

**UNESP** 

**Governo do Estado de São Paulo  
Universidade Estadual Paulista**

**FACULDADE DE ENGENHARIA DO CAMPUS DE GUARATINGUETÁ**

**Perfil de Índices de Refração do Cristalino Humano:  
Simulação Computacional**

**FÁBIO LUÍS FIGUEIREDO FERNANDES**

**PUBLICAÇÃO  
2004**

**GUARATINGUETÁ – SP  
BRASIL**

**FÁBIO LUÍS FIGUEIREDO FERNANDES**

PERFIL DE ÍNDICES DE REFRAÇÃO DO CRISTALINO HUMANO:  
SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL

Dissertação apresentada à faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como requisito parcial para a obtenção do título de Mestre de Física.

Orientador: Prof. Dr. Carlos Renato Zacharias

Guaratinguetá  
2004

F363p Fernandes, Fábio Luís Figueiredo  
Perfil de índices de refração do cristalino humano: simulação  
computacional / Fábio Luis F. Fernandes. – Guaratinguetá : [s.n.], 2004  
103f. : il.

Bibliografia: f. 101-103  
Inclui apêndice  
Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade  
de Engenharia de Guaratinguetá, 2004  
Orientador: Prof. Dr. Carlos Renato Zacharias

1. Ótica geométrica I. Título

CDU 535.31

## **DADOS CURRICULARES**

### **FABIO LUÍS FIGUEIREDO FERNANDES**

NASCIMENTO 23.08.1979 – SÃO JOSÉ DOS CAMPOS / SP

FILIAÇÃO Benedito Fernandes Sobrinho  
Cecília Figueiredo Batista Fernandes

1999/2001 Curso de Graduação em Matemática, Licenciatura Plena.  
Centro Universitário de Itajubá – UNIVERSITAS / FEPI.

2002/2004 Curso de Pós-Graduação em Física, nível de Mestrado,  
na Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá – UNESP

de modo especial à minha família: Benedito, Cecília, Rodrigo e Douglas, que sempre me deram apoio, e a minha esposa Kátia que esteve comigo durante todo meu percurso do mestrado.

## AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer sinceramente a todos aqueles que direta ou indiretamente contribuíram a elaboração desta pesquisa. De maneira particular, expresso minha gratidão:

Ao meu orientador, Prof. Dr. Carlos Renato Zacharias pela dedicação, competência, paciência e auxílio;

A minha mãe Cecília, meu pai Benedito, meus irmãos Rodrigo e Douglas e a minha esposa Kátia por todo amor, paciência e compreensão;

Às secretárias da pós-graduação Regina, Madô e Elisa pela dedicação e alegria no atendimento;

A todos os amigos e colegas do Departamento de Física que ajudaram direta ou indiretamente;

A UNIVERSITAS por ter me acolhido e me ajudado no que precisava;

A Deus, pelo Dom da vida.

Este trabalho contou com apoio das seguintes entidades:

- CNPq
- UNESP

Fernandes, F.L.F. **Perfil de Índices de Refração do Cristalino Humano: Simulação Computacional**. 2004. Dissertação (Mestrado em Física) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá.

## **RESUMO**

Este trabalho trata da simulação da ótica do olho humano, em especial a determinação do perfil de índices de refração do cristalino. Mostramos que a hipótese de índice de refração constante, para os meios óticos, não é adequada quando o objetivo é minimizar aberrações e se fazer um estudo da imagem formada na retina. Desenvolvemos um código computacional que utiliza a técnica do Traçado de Raio (ray tracing) acoplada a um processo de busca e otimização (recozimento simulado), visando determinar o perfil de variação dos índices de refração do cristalino, com a condição de minimização das aberrações. A parametrização do modelo foi baseada em resultados da Literatura e utilizamos faces esféricas (parabólicas). Para validar nosso modelo, comparamos nossos resultados com outros modelos existentes, e verificamos a qualidade da imagem formada na retina.

**PALAVRAS-CHAVE:** Otimização, Traçado de Raio, Olho humano Modelo, Aberração, Esféricas, isoíndices.



Fernandes, F.L.F. **Perfil de Índices de Refração do Cristalino Humano: Simulação Computacional.** 2004. Dissertação (Mestrado em Física) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá.

## **ABSTRACT**

This work deals with the human eye optics simulation, focusing in the lens refraction index profile. We show that the hypothesis of constant refraction index, for the lens, is not adequate when the objective is minimize aberrations and to study the image formed in the retina. We developed a computational code that uses the ray tracing technique coupled to a search and optimization algorithm (simulated annealing), seeking to determine the profile of the refraction index for the crystalline lens that minimize the aberrations. The model's parametrization was based on Literature results and we implemented aspherical faces for the lenses. In order to validate our results, we compare with those in the Literature, and verify the image quality formed on the retina.

**PALAVRAS-CHAVE:** Optimization, Ray Tracing, Model Human eye, Aberrations, Aspherical, isoindex.

# SUMÁRIO

## APRESENTAÇÃO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	15
1.1	MOTIVAÇÕES.....	18
1.2	OBJETIVOS.....	19
1.3	LIMITAÇÕES DOS RESULTADOS.....	19
1.4	METODOLOGIA E CONVENÇÕES.....	20
<b>2</b>	<b>OLHO HUMANO MODELO</b> .....	22
2.1	ANATOMIA DO OLHO HUMANO.....	22
2.1.1	Córnea.....	23
2.1.2	Humor Aquoso.....	24
2.1.3	Cristalino.....	24
2.1.4	Humor Vítreo.....	30
2.1.5	A Retina.....	31
2.1.6	A Pupila.....	32
2.2	ACUIDADE VISUAL.....	32
2.3	AMETROPIAS COMUNS.....	34
2.4	MODELOS TEÓRICOS.....	35
2.5	MODELAGEM PROPOSTA (RESUMO).....	47
<b>3</b>	<b>MODELAGEM E METODOLOGIA</b> .....	48
3.1	PROPAGAÇÃO DOS RAIOS .....	49
3.2	CÁLCULO DAS ABERRAÇÕES .....	54
<b>4</b>	<b>IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL</b> .....	56
4.1	DADOS ESTRUTURAIS DO MODELO .....	57
4.2	PARÂMETROS IMPOSTOS PELO AUTOR .....	57
4.3	IMPLEMENTAÇÃO DO RECOZIMENTO SIMULADO (SA) .....	62
4.4	CONDIÇÕES DE CONTORNO .....	65
4.5	CRITÉRIO DE VALIDAÇÃO DOS RESULTADOS .....	67
<b>5</b>	<b>RESULTADOS OBTIDOS</b> .....	68

5.1	PERFIL DE ÍNDICES DE REFRAÇÃO DO CRISTALINO.....	68
6	ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	74
7	CONCLUSÃO.....	79
	APÊNDICE A – ACOMODAÇÃO DO CRISTALINO.....	83
	APÊNDICE B – MÉTODO DO TRAÇADO DE RAIOS.....	89
	APÊNDICE C – ABERRAÇÕES.....	91
	APÊNDICE D – DETERMINAÇÃO DOS GRAUS DE CURVATURA.....	95
	APÊNDICE E – MÍNIMO GLOBAL E MÍNIMO LOCAL.....	98
	APÊNDICE F – DETERMINAÇÃO DOS RAIOS DE CURVATURA.....	99
	APÊNDICE G – FLUXOGRAMA.....	100
	BIBLIOGRAFIA.....	101

## LISTA DE FIGURAS

1.1	Sistema de coordenadas cartesianas, adotado na modelagem.....	21
2.1	Anatomia simplificada do olho humano.....	22
2.2	Dimensões do cristalino: AB (diâmetro equatorial) e CD (espessura ou diâmetro sagital).....	25
2.3	Fibras principais do cristalino, a cápsula da lente na face anterior e o epitélio da lente.....	26
2.4	As três partes principais do cristalino.....	28
2.5	Esquema que representa um corte sagital do cristalino com as principais partes do cristalino, que limitam o córtex (anterior e posterior), o núcleo adulto, e o núcleo fetal.....	28
2.6	Olho humano esquemático com oito faces, relativo a anatomia do olho.....	29
2.7	Eixo Visual e o Eixo Ótico.....	32
2.8	Implementação da condição 20/20 (sem escala).....	33
2.9	Erros de refração do olho humano. a) olho emétrepe; b) hipermetropia; c) miopia.....	34
2.10	Olho paraxial esquemático com seis faces, de Helmholtz.....	36
2.11	Olho paraxial esquemático com quatro faces, de LeGrand.....	37
2.12	Olho paraxial reduzido, de Emsley.....	38
2.13	Distribuição do valor da esfericidade (Q).....	40
2.14	Distribuição dos raios de curvatura.....	40
2.15	Curvas de isoíndices, propostas por Popiolek e Kasprzak.....	44
2.16	Curvas de isoíndice para um cristalino de 10mm de diâmetro. São mostradas as curvas para $n=1,38$ ; $1,40$ ; $1,44$ e $1,46$ proposto por Maciel.	45
3.1	Raios de Luz atravessando o sistema ótico e interceptando a retina.....	49
3.2	Método do Traçado de Raio – esquema geométrico.....	50
3.3	Esquema de Propagação de um raio.....	51
3.4	Translação, após refração.....	52

3.5	Ilustração da intersecção da reta com a parábola, onde mostra, que a reta corta a parábola em dois pontos B e C.....	54
4.1	Pontos utilizados na execução do programa.....	58
4.2	Gráfico do índice em relação ao diâmetro pupilar.....	59
4.3	Gráfico da aberração em relação ao diâmetro pupilar.....	59
4.4	Modelo de cristalino multicamadas. a) curvatura constante; b) curvaturas reduzidas até atingir o centro do cristalino.....	61
4.5	Variação das curvaturas (em módulo) para um modelo com 21 camadas.	61
4.6	Esboço da função de visitação.....	63
4.7	Curva de resfriamento.....	64
5.1	Perfil de índices de refração para um cristalino multicamada.....	69
5.2	Variação do poder ótico no olho-modelo.....	69
5.3	Variação da aberração, em função do número de camadas.....	70
5.4	Posição dos pontos-imagem em função do número de camadas. A aberração parcial foi aumentada 10 vezes para permitir a visualização....	70
5.5	Variação do valor médio do índice de refração em função do número de camadas.....	72
5.6	Hipotética distorção da imagem.....	72
6.1	Variação do perfil, durante o processo de acomodação.....	77
6.2	Variação do poder ótico, durante o processo de acomodação.....	78
A.1	Modificações do olho durante a acomodação.....	85
A.2	Mecanismo de reflexão de perto.....	86
C.1	Demonstração da Aberração Esférica.....	91
C.2	Exemplo de Aberração do Coma.....	92
C.3	Exemplo de Astigmatismo.....	92
C.4	Exemplo de Distorção.....	93
C.5	Exemplo de Aberração cromática (exagerado); $f_{vi}$ é o foco para o violeta e $f_{ve}$ o foco para o vermelho.....	94
D.1	Relação entre a função parabólica e a função da circunferência.....	95
E.1	O eixo horizontal representa as configurações assumidas pelo sistema...	98

## LISTA DE TABELAS

2.1	Crescimento do cristalino.....	25
2.2	Constituição Química do Cristalino.....	29
2.3	Constituição Química do Humor Vítreo.....	30
2.4	Modelo de Helmholtz, com quatro faces no cristalino.....	37
2.5	Modelo de Gullstrand-LeGrand, com quatro faces no cristalino.....	38
2.6	Coefficientes do perfil do índice de refração do cristalino no modelo de Blacker.....	41
2.7	Valores numéricos do modelo de Blacker.....	41
2.8	Coefficientes do perfil do índice de refração do cristalino, no modelo de Liou e Brennan.....	43
2.9	Coefficientes do perfil do índice de refração do cristalino, no modelo de Popiolek e Kasprzak.....	43
2.10	Coefficientes para o ajuste elíptico dos isoíndices.....	45
4.1	Dados para o processo de otimização.....	56
4.2	Parâmetros estruturais utilizados em nosso modelo.....	57
4.3	Conversão das curvaturas, para raio pupilar $l = 0,5$ mm.....	62
5.1	Resumo dos resultados para um cristalino homogêneo.....	68
5.2	Alterações na imagem em função do diâmetro pupilar.....	71
5.3	Avaliação dos efeitos de distorção das imagens.....	73
6.1	Parametrização para estudo da acomodação.....	76
D.1	Relação entre os raios de curvatura da circunferência, e os coeficientes de curvatura da parábola, para $l = 1$ .....	97

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

Fig. – Figura.

eq. – Equação.

dap – distância antero-posterior do olho humano.

n – índice de refração.

l,d – espessura de uma camada do olho humano.

r – raio de curvatura da face do olho humano.

Q – valor da esfericidade.

M(y,z) – matriz retangular y por z.

SA – Recozimento Simulado.

rna[m] – vetor com m posições.

cc – condições de contorno.

P(face) – poder ótico da face.

TR – Traçado de Raio.

Obj – objeto.

Crist. – Cristalino

$\lambda$  – comprimento de onda.

$\sigma$  – diferença entre a média da dispersão de pontos e um ponto desta dispersão.

$\theta$  - ângulo.

P.O. – Poder Ótico.

## 1. INTRODUÇÃO

Nos dias atuais, o uso de lentes oftálmicas é uma prática bastante comum. Tais lentes são usadas para corrigir ou minimizar a maioria dos problemas de visão[1]. Para o projeto de tais lentes, usa-se uma aproximação paraxial para lentes esféricas ou cilíndricas, o que permite a aplicação das equações convencionais da ótica geométrica [2][3], relacionando raio de curvatura, índice de refração e distância focal. Estas aproximações facilitam a execução de um projeto ótico, suportado pela capacidade tecnológica atual, e permitem lidar com a grande maioria dos problemas de visão.

No entanto, existem problemas oftálmicos (ametropias) que não podem ser corrigidos por tais lentes, porque são originados em deformações assimétricas, geralmente na superfície anterior da córnea, inviabilizando uma aproximação esférica e/ou cilíndrica. Um exemplo típico é o ceratocone\*. A gravidade do ceratocone pode ser avaliada a partir da topografia da face anterior da córnea. Isso é feito com o uso de equipamentos chamados de ceratoscópio ou topógrafos de córnea[4], que fornecem um mapa topográfico colorido, representando a curvatura e/ou elevação de cada parte da córnea.

O desenvolvimento de modelos teóricos para a ótica do olho humano permite entender as ametropias e, em quase todos os casos, medi-las para efeitos de comparação ou tratamento. Tais modelos começaram a surgir no fim do século XIX, época em que o processamento numérico de informações era uma tarefa bastante árdua. Nessa época surgiram os modelos desenvolvidos por Helmholtz [5] que se propunham a descrever os fundamentos do processo de formação de imagem, bem como o processo de acomodação, percepção de cores e visão tridimensional. Obviamente, o modelo de Helmholtz era baseado na ótica geométrica paraxial, mas foi um dos pilares para o desenvolvimento da ciência visual moderna, juntamente com os trabalhos de Gullstrand [13] e Le Grand [16], no século XX. Esses modelos tratavam o olho humano como uma série de superfícies esféricas concêntricas, com raios de curvatura, índices de refração e localização anatômica baseadas em resultados experimentais.

---

\* ceratocone – é uma desordem ocular não inflamatória que afeta a forma da córnea, provocando a percepção de imagens distorcidas.



Com a chegada dos computadores e do aumento do poder de manipulação de equações matemáticas e simulações numéricas, novos modelos foram propostos (ver seção 2.4). Estes permitiram a proposição de lentes não esféricas e da descrição da lente interna do olho (cristalino) como uma série de camadas, cada qual com seu índice de refração.

Esses modelos geralmente são validados por comparações com dados experimentais. Isso seria lógico e cientificamente razoável se os resultados experimentais obtidos fossem representativos da população humana, e se todos os indivíduos tivessem um perfil anatômico similar, descrito como uma pequena dispersão em torno de valores médios. Essa questão é importante para podermos avaliar a qualidade do trabalho aqui apresentado, bem como suas limitações.

A obtenção de dados experimentais sobre o olho humano não é uma tarefa trivial. Observações *in vivo* podem sofrer a influência dos mecanismos de acomodação do cristalino e, limitam-se a dados topográficos da córnea e outros dados com baixa resolução, referentes à estrutura interna do olho. Também, são dependentes da idade do indivíduo [6], bem como outras questões fisiológicas. Análises clínicas fornecem dados do sistema ótico como um todo, sem descrever as partes constituintes. Resultados *in vitro* de animais ou cadáveres humanos não são aceitos como válidos, devido a processos degenerativos e o fato de que o sistema ótico do olho é continuamente ajustado pelo sistema nervoso.

A maior dificuldade na utilização de dados experimentais é a diversidade anatômica dos olhos humanos. Podemos dizer que o olho esquerdo não é uma versão simétrica do olho direito e que cada indivíduo pode possuir olhos oticamente diferentes dos demais da população. Isso significa que os valores médios dos parâmetros óticos e anatômicos obtidos na literatura, devem ser interpretados com muito cuidado. Sempre é preciso ter em mente que o importante não é ter um olho com determinados valores de raios de curvatura e índices de refração, mas sim, uma configuração que permita a formação de uma boa imagem na retina. Em outras palavras, a *função visão* é mais relevante do que os elementos, constituintes do sistema ótico, isolados. Essa abordagem funcional é mais comum nas Ciências Biológicas do

que nas Ciências Exatas e é importante na hora de definirmos uma estratégia para a proposição de um modelo para o olho humano.

Algumas propostas de olhos-modelo baseiam-se no ajuste de funções matemáticas aos resultados experimentais, sem levar em consideração a qualidade da imagem formada na retina. Assim, é possível que tais olhos-modelo sejam emétopes (com problemas de visão). Os modelos mais recentes procuram descrever o cristalino como um meio óticamente heterogêneo, ou seja, com uma distribuição espacial dos índices de refração (curvas de isoíndices). Quando se deseja tratar a questão dos mecanismos de acomodação, deve-se incluir alterações nas curvaturas e suas conseqüências nos valores dos índices de refração do cristalino. Se quisermos incluir questões cromáticas, precisamos descrever a curva de dispersão dos meios. Enfim, a descrição das propriedades óticas e a funcionalidade do cristalino, bem como de todo o olho, pode tornar-se bastante complexa. Ainda mais, se lembrarmos que as propriedades cromáticas e a curva de dispersão dos meios não estão bem estabelecidas, variam com a idade e estado de saúde do indivíduo, além da diversidade populacional, vemos que o olho humano é bem mais do que um sistema ótico com duas lentes.

Nesta dissertação, discutiremos alguns modelos existentes para o olho humano, assim como sua anatomia, com especial atenção às propriedades do cristalino. O conhecimento de que este não possui índice de refração constante é antigo [5], contudo poucos são os trabalhos que tentam descrever essa característica, que como veremos, é importante para se entender o funcionamento do olho. Como já foi dito, dados experimentais para esse perfil de índices (curvas de isoíndices) são raros e pouco precisos. Nesta dissertação tratamos esse problema por métodos de *primeiros princípios*, usando técnicas de simulação computacional. Assim, esse trabalho visa o desenvolvimento de um código computacional capaz de simular a ótica do olho humano, com intuito de obtermos um olho humano modelo que apresenta baixa aberração ótica. Usamos o seguinte raciocínio: a partir de cada ponto do objeto, colocado a seis metros do olho (condição 20/20 – ver seção 2.2), fazemos emergir uma série de raios de luz (ótica geométrica), que atravessam o sistema ótico (método do traçado de raios), chegando a retina; buscamos o perfil dos índices de refração do

cristalino que permite a formação de uma imagem com a menor aberração ótica possível (seção 3.2).

A técnica do traçado de raio é simples, porém robusta, pois se baseia na aplicação serial da lei de Snell [7], e será descrita na seção 4.1. Na modelagem proposta neste trabalho (detalhes na seção 4), as faces das lentes e das camadas são descritas por um perfil parabólico e os índices de refração de cada camada é constante. A aberração da imagem é avaliada a partir da dispersão espacial dos pontos-imagem no plano da retina, correspondentes a cada ponto-objeto. Mostraremos que, no caso do cristalino homogêneo, a imagem obtida apresenta maior aberração do que aquela obtida com um cristalino heterogêneo. Assim, buscaremos o perfil-ótimo (que tenha a menor aberração possível) de índices de refração para o cristalino, bem como o número de camadas mínimo para descrever adequadamente o sistema ótico do olho humano.

Veremos na seção 2.4 que os modelos atualmente propostos e em uso corrente nas clínicas e hospitais, não se preocupam tanto com a formação de uma boa imagem. Esperamos, assim, começar a preencher essa lacuna apresentando um olho modelo inicial, livre de algumas restrições, que certamente deverá evoluir para um olho-modelo mais realista. As limitações teóricas e computacionais desse trabalho são discutidas na seção 1.3.

## 1.1 MOTIVAÇÕES

Dentre as razões que motivaram o desenvolvimento desse trabalho, podemos citar as que consideramos como mais relevantes:

- Os modelos atuais (todos, exceto de Maciel, 2003), propostos para a modelagem do olho humano, não são capazes de reproduzir corretamente as propriedades óticas do olho, particularmente, a qualidade (resolução) da imagem formada na retina. Essa fragilidade nos motiva a tentar a buscar um olho modelo que respeite considerações anatômicas e clínicas básica, com a condição de minimização dos efeitos de aberrações;
- A função visão é mais importante do que os detalhes anatômicos do olho;

- A existência de um modelo computacional que represente adequadamente o olho humano poderá ser uma ferramenta importante no planejamento de cirurgias e quantificação de ametropias incomuns;
- A proposição de lentes intraoculares heterogêneas, com perfil de índice de refração específico.

Sabemos que algumas de nossas motivações são, hoje, impraticáveis por questões tecnológicas. Mas nosso trabalho pode servir de estímulo para o desenvolvimento de novas técnicas de fabricação de vidros, dopagem e de polimento.

## 1.2 OBJETIVOS

Esse trabalho tem 3 (três) objetivos:

- Proposição de olho-humano-modelo, que permita a formação de uma imagem com aberrações mínimas;
- Determinação do perfil de índices de refração do cristalino;
- Desenvolvimento de um código computacional que permita a simulação de algumas propriedades óticas do olho.

## 1.3 LIMITAÇÕES DOS RESULTADOS

Estudaremos o problema em duas dimensões. Com isso, podemos reduzir o problema em termos computacionais, sem perder totalmente a conexão com a realidade física. Consideraremos que os eixos anatômico e visual são coincidentes [14] e também uma curvatura parabólica para as faces da córnea e do cristalino, bem como para suas camadas internas. Os valores das curvaturas para as faces externas foram calculados a partir de resultados da Literatura. Pode-se mostrar que o perfil-ótimo de uma face, para aberrações mínimas, para um objeto axial, é um conicóide [34]. Este perfil é praticamente idêntico ao perfil parabólico, para aberturas pupilares de raio menor que 3,0 mm. Assim, optamos pelo um perfil parabólico por ser matematicamente mais simples e topograficamente adequado.

As camadas do cristalino também seguem um perfil parabólico e são consideradas com índices de refração constante. Assumimos que as curvaturas diminuem, de forma linear, das bordas para o centro.

Não incluímos nenhuma propriedade dinâmica do cristalino (acomodação), uma vez que isso exige como passo inicial, o conhecimento do perfil dos índices de refração, que é o objetivo desse trabalho.

A córnea é tratada como rígida e homogênea. O mesmo vale para os humores aquoso e vítreo. A distância ântero-posterior foi fixada com base na Literatura, bem como os raios de curvatura na porção apical das faces.

As implicações dessas limitações, bem como os valores utilizados, são apresentados e discutidos nos capítulos seguintes.

#### 1.4 METODOLOGIA E CONVENÇÕES

No desenvolvimento desse trabalho, aplicaremos o método do traçado de raios (TR), para meios homogêneos, acoplado ao algoritmo do Recozimento Simulado (*Simulated Annealing*) [9][10][11], acompanhando o trajeto dos raios dentro do olho.

