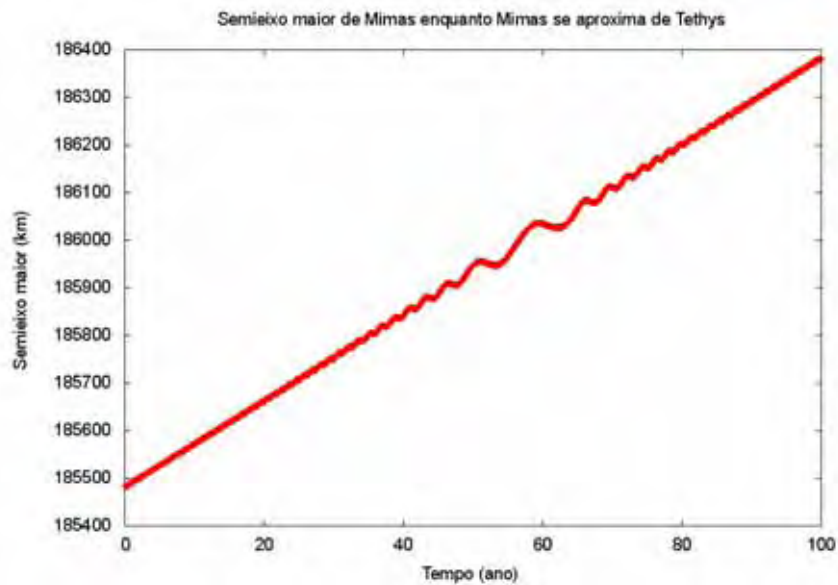


Figura 5.3: Semieixo maior de Mimas enquanto Mimas migra para perto de Tethys no experimento 1.

Com os mesmos dados de entrada do experimento anterior, realizamos outras simulações, observando o comportamento da excentricidade do satélite Mimas, quando iniciamos a excentricidade desse satélite nas simulações com o valor igual a zero. Para realizar isto o primeiro passo foi afastar Mimas de Tethys migrando Mimas para mais perto de Saturno até que Mimas saísse da ressonância de movimento médio com Tethys fixo em sua órbita. Após a migração de 100 anos, os valores dos elementos orbitais de Mimas e de Tethys tornaram-se as condições iniciais para o próximo passo, com a exceção de que a excentricidade de Mimas foi modificada para zero. O objetivo desses dois passos foi tentar simular uma possível condição do passado de Mimas. A partir dessas condições, migramos Mimas para mais perto de Tethys com velocidade de 9 km/ano por 200 anos e observamos que a excentricidade de Mimas aumentou significativamente (ver figura 5.4). O valor alcançado pela excentricidade de Mimas não foi o mesmo valor da excentricidade atual, mas foi uma ordem de grandeza menor que o valor atual. Isso foi um dos motivos pelo qual não paramos a simulação, quando foi alcançado os 100 anos. Simulações com tempo maior que 200 anos mostraram que quanto mais Mimas se aproximou de Tethys,

maior foi a excentricidade e esse aumento ocorre até Mimas colidir com Tethys. Embora, essa colisão não é possível na realidade (Greenberg, 1974). A força perturbadora que colocamos na simulação para migrar o satélite superou a estabilidade da ressonância de movimento médio de Mimas e Tethys.

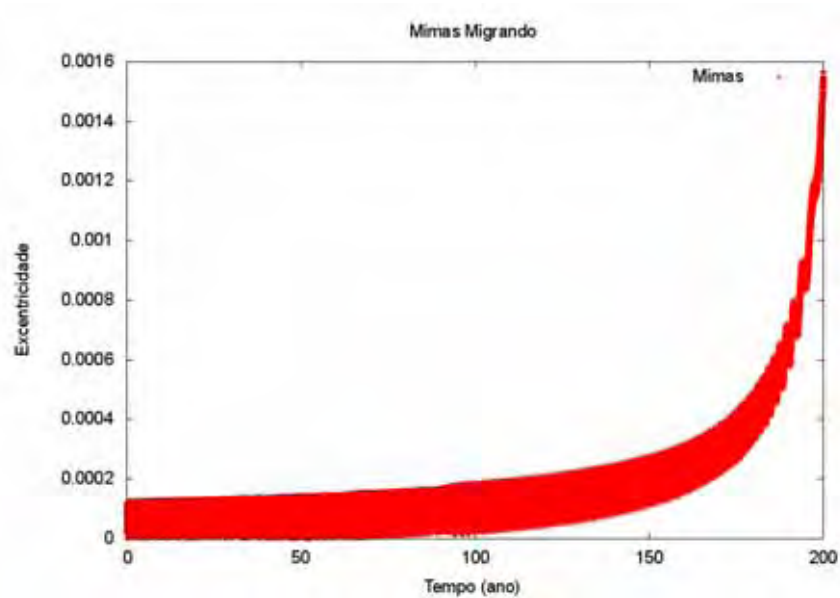


Figura 5.4: Excentricidade de Mimas se modificando enquanto Mimas migra para perto de Tethys no experimento 2.

Enquanto Mimas sofreu uma evolução por maré e se aproximou de Tethys, ocorreu o aumento de sua excentricidade. O satélite Mimas entrou em ressonância de movimento médio com Tethys aproximadamente no ano 150 e depois de alguns anos saiu dessa ressonância, como podemos observar na figura 5.5.

Além do mais, o semieixo maior de Mimas não sofreu oscilações significativas, mesmo quando Mimas entrou em ressonância de movimento médio com Tethys, como notamos na figura 5.6.

O experimento 2 se mostrou eficaz para aumentar a excentricidade de Mimas (figura 5.4), mas optamos por realizar outro experimento. No experimento 3, verificamos que os parâmetros de Mimas também se modificaram, principalmente a excentricidade, quando somente Tethys deslocou e Mimas permaneceu fixo. Os mesmos dados de entrada usados no experimento anterior foram utilizados também nesse experimento. Observamos o comportamento dos elementos orbitais de Mimas. Nesse experimento, migrando Tethys por maré, consequentemente tivemos o conhecimento de onde a região da ressonância de corrotação devido à Mimas iria aparecer quando a excentricidade de Mimas aumentasse. Logo, o seguinte cenário foi construído: Para simular que a velocidade de migração de Tethys fosse maior que a de Mimas, colocamos uma força perturbadora (equação 3.48) somente na dinâmica de Tethys. A princípio inserimos os dados de Mimas, de Tethys e de Saturno nas simulações (dados obtidos no site da Nasa Horizonna data 1 de janeiro de

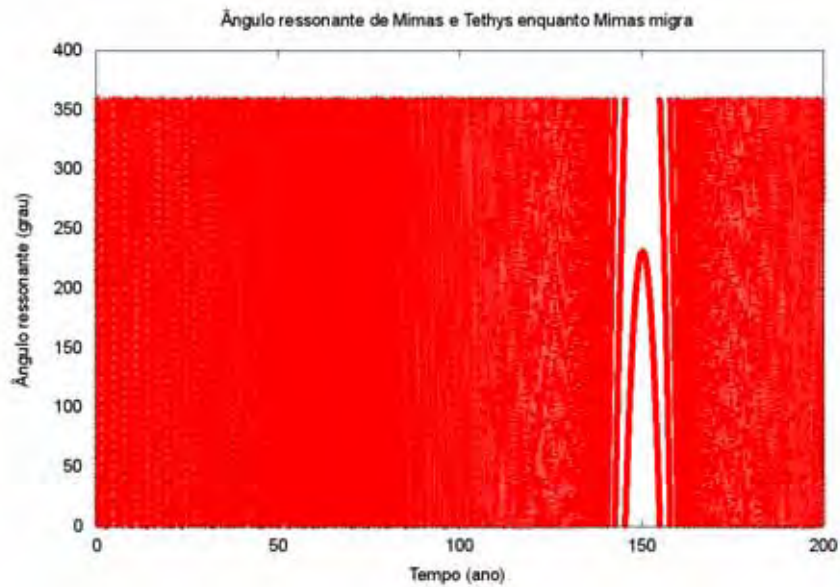


Figura 5.5: Ângulo ressonante de Mimas-Tethys enquanto Mimas migra para perto de Tethys no experimento 2.

