

ROBERTA VELOSO GARCIA

SATÉLITES ESTABILIZADOS POR ROTAÇÃO E TORQUE MAGNÉTICO
RESIDUAL

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, para a obtenção do título de Mestre em Física na área de Dinâmica Orbital.

Orientador: Prof^a. Dr^a. Maria Cecília F. P. S. Zanardi

Co-orientador: Prof. Dr. Hélio Koiti Kuga

Guaratinguetá
2007

DADOS CURRICULARES

ROBERTA VELOSO GARCIA

NASCIMENTO	24.04.1981 – SANTOS / SP
FILIAÇÃO	Roberto Garcia Vania Veloso Garcia
2000/2004	Curso de Graduação Universidade Estadual Paulista - Guaratinguetá
2005/2007	Curso de Pós-Graduação em Física, nível de Mestrado, na Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá da UNESP

Dedico este trabalho aos anjos que Deus colocou na minha vida, meu pai e minha mãe.

AGRADECIMENTOS

Agradeço em primeiro lugar a Deus pela oportunidade de viver e conseguir sempre atingir meus ideais.

Aos meus queridos pais, que apesar das dificuldades enfrentadas, sempre estiveram ao meu lado me dando força para continuar seguindo em frente.

A minha irmã que mesmo distante é um exemplo para mim de força e coragem.

A minha família, em especial meu primo Fábio e tia Sônia, por acreditar no meu potencial.

Aos meus avós queridos por fazerem parte da minha história.

Aos meus verdadeiros amigos pelo apoio dado, principalmente nos momentos difíceis.

A minha orientadora, Prof.^a Dr.^a Maria Cecília F. P. S. Zanardi pela sua orientação, dedicação, auxílio e amizade.

Ao Dr. Hélio Koiti Kuga pela colaboração na solução de dúvidas existentes durante este trabalho.

Este trabalho contou com apoio da CAPES.

Para cultivar a sabedoria, é preciso força interior. Sem crescimento interno, é difícil conquistar a autoconfiança e a coragem necessárias. Sem elas, nossa vida se complica. O impossível torna-se possível com a força de vontade.

Dalai Lama

GARCIA, R. V. **Satélites Estabilizados por Rotação e Torque Magnético Residual**. 2007. 163f. Dissertação (Mestrado em Física) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2007.

RESUMO

Uma abordagem analítica para o movimento rotacional de satélites artificiais estabilizados por rotação é apresentada, considerando os satélites em órbita elíptica e a influência do torque magnético residual. O torque magnético residual resulta da interação entre o campo magnético residual do satélite e o campo geomagnético, sendo este representado pelo modelo de quadripolo. As equações do movimento são descritas em termos do módulo da velocidade de rotação do satélite, da declinação e da ascensão reta do eixo de rotação do satélite. As componentes médias do torque residual em um sistema fixo no satélite são determinadas para um período orbital. Uma solução analítica para as equações do movimento é determinada, sendo válida para um período orbital. Por esta solução observa-se que o torque residual não afeta o módulo da velocidade de rotação, contribuindo apenas para as variações temporais da ascensão reta e declinação do eixo de rotação, associadas com a precessão e deriva do eixo de rotação do satélite. Aplicações são realizadas para os Satélites de Coleta de Dados Brasileiros SCD1 e SCD2, mostrando uma concordância entre os resultados obtidos pela teoria e os dados fornecidos pelo Centro de Controle de Satélites do INPE. O comportamento do erro gerado na direção do eixo de rotação do satélite é também apresentado, sendo que os desvios obtidos se mostram de acordo com as precisões requeridas para as missões destes satélites.

PALAVRAS-CHAVE: Satélites Artificiais, torque magnético residual, modelo de quadripolo, órbita elíptica.

GARCIA, R. V. **Spin Stabilized Artificial Satellite and Residual Magnetic Torque.** 2007. 163f. Dissertação (Mestrado em Física) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2007.

ABSTRACT

An analytical approach is shown for attitude motion of the spin stabilized artificial satellite in an elliptic orbit. Residual magnetic torque is considered and the geomagnetic torque is defined by the quadripole model. The equations of motion are described by the magnitude of the spin velocity, right ascension and declination of the spin axis. The components of the averaged residual torque are computed for one orbital period in a satellite reference system. An analytical solution is presented and it is valid for one orbit period. By this solution it is possible to observe that the residual torque causes the precession and the drift of the spin axis, but it does not affect the magnitude of spin velocity. Some applications are done for Brazilian Satellite SCD1 and SCD2, and they show the agreement of the theory results and the data provided by INPE Satellite Control Center. The behavior of the error in the spin axis direction is also presented and this error agrees with the required precision of these satellite missions.

KEYWORDS: Artificial Satellite, residual magnetic torque, quadripole model, elliptic orbit.

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

LISTA DE SÍMBOLOS

1-INTRODUÇÃO	24
2- REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	27
3- SISTEMAS DE REFERÊNCIAS	35
3.1- SISTEMA GEOCÊNTRICO.....	35
3.2- SISTEMA EQUATORIAL.....	35
3.3- SISTEMA DO SATÉLITE.....	36
3.4- SISTEMA ORBITAL.....	38
3.5- SISTEMA HORIZONTAL LOCAL.....	40
4- CAMPO MAGNÉTICO DA TERRA	43
4.1- COMENTÁRIOS INICIAIS.....	43
4.2- COMPONENTES DO CAMPO GEOMAGNÉTICO.....	45
4.3- MODELO DE DIPOLO MAGNÉTICO.....	49
4.4- MODELO DE QUADRIPOLO MAGNÉTICO.....	49
4.5 - COMPONENTES DO CAMPO GEOMAGNÉTICO NO SISTEMA DO SATÉLITE.....	55
5- TORQUE MAGNÉTICO RESIDUAL COM MODELO DE QUADRIPOLO	57
5.1- COMENTÁRIOS INICIAIS.....	57
5.2- TORQUE MAGNÉTICO RESIDUAL.....	59
5.3- TORQUE MAGNÉTICO RESIDUAL MÉDIO.....	60
5.4- DETERMINAÇÃO DA COMPONENTE N_{rxm}	63
5.5 - DETERMINAÇÃO DA COMPONENTE N_{rym}	68
5.6- EXPANSÃO DAS INTEGRAIS DE N_{rxm} E N_{rym}	70

6- ABORDAGEM ANALITICA PARA AS EQUAÇÕES DO MOVIMENTO...	79
6.1- EQUAÇÕES DO MOVIMENTO ROTACIONAL.....	79
6.2- SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DO MOVIMENTO.....	82
7- APLICAÇÕES AOS SATÉLITES DE COLETA DE DADOS BRASILEIROS.....	84
7.1- DADOS DE TESTE.....	85
7.1.1- Dados do satélite de coleta de dados brasileiro SCD1.....	86
7.1.2- Dados do satélite de coleta de dados brasileiro SCD2.....	87
7.1.3- Coefficientes do campo magnético terrestre.....	89
7.2- RESULTADOS PARA O SATÉLITE SCD1.....	90
7.2.1- Resultados com atualização de dados fornecidos pelo CCS.....	91
7.2.1.1- Análise da Órbita Elíptica.....	104
7.2.1.2- Erro de Apontamento.....	111
7.2.2- Resultados sem atualização da atitude.....	113
7.2.2.1- Erro de Apontamento.....	119
7.3- RESULTADOS PARA O SATÉLITE SCD2.....	121
7.3.1- Resultados com atualização da atitude de dados fornecidos pelo CCS.....	121
7.3.1.1- Análise da Órbita Elíptica.....	137
7.3.1.2- Erro de Apontamento.....	144
7.3.2- Resultados sem atualização da atitude.....	146
7.3.2.1- Erro de Apontamento.....	152
8- COMENTÁRIOS FINAIS.....	154
REFERÊNCIAS.....	158

LISTA DE FIGURAS

- FIGURA 1 – Sistema Equatorial ($\hat{I}, \hat{J}, \hat{K}$), Sistema do Satélite ($\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$), orientação do eixo de rotação (\hat{s}), ascensão reta (α) e declinação (δ) do eixo de rotação.....36
- FIGURA 2 – Sistema Geocêntrico ($\hat{I}, \hat{J}, \hat{K}$) e Sistema Orbital ($\hat{i}_s, \hat{j}_s, \hat{k}_s$).....39
- FIGURA 3 – Sistema Horizontal Local ($O'X_H Y_H Z_H$), Sistema do Satélite ($Oxyz$), Co-latidade (ϕ), Longitude (θ), Declinação ($\bar{\delta}$), Ascensão reta ($\bar{\alpha}$) do vetor posição do satélite.....41
- FIGURA 4 – Ascensão reta do eixo de rotação para 40 dias (SCD1) com modelos de quadripolo e dipolo, órbitas circular e elíptica.....95
- FIGURA 5 – Declinação do eixo de rotação para 40 dias (SCD1) com modelos de quadripolo e dipolo, órbitas circular e elíptica.....95
- FIGURA 6 – Ascensão reta do eixo de rotação para 40 dias (SCD1) com modelos de quadripolo, dipolo e modelo de vetor de dipolo, órbita elíptica.....96
- FIGURA 7 – Declinação do eixo de rotação para 40 dias (SCD1) com modelos de quadripolo, dipolo e modelo de vetor de dipolo, órbita elíptica.....96
- FIGURA 8 – Desvios encontrados para ascensão reta do eixo de rotação para 40 dias (SCD1) com modelos de quadripolo e dipolo, órbitas circular e elíptica.....100
- FIGURA 9 – Desvios encontrados para declinação do eixo de rotação para 40 dias (SCD1) com modelos de quadripolo e dipolo, órbitas circular e elíptica.....100

FIGURA 10 – Desvios encontrados para ascensão reta do eixo de rotação para 40 dias (SCD1) com modelos de quadripolo, dipolo e modelo de vetor de dipolo, órbita elíptica.....	101
FIGURA 11 – Desvios encontrados para declinação do eixo de rotação para 40 dias (SCD1) com modelos de quadripolo, dipolo e modelo de vetor de dipolo, órbita elíptica.....	101
FIGURA 12 – Desvios encontrados para ascensão reta do eixo de rotação para 40 dias, para modelos de quadripolo e dipolo com relação à órbita elíptica e circular.....	108
FIGURA 13 - Desvios encontrados para declinação do eixo de rotação para 40 dias, para modelos de quadripolo e dipolo com relação à órbita elíptica e circular.....	108
FIGURA 14 – Desvios encontrados para ascensão reta do eixo de rotação para 40 dias, para órbitas elíptica e circular com relação aos modelos de quadripolo e dipolo.....	109
FIGURA 15 – Desvios encontrados para declinação do eixo de rotação para 40 dias, para órbitas elíptica e circular com relação aos modelos de quadripolo e dipolo.....	109
FIGURA 16 – Erro de apontamento durante 40 dias para o SCD1.....	112
FIGURA 17 – Erro de apontamento durante 40 dias para o SCD1.....	112
FIGURA 18 – Desvios encontrados para ascensão reta do eixo de rotação, sem atualização da atitude para 11 dias (SCD1).....	118
FIGURA 19 – Desvios encontrados para declinação do eixo de rotação, sem atualização da atitude para 11 dias (SCD1).....	118

FIGURA 20 – Erro de apontamento sem atualização dos dados durante 11 dias para o SCD1.....	120
FIGURA 21 – Erro de apontamento sem atualização dos dados durante 11 dias para o SCD1.....	120
FIGURA 22 - Ascensão reta do eixo de rotação para 40 dias (SCD2) com modelos de quadripolo e dipolo, órbitas circular e elíptica.....	126
FIGURA 23 – Declinação do eixo de rotação para 40 dias (SCD2) com modelos de quadripolo e dipolo, órbitas circular e elíptica.....	126
FIGURA 24 – Ascensão reta do eixo de rotação para 40 dias (SCD2) com modelos de quadripolo, dipolo e modelo de vetor de dipolo, órbita elíptica.....	127
FIGURA 25 - Declinação do eixo de rotação para 40 dias (SCD2) com modelos de quadripolo, dipolo e modelo de vetor de dipolo, órbita elíptica.....	127
FIGURA 26 – Desvios encontrados para ascensão reta do eixo de rotação para 40 dias (SCD2) com modelos de quadripolo e dipolo, órbitas circular e elíptica.....	131
FIGURA 27 – Desvios encontrados para declinação do eixo de rotação para 40 dias (SCD2) com modelos de quadripolo e dipolo, órbitas circular e elíptica.....	131
FIGURA 28 – Desvios encontrados para ascensão reta do eixo de rotação para 40 dias (SCD2) com modelos de quadripolo, dipolo e modelo de vetor de dipolo, órbita elíptica.....	132
FIGURA 29 - Desvios encontrados para declinação do eixo de rotação para 40 dias (SCD2) com modelos de quadripolo, dipolo e modelo de vetor de dipolo, órbita elíptica.....	132

FIGURA 30 – Desvios encontrados para ascensão reta do eixo de rotação para 40 dias, para os modelos de quadripolo e dipolo com relação às órbitas elíptica e circular.....	140
FIGURA 31 - Desvios encontrados para declinação do eixo de rotação para 40 dias, para os modelos de quadripolo e dipolo com relação às órbitas elíptica e circular.....	140
FIGURA 32 – Desvios encontrados para ascensão reta do eixo de rotação para 40 dias, para as órbitas elíptica e circular com relação aos modelos de quadripolo e dipolo...	141
FIGURA 33 - Desvios encontrados para declinação do eixo de rotação para 40 dias, para as órbitas elíptica e circular com relação aos modelos de quadripolo e dipolo...	141
FIGURA 34 – Erro de apontamento durante 40 dias para o SCD2.....	145
FIGURA 35 - Erro de apontamento durante 40 dias para o SCD2.....	145
FIGURA 36 – Desvios encontrados para ascensão reta do eixo de rotação, sem atualização da atitude para 12 dias (SCD2).....	151
FIGURA 37 – Desvios encontrados para declinação do eixo de rotação, sem atualização da atitude para 12 dias (SCD2).....	151
FIGURA 38 – Erro de apontamento sem atualização dos dados durante 12 dias para o SCD2.....	153
FIGURA 39 – Erro de apontamento sem atualização dos dados durante 12 dias para o SCD2.....	153

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – Momento Magnético do SCD1.....	86
TABELA 2 – Momento Magnético do SCD2.....	88
TABELA 3 – Valores de α fornecido pelo CCS e valores calculados pelos modelos de quadripolo (índice Q) e dipolo (índice D) considerando as órbitas elíptica (E) e circular (C) para o SCD1.....	92
TABELA 4 – Valores de δ fornecido pelo CCS e valores calculados pelos modelos de quadripolo (índice Q) e dipolo (índice D) considerando as órbitas elíptica (E) e circular (C) para o SCD1.....	93
TABELA 5 – Valores de α e δ fornecido pelo CCS e valores calculados pelo modelo de vetor de dipolo (índice VDR) para o SCD1.....	94
TABELA 6 – Desvios encontrados entre os valores de α fornecido pelo CCS e os valores calculados (QE, DE, QC, DC, VDR) para o SCD1.....	98
TABELA 7 – Desvios encontrados entre os valores de δ fornecido pelo CCS e os valores calculados (QE, DE, QC, DC, VDR) para o SCD1.....	99
TABELA 8 – Valores da Média e do Desvio Padrão do erro em relação às estimativas do CCS de ascensão reta do satélite SCD1 para os vários modelos analisados.....	102
TABELA 9 – Valores da Média e do Desvio Padrão do erro em relação às estimativas do CCS da declinação do satélite SCD1 para os vários modelos analisados.....	103

TABELA 10 – Valores da diferença de α e δ para órbita elíptica e circular para os modelos de quadripolo e dipolo para o SCD1.....	106
TABELA 11 – Valores da diferença de α e δ para órbita elíptica e circular para os modelos de quadripolo e dipolo para o SCD1.....	107
TABELA 12 – Valores da média e do desvio-padrão do erro entre os diversos modelos analisados para os valores de α e δ do satélite SCD1.....	110
TABELA 13 – Valores de α e δ fornecidos pelo CCS, valores calculados pelo modelo de quadripolo com órbita elíptica (QE) e os correspondentes desvios encontrados para o SCD1 com a não atualização dos dados fornecidos pelo CCS.....	114
TABELA 14 – Valores de α e δ fornecidos pelo CCS, valores calculados pelo modelo de dipolo com órbita elíptica (DE) e os correspondentes desvios encontrados para o SCD1 com a não atualização dos dados fornecidos pelo CCS.....	115
TABELA 15 – Valores de α e δ fornecidos pelo CCS, valores calculados pelo modelo de quadripolo com órbita circular (QC) e os correspondentes desvios encontrados para o SCD1 com a não atualização dos dados fornecidos pelo CCS.....	116
TABELA 16 – Valores de α e δ fornecidos pelo CCS, valores calculados pelo modelo de dipolo com órbita circular (DC) e os correspondentes desvios encontrados para o SCD1 com a não atualização dos dados fornecidos pelo CCS.....	117
TABELA 17 – Valores de α fornecido pelo CCS e valores calculados pelos modelos de quadripolo (índice Q) e dipolo (índice D) considerando as órbitas elíptica (E) e circular (C) para o SCD2.....	123

TABELA 18 – Valores de δ fornecido pelo CCS e valores calculados pelos modelos de quadripolo (índice Q) e dipolo (índice D) considerando as órbitas elíptica (E) e circular (C) para o SCD2.....	124
TABELA 19 – Valores de α e δ fornecido pelo CCS e valores calculados (índice VDR) pelo modelo de vetor de dipolo para o SCD2.....	125
TABELA 20 – Desvios encontrados entre os valores de α fornecido pelo CCS e os valores calculados (QE, DE, QC, DC, VDR) para o SCD2.....	129
TABELA 21 – Desvios encontrados entre os valores de δ fornecido pelo CCS e os valores calculados (QE, DE, QC, DC, VDR) para o SCD2.....	130
TABELA 22 – Valores da Média e do Desvio Padrão do erro em relação às estimativas do CCS da ascensão reta do satélite SCD2 para os vários modelos analisados.....	133
TABELA 23 - Valores da Média e do Desvio Padrão do erro em relação às estimativas do CCS da declinação do satélite SCD2 para os vários modelos analisados.....	133
TABELA 24 – Valores da média e do desvio-padrão do erro em relação às estimativas do CCS, para os valores da ascensão reta do satélite SCD2, para os vários modelos analisados por trecho.....	135
TABELA 25 – Valores da média e do desvio-padrão do erro em relação às estimativas do CCS, da declinação do satélite SCD2, para os vários modelos analisados por trecho.....	136
TABELA 26 – Valores da diferença de α e δ para órbita elíptica e circular para os modelos de quadripolo e dipolo para o SCD2.....	138

TABELA 27 – Valores da diferença de α e δ para órbita elíptica e circular para os modelos de quadripolo e dipolo para o SCD2.....	139
TABELA 28 – Valores da média e do desvio-padrão do erro entre os diversos modelos analisados para os valores de α do satélite SCD2 para cada trecho.....	142
TABELA 29 – Valores da média e do desvio-padrão do erro entre os diversos modelos analisados para os valores de δ do satélite SCD2 para cada trecho.....	143
TABELA 30 – Valores de α e δ fornecidos pelo CCS, valores calculados pelo modelo de quadripolo com órbita elíptica (QE) e os correspondentes desvios encontrados para o SCD2 sem a atualização dos dados fornecidos pelo CCS.....	147
TABELA 31 – Valores de α e δ fornecidos pelo CCS, valores calculados pelo modelo de dipolo com órbita elíptica (DE) e os correspondentes desvios encontrados para o SCD2 sem a atualização dos dados fornecidos pelo CCS.....	148
TABELA 32 – Valores de α e δ fornecidos pelo CCS, valores calculados pelo modelo de quadripolo com órbita circular (QC) e os correspondentes desvios encontrados para o SCD2 sem a atualização dos dados fornecidos pelo CCS.....	149
TABELA 33 – Valores de α e δ fornecidos pelo CCS, valores calculados pelo modelo de dipolo com órbita circular (DC) e os correspondentes desvios encontrados para o SCD2 sem a atualização dos dados fornecidos pelo CCS.....	150

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CCS	- Centro de Controle de Satélites
INPE	- Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
SCD1	- Primeiro Satélite de Coleta de Dados Brasileiro
SCD2	- Segundo Satélite de Coleta de Dados Brasileiro
QE	- Modelo de Quadripolo e Órbita Elíptica
QC	- Modelo de Quadripolo e Órbita Circular
DE	- Modelo de Dipolo e Órbita Elíptica
DC	- Modelo de Dipolo e Órbita Circular
VDR	- Modelo de Vetor de Dipolo com Torque Magnético Residual
IGRF	- International Geomagnetic Reference Field

LISTA DE SÍMBOLOS

a	- Semi - eixo maior
B_r, B_ϕ, B_θ	- Componentes de \vec{B} no sistema equatorial
\vec{B}	- Campo Geomagnético
e	- Excentricidade
g_n^m, h_n^m	- Coeficientes Gaussianos
h	- Momentos angular específico
$Ia_{ij}, i=a, b; j = 1 \text{ a } 7$	- Integrais pertencentes ao torque magnético residual
$Ib_{ij}, i=a, b; j= 1 \text{ a } 7$	- Integrais pertencentes ao torque magnético residual
$Ic_{ij}, i=a, b; j= 1 \text{ a } 4$	- Integrais pertencentes ao torque magnético residual
i	- Inclinação orbital
$\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$	- Vetores unitários do sistema do satélite
$\hat{i}_s, \hat{j}_s, \hat{k}_s$	- Vetores unitários do sistema orbital
$\hat{I}, \hat{J}, \hat{K}$	- Vetores unitários do sistema geocêntrico e sistema equatorial
I_x, I_y, I_z	- Momentos principais de inércia do satélite

\vec{L}	- Momento angular
M	- Anomalia média
\vec{M}	- Soma dos momentos magnéticos individuais do satélite
M_s	- Momento magnético do satélite ao longo do eixo de rotação
N_{rxm}, N_{nry}	- Componentes do Torque Magnético Residual
N_r	- Torque Magnético Residual
N_{rm}	- Torque Magnético Residual Médio
n	- Movimento médio
O	- Centro de massa do satélite
O'	- Centro de massa do satélite
O_{xyz}	- Sistema de coordenadas do satélite
O_{XYZ}	- Sistema de coordenadas equatorial
$O'_{x_s y_s z_s}$	- Sistema orbital, associado com o movimento translacional do satélite em torno da Terra
O'_{xyz}	- Sistema de coordenadas geocêntricas

$P_n^m(\theta)$	- Polinômios associados de Legendre
r	- Distância Geocêntrica
R_X	- Matriz de rotação de $(90^\circ - \delta)$ em torno do eixo O_x
R_Z	- Matriz de rotação $(\alpha - 270^\circ)$ em O_z
r_T	- Raio equatorial da Terra
R_1	- Matriz de rotação que relaciona o sistema do satélite com o sistema geocêntrico
R_3	- Matriz de rotação que relaciona o sistema geocêntrico com o sistema orbital
\hat{s}	- Eixo de rotação em torno do seu centro de massa
t	- Tempo
t_i	- Tempo inicial
T	- Período orbital
V	- Potencial escalar magnético
W	- Módulo da velocidade de rotação
\vec{W}	- Velocidade angular de rotação
α	- Ascensão reta do eixo de rotação

$\bar{\alpha}$	- Ascensão reta do vetor posição
δ	- Declinação do eixo de rotação
$\bar{\delta}$	- Declinação do vetor posição
θ	- Co-latitude
$\bar{\theta}$	- Ascensão reta de Greenwich no instante inicial
$\dot{\theta}$	- Velocidade de rotação da Terra
θ	- Erro de apontamento
v	- Anomalia verdadeira
w	- Argumento do perigeu
Ω	- Longitude do nodo ascendente

CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO

Desde o advento dos satélites artificiais a interação entre fontes de campo magnético a bordo do satélite e a indução do campo geomagnético tem sido objeto de vários estudos relacionados com a análise da atitude de satélites artificiais (THOMAS e CAPELLARI, 1964; WERTZ, 1978; HARA, 1973; CARRARA, 1982; KUGA, SILVA, GUEDES, 1987; ORLANDO, LOPES, KUGA, 1997; QUIRELLI, 2002; REAL, 2002; ZANARDI e REAL, 2003; ASSIS, 2004; ZANARDI, QUIRELLI, KUGA 2003, 2005). Alguns destes trabalhos apresentam uma abordagem numérica ao problema, como o trabalho de Hara, 1973; Carrara, 1982; Kuga, Ferreira e Guedes, 1987; Kuga, Silva e Guedes, 1987; Orlando, Lopes, Kuga, 1997, enquanto os demais apresentam abordagens analíticas similares à propagação analítica proposta neste trabalho.

O objetivo deste trabalho é propagar analiticamente a atitude de satélites estabilizados por rotação (os quais possuem o eixo de rotação alinhado com o eixo principal de inércia) em órbita elíptica, incluindo o torque magnético residual nas equações do movimento rotacional. É utilizado o modelo de quadripolo para descrever o campo geomagnético (WERTZ, 1978; REAL, 2002) e obter as parcelas do torque magnético residual médio por meio de uma propagação analítica. Os resultados obtidos por esta teoria são comparados com os dados fornecidos pelo Centro de Controle de Satélites do INPE para os satélites de Coleta de Dados SCD1 e SCD2 e também com resultados fornecidos por outras abordagens (QUIRELLI, 2002; ASSIS, 2004).

O desenvolvimento deste trabalho se justifica pelo refinamento e pela validação das abordagens analíticas anteriormente desenvolvidas (QUIRELLI, 2002; ASSIS, 2004) e pela possível utilização desta teoria na análise de futuras missões de satélites brasileiros estabilizados por rotação e na estimativa de parâmetros destes satélites.

Neste trabalho a atitude do satélite é descrita por coordenadas esféricas: o módulo da velocidade de rotação (W), ascensão reta (α) e declinação (δ) do eixo de rotação do satélite. Será também considerado que a órbita do satélite ao redor da Terra

é conhecida, aproximada inicialmente pela órbita Kepleriana, sendo posteriormente incluídas as principais variações devido ao achatamento da Terra na longitude do nodo ascendente e argumento do perigeu.

As equações de Euler são apresentadas em termos das coordenadas esféricas (W , α , δ) e dependem das componentes dos torques externos atuantes sobre o satélite, expressas no sistema de eixos fixos no satélite, aqui denominado de sistema do satélite. O torque magnético residual é o único torque externo considerado.

No desenvolvimento deste trabalho, as componentes do torque residual médio no sistema do satélite são obtidas pela média em um período orbital do torque residual instantâneo. O processo de integração das equações de Euler para satélites estabilizados por rotação incluiu o torque magnético residual médio, sendo a abordagem analítica apresentada válida para um período orbital. A utilização do torque médio já inclui os principais efeitos associados com o torque magnético residual que queremos analisar associados com a precessão e deriva do eixo de rotação.

Na seqüência deste trabalho, é apresentada no Capítulo 2 uma revisão bibliográfica de alguns trabalhos relacionados com o enfoque principal deste projeto.

No Capítulo 3 são introduzidos os sistemas de referência e matrizes de rotação que foram úteis durante o desenvolvimento deste trabalho.

No Capítulo 4 o modelo de quadripolo para o campo magnético da Terra é discutido, sendo também introduzidas as componentes do campo magnético tanto no sistema equatorial quanto no sistema do satélite.

No Capítulo 5 o torque magnético residual é definido e as componentes do torque residual médio no sistema do satélite são determinadas, considerando o modelo de quadripolo para o campo geomagnético, com o satélite estabilizado por rotação e em órbita elíptica.

No Capítulo 6 são introduzidas as equações de Euler que descrevem o movimento rotacional de um satélite estabilizado por rotação e a solução obtida para estas equações, considerando as parcelas do torque magnético residual médio.

No Capítulo 7 são feitas aplicações aos Satélites de Coleta de Dados Brasileiros (SCD1 e SCD2), comparando-se os resultados obtidos pelo desenvolvimento teórico realizado com os dados fornecidos pelo Centro de Controle de Satélite (CCS) do INPE e com os resultados encontrados por Quirelli (2002) e Assis (2004).

No Capítulo 8 são apresentadas as conclusões finais referentes a este trabalho.

O trabalho é finalizado com a apresentação da bibliografia consultada e referências necessárias para o seu desenvolvimento.

CAPÍTULO 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Vários estudos relacionados com a análise da atitude de satélites artificiais têm sido feitos com objetivo de descrever as interações existentes entre as fontes de campo magnético a bordo do satélite e a indução do campo magnético da Terra. Desta forma serão introduzidos neste capítulo alguns comentários sobre trabalhos relacionados com a análise da dinâmica envolvida com o movimento rotacional de satélites artificiais estabilizados por rotação, os quais estão mais diretamente relacionados com o desenvolvimento desta dissertação.

E. Y. YU (1963) faz uma análise de problemas dinâmicos do satélite Testar estabilizado por rotação, no qual é caracterizado pelo decaimento da velocidade de rotação, amortecimento da precessão e deslocamento do eixo de rotação. Os três fenômenos mencionados são gerados predominantemente pelos torques devido às correntes de Foucault e o torque magnético residual. O tempo característico aproximado para o decaimento exponencial da rotação do satélite é estimado para aproximadamente 330 dias. Isso mostra que no final de 2 anos o satélite Telstar teria uma velocidade de rotação de 20 rpm, sendo que o movimento nesta taxa de rotação é ainda relativamente estável com relação à precessão. Alguns problemas são causados essencialmente pelo momento de dipolo magnético residual e pelo torque devido às correntes de Foucault, os quais podem ser analisados para um satélite estabilizado por rotação. Observa-se também que o eixo de rotação deveria ser o de máximo momento de inércia por causa da energia dissipada, visto que o satélite não é um corpo perfeitamente rígido.

Thomas e Capellari (1964) apontam técnicas para predição e determinação de atitude para satélites estabilizados por rotação, onde são utilizados dados do satélite Telstar I e II. É utilizado o modelo de vetor de dipolo para o campo magnético da Terra e o método de cálculo da média tanto para o torque de gradiente de gravidade

quanto para o torque residual são determinados para um período orbital. São combinados dados que são fornecidos por sensores de atitude a bordo do satélite para determinar a atitude do satélite. Todas as técnicas são consolidadas em programas computacionais que seguem próximos a análise matemática apresentada.

Michio Hara (1973) fez uma análise do movimento rotacional de um satélite, estando este sob influência dos torques magnético residual e gravitacional. Foi utilizado o modelo de dipolo para representar o campo geomagnético, e o vetor momento angular foi considerado alinhado com o eixo de rotação. A trajetória no espaço de fase descrita pelo vetor de rotação foi obtida para mostrar que o movimento é periódico no espaço de fase fixado para o plano da órbita. Para mostrar que o movimento é periódico, as equações do movimento tiveram de ser primeiramente integradas e depois de algumas manipulações foi produzida a trajetória de fase, que é formada pela intersecção de um parabolóide elíptico e uma esfera. O método de Poincaré foi empregado para analisar os efeitos da perturbação do torque gravitacional no movimento periódico devido ao torque magnético ser dominante, apresentando uma alteração significativa no período. Uma solução aproximada para o movimento perturbado foi obtida em forma de uma série de potência em termos de um pequeno parâmetro que representa o efeito do torque gravitacional.

Stellmacher (1974) apresenta em seu trabalho uma representação para o movimento de um satélite em torno de seu centro de massa, incluindo torque magnético residual que é causado pela interação entre o campo magnético da Terra e o momento magnético do satélite, onde o torque magnético atuante não é tratado como uma simples perturbação. A velocidade de rotação do satélite é considerada constante e está localizada em um sistema de eixos principais fixo no satélite. É apresentado e solucionado um sistema de equações lineares com coeficientes periódicos, considerando os coeficientes dependentes do tempo fatorados por um pequeno parâmetro, em termos do qual a solução é expandida em série. A solução obtida apresenta-se adequada para satélites com velocidade de rotação não muito baixa, superior a 0,8 rpm.

No trabalho de Alfriend e Lindberg (1979) é analisado o efeito do modelo do campo magnético terrestre no desempenho de um sistema de controle magnético da atitude de satélites estabilizados por rotação, e utiliza a interação do campo geomagnético com o momento magnético do satélite. Através de transformações nos harmônicos esféricos do campo geomagnético para um sistema de coordenadas, no qual a longitude é medida no plano orbital do satélite e a latitude é medida perpendicularmente ao plano orbital, o campo magnético tornou-se uma série de Fourier em termos da anomalia verdadeira. Os ganhos do sistema de controle são obtidos em termos dos coeficientes desta série. Verificou-se que o modelo de dipolo é suficiente para o projeto do sistema de controle, sendo que uma boa precisão é obtida para desenvolvimentos até 6ª ordem da série de Fourier e que o sistema de controle apresenta um bom desempenho para inclinações abaixo de 45° e para altas altitudes.

Kuga, Ferreira e Guedes (1987) propuseram uma modelagem dinâmica simplificada para o movimento rotacional de satélites de Coleta de Dados brasileiros, que são estabilizados por rotação. O objetivo era analisar o sistema de estabilização e propor esquemas de controle de atitude, considerando a utilização de bobinas magnéticas, denominada bobina de torque, que geram um campo paralelo ao eixo de rotação do satélite. Foi adotado um sistema conveniente de coordenadas esféricas para expressar as equações do movimento de atitude do eixo de rotação do satélite. Os principais torques perturbadores modelados foram os torques magnéticos de controle (gerados pela ativação da bobina magnética) e residuais, torques devido à correntes de Foucault e torques devido ao gradiente de gravidade. Os resultados mostraram uma natureza oscilatória na declinação do eixo de rotação, devido a 3 frequências que aparecem implicitamente na equação diferencial para a declinação, a saber: a frequência orbital, a frequência de rotação da Terra e a frequência de precessão do nodo ascendente da órbita. Para longos períodos de integração o efeito da precessão nodal é visivelmente pronunciado. A amplitude da oscilação tende a aumentar com o tempo devido à queda da velocidade angular. A ascensão reta do eixo de rotação

contém somente uma parte de natureza oscilatória, complementada por um termo secular que depende da componente do campo geomagnético no eixo Ox do satélite o qual produz a taxa de precessão. A parte oscilatória mostra a frequência da precessão nodal mais acentuada. A velocidade angular decresce 73% após 180 dias. A constante de tempo, calculada aproximadamente de forma analítica, é da ordem de 142 dias, de forma que a velocidade angular deve diminuir 63% durante 142 dias.

Em Kuga, Silva e Guedes (1987) é utilizada uma modelagem dinâmica simplificada para o movimento de atitude de satélites artificiais estabilizados por rotação. É considerado o torque magnético residual, o torque magnético devido às correntes de Foucault e o torque de gradiente de gravidade. As equações de Euler são desenvolvidas em coordenadas apropriadas e resolvidas por meio de integração numérica.

Parkinson e Kasdin (1990) apontam um novo algoritmo para o controle da atitude, por atuação magnética, de uma espaçonave. Este algoritmo requer medidas de tempo real do campo magnético local. Um estimador do tipo do filtro de Kalman é derivado podendo obter o campo local pela aplicação de uma corrente sobre a haste magnética. Isto elimina a necessidade dos magnetômetros, garantindo a colocação do sensor e do atuador, removendo assim algumas formas de falhas na determinação de atitude.

Em Vera et al (1998) é apresentado um algoritmo para estabilização do microsatélite mexicano SATEX-1 que está situado em uma órbita equatorial. Um controle passivo está sob influência de um grande gradiente gravitacional e está associado com 5 bobinas de torque magnético de 4 Am^2 . Foram utilizadas as equações de Euler para pequenas derivações com respeito ao eixo principal do satélite. Relacionado com cada um dos eixos, o torque magnético produzido pela interação dos torques magnéticos com o campo magnético da Terra foram computados. Utilizando a Teoria Espacial do Estado, um teorema é introduzido, o qual apresenta uma transformação da equação do sensor para uma expressão analítica, que é independente

do tempo, sendo também necessário expandir a dimensão do sistema dinâmico de 6 para 12 variáveis do estado.

Em Ol'Shanskii et al (2000) são estabelecidas algumas condições necessárias para a existência de uma relação invariante linear (LIR) do problema do movimento girostático em um campo magnético. A disponibilidade de uma LIR torna possível reduzir a ordem do sistema. Para determinar casos integráveis do sistema reduzido, é importante resolver o problema da existência de uma integral quadrática adicional (QI). As condições necessárias e suficientes para a existência de uma QI no movimento com uma LIR de um girostato num campo magnético são estabelecidas, e a forma da QI é determinada.

Quirelli (2002) apresenta uma abordagem analítica para a propagação da atitude de satélites artificiais estabilizados por rotação, considerando a influência de torques magnéticos. É utilizado o modelo de vetor de dipolo inclinado para o campo geomagnético e o método da média é aplicado para determinar o torque ao longo de um período orbital. Os desenvolvimentos são feitos até 2ª ordem na excentricidade para o torque residual e até 1ª ordem para o torque devido as correntes de Foucault. Observa-se que o torque magnético residual não afeta o módulo da velocidade de rotação, contribuindo somente para as variações temporais da ascensão reta e declinação do eixo de rotação. O torque magnético devido as correntes de Foucault causa um decaimento exponencial no módulo da velocidade de rotação. As simulações numéricas que foram realizadas apresentaram uma boa concordância entre a solução analítica obtida e o comportamento real do satélite, dentro das limitações da abordagem analítica realizada.

Em Zanardi, Quirelli e Kuga (2003) é feito um estudo sobre o modelo do torque gerado pelas correntes de Foucault para satélites artificiais estabilizados por rotação. É assumido um modelo de dipolo inclinado para o campo geomagnético e o método utilizado é o da média do torque gerado pelas correntes induzidas sobre cada período orbital. Os desenvolvimentos são apresentados em termos da anomalia média e

possuem termos até 2ª ordem na excentricidade. É observado que o torque devido as correntes de Foucault causa um decaimento exponencial no módulo da velocidade angular. A teoria desenvolvida considera também a variação dos elementos orbitais no tempo. Foram usados os dados dos satélites brasileiros SCD1 e SCD2. Para o período de testes, as diferenças médias são da ordem de 0,10 rpm para o SCD1 e de 0,04 rpm para o SCD2, estando de acordo com o nível de precisão no qual o sistema de determinação de atitude do Centro de Controle do INPE estimou para o módulo da velocidade angular.

Em Assis (2004) é feita uma abordagem analítica para a propagação de atitude de satélites artificiais estabilizados por rotação em órbita circular, diferença principal com o trabalho atual, no qual a órbita é elíptica, incluindo o torque magnético residual. É utilizado para descrever o campo magnético da Terra o modelo de quadripolo e é aplicado o método da média para determinar o torque para um período orbital. A partir da solução analítica apresentada é possível observar que o torque magnético residual contribui para a deriva e precessão do eixo de rotação.

Zanardi, Assis e Kuga (2004) apresentaram os procedimentos necessários para se obter as componentes do torque magnético residual médio, para um período orbital, em um sistema fixo no satélite, considerando o satélite estabilizado por rotação em órbita circular e o modelo de quadripolo para o campo geomagnético. Estas componentes são importantes para fazer a propagação analítica da atitude de satélites estabilizados por rotação quando o torque magnético residual médio é incluído nas equações do movimento rotacional.

Em Zanardi, Quirelli e Kuga (2005) é apresentada uma aproximação analítica para a predição da atitude de satélites estabilizados por rotação que sofrem a influência do torque magnético residual. É assumido um modelo de dipolo inclinado para descrever o campo geomagnético e um método analítico da média é aplicado para obter o torque residual médio em cada período orbital. A anomalia média é utilizada para calcular as componentes médias do torque residual no sistema de referência fixo

no satélite. Observou-se que o torque residual não possui componente ao longo do eixo de rotação, não afetando a magnitude da velocidade de rotação, mas podendo causar nutação e precessão no eixo de rotação do satélite. A teoria foi aplicada para o satélite brasileiro estabilizado por rotação SCD2 havendo uma boa concordância entre a solução analítica e o comportamento real do satélite.

Em Hur, Melton e Spencer (2005) é descrito uma aplicação de um controle para reorientar o eixo de rotação e controlar a velocidade estimada de um satélite estabilizado por rotação, com uma inclinação orbital intermediária usando dois torques. Um simples controle que muda a polarização de um eixo é aplicado para gerar o torque desejado, usando o vetor momento angular como base para a função erro. A atitude é determinada com um magnetometro de três eixos, utilizando o filtro de Kalman estendido e sensores solares. A informação da atitude é encontrada pela integração das velocidades angulares determinadas pelo magnetometro e pelo filtro de Kalman. Os valores iniciais da atitude fornecidos pela integração são encontrados com o algoritmo TRIAD, usando os vetores do campo magnético e vetor solar, onde são frequentemente atualizados para remover acumulações de erros da atitude. Devido o sensor de atitude ser um magnetometro e a correção da atitude devido ao momento do controle das hastes do torque magnético ser derivados somente com a predição das velocidades angulares, não é possível detectar estes erros ao operar as hastes do torque magnético. Esta pesquisa mostra um controle ótimo entre as medidas e impulsos do controle, sendo este método aplicado no nanosatélite LionSat.

Pela revisão bibliográfica apresentada observa-se a grande utilização dos torques magnéticos para sistemas de controle de atitude de satélites artificiais. No entanto, este trabalho está relacionado com a propagação de atitude de satélites estabilizados por rotação, na presença do torque magnético residual, dando continuidade aos trabalhos desenvolvidos por Quirelli (2002), Real (2002), e em especial por Assis (2004).

A diferença principal deste trabalho com de Assis (2004) está no fato da órbita do satélite ser elíptica, o que acarreta em expansões analíticas na excentricidade orbital e na anomalia média. Comparações dos resultados obtidos nesta abordagem e nas abordagens de Assis (2004) e Quirelli (2002) são realizadas, considerando os dados dos satélites brasileiros de coleta de dados.

CAPÍTULO 3 SISTEMAS DE REFERÊNCIAS

Neste capítulo serão apresentados os sistemas de coordenadas utilizados no desenvolvimento deste trabalho e as matrizes de rotações que relacionam estes sistemas, as quais são necessárias no desenvolvimento do torque magnético residual médio e na determinação de suas componentes no sistema fixo no satélite. As matrizes de rotação estão definidas em termos de ângulos de Euler, envolvendo os elementos orbitais, a ascensão reta e declinação do eixo de rotação do satélite. O centro de massa da Terra é representado por O' e o centro de massa do satélite por O .