Consideraremos um sistema de eixos cartesianos, com o eixo principal do sistema de lentes (córnea e cristalino) coincidente com o eixo  $z$ . O vértice da córnea anterior ficará localizado na origem do sistema. O objeto será posicionado à esquerda das lentes ( $z < 0$ ) e a imagem formar-se-á à direita das lentes ( $z > 0$ ). Com isso, teremos a seguinte convenção:

- Faces côncavas – curvatura negativa;
- Faces convexas – curvatura positiva;
- Posições com referência a origem do sistema de coordenadas.

A figura 1.1 esquematiza a face anterior da córnea e o sistema de coordenadas adotado.

O detalhamento da técnica do traçado de raios é apresentado na seção 4.1. A descrição do Recozimento Simulado é feita no capítulo 4. Informações anatômicas e biológicas serão apresentadas na seção 2.1.

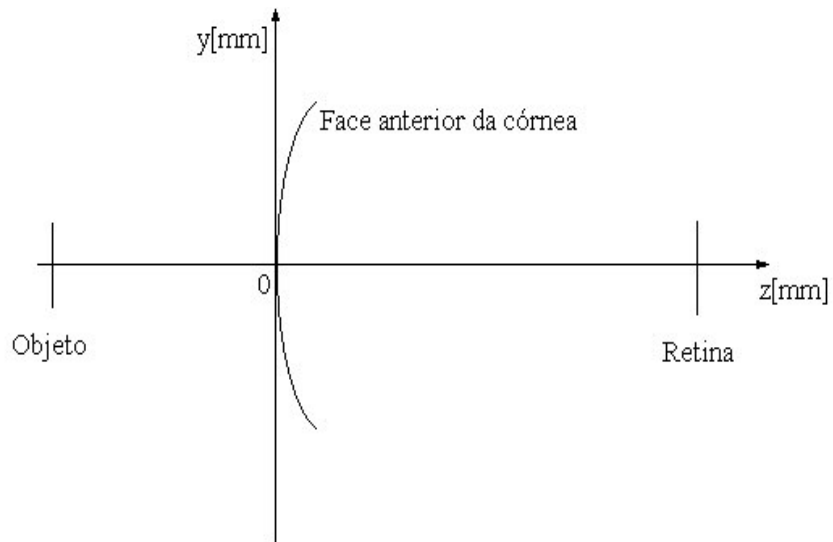


Figura 1.1: Sistema de coordenadas cartesianas, adotado na modelagem.

O desenvolvimento dos códigos foi em linguagem C, usando o compilador dev-C++ com o Sistema Operacional Windows 98, e o compilador gcc, com o Sistema Operacional Linux.

## 2. OLHO HUMANO MODELO

### 2.1 ANATOMIA DO OLHO HUMANO

Apresentamos nesta seção a anatomia simplificada do olho humano, necessária para a proposição de nossa modelagem, bem como para o entendimento dos modelos existentes. O olho, conforme mostrado na figura 2.1, pode ser comparado a uma máquina fotográfica, com um sistema de lentes, um diafragma variável e uma camada fotossensível. Considera-se nas modelagens, o sistema composto por duas lentes espessas (córnea e cristalino) separadas pelo humor aquoso (câmara anterior). A imagem é formada na fóvea central (encontrada na retina), que é separada do cristalino pelo humor vítreo.

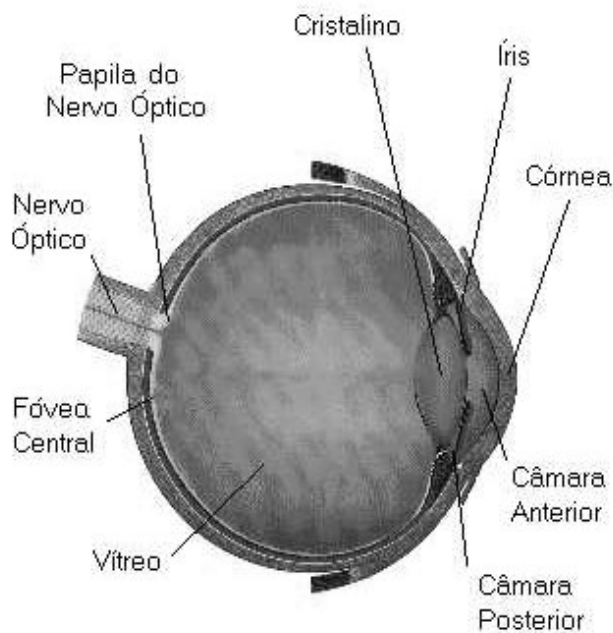


Figura 2.1: Anatomia simplificada do olho humano[33].

A imagem formada na retina é invertida, em relação ao objeto. No entanto, o cérebro é capaz de processar corretamente tal informação, gerando uma concepção visual normal. Aqui é importante distinguir dois conceitos, aparentemente equivalentes: i) formação da imagem na retina e ii) visão. Enquanto o primeiro é um processo físico, passível de ser modelado pela Ótica, o segundo é um processo

psicofísico que envolve aprendizagem, decodificação de sinais e talvez vários outros detalhes ainda desconhecidos. Essa dissertação trata do processo de formação da imagem, partindo da premissa de que uma imagem nítida na retina pode ser associada a uma boa visão.

O sistema ótico do olho humano é formado por cinco elementos principais (ver figura 2.1):

- Córnea;
- Humor aquoso;
- Cristalino;
- Humor vítreo;
- Retina.

### 2.1.1 Córnea

A córnea é o elemento que está na interface com o ar, e por isso, apresenta algumas particularidades. Em primeiro lugar, a face anterior da córnea é a única facilmente acessível para estudos topográficos (a face posterior pode ser determinada com menor precisão). A interface ar – córnea apresenta a maior variação de índice de refração, do olho. Isso implica que cerca de 80% do poder ótico\* deve-se à face anterior [34]. Os efeitos de convergência da face anterior são fracamente inibidos pela divergência da face posterior, que apresenta uma pequena diferença de índice de refração em relação ao humor aquoso. Na nossa modelagem, a córnea será considerada rígida, esférica (parabólica), homogênea e simétrica. Não consideraremos os efeitos da variação do diâmetro pupilar (efeito estenopêico) de maneira dinâmica, mas sim como um parâmetro ajustável, durante as simulações (dado de entrada).

---

\* poder ótico - poder de convergência , sendo sua unidade de medida em  $m^{-1}$  ou dioptria.



### 2.1.2. Humor Aquoso

O humor aquoso está entre a córnea e o cristalino e é um líquido composto em torno de 99% de água e o resto de outras substâncias orgânicas e inorgânicas. Entre as orgânicas, as proteínas, glicose, uréia, creatina e ácido úrico. Entre as inorgânicas, há o sódio, cloro, potássio, cálcio e outros [12] [29]. Analisando a composição química do humor aquoso, vemos que a sua maior parte é composta de água, indicando que não existem camadas neste meio. Assim, podemos considerar o humor aquoso como apenas um meio, com índice de refração constante para cada  $\lambda$ .

As principais funções do humor aquoso são: 1)ótica; 2)estática; 3)dinâmica; 4)trófica; 5)protetora.

- 1) A função ótica é considerada porque o humor aquoso faz parte do sistema dióptrico (segundo meio transparente).
- 2) A função estática pode ser decomposta em função tensional e função de sustentação.
- 3) A função dinâmica evita o estabelecimento de aderências entre a íris e a córnea, ou o cristalino, permitindo, por conseguinte, que a pupila se feche ou abra livremente em estado normal.
- 4) A função trófica desenvolve-se porque o humor aquoso serve de veículo nutritivo e metabólico para o cristalino e a córnea.
- 5) A função protetora provém da absorção da radiação infravermelha que ainda passa pela córnea, constituindo-se, junto com o cristalino, o filtro protetor da retina contra as tais radiações.

### 2.1.3 Cristalino

O cristalino é, sem dúvida, o elemento mais interessante do olho: seu poder ótico pode variar de até 14 (quatorze) dioptrias, dependendo da idade e saúde do indivíduo [5][6]. Para isso, ele tem sua curvatura alterada por um sistema muscular próprio. Quando ele está numa configuração relaxada (não acomodado), diminui sua espessura e torna-se mais plano, sendo capaz de focalizar objetos distantes. Quando assume uma configuração acomodada, aumenta sua espessura e a curvatura das faces, podendo

focalizar objetos mais próximos. Assim, o olho humano pode focalizar objetos em diferentes distâncias, o que é conhecido como processo de acomodação (apêndice A).

As dimensões do cristalino [12] variam de acordo com o autor, o que é coerente com o fato de que o olho de cada indivíduo pode ter uma conformação própria. Como já destacamos, o que importa é o conjunto, ou ainda, a função visão e não os detalhes estruturais separadamente. Ainda assim, podemos ter uma boa noção das dimensões a partir de dados da Literatura.

O *diâmetro equatorial* (linha que une os pontos A e B – ver figura 2.2) mede, em um recém nascido no máximo sete milímetros e em um adulto em torno de nove a dez milímetros. Sua espessura ou *diâmetro sagital* (linha que une os pontos C e D – ver figura 2.2), mede cerca de três a cinco milímetros, dependendo a idade do indivíduo.

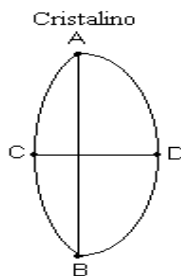


Figura 2.2- Dimensões do cristalino: AB (diâmetro equatorial) e CD (espessura ou diâmetro sagital).

A evolução da espessura e do diâmetro equatorial do cristalino, em função da idade do indivíduo [29] é mostrada na tabela 2.1.

Tabela 2.1- Crescimento do cristalino.

<b>Idade amostrada</b>	<b>Diâmetro equatorial</b>	<b>Diâmetro sagital</b>
<b>[anos]</b>	<b>médio [mm]</b>	<b>médio [mm]</b>
1	7,46	2,57
2 – 3	8,20	2,72
10	8,50	3,50
20 – 29	8,67	4,00
40 – 49	9,09	4,14
60 – 69	9,49	4,77
80 – 89	9,62	5,09

Em nosso trabalho, supomos os valores de espessura e curvaturas externas propostos no modelo de Popiolek [8], que será apresentado, em mais detalhes, na seção 2.4. Valores típicos para os raios de curvatura, na porção apical, são 12 mm e 8 mm, para as faces anterior e posterior, respectivamente. Existe uma assimetria no cristalino que faz com que a espessura da porção anterior seja menor que a posterior. Assim, o plano equatorial (ver figura 2.2) é deslocado para o lado anterior, de forma que a porção anterior corresponda a, tipicamente, 45% da espessura do cristalino [8].

O cristalino, como um todo, pode ser considerado como um corpo elástico. Como tal se deforma e retorna rapidamente a sua forma primitiva, dependendo das condições que deseja atuar [8]. A densidade e elasticidade do cristalino variam proporcionalmente com a idade: brando e de forma gelatinosa em um feto, se endurece em um adulto e adquire, independentemente de alterações patológicas, uma dureza considerável (fase da presbiopia).

Um corte meridional mostra o cristalino formado por três elementos (Figura 2.3):

- Uma membrana ou cápsula do cristalino;
- Um epitélio anterior;
- Fibras cristalinas que preenchem todo o cristalino.

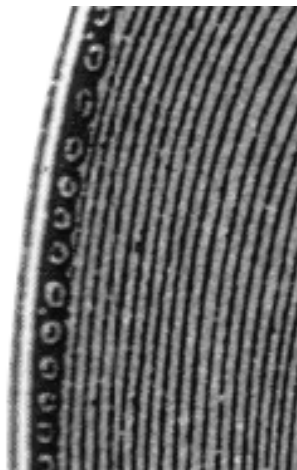


Figura 2.3: Fibras principais do cristalino, a cápsula da lente na face anterior e o epitélio da lente [12].

A cápsula do cristalino tem superfície lisa, homogênea e transparente, se encontra ao redor do cristalino e tem espessura em torno de 0,07mm diminuindo rapidamente

para 0,008mm nas extremidades. Na parte posterior do cristalino, sua espessura aumenta até 0,02mm [12]. O epitélio do cristalino é uma camada única de células, que cobre apenas a face anterior; é mais espessa no equador, onde as células estão em vias de transformação em fibras do cristalino. Não há epitélio sobre a face posterior [30].

O cristalino é composto de uma série de camadas fibrosas regularmente dispostas, que partem da periferia para o seu centro. As fibras centrais ocupam o centro do cristalino e se agrupam ao redor do eixo principal (ântero-posterior), engrossando com a idade, e assumindo contornos sinuosos [12]. As fibras intermédias (zona de transição) são relativamente finas, sendo difícil medir suas dimensões, e estão dispostas com bastante irregularidade [12]. As fibras principais, regularmente dispostas da periferia ao centro, constituem quase a totalidade do cristalino. Aparecem em cortes equatoriais seccionadas transversalmente e dispostas em série linear. Parecem notavelmente maleáveis e se deformam com uma ligeira pressão [12]. Cada fibra principal tem a forma de prisma hexagonal, de oito a dez milímetros de comprimento, oito a 12 micrometros de largura e dois micrometros de espessura. Entre as fibras há uma substância cimentante escassa, de índice de refração igual ao das fibras; supõe-se que ela permita leve movimento das fibras durante a acomodação [30]. O número de fibras principais está geralmente em razão direta ao volume do cristalino, sendo aumentado com a idade. Em recém nascidos se contam de 1.400 a 1.500 fibras principais, e em um adulto, 2.200 fibras principais, aproximadamente [12].

O processo de crescimento do cristalino está diretamente ligado às fibras principais, que podem crescer por difusão ou intercalação destas fibras [12].

Contrariamente ao que acontece aos tecidos dermóides (peles, unhas, cabelo, etc.), que eliminam os tecidos mortos, dando lugar aos novos que se formam, os intracristalinianos ficam retidos, de maneira que é sempre possível encontrar partes que embriologicamente aí se encontravam desde o começo.

O cristalino adulto se compõe de três partes: no centro, o núcleo fetal, que se encontra como estava desde o nascimento, desenvolvido durante a vida intra-uterina; ao redor dele, o núcleo adulto, desenvolvido durante a juventude e por fim, o córtex, que continua a se desenvolver durante toda a vida (figura 2.4) [12][32]. É importante

notar que esta divisão é apenas didática, visto que sua densidade e elasticidade, nas diferentes regiões do cristalino, variam continuamente [8].

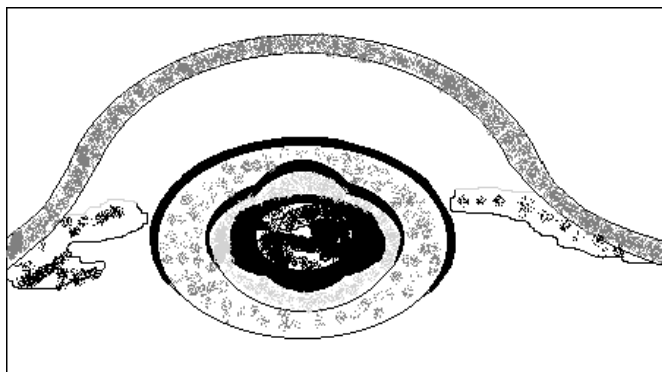


Figura 2.4 – As três partes principais do cristalino [29].

Observamos, pela anatomia, que as curvaturas das camadas do cristalino [12] não são idênticas em todas as partes. Quanto mais nos aproximamos das camadas centrais, mais as curvaturas das camadas diminuem (fig 2.5) [12]. Por outro lado, os núcleos não são exatamente concêntricos, o que estabelece uma assimetria entre as curvaturas das camadas. O cristalino se aplanava continuamente ao envelhecer. Este aplanamento parece devido à expansão das fibras ligadas a periferia do cristalino [12].

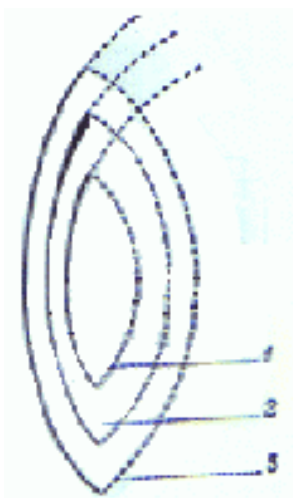


Figura 2.5: Esquema que representa um corte sagital do cristalino com as principais partes do cristalino, que limitam o córtex (3)(anterior e posterior), o núcleo adulto (2), e o núcleo fetal(1). [12]

Em decorrência dessas informações anatômicas e histológicas, optamos por modelar o cristalino como um sistema de multicamadas, sendo cada camada

relacionada a uma certa quantidade e tipo de fibras. Para ilustrar nossa modelagem, mostramos, na figura 2.6, o esquema de um cristalino com 5 camadas. Assim, temos um modelo com oito faces, sendo duas faces relativas à córnea, e as outras seis faces relativas ao cristalino.

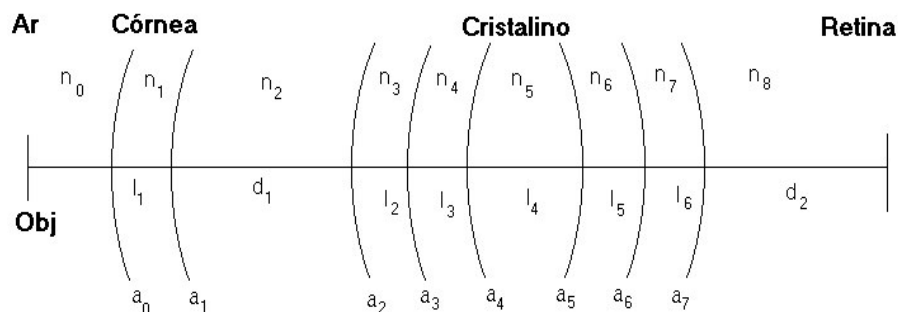


Figura 2.6: Olho humano esquemático com oito faces, relativo a anatomia do olho, onde:  $n_0$  é o índice de refração do ar,  $n_1$  é o índice de refração da córnea,  $n_2$  é o índice de refração do humor aquoso,  $n_3$  e  $n_7$  é o índice de refração do córtex anterior e posterior,  $n_4$  e  $n_6$  é o índice de refração do núcleo adulto,  $n_5$  é o índice de refração do núcleo fetal;  $l_1, d_1, l_2, l_3, l_4, l_5, l_6, d_2$  são as espessuras dos meios e  $a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$  as curvaturas de cada face.

Em termos de constituição química [12], a composição do cristalino é dada pela tabela 2.2.

Tabela 2.2: Constituição Química do Cristalino

Substância	Porcentagem (%)
Substâncias albuminosas coaguladas	35,9
Extrato alcoólico com sais	2,4
Extrato aquoso com indícios de sais	1,3
Membranas e tubos cristalínios	2,4
Água	58

Ainda que não exista uma relação bem estabelecida entre estrutura molecular ou histológica e índice de refração, podemos observar que quanto menor a elasticidade (capacidade que um objeto tem de se deformar, e retornar a forma original) de uma

região, maior é o seu índice de refração. Assim como a elasticidade varia, em função da idade, o mesmo ocorre com seu índice de refração. A distribuição dos índices de refração (curvas de isoíndices) parece acompanhar o perfil elástico, aumentando da periferia para o centro [12]. Tal distribuição, ainda não bem estabelecida, faz do cristalino um meio óticamente heterogêneo, influenciando a propagação da luz e daí, toda a ótica do olho. A dificuldade de acesso ao cristalino, para estudos *in vivo* dificulta o conhecimento detalhado de suas curvas de isoíndices. Resultados teóricos, obtidos a partir de modelos baseados em premissas nem sempre inspiradas nos resultados clínicos ou sem a preocupação com a função visão ou formação da imagem, permitem a proposição de um perfil dos índices de refração do cristalino. Essa questão é o foco principal desta dissertação, que se propõe a determinar tal perfil, com a preocupação da formação de uma boa imagem.

#### 2.1.4 Humor Vítreo

O humor vítreo é uma massa transparente de consistência gelatinosa que preenche todo o espaço entre o cristalino e a retina. Sua composição química é mostrada na tabela 2.3 [12].

Tabela 2.3: Composição Química do Humor Vítreo

<b>Substância</b>	<b>Porcentagem (%)</b>
Albumina	0,16
Cloreto de Sódio	1,42
Substâncias solúveis em água	0,02
Água	98,40

Analisando a composição química do humor vítreo, vemos que a sua maior parte é composta de água, indicando que não existem camadas neste meio. Logo, poderíamos considerar o humor aquoso como apenas um meio, com índice de refração constante.

### 2.1.5 A retina.

A retina é tratada, nessa dissertação, como um plano onde as imagens devem ser formadas (consideraremos apenas a imagem central, e não a periférica). Considerá-la com uma superfície curva não afeta os resultados, visto que a imagem central é formada numa região muito pequena (fóvea). No entanto, sua relação com a visão é muito mais complexa. A retina é a região fotossensível do olho que contém os cones, principais responsáveis pela visão de cores, e os bastonetes, principais responsáveis pela visão no escuro. Quando os cones e os bastonetes são excitados, os sinais são transmitidos através de neurônios sucessivos, na própria retina, e finalmente pelas fibras do nervo ótico até o córtex cerebral.

Teoricamente, um ponto luminoso (fonte puntiforme distante), quando focalizado sobre a retina, deveria ser infinitamente pequeno. Entretanto, como o sistema ótico do olho não é perfeito, tal ponto pode ser descrito por uma distribuição de intensidade, sendo mais luminoso em seu centro e escurecendo em direção as bordas. O diâmetro médio dos cones na fóvea central é de aproximadamente de 1,5  $\mu\text{m}$ .

A maneira como a retina capta o sinal luminoso, e o codifica em impulsos elétricos, bem como a posterior decodificação pelo cérebro, ainda é tema de estudos e controvérsias. Particularmente, o estudo da visão a cores e a influência da iluminação externa, vem desafiando os pesquisadores, que ainda não tem uma boa explicação para o fenômeno. Considerando-se a componente psicofísica, própria de cada indivíduo, podemos concluir que a formação da imagem na retina é apenas um dos mais simples aspectos da visão.

Outro aspecto que precisa ser lembrado é o fato de que o eixo ótico é diferente do eixo geométrico do olho (figura 2.7). O eixo ótico que utilizamos nas modelagens é definido pelos pontos centrais das duas faces da córnea e do cristalino e ainda passa pela fóvea. A diferença desse eixo para o eixo geométrico ou anatômico do olho é da ordem de 1(um) grau [16]. Desprezaremos tal diferença no nosso modelo, porque estamos supondo uma aproximação simétrica, e estamos interessados na possibilidade de determinar a estrutura interna do cristalino, ainda que aproximada. A separação dos



eixos pode implicar na quebra de simetria axial das lentes, ou seja, a topografia torna-se irregular, o que é, de fato, observado em estudos topográficos da córnea. [35]

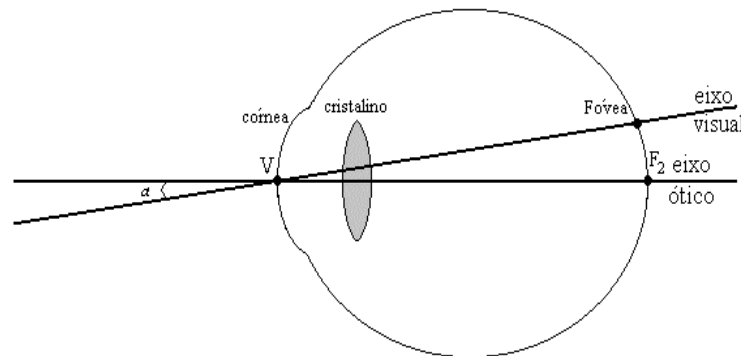


Figura 2.7: Eixo Visual e o Eixo Óptico.

