

Instituto de Física Teórica
Universidade Estadual Paulista

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

IFT-D.003/03

Detecção de Neutrinos no Observatório Pierre Auger

Márcio de Menezes

Orientador

Rogério Rosenfeld

Março de 2003

*... we could not understand how the sun shines
until we had an understanding of nuclear reactions.*

F.W. Stecker [arXiv:astro-ph/0101072]

À minha esposa *Keyla*
e ao meu filho *Yuri*.

Agradecimentos...

... à minha esposa, *Keyla*, que suportou a minha falta de tempo;

... à minha mãe que me apoiou em todas as decisões;

... ao meu pai pelo incentivo à universidade pública;

... ao meu irmão por seu auxílio computacional;

... ao professor *Rogério* por não me deixar ficar perdido frente às possibilidades;

... aos amigos: *Birajara S. Machado*, *Felipe Arretche*, *Gian M. de Castro*, *Carlos A. Mirez*, *Marcello Talarico*, *Wanderson Wanzeller*, *William Hipólito*, entre outros; pelas inúmeras discussões;

... a todos os professores e amigos que me ajudaram ao longo de minha vida;

... à CAPES pelo apoio financeiro.

Resumo

Faz-se aqui o estudo da detecção de neutrinos (ν) de altas energias ($E_\nu > 10^9$ GeV) no Observatório Pierre Auger usando os detectores de fluorescência.

Introduzimos todo o conhecimento experimental dos raios cósmicos, em conjunto com a fenomenologia das partículas elementares, para que o estudo da detecção possa ser entendido de forma bastante geral.

Raios cósmicos de até 10^{15} eV vêm de fontes em nossa galáxia; já as partículas acima de 10^{18} eV não são confinadas no campo magnético da galáxia. Portanto, acredita-se que estas partículas sejam de origem extra-galáctica. Porém, sua natureza continua completamente desconhecida.

Existem vários modelos que resultam em diferentes fluxos de neutrinos de altíssimas energias. Independente do modelo, estes neutrinos vêm de distâncias cosmológicas, estando sujeitos à oscilação do seu sabor. A oscilação de neutrinos traz como consequência uma igualdade entre os fluxos dos neutrinos de cada família.

O método aqui utilizado para detecção de neutrinos consiste em considerar apenas aqueles que se propagam pelo interior terrestre, até chegarem a região de detecção. Estes neutrinos de altíssimas energias podem dar origem a léptons carregados após uma interação de corrente carregada com núcleos atômicos. Estes léptons carregados continuam se propagando na mesma direção do neutrino original, podendo sair da Terra. Ao sair da Terra estes léptons carregados poderão ser detectados pelo Observatório Pierre Auger. Destes léptons, apenas o tau dará origem a um chuveiro eletromagnético que deverá ser detectado.

Mostramos por fim que um número bastante pequeno de neutrinos atravessando a Terra deverá ser observado. Entretanto, mesmo a observação de um único evento em vários anos nos indicaria a existência de um fluxo de neutrinos. Além disso, seria o início de uma nova fase na detecção de raios cósmicos.

Palavras Chaves: Neutrinos; Astrofísica de neutrinos; Raios Cósmicos.

Áreas do conhecimento: Partículas Elementares; Raios Cósmicos de Altíssimas Energias.

Abstract

Here we study the detection of ultra high energy neutrinos in Pierre Auger Observatory using the fluorescence detectors.

We introduce all the experimental knowledge of cosmic rays, together with the elementary particles phenomenology, so that the detection study can be understood in a very general way.

Cosmic rays with energies up to 10^{15} eV come from sources in our galaxy. But the particles above 10^{18} eV are not confined in the galactic magnetic field. So, it is believed that these particles are of extragalactic origin. But their nature is completely unknown.

There are many models that result in different ultrahigh energy neutrino fluxes. Independent of the model, these neutrinos come from cosmological distances, being subject to flavor oscillation. The neutrino oscillation gives as a consequence the equality between the neutrino fluxes of each family.

The method used for the neutrino detection is to consider only those that propagate through the Earth, until they arrive to the detection area. These ultra high energy neutrinos can create charged leptons after a charged current interaction with atomic nuclei. These charged leptons keep the same direction of the original neutrino and they can exit the Earth. When they exit the Earth, they will be detected by the Pierre Auger Observatory.

We show, finally, that very small number of neutrinos crossing the Earth will be detected. However, even the observation of one single event in many years will be an indication of the existence of a neutrino flux. Moreover, it would be the beginning of a new phase in the cosmic ray detection.

Índice

Introdução	1
1 Raios Cósmicos	4
1.1 Detecção	4
1.2 Propriedades dos raios cósmicos	5
1.2.1 Natureza	5
1.2.2 Espectro de Energia	5
1.2.3 Isotropia	6
1.2.4 Propagação e o efeito GZK	8
1.3 Origem dos Raios Cósmicos de Altíssimas Energias	11
1.3.1 Aceleração (Bottom-Up)	11
1.3.2 Decaimento (Top-Down)	13
1.3.3 Z-burst	14
1.4 Detectores e eventos trans-GZK	14
1.4.1 Eventos acima do corte GZK	15
1.5 Neutrinos	16
1.6 Fluxo de Neutrinos – Sua Origem	17
1.7 Oscilação de neutrinos	18
1.8 Detecção de Neutrinos	19
1.8.1 Probabilidades	20
2 Propagação dos neutrinos na Terra	24
2.1 Interação neutrino-nucleon	24
2.1.1 Seção de choque neutrino-nucleon	25
2.2 Interação neutrino-elétron	26
2.3 A transferência de energia do neutrino para o lépton carregado	27
2.4 O livre caminho médio do neutrino	28
3 Propagação dos léptons carregados na Terra	31
3.1 Ionização	32

3.2	Radiação	32
3.2.1	Bremsstrahlung	33
3.2.2	Produção de Pares	34
3.2.3	Espalhamento Fotonuclear	34
3.2.4	A Contribuição Total da Radiação	35
3.3	Ionização \times Radiação	36
3.3.1	Distância percorrida pelo lépton carregado	37
3.4	A perda de energia dos léptons carregados	37
3.5	Interação dos léptons com a atmosfera	38
3.5.1	Cascata Eletromagnética	38
4	O fluxo de léptons carregados	41
4.1	Probabilidade	41
4.1.1	...que o neutrino sobreviva por uma distância z	41
4.1.2	...que o neutrino se converta num lépton carregado	43
4.1.3	...que o lépton saia da Terra antes de decair	44
4.1.4	...que o lépton deixe a Terra com energia E_l	46
4.2	O fluxo de léptons a partir do fluxo de neutrinos que atravessam a Terra	46
4.2.1	O ângulo favorável	48
4.3	O Kernel	48
4.3.1	O kernel integrado no ângulo sólido	52
4.3.2	Máximos e mínimos do kernel	54
4.4	O fluxo de léptons carregados	55
4.4.1	O número de léptons carregados	57
4.5	Resultados numéricos para o fluxo de léptons carregados	57
4.5.1	Fluxo Monocromático	57
4.5.2	Waxman-Bahcall e MPR_{\max}	59
4.5.3	Outros fluxos	59
4.6	Discussão do método apresentado e suas aproximações	59
5	Propagação e detecção de raios cósmicos na atmosfera	63
5.1	Detecção Direta \times Detecção Indireta	63
5.2	O que é um Chuveiro?	63
5.2.1	Várias cascatas dentro do Chuveiro	64
5.3	Propriedades e Desenvolvimento dos Chuveiros no Ar	64
5.4	Detecção no Observatório Pierre Auger	65
5.5	Emissão de Luz pelo Chuveiro	67

5.5.1	Fluorescência Aérea	67
5.5.2	Produção Cherenkov	67
5.6	Conjunto de Detectores de Superfície	67
5.7	Detector de Fluorescência	69
5.8	Determinação dos Parâmetros do Chuveiro	70
5.8.1	Direção e Posição do Eixo	70
5.8.2	Energia	70
5.8.3	Massa da Partícula Primária	71
5.9	Deteção de neutrinos	71
6	Descrição Experimental	72
6.1	A distância R_p observada pelo detector	74
A	A profundidade	79
A.1	Equivalente em água	79
B	Perda de energia dos neutrinos	81
C	Livre caminho médio do neutrino	85
D	Unidades	86
E	Fluxo de léptons carregados para um fluxo de neutrinos do tipo Waxman-Bahcall	87
	Referências	88

Introdução

Objetivos

O estudo de raios cósmicos de altíssimas energias ($E \gtrsim 10^{18}$ eV) é um assunto bastante atual e que merece uma atenção toda especial. Além de poder nos trazer informações astrofísicas (sobre quasares, blasares, núcleo de galáxias ativas, ...), pode nos dar indícios comprobatórios ou restritivos sobre novas teorias (quebra da invariância de Lorentz, novos modelos de partículas elementares, supercordas, ...).

Os raios cósmicos são compostos de prótons e outros núcleos atômicos e também de fótons. Além destas partículas, existem várias predições teóricas que há também um fluxo mensurável de neutrinos chegando até nós, que ainda não foi comprovado.

A detecção de neutrinos de altíssimas energias é fundamental para uma comprovação destas predições. Além disso, os neutrinos são as partículas menos interagentes dentre todas as conhecidas até então. Portanto, os neutrinos são de suma importância no estudo astronômico, podendo trazer informações das fontes mais distantes, ainda não detectadas pelo homem.

Apesar do neutrino ser a partícula que se propaga com maior facilidade pelo meio inter-estelar, o fato de ser pouco interagente nos traz grandes dificuldades quanto a sua detecção, não sendo detectados diretamente. Eles deverão interagir com núcleos atômicos e produzir léptons carregados. Os léptons carregados, por sua vez, sofrem a interação fraca e eletromagnética, possuindo uma intensidade de interação muito maior, podendo ser detectados com maior facilidade. Mas, devido ao baixo fluxo de neutrinos esperado, serão necessários detectores com uma área extremamente grande (vários quilômetros quadrados).

O Observatório Pierre Auger, com uma área de 3000 km² no hemisfério sul (Argentina), tinha como proposta inicial a detecção de raios cósmicos (prótons e núcleos). Entretanto, foi posteriormente verificado seu enorme potencial para a detecção de neutrinos.

Neste trabalho, assumimos a oscilação de neutrinos com os parâmetros tais como obtidos no Super-Kamiokande[1, 2], que nos leva (para as distâncias cosmológicas

viajadas) a um fluxo igual de neutrinos de cada uma das três famílias.

Os neutrinos (e os léptons carregados por ele produzidos) que chegam à região de detecção, têm que atravessar toda a atmosfera terrestre (neutrinos que vêm de cima). Entretanto, por causa da baixa intensidade da interação do neutrino, eles poderão vir de baixo, ou seja, atravessar todo o interior terrestre, ou pelo menos uma parte dele, e então chegar ao detector.

O neutrino precisa passar por uma grande quantidade de matéria para que dê origem a um lépton carregado que chegará ao detector. Neutrinos que vêm na horizontal atravessam cerca de 36 vezes mais matéria que aqueles que vêm na vertical. Cerca de 0,02% desses neutrinos que vêm na horizontal (com 10^{18} eV) produzirão léptons carregados. Daqueles que atravessam todo o interior terrestre ($2R_{\oplus}$) aproximadamente 30% produzirão léptons carregados, mas estes léptons são produzidos muito longe de seu ponto de saída, sendo totalmente barrados no interior terrestre. Entretanto, não devemos nos esquecer dos neutrinos que atravessam apenas parte do interior terrestre. Estes chegarão ao detector, podendo ser medidos no Observatório Pierre Auger.

Os elétrons interagem mais com a matéria do que os demais léptons carregados. Portanto, não são esperados elétrons vindo de baixo para cima, mas apenas múons e taus.

Conforme será mostrado neste trabalho, a baixas energias, o fluxo de múons induzidos por neutrinos, vindos de baixo para cima, é maior que o fluxo de taus. Entretanto, acima de $4,3 \times 10^{16}$ eV, o fluxo de taus torna-se dominante, sendo mais facilmente detectados. Além disso, por ser o tau bem mais massivo que o múon, decairá mais rapidamente, formando um chuveiro de partículas que poderá ser detectado no Observatório Pierre Auger.

Além disso, veremos que o fluxo de taus apresenta um máximo em torno de 10^{17} eV, valor favorável a detecção no Observatório Pierre Auger.

Plano da dissertação

No capítulo 1 descrevemos as principais propriedades dos raios cósmicos, centrando-nos nos eventos de altíssimas energias, argumentando porque estas partículas poderiam ser neutrinos. Damos também uma idéia inicial de como poderíamos detectar tais partículas.

O conhecimento mais fundamental sobre as interações das partículas com a matéria e sobre sua detecção serão abordados detalhadamente nos capítulos posteriores. Sendo que o capítulo 2 trata de neutrinos e o capítulo 3 trata de léptons carregados.

As informações anteriormente tratadas serão utilizadas no capítulo 4, onde de-

envolvemos uma fórmula bastante geral para um fluxo de léptons emergindo da Terra a partir de um fluxo de neutrinos que chega até nós. Utilizamos esta equação em conjunto com os fluxos apresentados na literatura para fazermos uma previsão de um valor numérico para o fluxo de léptons carregados.

No capítulo 5 detalhamos o Observatório Pierre Auger, com suas técnicas de detecção. Também explicamos como se propaga um chuveiro, assim como as suas propriedades.

Então, no capítulo 6 fazemos uma descrição de como deveria ocorrer a detecção, incluindo informações como, por exemplo, a distância máxima que o detector poderia observar. Obtemos a área efetiva do detector que é o volume observado pelo Observatório Pierre Auger. Assim, neste mesmo capítulo, obtemos o número de eventos observado, que é dado pelo produto do fluxo diferencial de léptons carregados pela área efetiva, integrado na energia.

Finalmente concluímos que existe a possibilidade de detecção de neutrinos no Observatório Pierre Auger. Mas não devemos esperar um grande número de eventos.

Capítulo 1

Raios Cósmicos

Em 1912, Victor Hess realizou uma série de experimentos pioneiros com balões, medindo assim níveis de radiação ionizante a 5 km de altitude da superfície terrestre. Com esta medição, foi descoberto que somos bombardeados por partículas ionizantes, ou seja, raios cósmicos que vêm do espaço.

Um grande interesse nos raios cósmicos sempre existiu, pois estão na intersecção entre a astrofísica e a física das partículas elementares. Foi através dos raios cósmicos que muitas partículas elementares foram descobertas.

Até os anos de 1950, a energia obtida pelos aceleradores estava abaixo daquela observada nos raios cósmicos. Isto explica porque muitas partículas elementares, tais como o pósitron, o múon e o pión foram primeiramente descobertos nos raios cósmicos. Entretanto, com a evolução dos aceleradores de partículas, as maiores descobertas na área começaram a ser feitas nestes aceleradores.

Agora, a energia obtida em tais aceleradores é bem inferior àquelas observadas nos raios cósmicos. A energia de centro de massa, observada em colisões dos raios cósmicos com os núcleos dos átomos atmosféricos, chegam até 10^{15} eV, três ordens de grandeza acima da energia obtida nos aceleradores. Assim, o estudo dos raios cósmicos de altíssimas energias é de grande importância para a determinação de evidência comprobatória ou restritiva para as novas teorias e modelos de *partículas elementares*, *supercordas* e *quebra da invariância de Lorentz*.

No entanto, a detecção de raios cósmicos é muito difícil, pois estas partículas não conseguem atingir a superfície terrestre devido à interação com as partículas da atmosfera. Vejamos como pode ser feita a detecção.

1.1 Detecção

A baixas energias (até 10^{14} eV), o fluxo de raios cósmicos é grande o suficiente para que possamos detectar partículas individualmente, em balões ou satélites, onde são

colocados calorímetros ou placas de emulsão. A necessidade de detectarmos estas partículas a altitudes elevadas está no fato de que, devido à sua interação com os átomos da atmosfera, não conseguem chegar até a superfície terrestre, transferindo toda a sua energia (principalmente por ionização) às partículas que encontram-se as altitudes mais elevadas.

Acima de 10^{14} eV, o fluxo é tão baixo que a detecção direta torna-se impossível. Mas, devido à elevada energia de tais partículas, serão criados chuviros na interação destes raios cósmicos com as partículas da atmosfera, ou seja, estas partículas interagirão diretamente com as partículas da atmosfera, produzindo novas partículas com energia mais baixa, este processo repetir-se-á com as novas partículas, produzindo assim um chuviro que há de se estender até que a energia destas partículas seja muito pequena para continuar este processo. Podemos, então, detectar uma grande quantidade das partículas criadas no chuviro com detectores na superfície terrestre que ocupam uma área de vários quilômetros quadrados.

A existência destes chuviros foi provada em 1938 por Pierre Auger que observou, através de contadores Geiger, a chegada simultânea de partículas separadas por uma distância de vários metros.

A detecção de raios cósmicos é um assunto bastante amplo que será discutido em detalhes no capítulo 5.

1.2 Propriedades dos raios cósmicos

Para um estudo completo dos raios cósmicos, precisamos conhecer a *natureza* e o *espectro de energia* das partículas, sua *propagação* e se há *isotropia* na sua distribuição espacial. Detalhemos um pouco mais estas propriedades.

1.2.1 Natureza

Os raios cósmicos são compostos principalmente de prótons, partículas alfa e também outros núcleos atômicos, como hélio, carbono, nitrogênio, incluindo núcleos mais pesados, até o ferro. Entretanto, estas não são as únicas partículas. Fótons também chegam até nós, e talvez neutrinos, mas com um fluxo bem menor.

1.2.2 Espectro de Energia

O fluxo de partículas é dependente da energia. Experimentalmente, é sabido que o espectro dos raios cósmicos, acima de 10^9 eV, apresenta aproximadamente a seguinte lei de potência:

$$\frac{dN}{dE} \propto E^{-\alpha},$$

onde α é uma constante, mas não é uma *constante absoluta*, ou seja, assume valores diferentes, dependendo da região de energia. Na verdade α apresenta três valores diferentes, ou seja:

- até $E \simeq 5 \times 10^{15}$ eV, ponto conhecido como “joelho”, $\alpha \simeq 2,7$; acredita-se que estas partículas sejam de origem galáctica;
- para 5×10^{15} eV $\lesssim E \lesssim 5 \times 10^{18}$ eV, ponto conhecido como “tornozelo”, $\alpha \simeq 3,1$;
- para 5×10^{18} eV $\lesssim E \lesssim 5 \times 10^{19}$ eV, $\alpha \simeq 2,7$, retornando assim ao seu valor original, este fluxo é, provavelmente de origem extragaláctica;
- acima de 5×10^{19} eV, não há informação suficiente para traçarmos a continuação deste gráfico.

O espectro de energias dos raios cósmicos pode ser visto com muita clareza na figura 1.1, onde observamos que, para uma energia de 100 GeV, por exemplo, o fluxo é aproximadamente de uma partícula/m²s, enquanto que para altíssimas energias* o fluxo cai para uma partícula/km²ano. Além disso, existe uma previsão teórica de que deveria haver um corte no espectro para eventos com energia superior a 10²⁰ eV, devido ao efeito GZK (ver seção 1.2.4). Mas isto não foi observado experimentalmente. Na verdade tem-se ampliado o número de detecções que nos mostram a existência de eventos com tais energias. Devemos ter, então, mecanismos não térmicos para aceleração de partículas, ou decaimento de objetos exóticos, que possam explicar tal fluxo.

1.2.3 Isotropia

A isotropia (ou sua falta) da origem espacial dos raios cósmicos em relação às fontes galácticas ou extra-galácticas são fundamentais no estudo de sua origem. O estudo da sua direção de chegada nos determinará se eles provém de algum objeto astrofísico energético conhecido, ou se estão isotropicamente distribuídos.

Se os raios cósmicos de altíssimas energias forem produzidos em nossa galáxia, então sua direção de chegada deve estar correlacionada com a distribuição de massa galáctica.

*Altíssimas energias: este termo constantemente utilizado neste trabalho designa energias maiores que, ou iguais a 10¹⁸ eV.

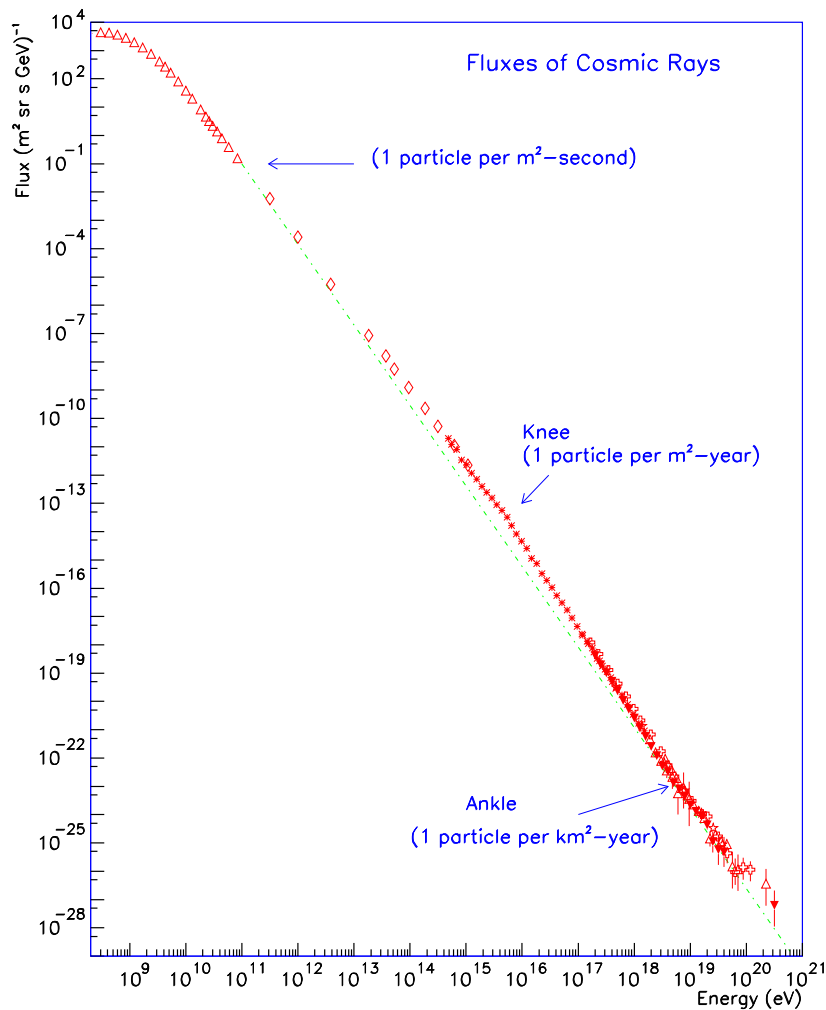


Figura 1.1: O espectro diferencial de energia dos raios cósmicos. A linha pontilhada mostra uma lei de potência E^{-3} para comparação.[11]

Entretanto, os dados experimentais são poucos ainda e nos mostram pouca correlação entre si, pois têm uma distribuição praticamente isotrópica. Existe, no entanto, de acordo com os dados coletados, uma correlação entre alguns eventos. Esta correlação será mostrada na seção 1.4.1.

Além disso, é preciso saber se existe uma relação entre a direção de chegada dos raios cósmicos e os objetos astrofísicos capazes de acelerar as partículas às energias observadas. No entanto, não existe nenhum objeto astrofísico conhecido até uma distância de 100 Mpc, que é a distância máxima que uma partícula carregada, mais especificamente, um próton poderia chegar (ver seção 1.2.4).

1.2.4 Propagação e o efeito GZK

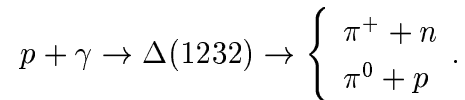
Os raios cósmicos interagem com poeira, partículas de gases e fótons, e também atravessam campos magnéticos que alteram a direção das partículas carregadas. Estas interações provocam perda de energia, assim como fissão dos núcleos pesados. Partículas de altíssimas energias interagem também com a radiação cosmológica de fundo de 2,7 K. Estas interações modificam a composição dos raios cósmicos observados e seu espectro de energia, bem como sua direção de propagação.

