

CHRISTIANO DA CRUZ

ESTUDO DA DINÂMICA  
DO SISTEMA  
PROMETEU – PANDORA – ANEL F  
DE SATURNO

Dissertação apresentada à Faculdade  
de Engenharia do Campus de  
Guaratinguetá, Universidade  
Estadual Paulista, para a obtenção  
do título de Mestre em Física na  
área de Dinâmica Orbital e  
Planetologia.

Orientador: Prof. Dr. Othon Cabo Winter

Guaratinguetá

2004



**DADOS CURRICULARES****CHRISTIANO DA CRUZ**

NASCIMENTO	16.04.1973 – SÃO PAULO / SP
FILIAÇÃO	João da Cruz Neto Sueli Aparecida Moutinho da Cruz
1991/2000	Curso de Graduação em Engenharia Civil Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá – UNESP
2002/2004	Curso de Graduação em Física Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá - UNESP
2002/2004	Curso de Pós-Graduação em Física, nível de Mestrado Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá - UNESP

a meus pais, Sueli Aparecida Moutinho da Cruz e  
João da Cruz Neto; à minha futura esposa  
Jéssica Mota Rangel, que muito me incentivaram  
para que eu pudesse concluir este curso.

## AGRADECIMENTOS

A Deus, por cada dia vivido.

A meu orientador, Professor Othon Cabo Winter, por cumprir da melhor maneira possível seu papel, com toda a dedicação que um orientado necessita; incansável, atento, presente e disposto em 100% das horas.

Ao Professor Ernesto Vieira Neto, pela sua dedicação e paciência em resolver meus problemas computacionais.

À Professora Silvia Maria Giuliatti Winter, por suas explicações e por nunca me dar a resposta de maneira fácil, ensinando-me a buscá-la sempre.

A meus amigos de curso, por agüentarem o blues em alto volume pelo corredor, pelos convites para almoço e cafezinhos, pelas ajudas sempre bem-vindas, especialmente aos Mestres Décio Cardozo Mourão, Rita de Cássia, Marcos Allan e à futura mestre Karla Torres.

A meus pais, por todo o empenho, paciência, apoio, incentivo, broncas e demais “toques”, sempre carregados de boas intenções não importa quão duros sejam.

À minha namorada e futura esposa Jéssica Mota Rangel, pela sua presença constante ao meu lado, pelos piqueniques que matavam minha fome torturante.

A todos os professores que me acompanharam e me ensinaram a aprender, que dedicaram horas de seu trabalho ou de seus intervalos para me fornecer explicações ou para conversar amigavelmente.

Às responsáveis pela limpeza, que auxiliam a manter agradável nosso ambiente de trabalho.

A todos os funcionários que de uma forma ou de outra colaboraram para que toda a estrutura se mantivesse em pé.

A todos, indistintamente, que cruzaram meu caminho e trocaram um pouco de energia comigo.

Os agradecimentos não estão de maneira alguma em ordem de importância. pelo contrário, estão todos exatamente no mesmo patamar, a ausência de qualquer destas pessoas não conduziria as coisas até aqui da forma que foi e, na impossibilidade de saber como teria sido, prefiro a certeza de que tudo aconteceu da melhor forma possível.

Mais uma vez, a Deus.

Este trabalho contou com o apoio financeiro da CAPES

*“Mas acima de todas as invenções estupendas, que mente eminente foi aquela de quem imaginou encontrar um modo de comunicar os seus recônditos pensamentos a qualquer outra pessoa, mesmo distante por um longuíssimo intervalo de tempo e de lugar ? Falar com aqueles que estão na Índia, falar com aqueles que ainda não nasceram e somente o farão daqui a mil e dez mil anos ? E com que facilidade ? Com as várias combinações de vinte pequenos caracteres sobre um papel”.*

Galileu Galilei, Dialogo (VII, 130)

CRUZ, C. **Estudo da Dinâmica do Sistema Prometeu – Pandora – Anel F de Saturno**. 2004. 165f. Dissertação (Mestrado em Física) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2004.

## RESUMO

Neste trabalho propõe-se analisar a dinâmica do sistema Prometeu – Pandora – Anel F de Saturno, buscando soluções para alguns comportamentos anômalos observados em seus componentes.

É realizada uma descrição geral, contextualizando este sistema dentro da estrutura de satélites e anéis de Saturno.

A seguir, apresenta-se dados de interesse obtidos até o presente, a partir de observações realizadas pelas sondas espaciais Pioneer 11 e Voyager 1 e 2 e pelo Hubble Space Telescope, citando os pontos problemáticos deste sistema.

A teoria necessária para a compreensão de alguns aspectos é colocada e discutida através de breves explicações.

As principais publicações relacionadas ao tema são analisadas e comentadas, em ordem cronológica, demonstrando os avanços realizados no conhecimento deste sistema.

Elabora-se uma proposta de investigação na tentativa de reproduzir os resultados mais importantes e através deles evoluir para a busca de novas informações que venham auxiliar no entendimento da dinâmica deste sistema, utilizando-se de ferramentas de simulação numérica, nas quais são acrescentados parâmetros e influências muitas vezes não-consideradas.

Em trabalhos futuros, pretende-se realizar uma análise acurada dos resultados deste trabalho, introduzindo novas variáveis e elementos que possam enriquecer a teoria que vem sendo construída e que explique de maneira cada vez mais satisfatória os enigmas existentes no sistema Prometeu – Pandora – Anel F de Saturno.

**PALAVRAS-CHAVE:** Dinâmica orbital, Saturno, Prometeu, Pandora, Anel F.



**CRUZ, C. A Dynamic Study of Prometheus – Pandora – F-Ring Saturnian System. 2004. 165f.** Dissertação (Mestrado em Física) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2004.

#### ABSTRACT

In this work, we propose to analyze the dynamic of the Prometheus – Pandora – Saturn F ring system, searching for answers to the anomalous behavior of these bodies.

We've made a general description, talking about this system and also about the ring and satellites structures of Saturn.

Next, we show interesting data obtained until the moment from observations realized by the spacecrafts Pioneer 11 and 12 and Hubble Space Telescope, enumerating problematic points.

We present the necessary theory to understand some aspects in evidence, discussing it through soon explanations.

The main publications related to the topic are commented, in chronological order, showing advances in the understanding of this system.

We've made an investigative offer to reproduce the most important results and through them develop new information to help the understanding of this dynamic system, using numerical simulations tools, in which we add new parameters and influences that wasn't consider.

In future works, we'll try realize an accurate analyze of this work results, introducing new variables and elements to enrich the theory that has been built and to explain in a more clear manner the puzzle that exists in the Prometheus – Pandora – F ring system of Saturn.

**KEYWORDS:** Orbital dynamic, Saturn, Prometheus, Pandora, F-ring.

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b>	11
1.1 O SISTEMA SATURNIANO	11
1.2 OS ANÉIS DE SATURNO	13
<b>1.2.1 Estrutura radial dos anéis de Saturno</b>	15
<b>1.2.2 Variações azimutais</b>	16
<b>1.2.3 Espessura dos anéis</b>	16
<b>1.2.4 Propriedades das partículas</b>	17
<b>1.2.5 Massa dos anéis</b>	18
1.3 RESSONÂNCIAS	19
<b>1.3.1 Geometria da ressonância</b>	22
<b>1.3.2 Física da ressonância</b>	24
1.4 MOMENTOS GRAVITACIONAIS	26
1.5 CAOTICIDADE	30
<b>1.5.1 Introdução</b>	30
<b>1.5.2 O expoente característico de Lyapunov</b>	31
<b>1.5.3 Sobreposição de ressonâncias</b>	34
<b>2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	35
2.1 A HISTÓRIA DAS DESCOBERTAS	35
2.2 AS IMAGENS DAS VOYAGER 1 E 2	36
2.3 ESTUDOS INICIAIS – DESVENDANDO O ANEL F	42
2.4 DEFASAGENS EM PROMETEU E PANDORA	52
<b>2.4.1 Prometeu</b>	52
<b>2.4.2 Pandora</b>	53
2.5 JUSTIFICATIVAS PARA AS DEFASAGENS	56
2.6 DEFINIÇÃO DOS DADOS INICIAIS	66
<b>2.6.1 Simulações e integrações</b>	68
<b>2.6.2 Simulação 1</b>	69
<b>2.6.3 Simulação 2</b>	71
<b>2.6.4 Simulação 3</b>	73
<b>2.6.5 Simulação 4</b>	76
2.7 ANÁLISE DOS HARMÔNICOS	83
2.8 ANÁLISES DOS DADOS INICIAIS DE EVANS	86
<b>3 PROMETEU E PANDORA</b>	91
3.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS	91
3.2 DEFASAGENS	91
3.3 CAOS E TERCEIRA LEI DE KEPLER	110
<b>4 ANEL F</b>	113
4.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS	113
4.2 CONDIÇÕES INICIAIS	114
4.3 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	121
<b>REFERÊNCIAS</b>	123
<b>ANEXO</b>	127

# 1 INTRODUÇÃO

Este capítulo descreve a base dos tópicos abordados neste trabalho, sejam de escopo teórico ou relativo às informações necessárias para compreender o problema abordado. Todo o conteúdo deste capítulo foi retirado de duas fontes básicas, Murray e Dermott (1999) e De Pater e Lissauer (2001) de maneira aleatória e por diversas vezes mesclando informações de ambas as fontes. A inclusão repetitiva de um número elevado de citações alternadas destas duas fontes tornaria o texto visualmente confuso e pesado para o leitor. Assim sendo, optou-se por atribuir os créditos aqui neste início de capítulo.

## 1.1 O SISTEMA SATURNIANO

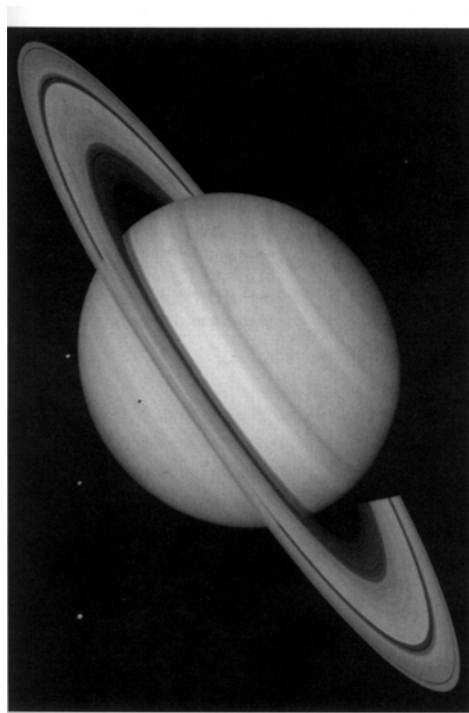
Saturno é o sexto planeta a partir do Sol e o segundo maior de nosso sistema solar. Muito do que é atualmente conhecido sobre este planeta deve-se às explorações das sondas espaciais Voyager I e II em 1980-1981. Saturno é visivelmente achatado em seus pólos, uma consequência direta do rápido movimento de rotação ao redor de seu eixo. Com uma densidade média de aproximadamente  $0,69\text{g/cm}^3$ , é o menos denso dos planetas (CONSOLMAGNO;SCHAEFER, 1994) . A Tabela 1 apresenta algumas características de Saturno.

<b>Propriedades Físicas de Saturno</b>	
Raio Equatorial	60.268 km
Raio Polar	54.364 km
Área Superficial	$4,38 \times 10^{10} \text{ km}^2$
Massa	$5,69 \times 10^{26} \text{ kg}$
Densidade	$0,69 \text{ g/cm}^3$
Gravidade Local	$10,4 \text{ m/s}^2$
Velocidade de Escape	36 km/s
Albedo	0,34
Temperatura Atmosférica	95 K
Duração do Ano	29,46 anos
Duração do Dia	10h 39min
Distância do Sol	9,53 AU

**Tabela 1 – Propriedades Físicas de Saturno (CONSOLMAGNO; SCHAEFER, 1994).**

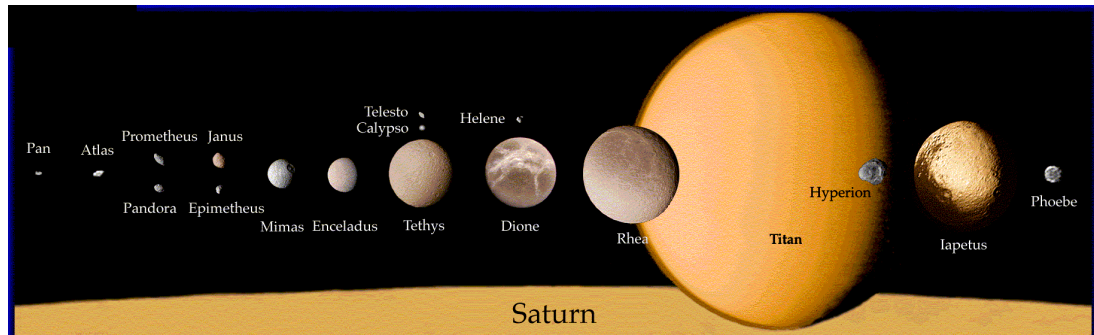
Saturno é o corpo central de um sistema constituído por 18 satélites nomeados e estruturas planas e anulares conhecidas como *anéis planetários*. Tais anéis são compostos por um número muito vasto de pequenas partículas, com dimensões da ordem de micrômetros a metros, e pequenos satélites, que não conseguem formar corpos maiores devido à sua proximidade com o planeta (DE PATER; LISSAUER, 2001).

A Figura 1 apresenta uma imagem de Saturno.



**Figura 1 – Saturno e os satélites Tethys, Dione e Rhea. Imagem fornecida pela Voyager, processada para recriar a cor natural e contrastes (DE PATER; LISSAUER; 2001)**

A Figura 2 ilustra uma representação esquemática dos satélites de Saturno, mostrando suas posições relativas.



**Figura 2 – Imagem representando os 18 satélites de Saturno. Os corpos estão em escala, com exceção de Pan, Atlas, Telesto, Calypso e Helene, cujas dimensões foram ampliadas 5 vezes para demonstrar a topografia.**

## 1.2 OS ANÉIS DE SATURNO

Os anéis de Saturno foram avistados pela primeira vez por Galileu Galilei, em 1610, sem saber exatamente que as estruturas visualizadas eram anéis. O sistema de anéis de Saturno é o mais massivo, maior e mais brilhante do sistema solar. Em 1659, Christian Huygens explicou que Saturno era circundado por um anel fino e achatado. Dezesseis anos depois, Giovanni Cassini descobriu que existiam pelo menos dois anéis. A separação entre os dois anéis principais (A e B) é hoje conhecida como *Divisão de Cassini*. Na segunda metade do século XIX foi provado que os anéis não são sólidos, mas composto de bilhões de pequenas partículas. Entretanto, até 1970 não se sabia que tais partículas eram compostas por gelo. O tamanho destas partículas vai de micrômetros até dezenas de metros. A maior parte destas partículas possui diâmetros em torno de 10cm.

A Tabela 2 mostra algumas características físicas do sistema principal de anéis de Saturno.

Anéis	Localização radial (km)	Tamanho das Partículas
D	67.000 – 73.200	$\mu\text{m}$
C	74.658 – 91.975	mm – m
B	91.975 – 117.507	cm – 10m
Divisão de Cassini	117.507 – 122.340	cm – 10m
A	122.340 – 136.780	cm – 10m
F (núcleo)	140.219	$\mu\text{m}$ – cm
G	166.000 – 180.000	$\mu\text{m}$ – mm
E	180.000 – 480.000	$\mu\text{m}$

Tabela 2 – Propriedades físicas dos anéis de Saturno

A Figura 3 mostra uma representação esquemática dos anéis de Saturno.

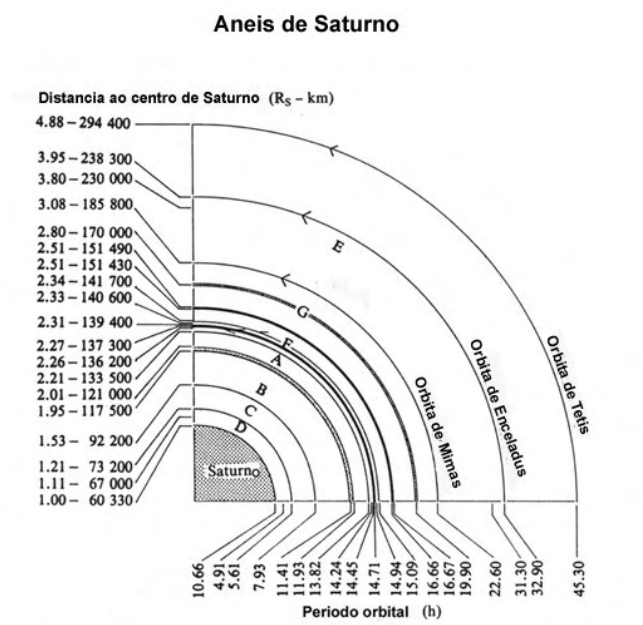


Figura 3 – Representação das posições dos anéis de Saturno em relação ao planeta. O eixo ordenado fornece as distâncias de cada um dos anéis ao centro do planeta em *raios de Saturno* ( $R_S$ ) e em quilômetros. O eixo das abscissas indica o período orbital aproximado de uma partícula que se encontra em cada uma das posições indicadas.

### 1.2.1 Estrutura radial dos anéis de Saturno

Os anéis principais do sistema saturniano, que foram primeiramente avistados, são os anéis *A* e *B*. Entre eles, existe a *Divisão de Cassini*, que ao contrário do que se imagina quando vista, não é uma verdadeira falha, mas sim uma região em que a profundidade ótica fica em torno de 10% dos anéis *A* e *B*.

*Profundidade ótica* é o parâmetro que mede o quão opaco um meio se apresenta à radiação que o atravessa. É medido ao longo de uma vertical conhecida como *caminho ótico*, que encontra-se na direção normal à superfície a ser medida.

Interior ao anel *B*, encontra-se o fraco anel *C*. Tanto o anel *C* quanto a *falha de Encke*, uma região “vazia” formada pela presença do satélite Pan, podem ser avistados da Terra com um telescópio. O conjunto dos anéis *A*, *B* e *C*, além da *divisão de Cassini*, são conhecidos como o *Sistema Clássico ou Principal dos Anéis de Saturno*. Interiormente ao anel *C*, próximo a Saturno, fica o ainda menos visível anel *D*, conforme visto na Figura 3.

Cerca de 3000 km após a borda externa do anel *A* encontramos o anel *F*, do qual falaremos posteriormente. Finalmente, logo após o *limite de Roche* para Saturno [assumindo-se para as partículas a densidade de  $0,55 \text{ g/cm}^3$  – densidade do gelo não-poroso (STEWART; AHRENS, 1999)] encontram-se os anéis *G* e *E*.

O anel *A* possui aparência uniforme, com algumas características que são melhor entendidas através das perturbações ressonantes exercidas por satélites externos. As bordas externas dos anéis *A* e *B* são mantidas devido a ressonâncias com Mimas (2:1) e Janus (7:6), que são ressonâncias presentes no sistema de anéis. O anel *B* possui diversas estruturas irregulares na direção radial, cujas causas ainda são desconhecidas. As diversas falhas presentes na *Divisão de Cassini* e no anel *C* são provavelmente produzidas por satélites internos a estas estruturas. Os anéis *D* e *G* são pouco estudados até o momento devido à dificuldade de observação por serem bastante tênues. O anel *D* aparenta ser dividido em inúmeros pequenos anéis e o anel *G*, por sua vez, parece não apresentar nenhuma estrutura interna notável.

A borda interna do anel *E* encontra-se próxima à órbita de Mimas. Este anel possui sua maior densidade de partículas nas proximidades da órbita de Enceladus, que

é provavelmente a fonte principal das partículas de aproximadamente  $1\ \mu\text{m}$  que compõem o anel *E*.

### 1.2.2 Variações azimutais

Apesar das variações radiais serem muito maiores e mais notórias que as variações azimutais, existem alguns tipos de estruturas azimutais que foram observadas nos anéis de Saturno. As estruturas longitudinais vistas nos anéis de Saturno são chamadas *raios*. Estes *raios* são causados por efeitos elétricos e/ou magnéticos, sendo as únicas características conhecidas dos anéis planetários que possuem uma forma radial, ou seja, prolongam-se perpendicularmente aos anéis. Estas estruturas estão centradas no anel *B*, onde as partículas orbitam de maneira síncrona com o campo magnético de Saturno. Estes *raios* formam-se rapidamente, em uma escala de tempo que vai de minutos a dezenas de minutos e inicialmente aparecem como estruturas lineares que apontam em direção ao centro de Saturno. Uma de suas bordas permanece radial e evolui com o período do campo magnético de Saturno à medida que novo material é adicionado ao *raio*. O *raio* desaparece gradualmente à medida que suas partículas juntam-se às partículas dos anéis e some completamente após algumas horas. Não existe consenso, entretanto, com relação ao mecanismo físico exato que é responsável pela formação dos *raios*.

As estruturas azimutais do anel *F* serão discutidas mais à frente em detalhes.

### 1.2.3 Espessura dos anéis

Os anéis de Saturno são extremamente finos em relação à sua extensão. A quantidade de luz refletida dos anéis quando estes aparecem, vistos da Terra, no mesmo plano, é equivalente à reflexão oriunda de uma espessura de 1 km. Esta espessura é muito pequena para poder ser observada diretamente a partir de telescópios terrestres.



#### 1.2.4 Propriedades das partículas

As partículas do sistema de anéis principal de Saturno são mais conhecidas que as de qualquer outro sistema de anéis do sistema solar. Espectrômetros mostram que o gelo é provavelmente o principal constituinte das partículas dos anéis. O elevado albedo dos anéis de Saturno mostra que existem poucas impurezas ou então que estas não estão muito misturadas com os componentes microscópicos das partículas. O termo *albedo* refere-se à razão entre a energia refletida por um corpo e a energia total incidente. Este parâmetro também é conhecido como *coeficiente de reflexão*.

Existem ligeiras variações de cores das partículas de anel para anel, que podem ser creditadas às diferenças de profundidade ótica existentes ou à existência de diferentes materiais.

As freqüentes colisões entre as partículas podem levar tanto à acreção quanto à erosão destas. Sinais de radar, com comprimento de onda de alguns centímetros, detectaram que a superfície dos anéis consiste em sua grande parte de partículas com diâmetros da ordem de poucos centímetros. Sinais de rádio mandados para os anéis a partir da Voyager 1 retornaram informações que mostram existir uma larga distribuição de partículas que vão de aproximadamente 1 cm até aproximadamente 5 a 10 metros. Observou-se que as partículas do anel *C* são em geral menores que as do anel *A*. Muitas partículas micrométricas possuem dimensões comparáveis ao comprimento de onda da luz visível. Partículas micrométricas são mais comuns nos anéis *E*, *G* e *F*, mas aparecem em quantidades significativas no anel *B* e na porção externa do anel *A*. Até o momento não existe qualquer imagem que mostre individualmente uma partícula dos anéis.

Um dos atuais modelos que tenta explicar a dinâmica dos anéis sugere que partículas macroscópicas unem-se fracamente formando objetos com tamanho de dezenas de metros que sobrevivem por poucos períodos orbitais antes que colisões ocorram e sejam destruídos.

A distribuição aparente de partículas no anel *E*, com dimensões da ordem de 1µm indica que este grupo não foi formado a partir de colisões. Alguns modelos

sugerem que as partículas do anel *E* são cristais de gelo formados em hipotéticos “vulcões de gelo” presentes em Enceladus.

### 1.2.5 Massa dos anéis

Apesar de ser o mais massivo dos sistemas de anéis presentes no sistema solar, o sistema de anéis de Saturno não pode ter sua massa medida através de seus efeitos gravitacionais sobre luas ou sondas espaciais. Entretanto, ela pode ser deduzida através de argumentações teóricas. Diversas técnicas que são utilizadas nesta medição fornecem resultados semelhantes, o que confere coerência a estas metodologias.

Ressonâncias nos anéis promovem o aparecimento de ondulações que possuem comprimentos de onda proporcionais à densidade superficial de massa dos anéis nos locais em que estas ondas são formadas. Assim, pode-se deduzir a massa nos locais em que as ondas são avistadas.

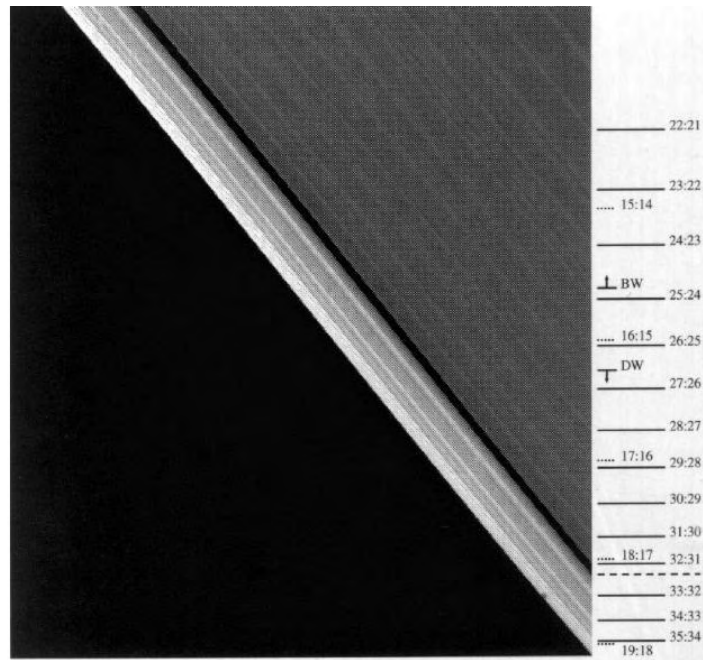
No anel *B* foram observadas densidades superficiais de 50 a 80 g/cm<sup>2</sup>. No anel *A* estas observações forneceram densidades de aproximadamente 50 g/cm<sup>2</sup> desde regiões internas até regiões medianas, caindo para densidades menores que 20 g/cm<sup>2</sup> em regiões próximas à borda externa do anel. O anel *C*, que é menos denso, apresentou valores de densidade de aproximadamente 1 g/cm<sup>2</sup>, enquanto a Divisão de Cassini parece possuir um valor médio de 10 g/cm<sup>2</sup>. Fazendo algumas considerações acerca da uniformidade de distribuição das partículas em cada anel e sabendo a área ocupada por cada anel é possível calcular a massa de todo o sistema de anéis. Cálculos indicam que a massa de todo o sistema de anéis de Saturno é aproximadamente igual à massa de Mimas, que possui um raio médio de 196 km, ou seja, cerca de 3,85x10<sup>19</sup>kg. Entretanto, dados das Voyager que determinam a distribuição do tamanho de partículas nos anéis sugerem que os anéis apresentam uma massa 40% menor do que a estimada anteriormente.

### 1.3 RESSONÂNCIAS

Ao lado das leis da gravitação universal de Newton, a *ressonância* é o efeito mais importante na determinação da estrutura de nosso sistema solar. É, ainda, um processo comum em muitas outras áreas da física.

Nos problemas relativos à mecânica celeste as ressonâncias ocorrem quando existe uma relação numérica entre frequências ou períodos. Os períodos envolvidos podem ser rotacionais e orbitais de um único corpo ou, então, podem ser considerados os períodos orbitais de dois ou mais corpos. Existem ainda mecanismos mais complexos, nos quais forças dissipativas estão guiando os processos evolutivos do sistema solar através de ressonâncias.

Especificamente no caso de anéis, a grande proximidade entre estes e os satélites em cada sistema indica que pode haver perturbações gravitacionais mútuas significantes. As ressonâncias ocorrem quando a frequência radial (ou vertical) das partículas dos anéis é igual à frequência da componente de uma força horizontal (ou vertical) do satélite. Neste caso a partícula ressonante encontra-se, repetidas vezes, próxima da mesma fase em sua oscilação radial (vertical) enquanto sofre a influência do satélite. Esta situação permite que a partícula sofra “empurrões” constantes do satélite, que resultam no movimento radial (vertical) e, deste modo, podem surgir oscilações forçadas significantes. As partículas mais próximas a ressonâncias possuem excentricidades maiores, já que estas recebem os “empurrões” mais fortes. As colisões existentes entre as partículas do anel e a atração gravitacional entre as partículas dos anéis dificultam a compreensão deste sistema, que pode acabar produzindo uma grande variedade de estruturas, tais como falhas e ondulações.



**Figura 4 – Imagem FDS 44005.04 obtida pela Voyager 2 mostrando a porção externa do anel A, mostrando algumas ressonâncias existentes que formam ondulações sobre o anel (DE PATER; LISSAUER, 2001)**

No caso especial dos anéis de Saturno, por exemplo, toda a estrutura do anel A pode ser entendida no contexto de ressonâncias entre partículas do anel e os satélites próximos. Deste modo, é importante entender a natureza destas ressonâncias a fim de entender as características observadas.

A localização e a intensidade de qualquer ressonância entre partículas do anel e satélites pode ser calculada pela decomposição do potencial gravitacional do satélite em suas componentes de Fourier. A frequência perturbadora,  $\omega_f$ , pode ser escrita como

$$\omega_f = m_\theta n_s + m_z \mu_s + m_r \kappa_s \quad (01)$$

onde o número de simetria azimutal,  $m_\theta$ , é um inteiro positivo, e  $m_z$  e  $m_r$  são inteiros, com  $m_z$  par para forças horizontais e ímpar para forças verticais. O índice  $s$  refere-se ao satélite. E, ainda,  $n$ ,  $\kappa$  e  $\mu$  referem-se às frequências orbital, epicíclica e vertical, respectivamente.

A ressonância que está sendo classificada como *horizontal* também pode ser chamada de *Lindblad*. Uma partícula a uma distância  $r = r_L$  do planeta encontra-se em uma ressonância *Lindblad* se  $r_L$  satisfaz a seguinte relação

$$\omega_f - m_\theta n(r_L) = \pm \kappa(r_L) \quad (02)$$

Já as ressonâncias verticais ocorrem se a posição radial  $r_v$  satisfaz a relação a seguir

$$\omega_f - m_\theta n(r_v) = \pm \mu(r_v) \quad (03)$$

Quando a equação (02) é válida para o sinal inferior (superior) nos referimos à  $r_L$  como ressonância Lindblad interna (externa), geralmente abreviada como RLI e RLE, respectivamente. O raio  $r_v$  é determinante nas ressonâncias verticais internas (externas), RVI (RVE), dependendo se a equação (03) é válida para o sinal inferior (superior).

Visto que, no caso de Saturno, todos os grandes satélites possuem órbitas que estão distantes do sistema principal de anéis, a frequência angular dos satélites,  $n_s$ , é menor que a frequência angular das partículas, e assim as ressonâncias internas são mais importantes que as externas. Devido ao achatamento de Saturno, nas equações (02) e (03), tem-se  $\mu > n > \kappa$ , o que faz com que  $r_v < r_L$ . Ou seja, as ressonâncias internas horizontal e vertical não irão coincidir. A intensidade das perturbações exercidas pelos satélites depende de sua massa,  $M_s$ , da excentricidade,  $e$ , e da inclinação,  $i$ . As ressonâncias horizontais mais fortes irão ocorrer quando  $m_z = m_r = 0$ , sendo da forma  $m_\theta : (m_\theta - 1)$ . As ressonâncias verticais mais intensas possuem  $m_z = 1$ ,  $m_r = 0$ , sendo da forma  $(m_\theta + 1) : (m_\theta - 1)$ . A localização e a intensidade de tais ressonâncias podem ser calculada a partir das massas e parâmetros orbitais dos satélites e do campo gravitacional de Saturno.

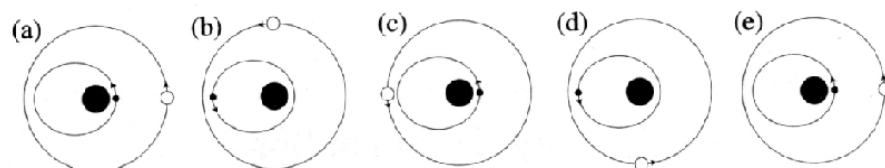
Estas perturbações ressonantes causam uma transferência secular de momento angular orbital dos anéis de Saturno para seus satélites. Tais torques produzem duas classes de estruturas nos anéis de Saturno: falhas e ondulações nos anéis. As fronteiras externas dos dois maiores anéis de Saturno são mantidas devido às duas mais fortes ressonâncias presentes no sistema de anéis. A fronteira externa do anel B está localizada na RLI 2:1 com Mimas. A fronteira externa do anel A coincide com a ressonância 7:6 dos satélites co-orbitais Janus e Epimetheus.

No anel C, ressonâncias com torques moderados criam falhas devido à sua pequena profundidade ótica. Em anéis com maior densidade de partículas, como os anéis A e B, torques de mesma intensidade são suficientes para causar ondas espirais.

### 1.3.1 Geometria da ressonância

Nesta seção mostraremos um estudo geométrico dos mecanismos de ressonância. Conforme será visto mais adiante, a região do sistema Prometeu – Pandora – Anel F é repleta de ressonâncias. Deste modo, um bom conhecimento do funcionamento deste mecanismo é necessário para um perfeito entendimento da dinâmica local.

Considere o exemplo de um asteróide em ressonância 2:1 com Saturno. Por simplicidade vamos considerar que Saturno está em órbita circular e que todos movimentos ocorrem no plano da órbita de Saturno. Numa situação inicial, vamos desconsiderar quaisquer perturbações entre os dois objetos visto que estamos apenas interessados em como as relações de ressonância levam a repetidos encontros.



**Figura 5 – Posições relativas de Saturno (círculo branco) e um asteróide (pequeno círculo preto) para uma configuração estável (MURRAY; DERMOTT, 1999).**

A Figura 5 ilustra as configurações relativas do asteróide e Saturno de forma que, num instante  $t = 0$ , Saturno e o satélite estão em conjunção e o asteróide está no pericentro de sua órbita. Isto está ilustrado na Figura 5a. Visto que os objetos estão em uma ressonância 2:1, o asteróide irá completar dois períodos para cada período de Saturno. Considera-se passo de tempo de um quarto do período de Saturno ( $1/4 T_s$ ). Desprezando qualquer perturbação real entre os objetos, o asteróide e Saturno irão mover-se para a posição relativa mostrada na Fig. 5b no instante  $t = 1/4 T_s$ . O asteróide está agora no apocentro de sua órbita e Saturno completou  $1/4$  de sua órbita. Embora a maior aproximação entre as duas órbitas ocorra no apocentro do asteróide, Saturno não está próximo quando o asteróide encontra-se nesta posição. De maneira similar, quando Saturno alcança esta posição no instante  $t = 1/2 T_s$ , o asteróide está novamente no pericentro (Figura 5c). No instante  $t = 3/4 T_s$  o asteróide retorna ao ponto crítico, mas Saturno não está próximo (Figura 5d), enquanto no instante  $t = T_s$  (Figura 5e) a configuração inicial é repetida. Deste modo, embora pareça haver grandes perturbações nas maiores aproximações, de Saturno sobre o asteróide no ponto de seu apocentro, tal fenômeno é evitado pelo mecanismo de ressonância. Este é um exemplo de uma configuração de equilíbrio estável entre Saturno e o asteróide. Aqui, o equilíbrio é dito estável porque Saturno e o asteróide nunca estarão em conjunção no ponto de maior proximidade entre suas órbitas, o que evita uma configuração onde grandes forças perturbativas atuem sobre o planeta ou sobre o satélite.

Ao invés disso, se iniciássemos com Saturno e o asteróide em conjunção no apocentro do asteróide conforme ilustra a Figura 6, teríamos uma configuração de equilíbrio instável, onde as grandes aproximações se repetiriam a cada período de Saturno.

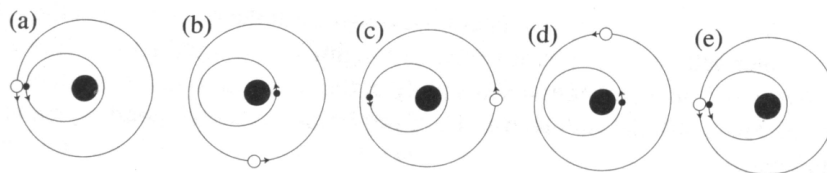


Figura 6 - Posições relativas de Saturno (círculo branco) e um asteróide (pequeno círculo preto) para uma configuração instável (MURRAY; DERMOTT, 1999)

Pode-se examinar a geometria da ressonância para um caso mais geral considerando-se dois satélites movendo-se ao redor de um planeta central em órbitas circulares e coplanares. Assume-se que

$$\frac{n'}{n} = \frac{p+q}{p} \quad (04)$$

onde  $n'$  e  $n$  são os movimentos médios dos satélites interno e externo, respectivamente e  $p$  e  $q$  são inteiros.

### 1.3.2 Física da ressonância

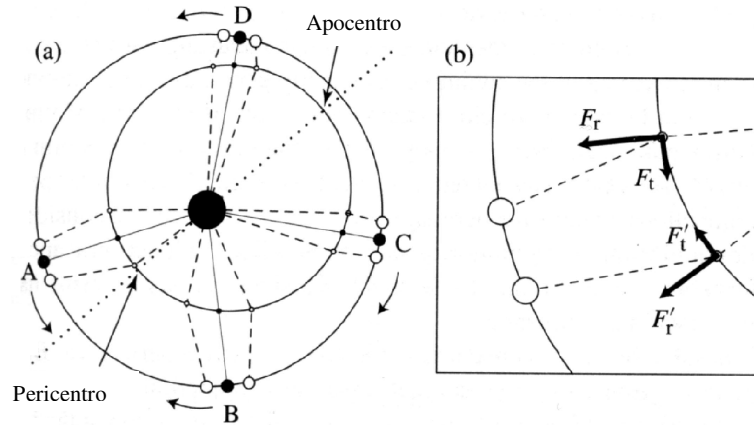
Para entender a física do mecanismo de ressonância, considere o caso de dois objetos em órbita ao redor de um corpo central a fim de examinar o efeito de suas repetidas conjunções. No caso em questão, assume-se que o objeto de órbita interior possui massa desprezível e que o objeto exterior está se movendo em uma órbita circular no mesmo plano. Os objetos estão em ressonância de movimento médio de tal forma que as conjunções sempre ocorrem na mesma longitude.

Se as conjunções sempre ocorrem exatamente em seu pericentro ou apocentro, então a força tangencial sofrida pela partícula imediatamente antes da conjunção é igual e oposta à força tangencial sofrida após a conjunção. Desta forma, não existe força tangencial resultante. Sabemos que o momento angular só pode ser alterado sob os efeitos de uma força tangencial. De maneira similar, se conjunções ocorrem no pericentro ou no apocentro, então também é exigida uma força tangencial para alterar o semi-eixo maior. Esta simetria é destruída se as conjunções ocorrem em qualquer outro ponto da órbita.

Podemos examinar os efeitos de outros tipos de encontros considerando as conjunções nos pontos A, B, C e D na Figura 7. Aqui foi assumido que a longitude do pericentro do objeto de órbita interna é fixa e que a relação de ressonância implica que



as conjunções irão ocorrer sempre no mesmo ponto se não existe interação gravitacional entre os objetos.



**Figura 7 – ilustração demonstrando as forças atuantes no mecanismo de ressonância em diversas configurações (MURRAY; DERMOTT, 1999).**

Se a conjunção ocorre no ponto A, próxima ao pericentro do objeto interno, então os objetos em suas órbitas estão em processo de afastamento um do outro, conforme mostrado na Figura 7. Então a força tangencial,  $F_t$ , sofrida pelo objeto interno imediatamente antes da conjunção é maior que a força tangencial  $F_t'$  que ele sofre após a conjunção. Além do mais, a velocidade angular do objeto interno é próxima da (constante) velocidade angular do objeto externo, tanto pouco antes da conjunção quanto pouco depois. Deste modo a maior força tangencial na direção do movimento age por um tempo maior que a menor força tangencial, que atua em sentido oposto após a conjunção ter ocorrido. Assim o resultado do encontro é um aumento no momento angular do objeto interno e um decréscimo em sua velocidade angular média; isto significa que conjunções subsequentes irão ocorrer mais próximas ao pericentro.

Se as conjunções ocorrem após o pericentro, digamos no ponto B da Figura 7a, o resultado será uma perda de momento angular e um ganho na velocidade angular média, novamente resultando em um deslocamento da conjunção em direção ao pericentro. Para conjunções nos pontos C e D, que estão próximos ao apocentro da órbita do corpo interno, haveria novamente uma tendência para conduzir o ponto de

conjunção em direção ao pericentro. Deste modo existe uma tendência em todos os pontos de encontro assimétricos para conduzir as conjunções em direção ao pericentro da órbita. Esta pode ser considerada a configuração de equilíbrio estável do sistema, enquanto conjunções no apocentro são configurações instáveis.

Agora considere o caso em que as conjunções sempre ocorrem no pericentro. Devido ao fato da força radial exercida pelo objeto externo na conjunção estar sempre na direção oposta à massa central, haverá uma aceleração da massa interna em direção também oposta à massa central e então ele se moverá em uma órbita que é ligeiramente maior do que a que ele teria se não tivesse sofrido perturbação. Isto significa que ele irá alcançar seu pericentro um pouco depois do que ele alcançaria e então sua longitude do pericentro moveu-se em sentido prógrado. Sabendo que as órbitas dos satélites naturais geralmente sofrem precessão rápida devido ao achatamento do planeta, isto significa que o efeito será acentuado para aqueles satélites capturados em uma ressonância com um satélite externo.

No caso em que o objeto de massa desprezível ocupa uma órbita externa, excêntrica, podemos mostrar facilmente que as conjunções no apocentro fornecem a configuração estável. Além do mais, o mecanismo ressonante nestes casos resulta em uma regressão do pericentro da massa menor na órbita externa; no caso de órbitas de satélites, especialmente aqueles que estão distantes do corpo central, o efeito de regressão do pericentro pode prevalecer sobre a precessão do pericentro introduzida pelo achatamento do planeta.

#### 1.4 MOMENTOS GRAVITACIONAIS

Um planeta em rotação, que consiste de um fluido incompressível de densidade uniforme, assume a forma de um *esferóide de Maclaurin*. Para estes corpos, a gravidade efetiva é menor do que a atração gravitacional calculada para um planeta que não esteja em rotação, visto que a força centrífuga decorrente da rotação é direcionada para fora do planeta. Superfícies equipotenciais devem então ser calculadas a partir da soma de dois potenciais: o gravitacional ( $\Phi_g$ ) e o rotacional ( $\Phi_q$ ), do seguinte modo

$$\Phi_g(r, \theta, \phi) + \Phi_q(r, \theta, \phi) = const. \quad (05)$$

onde  $\Phi_g$  exterior à superfície do planeta é dado por

$$\Phi_g(r, \theta, \phi) = -\frac{GM}{r} \left[ 1 - \sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{R_e}{r} \right)^n J_n P_n(\cos \theta) \right] \quad (06)$$

onde  $\theta$  é a co-latidade,  $R_e$  é o raio equatorial do planeta,  $P_n(\cos \theta)$  são os polinômios de Legendre e  $J_n$  são os *harmônicos*.

Resolvendo então a equação (05), observamos que o segundo harmônico,  $J_2$ , está relacionado aos potenciais rotacional e gravitacional por:

$$J_2 = \frac{1}{2} q_r \quad (07)$$

com

$$q_r = \frac{\omega_{rot}^2 R^3}{GM} \quad (08)$$

onde  $\omega_{rot}$  é a velocidade angular de rotação do planeta.

O achatamento geométrico,  $\varepsilon$ , de um planeta em equilíbrio hidrostático, está relacionado com o período de rotação e com o segundo harmônico através da expressão:

$$\varepsilon = \frac{R_e - R_p}{R_e} \approx \frac{3}{2} J_2 + \frac{q_r}{2} \quad (09)$$

onde  $R_p$  é o raio polar do planeta. A partir da equação (07) segue que  $\varepsilon$  e  $J_2$  são da ordem de  $q_r$ . Podemos mostrar que para planetas que possuem altas velocidades angulares, em equilíbrio hidrostático, os harmônicos zonais de ordens superiores são proporcionais a  $q^n$ , ou seja:

$$J_{2n} \propto q^n \quad (10)$$

Desta forma, os harmônicos zonais de ordens superiores para tais planetas são pequenos se comparados a  $J_2$ . Assim, estes harmônicos zonais superiores descrevem a diferença entre o geóide real e um planeta fluido em rotação, e deste modo contêm importantes evidências a respeito da estrutura interna de um planeta.

Para um planeta rotacionando com velocidades suficientemente altas, em equilíbrio hidrostático, o momento de inércia está relacionado a  $J_2$  e  $q$ . Embora a relação entre os momentos gravitacionais e a distribuição da densidade interna seja, de fato, determinada por uma complicada equação integral-diferencial, é possível determinar uma fórmula algébrica aproximada para ilustrar as relações entre o momento de inércia ( $I$ ) e o harmônico,  $J_2$ :

$$\frac{I}{MR^2} \approx \frac{\frac{3}{2}J_2}{J_2 + \frac{1}{3}q_r} \quad (11)$$

De maneira geral, a densidade aumenta à medida que caminha para o interior do planeta, seja porque os compostos mais densos tendem a ocupar posições inferiores, seja devido à compressão que o material sofre a altas pressões.