3.1. SISTEMA GEOCÊNTRICO

O sistema de coordenadas denominado geocêntrico, representado por $O'XYZ$, possui sua origem no centro de massa da Terra, com o plano de referência $O'XY$ paralelo ao plano do Equador terrestre, com o eixo $O'X$ apontando na direção do ponto vernal (intersecção do plano da eclíptica com o plano do equador terrestre), o eixo $O'Z$ na direção do pólo norte e com o eixo $O'Y$ formando o sistema dextrógiro. Os vetores unitários deste sistema são representados por $\hat{I}, \hat{J}, \hat{K}$.

3.2. SISTEMA EQUATORIAL

Neste sistema representado por $OXYZ$, a origem, O , coincide com o centro de massa do satélite e os eixos são paralelos aos do sistema geocêntrico. Assim os vetores unitários deste sistema também são representados por $\hat{I}, \hat{J}, \hat{K}$.

3.3. SISTEMA DO SATÉLITE

O sistema do satélite $Oxyz$, está associado ao eixo de rotação \hat{s} do satélite em torno de seu centro de massa O , com o eixo Oz na direção deste eixo de rotação, o plano Oxy é perpendicular a Oz , com o eixo Ox na intersecção de Oxy com o plano equatorial OXY e o eixo Oy formando o sistema dextrógiro. O eixo Oz coincide também com o eixo de maior momento principal de inércia do satélite. Os vetores unitários deste sistema são representados por $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$. Este sistema está representado na Figura 1, juntamente com o sistema equatorial, onde também estão representados os ângulos ascensão reta α e a declinação δ que expressam a posição do eixo de rotação em relação ao sistema equatorial, sendo definidos por:

α - ângulo que a projeção do eixo de rotação \hat{s} no plano OXY forma com o eixo OX ;

δ - ângulo que o eixo de rotação \hat{s} forma com o plano OXY .

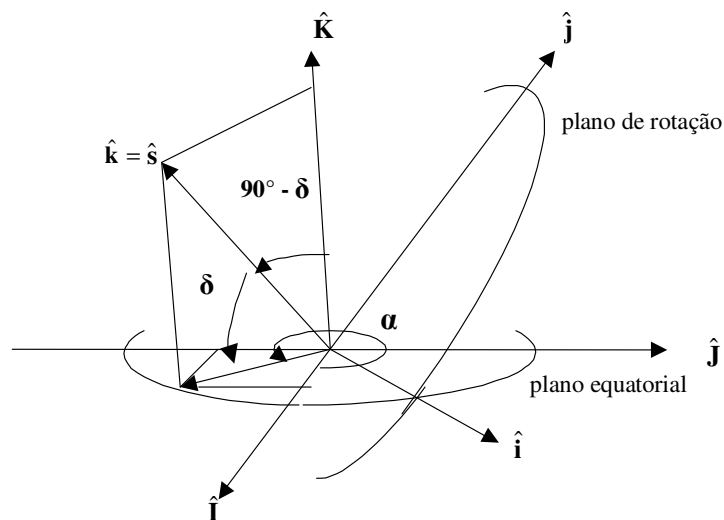


Figura 1 – Sistema Equatorial $(\hat{I}, \hat{J}, \hat{K})$, Sistema do Satélite $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$, orientação do eixo de rotação (\hat{s}) , ascensão reta (α) e declinação (δ) do eixo de rotação.

Pela Figura 1 observamos que o sistema do satélite Oxyz é obtido do sistema equatorial OXYZ através de:

- rotação de $(\alpha - 270^\circ)$ no eixo OZ, na qual associamos a matriz de rotação $R_Z(\alpha - 270^\circ)$;
- rotação de $(90^\circ - \delta)$ no eixo Ox, na qual associamos a matriz de rotação $R_X(90^\circ - \delta)$.

Desta maneira, estes dois sistemas se relacionam através da matriz de rotação R_1 e:

$$\begin{pmatrix} \hat{i} \\ \hat{j} \\ \hat{k} \end{pmatrix} = R_1 \begin{pmatrix} \hat{I} \\ \hat{J} \\ \hat{K} \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

$$\text{com: } R_1 = R_X(90^\circ - \delta) R_Z(\alpha - 270^\circ)$$

$$R_1 = \begin{pmatrix} -\text{Sen } \alpha & \text{Cos } \alpha & 0 \\ -\text{Sen } \delta \text{ Cos } \alpha & -\text{Sen } \delta \text{ Sen } \alpha & \text{Cos } \delta \\ \text{Cos } \delta \text{ Cos } \alpha & \text{Cos } \delta \text{ Sen } \alpha & \text{Sen } \delta \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

A matriz de rotação R_1 é útil na determinação das componentes do campo geomagnético no sistema do satélite, uma vez que se conheçam as componentes deste campo no sistema geocêntrico. As componentes do campo geomagnético no sistema do satélite são utilizadas para determinar as componentes do torque residual neste sistema, as quais são necessárias nas equações do movimento rotacional do satélite estabilizado por rotação.

Logo, com a substituição da equação (3.2) em (3.1), as componentes dos versores do sistema do satélite no sistema equatorial são dadas por:

$$\begin{aligned}
\hat{i} &= -\text{Sen } \alpha \hat{I} + \text{Cos } \alpha \hat{J} \\
\hat{j} &= -\text{Sen } \delta \text{Cos } \alpha \hat{I} - \text{Sen } \delta \text{Sen } \alpha \hat{J} + \text{Cos } \delta \hat{K} \\
\hat{k} &= \text{Cos } \delta \text{Cos } \alpha \hat{I} + \text{Cos } \delta \text{Sen } \alpha \hat{J} + \text{Sen } \delta \hat{K}
\end{aligned} \tag{3.3}$$

Os vetores unitários $\hat{I}, \hat{J}, \hat{K}$ podem ser representados em termos dos vetores unitários do sistema do satélite, utilizando a transposta da matriz R_1 , dada na equação (3.2), de modo que:

$$\begin{aligned}
\hat{I} &= -\text{Sen } \alpha \hat{i} - \text{Sen } \delta \text{Cos } \alpha \hat{j} + \text{Cos } \delta \text{Cos } \alpha \hat{k} \\
\hat{J} &= \text{Cos } \alpha \hat{i} - \text{Sen } \delta \text{Sen } \alpha \hat{j} + \text{Cos } \delta \text{Sen } \alpha \hat{k} \\
\hat{K} &= \text{Cos } \delta \hat{j} + \text{Sen } \delta \hat{k}
\end{aligned} \tag{3.4}$$

3.4. SISTEMA ORBITAL

O sistema orbital $O'x_s y_s z_s$ está associado com o movimento translacional do satélite em torno da Terra, sendo que o plano $O'x_s y_s$ coincide com o plano orbital, o eixo $O'x_s$ está na direção radial (que une o centro de massa do satélite ao centro de massa da Terra – $O' \vec{O}$) e gira junto com o satélite, $O'z_s$ é perpendicular ao plano orbital e $O'y_s$ forma o sistema dextrógiro. Os vetores unitários deste sistema são representados por $\hat{i}_s, \hat{j}_s, \hat{k}_s$. Este sistema está representado na Figura 2.

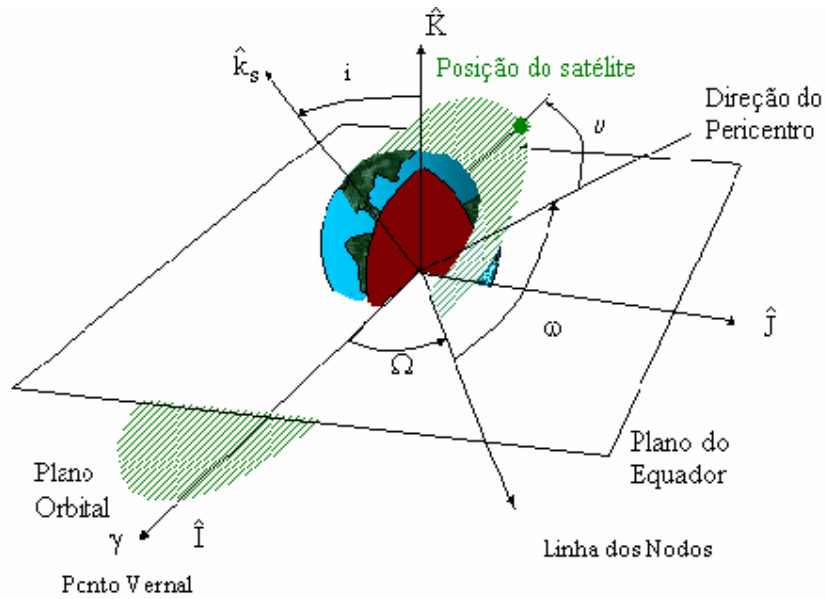


Figura 2 - Sistema Geocêntrico $(\hat{I}, \hat{J}, \hat{K})$ e Sistema Orbital $(\hat{i}_s, \hat{j}_s, \hat{k}_s)$.

(Fonte: Adaptado de Bate et al (1971))

Sabe-se que o sistema orbital (BATE et al., 1971) relaciona-se com o sistema geocêntrico através dos elementos orbitais, ou seja, o sistema orbital é obtido do sistema geocêntrico através da seqüência de ângulos de Euler 3-1-3, envolvendo a longitude do nodo ascendente (Ω), a inclinação orbital (i), a soma da anomalia verdadeira (v) e o argumento do perigeu (ω) respectivamente, de modo que:

$$\begin{pmatrix} \hat{i}_s \\ \hat{j}_s \\ \hat{k}_s \end{pmatrix} = R_2 \begin{pmatrix} \hat{I} \\ \hat{J} \\ \hat{K} \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

em que:

$$R_2 = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix} \quad (3.6.a)$$

sendo:

$$\begin{aligned}
 r_{11} &= \text{Cos } \Omega \text{ Cos } (\omega + \nu) - \text{Sen } \Omega \text{ Sen } (\omega + \nu) \text{ Cos } i \\
 r_{12} &= \text{Sen } \Omega \text{ Cos } (\omega + \nu) + \text{Cos } \Omega \text{ Sen } (\omega + \nu) \text{ Cos } i \\
 r_{13} &= \text{Sen } (\omega + \nu) \text{ Sen } i \\
 r_{21} &= -\text{Cos } \Omega \text{ Sen } (\omega + \nu) - \text{Sen } \Omega \text{ Cos } (\omega + \nu) \text{ Cos } i \\
 r_{22} &= -\text{Sen } \Omega \text{ Sen } (\omega + \nu) + \text{Cos } \Omega \text{ Cos } (\omega + \nu) \text{ Cos } i \\
 r_{23} &= \text{Cos } (\omega + \nu) \text{ Sen } i \\
 r_{31} &= \text{Sen } \Omega \text{ Sen } i \\
 r_{32} &= -\text{Cos } \Omega \text{ Sen } i \\
 r_{33} &= \text{Cos } i
 \end{aligned} \tag{3.6.b}$$

Substituindo a equação (3.6) em (3.5), obtemos:

$$\begin{aligned}
 \hat{i}_S &= (\text{Cos } \Omega \text{ Cos } (\omega + \nu) - \text{Cos } i \text{ Sen } (\omega + \nu) \text{ Sen } \Omega) \hat{I} + \\
 &\quad + (\text{Cos } (\omega + \nu) \text{ Sen } \Omega + \text{Cos } i \text{ Sen } (\omega + \nu) \text{ Cos } \Omega) \hat{J} + \\
 &\quad + (\text{Sen } (\omega + \nu) \text{ Sen } i) \hat{K} \\
 \hat{j}_S &= (\text{Cos } \Omega \text{ Sen } (\omega + \nu) - \text{Cos } i \text{ Cos } (\omega + \nu) \text{ Sen } \Omega) \hat{I} + \\
 &\quad + (-\text{Sen } (\omega + \nu) \text{ Sen } \Omega + \text{Cos } i \text{ Cos } (\omega + \nu) \text{ Cos } \Omega) \hat{J} + \\
 &\quad + (\text{Cos } (\omega + \nu) \text{ Sen } i) \hat{K} \\
 \hat{k}_S &= (\text{Sen } i \text{ Sen } \Omega) \hat{I} - (\text{Sen } i \text{ Cos } \Omega) \hat{J} + (\text{Cos } i) \hat{K}
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

A matriz de rotação R_2 é necessária na determinação das relações existentes entre a ascensão reta e declinação do vetor posição e os elementos orbitais.

3.5. SISTEMA HORIZONTAL LOCAL

No sistema horizontal local $O'X_H Y_H Z_H$, o plano $O'Y_H Z_H$ é o plano horizontal local e o plano $O'X_H Y_H$ é o plano vertical local. Neste sistema o eixo $O'X_H$ aponta ao longo da vertical local (coincidente com a direção do vetor posição do satélite), o eixo

O'Y_H aponta para o sul e o eixo O'Z_H forma o sistema dextrógiro, como mostra a figura 3. Os vetores unitários deste sistema são representados por $\hat{r}, \hat{\phi}, \hat{\theta}$, referentes às coordenadas esféricas: distância geocêntrica r , co-latitude ϕ e longitude geográfica θ .

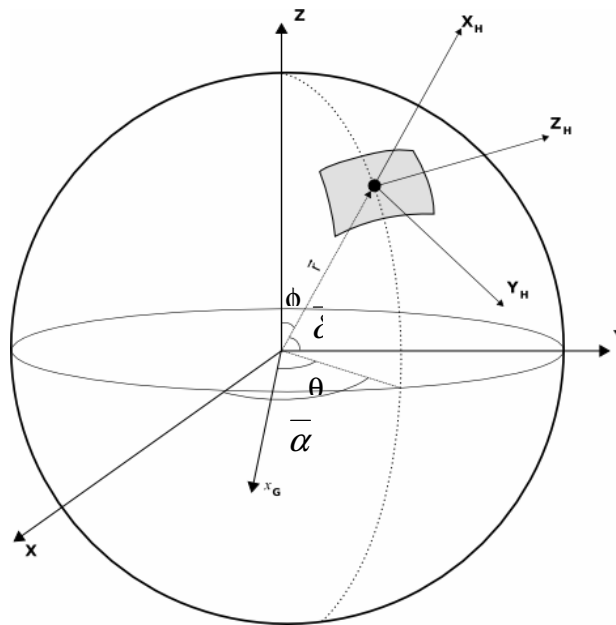


Figura 3 – Sistema Horizontal Local (O'X_HY_HZ_H), Sistema do Satélite (Oxyz), Co-latitude (ϕ), Longitude (θ), Declinação ($\bar{\delta}$), Ascensão reta ($\bar{\alpha}$) do vetor posição do satélite.

A ascensão reta e declinação do vetor posição \bar{r} são definidas por:

$\bar{\alpha}$ - é o ângulo que a projeção de \bar{r} no plano equatorial XY forma com o eixo OX;

$\bar{\delta}$ - é o ângulo entre o vetor posição \bar{r} e o plano XY.

Utilizando os ângulos $\bar{\alpha}$ e $\bar{\delta}$, o sistema geocêntrico O'XYZ pode ser determinado a partir do sistema horizontal através das seguintes rotações:

- rotação de $\bar{\delta}$ no eixo Z_H ,
- rotação de $\bar{\alpha}$ no novo eixo Y_H e
- rotação de 90° no eixo X_H .

Deste modo, estes dois sistemas se relacionam através da matriz de rotação R_3 :

$$\begin{pmatrix} \hat{I} \\ \hat{J} \\ \hat{K} \end{pmatrix} = R_3 \begin{pmatrix} \hat{r} \\ \hat{\phi} \\ \hat{\theta} \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

com: $R_3 = R_x(90^\circ) R_y(\bar{\alpha}) R_z(\bar{\delta})$, ou seja:

$$R_3 = \begin{pmatrix} \cos \bar{\alpha} \cos \bar{\delta} & \cos \bar{\alpha} \sin \bar{\delta} & -\sin \bar{\alpha} \\ \sin \bar{\alpha} \cos \bar{\delta} & \sin \bar{\alpha} \sin \bar{\delta} & \cos \bar{\alpha} \\ \sin \bar{\delta} & -\cos \bar{\delta} & 0 \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

Com a substituição de (3.9) em (3.8), as componentes dos versores do sistema geocêntrico no sistema horizontal são dadas por:

$$\begin{aligned} \hat{I} &= \cos \bar{\alpha} \cos \bar{\delta} \hat{r} + \cos \bar{\alpha} \sin \bar{\delta} \hat{\phi} - \sin \bar{\alpha} \hat{\theta} \\ \hat{J} &= \sin \bar{\alpha} \cos \bar{\delta} \hat{r} + \sin \bar{\alpha} \sin \bar{\delta} \hat{\phi} + \cos \bar{\alpha} \hat{\theta} \\ \hat{K} &= \sin \bar{\delta} \hat{r} - \cos \bar{\delta} \hat{\phi} \end{aligned} \quad (3.10)$$

As relações (3.10) são úteis na determinação das componentes do campo geomagnético no sistema geocêntrico, a partir das componentes deste campo no sistema horizontal.

CAPÍTULO 4 CAMPO MAGNÉTICO DA TERRA

Aqui serão apresentados os modelos de dipolo e quadripolo para o campo magnético da Terra, a serem utilizadas na determinação do torque magnético residual.

4.1. COMENTÁRIOS INICIAIS

O termo Campo Magnético foi empregado pela primeira vez, pelo químico e físico Michael Faraday (1791-1867). Em 1838, Karl Fridrich Gauss (1777-1855), matemático, astrônomo e físico alemão, obteve uma representação matemática aproximada para destacar o campo magnético terrestre. Como o campo magnético gira com a Terra, sendo uma indicação clara que o campo origina onde está a Terra, e devido à natureza esférica da Terra, o potencial é dado em harmônicos esféricos (WERTZ, 1978):

$$V(r, \phi, \theta) = r_T \sum_{n=1}^k \left(\frac{r_T}{r} \right)^{n+1} \sum_{m=0}^n (g_n^m \cos m\theta + h_n^m \sin m\theta) P_n^m(\phi) \quad (4.1)$$

em que r_T é o raio equatorial da Terra, g_n^m, h_n^m são os coeficientes Gaussianos, $P_n^m(\phi)$ são os Polinômios associados de Legendre (WERTZ, 1978), r, ϕ, θ representam a distância geocêntrica, a co-latitude e a longitude de um ponto no espaço respectivamente.

Pelo truncamento do desenvolvimento da série de harmônicos esféricos da equação (4.1), é estabelecido o modelo a ser considerado para o campo geomagnético: se n vale 1, o potencial é chamado de Modelo de Dipolo; se n vale 2 então é chamado de Modelo de Quadripolo; a partir de n igual a 3, o potencial é chamado de Múltiplos Pólos. Os coeficientes Gaussianos são determinados empiricamente pelo método de mínimos quadrados para medidas do campo, os quais são encontrados no International Geomagnetic Reference Field, mostrados em Wertz (1978), para a época de 1975.

O campo magnético terrestre não é tão regular e estático como pensamos. Existem fenômenos observáveis, que não ocorreriam se a Terra não apresentasse seu campo magnético. Isto se deve ao fato do campo magnético terrestre possuir importantes variações locais ocasionadas pelas diferenças nas propriedades magnéticas das rochas que constituem a crosta terrestre e pela presença de minérios magnéticos concentrados. Variações também ocorrem de acordo com a latitude local, a declinação e a inclinação magnéticas médias variam de ano a ano em qualquer local. Também ocorrem variações devido ao vento solar: o sol emite uma corrente constante de átomos de hidrogênio ionizados (prótons) e de elétrons que varre o Sistema Solar com velocidade supersônica. Este vento solar interage fortemente com o campo magnético da Terra. A intensidade desses ventos solares produz tempestades magnéticas que interferem seriamente nas comunicações radiofônicas de longa distância.

O plano perpendicular ao centro do dipolo magnético terrestre é chamado de equador magnético.

As linhas de fluxo do campo magnético terrestre são paralelas à superfície da Terra e formam um ângulo com a horizontal, que varia com a latitude. Este ângulo recebe o nome de inclinação magnética.

O magnetismo terrestre pode estar relacionado com o fato do núcleo central da Terra ser líquido, altamente condutor e acompanhar a rotação da Terra, sendo que o raio deste núcleo representa 55% do raio da Terra.

Diversas propriedades relacionadas com o campo magnético da Terra podem ser obtidas em Wertz (1978).

4.2. COMPONENTES DO CAMPO GEOMAGNÉTICO

O campo magnético terrestre pode ser definido como o gradiente de um potencial escalar V , através de:

$$\vec{B} = -\nabla V \quad (4.2)$$

em que o potencial geomagnético V está representado na equação (4.1).

Em termos de coordenadas esféricas (r, ϕ, θ) , as componentes do campo geomagnético \vec{B} no sistema horizontal local (introduzido no Capítulo 3) são dadas por:

$$\vec{B} = B_r \hat{r} + B_\phi \hat{\phi} + B_\theta \hat{\theta} \quad (4.3)$$

em que $\hat{r}, \hat{\phi}, \hat{\theta}$ são os versores do sistema horizontal local, ϕ, θ, r representam a co-latitude, a longitude e o módulo do raio vetor de um ponto no espaço e

$$B_r = -\frac{\partial V}{\partial r} \quad (4.4)$$

$$B_\phi = -\frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \phi} \quad (4.5)$$

$$B_\theta = -\frac{1}{r \sin \phi} \frac{\partial V}{\partial \theta} \quad (4.6)$$

Substituindo o potencial (V) dado por (4.1) nas equações (4.4) à (4.6) e evoluindo os cálculos, obtém-se (Wertz, 1978):

$$B_r = \sum_{n=1}^k (n+1) \left(\frac{r_T}{r} \right)^{n+2} \sum_{m=0}^n (g^{n,m} \cos m\theta + h^{n,m} \sin m\theta) P^{n,m}(\phi) \quad (4.7)$$

$$B_{\phi} = - \sum_{n=1}^k \left(\frac{r_T}{r} \right)^{n+2} \sum_{m=0}^n (g^{n,m} \cos m\theta + h^{n,m} \sin m\theta) \frac{dP^{n,m}(\phi)}{d\phi} \quad (4.8)$$

$$B_{\theta} = \frac{1}{\sin\phi} \sum_{n=1}^k \left(\frac{r_T}{r} \right)^{n+2} \sum_{m=0}^n (-g^{n,m} \sin m\theta + h^{n,m} \cos m\theta) P^{n,m}(\phi) \quad (4.9)$$

sendo que $g^{n,m}$, $h^{n,m}$ e $P^{n,m}$ são funções dos coeficientes Gaussianos e de funções auxiliares $S_{m,n}$, sendo expressos por:

$$g^{n,m} = S_{n,m} g_n^m \quad (4.10)$$

$$h^{n,m} = S_{n,m} h_n^m \quad (4.11)$$

$$P^{n,m} = S_{n,m} P_n^m \quad (4.12)$$

As funções $S_{n,m}$ não dependem de r , ϕ , θ , portanto podem ser calculadas uma única vez, levando a uma economia de tempo computacional.

De acordo com Wertz (1978):

$$S_{0,0} = 1 \quad (4.13)$$

$$S_{n,0} = S_{n-1,0} \left[\frac{2n-1}{n} \right], \text{ para } n \geq 1 \quad (4.14)$$

$$S_{n,m} = S_{n,m-1} \sqrt{\frac{(n-m+1)(\delta_{K_m}^1 + 1)}{n+m}}, \text{ para } m \geq 1 \quad (4.15)$$

$$K^{n,m} = \frac{(n-1)^2 - m^2}{(2n-1)(2n-3)}, \text{ para } n > 1 \quad (4.16)$$

$$K^{n,m} \equiv 0, \text{ para } n = 1 \quad (4.17)$$

$$P^{0,0} = 1 \quad (4.18)$$

$$P^{n,n} = \text{sen } \phi P^{n-1,n-1} \quad (4.19)$$

$$P^{n,m} = \text{cos } \phi P^{n-1,m} - K^{n,m} P^{n-2,m} \quad (4.20)$$

$$\frac{\partial P^{0,0}}{\partial \phi} = 0 \quad (4.21)$$

$$\frac{\partial P^{n,n}}{\partial \phi} = (\text{sen } \phi) \frac{\partial P^{n-1,n-1}}{\partial \phi} + (\text{cos } \phi) P^{n-1,n-1} \quad (4.22)$$

$$\frac{\partial P^{n,m}}{\partial \phi} = (\text{cos } \phi) \frac{\partial P^{n-1,m}}{\partial \phi} - (\text{sen } \phi) P^{n-1,m} - K^{n,m} \frac{\partial P^{n-2,m}}{\partial \phi} \quad (4.23)$$

onde δ_{κ}^i é o Delta de Kronecker, de modo que $\delta_{\kappa_j}^i = 1$, se $i = j$ e $\delta_{\kappa_j}^i = 0$, se $i \neq j$.

Após alguns cálculos usando as equações acima de (4.13) à (4.23) para n e m variando de 0 à 2 determina-se os valores abaixo, os quais serão úteis para o desenvolvimento do modelo de dipolo e quadripolo para o campo geomagnético:

$$S_{0,0} = 1 \quad (4.24)$$

$$S_{1,0} = 1 \quad (4.25)$$

$$S_{1,1} = 1 \quad (4.26)$$

$$S_{2,0} = 1,5 \quad (4.27)$$

$$S_{2,1} = \sqrt{3} \quad (4.28)$$

$$S_{2,2} = \sqrt{\frac{3}{4}} \quad (4.29)$$

$$g^{1,1} = g_1^1 \quad (4.30)$$

$$g^{1,0} = g_1^0 \quad (4.31)$$

$$g^{2,0} = 1,5 g_2^0 \quad (4.32)$$

$$g^{2,1} = \sqrt{3} g_2^1 \quad (4.33)$$

$$g^{2,2} = \sqrt{3/4} g_2^2 \quad (4.34)$$

$$P^{0,0}(\phi) = 1 \quad (4.35)$$

$$P^{1,0}(\phi) = \cos \phi \quad (4.36)$$

$$P^{1,1}(\phi) = \text{sen } \phi \quad (4.37)$$

$$P^{2,0}(\phi) = \cos^2 \phi - \frac{1}{3} \quad (4.38)$$

$$P^{2,1}(\phi) = \cos \phi \text{ sen } \phi \quad (4.39)$$

$$P^{2,2}(\phi) = \text{sen}^2 \phi \quad (4.40)$$

$$\frac{\partial P^{0,0}}{\partial \phi} = 0 \quad (4.41)$$

$$\frac{\partial P^{1,0}}{\partial \phi} = -\text{sen } \phi \quad (4.42)$$

$$\frac{\partial P^{1,1}}{\partial \phi} = \cos \phi \quad (4.43)$$

$$\frac{\partial P^{2,0}}{\partial \phi} = -2 \cos \phi \text{ sen } \phi \quad (4.44)$$

$$\frac{\partial P^{2,1}}{\partial \phi} = \cos 2\phi \quad (4.45)$$

$$\frac{\partial P^{2,2}}{\partial \phi} = \text{sen } 2\phi \quad (4.46)$$

$$h^{1,1} = h_1^1 \quad (4.47)$$

$$h^{2,1} = \sqrt{3} h_2^1 \quad (4.48)$$

$$h^{2,2} = \frac{\sqrt{3}}{2} h_2^2 \quad (4.49)$$

4.3. MODELO DE DIPOLO MAGNÉTICO

Para o modelo de dipolo considera-se n igual a um e m variando de zero a um nas equações (4.7) à (4.9), obtendo-se (WERTZ, 1978):

$$B_r = 2 \left(\frac{r_T}{r} \right)^3 \left[g_1^0 \cos \phi + \left(g_1^1 \cos \theta + h_1^1 \sin \theta \right) \sin \phi \right] \quad (4.50)$$

$$B_\phi = \left(\frac{r_T}{r} \right)^3 \left[g_1^0 \sin \phi - \left(g_1^1 \cos \theta + h_1^1 \sin \theta \right) \cos \phi \right] \quad (4.51)$$

$$B_\theta = \left(\frac{r_T}{r} \right)^3 \left[g_1^1 \sin \theta - h_1^1 \cos \theta \right] \quad (4.52)$$

Observa-se que $g^{n,m} = g_n^m$ e $h^{n,m} = h_n^m$ para os valores de n e m no modelo de dipolo, visto que $S_{1,0}$ e $S_{1,1}$, assumem o valor 1 a partir das equações (4.25) e (4.26) .

4.4. MODELO DE QUADRIPOLO MAGNÉTICO

Para o modelo de quadripolo magnético considera-se n variando de 1 a 2 e m indo de 0 à 2 nas equações (4.7) à (4.9). A diferença deste modelo quando comparado com o modelo de Dipolo é a existência de mais termos nas expressões de B_r , B_ϕ e B_θ . Portanto aplicando os valores de n e m nos somatórios da equação (4.7), tem-se que (REAL, 2002; ASSIS, 2004):

$$\begin{aligned}
B_r &= \sum_{n=1}^2 (n+1) \left(\frac{r_T}{r} \right)^{n+2} \sum_{m=0}^2 (g^{n,m} \cos m\theta + h^{n,m} \text{sen } m\theta) P^{n,m}(\phi) \\
B_r &= \sum_{n=1}^2 (n+1) \left(\frac{r_T}{r} \right)^{n+2} \left\{ \begin{aligned} & \left[g^{n,0} \cos(0.\theta) + h^{n,0} \text{sen}(0.\theta) \right] P^{n,0}(\phi) + \\ & \left[g^{n,1} \cos(1.\theta) + h^{n,1} \text{sen}(1.\theta) \right] P^{n,1}(\phi) + \\ & \left[g^{n,2} \cos(2.\theta) + h^{n,2} \text{sen}(2.\theta) \right] P^{n,2}(\phi) \end{aligned} \right\} \\
B_r &= \sum_{n=1}^2 (n+1) \left(\frac{r_T}{r} \right)^{n+2} \left\{ \begin{aligned} & g^{n,0} P^{n,0}(\phi) + \left[g^{n,1} \cos(\theta) + h^{n,1} \text{sen}(\theta) \right] P^{n,1}(\phi) + \\ & \left[g^{n,2} \cos(2\theta) + h^{n,2} \text{sen}(2\theta) \right] P^{n,2}(\phi) \end{aligned} \right\} \\
B_r &= 2 \left(\frac{r_T}{r} \right)^3 \left\{ \begin{aligned} & g^{1,0} P^{1,0}(\phi) + \left[g^{1,1} \cos(\theta) + h^{1,1} \text{sen}(\theta) \right] P^{1,1}(\phi) + \\ & 3 \left(\frac{r_T}{r} \right)^4 \left\{ \begin{aligned} & g^{2,0} P^{2,0} + \left[g^{2,1} \cos(\theta) + h^{2,1} \text{sen}(\theta) \right] P^{2,1}(\phi) + \\ & \left[g^{2,2} \cos(2\theta) + h^{2,2} \text{sen}(2\theta) \right] P^{2,2}(\phi) \end{aligned} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (4.53)
\end{aligned}$$

em que $P^{1,0}(\phi)$, $P^{1,1}(\phi)$, $P^{2,0}(\phi)$, $P^{2,1}(\phi)$ e $P^{2,2}(\phi)$ são dados respectivamente pelas equações (4.36), (4.37), (4.38), (4.39) e (4.40).

Assim B_r pode ser expresso na forma:

$$B_r = 2 \left(\frac{r_T}{r} \right)^3 f_1(\theta, \phi) + 3 \left(\frac{r_T}{r} \right)^4 f_2(\theta, \phi) \quad (4.54)$$

sendo

$$f_1(\theta, \phi) = g_1^0 \cos(\phi) + \left[g_1^1 \cos(\theta) + h_1^1 \text{sen}(\theta) \right] \text{sen}(\phi) \quad (4.55)$$

$$f_2(\theta, \phi) = \left\{ 1,5 g_2^0 (\cos^2(\phi) - \frac{1}{3}) + [\sqrt{3} g_2^1 \cos(\theta) + \sqrt{3} h_2^1 \sin(\theta)] \cos \phi \sin \phi + \sqrt{\frac{3}{4}} [g_2^2 \cos(2\theta) + h_2^2 \sin(2\theta)] \sin^2(\phi) \right\} \quad (4.56)$$

Então a equação (4.54) pode também ser expressa da seguinte maneira:

$$B_r = 2 \left(\frac{r_T}{r} \right)^3 \left\{ g_1^0 \cos(\phi) + [g_1^1 \cos(\theta) + h_1^1 \sin(\theta)] \sin(\phi) \right\} + 3 \left(\frac{r_T}{r} \right)^4 \left\{ 1,5 g_2^0 (\cos^2(\phi) - \frac{1}{3}) + [\sqrt{3} g_2^1 \cos(\theta) + \sqrt{3} h_2^1 \sin(\theta)] \cos \phi \sin \phi + \sqrt{\frac{3}{4}} [g_2^2 \cos(2\theta) + h_2^2 \sin(2\theta)] \sin^2(\phi) \right\} \quad (4.57)$$

sendo que os coeficientes gaussianos $g_1^1, g_1^0, g_2^0, g_2^1, g_2^2$ e h_1^1, h_2^1, h_2^2 podem ser obtidos em Wertz (1978).

Aplicando agora os valores de n em nos somatórios da equação (4.8), obtém-se para a componente B_ϕ que:

$$B_\phi = - \sum_{n=1}^2 \left(\frac{r_T}{r} \right)^{n+2} \sum_{m=0}^2 \left(g^{n,m} \cos m\theta + h^{n,m} \sin m\theta \right) \frac{\partial P^{n,m}(\phi)}{\partial \phi}$$

$$B_\phi = - \sum_{n=1}^2 \left(\frac{r_T}{r} \right)^{n+2} \left\{ \begin{array}{l} [g^{n,0} \cos(0.\theta) + h^{n,0} \sin(0.\theta)] \frac{\partial P^{n,0}(\phi)}{\partial \phi} + \\ [g^{n,1} \cos(1.\theta) + h^{n,1} \sin(1.\theta)] \frac{\partial P^{n,1}(\phi)}{\partial \phi} + \\ [g^{n,2} \cos(2.\theta) + h^{n,2} \sin(2.\theta)] \frac{\partial P^{n,2}(\phi)}{\partial \phi} \end{array} \right\}$$

$$\begin{aligned}
B_\phi = & - \sum_{n=1}^2 \left(\frac{r_T}{r} \right)^{n+2} \left\{ \begin{aligned} & g^{n,0} \frac{\partial P^{n,0}(\phi)}{\partial \phi} + [g^{n,1} \cos(\theta) + h^{n,1} \sin(\theta)] \frac{\partial P^{n,1}(\phi)}{\partial \phi} + \\ & [g^{n,2} \cos(2\theta) + h^{n,2} \sin(2\theta)] \frac{\partial P^{n,2}(\phi)}{\partial \phi} \end{aligned} \right\} \\
B_\phi = & - \left(\frac{r_T}{r} \right)^3 \left\{ \begin{aligned} & g^{1,0} \frac{\partial P^{1,0}(\phi)}{\partial \phi} + [g^{1,1} \cos(\theta) + h^{1,1} \sin(\theta)] \frac{\partial P^{1,1}(\phi)}{\partial \phi} \end{aligned} \right\} \\
& - \left(\frac{r_T}{r} \right)^4 \left\{ \begin{aligned} & g^{2,0} \frac{\partial P^{2,0}(\phi)}{\partial \phi} + [g^{2,1} \cos(\theta) + h^{2,1} \sin(\theta)] \frac{\partial P^{2,1}(\phi)}{\partial \phi} + \\ & [g^{2,2} \cos(2\theta) + h^{2,2} \sin(2\theta)] \frac{\partial P^{2,2}(\phi)}{\partial \phi} \end{aligned} \right\} \quad (4.58)
\end{aligned}$$

Substituindo $dP^{2,0}(\phi)/d\phi$, $dP^{2,1}(\phi)/d\phi$ e $dP^{2,2}(\phi)/d\phi$ dados por pelas equações (4.44), (4.45) e (4.46), em (4.58), B_ϕ pode ser colocado na forma:

$$B_\phi = - \left(\frac{r_T}{r} \right)^3 f_3(\theta, \phi) - \left(\frac{r_T}{r} \right)^4 f_4(\theta, \phi) \quad (4.59)$$

sendo

$$f_3(\theta, \phi) = -g_1^0 \sin\phi + [g_1^1 \cos(\theta) + h_1^1 \sin(\theta)] \cos\phi \quad (4.60)$$

$$f_4(\theta, \phi) = \left\{ \begin{aligned} & -3g_2^0 \cos\phi \sin\phi + [g_2^1 \sqrt{3} \cos(\theta) + \sqrt{3} h_2^1 \sin(\theta)] \cos 2\phi + \\ & \left[\sqrt{\frac{3}{4}} g_2^2 \cos(2\theta) + \sqrt{\frac{3}{4}} h_2^2 \sin(2\theta) \right] \sin 2\phi \end{aligned} \right\} \quad (4.61)$$

Assim a equação (4.59) pode também ser apresentada na forma:

$$\begin{aligned}
B_\phi = & -\left(\frac{r_T}{r}\right)^3 \left\{ -g_1^0 \text{sen}\phi + \left[g_1^1 \cos(\theta) + h_1^1 \text{sen}(\theta) \right] \cos\phi \right\} \\
& \left(\frac{r_T}{r}\right)^4 \left\{ -3g_2^0 \cos\phi \text{sen}\phi + \left[g_2^1 \sqrt{3} \cos(\theta) + \sqrt{3} h_2^1 \text{sen}(\theta) \right] \cos 2\phi + \right. \\
& \left. \left[\sqrt{\frac{3}{4}} g_2^2 \cos(2\theta) + \sqrt{\frac{3}{4}} h_2^2 \text{sen}(2\theta) \right] \text{sen} 2\phi \right\}
\end{aligned} \tag{4.62}$$

em que os valores de $g_1^0, g_1^1, g_2^0, g_2^1, g_2^2$ e h_1^1, h_2^1, h_2^2 são tabelados em Wertz (1978).

Finalmente, aplicando os valores de n e m nos somatórios da equação (4.9), tem-se para a componente B_θ :

$$\begin{aligned}
B_\theta = & -\frac{1}{\text{sen}\phi} \sum_{n=1}^2 \left(\frac{r_T}{r}\right)^{n+2} \sum_{m=0}^2 \sum \left(-g^{n,m} \text{sen} m\theta + h^{n,m} \cos m\theta \right) P^{n,m}(\phi) \\
B_\theta = & -\frac{1}{\text{sen}\phi} \sum_{n=1}^2 \left(\frac{r_T}{r}\right)^{n+2} \left\{ 1 \left[-g^{n,1} \text{sen}(1.\theta) + h^{n,1} \cos(1.\theta) \right] P^{n,1}(\phi) + \right. \\
& \left. 2 \left[-g^{n,2} \text{sen}(2.\theta) + h^{n,2} \cos(2.\theta) \right] P^{n,2}(\phi) \right\} \\
B_\theta = & -\frac{1}{\text{sen}\phi} \left\{ \left(\frac{r_T}{r}\right)^3 \left[-g^{1,1} \text{sen}(\theta) + h^{1,1} \cos(\theta) \right] P^{1,1}(\phi) + \right. \\
& \left(\frac{r_T}{r}\right)^4 \left[-g^{2,1} \text{sen}(\theta) + h^{2,1} \cos(\theta) \right] P^{2,1}(\phi) + \\
& \left. 2 \left(\frac{r_T}{r}\right)^4 \left[-g^{2,2} \text{sen}(2\theta) + h^{2,2} \cos(2\theta) \right] P^{2,2}(\phi) \right\}
\end{aligned} \tag{4.63}$$

onde os valores de $P^{1,1}(\phi)$, $P^{2,1}(\phi)$ e $P^{2,2}(\phi)$ são dados nas equações (4.32), (4.34) e (4.35) respectivamente e B_θ pode ser colocado na forma:

$$B_\theta = -\frac{1}{\text{sen}\phi} \left\{ \left(\frac{r_T}{r}\right)^3 f_5(\theta, \phi) + \left(\frac{r_T}{r}\right)^4 f_6(\theta, \phi) + 2 \left(\frac{r_T}{r}\right)^4 f_7(\phi, \theta) \right\} \tag{4.64}$$

em que:

$$f_5(\theta, \phi) = \left[-g_1^1 \sin(\theta) + h_1^1 \cos(\theta) \right] \sin(\phi) \quad (4.65)$$

$$f_6(\theta, \phi) = \sqrt{3} \sin(\phi) \cos(\phi) \left[-g_2^1 \sin(\theta) + h_2^1 \cos(\theta) \right] \quad (4.66)$$

$$f_7(\theta, \phi) = \left[-g_2^2 \sqrt{\frac{3}{4}} \sin(2\theta) + \sqrt{\frac{3}{4}} h_2^2 \cos(2\theta) \right] \sin^2 \phi \quad (4.67)$$

Então a equação (4.64) assume a seguinte forma:

$$B_\theta = -\frac{1}{\sin \phi} \left\{ \begin{aligned} & \left(\frac{r_T}{r} \right)^3 \left[-g_1^1 \sin(\theta) + h_1^1 \cos(\theta) \right] \sin(\phi) + \\ & \left(\frac{r_T}{r} \right)^4 \sqrt{3} \sin(\phi) \cos(\phi) \left[-g_2^1 \sin(\theta) + h_2^1 \cos(\theta) \right] + \\ & 2 \left(\frac{r_T}{r} \right)^4 \left[-g_2^2 \sqrt{\frac{3}{4}} \sin(2\theta) + \sqrt{\frac{3}{4}} h_2^2 \cos(2\theta) \right] \sin^2 \phi \end{aligned} \right\} \quad (4.68)$$

Pela comparação das expressões (4.57), (4.62) e (4.68) válidas para o modelo de quadripolo com as expressões (4.50), (4.51), (4.52) válidas pelo o modelo de dipolo, observa-se a inclusão de termos da ordem de $\left(\frac{r_T}{r} \right)^4$ no modelo de quadripolo, sendo r_T o raio equatorial da Terra e r a distância geocêntrica do satélite. Assim quanto menor a altitude do satélite em relação à superfície da Terra, maior é a diferença entre o modelo de dipolo e de quadripolo.

4.5. COMPONENTES DO CAMPO GEOMAGNÉTICO NO SISTEMA DO SATÉLITE

Nas equações do movimento rotacional será necessário conhecer as componentes do campo geomagnético no sistema do satélite (definido no Cap.3).

No Sistema Equatorial, utilizando as relações (3.10), as componentes do campo geomagnético são dadas por (WERTZ, 1978):

$$B_X = (B_r \cos \bar{\delta} + B_\phi \sin \bar{\delta}) \cos \bar{\alpha} - B_\theta \sin \bar{\alpha} \quad (4.69.a)$$

$$B_Y = (B_r \cos \bar{\delta} + B_\phi \sin \bar{\delta}) \sin \bar{\alpha} + B_\theta \cos \bar{\alpha} \quad (4.69.b)$$

$$B_Z = B_r \sin \bar{\delta} - B_\phi \cos \bar{\delta} \quad (4.69.c)$$

em que $\bar{\alpha}$ e $\bar{\delta}$ são a ascensão reta e a declinação do vetor posição respectivamente.

