

RESSALVA

Alertamos para ausência dos capítulos 4 e 8, não incluídos pelo autor no arquivo original.

DETERMINAÇÃO DE ÓRBITAS COM O GPS ATRAVÉS
DE MÍNIMOS QUADRADOS RECURSIVO
COM ROTAÇÕES DE GIVENS

AUREA APARECIDA DA SILVA

Dissertação apresentada à Faculdade de
Engenharia de Guaratinguetá da
Universidade Estadual Paulista, para a
obtenção do título de Mestre em Física.

Orientador: Prof. Dr. Rodolpho Vilhena de Moraes

Co-orientador: Prof. Dr. Hélio Koiti Kuga

Guaratinguetá

2001

DADOS CURRICULARES

AUREA APARECIDA DA SILVA

NASCIMENTO	05.08.1973 – SÃO PAULO / SP
FILIAÇÃO	Antonio Alcântara e Silva Odete Ferraz Pinto
1993/1998	Curso de Graduação Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá - UNESP
1999/2001	Curso de Pós-Graduação em Física, nível de Mestrado na Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá da UNESP

À minha mãe Odete Ferraz Pinto e ao meu namorado Henrique Junior pelo apoio e carinho que muito contribuiu para vencer mais esta etapa da minha vida.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus, fonte da vida e da graça,

ao meu orientador *Prof. Dr. Rodolpho Vilhena de Moraes* que me despertou para o tema deste trabalho e me deu as diretrizes de como conduzi-lo, sempre com bom humor, atenção e motivação,

ao meu orientador *Prof. Dr. Hélio Koiti Kuga*, cuja participação contínua e determinada foi primordial para o término deste trabalho,

aos membros da banca examinadora, pela predisposição em analisar este trabalho e pelas relevantes contribuições recebidas,

aos colegas do INPE, pelo material concedido para a realização deste trabalho, especialmente Ana Paula Chiaradia,

aos colegas da Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, pelo apoio, carinho e o constante incentivo,

à FAPESP pelo suporte financeiro,

a todo corpo docente e funcionários que se fizeram presentes.

Este trabalho contou com o apoio financeiro da FAPESP – através do contrato nº 98/14358-2.

“A arte da vida consiste em fazer da vida uma obra de arte”

Gandhi

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

LISTA DE SÍMBOLOS

Resumo

Abstract

1 - INTRODUÇÃO.....	19
1.1. Introdução.....	19
1.2. Motivação.....	20
1.3. Objetivo.....	21
1.4. Síntese do Trabalho.....	21
2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	24
3 - NAVSTAR-GPS.....	32
3.1. Introdução.....	32
3.2. Histórico.....	32
3.3. Estrutura do Sistema.....	35
3.3.1. Segmento Espacial.....	35
3.3.2. Segmento de Controle.....	36
3.3.3. Segmento Usuário.....	37
3.4. Estrutura do Sinal e da Mensagem do GPS.....	39
3.5. Principais Fontes de Erro.....	40
3.6. Aplicações do Sistema GPS.....	44
4 - MEDIDAS DE OBSERVAÇÃO.....	46
4.1. Introdução.....	46
4.2. Princípio Básico.....	46
4.3. Pseudo-distância.....	50
4.4. Fase da Portadora.....	54

5 - TEORIA DE ESTIMAÇÃO DE ESTADO.....	56
5.1. Introdução.....	56
5.2. Princípio Básico.....	57
5.3. Teoria Básica de Mínimos Quadrados.....	60
5.4. Mínimos Quadrados com Informação a Priori.....	64
6 - MODELAGEM DO SISTEMA.....	66
6.1. Modelo Dinâmico.....	66
6.2. Linearização da Dinâmica.....	68
6.3. Modelo das Medidas.....	69
6.4. Linearização das Medidas.....	71
6.5. Modelo de Forças.....	72
6.5.1. Principais forças perturbadoras.....	73
6.5.2. Perturbações Devidas à Não Esfericidade da Terra.....	74
6.6. Integração Numérica.....	76
7 - MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS RECURSIVO ATRAVÉS DE ROTAÇÕES DE GIVENS.....	77
7.1. Introdução.....	77
7.2. Equações do Método de Estimação.....	78
7.3. Transformação Ortogonal.....	78
7.4. Fatorização QR.....	79
8 - RESULTADOS.....	84
8.1. Descrição dos Dados.....	84
8.2. Resultados.....	88
9 - CONCLUSÕES E SUGESTÕES.....	95
9.1. Conclusões.....	95
9.2. Sugestões para Extensão deste Trabalho.....	96
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	98

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 3.1 – Constelação do sistema GPS.....	38
FIGURA 3.2 – Estação central de controle e estações monitoras do GPS.....	38
FIGURA 4.1 – Ilustração do método geométrico.....	48
FIGURA 4.2 – Esquema da definição de pseudo-distância.....	52
FIGURA 8.1 – Erros de posição para o dia 18/11/1993 – sem SA.....	90
FIGURA 8.2 – Erros de velocidade para o dia 18/11/1993 – sem SA.....	91
FIGURA 8.3 – Erros de posição para o dia 19/11/1993 – sem SA.....	91
FIGURA 8.4 – Erros de velocidade para o dia 19/11/1993 – sem SA.....	92
FIGURA 8.5 – Resíduos de pseudo-distância para o dia 18/11/1993 – sem SA.....	92
FIGURA 8.6 – Resíduos de pseudo-distância para o dia 19/11/1993 – sem SA.....	93
FIGURA 8.7 – Resíduos de pseudo-distância para o dia 18/11/1993 – com SA.....	93
FIGURA 8.5 – Resíduos de pseudo-distância para o dia 19/11/1993 – com SA.....	94

LISTA DE TABELAS

TABELA 3.1 – Efeitos das perturbações.....	43
TABELA 8.1 – Condições de teste para os dias 18 e 19 de novembro de 1993.....	87
TABELA 8.2 – Condições iniciais do estimador para os dias 18 e 19 de novembro de 1993.....	87
TABELA 8.3 – Condições iniciais das coordenadas de posição e velocidade.....	88
TABELA 8.4 – Erros estatísticos com e sem SA	94

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

A-S	Anti-Spoofing
C/A	Coarse/Acquisition code
CDDIS	Crustal Dynamics Data Information System
CNES	Centro Nacional de Estudos Espaciais da França
DOP	Diluição de Precisão
DORIS	Doppler Orbitography and Radio positioning Integrated by Satellite
FK	Filtro de Kalman
GCEs	Erros Geograficamente Correlacionados
GPS	Global Positioning System
INPE	Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
JGM	Joint Gravity Model
JPL	Jet Propulsion Laboratory
L1	Portadora L1 (1575,42 MHz)
L2	Portadora L2 (1227,60 MHz)
MCS	Master Control Station
MQL	Mínimos Quadrados por Lote
MQR	Mínimos Quadrados Recursivo
MS	Monitor Stations
NASA	National Aeronautics and Space Administration
NAVSTAR	NAVigation Satellite Timing And Ranging
NRL	Naval Research Laboratory
NTS	Navigation Technology Satellite
P	Precise code
POD	Precise Orbit Determination
POE	Precision Orbit Ephemeris
PRN	Ruido-Pseudo-Aleatório

RINEX	Receiver Independent Exchange (Format)
RK4	Runge-Kutta de quarta ordem
SA	Selective Availability
T/P	Ocean TOPography EXperiment - Topex/Poseidon
TIMATION	TIME navigATION
ToD	Earth true equator and equinox of date
UTC	Universal Time Coordinated
WGS	World Geodetic System

LISTA DE SÍMBOLOS

a	semi-eixo maior
a	vetor de aceleração das perturbações modeladas
b	vetor do desvio do relógio do receptor GPS
b_0	tendência do relógio do receptor GPS
b_1	deriva do relógio do receptor GPS
b_2	taxa de deriva do relógio do receptor GPS
c	velocidade da luz
dt	desvio do relógio do usuário
dT_i	desvio do relógio do i-ésimo satélite GPS
D_{ion}	desvio ionosférico em relação à medida da pseudo-distância
D_{trop}	desvio troposférico em relação à medida da pseudo-distância
e	excentricidade
E	anomalia excêntrica
f	freqüência nominal da portadora;
H	matriz sensibilidade
I	matriz identidade
J	função custo
J_{nm}	coeficiente relacionado com o achatamento da Terra
K	ganho de Kalman
M	anomalia média
N	ambigüidade inicial de ciclos em relação ao i-ésimo satélite GPS
P	matriz de covariância dos erros do estado
P_i	pseudo-distância medida pelo usuário em relação ao i-ésimo satélite GPS
P_{nm}	funções de Legendre

Q	matriz ortogonal
r	distância radial
r	vetor posição
v	vetor velocidade
\mathbf{r}_u	vetor posição do satélite usuário
R	matriz triangular superior
R_T	raio médio da Terra
\mathbf{r}_{GPS_i}	vetor posição do i-ésimo satélite GPS
S_{nm}, C_{nm}	coeficientes harmônicos esféricos
t	instante de observação
T_0	instante de transmissão do sinal do i-ésimo satélite GPS
T_i	instante de recepção do sinal do i-ésimo satélite GPS
v	vetor velocidade
x	vetor de estado
\bar{x}	valor nominal do estado
x, y, z	coordenadas de posição do satélite usuário
$(X, Y, Z)_i$	coordenadas de posição do i-ésimo satélite GPS
\hat{x}	estado estimado
\hat{x}_0	estimativa inicial
y	vetor das medidas
w	vetor ruído branco
W	matriz peso
Φ	matriz transição
v	ruídos de observação
μ	constante gravitacional terrestre
ρ_i	distância geométrica entre a antena do i-ésimo satélite GPS e a do receptor GPS
ω	argumento do perigeu

Ω	ascensão reta do nodo ascendente
φ_i	fase da portadora do satélite recebido no instante de recepção
φ_{ir}	fase da portadora completa no instante de recepção
φ_r	fase da portadora do receptor no instante de recepção
σ	desvio padrão
σ_i^2	variância
σ_{ij}	correlação
σ_j	incerteza na j-ésima observação
$\sigma_{\hat{x}_{0i}}$	incerteza na estimativa a priori \hat{x}_0 ;
Δt_i	intervalos de tempo de propagação

ÍNDICES SUPERIORES

$\hat{}$	estimado
T	transposto

ÍNDICES INFERIORES

0	inicial
GPS _i	refere-se aos dados do i-ésimo satélite GPS
u	refere-se ao receptor GPS
T	Terra

SILVA, A. A. *Determinação de órbitas com o GPS através de mínimos quadrados recursivo com rotações de Givens*. Guaratinguetá, 2001. 103p. Dissertação (Mestrado em Física) – Faculdade de Engenharia, Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista.

RESUMO

O Sistema de Posicionamento Global oferece um poderoso e relativamente barato processo para se determinar órbitas de satélites artificiais da Terra. Este trabalho apresenta um método de determinação de órbita para satélites com um receptor GPS a bordo. Medidas de pseudo-distância são usadas para estimar o vetor de estado. O estimador considerado é o método dos mínimos quadrados recursivo, através de rotações ortogonais de Givens, com a finalidade de evitar problemas numéricos e de inversão de matrizes. É considerado a modelagem das forças devido ao geopotencial de alto grau e ordem. Resultados indicam que a precisão em posição melhor que 10 m foi obtido usando dados reais do satélite Topex (com um mínimo de duas horas de dados – aproximadamente um período orbital). O resíduo de pseudo-distância teve um desvio padrão cerca de 5 m.

PALAVRAS-CHAVE: Sistema de Posicionamento Global, determinação de órbita, pseudo-distância, mínimos quadrados recursivo, rotações de Givens.

SILVA, A. A. *Orbit determination with the GPS using recursive least squares and Givens rotations.* Guaratinguetá, 2001. 103p. Dissertação (Mestrado em Física) – Faculdade de Engenharia, Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista.

ABSTRACT

The Global Positioning System is a powerful and low cost process to compute orbits for some artificial Earth satellites. This work presents a method of orbit determination for satellites with an onboard GPS receiver. Pseudo-ranges are used in the measurements equations for the orbit estimator. The estimator considered is the recursive least squares method, numerically improved with orthogonal Givens rotations and thus avoiding problems concerning inversion of matrices. Up to high order geopotential perturbations are taken into account. Results indicate that precision better than 10 m is easily obtained using batches of one orbital period for the TOPEX satellite (two hours of orbital period). Standard deviation of about 5 m resulted for the residuals.

KEYWORDS: Global Positioning System, orbit determination, pseudo-range, recursive least squares, Givens rotation.

CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO

1.1. INTRODUÇÃO

A determinação de órbita, de um modo geral, envolve vários aspectos de natureza distinta. Envolve modelagem da dinâmica e dos dados mensurados, estabilidade numérica dos algoritmos de processamento, e o esquema de estimação de estado, todos contribuindo em maior ou menor grau para a precisão final.

O problema de determinação de órbita consiste basicamente no processo de obtenção dos valores dos parâmetros que especificam completamente o movimento (a trajetória) de um corpo espacial (neste caso, um satélite artificial) através do espaço, baseado num conjunto de observações do corpo. Estas observações podem ser coletadas através de uma rede de rastreamento terrestre ou através de sensores, que no caso deste trabalho, são os receptores GPS, embarcados no próprio satélite.

O Sistema de Posicionamento Global (GPS) oferece um poderoso e relativamente barato processo para se determinar órbitas de satélites artificiais. Teoricamente, quatro satélites GPS, visíveis simultaneamente, são suficientes para se determinar os parâmetros de posição de um satélite que tenha um receptor GPS a bordo. Hoje, o sistema GPS é um excelente sistema de navegação por satélites que vem sendo utilizado em terra, no mar, e no espaço. O satélite Topex/Poseidon (T/P) é um exemplo de utilização deste sistema para posicionamento no espaço. Este satélite possui um sofisticado receptor GPS a bordo, como experimento, para determinar a sua posição.