Os harmônicos zonais mais importantes,  $J_2$ ,  $J_4$  e  $J_6$ , são utilizados no cálculo das frequências orbital, epicíclica e vertical, já citadas na seção que trata da ressonância entre os anéis e satélites de Saturno. O harmônico  $J_3$  só é importante no cálculo de potenciais gravitacionais planetários em que haja quebra de simetria, sendo desta forma desconsiderado em nosso estudo. As relações para o cálculo destas ressonâncias são dadas a seguir (RENNER; SICARDY, 2004):

$$n = \left(\frac{GM}{a^3}\right)^{1/2} \left[ 1 + \frac{3}{4} \left(\frac{R_p}{a}\right)^2 J_2 - \frac{15}{16} \left(\frac{R_p}{a}\right)^4 J_4 + \frac{35}{32} \left(\frac{R_p}{a}\right)^6 J_6 - \frac{9}{32} \left(\frac{R_p}{a}\right)^4 J_2^2 + \right. \\ \left. + \frac{45}{64} \left(\frac{R_p}{a}\right)^6 J_2 J_4 + \frac{27}{128} \left(\frac{R_p}{a}\right)^6 J_2^3 + 3 \left(\frac{R_p}{a}\right)^2 J_2 e^2 \right] \quad (12)$$

$$\kappa = \left(\frac{GM}{a^3}\right)^{1/2} \left[ 1 - \frac{3}{4} \left(\frac{R_p}{a}\right)^2 J_2 + \frac{45}{16} \left(\frac{R_p}{a}\right)^4 J_4 - \frac{175}{32} \left(\frac{R_p}{a}\right)^6 J_6 - \frac{9}{32} \left(\frac{R_p}{a}\right)^4 J_2^2 + \right. \\ \left. + \frac{135}{64} \left(\frac{R_p}{a}\right)^6 J_2 J_4 - \frac{27}{128} \left(\frac{R_p}{a}\right)^6 J_2^3 \right] \quad (13)$$

$$\mu^2 = 2n^2 - \kappa^2 \quad (14)$$

Para um planeta perfeitamente esférico,  $\mu = \kappa = n$ . Tendo em vista que os planetas são achatados,  $\mu$  é um pouco maior do que a frequência orbital,  $n$ , e  $\kappa$  é ainda menor. Assim sendo, o achatamento de um planeta faz com que a longitude do pericentro de objetos em órbitas equatoriais (ou próximas disto) precessione na direção da órbita e que a linha dos nodos precessione de maneira retrógrada. Portanto, órbitas ao redor de planetas achatados não constituem elipses keplerianas. Contudo, visto que as trajetórias são aproximadamente elípticas, elas são freqüentemente definidas pelos elementos orbitais keplerianos instantâneos. Observe que

$$\frac{d\varpi}{dt} = n - \kappa \quad (15)$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = n - \mu \quad (16)$$

A Tabela 3 apresenta os valores de  $J_2$ ,  $J_4$  e  $J_6$  para a maioria dos planetas, a fim de demonstrar, por comparação, a importância de considerar-se estes harmônicos no estudo de órbitas equatoriais ao redor de Saturno.

Planeta	$J_2$ (x $10^{-6}$ )	$J_4$ (x $10^{-6}$ )	$J_6$ (x $10^{-6}$ )
Mercúrio	$60 \pm 20$	-	-
Vênus	$4,46 \pm 0,03$	$-2,38 \pm 0,02$	-
Terra	1.082,627	$-1.620 \pm 0,003$	0,65
Marte	$1.960,5 \pm 0,2$	$-15.5 \pm 0,07$	-
Júpiter	$14.736 \pm 1$	$-587 \pm 5$	$31 \pm 20$
<b>Saturno</b>	<b><math>16.298 \pm 10</math></b>	<b><math>-915 \pm 40</math></b>	<b><math>103 \pm 50</math></b>
Urano	$3.343,4 \pm 0,3$	$-28,9 \pm 0,5$	-
Netuno	$3.411 \pm 10$	$-35 \pm 10$	-

Tabela 3 – Momentos Gravitacionais para planetas do Sistema Solar (YODER, 1995).

## 1.5 CAOTICIDADE

A região do sistema Prometeu – Anel F – Pandora é povoada por diversas ressonâncias que podem se sobrepor dando origem a configurações caóticas em determinadas localidades. Deste modo, é sumariamente importante apresentar considerações teóricas breves sobre a teoria do caos.

### 1.5.1 Introdução

Determinados sistemas são ditos *determinísticos* quando o estado atual do sistema permite definir as condições de seus estados passado e futuro conhecendo todas as forças que agem sobre ele. Ao trabalhar com o problema de 2-corpos podemos resolver analiticamente as equações do sistema e determinar seu comportamento em qualquer instante. Para o caso de um sistema com 3-corpos uma solução analítica não é possível, assim devemos trabalhar com soluções numéricas para determinar a evolução de uma partícula teste. De uma forma ou de outra, está implícita a premissa de que, dado o estado inicial do sistema, é possível calcular seu

estado futuro a partir das soluções das equações do movimento. Infelizmente esta premissa é falsa para alguns sistemas observados devido ao fenômeno chamado *caos*.

O maior obstáculo encontrado até meados do século passado era a dificuldade de obter maneiras eficientes de chegar a soluções numéricas para as equações do movimento. Entretanto, o advento da computação digital com grande aumento nas performances dos microcomputadores acrescentou uma poderosa forma de aproximação experimental para todo o estudo da dinâmica não-linear em geral e, em particular, do sistema solar. Aliados a novas observações e avanços na teoria, pode-se agora reconhecer o importante papel que o caos representa na determinação da estrutura dinâmica e evolução do sistema solar.

Não existe ainda uma definição precisa a respeito do que seja o caos, apesar do mesmo ser detectado em uma enorme variação de sistemas dinâmicos. Contudo, para os propósitos deste trabalho podemos fazer uso da seguinte definição: Um objeto no sistema solar pode ser considerado como estando em movimento caótico se seu estado dinâmico final é sensivelmente dependente de seu estado inicial. Sabendo que a medida de qualquer quantidade física possui uma incerteza, a falta de precisão nas condições iniciais transforma-se em uma incerteza das condições finais.

### **1.5.2 O Expoente Característico de Lyapunov**

Apesar de não ser utilizado diretamente em nosso trabalho, o Expoente Característico de Lyapunov é um parâmetro de extrema importância para a compreensão do caos. O artigo de Goldreich e Rappaport (2003a), que é amplamente citado no capítulo seguinte e constitui-se como um dos trabalhos direcionadores de nossa pesquisa, utiliza o valor do Expoente de Lyapunov como uma das justificativas para a possível ocorrência de caos no sistema Prometeu – Pandora. Assim sendo, julgamos importante definir este parâmetro e esboçar algumas idéias sobre o mesmo.

Órbitas caóticas possuem a característica de serem sensivelmente dependentes das condições iniciais. Um exemplo disto está ilustrado na Figura 8, que mostra parte do gráfico da excentricidade como função do tempo para duas trajetórias caóticas similares. A diferença nos valores das condições iniciais para a coordenada de posição

$x$  de cada uma das órbitas é de 0,002%, estando os valores de  $y$  ajustados de modo a manter o valor da constante de Jacobi igual para ambas as órbitas. Está claro que após 60 períodos orbitais as órbitas se separam. Se o mesmo procedimento for realizado para uma órbita regular e seguirmos sua evolução, haverá alguma variação na magnitude da separação relativa, mas não será detectada a mesma diferença.

Podemos utilizar o tipo de divergência visto na Figura 8 para medir o *expoente característico máximo de Lyapunov* (ECL) de um sistema dinâmico, obtendo uma medida quantitativa da taxa de divergência de trajetórias próximas. Em um sistema dinâmico tal como o problema de 3-corpos existe um determinado número de quantidades chamadas expoentes característicos de Lyapunov. Para uma condição inicial arbitrária é possível demonstrar que uma medição da divergência local de trajetórias próximas leva a uma estimativa do maior destes expoentes.

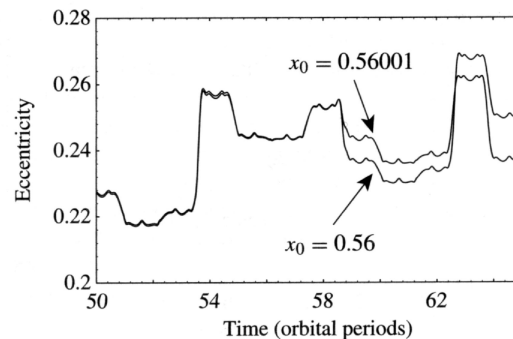


Figura 8 - Evolução da excentricidade para duas órbitas diferentes em uma região caótica. Os valores iniciais de  $x$  diferem de  $1 \times 10^{-5}$  (MURRAY; DERMOTT, 1999).

Considere, por exemplo, duas órbitas separadas no espaço de fase por uma distância  $d_0$  no instante  $t_0$ , conforme Figura 9a. Seja  $d$  sua separação no instante  $t$ . A órbita é dita caótica se  $d$  relaciona-se a  $d_0$  aproximadamente por

$$d = d_0 \exp \gamma (t - t_0) \quad (17)$$

onde  $\gamma$  é o expoente característico de Lyapunov máximo.



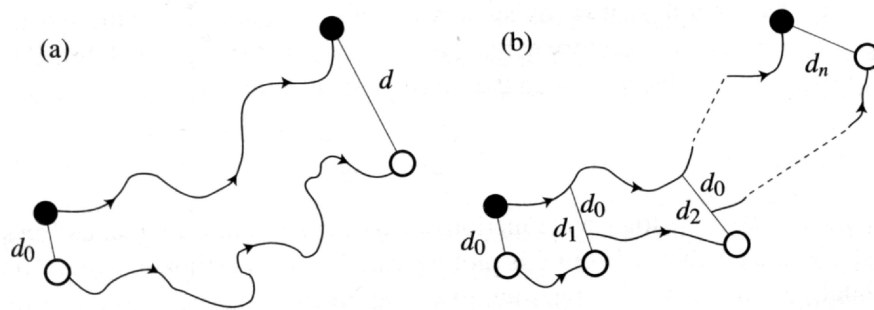


Figura 9 - Cálculo do expoente característico máximo de Lyapunov medindo-se a divergência de trajetórias próximas (MURRAY; DERMOTT, 1999).

Observando o comportamento de  $\gamma$  em função do tempo em uma escala log-log notamos uma impressionante diferença entre uma trajetória regular e outra caótica. Para órbitas regulares os deslocamentos inicial e final são próximos um do outro ( $d \approx d_0$ ) e desta forma um gráfico log-log terá coeficiente angular igual a 1. A Figura 10 apresenta um gráfico que diferencia uma órbita caótica de outra regular.

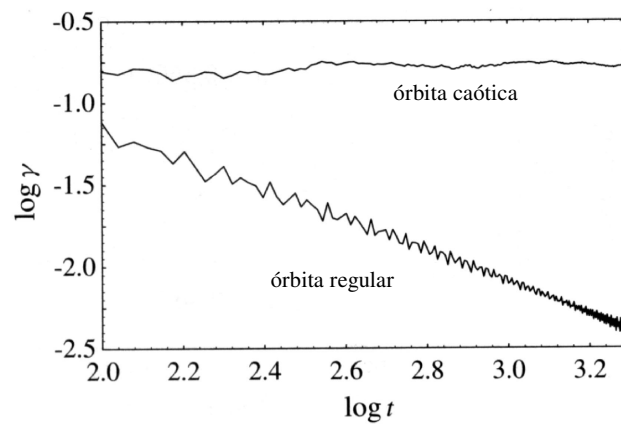


Figura 10. Gráfico de  $\log \gamma$  em função do tempo para uma trajetória regular e outra caótica (MURRAY; DERMOTT, 1999).

### 1.5.3 Sobreposição de ressonâncias

O movimento caótico também pode ser entendido como sendo originário da sobreposição de ressonâncias adjacentes. Tomando como exemplo o problema circular restrito de 3-corpos na vizinhança de uma ressonância, de acordo com a teoria de perturbações ressonantes, existe uma separatriz bem definida e uma amplitude máxima para a ressonância. Como uma primeira aproximação poderíamos considerar o espaço de fases como constituído por uma sucessão de tais ressonâncias, cada uma independente das outras, sem termos de curto período afetando a separatriz. Um exemplo óbvio é a seqüência de ressonâncias interiores de primeira ordem da forma  $p+1: p$ . A teoria de perturbações ressonantes define expressões para o cálculo da amplitude máxima de libração de tais ressonâncias, cada uma tratada isoladamente. Desde que cada ressonância possui uma amplitude do semi-eixo maior bem definida e visto que a separação de ressonâncias adjacentes torna-se menor à medida que o perturbador aproxima-se, haverá um ponto em que estes irão se sobrepor. Wisdom (1980) mostrou que no problema circular restrito para excentricidades da partícula menores que 0,15 este ponto é alcançado quando

$$P_{\text{sobreposição}} \approx 0,51\mu_2^{-2/7} \quad (18)$$

onde  $\mu_2$  é a massa reduzida do corpo perturbador secundário e  $p_{\text{overlap}}$  é o ponto de sobreposição. Utilizando a terceira Lei de Kepler descobrimos que tal valor corresponde a uma separação no semi-eixo maior de

$$\Delta a_{\text{sobreposição}} \approx 1,3\mu_2^{2/7} a' \quad (19)$$

onde  $a'$  é o semi-eixo maior do perturbador. Assim, podemos esperar que partículas na região  $a' \pm \Delta a_{\text{overlap}}$  apresentem órbitas caóticas, possuindo encontros próximos com o perturbador e sendo removidas desta região.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nesta seção iremos apresentar os principais progressos obtidos dentro do tema deste trabalho. O assunto é apresentado em uma ordem lógica, parcialmente cronológica, que procura evidenciar as diversas fases existentes, da evolução inicial das pesquisas até os mais recentes conceitos e teorias que se aplicam à área objeto deste estudo. A principal preocupação é compreender as propostas de solução e posteriores conclusões apresentadas pelos autores. Muitos dados presentes nos artigos, que podem ser úteis para a compreensão e desenvolvimento deste documento, serão aqui reproduzidos e posteriormente utilizados.

No final deste capítulo realizaremos um estudo das condições iniciais dos principais artigos, que servirão de base para a continuidade dos estudos sobre o sistema Prometeu – Pandora – Anel  $F$  de Saturno.

### 2.1 A HISTÓRIA DAS DESCOBERTAS

Esta seção é fundamentada no trabalho de De Pater e Lissauer (2001), salvo nos trechos em que hajam citações de outros autores.

As duas sondas espaciais *Voyager* foram lançadas em 1977, ambas com passagens por Júpiter e Saturno, sendo que a *Voyager 2* ainda estenderia sua viagem a Urano e Netuno, tornando-se a única espaçonave a visitar estes planetas até o presente momento (EVANS, 2001). Carregando diversos instrumentos, as espaçonaves partiram para um dos mais ambiciosos projetos de exploração espacial já implementados pelo homem. Atualmente, 26 anos após o seu início, a missão continua, com a *Voyager 1* muito além dos limites do Sistema Solar, pois em Novembro de 2003 ela encontrava-se a 90 UA (unidades astronômicas) do Sol. A *Voyager 2* segue estudando regiões em que o Sol começa a perder sua suprema influência gravitacional, iniciando então o espaço interestelar.

A passagem de cada uma das espaçonaves por Saturno ocorreu com um intervalo de 9 meses. Seus encontros com este planeta se deram em Novembro de 1980 e Agosto de 1981, para as *Voyager 1* e *2*, respectivamente. Uma série de

descobertas inéditas e reveladoras aumentaram nosso conhecimento e alteraram nosso entendimento a respeito de Saturno.

Foram descobertos pelo menos seis novos satélites, 3 através de imagens fornecidas pela Voyager 1 e outros 3 em imagens advindas da Voyager 2.

Nos anéis, as Voyager observaram a presença de estruturas atípicas: a existência de anéis muito estreitos e falhas nos anéis A, B, C, como por exemplo uma falha localizada na fronteira interna da Divisão de Cassini. O que ocorre, na verdade, é uma grande variação da densidade de partículas, que se reduz bastante e passa a impressão de vazios. Nos locais em que existem verdadeiras falhas, como por exemplo nas bordas dos anéis, outros anéis excêntricos, pequenos e finos foram encontrados. Foram encontrados dois anéis pequenos e separados numa falha do anel A conhecida como *falha de Encke*. Em imagens de alta resolução estes minúsculos anéis parecem formar “tranças”. E, dentre muitas outras estruturas inéditas que as Voyager detectaram, estão as estruturas observadas no anel F, mostrando “feixes” separados que em determinados pontos aparentemente se entrelaçam, regiões em que o anel parece retorcido, aglomerados mais brilhantes que surgem e desaparecem em poucos períodos orbitais, e falhas.

Obtiveram ainda novos dados a respeito da composição atmosférica do planeta, de estruturas presentes na superfície, dos ventos, medições de temperatura, densidade e pressão, emissões ultra-violetas semelhantes à aurora que ocorre na Terra, inclusive em médias latitudes, medições do período de rotação do planeta, dentre outras.

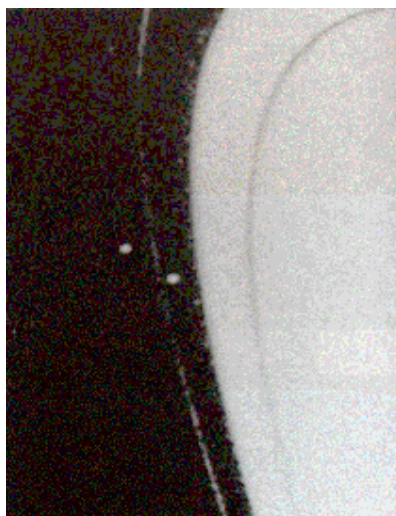
No presente estudo iremos nos concentrar em dois satélites, Prometeu e Pandora, e no anel F.

## 2.2 AS IMAGENS DAS VOYAGER 1 E 2

Durante a passagem das Voyager por Saturno, muitas novas imagens foram enviadas à Terra e desde então vêm sendo analisadas por diversos pesquisadores, que procuram por estruturas singulares e novos satélites.

Nestas imagens foram avistados pela primeira vez os menores satélites do sistema saturniano, descobertos por Steve Larson e outros através de imagens

fornecidas pela sonda *Voyager 1* em 1980 (COLLINS, 1980). Inicialmente conhecidos como 1980S26 e 1980S27, respectivamente, Pandora e Prometeu (Figura 11) não são geralmente detectáveis a partir de observações na Terra.



**Figura 61 - Imagem da *Voyager 2*. Dois pequenos satélites, Pandora e Prometeu, são vistos aqui “pastoreando” o anel F. Prometeu, o pastor interno, possui uma órbita mais rápida e ultrapassava Pandora momentos antes desta foto ser tirada.**

(fonte: [http://pds-rings.arc.nasa.gov/saturn/vgr2\\_iss/saturn92.html](http://pds-rings.arc.nasa.gov/saturn/vgr2_iss/saturn92.html)).

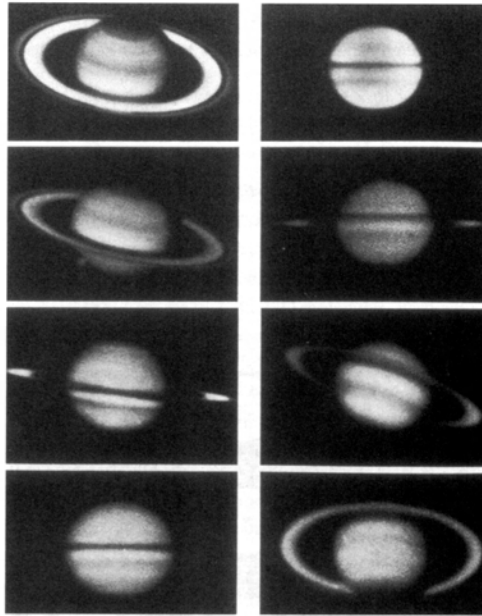
Inicialmente, pensou-se que estes satélites representavam um exemplo clássico da teoria de pastoreio de anéis proposta por Goldreich & Tremaine (1979).

Synnott et al. (1981, 1983) determinou, a partir de tais imagens, órbitas para Prometeu e Pandora, na forma de elipses de formato fixo que precessionam. O mesmo foi realizado por Jacobson (comunicação privativa apud GOLDREICH; RAPPAPORT, 2003a; EVANS, 2001).

Os movimentos médios dos satélites foram determinados, a partir de imagens, por Nicholson e Porco (1988) e Campbell e Anderson (1989), assim como as taxas de precessão, que devem ser consistentes com o campo gravitacional do sistema saturniano.

As principais imagens destes satélites são oriundas das sondas *Voyager* e do *Hubble Space Telescope* (HST), sendo que este último forneceu excelentes imagens durante a passagem do plano dos anéis pela eclíptica, que ocorreu em 19 de novembro

de 1995 e da Terra por este mesmo plano, em 22 de maio de 1995; pois, nesta ocasião o brilho dos anéis não ofuscou a visualização dos satélites, que normalmente são pouco brilhantes para serem detectados. Algumas particularidades das observações desta ocasião serão comentadas mais à frente. A Figura 12 mostra algumas imagens da ocasião da passagem da Terra pelo plano dos anéis de Saturno.



**Figura 12 – Fotografias retiradas da Terra mostrando Saturno e seus anéis (DE PATTER; LISSAUER; 2001).**

De acordo com Thomas et al. (1986), também baseando-se em imagens, as dimensões de Prometeu são aproximadamente 140 x 100 x 75 km.

Anos antes, em 1979, o anel F foi descoberto através de imagens de baixa resolução feitas pela sonda espacial Pioneer 11 (GEHRELS et al., 1980), no qual não se observou nenhuma estrutura atípica, apenas ficando claro que se tratava de um anel muito estreito.

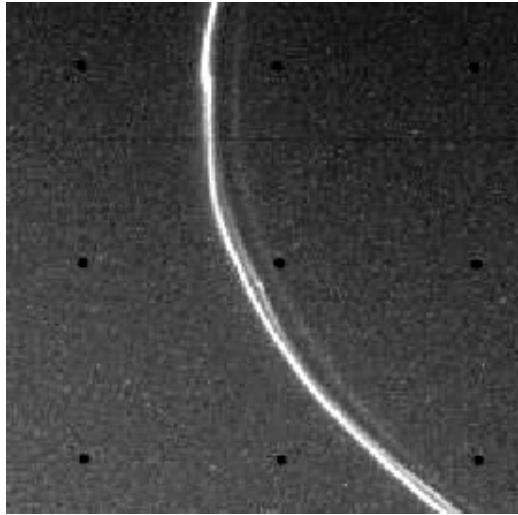
Smith et al. (1981, 1982), baseando-se em imagens das duas Voyager, aponta a existência de diversos aglomerados, com raios aproximados de 5 km, internos ao anel F e espalhados por toda sua extensão. Não é possível, entretanto, determinar se tais aglomerados são sólidos e individuais ou apenas partes mais densas do anel que difratam e refletem a luz de maneira diferente (HÄNNINEN, 1993).

A seguir, as Figuras 13 e 14 obtidas pelas sondas espaciais *Voyager 1* mostram a presença de múltiplos “feixes” que formam aparentes “tranças”. Várias outras estruturas no anel, incluindo descontinuidades aparentes, “retorções” e aglomerados de materiais que se movem com velocidades keplerianas, também foram observados e podem ser claramente visualizados nestas imagens.



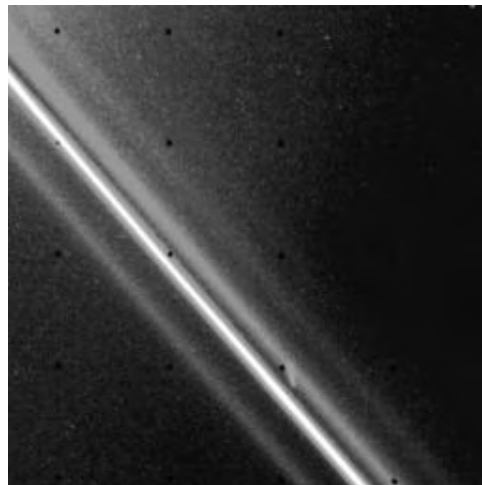
**Figura 13.** Imagem obtida pela *Voyager 1* em 12 de Novembro de 1980, onde pode-se visualizar claramente a aparência “trançada” do anel F, como se fosse constituído por anéis mais finos.

(fonte: <http://voyager.jpl.nasa.gov/image/saturn.html>)



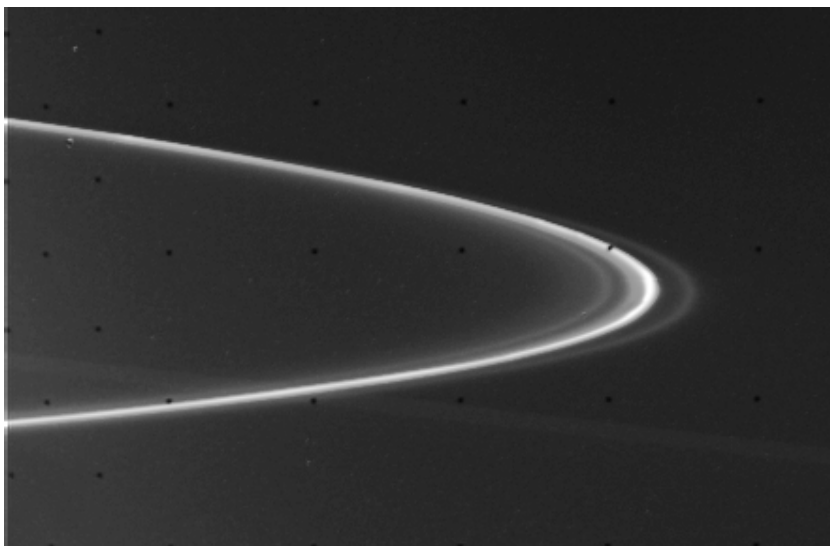
**Figura 14.** Imagem FDS 34930.48. Aproximação do anel F de Saturno obtido pela sonda espacial *Voyager 1*. Ela mostra que o anel é composto de duas “tranças” mais brilhantes e uma terceira mais fraca. Os anéis claros possuem dobras, retorcimentos e aglomerados que dão a impressão que estes anéis estão entrelaçados. (fonte: [http://pds-rings.arc.nasa.gov/saturn/vgr1\\_iss/c3493048.html](http://pds-rings.arc.nasa.gov/saturn/vgr1_iss/c3493048.html))

Foram estas estruturas que, a princípio, mais chamaram a atenção da comunidade científica para o anel F, que encontra-se a aproximadamente 3400km da borda externa do anel A (SMITH et al, 1981, 1982). Novamente visualizado pela *Voyager 2* cerca de 9 meses após a passagem da *Voyager 1*, as imagens seguintes aumentaram o número de enigmas, pois agora ao invés de feixes entrelaçados, observaram feixes paralelos, conforme mostram as Figuras 15 e 16.



**Figura 15.** Imagem do anel F obtida pela *Voyager 2* em 26 de agosto de 1981 a uma distância de 51500 km. Observa-se que o anel é composto por pelo menos 4 componentes. (fonte: [http://pds-rings.arc.nasa.gov/saturn/vgr2\\_iss/PIA01387.html](http://pds-rings.arc.nasa.gov/saturn/vgr2_iss/PIA01387.html))





**Figura 16. Imagem FDS 44006.49. Mostra o anel F imediatamente antes da Voyager 2 passar pelo plano dos anéis em 26 de agosto de 1981. O anel F parece constituído de um determinado número de “feixes” separados. Além disso, a região interna ao anel F não é totalmente escura, indicando que é preenchida com uma poeira fina. (fonte: [http://pds-rings.arc.nasa.gov/saturn/vgr2\\_iss/c4400649.html](http://pds-rings.arc.nasa.gov/saturn/vgr2_iss/c4400649.html))**

Outras imagens do anel F e dos satélites Prometeu e Pandora só foram obtidas durante o evento da passagem da Terra pelo plano dos anéis de Saturno, em 1995. Muitas características particulares na região do anel F foram detectadas utilizando observações do Telescópio Espacial Hubble (HST). Embora tenha-se inicialmente pensado que as características peculiares do Anel F (tranças, aglomerados, feixes) eram devidas a satélites recém descobertos, hoje acredita-se que estas estruturas são transitórias, tanto no anel F como na sua vizinhança, dentro de uma escala de meses (BOSH;RIVKIN, 1996; NICHOLSON et al.,1996).

É provável que os satélites Pandora e Prometeu (Figura 11) desempenhem um papel significativo no confinamento do anel F e causem algumas das estruturas observadas. As distâncias dos semi-eixos maiores de Prometeu e Pandora ao centro do anel F são de aproximadamente 1326 km e 1024 km, respectivamente (YODER,1995). Considerando que os satélites possuem densidades de  $0,63 \text{ g/cm}^3$  a relação de massas satélite/planeta será de  $3,43 \times 10^{-10}$  e  $5,80 \times 10^{-10}$ , respectivamente (GOLDREICH; RAPPAPORT, 2003a). De posse destes dados é possível concluir que as amplitudes esperadas das ondas produzidas por Prometeu e Pandora sobre o anel F são da ordem de 10 km e 2 km respectivamente (MURRAY; DERMOTT, 1999). Ainda segundo

Murray e Dermott (1999), a amplitude das ondas é função da longitude de conjunção porque tanto o anel quanto os satélites estão em órbitas excêntricas, conforme mostra a Tabela 4.

Satélites / Anel	Excentricidade
Prometeu	0,0024
Pandora	0,0042
Anel F	0,0026

**Tabela 4. Excentricidades de Prometeu, Pandora e do Anel F (Yoder, 1995).**

### 2.3 ESTUDOS INICIAIS - DESVENDANDO O ANEL F

Logo após a divulgação das primeiras imagens das Voyager, diversos trabalhos procuraram explicar as estruturas observadas no anel *F*.

Um dos primeiros a tentar explicar as estruturas do anel *F*, muito provavelmente o primeiro, é Dermott (1981). Ele sugere que Prometeu poderia estar localizado em uma única ressonância de primeira ordem com uma determinada região no interior do anel. Caso esta ressonância efetivamente existisse, seria a responsável pelo confinamento das partículas e pela aparência “trançada” do anel.

Showalter e Burns (1982) estudaram os efeitos de curto-período de satélites pastores sobre anéis estreitos, para o caso mais geral dos corpos estarem se movendo em órbitas excêntricas. Utilizando métodos numéricos, os autores criaram uma metodologia aplicável a anéis estreitos com satélites próximos, característica evidente do anel *F*, ao qual o esquema foi também aplicado. Os resultados mostraram estruturas parecidas com os retorcimentos e aglomerados observados através das imagens das Voyager, para casos em que as distâncias entre as partículas do anel e o satélite variam significativamente devido às excentricidades. Os autores prevêm ainda que defasagens na longitude podem ocorrer nesta região, assim como variações na largura do anel, que pode se tornar mais estreito nos pontos de maiores aproximações com o satélite e mais largo no lado oposto. Finalmente, colocaram que os pastores podem produzir efeitos significantes na excentricidade do anel e que não observaram

tendências de alinhamento entre os apses dos satélites e do anel, pelo menos dentro de um curto período, já que longos períodos não foram analisados.

A seguir, o trabalho de Lissauer e Peale (1986) propõe dois modelos para explicar as estruturas semelhantes a “tranças” que foram observadas no anel *F* a partir de imagens das Voyager. O primeiro modelo trata de um anel estreito, inicialmente uniforme e circular, que se encontra muito próximo a um satélite e pode se “dobrar sobre si mesmo” devido a acelerações gravitacionais originárias de um suposto pequeno satélite (ou pequena lua - “moonlet”) que se encontraria em seu interior. O segundo modelo considera o anel *F* composto por dois feixes, já existentes anteriormente ao evento de passagem do satélite pastor que, após sua passagem, provocaria acelerações gravitacionais diferentes nos feixes, trançando-os, sem a necessidade da presença de uma pequena lua no interior do anel *F*.

Kolvoord, Burns e Showalter (1990), baseados na premissa de que Prometeu e Pandora sejam os responsáveis pelas características observadas no anel *F*, re-analisaram as imagens das Voyager à procura de sinais que confirmassem esta suspeita. Entretanto, são encontradas poucas evidências e, as que são encontradas, referem-se somente a Prometeu. Deste modo, os autores atribuem as características dos anéis a hipotéticas pequenas luas, ainda não descobertas, que devem existir nas proximidades do anel *F* e em seu interior.

Hänninen (1993) propõe uma explicação para a aparência “trançada” do anel *F*, baseado em simulações numéricas que reproduzem a interação entre os satélites pastores Prometeu e Pandora e o anel *F*, contendo hipotéticas pequenas luas em seu interior. São apresentadas as características visuais principais do anel *F*, como ondulações, retorcimentos, aglomerações e entrelaçamentos, com comprimentos de onda característicos de aproximadamente 10.000 km, variando entre 5.000 e 13.000 km. O autor afirma que estes comprimentos de onda são consistentes com aqueles induzidos por satélites pastores, calculados teoricamente como sendo de 7.800 km para Prometeu e 14.300 km para Pandora. Os aglomerados que representam pequenos satélites seriam formados pelos satélites pastores em órbitas excêntricas, que induzem variações no semi-eixo maior das partículas do anel que ele pastoreia. O resultado do efeito descrito acima seria a mudança da frequência orbital das partículas do anel,

formando então os aglomerados. O método utilizado por Hänninen (1993) possui certas dificuldades que não permitem estudar os efeitos de longo período dos pastores sobre o anel e nem o confinamento deste. Hänninen (1993) apresenta comprovações de que a influência de Prometeu sobre o anel F é maior que a de Pandora por estar mais próximo e possuir dimensões superiores, considerando para ambos a mesma densidade de aproximadamente  $1,0\text{g/cm}^3$ . São determinadas as taxas de precessão apsidal relativa entre Pandora e o anel F (10 anos) e Prometeu e o anel F (18 anos), sendo que, nos momentos de maior aproximação a distância entre Prometeu e o anel chega a 100km. Analisando os encontros próximos entre Prometeu e o anel F, o autor conclui que o anel parece mais distorcido em seu apocentro, mesmo que o encontro realize-se nas imediações do pericentro do anel. Finalmente, Hänninen (1993) estabelece que a perturbação de hipotéticas pequenas luas com cerca de 5 km de diâmetro, contidas no interior do anel F, pode criar zonas radialmente vazias com espessuras de aproximadamente 15 km. Deste modo, estas regiões originariam feixes, que seriam criados, desapareceriam e seriam posteriormente recriados, de modo cíclico.

Murray, Gordon e Giuliatti Winter (1997) propõem que as estruturas radiais observadas no anel F com aspecto de “feixes” seriam formadas pela ação localizada de pequenos satélites orbitando o interior desta região. Os autores apresentam imagens da Voyager 1 que mostram que o anel F de Saturno possui 3 “tranças” em determinadas regiões, sendo que as duas mais externas apresentam uma aparência retorcida enquanto a mais interna, menos nítida, parece estar completamente separada das outras duas.

Ao contrário das imagens fornecidas pela Voyager 1, nas imagens da Voyager 2 observa-se a existência de 4 feixes completamente separados no anel F, que podem se estender em longitude por até  $45^\circ$ , aparentando possuir pericentros alinhados e precessão uniforme. Com a ajuda de imagens fornecidas pelo *Hubble Space Telescope* observou-se que muitas das estruturas observadas no anel F aparecem e desaparecem em um período de meses (MURRAY; GORDON; GIULIATTI WINTER, 1997).

Ainda através de imagens das Voyager, observou-se diversas estruturas mais brilhantes presentes no anel F, que podem ser pequenos satélites ou condensações de massa. Há fortes evidências de ligação destas estruturas com o satélite Prometeu. Os autores indicam, por exemplo, o trabalho de Kolvoord, Burns e Showalter (1990) que

sugere a existência de um terceiro satélite a cerca de 1.180 km do anel F. As estruturas observadas através de imagens, nas quais o anel F parece apresentar 4 feixes distintos e separados radialmente (Figura 17) parecem ter suas órbitas mantidas invariáveis por um período de 9 meses (MURRAY; GORDON; GIULIATTI WINTER, 1997).



**Figura 17 – Imagem FDS 44005.10 retirada de Murray, Gordon e Giuliatti Winter (1997), mostrando os 4 feixes que compõem o anel F. A seta representa a direção e o sentido em que encontra-se Saturno.**

Murray, Gordon e Giuliatti Winter (1997) ressaltam que as teorias propostas que procuram explicar a dinâmica do anel F devem tocar em pelo menos dois pontos fundamentais: a) o aspecto trançado de dois dos feixes que compõem o anel em determinadas longitudes e épocas; b) a aparência regular de 4 “tranças” independentes e distintas em determinadas longitudes e épocas.

Murray, Gordon e Giuliatti Winter (1997) utilizam a seguinte nomenclatura para definir os feixes do anel F: em ordem crescente de distância a partir de Saturno, os feixes que compõem o anel foram nomeados como F- $\alpha$ , F- $\beta$ , F- $\gamma$  e F- $\delta$ , respectivamente. O feixe F- $\gamma$  é o mais brilhante na Figura 17 e entre os feixes F- $\beta$  e F- $\gamma$  existe uma separação radial que varia de 22 a 64 km. É importante a consideração dos autores de que os feixes F- $\beta$  e F- $\gamma$  apresentam uma largura média de 50 km que se mantém durante toda sua órbita, e assim sendo, partes dos feixes devem se sobrepor em determinadas longitudes, especialmente a 135°, onde a separação mínima entre as “tranças” ocorre (ver Figura 18). Este fenômeno é explicado por Murray e Dermott (1980), para o qual um pequeno deslocamento no pericentro das órbitas de anéis próximos e alinhados conduz a uma diferença mínima entre suas distâncias em pontos

distantes do pericentro. Assim, a aparência trançada dos feixes do anel seria resultado de uma maior aproximação entre estas duas estruturas.

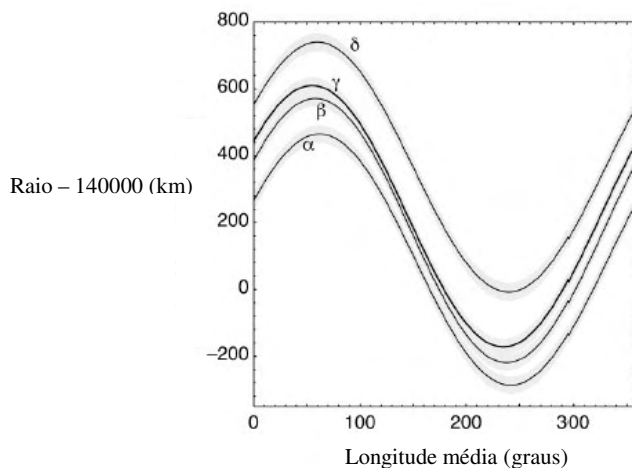


Figura 18 – Ilustração dos feixes que compõem o anel F. Observa-se que entre as longitudes  $120^\circ$  e  $170^\circ$  existe uma grande proximidade entre os feixes F- $\beta$  e F- $\gamma$ . (MURRAY; GORDON; GIULIATTI WINTER, 1997)

Murray, Gordon e Giuliatti Winter (1997) propõem ainda que as diferenças observadas na estrutura do anel *F* entre as imagens das Voyager 1 e 2 são devidas ao ponto de onde as imagens foram obtidas. Assim, uma imagem panorâmica do anel *F* mostraria estruturas entrelaçadas em determinadas longitudes e outras discretamente separadas em outras longitudes.

Entretanto, considerando-se válida a teoria descrita brevemente acima, seria necessário explicar de que maneira estes efeitos perturbativos se desfazem quando a partícula se desloca da longitude  $135^\circ$ , por exemplo, até a longitude  $230^\circ$ , onde a grande aproximação entre os feixes não é mais observada. Ainda mais que, para se mover entre os pontos acima referidos, a partícula gasta aproximadamente 4 horas. Como uma justificativa neste sentido torna-se bastante difícil, é mais provável que as “tranças” tenham sido produzidas por massas localizadas, quando estas passam pela região em que os efeitos perturbativos são mais evidentes devido à maior aproximação dos feixes. Assim, em outros instantes a sobreposição dos feixes não deve apresentar efeitos tão drásticos em suas órbitas (MURRAY; GORDON; GIULIATTI WINTER, 1997).

Um outro ponto controverso é explicar satisfatoriamente de que maneira o alinhamento dos 4 feixes se mantém perante os efeitos de longo período da precessão diferencial.

Ocupando órbitas diferentes, os pericentros dos feixes que compõem o anel F deveriam precessionar a velocidades distintas. Este fenômeno deveria causar, a longo prazo, um desalinhamento dos pericentros. No entanto, isto não é observado.

Murray, Gordon e Giuliatti Winter (1997) explicam que o mecanismo mais provável para satisfazer o questionamento acima é uma forma de auto-gravidade, considerando que a maior parcela da massa deste anel esteja concentrada no feixe F- $\gamma$ , conforme sugerem as imagens que revelam ser este feixe do anel muito mais brilhante que os demais. Os autores desenvolveram um estudo baseado em perturbações seculares, incluindo os efeitos dos dois satélites pastores e considerando que apenas um dos feixes possua massa (ou seja, que sua massa seja grande a ponto de tornar desprezível a massa dos outros feixes). Chegaram à conclusão que, caso este feixe principal possuísse massa maior que  $10^{-9}$  da massa de Saturno, ele seria capaz de forçar uma precessão uniforme dos pericentros. Porém, os autores ressaltam que a teoria clássica de perturbações seculares não é válida no caso em questão devido a particularidades como a intersecção das órbitas. Além do que, um feixe extremamente mais massivo que os demais produziria outros efeitos perturbadores, como por exemplo, excentricidades forçadas nos outros componentes, com os mais próximos apresentando as menores diferenças, o que, enfim, é observado. Não excluindo, todavia, a possibilidade dos efeitos precessionais serem causados por satélites ainda não observados na região interna do anel F, conforme trabalhos de Cuzzi e Burns (1988) e Hänninen (1993), por exemplo.

Sabe-se que ressonâncias podem ser responsáveis por manter estruturas radiais em um sistema de anéis. De acordo com Murray, Gordon e Giuliatti Winter (1997), para o anel F a largura das ressonâncias Lindblad e de co-rotação devido a Prometeu e Pandora são de 13 km. Em toda a extensão do feixe, a largura das ressonâncias devido a Prometeu é comparável à separação entre elas, ocorrendo desta forma uma sobreposição de ressonâncias e conseqüente movimento caótico das partículas do anel nestas regiões. Entretanto, os autores deixam claro que apesar das

fortes evidências das perturbações exercidas pelos satélites conhecidos, Prometeu e Pandora, estes por si só não conseguem explicar as estruturas radiais observadas no anel F, e consideram ainda que, caso o núcleo do anel F possua massa comparável à dos satélites que o pastoreiam, é possível que as sucessivas passagens dos satélites pelo anel causem ruptura do feixe F- $\beta$ . Por outro lado, satélites hipotéticos ainda não observados seriam os responsáveis pela formação do entrelaçamento dos feixes F- $\beta$  e F- $\gamma$ , além de contribuírem para o restabelecimento e confinamento dos feixes.

Murray, Gordon e Giuliatti Winter (1997) acreditam que cada falha presente entre dois feixes é o resultado de perturbações localizadas sobre o material que constitui o anel por um satélite que orbita no interior desta fenda. Os autores baseiam-se em dados de Hänninen (1993), para calcular que as 3 falhas existentes entre os 4 feixes do anel, que possuem respectivamente 33, 22 e 37 km no sentido de F- $\alpha$  para F- $\delta$ , podem ser causadas por satélites que se encontram no interior destas fendas. Para que isto ocorra, tais satélites devem ter raios de 5, 4 e 6 km, respectivamente, assumindo uma densidade de  $1,2 \text{ g.cm}^{-3}$ . Para o caso de uma densidade 50% inferior, como a utilizada no trabalho de Goldreich e Rappaport (2003a), os raios devem ser aumentados em aproximadamente 1 km.

De acordo com Murray, Gordon e Giuliatti Winter (1997), os hipotéticos satélites ainda não identificados através de imagens ajudariam a prevenir o espalhamento das “tranças” estreitas através de mecanismos de pastoreio, além de contribuírem para a precessão de cada um destes feixes. A probabilidade da presença de satélites pequenos, de acordo com os autores, é acentuada quando consideramos que estes possam ser os responsáveis pela criação e manutenção da existência de cada falha entre os feixes. Juntando a este mecanismo a provável existência de pequenos satélites imersos em cada feixe, uma massa significativa do núcleo do feixe F- $\gamma$  e os efeitos da entrada de Prometeu no anel a cada 19 anos, obtemos um enigma complexo, para o qual não existe resposta analítica satisfatória visto as inúmeras incógnitas mal definidas que teriam que ser trabalhadas à base de aproximações. Ficou, de qualquer maneira, demonstrada a consistência entre um modelo de anel com 4 feixes, excentricidades próximas, pericentros alinhados e as imagens advindas das Voyager.