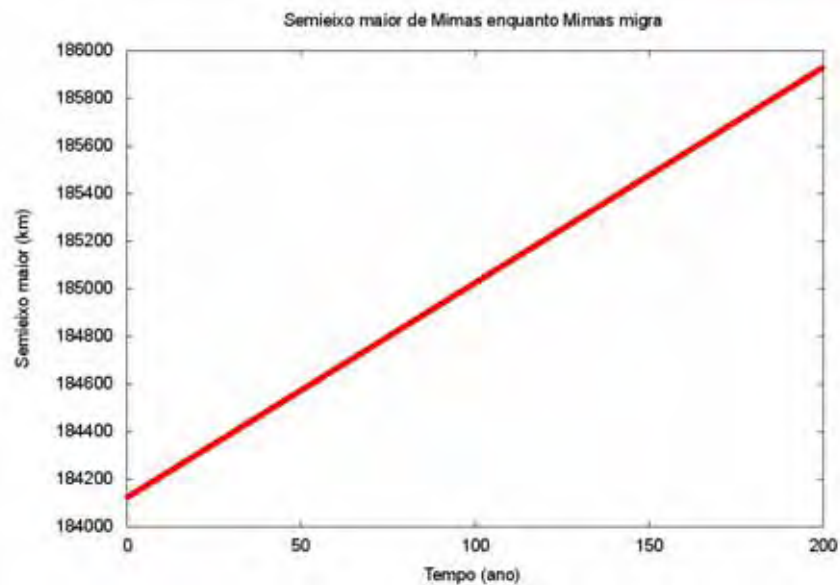


Figura 5.6: Semieixo maior de Mimas enquanto Mimas migra para perto de Tethys no experimento 2.

2004). A partir desses dados, aproximamos Tethys mais perto de Saturno, até que Mimas e Tethys não estivessem em ressonância de movimento médio. Em seguida mudamos o valor da excentricidade de Mimas para zero e realizamos a migração de Tethys em uma velocidade 9 km/ano, por fim verificamos que a excentricidade de Mimas aumentasse (ver figura 5.7), enquanto Tethys se aproximava para sua posição atual.

A excentricidade de Mimas nesse segundo experimento aumentou significativamente quando a simulação alcançou o ano 50 e estabilizou aproximadamente no valor de 0.01, sendo que esse valor é duas vezes menor que valor atual da excentricidade de Mimas.

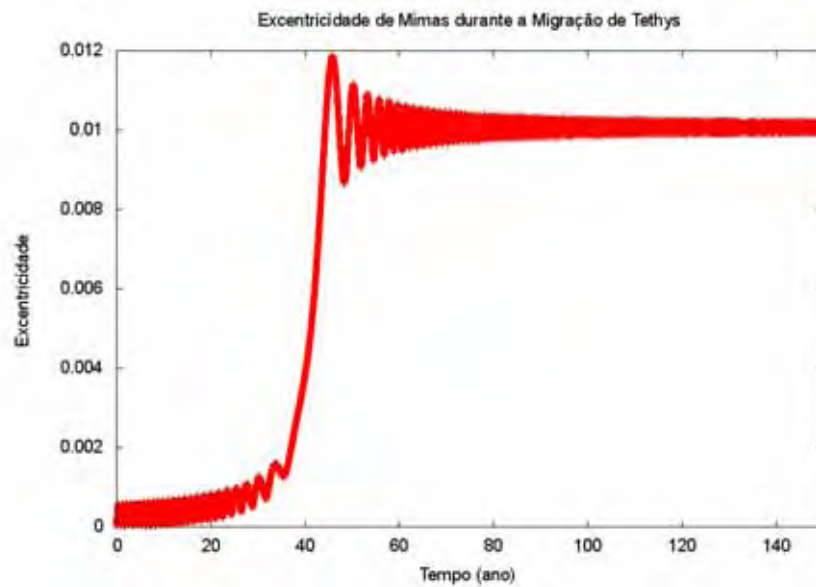


Figura 5.7: Excentricidade de Mimas modificando devido a migração de Tethys no experimento 3.

Isto aconteceu antes que Mimas fosse capturado na ressonância de movimento médio com Tethys (ver figura 5.8), o motivo desse comportamento foi que Mimas entrou na região de influência de Tethys antes do ano 50 (figura 5.7). Entretanto, após o ano 50, Mimas saiu dessa região de influência.

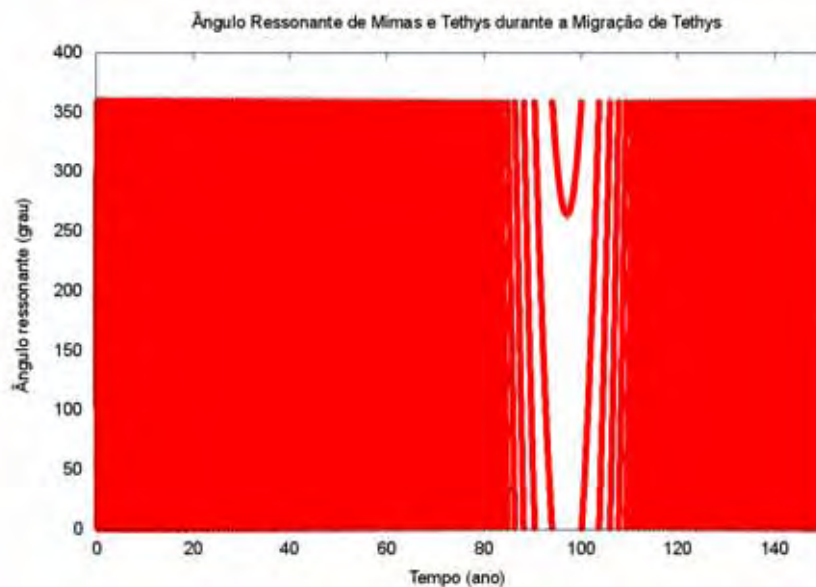


Figura 5.8: Ângulo ressonante de Mimas-Tethys modificando devido a migração de Tethys no experimento 3.

Na figura 5.9, notamos o semieixo maior de Mimas diminuindo no mesmo intervalo de tempo (entre 40 e 60 anos), enquanto a excentricidade aumentou. Após essa queda do semieixo maior de Mimas, este se manteve com semieixo maior aproximadamente de

185 450 km.