Neste trabalho, propõe-se determinar a órbita de um satélite artificial utilizando conjuntamente o sistema GPS, um equipamento receptor GPS, e técnicas modernas de estimação motivadas pela finalidade de maximizar a precisão e, ao mesmo tempo, minimizar o custo da missão. Uma aplicação é

feita utilizando dados reais do satélite T/P para alguns dias que foram selecionados.

O método de determinação de órbita de satélites artificiais é um problema não linear em que as forças perturbadoras não são facilmente modeladas. Os satélites GPS enviam sinais precisos que, baseados na comparação entre sinais recebidos e sinais gerados pelo receptor, possibilitam calcular a pseudo-distância. Através de um receptor GPS a bordo de um satélite artificial é possível então obter medidas (pseudo-distância) que podem ser usadas para estimar o vetor de estado que caracteriza a órbita do satélite. Neste trabalho serão utilizadas medidas de pseudo-distância em uma única frequência L1.

Utilizando conhecimentos sobre a dinâmica do sistema e assumindo estatística de ruído do sistema dinâmico e erros de medida, o vetor de estado é calculado com base em um conjunto de observações. O erro entre o valor nominal e os decorrentes do processo de estimação é minimizado segundo o critério de mínimos quadrados através de ortogonalização, utilizando rotações de Givens.

1.2. MOTIVAÇÃO

Aplicações recentes de satélites artificiais necessitam descrever o movimento orbital com uma precisão de centímetros. Por exemplo, a componente radial da posição de satélites altimétricos como o ERS-1, ERS-2 e Topex/Poseidon devem ser determinados com precisão de alguns centímetros para que as medidas de altimetria possam ser usadas convenientemente. Também, para evitar colisões de naves espaciais, as posições de objetos (satélites ativos e “debris” espaciais) devem ser calculadas

com precisão da ordem de metros. Desta forma, diversos processos de determinação de órbita vêm sendo desenvolvidos para atingir estes objetivos.

Uma metodologia para este processo de determinação de órbitas, incluindo um processo dinâmico, baixo custo computacional e, levando em consideração as principais perturbações, vem sendo desenvolvida pelo INPE (Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais) com a finalidade de ser utilizada em um satélite brasileiro.

1.3. OBJETIVO

O objetivo deste trabalho é determinar a órbita de um satélite artificial que leva um receptor GPS a bordo, usando medidas de pseudo-distância entre o satélite usuário e a constelação GPS para fornecer as equações de medidas que serão usadas no estimador, o de Mínimos Quadrados.

Para isto, são utilizados dados reais de pseudo-distância coletados pelo receptor GPS a bordo do satélite Topex/Poseidon; modelagem das forças devido ao geopotencial até grau e ordem 50 com coeficientes do modelo JGM-2; medidas de pseudo-distância em uma única frequência L_1 (código); método dos mínimos quadrados recursivo através de rotações de Givens; e um mínimo de 2 horas de dados (aproximadamente 1 período orbital do satélite T/P).

1.4. SÍNTESE DO TRABALHO

No capítulo 1 é feita uma introdução do trabalho, a motivação e o seu principal objetivo.

No capítulo 2 é feito uma revisão bibliográfica da literatura dando ênfase aos vários métodos que foram desenvolvidos para a determinação de órbita de satélites artificiais utilizando o sistema GPS.

No capítulo 3 tem-se a descrição do sistema GPS, os seguimentos que compreendem o sistema, a estrutura do sinal e da mensagem, as principais fontes de erro e algumas aplicações para o mesmo.

No capítulo 4 é apresentado o princípio básico do sistema GPS para determinação de órbita; são descritos dois tipos de medidas de observação usados para calcular a distância entre o transmissor e o receptor: a pseudo-distância e a fase da portadora. Porém, maior ênfase é dada às medidas de pseudo-distância que são utilizadas neste trabalho.

O capítulo 5 contém a teoria básica de estimação de estado. O método escolhido para estimar o estado foi o de mínimos quadrados, um procedimento numérico que trata dos dados observados da trajetória do satélite para obter uma estimação dos parâmetros do mesmo; neste capítulo encontra-se a descrição do método incluindo a matriz peso e informações a priori.

O capítulo 6 trata do método utilizado neste trabalho para determinação de órbita; é apresentada a modelagem do sistema, o modelo dinâmico e das medidas, o modelo de forças que considera somente as perturbações devidas ao geopotencial, e uma breve discussão sobre o integrador numérico adotado para propagar o estado, o método de Runge-Kutta de passo fixo de quarta ordem.

O capítulo 7 apresenta as equações do método de mínimos quadrados na forma recursiva, bem como a descrição do método de ortogonalização através de rotações de Givens.

No capítulo 8 é feita uma descrição dos dados utilizados para analisar e validar o algoritmo proposto por esse trabalho; são apresentados os testes realizados utilizando dados reais do satélite Topex/Poseidon (T/P) para determinação de sua órbita, e os resultados obtidos com a utilização do método.

No capítulo 9 descreve-se as conclusões extraídas deste trabalho e os comentários finais para extensões futuras do mesmo.

O trabalho é então finalizado com a bibliografia consultada e necessária à sua realização.

CAPÍTULO 2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Ao longo dos anos, vários métodos para determinar a órbita de um satélite artificial foram desenvolvidos, variando os modelos do sistema dinâmico, os tipos de medidas, e as técnicas de estimação, com o objetivo de melhorar a precisão da estimativa.

Determinação de órbita de satélites artificiais usando o GPS tem sido bastante investigado nos últimos anos. Citam-se os trabalhos de Wu et al. (1987), Paiva (1988), Lopes & Kuga (1988), Colombo (1989), Osório (1992), Zhang & Yang (1993), Melbourne et al. (1994), Yunck et al. (1994), Christensen et al. (1994), Schutz et al. (1994), Chiaradia et al. (1997), Nascimento (1997), Chiaradia (2000), entre outros. Alguns desses trabalhos foram desenvolvidos com dados reais fornecidos por um receptor GPS a bordo de um satélite, o Topex/Poseidon.

O Topex/Poseidon (T/P) foi lançado em 10 de Agosto de 1992 pela união de esforços da NASA (Aeronáutica Nacional e Administração Espacial) e do CNES (Centro Nacional de Estudos Espaciais). Este satélite possui um receptor GPS a bordo como um dos experimentos para verificar os vários métodos propostos para determinação de órbita, translação de coordenadas geodésicas, nível dos oceanos, e modelos do geopotencial (Yunck et al., 1994; Melbourne et al., 1994; Christensen et al., 1994; Schutz et al., 1994).

Wu et al. (1987) descreveram a técnica de dinâmica reduzida para determinação precisa de órbita de satélites terrestres à baixa altitude. Esta técnica ótima combina a técnica de dinâmica convencional com técnica não dinâmica a qual usa GPS diferencial com fase da transportadora contínua para definir a transição de estado. É dada a formulação do filtro de Kalman para essa técnica de dinâmica reduzida. Uma análise da covariância mostra que, quando não se pode distinguir qual técnica é a melhor (da dinâmica

convencional ou da não dinâmica), a técnica da dinâmica reduzida melhora notavelmente a precisão da órbita.

Paiva (1988) desenvolveu procedimentos para a determinação de órbita a bordo de satélites artificiais terrestres. Devido às restrições impostas pelo computador de bordo, utilizou-se um modelo simples para a dinâmica do satélite e a filtragem de Kalman que permite o processamento das observações do satélite em tempo real, sem necessidade de armazená-los. As observações GPS obtidas a bordo do satélite artificial foram processadas seqüencialmente determinando-se com precisão a órbita através da estimação do estado ou dos coeficientes do modelo dinâmico, independentemente de processamento em terra. Os resultados dos testes realizados sob condições simuladas em computador digital indicaram a validade da utilização dos procedimentos propostos em sistemas autônomos de determinação de órbita.

O trabalho de Lopes & Kuga (1988) apresenta uma solução ótima para o problema de estimação de órbita local estática de um satélite terrestre via observações do GPS de *range* e *range-rate* fornecidos por três ou mais satélites distintos da constelação GPS.

Colombo (1989) desenvolveu uma teoria analítica de perturbação de órbita sugerindo que os erros nas efemérides dos satélites GPS devem ser causados principalmente pelos efeitos ressonantes que podem ser corrigidos pelo ajuste de poucos parâmetros em uma simples equação da aceleração empírica, apesar da complexidade de seus casos (erros de modelamento do campo gravitacional, pressão de radiação, etc), pelo menos para arcos fora de manobras orbitais. Neste trabalho são tratados aspectos dinâmicos dos erros nas efemérides dos satélites GPS. Inicialmente uma formulação analítica simples foi introduzida (órbita circular e equações linearizadas); considerou também efeitos de ressonância. Os resultados de Colombo sustentam a idéia de que os erros são dados principalmente pelos efeitos ressonantes. Esses

princípios descritos por Colombo são potencialmente aplicáveis para a computação das efemérides precisas de outros veículos espaciais, tais como satélites geossíncronos e satélites oceanográficos, os quais são altamente ressonantes.

Osório (1992) utilizou o sistema GPS para determinar a órbita de um satélite artificial de baixa altitude. Usou as variáveis de Poincaré modificadas para representação do movimento do satélite. O filtro estendido de Kalman foi utilizado como estimador de estado e a forma (quadrática) de Joseph foi usada para atualizar a matriz de covariância. Utilizou somente a medida de fase nas duas frequências para obter o posicionamento preciso dos satélites, fixar a ambigüidade das fases, determinar os parâmetros que definem o estado dos relógios, e o conteúdo eletrônico total ao longo do percurso dos sinais na ionosfera.

Zhang & Yang (1993) e Chiaradia et al. (1997) estudaram um método utilizando os elementos orbitais clássicos como estado a ser estimado pelo filtro de Kalman, o modelo de dinâmica simplificado considerando uma órbita kepleriana, e o modelo de medida considerando as observações de *pseudo-distância* fornecida pelo GPS. A verificação do método também foi feita por simulação das órbitas do GPS e do satélite usuário.

Melbourne et al. (1994) realizaram experiências de determinação precisa de órbita (POD), utilizando um receptor GPS embarcado no T/P e verificaram que resultados concretos foram produzidos. De fato, testes indicaram que o GPS fornece a altitude do satélite com uma precisão de ou melhor que 3 cm, utilizando medidas precisas de fase.

De acordo com Yunck et al. (1994), satélites terrestres a baixas altitudes sofrem diversas perturbações, tornando difícil a modelagem de algumas forças, como por exemplo, atração gravitacional terrestre e o arrasto

aerodinâmico. Isso diminui a precisão na determinação da órbita. Experimentos com o T/P utilizando receptor GPS a bordo apresentam a primeira oportunidade para aplicar a chamada **Técnica de Dinâmica Reduzida**, no sentido de minimizar os erros na determinação de órbita. A técnica utiliza a eficácia do GPS para fazer correções geométricas locais para a órbita do satélite obtido numa solução dinâmica convencional.

Conforme Christensen et al. (1994), órbitas que dependem de modelo para propagação do estado do satélite (órbitas dinâmicas) estão sujeitas a erros nas condições iniciais. Por outro lado, órbitas de dinâmica reduzida não são tão sensíveis a erros, visto que esses erros podem ser compensados pela excepcional precisão e geometria das observações fornecidas pelo GPS para a propagação do estado. De acordo com o experimento de Christensen et al. (1994), seus resultados sugerem que o modelo JGM-1, anterior ao lançamento do Topex/Poseidon, introduzia erros geograficamente correlacionados (GCEs) o qual tem uma forte dependência meridional. Mostraram ainda que a técnica de dinâmica reduzida com o GPS teria grande potencial para reduzir os erros na órbita do T/P mesmo considerando pequenos erros do modelamento dinâmico.

O trabalho de Schutz et al. (1994) mostra que os dados do GPS adquiridos pelo receptor de prova (DR) do T/P têm sido usados na determinação de órbita dinâmica, que é baseado na descrição das forças gravitacionais e não gravitacionais nas equações do movimento. Os dados de fase da transportadora do GPS foram processados em modo de diferença dupla para remover os erros do relógio, incluindo os efeitos de Disponibilidade Seletiva (“Selective Availability”). Estimção simultânea da órbita do T/P e das órbitas do GPS foram realizadas usando 5 ciclos de 10 dias em um intervalo entre dezembro (1992) e abril (1993). Os resultados das órbitas do T/P foram comparados com as órbitas do satélite determinadas por Laser Ranging, pelo processo DORIS (Doppler Orbitography and Radio positioning

Integrated by Satellite), e com as órbitas de dinâmica reduzida do JPL obtido através dos dados do GPS/DR. Um ajuste gravitacional experimental foi efetuado usando quatro ciclos dos dados do GPS/DR. Os resultados das órbitas do GPS/DR, determinados pela técnica da dinâmica com o campo gravitacional utilizado no experimento são melhores com as órbitas de dinâmica reduzida JPL, tanto na componente radial quanto nos resíduos altimétricos, que com as órbitas do JGM-2.

Binning (1996), usando dados específicos do Topex/Poseidon e a técnica de filtro de Kalman, descreveu o desenvolvimento de um software para estimar o vetor de estado de um satélite artificial através de medidas de fase da portadora e pseudo-distância. Também descreveu o desenvolvimento de um simulador de medidas para testar os algoritmos e métodos projetados para o filtro. Neste trabalho, admitindo-se que as frequências são livres de SA, Binning mostrou que a navegação pode ser feita em tempo real com precisão, em um dia, de 7 m, 3-D. A órbita pós-processada, sem uso de medidas de fase ou medidas diretas do solo, pode ter uma precisão de 50 cm.

Nascimento et al. (1997) utilizaram a solução de navegação GPS e o método dos mínimos quadrados como estimador para determinar a órbita de satélites artificiais. No modelo da dinâmica, foi considerado o efeito do achatamento da Terra. Os dados foram simulados obtendo erro em posição estimada em torno de 13 m com desvio padrão de 4,5 m e erro na velocidade estimada em torno de $9,95 \times 10^{-3}$ m/s com desvio padrão de $3,70 \times 10^{-3}$ m/s.