Giuliatti Winter, Murray e Gordon (2000) realizaram a aplicação do trabalho de Showalter e Burns (1982), no qual através de estudos dos efeitos de curto período de um satélite sobre um anel estreito, foi criado um modelo que descreve as perturbações sofridas pelo anel durante as aproximações do satélite. Este modelo foi aplicado ao anel F e aos satélites Prometeu e Pandora, dividindo-se na análise o anel F em 4 “tranças” de 20 km de largura cada. Observou-se que Prometeu, por ser mais massivo e estar mais próximo do anel F do que Pandora, provoca maiores variações nos parâmetros orbitais do anel. Constatou-se ainda que, devido ao fato de tanto o anel F quanto os satélites estarem em órbitas excêntricas, as variações de distância entre estes corpos fracionam o anel em diversos aglomerados.

Muitos objetos foram visualizados na região entre Prometeu e o anel F durante a passagem da Terra pelo plano dos anéis, conforme relatou Nicholson et al. (1996). Dentre estes objetos existem 3 principais, sendo que um deles orbitava o anel F à mesma distância em que se encontra Prometeu e, muito provavelmente, são “restos” de aglomerados que teriam escapado do anel (Nicholson et al., 1996). Outros 4 objetos foram observados por Poulet et al (2000) na mesma ocasião do evento acima citado.

Showalter et al. (1998b), sugere que os aglomerados observados no anel F possuem características que indicam um tempo de existência bem curto, de aproximadamente 15 dias. Ele também indica, analisando as taxas de dispersão destes aglomerados e chegando à velocidade das partículas, que estas não podem ter surgido de colisões entre as partículas do anel, mas sim, provavelmente, de colisões com meteoritos que estariam caindo em direção a Saturno.

Lissauer e Peale (1986) explicam a presença de “tranças” no anel F através de dois modelos: um deles demonstrando a provável existência de um satélite “mergulhado” nas partículas do anel e um segundo demonstrando um único satélite perturbando o anel, que já estaria dividido em faixas. As torções e ondas geradas no anel aconteceriam durante as maiores aproximações dos satélites.

Os encontros próximos entre os satélites e o anel, segundo Borderies et al. (1983), ocorrem devido à precessão das órbitas, causada principalmente pelo achatamento de Saturno. Giuliatti Winter, Murray e Gordon (2000) colocam que, para Prometeu e o anel F estes encontros ocorrem a cada 19 anos, aproximadamente,

ocasião em que, de acordo com Showalter e Burns (1982), o efeito que o satélite produz nas partículas do anel é maior.

Giuliatti Winter, Murray e Gordon (2000) estudaram o comportamento das partículas dos feixes do anel durante os encontros próximos com Prometeu. A análise foi realizada sobre esta estrutura de feixes devido às evidências, já citadas anteriormente, da presença de satélites ainda não observados no interior do anel  $F$ , que seriam justamente os responsáveis pela formação de tais “tranças”. Os autores analisaram diferentes distâncias de aproximação entre o satélite e o anel e discutiram a região entre o anel  $F$  e Prometeu, bem como o destino de partículas espalhadas na direção do planeta originárias de perturbações causadas por Prometeu nas grandes aproximações. A Tabela 5, extraída do trabalho de Murray, Gordon e Giuliatti Winter (1997), lista alguns dos elementos orbitais para cada uma das “tranças” do anel  $F$ , chamadas  $F-\alpha$ ,  $F-\beta$ ,  $F-\gamma$  e  $F-\delta$ .

Parâmetro	$F-\alpha$	$F-\beta$	$F-\gamma$	$F-\delta$
a (km)	140.089	140.176	140.219	140.336
e ( $10^{-3}$ )	2,68	2,82	2,79	2,66
$\varpi$ (°)	242	238	235	240
W (km)	$53 \pm 5$	$48 \pm 5$	$50 \pm 5$	$55 \pm 5$

**Tabela 5 – Elementos orbitais das 4 tranças do anel  $F$  ( $F-\alpha$ ,  $F-\beta$ ,  $F-\gamma$  e  $F-\delta$ ), sendo a: semi-eixo maior, e: excentricidade,  $\varpi$ : longitude do pericentro e W: largura radial de cada feixe.**

Giuliatti Winter, Murray e Gordon (2000) observam que, comparando a largura aproximada das faixas do anel  $F$ , de aproximadamente 45 km, com o maior raio de Prometeu, de 70 km, nos períodos de maiores aproximações o satélite penetra no interior do feixe uma vez a cada período orbital. Foi, portanto, simulado o efeito da perturbação de Prometeu sobre as partículas do anel nos momentos de maiores aproximações. As simulações realizadas pelos autores focaram o momento em que as partículas do anel estão bem próximas a Prometeu, já que durante a maior parte do tempo tais partículas seguem órbitas não perturbadas diretamente por este satélite. A

posição radial das partículas ficou limitada à largura do anel e à posição azimutal a  $\pm 2^\circ$  para cada lado de Prometeu, sempre na configuração de maior aproximação.

Foi considerado então, no trabalho realizado por Giuliatti Winter, Murray e Gordon (2000), que no desenvolvimento das simulações existe uma caixa retangular cujas dimensões são a largura do anel e a longitude azimutal de  $4^\circ$ . No decorrer da simulação, quando uma partícula deixa os limites desta caixa ela estaria deixando de sofrer a perturbação de Prometeu, então uma nova partícula é imediatamente adicionada a estes limites para preservar constante o número total de partículas perturbadas na integração. Segundo os autores, durante 1 período orbital, que foi a escala de tempo utilizada na integração para demonstrar o efeito que Prometeu causa no interior do anel, a precessão das órbitas pode ser desprezada. Também não foram incluídas colisões durante as simulações. Nos resultados apresentados, das 4 faixas utilizadas para representar o anel, após 1 período orbital de Prometeu 3 delas são rompidas e a outra apresenta a formação de ondas sem no entanto haver rompimento. As faixas que são rompidas restauram-se em aproximadamente 1 período orbital de Prometeu.

Diferentemente do trabalho de Showalter e Burns (1982), onde é mostrado que o satélite interno produz a formação de ondas no anel enquanto o satélite externo produz falhas, o trabalho de Giuliatti Winter, Murray e Gordon (2000) mostra que tanto as falhas como as ondas são produzidas pelo satélite interno, Prometeu. A formação de ondas ou de falhas é, enfim, função da distância entre o satélite e o anel. Quanto mais próximo estiverem, maior é a probabilidade de formação de falhas. Tais falhas não são originadas unicamente por partículas que colidiram com o satélite, mas principalmente por partículas que têm sua excentricidade bastante alterada após a grande aproximação com Prometeu.

Como uma forma de complemento a um outro trabalho dos mesmos autores (MURRAY; GORDON; GIULIATTI WINTER, 1997) é mostrado que a sobreposição de faixas que compõem o anel é originada pela precessão diferencial de cada uma das faixas, pela formação de ondas e pelas partículas dispersadas após sofrerem perturbação de Prometeu. Caso as faixas que compõem o anel sejam realmente formadas por partículas de diferentes tamanhos, conforme propuseram

Showalter et al. (1992), a sobreposição destas “tranças” devido aos efeitos acima citados, provocaria uma mistura de tipos de partículas nestas faixas (GIULIATTI WINTER; MURRAY; GORDON, 2000).

Das partículas perturbadas por Prometeu nos períodos de maior aproximação com o anel F, aquelas que são espalhadas na direção de Saturno assumem órbitas considerando um problema de dois corpos Saturno-partícula (GIULIATTI WINTER; MURRAY; GORDON, 2000).

Os resultados de Giuliatti Winter, Murray e Gordon (2000) mostram que os encontros próximos de Prometeu com o anel F podem produzir falhas nas 3 “tranças” mais internas, sendo estas falhas formadas principalmente por partículas que se espalham devido à perturbação provocada por Prometeu e em segundo lugar por partículas que colidem diretamente com o satélite. O feixe mais externo, que se encontra mais distante de Prometeu, não apresentou falhas devido à interação com o satélite, mas apenas a formação de ondas não-senoidais de diversos comprimentos de onda. Foi mostrado que as falhas se recompõem após 1 período orbital de Prometeu e as partículas espalhadas recuperam o mesmo valor de semi-eixo maior. As partículas espalhadas que caem em direção ao planeta não possuem energia suficiente para serem aprisionadas em uma órbita ferradura com Prometeu. Os autores não incluíram colisões entre as partículas em suas simulações, assim como variações seculares na excentricidade do anel devido a Prometeu. Finalmente, seus resultados apontam uma probabilidade de as partículas espalhadas aumentarem a população de pequenos corpos na região entre Prometeu e o anel F, conforme apontam evidências dos trabalhos de Cuzzi and Burns (1988), Kolvoord, Burns e Showalter (2000), Nicholson et al. (1996), Bosh e Rivkin (1996) e Poulet et al. (2000).

## 2.4 DEFASAGENS EM PROMETEU E PANDORA

### 2.4.1 Prometeu

Em 1995 e 1996, a Terra e o Sol passaram pelo plano dos anéis de Saturno. A Terra por 3 vezes, nas datas de 22 de maio de 1995, 10 de agosto de 1995

e 11 de fevereiro de 1996, e o Sol uma única vez, em 19 de novembro de 1995. Com exceção do evento de 1996, todos os outros foram visíveis a partir do Hubble Space Telescope. Durante este acontecimento, os anéis de Saturno pareceram bastante finos e escuros, devido à diminuição da reflexão da luz solar. Esta situação possibilita, dentre outras, a visualização de pequenos satélites que não seriam avistados em condições habituais.

Um dos mais surpreendentes resultados observados no evento de passagem pelo plano dos anéis em 1995, doravante denominado RPXs (do inglês, *ring-plane crossings*), foi a constatação de que Prometeu estava cerca de 19° defasado em relação à sua posição prevista, baseando-se nas efemérides derivadas das observações das Voyager 1 e 2. Observações subsequentes em 1996, 1997 e 1998 mostraram que esta defasagem está aumentando em cerca de 0,6 %/ano (FRENCH et al., 1998).

A Tabela 6 fornece os valores obtidos para a defasagem de Prometeu em cada uma destas épocas, segundo vários autores, bem como um resultado considerando as três observações (McGhee et al., 2001).

PROMETEU				
DEFASAGENS ( ° )				
Data	Bosh e Rivkin (1996)	Nicholson et al. (1996)	McGhee et al. (2001)	French et al. (2003)
Maio	-19,7		-19,13	
Agosto		-18,74	-18,80	-20,28
Novembro		-18,82	-18,83	
Todas			-18,88	

**Tabela 6 – Defasagem da longitude média de Prometeu em 3 datas de observação do HST e resumo de todas elas (McGHEE et al., 2001).**

## 2.4.2 Pandora

Inicialmente nenhuma defasagem foi detectada para Pandora porque, na época da RPXs, sua longitude média estava a menos de 1° de sua longitude prevista, valor bem abaixo do erro esperado para este caso, que era de  $\pm 3^\circ$  (FRENCH et al., 1998; McGHEE et al, 2001).

A Tabela 7 apresenta as defasagens inicialmente observadas para Pandora durante os três períodos de observações do HST em 1995.

PANDORA	
Data	Defasagem ( ° )
Mai	0,75
Agosto	- 0,20
Novembro	-1,10

**Tabela 7 – Defasagem da longitude média de Pandora em 3 datas de observação do HST (McGHEE et al., 2001).**

Entretanto, quando McGhee et al. (2001) combinaram as 3 observações da RPXs, a fim de determinar uma única solução orbital para Pandora, observaram que o valor de seu movimento médio desviava do valor determinado pelas efemérides das Voyager em cerca de 4,05%/ano. Intrigados com este resultado, os autores determinaram 3 órbitas para o satélite, cada uma delas baseada em uma das datas de observação. A órbita determinada para Maio mostrava Pandora um pouco à frente de sua posição esperada, a de Agosto colocava o satélite praticamente em sua posição prevista e a órbita determinada para os dados de Novembro mostrava o satélite sensivelmente atrás de sua posição esperada. Estas diferenças, somadas, resultam em uma defasagem de longitude média de  $-1,85^\circ$  entre Maio e Novembro de 1995. Esta defasagem indica uma variação constante durante este período absolutamente consistente com o movimento médio obtido na primeira determinação de órbita, que contemplava juntamente os 3 grupos de dados, relativos a cada data.

Para French et al. (2003), a aparente consistência entre as medições de Agosto de 1995 e as previsões baseadas nas efemérides das Voyager foi uma fortuita coincidência. Inspirados pelos resultados de McGhee et al. (2001), os autores passaram a observar Prometeu e Pandora com maior acuidade e logo detectaram que, em relação às efemérides das Voyager, a longitude média de Pandora apresenta uma componente oscilatória com um período de aproximadamente 585 dias. Os autores imediatamente associaram este efeito sofrido por Pandora a uma já prevista, porém ignorada, proximidade da ressonância de co-rotação 3:2 com Mimas (SYNNOTT et

al., 1981; LISSAUER; CUZZI, 1982; BORDERIES et al., 1984). Este efeito de ressonância não foi levado em consideração na determinação das efemérides de Pandora baseadas nas imagens das Voyager até o ano de 2001 (FRENCH et al., 2003).

Evans (2001) analisou novamente todo o conjunto de imagens das Voyager e determinou novos elementos orbitais para o satélite, desta vez levando em consideração a libração em longitude associada com a ressonância citada no parágrafo anterior. O autor determinou dois conjuntos de “novos” elementos orbitais: o primeiro considerando um valor **teórico fixo** da fase de libração devido à ressonância de co-rotação 3:2 com Mimas e o segundo considerando um valor **variável**. Estas novas órbitas resultaram em uma revisão de  $-1,72^\circ/\text{ano}$  e  $-1,32^\circ/\text{ano}$ , respectivamente, no movimento médio estabelecido inicialmente para Pandora, já que o efeito ressonante havia sido ignorado na determinação orbital realizada por Synnott et al. (1983) e Jacobson (comunicação privativa apud EVANS, 2001; GOLDREICH; RAPPAPORT, 2003a, 2003b).

French et al. (2003) adotam, em seu trabalho, o valor teórico fixo (primeiro caso discutido por Evans, 2001) para a fase de libração. Estes novos elementos orbitais são então utilizados para estabelecer, durante a RPXs, as posições previstas para o satélite desde o encontro com as Voyager em 1980 e 1981. Baseando-se agora nas observações da RPXs Pandora passa, então, a apresentar uma defasagem de aproximadamente  $-22^\circ$ .

Reconsiderado o efeito discutido acima e recalculadas as defasagens para Pandora, incluindo novas observações entre 1994 e 2002, são obtidos os seguintes valores para as defasagens dos dois satélites (FRENCH et al., 2003).

<b>DEFASAGENS em <math>\lambda</math> (°)</b>		
<b>Data</b>	Prometeu	Pandora
<b>Novembro / 1994</b>	$-19,82 \pm 0,27$	$23,93 \pm 0,20$
<b>Novembro / 1995</b>	$-20,40 \pm 0,08$	$23,00 \pm 0,09$
<b>Outubro / 1997</b>	$-21,82 \pm 0,06$	$23,82 \pm 0,08$
<b>Outubro / 1998</b>	$-22,51 \pm 0,05$	$25,11 \pm 0,19$
<b>Novembro / 1999</b>	$-23,18 \pm 0,11$	$25,79 \pm 0,22$
<b>Setembro / 2001</b>	$-25,39 \pm 0,13$	$27,70 \pm 0,09$
<b>Janeiro / 2002</b>	$-25,91 \pm 0,16$	$27,51 \pm 0,12$

**Tabela 8 – Valores de defasagem para Prometeu e Pandora entre 1994 e 2002 considerando dados de Evans (2001).**

Deve ficar claro neste ponto, para futuro entendimento do trabalho, que a defasagem de Prometeu foi **observada** diretamente e que, a de Pandora, **só passa a existir** quando são utilizados os elementos orbitais determinados por Evans (2001) que leva em consideração os efeitos da ressonância de co-rotação.

## 2.5 JUSTIFICATIVAS PARA AS DEFASAGENS

Showalter, Dones e Lissauer (1999a) apresentaram duas possíveis causas para a defasagem de longitude observada em Prometeu. Em primeiro lugar, quando Prometeu passa bem próximo ao anel, sua influência gravitacional cria aglomerados que, se persistirem até a próxima passagem do satélite, podem interagir gravitacionalmente com Prometeu, sendo então arremessados para outras órbitas, 1 km acima ou abaixo da órbita original. Devido à conservação de energia, Prometeu é obrigado a recuar ligeiramente. Uma segunda explicação é baseada na provável existência de 100 a 1000 objetos com raios de até 5 km, ainda não identificados, que contêm a mesma massa do anel. A perturbação gravitacional destes corpos sobre Prometeu pode introduzir componentes que tornam seu movimento aleatório.

Showalter et al. (1999b) estabelecem que durante a passagem de Prometeu pelo anel *F*, a perturbação gravitacional que o satélite exerce gera aglomerados com curto tempo de vida. Porém, se tais aglomerados ainda existirem após a próxima passagem do satélite, que acontece cerca de 69 dias após a primeira, sua perturbação gravitacional pode arremessar este aglomerado para órbitas diferentes, o que faz com que Prometeu recue ligeiramente. Existe ainda a probabilidade de que, nas imediações da região Pandora – Anel *F* – Prometeu, existam objetos ainda não vistos com raios entre 1 e 5 km que, interagindo gravitacionalmente com Prometeu, introduziriam componentes desconhecidas em seu movimento. Os autores ainda especulam uma outra possível causa para a defasagem de Prometeu, relacionada ao antialinhamento dos pericentros do satélite e do anel *F*, durante o qual as distâncias ficam mínimas e o satélite passa a sentir com maior intensidade um torque do anel que faz com que seu movimento médio seja reduzido. Após o antialinhamento o



movimento médio do satélite retorna ao seu valor inicial, porém com defasagem em sua longitude.

Simulações numéricas realizadas por Showalter et al. (1999b) mostram que o anel sofre alterações sistemáticas no valor de seu semi-eixo maior que podem induzir um recuo na órbita de Prometeu.

Poulet e Sicardy (2001) realizaram um estudo da evolução dinâmica do sistema Prometeu – Anel F – Pandora considerando os efeitos da evolução devido à maré e as diversas ressonâncias existentes nesta região. Os autores realizaram comentários a respeito da proximidade de Pandora com a ressonância 3:2 com Mimas, mecanismo que pode amortizar a evolução orbital do primeiro. Um segundo mecanismo discutido que poderia frear a evolução orbital de Prometeu e Pandora é a captura ressonante.

French et al. (2003) apresentaram um resultado importante. A observação de que os movimentos médios dos satélites foram alterados por quantidades aproximadamente iguais e com sinais opostos entre dezembro de 2000 e setembro de 2001. Aliado a isto, as suas variações orbitais de longo período, que ocorreram entre 1980 e 2002, e as suas inesperadas variações de curto período observadas nas imagens do *HST*, fazem crescer a probabilidade de que haja uma causa comum para que Prometeu e Pandora apresentem tais comportamentos. Está bem claro para os autores que o sistema Prometeu-Pandora sofre evoluções orbitais significativas dentro de uma escala de tempo de poucos meses.

Uma das possibilidades levantadas para explicar a defasagem da longitude média de Prometeu seria a presença de um satélite co-orbital que não houvesse sido detectado. Entretanto, não foi encontrado nenhum modelo neste sentido que explicasse adequadamente as observações realizadas. Além disso, a descoberta de que a órbita de Pandora está avançando de maneira semelhante, exigiria que também este possuísse sua própria lua co-orbital (FRENCH *et al.*, 2003).

French *et al.* (2003) determinaram os períodos de antialinhamento dos ápices das órbitas de Prometeu e do anel F e, comparando os resultados com os instantes de alteração brusca no movimento médio deste satélite, concluíram que tais mudanças não podem ser creditadas a uma interação entre estas duas entidades.

Entretanto, caso o anel F seja massivo, este poderia produzir variações seculares detectáveis nas órbitas dos satélites Prometeu e Pandora.

A sugestão de Showalter *et al.* (1999a, 1999b), de que as grandes aproximações entre Prometeu e o anel F provocariam o surgimento de aglomerações de matéria que após algum tempo iriam produzir efeitos sobre o próprio satélite é desacreditada por French *et al.* (2003) pelo fato que, entre 1994 e 2000 o comportamento de Prometeu não apresenta pequenos desvios aleatórios, como tal sugestão exigiria; pelo contrário, parecem existir dois momentos bem definidos de mudança orbital: um (ao menos) que provocou a defasagem observada da época da *Voyager* até o evento de 1995 e o segundo que produziu o movimento médio observado e mantido entre 1994 e 2000.

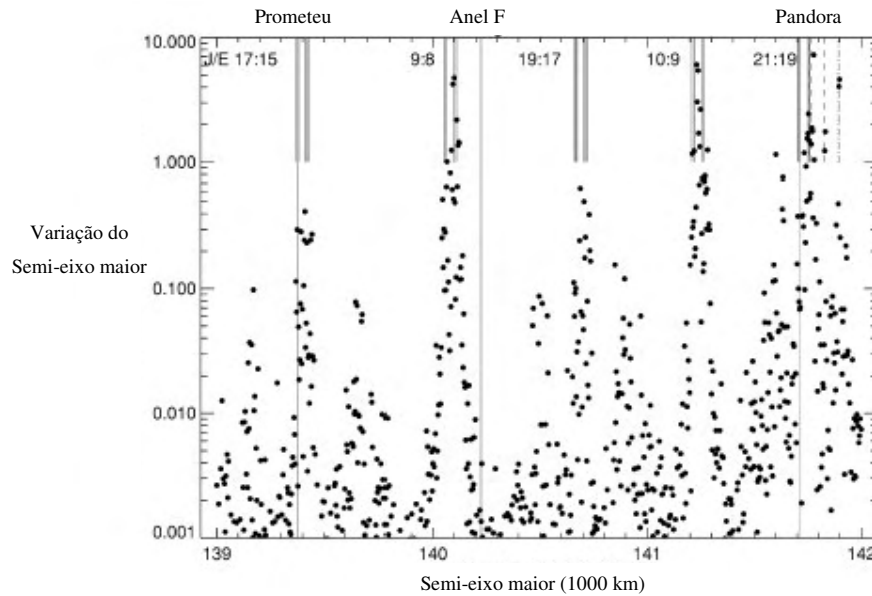
Cuzzi e Burns (1988), lançaram uma hipótese a respeito da existência de um cinturão de pequenos satélites nas proximidades do anel F. A esta teoria, Barbara e Esposito (2002) aplicaram um modelo para considerar a formação de aglomerados no anel que explicariam, segundo sua influência gravitacional, o deslocamento de Prometeu. Esposito (2002) criou um outro modelo para considerar também a influência de Pandora, considerando, entretanto, um cinturão de pequenos satélites não observáveis até o momento (com raios menores do que 10 km). Tal modelo só poderá ser comprovado quando novas imagens obtidas pela sonda Cassini forem avaliadas (French *et al.* 2003).

A análise dos resultados apresentados por French *et al.* (2003) deixa clara a hipótese de que os dois satélites estejam trocando energia e momento angular, ressaltando ainda as datas em que as trocas mais bruscas ocorreram. Porém, os autores consideram a possibilidade que tal fato seja apenas uma coincidência dentro do período relativamente pequeno de observações realizadas.

Ainda segundo French *et al.* (2003), tal troca de energia orbital ocorreria se os satélites se encontrassem em uma ressonância de primeira ordem, sendo que a mais próxima delas é uma ressonância 39:40 que está cerca de 17 km interior à órbita de Prometeu.

Uma simulação com 1000 partículas, por 30 anos, realizada por French *et al.* (2003) na região que abrange Prometeu, Pandora e o anel F constatou a presença

de diversas ressonâncias (ressonância de co-rotação 3:2 e ressonância interior Lindblad 3:2 com Mimas, ressonâncias 17:15, 9:8, 19:17, 10:9 e 21:19 de Janus-Epimetheus e ressonância de co-rotação 3:1 com Tethys). Estas ressonâncias demonstraram a complexidade dinâmica que envolve os arredores de Pandora. A Figura 19 ilustra estes resultados.



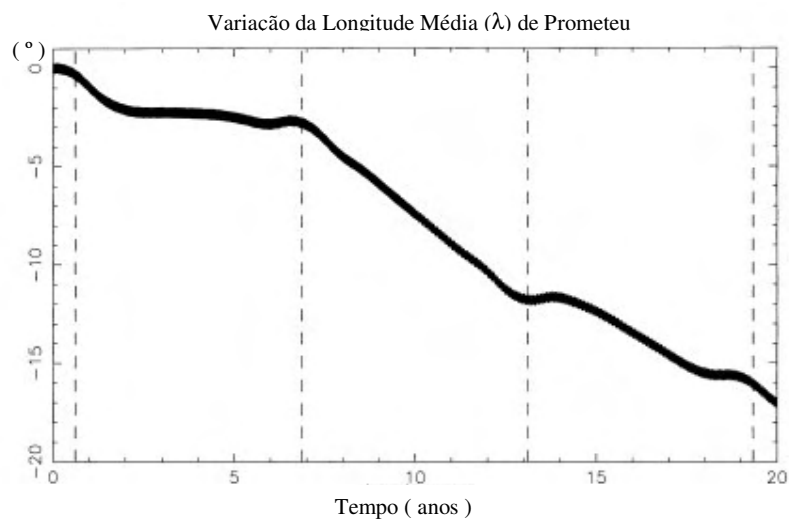
**Figura 19 - Ilustração retirada de French et al. (2003) que mostra o resultado de uma simulação com 1000 partículas por um período de 30 anos, além das principais ressonâncias presentes na região do sistema Prometeu – Anel F – Pandora.**

O trabalho de Goldreich e Rappaport (2003a) é um dos trabalhos mais importantes e esclarecedores realizados sobre o sistema Prometeu – Anel F – Pandora, pois concentra-se principalmente na interação entre os dois satélites. São apresentados os resultados mais elucidativos do comportamento anômalo dos “pastores”.

É preciso ressaltar que o termo “pastores”, algumas vezes utilizado para os satélites Prometeu e Pandora, é trazido entre aspas porque estes satélites não realizam o verdadeiro mecanismo de pastoreio, tal como foi apresentado por Goldreich e Tremaine (1979). Para que estes satélites fossem considerados pastores verdadeiros, eles deveriam exercer torques de mesma magnitude e de sentidos contrários sobre o Anel F. Este mecanismo, por si só, é capaz de confinar um anel estreito entre dois satélites. No entanto, não é o que ocorre em nosso sistema.

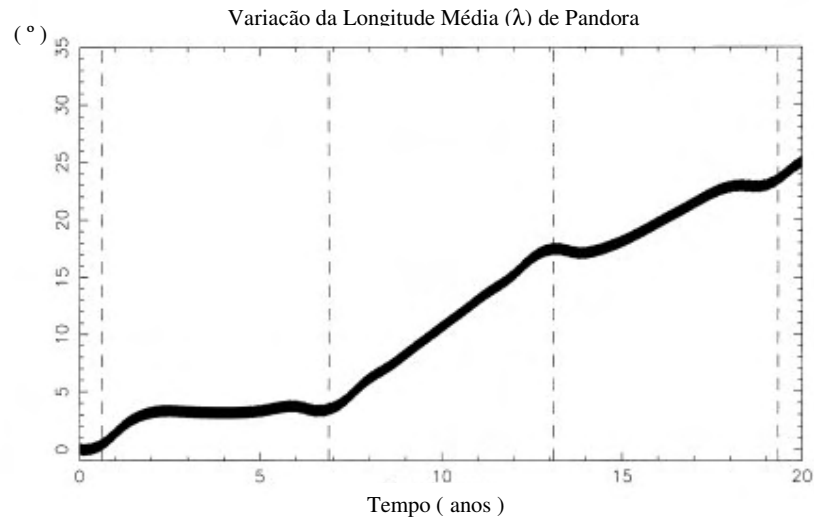
Goldreich e Rappaport (2003a), doravante denominados *GR03a*, mostram que as discrepâncias observadas nos valores da longitude média de Prometeu ocorrem principalmente devido à interação gravitacional entre os dois satélites. Os autores focaram seus estudos nesta hipótese após observarem que as discrepâncias de longitude entre Prometeu e Pandora possuem magnitudes comparáveis e sinais opostos (FRENCH *et al.* 2003). Isto sugere, de acordo com os mesmos, que os satélites estão trocando momento angular e energia e que suas órbitas são caóticas.

Em *GR03a* realizou-se integração numérica das órbitas de Prometeu e Pandora com o algoritmo de Bulirsch e Stoer (1980) considerando o movimento destes satélites contido no plano equatorial de Saturno. O expoente de Lyapunov encontrado, nestas condições, para o sistema Prometeu-Pandora é da ordem de 0,3/ano para massas dos satélites baseadas na densidade de  $0,63\text{g/cm}^3$ . Foi mostrado ainda que as interações entre os dois satélites são mais fortes quando as órbitas realizam sua maior aproximação. Tal aproximação acontece em intervalos de aproximadamente 6,2 anos, quando seus ápices estão antialinhados.



**Figura 20 - Longitude de Prometeu a partir de integrações numéricas como função do tempo. Uma constante baseada no movimento médio inicial é subtraída da longitude. As unidades são anos e graus. As linhas pontilhadas indicam os instantes de antialinhamento dos periapses. (GOLDREICH; RAPPAPORT, 2003a).**

As Figuras 20 e 21 mostram de maneira evidente, com linhas tracejadas, os momentos em que as mudanças abruptas nos movimentos médios dos satélites acontecem e reproduzem qualitativamente a defasagem observada para Prometeu.



**Figura 21 - “Longitude de Pandora a partir de integrações numéricas como função do tempo. Uma constante baseada no movimento médio inicial é subtraída da longitude. As unidades são anos e graus. As linhas pontilhadas indicam os instantes de antialinhamento dos periapses.” (GOLDREICH; RAPPAPORT, 2003a).**

A variação da excentricidade com o tempo é outra indicação da presença de caos neste sistema. Existem dois tipos distintos de variação desta grandeza: a) pequenos saltos que ocorrem em conjunções separadas por aproximadamente 24,8 dias; b) grandes saltos que ocorrem quando os ápices dos satélites estão anti-alinhados. As variações quase-periódicas da excentricidade estão associadas com o período de precessão apsidal de 6,2 anos. Elas surgem das perturbações seculares que promovem a troca de momento angular. Embora as variações seculares sejam um tanto maior que os saltos, elas são pequenas se comparadas à excentricidade média. Seu tamanho reduzido é uma consequência do domínio do potencial gravitacional de achatamento de Saturno que produz a precessão; assim, os termos seculares no potencial de interação entre os satélites contribuem apenas com uma pequena parcela da taxa de precessão (GOLDREICH; RAPPAPORT, 2003a).

Em um trabalho posterior, Goldreich e Rappaport (2003b), doravante denominado *GR03b*, determinam as origens do caos para o sistema Prometeu – Pandora.

Em *GR03b*, fica demonstrado que a caoticidade existente entre Prometeu e Pandora acontece devido a interações associadas a uma ressonância 121:118 de movimento médio. A precessão diferencial dos apses dos satélites divide esta ressonância em 4 partes. A amplitude de libração de cada uma das componentes se sobrepõe, originando o caos.

Em ambos os trabalhos Goldreich e Rappaport (2003a, 2003b) desprezam as interações de Prometeu e Pandora com outros satélites. De acordo com os autores, em *GR03b*, os satélites mais importantes a serem considerados na interação com Prometeu e Pandora são Mimas e Titan, este último pelas perturbações seculares que promove nas órbitas de Prometeu e Pandora, que são, no entanto, bem menores que aquelas causadas pelo achatamento de Saturno. Quanto a Mimas e sua quase ressonância com Pandora, os autores duvidam que interações entre estes satélites possam afetar quaisquer resultados das investigações por eles realizadas.

Cooper e Murray (2004) realizaram um estudo do sistema Prometeu – Pandora incluindo interações com os 8 maiores satélites de Saturno, além de Janus e Epimetheus, a fim de descobrir se os efeitos de interação mútua mostrados por *GR03a* sobrevivem.

Comparando os resultados de duas de suas integrações, Cooper e Murray (2004), demonstram que o formato da curva que representa a defasagem dos satélites e conseqüentemente os valores de defasagem pelos quais ela passa, são claramente dependentes da época inicial. Os autores acreditam que trata-se simplesmente de uma manifestação do caos, devido a sensibilidade às condições iniciais. Entretanto, é mostrado que as demais características qualitativas dos movimentos de Prometeu e Pandora se mantêm, como por exemplo a anticorrelação na variação temporal das longitudes médias.

As Figuras 22 e 23, retiradas de Cooper e Murray (2004), ilustram as diferenças observadas devido à variação da época inicial.

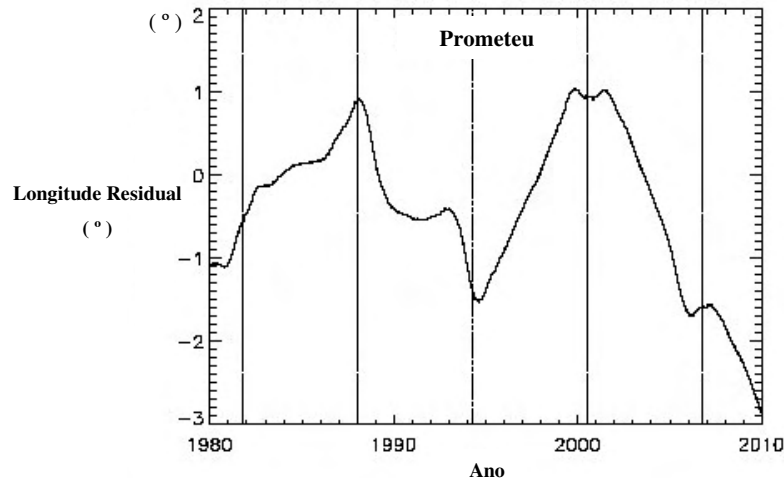


Figura 22 – Curva de defasagem da longitude média para Prometeu. Época inicial de integração: 1 de janeiro de 1998. As linhas verticais representam os antialinhamentos apsidais. Retirada de Cooper e Murray (2004).

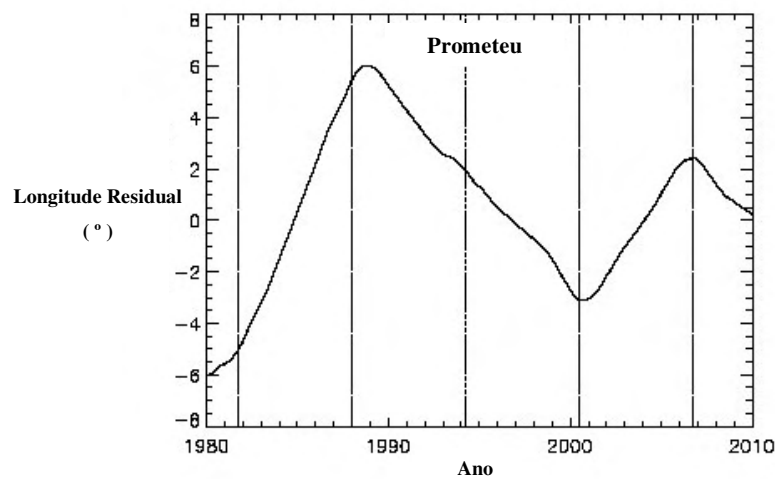
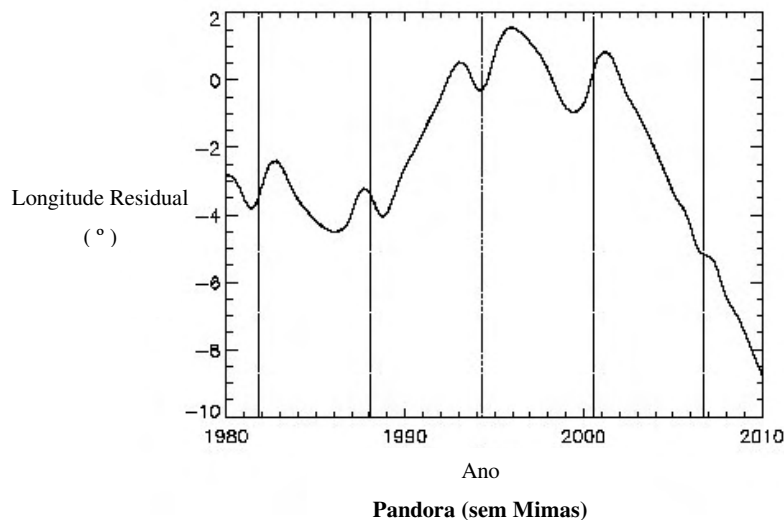


Figura 23 – Curva de defasagem da longitude média para Prometeu. Época inicial de integração: 1 de janeiro de 2004. As linhas verticais representam os antialinhamentos apsidais. Retirada de Cooper e Murray (2004).

Em ambos os casos representados pelas Figuras 22 e 23, a época inicial representa o ponto a partir do qual se realizou uma integração nos dois sentidos de evolução temporal, ou seja, “para frente” (tempo crescente) e “para trás” (tempo decrescente).

Em um estudo da influência de Mimas e das ressonâncias de co-rotação e interna de Lindblad, Cooper e Murray (2004) mostram seus efeitos sobre Pandora. Demonstraram que ocorrem algumas mudanças na curva que representa a defasagem de longitude média de Pandora quando Mimas é retirado. São mostrados também os

efeitos sobre Prometeu. A Figura 24 mostra as alterações sobre a defasagem de Prometeu, em relação à Figura 23, quando Mimas é retirado da integração.



**Figura 24 – Defasagem de longitude para Pandora a partir de uma simulação que exclui Mimas. A época de início da integração é 1 de janeiro de 1998. Resultados equivalentes incluindo Mimas são demonstrados na Figura 23. As linhas verticais representam os antialinhamentos dos apses.**

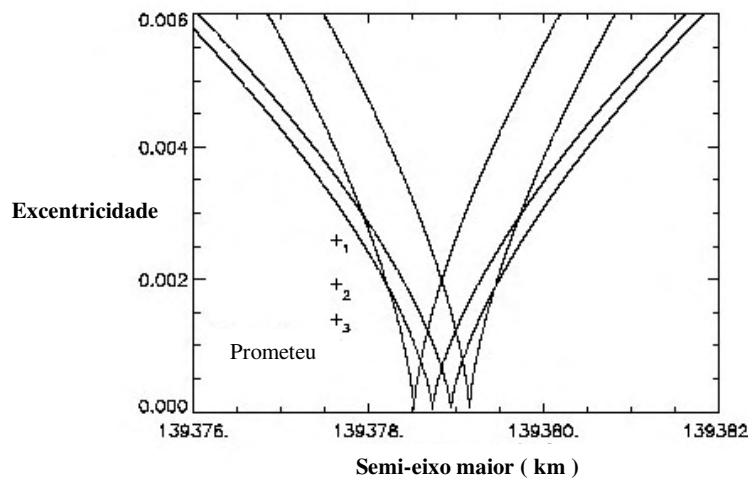
Assim como em GR03a e GR03b, Cooper e Murray (2004) subtraem da longitude média dos satélites, a cada instante, um valor constante a fim de mostrar a defasagem da longitude em relação ao movimento kepleriano simples. A natureza desta taxa constante será explicada no capítulo seguinte.

Cooper e Murray (2004) identificaram duas ressonâncias em excentricidade, de segunda ordem, 17:15 e 21:19, devido a Epimetheus, próximas das órbitas de Prometeu e Pandora, respectivamente. Devido ao fato de Epimetheus encontrar-se em uma órbita ferradura, a passagem deste satélite de um ramo para o outro da ferradura a cada 4 anos faz com que as ressonâncias se desloquem de dentro para fora em relação aos semi-eixos maiores de Prometeu e Pandora, e vice-versa 4 anos depois. Os autores não identificaram sobreposição de ressonâncias e não perceberam nas integrações alguma característica dinamicamente significativa durante os períodos de rápido deslocamento das ressonâncias. Porém, o papel de Epimetheus e de seu co-orbital Janus sobre as órbitas de Prometeu e Pandora ainda é muito confuso, visto que os resultados mudam quantitativamente quando os satélites são retirados da



integração. Pode, entretanto, ser um simples efeito do caos devido a uma sensibilidade nas condições iniciais (o estado do sistema como um todo muda quando os dois satélites são removidos, apesar das condições iniciais de Prometeu e Pandora manterem-se constantes) (COOPER; MURRAY, 2004).

Cooper e Murray (2004) realizaram uma importante análise a respeito da sobreposição das quatro componentes da ressonância 121:118 apontada por GR03b como a causa da caoticidade nas órbitas dos satélites. Estimaram as localizações e larguras destas ressonâncias em termos de semi-eixo maior e excentricidade. Na Figura 25 os autores plotaram a largura de cada zona ressonante e mostraram que Prometeu encontra-se ligeiramente fora desta região, porém não foi considerada alguma possível variação no semi-eixo maior de Pandora, que poderia levar Prometeu para o interior da região caótica.



**Figura 25 – Larguras estimadas da ressonância em excentricidade 121:118. A posição aproximada de Prometeu é mostrada para três estimativas de excentricidade: (1) Evans (2001) – Voyager 2; (2) French et al. (2003); (3) Evans (2001) – Voyager 1.**

Na Figura 25, as quatro faixas desenhadas entre os valores 139378 km e 139380 km representam as quatro componentes da ressonância 121:118. Nas regiões em que as faixas se sobrepõem temos as zonas caóticas, de acordo com GR03b. O eixo das ordenadas representa diferentes valores de excentricidade para Prometeu. Para cada valor provável de excentricidade que o satélite pode assumir, é plotada sua

localização através de seu semi-eixo maior. Podemos observar que para nenhum dos 3 valores encontrados o satélite ocupa a região caótica.

Cooper e Murray (2004) realizaram ainda integrações apenas com Prometeu e os demais satélites, sem a presença de Pandora. Observaram significantes variações na defasagem de longitude de Prometeu nesta situação. Esta variação, entretanto, é insignificante quando Janus e Epimetheus são removidos. Concluíram então que estes satélites possuem uma influência importante na órbita de Prometeu, principalmente em estudos de longo período, embora seja uma influência muito menor que a interação direta entre Prometeu e Pandora. O fato do caos em Prometeu persistir após a retirada de Pandora, sugere que outros satélites, particularmente Janus e Epimetheus, também desempenham um papel importante na evolução do sistema.

Cooper e Murray (2004) analisam de maneira interessante que, os efeitos de retirar-se Mimas e Pandora das integrações é praticamente o mesmo de retirar-se apenas Pandora. Isto demonstra que a influência de Mimas sobre Prometeu ocorre apenas através de Pandora, através da ressonância 3:2. Pandora, por sua vez, afeta Prometeu apenas através das fortes interações nos antialinhamentos dos periapses.

## 2.6 DEFINIÇÃO DOS DADOS INICIAIS

Inicialmente, procuramos reproduzir os resultados de GR03a devido aos importantes resultados qualitativos que este estudo fornece para o complexo sistema formado pelos satélites Prometeu e Pandora. No entanto, existem ainda diversos equívocos e dúvidas quanto ao comportamento do sistema. Estas dificuldades, que serão expostas no decorrer do trabalho, constituem um obstáculo a ser vencido na busca de elementos suficientes para compreender com exatidão a influência dos satélites no anel F.

O primeiro e mais importante obstáculo a ser transposto é a definição de um conjunto de dados iniciais que reproduza, da melhor maneira possível, as características quantitativas e qualitativas do sistema. Este conjunto de elementos orbitais deve ainda ser coerente com os trabalhos expostos neste capítulo.

As incertezas presentes nos valores dos elementos orbitais necessários para se prever o sistema são suficientes para produzir diferenças qualitativas após integrações de curto período, se considerarmos que o sistema é caótico e variações extremamente sutis para os dados iniciais fornecem resultados muito diversos (COOPER; MURRAY, 2004; GR03a;GR03b).

GR03a utilizaram os dados iniciais da Tabela 9 abaixo para realizar as integrações que originaram os resultados expostos nas Figuras 20 e 21.

Satélite	$e$	$n$ (rd/s)	$\lambda$ (°)	$m/M$
Prometeu	$2,29 \times 10^{-3}$	$1,1864 \times 10^{-4}$	189	$5,80 \times 10^{-10}$
Pandora	$4,37 \times 10^{-3}$	$1,1571 \times 10^{-4}$	82	$3,43 \times 10^{-10}$

Tabela 9 – Valores iniciais de excentricidade ( $e$ ), movimento médio ( $n$ ), longitude média ( $\lambda$ ) e massas dos satélites ( $m$ ) em relação à massa de Saturno ( $M$ ) para Prometeu e Pandora. (GOLDREICH; RAPPAPORT, 2003a).