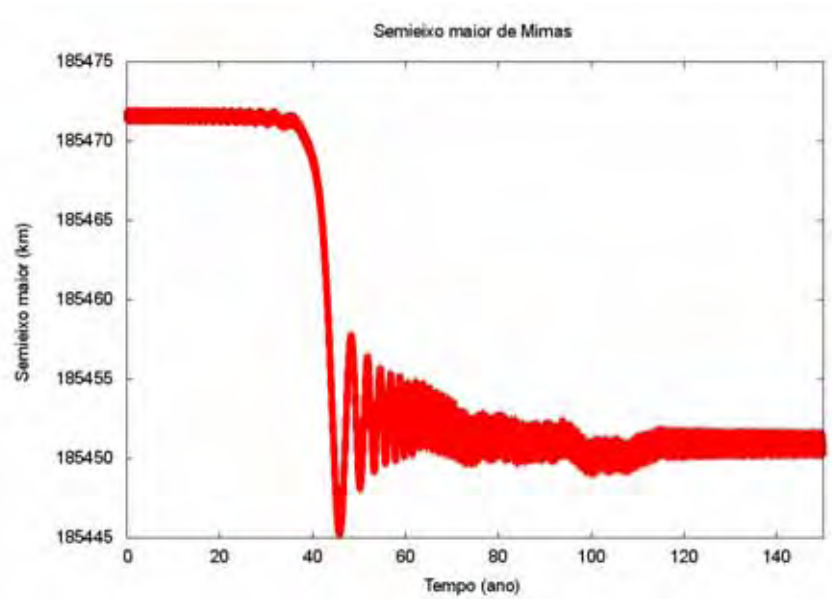


Figura 5.9: Semieixo maior de Mimas modificando devido a migração de Tethys no experimento 3.

Assim, com esses três experimentos podemos formular uma hipótese que, em algum momento do passado, a excentricidade de Mimas se modificou devido à passagem de Mimas na ressonância de movimento médio com Tethys. Então, se a região de corrotação de Mimas passar por uma região com partículas e sua excentricidade aumentar, é possível que ocorra a captura desses objetos pela ressonância de corrotação 7:6. Então, construímos um mecanismo que possibilitou a captura de partículas na ressonância de corrotação com Mimas, mesmo não alcançando o valor atual da excentricidade de Mimas nos experimentos.

5.2 Excentricidade e Corrotação

Como já foi destacado, a ressonância de corrotação depende da excentricidade do corpo perturbador. E se essa excentricidade for igual a zero, a ressonância de corrotação não aparece. Isso é confirmado quando observamos a equação abaixo, que é a largura da ressonância de corrotação (W_{CER}) (Murray e Dermott, 1999):

$$W_{CER} = 8 \left(\frac{a'|R|}{3Gm_p} \right)^{\frac{1}{2}} a'. \quad (5.1)$$

Essa largura depende do semieixo maior a' do corpo perturbado, da massa do corpo central m_p e da função perturbadora R :

$$R = \frac{Gm}{a} f_d(\alpha) e^{|k|} \left(\sin \frac{I}{2}\right)^{|p|} \cos \varphi_{CER}. \quad (5.2)$$

A função perturbadora R depende da massa do perturbador m e dos elementos orbitais do corpo perturbador: semieixo maior a , excentricidade e , inclinação I . O parâmetro R também depende de $|k|$ e $|p|$, que são números inteiros, do ângulo ressonante de corrotação φ_{CER} , G é a constante gravitacional e f_d depende da ressonância em questão (ver tabela 8.1 de Murray e Dermott (1999)).

A largura máxima ($\varphi_{CER} = 180^\circ$) da ressonância de corrotação 7:6 de Aegaeon com Mimas é aproximadamente de 65 km. Essa largura foi encontrada a partir da equação 5.1 quando o semieixo maior de Mimas e de Aegaeon são 185520 km e 167445 km, respectivamente, e a excentricidade de Mimas é 0,0202. Podemos observar que o valor da largura da ressonância de corrotação na figura 3.2 é o mesmo calculado acima. Como k é 1 e p é 0, a largura da ressonância de corrotação 7:6 de Aegaeon com Mimas não depende da inclinação (I).

Logo, para modificar a largura da ressonância de corrotação de Mimas em Aegaeon é necessário mudar a excentricidade de Mimas. Levando em conta que esse fato pode ter ocorrido em algum momento do passado de Mimas, a região de corrotação 7:6 estava sobre uma região em que os efeitos gravitacionais de Mimas eram desprezíveis, pois a excentricidade de Mimas era igual a zero (Callegari e Yokoyama, 2010). Algum mecanismo fez com que a excentricidade de Mimas aumentasse, o que possibilitou a captura de material da região em ressonância de corrotação.

Contudo, como todos objetos do sistema de Saturno sofreram e sofrem evolução pelo efeito de maré (Burns e Matthews, 1986), Mimas não é uma exceção. Os efeitos de maré provocam a diminuição da excentricidade de Mimas com o tempo.

Com esse cenário realizamos simulações numéricas para verificar se ocorre a captura em ressonância de corrotação, na faixa com 10 000 partículas.

Na figura 5.10, notamos a distribuição homogênea das partículas, onde nenhuma esteve em ressonância com Mimas. Essa figura é um “zoom” da região onde deverá ocorrer a ressonância de corrotação. Nas simulações foram inseridos os seguintes corpos: Saturno como corpo central, Mimas, Tethys e as 10 000 partículas. Essa figura foi o ano zero da simulação, ou seja, foram as condições iniciais das partículas.

Nessas simulações, observamos que quando a excentricidade de Mimas aumentou, as partículas foram capturadas. E isso era esperado, pois, quanto maior a excentricidade, maior a largura da ressonância de corrotação (5.1). Quando a simulação alcançou o ano 50, a excentricidade de Mimas foi de aproximadamente 0.01 (ver figura 5.7) e depois do ano 50 da simulação, a excentricidade de Mimas saturou em 0.01. Observando o

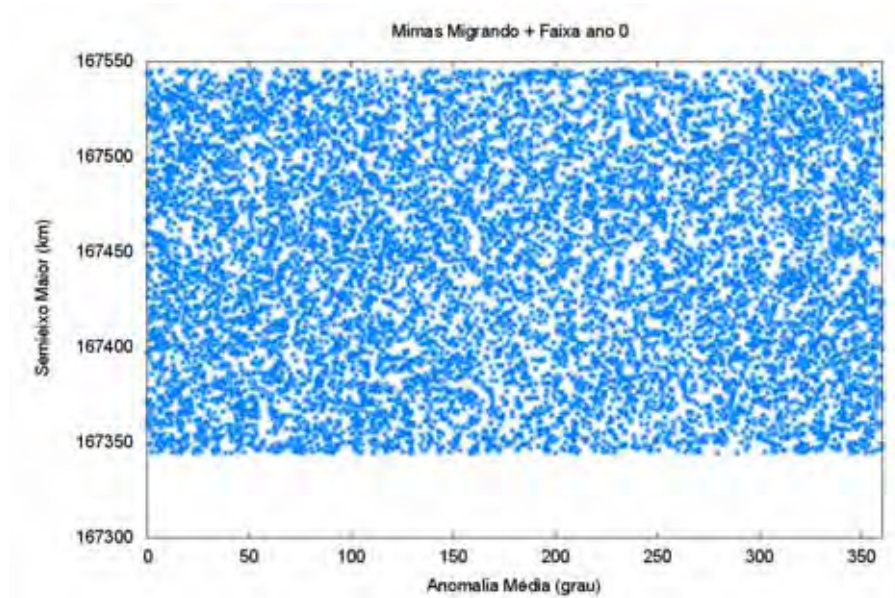


Figura 5.10: "Snapshot" da faixa de partículas no ano 0 enquanto a excentricidade de Mimas é igual a zero (ver o valor da excentricidade de Mimas na figura 5.7 no ano 0).

comportamento das partículas na figura 5.11, quando a excentricidade de Mimas chegou no valor de 0.01, observamos o surgimento de 6 gomos, como ocorreu nas figuras da seção 3.4.