Como se conhece as componentes do campo magnético (\vec{B}) no Sistema Equatorial, dados pelas expressões (4.69a) a (4.69c), pode-se obter suas componentes no Sistema de Satélite:

$$\vec{B} = B_x \hat{i} + B_y \hat{j} + B_z \hat{k} \quad (4.70)$$

em que $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ são os versores do Sistema do satélite.

Utilizando a matriz de rotação que relaciona o sistema do satélite com o sistema geocêntrico (dada por (3.2)) e as relações (3.1), as componentes do campo geomagnético no sistema do satélite são dadas por (KUGA, ORLANDO, LOPES, 1999):

$$B_x = -B_X \sin \alpha + B_Y \cos \alpha \quad (4.71.a)$$

$$B_y = -B_X \sin \delta \cos \alpha - B_Y \sin \delta \sin \alpha + B_Z \cos \delta \quad (4.71.b)$$

$$B_z = B_X \cos \delta \cos \alpha + B_Y \cos \delta \sin \alpha + B_Z \sin \delta \quad (4.71.c)$$

em que α e δ são a ascensão reta e a declinação do eixo de rotação do satélite, respectivamente.

As componentes B_x , B_y e B_z serão utilizadas na determinação do torque magnético residual.

CAPÍTULO 5 TORQUE MAGNÉTICO RESIDUAL COM MODELO DE QUADRIPOLO

Neste capítulo são determinadas as componentes do torque magnético residual médio no sistema do satélite, considerando o satélite em órbita excêntrica, com o campo magnético da Terra descrito pelo modelo de quadripolo.

5.1. COMENTÁRIOS INICIAIS

O torque magnético atuante em satélites artificiais resulta da interação entre o campo magnético do satélite e o campo magnético da Terra. As principais fontes causadoras do torque magnético são o momento magnético do satélite, as correntes de Foucault e a histerese, sendo o momento magnético do satélite a fonte dominante. Geralmente é selecionado um material, no projeto da construção do satélite, que negligencia as demais fontes.

O torque magnético pode ser subdividido em:

a) Torque Magnético Residual: ocorre devido ao momento magnético ao longo do eixo de rotação do satélite. Este torque contribui para uma lenta precessão do eixo de rotação, e pode ser obtido por (WERTZ, 1978):

$$\vec{N}_r = \vec{m} \times \vec{B} \quad (5.1)$$

em que \vec{B} é campo magnético terrestre local e \vec{m} é a soma dos momentos magnéticos individuais do satélite.

b) Torque devido às correntes de Foucault: ocorre em consequência do movimento de rotação do satélite e às correntes induzidas de Foucault que circulam

pelas superfícies metálicas do satélite, causando um decaimento de perfil exponencial na velocidade de rotação. Este torque é descrito por (WERTZ, 1978):

$$\vec{N}_i = p \vec{B} \times (\vec{B} \times \vec{W}) \quad (5.2)$$

sendo \vec{W} a velocidade angular de rotação, \vec{B} o campo magnético terrestre local, e p um coeficiente que depende da geometria do satélite e da condutividade do material.

c) **Torque de Histerese:** é causado pela perda de energia em forma de calor durante o movimento de rotação do satélite, devido ao atrito com o campo geomagnético. Os efeitos deste torque são apreciáveis apenas em materiais nos quais variações no campo magnético local causam grandes variações no momento magnético do satélite.

O enfoque deste trabalho está voltado para a análise do torque magnético residual em satélites estabilizados por rotação, admitindo-se que o material do satélite possui características que tornam desprezível o efeito do torque de histerese. Sabe-se que o decaimento exponencial da velocidade de rotação do satélite é um dos principais efeitos causados pelo torque devido as correntes de Foucault (WERTZ, 1978; QUIRELLI, 2002). Porém devido ao grande volume de cálculo algébrico associado ao desenvolvimento desse torque, este não será considerado na abordagem analítica a ser aqui realizada, na qual os efeitos da precessão e deriva do eixo de rotação serão avaliados apenas pela influência do torque magnético residual.

5.2. TORQUE MAGNÉTICO RESIDUAL

A interação do campo magnético do satélite com o campo magnético terrestre produz o torque magnético residual \vec{N}_r dado por (5.1).

Quando a parcela principal do momento magnético residual do satélite se alinha ao longo do eixo de rotação, o torque magnético residual instantâneo é obtido por:

$$\vec{N}_r = M_s \hat{k} \times \vec{B} \quad (5.3)$$

em que:

M_s é o módulo do momento magnético do satélite ao longo do eixo de rotação,

\hat{k} é o vetor unitário ao longo do eixo de rotação do satélite, e

\vec{B} é o campo magnético terrestre local ($\text{Kg A}^{-1} \text{s}^{-2}$)

Efetuando o produto vetorial em (5.3), com campo magnético terrestre \vec{B} expresso no sistema do satélite e dado por (4.78), o torque residual instantâneo no sistema do satélite é dado por:

$$\vec{N}_r = N_{rx} \hat{i} + N_{ry} \hat{j} \quad (5.4)$$

com:

$$N_{rx} = - B_y M_s \quad (5.5)$$

$$N_{ry} = B_x M_s \quad (5.6)$$

em que B_x e B_y estão expressos nas equações (4.79.a) e (4.79.b) respectivamente.

5.3. TORQUE MAGNÉTICO RESIDUAL MÉDIO

O torque residual médio é obtido através da integração do torque magnético residual instantâneo (THOMAS, CAPELLARI, 1964), dado por (5.4), em um período orbital (T), ou seja:

$$\bar{N}_{rm} = \frac{1}{T} \int_{t_i}^{t_i+T} \bar{N}_r dt \quad (5.7)$$

sendo t o tempo, t_i o instante inicial e T o período orbital.

Em termos da anomalia verdadeira v , o torque residual médio pode ser obtido por:

$$\bar{N}_{rm} = \frac{1}{T} \int_{v_i}^{v_i+2\pi} \bar{N}_r \frac{r^2}{h} dv \quad (5.8)$$

em que:

v_i é a anomalia verdadeira no instante t_i ,

r é o módulo do vetor posição do satélite, dado por:

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1+e \cos v} \quad (5.9)$$

h é o momento angular específico, dado por:

$$h = \frac{2\pi a^2 (1-e^2)^{1/2}}{T} \quad (5.10)$$

sendo: semi-eixo maior (a) e excentricidade (e).

Substituindo \vec{N}_r , r e h dados pelas equações (5.4), (5.9) e (5.10) respectivamente em (5.8), tem-se o torque residual médio dado por:

$$\vec{N}_{rm} = \frac{(1-e^2)^{3/2}}{2\pi} \int_{v_i}^{v_i+2\pi} \frac{(N_{rx} \hat{i} + N_{ry} \hat{j}) dv}{(1+e \cos v)^2} \quad (5.11)$$

Para os desenvolvimentos das integrais de (5.11) utilizaremos as expansões do movimento elíptico (BROWER, CLEMENCE, 1961), até 1ª ordem na excentricidade (e), de modo a obter as relações entre a anomalia média (M) e anomalia verdadeira (v), ou seja, considera-se:

$$\cos v = \cos M + e (\cos 2M - 1) \quad (5.12)$$

$$dv = (1 + 2e \cos M) dM \quad (5.13)$$

O truncamento na 1ª ordem da excentricidade nos desenvolvimentos a serem realizados se faz necessário devido ao grande volume de cálculo algébrico envolvido, levando assim a limitações nas aplicações para satélites com órbita de pequena excentricidade.

Substituindo (5.5), (5.6), (5.12) e (5.13) em (5.11) e considerando que no instante inicial o satélite encontra-se no perigeu da órbita ($v_i = 0$), o torque residual médio é expresso por:

$$\begin{aligned} \vec{N}_{rm} = & \frac{M_s (1-e^2)^{3/2}}{2\pi} \left[\left(- \int_0^{2\pi} \frac{B_y (1+2e \cos M)}{\{1+e[\cos M + e(\cos 2M - 1)]\}^2} dM \right) \hat{i} + \right. \\ & \left. + \left(\int_0^{2\pi} \frac{B_x (1+2e \cos M)}{\{1+e[\cos M + e(\cos 2M - 1)]\}^2} dM \right) \hat{j} \right] \quad (5.14) \end{aligned}$$

Definindo:

$$N_{rxm} = -\frac{M_s (1-e^2)^{\frac{3}{2}}}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{B_y (1+2e \cos M)}{\{1+e[\cos M+e(\cos 2M-1)]\}^2} dM, \quad (5.15)$$

$$N_{rym} = \frac{M_s (1-e^2)^{\frac{3}{2}}}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{B_x (1+2e \cos M)}{\{1+e[\cos M+e(\cos 2M-1)]\}^2} dM, \quad (5.16)$$

o torque residual médio pode ser representado por:

$$\vec{N}_{rm} = N_{rxm} \hat{i} + N_{rym} \hat{j} \quad (5.17)$$

Uma vez conhecidas as componentes do torque residual médio no sistema do satélite, as equações do movimento rotacional do satélite estabilizado por rotação podem ser integradas. Com o torque residual médio dado em (5.14), observa-se que sua componente ao longo do eixo de rotação é nula, de modo que o módulo da velocidade não é afetado por este torque.

Para evoluir as integrais (5.15) e (5.16) é necessário obter as componentes do campo magnético no sistema do satélite, B_x e B_y , em termos da anomalia média, utilizando as matrizes de rotação introduzidas no Cap. 4 e propriedades de trigonometria esférica, como será discutido no item (5.6) a seguir.

Salienta-se que no trabalho desenvolvido por Assis (2002) para satélites artificiais em órbitas circulares, o torque magnético residual médio foi determinado através da média em termos do ângulo $(w + v)$ para um período orbital.

5.4. DETERMINAÇÃO DA COMPONENTE N_{rxm}

Para obter a componente N_{rxm} do torque magnético residual médio, dada por (5.15), inicialmente substitui-se B_y em termos das componentes do campo geomagnético no sistema equatorial, utilizando (4.79.b):

$$\begin{aligned}
 N_{rxm} = & - \frac{M_s (1-e^2)^{\frac{3}{2}}}{2\pi} \left\{ - \operatorname{sen} \delta \cos \alpha \int_0^{2\pi} \frac{B_X (1+2e \cos M)}{\{1+e[\cos M+e(\cos 2M-1)]\}^2} dM - \right. \\
 & - \operatorname{sen} \delta \operatorname{sen} \alpha \int_0^{2\pi} \frac{B_Y (1+2e \cos M)}{\{1+e[\cos M+e(\cos 2M-1)]\}^2} dM + \\
 & \left. + \cos \delta \int_0^{2\pi} \frac{B_Z (1+2e \cos M)}{\{1+e[\cos M+e(\cos 2M-1)]\}^2} dM \right\} \quad (5.18)
 \end{aligned}$$

em que α e δ são a ascensão reta e declinação do eixo de rotação do satélite e não dependem da anomalia média (M). Observa-se que são acrescentados termos proporcionais a excentricidade nas componentes do torque geradas pelo modelo de quadripolo com órbita excêntrica.

Substituindo agora, as componentes do campo geomagnético no sistema equatorial em termos das componentes no campo geomagnético no sistema horizontal, dadas por (4.77), e desprezando termos superiores a 1ª ordem na excentricidade, a parcela N_{rxm} é dada por:

$$N_{rxm} = \frac{M_s}{2\pi} \{ A \operatorname{sen} \delta \cos \alpha + B \operatorname{sen} \delta \operatorname{sen} \alpha - C \cos \delta \} \quad (5.19)$$

sendo:

$$A = \sum_{i=1}^7 a_{ia} + \sum_{i=1}^7 a_{ib} \quad (5.20.a)$$

$$B = \sum_{i=1}^7 b_{ia} + \sum_{i=1}^7 b_{ib} \quad (5.20.b)$$

$$C = \sum_{i=1}^4 c_{ia} + \sum_{i=1}^4 c_{ib} \quad (5.20.c)$$

com

$$a_{1a} = \left[\frac{2 r_{\Gamma}^3}{a^3} \right] \int_0^{2\pi} f_1(\theta, \phi) \cos \bar{\delta} \cos \bar{\alpha} dM \quad (5.21.a)$$

$$a_{1b} = \left[\frac{6 r_{\Gamma}^3 e}{a^3} \right] \int_0^{2\pi} f_1(\theta, \phi) \cos M \cos \bar{\delta} \cos \bar{\alpha} dM \quad (5.21.b)$$

$$a_{2a} = \left[\frac{3 r_{\Gamma}^4}{a^4} \right] \int_0^{2\pi} f_2(\theta, \phi) \cos \bar{\delta} \cos \bar{\alpha} dM \quad (5.22.a)$$

$$a_{2b} = \left[\frac{12 r_{\Gamma}^4 e}{a^4} \right] \int_0^{2\pi} f_2(\theta, \phi) \cos M \cos \bar{\delta} \cos \bar{\alpha} dM \quad (5.22.b)$$

$$a_{3a} = - \left[\frac{r_{\Gamma}^3}{a^3} \right] \int_0^{2\pi} f_3(\theta, \phi) \sen \bar{\delta} \cos \bar{\alpha} dM \quad (5.23.a)$$

$$a_{3b} = - \left[\frac{3 r_{\Gamma}^3 e}{a^3} \right] \int_0^{2\pi} f_3(\theta, \phi) \cos M \sen \bar{\delta} \cos \bar{\alpha} dM \quad (5.23.b)$$

$$a_{4a} = - \left[\frac{r_T^4}{a^4} \right] \int_0^{2\pi} f_4(\theta, \phi) \text{sen } \bar{\delta} \cos \bar{\alpha} \, dM \quad (5.24.a)$$

$$a_{4b} = - \left[\frac{4r_T^4 e}{a^4} \right] \int_0^{2\pi} f_4(\theta, \phi) \cos M \text{sen } \bar{\delta} \cos \bar{\alpha} \, dM \quad (5.24.b)$$

$$a_{5a} = \left[\frac{r_T^3}{a^3} \right] \int_0^{2\pi} \frac{f_5(\theta, \phi)}{\text{sen} \phi} \text{sen } \bar{\alpha} \, dM \quad (5.25.a)$$

$$a_{5b} = \left[\frac{3r_T^3 e}{a^3} \right] \int_0^{2\pi} \frac{f_5(\theta, \phi)}{\text{sen} \phi} \cos M \text{sen } \bar{\alpha} \, dM \quad (5.25.b)$$

$$a_{6a} = \left[\frac{r_T^4}{a^4} \right] \int_0^{2\pi} \frac{f_6(\theta, \phi)}{\text{sen} \phi} \text{sen } \bar{\alpha} \, dM \quad (5.26.a)$$

$$a_{6b} = \left[\frac{4r_T^4 e}{a^4} \right] \int_0^{2\pi} \frac{f_6(\theta, \phi)}{\text{sen} \phi} \cos M \text{sen } \bar{\alpha} \, dM \quad (5.26.b)$$

$$a_{7a} = \left[\frac{2r_T^4}{a^4} \right] \int_0^{2\pi} \frac{f_7(\theta, \phi)}{\text{sen} \phi} \text{sen } \bar{\alpha} \, dM \quad (5.27.a)$$

$$a_{7b} = \left[\frac{8r_T^4 e}{a^4} \right] \int_0^{2\pi} \frac{f_7(\theta, \phi)}{\text{sen} \phi} \cos M \text{sen } \bar{\alpha} \, dM \quad (5.27.b)$$

$$b_{1a} = \left[\frac{2r_T^3}{a^3} \right] \int_0^{2\pi} f_1(\theta, \phi) \cos \bar{\delta} \text{sen } \bar{\alpha} \, dM \quad (5.28.a)$$

$$b_{1b} = \left[\frac{6r_T^3}{a^3} \right] \int_0^{2\pi} f_1(\theta, \phi) \cos M \cos \bar{\delta} \sin \bar{\alpha} dM \quad (5.28.b)$$

$$b_{2a} = \left[\frac{3r_T^4}{a^4} \right] \int_0^{2\pi} f_2(\theta, \phi) \cos \bar{\delta} \sin \bar{\alpha} dM \quad (5.29.a)$$

$$b_{2b} = \left[\frac{12r_T^4 e}{a^4} \right] \int_0^{2\pi} f_2(\theta, \phi) \cos M \cos \bar{\delta} \sin \bar{\alpha} dM \quad (5.29.b)$$

$$b_{3a} = - \left[\frac{r_T^3}{a^3} \right] \int_0^{2\pi} f_3(\theta, \phi) \sin \bar{\delta} \sin \bar{\alpha} dM \quad (5.30.a)$$

$$b_{3b} = - \left[\frac{3r_T^3 e}{a^3} \right] \int_0^{2\pi} f_3(\theta, \phi) \cos M \sin \bar{\delta} \sin \bar{\alpha} dM \quad (5.30.b)$$

$$b_{4a} = - \left[\frac{r_T^4}{a^4} \right] \int_0^{2\pi} f_4(\phi, \theta) \sin \bar{\delta} \sin \bar{\alpha} dM \quad (5.31.a)$$

$$b_{4b} = - \left[\frac{4r_T^4 e}{a^4} \right] \int_0^{2\pi} f_4(\phi, \theta) \cos M \sin \bar{\delta} \sin \bar{\alpha} dM \quad (5.31.b)$$

$$b_{5a} = - \left[\frac{r_T^3}{a^3} \right] \int_0^{2\pi} \frac{f_5(\phi, \theta)}{\sin \phi} \cos \bar{\alpha} dM \quad (5.32.a)$$

$$b_{5b} = - \left[\frac{3r_T^3 e}{a^3} \right] \int_0^{2\pi} \frac{f_5(\phi, \theta)}{\sin \phi} \cos M \cos \bar{\alpha} dM \quad (5.32.b)$$

$$b_{6a} = - \left[\frac{r_T^4}{a^4} \right] \int_0^{2\pi} \frac{f_6(\phi, \theta)}{\text{sen}\phi} \cos \bar{\alpha} \, dM \quad (5.33.a)$$

$$b_{6b} = - \left[\frac{4 r_T^4 e}{a^4} \right] \int_0^{2\pi} \frac{f_6(\phi, \theta)}{\text{sen}\phi} \cos M \cos \bar{\alpha} \, dM \quad (5.33.b)$$

$$b_{7a} = - \left[\frac{2 r_T^4}{a^4} \right] \int_0^{2\pi} \frac{f_7(\phi, \theta)}{\text{sen}\phi} \cos \bar{\alpha} \, dM \quad (5.34.a)$$

$$b_{7b} = - \left[\frac{8 r_T^4 e}{a^4} \right] \int_0^{2\pi} \frac{f_7(\phi, \theta)}{\text{sen}\phi} \cos M \cos \bar{\alpha} \, dM \quad (5.34.b)$$

$$c_{1a} = \left[\frac{2 r_T^3}{a^3} \right] \int_0^{2\pi} f_1(\phi, \theta) \text{sen} \bar{\delta} \, dM \quad (5.35.a)$$

$$c_{1b} = \left[\frac{6 r_T^3 e}{a^3} \right] \int_0^{2\pi} f_1(\phi, \theta) \cos M \text{sen} \bar{\delta} \, dM \quad (5.35.b)$$

$$c_{2a} = \left[\frac{3 r_T^4}{a^4} \right] \int_0^{2\pi} f_2(\phi, \theta) \text{sen} \bar{\delta} \, dM \quad (5.36.a)$$

$$c_{2b} = \left[\frac{12 r_T^4 e}{a^4} \right] \int_0^{2\pi} f_2(\phi, \theta) \cos M \text{sen} \bar{\delta} \, dM \quad (5.36.b)$$

$$c_{3a} = \left[\frac{r_T^3}{a^3} \right] \int_0^{2\pi} f_3(\phi, \theta) \cos \bar{\delta} \, dM \quad (5.37.a)$$

$$c_{3b} = \left[\frac{3r_T^3 e}{a^3} \right] \int_0^{2\pi} f_3(\phi, \theta) \cos M \cos \bar{\delta} \, dM \quad (5.37.b)$$

$$c_{4a} = \left[\frac{r_T^4}{a^4} \right] \int_0^{2\pi} f_4(\phi, \theta) \cos \bar{\delta} \, dM \quad (5.38.a)$$

$$c_{4b} = \left[\frac{4 r_T^4 e}{a^4} \right] \int_0^{2\pi} f_4(\phi, \theta) \cos M \cos \bar{\delta} \, dM \quad (5.38.b)$$

em que as funções $f_1(\theta, \phi)$, $f_2(\theta, \phi)$, $f_3(\theta, \phi)$, $f_4(\theta, \phi)$, $f_5(\theta, \phi)$, $f_6(\theta, \phi)$ e $f_7(\theta, \phi)$, são apresentadas em (4.58), (4.59), (4.66), (4.67), (4.73), (4.74) e (4.75) respectivamente.

A componente N_{rxm} do torque magnético, dada por (5.19), estará determinada após o cálculo das integrais anteriores. Para calcular as integrais de (5.21.a) a (5.38.b) é necessário expressar todos os termos nelas existentes em função da anomalia média. Nota-se que a diferença principal entre as parcelas geradas pelos modelos de dipolo e quadripolo para órbitas elípticas é a inclusão de termos na ordem da excentricidade para o modelo de quadripolo (a_{ib} , b_{ib} , c_{jb} , $i=1,2,\dots,7$; $j=1,\dots,4$). Para o cálculo destas integrais, algumas considerações são discutidas no item (5.6) a seguir, envolvendo matrizes de rotação e propriedades de trigonometria esférica.

5.5. DETERMINAÇÃO DA COMPONENTE N_{rym}

Para obter a componente N_{rym} do torque residual médio, dada por (5.16), substitui-se B_x em termos das componentes do campo geomagnético no sistema equatorial, utilizando (4.79.a):

$$\begin{aligned}
N_{\text{rym}} = \frac{M_s (1-e^2)^{\frac{3}{2}}}{2\pi} \left\{ -\sin \alpha \int_0^{2\pi} \frac{B_X (1+2e \cos M)}{\{1+e[\cos M+e(\cos 2M-1)]\}^2} dM + \right. \\
\left. + \cos \alpha \int_0^{2\pi} \frac{B_Y (1+2e \cos M)}{\{1+e[\cos M+e(\cos 2M-1)]\}^2} dM \right\} \quad (5.39)
\end{aligned}$$

Assim de modo similar ao cálculo de N_{rxm} , após eliminar termos acima da 1ª ordem na excentricidade, a componente N_{rym} pode ser dada por:

$$N_{\text{rym}} = \frac{M_s}{2\pi} \{ -D \sin \alpha + E \cos \alpha \} \quad (5.40)$$

em que α e δ são a ascensão reta e declinação do eixo de rotação e :

$$D = \sum_{i=1}^7 a_{ia} + \sum_{i=1}^7 a_{ib} \quad (5.41)$$

$$E = \sum_{i=1}^7 b_{ia} + \sum_{i=1}^7 b_{ib} \quad (5.42)$$

com a_i e b_i , $i = 1, 2, \dots, 7$, dados por (5.21.a) a (5.34.b).

5.6. EXPANSÃO DAS INTEGRAIS DE N_{rxm} E N_{rym}

Para calcular as integrais de (5.21.a) a (5.38.b) é necessário expressar todos os termos nelas existentes em função da anomalia média M .

Inicialmente para isto são utilizadas propriedade de trigonometria esférica e matrizes de rotação, pelas quais se podem obter as relações a seguir (Assis, 2004) em termos dos elementos orbitais, envolvendo anomalia média M e anomalia verdadeira v , com expansões truncadas em $\text{tg}^4(i/2)$, o que está de acordo com as expansões até 1ª ordem na excentricidade. A partir dos desenvolvimentos realizados por Assis (2004) para satélites em órbita circular, podem-se determinar as seguintes relações válidas para órbitas elípticas (GARCIA, 2005):

$$\cos \bar{\delta} \cos \bar{\alpha} = \cos \Omega \cos \bar{w} - \text{sen } \Omega \text{sen } \bar{w} \cos i \quad (5.43)$$

$$\cos \bar{\delta} \text{sen } \bar{\alpha} = \text{sen } \Omega \cos \bar{w} + \cos \Omega \text{sen } \bar{w} \cos i \quad (5.44)$$

$$\text{sen } \bar{\delta} = \text{sen } \bar{w} \text{sen } i \quad (5.45)$$

$$\begin{aligned} \cos \bar{\alpha} = & \left(1 - \frac{1}{4} \text{tg}^4 \frac{i}{2}\right) \cos(\Omega + \bar{w}) - \frac{1}{8} \text{tg}^4 \frac{i}{2} \cos(-\Omega + 3\bar{w}) + \frac{3}{8} \text{tg}^4 \frac{i}{2} \cos(\Omega + 5\bar{w}) + \\ & + \left(\frac{1}{2} \text{tg}^2 \frac{i}{2}\right) \cos(-\Omega + \bar{w}) + \left(-\frac{1}{2} \text{tg}^2 \frac{i}{2}\right) \cos(\Omega + 3\bar{w}) \end{aligned} \quad (5.46)$$

$$\begin{aligned} \cos(\bar{\alpha} - \Omega) = & \left(1 + \frac{1}{2} \text{tg}^2 \frac{i}{2} - \frac{1}{4} \text{tg}^4 \frac{i}{2}\right) \cos \bar{w} + \left(-\frac{1}{2} \text{tg}^2 \frac{i}{2} - \frac{1}{8} \text{tg}^4 \frac{i}{2}\right) \cos 3\bar{w} + \\ & + \left(\frac{3}{8} \text{tg}^4 \frac{i}{2}\right) \cos 5\bar{w} \end{aligned} \quad (5.47)$$

$$\begin{aligned}
\text{sen } \bar{\alpha} = & \left(1 - \frac{1}{4} \text{tg}^4 \frac{i}{2}\right) \text{sen}(\Omega + \bar{w}) + \frac{1}{8} \text{tg}^4 \frac{i}{2} \text{sen}(-\Omega + 3\bar{w}) + \\
& \frac{3}{8} \text{tg}^4 \frac{i}{2} \text{sen}(\Omega + 5\bar{w}) + \left(-\frac{1}{2} \text{tg}^2 \frac{i}{2}\right) \text{sen}(-\Omega + \bar{w}) + \\
& \left(-\frac{1}{2} \text{tg}^2 \frac{i}{2}\right) \text{sen}(\Omega + 3\bar{w})
\end{aligned} \tag{5.48}$$

$$\begin{aligned}
\text{sen}(\bar{\alpha} - \Omega) = & \left(1 - \frac{1}{2} \text{tg}^2 \frac{i}{2} - \frac{1}{4} \text{tg}^4 \frac{i}{2}\right) \text{sen } \bar{w} + \left(-\frac{1}{2} \text{tg}^2 \frac{i}{2} + \frac{1}{8} \text{tg}^4 \frac{i}{2}\right) \text{sen } 3\bar{w} + \\
& + \left(\frac{3}{8} \text{tg}^4 \frac{i}{2}\right) \text{sen } 5\bar{w}
\end{aligned} \tag{5.49}$$

$$\begin{aligned}
\cos \bar{\delta} = & \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \text{tg}^2 \frac{i}{2} + \frac{1}{8} \text{tg}^4 \frac{i}{2}\right) + \\
& \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{8} \text{tg}^2 \frac{i}{2} - \frac{3}{16} \text{tg}^4 \frac{i}{2} + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \text{tg}^2 \frac{i}{2} + \frac{5}{16} \text{tg}^4 \frac{i}{2}\right) \cos i\right] \cos 2\bar{w} + \\
& \left[-\frac{1}{4} \text{tg}^2 \frac{i}{2} + \frac{1}{8} \text{tg}^4 \frac{i}{2} + \left(-\frac{1}{4} \text{tg}^2 \frac{i}{2} + \frac{1}{4} \text{tg}^4 \frac{i}{2}\right) \cos i\right] \cos 4\bar{w} + \\
& \left[\frac{3}{16} \text{tg}^4 \frac{i}{2} + \left(\frac{1}{16} \text{tg}^4 \frac{i}{2}\right) \cos i\right] \cos 6\bar{w}
\end{aligned} \tag{5.50}$$

$$\begin{aligned}
\text{sen } \bar{\delta} \text{sen } \bar{\alpha} = & \left[\left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{4} \text{tg}^2 \frac{i}{2} + \frac{1}{8} \text{tg}^4 \frac{i}{2}\right) \cos \Omega + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \text{tg}^2 \frac{i}{2} - \frac{1}{8} \text{tg}^4 \frac{i}{2}\right) \cos(\Omega + 2\bar{w}) + \right. \\
& \left. \left(\frac{1}{2} \text{tg}^2 \frac{i}{2} + \frac{1}{16} \text{tg}^4 \frac{i}{2}\right) \cos(\Omega - 2\bar{w}) + \left(\frac{1}{16} \text{tg}^4 \frac{i}{2}\right) \cos(\Omega - 4\bar{w}) + \right. \\
& \left. \left(\frac{1}{4} \text{tg}^2 \frac{i}{2} - \frac{3}{16} \text{tg}^4 \frac{i}{2}\right) \cos(\Omega + 4\bar{w}) + \left(-\frac{3}{16} \text{tg}^4 \frac{i}{2}\right) \cos(\Omega + 6\bar{w})\right] \text{sen } i
\end{aligned} \tag{5.51}$$

$$\begin{aligned}
\text{sen } \bar{\delta} \cos \bar{\alpha} = & [\text{sen } \Omega \left(-\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \text{tg}^2 \frac{i}{2} + \frac{1}{8} \text{tg}^4 \frac{i}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} \text{tg}^2 \frac{i}{2} - \frac{1}{8} \text{tg}^4 \frac{i}{2} \right) \text{sen}(\Omega + 2\bar{w}) + \\
& \left(\frac{1}{4} \text{tg}^2 \frac{i}{2} + \frac{1}{16} \text{tg}^4 \frac{i}{2} \right) \text{sen}(-\Omega + 2\bar{w}) + \left(-\frac{1}{16} \text{tg}^4 \frac{i}{2} \right) \text{sen}(-\Omega + 4\bar{w}) + \\
& \left(-\frac{1}{4} \text{tg}^2 \frac{i}{2} - \frac{3}{16} \text{tg}^4 \frac{i}{2} \right) \text{sen}(\Omega + 4\bar{w}) + \left(\frac{3}{16} \text{tg}^4 \frac{i}{2} \right) \text{sen}(\Omega + 6\bar{w})] \text{sen } i
\end{aligned}
\tag{5.52}$$

$$\begin{aligned}
\cos \theta = & \left(1 - \frac{1}{4} \text{tg}^4 \frac{i}{2} \right) \cos(\Omega - \bar{\theta} + \bar{w} - n_g M) + \left(-\frac{1}{8} \text{tg}^4 \frac{i}{2} \right) \cos(-\Omega + \bar{\theta} + 3\bar{w} + n_g M) + \\
& \left(\frac{3}{8} \text{tg}^4 \frac{i}{2} \right) \cos(\Omega - \bar{\theta} + 5\bar{w} - n_g M) + \left(\frac{1}{2} \text{tg}^2 \frac{i}{2} \right) \cos(-\Omega + \bar{\theta} + \bar{w} + n_g M) - \\
& \left(-\frac{1}{2} \text{tg}^2 \frac{i}{2} \right) \cos(+\Omega - \bar{\theta} + 3\bar{w} - n_g M)
\end{aligned}
\tag{5.53}$$

$$\begin{aligned}
\text{sen } \theta = & \left(1 - \frac{1}{4} \text{tg}^4 \frac{i}{2} \right) \text{sen}(\Omega - \bar{\theta} + \bar{w} - n_g M) + \left(\frac{1}{8} \text{tg}^4 \frac{i}{2} \right) \text{sen}(-\Omega + \bar{\theta} + 3\bar{w} + n_g M) + \\
& \left(\frac{3}{8} \text{tg}^4 \frac{i}{2} \right) \text{sen}(\Omega - \bar{\theta} + 5\bar{w} - n_g M) - \left(\frac{1}{2} \text{tg}^2 \frac{i}{2} \right) \text{sen}(-\Omega + \bar{\theta} + \bar{w} + n_g M) - \\
& \left(\frac{1}{2} \text{tg}^2 \frac{i}{2} \right) \text{sen}(+\Omega + \bar{\theta} + 3\bar{w} + n_g M)
\end{aligned}
\tag{5.54}$$

$$\begin{aligned}
\cos 2\theta = & \left(1 - \frac{1}{2} \text{tg}^4 \frac{i}{2} \right) \cos(2\Omega - 2\bar{\theta} + 2\bar{w} - 2n_g M) + \\
& + \left(\frac{1}{4} \text{tg}^4 \frac{i}{2} \right) \cos(-2\Omega + 2\bar{\theta} + 2\bar{w} + 2n_g M) + \\
& \left(-\frac{1}{4} \text{tg}^4 \frac{i}{2} \right) \cos(2\Omega - 2\bar{\theta} + 6\bar{w} - 2n_g M) + \left(\text{tg}^2 \frac{i}{2} \right) \cos 2\bar{w} - \left(\text{tg}^2 \frac{i}{2} \right) \cos(2\Omega - 2\bar{\theta} + 4\bar{w}) + \\
& \left(\frac{1}{4} \text{tg}^4 \frac{i}{2} \right) \cos 4\bar{w} - \left(\frac{1}{2} \text{tg}^4 \frac{i}{2} \right) \cos(4\bar{w} + 2n_g M) + \left(\frac{1}{4} \text{tg}^4 \frac{i}{2} \right) \cos(2\Omega - 2\bar{\theta} + 6\bar{w} + 2n_g M)
\end{aligned}
\tag{5.55}$$

$$\begin{aligned}
\text{sen } 2\theta = & \left(1 - \frac{1}{2} \text{tg}^4 \frac{i}{2}\right) \text{sen}(2\Omega - 2\bar{\theta} + 2\bar{w} - n_g M) - \left(\frac{1}{8} \text{tg}^4 \frac{i}{2}\right) \text{sen} 3\bar{w} + \\
& \left(\frac{1}{8} \text{tg}^4 \frac{i}{2}\right) \text{sen} 4\bar{w} + \left(-\text{tg}^2 \frac{i}{2}\right) \text{sen}(-2\Omega + 2\bar{\theta} + 2n_g M) + \\
& \left(-\frac{1}{2} \text{tg}^2 \frac{i}{2}\right) \text{sen}(2\Omega - 2\bar{\theta} + 4w - 2n_g M) - \left(\frac{1}{4} \text{tg}^4 \frac{i}{2}\right) \text{sen}(2\Omega + 2\bar{w}) + \\
& + \left(\frac{3}{8} \text{tg}^4 \frac{i}{2}\right) \text{sen}(4\bar{w} - 2n_g M) + \left(\frac{1}{4} \text{tg}^4 \frac{i}{2}\right) \text{sen}(2\bar{\theta} - 2\Omega - 2\bar{w} + 2n_g M) + \\
& \left(-\frac{1}{2} \text{tg}^2 \frac{i}{2} + \frac{1}{8} \text{tg}^4 \frac{i}{2}\right) \text{sen}(2\Omega + 2\bar{w} + 2n_g M) - \left(\frac{1}{2} \text{tg}^2 \frac{i}{2}\right) \text{sen}(2\bar{\theta} + 2\bar{w}) + \\
& \left(-\frac{1}{4} \text{tg}^4 \frac{i}{2}\right) \text{sen}(2\bar{\theta} + 2n_g M) + \left(\frac{1}{4} \text{tg}^4 \frac{i}{2}\right) \text{sen}(6\bar{w} + 2\Omega) - \left(\frac{1}{4} \text{tg}^4 \frac{i}{2}\right) \text{sen}(2\bar{\theta} + 4\bar{w} + 2n_g M)
\end{aligned}
\tag{5.56}$$

em que:

$$\bar{w} = w + v \tag{5.57}$$

$$n_g = \frac{\dot{\theta}}{n} \tag{5.58}$$

i - inclinação orbital;

Ω - longitude do nodo ascendente;

w - argumento do pericentro;

$\bar{\theta}$ - a ascensão reta de Greenwich no instante inicial considerado;

$\dot{\theta}$ - a velocidade de rotação da Terra;

n - movimento médio.

Para a determinação das integrais (5.21.a) – (5.38.b) segue-se os seguintes passos (GARCIA, 2004):

1º) Inicialmente substitui-se $f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, f_6, f_7$, dadas por (4.58) à (4.75) em cada integral;

2º) Substituem-se as relações (5.43) – (5.56) de modo a determinar as integrais dos termos $\bar{w} = w + v$ e da anomalia média, com expansões até 1ª ordem na excentricidade e com termos até $\text{tg}^4(i/2)$;

3º) Utilizam-se expansões do movimento elíptico (BROUWER, 1961) para determinar os integrandos em termos da anomalia média:

$$\text{sen}(v) = \text{sen} M + e \text{sen}(2M) \quad (5.59)$$

$$v = M + 2e \text{sen} M \quad (5.60)$$

$$\text{sen} \bar{w} = \text{sen}(w + M) + e[\text{sen} w \cos 2M - \text{sen} w + \text{sen} 2M \cos w] \quad (5.61)$$

4º) Com o auxílio do MATLAB as integrais são então expandidas, e após um volume extenso de manipulações algébricas, as integrais são dadas por:

$$a_{1a} = 2 \left(\frac{r_T^3}{a^3} \right) \sum_{j=1}^{85} \Pi a_{1ja} \quad (5.62.a)$$

$$a_{1b} = 6 \left(\frac{r_T^3 e}{a^3} \right) \sum_{j=1}^{85} \Pi a_{1jb} \quad (5.62.b)$$

$$a_{2a} = 3 \left(\frac{r_T^4}{a^4} \right) \sum_{j=1}^{290} \Pi a_{2ja} \quad (5.63.a)$$

$$a_{2b} = 12 \left(\frac{r_T^4 e}{a^4} \right) \sum_{j=1}^{290} \Pi a_{2jb} \quad (5.63.b)$$

$$a_{3a} = - \left(\frac{r_T^3}{a^3} \right) \sum_{j=1}^{86} \Pi a_{3ja} \quad (5.64.a)$$

$$a_{3b} = -3 \left(\frac{r_T^3 e}{a^3} \right) \sum_{j=1}^{86} \Pi a_{3jb} \quad (5.64.b)$$

$$a_{4a} = - \left(\frac{r_T^4}{a^4} \right) \sum_{j=1}^{508} \Pi a_{4ja} \quad (5.65.a)$$

$$a_{4b} = -4 \left(\frac{r_T^4 e}{a^4} \right) \sum_{j=1}^{508} \Pi a_{4jb} \quad (5.65.b)$$

$$a_{5a} = \left(\frac{r_T^3}{a^3} \right) \sum_{j=1}^{60} \Pi a_{5ja} \quad (5.66.a)$$

$$a_{5b} = 3 \left(\frac{r_T^3 e}{a^3} \right) \sum_{j=1}^{60} \Pi a_{5jb} \quad (5.66.b)$$

$$a_{6a} = \left(\frac{r_T^4}{a^4} \right) \sum_{j=1}^{160} \Pi a_{6ja} \quad (5.67.a)$$

$$a_{6b} = 4 \left(\frac{r_{\Gamma}^4 e}{a^4} \right) \sum_{j=1}^{160} \text{II}a_{6jb} \quad (5.67.b)$$

$$a_{7a} = 2 \left(\frac{r_{\Gamma}^4}{a^4} \right) \sum_{j=1}^{156} \text{II}a_{7ja} \quad (5.68.a)$$

$$a_{7b} = 8 \left(\frac{r_{\Gamma}^4 e}{a^4} \right) \sum_{j=1}^{156} \text{II}a_{7jb} \quad (5.68.b)$$

$$b_{1a} = 2 \left(\frac{r_{\Gamma}^3}{a^3} \right) \sum_{j=1}^{85} \text{II}b_{1ja} \quad (5.69.a)$$

$$b_{1b} = 6 \left(\frac{r_{\Gamma}^3}{a^3} \right) \sum_{j=1}^{85} \text{II}b_{1jb} \quad (5.69.b)$$

$$b_{2a} = 3 \left(\frac{r_{\Gamma}^4}{a^4} \right) \sum_{j=1}^{290} \text{II}b_{2ja} \quad (5.70.a)$$

$$b_{2b} = 12 \left(\frac{r_{\Gamma}^4 e}{a^4} \right) \sum_{j=1}^{290} \text{II}b_{2jb} \quad (5.70.b)$$

$$b_{3a} = - \left(\frac{r_{\Gamma}^3}{a^3} \right) \sum_{j=1}^{82} \text{II}b_{3ja} \quad (5.71.a)$$

$$b_{3b} = -3 \left(\frac{r_{\Gamma}^3 e}{a^3} \right) \sum_{j=1}^{82} \text{II}b_{3jb} \quad (5.71.b)$$

$$b_{4a} = - \left(\frac{r_{\Gamma}^4}{a^4} \right) \sum_{j=1}^{508} \text{II}b_{4ja} \quad (5.72.a)$$

$$b_{4b} = -4 \left(\frac{r_{\Gamma}^4 e}{a^4} \right) \sum_{j=1}^{85} \text{II}b_{1ja} \quad (5.72.b)$$

$$b_{5a} = - \left(\frac{r_{\Gamma}^3}{a^3} \right) \sum_{j=1}^{74} \text{II}b_{5ja} \quad (5.73.a)$$

$$b_{5b} = -3 \left(\frac{r_{\Gamma}^3 e}{a^3} \right) \sum_{j=1}^{74} \text{II}b_{5jb} \quad (5.73.b)$$

$$b_{6a} = - \left(\frac{r_{\Gamma}^4}{a^4} \right) \sum_{j=1}^{161} \text{II}b_{6ja} \quad (5.74.a)$$

$$b_{6b} = -4 \left(\frac{r_{\Gamma}^4 e}{a^4} \right) \sum_{j=1}^{161} \text{II}b_{6jb} \quad (5.74.b)$$

$$b_{7a} = -2 \left(\frac{r_{\Gamma}^4}{a^4} \right) \sum_{j=1}^{176} \text{II}b_{7ja} \quad (5.75.a)$$

$$b_{7b} = -8 \left(\frac{r_{\Gamma}^4 e}{a^4} \right) \sum_{j=1}^{176} \text{II}b_{7jb} \quad (5.75.b)$$

$$c_{1a} = 2 \left(\frac{r_{\Gamma}^3}{a^3} \right) \sum_{j=1}^{45} \text{II}c_{1ja} \quad (5.76.a)$$

$$c_{1b} = 6 \left(\frac{r_T^3 e}{a^3} \right) \sum_{j=1}^{45} \Pi c_{1jb} \quad (5.76.b)$$

$$c_{2a} = 3 \left(\frac{r_T^4}{a^4} \right) \sum_{j=1}^{149} \Pi c_{2ja} \quad (5.77.a)$$

$$c_{2b} = 12 \left(\frac{r_T^4 e}{a^4} \right) \sum_{j=1}^{149} \Pi c_{2jb} \quad (5.77.b)$$

$$c_{3a} = \left(\frac{r_T^3}{a^3} \right) \sum_{j=1}^{50} \Pi c_{3ja} \quad (5.78.a)$$

$$c_{3b} = 3 \left(\frac{r_T^3 e}{a^3} \right) \sum_{j=1}^{50} \Pi c_{3jb} \quad (5.78.b)$$

$$c_{4a} = \left(\frac{r_T^4}{a^4} \right) \sum_{j=1}^{303} \Pi c_{4ja} \quad (5.79.a)$$

$$c_{4b} = 4 \left(\frac{r_T^4 e}{a^4} \right) \sum_{j=1}^{303} \Pi c_{4jb} \quad (5.79.b)$$

sendo que Πa_{ija} , Πa_{ijb} , Πb_{ija} , Πb_{ijb} , Πc_{ija} e Πc_{ijb} , $i = 1,2,..7$, $j = 1,2,..508$, podem ser obtidos com a mestrando ou sua orientadora, dependem dos elementos orbitais (a , e , i , Ω , w), da ascensão reta e declinação do eixo de rotação, da velocidade de rotação da Terra e da ascensão reta de Greenwich e não estão aqui apresentados devido a sua grande extensão.