GZK

Consideremos agora a interação dos raios cósmicos com a radiação cosmológica de fundo, mostrando assim o corte no fluxo de raios cósmicos previsto em 1966 [4, 5], que não tem sido observado.

A radiação cosmológica de fundo de 2,7 K foi descoberta em 1965 por Penzias e Wilson. No ano seguinte, Greisen[4] e, independentemente, Zatsepin e Kuz'min[5] predisseram a fotoprodução de píons através da interação de prótons dos raios cósmicos com a radiação cosmológica de fundo. Em outras palavras, foi predito que prótons (e também núcleos) teriam seu livre caminho médio reduzido.

A radiação cosmológica de fundo tem uma densidade de aproximadamente 400 fótons/cm³. Assim os prótons de altíssimas energias poderão realizar uma colisão inelástica com estes fótons. A reação dominante é a produção da ressonância Δ^+ acompanhada do seguinte decaimento:



O limiar da energia desta reação é obtida quando a ressonância (Δ^+) é produzida em repouso. Assim temos:

$$E_p = \frac{m_\Delta^2 - m_p^2}{2\epsilon(1 - \cos\theta)},$$

onde ϵ é a energia do fóton da radiação cosmológica de fundo, e utilizamos $|\vec{p}_p| = E_p$, ou seja, o próton é ultra-relativístico. Vemos facilmente que esta energia é minimizada para um ângulo $\theta = \pi$ (mesma direção e sentidos opostos), assim o limiar da energia do próton para que ocorra esta reação é:

$$E_p^{\text{GZK}} = \frac{m_\Delta^2 - m_p^2}{4\epsilon}. \quad (1.1)$$

Os fótons da radiação cosmológica de fundo têm uma distribuição térmica em torno de 2,73 K, apresentando um pico em $\epsilon = 2,3 \times 10^{-4}$ eV (pois $E_\gamma = k_B T$ -

onde k_B é a constante de Boltzmann e T é a temperatura da radiação de fundo). Substituindo os valores na equação (1.1) ($m_\Delta = 1232$ MeV, $m_p = 938$ MeV e $\epsilon = 2,3 \times 10^{-4}$ eV), temos:

$$E_p^{GZK} = 7 \times 10^{20} \text{ eV}.$$

Portanto, prótons com energia acima de 7×10^{20} eV participarão desta reação, produzindo o efeito GZK. Na verdade, o efeito GZK já ocorre em 7×10^{19} eV, mas fizemos um tratamento simplificado considerando apenas a ressonância Δ .

O livre caminho médio (λ) destes prótons será dado por:

$$\lambda = \frac{1}{\sigma n} \approx 6 \text{ Mpc},$$

onde $n \approx 400 \text{ cm}^{-3}$ é a densidade de fótons da radiação cosmológica de fundo e $\sigma \approx 135 \mu\text{b}$ é a seção de choque dos prótons com a radiação de fundo.

A perda de energia dos prótons em função da distância percorrida é mostrada na figura 1.2, onde vemos que a observação de prótons com energia acima de 10^{20} eV só poderá ocorrer se sua fonte estiver a uma distância menor que 100 Mpc.

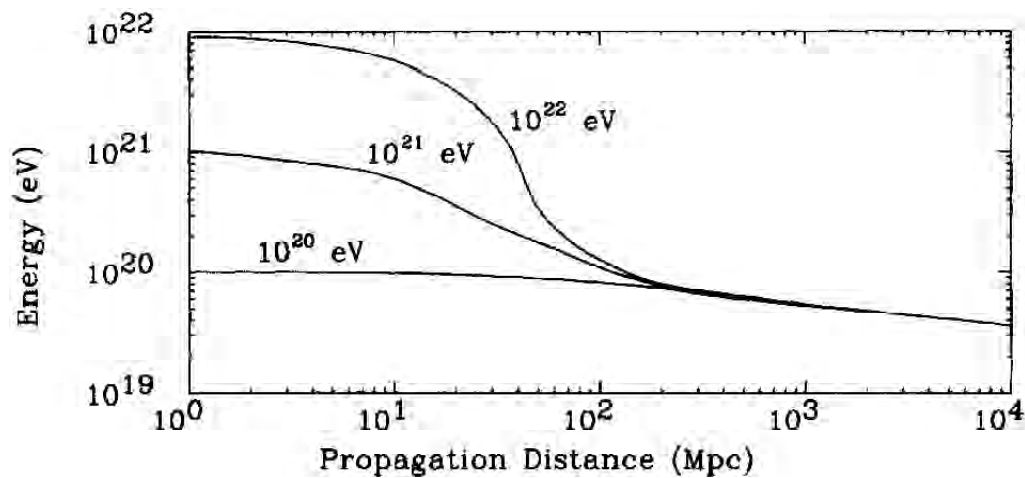


Figura 1.2: Energia média em função da distância viajada para prótons com a energia inicial indicada.[6]

O argumento utilizado para a propagação dos prótons também vale para núcleos, onde um dos nucleons que constitui o núcleo interagirá com os fótons da radiação cosmológica de fundo.

Analogamente, um fóton com 10^{15} eV de energia não pode trazer informação das fontes que estejam na extremidade de nossa galáxia, pois aniquilar-se-á num par

elétron-pósitron, no encontro com um fóton de 2,7 K antes de atingir o telescópio. Em geral, fótons energéticos são absorvidos pela radiação de fundo pela produção de pares ($\gamma + \gamma \rightarrow e^+ + e^-$) que ocorre acima da energia E_γ , dada por:

$$E_\gamma \approx \frac{m_e^2}{\epsilon} = 1,12 \times 10^{15} \text{ eV},$$

onde E_γ é a energia do fóton de alta energia e ϵ é a energia do fóton da radiação de fundo.

Elétrons (ou pósitrons) podem transferir grande quantidade da sua energia para um fóton da radiação de fundo via espalhamento Compton inverso ($e\gamma \rightarrow e\gamma$). Assim podemos dizer que fótons e elétrons (pósitrons) produzirão chuviros eletromagnético ao se propagarem.

A observação, ou a não-observação, do corte GZK pode nos dar importantes informações sobre a distância das fontes de raios cósmicos. Se os raios cósmicos forem prótons, núcleos ou fótons, eles interagirão com a radiação cosmológica de fundo. Assim espera-se observar pouquíssimos prótons, núcleos e fótons, se sua fonte for de origem extra-galáctica.

Além do GZK

Apesar da predição do efeito GZK ser baseada em efeitos bastante conhecidos, este efeito não foi observado experimentalmente, ou seja, eventos com energia acima de 10^{20} eV têm sido observados, e com uma distribuição aproximadamente isotrópica, sem apresentar relação com a distribuição de massa da galáxia. Precisamos encontrar uma explicação para a ausência do GZK, ou seja, precisamos de: i) uma fonte de raios cósmicos que esteja próxima de nossa galáxia, ou ii) de uma partícula que se propague por distâncias cosmológicas sem interagir com a radiação cosmológica de fundo.

A segunda hipótese parece mais razoável, já que a distribuição destes raios cósmicos é aproximadamente isotrópica. Assim sendo, dentre todas as partículas conhecidas, somente os neutrinos são imunes ao efeito GZK, e, além disso, são criados devido ao efeito GZK, com o decaimento dos píons carregados. Assim a diminuição no fluxo de prótons e núcleos leva a um acréscimo no fluxo de neutrinos. Entretanto, os chuviros mais energéticos já detectados não parecem ter sido originado por neutrinos, pois interagiram muito alto na atmosfera.

1.3 Origem dos Raios Cósmicos de Altíssimas Energias

Muito progresso no entendimento de raios cósmicos com energia superior a 10^{15} eV foi feito. Entretanto, raios cósmicos com energia superior a 10^{19} eV podem ter uma origem completamente diferente. O mecanismo pelo qual tais partículas atingem esta enorme energia é ainda um enigma.

Se os raios cósmicos fossem núcleos pesados produzidos em nossa galáxia, então sua distribuição deveria estar relacionada com a distribuição de massa de nossa galáxia, ou seja, os raios cósmicos deveriam estar na direção do plano galático e principalmente na direção do centro da galáxia.

A baixas energias, esperamos que o fluxo de raios cósmicos carregados seja isotrópico, pois o campo magnético galático (que é bastante irregular) alteraria a trajetória das partículas carregadas, inviabilizando a localização de sua fonte. Entretanto, a altíssimas energias, o campo magnético galático não é suficientemente intenso para alterar a trajetória das partículas carregadas de maneira significativa. Assim estas partículas viajariam direto de suas fontes, com um pequeno desvio. Caso estas fontes sejam distribuídas aleatoriamente pelo universo, então esperaríamos uma distribuição isotrópica destas partículas atingindo a Terra.

Já os neutrinos, mesmo a baixas energias, devem apontar para suas fontes, pois não são defletidos pelos campos magnéticos.

As possíveis origens de raios cósmicos[7, 8] são:

- **em nossa galáxia:** explosões de supernova, pulsares (estrelas de nêutrons) e o núcleo galático (que pode conter um buraco-negro);
- **no super-aglomerado local:** quasares, um número enorme de galáxias de rádio de altíssimas energias e ‘hot-spots’ (geralmente interpretados como ondas de choque produzidas por galáxias de rádio muito potentes).

Podemos classificar dois tipos principais de modelos para raios cósmicos de altíssimas energias: *aceleração (bottom-up)* e *decaimento (top-down)*.

1.3.1 Aceleração (Bottom-Up)

Objetos astrofísicos com um campo magnético muito intenso são capazes de acelerar partículas carregadas. Entretanto, a região de aceleração deve ser maior que o raio giromagnético da partícula. Assim, usando análise dimensional, obtemos:

$$R > R_{\text{giro}} = \frac{E}{B},$$

Fonte	γ	B (G)	M (M_{\odot})
Quasar	1	10^3	10^9
Blazar	$\gtrsim 10$	10^3	10^9
Estrela de Nêutrons	1	10^{12}	1
GRB	$\gtrsim 10^2$	10^{12}	1

Tabela 1.1: Requisitos para gerar os raios cósmicos de altíssima energia em fontes astrofísicas. Condições com $E \approx 10$ EeV[9].

onde R é o raio da região aceleradora, R_{giro} é o raio giromagnético da partícula, E é a energia da mesma e B é o campo magnético da região aceleradora. Em outras palavras, esta região deve conter a órbita da partícula. Isto nos leva a uma energia máxima de:

$$E = \gamma BR.$$

É importante salientar que talvez não estejamos no referencial de repouso da região de aceleração, assim foi incluído o fator- γ de Lorentz.

As explicações propostas fazem uso de regiões com campo gravitacional extremamente intensos, para que assim possamos ter um fluxo de partículas com as mais altas energias observadas. Então, substituindo R pelo raio de Schwarzschild ($R \approx GM/c^2$), obtemos:

$$E \propto \gamma BM.$$

Existem pouquíssimos objetos astrofísicos capazes de tal aceleração. Algumas especulações são dadas na tabela 1.1.

O maior problema dos modelos de aceleração aparece quando são consideradas as perdas de energia. Seria pouco provável que a natureza conseguisse produzir um campo de tal forma alinhado e sem grandes quantidades de matéria para barrarem os raios cósmicos. Assim supõe-se que a eficiência de tais mecanismos seja de aproximadamente 10%[9].

Os modelos de aceleração subdividem-se em: *aceleração estatística* e *aceleração direta*.

Aceleração Estatística

Neste caso a energia é ganha aos poucos, mudando (desde seu início até o fim) várias ordens de grandeza. O protótipo é o *modelo de aceleração de Fermi*; Fermi propôs

a princípio que as partículas são aceleradas por colisões com núvens magnéticas na galáxia[10]. Este modelo também pode ser estendido a ondas de choque de supernovas, núcleos galácticos e *hot-spots* galácticos.

Assim como o ganho de energia ocorre de forma estatística, sua perda também, sendo assim pouco provável uma partícula atingir altíssimas energias.

Aceleração Direta

Assume a existência de um campo eletromagnético intenso. A aceleração é rápida e pode ocorrer nos pulsares com campo eletromagnético circular intenso, que produz uma força eletromotriz induzida. A perda de energia é um problema sério de tal modelo, pois estas regiões têm densidade muito elevada.

Poucos objetos astrofísicos parecem capazes de gerar partículas com energia acima de 10^{20} eV, principalmente quando as perdas de energia são levadas em consideração.

1.3.2 Decaimento (Top-Down)

Uma forma de se evitar problemas, tentando explicar como que as partículas podem atingir altíssimas energias, é começar na escala de energia das Teorias de Grande Unificação (GUTs – Grand Unified Theories), ou sua teoria de cordas equivalente.

As GUTs tentam unificar as forças da natureza, estendendo o sucesso em unificar as forças eletromagnética e nuclear fraca. Assim, nas GUTs a força eletrofraca unirse-ia à força nuclear forte a energias de aproximadamente 10^{24} eV, que ocorreram apenas 10^{-35} segundos após o Big-Bang.

Os remanescentes desta unificação seriam *defeitos topológicos* no vácuo, causados por desalinhamentos do campo de Higgs em regiões que eram causalmente desconexas no universo primordial. Os defeitos topológicos foram formados durante as transições de fase, enquanto o universo primordial resfriava-se, sendo um produto da quebra espontânea de simetria, implícita em algumas GUTs.

Os defeitos topológicos são regiões bem localizadas, onde densidades extremamente altas de massa e energia estão presas, pois estes defeitos são relativamente estáveis. Dependendo de suas propriedades geométricas e topológicas, tais defeitos recebem o nome de: cordas cósmicas, monopolos, paredes, colar (cordas contornadas por monopolos) e texturas. Dentro do defeito topológico, vestígios do universo primordial podem ser preservados até os dias atuais.

Eles podem liberar energia através de “partículas X” (partículas de Higgs na escala de GUT, férmions super-massivos, ou leptoquarks), caso haja decaimento ou aniquilação. Estas partículas X têm massa na escala de GUT (10^{24} eV) e podem

decair em quarks e léptons, até mesmo em neutrinos[28]. Segundo Stecker[12], com o decaimento das partículas- X , são produzidos principalmente píons, com cerca de 3 a 10% de bárions. Então o número de fótons e neutrinos produzidos será pelo menos uma ordem de magnitude maior que o número de prótons. O espectro destes raios cósmicos poderia estender-se até 10^{24} eV.

A medição de tais eventos pode nos dar informações (ou vínculos) importantes sobre as fontes citadas acima, ou seja, esta medição pode nos dar alguma evidência sobre as GUTs.

1.3.3 Z-burst

Além da aceleração e do decaimento, temos também o Z-burst. Os neutrinos podem viajar distâncias cosmológicas e então produzir Z^0 ao interagirem com anti-neutrinos de 1,9 K da radiação cosmológica de fundo. Este é o Z-burst que resulta principalmente em píons.

Se os neutrinos forem massivos, com massa m_ν , a energia necessária para que isto ocorra será de:

$$E_\nu = \frac{M_Z^2}{2m_\nu}. \quad (1.2)$$

Entretanto, os neutrinos não precisam ser massivos para que isto ocorra, neste caso a massa do neutrino (m_ν) da equação (1.2) seria substituída pela energia do neutrino da radiação de fundo (ϵ_ν). Mas se o neutrino não for massivo, a energia necessária para que isto ocorra será muito maior ($\approx 10^{25}$ eV – onde utilizamos $\epsilon_\nu = k_B T_\nu$).

Um bóson Z^0 decairá produzindo[12]: 2 nucleons, 20 raios-gama e 50 neutrinos (2/3 destes são ν_μ) que poderão chegar a Terra produzindo chuvarais que serão detectados.

1.4 Detectores e eventos trans-GZK

Eventos com energia acima de 10^{20} eV têm sido observados em vários observatórios de raios cósmicos. Deve ser enfatizado que os detectores que relataram estas observações operavam com diferentes técnicas[8]:

- **Volcano Ranch:** no final da década de 1950. O detector compreendia 19 cintiladores, cada um com $3,3 \text{ m}^2$, espaçado numa grade hexagonal de 884 m;
- **Haverah Park:** operou até 1987, tendo funcionado por 19 anos. O detector consistia de detectores de água Cherenkov profundos (1,2 m), com estações

cobrindo uma área de, tipicamente, 34 m^2 distribuídos por uma área de 12 km^2 . O limiar da energia era de aproximadamente $6 \times 10^{16} \text{ eV}$;

- **AGASA** (Akeno Giant Air Shower Array): em operação desde 1992. 111 detectores de cintilação ($2,2 \text{ m}^2$ de área cada) espalhados sobre uma área de 100 km^2 com um espaçamento de 1 km entre eles. Também faz a detecção de múons do chuveiro;
- **Yakutsk**: tem seu funcionamento de 1972 até os dias atuais. Em 1974, foi expandido para detectar raios cósmicos com energia superior a 10^{15} eV . A maioria dos detectores são cintiladores plásticos, entretanto, há a detecção Cherenkov. Em 1995, foi rearranjado numa área menor (10 km^2) para se investigar raios cósmicos com energia em torno de 10^{19} eV ;
- **SUGAR** (Sydney University Giant Air-shower Recorder): operou entre 1968 e 1979 e é o maior detector de superfície do hemisfério sul. 47 estações de detectores cobrem uma área de 70 km^2 . Cada estação consiste de dois tanques de cintiladores líquidos separados por 50 m ;
- **Fly's Eye**: começou em 1981 e perdurou até 1993. É composto de dois fly's eyes (olhos de mosca) separados, sendo que o segundo começou a funcionar em 1986. Estes olhos enxergam a fluorescência atmosférica produzida pelo chuveiro;
- **HiRes** (High Resolution Fly's Eye): É uma atualização do Fly's Eye que iniciou sua operação recentemente. O limiar de sua energia é de 10^{17} eV .

Assim, devido às várias técnicas empregadas, existem poucas dúvidas que estas observações sejam confiáveis, e não apenas erro devido ao modelo que relate o chuveiro.

1.4.1 Eventos acima do corte GZK

Apesar da predição do corte no espectro de energia em torno de 10^{20} eV , experimentos continuam medindo eventos cada vez mais energéticos. A figura 1.4 mostra o mapa celeste apresentando 92 eventos com energia acima de $4 \times 10^{19} \text{ eV}$, em coordenadas galácticas. A área hachurada indica regiões da galáxia que não conseguimos ver, porque a maioria dos detectores está no hemisfério norte.

Na figura 1.4 vemos um número significativo de coincidências duplas (dubletos) e algumas triplas (tripletos) na distribuição espacial dos eventos. A probabilidade de que ocorram tais multipletos, considerando-se uma distribuição isotrópica das fontes, é menos de 1% [13]. Assim existe alguma chance de que estes eventos sejam

provenientes das mesmas fontes, mas existem muitas suposições e poucas evidências conclusivas.

Apesar destes multipletos, vemos que o mapa é aproximadamente isotrópico. A baixas energias podemos esperar uma distribuição isotrópica, pois os campos magnéticos (que apresentam uma configuração bastante irregular) defletiriam os raios cósmicos. Porém, a altas energias, os raios cósmicos sofreriam desvios muito pequenos de sua trajetória. Precisamos ainda de futuros dados, mas, confirmando-se a isotropia espacial dos raios cósmicos, seremos deixados com apenas duas opções: ou os campos magnéticos são muito mais intensos do que os supostos atualmente ou as fontes de partículas de altíssima energia estão isotropicamente distribuídas.

1.5 Neutrinos

Os neutrinos são as partículas (dentre todas conhecidas até então) que sofrem menos interações[†]; estão sujeitos à interação nuclear fraca e à interação gravitacional, sendo esta última totalmente desprezível.

Às altíssimas energias que estamos interessados, os neutrinos podem ser a componente predominante nos raios cósmicos, pois podem escapar de locais de aceleração sem serem absorvidos, o mesmo não ocorrendo com os fótons e prótons que são absorvidos pela matéria da sua fonte. Estes neutrinos viajam pelo meio interestelar praticamente sem serem atenuados, enquanto outras partículas sofrerão uma grande interação com a radiação cosmológica de fundo que permeia o universo (efeito GZK – ver seção 1.2.4). Já os neutrinos de altíssima energia são previstos devido ao efeito GZK.

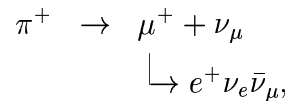
Devido a sua interação ser tão baixa, os neutrinos podem percorrer distâncias enormes (2 000 km na água – para uma energia de 10^{18} eV) sem que sejam barrados, podendo assim trazer informações sobre as fontes mais distantes já detectadas pelo homem. Entretanto detectores enormes são necessários para que estas informações sejam obtidas.

Vale ressaltar que partículas carregadas eletricamente (como p , e , ...) são defletidas pelos campos magnéticos inter-estelar e inter-galático, sendo que o mesmo não ocorre com os neutrinos. Assim, estes podem trazer informação da direção das fontes que emitem partículas de energia tão elevada.

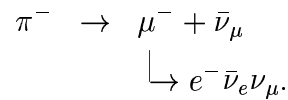
[†]Neutrinos: veja capítulo 2.

1.6 Fluxo de Neutrinos – Sua Origem

Neutrinos de altíssimas energias podem ser produzidos de várias formas, por exemplo, hádrons de altíssimas energias podem interagir com fótons, produzindo píons. Píons carregados (π^\pm) são produzidos com a mesma probabilidade que píons neutros[14]. Entretanto um pión neutro decai, dando origem a dois fótons, enquanto um pión carregado ao decair, dá origem a neutrinos. O decaimento do pión carregado ocorre como mostrado abaixo:



ou:



Como os píons carregados (π^+ e π^-) são produzidos em número igual (devido a igual seção de choque), a população relativa dos neutrinos será $2\nu_\mu : 2\bar{\nu}_\mu : 1\nu_e : 1\bar{\nu}_e$.

Nestes processos os neutrinos do múon carregam aproximadamente metade da energia do pión carregado. Os píons carregados carregam cerca de 50% da energia dos hádrons originais. Assim os neutrinos carregam aproximadamente um quarto da energia dos hádrons que produzem os píons.

Assim, praticamente qualquer local que cause a aceleração de partículas carregadas é uma fonte potencial de neutrinos de altíssimas energias. Estas fontes podem, então, ser: galáxias de rádio, núcleos de galáxias ativas, etc.

Existem vários modelos que tentam descrever o fluxo de neutrinos. Vamos abordá-los rapidamente.

- **GZK:** píons serão fotoproduzidos pelos prótons que interagem com a radiação cosmológica de fundo;
- **AGN:** os núcleos de galáxias ativas (AGN – Active Galactic Nuclei) são as fontes mais poderosas de radiação no universo. Estes aceleradores de raios cósmicos são alimentados pela energia gravitacional da matéria espiralando num buraco negro supermassivo ($\sim 10^8 M_\odot$). Prótons acelerados a altíssimas energias no AGN interagem com a matéria ou radiação no disco de acreção do AGN, sofrendo interações do tipo pp ou $p\gamma$, produzindo píons que decairão em fótons e neutrinos;

- **Blazares:** jatos de AGN aproximadamente alinhados com nossa linha de visão. São AGN com os maiores fator- γ de Lorentz, que produzem os prótons mais energéticos;
- **TD:** como já dito anteriormente, as partículas-X dos defeitos topológicos podem decair em quarks e léptons, inclusive neutrinos, mas o principal produto deste decaimento seriam píons;
- **Z-burst:** a partícula primária é um neutrino que pode ser oriundo de um AGN ou do efeito GZK, este neutrino interage com um antineutrino da radiação cosmológica de fundo produzindo um Z^0 , resultando em píons.