Os demais dados necessários à integração das órbitas (semi-eixo maior, longitude do pericentro e anomalia média) são colocados pelos autores como uma **comunicação privativa** recebida de Jacobson. A época à qual se referem os dados acima é 2444839,6682JD, ou seja, 23 de Agosto de 1981, 04:02:12 UTC.

O termo *JD* refere-se à Data Juliana, que constitui o número de dias existentes desde o meio-dia de 1º de Janeiro do ano 4713 antes de Cristo (SEIDELMANN; 1992).

Em Evans (2001), nas tabelas 6.9 e 7.7, respectivamente, para Prometeu e Pandora, encontramos uma referência a Jacobson, também como comunicação privativa, para a mesma época em que são dados os elementos orbitais de GR03a. Além disso, os valores de excentricidade, longitude média e movimento médio, que aparecem em Evans (2001) e GR03a são semelhantes, a não ser por arredondamentos. A Tabela 10 apresenta estes valores.

Satélite	$e$	$n$ (rd/s)	$\lambda$ (°)	$a$ (km)	$\varpi$ (°)
Prometeu	$2,30 \times 10^{-3}$	$1,18637576 \times 10^{-4}$	188,54	139377,43	213
Pandora	$4,37 \times 10^{-3}$	$1,15706620 \times 10^{-4}$	82,15	141712,61	68

Tabela 10 – Valores iniciais de excentricidade ( $e$ ), movimento médio ( $n$ ), longitude média ( $\lambda$ ), semi-eixo maior ( $a$ ) e longitude do pericentro ( $\varpi$ ) (JACOBSON, apud EVANS, 2001).

Comparando as Tabelas 9 e 10 notamos pequenas diferenças nos valores de movimento médio (aproximadamente 0,002%) e longitude média (aproximadamente 0,2%).

Conforme relata GR03a, o sistema Prometeu-Pandora é caótico, portanto extremamente sensível às condições iniciais. Desta forma, mesmo encontrando diferenças ínfimas somente entre os valores de  $n$  e  $\lambda$  das Tabelas 9 e 10, simulamos o sistema com os dois grupos de valores para analisar qualitativamente e quantitativamente os resultados e, assim, ter a certeza que estes são os dados que reproduzem os resultados de GR03a. Esta é uma condição necessária para estabelecermos os dados iniciais a serem utilizados neste trabalho.

### 2.6.1 Simulações e integrações

Trabalhamos com o pacote de integração Mercury (CHAMBERS, 1999), utilizando o algoritmo de Burlisch-Stoer. Durante o desenvolvimento do trabalho foi encontrado um erro na versão mais atualizada deste software, na saída dos resultados, quando: (a) a entrada é realizada em elementos orbitais e (b) é incluído o achatamento. Assim sendo, uma rotina em Maple 7 (MOURÃO, comunicação privativa) realizou a transformação de elementos orbitais para coordenadas cartesianas (e vice-versa) para que a entrada e saída dos resultados pudesse estar livre de erros. Para realizar as conversões utilizadas na rotina em Maple, nos baseamos no trabalho de Renner e Sicardy (2004).

O trabalho de GR03a utiliza uma equação para o movimento equatorial dos satélites considerando termos até  $J_6$ . Assim, para evitar discrepâncias, no momento da integração trabalhamos com termos até  $J_6$ .

Para determinação dos dados iniciais, cada *simulação* é constituída de 3 partes, cada qual será chamada *integração*. Consideramos inicialmente um problema

de 3 corpos (Saturno, Prometeu e Pandora) e realizamos a integração por 20 anos, obtendo valores para as longitudes médias  $\lambda_{1\text{PRO}}$  e  $\lambda_{1\text{PAN}}$ , em cada instante de tempo, para Prometeu e Pandora, respectivamente.

A seguir, realizamos duas integrações de 2 corpos (Saturno–Prometeu e Saturno–Pandora), para as quais obtemos valores para os ângulos  $\lambda_{2\text{PRO}}$  e  $\lambda_{2\text{PAN}}$  em função do tempo. Os resultados aqui apresentados, a que chamamos *defasagem*, reproduzem para cada satélite a diferença entre os ângulos  $\lambda_{1\text{PRO}}$  e  $\lambda_{2\text{PRO}}$  para Prometeu, e  $\lambda_{1\text{PAN}}$  e  $\lambda_{2\text{PAN}}$  para Pandora. Em essência, esta é a mesma metodologia utilizada por GR03a para gerar as Figuras 20 e 21.

Na prática, este procedimento indica a defasagem longitudinal entre um sistema em que existe uma interação direta entre os satélites e outro em que cada satélite só interage com Saturno, o corpo central. O segundo sistema é o que esperava-se encontrar em 1995, durante a passagem da Terra pelo planos dos anéis, baseando-se nas efemérides das Voyager 1 e 2 (Synnott et al., 1983).

Os elementos relativos a Saturno, que são utilizados nas integrações, são indicados na Tabela 11.

SATURNO		
<i>Elemento</i>	<i>Valor</i>	<i>UNIDADE</i>
Massa <sup>(1)</sup>	586,46x10 <sup>24</sup>	kg
Raio <sup>(1)</sup>	60330	km
J <sub>2</sub> <sup>(2)</sup>	1,6298 x 10 <sup>-2</sup>	-
J <sub>4</sub> <sup>(2)</sup>	-9,15 x 10 <sup>-4</sup>	-
J <sub>6</sub> <sup>(2)</sup>	1,03 x 10 <sup>-4</sup>	-

Tabela 11 – Elementos de Saturno utilizados nas integrações. Retirados de ( 1 ) Murray e Dermott (1999) e ( 2 ) Goldreich e Rappaport (2003b).

## 2.6.2 Simulação 1

A primeira simulação utilizou os mesmos dados iniciais utilizados por GR03a. Entretanto, o artigo não fornece os valores de semi-eixo maior e longitude do pericentro. Desta forma, tomamo-los de Jacobson (comunicação privativa apud EVANS, 2001), que é a fonte indicada pelos autores.

A Tabela 12 abaixo resume os dados iniciais para os satélites. Assim como GR03a, em todas as integrações consideramos que os satélites se encontram no plano equatorial de Saturno.

<b>Dados Iniciais – Simulação 1</b>		
<b>Elemento</b>	<b>Prometeu</b>	<b>Pandora</b>
Excentricidade <sup>(1)</sup>	$2,29 \times 10^{-3}$	$4,37 \times 10^{-3}$
Movimento médio (rd/s) <sup>(1)</sup>	$1,1864 \times 10^{-4}$	$1,1571 \times 10^{-4}$
Longitude média (°) <sup>(1)</sup>	189	82
Semi-eixo maior (km) <sup>(2)</sup>	139377,43	141712,61
Longitude do Pericentro (°) <sup>(2)</sup>	213	68

Tabela 12 – Elementos iniciais resumidos, relativos à época 2444839,6682JD, para a primeira integração. Retirados de (1) GR03a e, (2) Jacobson (comunicação privativa apud EVANS, 2001).

Os resultados da defasagem para esta primeira integração estão representados nas Figuras 26 e 27.

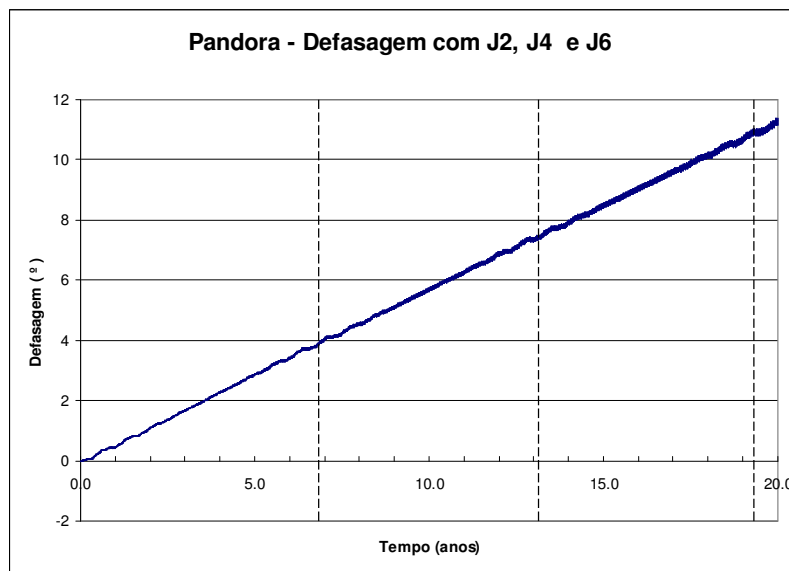


Figura 26 – Simulação 1: Defasagem da longitude média apresentada por Pandora em 20 anos considerando-se  $J_2$ ,  $J_4$  e  $J_6$  com dados de GR03a complementados com dados de Jacobson (comunicação privativa, apud EVANS, 2001). As linhas verticais tracejadas representam, aproximadamente, os pontos de antialinhamento dos pericentros.

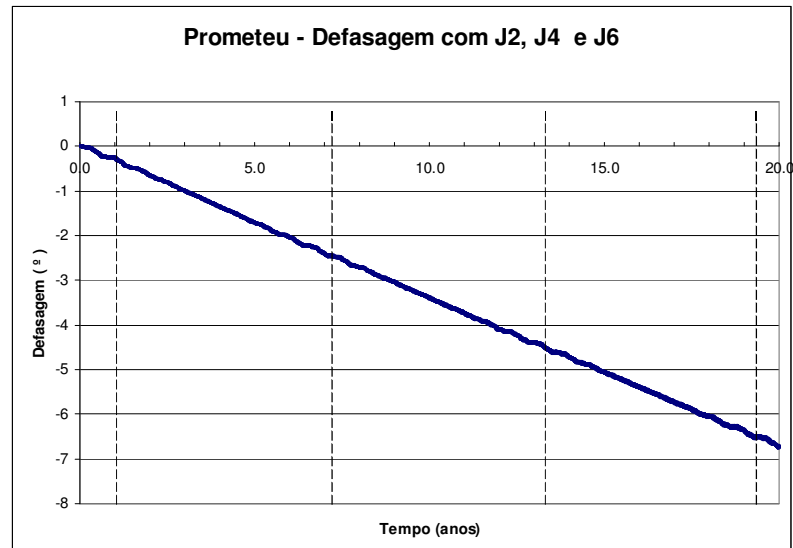


Figura 27 – Simulação 1: Defasagem da longitude média apresentada por Prometeu em 20 anos considerando-se  $J_2$ ,  $J_4$  e  $J_6$  com dados de GR03a complementados com dados de Jacobson (comunicação privativa, apud EVANS, 2001). As linhas verticais tracejadas representam, aproximadamente, os pontos de anti-alinhamento dos pericentros.

Conforme visto nas Figuras 26 e 27, os resultados não reproduzem aqueles apresentados por GR03a nas Figuras 20 e 21, nem quantitativamente e nem qualitativamente. Há uma diferença de  $14^\circ$  no valor final da defasagem de Pandora e de  $10,5^\circ$  em Prometeu. A curva segue uma tendência aparentemente linear no tempo com ligeiras oscilações nas proximidades dos pontos de anti-alinhamento dos periapses dos satélites (linhas tracejadas), enquanto nos resultados de GR03a notamos um patamar bem definido até o primeiro ponto de anti-alinhamento e mudanças bruscas na inclinação nos dois pontos seguintes.

### 2.6.3 Simulação 2

A segunda simulação utilizará os mesmos dados da primeira, trocando apenas os valores do movimento médio dos satélites, utilizando agora os valores contidos na Tabela 10, retirados de Evans (2001), comunicação privativa de Jacobson.

Os valores dos movimentos médios são bem semelhantes aos de GR03a, diferindo destes por um fator de  $10^{-3}$ . A Tabela 13 indica apenas os dados que foram modificados na segunda simulação, com relação à primeira.

<b>Alteração no Movimento Médio</b>			
Satélite	Simulação 1 (rad/s) <sup>(1)</sup>	Simulação 2 (rad/s) <sup>(2)</sup>	Diferença (%)
Prometeu	$1,1864 \times 10^{-4}$	$1,18637576 \times 10^{-4}$	0,002
Pandora	$1,1571 \times 10^{-4}$	$1,15706620 \times 10^{-4}$	0,002

Tabela 13 – Simulação 2: Comparação dos valores utilizados para o movimento médio na simulação atual e na anterior. Retirados de (1) GR03 e (2) Jacobson (comunicação privativa, apud Evans, 2001).

Os resultados encontram-se reproduzidos nas Figuras 28 e 29.

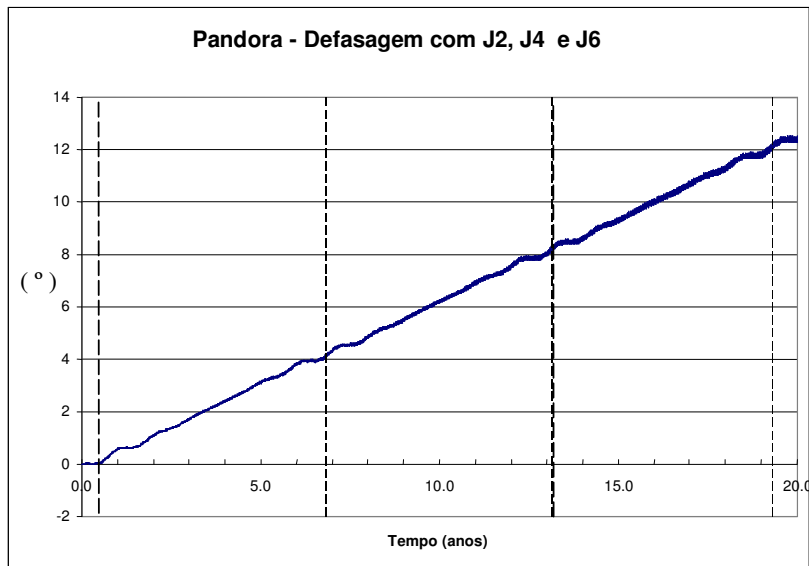


Figura 28 – Simulação 2: Defasagem da longitude média apresentada por Pandora em 20 anos considerando-se  $J_2$ ,  $J_4$  e  $J_6$  com dados de GR03a complementados com dados de Jacobson (comunicação privativa, apud EVANS, 2001). As linhas verticais tracejadas representam, aproximadamente, os pontos de antialinhamento dos pericentros.



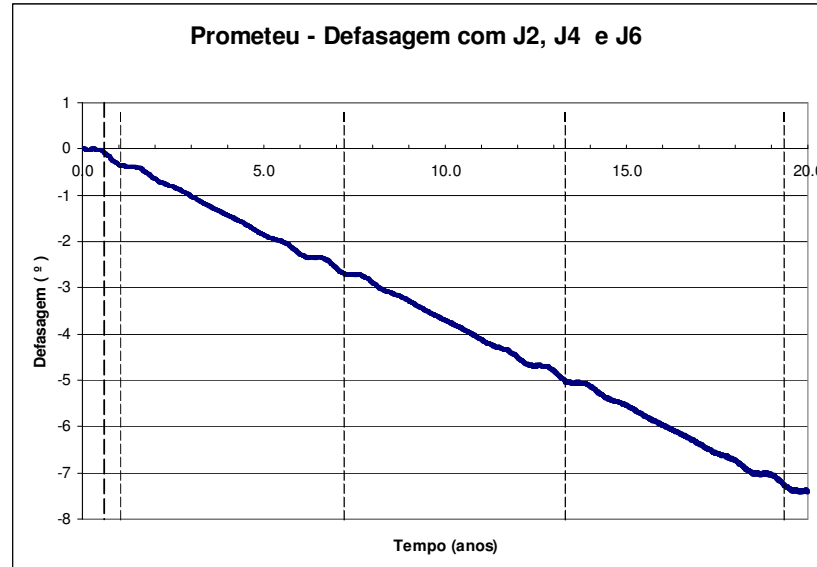


Figura 29 – Simulação 2: Defasagem da longitude média apresentada por Prometeu em 20 anos considerando-se  $J_2$ ,  $J_4$  e  $J_6$  com dados de GR03a complementados com dados de Jacobson (comunicação privativa, apud EVANS, 2001). As linhas verticais tracejadas representam, aproximadamente, os pontos de anti-alinhamento dos pericentros.

Observamos claramente que houve uma mudança quantitativa significativa em relação à simulação 1. Os valores finais das defasagens aumentaram cerca de  $1,5^\circ$  para cada um dos satélites, alterando o movimento médio em apenas  $0,002\%$ . Mas, principalmente, houve uma melhora qualitativa nos resultados. Nos pontos de anti-alinhamento dos periapses (linhas tracejadas nas figuras) uma estrutura ondulada, indicando os momentos de maior troca de momento angular entre os satélites, começa a ficar mais nítida.

### 2.6.4 Simulação 3

Procurando testar os dados iniciais fornecidos por GR03a, a terceira simulação irá alterar, em relação à primeira, apenas os valores de longitude média,

utilizando novamente os dados relativos à Tabela 10. A Tabela 14 indica apenas os dados que foram modificados na terceira simulação, com relação à primeira.

<b>Alteração na Longitude Média</b>			
Satélite	Simulação 1 ( $^{\circ}$ )	Simulação 3 ( $^{\circ}$ )	Diferença (%)
Prometeu	189	188,54	0,244
Pandora	82	82,15	0,183

Tabela 14 – Simulação 3: Comparação dos valores utilizados para a longitude média na simulação atual e na primeira. Retirados de (1) GR03a e (2) Jacobson (comunicação privativa, apud Evans, 2001).

Os resultados estão colocados a seguir, nas figuras 30 e 31.

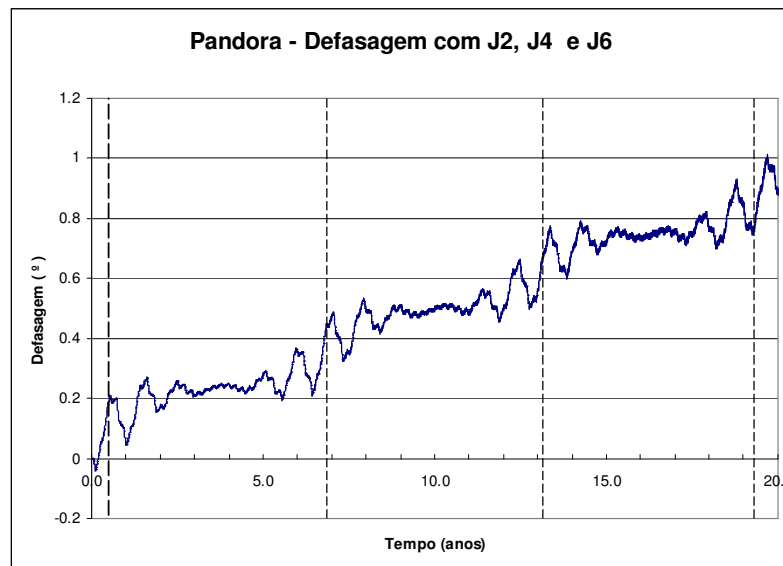


Figura 30 – Simulação 3: Defasagem da longitude média apresentada por Pandora em 20 anos considerando-se  $J_2$ ,  $J_4$  e  $J_6$  com dados de GR03a complementados com dados de Jacobson (comunicação privativa, apud EVANS, 2001). As linhas verticais tracejadas representam, aproximadamente, os pontos de antialinhamento dos pericentros.

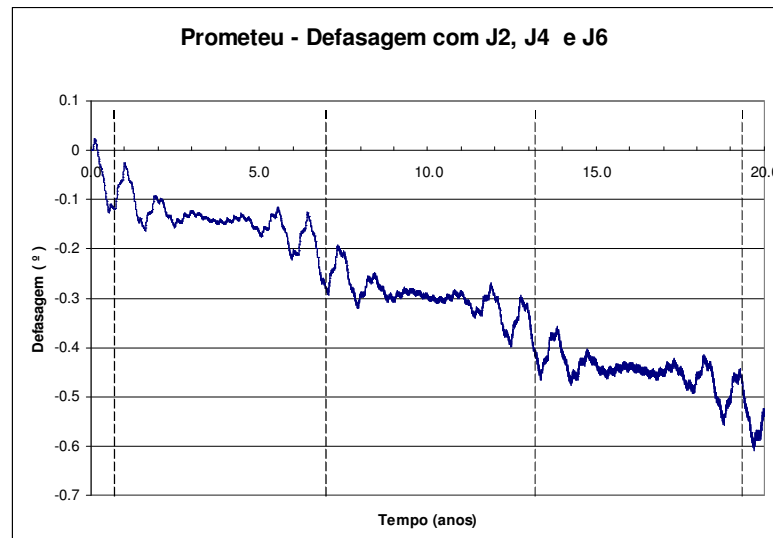


Figura 31 – Simulação 3: Defasagem da longitude média apresentada por Prometeu em 20 anos considerando-se  $J_2$ ,  $J_4$  e  $J_6$  com dados de GR03a complementados com dados de Jacobson (comunicação privativa, apud EVANS, 2001). As linhas verticais tracejadas representam, aproximadamente, os pontos de anti-alinhamento dos pericentros.

Neste caso os resultados são ainda mais interessantes, pois mudando os valores de longitude média em média 0,2%, observamos reduções nos valores finais da defasagem de aproximadamente  $6^\circ$  para Prometeu e  $10^\circ$  para Pandora em relação à simulação 1. Ressaltando que, a alteração realizada não é arbitrária, mas fundamentada nas próprias informações fornecidas por GR03a; simplesmente utilizamos dados mais precisos de Jacobson, nos quais os valores não se encontram “arredondados” como em GR03a.

Qualitativamente, a comparação é confusa. Apesar dos valores estarem discrepantes, nas proximidades dos pontos de anti-alinhamento dos pericentros a curva apresenta estruturas em forma de oscilações e, entre estes pontos, patamares irregularmente definidos com inclinações desprezíveis.

Deste modo, até o momento nenhuma das simulações reproduz as figuras 20 e 21 de GR03a. Os dados iniciais de GR03a, a princípio geradores destas figuras, serão trocados aos pares na simulação seguinte, em busca de um resultado mais aproximado.

### 2.6.5 Simulação 4

A quarta simulação irá adotar os valores mais precisos possíveis. Serão utilizados os valores de movimento médio e longitude média com maior número de algarismos significativos, retirados da Tabela 10 e usados separadamente nas duas simulações anteriores.

Esta simulação é de importância central para o entendimento dos passos seguintes. Os dados iniciais estão colocados na Tabela 15, mais uma vez sendo comparados com os dados iniciais da primeira simulação (Tabela 9).

<b>DADOS INICIAIS</b>				
<i>Elemento</i>	<i>Simulação 1</i>		<i>Simulação 4</i>	
	<i>Prometeu</i>	<i>Pandora</i>	<i>Prometeu</i>	<i>Pandora</i>
Excentricidade <sup>(1)</sup>	$2,29 \times 10^{-3}$	$4,37 \times 10^{-3}$	$2,29 \times 10^{-3}$	$4,37 \times 10^{-3}$
Movimento médio (rd/s) <sup>(2)</sup>	$1,1864 \times 10^{-4}$	$1,1571 \times 10^{-4}$	$1,18637576 \times 10^{-4}$	$1,15706620 \times 10^{-4}$
Longitude média (°) <sup>(2)</sup>	189	82	188,54	82,15
Semi-eixo maior (km) <sup>(3)</sup>	139377,43	141712,61	139377,43	141712,61
Longitude do Pericentro (°) <sup>(3)</sup>	213	68	213	68

Tabela 15 – Simulação 4: Comparação dos dados iniciais utilizados na simulação 1 e na simulação atual Retirados de (1) GR03a, (2) GR03a para simulação 1 e Jacobson (comunicação privativa, apud EVANS, 2001) para simulação 4, e (3) Jacobson (comunicação privativa, apud EVANS, 2001).

Ao final de tantas mudanças, a alteração final foi a seguinte: a simulação 4 utiliza todos os dados iniciais retirados de Jacobson (comunicação privativa, apud EVANS, 2001). O caminho tortuoso pelo qual seguimos procurava respeitar os dados iniciais colocados por GR03a em seu trabalho. Entretanto, os dados apresentados pelos autores não reproduziam seus próprios resultados. Deste modo, buscamos nas fontes indicadas por GR03a valores mais completos que proporcionassem resultados similares aos apresentados. Por cautela, resolvemos realizar as substituições dos dados

gradativamente, certificando-nos de testar diversas possibilidades que porventura pudessem chegar a resultados também consistentes. Este exercício proporcionou uma visão de quão sensível é o sistema às condições iniciais, característica própria de sistemas caóticos.

Mostramos, de forma detalhada, que os dados iniciais de GR03a estão incompletos. Os elementos orbitais apresentam um número de algarismos significativos menor do que os necessários para gerar as Figuras 20 e 21, apresentadas no referido artigo.

Os resultados da simulação 4 estão representados nas Figuras 32 e 33:

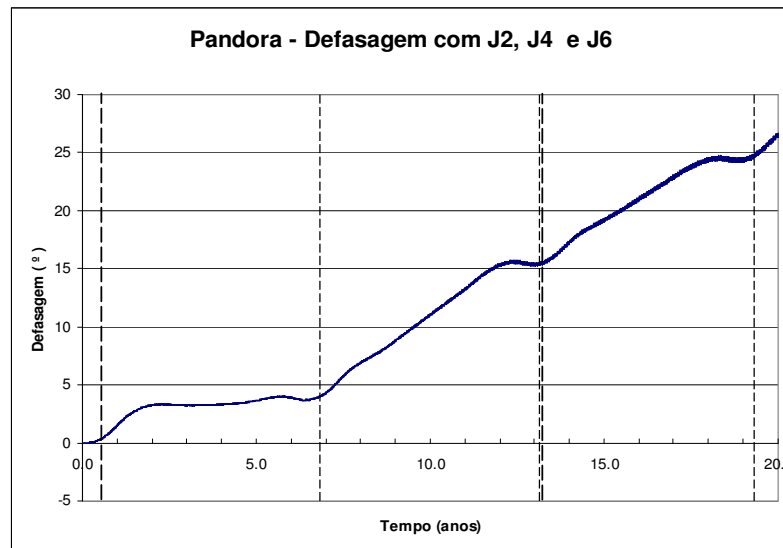


Figura 32 – Simulação 4: Defasagem da longitude média apresentada por Pandora em 20 anos considerando-se  $J_2$ ,  $J_4$  e  $J_6$  com dados de Jacobson (comunicação privativa, apud EVANS, 2001). As linhas verticais tracejadas representam, aproximadamente, os pontos de antialinhamento dos pericentros.

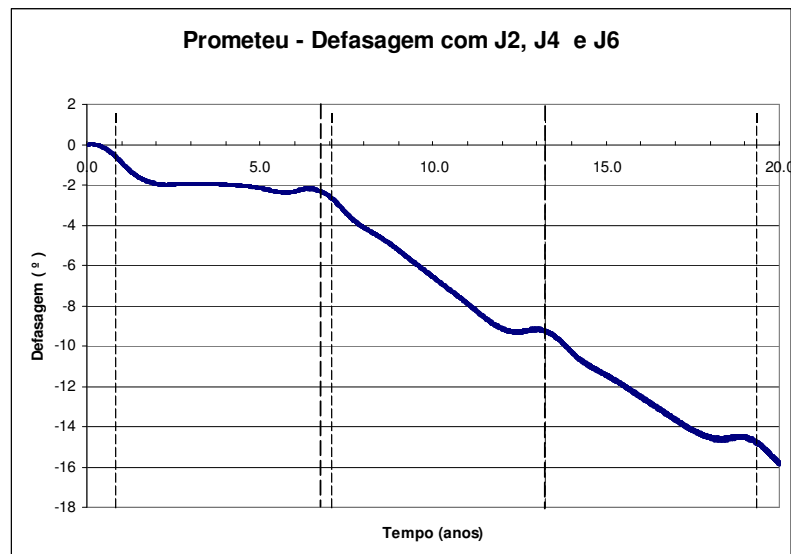


Figura 33 – Simulação 4: Defasagem da longitude média apresentada por Prometeu em 20 anos considerando-se  $J_2$ ,  $J_4$  e  $J_6$  com dados de Jacobson (comunicação privativa, apud EVANS, 2001). As linhas verticais tracejadas representam, aproximadamente, os pontos de antialinhamento dos pericentros.

Estes resultados reproduzem quase que exatamente aqueles apresentados por GR03a. Existem pequenas diferenças nos valores finais da defasagem de cada satélite em relação aos apresentados no trabalho de GR03a, de aproximadamente  $\pm 1^\circ$ . Cabe ressaltar que, no problema real, as incertezas nas diferenças de longitude média propagada, segundo French et al. (2003) é de  $\pm 2$  a  $3^\circ$ , baseando-se nas incertezas de movimento médio dos satélites advindas de Synnott et al. (1983).

Existem ainda ligeiras variações no formato das curvas ao longo do tempo. Dentro da metodologia adotada, tais diferenças são aceitáveis e não alteram a confiabilidade na análise dos resultados e no desenvolvimento posterior do trabalho.

Posteriormente, um segundo trabalho de Goldreich e Rappaport (2003b) (doravante denominado GR03b) foi publicado. Neste artigo, os valores dos elementos orbitais que constituem os dados iniciais são apresentados com maior precisão.

A Tabela 16 apresenta estes dados.

Dados Iniciais		
Elemento	Prometeu	Pandora
Longitude Média (°)	188,53815	82,14727
Movimento médio (°/dia)	587,2893984	572,7893184
Excentricidade	$2,29 \times 10^{-3}$	$4,37 \times 10^{-3}$
Longitude do pericentro (°)	212,85385	68,22910
Semi-eixo maior	139377,43	141712,61

Tabela 16 – Dados retirados de Goldreich e Rappaport (2003b), exceto semi-eixo maior, retirado de Jacobson (comunicação privativa, apud EVANS, 2001).

Realizamos então uma simulação extra (4a) para verificar se estes dados reproduzem os resultados apresentados por GR03b. Os resultados obtidos encontram-se nas Figuras 34 e 35.

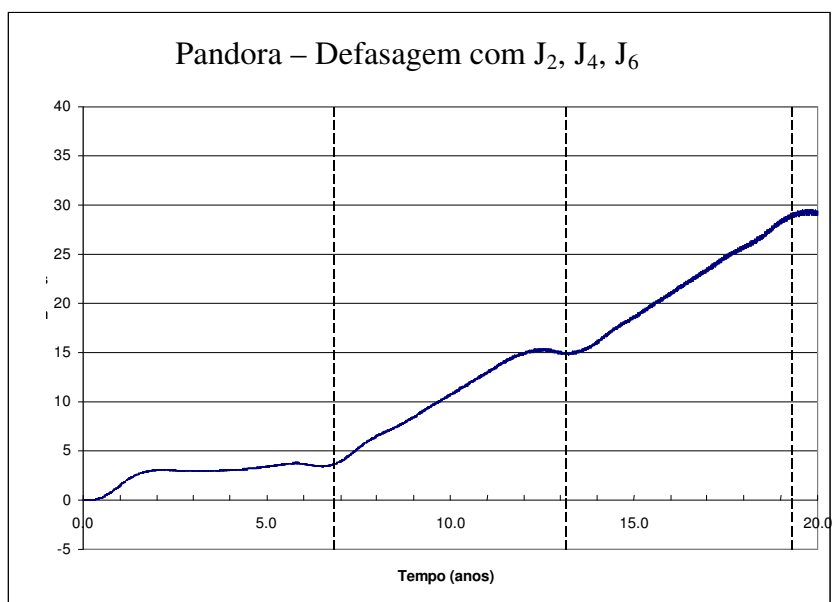


Figura 34 – Simulação 4a: Defasagem da longitude média apresentada por Pandora em 20 anos considerando-se  $J_2$ ,  $J_4$  e  $J_6$  com dados de GR03b. As linhas verticais tracejadas representam, aproximadamente, os pontos de antialinhamento dos pericentros.

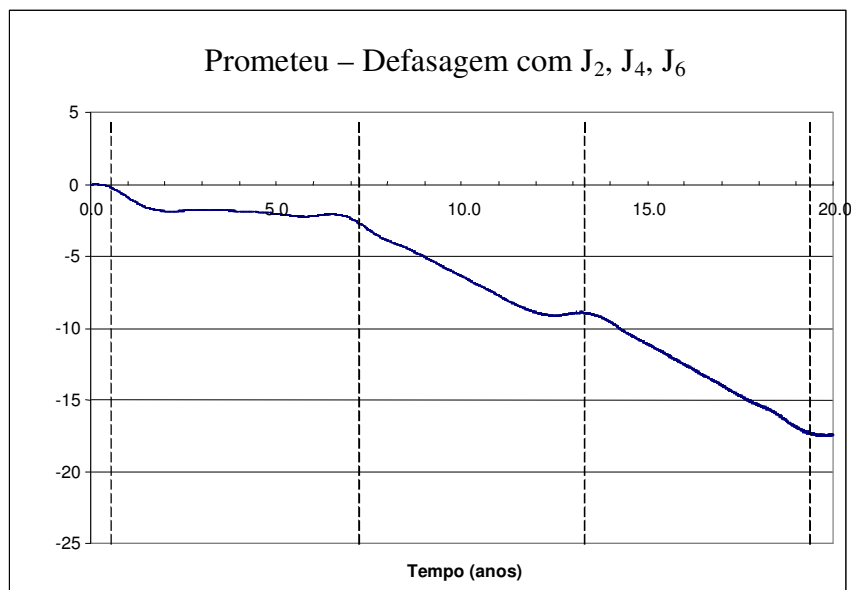


Figura 35 – Simulação 4a: Defasagem da longitude média apresentada por Prometeu em 20 anos considerando-se  $J_2$ ,  $J_4$  e  $J_6$  com dados de GR03b. As linhas verticais tracejadas representam, aproximadamente, os pontos de anti-alinhamento dos pericentros.

Nenhum dos gráficos acima reproduz os resultados obtidos por GR03a. Apenas Prometeu atinge o valor final de defasagem semelhante ao obtido por GR03a, sendo que Pandora apresenta, nas Figuras 34 e 35, um valor final de defasagem de longitude média  $2^\circ$  maior que o apresentado por GR03a. As concavidades das curvas no último ponto de anti-alinhamento dos periapses estão invertidas em relação à curva de GR03a.

Observe que, na verdade, nem os resultados de GR03a (Figuras 20 e 21), nem os apresentados nas Figuras 32 e 33 (simulação 4) e nem os determinados a partir dos dados de GR03b (Figuras 34 e 35) reproduzem quantitativamente as defasagens observadas para Prometeu e Pandora, que em 1995 encontravam-se em  $-20,40^\circ$  e  $+23,00^\circ$ , respectivamente, conforme dados da Tabela 8. As Figuras 36 e 37 reúnem estes três resultados, considerados os mais importantes. Os círculos pretos e vermelhos indicam os valores de defasagem observados para Prometeu e Pandora, respectivamente, ao longo de vários anos.





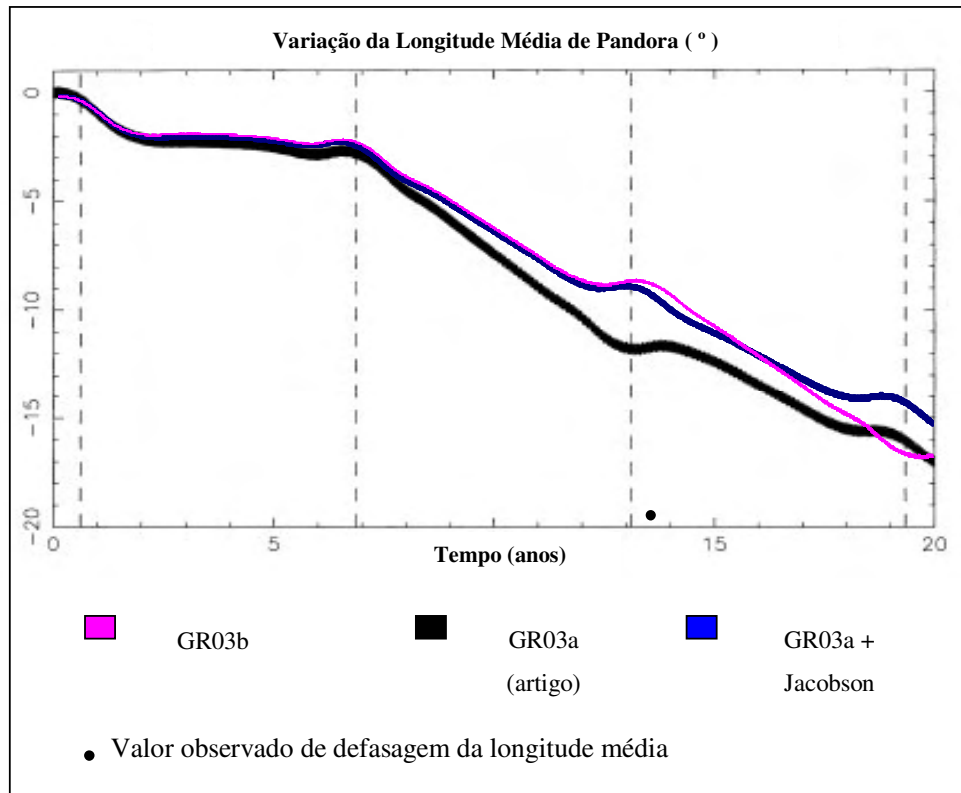


Figura 37 – Comparação dos resultados obtidos para a defasagem de longitude média de Prometeu segundo diferentes grupos de dados iniciais

Existe um ponto bastante importante que deve ser comentado a fim de manter a coerência da argumentação proposta neste trabalho. Conforme foi esclarecido na seção 2.4, apenas a defasagem de Prometeu foi diretamente observada. Pandora, a princípio, não se encontrava fora de sua posição prevista. Foi só a partir da nova análise de imagens realizada por Evans (2001) e posterior inclusão da perturbação ressonante de Mimas nas efemérides das Voyager, que a defasagem de Pandora passou a existir. Assim sendo, não é o procedimento mais correto trabalharmos com um grupo de condições iniciais que não considera a perturbação de Mimas sobre Pandora.

No entanto, a proposta deste capítulo é analisar os trabalhos existentes e deles extrair dados importantes que possam auxiliar o entendimento do sistema Prometeu – Pandora – anel *F* de Saturno. Sendo os trabalhos de Goldreich e Rappaport (2003a, 2003b) fundamentais e de extremo valor para a compreensão do assunto,

permitimo-nos realizar comparações entre os resultados destes autores e valores de defasagens que só fazem sentido quando a perturbação de Mimas está presente sobre Pandora, mesmo cientes que a fonte dos dados iniciais destes autores (Jacobson, comunicação privativa) não contempla Mimas na obtenção das efemérides.

Esta observação justifica, portanto, parte das análises feitas em cada uma das simulações das seções anteriores.

## 2.7 ANÁLISE DOS HARMÔNICOS

Com o objetivo de entender ainda melhor este sistema, procuramos verificar as contribuições dos harmônicos  $J_2$ ,  $J_4$  e  $J_6$  nos resultados finais. Assim, considerando os dados iniciais da simulação 4, realizamos simulações retirando cada um dos harmônicos a fim de verificar as influências dos outros. Os resultados são demonstrados nas Figuras 38 e 39:

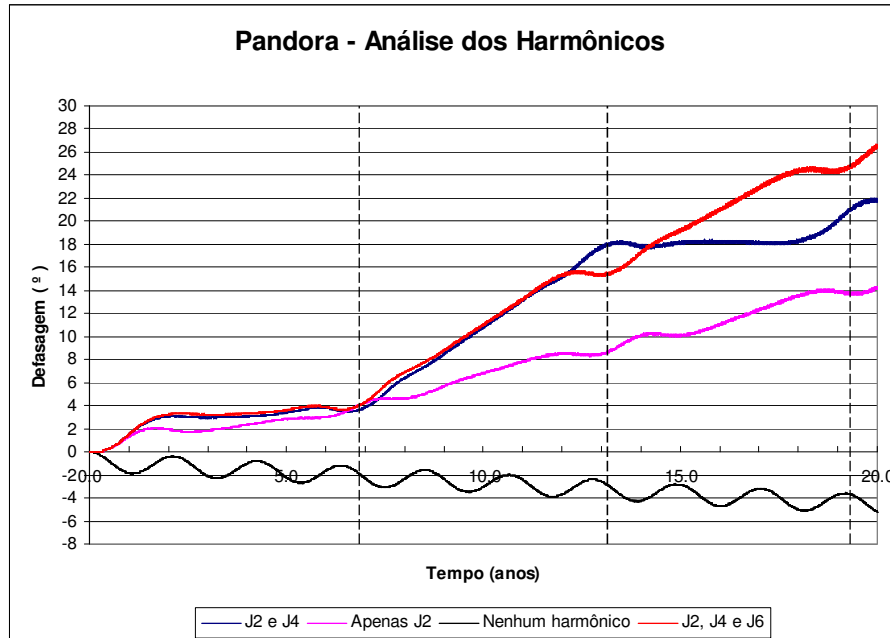


Figura 38 – Análise da influência dos harmônicos zonais sobre a defasagem de longitude de Pandora durante 20 anos, considerando-se dados de Jacobson (comunicação privativa, apud EVANS, 2001).

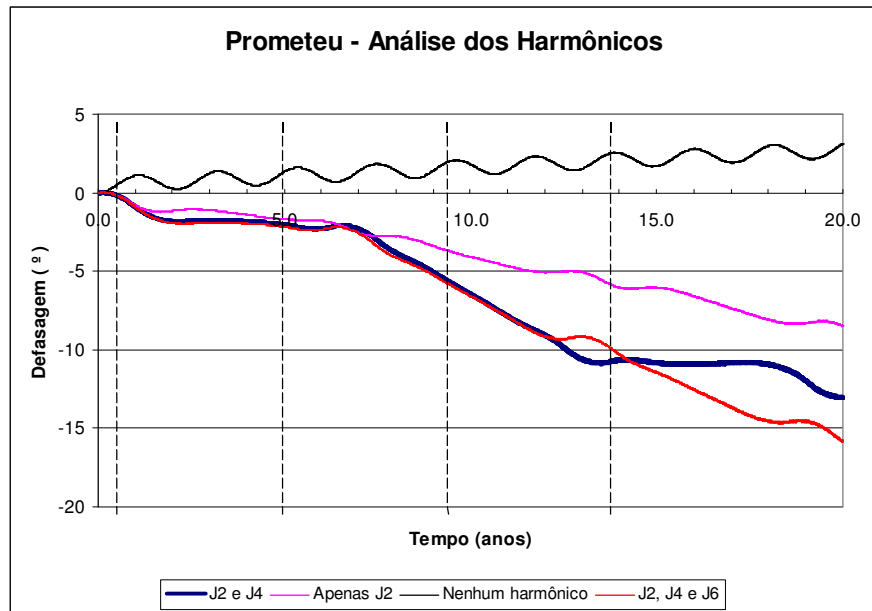


Figura 39 – Análise da influência dos harmônicos zonais sobre a defasagem de longitude de Prometeu durante 20 anos, considerando-se dados de Jacobson (comunicação privativa, apud EVANS, 2001).

Observando as Figuras 38 e 39, percebemos que a retirada de J6 reduz o valor final da defasagem em 4° para Pandora e 3° para Prometeu. Comparando-os com as Figuras 32 e 33, que reproduzem os resultados mais gerais, notamos que até aproximadamente 10 anos não há alteração alguma, ou seja, somente após este período J<sub>6</sub> passa a provocar influências perceptíveis no sistema Prometeu-Pandora. Até cerca de 6,2 anos após o início das simulações, época que está demarcada por uma linha tracejada por determinar o momento de anti-alinhamento dos periapses, as figuras 38 e 39, para as curvas que representam as integrações sem J<sub>6</sub>, são rigorosamente iguais às figuras 32 e 33.

A retirada de J4, conforme podemos observar nas Figuras 38 e 39, provoca uma queda no valor final da defasagem de mais 8° para Pandora e mais 5° para Prometeu em relação às Figuras 32 e 33. Comparando-as com estas Figuras, observamos ligeiras semelhanças entre os desenhos das curvas, principalmente nos pontos de antialinhamento dos pericentros. Entretanto, só podemos considerá-las

iguais até o primeiro ano após o início das simulações. Ou seja, após este período a influência de  $J_4$  é fundamental para a análise dos resultados.

Uma próxima simulação reproduziu, finalmente, o sistema Prometeu-Pandora sem a presença de qualquer um dos harmônicos:  $J_2$ ,  $J_4$  ou  $J_6$ . Neste caso está se considerando apenas a influência direta entre os satélites Prometeu e Pandora. Os resultados obtidos também estão ilustrados Figuras 38 e 39.