Binning (1997), utilizando softwares desenvolvidos pelo NRL (Naval Research Laboratory), estudou os efeitos da SA sobre a precisão de determinação de órbitas com o GPS. Dados reais do T/P são analisados e os resultados são comparados com as efemérides (POE) fornecidas pelo JPL. Os resultados mostraram que, utilizando medidas não corrompidas, o erro na

posição (pós-processada) do T/P foi de 45 cm e considerando medidas corrompidas com SA diária, a precisão varia entre 6,4 m e 9,6 m.

Gill (1997) estudou a determinação de órbita da estação orbital MIR com o GPS, contendo um receptor GPS a bordo e utiliza-se de um pacote denominado MOMSNAV. Neste trabalho Gill fez uma avaliação dos erros nos elementos Keplerianos para verificar a qualidade da determinação de órbita. A órbita determinada é comparada com os elementos 2-line fornecidos pelo NORAD, indicando que a precisão típica de uma efeméride 2-line para a MIR é de 1 km.

O trabalho de Kuga et al. (2000) descreve pesquisas sobre determinação de órbita com GPS que estão sendo desenvolvidas no INPE (Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais). São apresentados: a) o programa ORBEST contendo um algoritmo para calcular a solução de navegação através do processamento de dados do receptor GPS; b) a implementação de um sistema de determinação de órbita usando a solução de navegação; c) estudos preliminares para determinação de órbita em tempo real, com o GPS, através do filtro de Kalman. Várias simulações foram feitas para testar o desempenho dos algoritmos.

O trabalho de Rim et al. (2000) descreve uma missão, incluindo um receptor GPS a bordo, que está sendo desenvolvida. Devido as suas finalidades específicas, o satélite EOS ICESat, com lançamento previsto para julho de 2001 necessita de ter a sua órbita determinada com grande precisão. Para isto, serão usados dados de um receptor GPS a bordo do satélite. Este trabalho descreve brevemente quatro técnicas de determinação de órbita com o GPS: dinâmica, dinâmica reduzida, híbrida e um processo puramente cinemático. O processo cinemático, proposto para determinação precisa de órbita de satélites baixos, foi desenvolvido na Universidade do Texas em Austin. Neste processo, utilizando-se dois satélites GPS, uma estação no solo e

o satélite que se quer determinar a órbita, é feita a diferença dupla da fase da portadora. As diferenças duplas e triplas são processadas utilizando método de mínimos quadrados e assumindo que os parâmetros de ambigüidade são iguais a zero. Neste trabalho, utilizando o software Model Comparison, as técnicas são comparadas usando os pacotes MPSODP1 (desenvolvido na Univ. Texas) que denota o modelo dinâmico; o pacote GOA II (desenvolvido pelo JPL) que utiliza dinâmica reduzida; e o pacote KODAC (desenvolvido pela Univ. Texas) que utiliza a técnica cinemática. As simulações indicam que tanto o método dinâmico como o da dinâmica reduzida produzem precisões de mesma ordem para a órbita do satélite ICESat.

Chiaradia et al. (1999) e Chiaradia (2000) estudaram a determinação de órbita de satélites artificiais em tempo real e a bordo, usando o sistema de posicionamento global (GPS). O vetor de estado foi estimado pelo filtro de Kalman estendido. O integrador numérico de passo fixo de quarta ordem foi utilizado para integrar o vetor de estado. As equações de movimento consideraram somente perturbações devidas ao geopotencial. A matriz de covariância dos erros do estado foi propagada através da matriz de transição calculada de maneira otimizada. As medidas GPS de única frequência foram utilizadas como medidas de observação. Estas foram corrigidas com relação ao atraso dos relógios dos satélites GPS e do receptor. O efeito ionosférico foi considerado nas medidas através do modelo de dupla frequência, somente para avaliação do impacto na precisão. Dados reais do satélite Topex/Poseidon foram utilizados para validar o algoritmo desenvolvido. Os resultados obtidos foram comparados com os arquivos de efemérides precisas POE produzidas pelo JPL/NASA. Os erros em posição e em velocidade obtidos foram de 15 a 20 m e de 0,014 a 0,018 m/s, respectivamente, com ou sem Disponibilidade Seletiva – SA.

O presente trabalho apresenta um método de determinação de órbita de satélites artificiais com um receptor GPS a bordo. Medidas de pseudo-distância entre o satélite usuário e a constelação GPS são utilizadas para fornecer as equações de medidas para o estimador de órbita. O estimador considerado é o método dos mínimos quadrados recursivo, através de rotações ortogonais de Givens, com finalidade de evitar problemas numéricos e de inversão de matrizes. Dados reais de pseudo-distância coletados pelo receptor GPS a bordo do satélite Topex/Poseidon são utilizados. É considerado também a modelagem das forças devido ao geopotencial até grau e ordem 50 com coeficientes do modelo JGM-2. Assume-se também que requisitos de tempo real não estão presentes; porém, faz-se necessário o baixo custo computacional com precisão suficiente para posicionamento de satélites.

CAPÍTULO 3 – NAVSTAR - GPS

Neste capítulo serão apresentados a descrição do sistema GPS, os seguimentos que compreendem o sistema, a estrutura do sinal e da mensagem, as principais fontes de erro e algumas aplicações para o mesmo.

3.1. INTRODUÇÃO

O sistema NAVSTAR-GPS (Navigation Satellite Timing and Ranging – Global Positioning System) é um sistema de posicionamento e navegação que utiliza satélites em órbitas circulares. Seu desenvolvimento é controlado pelo Departamento de Defesa dos EUA e destina-se a satisfazer as exigências tanto civis quanto militares na determinação precisa de posição, velocidade e tempo em um sistema de referência comum e em qualquer lugar sobre ou acima da superfície terrestre.

3.2. HISTÓRICO

A navegação celestial acompanha o homem desde a sua primeira aventura no mar.

A necessidade de melhorar a precisão no conhecimento da posição de um determinado objeto iniciou-se com os bombardeios noturnos durante a Segunda Guerra Mundial. Sinais de rádio eram utilizados na determinação posicional das aeronaves; porém havia algumas limitações :

- As ondas de rádio de alta frequência proporcionam uma navegação precisa mas são influenciadas pelo relevo, o que limita o seu alcance;

- As ondas de rádio de baixa frequência apresentam longo alcance, porém são pobres em precisão.

O desenvolvimento de satélites artificiais leva a solução desse impasse: localizados no espaço, cobrem grandes áreas com altas frequências.

Em 1958 a Marinha Americana iniciou um programa com o objetivo de implantar um sistema de navegação para submarinos Polaris, tal sistema conhecido como TRANSIT é constituído por 6 satélites em órbitas polares a 1.040 km de altitude. No que se refere a aplicações aeronáuticas, o TRANSIT possui algumas limitações, tais como a necessidade do usuário estar parado ou movimentar-se com velocidade relativamente baixa. Porém, a experiência adquirida com este sistema foi fundamental para o desenvolvimento do GPS.

Em setembro de 1964 um novo projeto foi iniciado, voltado para a navegação de alta precisão e baseado na medida do tempo. Denominado TIMATION (TIME navigATION), este programa previa o emprego de 27 satélites em três órbitas com 53 graus de inclinação em relação ao equador e a 13.500 km de altitude.

Entre 27 de maio de 1967 e 14 de julho de 1974 foram lançados três satélites: TIMATION I, TIMATION II e TIMATION III.

Em 1973, a USAF emitiu um documento no qual denominou o programa: “NAVSTAR GLOBAL POSITION SYSTEM”, mais conhecido como GPS. A partir deste ponto foi iniciado um programa de desenvolvimento de tecnologia de satélites visando a implementação do GPS (NAVSTAR GPS User Equipment, 1991).

O satélite TIMATION III co-batizado de NTS-1 (Navigation Technology Satellite - 1) já possuía algumas das características do futuro sistema GPS, tais como transmissor de Banda L e relógios atômicos. O NTS-2, lançado a seguir, foi o primeiro satélite projetado especialmente para fazer parte da constelação GPS e foi colocado em órbita circular a 20.180 km de altitude, semelhante às órbitas dos atuais satélites do sistema, em contraste

com as órbitas anteriores TIMATION I e II a 950 km e TIMATION III/NTS-1 a 13.500 km de altitude.

O sistema GPS - Global Positioning System - foi planejado com o intuito de substituir o sistema TRANSIT na década de 70, sendo propriedade e operado pelo Departamento de Defesa dos Estados Unidos.

Sua construção começou com uma série chamada de satélites do Bloco I, sendo lançado o primeiro satélite em 1978 (Dow et al., 1994). Satélites deste bloco têm ângulos de inclinação de 63° . Estes satélites são experimentais e foram usados somente para a primeira fase da construção da constelação.

Uma nova série foi lançada com um ângulo de inclinação de 55° , chamada de Bloco II. O primeiro satélite deste bloco foi lançado em fevereiro de 1989. Outra série de satélites, chamada de Bloco IIA, começou a ser lançada em novembro de 1990, com a característica de fornecer 180 dias de operação sem contato com o segmento de controle (Leick, 1995).

Pode-se dizer que o desenvolvimento do projeto GPS atende três fases distintas (NAVSTAR GPS User Equipment, 1991):

FASE I: com início em 1973 e término em 1978. Validaram-se os conceitos do sistema, projetaram-se satélites protótipos, estabeleceu-se um segmento de controle, testaram-se modelos avançados de equipamento para o usuário, definiram-se os custos e demonstrou-se o seu valor.

FASE II: com início em 1979 e término em 1985, esta é a fase do desenvolvimento e teste do sistema, com operação limitada (cerca de 4 horas por dia) com 10 satélites e equipamentos de rastreamento.

FASE III: o sistema está completamente operacional e os receptores estão sendo produzidos maciçamente.

3.3. ESTRUTURA DO SISTEMA

O sistema constitui-se de três segmentos básicos: o espacial, formado pelos satélites; o de controle, formado pelas estações terrestres que acompanham e controlam o desempenho e o funcionamento do sistema; e o segmento usuário, formado pelos usuários do sistema (os receptores).

3.3.1. Segmento Espacial

O segmento espacial foi originalmente concebido como uma constelação de 27 satélites dos quais 3 são mantidos como reservas e 24 estão ativos. De modo a se ter um mínimo de quatro satélites visíveis simultaneamente 24 horas por dia, em posição conveniente, estes satélites estão divididos em 3 órbitas quase circulares, com período de 11h58min (metade do período de rotação da Terra, com semi-eixo maior de aproximadamente 26.500 km), inclinadas de 63° e espaçadas de 120° (Leick, 1995). Dez satélites foram lançados com essas características e formaram os chamados satélites do “Bloco I”. Devido a aspectos econômicos, o sistema foi inicialmente alterado para 18 satélites (e mais três reservas) arrançados em seis planos orbitais inclinados de 55° com argumento do perigeu de 0° , 120° e 240° e longitudes do nodo ascendente de 0° , 60° , 120° , 240° e 300° . Estes são denominados de satélites do “Bloco II”.

Desde o início do desenvolvimento da constelação GPS, várias mudanças ocorreram: satélites foram substituídos, desativados e novos satélites foram lançados. Até novembro de 2000 a constelação GPS encontrava-se com 28 satélites em operação (Ferreira, 2000)*.

A Figura 3.1 esquematiza a configuração da constelação GPS.

As órbitas de grande altitude foram escolhidas para que os satélites pudessem ser rastreados durante várias horas antes de desaparecerem no

horizonte. Do ponto de vista de um observador fixo na superfície da Terra um mesmo satélite só é visível a cada 24 horas. As manobras para manter o satélite no seu curso ocorrem com um período de meses.

À medida que o satélite descreve sua órbita, um mecanismo de controle de atitude mantém o corpo principal do mesmo orientado de modo que sua parte inferior, onde estão localizadas as antenas, permaneça sempre apontada para a vertical local, enquanto os painéis solares giram constantemente em torno de um eixo comum para uma melhor exposição ao Sol.

Ainda devido a grande altitude, os satélites estão constantemente expostos ao Sol, com exceção de 2 dias durante um ano, nos quais eles tornam-se eclipsados pela Terra. Cada eclipse dura uma pequena fração do período da órbita.

3.3.2. Segmento de Controle

O segmento de controle é um conjunto de seis estações terrestres distribuídas da seguinte forma (Parkinson, 1996):

- 4 estações Monitoras (MS – Monitor Stations), localizadas no Havaí, Alasca, Guam (no Pacífico) e na base aérea de Vandenberg na Califórnia;
- 1 estação de Transmissão de Dados para os satélites (ULS – UpLoading Station), localizada na base aérea de Vandenberg na Califórnia;
- 1 estação Central de Controle (MCS – Master Control Station).

As MS são estações automáticas destinadas à coleta de dados e sob controle direto da MCS. Os dados coletados são relativos a atmosfera local e a pseudo-distância P_i de cada satélite. Estes dados serão utilizados pela MCS para a correção do modelo matemático da troposfera, correção dos erros dos

relógios, e nos cálculos necessários para a determinação das efemérides de cada satélite.

Os dados coletados ficam armazenados nas MS até que sejam requisitados pela MCS.

A ULS é uma espécie de interface entre a MCS e os satélites. Sua função é enviar os dados gerados pela MCS para o processador de navegação de cada satélite através de um canal de controle e comando que opera em banda S. Os dados transmitidos incluem dados de navegação para os usuários, solicitação para diagnóstico do processador dos satélites e comandos para sincronizar os relógios .

A MCS além de controlar as MS e a ULS faz interface com o “Satellite Control Facility” – SCF e com o “Naval Surface Weapons Center” – NSWC, ambos pertencentes à Marinha Americana.

A SCF serve de reserva para o caso de falhas na ULS. O NSWC fornece a partir dos dados colhidos no período de uma semana as efemérides de cada satélite. Neste processo, as MS agem como satélites e estes como usuários.