CAPÍTULO 6 ABORDAGEM ANALÍTICA PARA AS EQUAÇÕES DO MOVIMENTO

São introduzidas aqui as equações de Euler que descrevem o movimento rotacional de um satélite estabilizado por rotação. Estas equações são analisadas considerando apenas o torque magnético residual atuando sobre o satélite artificial. Uma solução analítica é proposta para estas equações, sendo válida para um período orbital. Esta solução mostra a influência do torque magnético residual no movimento de precessão e deriva do eixo de rotação.

6.1. EQUAÇÕES DO MOVIMENTO ROTACIONAL

Seja $Oxyz$ o sistema do satélite, com versores $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$, e $OXYZ$ o sistema geocêntrico, com versores $\hat{I}, \hat{J}, \hat{K}$, já apresentados no Capítulo 3.

Um satélite estabilizado por rotação possui o eixo de rotação alinhado com o eixo de maior momento principal de inércia (neste caso o eixo Oz do sistema do satélite) de modo que o momento angular \vec{L} é expresso por:

$$\vec{L} = I_z W \hat{k} \quad (6.1)$$

onde I_x, I_y, I_z , são os momentos principais de inércia do satélite.

Seja o torque externo atuante no satélite:

$$\vec{N} = \frac{d\vec{L}}{dt} = N_x \hat{i} + N_y \hat{j} + N_z \hat{k} \quad (6.2)$$

Como visto no Capítulo 3, o eixo de rotação \hat{k} é definido pela ascensão reta α e pela declinação δ , sendo que as equações de Euler que descrevem o movimento de

atitude do satélite são dadas por (KUGA, FERREIRA, GUEDES, 1987; QUIRELLI, 2002):

$$\dot{W} = \frac{1}{I_z} N_z \quad (6.3)$$

$$\dot{\delta} = \frac{1}{I_z W} N_y \quad (6.4)$$

$$\dot{\alpha} = \frac{1}{I_z W \cos \delta} N_x \quad (6.5)$$

com N_x , N_y , N_z sendo as componentes dos torques externos no sistema do satélite.

Neste trabalho é considerado que o único torque atuante no satélite é o torque magnético residual e apenas as componentes médias deste torque, ao longo de um período orbital, são introduzidas nas equações do movimento (6.3) a (6.5).

O torque magnético residual médio é dado por (5.14), sendo nula a sua componente ao longo do eixo de rotação, e as componentes nos eixos x e y do sistema do satélite, N_{rxm} e N_{rym} , dadas respectivamente por (5.19) e (5.40), ou seja:

$$N_z = 0 \quad (6.6a)$$

$$N_x = N_{rxm} \quad (6.6b)$$

$$N_y = N_{rym} \quad (6.6c)$$

Substituindo (6.6) nas equações de Euler (6.3), (6.4) e (6.5), obtém-se:

$$\frac{d W}{d t} = 0 \quad (6.7)$$

$$\frac{d \delta}{d t} = k_1 \quad (6.8)$$

$$\frac{d \alpha}{d t} = k_2 \quad (6.9)$$

em que:

$$k_1 = \frac{N_{rym}}{I_z W} \quad (6.10)$$

$$k_2 = \frac{N_{rxm}}{I_z W \cos \delta} \quad (6.11)$$

com: N_{rxm} e N_{rym} dadas por (5.19) e (5.40), respectivamente.

Pela expressão (6.7) observa-se neste caso que o módulo da velocidade de rotação permanece constante, uma vez que nenhum outro torque externo é considerado além do torque magnético residual médio. Na realidade sabe-se que o módulo da velocidade de rotação possui um decaimento exponencial associado ao torque devido às correntes de Foucault, o qual não é considerado na abordagem aqui realizada.

Na abordagem analítica a seguir as equações (6.8) e (6.9) serão solucionadas pelo método de aproximações sucessivas, assumindo como solução inicial o caso em que os torques externos não estão atuantes, ou seja:

$$\alpha = \alpha_0, \quad \delta = \delta_0, \quad W = W_0 \quad (6.12)$$

O processo de integração é realizado para um período orbital, durante o qual a inclinação orbital (i_0), longitude do nodo ascendente (Ω_0) e semi-eixo maior (a_0) permanecem constantes. A solução apresentada a seguir é assim válida para um período orbital.

6.2. SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DO MOVIMENTO

Para determinar uma solução analítica para as equações diferenciais associadas à declinação e ascensão do eixo de rotação, dadas por (6.8) e (6.9), respectivamente, nas parcelas k_1 e k_2 é considerado que $\alpha = \alpha_0$, $\delta = \delta_0$, $W = W_0$, $i = i_0$, $a = a_0$, $\Omega = \Omega_0$ e $w = w_0$.

Integrando (6.8) e (6.9) para o instante inicial coincidindo com a passagem pelo pericentro, a variação temporal da declinação e da ascensão reta do eixo de rotação é dada por:

$$\delta = k_1 t + \delta_0. \quad (6.13)$$

$$\alpha = k_2 t + \alpha_0. \quad (6.14)$$

Portanto o torque magnético residual causa uma variação secular na declinação e na ascensão reta do eixo de rotação, moduladas por k_1 e k_2 , respectivamente. O efeito líquido é uma lenta deriva e precessão do eixo de rotação do satélite.

Como já observado anteriormente, as soluções apresentadas nas equações (6.13) e (6.14), respectivamente para a declinação e ascensão reta do eixo de rotação, são válidas para um período orbital. A cada período orbital, os dados orbitais devem ser atualizados, levando em consideração as principais influências do achatamento da Terra (neste caso relacionado à precessão do plano orbital através da longitude do nodo ascendente e deriva do perigeu através da variação do argumento do perigeu), do

mesmo modo que a ascensão reta e declinação do eixo de rotação devem ser dadas pelos valores calculados, ou seja, os coeficientes k_1 e k_2 devem ser recalculados a cada período orbital.

Nas aplicações a serem realizadas para um período maior do que 24 horas, duas abordagens podem ser realizadas. A primeira está associada a uma atualização dos dados orbitais, de atitude e do momento magnético residual do satélite diariamente, reiniciando o processo a partir de dados conhecidos, fornecidos pelo Centro de Controle de Satélites do INPE. A segunda abordagem realiza a atualização apenas dos elementos orbitais e do momento magnético residual do satélite, mas não a atitude propagada pelo processo, podendo-se assim determinar o intervalo de tempo total que a teoria poderia abranger, dentro dos padrões de precisão necessários na missão do satélite. Neste caso, o erro na atitude é avaliado por meio da comparação da atitude propagada com dados de atitude fornecidos pelo CCS.

CAPÍTULO 7 APLICAÇÕES AOS SATÉLITES DE COLETA DE DADOS BRASILEIROS

Neste capítulo, para os satélites brasileiros SCD1 e SCD2, apresentam-se aplicações da teoria desenvolvida. Estes satélites apresentam sistema de estabilização por rotação e são, portanto apropriados para verificação e comparação da teoria com os dados gerados e processados pelo Centro de Controle de Satélites (CCS) do INPE. O *software MATLAB* foi utilizado para implementação do código da teoria desenvolvida e para gerar figuras nas simulações realizadas. São realizados dois tipos de aplicações para cada um dos satélites considerados. A primeira aplicação apresentada para cada um dos satélites é realizada atualizando os elementos orbitais e a atitude do satélite a cada 24 horas, de acordo com dados fornecidos pelo CCS, e compara a atitude calculada com a referência do CCS. A segunda aplicação é realizada atualizando diariamente apenas os elementos orbitais. Neste caso, os resultados obtidos são capazes de analisar erros ao longo de um determinado período, onde a partir de uma condição inicial da atitude do satélite, a mesma é calculada pela presente teoria para o período de teste.

Deve-se ressaltar que, na teoria desenvolvida, o torque devido às correntes de Foucault não está incluído, de modo que a velocidade de rotação permanece constante na solução analítica. Este fato deve ser considerado na comparação entre os resultados obtidos pela teoria e os dados fornecidos pelo CCS. Deve-se ressaltar também que a teoria é desenvolvida para satélites em órbita elíptica, com expansões até primeira ordem na excentricidade, o que torna adequada à aplicação aos Satélites de Coleta de Dados Brasileiros SCD1 e SCD2, que possuem órbitas com pequena excentricidade.

Comparações dos resultados numéricos da teoria desenvolvida são também realizadas com os resultados obtidos na abordagem realizada por Assis (2004) para órbitas circulares e na abordagem realizada por Quirelli (2002) com a utilização de vetor de dipolo para descrever o campo geomagnético. A abordagem analítica de Quirelli (2002) utiliza um desenvolvimento analítico diferente do que foi realizado neste trabalho, com expansões até segunda ordem da excentricidade, e determina o

campo geomagnético utilizando o vetor de dipolo magnético, com o torque magnético residual médio sendo expresso em termos da co-latidade magnética do vetor de dipolo, da permeabilidade do espaço livre e do módulo do momento magnético da Terra, além dos elementos orbitais e da ascensão reta e declinação do eixo de rotação.

São também realizadas comparações com a utilização dos modelos de dipolo e quadripolo para o campo geomagnético, através da exclusão dos termos da ordem de $(r_i/a)^4$ para o modelo de dipolo nas parcelas a_{ij} , b_{ij} , c_{kj} , $i = 1,2,\dots,7$, $k = 1,2,3,4$, $j = a, b$, definidas no item 5.6.

Para cada simulação é também analisado o erro gerado na direção do eixo de rotação do satélite, aqui denominado de erro de apontamento.

7.1. DADOS DE TESTE

Os satélites brasileiros SCD1 e SCD2 foram lançados em 1993 e 1998 respectivamente, e são monitorados e controlados rotineiramente pelo Centro de Controle de Satélites (CCS) do INPE (ORLANDO, LOPES e KUGA, 1997; KUGA, ORLANDO e LOPES, 1999). Os dados de rastreamento e de telemetria dos satélites são medidos e recebidos pela estação de Cuiabá, que os envia ao CCS para processamento. O software de dinâmica de voo do CCS processa as medidas de rastreamento e de telemetria dos sensores do satélite, e produz determinações de órbita e de atitude com periodicidade semanal (KUGA, 1997, 1999). Para as aplicações deste trabalho, o CCS recuperou do histórico da missão, dois conjuntos de dados dos satélites SCD1 e SCD2, referentes ao período de 24/julho/1993 a 01/setembro/1993 (onde não houve manobras de atitude) e 01/fevereiro/2002 a 14/março/2002 respectivamente. Neste período o satélite SCD1, ainda no início de sua vida orbital, experimentou forte decaimento na velocidade de rotação, de mais de 5 rpm em 40 dias. Já o satélite SCD2 possui sistema de controle de rotação autônomo para mantê-la em torno de 32 ± 2 rpm, e um período arbitrário foi escolhido.

7.1.1 Dados do Satélite de Coleta de Dados Brasileiro SCD1

Este satélite foi lançado em 1993 com rotação de 120 rpm, não possui controle de órbita e tem sua atitude estabilizada inercialmente por rotação que decai ao longo do tempo sob o efeito de torques ambientais, notadamente o torque magnético residual e os gerados pelas correntes de Foucault (QUIRELI, 2002). Em 2002 o SCD1 apresentava ainda rotação em torno de 50 rpm. Os dados fornecidos pelo CCS referem-se ao período de início da vida do satélite, com data inicial de 24 de julho de 1993 as 0 h GMT onde este experimentou um forte decaimento de cerca de 5rpm em 40 dias. Neste período, somente torques ambientais agiram sobre o satélite, ou seja, não foram executadas manobras de controle de atitude (orientação), constituindo assim excelente fonte de dados para testes da solução analítica desenvolvida. Os parâmetros orbitais e de atitude iniciais utilizados para o teste estão apresentados à seguir. O momento magnético do satélite foi atualizado com valores fornecidos pelo CCS de acordo com a tabela 1. Os valores do momento magnético residual do satélite são periodicamente estimados no CCS conjuntamente com a atitude em um processo denominado determinação fina de atitude.

Tabela 1 – Momento Magnético do SCD1

INTERVALO DE TEMPO	MOMENTO MAGNÉTICO
24/07/93 até 02/08/93	-0,809
03/08/93 até 12/08/93	-0,741
13/08/93 até 23/08/93	-0,557
24/08/93 até 01/09/93	-0,579

Data: 1993-Jul-24 00:00:00 GMT

Órbita:

Semi-eixo maior = 7139615,83m

Excentricidade = 0,00454

Inclinação = 25°

Ascensão reta do nodo ascendente = $260,43^\circ$

Argumento do perigeu = $260,23^\circ$

Anomalia média = $102,89^\circ$

Atitude do eixo de rotação:

Ascensão reta = $234,10^\circ$

Declinação = $77,30^\circ$

Velocidade angular = 90,81rpm

Outros parâmetros:

Momento residual magnético $m = -0,809 \text{ A/m}^2$

Momento de inércia do eixo $z = 13 \text{ Kg m}^2$

7.1.2 Dados do Satélite de Coleta de Dados Brasileiro SCD2

Este satélite foi lançado em 1998, também não possui controle de órbita e tem sua atitude estabilizada autonomamente em torno de 32rpm. O sistema de bordo controla a rotação para que esta se mantenha numa faixa de 32 ± 2 rpm. Os dados fornecidos pelo CCS referem-se ao período arbitrariamente escolhido (durante o qual foram executadas manobras de reorientação de atitude do eixo de rotação), com data inicial de 01 de fevereiro de 2002 às 0 h GMT. O momento magnético do satélite foi atualizado em intervalos de tempos fornecidos pelo CCS de acordo com a tabela 2, sendo que os instantes iniciais destes intervalos correspondem às determinações de atitude efetuadas pelo CCS durante o período considerado. Seguem-se os dados iniciais do SCD2.

Tabela 2 – Momento Magnético do SCD2

INTERVALO DE TEMPO	MOMENTO MAGNÉTICO
01/02/2002 até 04/02/2002	0,206
05/02/2002 até 11/02/2002	0,077
12/02/2002 até 23/02/2002	0,002
24/02/2002 até 28/02/2002	0,178
01/03/2002 até 04/03/2002	0,222
05/03/2002 até 10/03/2002	0,213
11/03/2002 até 12/03/2002	0,210

Data: 2002-Fev-01 00:00:00 GMT

Órbita:

Semi-eixo maior = 7133679,70m

Excentricidade = 0,00175

Inclinação = 25,01°

Ascensão reta do nodo ascendente = 88,30°

Argumento do perigeu = 288,21°

Anomalia média = 300,03°

Atitude do eixo de rotação:

Ascensão reta = 281,72°

Declinação = 62,74°

Velocidade angular = 34,57 rpm

Outros parâmetros:

Momento residual magnético $m = 0,206 \text{ A/m}^2$

Momento de inércia do eixo $z = 14,5 \text{ Kg m}^2$

7.1.3 Coeficientes do Campo Magnético Terrestre

O torque magnético residual depende dos coeficientes Gaussianos, os quais modelam o quadripolo magnético da Terra. Para o cálculo deste torque é necessário conhecer os valores dos coeficientes g e h que foram obtidos do modelo IGRF (International Geomagnetic Reference Field), e assumem os seguintes valores dados em Wertz (1975):

$$g_1^0 = -30,186 \times 10^{-6} T$$

$$g_1^1 = -2,036 \times 10^{-6} T$$

$$h_1^1 = 5,735 \times 10^{-6} T$$

$$g_2^2 = 1,551 \times 10^{-6} T$$

$$h_2^2 = -3,7 \times 10^{-8} T$$

$$g_2^1 = 2,997 \times 10^{-6} T$$

$$h_2^1 = -2,124 \times 10^{-6} T$$

Estes valores mostram-se adequados para a teoria desenvolvida com modelo de quadripolo, sendo que valores mais atualizados são úteis para precisões referentes aos modelos mais refinados para o campo geomagnético (múltiplos pólos).

7.2. RESULTADOS PARA O SATÉLITE SCD1

São apresentados nesta seção os resultados para o satélite SCD1. As condições iniciais de atitude foram tomadas para data de 24 de julho de 1993 às 00:00:00 GMT, fornecidas pelo CCS, juntamente com os elementos Keplerianos médios.

No processamento segundo a teoria desenvolvida, para cálculo dos coeficientes k_1 e k_2 (dados pelas equações 6.10 e 6.11, respectivamente), em termos dos elementos orbitais, a longitude do nodo ascendente e o argumento do perigeu fornecido pelo CCS foram atualizados a cada período orbital dentro do propagador de atitude desenvolvido, considerando as principais influências do achatamento da Terra. Essa abordagem é coerente com a operação do CCS onde o sistema de determinação de órbita opera independentemente do sistema de determinação de atitude, e fornecem dados orbitais para posteriores cálculos, previsões e determinações de atitude (ORLANDO, LOPES e KUGA, 1997; KUGA, ORLANDO e LOPES, 1999).

7.2.1 Resultados com atualização de dados fornecidos pelo CCS

Nesta primeira aplicação ao satélite SCD1 tanto os elementos orbitais como módulo da velocidade de rotação, ascensão reta e declinação do eixo de rotação foram atualizados diariamente no propagador de atitude desenvolvido utilizando os dados fornecidos pelo CCS. O período de análise compreendeu 40 dias, durante o qual não ocorreram manobras de atitude.

As tabelas 3 e 4 mostram os valores das variáveis de atitude α e δ fornecidas pelo CCS, e os valores calculados pelos modelos de dipolo e quadripolo para o campo geomagnético, considerando as órbitas circular e elíptica para cada 24 horas da propagação da solução analítica. As soluções analíticas para a órbita circular foram obtidas por Assis (2004) e adaptados para a abordagem aqui realizada a fim de comparação dos valores numéricos determinados pelos vários modelos.

O comportamento da ascensão reta e declinação do eixo de rotação obtidos pelo propagador de atitude desenvolvido para os modelos de dipolo e quadripolo com órbitas elíptica e circular, em comparação com os dados fornecidos pelo CCS, encontram-se nas figuras 4 e 5.

Observa-se por estes resultados que os valores determinados pela teoria para cada 24 horas acompanham as variações fornecidas pelo CCS. Não se observa variações significativas entre os modelos (dipolo e quadripolo) e órbitas (circular e elíptica).

A tabela 6 e figura 6 concentram os resultados determinados para órbitas excêntricas, com modelo de dipolo, quadripolo e vetor de dipolo. As soluções analíticas para o modelo de vetor de dipolo foram obtidas por Quirelli (2002) e adaptados para a abordagem aqui realizada. Observa-se que os resultados também não apresentam diferenças significativas entre os modelos.

As diferenças e ordem de grandeza dos valores determinados para a ascensão reta e declinação podem ser melhor visualizados pelos resultados apresentados nas tabelas 6 e 7, figuras 8 e 9.

Tabela 3: Valores de α fornecido pelo CCS e valores calculados pelos modelos de quadripolo (índice Q) e dipolo (índice D) considerando as órbitas elíptica (E) e circular (C) para o SCD1.

Dia	$\alpha_{\text{CCS}} (^{\circ})$	$\alpha_{\text{QE}} (^{\circ})$	$\alpha_{\text{DE}} (^{\circ})$	$\alpha_{\text{QC}} (^{\circ})$	$\alpha_{\text{DC}} (^{\circ})$
24/ 07/ 93	234,10	234,100000	234,100000	234,100000	234,100000
25/ 07/ 93	233,74	234,100218	234,100000	234,154465	234,105653
26/ 07/ 93	233,54	233,740714	233,740000	233,760203	233,726807
27/ 07/ 93	233,53	233,538354	233,540000	233,524510	233,504378
28/ 07/ 93	233,73	233,527437	233,530000	233,480714	233,469154
29/ 07/ 93	234,14	233,729822	233,730000	233,651229	233,641655
30/ 07/ 93	234,83	234,140907	234,140000	234,039116	234,023456
31/ 07/ 93	235,80	234,828418	234,830000	234,716263	234,685914
01/ 08/ 93	237,12	235,796821	235,800000	235,684282	235,631021
02/ 08/ 93	238,82	237,119088	237,120000	237,013989	236,931219
03/ 08/ 93	240,89	238,820910	238,820000	238,734873	238,618384
04/ 08/ 93	244,04	241,888662	241,890001	241,835746	241,684864
05/ 08/ 93	246,62	244,036973	244,040000	244,026000	243,857949
06/ 08/ 93	249,53	246,618665	246,620000	246,645728	246,452769
07/ 08/ 93	252,74	249,530370	249,530000	249,595904	249,386166
08/ 08/ 93	256,15	252,739147	252,740001	252,843034	252,625950
09/ 08/ 93	259,70	256,147874	256,150001	256,284052	256,068102
10/ 08/ 93	263,20	259,698774	259,700001	259,856580	259,648909
11/ 08/ 93	266,55	263,199623	263,200001	263,370244	263,174022
12/ 08/ 93	269,70	266,549398	266,550001	266,725321	266,541094
13/ 08/ 93	272,54	269,699358	269,700001	269,874104	269,699596
14/ 08/ 93	275,75	273,539620	273,540001	273,708154	273,540500
15/ 08/ 93	277,45	275,749472	275,750001	275,869140	275,746502
16/ 08/ 93	278,90	277,449501	277,450000	277,562971	277,440884
17/ 08/ 93	280,09	278,900117	278,900000	279,005961	278,885093
18/ 08/ 93	281,01	280,090375	280,090000	280,187989	280,070390
19/ 08/ 93	281,74	281,009770	281,010000	281,098681	280,987647
20/ 08/ 93	282,24	281,739576	281,740000	281,817114	281,717222
21/ 08/ 93	282,57	282,240334	282,240000	282,302618	282,219353
22/ 08/ 93	282,70	282,570767	282,570000	282,614327	282,553767
23/ 08/ 93	282,67	282,700159	282,700000	282,721641	282,690110
24/ 08/ 93	283,50	283,930205	283,929999	283,936231	283,932166
25/ 08/ 93	283,01	283,500479	283,500000	283,460374	283,506752
26/ 08/ 93	282,43	283,010980	283,010000	282,929769	283,026261
27/ 08/ 93	281,76	282,430414	282,430000	282,305826	282,454593
28/ 08/ 93	281,01	281,759989	281,760000	281,587834	281,791491
29/ 08/ 93	280,18	281,010481	281,010000	280,787522	281,046501
30/ 08/ 93	279,29	280,180932	280,180000	279,906721	280,219355
31/ 08/ 93	278,34	279,290625	279,290000	278,967669	279,330024
01/ 09/ 93	277,36	278,340268	278,340000	277,972249	278,378626

Tabela 4: Valores de δ fornecido pelo CCS e valores calculados pelos modelos de quadripolo (índice Q) e dipolo (índice D) considerando as órbitas elíptica (E) e circular (C) para o SCD1.

Dia	δ_{CCS} (°)	δ_{QE} (°)	δ_{DE} (°)	δ_{QC} (°)	δ_{DC} (°)
24/ 07/ 93	77,30	77,300000	77,300000	77,300000	77,300000
25/ 07/ 93	77,69	77,299588	77,300000	77,304080	77,298240
26/ 07/ 93	78,09	77,689444	77,690000	77,696200	77,693924
27/ 07/ 93	78,50	78,090126	78,090000	78,098326	78,100158
28/ 07/ 93	78,93	78,500362	78,500000	78,510402	78,516719
29/ 07/ 93	79,35	78,929701	78,930000	78,942422	78,953497
30/ 07/ 93	79,78	79,349416	79,350000	79,364315	79,380219
31/ 07/ 93	80,20	79,780051	79,780000	79,796036	79,816712
01/ 08/ 93	80,60	80,200449	80,200000	80,217477	80,242733
02/ 08/ 93	80,99	80,599866	80,600000	80,618521	80,648067
03/ 08/ 93	81,34	80,989384	80,990000	81,009017	81,042489
04/ 08/ 93	81,86	81,539975	81,540001	81,558795	81,595721
05/ 08/ 93	82,12	81,860506	81,860000	81,876325	81,913119
06/ 08/ 93	82,33	82,120026	82,120000	82,134427	82,173169
07/ 08/ 93	82,48	82,329438	82,330000	82,341717	82,381543
08/ 08/ 93	82,58	82,479893	82,480000	82,488259	82,528153
09/ 08/ 93	82,60	82,580588	82,580000	82,584204	82,623020
10/ 08/ 93	82,56	82,600225	82,600000	82,599741	82,636343
11/ 08/ 93	82,44	82,559506	82,560000	82,555068	82,588349
12/ 08/ 93	82,28	82,439728	82,440000	82,430398	82,459561
13/ 08/ 93	82,06	82,280553	82,280000	82,265864	82,290470
14/ 08/ 93	81,85	82,060429	82,060000	82,041511	82,061569
15/ 08/ 93	81,62	81,849690	81,850000	81,832893	81,845021
16/ 08/ 93	81,37	81,619697	81,620000	81,600257	81,609718
17/ 08/ 93	81,10	81,370270	81,370000	81,347998	81,355529
18/ 08/ 93	80,82	81,100392	81,100000	81,076307	81,082711
19/ 08/ 93	80,53	80,819805	80,820000	80,795408	80,801397
20/ 08/ 93	80,23	80,529585	80,530000	80,505561	80,511683
21/ 08/ 93	79,93	80,230135	80,230000	80,207063	80,213585
22/ 08/ 93	79,64	79,930420	79,930000	79,910176	79,917055
23/ 08/ 93	79,35	79,639886	79,640000	79,625125	79,631971
24/ 08/ 93	79,22	79,509553	79,500000	79,492073	79,508188
25/ 08/ 93	78,95	79,220053	79,220000	79,221066	79,225352
26/ 08/ 93	78,70	78,950436	78,950000	78,962230	78,963727
27/ 08/ 93	78,48	78,699923	78,700000	78,724829	78,722252
28/ 08/ 93	78,27	78,479474	78,480000	78,518405	78,510751
29/ 08/ 93	78,08	78,269923	78,270000	78,322343	78,308831
30/ 08/ 93	77,91	78,080422	78,080000	78,145910	78,126094
31/ 08/ 93	77,78	77,910033	77,910000	77,988393	77,962194
01/ 09/ 93	77,67	77,779463	77,780000	77,869048	77,836811

Tabela 5: Valores de α e δ fornecido pelo CCS e valores calculados pelo modelo de vetor de dipolo (índice VDR) para o SCD1.

Dia	α_{CCS} (°)	α_{VDR} (°)	δ_{CCS} (°)	δ_{VDR} (°)
24/ 07/ 93	234,10	234,100000	77,30	77,300000
25/ 07/ 93	233,74	232,696667	77,69	78,038940
26/ 07/ 93	233,54	232,802631	78,09	78,445201
27/ 07/ 93	233,53	233,193585	78,50	78,858188
28/ 07/ 93	233,73	233,803006	78,93	79,272848
29/ 07/ 93	234,14	234,629958	79,35	79,701822
30/ 07/ 93	234,83	235,677734	79,78	80,111804
31/ 07/ 93	235,80	236,893864	80,20	80,525654
01/ 08/ 93	237,12	238,283908	80,60	80,920383
02/ 08/ 93	238,82	239,842556	80,99	81,292005
03/ 08/ 93	240,89	241,604087	81,34	81,647405
04/ 08/ 93	244,04	243,530297	81,86	82,152562
05/ 08/ 93	246,62	246,272458	82,12	82,378113
06/ 08/ 93	249,53	248,522762	82,33	82,582498
07/ 08/ 93	252,74	251,145352	82,48	82,731024
08/ 08/ 93	256,15	254,149944	82,58	82,809515
09/ 08/ 93	259,70	257,478651	82,60	82,825113
10/ 08/ 93	263,20	261,085806	82,56	82,760394
11/ 08/ 93	266,55	264,717049	82,44	82,634154
12/ 08/ 93	269,70	268,222902	82,28	82,436145
13/ 08/ 93	272,54	271,491027	82,06	82,206097
14/ 08/ 93	275,75	274,738673	81,85	81,925408
15/ 08/ 93	277,45	277,016240	81,62	81,712280
16/ 08/ 93	278,90	278,534770	81,37	81,454990
17/ 08/ 93	280,09	279,755836	81,10	81,185706
18/ 08/ 93	281,01	280,657726	80,82	80,900061
19/ 08/ 93	281,74	281,274385	80,53	80,609051
20/ 08/ 93	282,24	281,718333	80,23	80,313424
21/ 08/ 93	282,57	281,969479	79,93	80,014010
22/ 08/ 93	282,70	282,113464	79,64	79,721757
23/ 08/ 93	282,67	282,117785	79,35	79,448224
24/ 08/ 93	283,50	283,239125	79,22	79,357028
25/ 08/ 93	283,01	282,866735	78,95	79,084771
26/ 08/ 93	282,43	282,426559	78,70	78,850472
27/ 08/ 93	281,76	281,958896	78,48	78,644764
28/ 08/ 93	281,01	281,409926	78,27	78,473418
29/ 08/ 93	280,18	280,774012	78,08	78,312392
30/ 08/ 93	279,29	280,013767	77,91	78,169842
31/ 08/ 93	278,34	279,147190	77,78	78,053168
01/ 09/ 93	277,36	278,146728	77,67	77,974274

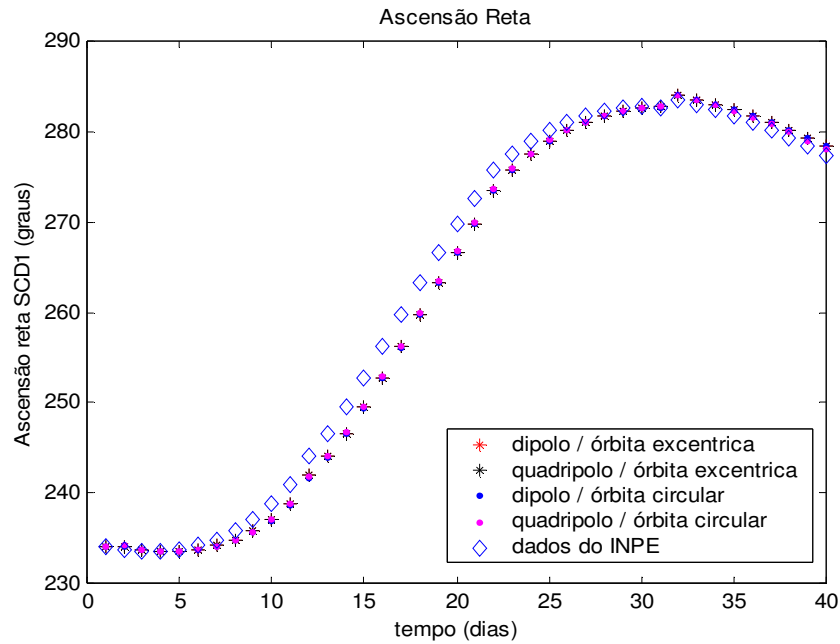


Figura 4: Ascensão reta do eixo de rotação para 40 dias (SCD1) com modelos de quadripolo e dipolo, órbitas circular e elíptica.

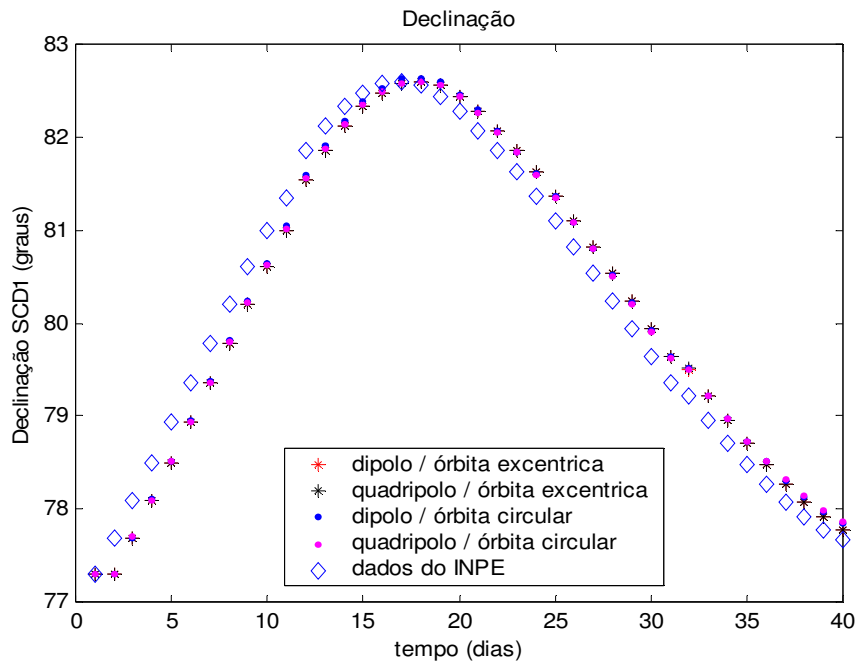


Figura 5: Declinação do eixo de rotação para 40 dias (SCD1) com modelos de quadripolo e dipolo, órbitas circular e elíptica.

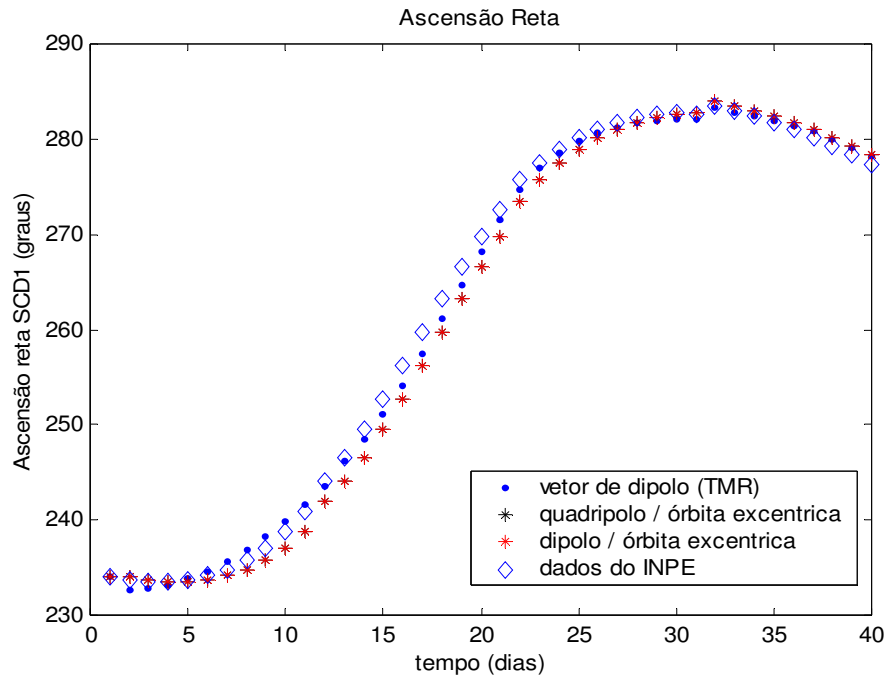


Figura 6: Ascensão reta do eixo de rotação para 40 dias (SCD1) com modelos de quadrípolo, dipolo e modelo de vetor de dipolo, órbita elíptica.

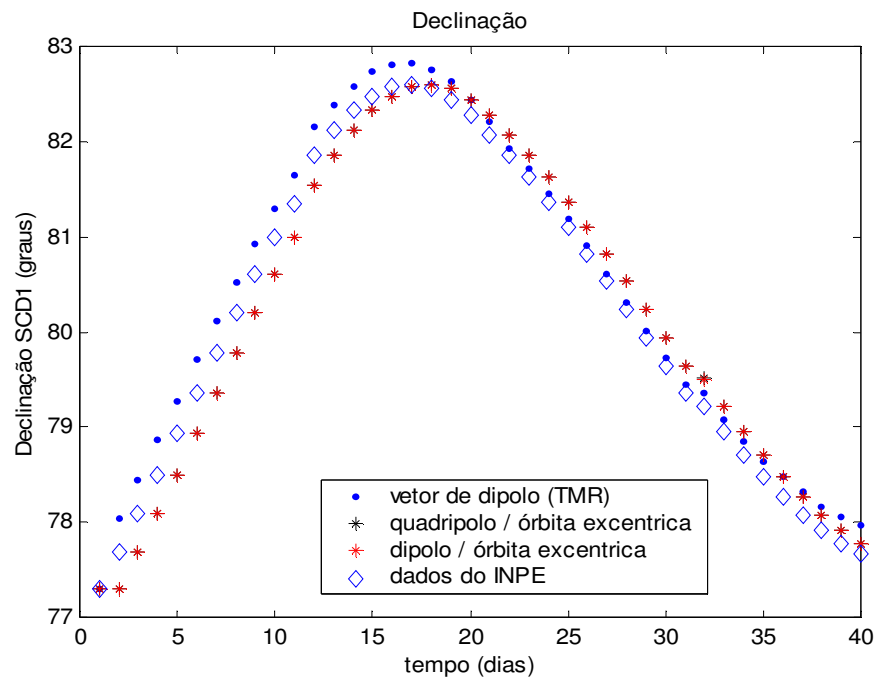


Figura 7: Declinação do eixo de rotação para 40 dias (SCD1) com modelos de quadrípolo, dipolo e modelo de vetor de dipolo, órbita elíptica.

As tabelas 6 e 7 mostram as diferenças obtidas entre os valores fornecidos pelo CCS e os valores calculados pela teoria desenvolvida para a ascensão reta (α) e declinação (δ) do eixo de rotação respectivamente. Estas diferenças também estão representadas nos gráficos das figuras 8, 9, 10 e 11, sendo que as figuras 10 e 11 salientam os resultados obtidos para órbitas excêntricas.

Em comparação com os resultados obtidos para a ascensão reta, pelos modelos de quadripolo e dipolo para o campo geomagnético com órbita elíptica, não houve diferença significativa entre os esses dois modelos, quando comparados com os valores fornecidos pelo CCS (observar figura 8 e tabela 6). Com relação ao modelo de vetor de dipolo (observar figura 10 e tabela 6), os valores calculados se aproximam mais dos valores fornecidos pelo CCS do que os obtidos pelos demais modelos.

Da comparação entre os valores da ascensão reta para um mesmo modelo (dipolo ou quadripolo) com os dados do CCS, observa-se que os resultados para órbita elíptica se aproximam melhor dos dados reais do SCD1 (observar tabela 6 e figura 8). Este resultado era esperado uma vez que a órbita do SCD1 é elíptica.

Com relação à declinação do eixo de rotação, os valores obtidos com o modelo de quadripolo se mostraram mais adequados (observar figuras 9 e 11, tabela 7). O mesmo comportamento se observa quando da comparação entre o modelo de dipolo e quadripolo para o satélite em órbita circular.

Estes comentários podem ser melhor verificados pela análise da média e desvios padrão dos erros para cada caso, apresentados nas tabela 8 e 9 para a ascensão reta e declinação do eixo de rotação, respectivamente.

Tabela 6: Desvios encontrados entre os valores de α fornecido pelo CCS e os valores calculados (QE, DE, QC, DC, VDR) para o SCD1.

Dia	$\alpha_{\text{CCS}}-\alpha_{\text{QE}}$ ($^{\circ}$)	$\alpha_{\text{CCS}}-\alpha_{\text{DE}}$ ($^{\circ}$)	$\alpha_{\text{CCS}}-\alpha_{\text{QC}}$ ($^{\circ}$)	$\alpha_{\text{CCS}}-\alpha_{\text{DC}}$ ($^{\circ}$)	$\alpha_{\text{CCS}}-\alpha_{\text{VDR}}$ ($^{\circ}$)
24/ 07/ 93	-0,000000	-0,000000	-0,000000	-0,000000	-0,000000
25/ 07/ 93	-0,360218	-0,360000	-0,414465	-0,365653	1,043333
26/ 07/ 93	-0,200714	-0,200000	-0,220203	-0,186807	0, 737369
27/ 07/ 93	-0,008354	-0,010000	0,005490	0,025622	0,336415
28/ 07/ 93	0,202563	0,199999	0,249286	0,260846	-0,073006
29/ 07/ 93	0,410178	0,409999	0,488771	0,498345	-0,489958
30/ 07/ 93	0,689093	0,689999	0,790884	0,806544	-0,847734
31/ 07/ 93	0,971582	0,969999	1,083737	1,114086	-1,093864
01/ 08/ 93	1,323179	1,319999	1,435718	1,488979	-1,163908
02/ 08/ 93	1,700912	1,699999	1,806011	1,888781	-1,022556
03/ 08/ 93	2,069090	2,069999	2,155127	2,271616	-0,714087
04/ 08/ 93	2,151338	2,149999	2,204254	2,355136	0,509703
05/ 08/ 93	2,583027	2,579999	2,594000	2,762051	0,347542
06/ 08/ 93	2,911335	2,909999	2,884272	3,077231	1,007238
07/ 08/ 93	3,209630	3,209999	3,144096	3,353834	1,594648
08/ 08/ 93	3,410853	3,409999	3,306966	3,524050	2,000056
09/ 08/ 93	3,552126	3,549999	3,415948	3,631898	2,221349
10/ 08/ 93	3,501226	3,499999	3,343420	3,551090	2,114194
11/ 08/ 93	3,350377	3,349999	3,179756	3,375978	1,832951
12/ 08/ 93	3,150602	3,149999	2,974679	3,158906	1,477098
13/ 08/ 93	2,840642	2,839999	2,665896	2,840404	1,048973
14/ 08/ 93	2,210380	2,209999	2,041846	2,209500	1,011327
15/ 08/ 93	1,700528	1,699999	1,580860	1,703498	0,433760
16/ 08/ 93	1,450499	1,449999	1,337029	1,459116	0,365230
17/ 08/ 93	1,189883	1,189999	1,084039	1,204907	0,334164
18/ 08/ 93	0,919625	0,919999	0,822011	0,939610	0,352274
19/ 08/ 93	0,730230	0,729999	0,641319	0,752353	0,465615
20/ 08/ 93	0,500424	0,499999	0,422886	0,522778	0,521667
21/ 08/ 93	0,329666	0,329999	0,267382	0,350647	0,600521
22/ 08/ 93	0,129233	0,129999	0,085613	0,146233	0,586536
23/ 08/ 93	-0,030159	-0,030000	-0,051641	-0,020110	0,552215
24/ 08/ 93	-0,430205	-0,429999	-0,436231	-0,432166	0,260875
25/ 08/ 93	-0,490479	-0,490000	-0,450374	-0,496752	0,143265
26/ 08/ 93	-0,580980	-0,580000	-0,499769	-0,596261	0,003441
27/ 08/ 93	-0,670414	-0,670000	-0,545826	-0,694593	-0,198896
28/ 08/ 93	-0,749989	-0,750000	-0,577834	-0,781491	-0,399926
29/ 08/ 93	-0,830481	-0,830000	-0,607522	-0,866501	-0,594012
30/ 08/ 93	-0,890932	-0,890000	-0,616721	-0,929355	-0,723767
31/ 08/ 93	-0,950625	-0,950000	-0,627669	-0,990024	-0,807190
01/ 09/ 93	-0,980268	-0,980000	-0,612249	-1,018626	-0,786728

Tabela 7: Desvios encontrados entre os valores de δ fornecido pelo CCS e os valores calculados (QE, DE, QC, DC, VDR) para o SCD1.