Alguns autores prevêm um fluxo máximo de neutrinos que seriam emitidos de fontes *bottom-up* (tal como um núcleo de galáxia ativa). Podemos ver uma discussão aprofundada nos artigos de Waxman-Bahcall [14, 15] e de Mannheim-Protheroe-Rachen [16, 17]. Estes dois modelos nos dão os fluxos comumente conhecidos na literatura como WB e MPR. O fluxo-WB prevê um fluxo dado por:

$$E_\nu^2 \frac{dN_\nu}{dE_\nu} = 4,5 \times 10^{-8} \text{ GeV}/(\text{cm}^2 \text{ srad s}),$$

enquanto o fluxo-MPR depende da transparência da fonte à emissão de neutrons, sendo o seu máximo dado por:

$$E_\nu^2 \frac{dN_\nu}{dE_\nu} = 2 \times 10^{-6} \text{ GeV}/(\text{cm}^2 \text{ srad s}).$$

Estes fluxos serão usados como na referência [17] que considera o fluxo-WB como o fluxo mínimo de neutrinos, enquanto o fluxo-MPR_{max} é tido como o fluxo máximo de neutrinos produzidos em fontes aceleradoras.

Os fluxos são comumente dados na literatura como o fluxo diferencial de neutrinos ($d\Phi_\nu/dE_\nu$) multiplicado pela energia do neutrino ao quadrado (E_ν^2). Esta forma de expressar o fluxo de partículas é equivalente a um fluxo de energia. Desta forma, os fluxos WB e MPR_{max} prevêm o fluxo de energia máximo emitido de fontes aceleradoras.

É importante ressaltar que na referência [15], Waxman e Bahcall afirmam que neutrinos com energia superior àquela prevista em seu modelo podem ser observadas se considerarmos defeitos topológicos.

1.7 Oscilação de neutrinos

O experimento realizado pelo grupo do Kamiokande[1, 2] mediu o desaparecimento de neutrinos do múon em relação aos neutrinos do elétron, o que implicaria numa

oscilação no sabor do neutrino em função da sua propagação. Assim, o neutrino do múon converte-se num neutrino do tau durante seu deslocamento.

As medições do Super-Kamiokande[1, 2] nos indicam que os neutrinos são massivos, pois a sua massa nos leva a oscilação no sabor, porque os auto-estados de sabor não correspondem aos auto-estados de massa. Como os neutrinos são produzidos e detectados no seu auto-estado de sabor, mas propagam-se no seu auto-estado de massa, estão sujeitos a oscilação de sabor.

Este mesmo experimento nos dá alguns parâmetros que nos leva a uma oscilação máxima para os neutrinos de fontes astrofísicas, pois, devido às distâncias cosmológicas atravessadas, muitas oscilações ocorrerão, igualando o fluxo de neutrinos do múon e neutrinos do tau. Assim, o fluxo de neutrinos originado a partir do decaimento dos píons carregados, que é produzido a uma razão $1\nu_e : 1\bar{\nu}_e : 2\nu_\mu : 2\bar{\nu}_\mu$ (ver seção 1.6), chegará a Terra a uma razão $1\nu_e : 1\bar{\nu}_e : 1\nu_\mu : 1\bar{\nu}_\mu : 1\nu_\tau : 1\bar{\nu}_\tau$, ou seja, teremos um fluxo igual de neutrinos e antineutrinos de cada um dos três sabores.

1.8 Detecção de Neutrinos

(Produção de Léptons Carregados no Interior Terrestre)

Ao chegarem à Terra os neutrinos podem interagir (interação fraca) com as partículas da atmosfera (ou do interior terrestre) e assim produzir um lépton carregado que por sua vez dará origem a um chuveiro (ou cascata) de partículas secundárias que poderão ser detectadas num observatório. Esta é a proposta para a detecção de neutrinos no Observatório Pierre Auger.

Observemos agora três diferentes direções de chegada para os neutrinos de altíssimas energias e analisemos qual destas será a mais favorável à detecção[‡]. Para isto utilizaremos o *ângulo zenital* (θ_{zen} – que é o ângulo que a trajetória da partícula faz com a vertical acima do solo), assim para:

- **ângulo zenital** = 0 ($\theta_{zen} = 0$): os neutrinos que vêm desta direção percorrerão apenas $X = 1000 \text{ g/cm}^2$ (ou 1000 cm de equivalente em água)[§], que é muito inferior ao *livre caminho médio do neutrino* ($\approx 1000 \text{ km}$ de equivalente em água para uma energia de 10^{18} eV). Assim os neutrinos passarão

[‡]Veja detalhes sobre o *ângulo favorável* na seção 4.2.1.

[§]As distâncias são medidas comumente em g/cm^2 , assim:

$$X = \int \rho(x) dx,$$

ou também em equivalente em água. Veja maiores detalhes no apêndice A.

pela atmosfera sem interagir (a interação ocorrendo no interior terrestre), não havendo a possibilidade de detecção;

- **ângulo zenital** = 90° ($\theta_{zen} = 90^\circ$): estes neutrinos percorrerão $X = 36\,000\text{ g/cm}^2$ e, para uma energia de 10^{18} eV , apenas 10^{-4} destes neutrinos produzirão léptons carregados que poderão ser detectados;
- **ângulo zenital** = 180° ($\theta_{zen} = 180^\circ$): estes neutrinos atravessarão toda a Terra. Será mostrado mais adiante que estes neutrinos são totalmente bloqueados quando possuem energia acima de 40 TeV.

Analizando estas informações, é fácil afirmar que o melhor é escolhermos neutrinos horizontais ($\theta_{zen} = 90^\circ$), mas isto não está absolutamente correto, pois podemos também detectar neutrinos que venham de direções intermediárias. Precisamos então descobrir qual é o ângulo favorável à detecção destes neutrinos.

Antes disso façamos uma análise do fenômeno físico em si. Estes neutrinos atravessam parte do interior terrestre, interagem com a matéria e produzem léptons carregados ($\nu_l + N \rightarrow l + X$). O lépton carregado (devido à sua altíssima energia) continua percorrendo a Terra na mesma direção do neutrino incidente. Este lépton atinge a atmosfera e produz um chuveiro de partículas que serão detectadas no observatório.

A distância total percorrida no interior terrestre é de $2R_\oplus \cos\theta$ (ver figura 1.5), parte desta distância (z) será percorrida pelo neutrino, e o restante ($2R_\oplus \cos\theta - z$) será percorrida pelo lépton carregado.

Vamos agora detalhar todas estas informações, relacionando as probabilidades, para que mais adiante (capítulo 4) possamos deduzir o fluxo que deverá ser medido.

1.8.1 Probabilidades

Para que um fluxo de neutrinos dê origem a um fluxo de léptons carregados, precisaremos que:

- **o neutrino sobreviva por uma distância z na Terra:** o neutrino está sujeito a sofrer interações de corrente neutra (através da troca de um Z^0) e de corrente carregada (através da troca de W^\pm) com a matéria do interior terrestre. A interação de corrente neutra causa apenas uma perda de energia do neutrino, enquanto a interação de corrente carregada produzirá um lépton carregado;

- **o neutrino seja convertido num lépton carregado:** como já comentado acima, devido a interação de corrente carregada, o neutrino dará origem a um lépton carregado, que continuará se propagando no interior terrestre;
- **o lépton criado saia da Terra antes de decair:** o lépton carregado tem uma seção de choque muito maior que a do neutrino e perde energia por vários processos, podendo ser totalmente barrado no interior da Terra;
- **a energia e posição do lépton carregado quando criado seja tal que deixe a Terra com energia E_l :** o que estaremos medindo no final será um fluxo de léptons carregados em função da energia; assim precisamos fixar a correlação entre a energia final do lépton carregado e a distância que ele percorreu.

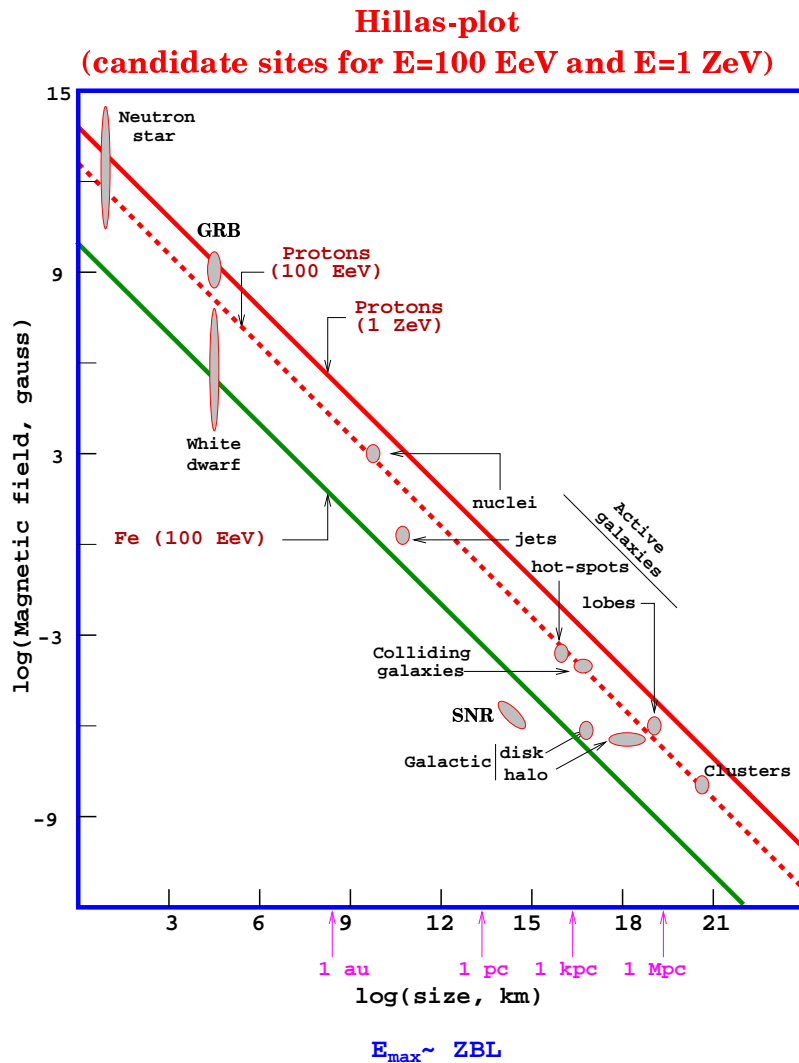


Figura 1.3: Tamanho e intensidade do campo magnético de possíveis regiões de aceleração. Objetos abaixo da linha pontilhada não podem acelerar prótons acima de 10^{20} eV, enquanto que objetos abaixo da linha contínua superior não podem acelerar prótons acima de 10^{21} eV. Já os objetos abaixo da linha inferior não podem acelerar um núcleo de ferro a energias acima de 10^{20} eV[11].

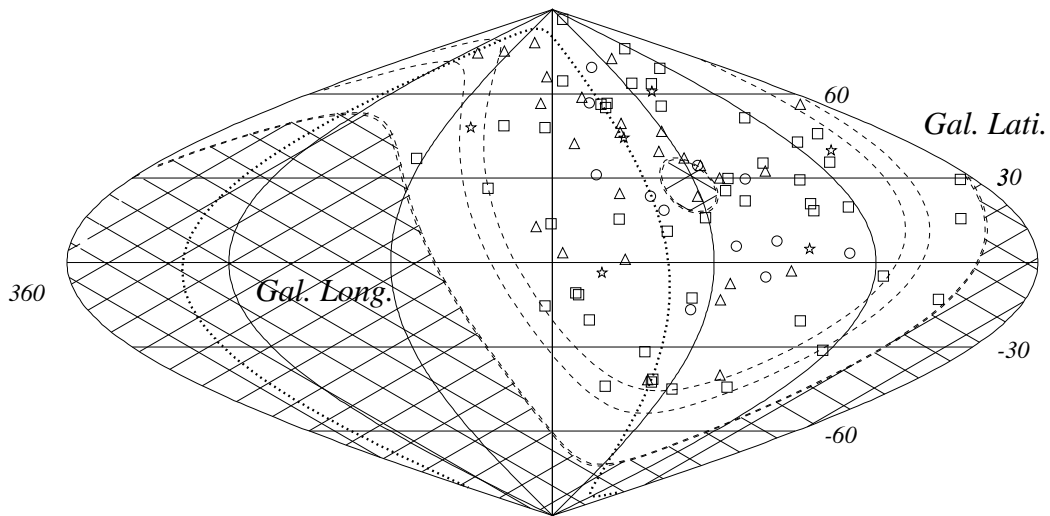


Figura 1.4: Mapa galáctico dos raios cósmicos com energia acima de 4×10^{19} eV, apresentando um total de 92 eventos. Os eventos foram obtidos pelos observatórios: AGASA (quadrados), Haverah Park (triângulos), Yakutsk (círculos) e Volcano Ranch (estrelas)[13].

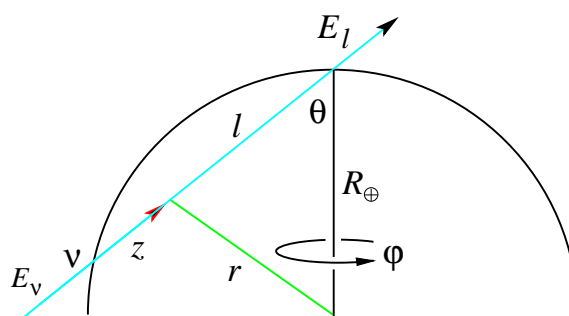


Figura 1.5: O neutrino atravessando o interior terrestre e dando origem a um lépton carregado, que se propaga na mesma direção até atingir a superfície da Terra e poder ser detectado.

Capítulo 2

Propagação dos neutrinos na Terra

Os neutrinos, provenientes de várias fontes cosmológicas, propagar-se-ão pelo interior terrestre, e assim estarão sujeitos a perdas de energia devido à sua interação com a matéria. As perdas ocorrem por causa da interação dos neutrinos com as partículas elementares que compõem a Terra e, conforme a distribuição dos átomos na Terra e devido à natureza quântica da interação, estas perdas ocorrem de forma estocástica.

O neutrino sofre apenas interação fraca, não está sujeito à interação eletromagnética nem à interação nuclear forte. Temos dois tipos de interação fraca: de *corrente neutra* (mediada pelo bóson Z^0) e de *corrente carregada* (mediada pelos bósons W^\pm).

Os neutrinos interagirão com os quarks (presentes nos nucleons) e elétrons atômicos, perdendo energia e podendo dar origem a léptons carregados que produzirão chuviscos e serão detectados ao saírem do interior terrestre.

Consideremos primeiramente a interação dos neutrinos com os nucleons.

2.1 Interação neutrino-nucleon

A interação de corrente neutra do neutrino com o nucleon é:

$$\nu_l N \rightarrow \nu_l N,$$

onde o neutrino perde parte de sua energia para o núcleo atômico, mas continua propagando-se. Já a interação de corrente carregada é dada por:

$$\nu_l N \rightarrow l + X,$$

onde X é um novo nucleon. Aqui o neutrino deixa de existir dando origem ao lépton carregado correspondente (da mesma família).

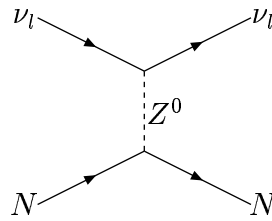


Figura 2.1: Interação de corrente neutra do neutrino com um núcleo atômico.

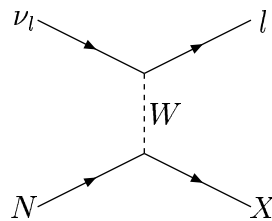


Figura 2.2: Interação de corrente carregada do neutrino com um núcleo atômico.

Estas são as duas formas de perda de energia dos neutrinos na interação com os nucleons ao se propagarem através de um meio material, no nosso caso o interior da Terra.

O lépton carregado criado no interior terrestre continuará na mesma direção do neutrino incidente (com uma variação angular muito pequena) devido a altíssima energia destas partículas.

2.1.1 Seção de choque neutrino-nucleon

Para se estabelecer a seção de choque entre o neutrino e o nucleon, precisamos conhecer os elementos de matriz \mathcal{M} e ter um conhecimento detalhado da estrutura de partons (quarks e glúons) do nucleon.

- **Elementos de matriz \mathcal{M} :** devido aos diversos experimentos realizados, sabemos que a teoria eletrofraca – $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ – prediz corretamente estes experimentos. Além disso, os parâmetros, que não são preditos pela teoria, foram determinados experimentalmente. Apesar da teoria não ter sido ainda testada a estas energias tão extremas, temos confiança na teoria, devido à sua precisão ao longo de décadas;

- **Estrutura de partons do nucleon:** um nucleon consiste de três quarks de valência cercados por pares de quark-antiquark. O neutrino interage com um dos quarks (que carrega uma fração x da energia do nucleon). Uma interação de corrente neutra envolve a troca de um bóson Z^0 , enquanto uma interação de corrente carregada é mediada pela troca de um bóson W . No modelo de partons, temos uma função de distribuição que é medida em termos da fração de energia carregada por cada parton (x) e da fração do quadri-momento transferido pelo bóson (y). A fração do quadri-momento pode ser escrita como $y = (E_\nu - E_l)/E_\nu$ para a interação de corrente carregada de um neutrino com um nucleon, no referencial em que o nucleon está em repouso. Esta função de distribuição de partons têm-se refinado através de vários experimentos. Mas para energias mais elevadas, existem várias parametrizações possíveis, que nos dão valores bem diferentes para a seção de choque neutrino-nucleon. Assim, esta é uma informação na qual não temos muita confiança[18, 19, 20].

Os valores da seção de choque do neutrino com o nucleon são dados na figura 2.3[18], já na figura 2.4[18] temos a seção de choque do anti-neutrino com o nucleon. Vamos que, para baixas energias, a seção de choque do neutrino é maior do que a do anti-neutrino, pois a interação ocorre principalmente com os quarks de valência (onde não existem anti-quarks), enquanto que a altas energias ($> 10^7$ eV) as duas são praticamente iguais, pois a interação ocorre principalmente com os quarks do mar, ou seja, um número igual de quarks e anti-quarks.

Acima de 10^{18} eV, o livre caminho médio dos neutrinos na rocha é menos de 2000 km de equivalente em água, ou seja, menos de 750 km na rocha ($\rho_{\text{rocha}} = 2,65 \text{ g/cm}^3$).

2.2 Interação neutrino-elétron

As interações entre neutrino e elétron podem ser desprezadas em relação às interações entre o neutrino e o nucleon. Existe apenas um caso a parte, que é a formação ressonante do bóson intermediário W^- na interação $\bar{\nu}_e e$ a 6,3 PeV ($= M_W^2/2m_e$). A seção de choque ressonante ($E_\nu = 6,3 \times 10^{15}$ eV) é maior do que a seção de choque da interação νN a qualquer energia até 10^{21} eV (ver figura 2.5). Entretanto, a apenas uma ordem de grandeza acima na energia, a seção de choque do neutrino do elétron com o elétron é desprezível frente a seção de choque entre o neutrino e o nucleon.

Consideremos interações do tipo:

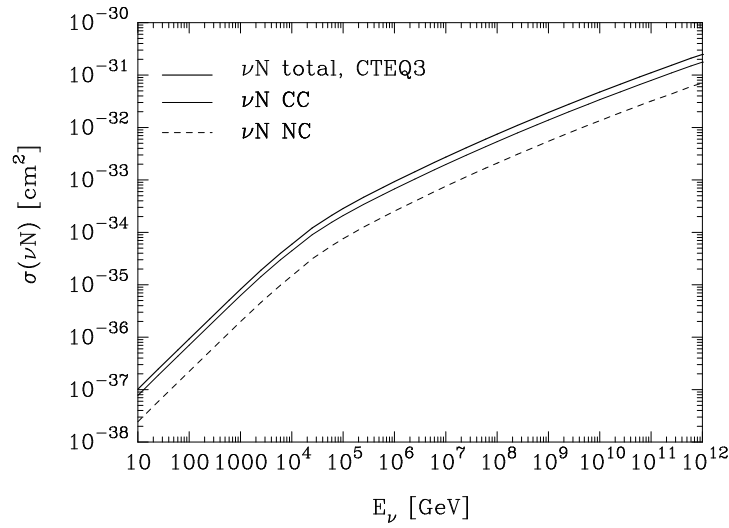


Figura 2.3: Seção de choque entre neutrinos e nucleons em função da energia do neutrino[19].

$$\bar{\nu}_e e^- \rightarrow W^- \rightarrow \begin{cases} \text{hádrons} \\ \bar{\nu}_l l^- \end{cases},$$

pois estas são as únicas que apresentam uma seção de choque significativa, mas esta seção de choque é apenas considerável em torno da energia de ressonância da produção do W^- (6,3 PeV).

Como estamos trabalhando muito acima desta energia ($\gtrsim 10^{18}$ eV), este processo pode ser desconsiderado devido à sua baixa seção de choque (ver figura 2.5[18]) em relação à seção de choque entre o neutrino e o nucleon (figura 2.3[18]). Assim, para as energias de interesse nesse trabalho, a interação dos neutrinos com os elétrons na Terra pode ser totalmente desprezada em relação à sua interação com os nucleons.

2.3 A transferência de energia do neutrino para o lépton carregado

Na interação de corrente carregada, o neutrino dá origem a um lépton carregado (l^-) e o anti-neutrino dá origem a um anti-lépton carregado (l^+). Na figura 2.6 temos a elasticidade do processo de corrente carregada (y) que é dada por:

$$y = \frac{E_\nu - E_l}{E_\nu}.$$

A elasticidade do processo (y) é uma das variáveis utilizada no modelo de partons.

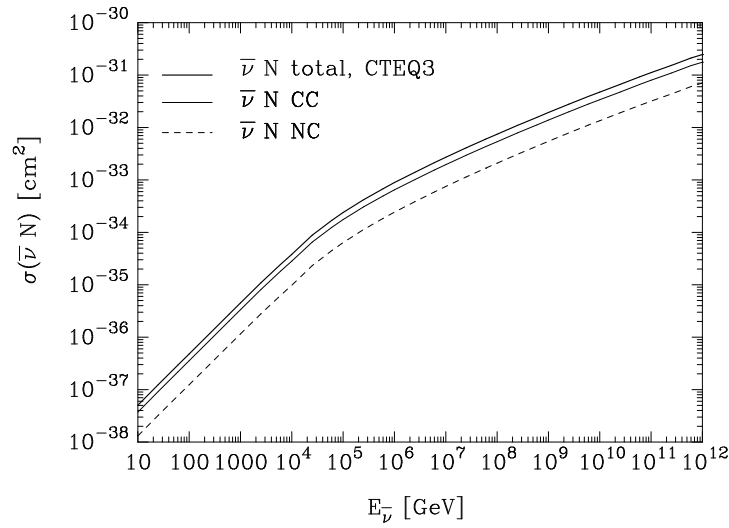


Figura 2.4: Seção de choque entre anti-neutrinos e nucleons em função da energia do anti-neutrino[19].

Para altíssimas energias vemos que $\langle y \rangle_{CC} \approx 0,2$, assim $E_l \approx 0,8E_\nu$. Para as energias de interesse, a elasticidade (y) da interação de corrente neutra apresenta o mesmo valor, ou seja, $\langle y \rangle_{CN} \approx 0,2$.

2.4 O livre caminho médio do neutrino

O livre caminho médio do neutrino é dado por:

$$L^\nu(E_\nu, \theta, z) = \frac{1}{\sigma^\nu(E_\nu) \rho N_A},$$

onde $\sigma^\nu(E_\nu)$ é a seção de choque entre o neutrino e o nucleon, ρ é a densidade da Terra e N_A é o número de Avogrado (ver apêndice C). Na figura 2.7 vemos o comportamento do livre caminho médio do neutrino em equivalente em água com a energia. Além disso, vemos que a 1 PeV (como foi dito anteriormente no capítulo 1) o livre caminho médio de corrente carregada do neutrino na rocha é de aproximadamente 20 000 km de equivalente em água, enquanto que o diâmetro da Terra é de aproximadamente 55 000 km de equivalente em água, onde utilizamos um modelo preliminar para a densidade da Terra[21] (apresentada na referência[18]).