Neste caso, os valores finais das defasagens ficam bem abaixo dos valores encontrados na simulação 4 (Figuras 32 e 33). A curva ao longo do tempo fica completamente descaracterizada e perde a identificação dos pontos de maior troca de energia entre os satélites, que continuam sendo demarcados como referência por linhas tracejadas. Assim, a participação de  $J_2$  é fundamental em todo o processo de interação entre os satélites.

A análise da importância destes harmônicos pode ser realizada considerando a equação (20), retirada de Murray e Dermott (1999).

$$\dot{\varpi} = n \left[ \frac{3}{2} J_2 \left( \frac{R_p}{a} \right)^2 - \frac{15}{4} J_4 \left( \frac{R_p}{a} \right)^4 + \frac{35}{16} J_6 \left( \frac{R_p}{a} \right)^6 \right] \quad (20)$$

A equação (20) fornece a precessão do pericentro em função do tempo, relacionando esta variação com os harmônicos  $J_2$ ,  $J_4$  e  $J_6$ .

Para a realização de uma análise quantitativa da relação acima, pode-se considerar valores médios para o raio de Saturno ( $R_p$ ), para o semi-eixo maior ( $a$ ) de Prometeu e Pandora e para a relação  $R_p/a$  conforme a Tabela (17):

Raio de Saturno (km)	60330
Semi-eixo maior de Prometeu (km)	139377
Relação $R_p/a$ para Prometeu	0,43285
Semi-eixo maior de Pandora (km)	141712
Relação $R_p/a$ para Pandora	0,42572

Tabela 17 – Valores do raio de Saturno e de sua razão com o semi-eixo maior de Prometeu e Pandora.

Após algumas substituições de valores e simplificações chegamos às seguintes relações para Prometeu e Pandora, respectivamente:

$$\dot{\omega}_{PRO} = 2,143682 \times 10^5 \text{ /ano} \left[ 2,8104488 \times 10^{-1} J_2 - 1,316437 \times 10^{-1} J_4 + 1,4388029 \times 10^{-2} J_6 \right] \quad (21)$$

$$\dot{\omega}_{PAN} = 2,0907407 \times 10^5 \text{ /ano} \left[ 2,7185958 \times 10^{-1} J_2 - 1,2317939 \times 10^{-1} J_4 + 1,3022915 \times 10^{-2} J_6 \right] \quad (22)$$

Analisando as equações (21) e (22), conclui-se que as órbitas de Prometeu e Pandora precessionam respectivamente 1008,05°/ano e 950,20°/ano. Deste total, a Tabela 18 relaciona a contribuição de cada um dos harmônicos.

	PROMETEU		PANDORA	
	° / ano	%	° / ano	%
<b>J<sub>2</sub></b>	981,91	97,40	926,36	97,49
<b>J<sub>4</sub></b>	25,82	2,56	23,56	2,48
<b>J<sub>6</sub></b>	0,32	0,04	0,28	0,03
<b>Total</b>	1008,05	100,00	950,20	100,00

Tabela 18 – Participação de cada um dos harmônicos na precessão anual das órbitas de Prometeu e Pandora.

## 2.8 ANÁLISES DOS DADOS INICIAIS DE EVANS

Evans (2001) analisou novamente as imagens das Voyager e aumentou bastante o número de observações de Prometeu e Pandora, incluindo ainda novos efeitos nas determinações das órbitas.

De acordo com Evans (2001), os elementos orbitais de Prometeu encontrados em diversos trabalhos baseiam-se nas determinações de Synott et al. (1983) e Jacobson (comunicação privativa), nas quais foram utilizadas 45 imagens de Prometeu advindas das Voyager 1 e 2. Os elementos orbitais que Evans derivou são originários de 122 imagens de Prometeu (Evans, 2001). Estes valores são apresentados na Tabela 19. Seus resultados são bastante consistentes com a solução de Synott et al. (1983) e com a de Jacobson (comunicação privativa apud EVANS, 2001), mas com desvios substancialmente menores e maior precisão. A época destas observações é a

mesma que a utilizada por Goldreich e Rappaport (2003a,2003b), ou seja, JD2444839,6682.

PROMETEU		
<i>Elemento</i>	<i>Valor</i>	<i>Unidade</i>
Época	2444839.6682	JD
Semi-eixo maior	$139377.33 \pm 0.01$	km
Movimento médio	$587.28942 \pm 0.00007$	graus/dia
Longitude média	$188.526 \pm 0.009$	graus
Excentricidade	$(1.92 \pm 0.009) \times 10^{-3}$	
Argumento do pericentro	$228 \pm 2$	graus
Inclinação	$(3.0 \pm 0.5) \times 10^{-2}$	graus
Longitude do nodo ascendente	$53 \pm 7$	graus

Tabela 19 – Elementos orbitais de Prometeu derivados por Evans (2001)

Estudos de French et al. (2003), nos quais Pandora e Prometeu passaram a ser meticulosamente observados, deixaram claro que a tendência da longitude de Pandora relativa às efemérides das Voyager apresenta uma componente oscilatória com um período de 585 dias devido ao efeito da proximidade de uma ressonância de co-rotação 3:2 com Mimas. Este efeito, apesar de já ter sido discutido por Synnott et al. (1981), Lissauer e Cuzzi (1982) e Borderies et al. (1984), não foi levado em conta em qualquer efeméride de Pandora baseada em dados da Voyager até 2001. Evans (2001) analisou um conjunto de imagens das Voyager e determinou novos elementos orbitais para Pandora, tomando em consideração a libração em longitude associada a esta ressonância.

Evans (2001) analisou 87 imagens advindas das Voyager 1 e 2 para determinar a órbita de Pandora. Destas imagens, 71 foram também utilizadas por Synnott et al. (1983) e Jacobson (comunicação privativa) na determinação dos elementos orbitais de Pandora.

Evans (2001) considerou dois modelos. No primeiro, considera a fase de libração da longitude de Pandora devido à sua ressonância 3:2 com Mimas com um valor teórico fixo. No segundo, ele permite que o valor desta fase varie. De acordo com Evans (2001), os efeitos da ressonância 3:2 possuem um efeito significativo no movimento de Pandora e devem ser incluídos em qualquer processo de determinação

de órbitas. Ainda segundo Evans, as determinações dos elementos orbitais realizadas por Synnott et al. (1983) e Jacobson (comunicação privativa) não incluem os efeitos de ressonância e são, portanto, insatisfatórias.

Deste modo, assim como French et al. (2003), adotou-se o primeiro caso para análise neste trabalho. Tais valores encontram-se reproduzidos abaixo na Tabela 20.

PANDORA		
<i>Elemento</i>	<i>Valor</i>	<i>Unidade</i>
Época	2444839.6682	JD
Semi-eixo maior	141713.32 ± 0.01	km
Movimento médio	572.78439 ± 0.00009	graus/dia
Longitude média	82.13 ± 0.01	graus
Excentricidade	(4.4 ± 0.1) × 10 <sup>-3</sup>	
Argumento do pericentro	56 ± 1	graus
Inclinação	(5.4 ± 0.7) × 10 <sup>-2</sup>	graus
Longitude do nodo ascendente	243 ± 4	graus

Tabela 20 – Elementos orbitais de Pandora derivados por Evans (2001) com efeito de Mimas

Os dados derivados por Evans (2001) sem a inclusão dos efeitos de Mimas estão incluídos na Tabela 21.

Dados Iniciais		
<b>Elemento</b>	<b>Prometeu</b>	<b>Pandora</b>
Semi-eixo maior (km)	139377,33 ± 0,01	141712,63 ± 0,01
Longitude média ( ° )	188,526 ± 0,009	82,12 ± 0,01
Excentricidade	(1,92 ± 0,09) × 10 <sup>-3</sup>	(4,5 ± 0,1) × 10 <sup>-3</sup>
Movimento médio ( °/dia )	587,28942 ± 0,00007	572,78859 ± 0,00009
Longitude do pericentro ( ° )	228 ± 2	57 ± 1
Inclinação	-	-

Tabela 21 – Dados iniciais para Prometeu e Pandora retirados de Evans (2001), sem a influência de Mimas. Época: 2444839,6682JD

Com os dados relacionados na Tabela 21 realizamos uma nova simulação pelo mesmo período de 20 anos, a fim de observar as diferenças quantitativas e qualitativas dos resultados. Os resultados estão expostos abaixo e consideramos o caso mais geral, com  $J_2$ ,  $J_4$  e  $J_6$ . Seguindo a tendência de GR03a e French et al. (2003), consideramos que as órbitas dos satélites se encontram no plano equatorial de Saturno (inclinação nula). Os resultados estão expostos nas Figuras 40 e 41.



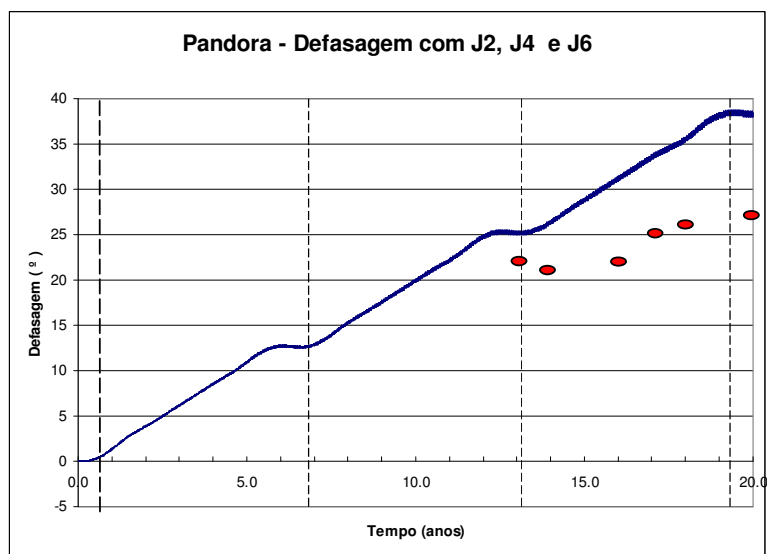


Figura 40 – Defasagem de longitude média de Pandora considerando-se dados iniciais de Evans (2001) sem a inclusão da perturbação ressonante de Mimas. Os círculos vermelhos representam os dados observacionais retirados da Tabela 8.

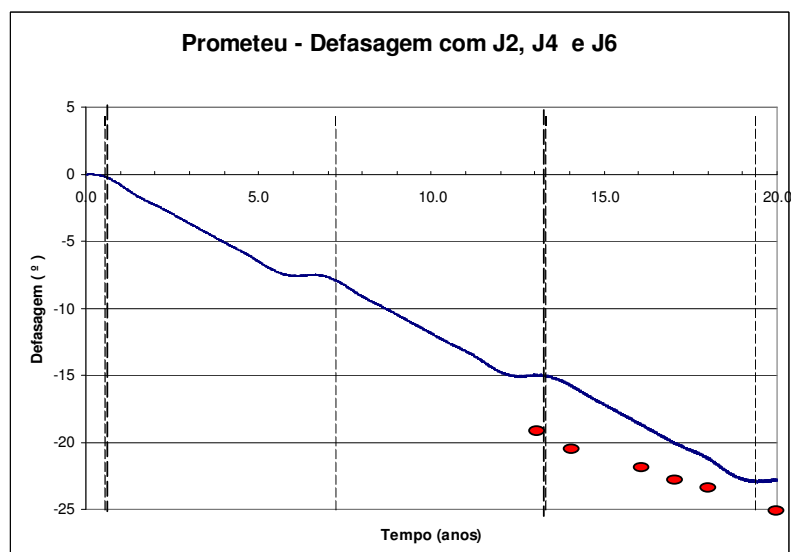


Figura 41 – Defasagem de longitude média de Prometeu considerando-se dados iniciais de Evans (2001) sem a inclusão da perturbação ressonante de Mimas. Os círculos vermelhos representam os dados observacionais retirados da Tabela 8.

Conforme podemos observar nas Figuras 40 e 41, os dados de Evans (2001) sem a influência de Mimas também reproduzem qualitativamente as interações entre Prometeu e Pandora, mantendo bem nítidos os momentos de maior troca de momento angular entre os satélites devido ao antialinhamento dos pericentros. Quantitativamente, os valores mantêm-se tão próximos dos observados e colocados na Tabela 8, de French et, al (2003), quanto os de GR03a.

Deste modo, nos Capítulos 3 e 4 continuaremos utilizando os dados de GR03b e Evans (2001) como nossos conjuntos principais de dados iniciais. Todos os estudos e testes serão realizados levando em consideração estes dois grupos e os resultados mais relevantes serão apresentados até que possamos definir qual dos trabalhos representa melhor o sistema Prometeu – Pandora – Anel F de Saturno.

### 3 PROMETEU E PANDORA

#### 3.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Observou-se, durante os estudos do comportamento de Prometeu e Pandora, que as defasagens observadas para os satélites são um simples problema de variação do semi-eixo maior devido às fortes interações gravitacionais existentes entre ambos, especialmente nos períodos de antialinhamento dos periapses. Estas variações induzem, por sua vez, variações nos valores dos movimentos médios dos satélites. Como as efemérides das Voyager 1 e 2 são de uma época muito próxima ao período de anti-alinhamento dos periapses, os elementos orbitais iniciais atribuídos aos satélites são reflexo de um estado de forte perturbação. Este estado, instável, foi tomado como referência para observações futuras. As defasagens surgem, então, da escolha de condições iniciais muito específicas, em um ponto muito particular. Procuramos mostrar que o caos no movimento médio dos satélites pode não ser a razão principal das defasagens observadas, mas apenas um elemento a mais cuja contribuição não nos parece tão significativa quanto as variações originárias de encontros próximos, acentuadas pelo anti-alinhamento dos periapses.

Mostramos que dentro de nossa concepção do problema é possível obter defasagens muito menores para períodos de tempo poucos anos maiores, desde que as condições iniciais não sejam tomadas em períodos de grande perturbação.

#### 3.2 DEFASAGENS

O problema da interação entre os satélites durante os períodos de anti-alinhamento é analisado por GR03a, entretanto os autores concentram-se na premissa que as interações entre Prometeu e Pandora torna seus movimentos caóticos. Esta caoticidade é analisada mais a fundo no trabalho seguinte (GR03b) dos mesmos autores, onde é colocado que as órbitas caóticas de Prometeu e Pandora existem devido às interações associadas a uma ressonância 121:118 no movimento médio. Esta ressonância, alta e de terceira ordem, a nosso ver bastante fraca, parte-se em 4 componentes de iguais frequências, segundo GR03b, devido à precessão diferencial das órbitas. As larguras individuais de cada uma destas ressonâncias, ainda segundo os

autores, se sobrepõem, resultando em caos. Devido a isso, os movimentos médios de Prometeu e Pandora mudam caoticamente em zonas de amplitudes iguais a 1,8°/ano e 3,1°/ano, respectivamente, para Prometeu e Pandora.

Neste trabalho, a análise inicia-se pela terceira lei de Kepler, que pode ser escrita como

$$\mu = n_0^2 a^3 \quad (21)$$

onde  $n_0$  é o movimento médio perturbado devido ao achatamento do planeta. Considerando-se as perturbações dos harmônicos até  $J_6$ ,  $n_0$  pode ser calculado conforme a equação (12), da seção 1.4.

A equação (21) mostra claramente que, por exemplo, um aumento no valor do semi-eixo maior,  $a$ , implica numa redução no valor do movimento médio,  $n_0$ , a fim de manter constante a relação entre estas variáveis, já que  $\mu$  é uma constante que depende apenas das massas dos corpos envolvidos e da constante de gravitação universal.

Posteriormente, calculou-se a variação necessária no valor do semi-eixo maior inicial de cada satélite, para gerar as defasagens observadas após 20 anos, que de acordo com French et al. (2003) são de 25,39° e 27,70° para Prometeu e Pandora, respectivamente. Curiosamente, independente de utilizar-se os dados iniciais de Evans (2001) ou de GR03b, as variações necessárias nos valores dos semi-eixos maiores são exatamente iguais, conforme apresentado na Tabela 22.

Satélites	$\Delta a$ (m)	
	GR03b	Evans
Prometeu	549,9	549,9
Pandora	625,4	625,4

**Tabela 22 – Variações de semi-eixo maior necessárias para produzir as defasagens de Prometeu e Pandora em 20 anos.**

Estas variações estão bem acima dos desvios dos dados observacionais admissíveis para os valores de semi-eixo maior, que segundo Evans (2001) são de  $\pm 10$  metros para cada um dos satélites.

No entanto, notou-se que as observações das Voyager em 1981 foram realizadas em um momento muito particular, durante o período de maior interação gravitacional entre os satélites, nas proximidades do anti-alinhamento de seus periapses. Neste período, a grande proximidade entre Prometeu e Pandora provoca sensíveis variações no semi-eixo maior, que são relativamente estabilizadas após algum tempo. As Figuras 42 e 43 reproduzem a evolução dos semi-eixos maiores de Prometeu e Pandora por um período de 20 anos a partir de dados iniciais de Evans (2001). Tais dados referem-se à época 2444839,6682 JD, correspondente a 23 de agosto de 1981, às 04h 02min 12s. Esta é, exatamente, a época tomada como base para a determinação dos dados iniciais por diversos autores, tais como Synnott et al. (1983), Jacobson (comunicação privativa apud GOLDREICH; RAPPAPORT, 2003a) e por Evans (2001). Conseqüentemente tomada também como referência para determinação da defasagem por GR03a, GR03b, French et al. (2003) e McGhee et al. (2001). As linhas verticais tracejadas representam os pontos de anti-alinhamento dos periapses de acordo com GR03a.

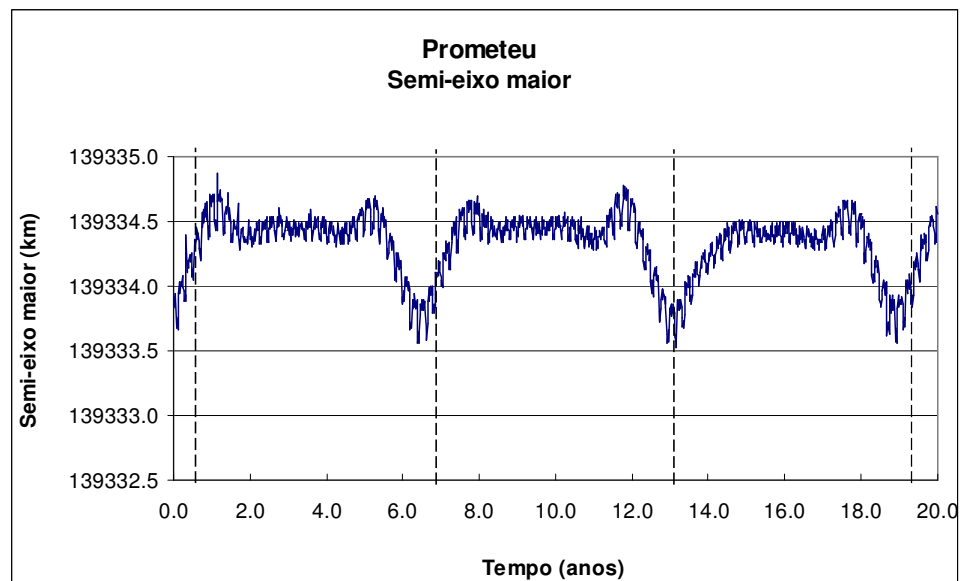
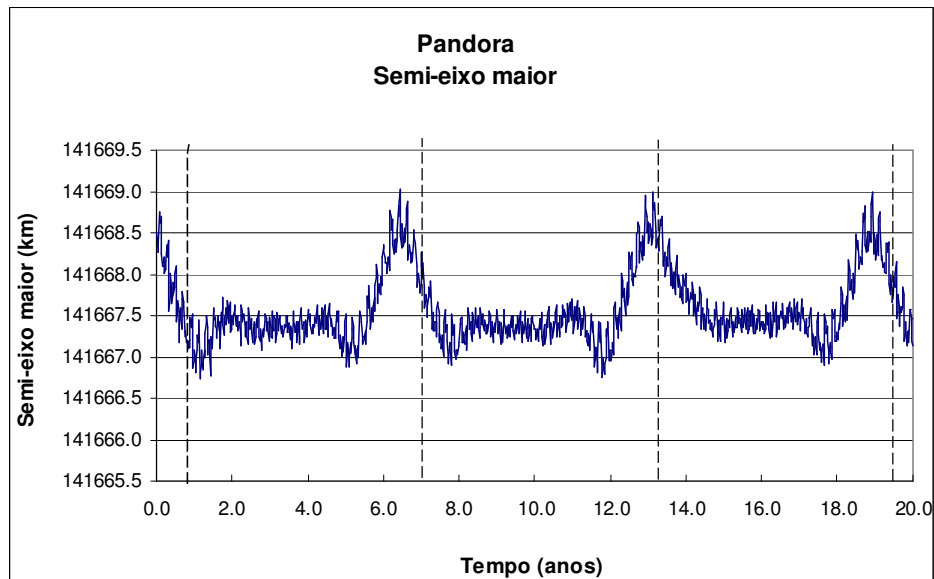


Figura 42 – Variação do semi-eixo maior de Prometeu em 20 anos, utilizando-se dados de Evans (2001).

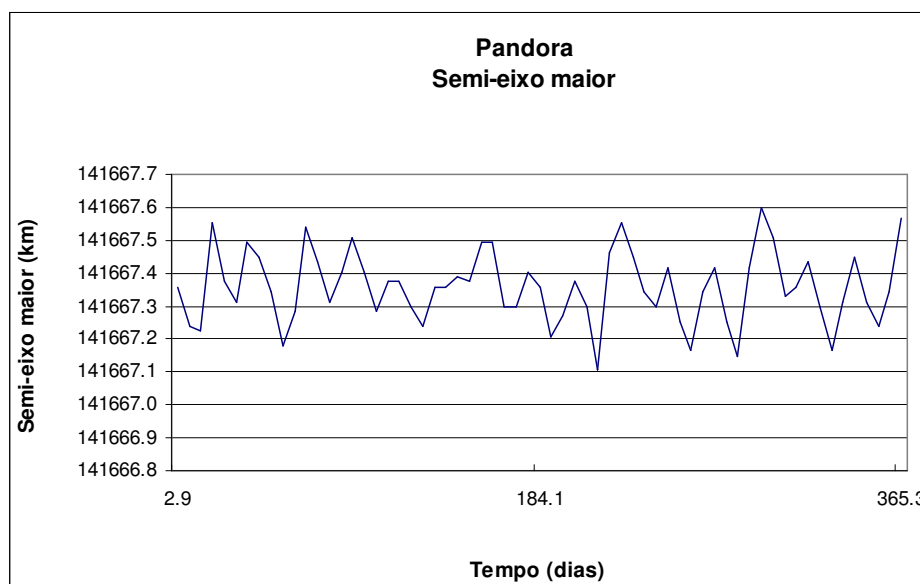


**Figura 43 – Variação do semi-eixo maior de Pandora em 20 anos, utilizando-se dados de Evans (2001), sem a perturbação ressonante de Mimas.**

Observe-se o fato das condições iniciais para ambos os satélites (ano zero), partirem de uma situação próxima ao ponto de antialinhamento dos periapses. O movimento dos satélites, representado nas Figuras 42 e 43, pode ser classificado em dois tipos diferentes de períodos que se alternam: *a) períodos de pequena perturbação*: trechos aproximadamente horizontais, representando períodos em que os semi-eixos maiores dos satélites mantêm-se relativamente estáveis, oscilando dentro de uma pequena faixa de 200 a 300 metros (por exemplo de 1,6 a 4,8 anos e de 8,0 a 11,2 anos, aproximadamente); *b) períodos de grande perturbação*: trechos com inclinação significativa, formando ápices e representando períodos que envolvem regiões próximas ao ponto de anti-alinhamento dos periapses, onde existem variações de até 1,5 km no valor dos semi-eixos maiores dos satélites (por exemplo de 0,0 anos a 1,6 anos e de 5,0 anos a 7,8 anos, aproximadamente).

Cabe observar que as pequenas oscilações, que ocorrem durante todo o período de 20 anos, são devidas aos encontros próximos entre Prometeu e Pandora, que acontecem devido a uma diferença nos valores de seus movimentos médios. Em linguagem simples, pode-se colocar que Prometeu, com maior movimento médio e período orbital menor, ultrapassa Pandora repetidas vezes. Considerando-se os dados

de Evans (2001), o movimento médio de Prometeu é  $14,50083^\circ/\text{dia}$  mais veloz que o de Pandora. Deste modo, existirão encontros próximos entre os satélites a cada 24,83 dias, aproximadamente, o que resulta em cerca de 15 encontros próximos durante 1 ano. A Figura 44, que reproduz a Figura 43 entre 3,0 e 4,0 anos, corrobora estes dados. Existe, no intervalo citado e representado na Figura 44, 15 períodos com amplitudes irregulares, definidos cada qual pela distância entre dois cumes ou duas depressões.



**Figura 44 – Representação, em dias, da variação do semi-eixo maior de Pandora dentro do período de 1 ano, de acordo com dados de Evans (2001). O período acima corresponde ao intervalo de 3 a 4 anos da Figura 43.**

Voltando-se então às Figuras 42 e 43, torna-se evidente que as imagens advindas das Voyager I e II, que determinaram os dados iniciais que serviram de referência a diversos autores, foram obtidas nas proximidades de um período de anti-alinhamento. Percebendo que a defasagem é totalmente dependente das condições iniciais, as estimativas futuras ficam prejudicadas.

Prometeu, por exemplo, assume na maior parte do tempo um semi-eixo maior superior àquele em que encontrava-se na época das observações das Voyager. Assim sendo, o satélite assume na maior parte do tempo um movimento médio menor do que o que foi a ele conferido, movendo-se então mais lentamente do que o esperado. É

natural, portanto, que tenha sido encontrada uma defasagem negativa para este satélite, conforme dados de GR03a, GR03b, French et al. (2003) e McGhee et al. (2001). Ou seja, ele encontrava-se em uma posição angular anterior à que foi para ele estimada.

O inverso ocorre para Pandora. Conforme pode-se observar na Figura 43, o satélite mantém-se na maior parte do tempo em um valor de semi-eixo menor do que aquele em que encontrava-se na época de observação das Voyager. Isso implica em um movimento médio na maior parte do tempo superior ao que foi observado. O satélite caminha, portanto, mais rapidamente do que se previa. É natural, por conseqüência, que tenha-se obtido defasagens positivas para Pandora, ou seja, encontrou-se o satélite em uma posição angular à frente daquela prevista.

De acordo com o que foi aqui exposto, o valor das defasagens para Prometeu e Pandora é meramente casual, resultante do fato das observações, e conseqüentemente os dados iniciais, terem sido obtidos em condições muito particulares, em um momento que existia uma forte interação entre os satélites devido à proximidade entre eles, nas imediações do ponto de anti-alinhamento dos periapses.

Pautando-se neste entendimento, conclui-se que, se as observações das Voyager tivessem sido realizadas durante os períodos em que os semi-eixos maiores dos satélites encontravam-se relativamente estáveis, ou seja, fora dos períodos de grande variação que antecedem e procedem o anti-alinhamento dos periapses, os valores de defasagem observados após 15 ou 20 anos, por exemplo, seriam bem menores. Isto ocorreria porque as condições iniciais seriam advindas de observações realizadas em um momento de *pequena perturbação*, em que os satélites possuiriam valores de movimento médio mais próximos daqueles que se mantêm na maior parte do tempo. As defasagens observadas seriam, ao contrário do que ocorre atualmente, resultantes das variações de movimento médio que os satélites sofrem nas proximidades do ponto de anti-alinhamento dos periapses. Hoje, é durante os períodos de *pequena perturbação* que os satélites possuem um valor de movimento médio bem diferente do observado em 1981, e esta é a diferença que origina as defasagens de Prometeu e Pandora.

A fim de confirmar este raciocínio, considerou-se uma situação em que os dados iniciais tivessem sido obtidos 3 anos antes das efemérides das Voyager. Assim, a partir dos dados iniciais de GR03b e, posteriormente, a partir dos dados iniciais de



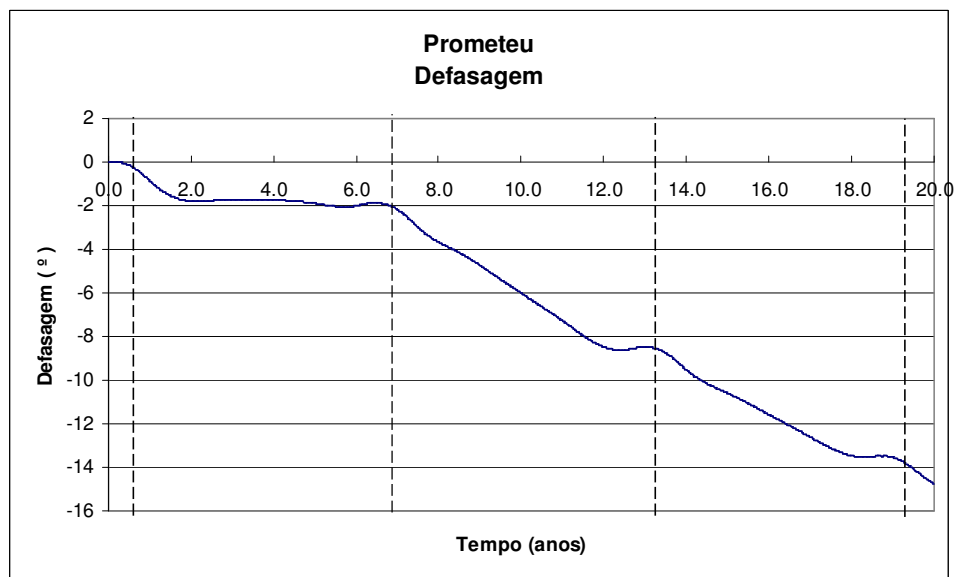
Evans (2001), realizou-se simulações com Prometeu, Pandora e Saturno considerando passo de tempo negativo até a época final 2443743,66819 JD, que corresponde ao dia 23 de agosto de 1978, às 04h 02min 12s. Obteve-se então dois novos grupos de dados iniciais, ambos referentes à época acima e que serão doravante chamados: *a) NDG*: dados iniciais para a época em questão derivados a partir dos dados de GR03b; *b) NDE*: dados iniciais para a época em questão derivados a partir dos dados de Evans (2001).

A diferença entre estes novos dados iniciais e os demais amplamente utilizados por GR03a, GR03b, Evans (2001), French et al. (2003), McGhee et al. (2001) e Murray et al. (2000) é que, nesta nova época, os satélites encontram-se dentro de um *período de pequena perturbação*.

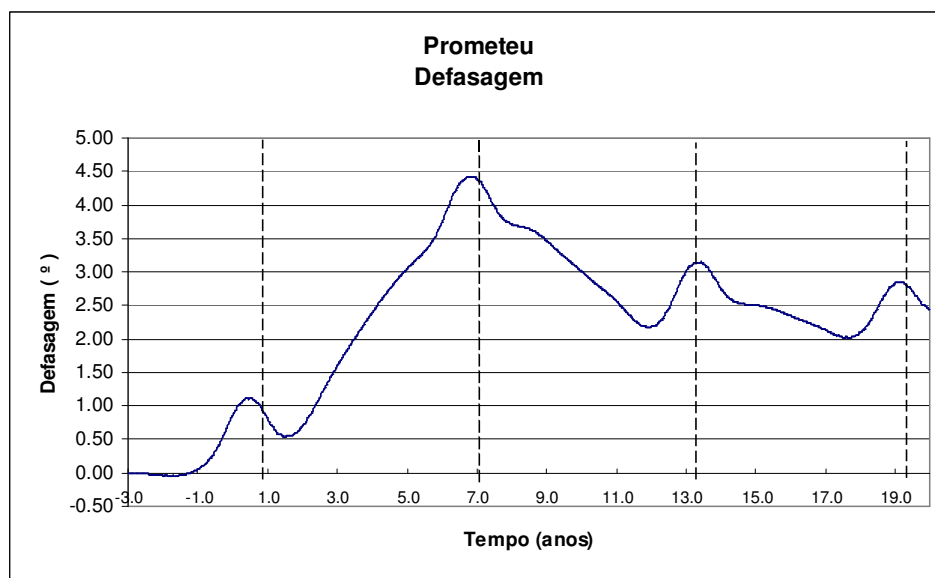
A partir destes dois novos conjuntos de dados iniciais, realizaram-se simulações por 23 anos com Prometeu, Pandora e Saturno. Os resultados obtidos são comparados com os resultados das simulações realizadas por 20 anos, obviamente comparando-se os resultados agora obtidos com *NDG* aos resultados anteriormente obtidos com GR03b e os resultados agora obtidos com *NDE* aos resultados anteriormente obtidos com Evans (2001).

Em ambos os casos os resultados analisados corroboram nossas expectativas. É importante observar que, a partir do ano zero as novas integrações reproduzem as anteriores com relação a semi-eixo maior e excentricidade.

As Figuras 45 a 56 estabelecem uma comparação entre as simulações realizadas por 20 anos com dados iniciais de GR03b e a simulação realizada por 23 anos com o conjunto de dados iniciais *NDG*, derivados de GR03b. Inicialmente a comparação é realizada para Prometeu e a seguir para Pandora.



**Figura 45 – Defasagem da longitude média para Prometeu em 20 anos obtida a partir dos dados de GR03b.**



**Figura 46 – Defasagem da longitude média para Prometeu em 23 anos obtida a partir dos dados de GR03b.**

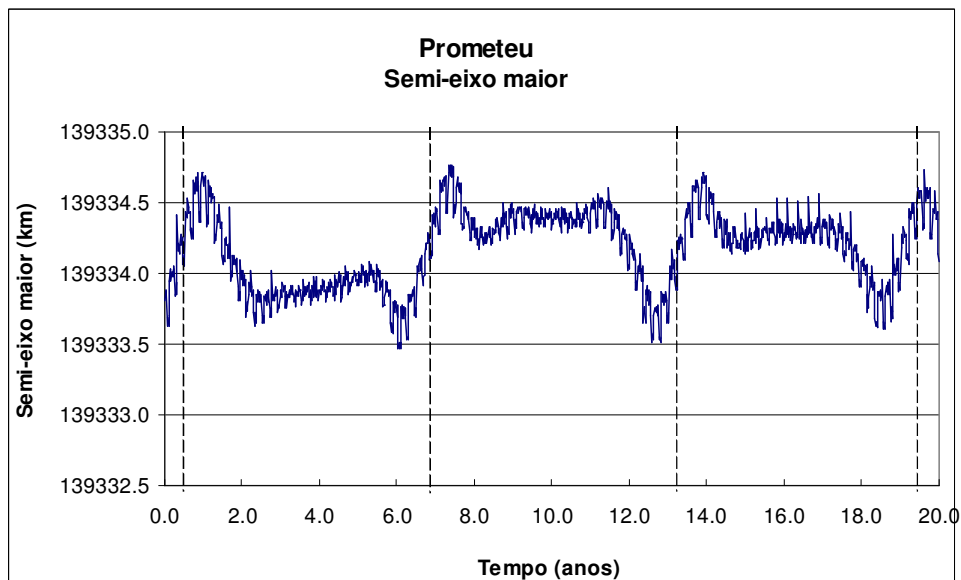


Figura 47 – Variação do semi-eixo maior de Prometeu por 20 anos obtida a partir dos dados de GR03b.

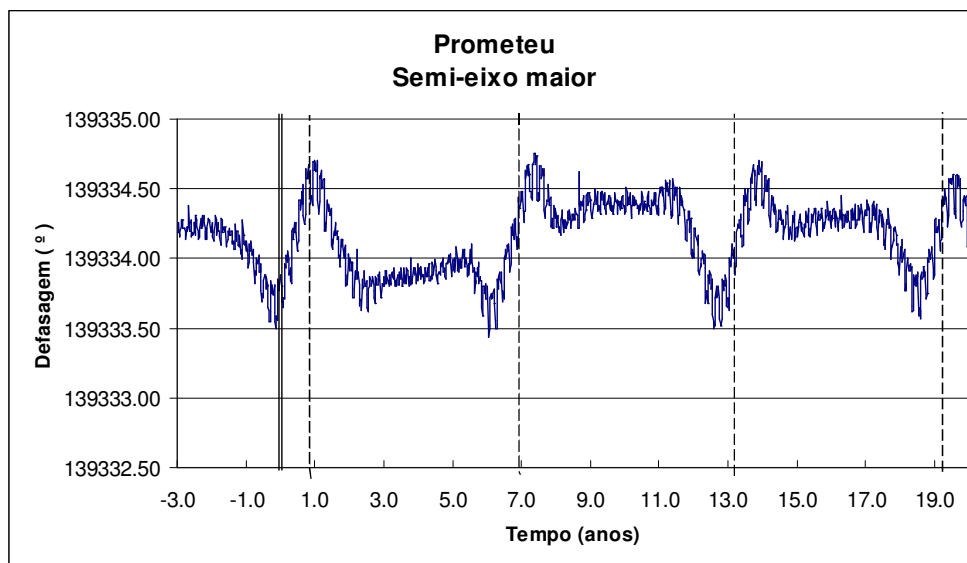


Figura 48 – Variação do semi-eixo maior de Prometeu por 23 anos obtida a partir do conjunto de dados NDG. A linha vertical dupla representa o tempo zero, a partir do qual esta figura reproduz a anterior.

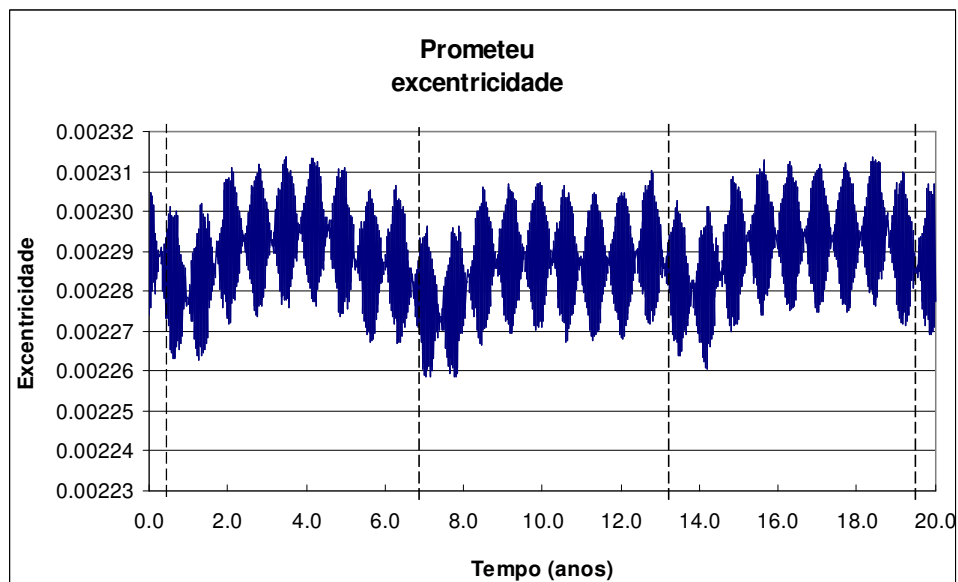


Figura 49 – Variação da excentricidade de Prometeu por 20 anos obtida a partir dos dados de GR03b

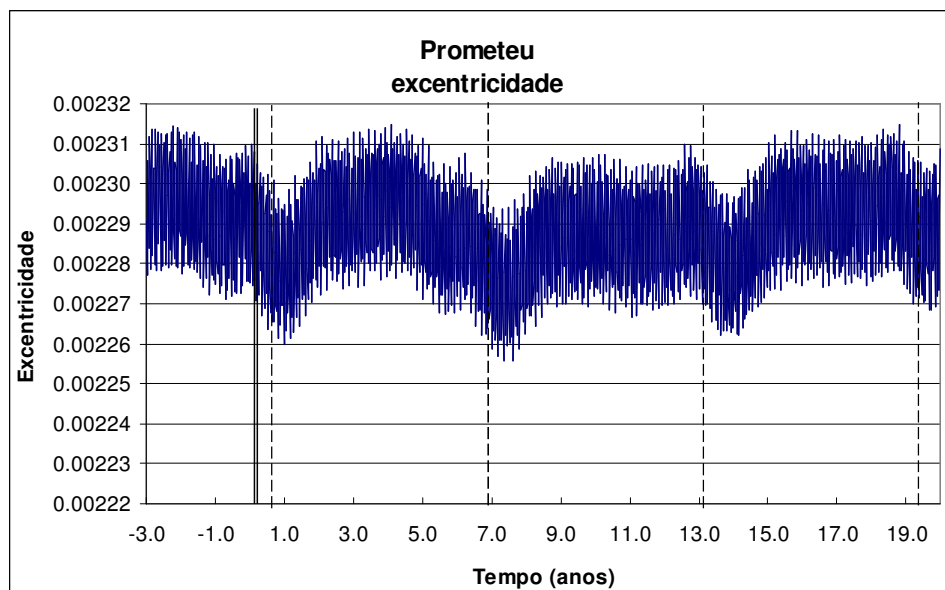


Figura 50 – Variação da excentricidade de Prometeu por 23 anos obtida a partir do conjunto de dados NDG. A linha vertical dupla representa o tempo zero, a partir do qual esta figura reproduz a anterior.

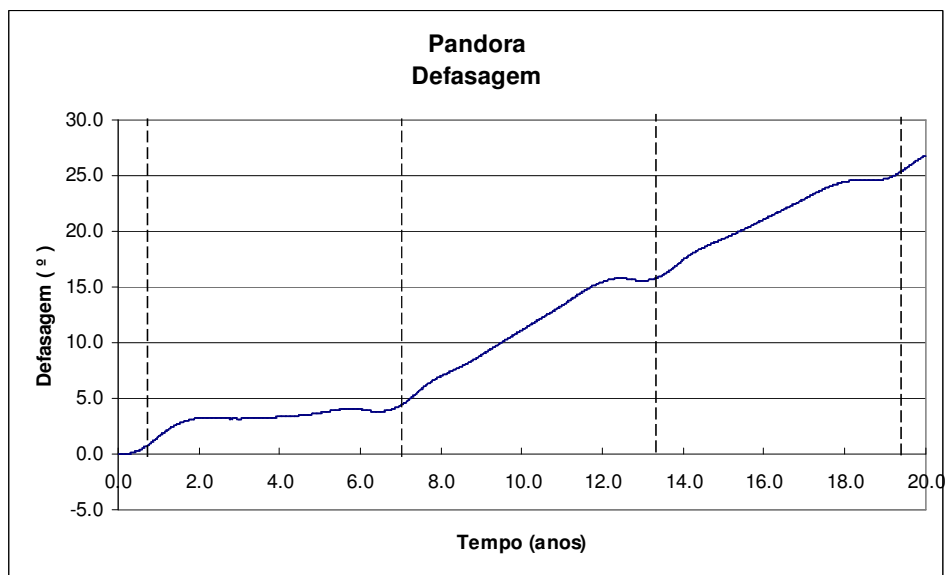


Figura 51 – Defasagem da longitude média para Pandora em 20 anos obtida a partir dos dados de GR03b.