Dia	$\delta_{\text{CCS}}-\delta_{\text{QE}}$ (°)	$\delta_{\text{CCS}}-\delta_{\text{DE}}$ (°)	$\delta_{\text{CCS}}-\delta_{\text{QC}}$ (°)	$\delta_{\text{CCS}}-\delta_{\text{DC}}$ (°)	$\delta_{\text{CCS}}-\delta_{\text{VDR}}$ (°)
24/ 07/ 93	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
25/ 07/ 93	0,390412	0,389999	0,385920	0,391760	-0,348940
26/ 07/ 93	0,400556	0,399999	0,393800	0,396076	-0,355201
27/ 07/ 93	0,409874	0,409999	0,401674	0,399842	-0,358188
28/ 07/ 93	0,429638	0,429999	0,419598	0,413281	-0,342848
29/ 07/ 93	0,420299	0,419999	0,407578	0,396503	-0,351822
30/ 07/ 93	0,430584	0,429999	0,415685	0,399781	-0,331804
31/ 07/ 93	0,419949	0,419999	0,403964	0,383288	-0,325654
01/ 08/ 93	0,399551	0,399999	0,382523	0,357267	-0,320383
02/ 08/ 93	0,390134	0,389999	0,371479	0,341933	-0,302005
03/ 08/ 93	0,350616	0,349999	0,330983	0,297511	-0,307405
04/ 08/ 93	0,320025	0,319999	0,301205	0,264279	-0,292562
05/ 08/ 93	0,259494	0,259999	0,243675	0,206881	-0,258113
06/ 08/ 93	0,209974	0,209999	0,195573	0,156831	-0,252498
07/ 08/ 93	0,150562	0,149999	0,138283	0,098457	-0,251024
08/ 08/ 93	0,100107	0,099999	0,091741	0,051847	-0,229515
09/ 08/ 93	0,019412	0,019999	0,015796	-0,023020	-0,225113
10/ 08/ 93	-0,040225	-0,040000	-0,039741	-0,076343	-0,200394
11/ 08/ 93	-0,119506	-0,120000	-0,115068	-0,148349	-0,194154
12/ 08/ 93	-0,159728	-0,160000	-0,150398	-0,179561	-0,156145
13/ 08/ 93	-0,220553	-0,220000	-0,205864	-0,230470	-0,146097
14/ 08/ 93	-0,210429	-0,210000	-0,191511	-0,211569	-0,075408
15/ 08/ 93	-0,229690	-0,230000	-0,212893	-0,225021	-0,092280
16/ 08/ 93	-0,249697	-0,250000	-0,230257	-0,239718	-0,084990
17/ 08/ 93	-0,270270	-0,270000	-0,247998	-0,255529	-0,085706
18/ 08/ 93	-0,280392	-0,280000	-0,256307	-0,262711	-0,080061
19/ 08/ 93	-0,289805	-0,290000	-0,265408	-0,271397	-0,079051
20/ 08/ 93	-0,299585	-0,300000	-0,275561	-0,281683	-0,083424
21/ 08/ 93	-0,300135	-0,300000	-0,277063	-0,283585	-0,084010
22/ 08/ 93	-0,290420	-0,290000	-0,270176	-0,277055	-0,081757
23/ 08/ 93	-0,289886	-0,290000	-0,275125	-0,281971	-0,098224
24/ 08/ 93	-0,289553	-0,280000	-0,272073	-0,288188	0,137028
25/ 08/ 93	-0,270053	-0,270000	-0,271066	-0,275352	-0,134771
26/ 08/ 93	-0,250436	-0,250000	-0,262230	-0,263727	-0,150472
27/ 08/ 93	-0,219923	-0,220000	-0,244829	-0,242252	-0,164764
28/ 08/ 93	-0,209474	-0,210000	-0,248405	-0,240751	-0,203418
29/ 08/ 93	-0,189923	-0,190000	-0,242343	-0,228831	-0,232392
30/ 08/ 93	-0,170422	-0,170000	-0,235910	-0,216094	-0,259842
31/ 08/ 93	-0,130033	-0,130000	-0,208393	-0,182194	-0,273168
01/ 09/ 93	-0,109463	-0,110000	-0,199048	-0,166811	-0,304274

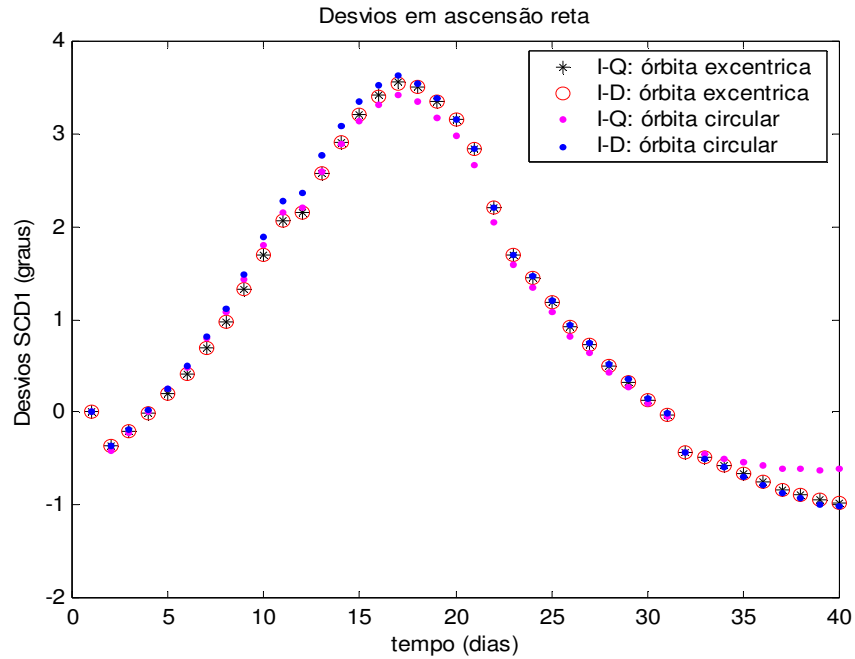


Figura 8: Desvios encontrados para ascensão reta do eixo de rotação para 40 dias (SCD1) com modelos de quadripolo e dipolo, órbitas circular e elíptica.

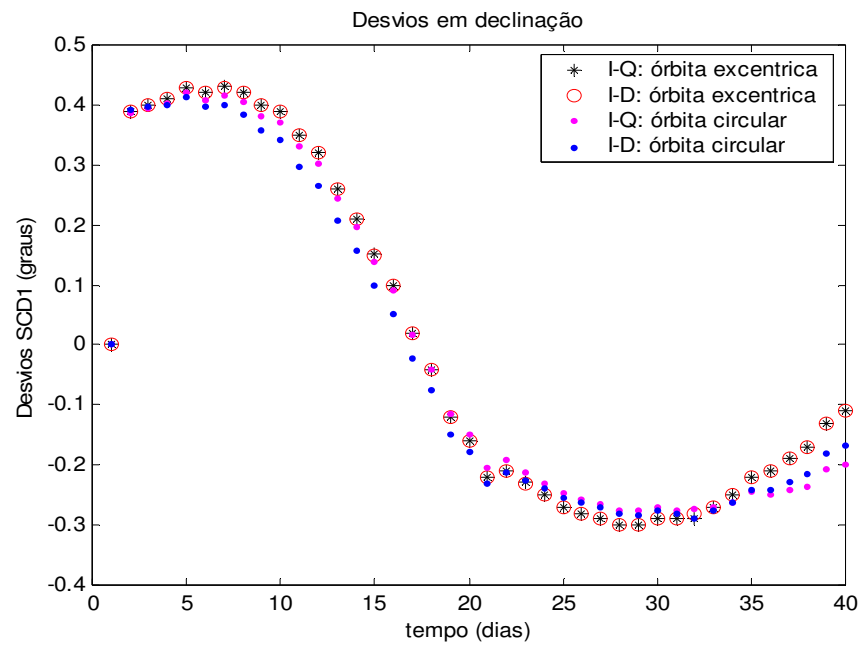


Figura 9: Desvios encontrados para declinação do eixo de rotação para 40 dias (SCD1) com modelos de quadripolo e dipolo, órbitas circular e elíptica.

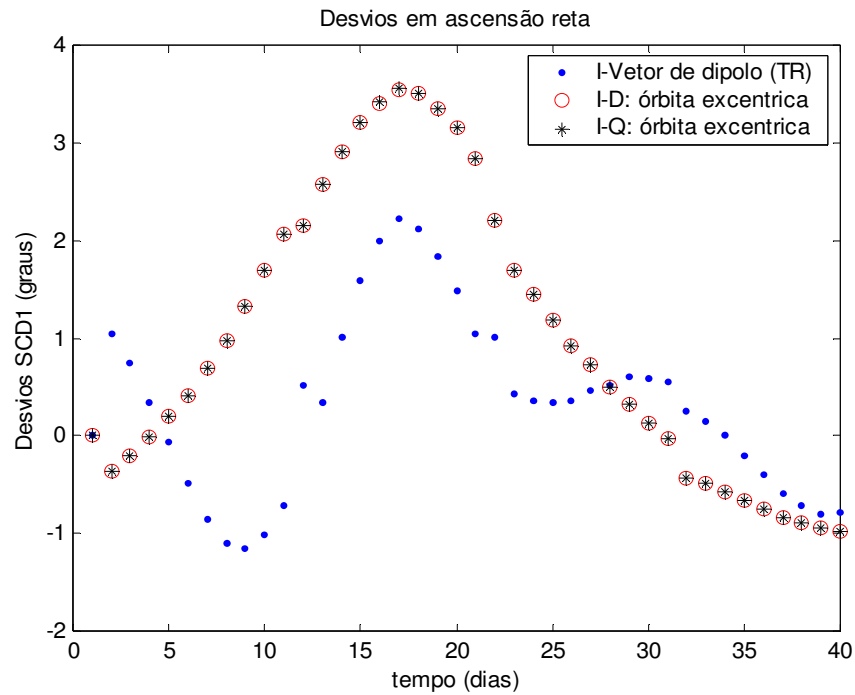


Figura 10: Desvios encontrados para ascensão reta do eixo de rotação para 40 dias (SCD1) com modelos de quadripolo, dipolo e modelo de vetor de dipolo, órbita elíptica.

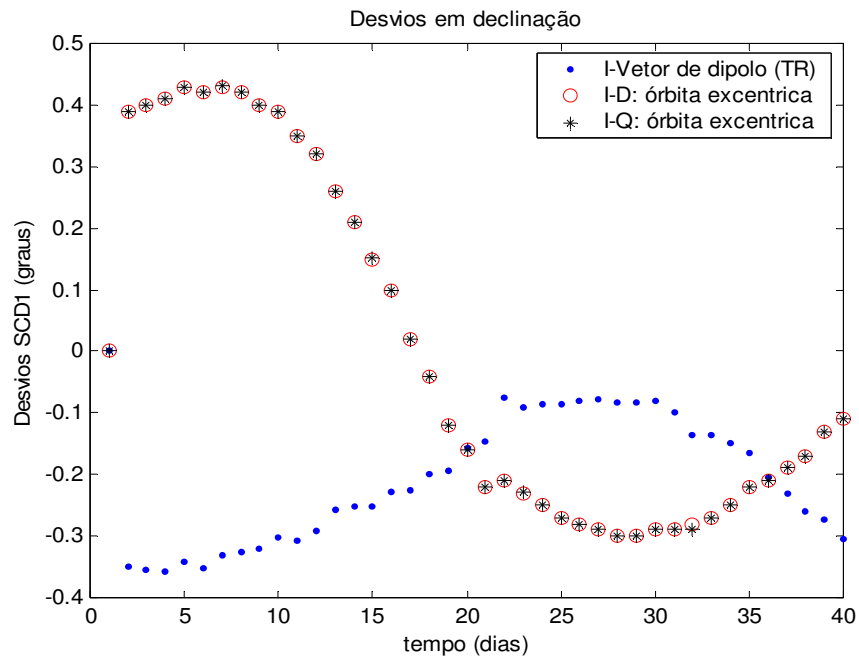


Figura 11: Desvios encontrados para declinação do eixo de rotação para 40 dias (SCD1) com modelos de quadripolo, dipolo e modelo de vetor de dipolo, órbita elíptica.

Na tabela 8 estão apresentados os valores da média e do desvio padrão do erro em relação aos valores fornecidos pelo CCS da ascensão reta (α) do satélite SCD1 para os vários modelos analisados, durante o período de teste. Nota-se que a média dos erros é menor para a órbita elíptica (índices QE e DE) do que para a órbita circular (índices QC e DC). No entanto, a média do erro para o modelo de vetor de dipolo (índice VDR) foi menor que para os demais modelos, tanto para órbitas circulares quanto elíptica.

Tabela 8: Valores da Média e do Desvio Padrão do erro em relação às estimativas do CCS de ascensão reta do satélite SCD1 para os vários modelos analisados.

α (°)	Média (°)	Desvio padrão (°)
$\alpha_{\text{CCS}} - \alpha_{\text{QE}}$	1,00036007	1,47351987
$\alpha_{\text{CCS}} - \alpha_{\text{DE}}$	0,99999962	1,47300311
$\alpha_{\text{CCS}} - \alpha_{\text{QC}}$	1,00877135	1,38672364
$\alpha_{\text{CCS}} - \alpha_{\text{DC}}$	1,04739254	1,51694519
$\alpha_{\text{CCS}} - \alpha_{\text{VDR}}$	0,32465311	0,90721403

Do mesmo modo, a tabela 9 apresenta os valores da média e do desvio padrão do erro em relação aos valores fornecidos pelo CCS da declinação (δ) do satélite SCD1 para os vários modelos analisados. Observam-se diferenças mais significativas entre o modelo de quadripolo, dipolo e vetor de dipolo, tanto para órbitas elípticas quanto circulares. Saliente-se também que a média do erro foi menor para o modelo de quadripolo com órbita excêntrica e foi maior para o modelo de vetor de dipolo.

Tabela 9: Valores da Média e do Desvio Padrão do erro em relação às estimativas do CCS da declinação do satélite SCD1 para os vários modelos analisados.

δ (°)	Média (°)	Desvio padrão (°)
$\delta_{\text{CCS}} - \delta_{\text{QE}}$	$2,89622498 \cdot 10^{-4}$	$2,83050651 \cdot 10^{-1}$
$\delta_{\text{CCS}} - \delta_{\text{DE}}$	$4,99937552 \cdot 10^{-4}$	$2,82742488 \cdot 10^{-1}$
$\delta_{\text{CCS}} - \delta_{\text{QC}}$	$-7,45477478 \cdot 10^{-3}$	$2,77373592 \cdot 10^{-1}$
$\delta_{\text{CCS}} - \delta_{\text{DC}}$	$-1,99161598 \cdot 10^{-2}$	$2,71157991 \cdot 10^{-1}$
$\delta_{\text{CCS}} - \delta_{\text{VDR}}$	$-2,06372742 \cdot 10^{-1}$	$1,02904719 \cdot 10^{-1}$

Assim, de um modo geral o modelo de quadripolo se mostrou mais adequado para o SCD1, lembrando que a velocidade de rotação foi mantida constante durante as 24 horas da simulação.

7.2.1.1 Análise da Órbita Elíptica

Para melhor visualizar os efeitos da excentricidade da órbita na teoria desenvolvida, neste item são comparados os valores obtidos por cada teoria envolvendo os diferentes modelos para campo geomagnético.

As tabelas 10 e 11 e figuras 12, 13, 14 e 15 mostram os desvios calculados com relação a um mesmo modelo e com relação a uma mesma órbita respectivamente, para α e δ . A tabela 12 apresenta a média dos desvios calculados.

Pela tabela 10 e figuras 12 e 13, observam-se que as variações para a declinação foram similares tanto para o modelo de dipolo quanto para o modelo de quadripolo, com oscilações menores para os 35 dias iniciais para o modelo de quadripolo. No entanto para a ascensão reta, as variações nos desvios não são similares salientando uma maior diferença nos últimos 5 dias da simulação.

Pela comparação de uma mesma órbita (excêntrica ou circular) para diferentes modelos (quadripolo e dipolo), apresentada na tabela 11 e figuras 14 e 15, observam-se que as diferenças para a órbita elíptica são menores do que para a órbita circular, tanto para a ascensão reta quanto para a declinação do eixo de rotação. Na figura 14, devido a escala do gráfico, a variação do desvio para a ascensão reta aparenta ser constante para a órbita elíptica, no entanto esta variação é da ordem de 10^{-3} °. Do mesmo modo, pela figura 15, as variações na declinação para a órbita elíptica são da ordem de 10^{-3} °, enquanto para a órbita circular é da ordem de 10^{-2} °. Em ambos os casos as diferenças maiores são para os últimos 5 dias da simulação.

Pode-se observar pela tabela 12 que a diferença entre as órbitas elíptica e circular, para o modelo de quadripolo, apresentou-se na ordem da excentricidade do SCD1 (10^{-3} °) tanto para α quanto para δ . Para o modelo de dipolo, verifica-se que a diferença entre as órbitas foi de ordem superior (10^{-2} °) ao da excentricidade do SCD1 (0,00454). Desta forma, os resultados apresentados pelo modelo de quadripolo concordam com o esperado, como já observados nos termos proporcionais a excentricidade das componentes do torque na seção 5.4. Estes resultados valorizam a utilização do modelo de quadripolo, mostrando que as diferenças entre os modelos são

da ordem da excentricidade do satélite, uma vez que as expansões da teoria ocorreram na 1ª ordem da excentricidade.

Os desvios calculados para uma mesma órbita (tabela 12) se mostram menores quando considerado o satélite com órbita elíptica. Para α e δ a ordem da diferença foi de 10^{-4} para a órbita excêntrica e 10^{-2} para a órbita circular. Com este resultado percebe-se que houve uma vantagem maior na utilização do modelo de quadripolo para a órbita circular, uma vez que a diferença entre os modelos foi mais significativa.

Tabela 10: Valores da diferença de α e δ para órbita elíptica e circular para os modelos de quadripolo e dipolo para o SCD1.

Dia	$\alpha_{QE} - \alpha_{QC}$ (10^{-1}°)	$\alpha_{DE} - \alpha_{DC}$ (10^{-1}°)	$\delta_{QE} - \delta_{QC}$ (10^{-2}°)	$\delta_{DE} - \delta_{DC}$ (10^{-2}°)
24/ 07/ 93	0	0	0	0
25/ 07/ 93	-0,542467	-0,056531	-0,449136	0,176025
26/ 07/ 93	-0,194891	0,131933	-0,675644	-0,392353
27/ 07/ 93	0,138439	0,356220	-0,819978	-1,015803
28/ 07/ 93	0,467229	0,608462	-1,004059	-1,671901
29/ 07/ 93	0,785924	0,883453	-1,272072	-2,349671
30/ 07/ 93	1,017909	1,165444	-1,489909	-3,021890
31/ 07/ 93	1,121558	1,440866	-1,598504	-3,671156
01/ 08/ 93	1,125389	1,689795	-1,702824	-4,273322
02/ 08/ 93	1,050995	1,887817	-1,865471	-4,806697
03/ 08/ 93	0,860372	2,016161	-1,963214	-5,248845
04/ 08/ 93	0,529166	2,051365	-1,881991	-5,572135
05/ 08/ 93	0,109730	1,820515	-1,581939	-5,311892
06/ 08/ 93	-0,270631	1,672310	-1,440146	-5,316900
07/ 08/ 93	-0,655341	1,438341	-1,227930	-5,154310
08/ 08/ 93	-1,038872	1,140507	-0,836611	-4,815325
09/ 08/ 93	-1,361773	0,818990	-0,361528	-4,301942
10/ 08/ 93	-1,578057	0,510913	0,048374	-3,634315
11/ 08/ 93	-1,706206	0,259789	0,443761	-2,834857
12/ 08/ 93	-1,759227	0,089071	0,932916	-1,956111
13/ 08/ 93	-1,747452	0,004049	1,468932	-1,047025
14/ 08/ 93	-1,685335	-0,004990	1,891818	-0,156862
15/ 08/ 93	-1,196683	0,034989	1,679689	0,497906
16/ 08/ 93	-1,134709	0,091165	1,944046	1,028194
17/ 08/ 93	-1,058442	0,149077	2,227192	1,447145
18/ 08/ 93	-0,976146	0,196100	2,408471	1,728901
19/ 08/ 93	-0,889110	0,223532	2,439637	1,860293
20/ 08/ 93	-0,775381	0,227780	2,402381	1,831656
21/ 08/ 93	-0,622833	0,206472	2,307254	1,641476
22/ 08/ 93	-0,435599	0,162334	2,024382	1,294484
23/ 08/ 93	-0,214819	0,009890	1,476171	0,802906
24/ 08/ 93	-0,060266	-0,021669	1,748002	-0,818786
25/ 08/ 93	0,401048	-0,067516	-0,101286	-0,535195
26/ 08/ 93	0,812112	-0,162608	-1,179479	-1,372730
27/ 08/ 93	1,245880	-0,245923	-2,490538	-2,225246
28/ 08/ 93	1,721551	-0,314906	-3,893115	-3,075127
29/ 08/ 93	2,229592	-0,365009	-5,241100	-3,883060
30/ 08/ 93	2,742111	-0,393546	-6,548808	-4,609416
31/ 08/ 93	3,229553	-0,400231	-7,835978	-5,219375
01/ 09/ 93	3,680188	-0,386257	-8,958454	-5,681128

Tabela 11: Valores da diferença de α e δ para órbita elíptica e circular para os modelos de quadripolo e dipolo para o SCD1.

Dia	$\alpha_{QE} - \alpha_{DE}$ (10^{-3} °)	$\alpha_{QC} - \alpha_{DC}$ (10^{-1} °)	$\delta_{QE} - \delta_{DE}$ (10^{-3} °)	$\delta_{QC} - \delta_{DC}$ (10^{-2} °)
24/ 07/ 93	0	0	0	0
25/ 07/ 93	0,217613	0,488113	-0,411667	0,583995
26/ 07/ 93	0,713338	0,333957	-0,556146	0,227677
27/ 07/ 93	-1,646209	0,201318	0,126104	-0,183215
28/ 07/ 93	-2,563605	0,115597	0,361685	-0,631674
29/ 07/ 93	-0,178661	0,095742	-0,298803	-1,107479
30/ 07/ 93	0,906432	0,156600	-0,584558	-1,590436
31/ 07/ 93	-1,581847	0,303490	0,051155	-2,067537
01/ 08/ 93	-3,179669	0,532609	0,449117	-2,525587
02/ 08/ 93	-0,912030	0,827702	-0,133608	-2,954587
03/ 08/ 93	0,910197	1,164891	-0,615652	-3,347196
04/ 08/ 93	-1,338114	1,508817	-0,025375	-3,692681
05/ 08/ 93	-3,026952	1,680515	0,505805	-3,679372
06/ 08/ 93	-1,335768	1,929584	0,025662	-3,874188
07/ 08/ 93	0,369894	2,097381	-0,562314	-3,982612
08/ 08/ 93	-0,853369	2,170845	-0,107192	-3,989434
09/ 08/ 93	-2,126380	2,159499	0,588328	-3,881581
10/ 08/ 93	-1,226172	2,076708	0,224572	-3,660232
11/ 08/ 93	-0,377570	1,962220	-0,494245	-3,328043
12/ 08/ 93	-0,602869	1,842270	-0,272530	-2,916280
13/ 08/ 93	-0,642291	1,745078	0,552877	-2,460669
14/ 08/ 93	-0,380520	1,676540	0,429134	-2,005766
15/ 08/ 93	-0,528479	1,226387	-0,309861	-1,212768
16/ 08/ 93	-0,499908	1,220875	-0,302981	-0,946150
17/ 08/ 93	0,116209	1,208682	0,269753	-0,753071
18/ 08/ 93	0,374366	1,175990	0,391940	-0,640376
19/ 08/ 93	-0,230102	1,110341	-0,195496	-0,598893
20/ 08/ 93	-0,424592	0,998915	-0,414834	-0,612208
21/ 08/ 93	0,334075	0,832646	0,135176	-0,652261
22/ 08/ 93	0,766611	0,605598	0,420121	-0,687886
23/ 08/ 93	0,158315	0,315306	-0,113639	-0,684629
24/ 08/ 93	0,205856	0,040655	9,552924	-1,611496
25/ 08/ 93	0,478048	-0,463784	0,053330	-0,428576
26/ 08/ 93	0,979895	-0,964921	0,435501	-0,149701
27/ 08/ 93	0,413716	-1,487666	-0,076835	0,257609
28/ 08/ 93	-0,011737	-2,036575	-0,525788	0,765408
29/ 08/ 93	0,480794	-2,589793	-0,076687	1,351271
30/ 08/ 93	0,931344	-3,126343	0,421789	1,981571
31/ 08/ 93	0,624331	-3,623541	0,032871	2,619890
01/ 09/ 93	0,267655	-4,063769	-0,537032	3,223623

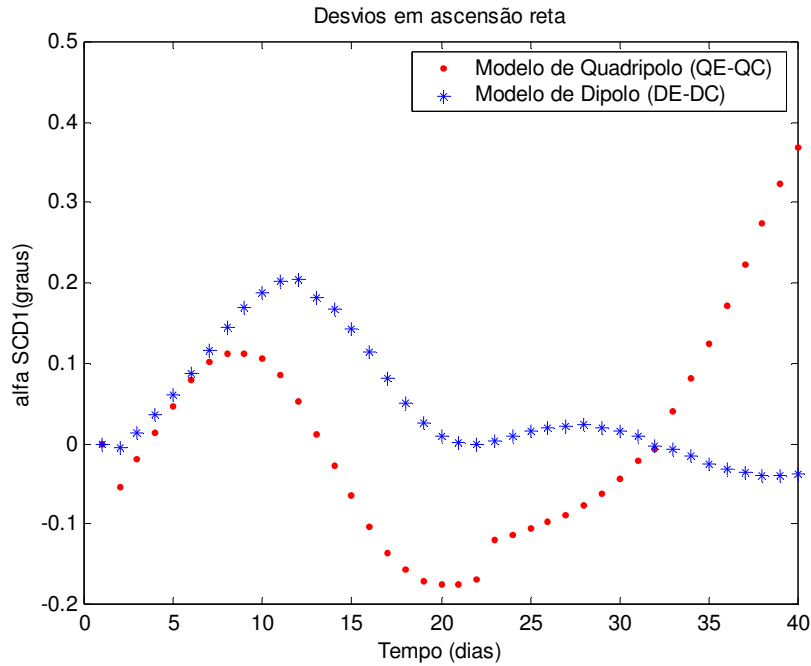


Figura 12: Desvios encontrados para ascensão reta do eixo de rotação para 40 dias, para modelos de quadripolo e dipolo com relação à órbita elíptica e circular.

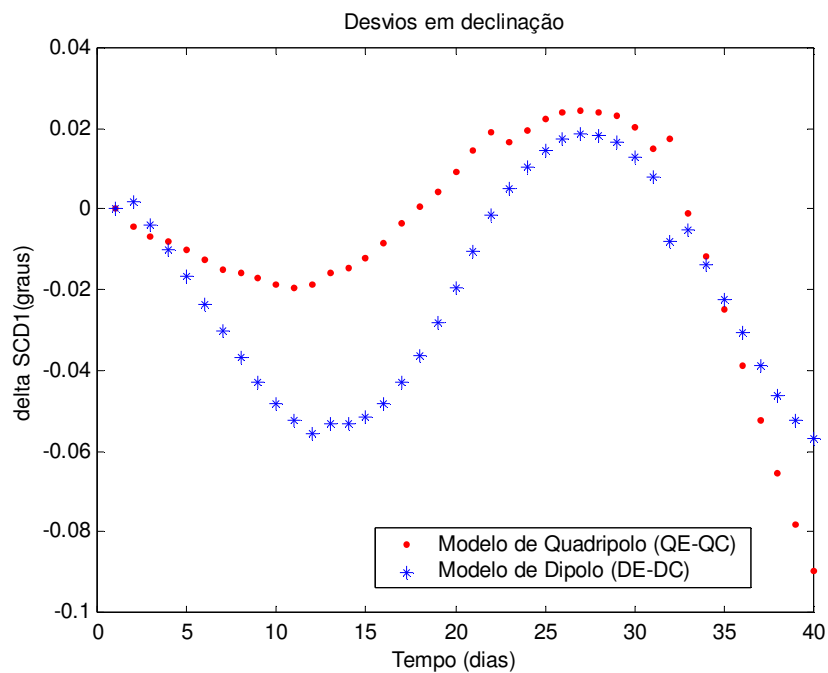


Figura 13: Desvios encontrados para declinação do eixo de rotação para 40 dias, para modelos de quadripolo e dipolo com relação à órbita elíptica e circular.

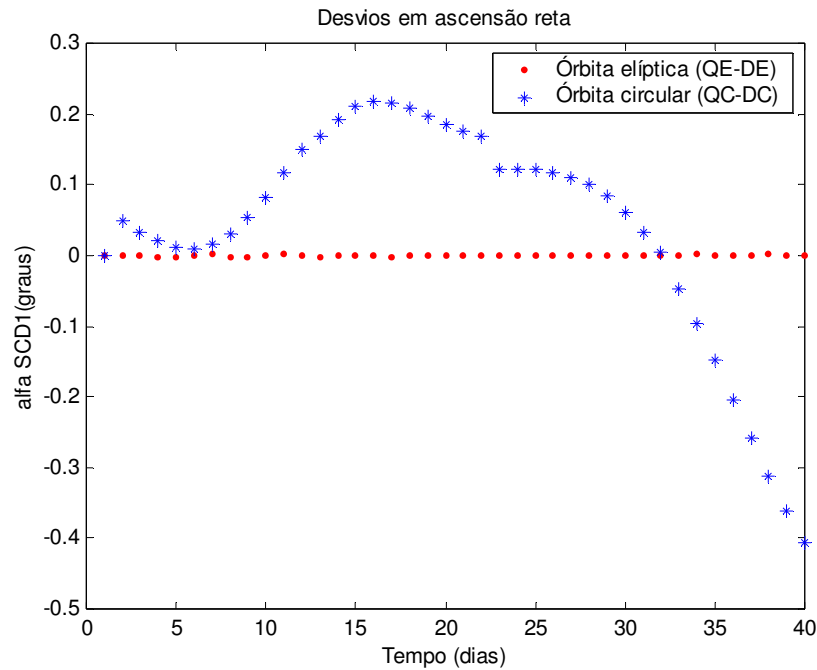


Figura 14: Desvios encontrados para ascensão reta do eixo de rotação para 40 dias, para órbitas elíptica e circular com relação aos modelos de quadripolo e dipolo.

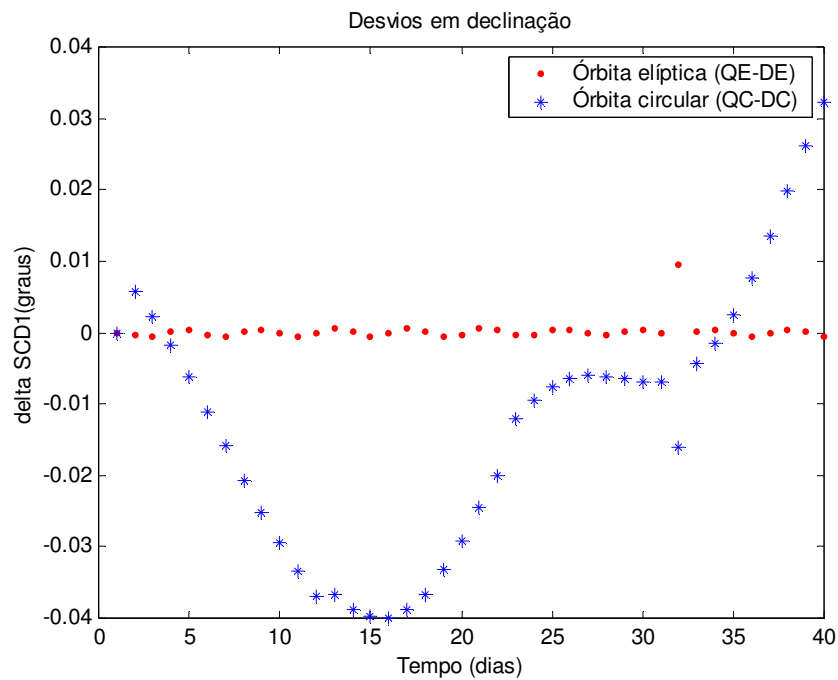


Figura 15: Desvios encontrados para declinação do eixo de rotação para 40 dias, para órbitas elíptica e circular com relação aos modelos de quadripolo e dipolo.

Tabela 12: Valores da Média e do Desvio Padrão do erro entre os diversos modelos analisados para os valores de α e δ do satélite SCD1.

		Média (°)	Desvio padrão (°)
Modelo de quadripolo	$\alpha_{QE}-\alpha_{QC}$	$8,41127462 \cdot 10^{-3}$	$1,36851747 \cdot 10^{-1}$
	$\delta_{QE}-\delta_{QC}$	$-7,74439728 \cdot 10^{-3}$	$2,73046575 \cdot 10^{-2}$
Modelo de dipolo	$\alpha_{DE}-\alpha_{DC}$	$4,73929264 \cdot 10^{-2}$	$7,50514784 \cdot 10^{-2}$
	$\delta_{DE}-\delta_{DC}$	$-2,04160973 \cdot 10^{-2}$	$2,51981247 \cdot 10^{-2}$
Órbita elíptica	$\alpha_{QE}-\alpha_{DE}$	$-3,60453848 \cdot 10^{-4}$	$1,07490041 \cdot 10^{-3}$
	$\delta_{QE}-\delta_{DE}$	$2,10315054 \cdot 10^{-4}$	$1,55840832 \cdot 10^{-3}$
Órbita circular	$\alpha_{QC}-\alpha_{DC}$	$3,86211979 \cdot 10^{-2}$	$1,59938565 \cdot 10^{-1}$
	$\delta_{QC}-\delta_{DC}$	$-1,24613850 \cdot 10^{-2}$	$1,87454807 \cdot 10^{-2}$

7.2.1.2 Erro de Apontamento

Para simular o erro gerado na direção do eixo de rotação proveniente do programa desenvolvido, é necessário obter o ângulo entre a direção do eixo de rotação calculado pela teoria e a direção do eixo de rotação fornecido pelo CCS, o qual é denominado de erro de apontamento. Para isso são necessários os seguintes passos:

1º Calcular a direção do eixo de rotação (\hat{k}_{CCS}) em relação ao sistema equatorial (com dados fornecidos pelo CCS), que a partir de (3.3) é dada por:

$$\hat{k}_{CCS} = \cos \delta_{CCS} \cos \alpha_{CCS} \hat{I} + \cos \delta_{CCS} \sin \alpha_{CCS} \hat{J} + \sin \delta_{CCS} \hat{K}$$

2º Calcular a direção do eixo de rotação (\hat{k}) em relação ao sistema equatorial ($\hat{I}, \hat{J}, \hat{K}$) calculado através dos α e δ da presente teoria, também através de (3.3):

$$\hat{k} = \cos \delta \cos \alpha \hat{I} + \cos \delta \sin \alpha \hat{J} + \sin \delta \hat{K}$$

Desta forma, o erro de apontamento θ pode ser obtido através do produto escalar entre os vetores \hat{k}_{CCS} e \hat{k} :

$$\theta = \cos^{-1} (\hat{k}_{CCS} \bullet \hat{k})$$

O erro de apontamento durante o período de teste referente a 40 dias, considerando os modelos de quadripolo e dipolo para órbitas elíptica e circular, é apresentado nas figuras 16 e 17. O erro médio de apontamento ficou em torno de $0,36^\circ$, para os modelos considerados, em relação à atitude calculada pelo CCS, sendo pequenas as diferenças entre as médias calculadas.

Este resultado é significativo, uma vez que está dentro da faixa de precisão da determinação de atitude do CCS, que é de $0,5^\circ$.

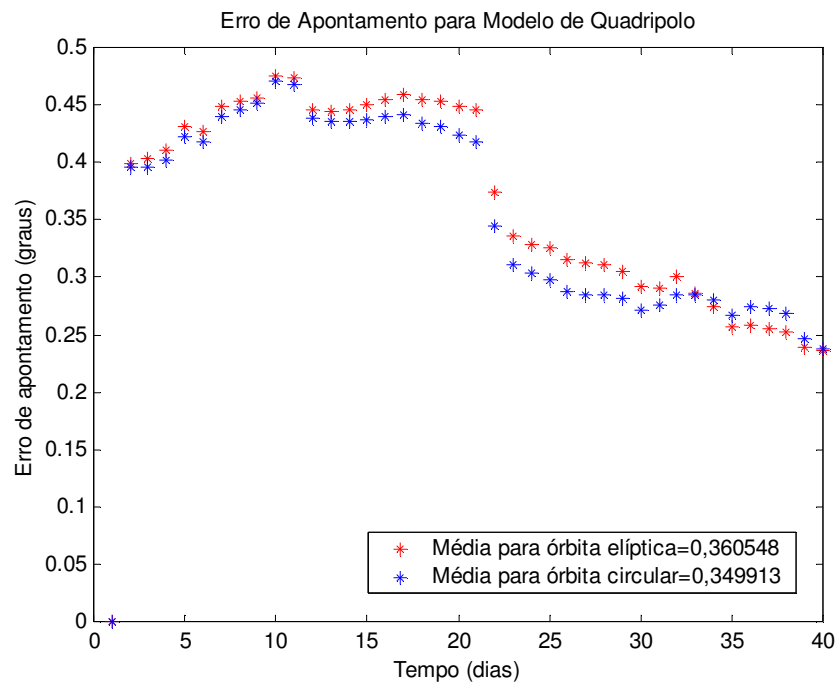


Figura 16: Erro de apontamento durante 40 dias para o SCD1.

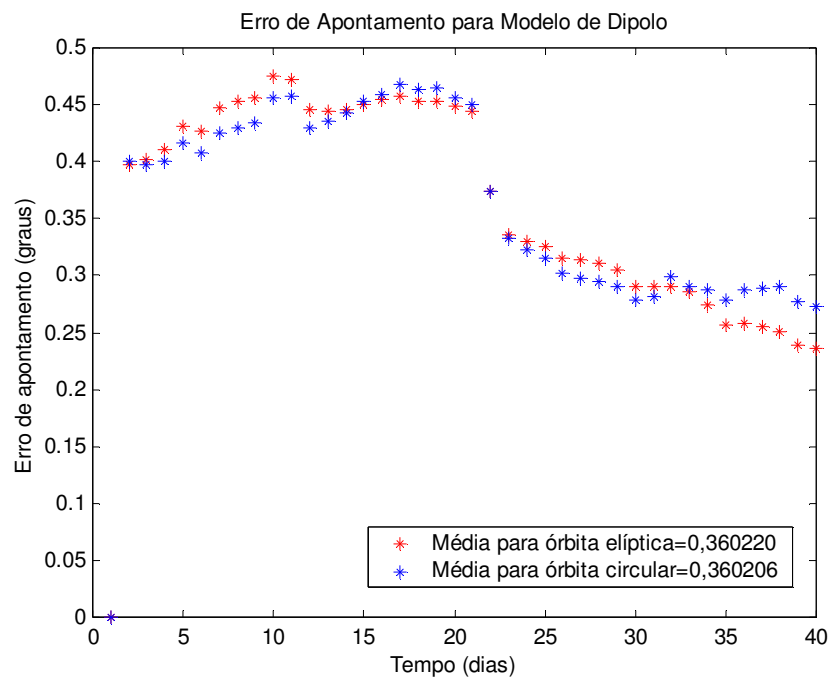


Figura 17: Erro de apontamento durante 40 dias para o SCD1.

7.2.2 Resultados sem atualização da atitude

Nesta segunda aplicação ao satélite SCD1, são atualizados diariamente somente os elementos orbitais e a velocidade de rotação no propagador de atitude desenvolvido. A ascensão reta e a declinação do eixo de rotação são mantidos iguais aos valores obtidos pela teoria durante todo o período considerado.

Foi analisado o comportamento de α e δ para os modelos de quadripolo e dipolo com órbitas elíptica e circular. A análise é feita durante um período de 11 dias, de 22/08/1993 à 01/09/1993, no qual não houve atualização dos dados de atitude (α e δ).

Pela tabela 13 percebe-se pouca variação de α e δ para o modelo de quadripolo com órbita elíptica sem a atualização dos dados de atitude, sendo que a média do erro permaneceu em torno de $1,6^\circ$ para a ascensão reta e $1,1^\circ$ para a declinação do eixo de rotação durante o período considerado. Este valor decresce, como esperado, conforme se diminui o intervalo de tempo considerado.

As figuras 18 e 19 mostram os desvios encontrados para ascensão reta e declinação do eixo de rotação durante o período de teste, sem a atualização dos dados de atitude para o satélite SCD1.

Para o mesmo período o modelo de dipolo com órbita elíptica apresenta o mesmo comportamento com órbita circular (ver tabela 14).