Figura 2.5: Seção de choque entre neutrinos e elétrons em função da energia do neutrino. Da maior seção de choque para a menor (a baixas energias) temos: (i) $\bar{\nu}_e e^- \rightarrow$ hádrons, (ii) $\nu_\mu e^- \rightarrow \mu \nu_e$, (iii) $\nu_e e^- \rightarrow \nu_e e^-$, (iv) $\bar{\nu}_e e^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu \mu^-$, (v) $\bar{\nu}_e e^- \rightarrow \bar{\nu}_e e^-$, (vi) $\nu_\mu e^- \rightarrow \nu_\mu e^-$, (vii) $\bar{\nu}_\mu e^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu e^-$. [19]

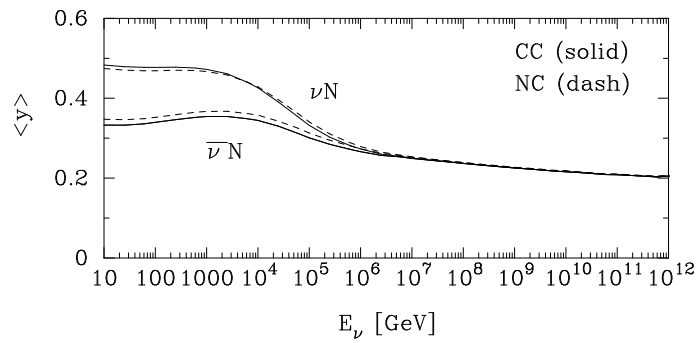


Figura 2.6: Elasticidade média ($\langle y \rangle$) da interação $\nu N \rightarrow \nu N$ (e da interação $\nu_l N \rightarrow l X$) em função da energia [19].

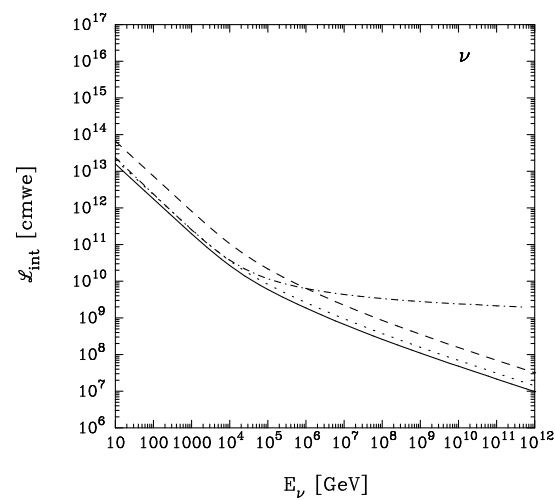


Figura 2.7: Livre caminho médio do neutrino em função da energia[19]. Linha tracejada: foi considerada apenas a seção de choque de corrente neutra. Linha pontilhada: foi considerada apenas a seção de choque de corrente carregada. Linha sólida: foi considerada a seção de choque total.

Capítulo 3

Propagação dos léptons carregados na Terra

A propagação de léptons carregados num meio material é uma ferramenta importante para nosso projeto. Os neutrinos não são detectados diretamente, mas os léptons carregados originados a partir de neutrinos podem ser observados em grandes detectores. Assim, um bom entendimento das interações que sofre um lépton carregado e sua probabilidade de que, apresentando uma energia E_0 , não seja barrado por uma quantidade X de matéria é necessária para se conhecer a taxa de neutrinos que chegam à Terra. As distribuições angular e de energia destes léptons carregados é fundamental para se estimar as taxas de neutrinos que atravessam a Terra.

Dado um fluxo de neutrinos chegando à Terra, podemos descrever o fluxo de léptons carregados emergentes. Estes léptons podem ser: o elétron (e), o múon (μ) e o tau (τ). Entretanto, é importante ressaltar que os elétrons perdem energia rapidamente no interior da Terra, e portanto, não emergem a ponto de serem detectados. Estamos assim interessados em múons (μ) e taus (τ).

Depois de criado o lépton carregado começa a perder energia. Assim como o neutrino, ele também perde energia de forma estocástica, devido às interações que ocorrerão com as partículas do meio material. Na verdade os tratamentos existentes consideram dois tipos de perda, uma suave e outra estocástica. Uma forma de caracterizar a perda de energia dos léptons carregados é considerar a sua perda de energia média por distância percorrida, a qual pode ser expressa da seguinte forma:

$$-\left\langle \frac{dE}{dX} \right\rangle = \alpha + \beta E, \quad (3.1)$$

onde E é a energia do lépton carregado, X representa a quantidade de material atravessado (medido em g/cm^2), α é aproximadamente constante (variando um pouco com a energia) e determina a perda de energia por ionização e β depende fracamente da energia e determina a perda de energia por radiação, devido a: *bremstrahlung*, *produção de pares* e *espalhamento fotonuclear*[22, 23].

De acordo com o apêndice A, a distância percorrida pela partícula é dada por $X = \int \rho dx$, então podemos escrever a equação (3.1) da seguinte forma:

$$-\frac{dE}{dx} = (\alpha + \beta E)\rho(r), \quad (3.2)$$

onde $\rho(r)$ é a densidade da Terra a um raio r do seu centro. Na expressão acima assumimos que o lépton carregado perde energia uniforme e continuamente.

A seguir será descrita mais detalhadamente a perda de energia dos léptons para um melhor entendimento dos processos aqui citados.

3.1 Ionização

O lépton carregado de altíssima energia passa próximo aos átomos, ionizando-os, ou seja, existe uma força eletromagnética entre o lépton carregado (criado no interior terrestre) e os prótons e elétrons dos átomos da Terra. Assim, parte da energia do lépton é transferida para os elétrons (a energia transferida para os prótons pode ser desprezada, pois é inversamente proporcional a massa da partícula em repouso[24]).

Esta perda é descrita assim:

$$-\frac{dE}{dX} = \alpha,$$

onde α tem uma dependência fraca com a energia. Mas para as energias de interesse α vale $2,0 \times 10^{-3} \text{ GeV cm}^2/\text{g}$ [23] para propagação na rocha (tanto para múons quanto para taus).

A perda de energia por ionização pode ser tratada como sendo contínua, as flutuações estocásticas são bem pequenas[22].

Além da ionização, o lépton perde energia por radiação.

3.2 Radiação

Quando uma partícula eletromagneticamente carregada é acelerada, ou desacelerada, ela emite radiação, perdendo energia. Esta perda de energia do lépton carregado tem uma dependência mais forte com a energia do que a ionização, e pode ser escrita como:

$$-\frac{dE}{dX} = \beta E, \quad (3.3)$$

onde β tem uma leve dependência com a energia.

Para partículas não-relativísticas, a perda de energia por radiação é desprezível. Entretanto, para partículas de altíssimas energias, a radiação torna-se dominante sobre a ionização.

A perda de energia por radiação é dividida em duas partes, uma suave e outra estocástica. Faremos neste trabalho uma aproximação, considerando que toda perda de energia ocorra de forma constante, o que permitir-nos-á algum tratamento analítico.

Existem três tipos de radiação às quais os léptons de altas energias estão sujeitos. São elas: *bremstrahlung*, *produção de pares* e *espalhamento fotonuclear*. Detalharemos melhor cada uma delas.

3.2.1 Bremsstrahlung

No encontro do lépton carregado com um núcleo (do meio por onde o lépton se propaga) é emitida uma radiação eletromagnética chamada de *bremstrahlung* (ou radiação de frenagem). Léptons carregados são espalhados pelo campo do núcleo atômico, emitindo fótons reais ($q^2 = 0$).

O *bremstrahlung* é proporcional ao quadrado da carga do núcleo dos átomos que constituem o meio e é inversamente proporcional ao quadrado da massa da partícula acelerada ($\beta_{brem} \propto \frac{(Ze)^2}{m_l^2}$). Portanto este efeito ocorre principalmente com elétrons e é totalmente desprezível para os taus devido à sua enorme massa.

Para altíssimas energias a perda de energia por *bremstrahlung* torna-se constante, como podemos ver nas figuras 3.4 e 3.5. Vemos também que, para propagação na rocha, temos:

$$\beta_{brem}^\mu = 1,7 \times 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{g}, \quad \beta_{brem}^\tau = 0,8 \times 10^{-8} \text{ cm}^2/\text{g}.$$

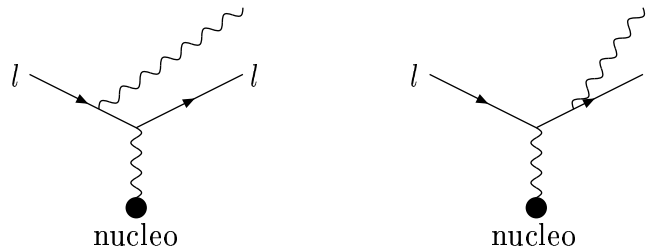


Figura 3.1: Perda de energia do lépton carregado por *bremstrahlung*.

3.2.2 Produção de Pares

O lépton carregado (quando presente no campo do núcleo) pode emitir fótons, e estes darão origem a pares de léptons. O par mais leve é o elétron-pósitron. Assim se o lépton de altíssimas energias perder $2m_e c^2$ de sua energia para um fóton, este poderá produzir um par elétron-pósitron.

Vemos também nas figuras 3.4 e 3.5 que para altíssimas energias a perda de energia devido à produção de pares torna-se constante, assumindo os seguintes valores:

$$\beta_{par}^{\mu} = 2,4 \times 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{g}, \quad \beta_{par}^{\tau} = 0,15 \times 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{g}.$$

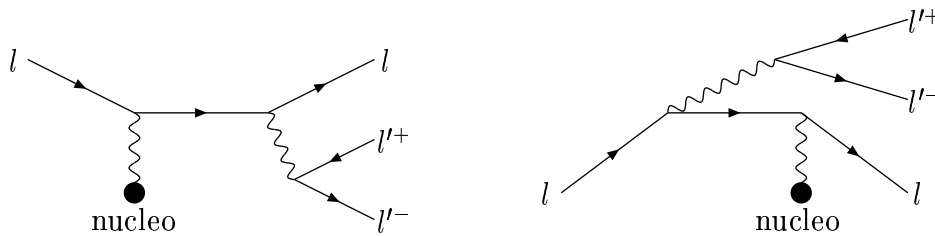


Figura 3.2: Perda de energia do lépton carregado devido a produção de pares.

3.2.3 Espalhamento Fotonuclear

Esta é a interação dos léptons com os núcleos atômicos que ocorre com a troca de fótons virtuais[23].

Nas figuras 3.4 e 3.5 vemos que a perda de energia devido ao espalhamento fotonuclear tem uma forte dependência com a energia, mesmo a energias mais elevadas. De todas as formas de perda de energia, esta é a que tem maiores incertezas, devido a incertezas na estrutura de quarks do nucleon (conforme já citado no capítulo anterior). Porém vemos nas figuras 3.4 e 3.5 que, para uma energia de 10^{18} eV, temos:

$$\beta_{nuc}^{\mu} \approx 2,6 \times 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{g}, \quad \beta_{nuc}^{\tau} \approx 0,75 \times 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{g}.$$

Para uma maior simplificação, estes serão os valores considerados para a perda de energia fotonuclear, ou seja, não consideraremos nenhuma dependência na energia no fator β_{nuc} .

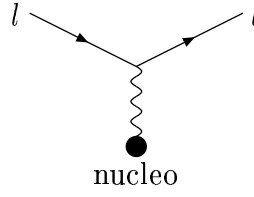


Figura 3.3: Perda de energia do lépton carregado devido ao espalhamento fotonuclear.

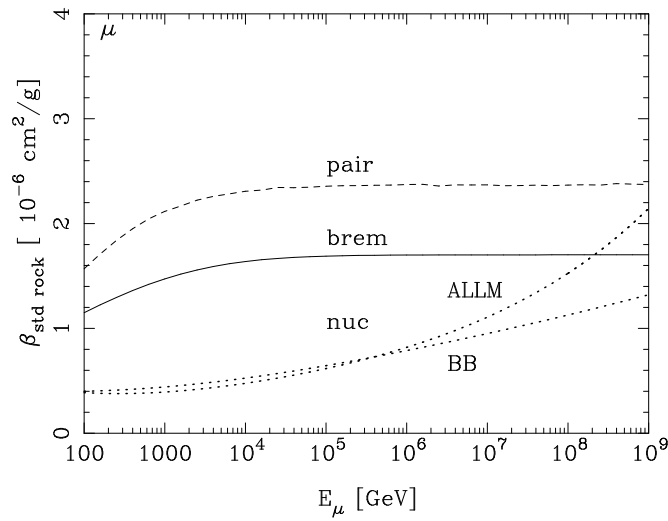


Figura 3.4: Perda de energia por radiação β dos múons[19].

3.2.4 A Contribuição Total da Radiação

Vemos facilmente na equação (3.3) que os léptons carregados terão uma perda de energia por radiação dada por:

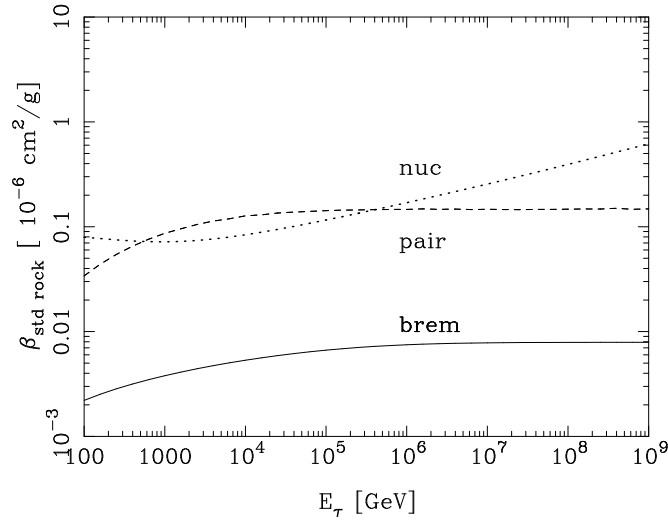
$$E(X) = E_0 e^{-\beta_{Tot} X} = E_0 e^{-\beta_{brem} X} e^{-\beta_{par} X} e^{-\beta_{nuc} X},$$

onde E_0 é a energia inicial do lépton. A energia final do lépton pode ainda ser expressa como:

$$E(X) = E_0 e^{-\frac{X}{R_{Tot}}} = E_0 e^{-\frac{X}{R_{brem}}} e^{-\frac{X}{R_{par}}} e^{-\frac{X}{R_{nuc}}},$$

onde R_i é o alcance do lépton devido ao respectivo efeito. Das equações acima vemos facilmente que:

$$\beta_{Tot} = \beta_{brem} + \beta_{par} + \beta_{nuc},$$


 Figura 3.5: Perda de energia por radiação β dos taus[19].

e que:

$$\frac{1}{R_{Tot}} = \frac{1}{R_{brem}} + \frac{1}{R_{par}} + \frac{1}{R_{nuc}}.$$

Assim o maior dos β_i será o responsável pela maior contribuição no β_{Tot} , enquanto que o menor dos R_i será o responsável pela maior contribuição no R_{Tot} .

De acordo com os valores precedentes:

$$\beta^{\mu} = 6,7 \times 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{g}, \quad \beta^{\tau} = 0,9 \times 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{g},$$

onde β_{Tot}^l foi escrito como β^l .

3.3 Ionização \times Radiação

A baixas energias a perda por ionização é dominante na propagação do lépton carregado, mas, a altas energias ($E \gg \alpha/\beta$), perdas por radiação são dominantes.

A energia crítica (E_c), para a qual a ionização e a radiação causam a mesma perda de energia no lépton carregado, pode ser escrita como:

$$\frac{\alpha(E_c)}{\beta(E_c)} = E_c.$$

Utilizando os valores dos parâmetros $\alpha(E)$ e $\beta(E)$ de acordo com as figuras 3.4 e 3.5, vemos que $E_c \approx 10^{12}$ eV.

Para um lépton com energia da ordem de 10^{18} eV, a ionização pode ser totalmente desprezada, pois o parâmetro β será maior que $10^{-7} \text{ cm}^2/\text{g}$ ($\beta E > 10^{11} \text{ GeV cm}^2/\text{g}$

enquanto $\alpha \approx 10^{-3} \text{ GeV cm}^2/\text{g}$). Assim não consideraremos a ionização daqui por diante.

Para os múons de altíssima energia a produção de pares é o efeito mais importante para a perda de energia, mas para taus, o processo fotonuclear é pelo menos tão importante quanto a produção de pares. Para as altíssimas energias de interesse nesse trabalho, a seção de choque nuclear tem a maior incerteza nas contribuições para a perda de energia, devido a incertezas na estrutura de quarks[23].

3.3.1 Distância percorrida pelo lépton carregado

Resolvendo a equação (3.2) (desprezando a perda por ionização – α) e considerando a energia inicial do lépton igual a uma fração da energia do neutrino incidente (aE_ν , $0 < a < 1$), temos:

$$E_l = aE_\nu e^{-\beta_l \rho z}, \quad (3.4)$$

onde utilizamos a densidade da rocha padrão ($\rho(r) = \rho = 2,65 \text{ g/cm}^3$) para uma maior simplificação.

Substituindo os valores na equação (3.4), vemos que taus e múons, após viajar na rocha 11 km e 1,5 km respectivamente, têm sua energia reduzida a um décimo da energia original.

3.4 A perda de energia dos léptons carregados

Na ausência de perda de energia, a probabilidade de um lépton carregado sobreviver é descrita pela equação diferencial:

$$\frac{\partial P(E, X)}{\partial X} = -\frac{P(E, X)}{c\tau\gamma\rho},$$

onde $P(E, 0) = 1$ e apresenta a seguinte solução:

$$P(E, X) = \exp\left(-\frac{X}{\gamma c\tau\rho}\right) = \exp\left(-\frac{x}{\gamma c\tau}\right), \quad (3.5)$$

onde $\gamma = E/m$ é o fator de Lorentz, $c\tau$ é o comprimento de decaimento e ρ é a densidade do material onde o lépton se propaga.

Assim o alcance médio sem perda de energia é:

$$\langle R(E) \rangle = \int_0^\infty dX P(E, X) = \gamma c\tau\rho.$$

Esta expressão descreve muito bem o tau a baixas energias, pois o alcance médio do tau é pequeno devido a sua meia-vida muito curta, e a perda de energia não tem

nenhuma importância, porque o tau não sobrevive o suficiente para sofrer alguma interação com a matéria.

A medida que a energia do tau aumenta, cresce sua probabilidade de sobreviver e interagir com a matéria e assim a sua perda de energia torna-se cada vez mais importante. Assim, quando há perda de energia o fator- γ de Lorentz não será mais constante, ou seja:

$$\frac{\partial P(E, x)}{\partial x} = -\frac{P(E, x)}{c\tau\gamma} = -\frac{P(E, x)m}{c\tau E(x)}.$$

Resolvendo, temos:

$$P(E, x) = \exp\left(-\frac{m(e^{\beta\rho x} - 1)}{c\tau E_i\beta\rho}\right) = \exp\left(-\frac{1}{\gamma_0 c\tau} \frac{e^{\beta\rho x} - 1}{\beta\rho}\right), \quad (3.6)$$

onde utilizamos que a energia do lépton carregado pode ser escrita em função de sua energia inicial e do seu deslocamento ($E_f = E_i e^{-\beta\rho x}$) e γ_0 é o fator de Lorentz inicial da partícula ($\gamma_0 = E_i/m$), que é idêntico ao da partícula sem perda de energia.

Assim podemos comparar as equações (3.5) e (3.6). Como $(e^{\beta\rho x} - 1)/\beta\rho$ cresce mais rapidamente do que x , a probabilidade (3.6) diminuirá mais rapidamente em função do deslocamento do que a probabilidade (3.5), como já esperávamos.

Ao contrário dos taus, os múons têm uma meia-vida muito longa. Assim o múon sempre sobreviverá, sofrendo interação com a matéria. Portanto o seu alcance será sempre dado pela equação (3.6).

3.5 Interação dos léptons com a atmosfera

3.5.1 Cascata Eletromagnética

Utilizamo-nos aqui do modelo de chuveiro proposto por Longair[25], no qual uma cascata eletromagnética nada mais é do que uma seqüência de produção de pares e bremsstrahlung. Um lépton carregado emite um fóton (com energia E_0) que se propaga por uma distância R e decai num par elétron-pósitron (cada um com energia $E_0/2$), sendo que cada uma destas partículas após viajarem por uma distância R produz um fóton por bremsstrahlung (teremos um total de 2 fótons, 1 elétron e 1 pósitron - cada um com energia $E_0/4$), e assim por diante, como mostrado na figura 3.6. A energia destas partículas após uma distância R será:

$$E = \frac{E_0}{2} = E_0 e^{-R/R_0}$$

onde R_0 é o livre caminho médio. Neste processo supomos, por simplicidade, que $R_{brem} = R_{par}$, ou seja $\beta_{brem} = \beta_{par}$.

A cascata termina assim que a energia por partícula fica menor que a energia crítica (E_c), onde a ionização torna-se mais importante que a perda de energia por radiação, e os elétrons e pósitrons são barrados. Portanto, a energia final será:

$$E_c = \frac{E_0}{2^n} = E_0 e^{-nR/R_0} = E_0 e^{-N_{max}R_0/R_0} = E_0 e^{-N_{max}} \quad (3.7)$$

onde nR é a distância total viajada, 2^n é o número total de partículas ao fim do chuvaire (de acordo com Sokolsky[7] para uma energia de 10^{18} eV o chuvaire atinge o número de $1,3 \times 10^9$ partículas) e N_{max} é o número de *livres caminhos médios* percorridos pelo lépton. Vemos que, de acordo com a equação (3.7), N_{max} é dado por:

$$N_{max} = \ln 2^n = \ln \left(\frac{E_0}{E_c} \right) \approx \ln(1,3E_0(\text{GeV})),$$

onde utilizamos que $E_c \approx 0,75 \text{ GeV}$ [7]. O número de partículas no chuvaire eletromagnético será de:

$$P = 2^n = \frac{E_0}{E_c} = 1,3E_0(\text{GeV}). \quad (3.8)$$

Para uma energia de 10^{18} eV, o chuvaire terá aproximadamente 10^9 partículas.

É importante salientar que foi considerado que o lépton carregado emitiu apenas um fóton. Mas a situação seria semelhante para a emissão de vários fótons com energia menor que totalizasse a energia inicial do lépton carregado primário.

Convém também mencionar que, para neutrinos que atravessam a Terra, os chuvaireos formar-se-ão de baixo para cima. Esta característica será facilmente observada no Observatório Pierre Auger.

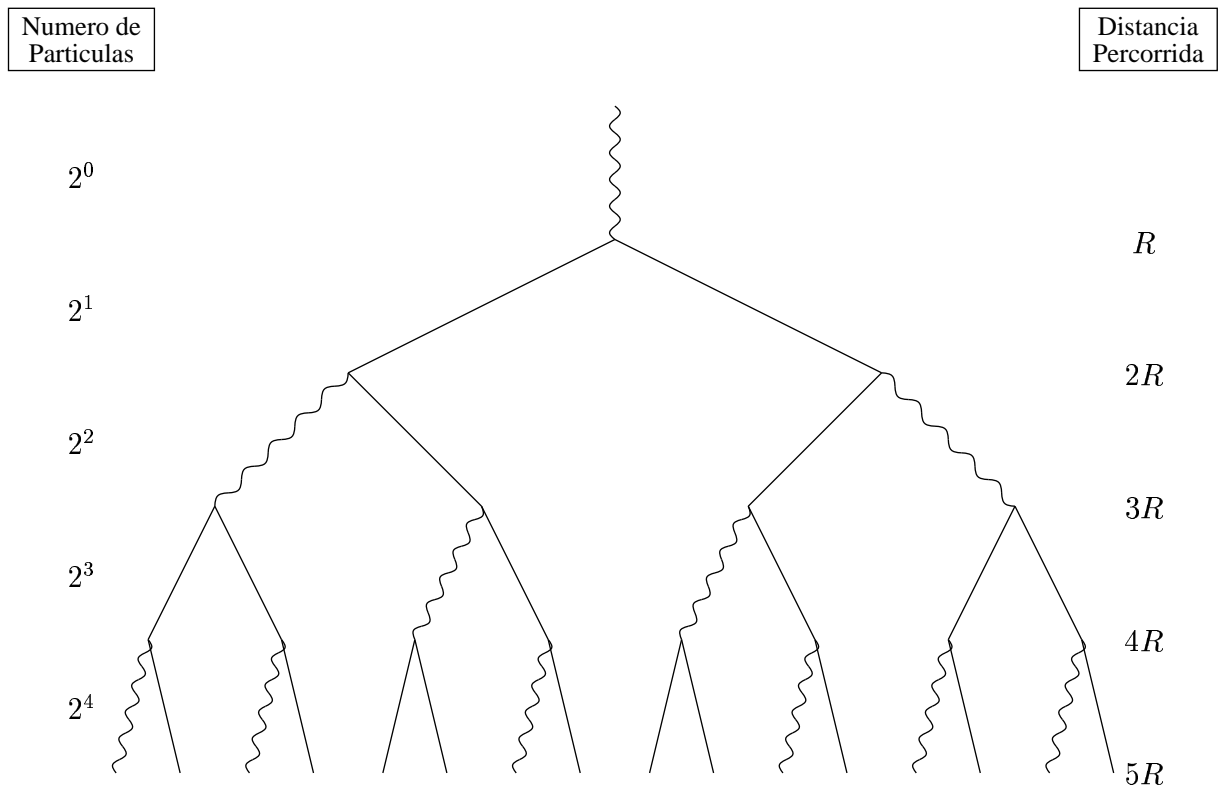


Figura 3.6: Chuveiro eletromagnético produzido como uma seqüência de produção de pares e bremsstrahlung.