Além das tarefas já citadas, a MCS é responsável pelo controle dos satélites que se desviam muito de suas órbitas, bem como pelas manobras de substituição de um reserva. A Figura 3.2 apresenta a distribuição das estações terrestres.

Outras estações de rastreamento do GPS estão em operação e localizam-se na Austrália, Argentina, Inglaterra, Bahrain, Equador, Washington D.C e China (Malys et al., 1997).

3.3.3. Segmento Usuário

O segmento usuário consiste dos equipamentos e/ou instalações utilizadas para a recepção dos sinais e mensagens. O tipo de receptor vai

depende dos propósitos do observador (usuário), por exemplo, se ele deseja soluções em tempo real para navegação ou se as observações se destinam a aplicações geodésicas, que exigem maior precisão e, portanto, um maior período de tempo para a observação. No entanto, qualquer que seja o receptor, ele deverá permitir a recepção e o processamento de sinais provenientes de pelo menos quatro satélites simultânea ou seqüencialmente.

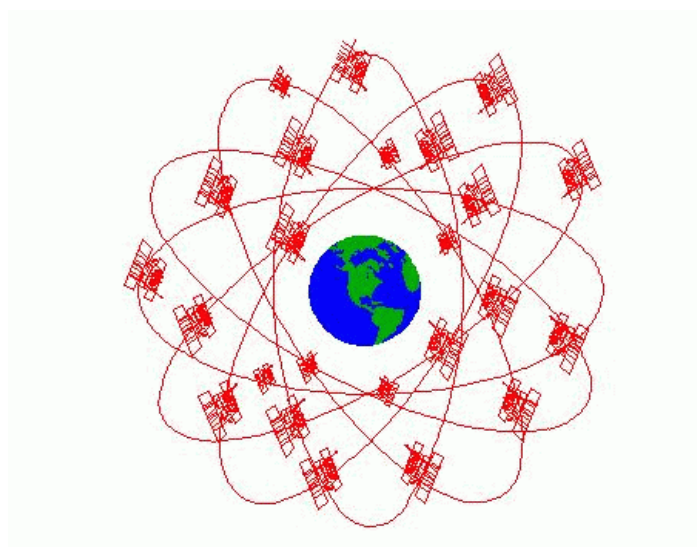


FIGURA 3.1 - Constelação do sistema GPS

FONTE: (Dana, 1998)

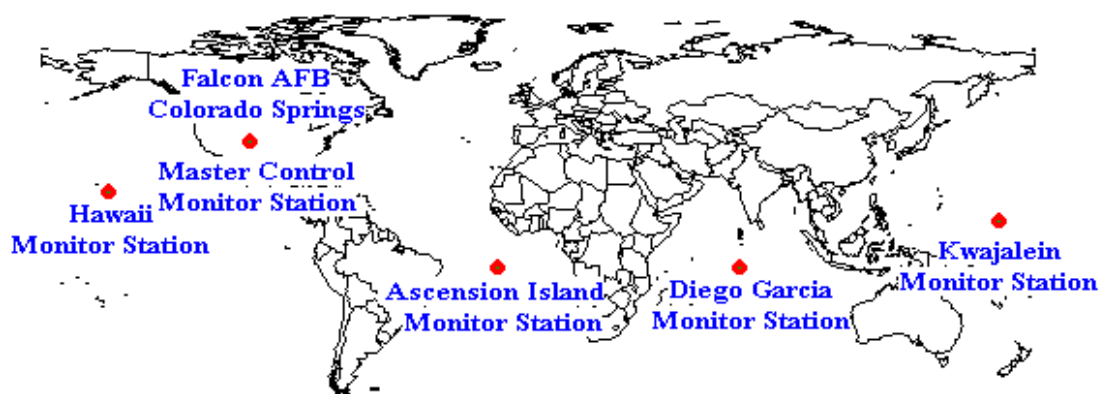


FIGURA 3.2 - Estação central de controle e estações monitoras do GPS

FONTE: (Dana, 1998)

3.4. ESTRUTURA DO SINAL E DA MENSAGEM DO GPS

Os sinais que chegam de cada satélite consiste em três componentes:

- uma portadora RF;
- código binário;
- dados da mensagem de navegação.

As frequências de transmissão utilizadas pelos satélites são as seguintes (Leick, 1995; Dow et al., 1994):

- Comunicação com os usuários – Link de Transmissão:
 - a) LINK1 (L1) – portadora de 1575,42 MHz, níveis de -160 a -163 dBW e modulação em fase.
 - b) LINK2 (L2) – portadora de 1227,60 MHz, níveis de -166 dBW e modulação em fase.
- Comunicação com as estações de controle – Link de Transmissão:
 - a) BANDA – S = 2227,50 MHz
- Comunicação com as estações de controle – Link de Recepção:
 - a) BANDA – S = 1783,74 MHz

A mensagem transmitida por cada satélite ao usuário contém :

- parâmetros para correção do relógio do satélite;
- efemérides do satélite e parâmetros para correções orbitais;
- almanaque e "saúde" de todos os satélites da constelação;
- dados para correção da propagação ionosférica;
- código de identificação.

Estas informações, chamadas de *System Data*, são transmitidas em formato binário nas taxas de 1.023 MHz e 10.23 MHz e são antecedidas por um código de identificação, sem o conhecimento do qual o usuário não será capaz de retirá-las do sinal recebido. As portadoras de frequências L1 e L2 são moduladas em fase e em quadratura de fase pela composição *System Data + Identification Code*.

Os códigos de identificação utilizados são os seguintes:

- a) código P (Precision), para uso militar, que é transmitido em ambas bandas L1 e L2; e
- b) código C/A (Coarse/Acquisition), para uso civil, que é transmitido somente em L1 e está sujeito a muitas degradações.

Estes códigos são do tipo Ruído-Pseudo-Aleatório (PRN) e permitem que a mensagem de posição do satélite transmitida para o usuário seja, eventualmente, acrescida de ruído, não necessariamente Gaussiano, que deteriora a precisão com que o usuário irá determinar a sua posição.

Existem duas técnicas que degradam os sinais dos códigos, que são controladas pelos Estados Unidos. Uma delas é a Disponibilidade Seletiva (SA) e a outra técnica é o Anti-Spoofing (A-S).

3.5. PRINCIPAIS FONTES DE ERRO

As principais fontes de erro do sistema GPS são as seguintes (Leick, 1995):

- a) erro devido à geometria dos satélites com relação ao observador;
- b) desvios dos relógios dos satélites;
- c) atraso de propagação e processamento dos sinais pelos circuitos do receptor GPS;
- d) erros devido ao multicaminho dos sinais;

- e) efeitos da atmosfera sobre a velocidade e a trajetória de propagação dos sinais transmitidos;
- f) erros devidos à resolução, não sincronismo, e ruído, do receptor do usuário;
- g) erro na determinação da posição dos satélites (erro de efemérides).

Várias formas de representação das efemérides foram estudadas até se chegar num conjunto de parâmetros que, sendo uma extensão dos elementos Keplerianos, definem a posição do satélite.

Os conjuntos de parâmetros utilizados são incluídos na mensagem transmitida pelo GPS e são os seguintes (Van Dierendonck et al., 1978):

M_0	Anomalia média no tempo de referência T_{oe} .
Δn	Diferença entre o movimento médio real e o computado.
e	Excentricidade.
$a^{1/2}$	Raiz quadrada do semi-eixo maior.
Ω_0	Ascensão reta no tempo de referência T_{oe} .
i_0	Ângulo de inclinação no tempo de referência T_{oe} .
ω	Argumento do perigeu.
$\Omega\dot{O}T$	Taxa de variação da ascensão reta.
$I\dot{O}T$	Taxa de variação do ângulo de inclinação.
T_{oe}	Tempo de referência das efemérides.
$IODE$	Idade dos dados das efemérides.

C_{uc}	Amplitude do termo de correção em co-seno do argumento de latitude.
C_{us}	Amplitude do termo de correção em seno do argumento de latitude.
C_{rc}	Amplitude do termo de correção em co-seno do raio da órbita.
C_{rs}	Amplitude do termo de correção em seno do raio da órbita.
C_{ic}	Amplitude do termo de correção em co-seno do ângulo de inclinação.
C_{is}	Amplitude do termo de correção em seno do ângulo de inclinação.

A Estação de Controle (MCS) atualiza o conjunto de parâmetros em intervalos de 1 hora, embora cada conjunto seja válido por 1,5 horas. A superposição de meia hora garante uma margem de segurança para que o usuário possa receber o novo conjunto atualizado.

As órbitas dos satélites GPS, devido às características do segmento espacial, estão submetidas as seguintes principais perturbações:

- campo gravitacional terrestre,
- atração luni-solar e
- pressão de radiação solar (incluindo a sombra da Terra).

Uma perturbação adicional deve também ser levada em consideração, a ressonância 2:1 devida a comensurabilidade do período orbital com o período de rotação da Terra. Para se conseguir a precisão necessária para algumas aplicações específicas todas estas perturbações devem ser consideradas simultaneamente.

Segue-se a Tabela 3.1 com algumas das perturbações, bem como seus efeitos (Van Dierendonck et al., 1978):

TABELA 3.1 – Efeitos das perturbações

PERTURBAÇÃO	ACELERAÇÃO MÁXIMA CAUSADA (m/s²)	PERÍODO DOMINANTE (horas)	MÁXIMA EXCURSÃO EM UMA HORA (metros)
Atração da Terra	5×10^{-1}	12	-
2° Harmônico zonal	5×10^{-5}	secular + 6	300
Gravidade lunar	5×10^{-6}	secular + 12	40
Gravidade solar	3×10^{-6}	secular + 12	20
4° Harmônico zonal	1×10^{-7}	3	0.6
Pressão de radiação solar	1×10^{-7}	secular + 3	0.6
Anomalias no campo gravitacional	1×10^{-8}	várias	0.06

Embora o sistema possua mecanismos e algoritmos para a correção das perturbações já citadas, esta correção não é perfeita e, portanto existirá sempre um resíduo não compensado.

Uma estimativa destes resíduos, usando medidas de pseudo-distância, é dada a seguir:

Desvio do relógio e efemérides	1,5 m
Efeitos da atmosfera	2,4 a 5,2 m
“Group Delay”	1,0 m
Multicaminho	1,2 a 2,7 m
Resolução/ruído do receptor e dinâmica do usuário	1,5 m
Erro total combinado	3,6 a 10,4 m

3.6. APLICAÇÕES DO SISTEMA GPS

As aplicações do GPS atingem as mais variadas áreas de atividades, tanto militares quanto civis.

Em geodésia, cartografia e levantamentos o GPS fornece precisão suficiente para as exigências no monitoramento da deformação global (por exemplo, movimentos de placas tectônicas) e local (por exemplo, afundamento de minas, deformação estrutural).

No mar, é possível a determinação de riscos latentes à navegação tais como bóias de sinalização, bancos de areia e “icebergs”, além de auxiliar no levantamento topográfico dos cais e portos e no posicionamento de plataformas de perfuração.

Na navegação aérea permite aproximações precisas para pouso em qualquer condição meteorológica.

O GPS, em conjunto com um sistema de comunicações de dados, permite o controle de tráfego aéreo global, que torna mais segura a navegação em rota e facilita os serviços de busca e salvamento.

As aplicações militares podem ser tanto estratégicas quanto táticas, servindo basicamente de apoio à decisão e a sistemas de armas.

Dentre os equipamentos desenvolvidos, pode-se citar: receptor portátil para posicionamento de um homem; receptores para navegação e posicionamento de carros de combate; baterias móveis de artilharia e helicópteros; e receptor portátil para guiagem de mísseis táticos de médio alcance, com controle de posição e velocidade.

CAPÍTULO 5 – TEORIA DE ESTIMAÇÃO DE ESTADO

Este capítulo descreve a teoria básica de estimação de estado, bem como, o método de mínimos quadrados incluindo a matriz peso e informações a priori.

5.1. INTRODUÇÃO

Para determinar se um sistema está representado propriamente, afim de controlá-lo, deve-se conhecer como ele evolui em cada instante de tempo, ou seja, deve-se conhecer o **estado do sistema**. O estado de um sistema físico é determinado através de um dispositivo de medida, o qual faz as medidas ou as observações do sistema. Essas medidas podem conter ruídos que são causados pelos componentes mecânicos e eletrônicos dos instrumentos de medida. O problema de se determinar o estado de um sistema a partir de medidas ruidosas é chamada de **estimação**.

A teoria da estimação, como a própria palavra já define, trata-se da estimação de um evento a partir de dados observados ao longo de um determinado período de tempo.

A teoria de estimação se aplica em várias áreas, tais como: economia, física, química, engenharia em suas diversas especialidades, biologia; enfim, em todos os campos em que se pretende conhecer melhor um determinado fenômeno.

O problema de estimar estado de um sistema dinâmico a partir de observações ruidosas foi desenvolvido por Gauss, que tinha o interesse na determinação de elementos orbitais de um corpo celeste a partir de várias observações. Com isso Gauss desenvolveu a técnica dos **mínimos quadrados**.

5.2. PRINCÍPIO BÁSICO

O problema geral de estimação pode ser formulado da maneira descrita abaixo:

Considera-se \mathbf{x} como sendo o vetor cujas componentes são as variáveis a serem estimadas, que é assumido como sendo uma função de θ , correspondente às observações realizadas. Se θ é uma função contínua do tempo, suas componentes constituem vários tipos de dados contínuos e tem-se o problema de estimação contínua. Porém, se as observações são realizadas em tempos discretos, tem-se o problema de estimação discreta e, as m componentes de θ representam diferentes tipos de dados em um mesmo ou em diferentes instantes de tempo. Em qualquer caso, é assumido que existe uma função conhecida que relaciona θ com o vetor \mathbf{x} , ou seja:

$$\theta = \theta(\mathbf{x}) \quad (5.1)$$

Em geral, problemas de estimação como o mostrado acima são de difícil solução, seja analítica ou numérica. Isso ocorre porque não existe uma única solução, uma vez que existem várias estimativas para o problema. Então, a solução obtida irá depender do critério de estimação adotado.