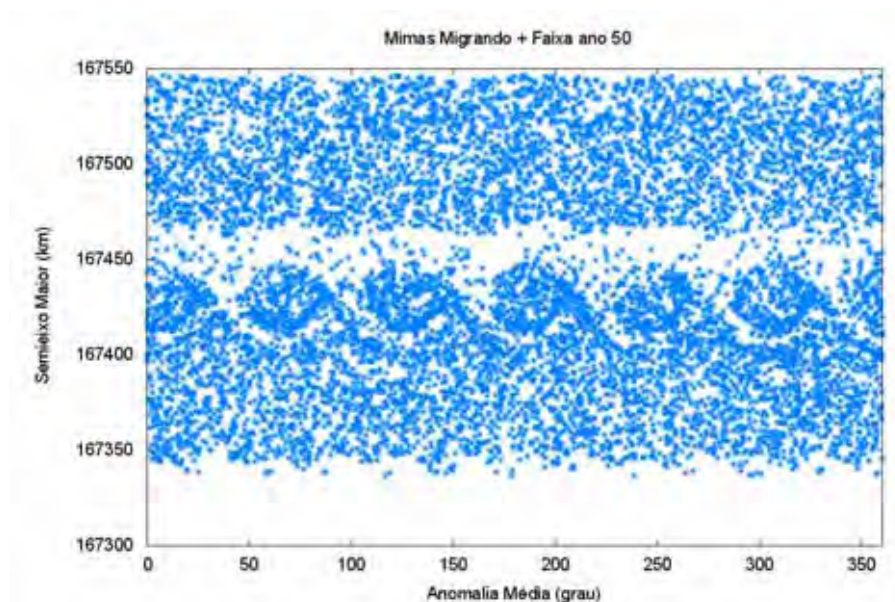


Figura 5.11: "Snapshot" da faixa de partículas no ano 50 enquanto a excentricidade de Mimas é aproximadamente igual 0.01 (ver o valor da excentricidade de Mimas na figura 5.7 no ano 50).

A figura 5.11 é um "snapshot" da simulação do cenário no ano 50. Logo, o que observamos foi que surgiu uma região com mais densidades de partículas que outras, isso ocorreu por causa do confinamento das partículas pela ressonância de corotação com

Mimas. As partículas que entraram na região dessa ressonância não saíram, a menos que a excentricidade de Mimas voltasse a diminuir. Mas, como isso não ocorreu nessas simulações, essas partículas estariam confinadas na ressonância de corrotação 7:6 com Mimas.

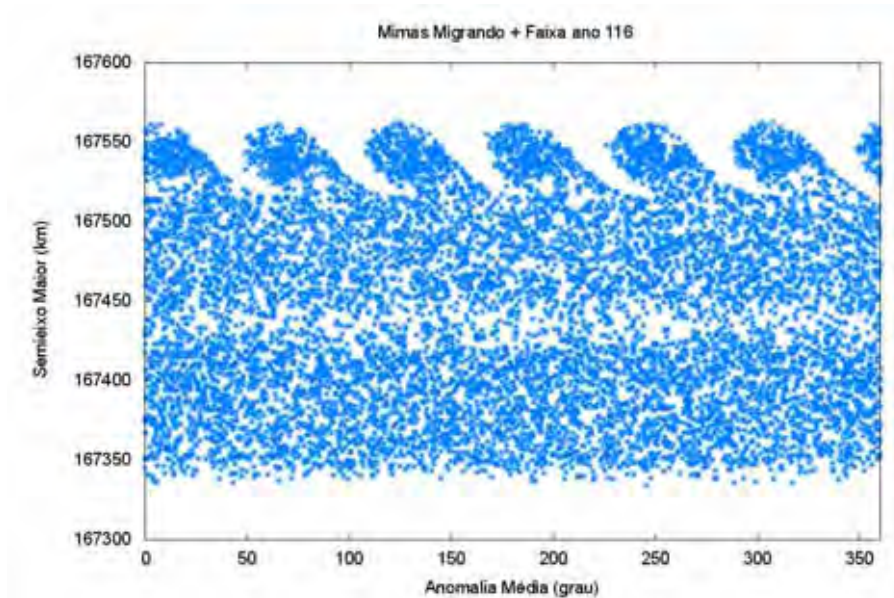


Figura 5.12: "Snapshot" da faixa de partículas no ano 116 enquanto Mimas migra com excentricidade aproximadamente de 0.01 (ver o valor da excentricidade de Mimas na figura 5.7 no ano 116).

Nessa simulação Tethys migrou até o ano 100. O programa, então, descartou Tethys das simulações, todavia manteve Saturno, Mimas e as partículas. No instante que Tethys foi extraído da simulação, realizamos a migração de Mimas, de modo que Mimas se afastasse do planeta. Isso para mostrar que as partículas foram realmente confinadas na região onde estava a ressonância de corrotação provocada por Mimas, como é observado na figura 5.12, que é um "snapshot" do ano 116 da simulação, ou seja, após 16 anos de migração de Mimas as partículas que estavam em ressonância de corrotação nessa simulação saíram da região das partículas. Também algumas partículas que estavam em regiões instáveis foram carregadas para fora da faixa. A migração de Mimas ocorreu até o ano 150, como pode ser verificado na figura 5.13.

A figura 5.13 é um "snapshot" da simulação do ano 150. Observamos que os seis gomos foram carregados por Mimas quando ele migrou. Bem como, notamos na figura 5.13 partículas entre a faixa de partículas e dos gomos. Provavelmente elas estavam nas regiões instáveis dos gomos, as bordas dos gomos, ou foram levadas por outras ressonâncias como Lindblad, pois sabemos que o quê se encontra em ressonância de corrotação não escapa.

Concluimos a partir do cenário descrito acima, que Mimas capturou Aegaeon enquanto a excentricidade de Mimas se modificava.

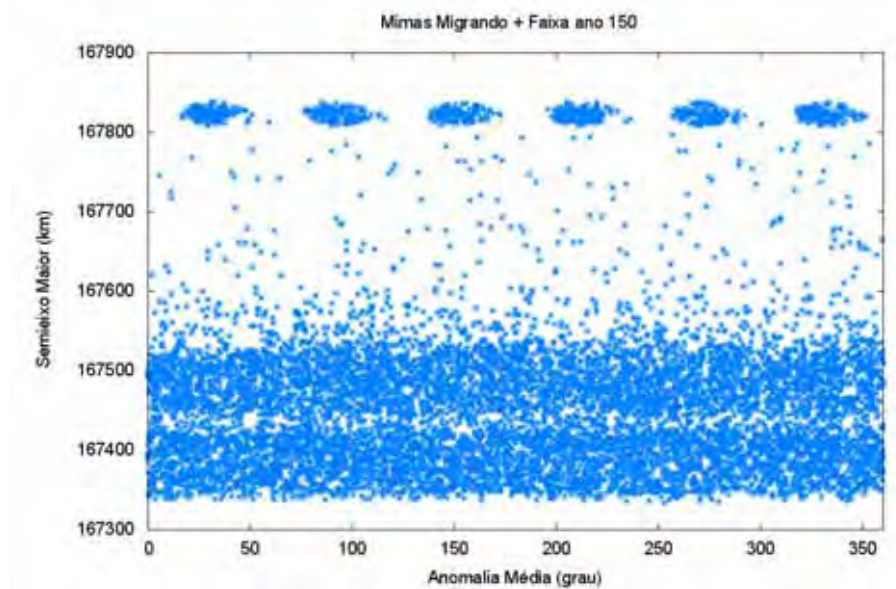


Figura 5.13: "Snapshot" da faixa de partículas ano 150 enquanto Mimas migra com excentricidade aproximadamente de 0.01 (ver o valor da excentricidade de Mimas na figura 5.7 no ano 150).