### 2.1.6 A Pupila.

A pupila atua como um regulador da quantidade de luz que incide sobre a retina. Esse mecanismo de regulação tenta garantir que os receptores da retina não fiquem saturados permanentemente. Outros efeitos relacionados ao tamanho da abertura pupilar são a variação da profundidade do foco e a limitação na região de propagação da luz (efeito estenopêico), que acabam implicando na formação de uma imagem mais bem resolvida, na retina. Uma grande abertura permite que a luz se propague por regiões mais afastadas do eixo principal, que apresentam maior heterogeneidade ótica, implicando em redução da resolução. Efeitos de difração na abertura pupilar não são críticos para a formação da imagem central, visto que seu diâmetro mínimo é da ordem de 1,0 mm. Por outro lado, a visão periférica que apresenta menor resolução, porém maior sensibilidade, é favorecida com o aumento da abertura.

## 2.2 ACUIDADE VISUAL

A avaliação da acuidade visual (capacidade em diferenciar detalhes de um objeto distante), visto a complexidade do sistema ótico do olho, não pode ser feito de maneira objetiva. Primeiro, porque não temos acesso às propriedades óticas específicas do olho do indivíduo em estudo. Segundo, porque os mecanismos que acontecem na retina ainda não são totalmente bem estabelecidos. E por fim, e este seria o principal

obstáculo para a definição exata e objetiva da capacidade visual, o olho é um sistema que trabalha como um todo, sofrendo influência de todo o organismo, que está interessado na qualidade da função visão, e não nos detalhes de seus componentes (dentro das limitações anatômicas e fisiológicas).

Assim, a melhor maneira de avaliar a acuidade visual é usar um método clínico, onde o indivíduo, sob a orientação de um especialista, classifica a sua visão. O método clínico, geralmente utilizado para testar a acuidade visual, que será considerado na nossa modelagem, é o seguinte: um quadro de exame, contendo uma série de letras com tamanho variável (carta de Snellen) é colocado a 6 metros (ou 20 pés) do indivíduo. Cada grupo de tamanho de letras tem seus detalhes inscritos num ângulo de visão específico. Ao procurar o menor tamanho de letra que pode ser resolvido (avaliação subjetiva), o indivíduo define o menor ângulo de visão, ou ainda, a menor distância no objeto, que pode ser visualizada. O padrão aceito como “visão normal” corresponde a um ângulo de 5 (cinco) minutos de arco, para os limites externos da letra e 1 (um) minuto de arco para os detalhes da letra (ver figura 2.8).

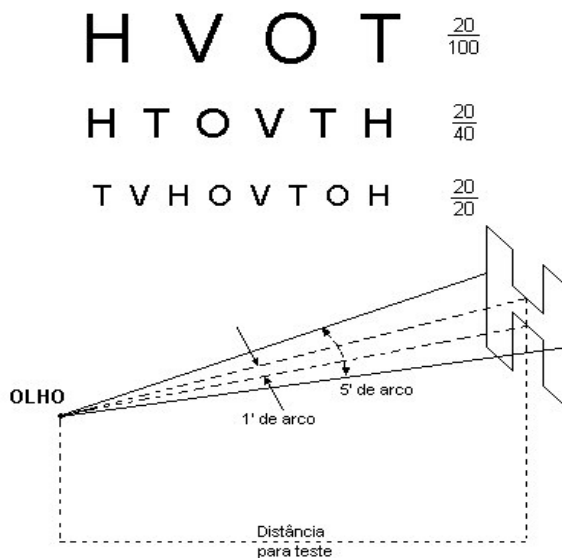


Figura 2.8: Implementação da condição 20/20 (sem escala).

Nessas condições, o indivíduo consegue resolver a 20 pés, aquilo que ele deveria resolver, por padrão, a 20 pés. Essa condição é conhecida por visão 20/20. Se o indivíduo consegue resolver a 20 pés, aquilo que é padronizado para 60 metros (200 pés), ele tem uma visão de 20/200 (sub-visão). Existem casos em que o indivíduo

consegue resolver a 20 metros, o que deveria ser resolvido em 4,5 metros (15 pés), ou seja, enxerga melhor do que o padrão normal. Essa condição é conhecida por 20/15, chamada ainda de super-visão, e vem sendo usada como objetivo de algumas cirurgias de correção da topografia da córnea.

### 2.3 AMETROPIAS COMUNS

Ametropias são configurações do sistema ótico que levam à formação de uma imagem pouco nítida ou de baixa resolução. A figura 2.9a esquematiza um olho capaz de focalizar na retina, na condição relaxada, os raios provenientes de um objeto distante. Tal conformação caracteriza o chamado *olho emétrepe*, ou seja, com boa visão. Quando o globo ocular é pequeno demais ou o sistema de lentes é fraco temos a focalização além da retina. É chamada hipermetropia ou visão para longe (figura 2.9b). Quando ocorre o contrário, ou seja, um globo ocular grande ou um poder ótico das lentes muito forte, tem a chamada miopia ou visão para perto (figura 2.9c). Um terceiro tipo de ametropia comum é o astigmatismo, causado por um perfil cilíndrico na curvatura da córnea e mais raramente, no cristalino.

Estas são as principais *ametropias* ou erros de refração do olho humano. A correção para estes problemas normalmente é feita através do uso de lentes esféricas ou cilíndricas (ou combinação destas). Assim, usa-se lentes divergentes para a miopia, convergentes para a hipermetropia e cilíndricas para o astigmatismo [1].

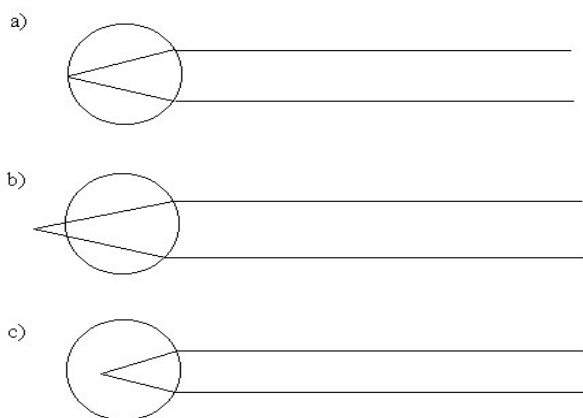


Figura 2.9: Problemas de refração do olho humano. a) olho emétrepe; b) hipermetropia; c) miopia.

## 2.4 MODELOS TEÓRICOS

A discussão de modelos para o olho humano requer que tenhamos em mente a classificação corrente [14]:

- em relação ao número de lentes:
  - **modelo reduzido**: aquele no qual o olho é representado por apenas 1 (uma) face;
  - **modelo esquemático**: aquele no qual as lentes são tratadas individualmente, podendo ter 2 (duas) ou mais lentes;
  
- em relação a altura dos raios incidentes:
  - **modelo paraxial**: aquele no qual considera-se apenas raios próximos ao eixo ótico principal, onde a aproximação paraxial é aceitável;
  - **modelo finito**: aquele no qual os feixes incidentes estão distantes do eixo ótico e não são, obrigatoriamente, paralelos a este.

Há muito tempo que existe o interesse pela visão e por modelos sobre a ótica do olho humano. A literatura registra desde modelos reduzidos paraxiais, até propostas mais sofisticadas. A evolução dos modelos está fortemente relacionada com a evolução das técnicas de medição do olho e com o aumento do poder computacional, observado nas últimas décadas.

No final do século XIX e início do século XX temos importantes contribuições através do trabalho de Helmholtz [5]. Em seu trabalho sobre a visão, ele apresenta questões fisiológicas, anatômicas e um estudo da ótica do olho. Este trabalho, junto com o de Gullstrand [13] influenciaram muitos outros, posteriormente.

Vamos começar considerando o modelo com quatro faces proposto por Helmholtz. Este trata tanto do olho relaxado como o olho acomodado, supondo um raio de curvatura para as faces anterior e posterior do cristalino de 10 (dez) e 6 (seis) milímetros, respectivamente. Neste modelo os valores dos índices de refração e raios de curvatura de cada face, buscam se aproximar de valores experimentais, obtidos com

olhos de rato. Apesar das limitações tecnológicas, Helmholtz chegou a conclusão de que o cristalino deveria não ser óticamente homogêneo, ou seja, apresentaria uma distribuição interna de índices de refração. Assim, propõe um modelo onde o cristalino possui 3 (três) camadas, conforme figura 2.10.

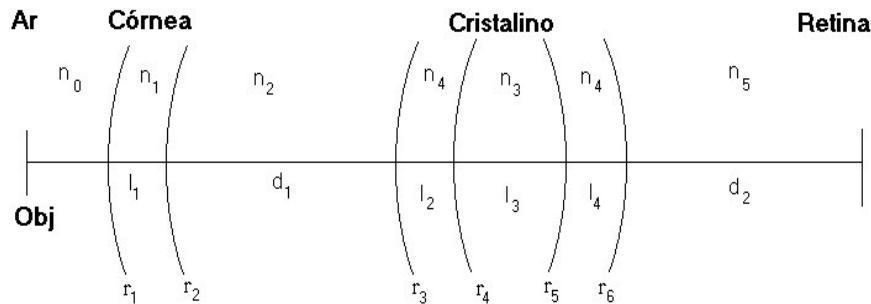


Figura 2.10: Olho paraxial esquemático com seis faces, de Helmholtz.

Na figura 2.10 usamos a seguinte notação:

- $n_0, n_1, n_2, n_3, n_4, n_5$  são os índices de refração, respectivamente, do ar, córnea, humor aquoso, centro do cristalino, cristalino e humor vítreo, onde seus valores podem ser observados na tabela 2.4;
- $r_1, r_2, r_3, r_4, r_5, r_6$  são, respectivamente, os raios de curvatura das faces anterior e posterior da córnea e das quatro faces do cristalino;
- $l_1, l_2, l_3, l_4$  são respectivamente, as espessuras da córnea e do cristalino;
- $d_1$  é a distância córnea-cristalino;
- $d_2$  é a distância do cristalino à retina.

Definimos, ainda, a distância ântero-posterior (dap), que é o tamanho do olho, como sendo:

$$dap = l_1 + l_2 + l_3 + l_4 + d_1 + d_2 \quad (2.1)$$

Os valores de cada parâmetro, no modelo de Helmholtz, são apresentados na tabela 2.4.

Tabela 2.4 – Modelo de Helmholtz, com quatro faces no cristalino (fig. 2.10).

Raios (mm)	Distâncias (mm)	Índices de refração
$r_1 = 7,700$	$l_1 = 0,500$	$n_0 = 1,000$
$r_2 = 6,800$	$d_1 = 3,100$	$n_1 = 1,376$
$r_3 = 10,00$	$l_2 = 0,546$	$n_2 = 1,336$
$r_4 = 7,910$	$l_3 = 2,419$	$n_3 = 1,406$
$r_5 = -5,76$	$l_4 = 0,635$	$n_4 = 1,386$
$r_6 = -6,00$	$d_{ap} = 24,0$	$n_5 = 1,336$

Para o poder de cálculo da época, esse modelo foi considerado complicado. Gullstrand [14] simplificou o modelo, considerando a córnea como uma única superfície esférica de raio oito milímetros (a face posterior foi eliminada devido a pequena variação do índice de refração entre a córnea e o humor aquoso), com as superfícies anteriores e posterior do cristalino com, respectivamente, dez e seis milímetros e os índices de refração de 1,45 para o cristalino e 1,33 para os humores. Esse olho apresentava 66,6 dioptrias, na condição de olho relaxado. Esse modelo de três faces permite mudar o poder ótico do cristalino (ajuste da curvatura esférica das duas superfícies do cristalino) ao acomodar, com os focos do olho estando mais próximos ou mais afastados (posição do objeto). Gullstrand também fez um modelo com quatro superfícies refratoras parecido com o de Helmholtz, que também é bastante utilizado, e que foi revisto nos trabalhos de LeGrand [15][16], que propôs um novo modelo esquemático paraxial (figura 2.11).

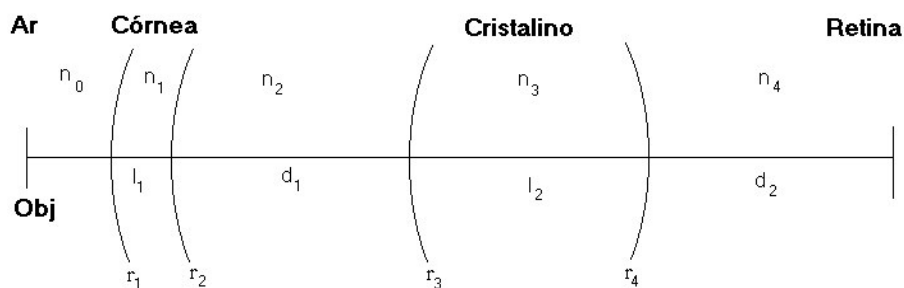


Figura 2.11: Olho paraxial esquemático com quatro faces, de LeGrand. A notação é equivalente àquela usada na figura 2.10.

Os valores numéricos são apresentados na tabela 2.5.

Tabela 2.5: Modelo de Gullstrand-LeGrand (fig. 2.11).

Raios (mm)	Distâncias (mm)	Índices de refração
$r_1 = 7,80$	$l_1 = 0,550$	$n_0 = 1,0000$
$r_2 = 6,50$	$d_1 = 3,050$	$n_1 = 1,3771$
$r_3 = 10,2$	$l_2 = 4,000$	$n_2 = 1,3374$
$r_4 = -6,0$	$d_{ap} = 24,0$	$n_3 = 1,4200$
		$n_4 = 1,3360$

Esses números serviram de base para uma série de trabalhos subseqüentes, bem como na parametrização embutida em alguns equipamentos hospitalares. Ainda no começo do século XX, na mesma época do trabalho de Gullstrand, Emsley apresentou um outro modelo[14], bastante simples, porém amplamente utilizado na formação de recursos humanos em Oftalmologia. Foi projetado por Emsley, ainda como uma simplificação adicional ao olho de três superfícies de Gullstrand e envolve uma única superfície refratora. Nesta representação, o comprimento axial do olho é de 22,22 mm (figura 2.12), com um índice de refração único de 4/3.

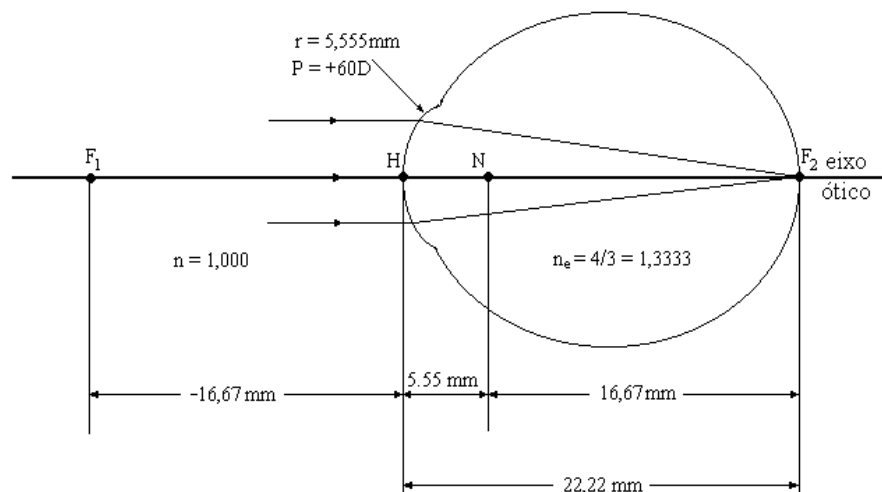


Figura 2.12: Olho paraxial reduzido, de Emsley.

A partir daí, os modelos propostos foram tornando-se cada vez mais complexos, buscando maior similaridade com características anatômicas e fisiológicas. Lotmar

(1971) [17] apresenta um modelo esquemático finito com 4 (quatro) faces, assumindo simetria rotacional e cristalino homogêneo. Para a definição da córnea utiliza dados do trabalho de Bonnet [18], onde é feito um estudo da topografia da córnea e ajustes matemáticos por funções do tipo parábolas e conicóides. Quanto ao cristalino ele aproxima suas superfícies por parábolas. Utiliza, ainda, o método do traçado de raios para fazer o estudo de algumas aberrações como a esférica, o astigmatismo e o coma.

Alguns trabalhos dedicaram-se especificamente à córnea. Kiely, Smith e Carney (1982)[19] estudaram sua topografia e usaram curvas do tipo conicóide para descrever sua curvatura. A equação de uma conicóide é dada por:

$$x^2 + y^2 + (1 + Q)z^2 - 2zR = 0 \quad (2.2)$$

onde,  $R$  é o raio de curvatura da superfície (apical) e  $z$ , a coordenada ao longo do eixo ótico. O parâmetro  $Q$  é o valor da esfericidade, com a seguinte interpretação:

- $Q > 0$ , elipsóide com o eixo maior no plano  $xy$ ;
- $Q = 0$ , esfera de centro  $(0,0,R)$ ;
- $-1 < Q < 0$ , elipsóide com o eixo maior na direção de  $z$ ;
- $Q = -1$ , parabolóide com eixo ao longo de  $z$ ;
- $Q < -1$ , hiperbolóide.

Kiely [19] e colaboradores estudaram 176 olhos considerados saudáveis (não obrigatoriamente emétopes) e os resultados para a esfericidade são resumidos no histograma mostrado na figura 2.13, e a distribuição para o raio de curvatura é mostrada na figura 2.14.

É interessante observar que os resultados experimentais indicam um raio de curvatura médio, para a face anterior da córnea, por volta de 7,75 mm.



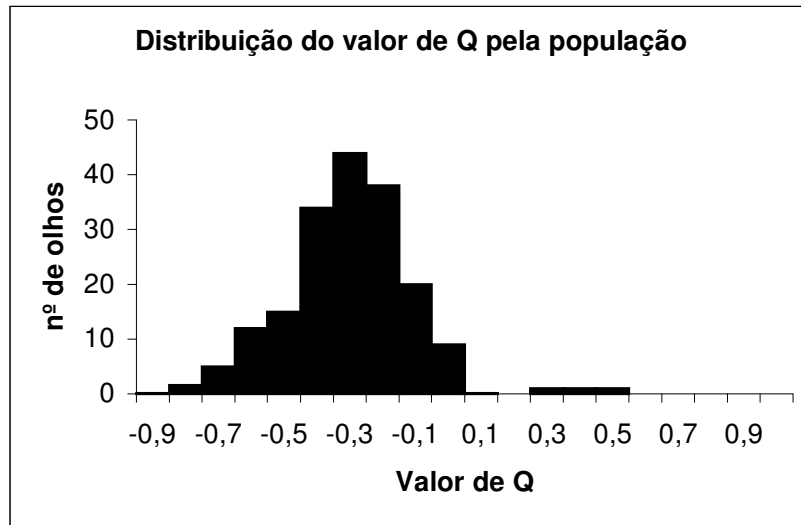


Figura 2.13: Distribuição do valor da esfericidade (Q) [19].

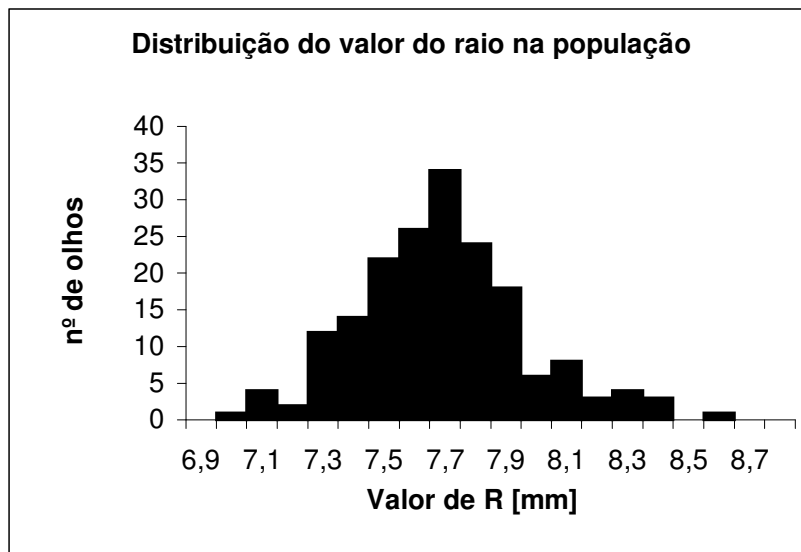


Figura 2.14: Distribuição dos raios de curvatura [19].

Blacker (1979)[20] apresentou um modelo para o olho humano partindo do modelo de Gullstrand e Le-Grand [13][15]. Contudo, este trabalho descreve o cristalino com um gradiente para o índice de refração. Verificamos neste trabalho, a primeira importante investida no tratamento do perfil de variação para o índice do cristalino. A variação proposta para o índice de refração foi dada por:

$$n = n_0(z) + n_1(z)\xi + n_2(z)\xi^2 + \dots \quad (2.3)$$

onde:

$$n_0 = n_{00} + n_{01}Z + n_{02}Z^2 + \dots \quad (2.4)$$

$$n_i = n_{i0} + n_{i1}Z + n_{i2}Z^2 + \dots \quad (2.5)$$

$$\xi = y^2 + x^2 \quad (2.6)$$

Os valores numéricos dos coeficientes dessas equações foram determinados a partir de estudos usando o modelo de Gullstrand. Foi feita a opção por ajuste das isoíndices, conforme elipses, e os coeficientes são mostrados na tabela 2.6.

Tabela 2.6: Coeficientes do perfil do índice de refração do cristalino no modelo de Blacker [20]

	<b>não acomodado</b>	<b>Acomodado</b>
$n_{00}$	1,387	1,387
$n_{01}$	0,0140	0,0195
$n_{02}$	- 0,00384	- 0,0045
$n_{10}$	- 0,00120	- 0,0017

Ainda, Blaker separa as condições para o olho acomodado e não-acomodado, de modo que a espessura, o diâmetro do cristalino e os raios de curvatura, têm diferentes valores, conforme mostrados na tabela 2.7.

Tabela 2.7: Valores numéricos do modelo de Blacker [20].

	<b>não acomodado</b>	<b>Acomodado</b>
espessura (mm)	3,6	4,0
diâmetro (mm)	10,1	8,5
raio anterior (mm)	11,0	5,0
raio posterior (mm)	5,5	5,0

Assim, Blaker [20] determinou os parâmetros óticos do olho, para diferentes estados de acomodação e comparou-os com o modelo de Gullstrand, verificando, basicamente, que a posição dos pontos cardinais era muito parecida, diferindo com relação ao poder ótico do olho. Blacker encontrou 21,87 D comparado a 9,11 D de Gullstrand para o cristalino não acomodado, e 31,39 D contra 33,06 D para o cristalino acomodado.

Apesar do modelo de Blacker ser bastante sofisticado, ele se limitou a cálculos paraxiais para efeito de comparações com o modelo de Gullstrand e não fez um estudo sobre as aberrações da imagem formada.

Outro trabalho importante é o de Liou e Brennan (1996) [21] que apresentam um estudo comparativo entre vários modelos para o olho humano, confrontando-os com resultados experimentais. Aplica-se neste trabalho o método do traçado de raios, e calcula-se a aberração esférica, parâmetro este usado como fator de comparação entre vários modelos. Assim, mostra que modelos mais recentes que começam a considerar variações do índice de refração do cristalino e incorporam as superfícies asféricas (parabólicas) são mais eficientes. Mesmo assim, conclui o trabalho argumentando que todos os modelos finitos para o olho são falhos e que é necessário um modelo mais completo.

Em um segundo trabalho, Liou e Brennan (1997) [22] apresentam uma continuação para o trabalho descrito acima. Agora, neste trabalho, desenvolveram um modelo esquemático mais refinado, visando suprir as deficiências dos modelos anteriores, conforme observado no artigo anterior. Eles buscam uma maior fidelidade em relação à anatomia, biometria e ótica do olho humano. Utilizam quatro superfícies asféricas, seguindo a idéia de se utilizar um conicóide (equação 2.2) e gradiente do índice de refração do cristalino. Para o perfil de variação deste, adota a equação 2.3, conforme Blacker (1979), contudo com coeficientes que visam uma configuração parabólica para as isoíndices. Outra diferença é que o cristalino é dividido em duas partes: na primeira (região anterior) o índice cresce até atingir um pico em 1,40, e na segunda (região posterior) o índice decai até encontrar o humor vítreo. Contudo, eles consideram apenas o cristalino não acomodado. Os valores numéricos são apresentados na tabela 2.8.