Desde que a estimação geralmente implica em um erro entre o valor verdadeiro ou nominal e os valores decorrentes do processo de estimação, é natural minimizá-lo.

No processo de estimação do estado existem duas maneiras básicas para estimar o vetor de estado:

1. O vetor de estado é atualizado no instante de referência, usando um bloco de observações obtido durante um intervalo de tempo. Se o número de informações m for menor que o número de variáveis de estado n , a serem estimadas, a solução é indeterminada. Se $m = n$, a

solução é completamente determinada. Se $m > n$, a solução é super determinada e utiliza-se um tratamento estatístico para se obter a solução. Neste caso, utiliza-se o processo chamado estimador por lotes. O critério mais utilizado nos estimadores por lotes é o de mínimos quadrados, sendo conhecido por **mínimos quadrados por lote (MQL)**;

Algumas características referentes ao estimador por lotes são:

- implementação simples;
- aumento na complexidade dos modelos, tornando-os mais sofisticados pois o processamento das medidas não é feito em tempo real;
- permite analisar a consistência dos resultados globalmente.

O tempo computacional requerido depende da quantidade de parâmetros do estado, da quantidade de observações, da complexidade do modelo dinâmico, da quantidade de iterações necessárias para a convergência, e do sistema computacional. Em problemas não lineares, se os valores iniciais calculados não forem razoavelmente próximos da solução, poderá não haver convergência, ou seja, se estiverem fora do domínio de linearização, provavelmente o método não converge (Wertz, 1978).

2. O vetor de estado é atualizado após cada observação ser processada. Este processo é chamado de **estimador seqüencial ou recursivo**.

Pode-se ter um estimador seqüencial que se utiliza da teoria do filtro de Kalman (**FK**) ou da teoria de “mínimos quadrados” recursivo (**MQR**). O MQR atualiza o vetor de estado num instante de referência e essa atualização prossegue a medida que os dados são processados, sem a necessidade de aguardar até que todas as observações sejam obtidas. A precisão das estimativas melhora a medida que mais observações são processadas. No

caráter recursivo do filtro de Kalman, o estado é estimado para o instante da observação, e as observações podem ser processadas a medida que são coletadas implicando numa economia de memória de armazenamento. Esta característica torna-se ideal para aplicações em tempo real.

As características referentes ao Filtro de Kalman são:

- a convergência é obtida à medida que uma certa quantidade de observações é processada;
- não armazena dados na memória do computador;
- sujeito a problemas de divergência;
- diluição, em geral, dos erros da estimativa inicial à medida que as observações vão sendo processadas;
- exigência de um esquema robusto de rejeição de dados para remover dados ruidosos;
- tempo de processamento dependente da complexidade da dinâmica;
- não precisa iterar sobre dados previamente observados;
- redução da carga de processamento.

Para o caso da solução do problema de determinação de órbita adota-se a teoria de mínimos quadrados por ser um processo mais robusto. Dependendo do uso, pode-se optar pelo melhor procedimento para cada caso. Assim, no caso de navegação autônoma, usa-se o filtro de Kalman por ser capaz de estimar o estado atual em tempo real. Se a determinação de órbita for realizada “off-line” em computadores em terra, pode ser preferível o método de mínimos quadrados, que produz um resultado estatístico global.

5.3. TEORIA BÁSICA DE MÍNIMOS QUADRADOS

Estimação de órbita é um problema de grande importância no que tange à órbita de satélites artificiais. Ela envolve a comparação entre as observações realizadas por estação de rastreamento e a órbita predita ou propagada, obtida a partir de um modelo matemático.

Neste caso o método de mínimos quadrados pode ser visto como um procedimento numérico que trata dos dados observados da trajetória do satélite para obter uma estimação dos parâmetros do mesmo.

A seguir, tem-se algumas definições básicas sobre a teoria de mínimos quadrados.

Considere dois vetores reais \mathbf{x} e \mathbf{y} de forma que representem um estado físico e um estado observável de um sistema dinâmico. Desta forma, pode-se assumir que \mathbf{y} é relacionado a \mathbf{x} através de uma função vetorial, ou seja:

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}) \quad (5.2)$$

Considerando que qualquer processo de observação envolve imperfeições que não podem ser modeladas de uma maneira determinística, assume-se que as imperfeições observadas em \mathbf{y} são modeladas de maneira aleatória e representadas por um vetor \mathbf{v} . Assim sendo, a equação anterior torna-se (NASA, 1976):

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}(\mathbf{x}) + \mathbf{v}, \quad (5.3)$$

que é denominada de equação não linear regressiva.

O objetivo é tentar estimar um valor de \mathbf{x} que minimize a soma ponderada dos quadrados dos resíduos da observação, entre a observação atual

e a observação computada a partir da utilização de um modelo matemático. Porém, se as incertezas das diferentes observações não forem iguais, cada observação é convenientemente ponderada escolhendo-se uma matriz de peso, \mathbf{W} .

Matematicamente, existe uma quantidade escalar dada por (Kuga, 1989):

$$J(\mathbf{x}) = \|\mathbf{y} - \mathbf{h}(\mathbf{x})\|_{\mathbf{w}}^2 = \|\mathbf{W}^{1/2}(\mathbf{y} - \mathbf{h}(\mathbf{x}))\|^2$$

ou

$$J(\mathbf{x}) = [\mathbf{y} - \mathbf{h}(\mathbf{x})]^T \mathbf{W} [\mathbf{y} - \mathbf{h}(\mathbf{x})] \quad (5.4)$$

em que J é a função custo a ser minimizada e $\| \cdot \|$ é a norma ou comprimento euclidiano do vetor.

No processo de minimização, uma função a priori de estimação do estado $\bar{\mathbf{x}}$ é assumida ser conhecida. O desvio de $\bar{\mathbf{x}}$ a partir do valor nominal do estado é considerado como sendo de média zero e sua matriz de covariância é assumida também ser conhecida.

A condição necessária para minimizar $J(\mathbf{x})$ com relação a \mathbf{x} é que a derivada parcial de J em relação a \mathbf{x} seja zero:

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{x}} = \mathbf{0}^T \quad (5.5)$$

Desta maneira, o valor de \mathbf{x} que minimiza J é a raiz da equação:

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{x}} = \left[\frac{\partial J}{\partial x_1} \quad \frac{\partial J}{\partial x_2} \quad \dots \quad \frac{\partial J}{\partial x_n} \right] = \mathbf{0}^T$$

ou ainda

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{x}} = [\mathbf{y} - \mathbf{h}(\mathbf{x})]^T \mathbf{W} \left(\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{x}} \right) = \mathbf{0}^T \quad (5.6)$$

Uma maneira de solucionar a equação (5.6) é fazer a sua linearização, isto é, expandir $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ numa série de Taylor em torno de $\bar{\mathbf{x}}$ e considerar os termos de primeira ordem. Assim, tem-se:

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}) = \mathbf{h}(\bar{\mathbf{x}}) + \mathbf{H}\Delta\mathbf{x} \quad (5.7)$$

com

$$\mathbf{H} = \left(\frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{x}} \right)_{\mathbf{x}=\bar{\mathbf{x}}}$$

$$\Delta\mathbf{x} = \mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}$$

em que $\bar{\mathbf{x}}$ é a trajetória de referência atual e \mathbf{H} é uma matriz $m \times n$ das derivadas parciais de $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ com relação a \mathbf{x} , avaliado em $\mathbf{x} = \bar{\mathbf{x}}$.

Substituindo o valor de $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ da equação (5.7) na equação (5.3), tem-se:

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}(\bar{\mathbf{x}}) + \mathbf{H}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{v}$$

ou

$$\Delta\mathbf{y} = \mathbf{H}\Delta\mathbf{x} + \mathbf{v} \quad (5.8)$$

com: $\Delta\mathbf{y} = \mathbf{y} - \mathbf{h}(\bar{\mathbf{x}})$

Consequentemente, usando a equação (5.7) e (5.8), a forma linearizada da equação (5.6) fica:

$$[\mathbf{y} - \mathbf{h}(\bar{\mathbf{x}}) - \mathbf{H}\Delta\mathbf{x}]^T \mathbf{W} \left[\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} (\mathbf{h}(\bar{\mathbf{x}}) + \mathbf{H}\Delta\mathbf{x}) \right] = \mathbf{0}^T \quad (5.9)$$

ou seja:

$$[\Delta\mathbf{y} - \mathbf{H}\Delta\mathbf{x}]^T \mathbf{W} \left[\frac{\partial \mathbf{h}(\bar{\mathbf{x}})}{\partial \mathbf{x}} + \mathbf{H} \frac{\partial \Delta\mathbf{x}}{\partial \mathbf{x}} \right] = \mathbf{0}^T \quad (5.10)$$

ou ainda

$$[\Delta \mathbf{y} - \mathbf{H}\Delta \mathbf{x}]^T \mathbf{W} \mathbf{H} = \mathbf{0}^T \quad (5.11)$$

Resolvendo a equação (5.11), obtém-se a melhor estimativa de $\Delta \mathbf{x}$, como pode ser visto a seguir:

$$\Delta \mathbf{x} = (\mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{W} \Delta \mathbf{y} \quad (5.12)$$

Agora, para a linearização ser válida, $\Delta \mathbf{x}$ deve ser bem pequeno em qualquer sentido. Em outras palavras, a estimativa a priori deve ser suficientemente próxima da solução para que a linearização seja válida.

Por definição, para a matriz peso, \mathbf{W} , é usualmente feita a hipótese de que as observações feitas num dado tempo, não são espacialmente correlacionadas, e que as medidas de diferentes tempos também não são correlacionadas ao tempo (Gelb, 1974). Desta forma, supondo que a medida da covariância do vetor ruído das observações é conhecido, o peso da matriz é equacionado para o inverso da matriz de covariância da medida dos erros, ou seja, a matriz assume uma forma geral do tipo:

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_1^2} & \frac{1}{\sigma_{1,2}} & \Lambda & \frac{1}{\sigma_{1,n}} \\ & \frac{1}{\sigma_2^2} & \Lambda & \frac{1}{\sigma_{2,n}} \\ & & \text{O} & \text{M} \\ & \text{simétrico} & & \frac{1}{\sigma_n^2} \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

em que $\frac{1}{\sigma_n^2}$ é a variância e $\frac{1}{\sigma_{mn}}$ é a correlação da componente n da medida dos erros, correspondente a medida de \mathbf{y} .

Em problemas de estimação de órbita, \mathbf{W} é considerado diagonal, uma vez que a correlação entre elementos (fora da diagonal) da medida dos erros é raramente disponível (NASA, 1976). O inverso da matriz $\mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{H}$ na equação (5.12) é a matriz de covariância dos erros em \mathbf{x} .

5.4. MÍNIMOS QUADRADOS COM INFORMAÇÃO A PRIORI

Acrescentando à função J (equação (5.4)), além da matriz \mathbf{W} , uma informação estatística “a priori” $\hat{\mathbf{x}}_0$ e uma matriz de informação “a priori” \mathbf{P}_0^{-1} , no contexto de mínimos quadrados tem-se:

$$J = \|(\mathbf{y} - \mathbf{h}(\mathbf{x}))\|_{\mathbf{W}}^2 + \|\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}_0\|_{\mathbf{P}_0^{-1}}^2 = \|\mathbf{W}^{1/2}(\mathbf{y} - \mathbf{h}(\mathbf{x}))\|^2 + \|(\mathbf{P}_0^{-1})^{1/2}(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}_0)\|^2$$

ou

$$J = (\mathbf{y} - \mathbf{h}(\mathbf{x}))^T \mathbf{W}(\mathbf{y} - \mathbf{h}(\mathbf{x})) + (\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}_0)^T \mathbf{P}_0^{-1}(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}_0) \quad (5.14)$$

Uma das soluções mais usuais pode ser obtida utilizando-se o método de mínimos quadrados, através da minimização da função custo “ J ”, expressa pelo quadrado dos resíduos e levando-se em conta a qualidade da informação a priori (estimativa inicial).

Novamente, a condição necessária para minimizar $J(\mathbf{x})$, dada pela equação anterior, com relação a \mathbf{x} é que a derivada parcial de J em relação a \mathbf{x} seja zero.

Portanto, a estimativa final, para sistemas não-lineares, é dada por:

$$\Delta \hat{\mathbf{x}}_1 = \mathbf{P} \left(\mathbf{H}^T \mathbf{W} \Delta \mathbf{y} + \mathbf{P}_0^{-1} (\hat{\mathbf{x}}_0^i - \hat{\mathbf{x}}_0) \right) \quad (5.15)$$

em que:

$\mathbf{P} = (\mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{H} + \mathbf{P}_0^{-1})^{-1}$ é a matriz de covariância do erro;
 $\hat{\mathbf{x}}_0$ é a estimativa inicial;
 $\hat{\mathbf{x}}_0^i = \mathbf{x}_0$ estimado na iteração i .

Tem-se, ainda que a matriz sensibilidade, \mathbf{H} é dada por:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_0 \\ \mathbf{H}_1 \Phi_{1,0} \\ \mathbf{M} \\ \mathbf{H}_k \Phi_{k,0} \\ \mathbf{M} \\ \mathbf{H}_f \Phi_{f,0} \end{bmatrix} \quad (5.16)$$

e $\Phi_{k,0}$ é a matriz de transição entre os instantes t_0 e t_k , correspondente ao modelo dinâmico adotado.