Capítulo 4

O fluxo de léptons carregados

Como já foi dito anteriormente, para que um fluxo de neutrinos dê origem a um fluxo de léptons carregados, será necessário que o neutrino sobreviva por uma distância z na Terra e seja convertido num lépton carregado, e que o lépton criado saia da Terra antes de decair. Neste capítulo, estudaremos a relação que deve existir entre a energia do neutrino inicial, a energia final do lépton carregado e a posição de criação deste lépton.

4.1 Probabilidade

Todo o processo no interior terrestre será descrito, detalhando cada parte e tomando assim a probabilidade de ocorrência para cada uma destas partes do processo.

4.1.1 Probabilidade que o neutrino sobreviva por uma distância z na Terra

Para a probabilidade de se detectar um neutrino, consideramos somente a interação de corrente carregada, pois esta é a única capaz de fazer com que o neutrino deixe de existir. A interação de corrente neutra causa apenas uma perda na energia do neutrino, mas este continua a existir.

O neutrino com energia E_ν entrará na Terra com um ângulo nadir θ (ver figura 1.5). A probabilidade de que ele sobreviva por uma distância z na Terra é dada por:

$$P_a = \exp \left[- \int_0^z \frac{dz'}{L_{CC}^\nu(E_\nu, \theta, z')} \right], \quad (4.1)$$

onde:

$$L_{CC}^\nu(E_\nu, \theta, z) = \frac{1}{\sigma_{CC}^\nu(E_\nu) \rho(r(\theta, z)) N_A}$$

é o livre caminho médio de corrente carregada do neutrino (ver apêndice C), e a seção de choque ($\sigma_{CC}^\nu(E_\nu)$) é definida como a seção de choque de um neutrino (com

energia E_ν) com um nucleon (em repouso), dando origem a um lépton carregado e a um outro nucleon ($\sigma^\nu(\nu N \rightarrow lX)$). $\rho(r)$ é a densidade da Terra a uma distância r do seu centro, e N_A ($= 6.022 \times 10^{23} \text{ g}^{-1}$) é o número de Avogrado (número de partículas por grama de matéria).

O raio r é dependente do ângulo θ com o qual o neutrino entra na Terra e da distância z percorrida pelo neutrino no interior da Terra:

$$r(\theta, z) = \sqrt{R_\oplus^2 + z^2 - 2R_\oplus z \cos \theta},$$

onde R_\oplus ($\approx 6371 \text{ km}$) é o raio da Terra.

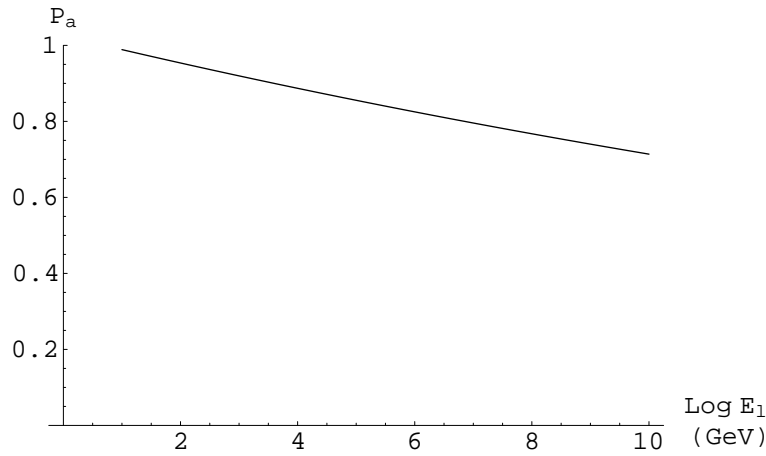


Figura 4.1: Probabilidade (P_a) do neutrino sobreviver em função da energia do lépton carregado ao emergir da Terra (E_l) em GeV. Aqui utilizamos $E_\nu = 10^{10} \text{ GeV}$ e $\theta = 89,6^\circ$. A energia final do lépton carregado depende da distância por ele percorrida, e a probabilidade do neutrino sobreviver depende da distância percorrida, assim podemos escrever a probabilidade P_a em função da energia final do lépton. Quanto maior a energia final do lépton carregado, maior a distância percorrida pelo neutrino, e assim menor a probabilidade do neutrino ainda existir.

Na figura 4.1 utilizamos o fato que $E_l = aE_\nu e^{-\beta_l \rho(2R_\oplus \cos \theta - z)}$, logo:

$$z = 2R_\oplus \cos \theta - \frac{1}{\beta_l \rho} \ln \left(\frac{aE_\nu}{E_l} \right),$$

assim podemos escrever P_a desta maneira:

$$P_a = \exp \left[-\frac{z}{L_{CC}^\nu(E_\nu)} \right] = \exp \left[-\frac{2R_\oplus \cos \theta}{L_{CC}^\nu(E_\nu)} \right] \left(\frac{E_l}{aE_\nu} \right)^{1/(\beta_l \rho L_{CC}^\nu(E_\nu))},$$

onde está explícita a dependência em E_l .

A probabilidade do neutrino sobreviver por uma distância z (P_a) é idêntica para qualquer um dos neutrinos (ν_μ ou ν_τ). Para o neutrino do elétron (ν_e), esta probabilidade é bem menor, devido à sua maior seção de choque.

É importante salientar que supomos a energia do neutrino constante durante seu percurso (ou seja, uma seção de choque constante) e igual a sua energia inicial, o que causa uma grande simplificação em nossas contas e faz uma pequena diferença no resultado final. Desprezamos assim a seção de choque de corrente neutra, pois esta causa uma perda de energia no neutrino. Como vemos no apêndice B a perda de energia do neutrino é muito pequena, assim o erro inserido em nossas contas (por desconsiderar a seção de choque de corrente neutra) estaria dentro das demais incertezas do processo.

4.1.2 Probabilidade que o neutrino se converta num lépton carregado

De acordo com a equação (4.1), a probabilidade do neutrino existir num ponto z é:

$$P_a(z) = \exp \left[- \int_0^z \frac{dz'}{L_{CC}^\nu(E_\nu, \theta, z')} \right].$$

Novamente, de acordo com a equação (4.1), a probabilidade do neutrino existir num ponto $z + dz$ é:

$$\begin{aligned} P_a(z + dz) &= \exp \left[- \int_0^{z+dz} \frac{dz'}{L_{CC}^\nu(E_\nu, \theta, z')} \right] \\ &= \exp \left[- \int_0^z \frac{dz'}{L_{CC}^\nu(E_\nu, \theta, z')} \right] \exp \left[- \int_z^{z+dz} \frac{dz'}{L_{CC}^\nu(E_\nu, \theta, z')} \right]. \end{aligned} \quad (4.2)$$

Esta probabilidade pode também ser escrita como:

$$P_a(z + dz) = P_a(z) [1 - P_{\text{aniq}}(dz)], \quad (4.3)$$

onde $P_{\text{aniq}}(dz)$ é a probabilidade do neutrino ser aniquilado no intervalo dz .

Comparando (4.2) com (4.3) vemos que:

$$P_{\text{aniq}}(dz) = 1 - \exp \left[- \int_z^{z+dz} \frac{dz'}{L_{CC}^\nu(E_\nu, \theta, z')} \right].$$

Como o intervalo $[z, z + dz]$ é muito pequeno, então $L_{CC}^\nu(E_\nu, z, \theta)$ é aproximadamente constante neste intervalo. Assim:

$$P_{\text{aniq}}(dz) = 1 - \exp \left[- \frac{dz}{L_{CC}^\nu(E_\nu, \theta, z)} \right] = \frac{dz}{L_{CC}^\nu(E_\nu, \theta, z)} + \mathcal{O}(dz^2).$$

Mas, como a probabilidade de um lépton ser criado é igual a probabilidade de um neutrino ser aniquilado, temos:

$$P_b = \frac{dz}{L_{CC}^\nu(E_\nu, \theta, z)}.$$

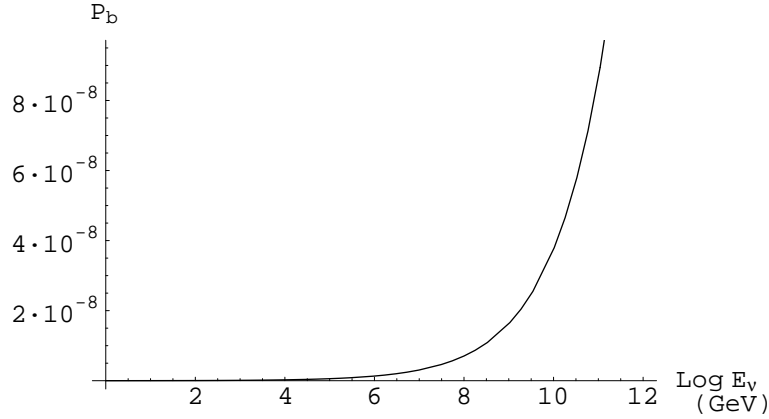


Figura 4.2: Probabilidade do neutrino se converter num lépton carregado por unidade de comprimento em função da energia do neutrino (E_ν) em GeV. Em suma utilizamos $dz = 1$.

A probabilidade do neutrino converter-se num lépton carregado (P_b) em uma distância dz , assim como P_a , é igual para qualquer um dos dois neutrinos (ν_μ ou ν_τ).

Fizemos aqui a mesma suposição que fizemos na seção anterior, de que a energia do neutrino é constante, simplificando assim nossas contas.

4.1.3 Probabilidade que o lépton criado saia da Terra antes de decair

A probabilidade de um lépton sobreviver, perdendo energia enquanto cruza a Terra é dada por:

$$\frac{dP_c}{dz} = -\frac{P_c}{c\tau_l\gamma} = -\frac{P_c}{c\tau_l E_l/m_l}, \quad (4.4)$$

onde c é a velocidade da luz, τ_l é a meia-vida do lépton carregado, γ é o seu fator de Lorentz e m_l e E_l são a massa e a energia deste lépton. A equação (4.4) pode ser reescrita assim:

$$\frac{dP_c}{P_c} = -\frac{m_l dz}{c\tau_l E_l} = -\frac{m_l}{c\tau_l\beta_l\rho} \frac{dE_l}{E_l^2}.$$

onde utilizamos a equação (3.2) substituindo $\rho(r(\theta, z))$ por ρ , considerando a densidade da Terra constante, e além disso desprezamos a perda de energia por ionização (α). Finalmente:

$$P_c = \exp \left[\frac{m_l}{c\tau_l\beta_l\rho} \left(\frac{1}{E_l^{\text{inicial}}} - \frac{1}{E_l^{\text{final}}} \right) \right]. \quad (4.5)$$

Neste ponto poderíamos substituir E_l^{final} por $E_l^{\text{inicial}} e^{-\beta_l\rho_s(2R_\oplus \cos\theta - z)}$, onde $2R_\oplus \cos\theta - z$ é a distância percorrida pelo lépton carregado, mas queremos encontrar o fluxo em função da energia final, ou seja, queremos fixar a energia final do lépton carregado, pois esta energia será medida no detector. Para isto precisaremos de mais uma probabilidade que fixe uma relação entre a energia inicial e final do lépton, assim como sua localização quando produzido.

Por enquanto, vejamos o quanto o múon e o tau são afetados por esta probabilidade. Como a meia vida do múon é muito longa ($2,19703 \times 10^{-6}$ s), então P_c^μ é aproximadamente 1, como podemos ver na figura 4.3, mas para taus (τ) este fator é realmente significativo. Apenas a título de exemplo vemos que, quando $E_\nu = 10^{10}$ GeV e $E_\mu = 10^4$ GeV, $P_c = 0,999991$ e mais adiante, para energias maiores, esta probabilidade aumenta.

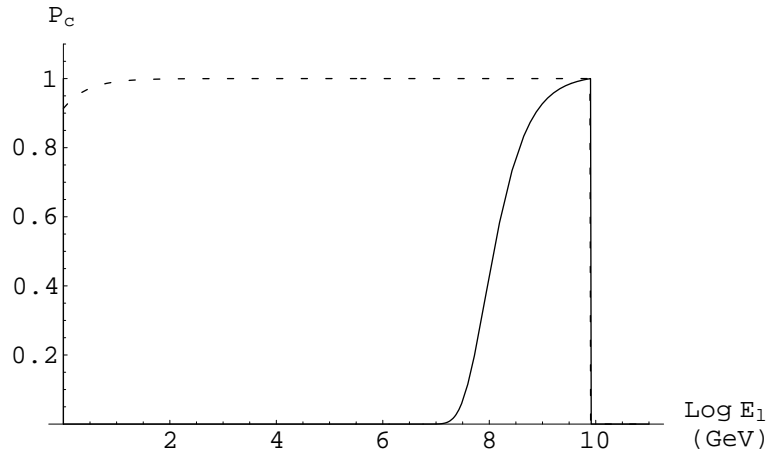


Figura 4.3: Probabilidade de encontrarmos um lépton carregado em função da sua energia final (E_l) em GeV. A curva contínua descreve o tau, enquanto a curva pontilhada descreve o múon. A energia inicial do neutrino (E_ν) é 10^{10} GeV e a do lépton carregado é $E_\nu = 0,8E_\nu$.

Quanto maior a diferença entre a energia inicial do lépton carregado (E_l^{inicial}) e sua energia final (E_l^{final}), maior foi a distância percorrida pelo lépton, e assim maior o número de interações que ele sofreu. Portanto, à medida que a diferença entre as energias aumenta, diminui a probabilidade de encontrarmos um lépton carregado.

4.1.4 Probabilidade que a energia e posição do lépton (quando produzido) sejam tais que este deixe a Terra com energia E_l

A energia (E_l^{inicial}) e localização (z) do lépton quando criado deve ser consistente com sua energia (E_l^{final}) ao deixar a Terra. Precisamos então acoplar a energia do lépton e a posição de sua criação com a energia do neutrino, pois nem todas as energias são possíveis para o lépton. Entretanto, conhecendo-se a energia final do lépton e sua energia inicial, podemos concluir a posição de sua criação. Faremos este acoplamento através da função- δ :

$$P_d = \delta \left(E_l^{\text{final}} - E_l^{\text{inicial}} e^{-\beta_l \rho (2R_{\oplus} \cos \theta - z)} \right),$$

onde $2R_{\oplus} \cos \theta - z$ é a distância percorrida pelo lépton. Contudo, queremos esta probabilidade escrita em função da distância percorrida pelo neutrino (z), por motivos que veremos mais adiante. Para isto lembremos que:

$$\delta(f(z)) = \frac{1}{|f'(z)|_{f(z)=0}} \delta(z - z_0),$$

e assim temos:

$$P_d = \frac{1}{\beta_l \rho E_l^{\text{final}}} \delta(z - z_0),$$

onde:

$$z_0 = 2R_{\oplus} \cos \theta - \frac{1}{\beta_l \rho} \ln \left(\frac{E_l^{\text{inicial}}}{E_l^{\text{final}}} \right).$$

Lembrando que a energia inicial do lépton carregado é uma fração da energia do neutrino (E_ν), podemos escrevê-la como: $E_l^{\text{inicial}} = aE_\nu$, onde $a \approx 0,8$ (ver capítulo 2). Assim, utilizaremos E_l para a energia final do lépton carregado, ao invés de E_l^{final} .

É fácil ver que esta probabilidade (P_d), que conecta a energia inicial e final do lépton carregado, tem a dimensão de *energia a menos um*. Assim P_d é uma ‘probabilidade por unidade de energia’.

Na figura 4.4, a probabilidade (P_d) foi escrita como $1/(\beta_l \rho E_l)$, desprezamos assim a função delta. Assim esta probabilidade aparece na figura 4.4 como no kernel (que será definido adiante), quando já integramos em z .

4.2 O fluxo de léptons a partir do fluxo de neutrinos que atravessam a Terra

Veremos agora o formalismo necessário para que um fluxo de neutrinos seja convertido num fluxo de léptons carregados.

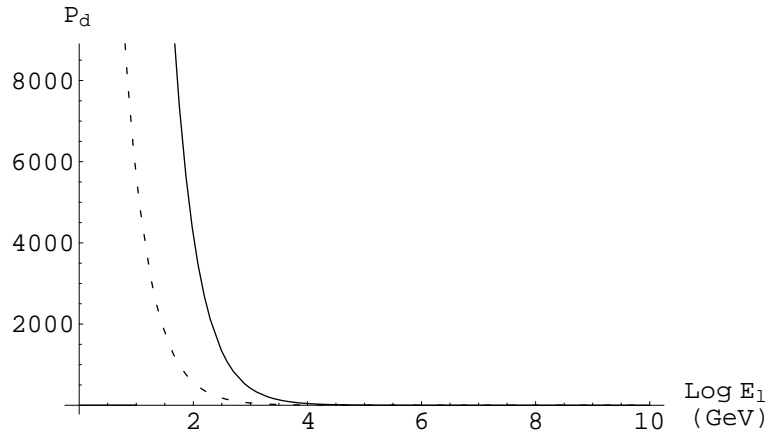


Figura 4.4: Probabilidade (P_d) que conecta a energia inicial e final do lépton carregado com sua posição de criação. Esta é uma probabilidade por unidade de energia. A curva contínua descreve o tau, enquanto a curva pontilhada descreve o múon.

Um fluxo diferencial de neutrinos ($d\Phi_\nu/dE_\nu d\cos\theta_\nu d\phi_\nu$) vindo do espaço produz um fluxo diferencial de léptons carregados ($d\Phi_l/dE_l d\cos\theta_l d\phi_l$) saindo da Terra. Podemos representar este processo de forma bastante geral por:

$$\frac{d\Phi_l(E_l, \cos\theta_l, \phi_l)}{dE_l d\cos\theta_l d\phi_l} = \int dE_\nu d\cos\theta_\nu d\phi_\nu \frac{d\Phi_\nu(E_\nu, \cos\theta_\nu, \phi_\nu)}{dE_\nu d\cos\theta_\nu d\phi_\nu} K^0(E_\nu, \theta_\nu, \phi_\nu; E_l, \theta_l, \phi_l),$$

sendo K^0 o *kernel*, função que faz a conexão entre os dois fluxos e nada mais é do que o produto das probabilidades por unidade de energia e por unidade de ângulo sólido.

Para uma fonte de neutrinos isotrópica, considerando apenas aqueles com ângulo nadir (θ) menor que $\pi/2$, ou seja, aqueles que atravessam o interior terrestre, temos:

$$\frac{d\Phi_\nu(E_\nu, \cos\theta_\nu, \phi_\nu)}{dE_\nu d\cos\theta_\nu d\phi_\nu} = \frac{1}{2\pi} \frac{d\Phi_\nu(E_\nu)}{dE_\nu}.$$

Além de tudo isso, é importante o fato de que, para neutrinos de altíssima energia, os léptons seguirão praticamente a mesma direção dos neutrinos. Isto pode ser resumido da seguinte forma:

$$K^0(E_\nu, \theta_\nu, \phi_\nu; E_l, \theta_l, \phi_l) = K^1(E_\nu, \theta_\nu; E_l) \delta(\cos\theta_\nu - \cos\theta_l) \delta(\phi_\nu - \phi_l),$$

onde utilizamos a isotropia das fontes e a simetria esférica da Terra para retirarmos a dependência no ângulo ϕ do kernel $K^0(E_\nu, \theta_\nu, \phi_\nu; E_l, \theta_l, \phi_l)$, obtendo assim um novo kernel dado pela função $K^1(E_\nu, \theta_\nu; E_l)$.

Portanto o fluxo de léptons torna-se:

$$\frac{d\Phi_l(E_l, \cos \theta, \phi)}{dE_l d \cos \theta d\phi} = \frac{1}{2\pi} \int dE_\nu \frac{d\Phi_\nu(E_\nu)}{dE_\nu} K^1(E_\nu, \theta; E_l), \quad (4.6)$$

onde utilizamos: $\theta = \theta_\nu = \theta_l$ e $\phi = \phi_\nu = \phi_l$.

Este novo kernel (K^1) é o produto das probabilidades já citadas (P_a , P_b , P_c e P_d) por unidade de energia, não depende do ângulo ϕ devido a isotropia das fontes emissoras de raios cósmicos e devido a simetria da Terra; mas depende do ângulo θ , pois, o neutrino atravessará uma quantidade diferente de matéria de acordo com o seu ângulo θ de incidência.

4.2.1 O ângulo favorável

Como o livre caminho médio do neutrino é muito maior que o do lépton carregado, sabemos que o neutrino deverá percorrer, dentro da Terra, uma distância muito maior que a do lépton. Para calcularmos o *ângulo favorável* (θ_{fav}) para que todo o processo ocorra, faremos, nesta seção, uma suposição, ou seja, consideraremos que o neutrino percorre toda a distância ($2R_\oplus \cos \theta$) dentro da Terra, estando sujeito a interação de corrente carregada. Assim o *ângulo favorável* é dado por:

$$\int_0^{2R_\oplus \cos \theta_{\text{fav}}} \frac{dz'}{L_{CC}^\nu(E_\nu, \theta_{\text{fav}}, z')} = 1.$$

Lembrando que o ângulo favorável (θ_{fav}) é o *ângulo favorável nadir*.

Para um ângulo nadir menor que θ_{fav} , os neutrinos são barrados pela Terra, para um ângulo nadir maior que θ_{fav} , os neutrinos raramente interagem para produzirem léptons carregados.

A figura 4.5 mostra θ_{fav} em função da energia do neutrino (E_ν). Para tais cálculos utilizamos a densidade da Terra igual a densidade da rocha padrão ($\rho_{\text{rocha}} = 2,65 \text{ g/cm}^3$). Para neutrinos com energia maior que 10^8 GeV , vemos que $90^\circ - \theta_{\text{fav}} \approx 1^\circ$, assim tanto os neutrinos como os léptons criados viajam essencialmente na horizontal.