Tabela 2.8: Coeficientes do perfil do índice de refração do cristalino, no modelo de Liou e Brennan.

	<b>Região anterior</b>	<b>Região posterior</b>
$n_{00}$	1,386	1,407
$n_{01}$	0,049057	0,000
$n_{02}$	- 0,015427	- 0,006605
$n_{10}$	- 0,001978	- 0,001978

Este modelo tem um poder ótico de 60,35 D e uma distância ântero-posterior de 23,95 mm. O modelo é utilizado para calcular a aberração esférica, que se mantém próxima aos valores experimentais, cuja metodologia empregada é bastante frágil. Além disso, Liou não apresenta uma hipotética imagem gerada pelo modelo, a partir de um objeto extenso distante.

Popiolek e Kasprzak (2002) [8] também fazem um trabalho semelhante ao de Liou e Brennan (1997), tratando o olho com lentes esféricas e com gradiente de variação para o cristalino. O grande avanço foi considerar o processo de acomodação do cristalino. Assim, a equação 2.4 tem seus coeficientes com diferentes valores, dependendo da região (anterior ou posterior), e da acomodação, conforme mostrado, resumidamente, na tabela 2.9.

A figura 2.15 mostra as curvas de isoíndices encontradas por Popiolek e Kasprzak (2002) [8].

Tabela 2.9: Coeficientes do perfil do índice de refração do cristalino, no modelo de Popiolek e Kasprzak[8].

<b>Anterior</b>	<b>0 D</b>	<b>4 D</b>	<b>10 D</b>
$n_{00}$	1,386	1,386	1,386
$n_{01}$	0,024549	0,022879	0,021657
$n_{02}$	- 0,007531	- 0,006543	- 0,005861
$n_{10}$	- 0,001625	- 0,001953	- 0,002478

Posterior	0 D	4 D	10 D
$n_{00}$	1,406	1,406	1,406
$n_{01}$	0,000	0,000	0,000
$n_{02}$	- 0,004624	- 0,00472	- 0,004499
$n_{10}$	- 0,001625	- 0,001953	- 0,002478

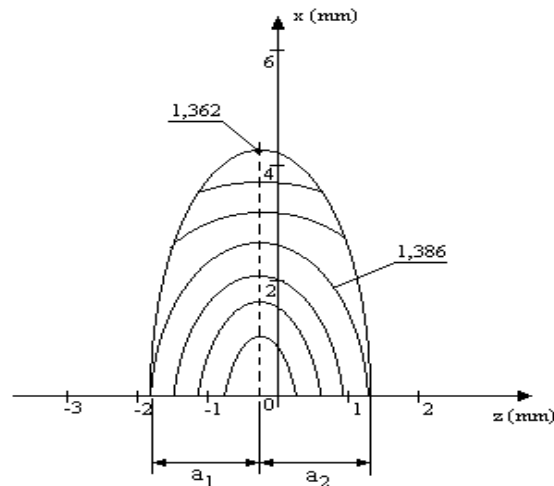


Figura 2.15: Curvas de isoíndices, propostas por Popiolek e Kasprzak

Como podemos observar, os três trabalhos anteriores são parecidos no tratamento do perfil do cristalino, ou seja, buscam ajustar equações parametrizadas, com valores experimentais, independentemente da qualidade da imagem gerada pelo modelo proposto.

Amaral, M.M. (2003) [34] desenvolveu também um trabalho interessante relacionado com o trabalho de Popiolek e Kasprzak, fazendo um tratamento um pouco diferente destes, onde na determinação das curvas de isoíndices foi feito com a preocupação de obter baixa aberração na imagem formada na retina, independente de equações para ajustes numéricos. Usando o método do recozimento simulado (SA – *Simulated Annealing*) ele determinou o perfil das curvas de isoíndices do cristalino, considerando este como uma matriz retangular  $M(y,z)$  com  $200 \times 80$  elementos, cada qual, representando o índice de refração local. As restrições e parâmetros anatômicos usados foram extraídos dos trabalhos de Popiolek. As curvas de isoíndice para o

crystalino foram determinadas considerando-se uma abertura pupilar de 10 (dez) milímetros de diâmetro. Mesmo com esse valor exagerado, o modelo foi capaz de gerar uma imagem bem resolvida, quando submetido ao teste de acuidade visual. A figura 2.16 mostra as curvas de isoíndices obtidas que foram ajustadas a elipses, cujos parâmetros são mostrados na tabela 2.10.

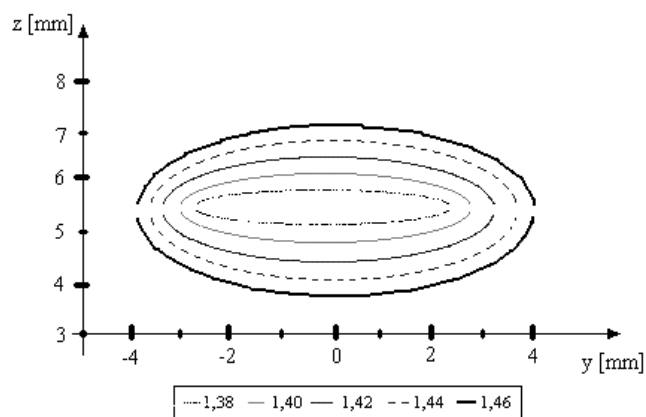


Figura 2.16: Curvas de isoíndice para um cristalino de 10mm de diâmetro. São mostradas as curvas para  $n = 1,38 ; 1,40; 1,44$  e  $1,46$  proposto por Marcelo Maciel Amaral.

Tabela 2.10: Coeficientes para o ajuste elíptico dos isoíndices

<b>Região anterior</b>	<b>a</b>	<b>B</b>	<b><math>\chi^2</math></b>
1,38	4,3516	1,5664	0,0017
1,40	4,2001	1,2738	0,0036
1,42	3,7315	0,9820	0,0044
1,44	3,1427	0,6769	0,0032
1,46	2,0465	0,4243	0,0012
<b>Região posterior</b>	<b>a</b>	<b>B</b>	<b><math>\chi^2</math></b>
1,38	4,1769	1,5306	0,0076
1,40	4,0877	1,2299	0,0044
1,42	3,7498	0,9381	0,0037
1,44	3,0111	0,6657	0,0037
1,46	2,0477	0,3638	0,0017

A limitação deste trabalho é que no caso de uma escolha inadequada dos parâmetros da otimização, o ajuste numérico poderá convergir para uma configuração irrealista. Os resultados concordam qualitativamente com os de Popiolek. No entanto, existem diferenças significativas nos valores numéricos das isoíndices encontradas.

Outros trabalhos sobre modelos para a ótica do olho humano, com contribuições importantes podem ser encontrados na Literatura. Discutiremos agora, superficialmente, alguns que julgamos ser relevantes na área, e no contexto dessa dissertação.

Começamos pelo trabalho de Howcroft e Parcker (1977) [23]. Eles estudaram o cristalino de cadáveres e, a partir destes dados experimentais, puderam fazer aproximações para as duas superfícies do cristalino utilizando o conicóide. Os raios de curvatura obtidos foram 7,3 mm para a superfície anterior e 5,35 mm para a posterior. Este trabalho também estabelece que as curvaturas das superfícies refratoras do olho decrescem sua curvatura com a idade.

Koretz e Handelman (1988) [24] não apresentam um olho esquemático mas fazem um estudo relevante sobre problemas da visão. Com o avanço da idade, a capacidade de focalizar objetos próximos diminui. Assim eles fazem um estudo teórico sobre a focalização buscando identificar as causas de problemas relacionados a essa perda de capacidade. São identificados tanto fatores microscópios, como a redução da curvatura das superfícies, o enrijecimento do cristalino, bem como o enfraquecimento da musculatura ao seu redor.

Marcos, et al. (2001) [25] utilizou um refratômetro (aparelho para medida do índice de refração) para estimar indiretamente a aberração cromática e transversal para quinze olhos diferentes. Foram estudadas as faces da córnea e do cristalino, também se estudou o deslocamento não axial da fóvea e a pupila. Contudo, os resultados sugeriram apenas a correlação entre as irregularidades da córnea e as aberrações.

Yoon e Williams (2002) [26] estudaram os benefícios de se corrigir as aberrações. Fez estudo teórico admitindo luz monocromática e policromática, usando um tratamento ondulatório para o problema, comparando os dois casos.

Carvalho (2001) [27] tem alguns trabalhos voltados para a parte de construção de aparelhos oftálmicos. Neste trabalho, ele fala de uma técnica utilizada em observações astronômicas (sensor de Hartmann-Shack e os polinômios de Zernike) que pode ser utilizada para medições precisas das aberrações do olho (miopia, hipermetropia, astigmatismo). Trata-se da técnica das frentes de onda (*wave-front*), onde um sensor composto por centenas de pequenas lentes e uma câmara CCD atrás dela, captam uma frente de onda da luz que reflete na retina e retorna trazendo informações do olho como um todo. Acredita na utilização dessa técnica em cirurgias.

Em um outro trabalho Carvalho, et al. (1997) [4] apresenta o desenvolvimento do primeiro instrumento brasileiro para medir curvaturas de córnea, o chamado topógrafo de córnea. Revela como foram feitos o software, a metodologia e a implementação. Utiliza um modelo matemático axial, ou seja, considera a aproximação de que a região central da retina é a grande responsável pela visão. Os resultados de topografias são mostrados em mapas de cor, que inclusive, podem ser utilizados para se definir a superfície anterior da córnea com boa precisão.

## 2.5 MODELAGEM PROPOSTA (RESUMO)

Veremos que nosso tratamento será diferente dos anteriores. Não iremos procurar ponto a ponto os índices de refração do cristalino. Modelaremos o cristalino com várias faces parabólicas e camadas com índices de refração constante. A otimização dos valores numéricos será feita com a preocupação de obtermos uma baixa aberração na imagem formada na retina, não ficando restritos a valores experimentais, ainda que, respeitando a anatomia do olho. Ao invés de trabalharmos com 16 mil variáveis, como no trabalho de Amaral [34], vamos trabalhar com algumas dezenas apenas (dependendo do número de faces), o que aumenta a rapidez dos cálculos.



### 3. MODELAGEM E METODOLOGIA

A propagação da luz por um meio pode ser tratada tanto do ponto de vista da ótica física como da geométrica. O tratamento ondulatório pode ser simplificado sempre que o comprimento de onda ( $\lambda$ ) pode ser considerado desprezível, quando comparado com as dimensões características dos componentes do sistema ótico envolvido. Este é o domínio de validade da chamada ótica geométrica, onde podemos usar o conceito de raio de luz. Assim, a ótica geométrica é um caso especial da ótica física.

$$\lim_{\lambda \rightarrow 0} \text{ótica física} = \text{ótica geométrica}$$

Como o comprimento de onda da luz é muito pequeno comparado com as dimensões típicas do olho (raios de curvatura, distâncias, espessuras,...), podemos usar a ótica geométrica para nossos estudos.

Dentro dessa aproximação, a luz é entendida como um raio (ou feixe) que se propaga em linha reta, a partir de sua origem, podendo se desviar quando atravessa uma interface ou uma região onde existe uma mudança de índice de refração. De acordo com índice de refração local, o comprimento de onda sofre alterações. Sabemos que quanto maior o índice de refração, menor será o comprimento de onda. Isso permite diferenciar o tamanho do percurso físico ou anatômico, do percurso efetivo, ou caminho ótico. Essa diferença é considerada no método do traçado de raios, que será usado nesse trabalho.

O foco principal de atenção desta dissertação está na estrutura interna do cristalino (figura 3.1). Assim, este será modelado como um conjunto de várias camadas, com faces parabólicas. Cada camada tem um valor de índice de refração constante (a se determinar). O percurso dos raios é calculado pelo método do traçado de raios (seção 3.1).

Nesta seção apresentaremos as bases teóricas para poder tratar o olho humano considerando um modelo esquemático finito com faces parabólicas e cristalino

heterogêneo. Essa modelagem baseia-se na aplicação seqüencial da lei de Snell e do uso da técnica do traçado de raios (TR) (Apêndice B) [28].

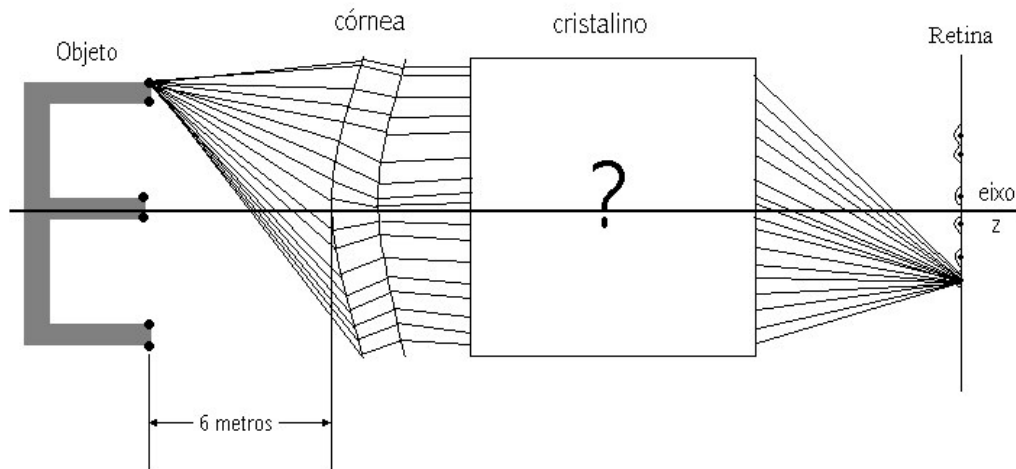


Figura 3.1: Raios de Luz atravessando o sistema ótico e interceptando a retina.

### 3.1 PROPAGAÇÃO DOS RAIOS

Nesta modelagem não usamos uma aproximação paraxial e consideramos as faces parabólicas. Buscamos encontrar o perfil de índices de refração do cristalino que, num modelo finito, visa a minimização das aberrações.

Cada face do olho é descrita por:

$$z = a \cdot x^2 + b \quad (3.1)$$

onde,

a: coeficiente de curvatura da parábola (considerada fixa, a determinar);

b: posição do vértice (considerado conhecido).

A opção por um perfil parabólico deve-se a sua similaridade com o perfil de um conicóide, porém expresso de maneira mais simples. Além disso, o conhecimento da função permite calcular o versor normal à superfície em qualquer ponto (gradiente),

bem como o ponto de incidência do raio. Consideremos o problema em 2 (duas) dimensões (plano xz).

Usaremos um objeto linear, formado por vários pontos, dos quais emergem os raios em direção a 1ª face (córnea anterior). Para cada raio que incide sobre uma face, podemos calcular o vetor refratado usando a Lei de Snell. Os vetores incidentes, refratados e normais pertencem ao mesmo plano permitindo estabelecer relações vetoriais entre eles.

Consideremos o esquema da figura (3.2),

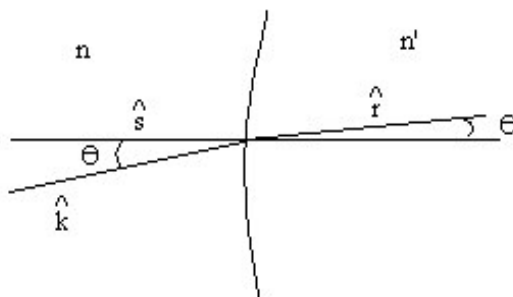


Figura 3.2: Método do Traçado de Raio – esquema geométrico

onde,

$\hat{k}$ ,  $\hat{s}$  e  $\hat{r}$  são, respectivamente, os vetores incidente, normal e refratado;

$n$  e  $n'$ , os índices de refração;

$\theta$  o ângulo de incidência;

$\theta'$  o ângulo de refração.

Observando a figura 3.2, a lei de refração pode ser escrita da forma compacta, mostrada na equação 3.2:

$$n' \hat{r} = n \cdot \hat{k} + h \cdot \hat{s} \quad (3.2)$$

onde:

$n'$  e  $n$  são os índices de refração dos meios;

$\hat{r}$ ,  $\hat{k}$  e  $\hat{s}$  são, respectivamente, os versores refratado, incidente e normal;

$h$ , uma constante que relaciona o versor incidente e refratado com a normal.

A equação acima resume o método do TR. Esta equação é utilizada para determinar, o versor refratado a partir do versor incidente e normal, uma vez conhecidos os índices de refração na interface. (a dedução das equações é mostrada no apêndice B).

A figura 3.2 mostra como um raio se propaga, quando encontra uma face:

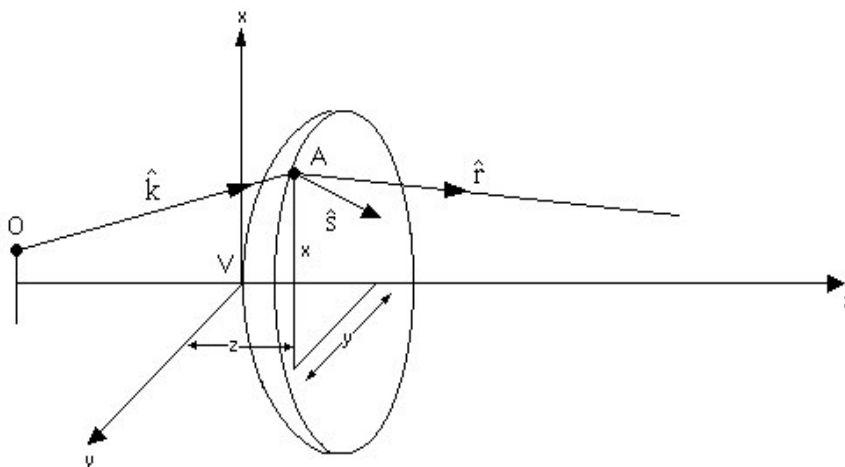


Figura 3.3: Esquema de Propagação de um raio.

A figura 3.3, mostra uma face separando dois meios com índices de refração  $n$  e  $n'$ , em cujo ponto  $A$  incide um raio proveniente do ponto  $O$ . Após sofrer refração, o raio emerge seguindo em direção a uma nova interface.

Podemos calcular o versor incidente pela expressão:

$$\hat{k} = \frac{\overline{OA}}{|\overline{OA}|} \quad (3.3)$$

com a condição de normalização:  $K_x^2 + K_y^2 + K_z^2 = 1$ .

O vetor normal a essa face, no ponto A, pode ser calculado pelo gradiente da função parabólica. No caso da primeira refração, os raios provenientes do objeto incidem em um ponto conhecido da face anterior da córnea. Tal face é descrita por uma série de pontos (resolução desejada: tipicamente 500 a 1000 pontos) com coordenadas conhecidas. Assim, o 1° vetor incidente pode ser calculado diretamente pela equação 3.3. A partir daí, os demais pontos de incidência devem ser calculados pela propagação do vetor refratado, até que este encontre a face seguinte, ou até a retina.

O mecanismo de translação está esquematizado na figura 3.4.

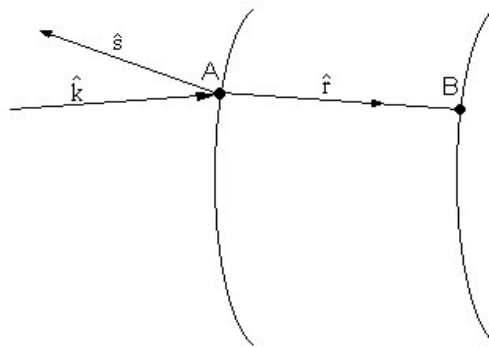


Figura 3.4: Translação, após refração.

Na figura 3.3, o ponto B é o ponto de intersecção da reta formada pelo vetor refratado  $\hat{r}$ , e a equação da parábola da face posterior, e pode ser calculado como mostrado na seção 3.1.2. O ponto A é o ponto de partida do vetor refratado,  $\hat{k}$  é o vetor incidente na primeira face, e  $\hat{s}$  é o vetor normal à primeira face.

Usando a equação paramétrica vetorial da reta formada pelo vetor refratado, e pelo ponto A da figura 3.4, temos:

$$B_x = A_x + t.r_x \quad (3.4a)$$

$$B_y = A_y + t.r_y \quad (3.4b)$$

$$B_z = A_z + t.r_z \quad (3.4c)$$

onde,

$(A_x, A_y, A_z)$  são as coordenadas do ponto A;  
 $(B_x, B_y, B_z)$  são as coordenadas do ponto B;  
 $(r_x, r_y, r_z)$  são as componentes do vetor refratado;  
 $t$  : constante real

A equação da parábola pode ser descrita como:

$$B_z = a.(B_x)^2 + b \quad (3.5)$$

Onde:

a, curvatura da face analisada.

b, é o vértice da face analisada.

Assim, a partir da equação 3.4a, onde temos o vetor refratado e o ponto A, poderemos isolar a constante t em função do ponto B (que queremos determinar), do ponto A, e do vetor refratado, como se segue:

$$t = \frac{B_x}{R_x} - \frac{A_x}{R_x} \quad (3.6)$$

Substituindo a equação 3.6 em 3.4c, obtemos  $B_z$ , da forma:

$$B_z = A_z + \frac{R_z}{R_x} \cdot B_x - \frac{R_z}{R_x} \cdot A_x \quad (3.7)$$

Como estamos trabalhando em duas dimensões, teremos que  $B_y = 0$ . Substituindo a equação 3.7 em 3.5, obtemos a equação quadrática da forma:

$$a.(B_x)^2 - \frac{R_z}{R_x} \cdot B_x + b - A_z + \frac{R_z}{R_x} \cdot A_x = 0 \quad (3.8)$$

A partir da equação 3.8, obteremos dois valores para  $B_x$ , como mostrado na figura 3.5. Adotaremos o menor valor obtido em módulo, como solução do nosso

problema, porque este representa o primeiro ponto de intersecção com a parábola, mais próximo ao eixo principal (fig. 3.5).

Depois de obtido  $B_x$ , substituiremos esta na equação 3.5, para determinar  $B_z$ .

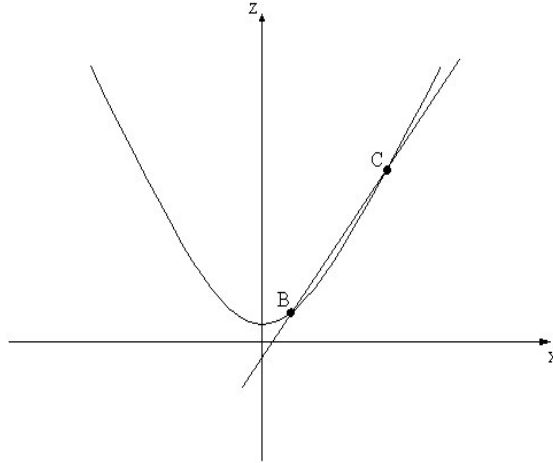


Figura 3.5 – Ilustração da intersecção da reta com a parábola, onde mostra, que a reta corta a parábola em dois pontos B e C.

### 3.2 – CÁLCULO DAS ABERRAÇÕES

Cada raio emergente do objeto produz um ponto-imagem na retina, após atravessar o sistema ótico (Figura 3.1). O conjunto de todos os pontos-imagem originados no mesmo ponto-objeto gera uma distribuição, a partir da qual podemos definir um valor médio e uma dispersão, diretamente ligada à aberração do sistema. Cada ponto-objeto gera uma distribuição, cujos valores médios permite avaliar efeitos de distorção da imagem, e cujos desvios permitem inferir sobre a qualidade da mesma.

Assim, adotamos como função-custo (aberração) a ser minimizada, a somatória de todas as dispersões (equação 3.9).

$$\text{Aberração} \propto \sum_{i=1}^{nobj} \sigma_i \quad (3.9)$$

onde:

$nobj$  – número de objetos.