A matriz de covariância inicial das variáveis de estado é dada por \mathbf{P}_0 e \mathbf{W} é a matriz de peso das componentes do vetor de observação \mathbf{y} (ou ponderação dos resíduos), como mostram as equações a seguir:

$$\mathbf{P}_0^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_{\hat{\mathbf{x}}_0(1)}^2} & 0 & \Lambda & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma_{\hat{\mathbf{x}}_0(2)}^2} & \Lambda & 0 \\ \mathbf{M} & 0 & \mathbf{O} & \mathbf{M} \\ 0 & 0 & \mathbf{K} & \frac{1}{\sigma_{\hat{\mathbf{x}}_0(n)}^2} \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{W} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_1^2} & 0 & \Lambda & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma_2^2} & \Lambda & 0 \\ \mathbf{M} & 0 & \mathbf{O} & \mathbf{M} \\ 0 & 0 & \mathbf{K} & \frac{1}{\sigma_m^2} \end{bmatrix}$$

em que: $\sigma_{\hat{\mathbf{x}}_0^i}$ ($i = 1, 2, \dots, n$) = incerteza na estimativa a priori $\hat{\mathbf{x}}_0$;

σ_j ($j = 1, 2, \dots, m$) = incerteza na j -ésima observação.

CAPÍTULO 6 – MODELAGEM DO SISTEMA

Este capítulo trata do método utilizado neste trabalho para determinação de órbita. É apresentada a modelagem do sistema, o modelo dinâmico e das medidas, o modelo de forças que considera somente as perturbações devidas ao geopotencial, e uma breve discussão sobre o integrador numérico adotado para propagar o estado, o método de Runge-Kutta de passo fixo de quarta ordem.

6.1. MODELO DINÂMICO

O problema de determinação de órbita é essencialmente não-linear, pois o processo dinâmico, ou seja, o movimento orbital, é descrito por equações diferenciais ordinárias da forma (Kuga, 1989):

$$\dot{\mathbf{r}} = \mathbf{v} \quad (6.1)$$

$$\dot{\mathbf{v}} = -\mu \frac{\mathbf{r}}{r^3} + \mathbf{a} + \mathbf{w} \quad (6.2)$$

$$\dot{\mathbf{b}} = \mathbf{0} \quad (6.3)$$

em relação ao sistema inercial, em que: \mathbf{r} é o vetor contendo as componentes de posição (x, y, z) ; \mathbf{v} é o vetor contendo as componentes de velocidade; \mathbf{w} é o vetor ruído branco com média zero e covariância Q , contendo a parcela das perturbações não modeladas agentes na órbita do satélite; \mathbf{a} representa as perturbações modeladas; e $\mathbf{b} = (b_0, b_1, b_2)$ = constantes refere-se aos desvios do

relógio do usuário. No equacionamento do estimador de estado define-se o estado por:

$$\mathbf{x} \equiv \begin{bmatrix} \mathbf{r} \\ \mathbf{v} \\ \mathbf{b} \end{bmatrix} \quad (6.4)$$

com $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

As equações (6.1), (6.2) e (6.3) podem ser escritas da forma:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}_m(\mathbf{x}, t) + \mathbf{f}_{nm}(\mathbf{x}, t) \quad (6.5)$$

em que \mathbf{f}_m é a função vetorial que expressa a modelagem adotada no estimador, e \mathbf{f}_{nm} é a função vetorial que expressa a parcela não modelada. Se, por exemplo, o modelo simplificado dos dois corpos é adotado, então \mathbf{f}_m contém a primeira parcela do lado direito da equação (6.2), e \mathbf{f}_{nm} contém a parcela correspondente às perturbações não modeladas, \mathbf{w} .

A matriz de transição do sistema pode ser calculada por (Kuga, 1986; Chiaradia, 2000b):

$$\Phi(t, t_k) = \mathbf{F}(\mathbf{x}, t) \Phi(t, t_k) \quad (6.6)$$

para $t \in [t_k, t_{k+1}]$, com a condição inicial $\Phi(t_0, t_0) = \mathbf{I}$. Assim, obtém-se a matriz de transição integrando-se a equação (6.6), sendo $\mathbf{F}(\mathbf{x}, t)$ a matriz de derivadas parciais em relação ao estado, com dimensão 9×9 , e $\Phi(t, t_k)$ é a matriz de transição entre os instantes t e t_k .

A matriz de transição será integrada numericamente em conjunto com a órbita, conforme as equações (6.1), (6.2), (6.3) e (6.6).

Para o caso dos mínimos quadrados recursivo, w não é levado em consideração; desta forma, o modelo do sistema é considerado perfeito.

As equações de estados consideradas são:

$$\begin{array}{l}
 x_1 = x \\
 x_2 = y \\
 x_3 = z \\
 x_4 = \hat{x} \\
 x_5 = \hat{y} \Rightarrow \\
 x_6 = \hat{z} \\
 x_7 = b_0 \\
 x_8 = b_1 \\
 x_9 = b_2
 \end{array}
 \left\{ \begin{array}{l}
 \hat{x}_1 = \hat{x} = x_4 = f_1 \\
 \hat{x}_2 = \hat{y} = x_5 = f_2 \\
 \hat{x}_3 = \hat{z} = x_6 = f_3 \\
 \hat{x}_4 = \hat{x} = -\mu \frac{x_1}{r^3} + a_1 = f_4 \\
 \hat{x}_5 = \hat{y} = -\mu \frac{x_2}{r^3} + a_2 = f_5 \\
 \hat{x}_6 = \hat{z} = -\mu \frac{x_3}{r^3} + a_3 = f_6 \\
 \hat{x}_7 = 0 = f_7 \\
 \hat{x}_8 = 0 = f_8 \\
 \hat{x}_9 = 0 = f_9
 \end{array} \right. \quad (6.7)$$

Por simplicidade de notação, os vetores são representados em “negrito”. O estado a ser estimado compõe-se de:

$$\mathbf{x} = [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5 \quad x_6 \quad x_7 \quad x_8 \quad x_9]^T \quad (6.8)$$

com a condição inicial $\mathbf{x}(t_0)$. Como este valor não pode ser conhecido precisamente *a priori*, será modelado como um vetor aleatório que é normalmente distribuído.

6.2. LINEARIZAÇÃO DA DINÂMICA

Considerando somente \mathbf{f}_m para obter a equação da dinâmica, deve-se expandir em uma série de Taylor até a primeira ordem, produzindo:

$$\mathbf{f}_m(\mathbf{x}, t) = \mathbf{f}_m(\bar{\mathbf{x}}, t) + \mathbf{F}\Delta\mathbf{x} \quad (6.9)$$

com
$$\mathbf{F} = \left. \frac{\partial \mathbf{f}_m}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\bar{\mathbf{x}}} \text{ e } \Delta\mathbf{x} = (\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}})$$

Considerando que \mathbf{f}_m modela somente o geopotencial (perturbado) para as equações de estado do problema apresentado, a matriz \mathbf{F} será:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{A}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (6.10)$$

em que $\mathbf{0}_{3 \times 3}$ é uma submatriz 3×3 de zeros; $\mathbf{I}_{3 \times 3}$ é uma submatriz 3×3 identidade e $\mathbf{A}_{3 \times 3}$ é uma submatriz 3×3 dada por:

$$\mathbf{A}_{3 \times 3} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_4}{\partial x} & \frac{\partial f_4}{\partial y} & \frac{\partial f_4}{\partial z} \\ \frac{\partial f_5}{\partial x} & \frac{\partial f_5}{\partial y} & \frac{\partial f_5}{\partial z} \\ \frac{\partial f_6}{\partial x} & \frac{\partial f_6}{\partial y} & \frac{\partial f_6}{\partial z} \end{bmatrix} \quad (6.11)$$

A modelagem das forças leva em conta o geopotencial até grau e ordem 50 do modelo JGM-2, implementado através de Pines (1973).

6.3. MODELO DAS MEDIDAS

A equação não-linear que representa o modelo escalar de observações é dada por:

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{h}_k(\mathbf{x}_k, t) + \mathbf{v}_k \quad (6.12)$$

em que

\mathbf{y}_k é o vetor de m observações;

$\mathbf{h}_k(\mathbf{x}_k)$ é a função não linear vetorial de dimensão m do estado \mathbf{x}_k ;

\mathbf{v}_k é o vetor de dimensão m dos erros de observação.

As observações de pseudo-distância caracterizam uma medida entre os satélites GPS e a antena do receptor, com referência às épocas de emissão e recepção dos sinais. O tempo de transmissão dos sinais é medido pela correlação idêntica do código de Ruído-Pseudo-Aleatório (RPN) gerado pelo satélite com os sinais gerados internamente pelo receptor. A pseudo-distância é o tipo de medida a ser utilizado no problema de determinação de órbita via GPS. Este pode ser escrito por:

$$P_i = \rho_i + c(dt - dT_i) + D_{ion} + D_{trop} + v \quad (6.13)$$

O desvio do relógio do usuário é modelado por: $cdt = b_0 + b_1\Delta t + b_2\Delta t^2$, em que $\mathbf{b} = (b_0, b_1, b_2)$ são parâmetros a serem estimados e representam fisicamente um “bias” ou tendência, “bias rate” ou deriva e “rate of bias rate” ou taxa de deriva, respectivamente; e Δt é o tempo decorrido das medidas.

A distância geométrica é dada por:

$$\rho_i = \sqrt{(x - X_i)^2 + (y - Y_i)^2 + (z - Z_i)^2} \quad (6.14)$$

em que: $(X, Y, Z)_i$ são as coordenadas cartesianas do i -ésimo satélite GPS no instante de transmissão e; (x, y, z) são as coordenadas cartesianas do satélite usuário no instante de recepção.

6.4. LINEARIZAÇÃO DAS MEDIDAS

Analogamente às equações do movimento, expande-se a função $h_k(x_k, t)$ em série de Taylor até a primeira ordem, e obtém-se a equação (6.12) linearizada, ou seja:

$$\Delta y_k = \mathbf{H}_k \Delta \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \quad (6.15)$$

em que:

$$\mathbf{H}_k = \left. \frac{\partial \mathbf{h}_k}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\bar{\mathbf{x}}_k} \quad \text{e} \quad \Delta \mathbf{x}_k = (\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}_k)$$

Para a observação de pseudo-distância a matriz sensibilidade, \mathbf{H}_k , será:

$$\mathbf{H}_k = \begin{bmatrix} \frac{x - X_i}{\rho_i} & \frac{y - Y_i}{\rho_i} & \frac{z - Z_i}{\rho_i} & 0 & 0 & 0 & 1 & \Delta t & \Delta t^2 \end{bmatrix} \quad (6.16)$$

em que Δt é o tempo decorrido das medidas.

No processo recursivo de mínimos quadrados a matriz \mathbf{H}_k , deve ser multiplicada pela matriz de transição, portanto:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_0 \\ \mathbf{H}_1 \Phi_{1,0} \\ \mathbf{M} \\ \mathbf{H}_k \Phi_{k,0} \\ \mathbf{M} \\ \mathbf{H}_f \Phi_{f,0} \end{bmatrix} \quad (6.17)$$

em que $\Phi_{k,0}$ é a matriz de transição entre os instantes t_0 e t_k , conforme a equação (6.6), correspondente ao modelo dinâmico adotado.

6.5. MODELO DE FORÇAS

As órbitas elípticas fornecem referências excelentes para estudar os movimentos de um satélite artificial, mas outras forças agem no mesmo, perturbando-o e afastando-o de sua órbita nominal (órbita Kepleriana). As perturbações são normalmente classificadas como **perturbações seculares**, aquelas que variam linearmente no tempo, **perturbações de curto período**, aquelas cujo período de variação é da ordem de ou menor que o período orbital e, finalmente, as **perturbações de longo período**, aquelas que tem período maior que o orbital.

A seguir, será feita uma breve discussão sobre as principais perturbações, bem como, as perturbações que serão consideradas neste trabalho, ou seja: perturbações devidas à não esfericidade da Terra, considerando harmônicos até grau e ordem 50, calculados de acordo com Pines (1973).

6.5.1. Principais Forças Perturbadoras

As forças perturbadoras principais que afetam a órbita de um satélite artificial da Terra podem ser: distribuição não uniforme de massa da Terra, marés oceânicas ou terrestres, atração gravitacional luni-solar, efeitos relativísticos; efeitos não gravitacionais como: arrasto da atmosfera da Terra, pressão de radiação solar direta e refletida, arrasto elétrico, efeitos eletromagnéticos e impacto de meteoritos (De Luca, 1982; Ferraz-Mello, 1976; Polyakhova, 1963).

O principal efeito ao considerar o achatamento da Terra é que o plano da elipse não é fixo: a inclinação do plano orbital sofre pequenas variações periódicas mas o seu nodo ascendente se move (em relação a um referencial

fixo no espaço). Da mesma forma, a elipse não fica fixa em seu plano embora ela conserve sua forma, isto é, \underline{a} e \underline{e} sofrem pequenas variações periódicas.

A perturbação luni-solar não apresenta variações seculares nos elementos orbitais \underline{a} , \underline{e} , \underline{i} . Como esta perturbação atua principalmente em Ω e ω , isso acarreta na precessão da órbita e do plano da órbita.

As perturbações devidas ao arrasto atmosférico e a pressão de radiação solar dependem da área da seção do satélite e de sua massa sendo tão mais importante quanto maior a relação A/m (ambas são forças que resultam de uma pressão aplicada e portanto são proporcionais à área da seção de impacto; e as acelerações resultantes são inversamente proporcionais à massa do satélite).

Se o efeito da pressão de radiação da luz solar independe da altura, já o efeito do arrasto atmosférico depende, visto que é proporcional à densidade do ar no local por onde está passando o satélite. Ambos efeitos são de mesma ordem na vizinhança de 800 km de altitude.

Os efeitos do arrasto atmosférico tendem a circularizar as órbitas elípticas e a reduzir a altitude do satélite, em forma progressiva, até que ele ou se choque com a superfície terrestre ou seja destruído pelo calor ao reentrar na baixa atmosfera. Logo, esta perturbação cresce com o decréscimo da altitude do satélite. A força de arrasto é devido ao atrito causado pelo movimento do satélite na atmosfera terrestre; esta força tende a “freiar” o satélite, atuando no sentido contrário ao seu movimento.