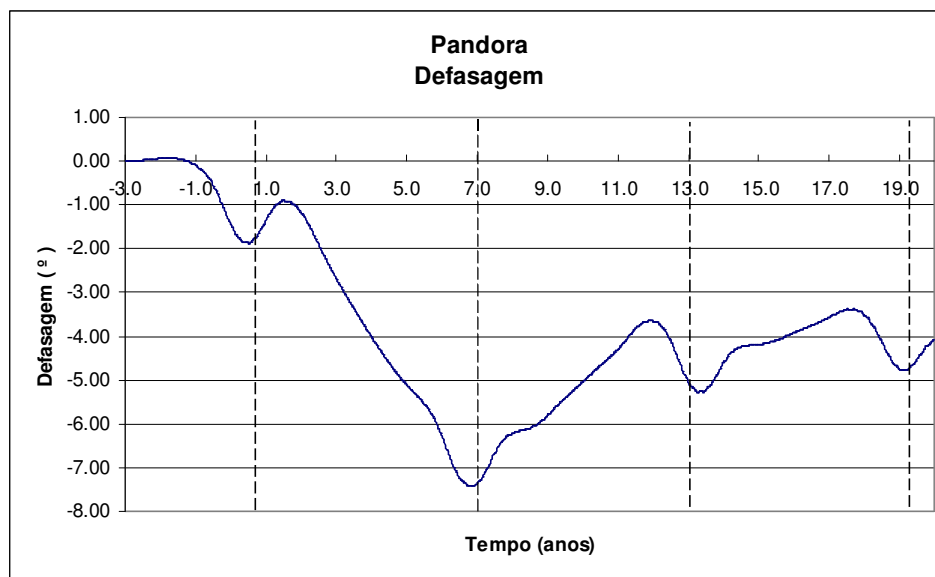
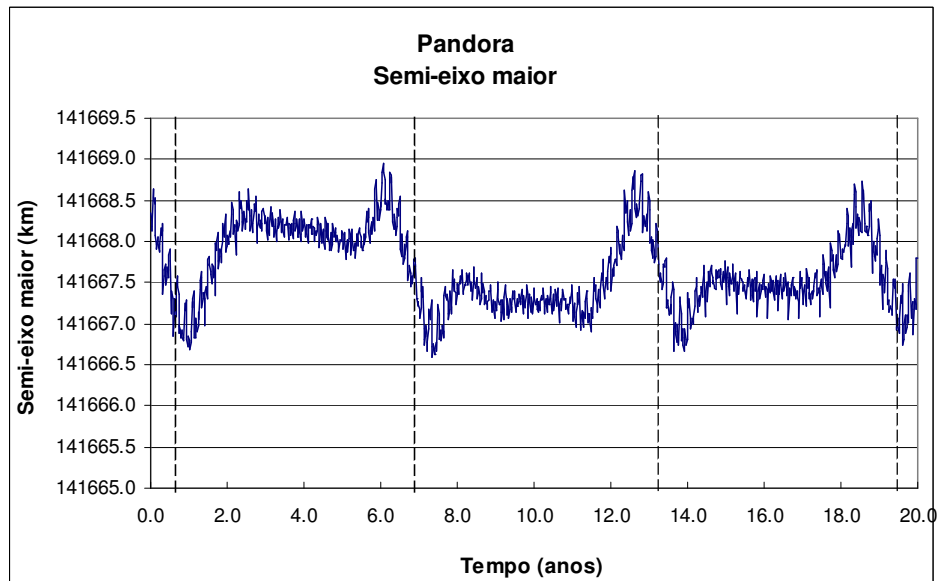
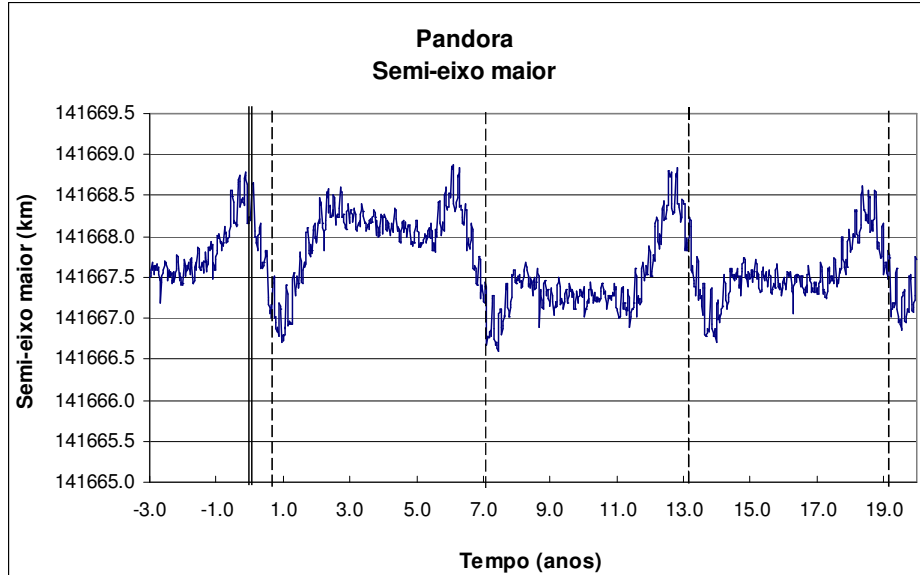


Figura 52 – Defasagem da longitude média para Pandora em 23 anos obtida a partir do conjunto de dados NDG.



**Figura 53 – Variação do semi-eixo maior de Pandora por 20 anos obtida a partir dos dados de GR03b**



**Figura 54 – Variação do semi-eixo maior de Pandora por 23 anos obtida a partir do conjunto de dados NDG. A linha vertical dupla representa o tempo zero, a partir do qual esta figura reproduz a anterior.**

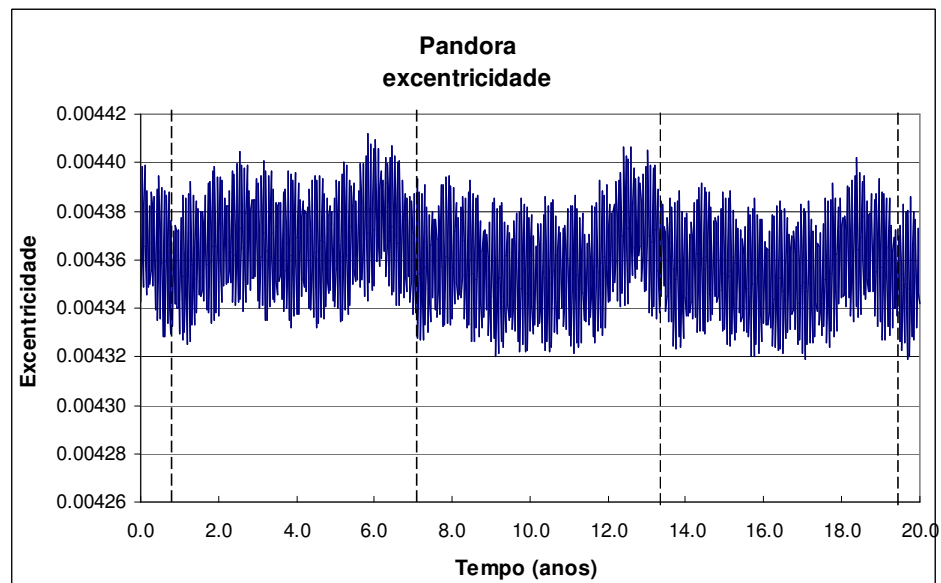


Figura 55 – Variação da excentricidade de Pandora por 20 anos obtida a partir dos dados de GR03b.

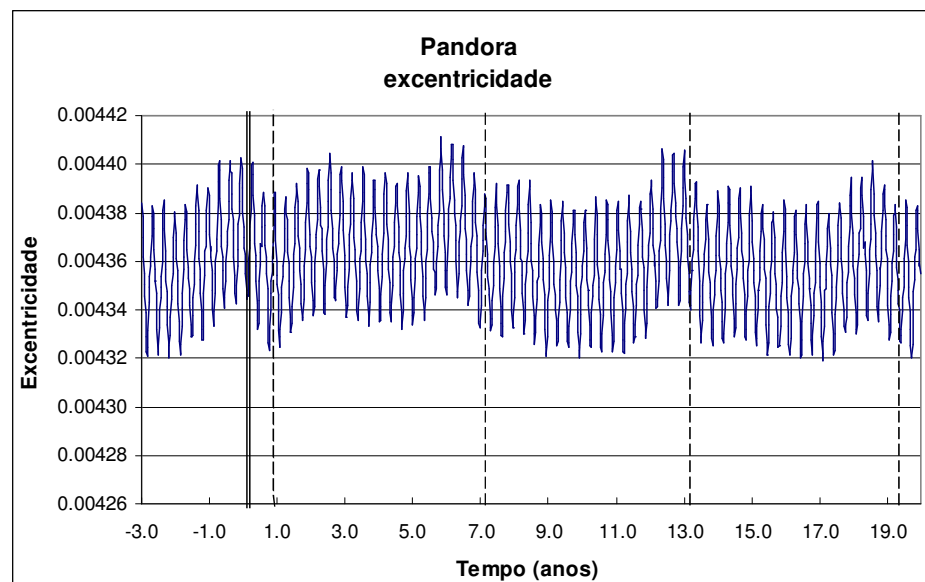
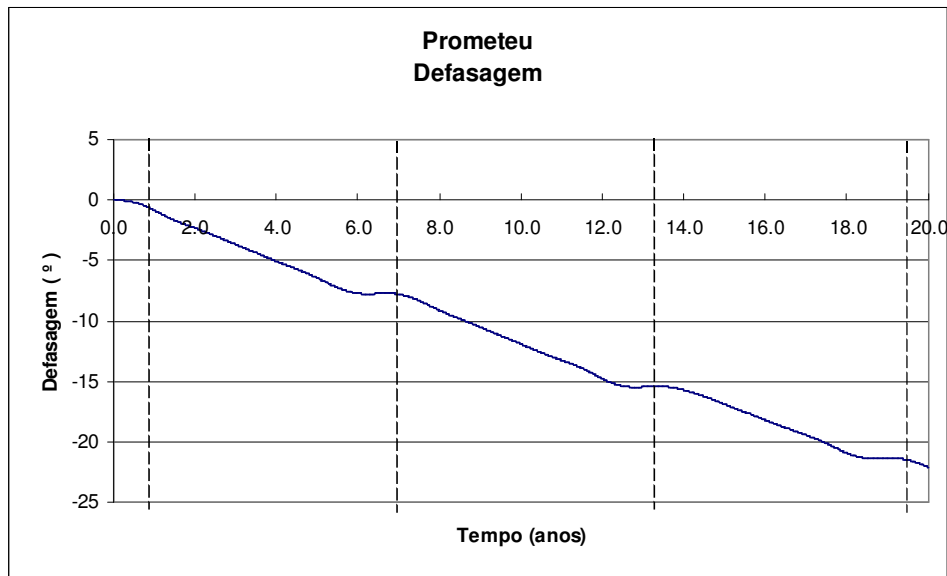
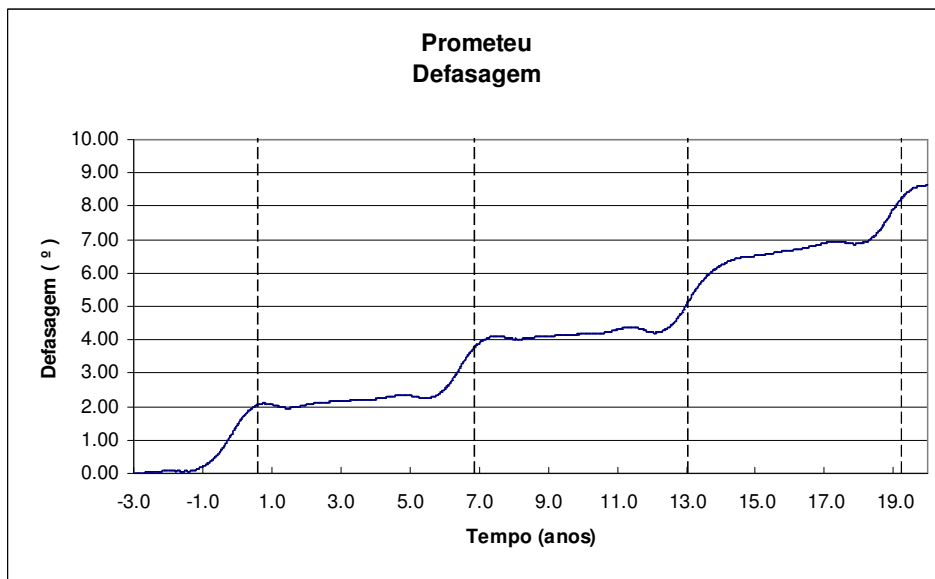


Figura 56 – Variação da excentricidade de Prometeu por 23 anos obtida a partir do conjunto de dados NDG. A linha vertical dupla representa o tempo zero, a partir do qual esta figura reproduz a anterior.

As Figuras 57 a 68 estabelecem uma comparação entre as simulações realizadas por 20 anos com dados iniciais de Evans (2001) e a simulação realizada por 23 anos com o conjunto de dados iniciais NDE, derivados de Evans (2001). Inicialmente a comparação é realizada para Prometeu e a seguir para Pandora.

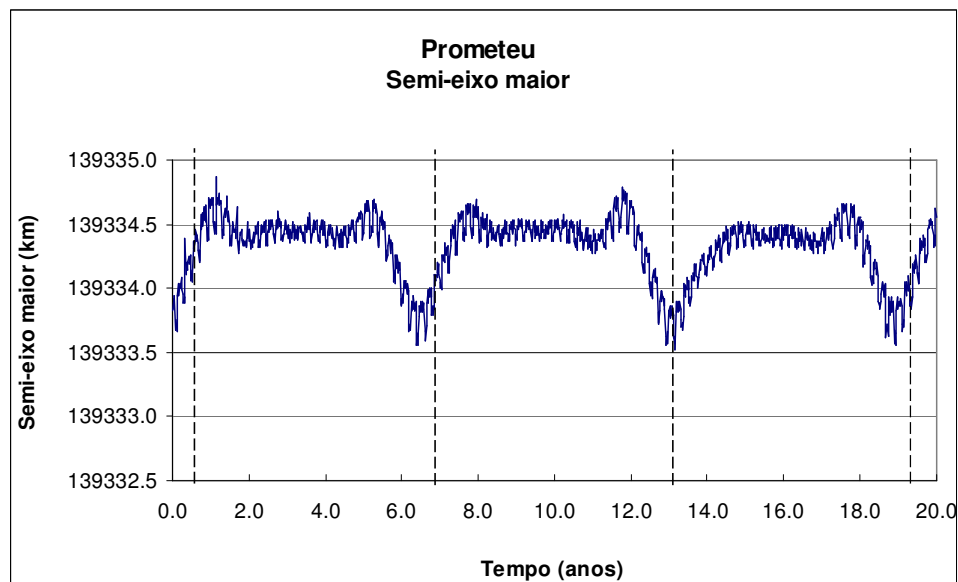


**Figura 57 – Defasagem da longitude média para Prometeu em 20 anos obtida a partir dos dados de Evans (2001).**

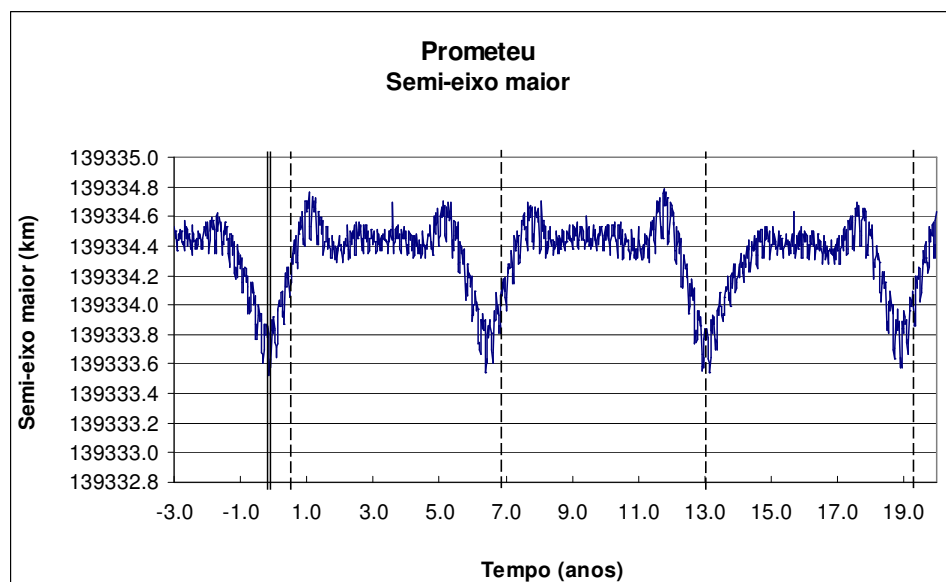


**Figura 58 – Defasagem da longitude média para Prometeu em 23 anos obtida a partir do conjunto de dados NDE.**





**Figura 59 – Variação do semi-eixo maior de Prometeu por 20 anos obtida a partir dos dados de Evans (2001).**



**Figura 60 – Variação do semi-eixo maior de Prometeu por 23 anos obtida a partir do conjunto de dados NDE. A linha vertical dupla representa o tempo zero, a partir do qual esta figura reproduz a anterior.**

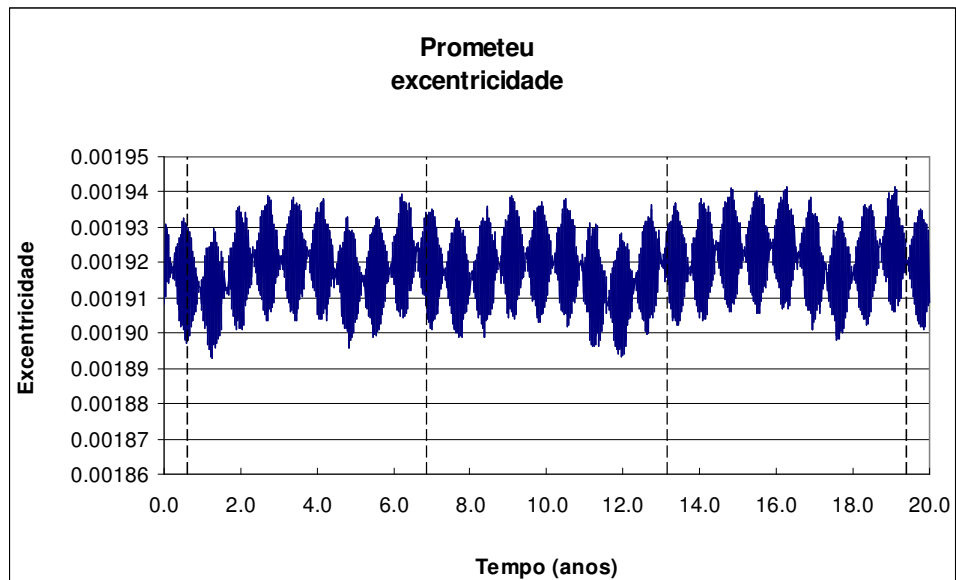


Figura 61 – Variação da excentricidade de Prometeu por 20 anos obtida a partir dos dados de Evans (2001).

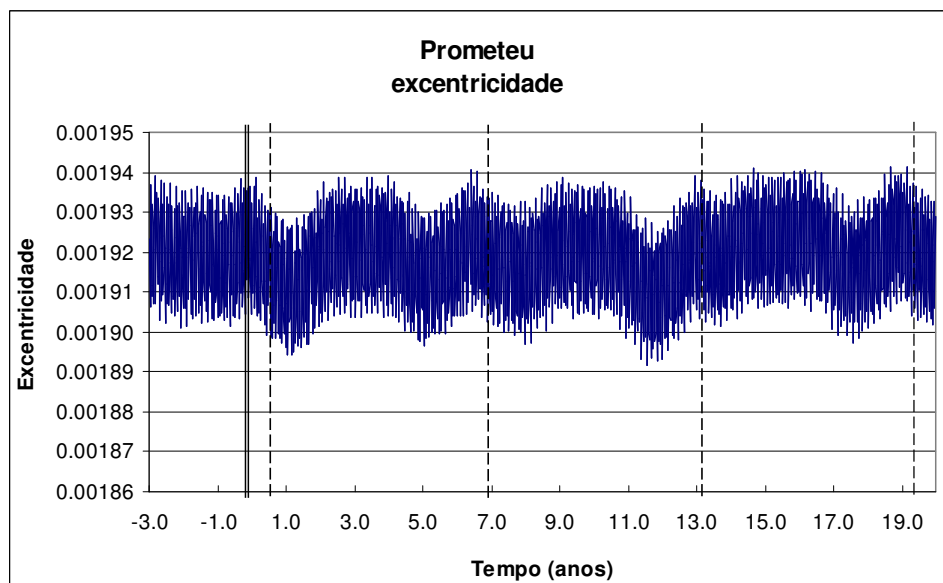


Figura 62 – Variação da excentricidade de Prometeu por 23 anos obtida a partir do conjunto de dados NDE. A linha vertical dupla representa o tempo zero, a partir do qual esta figura reproduz a anterior.

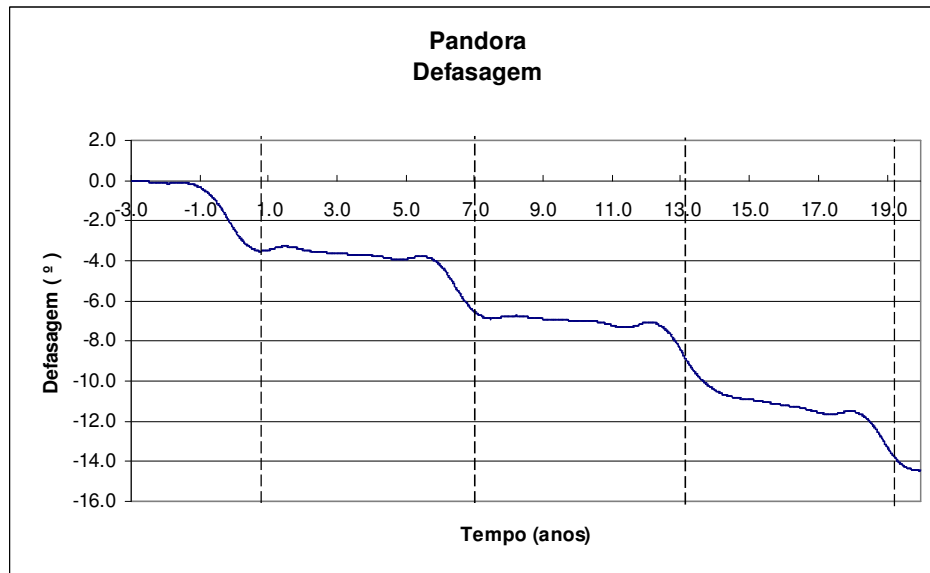


Figura 63 – Defasagem da longitude média para Pandora em 20 anos obtida a partir dos dados de Evans (2001).

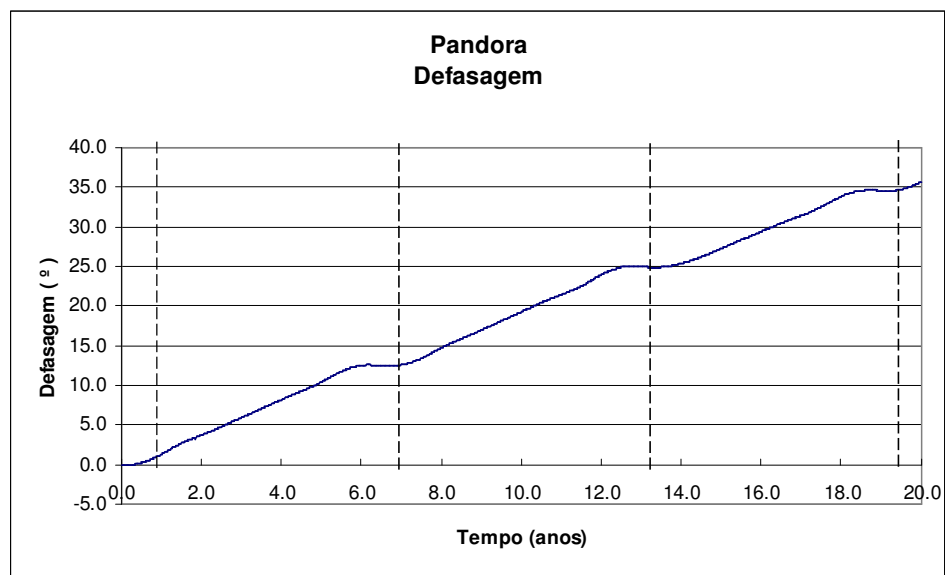
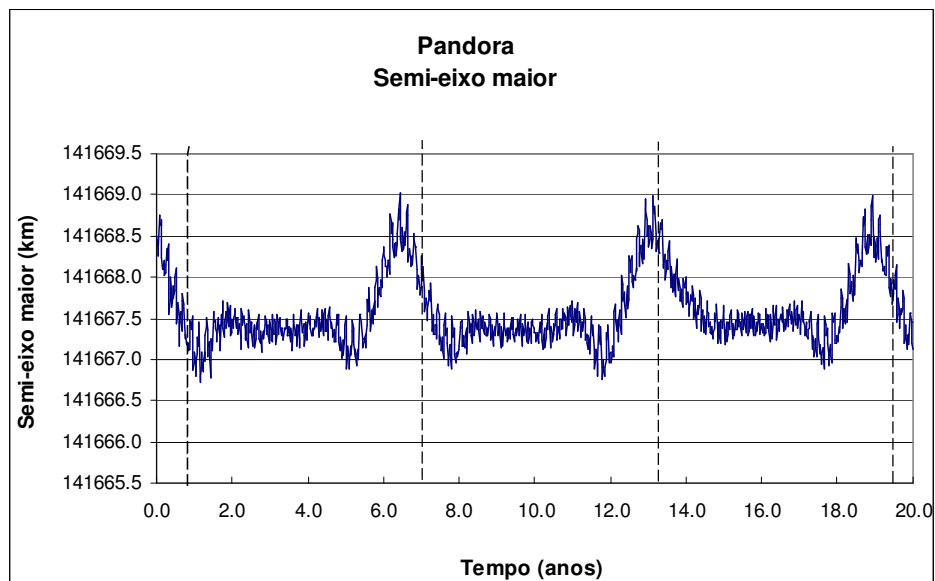
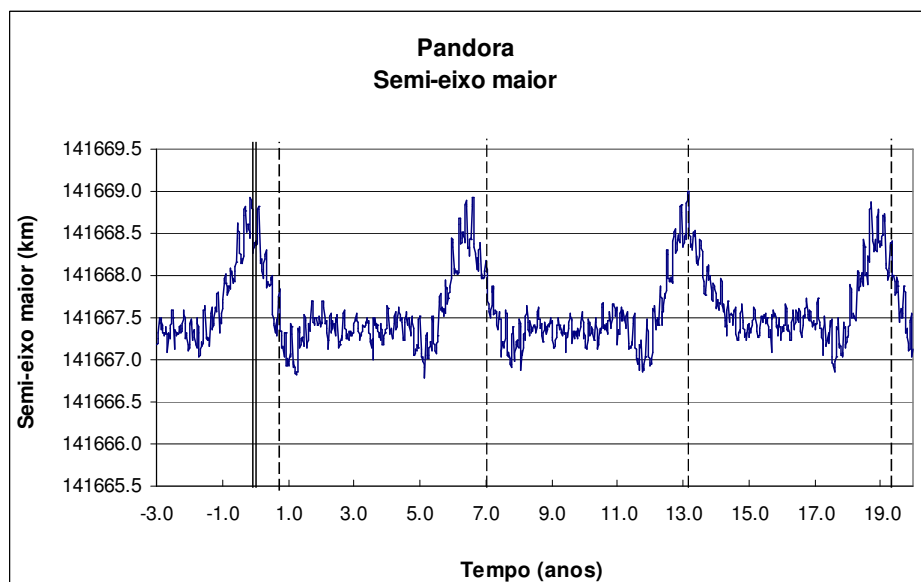


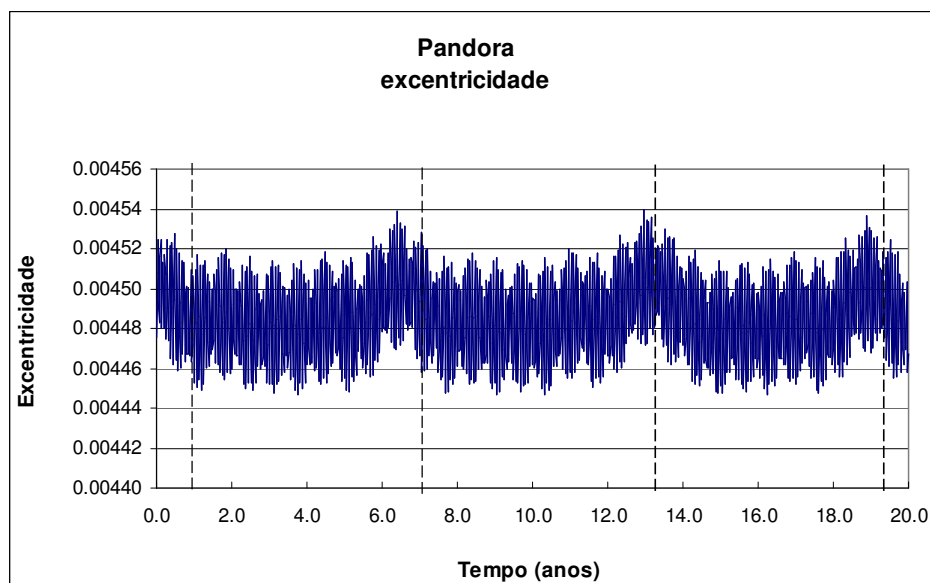
Figura 64 – Defasagem da longitude média para Pandora em 23 anos obtida a partir do conjunto de dados NDE.



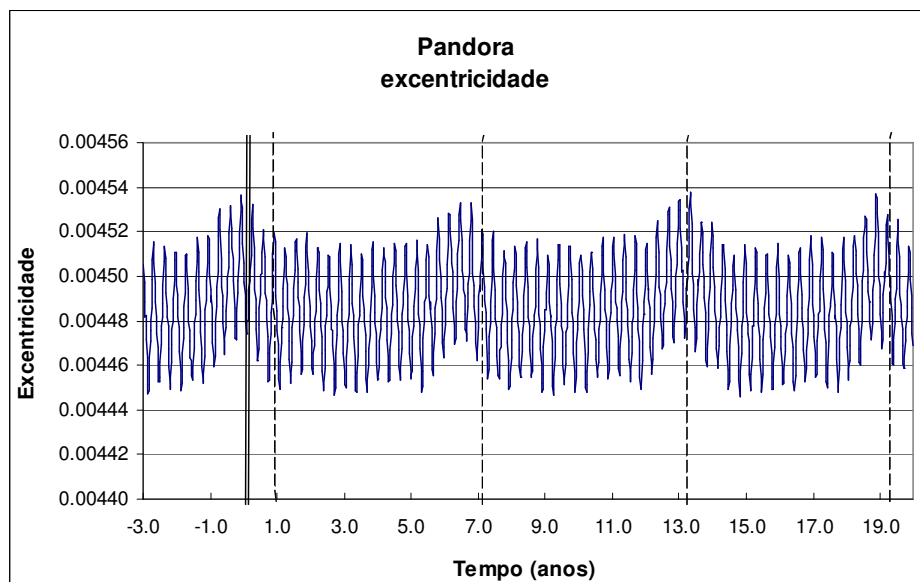
**Figura 65 – Variação do semi-eixo maior de Pandora por 20 anos obtida a partir dos dados de Evans (2001).**



**Figura 66 – Variação do semi-eixo maior de Pandora por 23 anos obtida a partir do conjunto de dados NDE. A linha vertical dupla representa o tempo zero, a partir do qual esta figura reproduz a anterior.**



**Figura 67 – Variação da excentricidade de Pandora por 20 anos obtida a partir dos dados de Evans (2001).**



**Figura 68 – Variação da excentricidade de Prometeu por 23 anos obtida a partir do conjunto de dados NDE. A linha vertical dupla representa o tempo zero, a partir do qual esta figura reproduz a anterior.**

Nas Figuras acima, observa-se que aquelas que representam as excentricidades (Figuras 49 e 50, 55 e 56, 61 e 62, 67 e 68), quando comparadas, são diferentes.

Entretanto, as diferenças referem-se apenas ao número de pontos utilizado na saída dos dados para confecção dos gráficos. Um número baixo de pontos de saída proporciona o surgimento de estruturas regulares que nada têm a ver com problemas de dinâmica orbital, são problemas de desenho, de construção de gráficos. Saídas realizadas com um número maior de pontos preenchem os espaços vazios e as figuras se igualam.

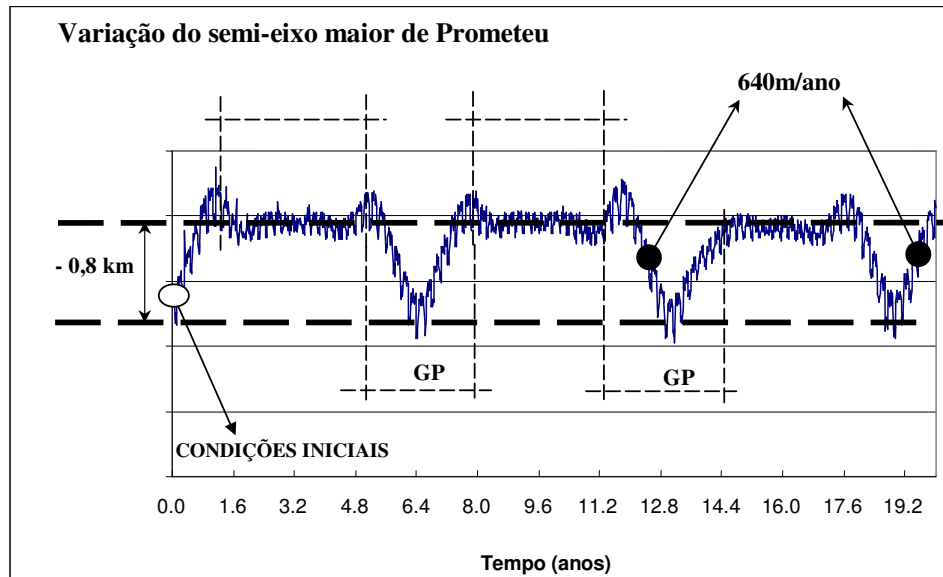
### 3.3 CAOS E TERCEIRA LEI DE KEPLER

Um segundo teste foi realizado para verificar a parcela da defasagem que pode ser atribuída à simples variação radial que os satélites sofrem devido à interação mútua, e a parcela que pode ser atribuída à uma variação efetiva do movimento médio. Ou seja, qual a contribuição, na defasagem da longitude média, da alteração do semi-eixo maior dos satélites e qual é a contribuição de possíveis variações angulares caóticas.

Para obter-se a defasagem na longitude média dos satélites, de acordo com GR03a, subtrai-se da longitude de cada satélite a taxa  $\lambda_0 + n_0(t - t_0)$ , que pode ser vista como a evolução temporal da longitude média do problema de dois corpos com achatamento. Deste modo, a defasagem da longitude média obtida numericamente é a diferença entre as longitudes do problema de 3-corpos e do problema de 2-corpos. Observando-se a evolução do semi-eixo maior dos satélites do sistema (Figuras 59 e 65, por exemplo, para Prometeu e Pandora), nota-se ao longo do tempo uma sensível variação no valor do semi-eixo maior dos satélites em relação ao semi-eixo maior inicial, principalmente pelo fato já dito das efemérides iniciais terem sido obtidas em condições muito específicas.

Assim sendo, quando realiza-se a diferença entre a longitude média do problema de 3-corpos e a longitude média do problema de 2-corpos, na maior parte do tempo está se considerando o mesmo satélite em semi-eixos maiores diferentes. Esta diferença, durante pelo menos 50% do tempo, fica em torno de +0,6 km para Prometeu e -1,0 km para Pandora. É o tempo em que o satélite se mantém nos chamados *períodos de pequena perturbação*. Nos *períodos de grande perturbação* os semi-eixos maiores variam acentuadamente, a partir do valor do período de pequena perturbação, a uma taxa de aproximadamente 640m/ano até o valor máximo de -0,8 km para

Prometeu, retornando em seguida ao valor do período de pequena perturbação à mesma taxa de variação. O mesmo acontecendo para Pandora a uma taxa de variação de aproximadamente 900m/ano, alcançando um máximo de +1,19km. A Figura 69 representa esta situação esquematicamente para Prometeu.



**Figura 69** - Os trechos indicados com as letras “PP” representam os *períodos de pequena perturbação* e os trechos representados por “GP” representam os *períodos de grande perturbação*. As setas com elipses escuras nas pontas indicam os trechos em que o semi-eixo varia a uma taxa de 640m/ano e a seta com elipse clara indica as condições iniciais. As linhas tracejadas horizontais grossas mostram a *variação média máxima do semi-eixo maior de Prometeu*.

De maneira resumida, a diferença entre as longitudes do problema de três corpos e do problema de dois corpos, só está efetivamente medindo uma defasagem real na variação angular em um instante muito curto, em que o semi-eixo maior do satélite iguala-se ao seu semi-eixo inicial. Na grande parte do tempo, a metodologia adotada por GR03a mede diferenças de longitude média de sistemas em que um satélite caminha mais rápido ou mais devagar, considerando um sistema em relação ao outro, devido a uma diferença no valor de seus semi-eixos maiores. Este fato deve ser visto como uma consequência natural da terceira lei de Kepler, conhecida como “keplerian shear” e não como um problema de caoticidade no movimento angular de cada satélite. Pode-se estabelecer um problema de caos na variação angular se determinado satélite, quando perturbado por um outro satélite, passa a mover-se mais

rápido ou mais devagar, de maneira aleatória, em relação ao problema de dois corpos, considerando que o satélite encontre-se, em ambos os sistemas (2 e 3 corpos), em semi-eixos maiores suficientemente próximos para que não seja esta diferença de semi-eixos a razão da variação angular.

Baseando-se neste raciocínio, decidiu-se propor uma forma de medir a efetiva contribuição da defasagem devido a variações angulares caóticas, utilizando-se a metodologia exposta a seguir. No momento de subtrair da longitude média do satélite o valor  $\lambda_0 + n_0(t - t_0)$  considera-se, ao invés de um valor fixo  $n_0$  (equação (12)), um valor de movimento médio dinâmico, atualizado de acordo com o semi-eixo maior que o satélite ocupa naquele dado instante. Deste modo, está se realizando a diferença entre a longitude média em que o satélite efetivamente encontra-se naquele instante (3-corpos) e a longitude média em que ele se encontraria no problema de dois corpos no mesmo instante ocupando o mesmo semi-eixo maior. Os resultados desta metodologia serão expostos e discutidos em trabalhos futuros.



## 4 ANEL F

### 4.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Entender a formação das anômalas estruturas do anel  $F$  não é uma tarefa fácil, dada a enorme quantidade de variáveis envolvidas. Muitas, tais como o grande número de ressonâncias presentes nesta região, a possibilidade da existência de pequenas luas no interior do anel  $F$  (HÄNNINEN, 1993; MURRAY; GORDON; GIULIATTI WINTER, 1997; SHOWALTER, 1998b), ou na região próxima ao anel e às órbitas de Prometeu e Pandora (CUZZI; BURNS, 1988, KOLVOORD; BURNS; SHOWALTER, 1990; NICHOLSON et al., 1996, BOSH; RIVKIN, 1996; POULET et al., 2000), a interação entre Prometeu e o anel através de ressonâncias (DERMOTT, 1981) ou através de perturbações devidas a encontros próximos (LISSAUER; PEALE, 1986; GIULIATTI WINTER; MURRAY; GORDON, 2000; SHOWALTER E BURNS, 1982) já foram citadas e comentadas no capítulo 2 deste trabalho.

Um ponto que parece consenso entre quase todos os pesquisadores da área, visto o teor das publicações, é que no interior do anel  $F$ , ou na sua proximidade, deve haver pequenos satélites que interagem com as minúsculas partículas do anel, que em sua maioria possuem dimensões de  $\mu\text{m}$  a  $\text{cm}$ . Esta interação pode ser do tipo gravitacional, ressonante ou até mesmo uma interação de contato, através de colisões.

À vista das recentes descobertas sobre o comportamento de Prometeu e Pandora (GR03a, GR03b, COOPER; MURRAY, 2004; EVANS, 2001), considerando que entre estes satélites existe uma forte interação principalmente em períodos muito bem determinados e sabendo que tais interações provocam grandes deslocamentos radiais nos satélites, surge uma dúvida natural se pensarmos no anel: o que ocorreria então com pequenos satélites de dimensões bem menores que o de Prometeu e Pandora que estivessem sujeitos às perturbações gravitacionais de ambos? Como se comportariam estes pequenos satélites e que impacto causariam sobre a estrutura do anel? Seus comportamentos reproduziriam ou explicariam estruturas visualizadas nas imagens?

Com o intuito de responder tais perguntas, analisamos a perturbação sofrida por pequenas luas no interior do anel devido à perturbação direta dos satélites Prometeu e

Pandora. A maneira como esta análise foi feita e os resultados obtidos serão descritos com detalhes nas seções seguintes.

## 4.2 CONDIÇÕES INICIAIS

A escolha adequada de condições iniciais é o primeiro passo no estudo de um sistema e o mais importante. Podemos perder muitas horas de trabalho e chegar a resultados não-conclusivos graças a uma escolha equivocada de condições iniciais. Além disso, a descrição detalhada e clara de como foi realizada a escolha das condições iniciais permite ao leitor questionar e acrescentar conhecimento.

O anel  $F$  de Saturno foi avistado basicamente em duas situações, durante a passagem das Voyager 1 e 2 pelas proximidades de Saturno. Em cada uma das ocasiões, as imagens obtidas pelas espaçonaves revelaram estruturas diversas. Mesmo durante uma das ocasiões, ficou claro que muitas estruturas surgiam e desapareciam em intervalos de tempo bastante curtos (DE PATER; LISSAUER, 2001). Diversos estudos também apontam para a efemeridade das estruturas do anel  $F$ . Bosh e Rivkin (1996) e Nicholson et al. (1996) acreditam que as estruturas do anel  $F$  são transitórias em uma escala de meses. Murray, Gordon e Giuliatti Winter (1997) questionam o fato de muitos efeitos perturbativos sobre o anel desfazerem-se em aproximadamente 4 horas. Showalter et al. (1998b) acreditam que algumas estruturas presentes nos anéis possuem duração de apenas 15 dias e, finalmente, Giuliatti Winter, Murray e Gordon (2000) obtêm resultados que mostram que feixes dos anéis que são rompidos por Prometeu restauram-se em aproximadamente 1 período orbital, o que corresponde a cerca de 15 horas.

Isto posto, parece claro não haver certezas quanto a existência de uma estrutura determinada no anel  $F$ . As próprias estruturas avistadas em imagens são reconhecidas pela grande parte dos autores como sendo transitórias. Deste modo, decidimos por trabalhar com um anel homogêneo, com partículas micrométricas e centimétricas aleatoriamente espalhadas e preenchendo, a princípio, todos os espaços.

Para verificar quais os efeitos causados no anel por um pequeno satélite em seu interior que fosse perturbado por Prometeu e Pandora, é necessário determinar o tamanho desta pequena lua e definir a posição (angular e radial) que ocuparia.

As câmeras das Voyager 1 e 2 tinham resolução suficiente para detectar objetos de, no mínimo, 10 km. Murray, Gordon e Giuliatti Winter (1997) determinaram que satélites de 4 a 6 km de raio poderiam provocar as fendas entre os feixes observadas pela Voyager 2. Entretanto, estes autores trabalharam com densidades de  $1,2\text{g/cm}^3$ . Atualmente, diversos trabalhos apontam uma tendência em considerar densidades mais baixas. Goldreich e Rappaport (2003a, 2003b), Cooper e Murray (2004), French et al. (2003) e McGhee et al. (2001) trabalham com valores de densidades abaixo de  $0,9\text{g/cm}^3$  para a grande maioria dos satélites e com  $0,65\text{g/cm}^3$  para Prometeu e Pandora. Apesar de neste instante estarmos preocupados com hipotéticas pequenas luas do interior do anel e não com satélites conhecidos, parece razoável considerar valores de densidade mais baixos e mais próximos da maioria dos objetos conhecidos que orbitam a região. Optamos então por trabalhar com densidades de  $0,63\text{g/cm}^3$  e raios de 2 km para os pequenos satélites. Calculamos sua massa considerando o pequeno satélite como um corpo perfeitamente esférico.

Quanto à localização radial dos pequenos satélites, tomamos por base dados de Giuliatti Winter, Murray e Gordon (2000), representados na Tabela 5. Escolhemos o núcleo do anel F como semi-eixo maior inicial pra as pequenas luas. Para isso, calculamos o semi-eixo maior médio entre os 4 valores apresentados.

Angularmente, consideramos uma pequena lua a cada  $10^\circ$ , totalizando 36 pequenos satélites. Os valores de excentricidade e longitude do pericentro também foram calculados como uma média dos 4 valores apresentados na Tabela 5.

Consideramos que todo o anel se encontra no plano equatorial de Saturno, fazendo com que todas as partículas possuam inclinação nula. E, finalmente, calculamos o movimento médio das pequenas luas a partir de seu semi-eixo maior, considerando a terceira Lei de Kepler incluindo os efeitos do achatamento do planeta.

A Tabela 23 mostra as condições iniciais resumidas para um dos pequenos satélites (P25). Para as outras pequenas luas apenas o valor da anomalia média é alterado. Para Prometeu e Pandora utilizamos os dados da Tabela 21, relativos às efemérides calculadas por Evans (2001) sem considerar a influência da ressonância de co-rotação com Mimas.

---

**Condições Iniciais – P25**


---

<i>Elementos</i>	<i>Valor</i>
<i>Massa</i>	$2,1111502 \times 10^{13} \text{ kg}$
<i>Semi-eixo maior</i>	$140.205 \text{ km}$
<i>Excentricidade</i>	$0,0027375$
<i>Anomalia média</i>	$240^\circ$
<i>Longitude do pericentro</i>	$238,75^\circ$
<i>Movimento médio</i>	$582,0966977^\circ/\text{dia}$
<i>Período</i>	$0,619572489 \text{ dias}$

---

**Tabela 23 – Condições iniciais para o pequeno satélite P25**

Das 36 pequenas luas simuladas, escolhemos apenas um caso para análise: o pequeno satélite P25. Observando os gráficos de defasagem da longitude média, variação do semi-eixo maior e excentricidade, este foi um dos satélites que apresentou um comportamento no qual diversos aspectos podem ser discutidos. Tais como grandes variações radiais em curtíssimos espaços de tempo.