$\sigma_i$  – desvio padrão da distribuição (imagem)  $i$ .

Assim, temos um indicador que representa a passagem de todos os raios, emergentes de todos os pontos-objeto, por todo o sistema ótico.

Dessa forma, nosso objetivo é minimizar esta aberração, ou seja, diminuir a dispersão, buscando os melhores valores para os índices de refração de cada camada do cristalino. Este processo será detalhado no capítulo 4.

Com esse procedimento, não explicitamos os tipos de aberrações conhecidas como astigmatismo, como distorção, etc (ver Apêndice C). No entanto, estas poderiam ser calculadas sempre que desejado.



## 4. IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

Nesta seção discutiremos, em mais detalhes, o algoritmo utilizado para o estudo do olho humano, bem como a parametrização e restrições impostas ao modelo.

A parametrização do modelo baseou-se em informações extraídas dos trabalhos de Popiolek e colaboradores[8], dos livros de Anatomia[12], Histologia[30] e de Embriologia[29]. Tais informações definem a biometria e anatomia do olho, ou seja, distância ântero-posterior, espessura e índices de refração dos meios, curvaturas das faces da córnea e das faces externas do cristalino. Com base nesses dados, adotamos que a porção anterior do cristalino corresponde a 45 % de sua espessura total, correspondendo os outros 55% à porção posterior (seção 4.1).

Outros parâmetros importantes para a simulação foram definidos pelo autor desta dissertação. Estes incluem o número de pontos-objeto e suas posições, quantidade de raios emergentes do objeto (e incidentes no olho), diâmetro pupilar máximo, número de camadas e perfil de variação das curvaturas das camadas internas do cristalino. Adotamos que a interface anterior-posterior (camada central) é plana (seção 4.2).

Para o processo de otimização, via Recozimento Simulado, foram definidos o número de iterações, passo de visitação (variação dos índices de refração), temperaturas inicial e final (tabela 4.1). Adotamos um resfriamento exponencial, com uma estatística de aceitação tipo-Boltzmann, e função de visitação gaussiana, com desvio padrão igual ao passo de visitação (seção 4.3).

Tabela 4.1: Dados para o processo de otimização

Número de Interações	variável $\sim 10^6$
Passo de Visitação	$1 \times 10^{-3}$ a $1 \times 10^{-6}$
Temperatura Inicial	$1 \times 10^{-3}$
Temperatura Final	$1 \times 10^{-10}$

Para reduzir o espaço configuracional, aumentando a eficiência na busca pela solução ótima, impusemos algumas restrições para os valores dos índices de refração das camadas do cristalino (seção 4.4).

Antes de detalhar cada um dos tópicos acima, devemos ter em mente o algoritmo de busca pela solução-ótima:

1. gera-se um perfil de índices de refração para o cristalino;
2. propagam-se os raios, através do olho e calcula-se a aberração;
3. com base na aberração calculada, aceita-se ou não tal perfil (seção 4.3);
4. retorna ao passo 1, até convergência.

#### 4.1 DADOS ESTRUTURAIS DO MODELO

Sabemos que cada indivíduo pode possuir uma conformação particular do sistema ótico do olho. Isso implica na inexistência de um olho-modelo-universal. No entanto, podemos definir um modelo com dimensões típicas para o olho humano, e a partir deste caso particular, tentaremos inferir algumas propriedades gerais. Assim, extraímos dos trabalhos de Popiolek [8] alguns parâmetros estruturais para definir nosso modelo (tabela 4.2)

Tabela 4.2: Parâmetros estruturais utilizados em nosso modelo.

	Espessura [mm]	Raio de curvatura [mm]		índice de refração
Córnea	0,510	anterior	7,770	1,3760
		posterior	6,400	
Humor Aquoso	3,160	-----		1,3360
Cristalino	3,710	anterior	12,400	-----
		posterior	-8,100	-----
Humor Vítreo	16,570	-----		1,3360

#### 4.2 PARÂMETROS IMPOSTOS PELO AUTOR

Consideramos um objeto linear extenso localizado a 6 (seis) metros da face anterior da córnea, para podermos simular um olho relaxado, de acordo com a condição 20/20 (seção 2.2). O objeto considerado continha 6 (seis) pontos. No entanto, por questões de simetria usamos apenas 3 (três) pontos, durante a simulação (figura 4.1). A escolha por esse objeto deve-se ao fato de que a letra E é tipicamente usada nas

avaliações clínicas de acuidade visual e que, o fato de considerarmos 3 (três) pontos, permite avaliar se o olho-modelo proposto é capaz de resolver bem a imagem.

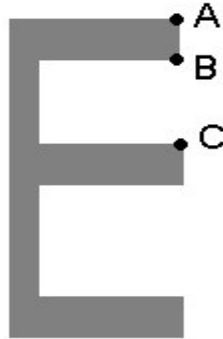


Figura 4.1: Pontos-objeto utilizados na simulação.

Coordenadas: A (0; 0,886); B (0; 4,433); C (0; 2,660) [mm]

A partir de cada ponto-objeto, fizemos emergir  $10^3$  raios, cada qual atingindo um ponto específico da córnea anterior. Assim, em cada passo do algoritmo de busca, 3.000 (três mil) raios atingem a retina (plano-imagem), gerando a imagem de cada ponto-objeto. A largura da distribuição de cada ponto-imagem permite definir a aberração parcial, e a partir destas, a aberração total. O código desenvolvido permite visualizar a propagação de cada um dos raios e calcular o caminho ótico.

O diâmetro pupilar foi fixado de forma a podermos determinar, com boa aproximação, o perfil de índices no eixo principal do cristalino. Sabemos que o cristalino é heterogêneo com valores de índices de refração dependente da posição. Uma boa aproximação, ainda considerando alguma simetria, pode ser descrever o perfil de índices do cristalino, em coordenadas cilíndricas, como uma função do tipo

$$n = n(r, z)$$

Como estamos modelando em 2 (duas) dimensões, o perfil de índices é dado por  $n = n(x, z)$ . A dependência em  $r$  ou  $x$  torna a fixação do diâmetro pupilar importante. Se considerarmos um cristalino homogêneo, e buscarmos qual o índice de refração que minimiza as aberrações, em função do diâmetro pupilar, obteremos o gráfico 4.2.

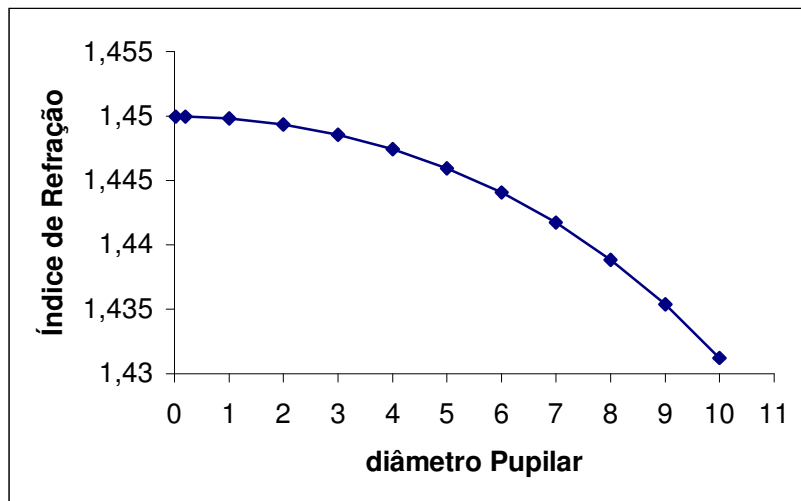


Figura 4.2: Gráfico do índice em relação ao diâmetro pupilar.

O gráfico 4.2 mostra que o aumento do diâmetro pupilar implica na redução do valor médio do índice de refração. Isso deve-se ao fato de que quanto mais nos afastamos do eixo principal, menores são os valores de  $n$  (dependência radial). O aumento do diâmetro pupilar também implica no aumento das aberrações, conforme pode ser visto no gráfico 4.3.

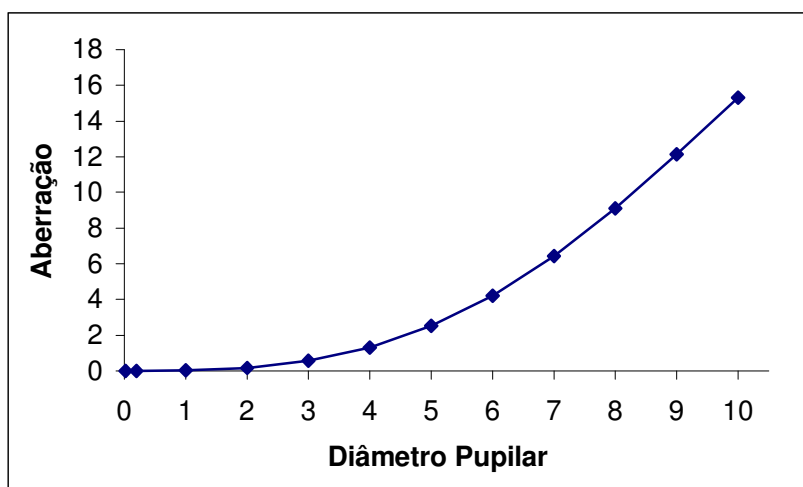


Figura 4.3: Gráfico da aberração em relação ao diâmetro pupilar.

Assim, definimos o diâmetro pupilar simulado como 1,0 (um) milímetro, por implicar numa fraca dependência radial e ser compatível com o valor real, para situações com boa luminosidade.

Assumimos um perfil parabólico para as superfícies de cada face/camada. Tal aproximação não é crítica, visto que, dentro de um diâmetro de 1,0 mm, a parábola se aproxima muito bem de um conicóide. Além disso, precisamos apenas de 2 (dois) parâmetros para definir a face: curvatura e vértice. Os vértices, como veremos, podem ser facilmente calculados. As curvaturas da córnea e das faces externas do cristalino foram parametrizadas, com dados da literatura [8]. Assim, o uso de faces parabólicas implica no aumento de 1 (uma) variável por camada.

O número de camadas para descrever o perfil dos índices foi variado durante a simulação. Um cristalino homogêneo pode ser descrito como um sistema com uma camada (duas faces).

Assumimos que todas as camadas tinham a mesma espessura, quando lidas sobre o eixo principal, diminuindo conforme nos afastamos do eixo, devido ao perfil parabólico. A consideração de espessuras iguais permite determinar os vértices das parábolas, conforme havíamos comentado acima. A determinação das curvaturas é algo mais complexo.

Para cada conjunto de curvaturas (das camadas internas do cristalino) obtemos um perfil-ótimo de índices de refração diferente. Assim, a busca simultânea de curvaturas e índices de refração não converge para um único mínimo global, mas sim, para uma série de soluções degeneradas. Daí, temos a necessidade de fixar as curvaturas, reduzindo nosso modelo a um caso particular, e buscar o perfil-ótimo de índices de refração.

Para fixarmos as curvaturas, consideramos resultados da Literatura, que descrevem a estrutura de fibras do cristalino (ver seção 2.1.3) que convergem para as bordas, e a existência de um plano equatorial (curvatura *nula*) ver figura 2.3. As camadas da porção anterior apresentam faces convexas (curvatura positiva), enquanto as posteriores, côncavas (negativas)

Se assumíssemos que as camadas apresentam curvaturas constantes, teríamos regiões de conflito, conforme podemos ver na figura 4.4.

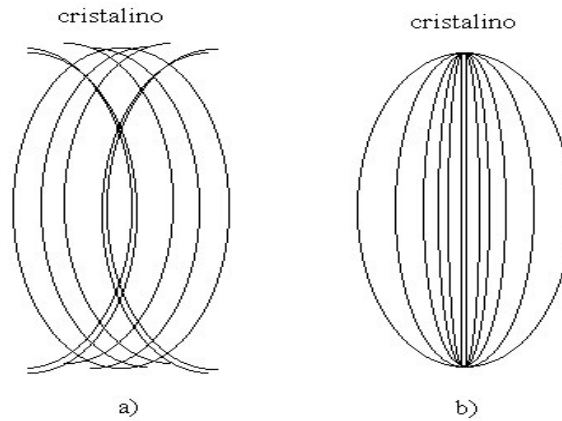


Figura 4.4: Modelo de cristalino multicamadas. a) curvatura constante; b) curvaturas reduzidas até atingir o centro do cristalino.

Assim, adotamos que as curvaturas variam de forma linear, desde um valor conhecido, definido para as faces anterior e posterior, até *zero*, no centro do cristalino, que divide o cristalino em porções anterior e posterior. A variação linear foi definida arbitrariamente. Assim, o valor das curvaturas, em função da posição dentro do cristalino, é mostrado na figura 4.5.

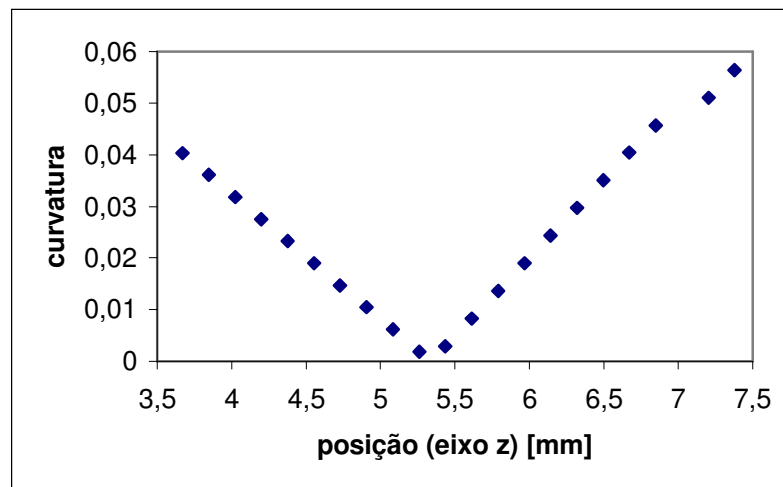


Figura 4.5: Variação das curvaturas (em módulo) para um modelo com 21 camadas.

Para convertermos raio de curvatura (face esférica) em curvatura (face parabólica), buscamos o valor  $a$  da parábola que melhor se ajusta a um círculo de raio  $r$ , dentro de uma região de largura  $l$ , em torno do eixo principal (ver Apêndice D). Adotamos o valor  $l = 0,50 \text{ mm}$ , correspondente ao raio pupilar. A expressão geral é

dada pela equação (4.1) (Apêndice D), e os valores calculados para as faces externas da córnea e cristalino são mostrados na tabela 4.3.

$$a = \frac{3.r}{l^2} - \frac{3}{2} \cdot \frac{\sqrt{r^2 - l^2}}{l^2} - \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{r}{l}\right)^2 \cdot \frac{1}{l} \cdot \arcsen \frac{l}{r} \quad (4.1)$$

Tabela 4.3: Conversão das curvaturas, para raio pupilar  $l = 0,5$  mm.

<b>Raios de Curvatura (círculo) [mm]</b>	<b>Coefficiente de Curvatura (parábola)</b>
7,770	0,064390
6,400	0,078197
12,400	0,040332
- 8,100	- 0,061764

### 4.3 IMPLEMENTAÇÃO DO RECOZIMENTO SIMULADO (SA)

O objetivo da otimização é encontrar qual o conjunto de índices de refração das camadas do cristalino, que minimiza as aberrações. Considerando que temos  $m$  camadas, é natural definir um vetor com  $m$  posições, para representar uma solução. Por analogia à Biologia, esse vetor foi chamada de  $rna[m]$ .

Cada elemento de  $rna[m]$  é alterado usando-se uma função de visitação gaussiana, com desvio padrão igual ao passo de variação e amplitude 1 (um) (figura 4.6). Assim, para a alteração do  $i$ -ésimo elemento de  $rna[m]$ , gera-se um primeiro número aleatório (entre 0 e 1) para definir de quanto que o elemento  $rna[i]$  será alterado ( $\Delta n$ ) e um segundo número aleatório para definir o sinal (+ ou -) da alteração. Isso equivale a fazer a transformação de uma estatística com distribuição uniforme, para outra com distribuição gaussiana. Daí, calcula-se o novo valor, a partir do atual.

$$rna[i]_{novo} = rna[i]_{atual} + \Delta n * sinal$$

No início da busca pode-se alterar vários elementos simultaneamente. No entanto, quando nos aproximamos do mínimo (tomado como referência, o mínimo obtido no cristalino homogêneo, e o momento que o programa começa a estabilizar o resultado), torna-se mais eficiente alterar apenas 1 (um) elemento por vez.

O passo de variação (desvio padrão da função de visitação) variou de  $10^{-3}$  (início da busca) até  $10^{-5}$  (refinamento). Com isso, nossos resultados simulam uma resolução numérica excelente, para as medições de índices de refração.



Figura 4.6 – Esboço da função de visitação. O perfil gaussiano permite que tenhamos uma grande probabilidade de gerar uma mudança pequena (menor do que o desvio padrão), permitindo, também, a ocorrência de variações maiores, importantes para permitir a visitação do espaço configuracional.

Uma vez alterado o elemento  $i$  de  $rna[i]$ , propagam-se novamente os feixes e calcula-se a aberração correspondente àquela configuração. A aceitação dessa nova configuração é feita conforme o critério de Metrópolis:

“Sempre que esse valor for menor do que o anterior, tal configuração é aceita; se o valor aumentar, calcula-se uma probabilidade de aceitação, baseada na diferença entre os valores atual e novo, e a temperatura do momento.”

Para o cálculo da probabilidade de aceitação, precisamos definir uma função de aceitação e outra de resfriamento. Nessa dissertação, adotamos as funções mais



comuns, ou seja, uma função de aceitação tipo-Boltzmann e uma taxa de resfriamento exponencial.

O resfriamento exponencial é mostrado na figura 4.7, e pode ser calculado conforme as equações 4.2 e 4.3

$$T_{\text{momento}} = T_{\text{inicial}} \cdot e^{(\alpha \cdot \text{isa})} \quad (4.2)$$

e

$$\alpha = [\ln(T_{\text{final}}) - \ln(T_{\text{inicial}})]/\text{NSA} \quad (4.3)$$

onde,

$T_{\text{momento}}$  – temperatura do momento;

$T_{\text{inicial}}$  – temperatura inicial;

$T_{\text{final}}$  – temperatura final;

$\alpha$  – é o coeficiente de resfriamento;

isa – é número de vezes no qual o SA, já foi executado;

NSA – é a quantidade total de vezes que o SA deve ser executado.

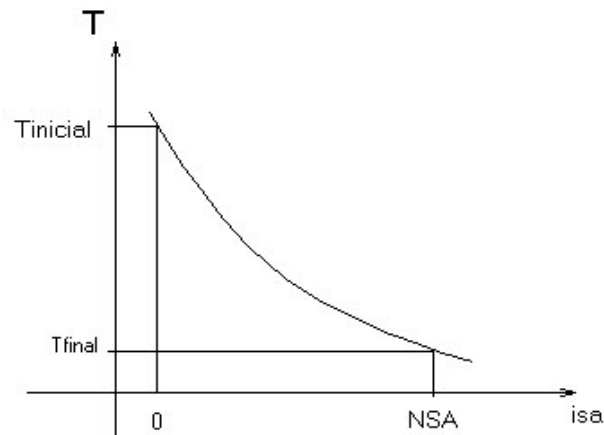


Figura 4.7: Curva de resfriamento.

Optamos por permitir ao usuário a definição das temperaturas inicial e final, porque tais valores permitem controlar a convergência do algoritmo.

A função de aceitação é dada pela equação 4.4.

$$\text{Prob} = 1000 \cdot e^{[-(\delta \cdot 0,693147)/T_{\text{momento}}]} \quad (4.4)$$

onde,

Prob – probabilidade de aceitação;

1000 – significa que esta probabilidade será um número entre 0 e 1000;

$\delta$  = (aberração no momento) – (aberração anterior)

0,693147 – constante obtida na condição que quando  $\delta$  for igual a  $T_{\text{momento}}$ , têm-se a probabilidade de 50% de aceitação;

$T_{\text{momento}}$  – Temperatura no momento, como mostrado na equação 4.2.

Para a aceitação de uma configuração com aberração maior, calcula-se o valor Prob e compara-se com um número gerado aleatoriamente entre 0 e 1000. Sempre que Prob for maior do que tal número, a configuração é aceita. Esse mecanismo auxilia no processo de escape de mínimos locais (Apêndice E).

Sempre que uma configuração é aceita, os valores da aberração e de  $rna[m]$  são atualizados e, a partir deste, gera-se uma nova configuração-tentativa. O algoritmo executa esse procedimento pelo número de vezes definido pelo usuário.

Ao final de várias execuções do código, que requer a interpretação constante do usuário, o algoritmo converge para um valor que, espera-se, seja o mínimo global. A partir do vetor  $rna[m]$ -ótimo, pode-se traçar os perfis de variação dos índices de refração, poder ótico de cada interface, e obter mais informações, que serão apresentadas e discutidas no Capítulo 5.

#### 4.4 CONDIÇÕES DE CONTORNO

A imposição de condições de contorno são importantes para reduzirmos o espaço configuracional, evitando visitar configurações fisicamente absurdas e para compensar falhas na modelagem física do problema, decorrentes da simplificação do sistema real.

As condições de contorno foram aplicadas na fase de geração de novas configurações, e são apresentadas a seguir:

cc1: valor máximo do índice de refração ( $n_{\text{max}}$ ) igual a 1.700;

cc2: valor mínimo do índice de refração ( $n_{\text{min}}$ ) igual a 1.336;

- cc3: na porção anterior do cristalino:  $n_a[i+1] \geq n_a[i]$ ;
- cc4: na porção posterior do cristalino:  $n_a[i+1] \leq n_a[i]$ ;
- cc5:  $|\text{valor médio} - \text{valor homogêneo}| \leq \text{cota} (=5 \times 10^{-4})$ .

A condição cc1 mostrou-se desnecessária, uma vez que o valor máximo obtido nas simulações foi da ordem de 1,63. A condição cc2 foi imposta para garantir que as camadas do cristalino tivessem um valor igual ou maior ao índice de refração dos humores aquoso e vítreo. Essa restrição pode ser aceita se lembrarmos a constituição química dos humores e do cristalino (capítulo 2).

As condições cc3 e cc4 são consistentes com os modelos teóricos apresentados na literatura[5][8][13], e com o fato de que a porção central do cristalino (núcleo fetal) apresenta o maior valor de índice de refração do cristalino, fato esse importante para a visão de crianças. O perfil crescente e decrescente, das porções anterior e posterior, respectivamente, é consistente com observações histológicas[30]. No entanto, não podemos usar esse argumento como decisivo porque não há correlação direta entre densidade de matéria e índice de refração. Para que as condições não fossem muito restritivas, optamos por permitir que os índices de camadas justapostas fossem iguais, o que refletiria em uma camada homogênea com espessura maior.

A condição cc5 estabelece que o caminho ótico de um feixe paraxial, incidindo num modelo com cristalino homogêneo é uma referência que deve ser mantida, nos modelos heterogêneos. Qualquer perfil de índices deve ter, no eixo principal, um valor equivalente, dentro de uma cota estabelecida arbitrariamente. Escolhemos uma cota com valor  $5 \times 10^{-4}$  que implicou numa maior lentidão na convergência do algoritmo. No entanto, os resultados foram mais coerentes, em termos físicos. O aumento da cota implica em camadas com índices mais altos, podendo chegar a 1,90, e várias camadas com índices igual aos humores, o que implica em redução da espessura efetiva do cristalino, contrariando dados anatômicos.

#### 4.5 CRITÉRIOS DE VALIDAÇÃO DOS RESULTADOS

A validação de um resultado obtido por simulação é uma fase fundamental, pois é o momento de descartar os resultados matematicamente aceitáveis, porém

inconsistentes com a realidade. Definir critérios para validar um olho-modelo ainda é um tema em discussão. Mas vale a pena apresentar alguns indicadores para tal análise.