As forças perturbadoras são incluídas no modelo estudado conforme a situação física apresentada e, por exemplo, com que precisão se pretende para a determinação da órbita. Para satélites de baixa altitude é fundamental a inclusão do arrasto aerodinâmico, além obviamente do geopotencial; enquanto que para satélites de grande altitude, torna-se necessário levar em conta a pressão de radiação solar e a perturbação luni-solar, ficando o truncamento do geopotencial a critério do grau de refinamento que se deseja do modelo.

6.5.2. Perturbações Devidas à Não Esfericidade da Terra

No estudo do problema de dois corpos, a Terra é considerada com distribuição de massa homogênea e esfericamente simétrica. Na realidade, a distribuição de massa da Terra não é homogênea. Sua forma é levemente achatada nos pólos e bojuda no equador. Para Terra esférica a sua função potencial gravitacional é dada por $U = GM/r = \mu/r$ e o módulo da força gravitacional específica é dado por $F = dU/dr = -\mu/r^2$. No caso real a função potencial é bem mais complexa sendo dado pela forma geral (Kaula, 1966):

$$U(r, \phi, \lambda) = \frac{\mu}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{R_T}{r} \right)^n P_{nm}(\sin \phi) [C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda] \quad (6.18)$$

em que

μ é a constante gravitacional da Terra;

R_T é o raio médio da Terra;

r é distância radial do veículo espacial;

ϕ é a latitude geocêntrica;

λ é a longitude nas coordenadas fixas da Terra;

C_{nm}, S_{nm} são os coeficientes harmônicos esféricos normalizados de grau n e ordem m ;

P_{nm} são as funções de Legendre associadas normalizadas de grau n e ordem m .

As constantes μ, R_T e os coeficientes C_{nm} e S_{nm} definem um potencial gravitacional específico. As funções associadas de Legendre podem ser encontradas calculando:

$$P_{nm}(\sin \phi) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^{n*m}}{d \sin \phi^{n+m}} (\sin^2 \phi - 1)^n \quad (6.19)$$

O geopotencial pode também ser representado por:

$$U = \frac{\mu}{r^{n+1}} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^n J_{nm} P_{nm}(\sin \phi) \cos m(\lambda - \lambda_{nm}) \quad (6.20)$$

sendo $\sqrt{C_{nm}^2 + S_{nm}^2} \equiv J_{nm}$,

em que J_{nm} e λ_{nm} são constantes que dependem da distribuição de massa da Terra.

6.6. INTEGRAÇÃO NUMÉRICA

O método a ser utilizado para propagação de órbita é um dos mais importantes problemas para análise e controle de missões envolvendo satélites artificiais. Na prática, o mais utilizado é o método numérico, tal como o método de Cowell. Este consiste na integração das equações do movimento passo a passo incluindo todas as perturbações; e envolve a integração direta da velocidade e da aceleração no mesmo passo. As perturbações podem ser incluídas ao mesmo tempo. A aceleração é encontrada calculando-se as forças que agem no satélite (Chiaradia et al., 2000b).

Neste trabalho, a integração é efetuada utilizando o algoritmo simples de Runge-Kutta de 4ª Ordem (RK4), sem qualquer mecanismo de ajuste de passo ou controle de erro. O método RK4 é considerado um integrador numérico adequado devido a sua simplicidade, considerável exatidão, baixo erro de truncamento, e baixo esforço computacional. As equações do

movimento do satélite artificial a serem integradas pelo RK4 são dadas pelo vetor de estado descrito nas equações (6.6) e (6.7).

CAPÍTULO 7 – MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS RECURSIVO ATRAVÉS DE ROTAÇÕES DE GIVENS

Este capítulo apresenta as equações do método de mínimos quadrados na forma recursiva, bem como a descrição do método de ortogonalização através de rotações de Givens.

7.1. INTRODUÇÃO

No campo de determinação de órbita de satélites artificiais, o método de mínimos quadrados é extremamente usado para o aperfeiçoamento iterativo dos parâmetros. De forma mais simples, o algoritmo de estimação de mínimos quadrados envolve a formação de equações normais baseadas nas equações de dados que descrevem a relação linearizada entre as medidas residuais e os parâmetros de estimação. Por uma conveniente técnica de eliminação, as equações normais podem ser resolvidas através de estimação de parâmetros. Além disso, a matriz de covariância pode ser obtida pela inversão da matriz de equações normais. Por outro lado, sabe-se que a forma usual para inversão de matrizes, inclusive a convencional usada no filtro de Kalman, é propenso a erros numéricos (Bierman, 1977). Por conseguinte, existem na literatura, vários métodos de resolução através de transformações ortogonais com o objetivo de se obter um melhor desempenho numérico no que se relaciona à propagação de incertezas ou erros nos dados.

7.2. EQUAÇÕES DO MÉTODO DE ESTIMAÇÃO

Como trata-se de um estimador que utiliza a teoria de mínimos quadrados e parte-se de uma informação inicial para verificar o problema de convergência e validar o método como aplicativo para determinação de órbitas, utiliza-se a solução recursiva, ou seja, “Mínimos Quadrados” Recursivo. Na forma de Kalman, as equações do estado estimado são dadas por:

- ganho de Kalman:

$$\mathbf{K}_i = \mathbf{P}_{i-1} \mathbf{H}_i^T [\mathbf{H}_i \mathbf{P}_{i-1} \mathbf{H}_i^T + \mathbf{R}_i]^{-1} \quad (7.1)$$

- estado estimado:

$$\Delta \hat{\mathbf{x}}_i = \hat{\mathbf{x}}_{i-1} + \mathbf{K}_i (\Delta \mathbf{y}_i - \mathbf{H}_i \Delta \hat{\mathbf{x}}_{i-1}) \quad (7.2)$$

- matriz de covariância do erro no estado, que fornece a precisão das estimativas:

$$\hat{\mathbf{P}}_i = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_i \mathbf{H}_i) \mathbf{P}_{i-1} \quad (7.3)$$

em que $\mathbf{R}_i = \mathbf{W}_i^{-1}$ e \mathbf{W}_i é a matriz de peso das componentes do vetor de observação.

7.3. TRANSFORMAÇÃO ORTOGONAL

Embora as equações normais produzam uma implementação simples e direta do método de estimação de mínimos quadrados, estas podem levar a uma estabilidade numérica insuficiente no caso de problemas de estimação

mal-condicionados. Para resolver essa deficiência, formulações alternativas foram desenvolvidas (Lawson & Hanson, 1974; Golub & van Loan, 1989), as quais são baseadas nos métodos de fatorização QR. Usando transformações ortogonais, a matriz de equações de dados pode ser transformada em uma forma triangular superior, para a qual a solução de mínimos quadrados é obtida por uma simples substituição. A formação da matriz de equações normais e os erros numéricos associados podem desta maneira ser evitados totalmente.

A principal finalidade de se aplicar transformações ortogonais em matrizes e vetores no problema de mínimos quadrados é a substituição da força bruta, usando o método de inversão de matrizes, por um mais robusto e menos propenso a erros numéricos.

Os métodos de resolução de mínimos quadrados através de transformações ortogonais mais citados na literatura são:

- Decomposição de Cholesky;
- Transformações modificadas de Gram-Schmidt;
- Rotações de Givens;
- Transformação de Householder.

A seguir, são apresentados os princípios das rotações de Givens.

7.4. FATORIZAÇÃO QR

Conforme já descrito, a solução da equação normal pode ser sensível a pequenos erros na matriz \mathbf{H} que são inevitáveis quando se forma o produto $(\mathbf{H}^T \mathbf{H})$ devido a limitação da máquina (Golub & Reinsch, 1970).

Para evitar o uso das equações normais dadas da forma: $(\mathbf{H}^T \mathbf{H})\mathbf{x} = \mathbf{H}^T \mathbf{y}$, pode-se utilizar um processo baseado na fatorização QR, escolhendo-se (Montenbruck & Suarez, 1994):

$$\mathbf{H}_{m \times n} = \mathbf{Q}_{m \times m} \begin{pmatrix} \mathbf{R}_{n \times n} \\ \mathbf{0}_{(m-n) \times n} \end{pmatrix} \quad (7.4)$$

Ou seja, decompõe-se \mathbf{H} em uma matriz ortogonal \mathbf{Q} e uma matriz triangular superior \mathbf{R} .

Como a matriz é ortogonal, a função custo pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} J &= (\mathbf{H}\mathbf{x} - \mathbf{y})^T (\mathbf{H}\mathbf{x} - \mathbf{y}) = \left(\begin{pmatrix} \mathbf{R} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \mathbf{x} - \begin{pmatrix} \mathbf{d} \\ \mathbf{r} \end{pmatrix} \right)^T \mathbf{Q}^T \mathbf{Q} \left(\begin{pmatrix} \mathbf{R} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \mathbf{x} - \begin{pmatrix} \mathbf{d} \\ \mathbf{r} \end{pmatrix} \right) \\ &= (\mathbf{R}\mathbf{x} - \mathbf{d})^T (\mathbf{R}\mathbf{x} - \mathbf{d}) + \mathbf{r}^T \mathbf{r} \end{aligned} \quad (7.5)$$

em que $\mathbf{Q}^T \mathbf{y}$ pode ser particionado nos vetores \mathbf{d} e \mathbf{r} de dimensões n e $m-n$, respectivamente. Fica evidente nesta equação que $\mathbf{r}^T \mathbf{r}$ é o mínimo da função custo, o qual é dado por

$$\mathbf{R}\mathbf{x} = \mathbf{d} \quad (7.6)$$

As equações normais não são mais necessárias quando utilizam-se transformações ortogonais e problemas numéricos obtidos através do cálculo de $\mathbf{H}^T \mathbf{H}$ podem, portanto, ser evitados completamente.

No caso de observações ponderadas o método de transformações ortogonais pode também ser aplicado, se \mathbf{H} e \mathbf{y} são substituídos por $\mathbf{S}\mathbf{H}$ e $\mathbf{S}\mathbf{y}$, respectivamente, em que:

$$\mathbf{S} = \text{diag}(\sigma_1^{-1}, \Lambda, \sigma_n^{-1}) \quad (7.7)$$

denota a raiz quadrada da matriz ponderada $\mathbf{W} = \mathbf{S}^T \mathbf{S}$.

Método para calcular essa fatorização tem sido propostos por Householder (1958) e Givens (1958), que envolvem transformações ortogonais que, subsequencialmente, anulam elementos da sub-diagonal \mathbf{H} .

O simples método de transformação de Householder elimina todos os elementos da sub-diagonal em uma dada coluna de \mathbf{H} ao mesmo tempo (Householder, 1958). Quando existe a necessidade de anular elementos específicos, ou mais seletivamente, de uma matriz, as *rotações de Givens* são as transformações mais adequadas. Neste processo, uma determinada matriz é triangularizada através de uma seqüência de matrizes ortogonais, isto é, usando matrizes clássicas de rotação. Por introduzir elementos nulos em posições desejadas na matriz, as rotações de Givens demandam mais tempo de computador. Algoritmos podem ser encontrados em Golub & van Loan (1989), Lawson & Hanson (1974). Assim, a transformação completa pode ser dada por:

$$\begin{pmatrix} \mathbf{R} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} = (\mathbf{U}_m \mathbf{U}_{m-1} \wedge \mathbf{U}_3 \mathbf{U}_2) \mathbf{H} = \mathbf{Q}^T \mathbf{H} \quad (7.8)$$

$$\begin{pmatrix} \mathbf{d} \\ \mathbf{r} \end{pmatrix} = (\mathbf{U}_m \mathbf{U}_{m-1} \wedge \mathbf{U}_3 \mathbf{U}_2) \mathbf{y} = \mathbf{Q}^T \mathbf{y} \quad (7.9)$$

em que:

$$\mathbf{U}_i = \mathbf{U}_{i, \max(i-1, n)} \wedge \mathbf{U}_{i, 2} \mathbf{U}_{i, 1} \quad (7.10)$$

denota a seqüência de rotações feitas para eliminar os elementos da sub-diagonal na i -ésima linha de \mathbf{H} .

Uma simples transformação n -dimensional da matriz $\mathbf{U}_{ik}(\phi)$ é igual a matriz identidade exceto pelos elementos:

$$\begin{pmatrix} U_{ii} & U_{ik} \\ U_{ki} & U_{kk} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} +\cos\phi & +\sin\phi \\ -\sin\phi & +\cos\phi \end{pmatrix} \quad (7.11)$$

o qual define uma rotação por um ângulo ϕ no plano (ik) .

Os novos elementos de $\mathbf{H}' = \mathbf{U}_{ik} \mathbf{H}$ são dados por (Montenbruck & Suarez, 1994):

$$H'_{ij} = +\cos\phi H_{ij} + \sin\phi H_{kj} \quad (j = i+1, K, n) \quad (7.12)$$

$$H'_{kj} = -\sin\phi H_{ij} + \cos\phi H_{kj} \quad (7.13)$$

Em que o seno e o co-seno são dados por:

$$\cos\phi = \frac{1}{\sqrt{H_{ii}^2 + H_{ki}^2}} H_{ii} \quad (7.14)$$

$$\sin\phi = \frac{1}{\sqrt{H_{ii}^2 + H_{ki}^2}} H_{ki} \quad (7.15)$$

então:

$$\begin{aligned} H'_{ii} &= \sqrt{H_{ii}^2 + H_{ki}^2} \\ H'_{kj} &= 0, \end{aligned} \quad (7.16)$$

isto é, o elemento H'_{kj} desaparece.

Com $\mathbf{U}_{ik}^T \mathbf{U}_{ik} = 1$ a matriz é ortonormal e a norma euclidiana é invariante.

A transformação ortogonal de matrizes tem um papel considerável no cálculo numérico de problemas de mínimos quadrados, pois mantém o

comprimento euclidiano de um vetor invariante, e resolve o problema de maneira robusta numericamente.