As Figuras 70 a 72 representam a variação do semi-eixo maior, a variação da excentricidade e a variação do raio-vetor para a pequena lua P25.

Os gráficos completos de defasagem da longitude média, variação do semi-eixo maior e excentricidade, para todas as pequenas luas, estão à disposição no Anexo 1.

Conforme podemos observar, para o satélite hipotético P25 existem dois momentos a serem estudados. Em um período de 2 anos o pequeno satélite sofre duas alterações bruscas: uma aproximação do semi-eixo maior de Prometeu (quando seu semi-eixo reduz-se) e após um período de aproximadamente 2 dias ocupa uma posição próxima à de seu semi-eixo maior inicial.

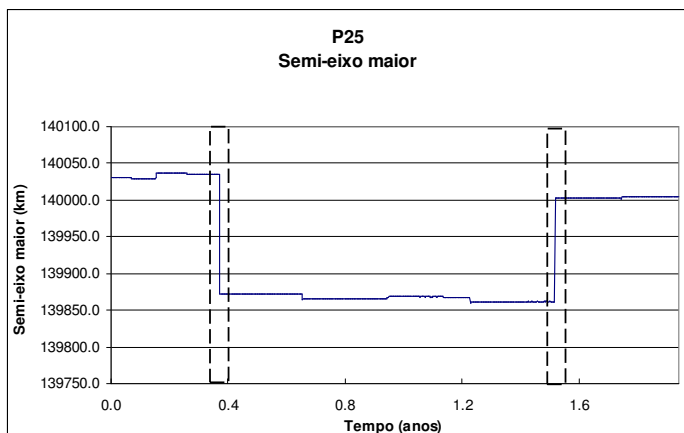


Figura 70 – Variação do semi-eixo maior do hipotético satélite P25 durante um período de 2 anos.

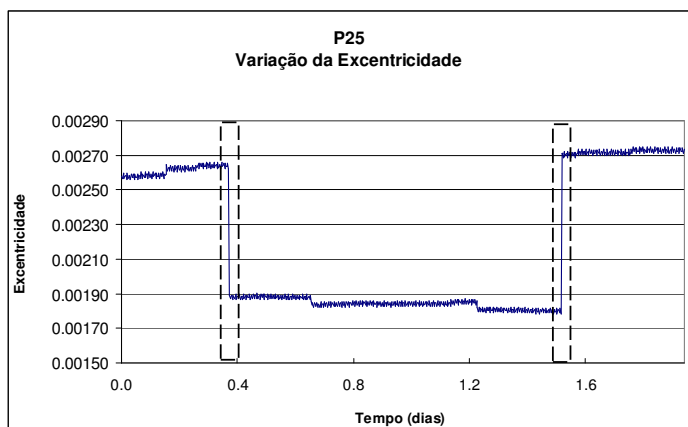


Figura 71 – Variação da excentricidade do hipotético satélite P25 durante um período de 2 anos.

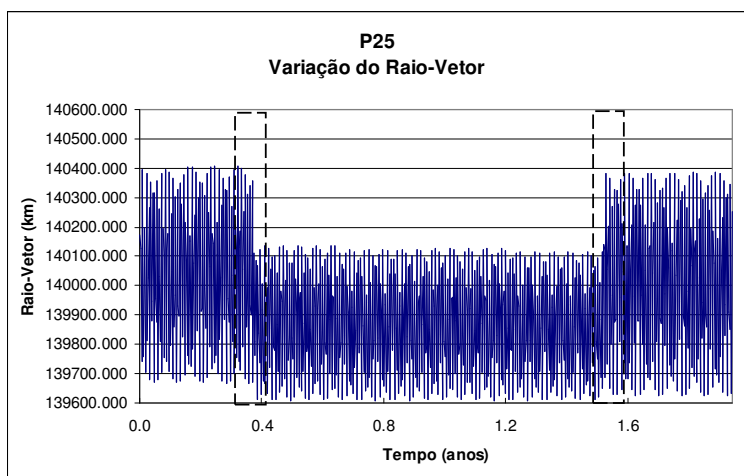
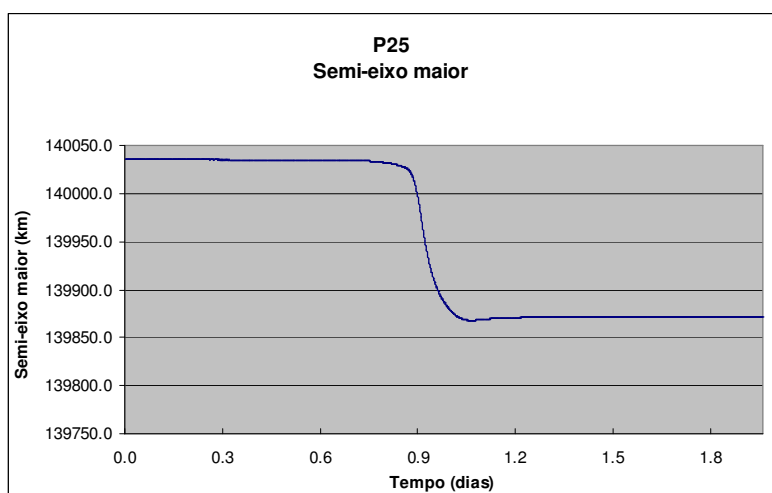


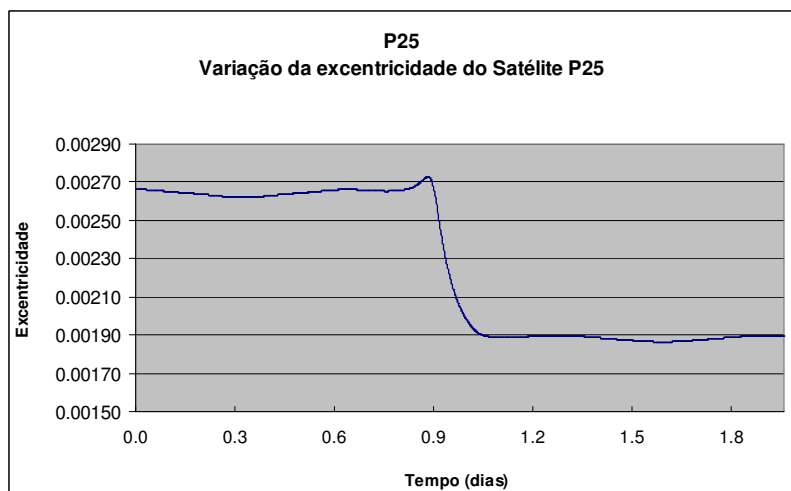
Figura 71 – Variação do raio-vetor do hipotético satélite P25 durante um período de 2 anos.

Os aspectos a serem ressaltados nas Figuras 70 a 72 estão demarcados com retângulos tracejados, que destacam, por exemplo, os grandes saltos de semi-eixo maior e excentricidade depois de aproximadamente 9 anos de integração. Nestes instantes, o satélite apresenta uma variação de aproximadamente 160 km em seu semi-eixo maior em um intervalo de tempo curtíssimo.

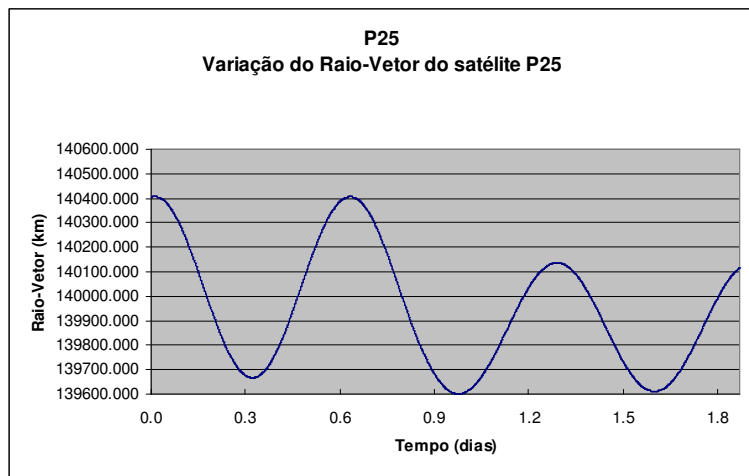
A seguir, cada um destes momentos será analisado com maiores detalhes. Dividiremos a análise em : a) redução de semi-eixo maior da pequena lua e b) aumento do semi-eixo maior da pequena lua.



**Figura 72 – Redução de 157 km do semi-eixo maior da pequena lua em aproximadamente 3 horas.**

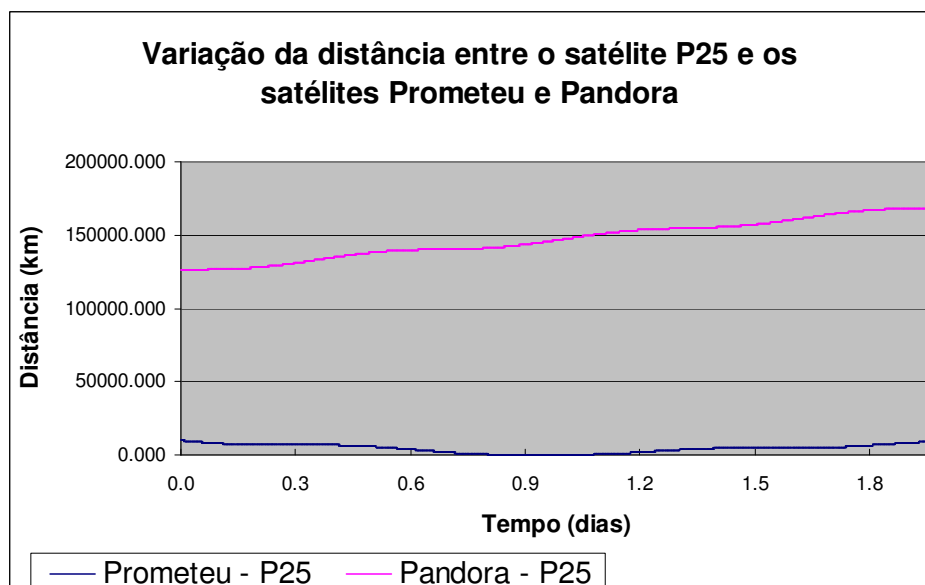


**Figura 73 – Variação brusca da excentricidade do satélite P25 em aproximadamente 3 horas**



**Figura 74 – Variação do raio vetor do satélite P25. Variação de aproximadamente 270 km em 1 período orbital.**

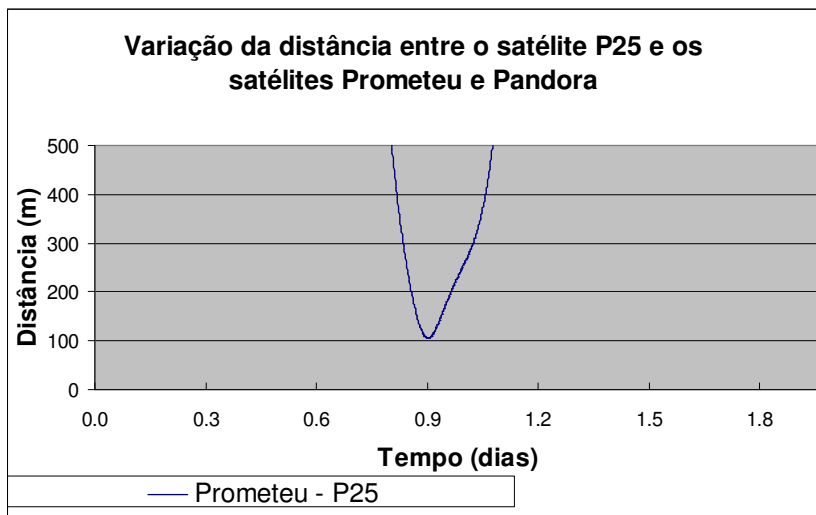
A fim de observar a interação entre Prometeu, Pandora e o satélite P25, plotamos a variação da distância entre estes corpos nas proximidades do momento de grande perturbação.



**Figura 75 – Variação da distância entre o satélite P25 e os satélites Prometeu e Pandora durante o momento de maior aproximação.**

Da Figura 75 fica claro que Prometeu chega muito próximo do satélite P25, que é posteriormente colocado em uma nova posição por aproximadamente 400 dias (Figura 70).

A Figura 76 mostra uma ampliação da Figura 75, revelando que a distância mínima entre Prometeu e o satélite P25 chega a aproximadamente 100 m.



**Figura 76 – Variação da distância entre o satélite P25 e o satélite Prometeu durante o momento de maior aproximação.**

No momento da maior aproximação, por cerca de 7 horas a distância entre os dois satélites se mantém muito pequena. Para ambos os satélites, o intervalo de 7 horas corresponde à aproximadamente metade de um período orbital para Prometeu ou para P25. Em outras palavras, o satélite P25 acompanha Prometeu por uma distância de aproximadamente 438.000km.

Na ocasião em que o satélite P25 é arrancado de sua órbita em direção a Prometeu, durante um intervalo de tempo bastante curto, ele provavelmente arrasta consigo diversas partículas menores do anel *F* que, como foi dito, é composto principalmente por partículas micrométricas e centimétricas. Este pode ser considerado um dos mecanismos que provoca o aparecimento de feixes e “tranças” no anel *F*.

Algo semelhante acontece novamente quando, após 400 dias o satélite P25 é mais uma vez perturbado de maneira violenta por Prometeu. Em nenhuma das



ocasiões, para o satélite P25, Pandora foi responsável diretamente por grandes perturbações em sua órbita.

#### 4.3 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

No desenvolvimento de nosso trabalho, na busca de uma melhor compreensão do funcionamento do sistema Prometeu – Pandora – Anel F de Saturno, deparamos com um grande problema que foi a determinação de dados iniciais consistentes. Os trabalhos mais recentes (GOLDREICH; RAPPAPORT, 2003a e 2003b), divulgadores das teorias mais aceitas, nos fornecem dados incompletos e que não reproduzem fielmente seus próprios resultados. Além do que estes trabalhos não levam em consideração influências reconhecidamente fortes sobre o sistema, como a de Mimas.

Não considerar a contribuição de Mimas na dinâmica do sistema foi uma das maiores inconsistências que encontramos em diversos trabalhos, principalmente porque segundo French et al. (2003) a defasagem de Pandora só passa a existir quando as efemérides iniciais, relativas a 1981, são obtidas em Evans (2001), que prevê Mimas em seu trabalho.

Entretanto, a dificuldade de obtenção dos dados iniciais foi justamente o motivo que nos levou a enxergar a dinâmica do sistema sob outra perspectiva. Esta dificuldade nos obrigou a realizar um estudo exaustivo em cima das condições iniciais apresentadas por diversos autores (GR03a, GR03b, Evans (2001), Cooper e Murray (2004), French et al. (2003)), e assim pudemos perceber que estas condições, comumente utilizadas, foram tomadas em um momento muito particular, no qual os satélites encontram-se sob forte perturbação gravitacional mútua. A partir daí, pudemos fornecer uma explicação para o sistema Prometeu-Pandora baseada em conceitos mais simples, mostrando que se as condições iniciais tivessem sido obtidas 3 anos antes, por exemplo, as defasagens observadas no futuro seriam bem menores.

Dentro deste aspecto, há muito que fazer para que possamos dar mais sustentação à nossa teoria. É necessário entender exatamente qual a contribuição de Mimas e de outros satélites que, conforme mostraram Cooper e Murray (2004), influem sobre o sistema Prometeu – Pandora em maior ou menor grau. Com a chegada

da missão Cassini-Huygens ao sistema saturniano no mês de Julho de 2004, novas observações de Prometeu e Pandora e, conseqüentemente novas determinações de órbitas para estes satélites podem corroborar nossos resultados, felicitando nossos esforços.

Com relação à análise da perturbação de Prometeu e Pandora sobre hipotéticos pequenos satélites presentes no Anel F, há dois aspectos a se considerar.

Em primeiro lugar, os resultados obtidos neste trabalho foram consistentes e importantes. A constatação de que o mecanismo dinâmico existente entre Prometeu e Pandora pode reproduzir as estruturas observadas nas imagens do Anel F é enriquecedora. Movimentos bruscos de um hipotético satélite existente no interior do Anel F podem ser os responsáveis pela formação das aparentes tranças e feixes observados no Anel F há mais de 30 anos.

Por outro lado, não podemos nos esquecer que estamos lidando com dados hipotéticos. Fundamentados em diversas observações e trabalhos, mas hipotéticos. Estimamos todos os elementos orbitais utilizados, sua massa e densidade. Neste ponto um segundo aspecto pode determinar a direção dos futuros trabalhos.

Mais uma vez, trata-se das futuras contribuições advindas da missão Cassini-Huygens. Com capacidade para a obtenção de imagens com altíssima resolução, nos próximos meses poderemos saber com mais exatidão se existem realmente pequenas luas no interior do Anel F, se estas pequenas luas são sólidas ou apenas um aglomerado de pequenas partículas que pode se desfazer a qualquer instante, o tamanho destes satélites, suas órbitas, etc. Estas novas imagens traçarão os rumos dos futuros trabalhos que procurem explicar as estruturas existentes no Anel F.

Enquanto não tivermos acesso a estas novas imagens e dados, continuaremos trabalhando na realização de novos testes, com um número maior de satélites, em posições diversas, tentando obter novos mecanismos perturbadores sobre as partículas do anel, além da forte influência gravitacional de Prometeu.

## REFERÊNCIAS

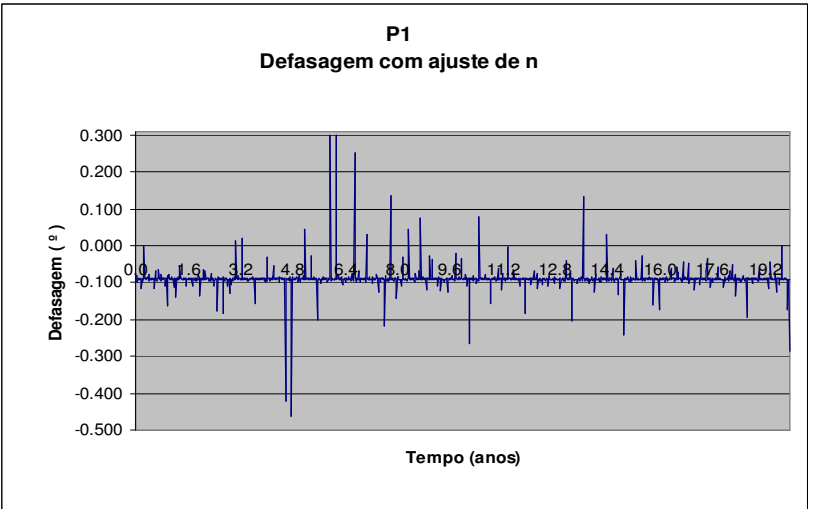
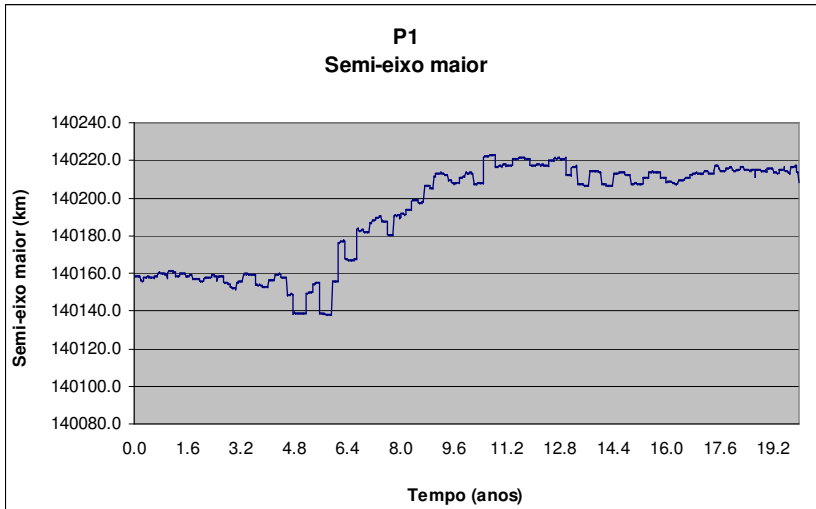
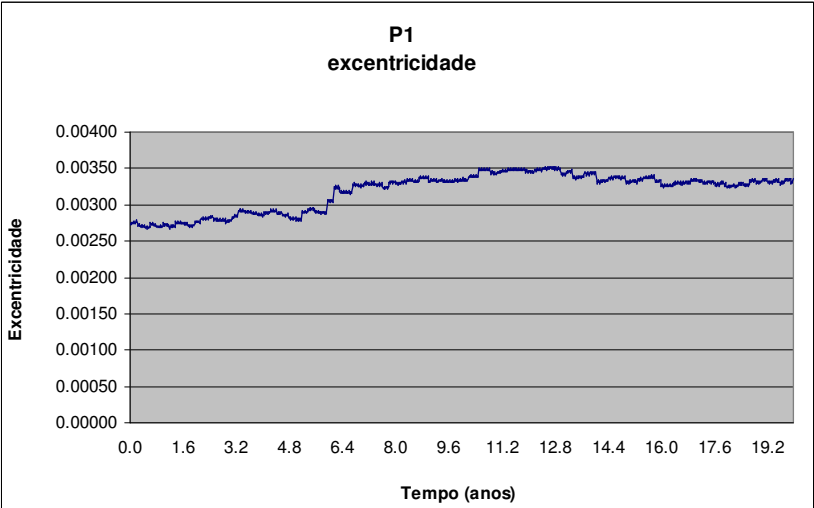
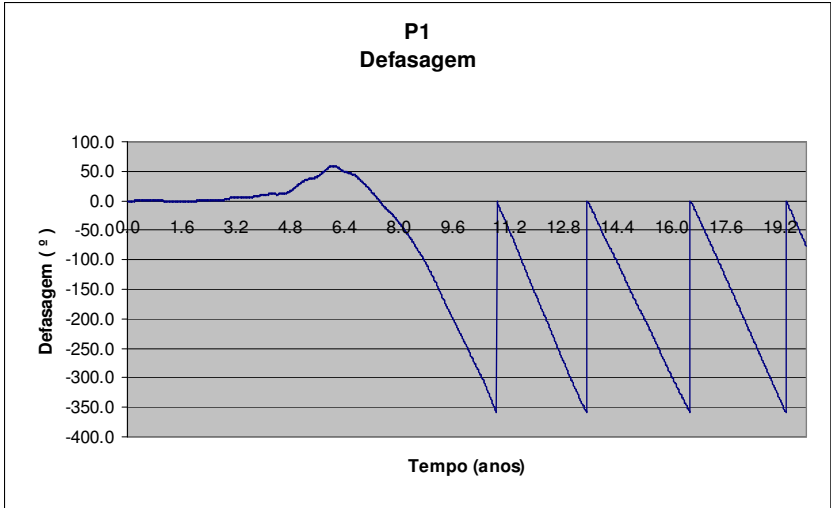
- BARBARA, J. M., ESPOSITO, L. W., 2002. Moonlet collisions and the effects of tidally modified accretion in Saturn's F Ring. *Icarus* **160**, 161-171.
- BORDERIES, N., GOLDREICH, P., TREMAINE, S., 1983. The long-term variations in the orbital eccentricity and the apse precession rate of a narrow ring disturbed by a close satellite. *Icarus* **53**, 84-89.
- BORDERIES, N., GOLDREICH, P., TREMAINE, S. (1984). Unsolved problems in planetary ring dynamics, in *Planetary Rings*, ed. R. Greenberg and A. Brahic (University of Arizona Press, Tucson).
- BOSH, A. and RIVKIN, A. (1996). Observations of Saturn's inner satellites during the May 1995 ring-plane crossing, *Science* **272**, 518-521.
- Bulirsch, R., Stoer, J., 1980. Introduction to Numerical Analysis. *Springer Verlag*, New York.
- CAMPBELL, J.K., ANDERSON, J.D. (1989). Gravity field of the saturnian system from Pioneer and Voyager tracking data, *Astron. Journal* **97**, 1485-1495.
- CHAMBERS, J. E., 1999. A Hybrid Symplectic Integrator That Permits Close Encounters Between Massive Bodies. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **304**, 793-799.
- COLLINS, S. A. et al. (1980). First Voyager view of the rings of Saturn. *Nature* **288**, 439-442.
- CONSOLMAGNO, G.J., SCHAEFER, M. W., 1994. Worlds Apart: A Textbook in Planetary Sciences, *Prentice Hall, Englewood Cliffs*, New Jersey, USA.
- COOPER, N.J., MURRAY, C.D. (2004). Dynamical influences on the orbits of Prometheus and Pandora. *Astronomical Journal* **127**, 1204-1217.
- CUZZI, J. N., BURNS, J. A., 1988. Charged particle depletion surrounding Saturn's F ring – evidence for a moonlet belt ? *Icarus* **74**, 284-324.
- DE PATER, I., LISSAUER, J.J. (2001). Planetary Sciences, *Cambridge University Press*, Cambridge

- DERMOTT, S.F. (1981). The ‘braided’ F-ring of Saturn. *Nature* **290**, 454-457.
- ESPOSITO, L. W., 2002. Drunken Shepherds: random walk models for Pandora and Prometheus. *European Geophysical Society*, 27<sup>th</sup> general assembly, abstract 5215.
- EVANS, M. W., 2001. The Determination of Orbits From Spacecraft Imaging. Ph.D. thesis, Queen Mary College, University of London.
- FRENCH, R. G., HALL, K. J., MCGHEE, C. A., NICHOLSON, P. D., CUZZI, J., DONES, L., LISSAUER, J., 1998. The Peregrinations of Prometheus, *Bulletin of the American Astronomical Society*, **30**, p.1141.
- FRENCH, R. G., MCGHEE, C. A., DONES, L., LISSAUER, J. J., 2003. Saturn’s wayward shepherds: the peregrinations of Prometheus and Pandora. *Icarus* **162**, 144-171.
- GEHRELS, T. et al. (1980). Imaging photopolarimeter on Pioneer Saturn, *Science* **207**, 434-439.
- GIULIATTI WINTER, MURRAY, C. D., S. M., GORDON, M., 2000. Perturbations to saturn’s F-ring strands at their closest approach to Prometheus. *Planetary and Space Science* **48**, 817-827.
- GOLDREICH, P., TREMAINE, S., 1979. Towards a theory for the uranian rings. *Nature* **277**, 97-99.
- GOLDREICH, P., RAPPAPORT, N. (2003a). Chaotic Motions of Prometheus and Pandora, *Icarus* **162**, 391-399.
- GOLDREICH, P., RAPPAPORT, N. (2003b). Origin of chaos in the Prometheus – Pandora system. *Icarus* **166**, 320-327.
- HÄNNINEN, J., 1993. Numerical simulations of moon-ringlet interaction. *Icarus* **103**, 104-123.
- KOLVOORD, R. A., BURNS, J. A., SHOWALTER, M. R., 1990. Periodic features in Saturn’s F ring. *Nature* **345**, 695-697.
- LISSAUER, J.J., CUZZI, J.N. (1982). Resonances in Saturn’s rings. *Astronomical Journal* **87**, 1051-1058.
- LISSAUER, J. J., PEALE, S. J., 1986. The production of “braids” in Saturn’s F ring. *Icarus* **67**, 51-73.

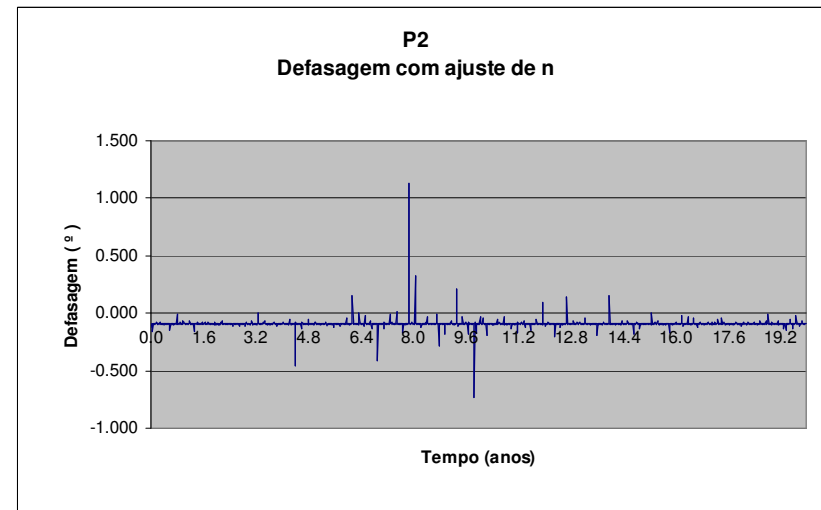
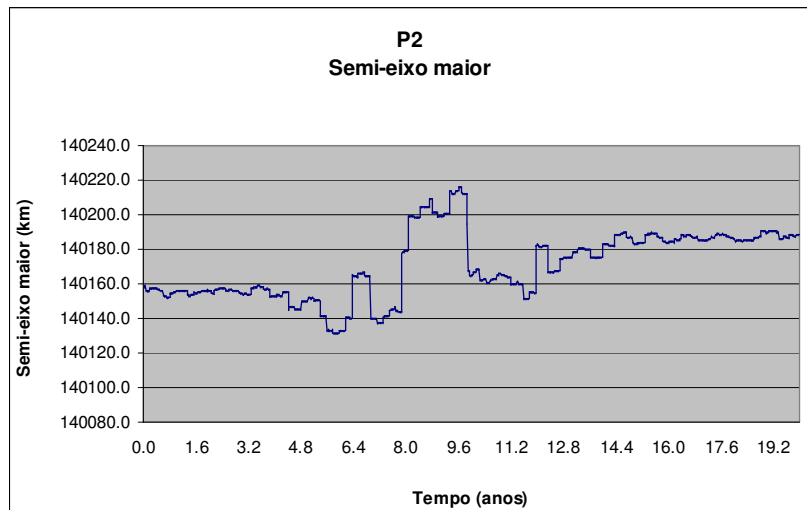
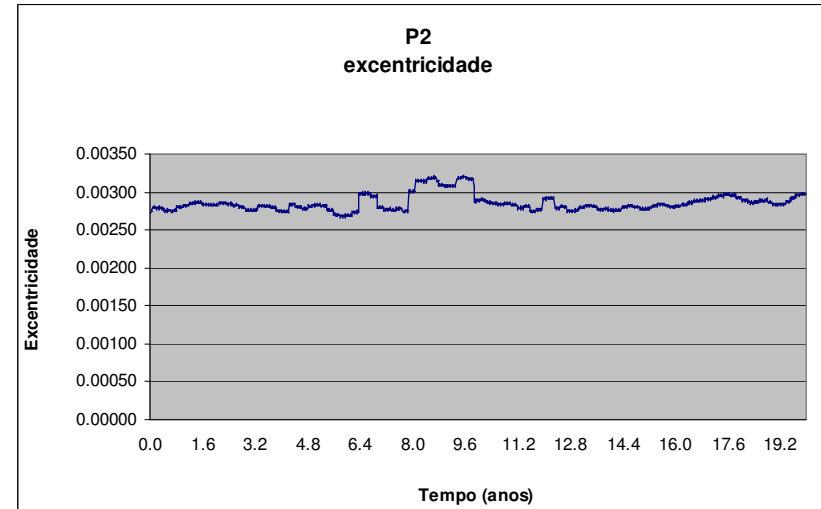
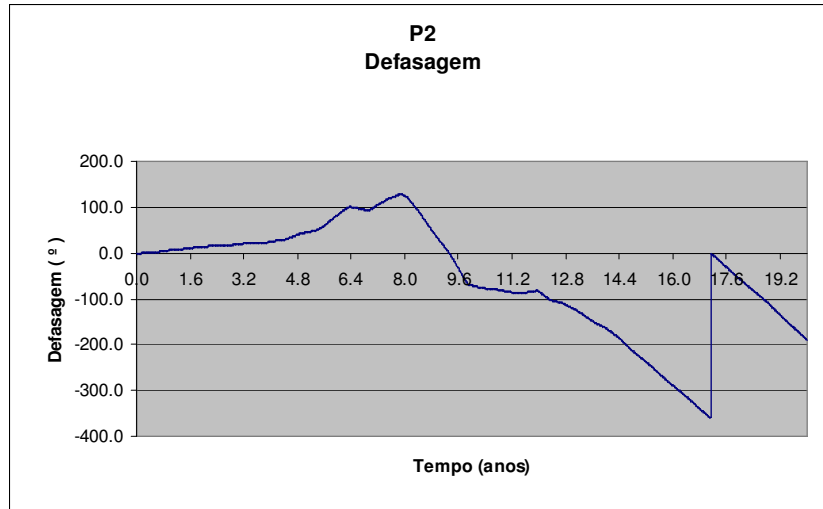
- McGHEE, C.A. et al. (2001). HST observations of saturnian satellites during the 1995 ring plane crossings. *Icarus* **152**, 282-315.
- MOURÃO, D.C. (2004). Comunicação Privativa.
- MURRAY, C. D., DERMOTT, S. F., 1980. Origin of the eccentricity gradient and apse alignment of the  $\epsilon$  ring of Uranus. *Icarus* **43**, 338-349.
- MURRAY, C. D., GORDON, M., GIULIATTI WINTER, S. M., 1997. Unraveling the strands of Saturn's F ring. *Icarus* **129**, 304-316.
- MURRAY, C. D., DERMOTT, S. F. (1999). *Solar System Dynamics*, Cambridge University Press, Cambridge
- MURRAY, C. D., EVANS, M. W., PORCO, C. C., SHOWALTER, M. R., 2000. The Orbits of Prometheus, Pandora and Atlas in 1980 and 1981. *Bull. Am. Astron. Soc.* **32**, 1090 (abstract).
- NICHOLSON, P.D., PORCO, C.C., 1988. A new constraint on Saturn's zonal gravity harmonics from Voyager observations of an eccentric ringlet. *Journal of Geophysical Research* **93**, 10209-10224.
- NICHOLSON, P. D., SHOWALTER, M. R., DONES, L., FRENCH, R. G., LARSON, S. M., LISSAUER, J. J., Mc GHEE, C. A., SEITZER, P., SICARDY, B., e DANIELSON, G. E. (1996). Observations of Saturn's ring-plane crossings in August and November 1995, *Science* **272**, 509-515.
- POULET et al. (2000). Saturn's ring-plane crossings of August and November 1995: a model for the new F-ring objects, *Icarus* **144**, 135-148.
- POULET, SICARDY, B., 2001. Dynamical evolution of the Prometheus – Pandora system. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **322**, 343-355.
- RENNER, S., SICARDY, B., 2004. Comunicação privativa.
- SEIDELMANN, P.K. (1992). Julian Date in *Explanatory Supplement to the Astronomical Almanac*. Mill Valley, CA: University Science Books, pp. 55-56.
- SHOWALTER, M. R., BURNS, J. A., 1982. A numerical study of Saturn's F-ring. *Icarus* **52**, 526-544.
- SHOWALTER, M.R. et al. (1992). A photometric study of Saturn's F-ring. *Icarus* **100**, 394-411.

- SHOWALTER, M. R. et al. 1998b. Detection of centimeter-sized meteoroid impact events in Saturn's F ring. *Science*, **282**, 1099-1102
- SHOWALTER, M. R., DONES, L., LISSAUER, J. J., 1999a. Revenge of the sheep: effects of Saturn's F ring on the orbit of Prometheus. *Bull. Am. Astron. Soc.* **31**, 1141 (abstract).
- SHOWALTER, M. R., DONES, L., LISSAUER, J. J., 1999b. Interactions between Prometheus and the F ring. *Bull. Am. Astron. Soc.* **31**, 1228 (abstract).
- SMITH, B. A. et al. 1981. Encounter with Saturn: Voyager 1 imaging science results. *Science* **212**, 163-190.
- SMITH, B. A., et al. (1982). A new look at the Saturnian system: The Voyager 2 images, *Science* **215**, 504-537.
- SYNNOTT, S.P. et al. (1983). Orbits of Saturn's F ring and its shepherding satellites. *Icarus* **53**, 156-158.
- SYNNOTT, S.P. et al. (1981). Orbits of the small satellites of Saturn. *Science* **212**, 191-192.
- THOMAS, P., VEVERKA, J., DERMOTT, S. F., 1986. Small satellites. In: BURNS, J. A., Mathews, M. S. (Eds.), *Satellites*. University of Arizona Press, Tucson.
- WISDOM, J., 1980. The resonance overlap criterion and the onset of stochastic behavior in the restricted three-body problem. *Astronomical Journal* **85**, 1122-1133.
- YODER, C. F. (1995). "Astrometric and Geodetic Properties of Earth and the Solar System" in *Global Earth Physics, a Handbook of Physical Constants, AGU Reference Shelf 1*, American Geophysical Union.

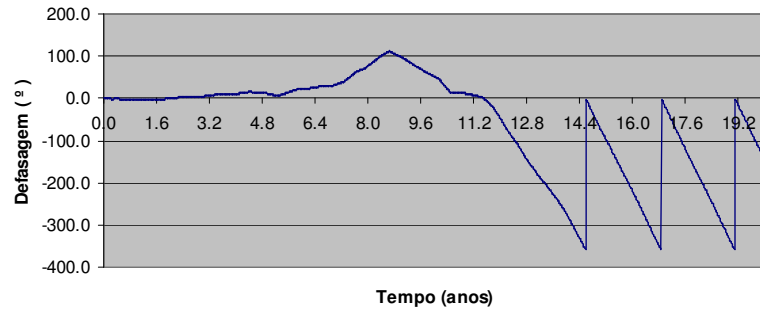
**ANEXO**



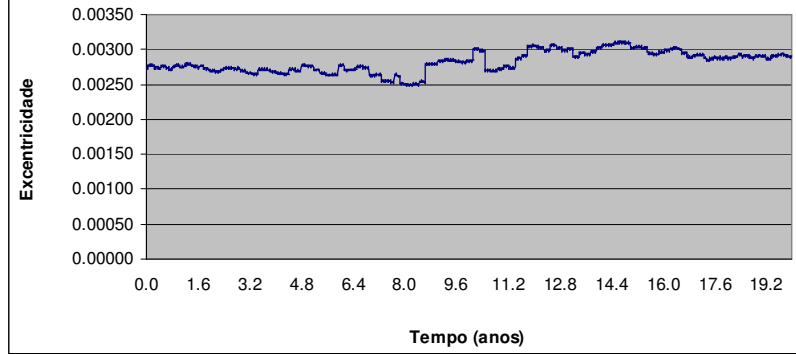




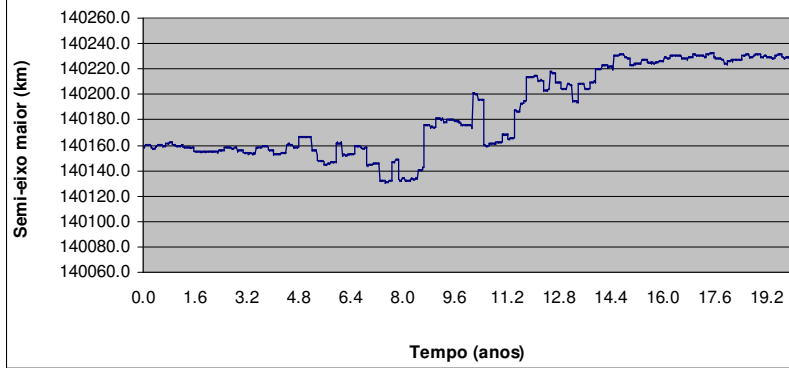
**P3**  
**Defasagem**



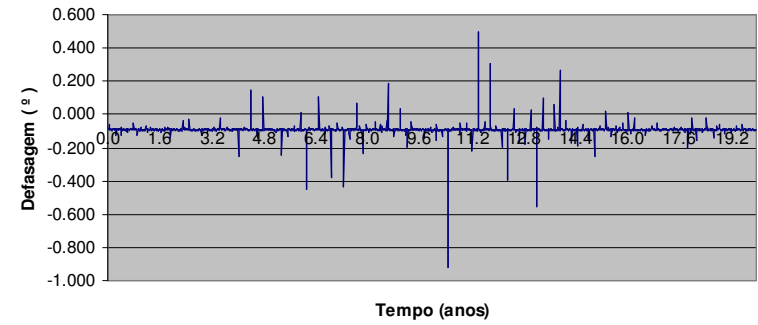
**P3**  
**excentricidade**

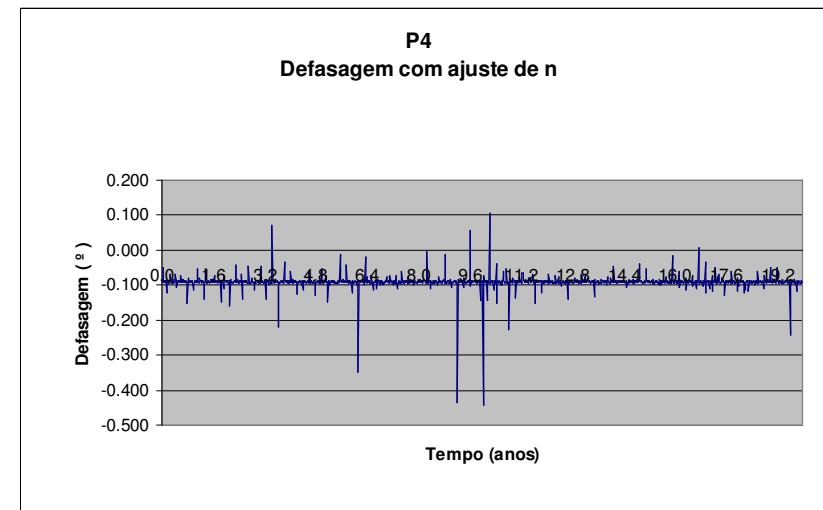
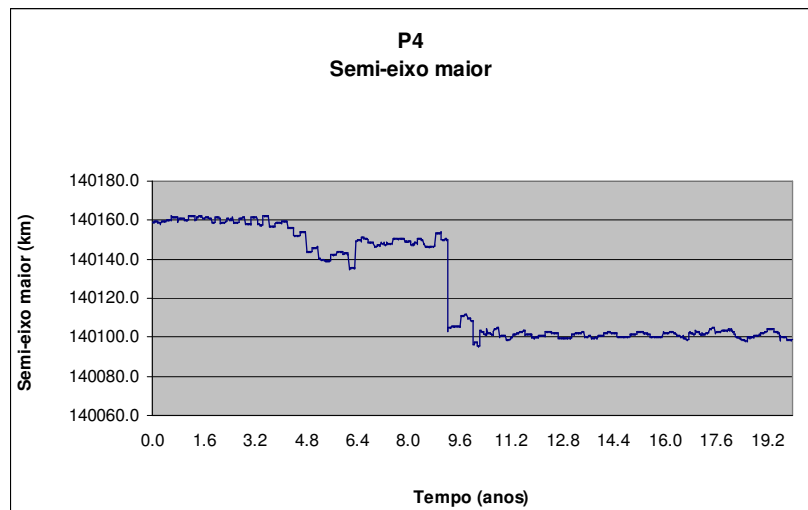
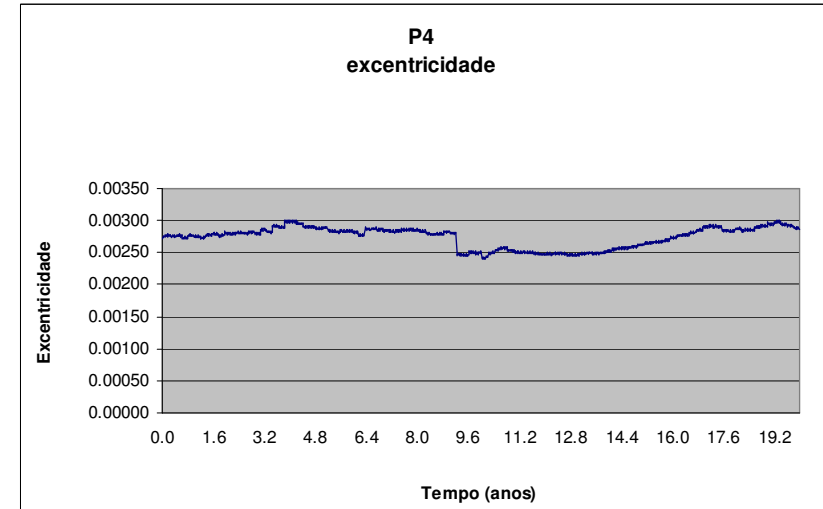
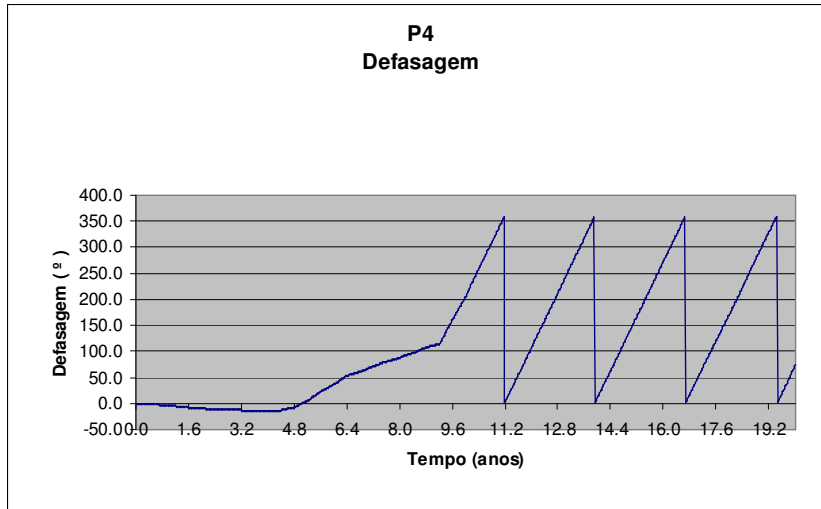