Capítulo 6

Considerações Finais

Neste estudo discutimos a descoberta de Aegaeon, Anthe e Methone e seus arcos a partir dos dados da sonda Cassini. Destacamos a ressonância de corrotação e reproduzimos os resultados de Hedman et al. (2010). As simulações nos proporcionou um maior entendimento sobre as partículas que se encontram em ressonância de corrotação. Mostramos que os elementos orbitais geométricos são válidos para o estudo de satélites de Saturno, como Aegaeon, Anthene e Methone ou outros corpúsculos que orbitem um planeta achatado.

Analizamos, por meio das simulações numéricas, os efeitos da corrotação para pequenas partículas. Ao longo desse trabalho simulamos cerca de 10 000 partículas, apontamos as regiões confinadas pelas ressonâncias de corrotação 7:6 com Mimas, bem como as suas larguras (figura 3.2) e a estabilidade dessas regiões durante a evolução temporal. Principalmente, enquanto migramos Mimas e Tethys.

Durante esse processo, não constatamos a captura em ressonância de corrotação, embora algumas partículas ficaram presas temporariamente nas bordas das regiões de ressonância de corrotação.

Descobrimos que quando Mimas migra a taxa constante, Aegaeon o acompanha, embora a taxa utilizada na pesquisa tinha sido alta comparada com a real. A migração de Mimas dever ter ocorrido devido a evolução em Maré.

Como a captura em ressonância de corrotação não ocorreu nos primeiros experimentos de migração de Mimas, podemos afirmar que a ressonância de corrotação é robusta. Então algum mecanismo deve ocorrer para que as partículas entrem em ressonância com Mimas. Observando a equação 5.1, notamos que a excentricidade influencia a existência da ressonância de corrotação. Então a variação da excentricidade pode provocar captura/escape de partículas na ressonância de corrotação e essa variação de excentricidade aconteceu nos objetos do sistema de Saturno, como em Mimas.

As explicações sobre migração de Mimas afirmam que ele migrou sobre o efeito de maré, a sua excentricidade modificou durante a evolução orbital e, ainda, destacam que Mimas é um satélite regular que deveria ter uma excentricidade pequena, mas atualmente ela é aproximada de 0.02, que é um valor alto para um satélite regular (Burns e Matthews,

1986; Murray e Dermott, 1999; Meyer e Wisdom, 2008). Deste modo, algo ocorreu no passado de Mimas para aumentar sua excentricidade até o valor atual. Então, mostramos que enquanto Mimas migra, ele sofre perturbações gravitacionais de Tethys, que consequentemente modifica a excentricidade de Mimas (figura 5.7). E durante essa migração e esse aumento de excentricidade, se a região de corrotação passar por uma região com partículas, essas partículas serão capturadas (figura 5.11).

Em suma, a ressonância de corrotação 7:6 de Mimas-Aegaeon é robusta. Observamos também que nenhuma partícula entra na região de corrotação somente com a passagem da corrotação em uma região com partículas. Então, com os resultados da seção 5.2, podemos sugerir que Aegaeon foi capturado em ressonância com Mimas enquanto a excentricidade de Mimas se modificava. O trabalho só consegue explicar o mecanismo da entrada de material na ressonância de corrotação. Mas, explicar a existência de Aegaeon exigirá mais pesquisa. Pois existem três possibilidades para explicar a existência de Aegaeon na região onde ele se encontra atualmente: Mimas capturou somente Aegaeon na ressonância de corrotação e depois Aegaeon fraturou e gerou o arco do anel G; Mimas capturou somente partículas e depois elas se aglomeraram e geraram Aegaeon; ou capturou as partículas e Aegaeon juntos.

Assim os próximos trabalhos procuraremos explicar a origem de Aegaeon, a partir do estudo da região onde esse satélite se encontra.

Referências Bibliográficas

- Borderies-Rappaport, N. e Longaretti, P. (1994). Test particle motion around an oblate planet. *Icarus*, 107:129–+.
- Burns, J. A. e Matthews, M. S., editors (1986). *Satellites*.
- Callegari, N. e Yokoyama, T. (2009). Long-term Dynamics of Methone, Anthe and Pallene, Small Satellites of Saturn. In *AAS/Division for Planetary Sciences Meeting Abstracts 41*, volume 41 of *AAS/Division for Planetary Sciences Meeting Abstracts*, page 68.02.
- Callegari, N. e Yokoyama, T. (2010). Numerical exploration of resonant dynamics in the system of Saturnian major satellites. *Planet. Space. Sci.*, 58:1906–1921.
- Contopoulos, G. e Harsoula, M. (2010). Stickiness effects in chaos. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 107:77–92.
- Cooper, N. J., Murray, C. D., Evans, M. W., Beurle, K., Jacobson, R. A., e Porco, C. C. (2008). Astrometry and dynamics of Anthe (S/2007 S 4), a new satellite of Saturn. *Icarus*, 195:765–777.
- Duriez, L. (1988). Long-term evolution of the orbits of natural satellites. *Celestial Mechanics*, 43:331–348.
- Goldreich, P. (1965). An explanation of the frequent occurrence of commensurable mean motions in the solar system. *MNRAS*, 130:159–+.
- Greenberg, R. (1973). Evolution of satellite resonances by tidal dissipation. *AJ*, 78:338–+.
- Greenberg, R. (1974). The role of Saturn’s oblateness in the Mimas-Tethys resonance. In Y. Kozai, editor, *Stability of the Solar System and of Small Stellar Systems*, volume 62 of *IAU Symposium*, pages 71–76.
- Greenberg, R. J., Counselman, III, C. C., e Shapiro, I. I. (1972). Orbit-Orbit Resonance Capture in the Solar System. *Science*, 178:747–749.
- Hedman, M. M., Burns, J. A., Tiscareno, M. S., Porco, C. C., Jones, G. H., Roussos, E., Krupp, N., Paranicas, C., e Kempf, S. (2007). The Source of Saturn’s G Ring. *Science*, 317:653–.

- Hedman, M. M., Cooper, N. J., Murray, C. D., Beurle, K., Evans, M. W., Tiscareno, M. S., e Burns, J. A. (2010). Aegaeon (Saturn LIII), a G-ring object. *Icarus*, 207:433–447.
- Hedman, M. M., Murray, C. D., Cooper, N. J., Tiscareno, M. S., Beurle, K., Evans, M. W., e Burns, J. A. (2009). Three tenuous rings/arcs for three tiny moons. *Icarus*, 199:378–386.
- Henrard, J. (1983). Orbital evolution of the Galilean satellites - Capture into resonance. *Icarus*, 53:55–67.
- Lissauer, J. J., Goldreich, P., e Tremaine, S. (1985). Evolution of the Janus-Epimetheus coorbital resonance due to torques from Saturn’s rings. *Icarus*, 64:425–434.
- Lubow, S. (2004). Corotation Resonances In Protoplanetary Disks. In D. Johnstone, F. C. Adams, D. N. C. Lin, D. A. Neufeld, & E. C. Ostriker , editor, *Star Formation in the Interstellar Medium: In Honor of David Hollenbach*, volume 323 of *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, pages 351–+.
- Lubow, S. H. (1990). On mass transport in nonviscous, non-self-gravitating fluid disks. *ApJ*, 362:395–405.
- Meyer, J. e Wisdom, J. (2008). Tidal evolution of Mimas, Enceladus, and Dione. *Icarus*, 193:213–223.
- Murray, C. D. e Dermott, S. F. (1999). *Solar system dynamics*. Cambridge University Press.
- Peale, S. J. (1976). Orbital resonances in the solar system. *ARA&A*, 14:215–246.
- Peale, S. J. (1978). An observational test for the origin of the Titan-Hyperion orbital resonance. *Icarus*, 36:240–244.
- Peale, S. J. (1999). Origin and Evolution of the Natural Satellites. *ARA&A*, 37:533–602.
- Renner, S. e Sicardy, B. (2006). Use of the Geometric Elements in Numerical Simulations. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 94:237–248.
- Sinclair, A. T. (1972). On the origin of the commensurabilities amongst the satellites of Saturn. *MNRAS*, 160:169–+.
- Spitale, J. N., Jacobson, R. A., Porco, C. C., e Owen, Jr., W. M. (2006). The Orbits of Saturn’s Small Satellites Derived from Combined Historic and Cassini Imaging Observations. *AJ*, 132:692–710.
- Wiesel, W. (1982). Saturn’s rings - Resonance about an oblate planet. *Icarus*, 51:149–154.