Este é o método de estimação utilizado neste trabalho, por ser adequado ao caráter recursivo dos “Mínimos Quadrados” Recursivo, sem necessidade de armazenamento de matrizes de grandes dimensões, e com razoável precisão numérica.

CAPÍTULO 9 – CONCLUSÕES E SUGESTÕES

9.1. CONCLUSÕES

O objetivo deste trabalho foi apresentar um método de determinação de órbita de um satélite artificial que leva um receptor GPS a bordo. Usam-se medidas de pseudo-distância coletadas pelo receptor GPS, em uma única frequência L_1 , entre o satélite usuário e a constelação GPS, para processamento pelo estimador de órbita. O estimador considerado foi o método dos mínimos quadrados recursivo, através de rotações ortogonais de Givens, com finalidade de minimizar armazenamento, evitar problemas numéricos e de inversão de matrizes. Foi considerado também a modelagem das forças devido ao geopotencial até grau e ordem 50 com coeficientes do modelo JGM-2. O período de análise cobriu 2 horas de dados (aproximadamente 1 período orbital do satélite Topex/Poseidon - T/P) para dois dias distintos. Não houve necessidade de implementar um modelo de correção ionosférica pois, segundo Chiaradia et al. (2000a), o atraso ionosférico não afeta significativamente a medida de pseudo-distância. Assumiu-se também que requisitos de tempo real não estavam presentes; entretanto considerou-se necessário manter baixo custo computacional com precisão suficiente para posicionamento de satélites.

Resultados deste trabalho, utilizando dados reais do satélite T/P que possui um receptor GPS de dupla frequência a bordo, para os dias 18 e 19 de novembro de 1993, foram comparados com os arquivos de referência do POE/JPL, disponíveis na Internet. A precisão em posição obtida foi melhor que 10 m (de 5,82 a 9,96 m) com ou sem degradação das medidas através da Disponibilidade Seletiva (SA). A precisão em velocidade obtida foi melhor que 0,01 m/s (de 0,0045 a 0,0083 m/s).

Os resíduos de pseudo-distância, sem degradação das medidas através da SA, tiveram um desvio padrão de 4 e 5 m para os dias 18 e 19/11/1993, respectivamente. Com degradação das medidas através da SA, os resíduos de pseudo-distância tiveram um desvio padrão de 11 e 12 m para os dias 18 e 19/11/1993, respectivamente. Esses resultados mostram como a SA influencia a estatística dos resíduos.

Através dos resultados obtidos neste trabalho, verificou-se que o método dos mínimos quadrados recursivo através de rotações de Givens, e uso do GPS, mostrou confiabilidade e precisão suficiente para determinação de órbita de satélites artificiais.

9.2. SUGESTÕES PARA EXTENSÃO DESTE TRABALHO

Neste trabalho, o método de determinação de órbita apresentado utilizou dados reais do satélite Topex/Poseidon. Os resultados obtidos foram comparados com os arquivos de referência do POE/JPL que apresenta estimativas de posição com uma precisão de ou melhor que 15 cm, enquanto que este trabalho apresentou estimativas de posição com uma precisão melhor que 10 m. Para que esses erros sejam ainda menores e mais próximas da referência do POE/JPL, algumas sugestões são feitas no sentido de melhorar esse método de determinação de órbita via GPS:

- Incluir no algoritmo uma correção considerando a atitude da antena do receptor GPS em relação ao centro de massa do satélite para melhorar a precisão em posição e velocidade. No satélite T/P a posição da antena está cerca de 5 m afastado do centro de massa do satélite. Vale ressaltar que a inclusão da atitude torna o método de determinação de órbita específico para cada satélite considerado.

- Incluir no modelo da dinâmica a influência da pressão de radiação solar considerando um modelo especial para o satélite T/P.
- Tornar o programa mais geral, aplicável para outros satélites incluindo, além da influência da atitude, outras perturbações, tais como: pressão de radiação solar, atração gravitacional luni-solar, arrasto atmosférico, influência da ionosfera e até mesmo um modelo mais sofisticado para o geopotencial (considerando coeficientes harmônicos do modelo JGM-3). A inclusão dessas perturbações vai depender do tipo de órbita do satélite a ser considerado. Em cada caso deve-se analisar sua necessidade verificando se haverá melhora na precisão em posição e velocidade sem aumentar significativamente o custo computacional.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BIERMAN, G.J., THORNTON, C.L. Numerical comparison of Kalman filter algorithms: orbit determination case study. *Automatica*, v. 13, p. 23-55, 1977.

BINNING, P.W. GPS, dual frequency, SA free satellite navigation. *Proceedings of ION 52nd Annual Meeting*, p. 803-12, June, 1996.

BINNING, P.W. Satellite orbit determination using GPS pseudoranges under SA. *Advances in the Astronautical Sciences*, AAS93-111, v. 95, parte I, p. 183-93, 1997.

CHIARADIA, A.P.M. *Aplicação do sistema GPS para determinação preliminar de órbita de satélite*. São José dos Campos, 1996. 136p. Dissertação (Mestrado em Ciência) - Instituto Tecnológico de Aeronáutica.

CHIARADIA, A.P.M., DA SILVA FERNANDES, S., VILHENA DE MORAES, R. Application of the GPS system for preliminary satellite orbit determination. *Advances in Space Research*, v. 19, n. 11, p. 1671-5, 1997.

CHIARADIA, A.P.M., KUGA, H.K., PRADO, A.F.B.A. Investigation of simplified models for orbit determination using single frequency GPS measurements. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON SPACE FLIGHT DYNAMICS, 14, Foz de Iguaçu, 1999, RBCM, *J. of the Braz. Soc. Mechanical Science*, v. 21, Special Issue, 1999, p. 165-72.

CHIARADIA, A.P.M. *Determinação e manobras autônomas de órbitas de satélites artificiais em tempo real usando medidas GPS de única frequência*. São José dos Campos, 2000. 203p. Tese (Doutorado em Engenharia e Tecnologia Espaciais) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais.

CHIARADIA, A.P.M., KUGA, H.K., PRADO, AF.B.A. Investigation on ionospheric correction models for GPS signals. In: COLÓQUIO BRASILEIRO DE DINÂMICA ORBITAL, 9, 2000a, Águas de Lindóia. *Advances in Space Dynamics*, A.F. Bertachini A. Prado, Editor, p. 214-9.

CHIARADIA, A.P.M., GILL, E., MONTENBRUCK, O., KUGA, H.K., PRADO, AF.B.A. *Algorithms for on-board orbit determination using GPS - OBODE-GPS*. German Space Operations Center, Alemanha: DLR, 2000b. 43p. (DLR - GSOC TN 00-04).

CHRISTENSEN, E.J. et al. Observations of geographically correlated orbit errors for TOPEX/Poseidon using the global positioning system. *Geophysical Research Letters*, v. 21, n. 19, p. 2175-8, Sept. 15, 1994.

COLOMBO, O.L. The dynamics of global positioning system orbits and the determination of precise ephemerides. *Journal of Geophysical Research*. v. 94, n. B7, p. 9167-82, July 10, 1989.

DANA, P.H. Global positioning system overview. University of Texas, Austin. [online] <http://www.utexas.edu/depts/grg/gcraft/notes/gps/gps.html>, July, 1998.

DE LUCA, N. *Mecânica celeste*. Curitiba: Editora da Universidade Federal do Paraná, 1982.

DOW, J.M., et al. Determination of satellite orbits with GPS. *International Symposium on Space Flight Dynamics*, St. Petersburg – Moscow, p. 22-8, May, 1994.

FERRAZ-MELLO, S. *Trajetoграфия de satélites artificiais*. Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 1976.

GELB, A. et al. *Applied optimal estimation*. The M.I.T. Press, England, 1974. 374p.

GILL, E. Orbit determination of the MIR space station from GPS navigation data. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON SPACE FLIGHT DYNAMICS, 12, p. 79-82, June, 1997.

GIVENS, J.W. Computation of plane unitary rotations transforming a general matrix to triangular form. *SIAM J. Appl. Math.*, v. 6, p. 26-50, 1958.

GOLUB, G.H., van LOAN, C. Matrix computation. *The Johns Hopkins University Press*, Oxford, 2. ed., 1989.

GOLUB, G.H., REINSCH, C. Singular value decomposition and least squares solution. *Handbook Series Linear Algebra, Numer. Math.*, v. 14, p. 403-20, 1970.

GURTNER, W. RINEX, The receiver-independent exchange format. *GPS World*, p. 48-52, June, 1994.

HOUSEHOLDER, A.S. Unitary triangularization of a nonsymmetric matrix. *J. Assoc. Comp. Mach.*, v. 5, p. 339-42, 1958.

KAULA, W.M. *Theory of satellite geodesy*. Blaisdell Publ. Co., Waltham, Mass., 1966.

KUGA, H.K. *Determinação de órbitas de satélites artificiais terrestres através de técnicas de estimação combinadas a técnicas de suavização de estado*. São José dos Campos, 1989. 249p. (INPE-4959-TDL/079) Tese (Doutorado em Ciência Espacial/Mecânica Orbital) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais.

KUGA, H.K. Matriz de transição do movimento Kepleriano elíptico. Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 1986. (INPE – 3779 – NTE/250).

KUGA, H.K., LOPES, R.V.F., PRADO, A.F.B.A., NASCIMENTO, J.M., CHIARADIA, A.P.M. Orbit determination and navigation using GPS. *Nonlinear dynamics, chaos, control and their applications to engineering sciences*, v. 3, cap. 7, ed. J.M. Balthazar, P.B. Gonçalves, R. Brasil, , p. 93-108, 2000. (ISBN-85-900351 3-1).

LAWSON, C.L., HANSON, R.J., KINCAID, D.R., KROGH, F.T. Basic linear algebra subprograms for fortran usage. *ACM Transactions on Mathematical Software*, v. 5, n. 3, p. 308-23, 1979.

LEICK, A. *GPS satellite surveying*, 2. ed. New York: John Wiley, 1995. 559p.

LOPES, R.V.F., KUGA, H.K. Optimal estimation of local orbit from GPS measurements. *AAIA Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, v. 11, n. 2, p. 186-8, Mar.-Apr., 1988.

MELBOURNE, W.G. et al. The GPS flight experiment on TOPEX/Poseidon. *Geophysical Research Letters*, v. 21, n. 19, p. 2171-4, Sept. 15, 1994.

MONTENBRUCK, O., SUAREZ, M. *A modular fortran library for sequential least-squares estimation using QR-factorization*. German Space Operations Center, Oberpfaffenhofen, Alemanha: DLR, 1994. (DLR– GSOC IB 94-05).

NASA – *Mathematical theory of the Goddard trajectory determination system*. Greenbelt, Maryland, GSFC, Apr., 1976. (NASA-TX-X-7106).

NASCIMENTO, J.M. et al. Utilização da solução de navegação do GPS para determinação de órbita de satélites a baixa altitude. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA MECÂNICA, 14, Bauru, 1997. [CD-ROM]. Anais. (COB 1347).

NAVSTAR GPS USER EQUIPMENT - Introduction, *Navtech Seminars & Navtech Book and Software Store*, Inc, from U. S. Government document, Feb., 1991.

NEREM, S. *GEM models*. [online] ftp://geodesy.gsfc.nasa.gov/dist/GEM_Models/, Aug., 2000.

OSÓRIO, I.M.T.V.P. *O Sistema Global de Posicionamento na Orbitografia de satélites de baixa altitude*. Porto, 1992. 198p. Tese (Doutorado em Ciência) - Faculdade de Ciências, Universidade do Porto.

PAIVA, R.N. *Determinação autônoma de órbita usando GPS*. São José dos Campos, 1988. 230p. (INPE-4815-TDL/361). Tese (Doutorado em CEA/Mecânica Orbital) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais.

PARKINSON, B.W., SPILKER Jr. J.J. ed. *Global positioning system: theory and applications*. Washington: AIAA, v. I, 793p., 1996 (Progress in Astronautics and Aeronautics, 163).

PINES, S. Uniform representation of the gravitational potential and its derivatives, *AIAA Journal*, v. 11, n. 11, Nov., 1973.

POLYAKHOVA, YE.N. Solar radiation pressure and the motion of Earth satellites. *AIAA Journal*, v. 1, n. 12, Dec., 1963.

RIM, H.J., WEBB, C.E., SCHUTZ, B.E. Comparison of GPS-based precision orbit determination approaches for ICESat. *AAS/AIAA Space Flight Mechanics Meeting*, AAS00-114, Jan., 2000.

SCHUTZ, B.E. et al. Dynamic orbit determination using GPS measurements from TOPEX/Poseidon. *Geophysical Research Letters*, v. 21, n. 19, p. 2179-82, Sept. 15, 1994.

MALYS, S., SLATER, J.A., SMITH, R.W., KUNZ, L.E., KENYON, S.C. *Refinements to the world geodetic system 1984*, National Imagery and Mapping Agency, ION-GPS, 1997.

VAN DIERENDONCK, A.J. et al. The GPS navigation message. *Navigation: The Journal of the Institute of Navigation*, v. 25, n. 2, p. 55-71, 1978.

VILHENA DE MORAES, R. et al. O Sistema GPS. *Revista ITA Engenharia*, v. 1, n. 1, out., 1994.

WERTZ, J.R. *Spacecraft attitude determination and control*. London, Ridel, 1978.

WU, S.C., et al. Reduced-dynamic technique for precise orbit determination of low Earth satellites. *American Astronautical Society*, AAS87-410, p. 101-13, 1987.

YUNCK, T.P. et al. First assessment of GPS-based reduced dynamic orbit determination on TOPEX/Poseidon. *Geophysical Research Letters*, v. 21, n. 7, p. 541-4, Apr. 1, 1994.

ZHANG, Z., YANG, X. A new method to determine low Earth orbit using GPS. *Advances in the Astronautical Sciences*, AAS93-273, v. 84, parte I, p.359-65, 1993.