Muitos modelos falham ao se preocupar *exclusivamente* com o ajuste a dados biométricos experimentais, sem a preocupação com a qualidade da imagem gerada (ver capítulo 1). Assim, um indicador de qualidade pode ser a obtenção de uma imagem bem resolvida, para um objeto localizado de acordo com os critérios clínicos de avaliação da acuidade visual. No entanto, não podemos nos basear apenas nesse indicador, porque um modelo teórico, geralmente, não contempla efeitos de espalhamento da luz.

Sabemos que a córnea é o elemento do olho com maior poder ótico. Isso parece interessante porque ela deixa para o cristalino a tarefa de refinar a focalização dos raios (acomodação). Esta dissertação não trata do problema da acomodação, mas devemos tentar obter um perfil de índices que permita esse ajuste fino do cristalino. Lembrando que na acomodação o cristalino aumenta sua espessura e sofre um leve deslocamento para a parte anterior do olho, parece-nos interessante que o poder ótico de uma camada, na condição de olho relaxado, não seja máximo no seu interior, ou concentrado numa determinada região. No entanto, fica difícil estabelecer uma regra ou indicador, sem estudar o processo de acomodação.

A determinação do caminho ótico dos raios que atravessam o olho-modelo é um indicador que está relacionado com a resolução da imagem. Espera-se de um bom modelo que o caminho, para qualquer raio, seja o mesmo.

Indicadores baseados em aberrações cromáticas dependem da definição das curvas de dispersão dos meios, o que ainda não é bem estabelecido. Indicadores baseados em aberrações específicas (astigmatismo, coma, ...) podem ser frágeis para modelos que não contemplam o espalhamento dos raios.

## 5. RESULTADOS OBTIDOS

Apresentamos aqui os resultados obtidos, que serão discutidos no próximo capítulo. Os resultados referem-se ao perfil dos índices de refração das camadas internas do cristalino, considerando até 29 camadas, a visualização da imagem obtida, e o cálculo do poder ótico de cada elemento do sistema ótico.

### 5.1 PERFIL DE ÍNDICES DE REFRAÇÃO DO CRISTALINO

Para a determinação do perfil, simulamos o cristalino com até 29 camadas (30 faces). Inicialmente, fizemos o estudo do cristalino homogêneo, para ter a referência de uma condição que sabemos ser inadequada para a modelagem do olho humano que, no entanto, é usada em muitos modelos teóricos.

Para um cristalino homogêneo, fixando-se um diâmetro pupilar de 1,0 mm, encontramos que o índice de refração que minimiza as aberrações é de 1,449775. O gráfico mostrado na seção 4.2 (figura (4.2) mostra como esse valor varia com o diâmetro pupilar).

Simulando um cristalino com esse valor de índice de refração, calculamos a aberração mínima para o caso homogêneo, bem como a distribuição dos pontos-imagem (tabela 5.1).

Tabela 5.1 – Resumo dos resultados para um cristalino homogêneo.

índice de refração	1,449775
aberração mínima	$19,7 \times 10^{-9}$ m
posição dos pontos- imagem	$2,428 \pm 19 \times 10^{-9}$ m
(sobre a retina)	$7,290 \pm 2 \times 10^{-8}$ m
	$11,148 \pm 2 \times 10^{-8}$ m

Uma vez estudado o caso homogêneo, passamos a aumentar o número de camadas do cristalino, verificando a condição de aberração-mínima. Estudamos os casos com 5, 9, 13, 17, 21 e 29 camadas, cujos perfis são mostrados na figura 5.1.

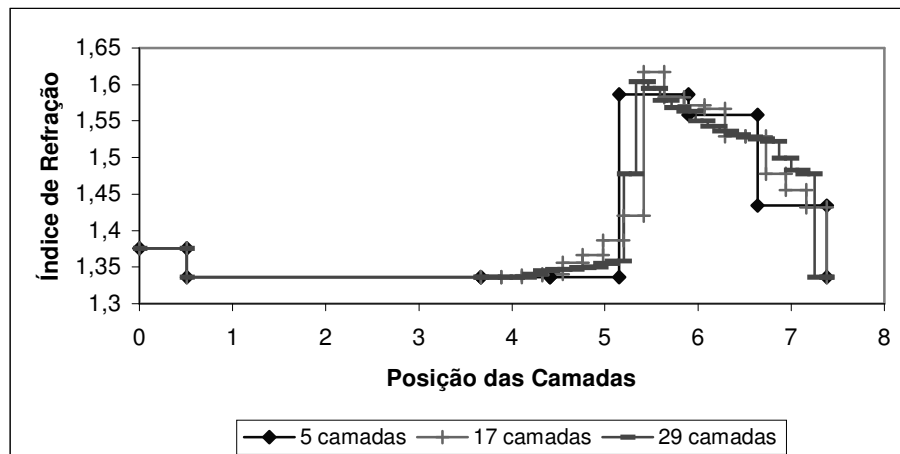


Figura 5.1 – Perfil de índices de refração para um cristalino multicamada (utilizando um gráfico ligando-se os pontos para facilitar a visualização de tal perfil).

Uma vez obtidos os perfis, podemos calcular o poder ótico de cada face, usando a equação 5.1.

$$P(\text{face}) = \frac{n_{\text{posterior}} - n_{\text{anterior}}}{\text{raio de curvatura}} \quad (5.1)$$

Usando-se os raios de curvatura em *metros*, o poder ótico é dado em *dioptrias*. A variação do poder ótico de cada face, bem como os valores acumulados para o sistema, em função da posição, são mostrados na figura 5.2. Para os cálculos com a equação 5.1, tivemos que converter os valores das curvaturas (parábola) em raios de curvatura (circular) (ver Apêndice F).

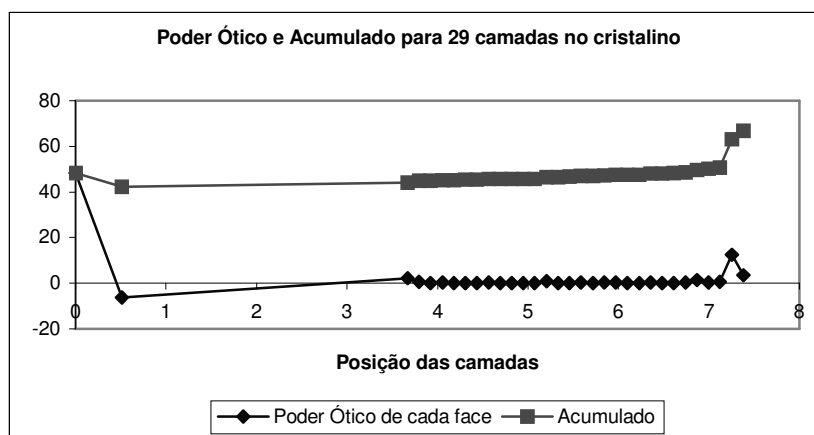


Figura 5.2 – Variação do poder ótico no olho-modelo (a linha de ligação dos pontos, é apenas para facilitar a visualização).

A existência de um cristalino heterogêneo faz com que a imagem se forme com menor aberração, ou ainda, mais nitidez. Não podemos deixar de lembrar que o modelo aqui proposto *não inclui* efeitos de espalhamento ou dispersão dos raios, que seguramente ocorrem no sistema real, reduzindo a qualidade da imagem. Assim, dentro dessa aproximação, podemos observar que o valor da aberração cai significativamente com a inclusão de algumas poucas camadas, atingindo um patamar de saturação (figura 5.3).

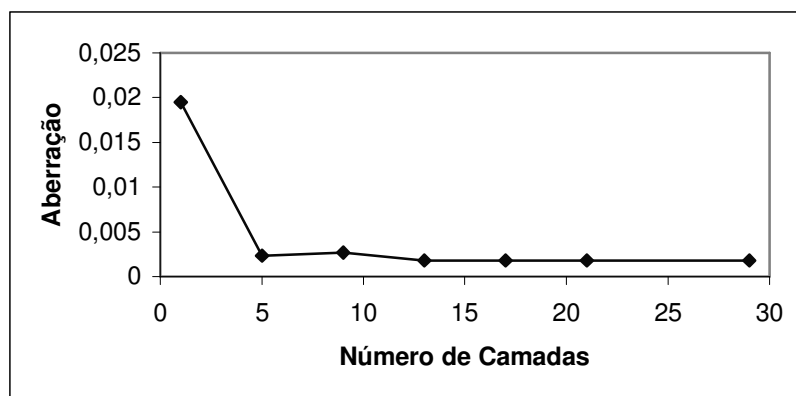


Figura 5.3 – Variação da aberração, em função do número de camadas.

O aumento no número de camadas, após um determinado valor, não implica em redução da aberração, ou ainda, melhora da qualidade da imagem. Tampouco, na posição dos pontos-imagem. A figura 5.4 mostra esses resultados.

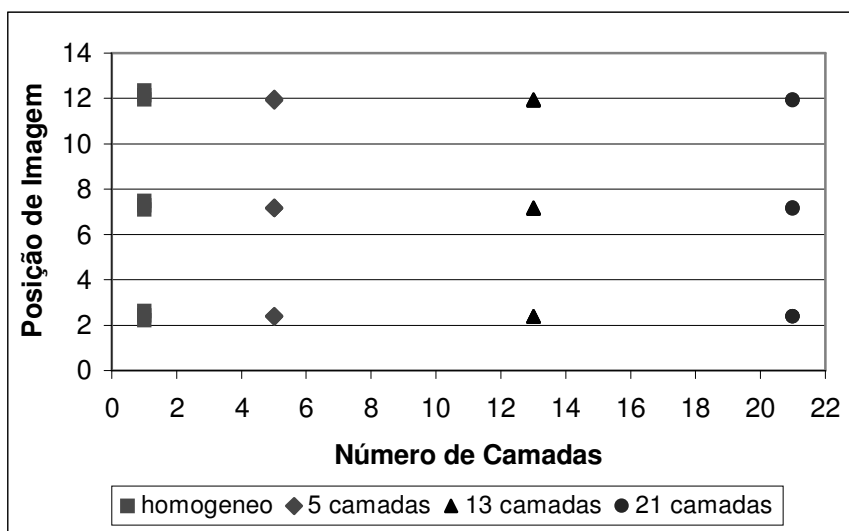


Figura 5.4: Posição dos pontos-imagem em função do número de camadas. A aberração parcial foi aumentada 10 vezes para permitir a visualização.

A variação do diâmetro pupilar afeta a posição e, principalmente, a resolução da imagem. A tabela 5.2 e mostra esses resultados.

Tabela 5.2 – Alterações na imagem em função do diâmetro pupilar.

<b>Diâmetro Pupilar [mm]</b>	<b>Posição da Imagem 1 [mm]</b>	<b>Posição da Imagem 2 [mm]</b>	<b>Posição da Imagem 3 [mm]</b>
0,02	$2,428540 \pm 0,000003$	$7,291101 \pm 0,000002$	$12,150920 \pm 0,000001$
0,2	$2,42911 \pm 0,00016$	$7,29284 \pm 0,00018$	$12,15381 \pm 0,00022$
1,0	$2,4280 \pm 0,019$	$7,2895 \pm 0,019$	$12,1482 \pm 0,020$
2,0	$2,426 \pm 0,17$	$7,284 \pm 0,17$	$12,140 \pm 0,17$
3,0	$2,42 \pm 0,51$	$7,28 \pm 0,52$	$12,13 \pm 0,52$
4,0	$2,42 \pm 1,2$	$7,26 \pm 1,2$	$12,11 \pm 1,2$
5,0	$2,42 \pm 2,3$	$7,25 \pm 2,3$	$12,09 \pm 2,3$
6,0	$2,4 \pm 3,9$	$7,2 \pm 3,9$	$12,1 \pm 3,9$
7,0	$2,4 \pm 6$	$7,2 \pm 6$	$12,0 \pm 6$
8,0	$2,4 \pm 8,6$	$7,2 \pm 8,6$	$12,0 \pm 8,6$
9,0	$2,4 \pm 12$	$7,2 \pm 12$	$11,9 \pm 12$
10,0	$2,4 \pm 15$	$7,2 \pm 15$	$11,9 \pm 15$

Observamos na tabela 5.2 que o aumento do diâmetro pupilar faz com que a dispersão dos pontos-imagem aumente, gerando uma imagem difusa, mesmo desconsiderando efeitos de espalhamento.

Para avaliarmos a restrição imposta pela definição do diâmetro pupilar máximo, (seção 4.2), determinamos o perfil de índices de refração, para um sistema com 29 camadas, para os diâmetros pupilares de 0,02 e 0,2 mm. Os resultados mostraram que os perfis praticamente não se alteram.

A imposição da condição de contorno cc5 (seção 4.5), que definia uma cota máxima para a variação do índice de refração médio, mostrou-se importante no processo de busca por novas configurações, porém, um pouco restritiva, visto que os



valores médios obtidos, para as configuração otimizadas, mantiveram-se dentro da cota (ver figura 5.5), algumas vezes no limite superior.

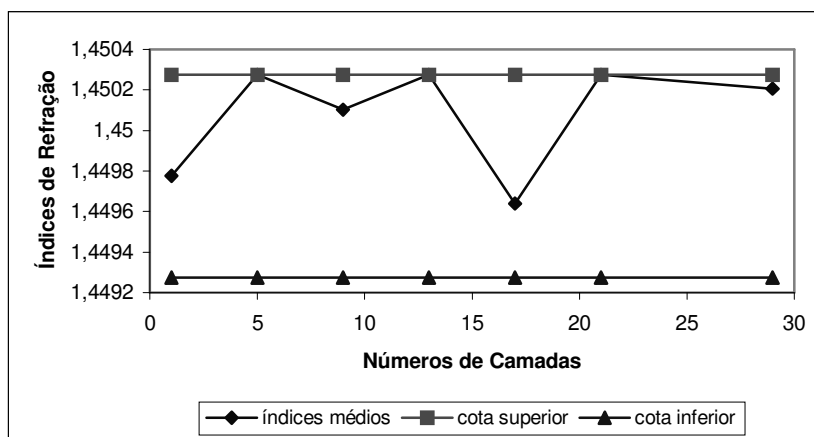


Figura 5.5 – Variação do valor médio do índice de refração em função do número de camadas (a união dos pontos através de uma linha é feita, apenas para facilitar a visualização).

A definição de aberração, usada nessa dissertação, não garante que a imagem formada não apresente distorções (figura 5.6).

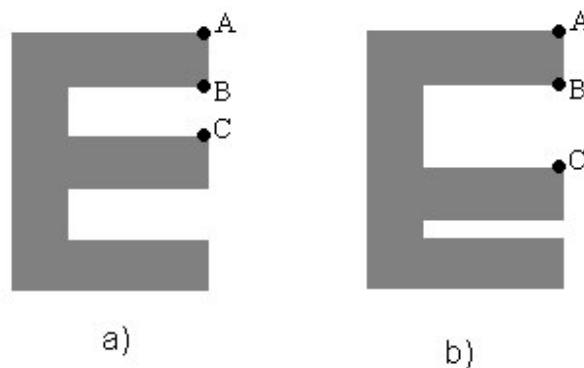


Figura 5.6 – Hipotética distorção da imagem.

Para verificar essa propriedade, comparamos as proporções geométricas entre os segmentos de reta dos pontos do objeto e das imagens:  $\overline{BA}/\overline{CA}$ . Os resultados são mostrados na tabela 5.3.

Tabela 5.3 – Avaliação dos efeitos de distorção das imagens

	$\overline{BA} / \overline{CA}$
Objeto	0,500
5 camadas	0,500
9 camadas	0,500
13 camadas	0,500
17 camadas	0,500
21 camadas	0,500
29 camadas	0,500

## 6. ANÁLISE DOS RESULTADOS

Um dos objetivos dessa dissertação era a obtenção do perfil de variação do índice de refração, das camadas internas do cristalino. Inicialmente foi estudado o caso de um cristalino homogêneo, onde buscamos determinar o valor-ótimo do índice de refração, que minimizava as aberrações, em função do diâmetro pupilar. Os resultados são resumidos na tabela 5.1 e nas figuras 4.2 e 4.3.

Essa primeira análise permite concluir que um cristalino homogêneo é capaz de gerar uma imagem na retina, com boa resolução, conforme pode ser visto na figura 5.4, onde os 3 (três) pontos-imagem estão separados espacialmente. Também, que existe uma forte dependência desses resultados com o diâmetro pupilar, para valores maiores do que  $1,0\text{ mm}$ , conforme pode ser visto nas figuras 4.2 e 4.3, bem como na tabela 5.2.

Essa análise, juntamente com as considerações sobre a dependência radial do perfil de índices de refração do cristalino (seção 4.2) nos levou a adotar o valor de diâmetro pupilar de  $1,0\text{ mm}$  nas simulações.

Em princípio, os resultados obtidos para o caso homogêneo seriam satisfatórios, descartando a necessidade de proposição de um modelo heterogêneo. No entanto, sabemos do estudo anatômico e histológico do cristalino que a aproximação homogênea é falha. Além disso, nossa modelagem não inclui efeitos de espalhamento, o que certamente aumentariam a dispersão das imagens.

Como o ajuste da intensidade do espalhamento não é trivial, optamos por manter tal limitação no modelo, e determinar a condição ótima de resolução da imagem na retina, adotando a heterogeneidade do cristalino.

A adoção de condições de contorno sempre é uma fase crítica, pois se por um lado limita o espaço configuracional para a busca, aumentando o desempenho do algoritmo, por outro, pode eliminar o acesso a solução-ótima. Essa questão, bem como os parâmetros usados nas simulações, foram discutidos no Capítulo 4. Das condições de contorno adotadas, a mais preocupante era a que definia uma cota de

variação do valor médio do índice de refração do cristalino (cc5, seção 4.4). Comparando os valores de aberração mínima para o caso homogêneo (tabela 5.1), em relação ao caso heterogêneo (figura 5.3), vemos que conseguimos um valor 10 vezes menor para a aberração, o que indica um significativo aumento de qualidade da imagem. A análise da figura 5.5 indica que a cota adotada ( $5 \times 10^{-4}$ ) foi respeitada em vários casos, tendo sido atingido seu valor máximo em outros. O valor adotado era muito pequeno, pois implica, num sistema com 10 camadas, numa variação da ordem de  $10^{-3}$  nos índices de algumas camadas. A adoção de uma cota maior, por exemplo  $10^{-3}$ , seguramente faria com que o sistema encontrasse uma configuração com aberração menor, sem no entanto, alterar significativamente o perfil obtido, podendo haver um pequeno aumento na diferença entre os caminhos óticos dos raios. Assim, considerando as limitações da modelagem, podemos concluir que a condição de contorno (cc5) imposta não inviabilizou a obtenção de uma solução aceitável.

A análise da figura 5.2 permite verificar que a face anterior da córnea é o elemento mais convergente do olho, devido à diferença entre os índices de refração entre ar e córnea, enquanto a face posterior é fracamente divergente, resultando num poder ótico resultante da ordem de 40 *dioptrias*. Esses resultados são conhecidos da Literatura, e já eram esperados, visto que a córnea foi parametrizada na simulação. A análise é mais interessante em relação ao cristalino. Podemos notar que sua face posterior e depois a anterior, são os seus elementos óticos mais importantes. As camadas intermediárias não contribuem de maneira crítica para o aumento do poder ótico do sistema. Se observarmos o perfil da figura 5.1, seremos induzidos a pensar que as camadas centrais do cristalino (região do núcleo fetal – seção 2.1.3) têm um maior poder ótico do que as laterais. No entanto, temos que lembrar que as curvaturas variam dentro do cristalino (figura 4.5), tornando cada vez mais plana no seu centro. Assim, a escolha das curvaturas seguramente afeta o perfil de índices, e o poder ótico do sistema. Conforme discutido na seção 4.2, as curvaturas foram definidas considerando que existe um plano central (curvatura nula) no qual ocorre a

inversão das curvaturas (convexas para côncavas). A variação linear foi definida arbitrariamente, mas não invalida a descrição *qualitativa* do perfil obtido. As dimensões do cristalino (espessura ~ 3,7 mm) não permitem que as curvaturas variem rapidamente, diferindo-se muito da variação linear.

Para especular se o perfil obtido é coerente com o processo de acomodação, resolvemos fazer a simulação de 2 (duas) condições com o olho acomodado:

- condição 1: objeto localizado a 1,0 metro da córnea;
- condição 2: objeto localizado a 0,5 metros da córnea.

A condição 1 simula um olho com uma acomodação de 1 dioptria, enquanto a condição 2, uma acomodação de 2 dioptrias. Para fazer tal análise, temos que lembrar que ocorrem mudanças na forma do cristalino, e os novos parâmetros adotados foram extraídos da Literatura (tabela 6.1).

Tabela 6.1 – Parametrização para estudo da acomodação.

<b>Biometria (mm)</b>	<b>0 D (relaxado)</b>	<b>1 D</b>	<b>2 D</b>
posição do objeto	6.000	1.000	500
espessura do cristalino	3,710	3,7342	3,7584
espessura do humor aquoso	3,1600	3,1406	3,1213
espessura do humor vítreo	16,570	16,565	16,560
curvatura anterior (apical)	12,40	11,126	10,052
curvatura posterior (apical)	-8,10	-7,8543	-7,6086

Uma vez que o objetivo dessa dissertação não é tratar o problema da acomodação, usamos a parametrização do trabalho de Popiolek [8], por simplificação. Nossa intenção foi a de tentar determinar as eventuais alterações no perfil do cristalino, quando na condição acomodada. Os perfis obtidos (para 13 camadas) são mostrados na figura 6.1

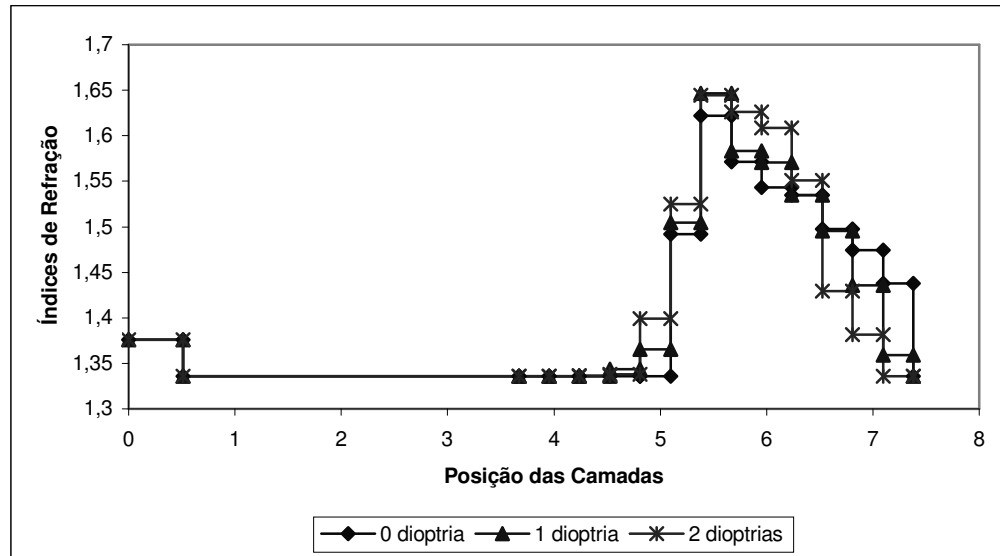


Figura 6.1: Variação do perfil, durante o processo de acomodação (a ligação dos pontos através de uma linha é exclusivamente para facilitar a visualização).

A figura 6.1 indica que o perfil do cristalino acomodado é semelhante ao do estado relaxado. As principais diferenças observadas são:

1. aumento no índice de refração da parte anterior;
2. aumento no índice de refração na porção central;
3. redução do índice de refração na parte posterior.

Na análise do poder ótico (figura 6.2), observamos um aumento na face posterior, sem alteração significativa na face anterior e na porção central.

Esses resultados devem ser aprimorados, visto que o processo de acomodação tem sua parametrização própria. No entanto, esses resultados nos levaram a confirmar a viabilidade do perfil proposto para o caso relaxado.