O modelo de quadripolo com órbita circular (tabela 15) apresentou resultados mais satisfatórios para α quando comparado com o modelo de quadripolo com órbita elíptica (tabela 13), dipolo com órbita elíptica (tabela 14) e dipolo com órbita circular (tabela 16), para os 11 dias analisados. No entanto, δ mostrou-se mais adequado para o modelo de quadripolo com órbita elíptica.

Tabela 13: Valores de α e δ fornecidos pelo CCS, valores calculados pelo modelo de quadripolo com órbita elíptica (QE) e os correspondentes desvios encontrados para o SCD1 com a não atualização dos dados fornecidos pelo CCS.

Dia	α_{CCS} ($^{\circ}$)	α_{QE} ($^{\circ}$)	$\alpha_{\text{CCS}} - \alpha_{\text{QE}}$ ($^{\circ}$)	δ_{CCS} ($^{\circ}$)	δ_{QE} ($^{\circ}$)	$\delta_{\text{CCS}} - \delta_{\text{QE}}$ ($^{\circ}$)
22 /08 /93	282,70	282,700000	0,0000	79,64	79,640000	0,0000
23 /08 /93	282,67	282,700159	-0,0302	79,35	79,639886	-0,2899
24 /08 /93	283,50	282,699947	0,8001	79,22	79,639416	-0,4194
25 /08 /93	283,01	282,700441	0,3096	78,95	79,639471	-0,6895
26 /08 /93	282,43	282,701475	-0,2715	78,70	79,639907	-0,9399
27 /08 /93	281,76	282,701926	-0,9419	78,48	79,639830	-1,1598
28 /08 /93	281,01	282,701866	-1,6919	78,27	79,639304	-1,3693
29 /08 /93	280,18	282,702400	-2,5224	78,08	79,639225	-1,5592
30 /08 /93	279,29	282,703577	-3,4136	77,91	79,639637	-1,7296
31 /08 /93	278,34	282,704318	-4,3643	77,78	79,639662	-1,8597
01 /09/ 93	277,36	282,704411	-5,3444	77,67	79,639122	-1,9691

	Período (dias)	Média ($^{\circ}$)	Desvio-Padrão ($^{\circ}$)
$\alpha_{\text{CCS}} - \alpha_{\text{QE}}$	11	-1,5882	2,0600
	5	0,1616	0,4123
	3	0,2566	0,4709
	2	-0,0151	0,0213
$\delta_{\text{CCS}} - \delta_{\text{QE}}$	11	-1,0896	0,6737
	5	-0,4677	0,3622
	3	-0,2364	0,2148
	2	-0,1449	0,2050

Tabela 14: Valores de α e δ fornecidos pelo CCS, valores calculados pelo modelo de dipolo com órbita elíptica (DE) e os correspondentes desvios encontrados para o SCD1 com a não atualização dos dados fornecidos pelo CCS.

Dia	α_{CCS} ($^{\circ}$)	α_{DE} ($^{\circ}$)	$\alpha_{\text{CCS}} - \alpha_{\text{DE}}$ ($^{\circ}$)	δ_{CCS} ($^{\circ}$)	δ_{DE} ($^{\circ}$)	$\delta_{\text{CCS}} - \delta_{\text{DE}}$ ($^{\circ}$)
22 /08 /93	282,70	2,82700000	0,0000	79,64	79,64000000	0,0000
23 /08 /93	282,67	2,82700000	-0,0300	79,35	79,64000003	-0,2900
24 /08 /93	283,50	2,82700001	0,8000	79,22	79,64000005	-0,4200
25 /08 /93	283,01	2,82700001	0,3100	78,95	79,64000007	-0,6900
26 /08 /93	282,43	2,82700002	-0,2700	78,70	79,64000010	-0,9400
27 /08 /93	281,76	2,82700002	-0,9400	78,48	79,64000012	-1,1600
28 /08 /93	281,01	2,82700003	-1,6900	78,27	79,64000014	-1,3700
29 /08 /93	280,18	2,82700003	-2,5200	78,08	79,64000016	-1,5600
30 /08 /93	279,29	2,82700004	-3,4100	77,91	79,64000019	-1,7300
31 /08 /93	278,34	2,82700004	-4,3600	77,78	79,64000021	-1,8600
01 /09/ 93	277,36	2,82700005	-5,3400	77,67	79,64000023	-1,9700

	Período (dias)	Média ($^{\circ}$)	Desvio-Padrão ($^{\circ}$)
$\alpha_{\text{CCS}} - \alpha_{\text{DE}}$	11	-1,5864	2,0584
	5	0,1620	0,4119
	3	0,2567	0,4708
	2	-0,0150	0,0212
$\delta_{\text{CCS}} - \delta_{\text{DE}}$	11	-1,0900	0,6738
	5	-0,4680	0,3623
	3	-0,2367	0,2150
	2	-0,1450	0,2051

Tabela 15: Valores de α e δ fornecidos pelo CCS, valores calculados pelo modelo de quadripolo com órbita circular (QC) e os correspondentes desvios encontrados para o SCD1 com a não atualização dos dados fornecidos pelo CCS.

Dia	α_{CCS} ($^{\circ}$)	α_{QC} ($^{\circ}$)	$\alpha_{\text{CCS}} - \alpha_{\text{QC}}$ ($^{\circ}$)	δ_{CCS} ($^{\circ}$)	δ_{QC} ($^{\circ}$)	$\delta_{\text{CCS}} - \delta_{\text{QC}}$ ($^{\circ}$)
22 /08 /93	282,70	282,700000	0	79,64	79,640000	0
23 /08 /93	282,67	282,721641	-0,051641	79,35	79,625125	-0,275125
24 /08 /93	283,50	282,715057	0,784943	79,22	79,617200	-0,397200
25 /08 /93	283,01	282,673686	0,336314	78,95	79,618154	-0,668154
26 /08 /93	282,43	282,587710	-0,157710	78,70	79,630291	-0,930291
27 /08 /93	281,76	282,452550	-0,692550	78,48	79,655185	-1,175185
28 /08 /93	281,01	282,263087	-1,253087	78,27	79,694000	-1,424000
29 /08 /93	280,18	282,015751	-1,835751	78,08	79,747315	-1,667315
30 /08 /93	279,29	281,709074	-2,419074	77,91	79,814993	-1,904993
31 /08 /93	278,34	281,343930	-3,003930	77,78	79,896164	-2,116164
01 /09/ 93	277,36	280,924018	-3,564018	77,67	79,989178	-2,319178

	Período (dias)	Média ($^{\circ}$)	Desvio- Padrão ($^{\circ}$)
$\alpha_{\text{CCS}} - \alpha_{\text{QC}}$	11	-1,07786398	1,44826306
	5	0,1824	0,3842
	3	0,2444	0,4688
	2	-0,0258	0,0365
$\delta_{\text{CCS}} - \delta_{\text{QC}}$	11	-1,17069135	0,78384586
	5	-0,4542	0,3585
	3	-0,2241	0,2035
	2	-0,1376	0,1945

Tabela 16: Valores de α e δ fornecidos pelo CCS, valores calculados pelo modelo de dipolo com órbita circular (DC) e os correspondentes desvios encontrados para o SCD1 com a não atualização dos dados fornecidos pelo CCS.

Dia	α_{CCS} (°)	α_{DC} (°)	$\alpha_{\text{CCS}} - \alpha_{\text{DC}}$ (°)	δ_{CCS} (°)	δ_{DC} (°)	$\delta_{\text{CCS}} - \delta_{\text{DC}}$ (°)
22 /08 /93	282,70	282,700000	0	79,64	79,64000000	0
23 /08 /93	282,67	282,700000	-0,030000	79,35	79,64000003	-0,290000
24 /08 /93	283,50	282,700001	0,799999	79,22	79,64000005	-0,420000
25 /08 /93	283,01	282,700001	0,309999	78,95	79,64000007	-0,690000
26 /08 /93	282,43	282,700002	-0,270002	78,70	79,64000010	-0,940000
27 /08 /93	281,76	282,700002	-0,940002	78,48	79,64000012	-1,160000
28 /08 /93	281,01	282,700003	-1,690003	78,27	79,64000014	-1,370000
29 /08 /93	280,18	282,700003	-2,520003	78,08	79,64000016	-1,560000
30 /08 /93	279,29	282,700004	-3,410004	77,91	79,64000019	-1,730000
31 /08 /93	278,34	282,700004	-4,360004	77,78	79,64000021	-1,860000
01 /09 /93	277,36	282,700005	-5,340005	77,67	79,64000023	-1,970000

	Período (dias)	Média (°)	Desvio- Padrão (°)
$\alpha_{\text{CCS}} - \alpha_{\text{DC}}$	11	-1,58636605	2,05842950
	5	0,16199911	0,41191026
	3	0,25666624	0,47077913
	2	-0,01500021	0,02121349
$\delta_{\text{CCS}} - \delta_{\text{DC}}$	11	-1,09000012	0,67383982
	5	-0,46800005	0,36231206
	3	-0,23666669	0,21501940
	2	-0,14500001	0,20506098

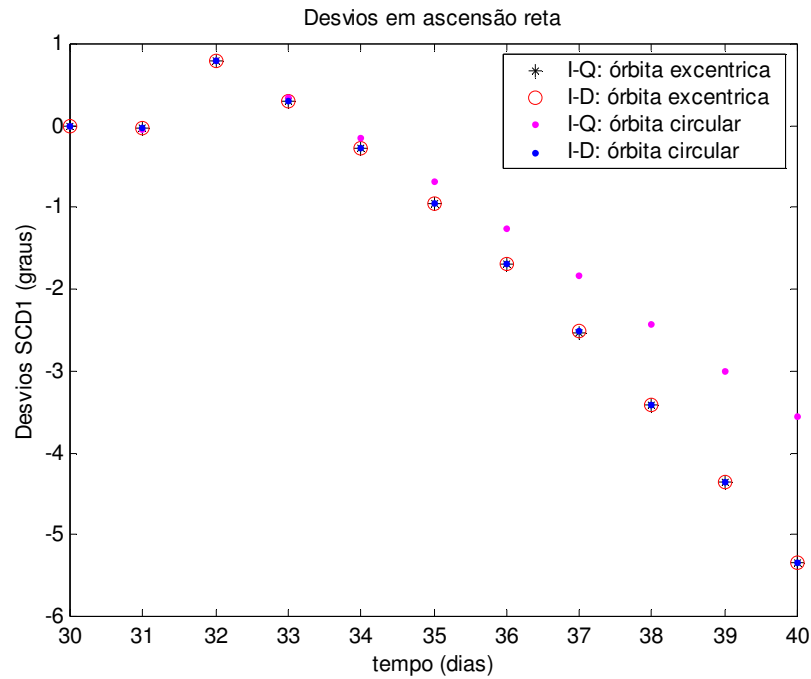


Figura 18: Desvios encontrados para ascensão reta do eixo de rotação, sem atualização da atitude para 11 dias (SCD1).

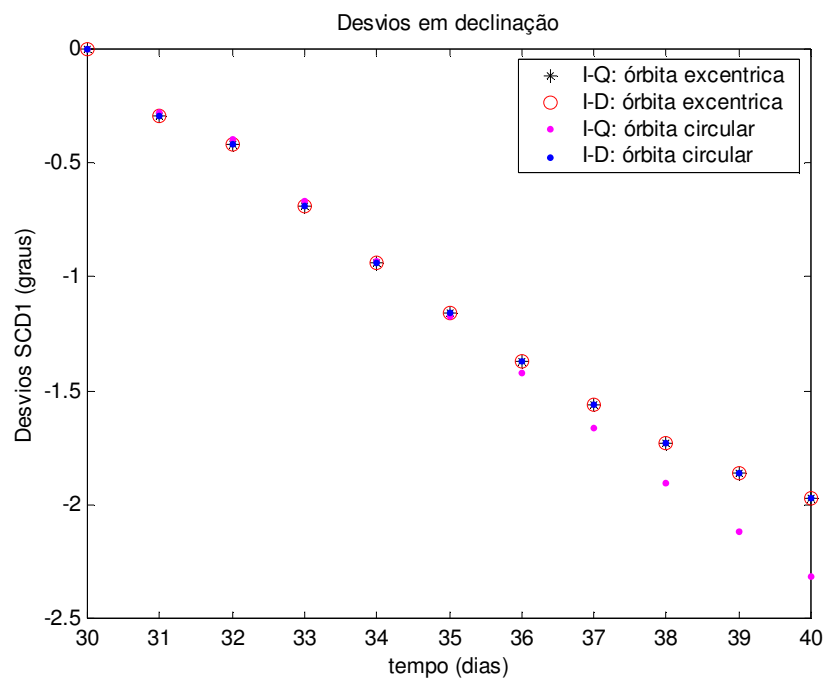


Figura 19: Desvios encontrados para declinação do eixo de rotação, sem atualização da atitude para 11 dias (SCD1).

7.2.2.1 Erro de Apontamento

A média do erro de apontamento, para os modelos de quadripolo e dipolo com órbitas elíptica e circular, é apresentada nas figuras 20 e 21. Observa-se que a média do erro sem atualização dos dados para os 11 dias ficou em torno de $1,2^\circ$, sendo que o erro de apontamento foi menor para o modelo de quadripolo com órbita elíptica quando comparado com o mesmo modelo com órbita circular e com o modelo de dipolo com órbita elíptica e circular.

Houve, portanto um aumento no erro de apontamento em relação ao procedimento anterior com a atualização diária dos dados. No entanto durante o período de 24 horas observa-se que o erro de apontamento permanece dentro da faixa de precisão do CCS de $0,5^\circ$, como observado na propagação com atualização. Este erro também é menor para intervalos de tempo de até 5 dias.

Assim, o período para o qual a teoria desenvolvida pode ser utilizada sem a atualização dos dados depende da precisão requerida pela missão espacial.

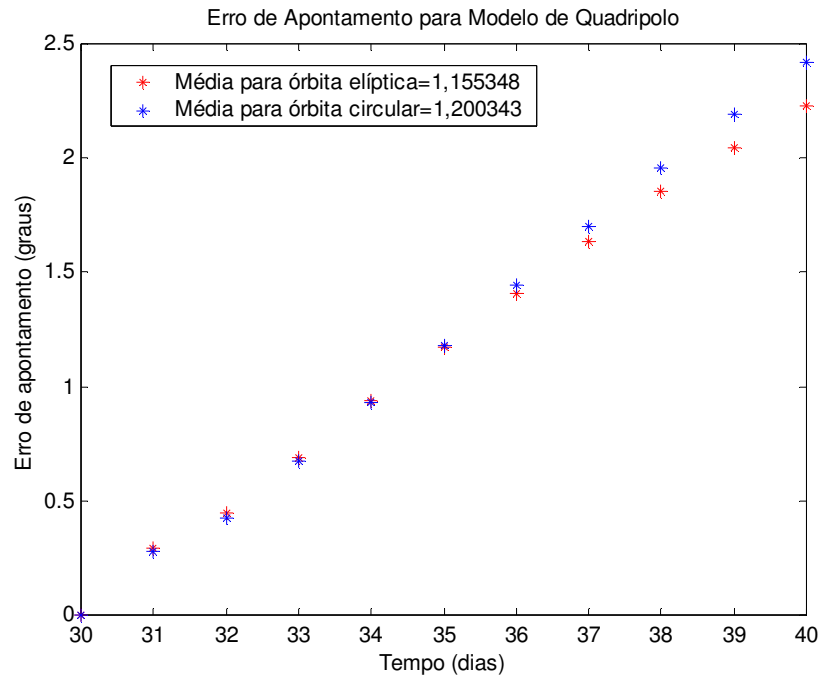


Figura 20: Erro de apontamento sem atualização dos dados durante 11 dias para o SCD1.

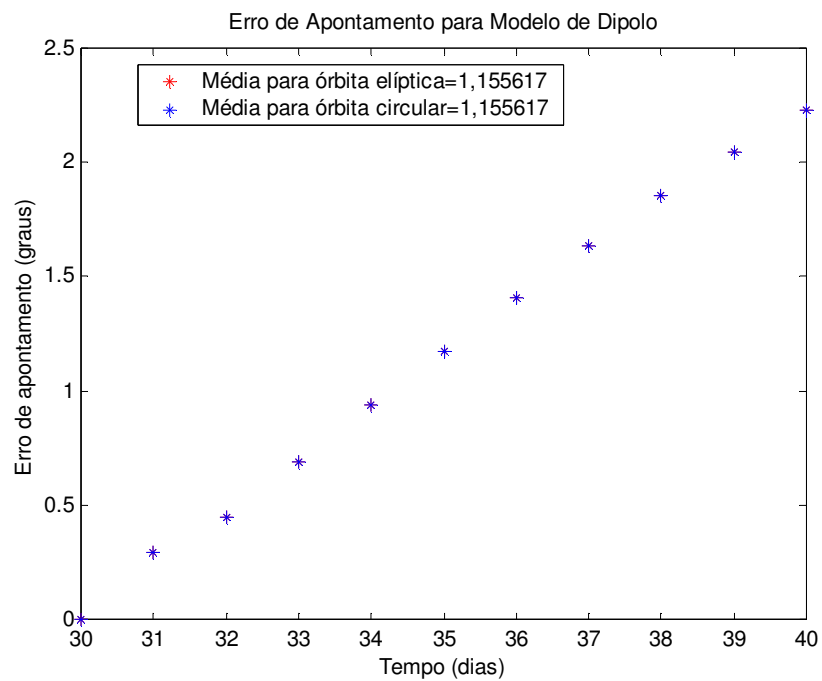


Figura 21: Erro de apontamento sem atualização dos dados durante 11 dias para o SCD1.

7.3. RESULTADOS PARA O SATÉLITE SCD2

Nesta seção apresentam-se os resultados obtidos para o satélite SCD2. As condições iniciais de atitude foram tomadas para data de 01 de Fevereiro de 2002 às 00:00:00 GMT, fornecidas pelo CCS. Analogamente ao SCD1, a longitude do nodo ascendente e o argumento do perigeu fornecidos pelo CCS foram atualizados a cada período orbital dentro do propagador de atitude desenvolvido, considerando as principais influências do achatamento da Terra. Essa abordagem é típica da operação do CCS onde o sistema de determinação de órbita opera independentemente do sistema de determinação de atitude, e fornece dados orbitais para posterior previsão de atitude. Durante o período de teste foram realizadas 6 atualizações de atitude, sendo que nestes instantes os dados calculados foram substituídos pelos dados fornecidos pelo CCS.

7.3.1 Resultados com atualização de dados fornecidos pelo CCS

Nesta aplicação ao SCD2 foram feitas atualizações diárias no propagador de atitude desenvolvido tanto dos elementos orbitais como do módulo da velocidade de rotação, ascensão reta e declinação do eixo de rotação.

São apresentados nas tabelas 17 e 18 os valores das variáveis de atitude α e δ fornecidas pelo CCS, e os valores calculados pelos modelos de dipolo e quadripolo para o campo geomagnético, considerando as teorias desenvolvidas para órbitas circular e elíptica. Nas figuras 22 e 23 encontra-se o comportamento de α e δ obtidos pelo propagador de atitude desenvolvido para os modelos de dipolo e quadripolo para as órbitas elíptica e circular, juntamente com os dados fornecidos pelo CCS.

Pelos resultados obtidos para a ascensão reta e declinação do eixo de rotação, pode-se verificar que o comportamento para os modelos de dipolo e quadripolo com órbita excêntrica e circular apresentam uma boa concordância com os valores obtidos pelo CCS nos primeiros 20 dias do período de teste. A partir da 4ª atuação do controle estes resultados para os modelos se distanciam dos valores reais do SCD2. As

diferenças entre os modelos e órbitas são pouco significativas (ver tabelas 17 e 18, figura 22 e 23), e isso se deve ao fato da órbita do SCD2 ser quase circular (excentricidade = 0,00175).

A tabela 19 mostra os valores calculados de α e δ pelo modelo de vetor de dipolo para o campo geomagnético, utilizando somente o torque magnético residual. As figuras 24 e 25 salientam os resultados obtidos para órbitas excêntricas, apresentando a comparação entre os comportamentos de α e δ fornecidos pelo CCS e os valores calculados pelos modelos de dipolo e quadripolo para o campo geomagnético e pelo vetor de dipolo com órbita excêntrica.

Para o vetor de dipolo se repete o comportamento do SCD1, sendo os resultados obtidos melhores para a ascensão reta do que para a declinação do eixo de rotação.

Pelas figuras 24, 25 e tabela 19, é possível observar que o comportamento para a ascensão reta e declinação do eixo de rotação para o modelo de vetor de dipolo permanece igual aos demais modelos principalmente nos primeiros 20 dias. A partir da 4ª atuação do controle os valores calculados para o modelo de vetor de dipolo se distanciam dos demais modelos, e isto pode ser explicado uma vez que na abordagem analítica realizada por Quirelli (2002) foi consideradas expansões até 2ª ordem na excentricidade, diferente da realizada neste trabalho.

Tabela 17: Valores de α fornecido pelo CCS e valores calculados pelos modelos de quadripolo (índice Q) e dipolo (índice D) considerando as órbitas elíptica (E) e circular (C) para o SCD2.

Dia	$\alpha_{\text{CCS}} (^{\circ})$	$\alpha_{\text{QE}} (^{\circ})$	$\alpha_{\text{DE}} (^{\circ})$	$\alpha_{\text{QC}} (^{\circ})$	$\alpha_{\text{DC}} (^{\circ})$
01/02/02	281,72	281,720000	281,720000	281,720000	281,720000
02/02/02	281,53	281,720073	281,720000	281,703819	281,723495
03/02/02	281,38	281,529898	281,530000	281,521186	281,531818
04/02/02	281,28	281,379745	281,380000	281,380459	281,379804
05/02/02	280,05	280,05	280,05	280,05	280,05
06/02/02	280,06	280,050026	280,050000	280,059450	280,048347
07/02/02	280,09	280,059980	280,060000	280,075108	280,057479
08/02/02	280,13	280,089920	280,090000	280,111219	280,086605
09/02/02	280,18	280,129963	280,130000	280,157545	280,125761
10/02/02	280,25	280,180034	280,180000	280,213770	280,174987
11/02/02	280,31	280,250003	280,250000	280,289574	280,244310
12/02/02	278,71	278,71	278,71	278,71	278,71
13/02/02	278,73	278,709999	278,710000	278,711301	278,709857
14/02/02	278,74	278,730001	278,730000	278,731372	278,729854
15/02/02	278,74	278,740001	278,740000	278,741400	278,739856
16/02/02	278,72	278,739999	278,740000	278,741384	278,739862
17/02/02	278,68	278,719999	278,720000	278,721323	278,719873
18/02/02	278,63	278,680001	278,680000	278,681219	278,679888
19/02/02	278,57	278,630001	278,630000	278,631078	278,629906
20/02/02	278,50	278,569999	278,570000	278,570907	278,569926
21/02/02	278,42	278,499999	278,500000	278,500714	278,499948
22/02/02	278,33	278,420001	278,420000	278,420511	278,419969
23/02/02	278,23	278,330002	278,330000	278,330309	278,329990
24/02/02	276,60	276,60	276,60	276,60	276,60
25/02/02	276,42	276,599967	276,600000	276,594763	276,601677
26/02/02	276,20	276,420058	276,420000	276,402989	276,422458
27/02/02	275,94	276,200130	276,200000	276,174322	276,202922
28/02/02	275,64	275,940063	275,940000	275,908915	275,943061
01/03/02	273,75	273,75	273,75	273,75	273,75
02/03/02	273,39	273,750071	273,750000	273,709633	273,752102
03/03/02	272,97	273,390126	273,390000	273,353788	273,391523
04/03/02	272,52	272,970097	272,970000	272,940179	272,970870
05/03/02	271,63	271,63	271,63	271,63	271,63
06/03/02	271,14	271,630076	271,630000	271,616747	271,629813
07/03/02	270,63	271,140098	271,140000	271,134284	271,139613
08/03/02	270,07	270,630089	270,630000	270,630715	270,629642
09/03/02	269,49	270,070088	270,070000	270,075433	270,069945
10/03/02	268,87	269,490090	269,490000	269,498098	269,490506
11/03/02	268,24	268,870077	268,870000	268,878545	268,871318
12/03/02	267,84	268,240078	268,240000	268,246693	268,242266

Tabela 18: Valores de δ fornecido pelo CCS e valores calculados pelos modelos de quadripolo (índice Q) e dipolo (índice D) considerando as órbitas elíptica (E) e circular (C) para o SCD2.

Dia	$\delta_{\text{CCS}} (^{\circ})$	$\delta_{\text{QE}} (^{\circ})$	$\delta_{\text{DE}} (^{\circ})$	$\delta_{\text{QC}} (^{\circ})$	$\delta_{\text{DC}} (^{\circ})$
01/02/02	62,74	62,740000	62,740000	62,740000	62,740000
02/02/02	62,98	62,740431	62,740000	62,753478	62,748678
03/02/02	63,21	62,979990	62,980000	62,989307	62,984544
04/02/02	63,43	63,209599	63,210000	63,213534	63,209508
05/02/02	63,39	63,39	63,39	63,39	63,39
06/02/02	63,46	63,390167	63,390000	63,385294	63,385326
07/02/02	63,53	63,460031	63,460000	63,451443	63,452901
08/02/02	63,58	63,529858	63,530000	63,517190	63,520495
09/02/02	63,63	63,579973	63,580000	63,562690	63,568207
10/02/02	63,67	63,630162	63,630000	63,608171	63,616153
11/02/02	63,79	63,670069	63,670000	63,643833	63,654419
12/02/02	63,47	63,47	63,47	63,47	63,47
13/02/02	63,45	63,469998	63,470000	63,469153	63,469536
14/02/02	63,42	63,450004	63,450000	63,449092	63,449526
15/02/02	63,39	63,420003	63,420000	63,419058	63,419532
16/02/02	63,36	63,389997	63,390000	63,389053	63,389552
17/02/02	63,33	63,359998	63,360000	63,359078	63,359586
18/02/02	63,31	63,330003	63,330000	63,329132	63,329632
19/02/02	63,29	63,310003	63,310000	63,309213	63,319689
20/02/02	63,27	63,289998	63,290000	63,289315	63,289754
21/02/02	63,25	63,269996	63,270000	63,269433	63,269824
22/02/02	63,24	63,250002	63,250000	63,249561	63,249896
23/02/02	63,23	63,240004	63,240000	63,239690	63,239966
24/02/02	61,22	61,22	61,22	61,22	61,22
25/02/02	61,03	61,219639	61,220000	61,213573	61,227958
26/02/02	60,83	61,030046	61,030000	61,031830	61,042089
27/02/02	60,62	60,830388	60,830000	60,838170	60,845006
28/02/02	60,42	60,620019	60,620000	60,632399	60,636556
01/03/02	59,38	59,38	59,38	59,38	59,38
02/03/02	59,11	59,379924	59,380000	59,397503	59,398970
03/03/02	58,84	59,110452	59,110000	59,125223	59,125369
04/03/02	58,57	58,840130	58,840000	58,851180	58,850129
05/03/02	58,25	58,25	58,25	58,25	58,25
06/03/02	58,00	58,249800	58,250000	58,249977	58,245928
07/03/02	57,75	58,000395	58,000000	57,994317	57,987843
08/03/02	57,52	57,750081	57,750000	57,739091	57,729440
09/03/02	57,31	57,519540	57,520000	57,504762	57,491214
10/03/02	57,11	57,309818	57,310000	57,291597	57,273518
11/03/02	57,00	57,110378	57,110000	57,089780	57,066746
12/03/02	56,77	56,940174	56,940000	56,919654	56,891932

Tabela 19: Valores de α e δ fornecido pelo CCS e valores calculados (índice VDR) pelo modelo de vetor de dipolo para o SCD2.

Dia	α_{CCS} (°)	α_{VDR} (°)	δ_{CCS} (°)	δ_{VDR} (°)
01/02/02	281,72	281,720000	62,74	62,740000
02/02/02	281,53	281,220295	62,98	62,736864
03/02/02	281,38	281,028974	63,21	62,971087
04/02/02	281,28	280,908266	63,43	63,194655
05/02/02	280,05	280,05	63,39	63,39
06/02/02	280,06	279,932159	63,46	63,381365
07/02/02	280,09	279,985907	63,53	63,448673
08/02/02	280,13	280,067635	63,58	63,514402
09/02/02	280,18	280,158509	63,63	63,560039
10/02/02	280,25	280,258463	63,67	63,604231
11/02/02	280,31	280,367946	63,79	63,638685
12/02/02	278,71	278,71	63,47	63,47
13/02/02	278,73	278,714148	63,45	63,468945
14/02/02	278,74	278,734219	63,42	63,448809
15/02/02	278,74	278,743962	63,39	63,418662
16/02/02	278,72	278,743489	63,36	63,388520
17/02/02	278,68	278,722851	63,33	63,358350
18/02/02	278,63	278,682256	63,31	63,328162
19/02/02	278,57	278,631713	63,29	63,307926
20/02/02	278,50	278,571379	63,27	63,287674
21/02/02	278,42	278,501207	63,25	63,267426
22/02/02	278,33	278,421187	63,24	63,247128
23/02/02	278,23	278,331290	63,23	63,236862
24/02/02	276,60	276,60	61,22	61,22
25/02/02	276,42	276,717150	61,03	60,895658
26/02/02	276,20	276,539305	60,83	60,687594
27/02/02	275,94	276,303494	60,62	60,471973
28/02/02	275,64	276,011215	60,42	60,248259
01/03/02	273,75	273,75	59,38	59,38
02/03/02	273,39	273,692639	59,11	58,880473
03/03/02	272,97	273,220476	58,84	58,595760
04/03/02	272,52	272,680485	58,57	58,308385
05/03/02	271,63	271,63	58,25	58,25
06/03/02	271,14	271,108211	58,00	57,712453
07/03/02	270,63	270,504885	57,75	57,455124
08/03/02	270,07	269,880843	57,52	57,200107
09/03/02	269,49	269,247450	57,31	56,974932
10/03/02	268,87	268,613769	57,11	56,775586
11/03/02	268,24	267,973242	57,00	56,590380
12/03/02	267,84	267,361316	56,77	56,446758

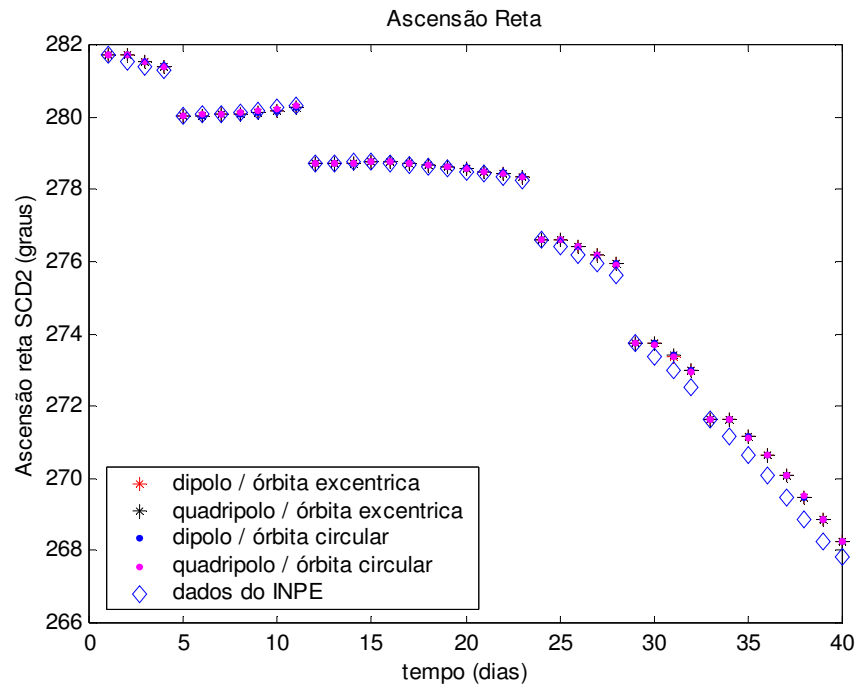


Figura 22: Ascensão reta do eixo de rotação para 40 dias (SCD2) com modelos de quadripolo e dipolo, órbitas circular e elíptica.

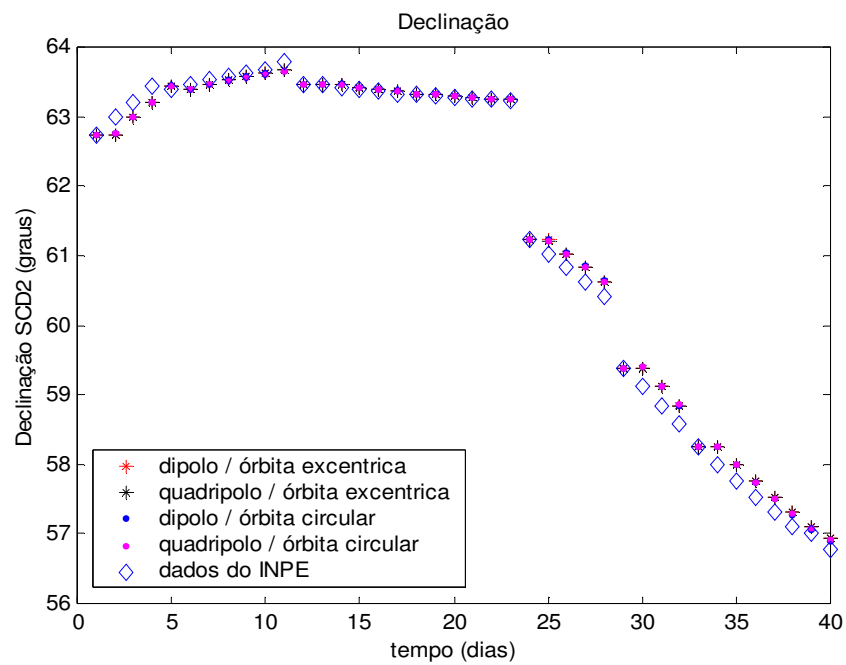


Figura 23: Declinação do eixo de rotação para 40 dias (SCD2) com modelos de quadripolo e dipolo, órbitas circular e elíptica.

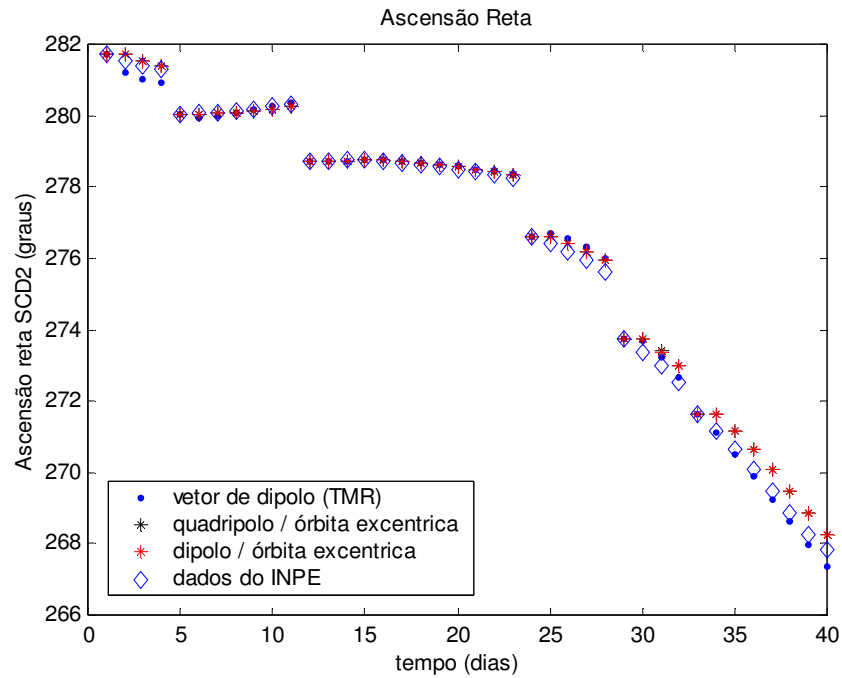


Figura 24: Ascensão reta do eixo de rotação para 40 dias (SCD2) com modelos de quadripolo, dipolo e modelo de vetor de dipolo, órbita elíptica.

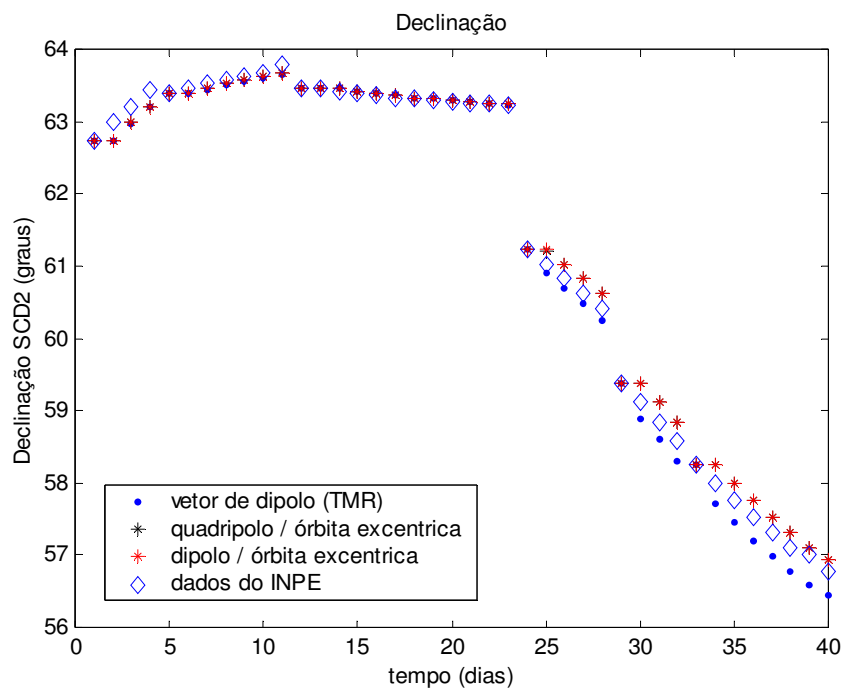


Figura 25: Declinação do eixo de rotação para 40 dias (SCD2) com modelos de quadripolo, dipolo e modelo de vetor de dipolo, órbita elíptica.

Do mesmo modo que para o SCD1, pode-se observar nas tabelas 20 e 21 os desvios encontrados entre os valores de α e δ calculados pelos modelos considerados e os valores fornecidos pelo CCS.

São apresentados nas tabelas 22 e 23 a média e o desvio padrão dos respectivos desvios calculados. Os desvios encontrados para ascensão reta e declinação do eixo de rotação durante o período de teste são mostrados nas figuras 26, 27, 28 e 29, para o satélite SCD2.

Para órbita elíptica, os comportamentos da ascensão reta e declinação do eixo de rotação do satélite se mostraram melhores na média para o modelo de dipolo com relação ao modelo de quadripolo.

Para a órbita circular foram obtidos resultados mais satisfatórios para o modelo de quadripolo apenas na ascensão reta do eixo de rotação (observe tabela 20 e figura 26). O comportamento da declinação foi melhor quando utilizado o modelo de dipolo (observe tabela 21 e figura 27). No entanto, as diferenças também não são significativas.

A órbita circular mostrou resultados mais próximos dos valores fornecidos pelo CCS, quando analisados os modelos de quadripolo e dipolo para os dois tipos de órbitas (circular e elíptica), tanto para a ascensão reta quanto para a declinação do eixo de rotação. Esta pequena diferença entre os valores obtidos para as órbitas pode ser justificada pela pequena excentricidade da órbita do SCD2.

Tabela 20: Desvios encontrados entre os valores de α fornecido pelo CCS e os valores calculados (QE, DE, QC, DC, VDR) para o SCD2.

Dia	$\alpha_{\text{CCS}}-\alpha_{\text{QE}}$ (10^{-1} °)	$\alpha_{\text{CCS}}-\alpha_{\text{DE}}$ (10^{-1} °)	$\alpha_{\text{CCS}}-\alpha_{\text{QC}}$ (10^{-1} °)	$\alpha_{\text{CCS}}-\alpha_{\text{DC}}$ (10^{-1} °)	$\alpha_{\text{CCS}}-\alpha_{\text{VDR}}$ (10^{-1} °)
01/02/02	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
02/02/02	-1,900726	-1,900002	-1,738192	-1,934953	3,097052
03/02/02	-1,498979	-1,500002	-1,411864	-1,518183	3,510264
04/02/02	-0,997448	-1,000002	-1,004585	-0,998038	3,717335
05/02/02	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
06/02/02	0,099739	0,099999	0,005499	0,116531	1,278412
07/02/02	0,300202	0,299999	0,148923	0,325207	1,040931
08/02/02	0,400800	0,399999	0,187808	0,433954	0,623649
09/02/02	0,500367	0,499999	0,224554	0,542391	0,214913
10/02/02	0,699657	0,699999	0,362296	0,750130	-0,084632
11/02/02	0,599966	0,599999	0,204259	0,656899	-0,579462
12/02/02	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
13/02/02	0,200010	0,200000	0,186989	0,201425	0,158515
14/02/02	0,099992	0,099999	0,086280	0,101455	0,057808
15/02/02	-0,000006	0,000000	-0,014003	0,001438	-0,039621
16/02/02	-0,199990	-0,200000	-0,213843	-0,198625	-0,234893
17/02/02	-0,399992	-0,400000	-0,413229	-0,398734	-0,428511
18/02/02	-0,500010	-0,500000	-0,512192	-0,498882	-0,522557
19/02/02	-0,600011	-0,600000	-0,610783	-0,599061	-0,617133
20/02/02	-0,699995	-0,700000	-0,709069	-0,699263	-0,713786
21/02/02	-0,799991	-0,800000	-0,807140	-0,799478	-0,812074
22/02/02	-0,900008	-0,900000	-0,905108	-0,899694	-0,911868
23/02/02	-1,000016	-1,000000	-1,003091	-0,999902	-1,012904
24/02/02	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
25/02/02	-1,799665	-1,800001	-1,747625	-1,816769	-2,971495
26/02/02	-2,200584	-2,200001	-2,029890	-2,224582	-3,393046
27/02/02	-2,601298	-2,600001	-2,343218	-2,629220	-3,634936
28/02/02	-3,000634	-3,000001	-2,689146	-3,030614	-3,712154
01/03/02	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
02/03/02	-3,600708	-3,600001	-3,196333	-3,621021	-3,026390
03/03/02	-4,201257	-4,200001	-3,837882	-4,215227	-2,504759
04/03/02	-4,500970	-4,500001	-4,201787	-4,508695	-1,604848
05/03/02	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
06/03/02	-4,900763	-4,900001	-4,767465	-4,898129	0,317889
07/03/02	-5,100983	-5,100001	-5,042836	-5,096131	1,251150
08/03/02	-5,600893	-5,600001	-5,607155	-5,596420	1,891572
09/03/02	-5,800876	-5,800001	-5,854326	-5,799449	2,425597
10/03/02	-6,200904	-6,200001	-6,280980	-6,205056	2,562306
11/03/02	-6,300768	-6,300001	-6,385454	-6,313177	2,667577
12/03/02	-4,000776	-4,000001	-4,066926	-4,022660	4,786842

Tabela 21: Desvios encontrados entre os valores de δ fornecido pelo CCS e os valores calculados (QE, DE, QC, DC, VDR) para o SCD2.