4.3 O Kernel

O kernel será dado pelo produto das probabilidades. Entretanto, o neutrino pode converter-se num lépton carregado em qualquer ponto entre $z = 0$ e $z = 2R_\oplus \cos \theta$. Assim precisamos somar todas estas contribuições, ou seja, integrar de 0 a $2R_\oplus \cos \theta$:

$$K^1(E_\nu, \theta; E_l) = \int_0^{2R_\oplus \cos \theta} P_a P_b P_c P_d,$$

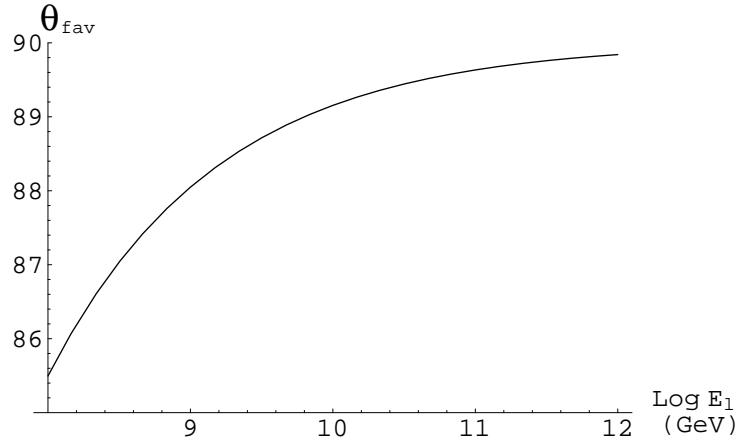


Figura 4.5: Ângulo favorável θ_{fav} ($^{\circ}$) – em função da energia do neutrino – E_{ν} (GeV).

a variável de integração não aparece explicitamente, mas note que já está embutida no termo P_b . Assim:

$$K^1(E_{\nu}, \theta; E_l) = \int_0^{2R_{\oplus} \cos \theta} \exp \left[- \int_0^z \frac{dz'}{L_{CC}^{\nu}(E_{\nu}, \theta, z')} \right] \frac{dz}{L_{CC}^{\nu}(E_{\nu})} \exp \left[\frac{m_l}{c\tau_l \beta_l \rho} \left(\frac{1}{aE_{\nu}} - \frac{1}{E_l} \right) \right] \frac{1}{\beta_l \rho_s E_l} \delta(z - z_0).$$

Antes de integrar devemos observar a forma explícita de z_0 , para saber se z_0 está dentro do intervalo de integração. Vemos que z_0 é a distância percorrida pelo neutrino, ou seja, a distância total ($2R_{\oplus} \cos \theta$) menos o trecho viajado pelo lépton carregado ($\frac{1}{\beta \rho} \ln(\frac{aE_{\nu}}{E_l})$). Assim $z_0 = 2R_{\oplus} \cos \theta - \frac{1}{\beta \rho} \ln(\frac{aE_{\nu}}{E_l})$. Desta forma z_0 é positivo definido e menor que $2R_{\oplus} \cos \theta$. Para que a função delta seja abrangida pelo intervalo de integração devemos ter $0 \leq z_0 \leq 2R_{\oplus} \cos \theta$, ou seja, $aE_{\nu} e^{-2R_{\oplus} \cos \theta \beta_l \rho} \leq E_l \leq aE_{\nu}$. Portanto:

$$K^1(E_{\nu}, \theta; E_l) = \begin{cases} 0, & \text{para } z_0 < 0; \\ \exp \left[- \int_0^{z_0} \frac{dz'}{L_{CC}^{\nu}(E_{\nu}, \theta, z')} \right] \frac{1}{L_{CC}^{\nu}(E_{\nu})} \\ \times \exp \left[\frac{m_l}{c\tau_l \beta_l \rho} \left(\frac{1}{aE_{\nu}} - \frac{1}{E_l} \right) \right] \frac{1}{E_l \beta_l \rho}, & \text{para } 0 \leq z_0 \leq 2R_{\oplus} \cos \theta; \\ 0, & \text{para } z_0 > 2R_{\oplus} \cos \theta. \end{cases} \quad (4.7)$$

Que pode ser reescrita da seguinte forma:

$$K^1(E_\nu, \theta; E_l) = \begin{cases} 0, & \text{para } E_l < aE_\nu e^{-2\beta_l \rho R_\oplus \cos \theta}; \\ \exp \left[- \int_0^{z_0} \frac{dz'}{L_{CC}^\nu(E_\nu, \theta, z')} \right] \frac{1}{L_{CC}^\nu(E_\nu)} \\ \times \exp \left[\frac{m_l}{c\tau_l \beta_l \rho} \left(\frac{1}{aE_\nu} - \frac{1}{E_l} \right) \right] \frac{1}{E_l \beta_l \rho}, & \text{para } aE_\nu e^{-2\beta_l \rho R_\oplus \cos \theta} \leq E_l \leq aE_\nu; \\ 0, & \text{para } E_l > aE_\nu. \end{cases} \quad (4.8)$$

Traduzindo em palavras, podemos dizer que a energia do lépton carregado ao sair da Terra deve ser menor que sua energia inicial (aE_ν) e maior que a energia de um lépton que percorreu todo o interior da Terra ($aE_\nu e^{-2\beta_l \rho R_\oplus \cos \theta}$).

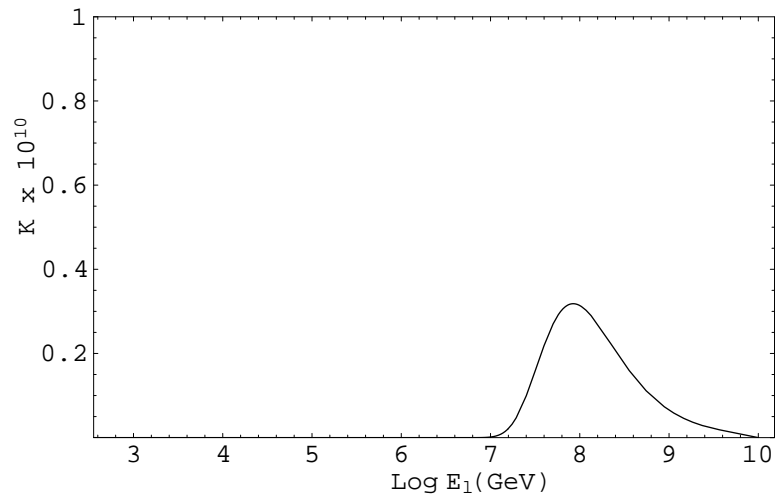


Figura 4.6: O kernel (K_τ^1) multiplicado por 10^{10} em função da energia do lépton. $E_\nu = 10^{10}$ GeV e $\theta = 89^\circ$.

Como podemos ver na figura 4.6, o kernel (K_τ^1) encontra seu máximo na região $E_\tau \approx 10^8$ GeV. Mas, apesar do kernel ser aproximadamente simétrico em relação a energia, é importante notar que, como o eixo das abscissas está em escala logarítmica, existe um fluxo muito maior de léptons carregados que possuem uma energia maior que 10^8 GeV.

A energia dos léptons carregados, quando produzidos, é aE_ν , onde a é constante e aproximadamente igual a 0,8. Assim a energia máxima que os léptons poderão ter é aE_ν , desta forma o kernel apresenta um corte em $E_l = aE_\nu$, como mostra a figura 4.7.

Assim como o lépton não pode ter uma energia maior que $0,8E_\nu$, ele não pode ter uma perda maior do que a devido a sua máxima distância percorrida. Assim devemos ter:

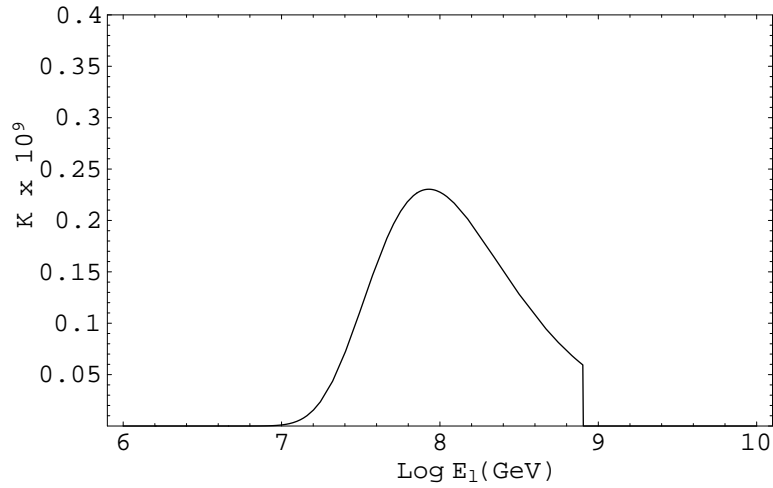


Figura 4.7: O kernel (K_r^1) que apresenta um corte em $E_l = aE_\nu$. $E_\nu = 10^9$ GeV e $\theta = 89^\circ$.

$$\frac{1}{\beta_l \rho} \ln \left(\frac{aE_\nu}{E_l} \right) < 2R_\oplus \cos \theta,$$

que é equivalente a $E_l > aE_\nu e^{-2R_\oplus \cos \theta \beta_l \rho}$. Quando isto não ocorrer, o kernel será nulo, como vemos na figura 4.8. Este corte sempre existe, mas ele não é praticamente notado para ângulos maiores, pois neste caso o kernel assume um valor muito pequeno.

Analisando melhor o corte superior no kernel, vemos que ele existe, porque consideramos que o lépton carregado leva uma fração aE_ν da energia do neutrino. Entretanto a energia inicial do lépton carregado não apresentará exatamente este valor, mas os vários léptons produzidos terão uma distribuição de energias em torno de aE_ν . Portanto não devemos observar um corte em $E_l = aE_\nu$, mas sim uma rápida diminuição em torno deste valor.

O mesmo deverá ocorrer para o outro corte, pois vemos que ele é causado também pelo valor da fração de energia carregada pelo lépton carregado (dado pelo parâmetro a) e devido ao número de interações que o lépton sofre. O número de interações que o lépton carregado sofre é medido pelo parâmetro β_l . Devemos salientar que utilizamos o parâmetro β_l como sendo constante, o que não é verdade, pois o número de interações por unidade de distância que o lépton carregado sofre é uma distribuição estatística, ou seja, o parâmetro β_l pode assumir valores maiores ou menores do que aquele que utilizamos. Assim o corte inferior não deve ser realmente observado, mas com certeza haverá uma grande queda no fluxo de léptons observado quando $E_l \approx aE_\nu e^{-2R_\oplus \cos \theta \beta_l \rho}$, sendo o kernel uma função contínua e suave.

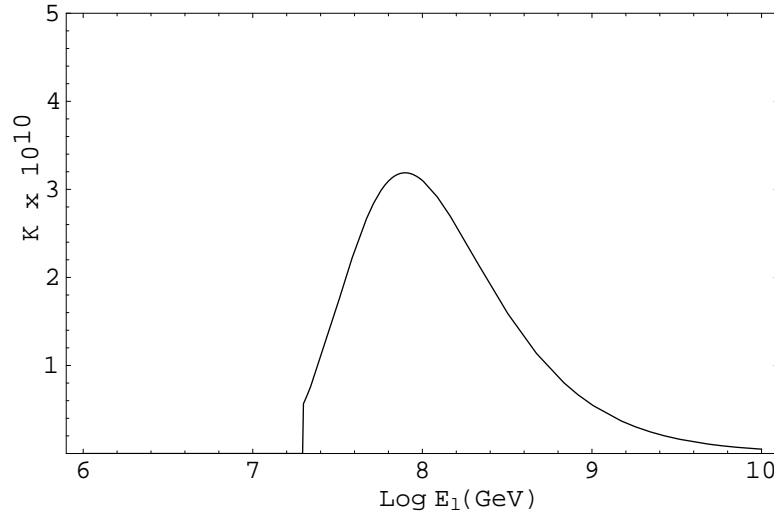


Figura 4.8: O kernel (K^1) multiplicado por 10^{10} que apresenta um corte em $E_l = aE_\nu e^{-2R_\oplus \cos \theta \beta_l \rho}$. $E_\nu = 10^{12}$ GeV e $\theta = 89^\circ 48'$.

4.3.1 O kernel integrado no ângulo sólido

O kernel K^1 terá o valor:

$$K^1(E_\nu, \theta; E_l) = \frac{1}{L_{CC}^\nu(E_\nu)} \exp \left[-\frac{2R_\oplus \cos \theta}{L_{CC}^\nu(E_\nu)} \right] \left(\frac{aE_\nu}{E_l} \right)^{1/(\beta_l \rho L_{CC}(E_\nu))} \\ \times \exp \left[\frac{m_l}{c\tau_l \beta_l \rho} \left(\frac{1}{aE_\nu} - \frac{1}{E_l} \right) \right] \frac{1}{E_l \beta_l \rho},$$

para $\cos \theta \geq \frac{1}{2R_\oplus \beta_l \rho} \ln \left(\frac{aE_\nu}{E_l} \right)$ e zero de outra forma. Integrando no ângulo sólido ($d\Omega = d \cos \theta d\phi$), temos um novo kernel:

$$K(E_\nu, E_l) = 2\pi \int_0^1 K^1(E_\nu, \theta; E_l) d \cos \theta = 2\pi \int_{\frac{1}{2R_\oplus \beta_l \rho} \ln \left(\frac{aE_\nu}{E_l} \right)}^1 K^1(E_\nu, \theta; E_l) d \cos \theta \\ = \frac{\pi}{R_\oplus E_l \beta_l \rho} \left(\frac{aE_\nu}{E_l} \right)^{1/(\beta_l \rho L_{CC}^\nu(E_\nu))} \exp \left[\frac{m_l}{c\tau_l \beta_l \rho} \left(\frac{1}{aE_\nu} - \frac{1}{E_l} \right) \right] \\ \times \left\{ \left(\frac{aE_\nu}{E_l} \right)^{-1/(\beta_l \rho L_{CC}^\nu(E_\nu))} - \exp \left(-\frac{2R_\oplus}{L_{CC}^\nu(E_\nu)} \right) \right\} \\ = \frac{\pi}{R_\oplus E_l \beta_l \rho} \exp \left[\frac{m_l}{c\tau_l \beta_l \rho} \left(\frac{1}{aE_\nu} - \frac{1}{E_l} \right) \right]$$

onde desprezamos o termo $\left(\frac{aE_\nu}{E_l} \right)^{1/(\beta_l \rho L_{CC}^\nu(E_\nu))} \exp \left(-\frac{2R_\oplus}{L_{CC}^\nu(E_\nu)} \right)$ que é muito menor que 1. Para $E_\nu = 10^9$ e $E_l = 0, 8 \times 10^9$ este termo assume o valor de aproximadamente

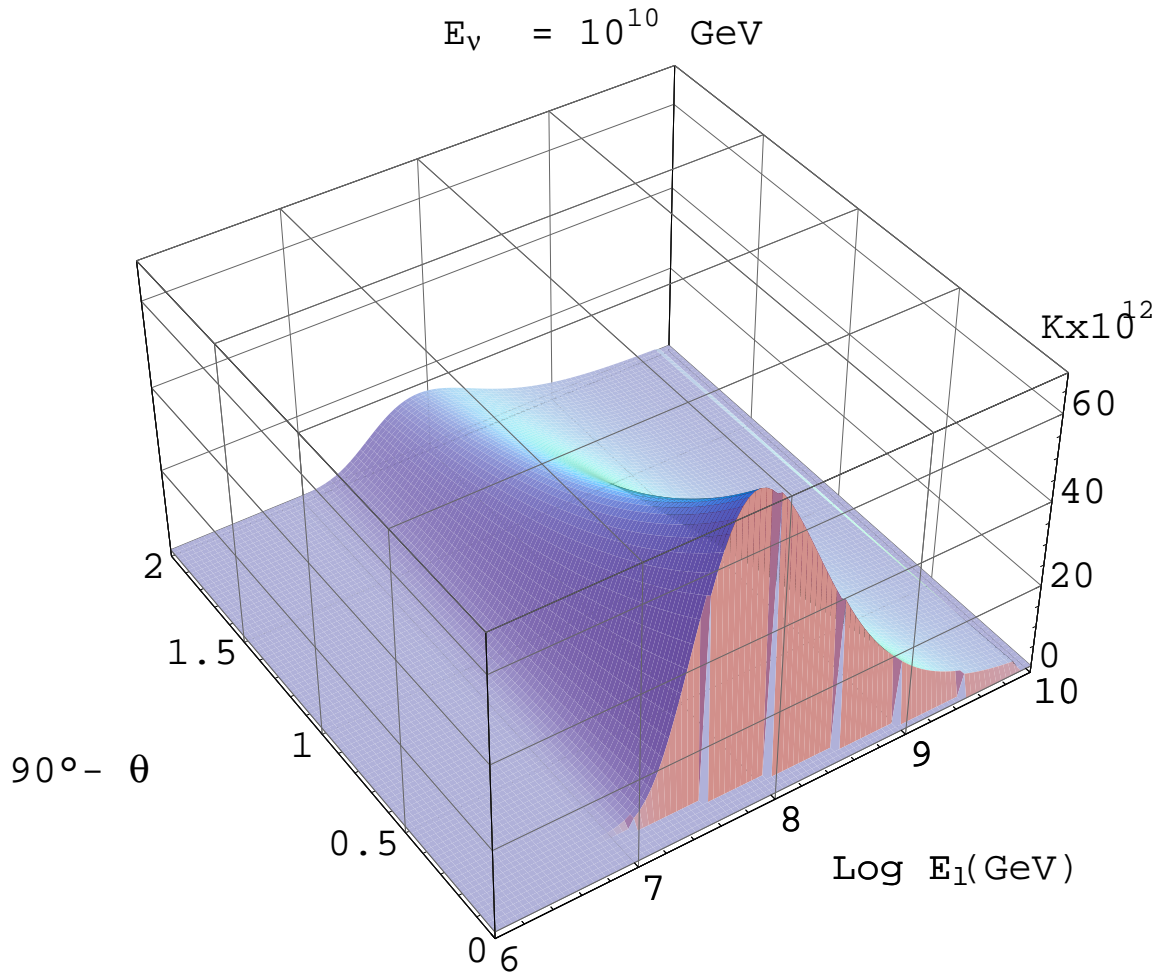


Figura 4.9: Kernel para $E_\nu = 10^{10} \text{ GeV}$ em função do ângulo ($90^\circ - \theta$) e da energia do tau (E_τ) ao sair da Terra – $K_\tau^1(10^{10}, \theta; E_\tau)$.

10^{-9} , diminuindo este valor com o aumento da energia do neutrino e com a energia do lépton carregado.

O kernel (K) é o mesmo obtido quando consideramos que P_a é dado por:

$$P_a = \exp \left[-\frac{2R_\oplus \cos \theta}{L_{CC}^\nu(E_\nu)} \right],$$

ou seja, minimizamos a probabilidade P_a , considerando que a distância propagada pelo neutrino é dada por $2R_\oplus \cos \theta$, ou seja, todo o interior terrestre e o lépton carregado é produzido na iminência de sair da Terra. Entretanto, as demais probabilidades são mantidas inalteradas, a perda de energia do lépton carregado não é desprezada. Depois destas alterações integramos $\cos \theta$ de 0 a 1. Portanto poderíamos ter feito estas aproximações e chegaríamos ao mesmo kernel.

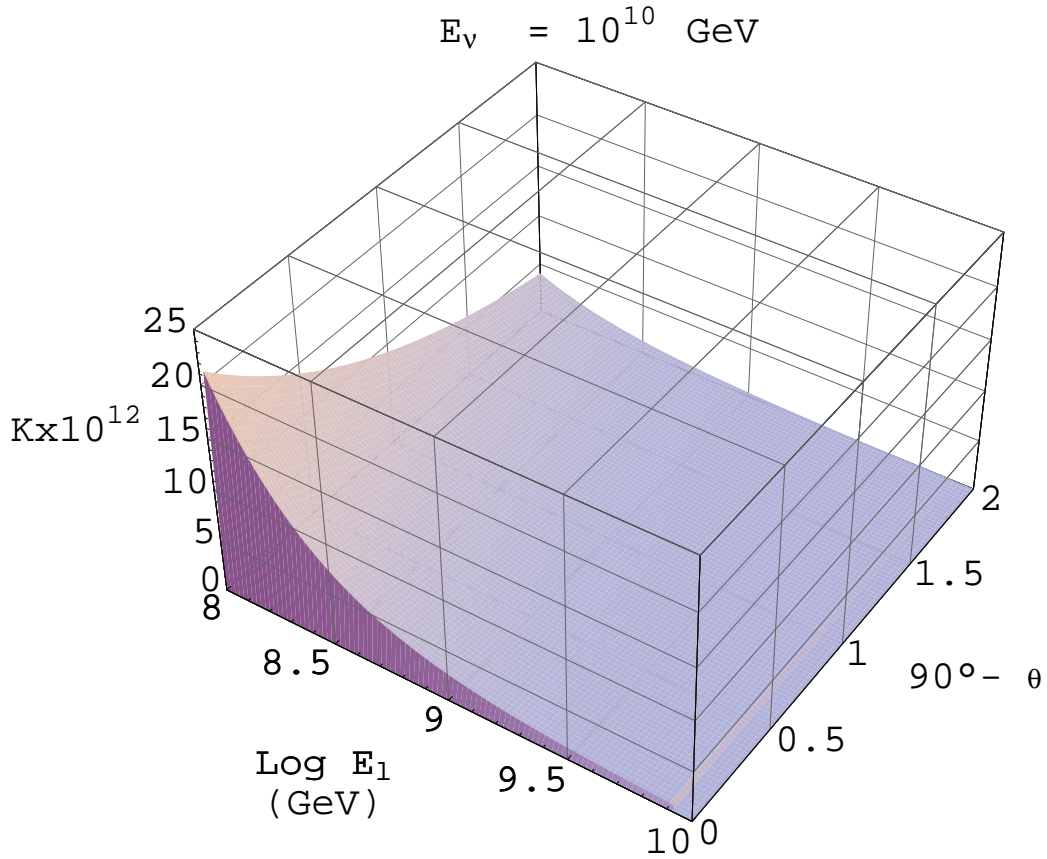


Figura 4.10: Kernel para $E_\nu = 10^{10} \text{ GeV}$ em função do ângulo ($90^\circ - \theta$) e da energia do múon (E_μ) ao sair da Terra – $K_\mu^1(10^{10}, \theta; E_\mu)$.

Observando a equação (4.6), vemos que:

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi_l}{dE_l} &= \frac{1}{2\pi} \int dE_\nu d \cos \theta d\phi \frac{d\Phi_\nu}{dE_\nu} K^1(E_\nu, \theta; E_l) \\ &= \frac{1}{2\pi} \int dE_\nu \frac{d\Phi_\nu}{dE_\nu} K(E_\nu, E_l) \end{aligned} \quad (4.9)$$

$$= \frac{1}{2R_\oplus E_l \beta_l \rho} \int dE_\nu \frac{d\Phi_\nu}{dE_\nu} \exp \left[\frac{m_l}{c\tau_l \beta_l \rho} \left(\frac{1}{aE_\nu} - \frac{1}{E_l} \right) \right]. \quad (4.10)$$

4.3.2 Máximos e mínimos do kernel

O kernel apresenta um máximo em função da energia do lépton carregado, a energia para a qual o kernel atinge seu máximo será denominada energia ótima do lépton carregado (E_l^{ot}).

A princípio o kernel aumenta com a energia do lépton devido à probabilidade (P_c) do lépton existir com uma energia E_l após ter sido criado com uma energia aE_ν

e se propagado por uma distância $2R_{\oplus} \cos \theta - z$. Esta probabilidade cresce com a energia do lépton. Além disso, devido à probabilidade (P_d) que conecta a variação da energia do lépton com a distância por ele percorrida, que é uma probabilidade por unidade de energia, o kernel também será uma probabilidade por unidade de energia, decaindo assim com a energia do lépton após atingir o seu máximo. Assim a baixas energias ($E_l < E_l^{\text{ot}}$) o kernel aumenta com a energia e a altas energias ($E_l > E_l^{\text{ot}}$) o kernel diminui com a energia por ser uma probabilidade por unidade de energia. Precisamos saber qual é o valor de E_l^{ot} . Para isso, derivamos o kernel K em relação a energia do lépton carregado, desta forma encontramos o ponto máximo do kernel que está em:

$$E_l^{\text{ot}} = \frac{m_l}{c\tau_l\beta_l\rho}.$$

Derivando o kernel K em relação a energia do neutrino, obtemos um valor sempre negativo. Portanto, o kernel decresce com a energia do neutrino. Isto ocorre pois a Terra torna-se mais opaca com o aumento da energia do neutrino, pois a seção de choque do neutrino aumenta com a energia e então o seu livre caminho médio diminui com a energia.