Yoder, C. F. (1979). Diagrammatic theory of transition of pendulum like systems. *Celestial Mechanics*, 19:3–29.

Yoder, C. F. e Peale, S. J. (1981). The tides of Io. *Icarus*, 47:1–35.

Capítulo 7

APÊNDICE A - Velocidade de Migração

No presente estudo de captura de partículas em ressonância de corrotação, utilizamos a velocidade de migração igual à 9 km/ano. Com essa velocidade, as partículas gastaram 200 anos para chegarem à posição do anel G. Caso utilizássemos velocidades menores para migrar as partículas, por exemplo a velocidade estimada como a real, as simulações demandariam muito tempo para levar as partículas em ressonância até o anel G. Mas, as velocidade muito maiores que 9 km/ano permitiria que a partícula em ressonância escapasse do corpo central.

Para confirmar que a migração rápida (migração com velocidade 9 km/ano) é válida, realizamos dois experimentos. Em um experimento, migramos o satélite Mimas com uma velocidade de 9 mm/ano e no outro migramos esse satélite com uma velocidade de 9km/ano. Nessas simulações, Mimas migrou para perto de Saturno enquanto monitoramos as partículas que inicialmente estavam em ressonância de corrotação com Mimas. Para tal monitoração, usamos o algoritmo que nos informou se uma partícula estava em ressonância com Mimas ou não. Nesses experimentos, foram simulados por 1000 anos. As condições iniciais foram as partículas do gomo 4 que podem ser observadas na figura 3.2. Esse gomo tem 1892 partículas (ver figura 7.1), que inicialmente estavam em ressonância de corrotação com Mimas. Essas condições iniciais foram usadas para todas simulações. Bem como nas simulações estavam presente as perturbações gravitacionais de Saturno.

Em todas as figuras, as partículas verdes representam as partículas que estavam em ressonância de corrotação 7:6 com Mimas e as vermelhas as que não estavam em ressonância.

A simulação da migração do sistema de Saturno à velocidade 9 mm/ano foi a mais que se aproximou da velocidade possivelmente verdadeira. No estudo de Peale (1999), a velocidade que sistema de Saturno foi de 15,795 mm/ano. Essa estimativa foi possível devido à função de dissipação de energia Q_S ser igual a $1,7 \times 10^4$. No entanto no trabalho de Meyer e Wisdom (2008), eles afirmaram se o Mimas ou outro objeto do sistema de Saturno que entrasse em ressonância temporária com outros corpos diferente daquele que estão atualmente em ressonância, o valor da função de dissipação do sistema de Saturno, seria diferente e menor daquele adotado por Peale (1999). Quando valor da função de

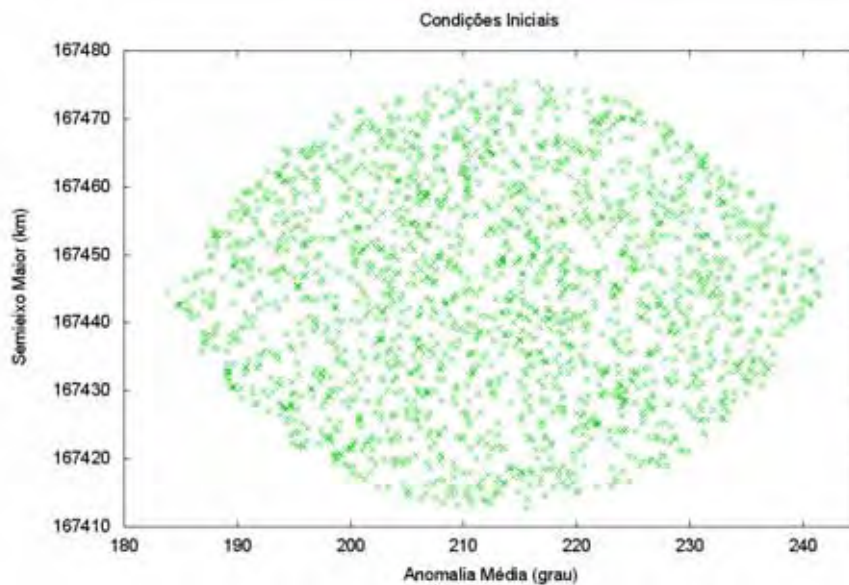


Figura 7.1: Condições iniciais retiradas da figura 3.2 (gomo 4). Partículas inicialmente em ressonância de corrotação com Mimas

dissipação fora menor acarretaria em uma nova velocidade de migração maior que 15,795 mm/ano. Logo não sabemos qual foi a verdadeira velocidade de migração do sistema de Saturno, mas é possível estimá-la (Peale, 1999).

Assim, o primeiro experimento que realizamos foi com a velocidade de migração igual à 9 mm/ano. Encontramos partículas escapando da ressonância, como podemos notar nas figuras abaixo. Quando a migração alcançou o ano 250 (figura 7.2), 34 partículas saíram da ressonância com Mimas à medida que 1858 continuaram dentro da ressonância. Notamos que na figura 7.2, que algumas partículas saíram de um gomo e foram para outro gomo da vizinhança, isso ocorreu em todos experimentos. Já no ano 500 (figura 7.3), mais cinco partículas saíram da ressonância em relação ao ano 250. O total de partículas em ressonância são de 1853. No ano 750 (figura 7.4) da simulação, mais quadro partículas tiveram seus ângulos ressonantes circulando e o total de partículas que estavam em ressonância com Mimas foi igual a 1849 . Quanto a simulação terminou no ano 1000 da simulação (figura 7.5), encontramos 45 partículas com o ângulo ressonante circuladno e enquanto 1847 continuaram em ressonância com Mimas. Portanto, aproximadamente, 98 % das partículas permaneceram em ressonância com Mimas, quando ele migrou à 9 mm/ano.