Dia	$\delta_{\text{CCS}} - \delta_{\text{QE}}$ (10^{-1} °)	$\delta_{\text{CCS}} - \delta_{\text{DE}}$ (10^{-1} °)	$\delta_{\text{CCS}} - \delta_{\text{QC}}$ (10^{-1} °)	$\delta_{\text{CCS}} - \delta_{\text{DC}}$ (10^{-1} °)	$\delta_{\text{CCS}} - \delta_{\text{VDR}}$ (10^{-1} °)
01/02/02	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
02/02/02	2,395689	2,399999	2,265219	2,313216	2,431364
03/02/02	2,300100	2,299999	2,206931	2,254555	2,389132
04/02/02	2,204004	2,199999	2,164664	2,204925	2,353454
05/02/02	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
06/02/02	0,698333	0,699999	0,747062	0,746740	0,786345
07/02/02	0,699691	0,699999	0,785574	0,770986	0,813273
08/02/02	0,501424	0,499999	0,628099	0,595045	0,655984
09/02/02	0,500271	0,499999	0,673097	0,617934	0,699612
10/02/02	0,398376	0,399999	0,618288	0,538471	0,657694
11/02/02	1,199308	1,199999	1,461674	1,355810	1,513150
12/02/02	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
13/02/02	-0,199982	-0,200000	-0,191531	-0,195355	-0,189454
14/02/02	-0,300038	-0,300000	-0,290924	-0,295265	-0,288087
15/02/02	-0,300029	-0,300000	-0,290583	-0,295320	-0,286623
16/02/02	-0,299972	-0,300000	-0,290530	-0,295520	-0,285198
17/02/02	-0,299976	-0,300000	-0,290781	-0,295858	-0,283499
18/02/02	-0,200033	-0,200000	-0,191323	-0,196322	-0,181621
19/02/02	-0,200034	-0,200000	-0,192127	-0,196890	-0,179259
20/02/02	-0,199977	-0,200000	-0,193149	-0,197539	-0,176738
21/02/02	-0,199964	-0,200000	-0,194332	-0,198240	-0,174259
22/02/02	-0,100017	-0,100000	-0,095608	-0,098960	-0,071279
23/02/02	-0,100043	-0,100000	-0,096899	-0,099663	-0,068624
24/02/02	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
25/02/02	-1,896394	-1,900000	-1,835735	-1,979584	1,343420
26/02/02	-2,000461	-2,000000	-2,018296	-2,120894	1,424060
27/02/02	-2,103884	-2,100000	-2,181696	-2,250061	1,480273
28/02/02	-2,000189	-2,000000	-2,123988	-2,165559	1,717415
01/03/02	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
02/03/02	-2,699242	-2,700000	-2,875034	-2,889701	2,295269
03/03/02	-2,704519	-2,700000	-2,852231	-2,853692	2,442401
04/03/02	-2,701301	-2,700000	-2,811804	-2,801291	2,616148
05/03/02	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
06/03/02	-2,498004	-2,500000	-2,499772	-2,459284	2,875471
07/03/02	-2,503952	-2,500000	-2,443165	-2,378425	2,948760
08/03/02	-2,300810	-2,300000	-2,190910	-2,094403	3,198926
09/03/02	-2,095397	-2,100000	-1,947616	-1,812143	3,350683
10/03/02	-1,998179	-2,000000	-1,815971	-1,635176	3,344137
11/03/02	-1,103785	-1,100000	-0,897804	-0,667463	4,096205
12/03/02	-1,701742	-1,700000	-1,496538	-1,219317	3,232416

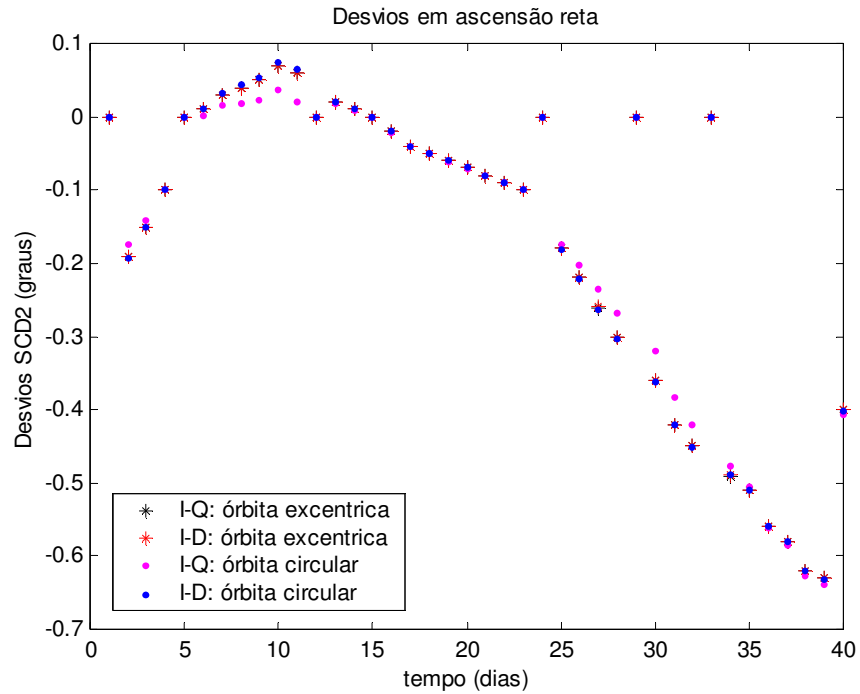


Figura 26: Desvios encontrados para ascensão reta do eixo de rotação para 40 dias (SCD2) com modelos de quadripolo e dipolo, órbitas circular e elíptica.

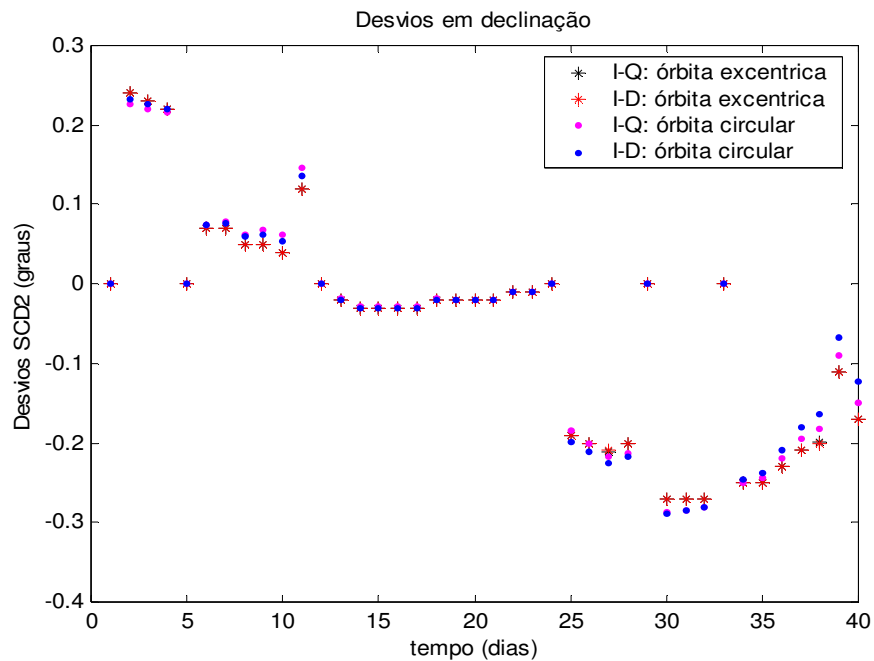


Figura 27: Desvios encontrados para declinação do eixo de rotação para 40 dias (SCD2) com modelos de quadripolo e dipolo, órbitas circular e elíptica.

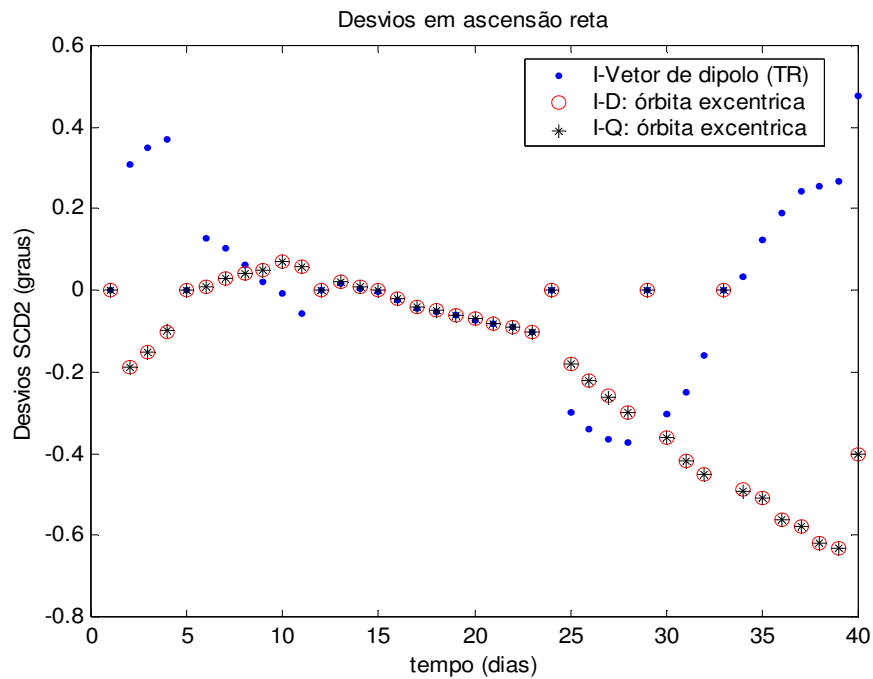


Figura 28: Desvios encontrados para ascensão reta do eixo de rotação para 40 dias (SCD2) com modelos de quadripolo, dipolo e modelo de vetor de dipolo, órbita elíptica.

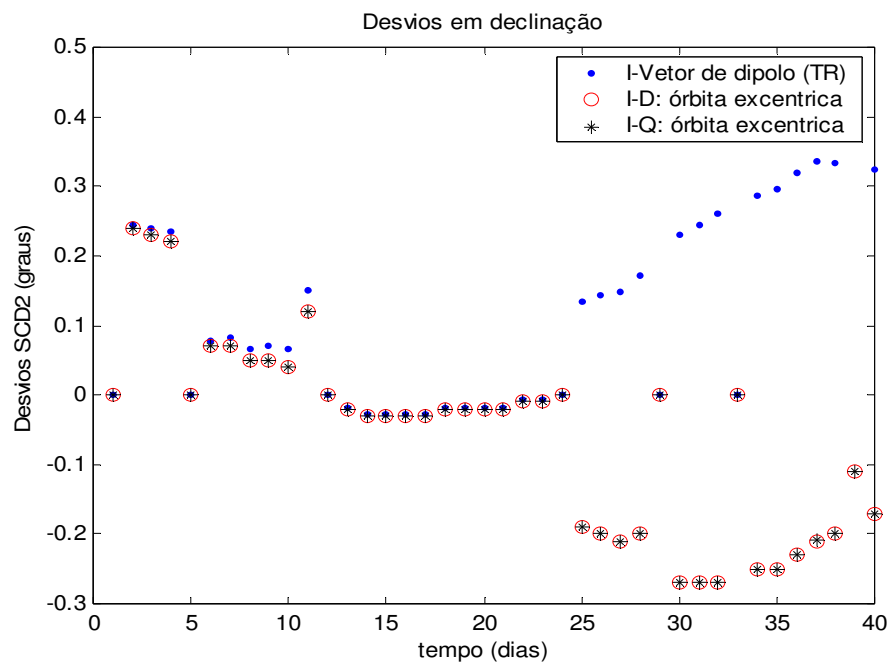


Figura 29: Desvios encontrados para declinação do eixo de rotação para 40 dias (SCD2) com modelos de quadripolo, dipolo e modelo de vetor de dipolo, órbita elíptica.

A média e desvio padrão dos erros, apresentados nas tabelas 22 e 23, comprovam os comentários anteriores, sendo as diferenças entre os modelos não significativas e de mesma ordem de grandeza. Com isso não é possível concluir com precisão a vantagem na utilização do modelo de quadripolo com relação ao modelo de dipolo para órbita excêntrica e circular para o satélite SCD2. Para a ascensão reta a ordem de grandeza do desvio foi de 10^{-1} ° e para a declinação de 10^{-2} °.

Tabela 22: Valores da Média e do Desvio Padrão do erro em relação às estimativas do CCS da ascensão reta do satélite SCD2 para os vários modelos analisados.

α (°)	Média (°)	Desvio padrão (°)
$\alpha_{\text{CCS}} - \alpha_{\text{QE}}$	$-1,66018787 \cdot 10^{-1}$	$2,18213789 \cdot 10^{-1}$
$\alpha_{\text{CCS}} - \alpha_{\text{DE}}$	$-1,66000065 \cdot 10^{-1}$	$2,18171942 \cdot 10^{-1}$
$\alpha_{\text{CCS}} - \alpha_{\text{QC}}$	$-1,64968786 \cdot 10^{-1}$	$2,11499332 \cdot 10^{-1}$
$\alpha_{\text{CCS}} - \alpha_{\text{DC}}$	$-1,65981336 \cdot 10^{-1}$	$2,19117032 \cdot 10^{-1}$
$\alpha_{\text{CCS}} - \alpha_{\text{VDR}}$	$6,99161127 \cdot 10^{-3}$	$2,00031009 \cdot 10^{-1}$

Tabela 23: Valores da Média e do Desvio Padrão do erro em relação às estimativas do CCS da declinação do satélite SCD2 para os vários modelos analisados.

δ (°)	Média (°)	Desvio padrão (°)
$\delta_{\text{CCS}} - \delta_{\text{QE}}$	$-5,45268124 \cdot 10^{-2}$	$1,39481192 \cdot 10^{-1}$
$\delta_{\text{CCS}} - \delta_{\text{DE}}$	$-5,45000154 \cdot 10^{-2}$	$1,39466941 \cdot 10^{-1}$
$\delta_{\text{CCS}} - \delta_{\text{QC}}$	$-5,18943532 \cdot 10^{-2}$	$1,40671771 \cdot 10^{-1}$
$\delta_{\text{CCS}} - \delta_{\text{DC}}$	$-5,07356006 \cdot 10^{-2}$	$1,39660877 \cdot 10^{-1}$
$\delta_{\text{CCS}} - \delta_{\text{VDR}}$	$1,16202379 \cdot 10^{-1}$	$1,36299881 \cdot 10^{-1}$

Salienta-se que como o SCD2 possui controle de atitude, foi realizada a comparação das médias e desvios padrão para cada trecho da órbita sem correção de atitude (tabelas 24 e 25), de modo a melhorar análise do modelo de quadripolo.

Para o segundo e terceiro intervalos entre a atuação do controle, observa-se que os desvios são menores com a média dos erros em α e δ da ordem de 10^{-2} ° para todos os modelos. As diferenças entre os modelos de quadripolo e dipolo não se mostraram significativas para todos os trechos.

Portanto, pela análise aqui apresentada, para o satélite SCD2, o modelo de quadripolo não apresenta vantagens significativas em relação aos demais modelos.

Tabela 24: Valores da Média e do Desvio Padrão do erro em relação às estimativas do CCS, da ascensão reta do satélite SCD2, para os vários modelos analisados por trecho.

α (°)	trecho	Média (°)	Desvio padrão (°)
$\alpha_{\text{CCS}} - \alpha_{\text{QE}}$	1°	$-1,09928821 \cdot 10^{-1}$	$8,20743744 \cdot 10^{-2}$
	2°	$3,71533089 \cdot 10^{-2}$	$2,56352210 \cdot 10^{-2}$
	3°	$-4,00001324 \cdot 10^{-2}$	$4,13414417 \cdot 10^{-2}$
	4°	$-1,92043631 \cdot 10^{-1}$	$1,16313624 \cdot 10^{-1}$
	5°	$-3,07573359 \cdot 10^{-1}$	$2,08437324 \cdot 10^{-1}$
	6°	$-4,73824524 \cdot 10^{-1}$	$2,05659261 \cdot 10^{-1}$
$\alpha_{\text{CCS}} - \alpha_{\text{DE}}$	1°	$-1,10000125 \cdot 10^{-1}$	$2,56347884 \cdot 10^{-2}$
	2°	$3,71428135 \cdot 10^{-2}$	$2,56347884 \cdot 10^{-2}$
	3°	$-4,00000012 \cdot 10^{-2}$	$4,13411528 \cdot 10^{-2}$
	4°	$-1,92000077 \cdot 10^{-1}$	$1,16275577 \cdot 10^{-1}$
	5°	$-3,07500108 \cdot 10^{-1}$	$2,08386731 \cdot 10^{-1}$
	6°	$-4,73750121 \cdot 10^{-1}$	$2,05630609 \cdot 10^{-1}$
$\alpha_{\text{CCS}} - \alpha_{\text{QC}}$	1°	$-1,03866034 \cdot 10^{-1}$	$7,54674783 \cdot 10^{-2}$
	2°	$1,61905584 \cdot 10^{-2}$	$1,27404014 \cdot 10^{-2}$
	3°	$-4,09599106 \cdot 10^{-2}$	$4,11305964 \cdot 10^{-2}$
	4°	$-1,76197575 \cdot 10^{-1}$	$1,04570897 \cdot 10^{-1}$
	5°	$-2,80900074 \cdot 10^{-1}$	$1,91824249 \cdot 10^{-1}$
	6°	$-4,75064263 \cdot 10^{-1}$	$2,07323085 \cdot 10^{-1}$
$\alpha_{\text{CCS}} - \alpha_{\text{DC}}$	1°	$-1,11279371 \cdot 10^{-1}$	$8,35018175 \cdot 10^{-2}$
	2°	$4,03587530 \cdot 10^{-2}$	$2,75642988 \cdot 10^{-2}$
	3°	$-3,99110063 \cdot 10^{-2}$	$4,13739807 \cdot 10^{-2}$
	4°	$-1,94023709 \cdot 10^{-1}$	$1,17518462 \cdot 10^{-1}$
	5°	$-3,08623578 \cdot 10^{-1}$	$2,09036342 \cdot 10^{-1}$
	6°	$-4,74137787 \cdot 10^{-1}$	$2,05673662 \cdot 10^{-1}$
$\alpha_{\text{CCS}} - \alpha_{\text{VDR}}$	1°	$2,58116270 \cdot 10^{-1}$	$1,73998652 \cdot 10^{-1}$
	2°	$3,56258730 \cdot 10^{-2}$	$6,59228911 \cdot 10^{-2}$
	3°	$-4,23085230 \cdot 10^{-2}$	$4,04651596 \cdot 10^{-2}$
	4°	$-2,74232621 \cdot 10^{-1}$	$1,55993793 \cdot 10^{-1}$
	5°	$-1,78399908 \cdot 10^{-1}$	$1,32637071 \cdot 10^{-1}$
	6°	$1,98785408 \cdot 10^{-1}$	$1,51705689 \cdot 10^{-1}$

Tabela 25: Valores da Média e do Desvio Padrão do erro em relação às estimativas do CCS, da declinação do satélite SCD2, para os vários modelos analisados por trecho.

δ (°)	trecho	Média (°)	Desvio padrão (°)
$\delta_{\text{CCS}} - \delta_{\text{QE}}$	1°	$1,72494826 \cdot 10^{-1}$	$1,15262506 \cdot 10^{-1}$
	2°	$5,71057604 \cdot 10^{-2}$	$3,63599829 \cdot 10^{-2}$
	3°	$-2,00005307 \cdot 10^{-2}$	$9,53419580 \cdot 10^{-3}$
	4°	$-1,60018548 \cdot 10^{-1}$	$8,97533880 \cdot 10^{-2}$
	5°	$-2,02626549 \cdot 10^{-1}$	$1,35084541 \cdot 10^{-1}$
	6°	$-1,77523352 \cdot 10^{-1}$	$8,52690381 \cdot 10^{-2}$
$\delta_{\text{CCS}} - \delta_{\text{DE}}$	1°	$1,72499979 \cdot 10^{-1}$	$1,15289477 \cdot 10^{-1}$
	2°	$5,71428459 \cdot 10^{-2}$	$3,63841899 \cdot 10^{-2}$
	3°	$-2,00000003 \cdot 10^{-2}$	$9,53462596 \cdot 10^{-3}$
	4°	$-1,60000019 \cdot 10^{-1}$	$8,97218028 \cdot 10^{-2}$
	5°	$-2,02500024 \cdot 10^{-1}$	$1,35000016 \cdot 10^{-1}$
	6°	$-1,77500033 \cdot 10^{-1}$	$8,53145540 \cdot 10^{-2}$
$\delta_{\text{CCS}} - \delta_{\text{QC}}$	1°	$1,65920340 \cdot 10^{-1}$	$1,10690353 \cdot 10^{-1}$
	2°	$7,01970647 \cdot 10^{-2}$	$4,26659157 \cdot 10^{-2}$
	3°	$-1,93149004 \cdot 10^{-2}$	$9,25210618 \cdot 10^{-3}$
	4°	$-1,63194300 \cdot 10^{-1}$	$9,21734008 \cdot 10^{-2}$
	5°	$-2,13476732 \cdot 10^{-1}$	$1,42341836 \cdot 10^{-1}$
	6°	$-1,66147214 \cdot 10^{-1}$	$8,51110606 \cdot 10^{-2}$
$\delta_{\text{CCS}} - \delta_{\text{DC}}$	1°	$1,69317406 \cdot 10^{-1}$	$1,12965014 \cdot 10^{-1}$
	2°	$6,60712467 \cdot 10^{-2}$	$4,00072424 \cdot 10^{-2}$
	3°	$-1,97077578 \cdot 10^{-2}$	$9,37609437 \cdot 10^{-3}$
	4°	$-1,70321959 \cdot 10^{-1}$	$9,57154563 \cdot 10^{-2}$
	5°	$-2,13617101 \cdot 10^{-1}$	$1,42457654 \cdot 10^{-1}$
	6°	$-1,53327635 \cdot 10^{-1}$	$8,59727586 \cdot 10^{-2}$
$\delta_{\text{CCS}} - \delta_{\text{VDR}}$	1°	$1,79348750 \cdot 10^{-1}$	$1,19608231 \cdot 10^{-1}$
	2°	$7,32294241 \cdot 10^{-2}$	$4,41196637 \cdot 10^{-2}$
	3°	$-1,82053372 \cdot 10^{-2}$	$9,60777346 \cdot 10^{-3}$
	4°	$1,19303352 \cdot 10^{-1}$	$6,81322321 \cdot 10^{-2}$
	5°	$1,83845427 \cdot 10^{-1}$	$1,23263292 \cdot 10^{-1}$
	6°	$2,88082473 \cdot 10^{-1}$	$1,22130924 \cdot 10^{-1}$

7.3.1.1 Análise da Órbita Elíptica

Para melhor visualizar as diferenças entre os modelos de dipolo e quadripolo para órbitas elíptica e circular, foram também comparados os resultados de α e δ para cada modelo. As tabelas 26 e 27 e figuras 30, 31, 32 e 33 mostram as diferenças entre as órbitas para um mesmo modelo, assim como as diferenças entre os modelos para uma mesma órbita, para ascensão reta e declinação do eixo de rotação.

Verifica-se pela tabela 26 que as diferenças entre as órbitas excêntrica e circular estão em torno da ordem da excentricidade da órbita do SCD2, tanto para a ascensão reta quanto para a declinação do eixo de rotação, mostrando diferenças menores para o 3º intervalo.

Já pela tabela 27 e figuras 32 e 33 observa-se uma maior vantagem na utilização da órbita circular, devido à diferença entre os modelos para órbita excêntrica ter sido menor quando comparada com a órbita circular. Nas figuras 32 e 33, devido a escala do gráfico, as variações do desvio para a ascensão reta e declinação aparenta ser constante para a órbita elíptica, no entanto estas variações são da ordem de 10^{-4} °.

A média e os desvios-padrão dos erros são apresentados nas tabelas 28 e 29 para α e δ respectivamente. Os valores obtidos estão relacionados a cada trecho referentes às 6 atualizações de atitude realizadas durante o período considerado. Todos os comentários anteriores podem ser melhor analisados pelas tabelas 28, 29 e pelas figuras 30, 31, 32 e 33.

Salienta-se que o 3º intervalo entre a atuação do controle de atitude será escolhido para analisar a abordagem sem atualização dos dados para o SCD2.

Tabela 26: Valores da diferença de α e δ para órbita elíptica e circular para os modelos de quadripolo e dipolo para o SCD2.

Dia	$\alpha_{QE} - \alpha_{QC}$ (10^{-2} °)	$\alpha_{DE} - \alpha_{DC}$ (10^{-3} °)	$\delta_{QE} - \delta_{QC}$ (10^{-2} °)	$\delta_{DE} - \delta_{DC}$ (10^{-2} °)
01/02/02	0	0	0	0
02/02/02	1,625336	-3,495179	-1,304705	-0,867834
03/02/02	0,871150	-1,818158	-0,931688	-0,454446
04/02/02	-0,071372	0,196353	-0,393401	0,049251
05/02/02	0	0	0	0
06/02/02	-0,942399	1,653199	0,487288	0,467402
07/02/02	-1,512784	2,520778	0,858828	0,709862
08/02/02	-2,129927	3,395484	1,266760	0,950455
09/02/02	-2,758130	4,239140	1,728251	1,179344
10/02/02	-3,373613	5,013020	2,199122	1,384715
11/02/02	-3,957072	5,689956	2,623663	1,558102
12/02/02	0	0	0	0
13/02/02	-0,130210	0,142538	0,084502	0,046450
14/02/02	-0,137116	0,145517	0,091140	0,047352
15/02/02	-0,139970	0,143790	0,094460	0,046797
16/02/02	-0,138531	0,137483	0,094419	0,044802
17/02/02	-0,132378	0,126633	0,091946	0,041417
18/02/02	-0,121821	0,111800	0,087099	0,036785
19/02/02	-0,107720	0,093897	0,079071	0,031103
20/02/02	-0,090743	0,073720	0,068281	0,024614
21/02/02	-0,071492	0,052232	0,056315	0,017601
22/02/02	-0,051007	0,030546	0,044089	0,010401
23/02/02	-0,030747	0,009784	0,031435	0,003370
24/02/02	0	0	0	0
25/02/02	0,520404	-1,676814	0,606585	-0,795835
26/02/02	1,706938	-2,458141	-0,178354	-1,208943
27/02/02	2,580803	-2,921944	-0,778114	-1,500607
28/02/02	3,114884	-3,061257	-1,237993	-1,655586
01/03/02	0	0	0	0
02/03/02	4,043741	-2,102006	-1,757916	-1,897003
03/03/02	3,633749	-1,522506	-1,477124	-1,536918
04/03/02	2,991824	-0,869368	-1,105033	-1,012910
05/03/02	0	0	0	0
06/03/02	1,332978	0,187234	-0,017678	0,407159
07/03/02	0,581466	0,387040	0,607866	1,215750
08/03/02	-0,062616	0,358102	1,099002	2,055977
09/03/02	-0,534498	0,055215	1,477805	2,878578
10/03/02	-0,800762	-0,505460	1,822079	3,648239
11/03/02	-0,846858	-1,317563	2,059805	4,325376
12/03/02	-0,661501	-2,265897	2,052031	4,806838

Tabela 27: Valores da diferença de α e δ para órbita elíptica e circular para os modelos de quadripolo e dipolo para o SCD2.

Dia	$\alpha_{QE} - \alpha_{DE}$ (10^{-4} °)	$\alpha_{QC} - \alpha_{DC}$ (10^{-2} °)	$\delta_{QE} - \delta_{DE}$ (10^{-4} °)	$\delta_{QC} - \delta_{DC}$ (10^{-2} °)
01/02/02	0	0	0	0
02/02/02	0,723837	-1,967616	4,310599	0,479977
03/02/02	-1,022223	-1,063188	-0,099901	0,476243
04/02/02	-2,553768	0,065470	-4,004573	0,402606
05/02/02	0	0	0	0
06/02/02	0,260185	1,110321	1,667214	-0,003214
07/02/02	-0,202077	1,762841	0,308841	-0,145878
08/02/02	-0,801007	2,461466	-1,424158	-0,330546
09/02/02	-0,367672	3,178368	-0,271596	-0,551623
10/02/02	0,342364	3,878339	1,623655	-0,798171
11/02/02	0,033527	4,526403	0,692031	-1,058641
12/02/02	0	0	0	0
13/02/02	-0,010007	0,144363	-0,018383	-0,038236
14/02/02	0,008098	0,151748	0,037938	-0,043409
15/02/02	0,006146	0,154410	0,028815	-0,047375
16/02/02	-0,010514	0,152174	-0,028197	-0,049898
17/02/02	-0,008356	0,144958	-0,024026	-0,050769
18/02/02	0,009860	0,133100	0,033044	-0,049983
19/02/02	0,010935	0,117219	0,034025	-0,047627
20/02/02	-0,005453	0,098060	-0,023124	-0,043898
21/02/02	-0,008752	0,076627	-0,036135	-0,039076
22/02/02	0,007678	0,054138	0,016566	-0,033523
23/02/02	0,016111	0,031887	0,043127	-0,027634
24/02/02	0	0	0	0
25/02/02	-0,335488	-0,691440	-3,606725	-1,438487
26/02/02	0,583133	-1,946920	0,460644	-1,025982
27/02/02	1,297161	-2,860025	3,884083	-0,683652
28/02/02	0,632847	-3,414681	0,188465	-0,415708
01/03/02	0	0	0	0
02/03/02	0,706572	-4,246876	-0,757874	-0,146666
03/03/02	1,255203	-3,773448	4,518384	-0,014610
04/03/02	0,968267	-3,069078	1,300505	0,105128
05/03/02	0	0	0	0
06/03/02	0,761900	-1,306636	-1,996266	0,404874
07/03/02	0,981112	-0,532951	3,951650	0,647400
08/03/02	0,891510	0,107341	0,810124	0,965077
09/03/02	0,874469	0,548764	-4,603820	1,354735
10/03/02	0,902299	0,759239	-1,821816	1,807942
11/03/02	0,766709	0,722769	3,784554	2,303416
12/03/02	0,774258	0,442654	1,741116	2,772218

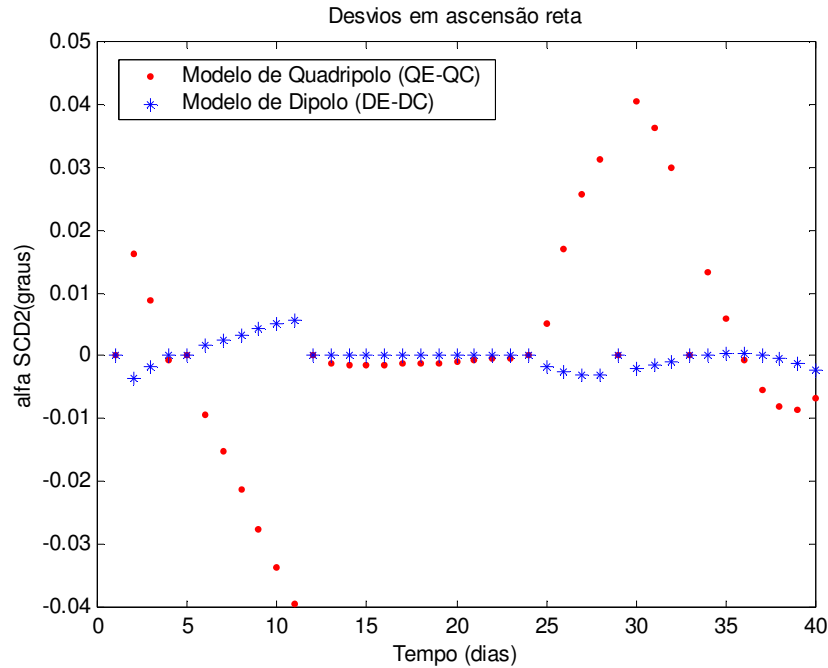


Figura 30: Desvios encontrados para ascensão reta do eixo de rotação para 40 dias, para os modelos de quadripolo e dipolo com relação às órbitas elíptica e circular.

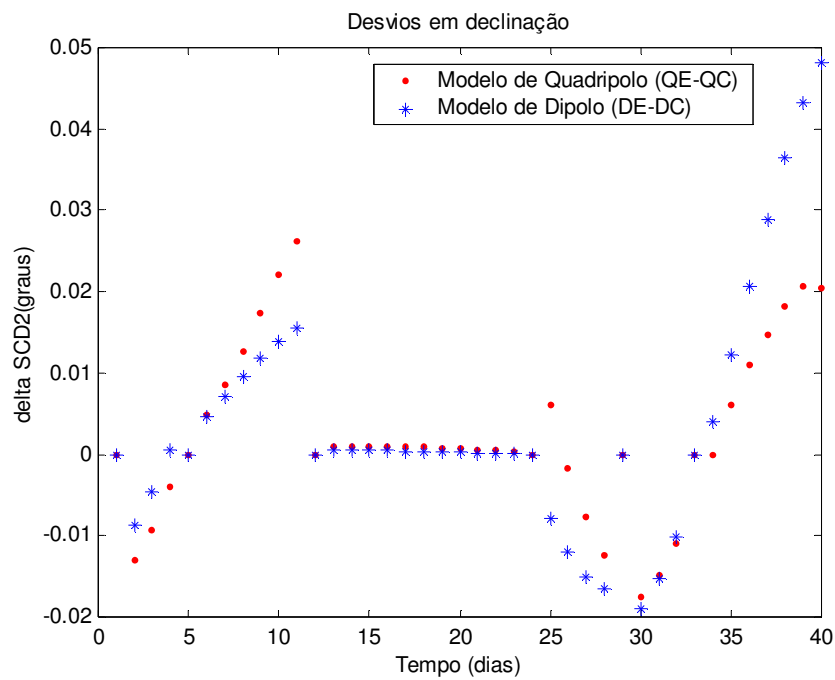


Figura 31: Desvios encontrados para declinação do eixo de rotação para 40 dias, para os modelos de quadripolo e dipolo com relação às órbitas elíptica e circular.

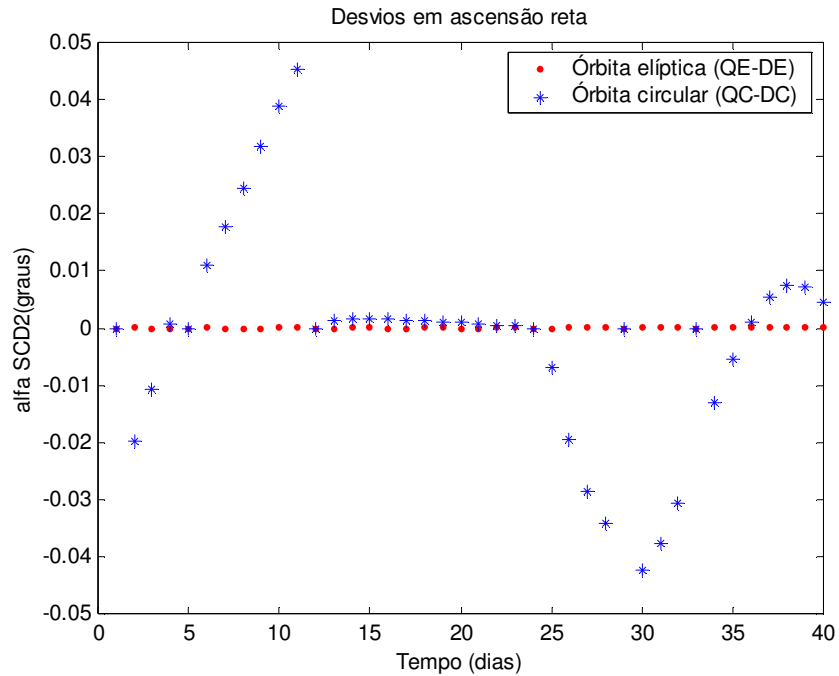


Figura 32: Desvios encontrados para ascensão reta do eixo de rotação para 40 dias, para as órbitas elíptica e circular com relação aos modelos de quadripolo e dipolo.

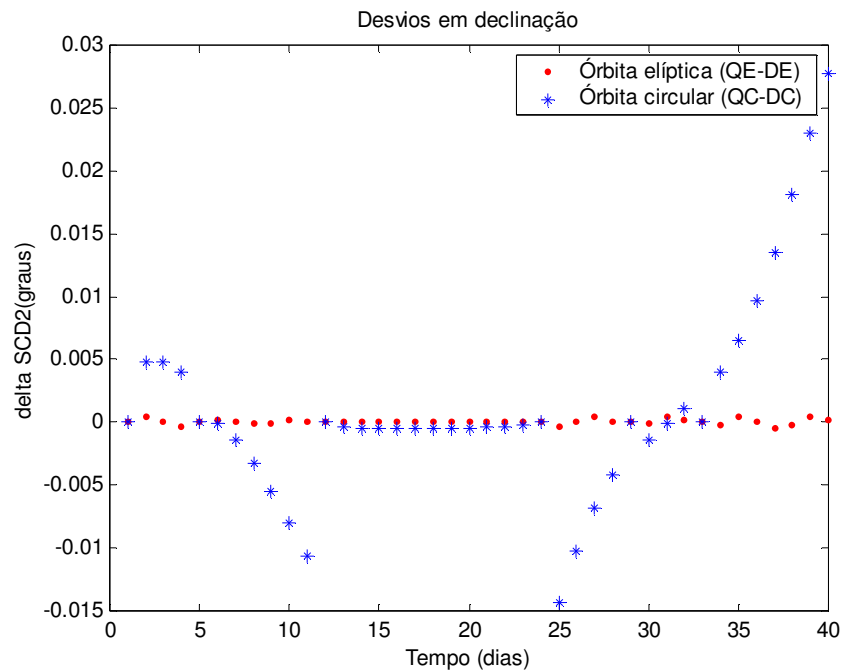


Figura 33: Desvios encontrados para declinação do eixo de rotação para 40 dias, para as órbitas elíptica e circular com relação aos modelos de quadripolo e dipolo.

Tabela 28: Valores da Média e do Desvio Padrão do erro entre os diversos modelos analisados para os valores de α do satélite SCD2 para cada trecho.

α (°)	trecho	Média (°)	Desvio padrão (°)
$\alpha_{QE}-\alpha_{QC}$	1°	$6,06278710 \cdot 10^{-3}$	$8,03206076 \cdot 10^{-3}$
	2°	$-2,09627505 \cdot 10^{-2}$	$1,39041984 \cdot 10^{-2}$
	3°	$-9,59778163 \cdot 10^{-4}$	$4,75366327 \cdot 10^{-4}$
	4°	$1,58460555 \cdot 10^{-2}$	$1,32217849 \cdot 10^{-2}$
	5°	$2,66732855 \cdot 10^{-2}$	$1,83015658 \cdot 10^{-2}$
	6°	$-1,23973814 \cdot 10^{-3}$	$7,63222412 \cdot 10^{-3}$
$\alpha_{DE}-\alpha_{DC}$	1°	$-1,27924601 \cdot 10^{-3}$	$1,73345979 \cdot 10^{-3}$
	2°	$3,21593950 \cdot 10^{-3}$	$1,98733932 \cdot 10^{-3}$
	3°	$8,89949266 \cdot 10^{-5}$	$5,44155183 \cdot 10^{-5}$
	4°	$-2,02363120 \cdot 10^{-3}$	$1,25377405 \cdot 10^{-3}$
	5°	$-1,12346997 \cdot 10^{-3}$	$9,02499343 \cdot 10^{-4}$
	6°	$-3,87666184 \cdot 10^{-4}$	$9,44125681 \cdot 10^{-4}$
$\alpha_{QE}-\alpha_{DE}$	1°	$-7,13038515 \cdot 10^{-5}$	$1,42090529 \cdot 10^{-4}$
	2°	$-1,04954287 \cdot 10^{-5}$	$3,92970479 \cdot 10^{-5}$
	3°	$1,31202834 \cdot 10^{-7}$	$9,55758457 \cdot 10^{-7}$
	4°	$4,35530616 \cdot 10^{-5}$	$6,29937368 \cdot 10^{-5}$
	5°	$7,32510348 \cdot 10^{-5}$	$5,37287243 \cdot 10^{-5}$
	6°	$7,44032021 \cdot 10^{-5}$	$3,10609904 \cdot 10^{-5}$
$\alpha_{QC}-\alpha_{DC}$	1°	$-7,41333696 \cdot 10^{-3}$	$9,67447832 \cdot 10^{-3}$
	2°	$2,41681945 \cdot 10^{-2}$	$1,58870876 \cdot 10^{-2}$
	3°	$1,04890429 \cdot 10^{-3}$	$5,28700319 \cdot 10^{-4}$
	4°	$-1,78261336 \cdot 10^{-2}$	$1,43351198 \cdot 10^{-2}$
	5°	$-2,77235045 \cdot 10^{-2}$	$1,91053185 \cdot 10^{-2}$
	6°	$9,26475160 \cdot 10^{-4}$	$7,10141993 \cdot 10^{-3}$

Tabela 29: Valores da Média e do Desvio Padrão do erro entre os diversos modelos analisados para os valores de δ do satélite SCD2 para cada trecho.