Ao derivarmos o kernel K^1 em relação a $\cos \theta$, obtemos também um valor sempre negativo. Assim o kernel diminui com $\cos \theta$, mas como $\cos \theta$ diminui com o ângulo para $0 < \theta < \pi/2$, o kernel, portanto, aumenta com o ângulo nadir, que varia de 0 a $\pi/2$. Para o ângulo $\theta = 0$ o neutrino e o lépton carregado atravessam todo o interior terrestre ($2R_{\oplus}$) e para o ângulo $\theta = \pi/2$ os neutrinos vêm na horizontal (não atravessando o interior da Terra). Assim, com o aumento do ângulo nadir, os neutrinos, em conjunto com seus léptons carregados, atravessam uma menor porção do interior terrestre, aumentando a probabilidade de encontrarmos mais léptons carregados e assim aumentando o kernel.

4.4 O fluxo de léptons carregados

Assumindo a oscilação de neutrinos, ou seja, que o fluxo dos três tipos de neutrinos são iguais, os únicos parâmetros que farão diferença para o fluxo de múons e de taus são a massa (m_l), a meia vida (τ_l) e o parâmetro de perda de energia (β_l) dos respectivos léptons. Melhor dizendo, a energia ótima do lépton carregado $E_l^{\text{max}} = m_l/(c\tau_l\beta_l\rho)$ é que fará a diferença. Logo teremos:

$$\frac{E_{\mu}^{\text{ot}}}{E_{\tau}^{\text{ot}}} \approx 10^{-9},$$

onde a meia vida foi a principal responsável pela enorme diferença entre E_μ^{\max} e E_τ^{\max} .

O kernel (K) em função de E_l^{\max} pode ser escrito assim:

$$K(E_\nu, E_l) = \frac{\pi}{R_\oplus E_l \beta_l \rho} \exp \left[E_l^{\text{ot}} \left(\frac{1}{aE_\nu} - \frac{1}{E_l} \right) \right]. \quad (4.11)$$

Devido a enorme diferença entre E_μ^{\max} e a energia que estamos interessados (em torno de 10^9 GeV), teremos $P_c^\mu \approx 1$ (ver figura 4.3), assim:

$$K_\mu(E_\mu) = \frac{\pi}{R_\oplus E_\mu \beta_\mu \rho},$$

não apresentando mais dependência em E_ν , enquanto que para o tau:

$$K_\tau(E_\nu, E_\tau) = \frac{\pi}{R_\oplus E_\tau \beta_\tau \rho} \exp \left[E_\tau^{\text{ot}} \left(\frac{1}{aE_\nu} - \frac{1}{E_\tau} \right) \right].$$

Comparando o kernel do múon e do tau vemos que:

$$K_\tau(E_\nu, E_\tau) = 7,44 K_\mu(E_\nu, E_\mu) \exp \left[E_\tau^{\text{ot}} \left(\frac{1}{aE_\nu} - \frac{1}{E_\tau} \right) \right]. \quad (4.12)$$

Assim o kernel do múon será maior que o kernel do tau somente quando:

$$E_\tau < \frac{aE_\nu}{1 + \frac{aE_\nu}{E_\tau^{\text{ot}}} \ln 7,444}. \quad (4.13)$$

Portanto, para detectarmos léptons carregados a uma energia superior a 10^8 GeV, o fluxo de taus é sempre maior que o fluxo de múons, pois o valor máximo que a energia do tau (E_τ) atinge na expressão (4.13) é $4,3 \times 10^7$ GeV e isto ocorre quando a energia do neutrino é maior que 10^{10} GeV.

Para encontrarmos o fluxo de léptons carregados a partir do fluxo de neutrinos utilizamos a equação (4.10). Ao realizarmos a integração precisamos nos lembrar que a energia máxima do lépton carregado é aE_ν , em outras palavras, a energia mínima do neutrino é E_l/a . Assim E_l varia no intervalo $[E_{\min}, E_{\max}]$ (onde E_{\min} e E_{\max} são respectivamente a energia mínima e a energia máxima que estamos interessados em detectar os léptons carregados) e E_ν varia no intervalo $[E_l/a, E_\nu^{\max}]$ (onde E_l é a energia do lépton carregado detectado e E_ν^{\max} é a energia máxima até onde o fluxo de neutrinos se estende). Assim:

$$\frac{d\Phi_\mu}{dE_\mu} = \frac{1}{2R_\oplus \beta_\mu \rho} \int_{E_\mu/a}^{E_\nu^{\max}} dE_\nu \frac{d\Phi_\nu}{dE_\nu} \frac{1}{E_\mu}, \quad (4.14)$$

e:

$$\frac{d\Phi_\tau}{dE_\tau} = \frac{1}{2R_\oplus\beta_\tau\rho} \int_{E_\tau/a}^{E_\nu^{\max}} dE_\nu \frac{d\Phi_\nu}{dE_\nu} \frac{1}{E_\tau} \exp \left[\frac{m_\tau}{c\tau\beta_\tau\rho} \left(\frac{1}{aE_\nu} - \frac{1}{E_\tau} \right) \right]. \quad (4.15)$$

O fluxo diferencial de múons pode ser obtido facilmente integrando a expressão (4.14), resultando em:

$$\frac{d\Phi_\mu}{dE_\mu} = \frac{\Phi_\nu(E_\nu^{\max}) - \Phi_\nu(E_\mu/a)}{2R_\oplus\beta_\mu\rho E_\mu}.$$

Já a função apresentada na equação (4.15) não apresenta uma primitiva (antiderivada), assim o fluxo diferencial de taus não pode ser expresso de forma analítica, como foi feito com o fluxo de múons.

Apesar da energia do máximo do múon ser $E_\mu^{\max} \approx 90$ MeV, que é muito inferior a energia do limiar do Observatório Pierre Auger, o fluxo de múons de altíssimas energias apresenta um valor próximo ao fluxo de taus, como podemos ver na equação 4.12.

Já a energia do ótoma do tau é $E_\tau^{\text{ot}} \approx 0,86 \times 10^8$ GeV, que está muito próxima à energia de detecção do Observatório Pierre Auger. Assim P_c^τ não pode ser desprezado, e o fluxo de taus deve ser calculado a partir do kernel dado pela equação (4.11) e será mostrado em detalhes na seção 4.5.

4.4.1 O número de léptons carregados

O número de léptons carregados que são detectados é dado por:

$$N_l = \frac{A_{\text{eff}}T}{2\pi} \int_{E_{\min}}^{E_{\max}} dE_l \int_{E_l/a}^{E_\nu^{\max}} dE_\nu \frac{d\Phi_\nu}{dE_\nu} K(E_\nu, E_l), \quad (4.16)$$

onde A_{eff} é a abertura efetiva observada pelo detector (a ser discutida no capítulo 6) e T é o seu tempo de funcionamento.

4.5 Resultados numéricos para o fluxo de léptons carregados

4.5.1 Fluxo Monocromático

Podemos agora, com mais uma aproximação, obter uma simples estimativa do fluxo de léptons. Assumiremos um fluxo mono-energético de neutrinos com energia E_0 :

$$\frac{d\Phi_\nu}{dE_\nu} = \Phi_\nu \delta(E_0 - E_\nu). \quad (4.17)$$

Substituindo a fonte mono-energética da equação (4.17) na equação (4.10), o fluxo diferencial de léptons é:

$$\frac{d\Phi_l}{dE_l} = \frac{1}{2\pi} \Phi_\nu K(E_0, E_l).$$

Portanto, o fluxo de múons com energia $E_{\min} < E_l < E_{\max}$ é:

$$\frac{d\Phi_\mu}{dE_\mu} = \frac{\Phi_\nu}{2R_\oplus \beta_\mu \rho E_\mu},$$

enquanto o fluxo de taus é:

$$\frac{d\Phi_\tau}{dE_\tau} = \frac{\Phi_\nu}{2R_\oplus \beta_\tau \rho E_\tau} \exp \left[E_\tau^{\text{ot}} \left(\frac{1}{aE_0} - \frac{1}{E_\tau} \right) \right],$$

que pode ser escrito assim:

$$\frac{d\Phi_\tau}{dE_\tau} = \frac{\Phi_\nu}{2R_\oplus \beta_\tau \rho E_\tau} \exp \left[-\frac{E_\tau^{\text{ot}}}{E_\tau} \right],$$

onde supomos que a energia do neutrino (E_0) é pelo menos uma ordem de grandeza acima da energia máxima que detectaremos o tau.

Para comparação vemos na figura 5.2 o fluxo diferencial de múons e taus. O fluxo de múons é bastante superior ao fluxo de taus.

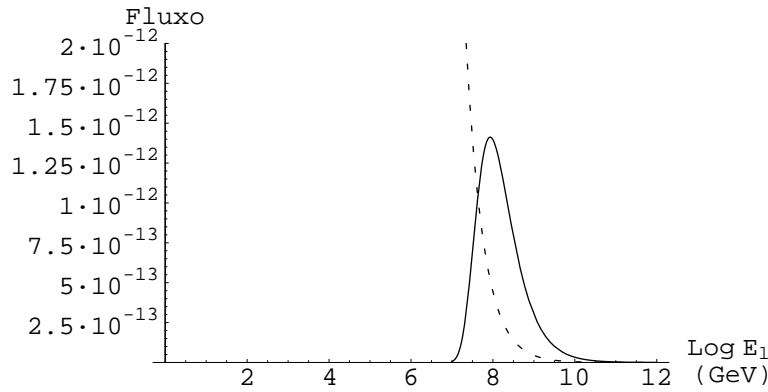


Figura 4.11: Fluxo diferencial de múons e taus em função de sua energia. A curva contínua representa o tau, enquanto a curva pontilhada representa o múon. O fluxo de neutrinos inicial foi suposto monocromático e igual a 1 ($d\Phi_\nu/dE_\nu = \delta(E_\nu - E_0)$).

Assim, o número de múons detectados, para um fluxo de neutrinos mono-cromático, será:

$$N_\mu = \frac{A_{\text{eff}} T \Phi_\nu}{2R_\oplus \beta_\mu \rho} \ln \left(\frac{E_{\max}}{E_{\min}} \right).$$

E_l (GeV)	WB	MPR_{max}	GZK	TD
$10^7 - 10^8$	0,029	0,13	0,00052	0,011
$10^8 - 10^9$	0,009	0,04	0,0013	0,008
$10^9 - 10^{10}$	0,0011	0,005	0,00019	0,0013
$10^{10} - 10^{11}$	0,00011	0,0005	0,0000028	0,00012

Tabela 4.1: Número de taus por ano por quilômetro quadrado por sr.

4.5.2 Waxman-Bahcall e MPR_{max}

O fluxo de neutrinos previsto por Waxman e Bahcall (conhecido como WB [14, 15]) é dado por:

$$\frac{d\Phi_\nu}{dE_\nu} = \frac{4,5 \times 10^{-8} \text{ GeV}}{E_\nu^2}.$$

Já o fluxo MPR, previsto por Manheim, Protheroe e Rachel [16, 17] depende de alguns parâmetros, mas o seu máximo é dado por:

$$\frac{d\Phi_\nu}{dE_\nu} = \frac{2 \times 10^{-6} \text{ GeV}}{E_\nu^2},$$

sendo a energia medida em GeV.

Como podemos ver no apêndice E, para um fluxo de neutrinos deste tipo, o fluxo de léptons carregados é dado por:

$$\frac{d\Phi_l}{dE_l} = \frac{k c \tau a}{2 R_\oplus m_l E_l} \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{E_l^{\text{max}}}{E_l} \right] \right\},$$

onde $E_l^{\text{max}} = m_l / (c \tau \beta_l \rho)$ e k é a constante dada pelo fluxo diferencial de neutrinos ($d\Phi/dE_\nu = k E_\nu^{-2}$). A integral acima teve de ser tratada numericamente, assim o número de léptons carregados detectados por ano está apresentado na tabela 6.1.

4.5.3 Outros fluxos

Os demais fluxos, GZK e TD, tiveram de ser tratados numericamente, e o número de léptons carregados foi obtido integrando numericamente a equação (4.16). Os valores são dados na tabela 6.1. O fluxo de neutrinos destes modelos foi obtido na referência [26]. Todos os fluxos de neutrinos são mostrados na figura 4.12.

4.6 Discussão do método apresentado e suas aproximações

Este trabalho aqui realizado seguiu em parte aquele feito por Feng, Fisher, Wilczek e Yu [3]. Mas lá foram feitas algumas aproximações. Foi obtido o resultado:

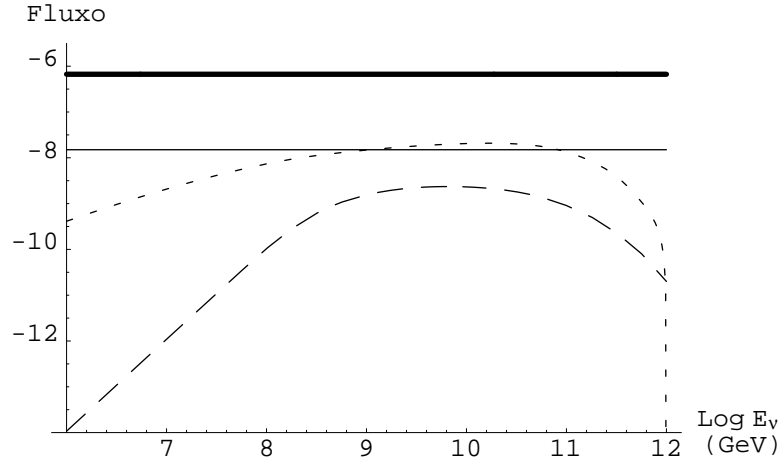


Figura 4.12: Fluxo de neutrinos do tau ($E_\nu^2 d\Phi/dE_\nu$ ($\text{GeVcm}^{-2}\text{s}^{-1}\text{sr}^{-1}$)) em função da energia do neutrino em GeV. Linha fina: fluxo-WB[14, 15]; linha grossa: fluxo-MPR_{max}[16, 17]; tracejado curto: Fluxo-TD[26]; tracejado longo: Fluxo GZK[26].

$$\int K(E, \cos \theta; E) = \frac{1}{2R_\oplus \beta_l E_l} \exp \left[E_l^{ot} \left(\frac{1}{aE_\nu} - \frac{1}{E_l} \right) \right],$$

onde foi utilizada a aproximação:

$$P_a = \exp \left[-\frac{2R_\oplus \cos \theta}{L_{CC}^\nu(E_\nu)} \right],$$

e $\cos \theta$ variando no intervalo $[0,1]$. Em nosso trabalho, foi mostrado que:

$$P_a = \exp \left[-\frac{2R_\oplus \cos \theta - \frac{1}{\beta_l \rho} \ln \left(\frac{aE_\nu}{E_l} \right)}{L_{CC}^\nu(E_\nu)} \right] = \exp \left[-\frac{2R_\oplus \cos \theta}{L_{CC}^\nu(E_\nu)} \right] \left(\frac{aE_\nu}{E_l} \right)^{1/[\beta_l \rho L_{CC}^\nu(E_\nu)]},$$

onde $\cos \theta$ varia no intervalo:

$$\left[\frac{1}{2R_\oplus \beta_l \rho} \ln \left(\frac{aE_\nu}{E_l} \right)^{1/[\beta_l \rho L_{CC}^\nu(E_\nu)]}, 1 \right],$$

obtendo assim o mesmo valor para a integral do kernel (aqui chamado de K^1), ou seja:

$$\int K^1(E, \cos \theta; E) = \frac{1}{2R_\oplus \beta_l E_l} \exp \left[E_l^{ot} \left(\frac{1}{aE_\nu} - \frac{1}{E_l} \right) \right].$$

Na aproximação feita na referência [3], o valor de P_a foi minimizado. Pois P_a decresce com z (distância percorrida pelo neutrino) que foi maximizado ($2R_{\oplus} \cos \theta$). Quando na verdade o valor de z deveria ser $2R_{\oplus} \cos \theta - \frac{1}{\beta_l \rho} \ln \left(\frac{aE_\nu}{E_l} \right)$. Entretanto, esta diminuição no kernel foi compensada ao ser assumido que $\cos \theta$ pode ter valores menores que $\frac{1}{\beta_l \rho} \ln \left(\frac{aE_\nu}{E_l} \right)$.

Apesar de ter sido considerado que o neutrino percorreu todo o trecho no interior da Terra, foi considerado simultaneamente que o lépton carregado percorreu um trecho dado por $\frac{1}{\beta_l \rho} \ln \left(\frac{aE_\nu}{E_l} \right)$. Este deslocamento fez com que a energia final do lépton carregado estivesse no intervalo $[aE_\nu e^{-\beta_l \rho (2R_{\oplus} \cos \theta)}, aE_\nu]$.

Por mais estranha que pareça esta aproximação feita na referência [3], ela nos conduz a um resultado correto (como foi demonstrado).

Além disso Feng, Fisher, Wilczek e Yu cogitaram que a energia ótima do tau estava em torno de 10^8 GeV, independente da energia do neutrino. Neste trabalho, mostramos que a energia ótima do tau é dada por $E_\tau^{\text{ot}} = m_\tau / (c\tau \beta_l \rho) \approx 0,86 \times 10^8$ GeV.

Outra aproximação feita na referência [3] foi que a energia inicial do lépton carregado é igual a energia do neutrino (E_ν). Desprezando o fator a que vale aproximadamente 0,8, que causa uma diferença no intervalo de energia do lépton carregado ao sair da Terra. Mas este fator não causa nenhuma alteração na energia ótima do lépton carregado que continua a ser dada por $E_l^{\text{ot}} = m_l / (c\tau \beta_l \rho)$.

Conseguimos, finalmente, algumas expressões analíticas para o fluxo de léptons carregados quando o fluxo inicial de neutrinos era do tipo WB (ou seja, WB e MPR_{max}). Com estes e os demais fluxos obtidos, mostramos que neutrinos de altíssimas energias podem ser detectados no Observatório Pierre Auger, entretanto, o número de eventos será muito pequeno e serão necessários vários anos até que se tenha uma estatística razoável destes eventos.

Estes resultados foram obtidos com um pequeno número de aproximações. Uma delas, em relação à referência [3], é que consideramos a densidade da Terra como sendo constante e igual a densidade da rocha ($\rho_{\text{rocha}} = 2,65 \text{ g/cm}^3$). A densidade superficial da Terra é menor que a densidade da rocha, pois existe uma grande quantidade de água na superfície e outras substâncias de pequena densidade. A maiores profundidades, a densidade da Terra torna-se maior que a densidade da rocha. Entretanto o número de neutrinos que atravessariam a Terra inteira (com densidade igual a ρ_{rocha}) é muito pequeno, pois o livre caminho médio do neutrino é menor que 2000 km de equivalente em água, enquanto a o diâmetro da Terra seria dado por aproximadamente 55000 km de equivalente em água. Portanto, supomos que esta aproximação para a densidade da Terra não levará a uma diferença

significativa.

Outra aproximação foi considerar que a perda de energia ocorre de forma constante. Na verdade, esta perda deve ocorrer de forma estocástica. Alguns autores[22] sugerem que a suposição de perda de energia constante pode nos trazer resultados pouco precisos. Entretanto, vale ressaltar que o nosso resultado se assemelha muito ao obtido por Bottai e Giurgola[29], onde foi feito um tratamento estocástico. Utilizando o Método de Monte Carlo, foi feito um programa que simulava o número de léptons carregados induzidos por neutrinos que se propagavam pelo interior terrestre. As figuras apresentadas neste artigo (com o número de eventos em função do ângulo) indicam que nossos resultados (utilizando perda de energia constante) são condizentes com aquele que utiliza perda de energia estocástica. Além disso, um tratamento analítico traz as vantagens de alguns resultados precisos, como a energia ótima do tau que vale 0,86 GeV e não depende da energia do neutrino.

Capítulo 5

Propagação e detecção de raios cósmicos na atmosfera

A taxa de chuviros detectados devido aos neutrinos depende da fonte de neutrinos, do comportamento da seção de choque do neutrino com a energia e dos detalhes sobre a eficiência do detector.

5.1 Detecção Direta × Detecção Indireta

Devido a abundância de eventos de baixa energia (até $10^{14} eV$), eles podem ser detectados diretamente com calorímetros e placas de emulsão que são colocados em balões e satélites que fazem as medições acima da atmosfera. Entretanto para eventos de altíssimas energias é necessário fazer medição indireta, devido ao baixo fluxo. Assim, ao invés de detectarmos a partícula primária, detectamos as partículas criadas no chuviro, pois eventos com energia superior a 10^{14} eV produzem chuviros de partículas que são facilmente detectados na superfície terrestre.

5.2 O que é um Chuviro?

Um chuviro é uma cascata de partículas iniciada pela interação de um raio cósmico energético. O chuviro forma um disco fino e extenso de partículas movendo-se à velocidade da luz através da atmosfera. As partículas ionizam e excitam as moléculas de N_2 do ar, causando a radiação de fótons na faixa do UV-próximo.

As partículas são espalhadas do eixo do chuviro devido a efeitos combinados do espalhamento Coulomb múltiplo e do momento transversal adquirido pelas partículas nas interações e decaimentos. As partículas espalham-se do eixo do chuviro formando uma *panqueca* de partículas. A maior densidade de partículas está próximo ao eixo principal, caindo rapidamente com a distância, sendo descrita por uma *função distribuição lateral*. Uma lei de potência modificada (tal como ocorre com o

espectro de energia dos raios cósmicos) é normalmente utilizada. A distribuição de partículas é axialmente simétrica.

Chuveiros com 10^{19} eV podem conter 10^{10} partículas carregadas (como pode ser visto na equação 3.8) e estender-se por uma área de 20 km^2 [30].

5.2.1 Várias cascatas dentro do Chuveiro

Um raio cósmico de altíssimas energias atinge a nossa atmosfera, dando início a um chuveiro. Da interação desta partícula incidente com o núcleo na atmosfera teremos como resultado a produção de píons (π^\pm e π^0) e um novo núcleo. Este chuveiro pode ser subdividido em três partes:

- **cascata nucleônica:** consiste do núcleo que foi criado e continua seguindo na direção da partícula que deu-lhe origem, com pequenos desvios. Esta cascata localiza-se próximo ao eixo;
- **cascata piônica:** píons carregados (π^\pm) que decaem dando origem aos múons (μ^\pm). Esta cascata possui uma grande área;
- **cascata eletromagnética:** que tem origem nos píons neutros (π^0) que decaem em dois fótons e estes fóton produzem pares elétron-pósitron. Esta cascata possui uma grande área. Longe no eixo principal a cascata eletromagnética é principalmente de fótons.

A energia dissipada pelos componentes eletromagnéticos do chuveiro é aproximadamente igual à energia do chuveiro. O número total de múons do chuveiro cresce mais devagar com a energia da partícula primária, principalmente por causa da transferência de energia da interação hadrônica para o chuveiro eletromagnético.

Múons propagam-se mais rapidamente do que elétrons e fótons, pois sofrem muito menos interação com os átomos atmosféricos. Assim, o chuveiro após parte de sua propagação, estará dividido em duas partes: a cascata eletromagnética e a cascata de múons.

5.3 Propriedades e Desenvolvimento dos Chuveiros no Ar

Os chuveiros têm sido estudados na superfície terrestre, no interior da Terra e em várias elevações montanhosas. Partículas carregadas interagem com núcleos de nitrogênio e oxigênio na atmosfera, e geram um chuveiro composto de elétrons, fótons e múons, este chuveiro é uma *panqueca* de partículas carregadas que evolui no tempo.

Existem no chuveiro três quantidades a serem detectadas diretamente:

- **função distribuição lateral:** densidade de partículas como função da distância do seu eixo principal em função do tempo;
- **função distribuição lateral da luz Cherenkov:** produzidas pelas partículas do chuveiro na atmosfera;
- **função distribuição lateral de múons:** gerados pelo decaimentos dos píons e káons.

Existe mais uma quantidade a ser detectada, que é o desenvolvimento longitudinal do chuveiro. O comprimento longitudinal pode ser obtido diretamente, analisando-se a fluorescência atmosférica associada com a passagem de partículas através da atmosfera.

A *profundidade do máximo* (X_{max}) de um chuveiro é a localização na atmosfera onde o chuveiro desenvolveu o maior número de partículas. X_{max} depende da energia total e da massa da partícula primária. Para uma mesma energia total, um chuveiro de um núcleo pesado deve desenvolver-se mais rapidamente do que um chuveiro iniciado por um próton, pois o núcleo pesado tem uma seção de choque maior.