No experimento em que Mimas migrou à 9 km/ano, no ano 250 da simulação (figura 7.6), 611 partículas saíram da ressonância de corrotação, como podemos observar na figura 250 ano. Após mais 250 anos, o número de partículas que saíram da ressonância de corrotação aumentou para 615 (figura 7.7). Esse aumento ocorreu também no ano 750 da simulação (figura 7.8). O número de partículas em ressonância foi para 1275 enquanto daquelas que saíram foram para 617. No ano 1000 da simulação (figura 7.9),

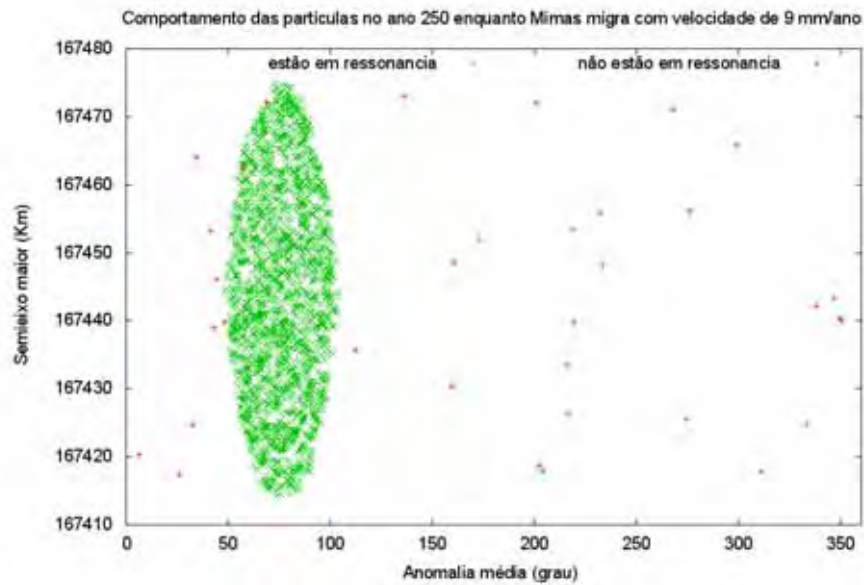


Figura 7.2: O comportamento das partículas enquanto Mimas migrou com velocidade igual a 9 mm/ano no ano 250 da simulação. As partículas em verde representam as partículas em ressonância com Mimas (1858) e as vermelhas as que circularam (34).

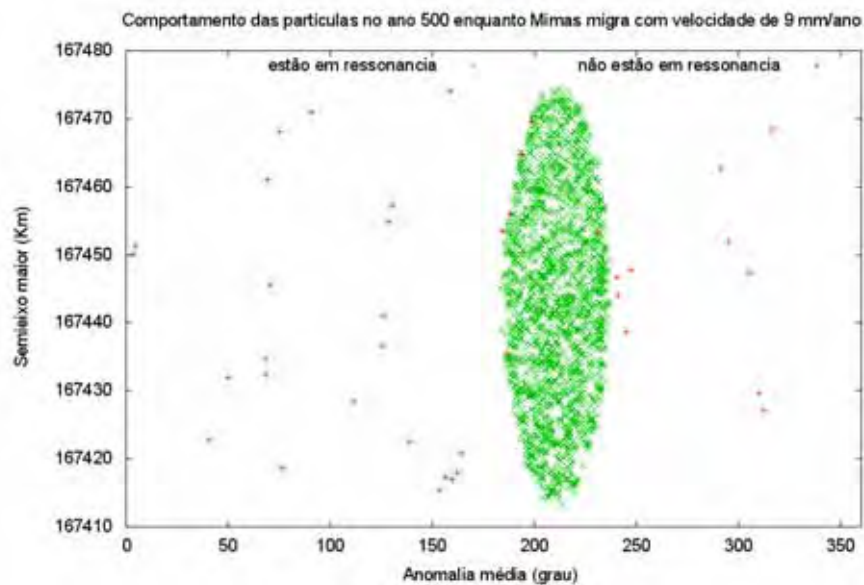


Figura 7.3: O comportamento das partículas enquanto Mimas migrou com velocidade igual a 9 mm/ano no ano 500 da simulação. As partículas em verde representam as partículas em ressonância com Mimas (1853) e as vermelhas as que circularam (39).

a quantidade de partículas que estavam em ressonância é de 1273. Podemos afirmar que aproximadamente 67 % das partículas que inicialmente estavam em ressonância com Mimas permaneceram em ressonância com Mimas. Logo, quando migramos Mimas com a velocidade 9 km/ano observamos que a ressonância que é robusta, embora seja menos robusta em relação a migrações mais lentas.

Com os resultados desses experimentos, podemos afirmar que a migração rápida utili-

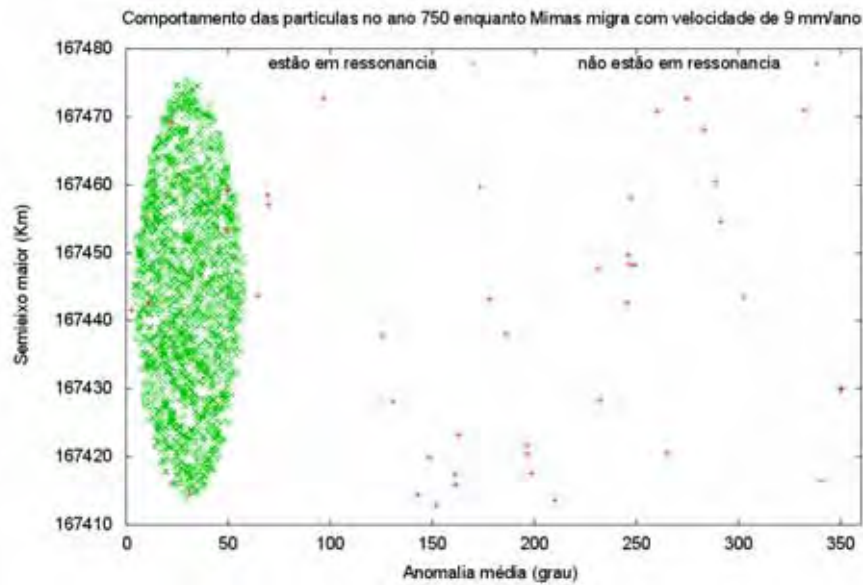


Figura 7.4: Essa figura é zoom da figura 7.4. O comportamento das partículas enquanto Mimas migrou com velocidade igual a 9 mm/ano no ano 750 da simulação. As partículas em verde representam as partículas em ressonância com Mimas (1849) e as vermelhas as que circularam (43).

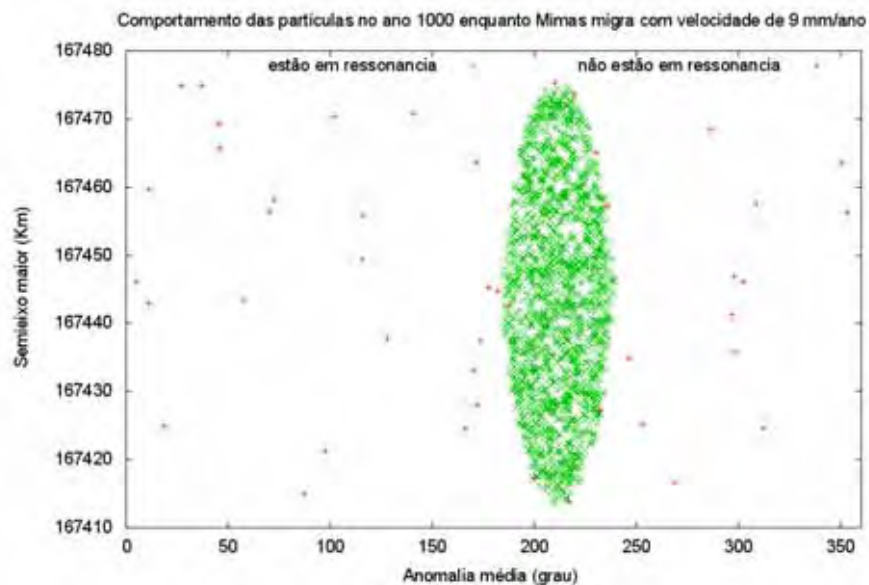


Figura 7.5: Essa figura é zoom da figura 7.5. O comportamento das partículas enquanto Mimas migrou com velocidade igual a 9 mm/ano no ano 1000 da simulação. As partículas em verde representam as partículas em ressonância com Mimas (1847) e as vermelhas as que circularam (45).

zada nesse trabalho foi válida para o nosso estudo de captura de partículas na ressonância de corotação 7:6 com Mimas. Embora notamos, que quando realizamos a migração mais lenta (migração com velocidade à 9 mm/ano) a ressonância foi mais robusta, visto que as simulações com a velocidade de migração lenta menos partículas escaparam da res-