Em relação à qualidade da imagem, notamos, analisando a tabela 5.2, que ela sofre forte influência do diâmetro pupilar. Ainda que esses resultados tenham sido obtidos para o caso homogêneo, tal dependência era esperada, e esperamos que o mesmo aconteça para o caso heterogêneo.

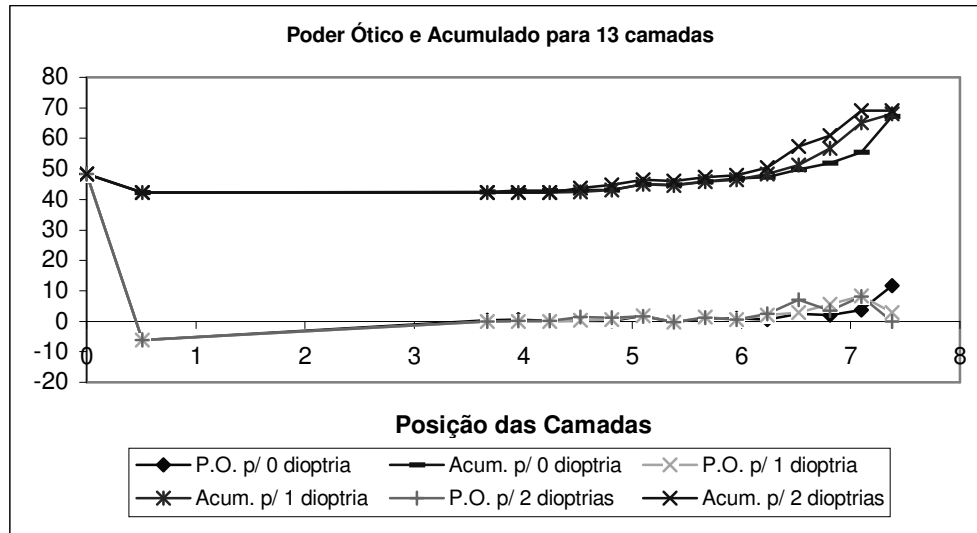


Figura 6.2: Variação do poder ótico, durante o processo de acomodação (a ligação dos pontos através de uma linha é exclusivamente para facilitar a visualização).

A redução do diâmetro pupilar, para o caso homogêneo não causou alterações significativas no perfil do cristalino. Isso nos permite dizer que a dependência radial (seção 4.2), na região próxima ao eixo principal, é fraca.

A tabela 5.3 mostra que as imagens formadas não são distorcidas. Devemos lembrar que a aberração usada não tratava desse tipo de aberração. Também é importante lembrar que adotamos uma retina (plano-imagem) plana, o que não nos parece uma falha, visto que a região mais sensível da retina (fóvea) tem um diâmetro de alguns micrometros, e a retina tem uma curvatura apical da ordem de 15mm.

Uma informação importante, num trabalho de otimização, é o tempo gasto para a convergência do algoritmo. Exemplificando o caso com 29 camadas, usando-se um Pentium IV (1,7GHz, 256M RAM, Linux, gcc) é possível calcular 120.000 configurações por hora. Considerando que o usuário pode acompanhar a convergência dos cálculos, e alterar os parâmetros da simulação (temperaturas e passo), o tempo gasto é da ordem de 48 horas. Para um sistema com 5 camadas, pode-se calcular 500.000 configurações por hora, convergindo para uma boa solução em 8 horas. O fluxograma utilizado é mostrado no apêndice G.

## 7. CONCLUSÃO

O estudo e o desenvolvimento de modelos para o olho humano envolvem um esforço interdisciplinar de relevância científica e tecnológica. Este trabalho mostrou um esforço neste sentido. Destaquemos, agora, as principais conclusões dessa dissertação, bem como proposições para novos trabalhos.

Os olhos-humano-modelo atualmente propostos, apresentam deficiências que podem e devem ser superadas. Com os recursos computacionais existentes, e a simplicidade metodológica e numérica da ótica geométrica e do método do traçado de raios, podemos refinar as modelagens, com a inclusão de efeitos cromáticos, espalhamento dos raios e assimetrias das faces, cujos resultados podem ser confrontados com resultados clínicos.

Efeitos de espalhamento podem ser simulados com a inclusão de uma perturbação aleatória na direção do raio refratado. Os efeitos cromáticos podem ser aproximados, incluindo uma dependência do índice de refração, com o comprimento de onda da luz. Alguns modelos incluem os efeitos de dispersão através da relação

$$n(\lambda) = n_0 + c_1 \cdot \lambda + c_2 \cdot \lambda^2 + \dots \quad (7.1)$$

onde:

$n_0$  – índice de refração referência;

$c_1, c_2$  – constantes;

$\lambda$  – comprimento de onda.

A inclusão de assimetrias nas faces, em particular da córnea anterior, não é problemática, visto que esta face, na modelagem aqui proposta, é atingida por todos os raios provenientes do objeto, em posições pré-estabelecidas. A expansão para um modelo em 3 (três) dimensões implica, aparentemente, apenas no aumento do tempo computacional para convergência.

Nessa dissertação procuramos apresentar um modelo esquemático finito funcional, ainda que com algumas restrições, capaz de gerar uma imagem com



aberrações minimizadas. O uso de um cristalino óticamente homogêneo é possível, e permite a formação de uma boa imagem, dentro das limitações da nossa modelagem. No entanto, em concordância com outros autores, nossos resultados deixam claro a necessidade de modelar o cristalino como um meio heterogêneo, com um perfil de índices de refração, se queremos aumentar a qualidade da imagem (resolução). A determinação de tal perfil ainda é uma etapa a vencer, tanto com abordagens teóricas como experimentais. Conseguimos obter um perfil compatível com considerações anatômicas e que parece ser aplicável ao estudo do mecanismo de acomodação. Eliminando algumas simplificações e simetrias, acreditamos que o modelo proposto, ou ainda, a abordagem proposta (minimização de aberrações), possa ser capaz de gerar um olho-modelo bastante realista, em termos de formação de imagem.

O acoplamento do método do Traçado de Raios, com o Recozimento Simulado tendo como objetivo a minimização das aberrações monocromáticas, mostrou-se promissor, uma vez que podemos liberar a modelagem, do ajustes a dados experimentais limitados. O enfoque na *função-visão* (aberração), sem perder a coerência com dados anatômicos e outras propriedades do sistema ótico, parece-nos mais adequado do que o ajuste numérico, por funções previamente escolhidas, de valores experimentais médios, das partes constituintes do sistema ótico do olho.

Essa abordagem já havia sido usada na dissertação de mestrado de Maciel (2003). O avanço, em relação ao trabalho anterior, foi a prefixação das curvaturas, permitindo a obtenção de um perfil com maior resolução e um maior controle das variáveis.

O perfil sugerido nesta dissertação talvez possa ser ajustado a uma equação algébrica, com coeficientes dependentes do grau de acomodação, permitindo uma descrição mais refinada da ótica do olho-modelo proposto.

Usamos nesta dissertação uma parametrização baseada no trabalho de Popiolek [8]. Isso, obviamente, limita nossos resultados em termos quantitativos, visto que a diversidade populacional não pode ser tratada. No entanto, um trabalho intensivo, usando a abordagem aqui proposta, pode gerar uma série de resultados que levem a uma descrição mais geral da ótica do olho humano. Isso viria ao encontro com o desejo de individualizar um exame clínico, bem como a confecção de lentes corretivas.

Outro tema de potencial interesse é o desenvolvimento de lentes intra-oculares, com perfil heterogêneo. Em princípio, por limitações tecnológicas, não poderíamos pensar numa lente com dezenas de camadas com interfaces parabólicas. No entanto, não é difícil imaginar um sistema com, digamos, 6 (seis) camadas planas, com índice de refração determinado, cujas faces externas seriam polidas por um processo automático, alimentado por dados da simulação.

Apresentamos, na seção 4.5, algumas considerações sobre a validação de um olho-modelo, destacando a importância da aplicação de um critério funcional, ou seja, a função-visão é mais importante do que os detalhes anatômicos isolados. Optamos por definir uma função-custo (aberração) baseada na dispersão dos pontos-imagem, por julgar que esse critério pode atender algumas das questões funcionais do olho. Não deixamos de observar que nosso critério não contempla, por exemplo, efeitos de distorção, que tiveram que ser avaliados após a obtenção do perfil-ótimo. Assim, a definição de critérios de validação é um tema importante e ainda em aberto, e exigirá que as comunidades científica e clínica se reúnam para discussão.

Outro tema que pode ser estudado, como continuação dessa dissertação, é o estudo da influência de irregularidades na face anterior da córnea, que podem ser ocasionadas por acidentes, intervenções cirúrgicas, ceratocone, dentre outros. Acreditamos que o cristalino seja capaz de se deformar, usando o sistema muscular que o sustenta, de forma a maximizar a função-visão. Para esse estudo, precisaríamos de uma descrição em 3 (três) dimensões do perfil do cristalino, dados sobre acomodação e associá-lo a um sistema de tracionamento radial.

Ainda, o desenvolvimento de um software amigável, destinado à formação de recursos humanos em Oftalmologia, desde médicos até técnicos, poderia permitir a simulação de casos clínicos hipotéticos ou não, bem como o planejamento de cirurgias ou confecção de lentes corretivas, com a visualização da qualidade de uma imagem padrão, formada na retina.

O desenvolvimento de novos dispositivos para medição, diagnóstico e tratamento talvez possa ser estimulado, com o uso de simulações computacionais.

Um passo importante para a expansão dessa dissertação, é o desenvolvimento de uma versão paralelizada do código, que permitiria aumentar a complexidade da modelagem, usando os recursos multi-processadores disponíveis hoje em dia.

Enfim, esse trabalho de dissertação de mestrado termina trazendo uma nova abordagem para o desenvolvimento de olhos-modelos, apresenta um perfil numérico da variação dos índices de refração do cristalino e abre várias possibilidades para pesquisas acadêmicas e tecnológicas.

**BIBLIOGRAFIA**

- [1] STEIN, H. A., FREEMAN, M. J., STENSON, S. M. **Guia CLAO para refração e Óculos**. 1º ed., tradução por José, N.K., CORAL-GHANEM, C., OLIVEIRA, P. R., 2000. 134p.
- [2] HALLIDAY, D., RESNICK, R., WALKER, J., **Fundamentos de Física**. 2º ed. v.4. Rio de Janeiro: LTC, 1995.
- [3] McKELVEY, J. P., GROTCHE, H., **Física**. v.4. São Paulo: Harper & Row do Brasil, 1981.
- [4] CARVALHO, L. A., et al., Desenvolvimento de um Instrumento Computadorizado para Avaliação da Curvatura da Córnea Humana. **Revista de Física Aplicada e Instrumentação**, v.12, nº 3, 1997.
- [5] HELMHOLTZ, H VON. Edited by Southall, J.P.C. **Treatise on Physiological Optics**, Vols. I e II. New York: Dover Publications, Inc. 1994.
- [6] WOOD, I. C. J., MUTTI, D. O., ZADNIK, K. Crystalline lens parameters in infancy. **Ophthal. Physiol. Opt.** Vol. 16. nº 4, 1996.
- [7] FOWLES, G.R., **Introduction to Modern Optics**. 2º ed. New York: Dover Publications, INC.
- [8] POPIOLEK-MASAJADA, A., KASPRZAK, H. Model of the optical system of the human eye during accommodation, **Ophthal. Physiol. Opt.** 22, 2002.
- [9] Van LAAROVEN, P.J.M. **Simulated Annealing: theory and applications**. In ZACHARIAS, C. R. **Otimização da Geometria de Aglomerados de Silício via Algoritmos Genéticos Híbridos**. 1998. Instituto Tecnológico de Aeronáutica. São José dos Campos, SP – Brasil.
- [10] ZACHARIAS, C. R. **Otimização da Geometria de Aglomerados de Silício via Algoritmos Genéticos Híbridos**. 1998. Instituto Tecnológico de Aeronáutica. São José dos Campos, SP – Brasil.
- [11] KIRKPATRICK, S., GELATT JR, C.D., VECCHI, M.P., Optimization by Simulated Annealing. **Science**, v.220, nº 4598, 1983.
- [12] TESTUT, L., LATARJET, A., **Tratado de Anatomia Humana**. v.3, cap. IV, Barcelona, Salvat Editores SA, 1980.

- [13] GULLSTRAND, A. In HELMHOLTZ's. **Treatise on Physiological Optics**. Optical Society of America, New York, 3rd ed., pp. 226-376, 1924.
- [14] PEDROTTI, L. S., PEDROTTI, F.L. **Optics and Vision**. New Jersey: Prentice Hall, 1998.
- [15] LEGRAND, Y. *Optique Physiologique* 1, **Ed. Rev. Opt.**, Paris, 1953.
- [16] LE GRAND, EL HAGE. **Physiological Optics**, Springer Series in Optical Sciences, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 1980.
- [17] LOTMAR, W. Theoretical Eye Model with Aspherics, **J. Opt. Soc. Am.**, v.61, n11, 1971.
- [18] BONNET, R., *La Topographie Corneenne*. **Desroches**, Paris, 1964.
- [19] KIELY, P.M., SMITH, G., CARNEY, L.G. The Mean Shape of the Human Cornea, **Optica ACTA**, v. 29, n° 8. 1982.
- [20] BLAKER, J. W. Toward an adaptive Model of the human eye, **J. Opt. Soc. Am.** v.70, n° 2, 1980.
- [21] LIOU, H.L., BRENNAN, N.A., The prediction of spherical aberration with schematic eyes. **Ophthalm. Physiol. Opt.** v.16, n° 4, 1996.
- [22] LIOU, H.L., BRENNAN, N.A., Anatomically accurate, finite model eye for optical modeling, **J. Opt. Soc. Am. A**, v.14, n° 8, 1997.
- [23] HOWCROFT, M.J., PARKER, J.A. Aspheric Curvatures for the Human lens, **Vision Rev.** v.17, 1977.
- [24] KORETZ, J. F., HANDELMAN, G. H. How the Human Eye Focuses. **Scientific American**. 1988.
- [25] MARCOS, S., et al., Investigating sources of variability of monochromatic and transverse chromatic aberrations across eyes. **Vision Research** **41**, 2001.
- [26] TOON, G.Y., WILLIAMS, D.R. Visual performance after correcting the monochromatic and chromatic aberrations of the eye, **J. Opt. Soc. Am. A**, v.19, n° 2, 2002.
- [27] CARVALHO, L.A.V. Avaliação precisa dos defeitos do olho, **Ciência Hoje**, v.30, n° 179. 2002.
- [28] KLEIN, M. V., **Optics**. John Wiley & Sons, INC. 1970. New York, London, Sydney, Toronto.

- [29] DANTAS, A.M. **Anatomia Funcional do Olho Humano e Seus Anexos**. 1º ed. Rio de Janeiro: Colina Editora, 1983. 435p.
- [30] LESSON, T.S., LESSON, C. R., **Histologia**. 2º ed. São Paulo: Editora Atheneu, 1970. 521p.
- [31] KRONFELD, P.C., McHUGH,G., POLYAK, S. L. **Anatomia do Olho Humano com Ilustrações Transparentes**. 1º ed. Tradução por José, L.N. New York: Bausch e Lomb. Rochester, 1943. 106p.
- [32] GONÇALVES, P. **Oftalmologia**. 4º ed. São Paulo. Livraria Atheneu, 1975.
- [33] Vitreous-Retina-Macula Consultants of New York – <http://.vrmny.com/anatomy.htm> (22/09/2001).
- [34] AMARAL, M.M., **Determinação de Curvas de Isoíndice para o Cristalino Humano, via simulação computacional**, 2003. Universidade Estadual Paulista, São Paulo. – Brasil.
- [35] DINGELDEIN, S. A., KLYCE, S. D., **The Topography of Normal Corneas**. v.107, Arch Ophthalmol, April 1989, pg 512 a 518.

## APÊNDICE A – ACOMODAÇÃO DO CRISTALINO

Acomodação é a propriedade que possui o olho de modificar seu poder dióptrico, de modo a manter nítida a imagem retiniana de um objeto, quando a distância entre este e o observador varia.

Embora existam várias teorias para explicar o ato acomodativo, a mais aceita atualmente, segundo o livro de anatomia [12], é a de Helmholtz, completada pelas contribuições de Fincham e Gullstrand.

Segundo Helmholtz, o mecanismo básico da acomodação é a contração do músculo ciliar e conseqüentemente relaxamento da zônula, permitindo o cristalino aumentar sua curvatura. Secundariamente, a coróide sofre um tracionamento para frente.

Esse esquema, teórico, tem sido amplamente confirmado na prática. Por exemplo: Fotografias seriadas da ora-serrata mostram que esta se desloca de 0,05mm, anteriormente, para cada dioptria de acomodação, observando-se, assim, a existência de tracionamento coroidiano, segundo o livro de anatomia de Dantas [29].

O aumento do poder dióptrico da lente não se faz de maneira simples; ao contrário, as modificações que ocorrem na morfologia da lente são complexas e podem ser descritas da seguinte forma:

- 1) O pólo anterior do cristalino move-se para frente, provocando uma discreta diminuição na profundidade da câmara anterior. O pólo posterior permanece imóvel.
- 2) Há um aumento na espessura e diminuição no diâmetro do cristalino.
- 3) O cristalino desloca-se ligeiramente no sentido da gravidade (cerca de 0,2 mm).
- 4) O raio de curvatura da face anterior diminui de 4mm e o da posterior de 0,5mm.
- 5) A modificação da face anterior não é uniforme, mas sim do tipo conóide, segundo Fincham [29], em virtude da porção central torna-se mais curvada do que a periférica.

A contribuição de Fincham foi mostrar que a deformação conóide da face anterior do cristalino devia-se à contração anular da cristalóide periférica, em vista da maior espessura da cápsula nessa região.

Finalmente, Gullstrand propôs que durante a acomodação houvesse um aumento do índice de refração da lente, em face do movimento centrípeto das micelas cristalinas (figura A.1).

Durante muito tempo considerou-se que a acomodação fosse controlada unicamente pelo sistema nervoso parassimpático. Acreditava-se que, quando o objeto de fixação aproximava-se do olho, havia contração do músculo ciliar, e, no olhar para longe, as modificações acomodativas deviam-se, apenas, ao relaxamento do mesmo músculo. Esta concepção errônea, segundo o livro de Dantas, permanece ainda na clínica, junto com o conceito de relaxamento acomodativo à medida que o objeto de fixação se afasta do observador. Cogan (1937) publicava uma lista impressionante de argumentos em favor de uma participação ativa do sistema nervoso simpático no ato acomodativo. Com efeito, trabalhos posteriores (Olmstead, 1944; e Törnqvist, 1967), confirmaram a suposição de Cogan, mostrando que, no olhar, para longe, há uma contração das fibras radiais do músculo ciliar, mediada pelos receptores betas do sistema nervoso simpático.

Dessa maneira, eles concluíram que o controle nervoso da função acomodativa inclui-se no contexto geral da fisiologia, ou seja, é dupla com participação ativa do simpático e parassimpático.

A caracterização exata do estímulo indutor de acomodação é um antigo problema fisiológico ainda não inteiramente resolvido.

Inicialmente, notou-se, em condições naturais, os fatores monoculares ou extrínsecos da percepção de distância (tamanho do objeto, superposição parcial dos contornos, perspectiva linear, etc) eram capazes de provocar acomodação. De fato, experimentalmente, pode-se demonstrar que a acomodação ocorre em resposta as modificações ilusórias da distância entre o objeto e o observador provocados pela manipulação desses fatores.



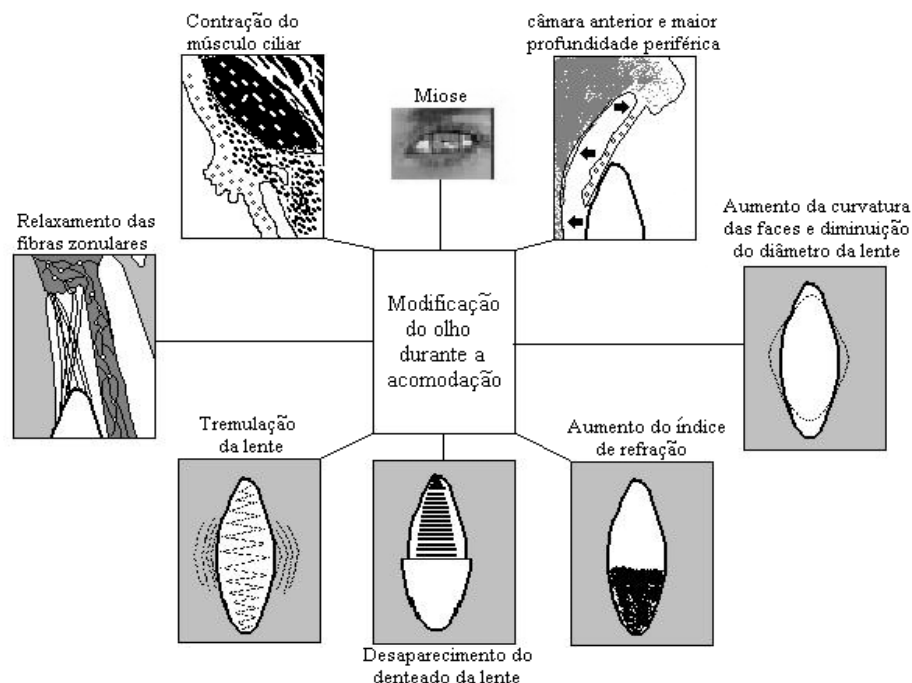


Figura A.1: Modificações do olho durante a acomodação. (Cortesia do Prof. E. Gil del Rio. Óptica Fisiológica Clínica. Refracción Ediciones Toray S.A. Barcelona, 1966 ao livro de Anatomia Funcional do Olho Humano e seus anexos, figura 1.87, pág. 144).

Segundo o livro de Dantas, diz-se, também, que a convergência, por si só, é um estímulo eficaz para a produção de acomodação. Contudo, em condições monoculares e sem alterações dos mecanismos extrínsecos de percepção da distância, desde que se varie e a posição do objeto em relação ao observador, a acomodação igualmente é produzida de maneira “reflexa”. Ora, como em tal situação a única coisa que ocorre é a perda de foco da imagem retiniana do objeto, admite-se que a necessidade de focalização é o principal estímulo acomodativo.

Entretanto, o modo pelo qual o aparelho neural detecta o erro na focalização é um assunto controverso, pois existem evidências de que, além da perda de nitidez da imagem, a aberração cromática é um fator importante para que a resposta acomodativa seja correta, segundo o livro de Dantas. Com efeito, em luz monocromática, a maioria das pessoas acomoda inadequadamente (Fincham, 1951).

Em resumo, segundo o livro de anatomia de Dantas, pode-se dizer que, em condições naturais, a acomodação é mediada pela integração de uma ampla gama de

estímulos, os quais possuem graus diferentes de efetividade e importância. Se o papel da perda de nitidez de imagem é fundamental, não menos importante é o da aberração cromática. (figura A.2).

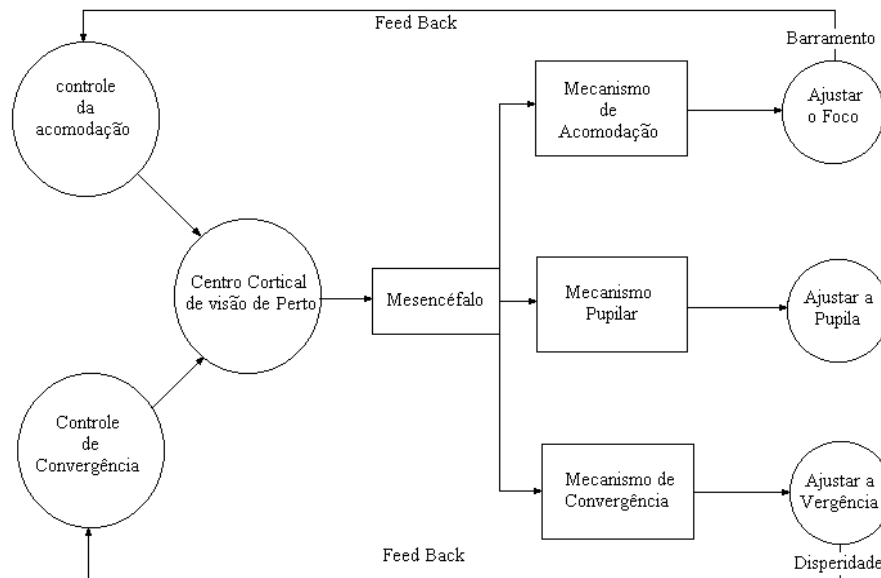


Figura A.2: Mecanismo de reflexão de perto (Concepção de Howard Salomon, Binocular Vision, William Heinemann Medical Books Ltd, London 1978, ao livro de Anatomia Funcional do Olho Humano e seus anexos, pág.145).