δ (°)	Trecho (°)	Média (°)	Desvio padrão (°)
$\delta_{QE}-\delta_{QC}$	1°	$-6,57448556 \cdot 10^{-3}$	$5,76225866 \cdot 10^{-3}$
	2°	$1,30913043 \cdot 10^{-2}$	$9,38931882 \cdot 10^{-3}$
	3°	$6,85630348 \cdot 10^{-4}$	$3,00485627 \cdot 10^{-4}$
	4°	$-3,17575156 \cdot 10^{-3}$	$7,13017335 \cdot 10^{-3}$
	5°	$-1,08501829 \cdot 10^{-2}$	$7,71190301 \cdot 10^{-3}$
	6°	$1,13761382 \cdot 10^{-2}$	$8,60382548 \cdot 10^{-3}$
$\delta_{DE}-\delta_{DC}$	1°	$3,18257299 \cdot 10^{-3}$	$4,30864516 \cdot 10^{-3}$
	2°	$8,92840082 \cdot 10^{-3}$	$5,44909806 \cdot 10^{-3}$
	3°	$2,92242511 \cdot 10^{-4}$	$1,76308577 \cdot 10^{-4}$
	4°	$-1,03219402 \cdot 10^{-2}$	$6,63430108 \cdot 10^{-3}$
	5°	$-1,11170771 \cdot 10^{-2}$	$8,25257097 \cdot 10^{-3}$
	6°	$2,41723973 \cdot 10^{-2}$	$1,79431315 \cdot 10^{-2}$
$\delta_{QE}-\delta_{DE}$	1°	$5,15314018 \cdot 10^{-6}$	$3,39692160 \cdot 10^{-4}$
	2°	$3,70855335 \cdot 10^{-5}$	$1,09006142 \cdot 10^{-4}$
	3°	$5,30417657 \cdot 10^{-7}$	$2,99493428 \cdot 10^{-6}$
	4°	$1,85293378 \cdot 10^{-5}$	$2,65379952 \cdot 10^{-4}$
	5°	$1,26525359 \cdot 10^{-4}$	$2,32937838 \cdot 10^{-4}$
	6°	$2,33192689 \cdot 10^{-5}$	$2,96865514 \cdot 10^{-4}$
$\delta_{QC}-\delta_{DC}$	1°	$3,39706571 \cdot 10^{-3}$	$2,29255975 \cdot 10^{-3}$
	2°	$-4,12581793 \cdot 10^{-3}$	$4,08466713 \cdot 10^{-3}$
	3°	$-3,92857419 \cdot 10^{-4}$	$1,42883213 \cdot 10^{-4}$
	4°	$-7,12765928 \cdot 10^{-3}$	$5,52698549 \cdot 10^{-3}$
	5°	$-1,40368815 \cdot 10^{-4}$	$1,03260605 \cdot 10^{-3}$
	6°	$1,28195784 \cdot 10^{-2}$	$9,60801491 \cdot 10^{-3}$

7.3.1.2 Erro de Apontamento

O erro de apontamento para o satélite SCD2, com atualização dos dados, é apresentado nas figuras 34 e 35. A média do erro de apontamento foi analisada para os modelos de quadripolo e dipolo com órbita elíptica e circular. Observa-se que para o SCD2, o erro de apontamento durante o intervalo considerado não apresentou diferenças significativas entre os modelos, permanecendo em torno de 0,15 °. Este valor mostra-se adequado para a precisão da missão do SCD2.

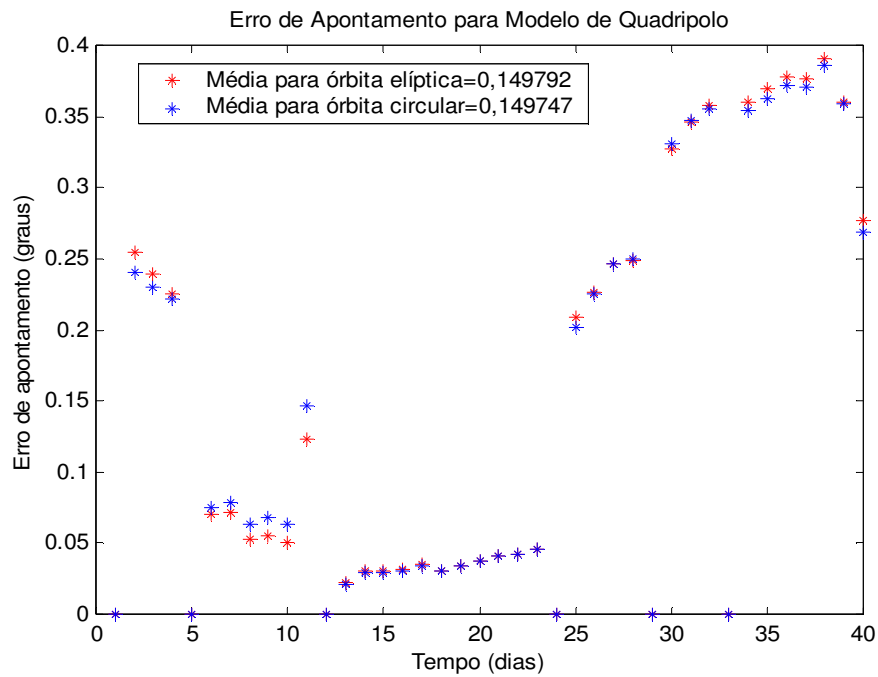


Figura 34: Erro de apontamento durante 40 dias para o SCD2.

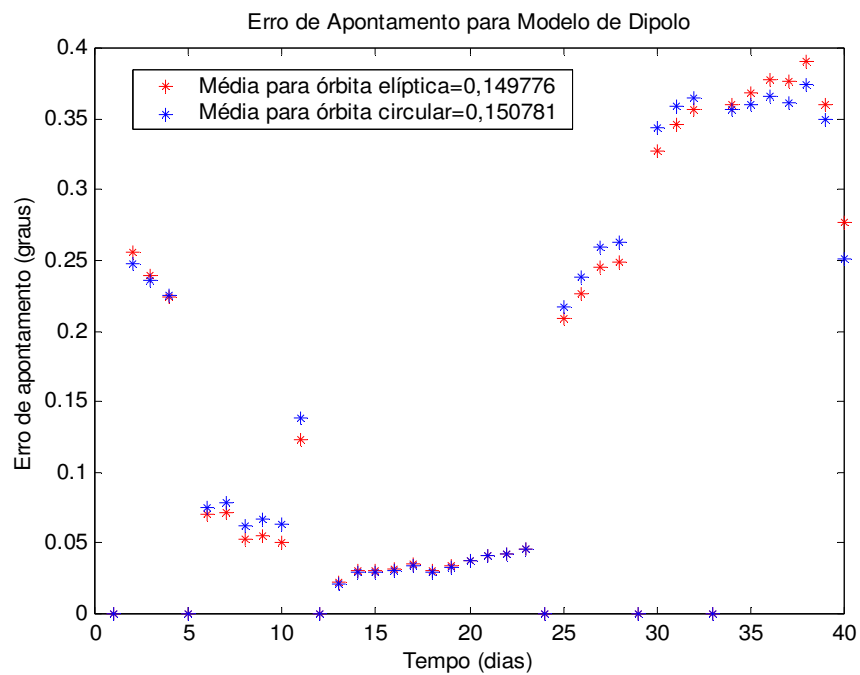


Figura 35: Erro de apontamento durante 40 dias para o SCD2.

7.3.2 Resultados sem atualização da atitude

Nesta segunda aplicação ao satélite SCD2, assim como foi feito para o SCD1, apenas os elementos orbitais e a velocidade de rotação foram atualizados diariamente. Para a ascensão reta e a declinação do eixo de rotação os coeficientes k_1 e k_2 são recalculados a cada período orbital utilizando o valor obtido na teoria, durante todo o intervalo considerado.

O comportamento de α e δ foi observado considerando os modelos de quadripolo e dipolo com órbita elíptica e circular. O período considerado abrangeu 12 dias, de 12/02/2002 à 23/02/2002, correspondendo ao 3º trecho entre as atualizações do controle de atitude. A escolha deste período se justifica pelo fato da melhor concordância entre os resultados da teoria com os do CCS na abordagem anterior, com atualização diária dos dados.

A tabela 30 apresenta o comportamento de α e δ para o modelo de quadripolo com órbita elíptica, onde se observa a variação entre os dados calculados com relação aos dados fornecidos pelo CCS. Desta tabela percebemos que a média do erro tanto para α quanto para δ caem quanto menor o intervalo de dias considerado.

O mesmo comportamento para a ascensão reta e declinação do eixo de rotação é observado para o modelo de dipolo com órbita elíptica (tabela 31), modelo de quadripolo com órbita circular (tabela 32) e modelo de dipolo com órbita circular (tabela 33).

Os desvios encontrados para α e δ durante o período de teste, sem a atualização dos dados de atitude, são apresentados nas figuras 36 e 37.

As diferenças entre os modelos e órbitas não são significativas tanto para a ascensão reta quanto para a declinação do eixo de rotação.

Comparando com os resultados obtidos pelo o processo anterior, com atualização dos dados, observa-se um crescimento nos desvios médios. No entanto para os 12 dias considerados, os desvios médios se encontram dentro da precisão requerida para a missão do SCD2.

Tabela 30: Valores de α e δ fornecidos pelo CCS, valores calculados pelo modelo de quadripolo com órbita elíptica (QE) e os correspondentes desvios encontrados para o SCD2 sem a atualização dos dados fornecidos pelo CCS.

Dia	α_{CCS} ($^{\circ}$)	α_{QE} ($^{\circ}$)	$\alpha_{\text{CCS}} - \alpha_{\text{QE}}$ ($^{\circ}$)	δ_{CCS} ($^{\circ}$)	δ_{QE} ($^{\circ}$)	$\delta_{\text{CCS}} - \delta_{\text{QE}}$ ($^{\circ}$)
12 /02 /02	278,71	278,710000	0,0000	63,47	63,470000	0,0000
13 /02 /02	278,73	278,709999	0,0200	63,45	63,469998	-0,0200
14 /02 /02	278,74	278,710000	0,0300	63,42	63,470002	-0,0500
15 /02 /02	278,74	278,710000	0,0300	63,39	63,470005	-0,0800
16 /02 /02	278,72	278,709999	0,0100	63,36	63,470002	-0,1100
17 /02 /02	278,68	278,709999	-0,0300	63,33	63,470000	-0,1400
18 /02 /02	278,63	278,710000	-0,0800	63,31	63,470003	-0,1600
19 /02 /02	278,57	278,710001	-0,1400	63,29	63,470006	-0,1800
20 /02 /02	278,50	278,710000	-0,2100	63,27	63,470004	-0,2000
21 /02 /02	278,42	278,709999	-0,2900	63,25	63,470000	-0,2200
22 /02 /02	278,33	278,710000	-0,3800	63,24	63,470002	-0,2300
23 /02 /02	278,23	278,710002	-0,4800	63,23	63,470006	-0,2400

	Período (dias)	Média ($^{\circ}$)	Desvio-Padrão ($^{\circ}$)
$\alpha_{\text{CCS}} - \alpha_{\text{QE}}$	12	$-1.26666518 \cdot 10^{-1}$	$1.75724035 \cdot 10^{-1}$
	8	$-1.99996655 \cdot 10^{-2}$	$6.09451319 \cdot 10^{-2}$
	5	$1.80002782 \cdot 10^{-2}$	$1.30382931 \cdot 10^{-2}$
	3	$1.66670631 \cdot 10^{-2}$	$1.52754442 \cdot 10^{-2}$
	2	$1.00004996 \cdot 10^{-2}$	$1.41428422 \cdot 10^{-2}$
$\delta_{\text{CCS}} - \delta_{\text{QE}}$	12	$-1.35835722 \cdot 10^{-1}$	$8.33907032 \cdot 10^{-2}$
	8	$-9.25019794 \cdot 10^{-2}$	$6.60643780 \cdot 10^{-2}$
	5	$-5.20013951 \cdot 10^{-2}$	$4.43864138 \cdot 10^{-2}$
	3	$-2.33333728 \cdot 10^{-2}$	$2.51672730 \cdot 10^{-2}$
	2	$-9.99908104 \cdot 10^{-3}$	$1.41408360 \cdot 10^{-2}$

Tabela 31: Valores de α e δ fornecidos pelo CCS, valores calculados pelo modelo de dipolo com órbita elíptica (DE) e os correspondentes desvios encontrados para o SCD2 sem a atualização dos dados fornecidos pelo CCS.

Dia	α_{CCS} ($^{\circ}$)	α_{DE} ($^{\circ}$)	$\alpha_{\text{CCS}} - \alpha_{\text{DE}}$ ($^{\circ}$)	δ_{CCS} ($^{\circ}$)	δ_{DE} ($^{\circ}$)	$\delta_{\text{CCS}} - \delta_{\text{DE}}$ ($^{\circ}$)
12 /02 /02	278,71	278,71000000	-0,0000	63,47	63,470000000	0,0000
13 /02 /02	278,73	278,71000000	0,0200	63,45	63,470000000	-0,0200
14 /02 /02	278,74	278,71000000	0,0300	63,42	63,470000001	-0,0500
15 /02 /02	278,74	278,71000000	0,0300	63,39	63,470000001	-0,0800
16 /02 /02	278,72	278,71000001	0,0100	63,36	63,470000001	-0,1100
17 /02 /02	278,68	278,71000001	-0,0300	63,33	63,470000002	-0,1400
18 /02 /02	278,63	278,71000001	-0,0800	63,31	63,470000002	-0,1600
19 /02 /02	278,57	278,71000001	-0,1400	63,29	63,470000002	-0,1800
20 /02 /02	278,50	278,71000001	-0,2100	63,27	63,470000003	-0,2000
21 /02 /02	278,42	278,71000001	-0,2900	63,25	63,470000003	-0,2200
22 /02 /02	278,33	278,71000001	-0,3800	63,24	63,470000003	-0,2300
23 /02 /02	278,23	278,71000002	-0,4800	63,23	63,470000003	-0,2400

	Período (dias)	Média ($^{\circ}$)	Desvio-Padrão ($^{\circ}$)
$\alpha_{\text{CCS}} - \alpha_{\text{DE}}$	12	$-1,26666674 \cdot 10^{-1}$	$1,75723617 \cdot 10^{-1}$
	8	$-2,00000050 \cdot 10^{-2}$	$6,09449429 \cdot 10^{-2}$
	5	$1,79999971 \cdot 10^{-2}$	$1,30384040 \cdot 10^{-2}$
	3	$1,66666653 \cdot 10^{-2}$	$1,52752509 \cdot 10^{-2}$
	2	$9,99999931 \cdot 10^{-3}$	$1,41421346 \cdot 10^{-2}$
$\delta_{\text{CCS}} - \delta_{\text{DE}}$	12	$-1,35833335 \cdot 10^{-1}$	$8,33893762 \cdot 10^{-2}$
	8	$-9,25000011 \cdot 10^{-2}$	$6,60627415 \cdot 10^{-2}$
	5	$-5,20000007 \cdot 10^{-2}$	$4,43846826 \cdot 10^{-2}$
	3	$-2,33333337 \cdot 10^{-2}$	$2,51661151 \cdot 10^{-2}$
	2	$-1,00000002 \cdot 10^{-2}$	$1,41421359 \cdot 10^{-2}$

Tabela 32: Valores de α e δ fornecidos pelo CCS, valores calculados pelo modelo de quadripolo com órbita circular (QC) e os correspondentes desvios encontrados para o SCD2 sem a atualização dos dados fornecidos pelo CCS.

Dia	α_{CCS} ($^{\circ}$)	α_{QC} ($^{\circ}$)	$\alpha_{\text{CCS}} - \alpha_{\text{QC}}$ ($^{\circ}$)	δ_{CCS} ($^{\circ}$)	δ_{QC} ($^{\circ}$)	$\delta_{\text{CCS}} - \delta_{\text{QC}}$ ($^{\circ}$)
12 /02 /02	278,71	278,710000	0	63,47	63,470000	0
13 /02 /02	278,73	278,711301	0,018699	63,45	63,469153	-0,019153
14 /02 /02	278,74	278,712675	0,027325	63,42	63,468246	-0,048246
15 /02 /02	278,74	278,714079	0,025921	63,39	63,467304	-0,077304
16 /02 /02	278,72	278,715470	0,004530	63,36	63,466358	-0,106358
17 /02 /02	278,68	278,716800	-0,036800	63,33	63,465436	-0,135436
18 /02 /02	278,63	278,718026	-0,088026	63,31	63,464568	-0,154568
19 /02 /02	278,57	278,719110	-0,149110	63,29	63,463780	-0,173780
20 /02 /02	278,50	278,720022	-0,220022	63,27	63,463093	-0,193093
21 /02 /02	278,42	278,720740	-0,300740	63,25	63,462524	-0,212524
22 /02 /02	278,33	278,721252	-0,391252	63,24	63,462083	-0,222083
23 /02 /02	278,23	278,721562	-0,491562	63,23	63,461771	-0,231771

	Período (dias)	Média ($^{\circ}$)	Desvio-Padrão ($^{\circ}$)
$\alpha_{\text{CCS}} - \alpha_{\text{QC}}$	12	-0,13341976	0,17916000
	8	-2,46825957 10^{-2}	6,35290033 10^{-2}
	5	1,52950165 10^{-2}	1,24401425 10^{-2}
	3	1,53413351 10^{-2}	1,39685453 10^{-2}
	2	9,34945103 10^{-3}	1,32221204 10^{-2}
$\delta_{\text{CCS}} - \delta_{\text{QC}}$	12	-0,13119305	0,08054758
	8	-8,93555549 10^{-2}	6,38531451 10^{-2}
	5	-5,02122196 10^{-2}	4,29421408 10^{-2}
	3	-2,24663043 10^{-2}	2,42929297 10^{-2}
	2	-9,57657011 10^{-3}	1,35433153 10^{-2}

Tabela 33: Valores de α e δ fornecidos pelo CCS, valores calculados pelo modelo de dipolo com órbita circular (DC) e os correspondentes desvios encontrados para o SCD2 sem a atualização dos dados fornecidos pelo CCS.

Dia	α_{CCS} ($^{\circ}$)	α_{DC} ($^{\circ}$)	$\alpha_{\text{CCS}} - \alpha_{\text{DC}}$ ($^{\circ}$)	δ_{CCS} ($^{\circ}$)	δ_{DC} ($^{\circ}$)	$\delta_{\text{CCS}} - \delta_{\text{DC}}$ ($^{\circ}$)
12 /02 /02	278,71	278,710000000	0	63,47	6.3470000000	0
13 /02 /02	278,73	278,710000001	0,02000000	63,45	6.3470000000	0,02000000
14 /02 /02	278,74	278,710000003	0,03000000	63,42	6.3470000001	0,05000000
15 /02 /02	278,74	278,710000004	0,03000000	63,39	6.3470000001	0,08000000
16 /02 /02	278,72	278,710000006	0,01000000	63,36	6.3470000001	-0,11000000
17 /02 /02	278,68	278,710000007	0,00300000	63,33	6.3470000002	-0,14000000
18 /02 /02	278,63	278,710000009	0,00800000	63,31	6.3470000002	-0,16000000
19 /02 /02	278,57	278,710000008	-0,14000001	63,29	6.3470000002	-0,18000000
20 /02 /02	278,50	278,710000011	-0,21000001	63,27	6.3470000003	-0,20000000
21 /02 /02	278,42	278,710000013	-0,29000001	63,25	6.3470000003	-0,22000000
22 /02 /02	278,33	278,710000014	-0,38000001	63,24	6.3470000003	-0,23000000
23 /02 /02	278,23	278,710000015	-0,48000002	63,23	6.3470000003	-0,24000000

	Período (dias)	Média ($^{\circ}$)	Desvio-Padrão ($^{\circ}$)
$\alpha_{\text{CCS}} - \alpha_{\text{DC}}$	12	-0,12666667	0,17572362
	8	-0,02000001	0,06094494
	5	0,01800000	0,01303840
	3	0,01666667	0,01527525
	2	0,01000000	0,01414213
$\delta_{\text{CCS}} - \delta_{\text{DC}}$	12	-0,13583334	0,08338938
	8	-0,09250000	0,06606274
	5	-0,05200000	0,04438468
	3	-0,02333333	0,02516612
	2	-0,01000000	0,01414214

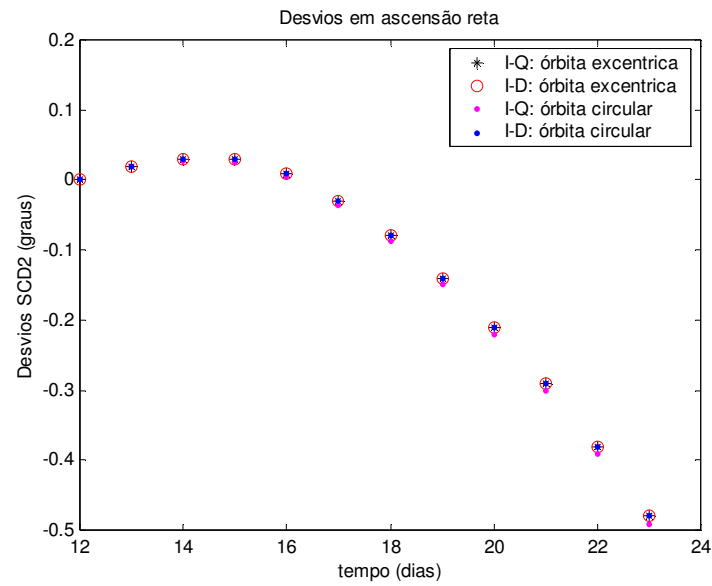


Figura 36: Desvios encontrados para ascensão reta do eixo de rotação, sem atualização da atitude para 12 dias (SCD2).

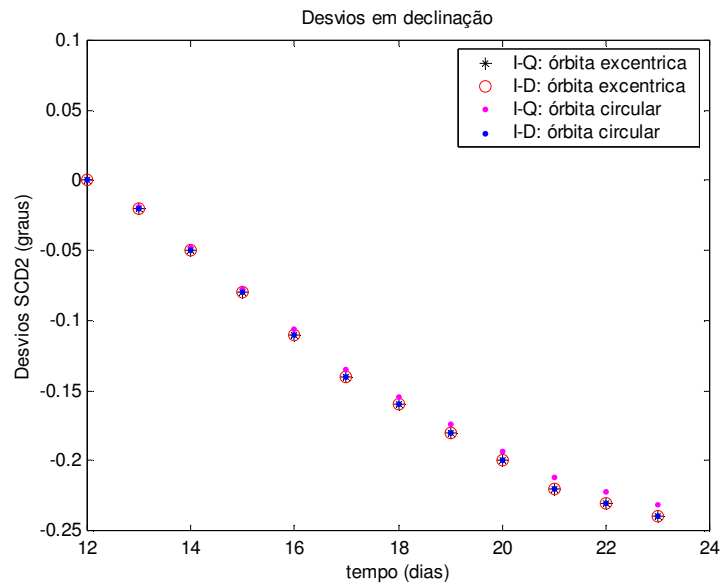


Figura 37: Desvios encontrados para declinação do eixo de rotação, sem atualização da atitude para 12 dias (SCD2).

7.3.2.1 Erro de Apontamento

Foi analisado o erro de apontamento durante o período de 12 dias (12° ao 23° dia), onde não houve atualizações da atitude do satélite SCD2. Neste período o erro de apontamento permaneceu próximo ao erro gerado para 40 dias com atualização dos dados de atitude, ou seja, $0,154^\circ$ (ver figuras 38 e 39). Assim a teoria aqui desenvolvida poderia ser utilizada em um processo sem atualização dos dados para a análise da missão do satélite SCD2, incluindo um número maior do que 12 dias, uma vez que o erro médio foi menor do que a precisão requerida pelo CCS ($0,5^\circ$).

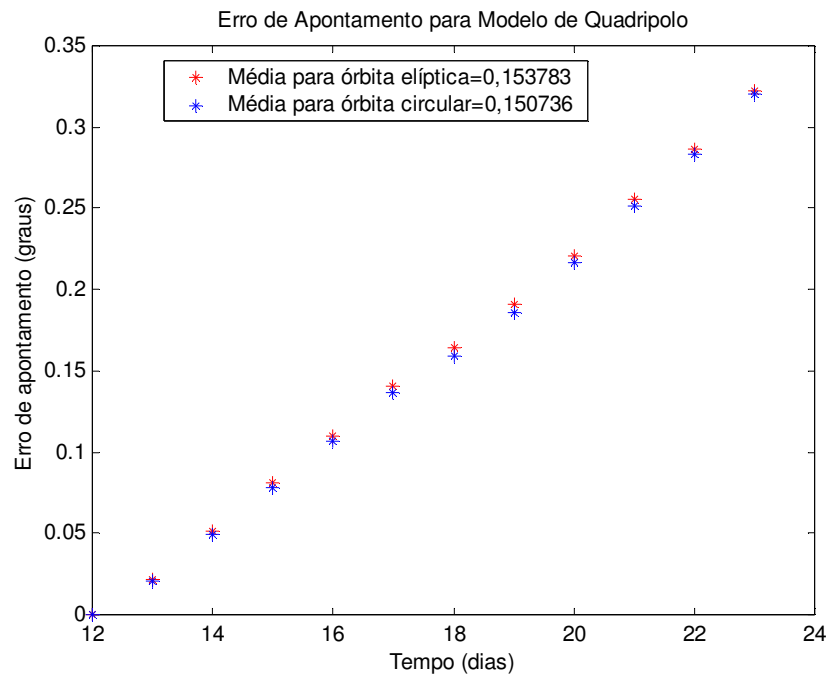


Figura 38: Erro de apontamento sem atualização dos dados durante 12 dias para o SCD2.

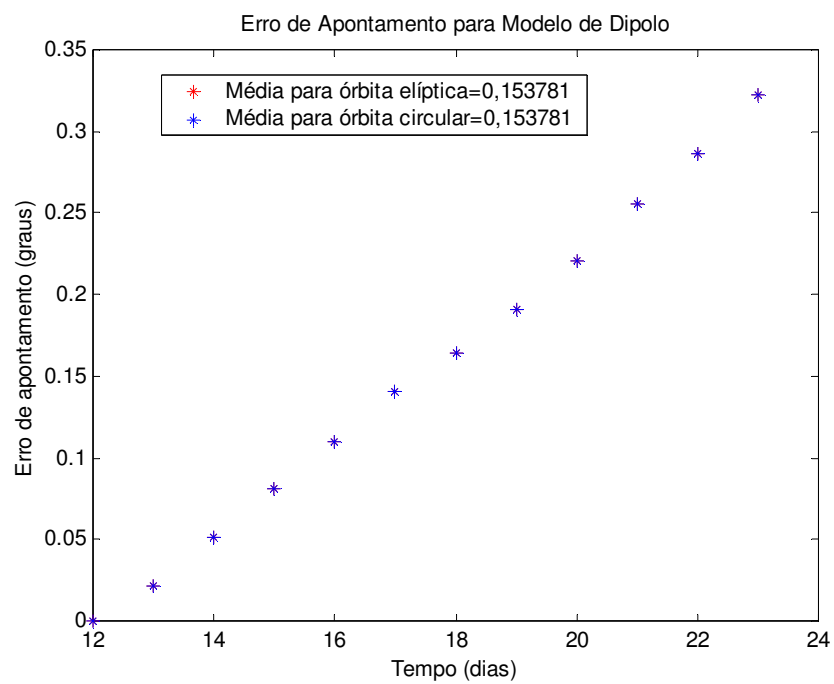


Figura 39: Erro de apontamento sem atualização dos dados durante 12 dias para o SCD2.

CAPÍTULO 8 COMENTÁRIOS FINAIS

O objetivo principal deste trabalho é a propagação analítica da atitude de satélites estabilizados por rotação, em órbita elíptica, quando as parcelas do torque magnético residual são incluídas nas equações que descrevem o movimento, considerando o modelo de quadripolo para descrever o campo geomagnético. As componentes do Torque Magnético Residual Médio foram determinadas em função de diversas integrais em termos da Anomalia Média (M), as quais foram desenvolvidas com o auxílio do *software* MATLAB.

Os cálculos das integrais associadas com as componentes do torque residual nos eixos x e y do sistema do satélite são muito extensos, o que acarreta em limitações na abordagem analítica aqui realizada. Estas limitações estão relacionadas com expansões até 1ª ordem na excentricidade (e) e truncamento em termos da ordem de $\text{tg}^4 \frac{i}{2}$ (com i sendo a inclinação orbital), as quais são adequadas para as aplicações realizadas para os satélites de coleta de dados brasileiros (SCD1 e SCD2).

As componentes médias do torque residual foram úteis na determinação de uma solução analítica para as equações do movimento rotacional de satélites artificiais estabilizados por rotação, de modo a obter um comportamento mais próximo ao comportamento real dos satélites.

Uma solução analítica foi determinada para as equações do movimento pelo método de aproximações sucessivas até 1ª ordem. Esta solução salienta a precessão e deriva do eixo de rotação através das variações lineares da ascensão reta e declinação do eixo de rotação, respectivamente, associadas ao torque magnético residual. Como o momento magnético residual do satélite foi considerado alinhado com o eixo de rotação do satélite, a componente do torque residual ao longo do eixo de rotação é nulo não afetando o módulo da velocidade de rotação do satélite.

Foram realizadas aplicações para os satélites de coleta de dados brasileiros SCD1 e SCD2, sendo que na primeira aplicação os dados de atitude e orbitais foram

atualizados a cada período orbital levando em consideração as principais influências do achatamento da Terra. Os resultados obtidos são comparados com satélites em órbita circular, com os dados fornecidos pelo CCS/INPE, e com os resultados anteriormente obtidos para modelo de vetor de dipolo considerando apenas o torque residual.

Os resultados obtidos pelo modelo de quadripolo com órbita elíptica, para a ascensão reta e declinação do eixo de rotação, se aproximaram mais do comportamento real do satélite SCD1, quando comparados com os modelos de dipolo para o campo geomagnético e com o modelo de vetor de dipolo. Neste caso a média do erro para α foi de $1,0004^\circ$ e para δ foi de $2,9 \cdot 10^{-4}^\circ$ para o modelo de quadripolo e órbita elíptica, enquanto que para o modelo de quadripolo e órbita circular a média do erro foi de $1,0088^\circ$ para α e de $-7,5 \cdot 10^{-3}^\circ$ para δ . Das comparações entre os modelos (dipolo e quadripolo) não foram observadas alterações significativas, com as médias dos erros sendo muito próximas tanto para α quanto para δ .

No entanto para o satélite SCD2, as diferenças das médias dos erros para α e δ foram menos significativas. Para o modelo de quadripolo e órbita elíptica, a média do erro para α foi de $-1,6602 \cdot 10^{-1}^\circ$ e para δ foi de $-5,5 \cdot 10^{-2}^\circ$. Já para o modelo de quadripolo e órbita circular a média do erro foi de $-1,6497 \cdot 10^{-1}^\circ$ para α e de $-5,2 \cdot 10^{-2}^\circ$ para δ . Das comparações entre os modelos (dipolo e quadripolo) não foram observadas alterações significativas, com as médias dos erros sendo muito próximas tanto para α quanto para δ . Estas alterações podem ser justificadas pela pequena excentricidade da órbita do SCD2.

Dos resultados obtidos com o modelo de quadripolo e órbita elíptica, para a ascensão reta e para a declinação do eixo de rotação, o satélite SCD1 apresentou um comportamento mais satisfatório quando comparado com o SCD2. Isso se deve ao fato da órbita do SCD1 ($e = 0,00454$) ser mais excêntrica que a do SCD2 ($e = 0,00175$), sendo essa quase circular.

Para todas as simulações realizadas com a atualização dos dados, os desvios médios obtidos encontram-se dentro das precisões requeridas para as missões do SCD1 e SCD2.

Na segunda aplicação aos satélites SCD1 e SCD2 foram consideradas as simulações sem a atualização diária da atitude.

Para o satélite SCD1 a análise foi feita durante um período de 11 dias, sendo que para uma mesma órbita (elíptica ou circular) o modelo de quadripolo com órbita elíptica apresentou resultados melhores para a declinação, enquanto o mesmo modelo com órbita circular apresentou resultados mais satisfatórios para a ascensão reta. Com relação a um mesmo modelo (quadripolo ou dipolo) a órbita elíptica se aproximou mais dos valores reais para a declinação quando considerado o modelo de quadripolo. No entanto para o modelo de dipolo os resultados obtidos para as duas órbitas não apresentaram diferenças significativas.

A análise feita para o satélite SCD2 compreendeu 12 dias (referente ao 3º trecho). Das comparações entre os modelos (dipolo e quadripolo) não foram observadas alterações significativas, com as médias dos erros sendo muito próximas tanto para α quanto para δ . No entanto os valores obtidos da comparação entre as órbitas, o modelo de quadripolo com órbita elíptica apresentou resultados mais próximos dos valores fornecidos pelo CCS para a ascensão reta, e a órbita circular para a declinação.

No caso das simulações realizadas com a atualização diária dos dados fornecidos pelo CCS do INPE, o erro médio de apontamento para os modelos de quadripolo e dipolo com órbita elíptica e circular foi de $0,36^\circ$ para o SCD1 e de $0,15^\circ$ para o SCD2, apresentando pouca variação entre os modelos. Nas simulações realizadas sem a atualização diária dos dados, observa-se que o erro médio de apontamento foi de $1,16^\circ$ para o SCD1 em 11 dias, e $0,15^\circ$ em 12 dias para o SCD2. Estes erros médios também se encontram dentro da precisão requerida para a missão do SCD1 e SCD2, que é de $0,5^\circ$ de acordo com o CCS/INPE.

Em continuidade a este trabalho outras simulações podem ser realizadas considerando satélites em órbita mais excêntrica e em altitudes menores em relação à superfície da Terra, de modo a melhor visualizar as diferenças entre os modelos de dipolo e quadripolo e entre as órbitas elíptica e circular.

Com relação a abordagem sem atualização dos dados, sugere-se um tratamento estatístico dos dados fornecidos pelo CCS, antes da aplicação da teoria aqui desenvolvida.

Uma análise mais completa da atitude de satélites artificiais estabilizados por rotação poderia ser realizada com a inclusão do torque devido às correntes de Foucault e torque de gradiente de gravidade nas equações do movimento. A inclusão destes se justifica devido à ordem de grandeza dos mesmos ser compatíveis com o torque residual (entre 10^{-4} e 10^{-6} Nm para SCD1 e SCD2, de acordo com ZANARDI e REAL, 2003), sendo também muito importante à contribuição do torque devido às correntes de Foucault no decaimento exponencial da velocidade de rotação.

As maiores contribuições deste trabalho estão relacionados com:

- a teoria analítica envolvendo a análise da atitude de satélites artificiais estabilizados por rotação em órbita excêntrica, incluindo o torque magnético residual e o modelo de quadripolo para o campo geomagnético;
- e a comparação dos resultados obtidos por diversos modelos adotados para o campo geomagnético e satélites em órbitas circular e elíptica.

Saliente-se também que a teoria analítica aqui desenvolvida pode ser útil para a análise de futuras missões de satélites brasileiros estabilizados por rotação podendo também auxiliar na estimativa de parâmetros destes satélites.

REFERÊNCIAS

ALFRIEND, K. T.; LINDBERG JR, R. E. **Geomagnetic field effects on the design of a magnetic attitude control system**, The Jour. of the Astr. Scie., vol. XXVII, nº 3, pp. 269-292, 1979.

ASSIS, S. C. **Propagação analítica de atitude de satélites estabilizados por rotação: torque residual médio com modelo de quadripolo para o campo geomagnético**, dissertação de Mestrado (mestrado em Física) - Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2004.

ASSIS, S. C.; REAL, F. F.; ZANARDI, M.C. **Modelo de dipolo e quadripolo para o campo magnético da terra**. In: Jornada de Iniciação Científica e Pós-graduação, 2003. Guaratinguetá. Anais. Guaratinguetá: UNESP, 2003. 1 CD-ROM.

BATE, R. R.; MUELLER, D. D.; WHITE, E. J. **Fundamentals of Astrodynamics**, 1971. Ed. Dover Publications, INC.

BROUWER, O.; CLEMENCE, G. M. **Methods of Celestial Mechanics.**, New York: Academic Press, 1961.

CARRARA, V.; GUEDES, U. T. V. G. **Attitude control aspects for SCD1 and SCD2**, RBCM – Journal. of the Brazilian Society Mechanical Sciences, v.16 , p. 421 - 425, 1994.

GARCIA, R. V.; CABETTE, R. E. S.; ZANARDI, M. C. **Análise Paramétrica da sombra e penumbra da Terra sobre a órbita de Satélites Artificiais**, IN: da Jornada de Iniciação Científica e de Pós-Graduação da FEG/UNESP, Anais. CD-ROW, 2002.

GARCIA, R. V.; ZANARDI, M. C.; CABETTE, R. E. S. **Movimento Rotacional de Veículos Espaciais em Variáveis de Andoyer com Torque de Radiação**, Revista REPET: Melhores Trabalhos Apresentados na Jornada de Iniciação Científica e Pós-graduação da FEG/UNESP, CD-ROM, Guaratinguetá, 2003.

GARCIA, R. V.; ZANARDI, M. C.; CABETTE, R. E. S. **Parametric Analysis of the Earth's Shadow and Penumbra**, Advances in Space Dynamics 4: Celestial Mechanics and Astronautics, 133-141, São José dos Campos, 2004.

GARCIA, R. V. **Torque Magnético Residual: Satélites Estabilizados por Rotação e Modelo de Quadripolo**, Relatório Parcial da FAPESP,- Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2004.

GARCIA, R. V. **Torque Magnético Residual: Satélites Estabilizados por Rotação e Modelo de Quadripolo**, Relatório FAPESP,- Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2005.

HARA, M. **Effects of magnetic and gravitational torques in spinning satellite attitude**. AIAA Journal, vol. II, no. 12, pp. 1737-1742, 1973.

HUR, P.; MELTON, R. G.; SPENCER, D.B. **Attitude Determination and Control of a Nanosatellite Using Geomagnetic Field Data and Sun Sensors**. Source Advances in the Astronautical Sciences, vol. 119, Part I: Spaceflight Mechanics 2004, pp. 639-658, 2005.

KAPLAN, M. H. **Modern Spacecraft Dynamics & Control**, New York: John Wiley, 1976.

KUGA, H. K.; FERREIRA, L. D. D.; GUEDES, U. T. V. **Simulação de atitude e de manobras para o satélite brasileiro estabilizado por rotação.** São José dos Campos: INPE, 1987. Relatório Técnico 4271-PRE/1143, 1987.

KUGA, H. K.; SILVA, W. C. C.; GUEDES, U. T. V. **Dinâmica de atitude para satélites estabilizados por rotação.** São José dos Campos: INPE, 1987. Relatório Técnico do INPE, INPE-4403-NTE/275.

KUGA, H. K.; ORLANDO, V.; LOPES, R. V. F. **Flight dynamics operations during leap for the inpe's second enviromental data collecting satellite SCD2.** RBCM – Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences, v. 21 – sp iss., p. 339 – 344, 1999.

OL'SHANSKII, V. YU. **Integrais Lineares e Quadráticas no Problema do Movimento Girostático em um Campo Magnético,** J. Appl. Maths Mechs., vol. 64, pp. 65-73, 2000.

ORLANDO, V.; LOPES, R. V. F.; KUGA, H. K. **INPE'S flight dynamics team experience trough four years of scd1 in-orbit operations: main issues, improvements and tends,** ESA International Symposium on Spaceflight Dynamics, Darmstadt, Alemanha, p. 433- 437,1997.

PARKINSON, W. B.; KASDIN, N. J. **A Magnetic Attitude Control System for Precision Pointing of the Rolling GP-B Spacecraft,** Acta Astronautica, vol. 21, nº 617, pp. 477-486, 1990.

PISACANE, V. L.; MOORE, R.C. **Fundamentals of Space Systems.** New York : Oxford University Press , 1994.

QUIRELLI, I. M. P.; ZANARDI, M. C.; KUGA. H.K. **Torques magnéticos: aplicações à satélites estabilizados por rotação.** In: DINCON, 1.,2003. Rio de Janeiro. Anais. Rio de Janeiro : UNESP, 2003.1 CD-ROM.

QUIRELLI, I. M. P. **Propagação analítica de atitude de satélites estabilizados por rotação,** dissertação de Mestrado (mestrado em Física)- Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2002.

QUIRELLI, I. M. P.; ZANARDI, M. C.; KUGA. H.K. **Residual torque magnetic acting in the spin-stalized satellites.** Advances in Space Dynamics 4: Celestial Mechanics and Astronautics 4, 151 – 169, São José dos Campos, 2004.

REAL, F. F. **Análise das magnitudes de torques ambientais atuantes sobre um satélite artificial.** Guaratinguetá, 2001. Relatório Final de Bolsa PIBIC/CNPq.

REAL, F. F. **Análise das magnitudes de torques ambientais atuantes sobre um satélite artificial.** Guaratinguetá, 2002. Trabalho de Conclusão de Curso- Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2002.

ROZENFELD, P.; ORLANDO, V. **Overview of Inpe's satellite tracking and control center and main aspect pf its debut in satelite operations,** RBCM – Journal of the Brazilian Society Mechanical Sciences, v. 16 , sp iss. p. 421 - 425, 1994.

STELLMACHER, L. **Evolution d'attitude s'un satellite dans le champ magnetique terrestre,** Cel. Mech., n° 10, pp. 57-69, 1974.

THOMAS, L. C.; CAPPELARI, J. O. **Attitude determination and prediction of spin-stabilized satellites.** Bell System Technical Journal. New York, v. 43, n. 4p2, p. 1654-, July 1964.

VERA, D.; ALEXANDROV, V.; RANGEL, A; MOCENCAHUA, D.; FOURNIER, R. **Magnetic torque attitude control of na experimental microsatellite in equatorial orbit**, AAS/ GSFC 13th International Symposium on Space Flight Dynamics., vol. 2, pp. 933-936, 1998.

YU, E. Y. **Spin decay, spin-precession damping, and spin-axis drift of the telstar satellite**, The Bell Sys. Tec. Journ., pp. 2169-2193, set., 1963.

WERTZ,J.R. **Spacecraft attitude determination and control**. London: Reidel, 1978,v. 73.

ZANARDI, M. C.; REAL, F.F. **Torques magnéticos com modelo de dipolo e quadripolo para o Campo geomagnético**. In: DINCON, 2., 2003. Rio de Janeiro. Anais. Rio de Janeiro: UNESP,2003a.1 CD-ROM.

ZANARDI, M. C.; REAL, F.F. **Environmental Torque Acting on a Low Earth Orbiter Cylindrical Spacecraft**, Advances in Space Research., v. 31, n. 8, p. 1981-1986, 2003b.

ZANARDI, M. C.; QUIRELLI, I. M. P.; KUGA, H. K. **Eddy currents torque model for spin stabilized earth spacecraft**. In: INTERNATIONAL CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING,17., 2003.São Paulo. Proceedings. São Paulo, 2003a. 1 CD-ROM .

ZANARDI, M. C.; QUIRELLI, I. M. P.; KUGA, H. K. **Analytical attitude propagation of the spin stalized earth artifitial satellite,.** In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM OF SPACE FLIGHT DYNAMICS, 17., 2003. Moscou. Proceedings, vol. 2, 218-227, Moscou, 2003b.

ZANARDI, M. C.; ASSIS, S. C.; KUGA, H. K. **Torque magnético residual com modelo de quadripolo.** In: DINCON, 2., 2004. Ilha Solteira . Anais. Ilha Solteira: UNESP, 2004. 1 CD-ROM.

ZANARDI, M. C.; VILHENA DE MORAES, R.; CABETTE, R.E.S.; GARCIA, R.V. **Spacecraft's attitude prediction: solar radiation torque and the Earth's shadow,** Advances in Space Research , vol. 36, pp. 466-471, 2005.

ZANARDI, M. C.; QUIRELLI, I. M. P.; KUGA, H. K. **Analytical attitude prediction of spin stabilized spacecrafts perturbed by magnetic residual torque,** Advances in Space Research., vol. 36, pp. 460-465, 2005.