**P3**  
**Semi-eixo maior**

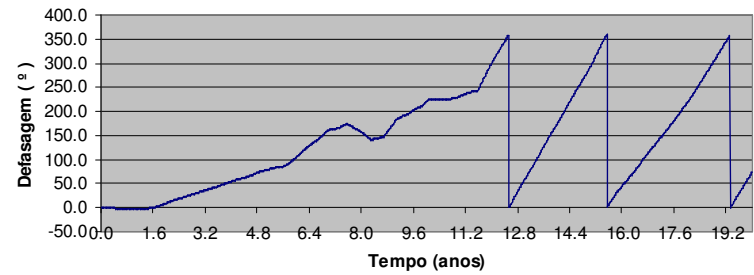


**P3**  
**Defasagem com ajuste de n**

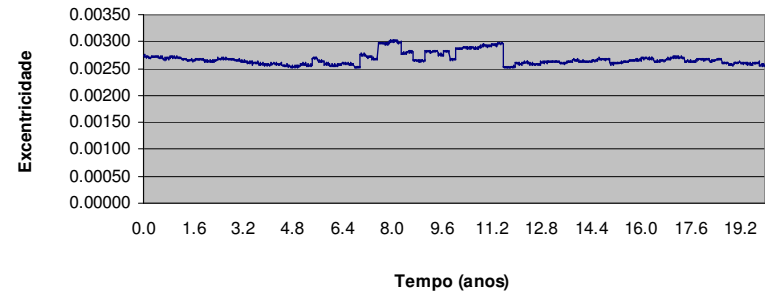




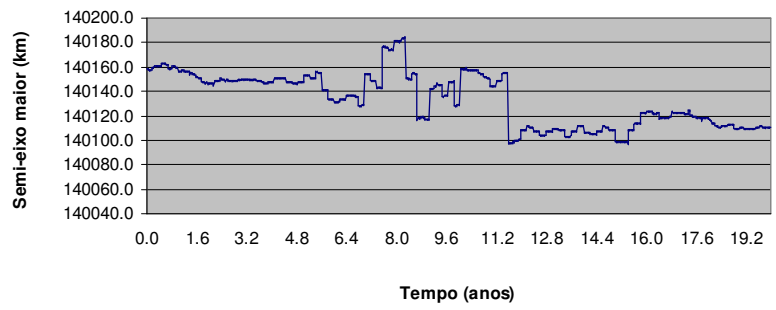
**P5**  
**Defasagem**



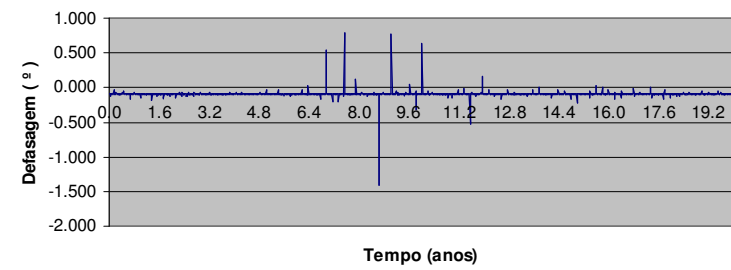
**P5**  
**excentricidade**

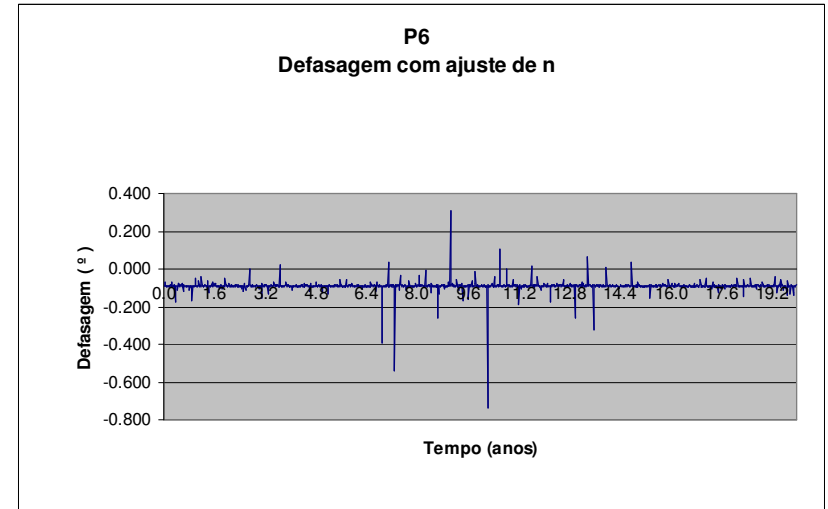
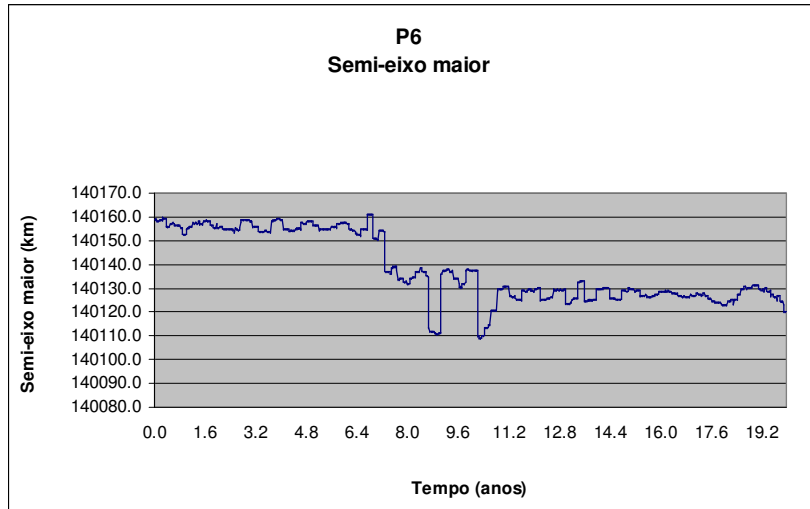
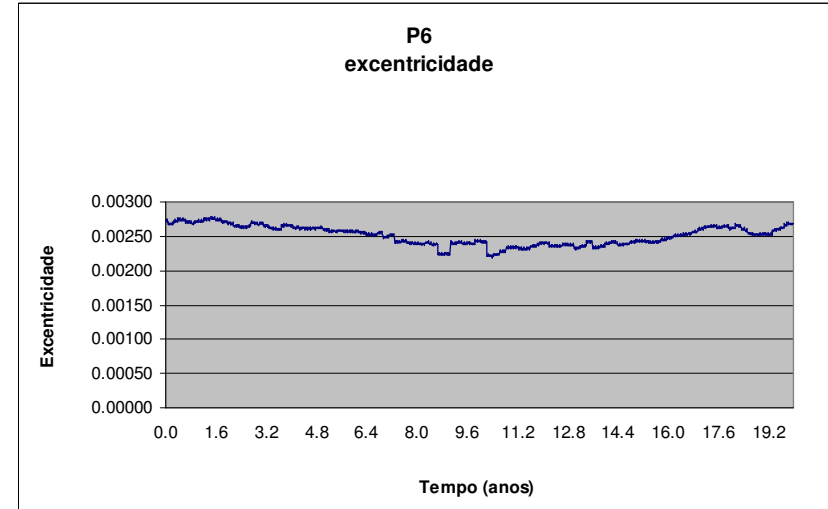
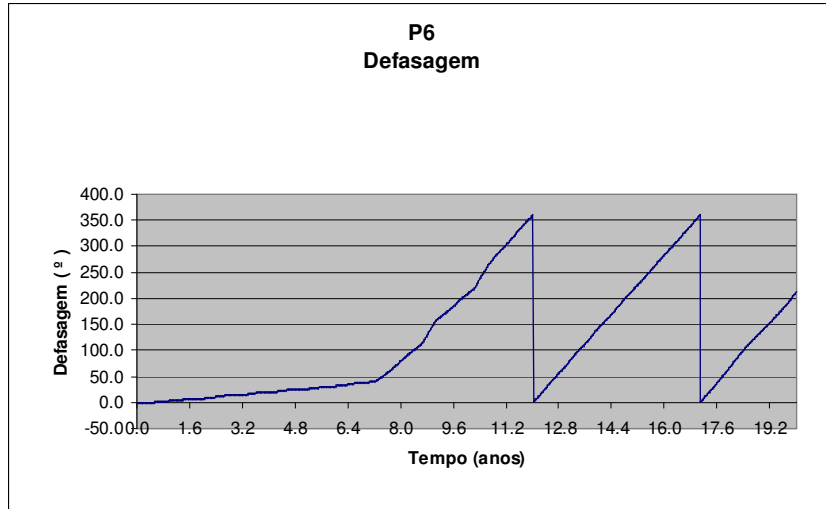


**P5**  
**Semi-eixo maior**

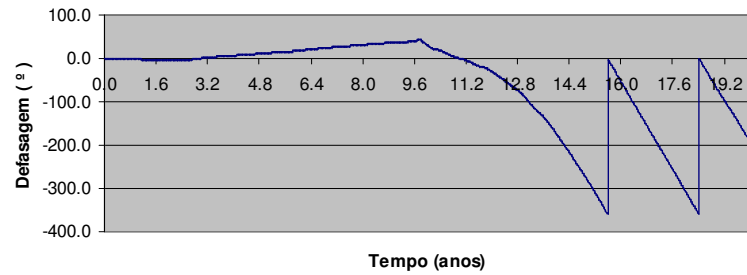


**P5**  
**Defasagem com ajuste de n**

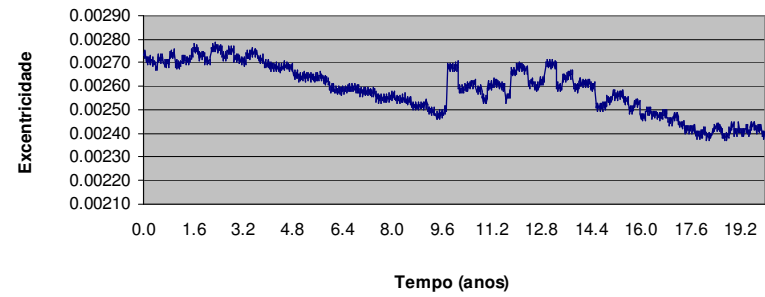




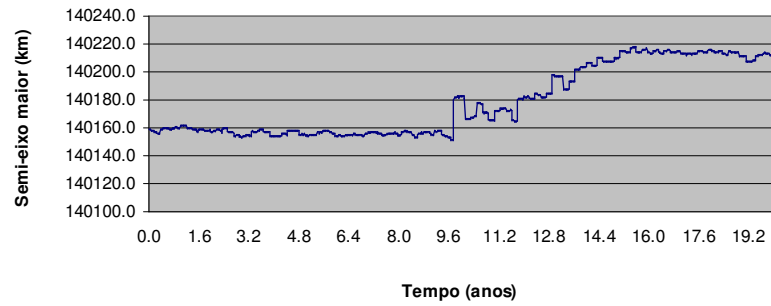
**P7**  
**Defasagem**



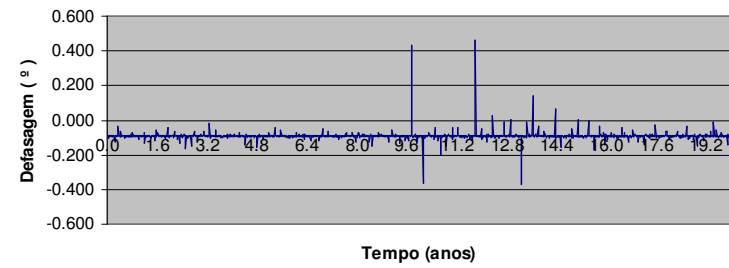
**P7**  
**excentricidade**



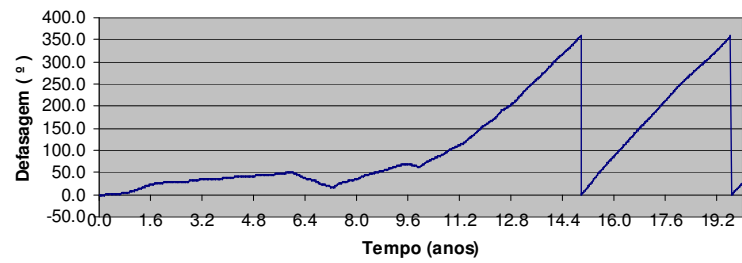
**P7**  
**Semi-eixo maior**



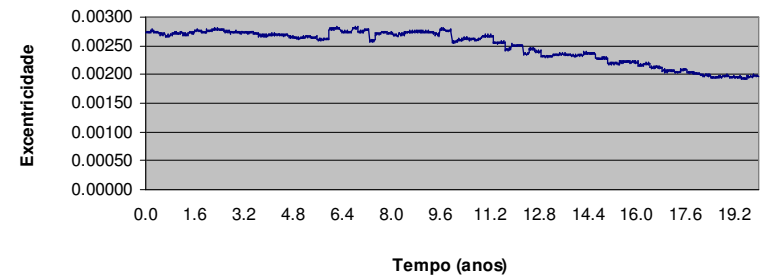
**P7**  
**Defasagem com ajuste de n**



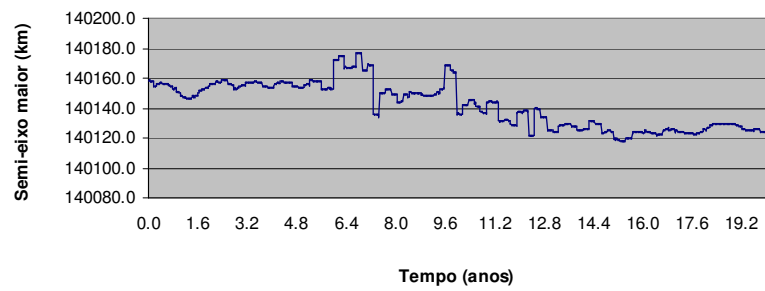
**P8**  
**Defasagem**



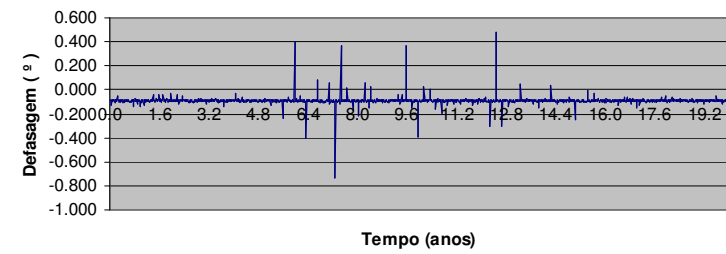
**P8**  
**excentricidade**



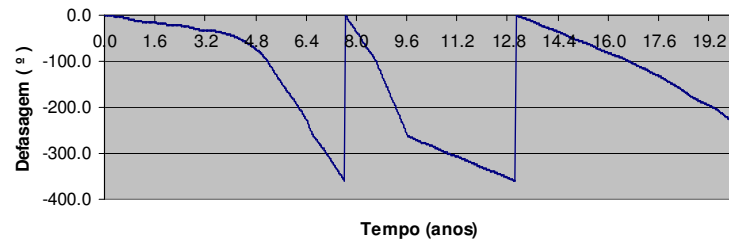
**P8**  
**Semi-eixo maior**



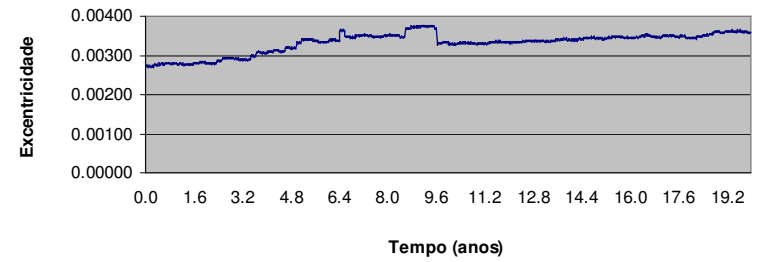
**P8**  
**Defasagem com ajuste de n**



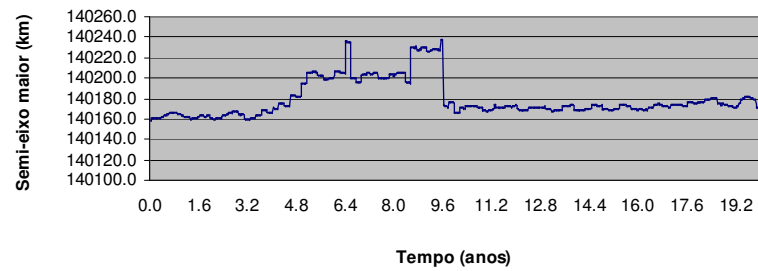
**P9**  
**Defasagem**



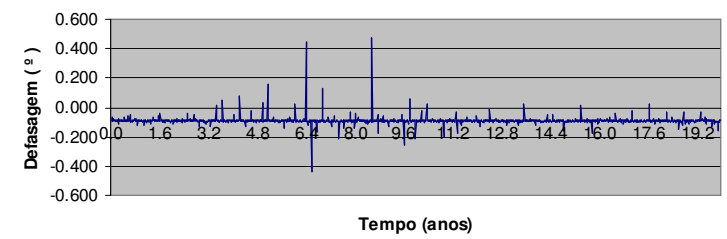
**P9**  
**excentricidade**



**P9**  
**Semi-eixo maior**

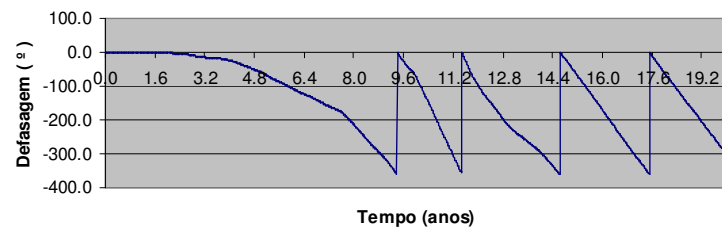


**P9**  
**Defasagem com ajuste de n**

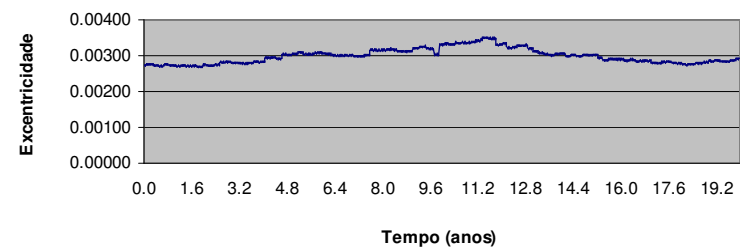




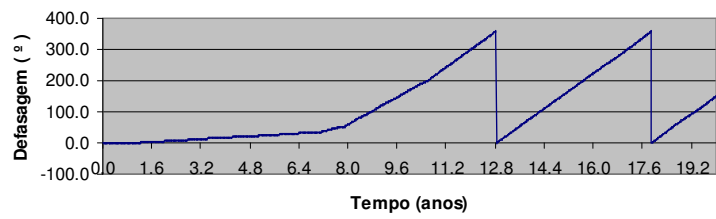
**P10**  
**Defasagem**



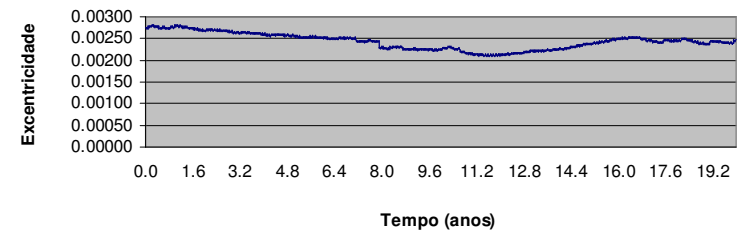
**P10**  
**excentricidade**

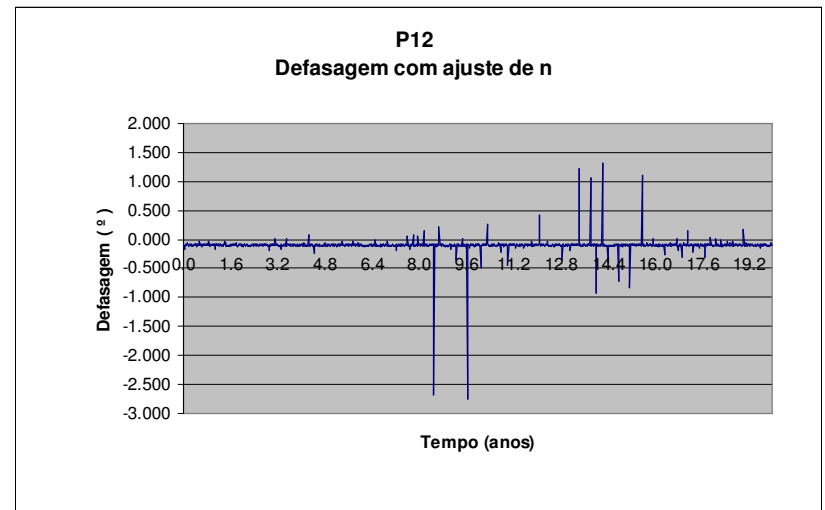
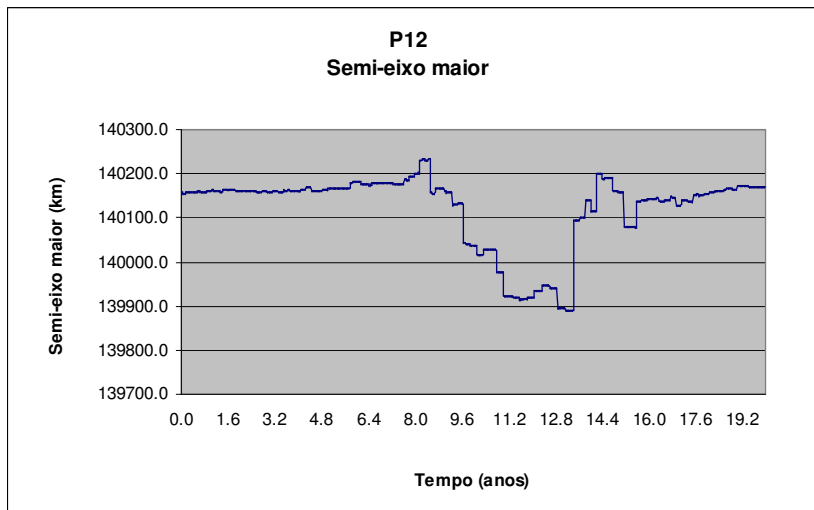
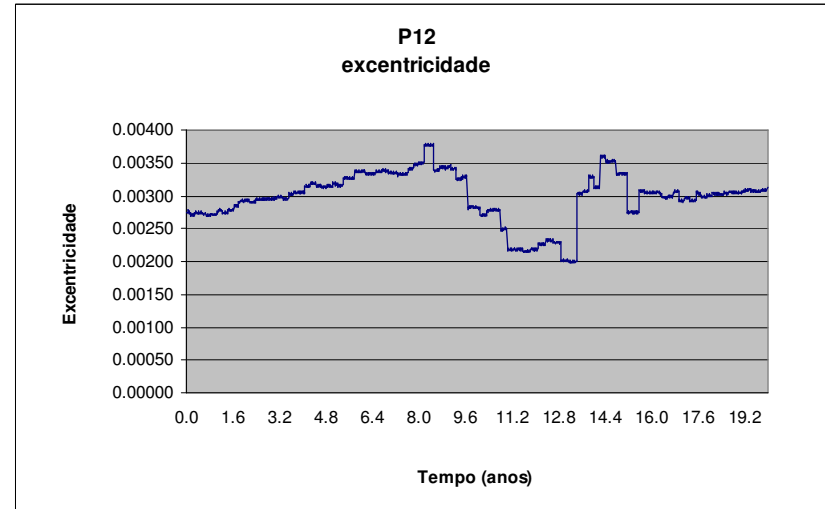
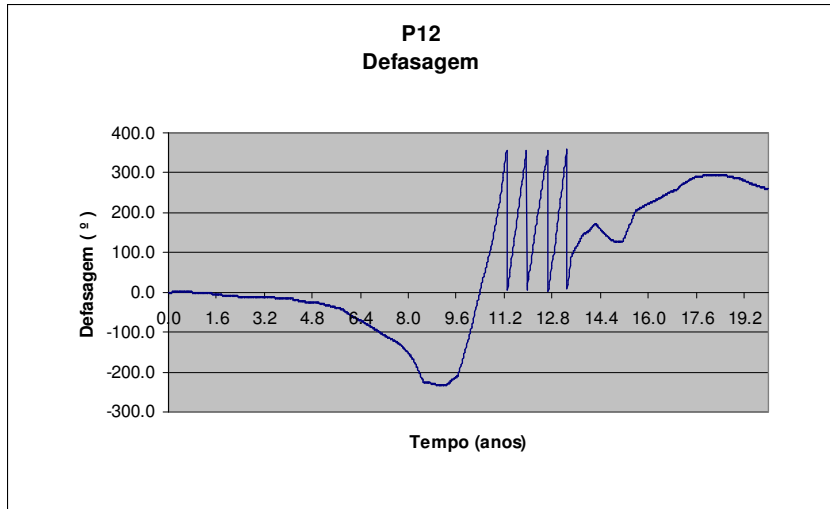


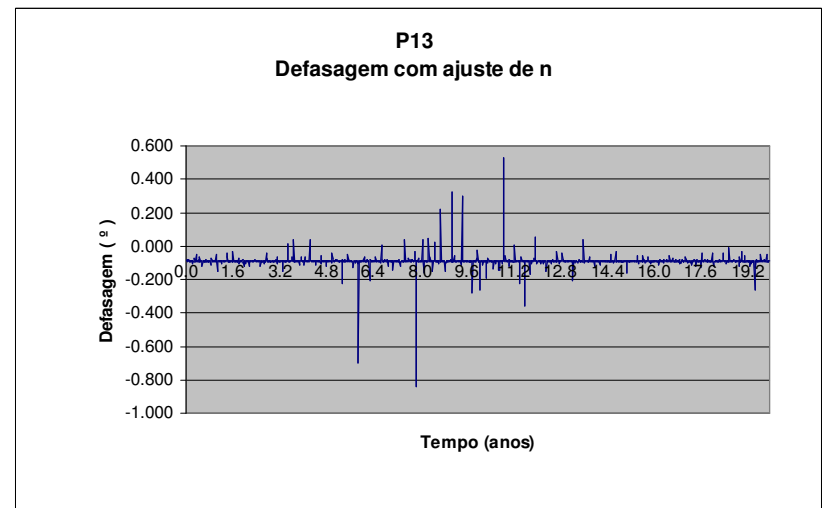
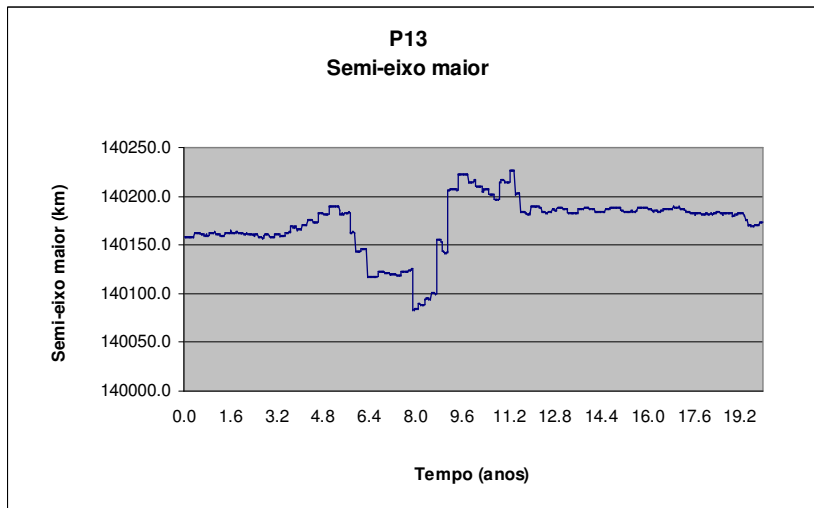
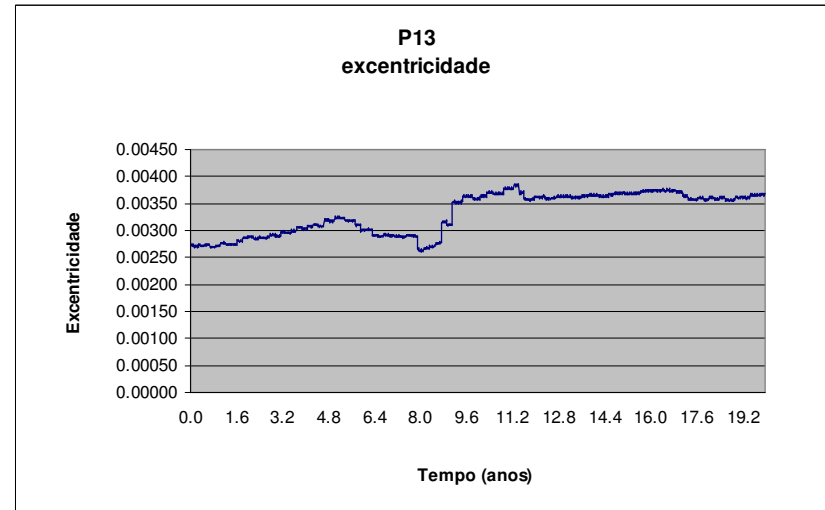
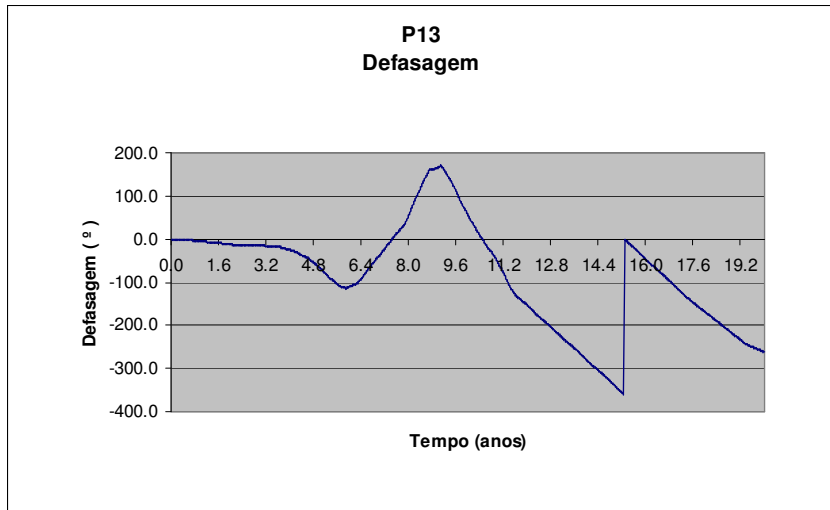
**P11**  
**Defasagem**



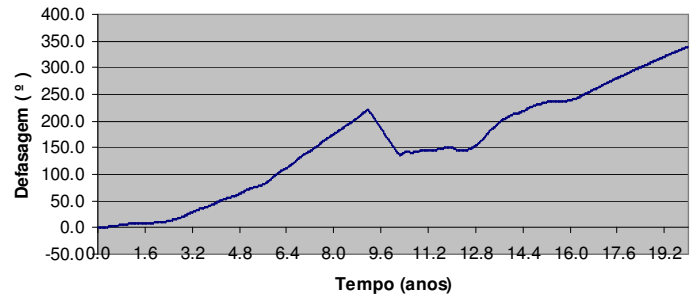
**P11**  
**excentricidade**



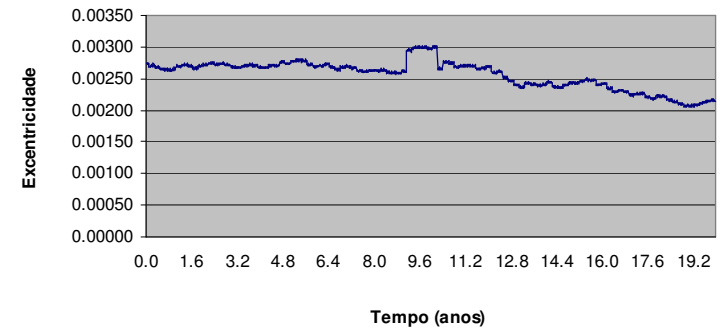




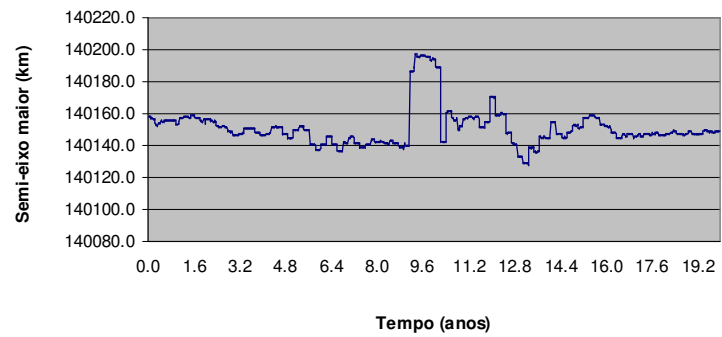
**P14**  
**Defasagem**



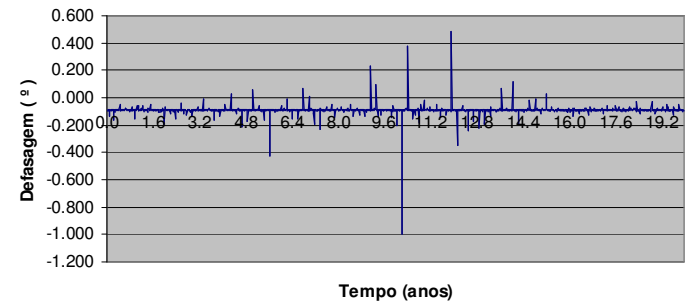
**P14**  
**excentricidade**



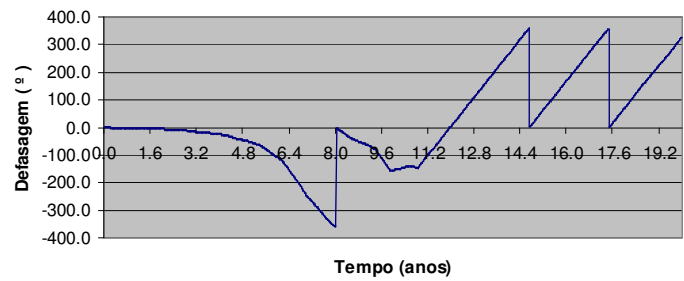
**P14**  
**Semi-eixo maior**



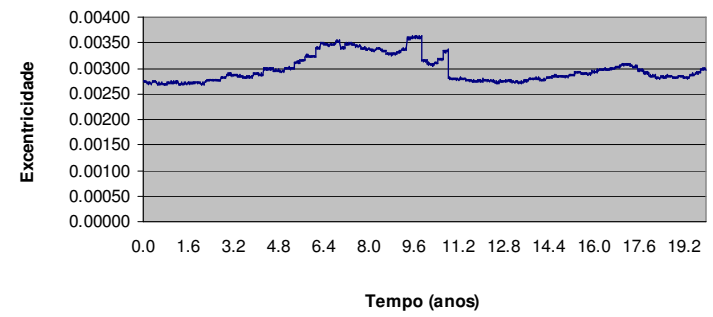
**P14**  
**Defasagem com ajuste de n**



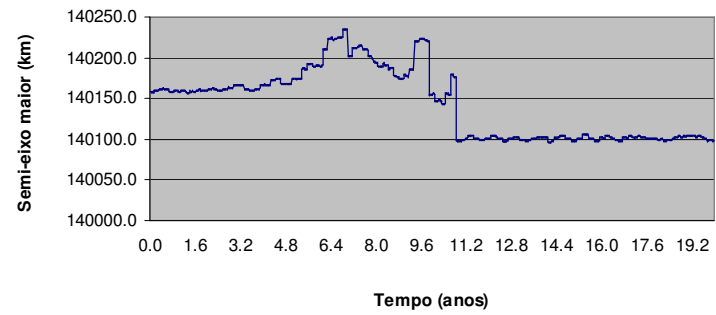
**P15**  
**Defasagem**



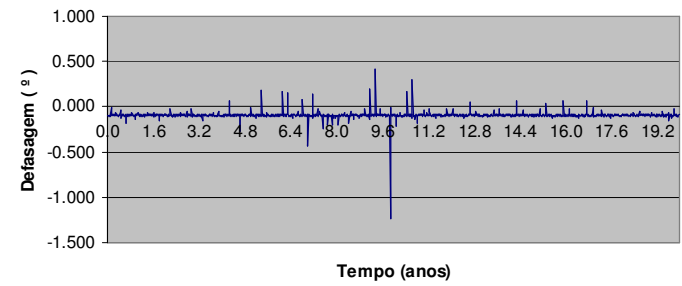
**P15**  
**excentricidade**



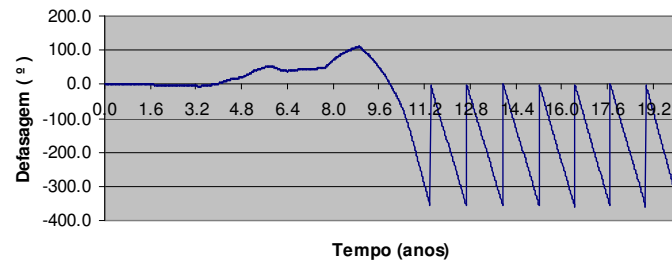
**P15**  
**Semi-eixo maior**



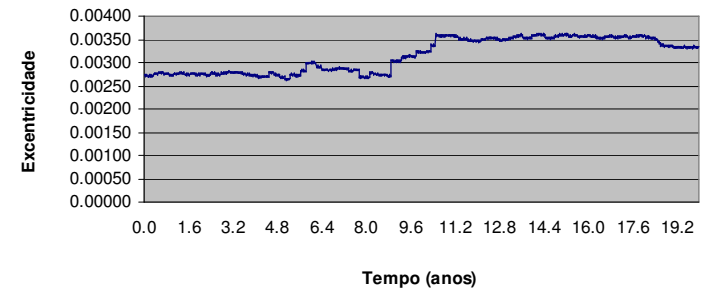
**P15**  
**Defasagem com ajuste de n**



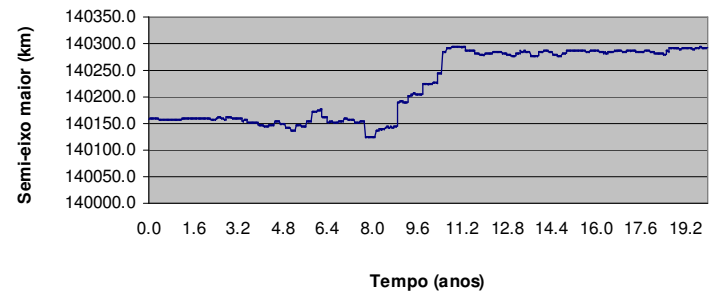
**P16**  
**Defasagem**



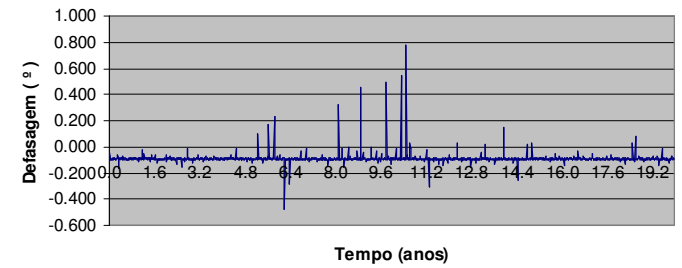
**P16**  
**excentricidade**



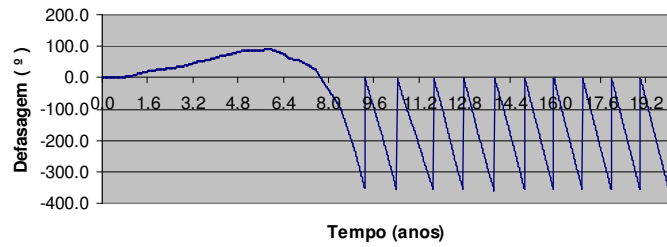
**P16**  
**Semi-eixo maior**



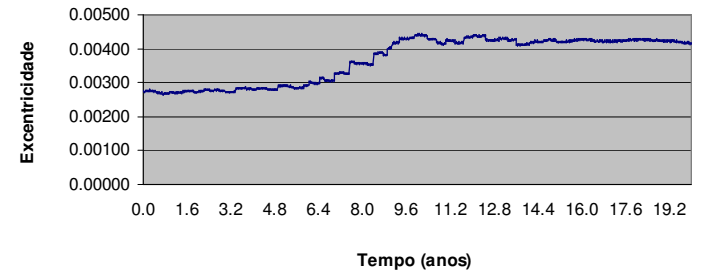
**P16**  
**Defasagem com ajuste de n**



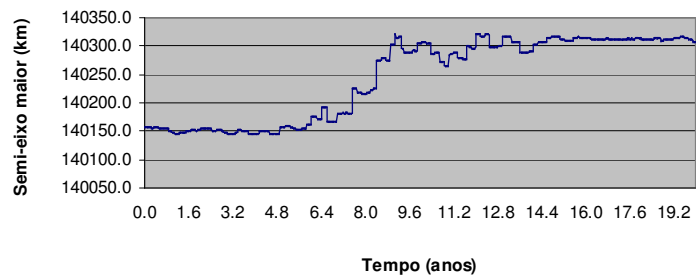
**P17**  
**Defasagem**



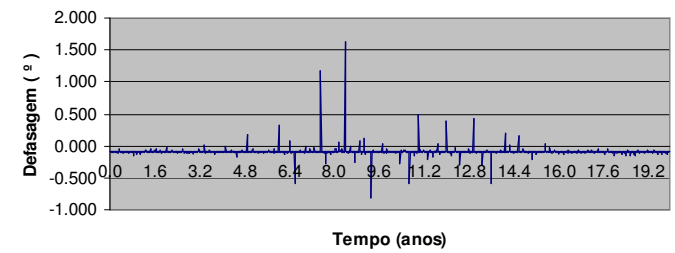
**P17**  
**excentricidade**



**P17**  
**Semi-eixo maior**

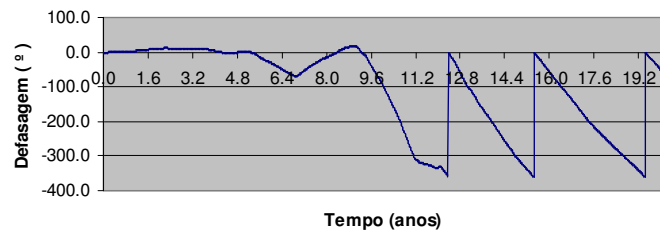


**P17**  
**Defasagem com ajuste de n**

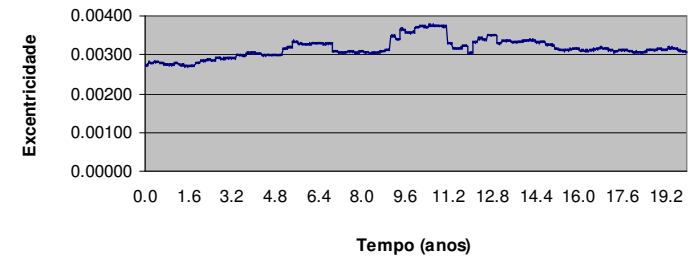




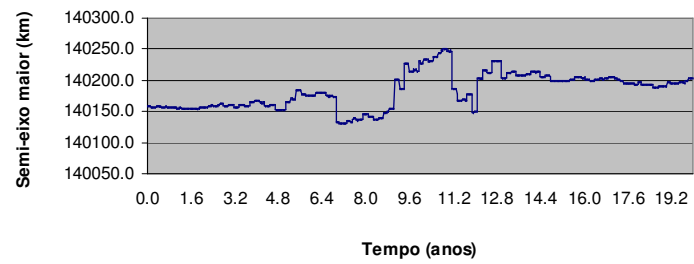
**P18**  
**Defasagem**



**P18**  
**excentricidade**



**P18**  
**Semi-eixo maior**



**P18**  
**Defasagem com ajuste de n**