De qualquer maneira, independentemente da natureza do estímulo, a resposta acomodativa é produzida com as seguintes características [livro de Dantas, pág 145]:

- 1) Há uma latência (ou tempo de reação) entre o estímulo e o início da resposta de  $0,36 \pm 0,09$  seg. quando a acomodação se faz no sentido longe-perto e de  $0,30 \pm 0,08$  seg. no sentido inverso.
- 2) Para uma mesma amplitude acomodativa, o tempo gasto pelo sistema para completar a resposta é maior no sentido longe-perto do que no perto-longe.
- 3) Estudos com estimulação periódica mostraram que a resposta acomodativa é monitorizada continuamente, ao contrário, por exemplo, dos movimentos sacádicos que são balísticos.

- 4) Existe no espaço uma “zona morta” de 0,3D significando que estímulos dentro desse limite não provocam resposta. Esse fenômeno deve-se, principalmente, à profundidade de foco e de campo.
- 5) Em condições de fixação mantida, a resposta acomodativa mostra flutuações que podem atingir 0,2D.
- 6) A resposta sempre apresenta um erro em relação ao estímulo. Tipicamente, ele é do tipo miopia na fixação de longe e hipermetropia para perto. Dessa maneira, a posição do espaço conjugada com a retina, em geral, não coincide com o objeto de fixação.
- 7) Na ausência de estímulo (obscuridade completa), o sistema adota sua posição de repouso, que não é o relaxamento. Ao contrário, nessas condições, o músculo ciliar se contrai, produzindo uma resposta miópica = 1D. Tal fenômeno, denominado de miopia noturna, corresponde ao que Heath (1956) chamou de acomodação tônica.(Velasco e Cruz, 1981).

A análise das características, feita por Helmholtz com a contribuição de Fincham e Gulstrand, da resposta acomodativa indica que, do ponto de vista cibernético, a função acomodativa está sob o controle de um sistema “feedback” negativo. Tal tipo de sistema é homeostático por natureza e regula muita das funções fisiológicas, caracterizando-se por ter como princípio à eliminação do estímulo (input) através da resposta (output)[29]. A existência de um permanente erro na resposta acomodativa significa que o sistema de controle é do tipo operacional. Nesse caso, o erro é um sinal necessário à manutenção da tonicidade ciliar [29].

Helmholtz, Fincham e Gullstrand considerarão que a resposta é relacionada ao erro por uma constante K ( $\text{output} = K \cdot \text{erro}$ ) e que o mesmo é a diferença entre o estímulo e a resposta ( $\text{erro} = \text{input} - \text{output}$ ), onde descrevem matematicamente a relação entre resposta e estímulo da seguinte maneira:

$$output = \frac{K}{1+K} \cdot input \quad (A.1)$$

Por fim, existem algumas sugestões de que o sistema agiria por tentativa. De fato, já foi observado que, numa percentagem variável dos casos; a resposta acomodativa se faz, inicialmente, no sentido inverso ao exigido pelo estímulo, havendo em seguida uma reorientação na direção correta [29].

Nessa concepção, as flutuações basais do poder dióptrico cristalino seriam extremamente importante para a detecção do sentido da resposta [29].

## APÊNDICE B – MÉTODO DO TRAÇADO DE RAIOS

Observando a figura 3.1, a lei de refração pode ser escrita da forma compacta da equação B.1, com a notação utilizada na figura 3.1.

$$n' \cdot \hat{r} = n \cdot \hat{k} + h \cdot \hat{s} \quad (\text{B.1})$$

onde:

- $n'$  e  $n$  é o índice de refração dos meios;
- $\hat{r}$ ,  $\hat{k}$  e  $\hat{s}$  são, respectivamente, os versores refratado, incidente e normal;
- $h$  é uma constante que relaciona o versor incidente e refratado com a normal.

Esta constante  $h$  pode ser determinada fazendo o produto escalar de ambos os lados da equação B.1 pelo vetor unitário  $\hat{s}$ . Assim teremos:

$$(\hat{s} \cdot \hat{s}) = 1; \quad (\hat{k} \cdot \hat{s}) = \cos\theta; \quad (\hat{r} \cdot \hat{s}) = \cos\theta' \quad (\text{B.2})$$

Obtendo o resultado:

$$h = n' \cdot \cos\theta' - n \cdot \cos\theta \quad (\text{B.3})$$

E podemos determinar  $\cos\theta'$  em termos de  $\cos\theta$  pela lei de Snell, que pode ser obtida através do produto vetorial de ambos os lados da equação B.1 pelo vetor unitário  $\hat{s}$ , onde:

$$|\hat{s} \times \hat{k}| = \sin\theta; \quad |\hat{s} \times \hat{r}| = \sin\theta'; \quad |\hat{s} \times \hat{s}| = 0. \quad (\text{B.4})$$

Obtendo o resultado:

$$n' \cdot \text{sen} \theta' = n \cdot \text{sen} \theta \quad (\text{Lei de Snell}) \quad (\text{B.5})$$

E utilizando a relação trigonométrica  $\cos \theta' = \sqrt{1 - \text{sen}^2 \theta'}$  e a lei de Snell, obtemos:

$$\begin{aligned} n' \cdot \cos \theta' &= \sqrt{n'^2 - n'^2 \cdot \text{sen}^2 \theta'} = \sqrt{n'^2 - n^2 \cdot \text{sen}^2 \theta} \\ &= \sqrt{n'^2 - n^2 + n^2 \cdot \cos^2 \theta} \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

Então, se inicialmente dado os vetores  $\hat{k}$ , e  $\hat{s}$ , e os índices  $n$ ,  $n'$ , poderemos determinar o  $\cos \theta$  pela equação B.2 e então o  $\cos \theta'$  pela equação B.6. E assim poderemos calcular a constante  $h$  na equação B.3, usando estes valores então para calcularmos o vetor  $\hat{r}$  na equação B.1.

Lembrando que,  $\cos \theta = -(\hat{k} \cdot \hat{s})$ , temos:

$$\cos \theta = -K_x S_x - K_y S_y - K_z S_z \quad (\text{B.7})$$

Assim finalmente pode-se calcular o versor refratado:

$$\hat{R} = \frac{n_i}{n_r} \hat{K} + \frac{h}{n_r} \hat{S} \quad (\text{B.8})$$

ou ainda:

$$R_x = \frac{n}{n'} K_x + \frac{h}{n'} S_x \quad (\text{B.9})$$

$$R_y = \frac{n}{n'} K_y + \frac{h}{n'} S_y \quad (\text{B.10})$$

$$R_z = \frac{n}{n'} K_z + \frac{h}{n'} S_z \quad (\text{B.11})$$

As equações acima resumem o método do TR.

## APÊNDICE C – ABERRAÇÕES

Tanto as aberrações monocromáticas, como a cromática, afetam a qualidade da imagem formada pelo sistema ótico do olho ou pelas lentes de óculos usadas para corrigir eventuais problemas de visão. Entre as aberrações monocromáticas, a qualidade da imagem é afetada pela aberração esférica, pelo coma, pelo astigmatismo, por efeitos de curvatura de campo e a distorção. Todas estas, exceto a aberração esférica, são aberrações fora da linha central. O objetivo da modelagem que fizemos é justamente a minimização destas aberrações, sem discrimina-las, ou seja, buscamos o ajuste que leva a imagem formada, o mais próximo da imagem ideal. A dispersão de um ponto da imagem, em relação à coordenada de referência pode ser visualizada num mapa de um espalhamento puntual. (point spread map). Um resumo dessas aberrações [7] é apresentado a seguir:

- *Aberração esférica*: a posição da imagem gerada por uma lente, para um objetivo localizado sobre eixo ótico, pode variar de acordo com o ponto de incidência do raio, gerando uma desfocalização da imagem (figura C.1). Esta aberração torna-se um problema importante em sistemas óticos com grande abertura. No caso do olho, devido ao pequeno diâmetro da pupila, o feixe de luz que entra no olho é bastante limitado, reduzindo eventuais problemas. A córnea humana apresenta uma topografia esférica e o cristalino, um perfil de índices de refração, que contribuem para reduzir esta aberração. Além disso, os raios que entram nas porções mais periféricas da córnea, contribuem menos para a formação da imagem central na retina.

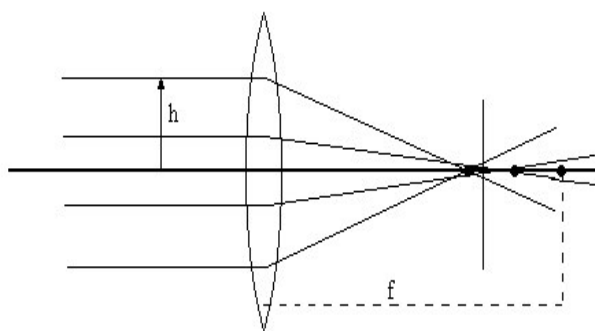


Figura C.1: Demonstração da Aberração Esférica.

- *Coma*: é uma aberração que ocorre para pontos-objeto localizados fora do eixo óptico, que aumenta rapidamente com a abertura da lente. O coma gera uma imagem com a forma de um cometa (figura C.2). No olho, esse efeito é minimizado pelos mesmos mecanismos que reduzem a aberração esférica.

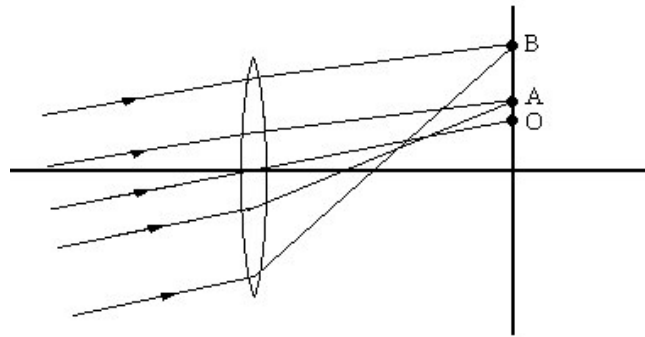


Figura C.2: Exemplo de aberração do coma.

- *Astigmatismo*: é o resultado da assimetria das superfícies refratoras, que fazem com que a imagem gerada por um plano, não coincida com a de outro plano (figura C.3). O astigmatismo afeta pontos-objeto fora do eixo, e pode ser corrigido por lentes cilíndricas, orientadas corretamente. Pode ter origem tanto na córnea, como no cristalino ou ainda, nas porções mais externas da lente de um óculos. O formato curvo da retina também ajuda na redução do astigmatismo.

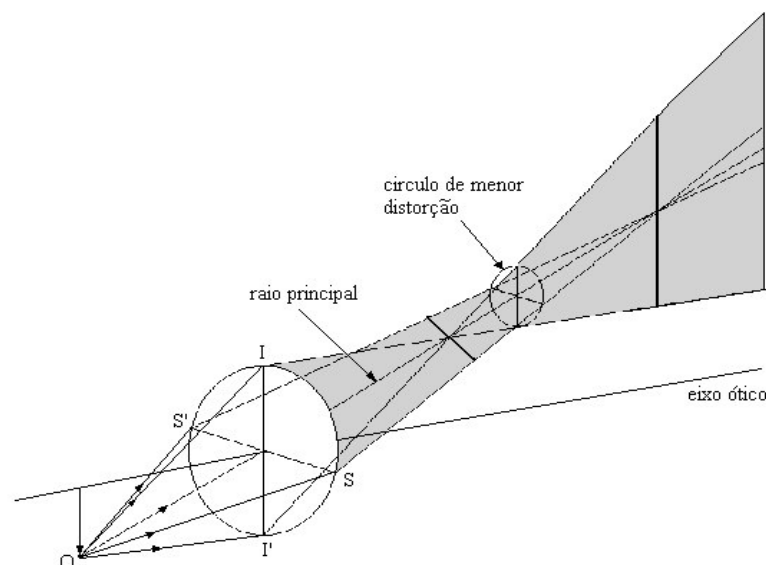


Figura C.3: Exemplo de Astigmatismo



- *Curvatura de campo*: afeta a formação da imagem, de maneira similar ao astigmatismo, sendo simétrica em relação ao eixo ótico. É uma aberração crítica para a visão periférica, devido aos raios que fazem ângulos grandes com o eixo ótico. A curvatura de campo e o astigmatismo são aberrações correlacionadas, uma vez que a redução de uma pode afetar a outra. A curvatura da retina, que pode ajudar na redução do astigmatismo, contribui para o aumento dos efeitos de campo.
- *Distorção*: mesmo se as demais aberrações pudessem ser eliminadas, poderíamos, ainda, ter um efeito de distorção da imagem, devido ao fato de que a ampliação de um objeto, pode variar com a distância angular entre o objeto e o eixo ótico. Abaixo, (figura C.4), apresenta-se um objeto retangular e a imagem formada com distorção:

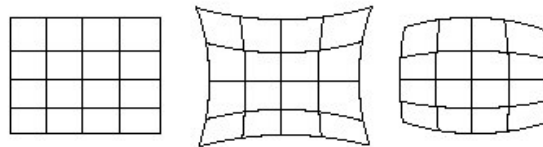


Figura C.4: Exemplo de Distorção

Esta aberração é pequena, no olho humano, devido as asfericidades e heterogeneidades próprias de um olho normal. Porém distorsão pode aparecer com maior intensidade ao se observar um objeto pela porção periférica de lentes esféricas de poder mais alto, como as utilizadas em óculos de grande poder de vergência.

- *Aberração cromática*: mesmo dentro de uma aproximação paraxial, com objeto localizado no eixo ótico, a localização da imagem depende do comprimento de onda da luz ( $\lambda$ ) incidente. Devido às propriedades de dispersão dos meios óticos, diferentes  $\lambda$  convergem para diferentes posições (figura C.5).

O sistema ótico do olho pode apresentar uma diferença da ordem de 0,5 D, entre uma luz vermelha e outra azul, quando uma luz verde-amarela é

focalizada na retina. O processo de formação de uma imagem colorida parece não ser trivial, e o perfil heterogêneo do cristalino, aparentemente, contribui nesse processo.

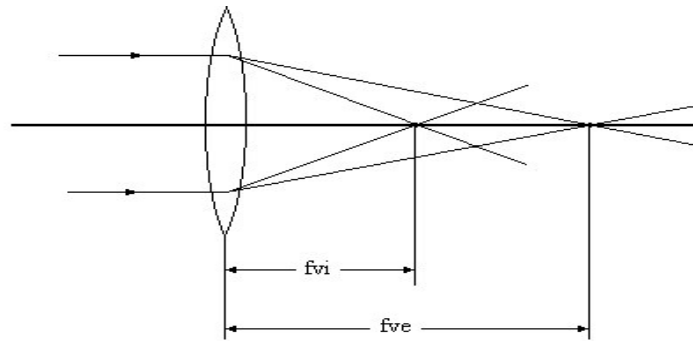


Figura C.5: Exemplo de Aberração cromática (exagerado);  
fvi é o foco para o violeta e fve o foco para o vermelho.

## APÊNDICE D – DETERMINAÇÃO DOS COEFICIENTES DE CURVATURA

A determinação dos graus de curvatura da parábola, terá como referência o trabalho de Popiolek, onde ele compara as faces do olho a uma circunferência. O problema em questão é que, como trabalhamos com funções diferentes, como observado na figura D.1, a área sob a circunferência deve ser igual à área sob a parábola, no intervalo de  $-1 \leq x \leq 1$ , para que não haja erro ao tomar o trabalho do Popiolek como referência (onde  $l$  é o raio pupilar que estaremos trabalhando), que é possível (apud Amaral, 2003) tendo observado que trabalhamos em raio um máximo de um milímetro.

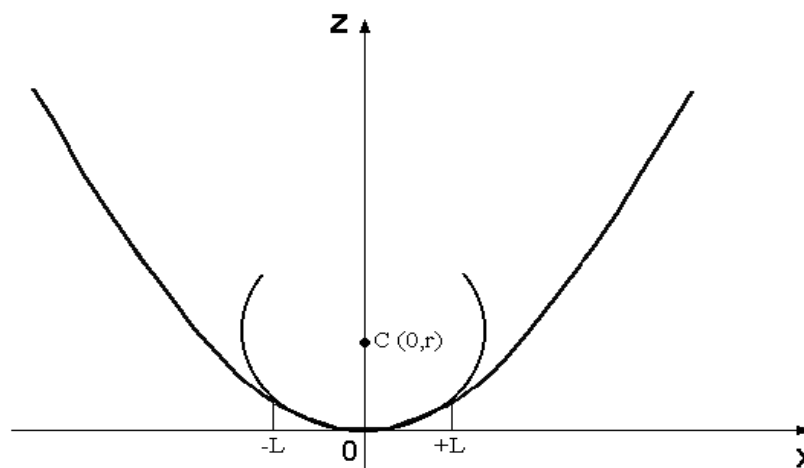


Figura D.1: Relação entre a função parabólica e a função da circunferência.

E como podemos observar na figura D.1, estas áreas são congruentes.

Assim podemos supor que a área sob a circunferência ( $A_c$ ) subtraído da área sob a parábola ( $A_p$ ) deve ser igual a zero. Então poderemos fazer:

$$\int_0^l \int_0^{\sqrt{r^2-x^2}} (A_c) dz dx - \int_0^l \int_0^{a \cdot x^2} (A_p) dz dx = 0 \quad (D.1)$$

onde:

$A_c$  – função da circunferência;

$A_p$  – função da parábola;

$l$  – é o raio pupilar.

A equação da circunferência é dada pela a equação D.2:

$$x^2 + (z - r)^2 = r^2 \quad (\text{D.2})$$

onde:

$x$  – é a abscissa de um ponto qualquer.

$z$  – é a cota de um ponto qualquer.

$r$  – é o raio da circunferência da face do trabalho de Popiolek.

e isolando a variável  $z$ , temos:

$$z = r - \sqrt{r^2 - x^2} \quad (\text{D.3})$$

Obs: É considerado apenas o sinal negativo da raiz quadrada, porque estaremos trabalhando apenas na parte inferior à circunferência.

E a equação da parábola dada por:

$$z = ax^2 \quad (\text{D.4})$$

onde:

$a$  – é o grau de curvatura da parábola.

$x$  – é a abscissa de um ponto qualquer.

$z$  – é a cota de um ponto qualquer.

Integrando em  $z$   $A_c$  e  $A_p$ , obtemos a equação C.5.

$$\int_0^l (r - \sqrt{r^2 - x^2} - a.x^2) dx = 0 \quad (\text{D.5})$$

Resolvendo esta integral, obtemos:

$$r.l - \frac{l}{2} \cdot \sqrt{r^2 - l^2} - \frac{r^2}{2} \cdot \arcsen \frac{l}{r} - \frac{a.l^3}{3} = 0 \quad (\text{D.6})$$

Isolando a variável  $a$  (que representa o grau de curvatura da parábola), obtemos:

$$a = \frac{3.r}{l^2} - \frac{3}{2} \cdot \frac{\sqrt{r^2 - l^2}}{l^2} - \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{r}{l}\right)^2 \cdot \frac{1}{l} \cdot \arcsen \frac{l}{r} \quad (\text{D.7})$$

É através da equação 9.34 que poderemos determinar o grau de curvatura  $a$  de cada face segundo os raios de curvatura  $r$  do trabalho de Popiolek e do raio pupilar  $l$  que estaremos analisando. Esta relação é mostrada na Tabela 1.a.

Tabela D.1: Relação entre os raios de curvatura da circunferência, e os coeficientes de curvatura da parábola, para  $l = 1$ .

$r = 7,77 \text{ mm}$	$a = 0,064511$
$r = 6,40 \text{ mm}$	$a = 0,078414$
$r = 12,40 \text{ mm}$	$a = 0,040362$
$r = - 8,10 \text{ mm}$	$a = - 0,061870$

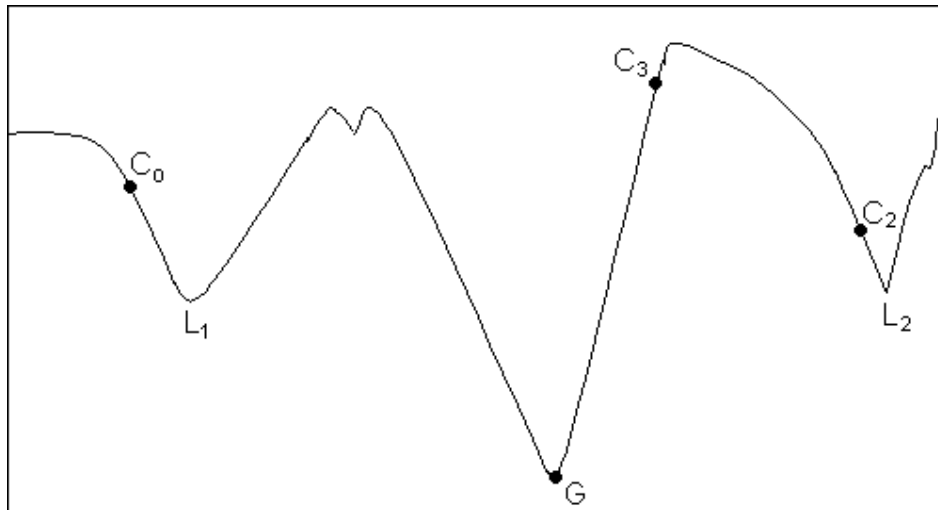
**APÊNDICE E – MÍNIMO GLOBAL E MÍNIMO LOCAL**

Figura E.1: O eixo horizontal representa as configurações (conjunto de várias variáveis) assumidas pelo sistema em estudo.  $C_0$  representa a configuração inicial, a partir da qual iniciamos o processo de busca do mínimo global (G). Os métodos baseados em gradientes convergem rapidamente à configuração referente ao mínimo do poço que contém a solução inicial (nesse exemplo, o mínimo Local  $L_1$ ). Ainda que a mudança de configuração  $C_0 \rightarrow C_2$  implique na redução do custo, a busca poderá convergir para o mínimo local  $L_2$ . A possibilidade de aceitação de uma configuração de maior custo ( $C_0 \rightarrow C_3$ ), possibilita vencer barreiras de potencial, no processo de busca pelo mínimo global G. [10]

**APÊNDICE F – DETERMINAÇÃO DOS RAIOS DE CURVATURA.**

A determinação dos raios de curvatura é feita substituindo-se a equação D.4 em D.2, e resolvendo-a temos a equação F.1.

$$a^2 \cdot x^4 + x^2 \cdot (1 - 2a \cdot r) = 0 \quad (\text{F.1})$$

onde:

a – é o grau de curvatura da parábola;

x – é a abscissa de um ponto qualquer;

r – é o raio de curvatura.

E integrando-se em relação à x esta equação segundo a figura D.1, obtemos a integral da forma:

$$\int_0^l [a^2 \cdot x^4 + x^2 \cdot (1 - 2ar)] dx = 0 \quad (\text{F.2})$$

Resolvendo-se esta integral, e isolando-se o raio de curvatura r, obtemos:

$$r = \frac{1}{2a} + \frac{3al^2}{10} \quad (\text{F.3})$$

Assim poderemos determinar o raio de curvatura em função do grau de curvatura.

**APÊNDICE G – FLUXOGRAMA**