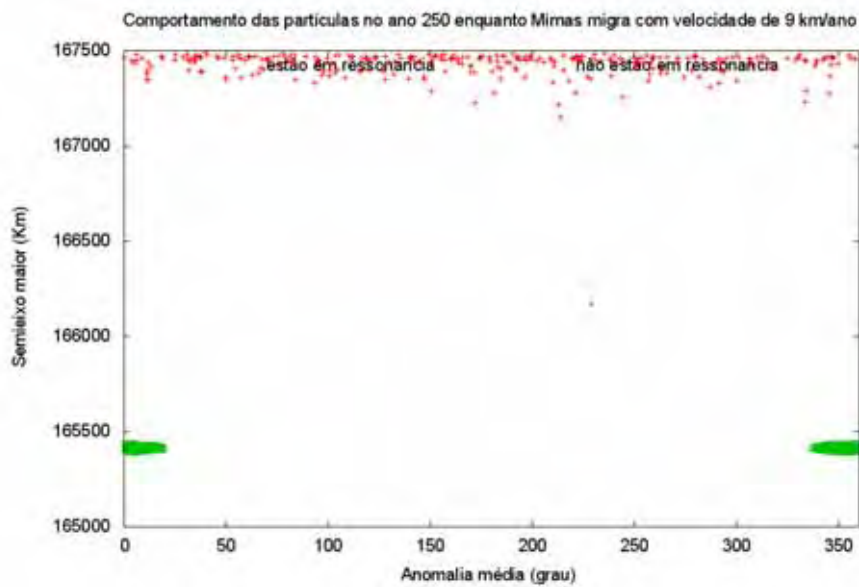


Figura 7.6: O comportamento das partículas enquanto Mimas migrou com velocidade igual a 9 km/ano no ano 250 da simulação. As partículas em verde representam as partículas em ressonância com Mimas (611) e as vermelhas as que circularam (1281).

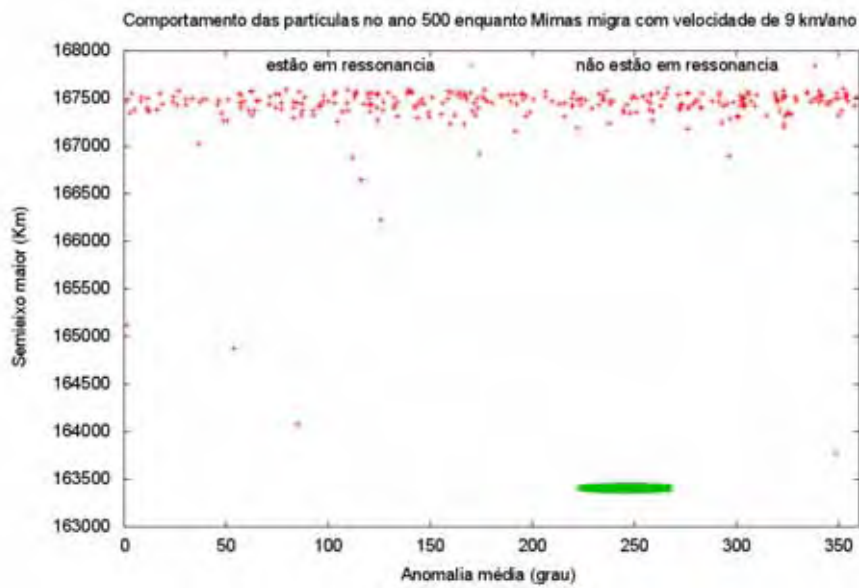


Figura 7.7: O comportamento das partículas enquanto Mimas migrou com velocidade igual a 9 km/ano no ano 500 da simulação. As partículas em verde representam as partículas em ressonância com Mimas (615) e as vermelhas as que circularam (1275).

sonância.

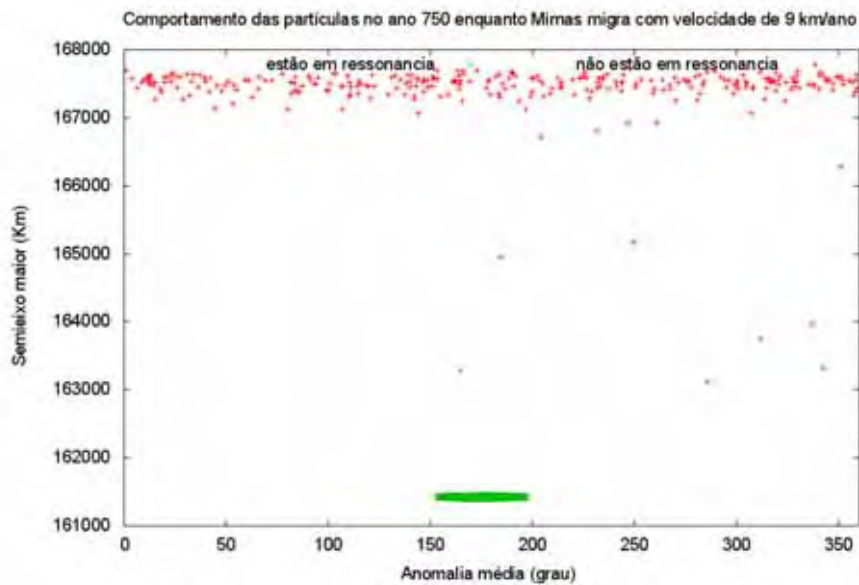


Figura 7.8: O comportamento das partículas enquanto Mimas migrou com velocidade igual a 9 km/ano no ano 750 da simulação. As partículas em verde representam as partículas em ressonância com Mimas (617) e as vermelhas as que circularam (1275).

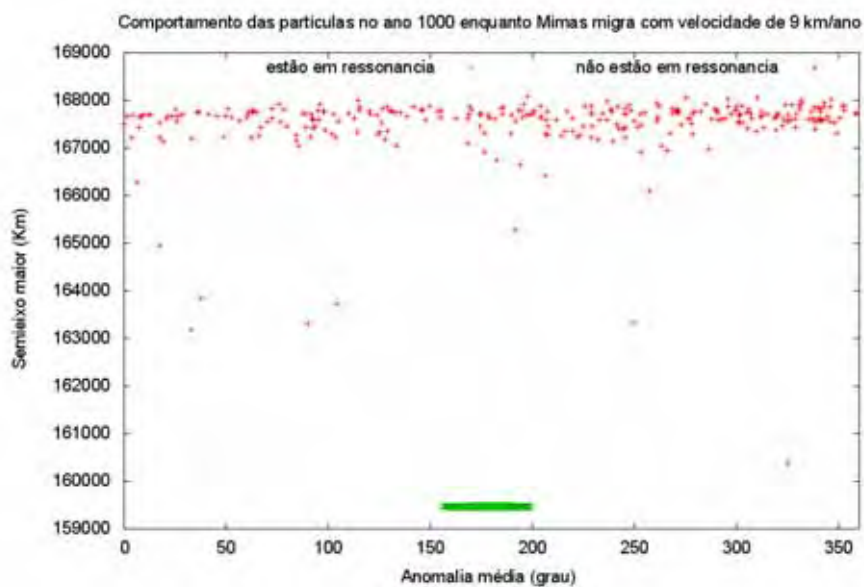


Figura 7.9: O comportamento das partículas enquanto Mimas migrou com velocidade igual a 9 km/ano no ano 1000 da simulação. As partículas em verde representam as partículas em ressonância com Mimas (619) e as vermelhas as que circularam (1273).