Os componentes eletromagnéticos do chuveiro (elétrons, pósitrons e fótons) são cerca de 100 vezes mais numerosos do que os múons. Entretanto sua energia é de apenas 10 MeV enquanto a dos múons é de aproximadamente 1 GeV. Os primeiros produzem um grande número de pulsos Cherenkov relativamente pequenos, enquanto os múons produzem um pequeno número de grandes pulsos.

Como já foi previsto por simulações, próximo ao eixo, elétrons de baixa energia e fótons excedem os múons em várias ordens de grandeza. Entretanto, para maiores distâncias do eixo do chuveiro a densidade não apresenta uma diferença tão elevada, e os múons carregam mais energia por partícula (da ordem de GeV enquanto que para fótons e elétrons é da ordem de 10 MeV). Longe do eixo a cascata eletromagnética é dominada por fótons.

5.4 Detecção no Observatório Pierre Auger

O Observatório Auger é um detector híbrido empregando duas técnicas complementares na observação dos chuveiros. Para superar as dificuldades com o baixo fluxo dos raios cósmicos de altíssimas energias, o Observatório Pierre Auger terá uma área total de 6 000 km², dividida em dois locais idênticos nos hemisférios Norte (Utah - USA) e Sul (Mendoza - oeste da Argentina), que separadamente medirão a direção de chegada e a energia das partículas primárias, dos múons induzidos no chu-

veiro, bem como o perfil do desenvolvimento longitudinal do chuvaire na atmosfera ($N_e(X)$), ou seja o número de partículas carregadas em função da profundidade.

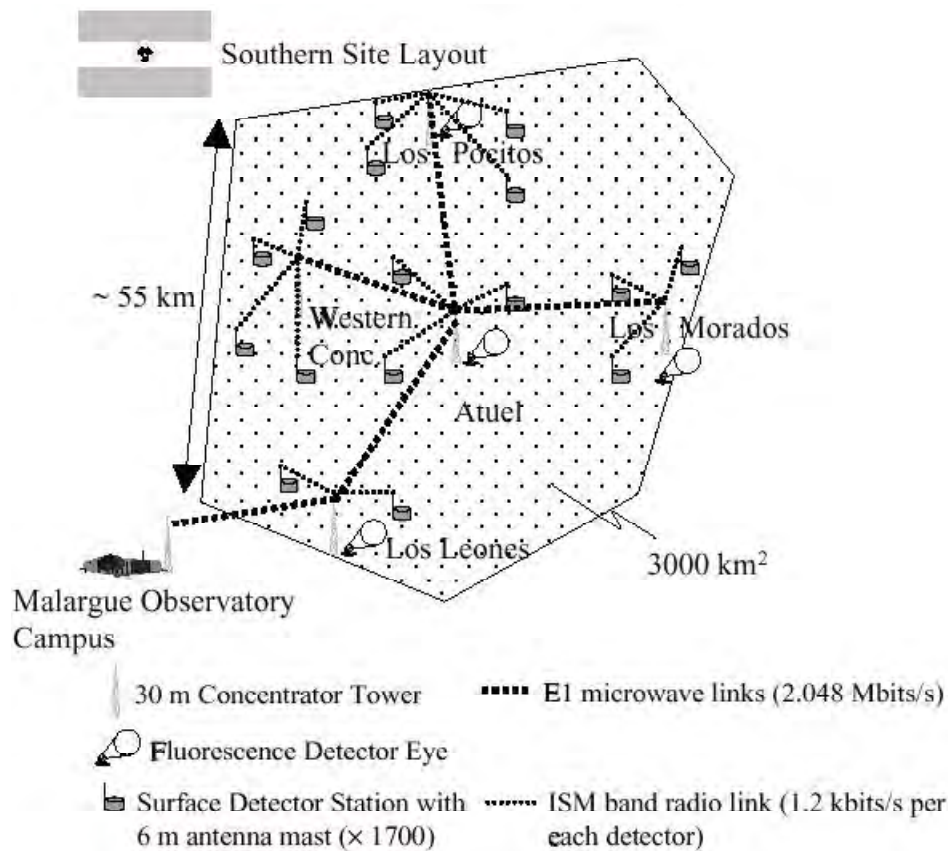


Figura 5.1: Desenho esquemático do Observatório Pierre Auger na Argentina.

Um dos métodos será um conjunto gigante de contadores de partículas que medirá a distribuição lateral e temporal do chuvaire no nível do solo. O outro será um detector de fluorescência ótica que mede o desenvolvimento do chuvaire na atmosfera acima do detector de superfície. Operando juntos conseguem caracterizar os chuvaires com maior precisão do que apenas uma das técnicas. Ambos os métodos já estão bem estabelecidos por experimentos anteriores.

O objetivo do Observatório Pierre Auger é estudar a *direção de chegada*, a *energia* e a *massa da partícula primária* dos raios cósmicos. O detector de fluorescência e o detector de superfície são métodos complementares para extrair esta informação dos chuvaires. A energia é medida no detector de fluorescência calorimetricamente e também através da densidade de partículas no nível do solo no detector de superfície. A composição é diagnosticada por fluorescência através da profundidade do máximo de partículas do chuvaire e o formato do seu perfil longitudinal. No detector de

superfície a composição é extraída das características do chuvaire que refletem a profundidade do seu máximo e seu conteúdo de múons.

Devido a fluorescência ser uma técnica essencialmente calorimétrica, ela é sensível primeiramente aos componentes eletromagnéticos do chuvaire. Por outro lado, sinais dos detectores Cherenkov de água tem contribuições comparáveis dos componentes eletromagnético e do múon.

5.5 Emissão de Luz pelo Chuveiro

5.5.1 Fluorescência Aérea

Conforme uma cascata induzida por um raio cósmico desenvolve-se na atmosfera, acaba por dissipar grande parte da energia excitando e ionizando as moléculas de ar (principalmente nitrogênio – N_2) ao longo do seu caminho. As moléculas de nitrogênio ionizadas fluorescem, produzindo radiação na faixa do UV-próximo. A eficiência do processo, definida como a energia radiada dividida pela energia dissipada, é apenas 5×10^{-5} , mas o enorme número de partículas emitidas num chuvaire de altíssimas energias torna este efeito significativo.

A luz devido à fluorescência é emitida isotropicamente, com intensidade proporcional ao número de partículas carregadas existente no chuvaire.

5.5.2 Produção Cherenkov

Partículas carregadas que atravessam a atmosfera (acima da velocidade da luz neste meio) produzem fótons que continuam com a mesma direção e sentido das partículas que os produziram. Os chuvaires produzem um número enorme de fótons Cherenkov. O ângulo de emissão Cherenkov a altíssimas energias é de aproximadamente $1^\circ[30]$ (variando com a altitude). A quantidade de luz Cherenkov num determinado ponto do chuvaire depende de sua história anterior, e assim não é exatamente proporcional ao tamanho do chuvaire, como no caso da fluorescência. Mas é necessário conhecer a quantidade de luz Cherenkov para que possamos subtrair sua contribuição do sinal total observado e obter o valor correto da luz devido a fluorescência.

5.6 Conjunto de Detectores de Superfície

Devido ao baixo fluxo dos raios cósmicos de altíssimas energias, os detectores de superfície requerem uma grande área coletora (10 km^2) para um número suficiente de eventos. O que se faz é distribuir um número pequeno de detectores (cada um com pelo menos 1 m^2) sobre esta área, este foi o trabalho pioneiro de Pierre Auger

em 1938. Em cada detector deste conjunto são medidos a densidade de partículas assim como o instante de chegada. A geometria do chuveiro é reconstruída a partir destes dados.

Uma vantagem do detector profundo Cherenkov de água está na sua capacidade de responder a um grande número de fótons de baixa energia (menos de 10 MeV).

Cada um dos dois conjuntos de detectores de superfície do Observatório Pierre Auger consiste de cerca de 1600 detectores espaçados em uma grade formada por triângulos regulares com 1,5 km de aresta aproximadamente. Cada conjunto de detectores abrange uma área de 3000 km².

Cada detector funcionará com energia solar e comunicar-se-á com uma técnica sem utilização de fio que é o Global Positioning Satellite (GPS).

De forma simplificada o detector Cherenkov de água pode ser descrito como um volume de água que provoca a radiação Cherenkov nas partículas que passam naquele meio com velocidade superior a da luz no meio (mas com velocidade inferior a da luz no vácuo). Este volume de água é observado por detectores sensíveis à luz.

O Detector Cherenkov de Água consiste de um tanque cilíndrico de água com 1,2 m de profundidade e 10 m² de área (3,6 m de diâmetro). A luz Cherenkov produzida pelo chuveiro de partículas é vista por três tubos-fotomultiplicadores que ficam acima do tanque apontadas para baixo. As paredes internas do tanque são refletoras e altamente difusivas nos comprimentos de onda do máximo da produção de luz Cherenkov, transmissividade da água e sensibilidade do foto-catodo. Sua função em suma é medir o espalhamento lateral de partículas num chuveiro, com a habilidade de distinguir elétrons de múons.

A altitude dos locais para o Observatório Auger é de aproximadamente 1400 m acima do mar, o que os põem abaixo de 880 g/cm² de atmosfera[30].

Um detector cilíndrico com uma grande razão entre a profundidade e o raio tem uma certa vantagem, pois a área do plano perpendicular ao eixo do chuveiro projetada no detector cai mais devagar com o aumento do ângulo zenital do que para detectores mais finos (com menor profundidade).

Cintiladores finos medem essencialmente a densidade de partículas carregadas. Detectores Cherenkov de água tem maior sensibilidade aos múons com maior penetração e também convertem a maior parte dos raios gama em sinais observáveis. A grandes distâncias do eixo do chuveiro (maior que 1 km), os múons e partículas eletromagnéticas têm contribuições aproximadamente iguais para o sinal total de um detector Cherenkov de água.

A razão entre a energia eletromagnética e a energia muônica depositadas nos tanques de água identificarão a partícula primária.

5.7 Detector de Fluorescência

O detector de fluorescência vê o chuveiro como um feixe de luz cujo movimento se dá ao longo do eixo do chuveiro. A intensidade da luz (corrigida por efeitos geométricos e atmosféricos) reflete o perfil do desenvolvimento longitudinal do chuveiro ($N_e(X)$), e sua integral é proporcional a energia depositada na atmosfera. Assim, o primeiro objetivo do detector de fluorescência é medir o perfil longitudinal ($N_e(X)$) de cada chuveiro. Também obtemos o valor da profundidade na qual o chuveiro atinge o seu maior número de partículas secundárias (X_{\max}). X_{\max} está relacionado com a energia da partícula primária.

Para minimizar os custos em sua construção, o detector de fluorescência deve utilizar as informações de *tempo* dos detectores de superfície, caso contrário, cada chuveiro precisaria ser visto por pelo menos dois olhos simultaneamente para ter a mesma precisão.

Um detector de fluorescência, ou olho, consiste de uma série de grandes coletores, que mapeiam regiões do céu e enviam estas imagens para os tubos-fotomultiplicadores.

A medição da fluorescência atmosférica é possível somente em noites escuras e sem núvens. Assim, cerca de 10% (talvez mais) de todos os chuveiros serão medidos por ambas as técnicas.

O detector de fluorescência consiste de vários espelhos, cada um dos quais está equipado com um aglomerado de 100 ou mais tubos-fotomultiplicadores. Cada espelho e aglomerado associado verá seu próprio segmento do céu. Juntos, o sistema de espelhos observa a maior parte do céu acima do conjunto de detectores de superfície. A magnitude do sinal das fotomultiplicadoras nos dá o número de partículas eletromagnéticas no chuveiro, e assim a energia, em cada instante.

Quando um chuveiro é visto por um ângulo de emissão pequeno ($< 25^\circ$) em relação ao seu eixo (ver figura 5.2), a radiação Cherenkov pode ser muito maior que a radiação devido a fluorescência, o que pode impedir uma detecção correta da fluorescência. A presença deste feixe direcionado de luz Cherenkov freqüentemente impede a observação dos primeiros estágios do desenvolvimento do chuveiro com ângulo menor que 25° . Além disso, com o desenvolvimento do chuveiro grande parte desta luz produzida é espalhada, impedindo a medição da radiação por fluorescência.

Tanto a luz Cherenkov como a de fluorescência são espalhadas pela atmosfera. Mas a radiação por fluorescência já é distribuída isotropicamente, enquanto que a radiação Cherenkov é bem direcionada no instante de sua criação.

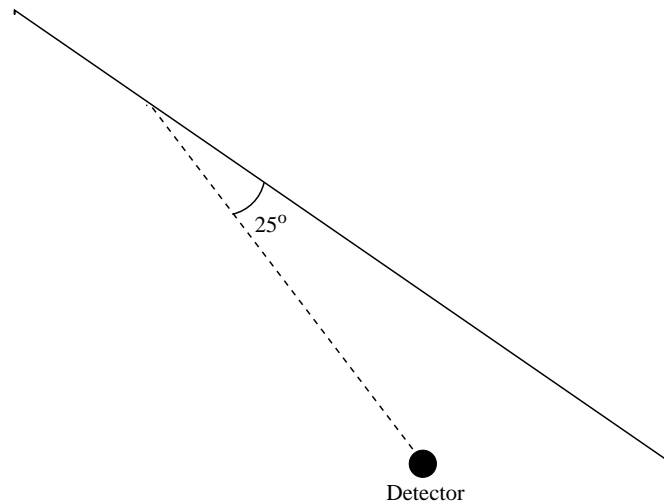


Figura 5.2: O detector de fluorescência observando o chuveiro ao longo de sua trajetória. Para os estágios iniciais do chuveiro ($\theta < 25^\circ$) a radiação Cherenkov tem uma grande influência sobre o número total de fótons detectados.

5.8 Determinação dos Parâmetros do Chuveiro

Precisamos conhecer a direção, a energia e a natureza das partículas incidentes, para que possamos dizer quais são as possíveis fontes destes raios cósmicos de altíssimas energias.

5.8.1 Direção e Posição do Eixo

A direção do eixo do chuveiro é a direção de chegada do raio cósmico. Assim precisamos determinar apenas a direção do primeiro. Com o detector de fluorescência, a determinação é feita através da variação angular em função do tempo. Então, pelo método de mínimos quadrados, encontramos a posição do chuveiro em cada instante, assumindo que este se propaga com a velocidade da luz.

5.8.2 Energia

A quantidade de luz produzida em cada profundidade atmosférica é proporcional ao número de partículas carregadas N_e . Medindo-se a luz produzida a várias profundidades, o detector determina o perfil longitudinal do chuveiro $N_e(X)$, ou seja, o número de partículas carregadas em função da profundidade. Enquanto o chuveiro aumenta, a energia inicial fica dividida entre mais e mais partículas. A energia média torna-se tão baixa que as partículas ionizantes são removidas da cascata devido a perda de energia por ionização, a uma taxa que excede sua produção (bremsstrahlung

e produção de pares). O chuvaire atinge o seu número máximo de partículas carregadas N_{max} na profundidade atmosférica X_{max} . Então o número de partículas carregadas decresce após esta profundidade.

A energia eletromagnética total do chuvaire é obtida através da integral do seu perfil longitudinal, ou seja:

$$E_{EM} = 2,2 \text{ MeV/g/cm}^2 \int N_e(X) dX,$$

pois uma partícula carregada no chuvaire deposita em média 2,2 MeV na atmosfera a cada intervalo de 1 g/cm².

5.8.3 Massa da Partícula Primária

O conteúdo de múons é uma forte indicação da massa da partícula primária. Um chuvaire gerado por um núcleo de ferro produz mais múons do que um chuvaire gerado por um próton. A energia é dividida entre os constituintes do núcleo, levando assim menos gerações para distribuir a energia hadrônica entre os píons que podem decair em múons antes de interagir. Ou seja, menos energia é perdida para a cascata eletromagnética, que resulta em mais píons de baixa energia do que num chuvaire de um próton com a mesma energia.

O número de múons não aumenta linearmente com a energia, pois, a altas energias, mais gerações são necessárias para reduzir a energia média do pión para que o decaimento torne-se comum. Este maior número de gerações significa que uma fração maior da energia é perdida para a cascata eletromagnética. Assim uma fração menor da energia inicial fica com os píons de baixa energia que decaem em múons.

5.9 Detecção de neutrinos

Os chuvaire produzidos por léptons carregados (induzidos por neutrinos) só poderão produzir um chuvaire depois de saírem do interior terrestre. No interior terrestre elétrons e fótons não conseguem se propagar. Portanto o chuvaire será formado após o lépton carregado ter passado pelos detectores de superfície. Logo, a única técnica de detecção que poderá ser utilizada é a fluorescência.

Os detalhes sobre a eficiência do detector de fluorescência, bem como a distância que este detector ‘enxerga’ serão dados no capítulo 6.

Capítulo 6

Descrição Experimental

O neutrino que sofre uma interação fraca de corrente carregada, produz um lépton carregado que pode sair da Terra. O sinal de fluorescência é gerado por múons (ou taus) viajando pela atmosfera e por chuveis induzidos pelo decaimento do tau na atmosfera. Os múons não induzem chuveis por decaimento pois sua vida média é muito longa e sua massa muito pequena se comparada à do tau. Trataremos então, somente do tau, pois este será mais facilmente detectado.

Após sair do interior terrestre, o tau percorrerá uma distância λ_τ que é dada por:

$$\lambda_\tau = c\tau_\tau\gamma = c\tau_\tau\frac{E_\tau}{m_\tau},$$

onde c é a velocidade da luz, τ_τ é a vida média do tau, e γ é o seu fator de Lorentz (que pode ser escrito como sua energia $- E_\tau$ - dividida pela sua massa $- m_\tau$).

Após percorrer esta distância, o tau deverá decair, produzindo um chuveiro eletromagnético (com uma probabilidade $P_{EM} = 80\%$ [3]). A energia eletromagnética média deste chuveiro deve ser de $E_{EM} = \frac{1}{3}E_\tau$, pois elétrons e píons estão sempre no produto do decaimento do tau. À energia de 10^{19} eV o comprimento do chuveiro é aproximadamente 10 km (isto na atmosfera mais densa, próximo a superfície terrestre)[3].

A abertura efetiva do detector é dada pelo produto da área pelo ângulo sólido que o detector “enxerga”. Para facilitar as contas, a abertura efetiva pode ser dividida em duas partes, assim:

$$(A\Omega)_{\text{eff}} = (A\Omega)_{\text{eff}}^{\text{interna}} + (A\Omega)_{\text{eff}}^{\text{externa}},$$

onde $(A\Omega)_{\text{eff}}^{\text{interna}}$ e $(A\Omega)_{\text{eff}}^{\text{externa}}$ são respectivamente as aberturas efetivas para os taus que saem do interior terrestre a uma distância menor e maior do que R_p , sendo R_p a distância que o detector “enxerga”, que depende da energia, como será mostrado mais adiante.

A abertura efetiva interna é facilmente calculada com uma pequena aproximação. Como a distância que o detector observa ($R_p(E_\tau)$) é muito menor que o raio da Terra (R_\oplus), podemos desprezar a curvatura da Terra. Então, quando o tau sai da Terra a uma distância r menor que R_p em relação ao detector, ele viajará uma distância l . De acordo com a figura 6.1 vemos facilmente que $(l - r \cos \phi)^2 + (r \sin \phi)^2 = R_p^2$. Portanto a distância que o tau percorre antes de sair da região de detecção é $l = r \cos \phi + \sqrt{R_p^2 - (r \sin \phi)^2}$, onde ϕ é o ângulo que a trajetória da partícula faz com a linha que liga o ponto de saída da partícula da Terra ao detector.

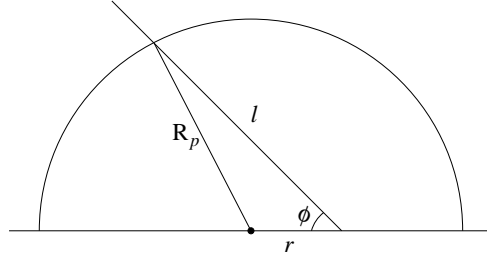


Figura 6.1: Tau (τ) que sai da Terra a uma distância r do detector menor que R_p , percorrendo a área observada pelo detector de fluorescência.

A probabilidade do tau existir no ponto onde ele sai do interior terrestre é 1, depois disso ele percorrerá uma distância l , e a probabilidade de ainda existir neste ponto é $e^{-l(r, \phi, E_\tau)/\lambda_\tau}$. Assim a probabilidade do tau ter decaído será: $1 - e^{-l(r, \phi, E_\tau)/\lambda_\tau}$.

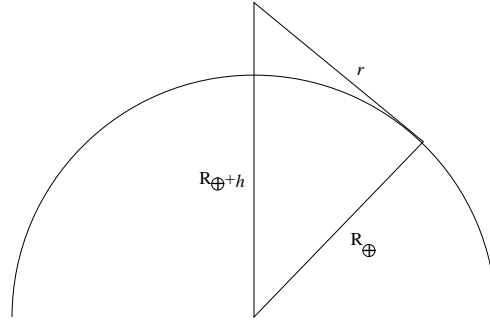
Portanto a abertura efetiva interna será a probabilidade do tau decair $1 - e^{-l(r, \phi, E_\tau)/\lambda_\tau}$ multiplicada pela probabilidade (P_{EM}) do tau produzir um chuveiro eletromagnético, tudo isto integrado no raio (de 0 a $R_p(E_\tau)$) e nos ângulos θ (de 0 a 2π) e em ϕ (de $-\pi$ a π). Assim a abertura efetiva interna é dada por:

$$(A\Omega)_{\text{eff}}^{\text{interna}} = P_{EM} \int_0^{R_p} dr 2\pi r \int_{-\pi}^{\pi} d\phi (1 - e^{-l(r, \phi, E_\tau)/\lambda_\tau}).$$

Para a abertura efetiva externa devemos considerar a curvatura da Terra, assim, após viajar por uma distância r , o tau estará a uma altura $h = r^2/(2R_\oplus)$, como podemos ver na figura 6.2, onde:

$$(R_\oplus + h)^2 = r^2 + R_\oplus^2. \quad (6.1)$$

A distância máxima da qual o tau poderá emergir e ainda ser detectado é $\sqrt{2R_p R_\oplus}$, onde utilizamos a equação (6.1) (substituindo h por R_p , pois a altura máxima que a partícula pode chegar e ainda ser detectada é R_p) e desprezamos termos de ordem R_p/R_\oplus .


 Figura 6.2: Altura atingida pelo tau (τ) após viajar uma distância r .

A uma altura h qualquer, a área de detecção é um círculo de raio $R'_p(r, E_\tau) = \sqrt{R_p(E_\tau)^2 - h(r)^2}$, como pode ser visto na figura 6.3. Um tau para ser detectado deve passar e decair nesta área.

A probabilidade do tau existir ao entrar na região observada pelo detector é $e^{-z_+(r, \phi, E_\tau)/\lambda_\tau}$, enquanto que sua probabilidade de ainda existir ao deixar esta região é $e^{-z_-(r, \phi, E_\tau)/\lambda_\tau}$, onde $z_\pm = r \cos \phi \pm \sqrt{R_p'^2(E_\tau) - (r \sin \phi)^2}$. Como vemos na figura 6.3 o valor máximo que o ângulo ϕ pode apresentar e ainda ser detectado é: $\sin^{-1}(R'_p/r)$. Portanto a abertura efetiva externa é dada por:

$$(A\Omega)_{\text{eff}}^{\text{externa}} = P_{EM} \int_{R_p}^{\sqrt{2R_p R_\oplus}} dr 2\pi r \int_{-\sin^{-1}(R'_p/r)}^{\sin^{-1}(R'_p/r)} d\phi (e^{-z_-(r, \phi, E_\tau)/\lambda_\tau} - e^{-z_+(r, \phi, E_\tau)/\lambda_\tau}).$$

6.1 A distância R_p observada pelo detector

A energia mínima necessária para que um chuvaire eletromagnético seja detectado a uma distância R_p [27] é:

$$E_{EM} = E_d R_p^{3/2} e^{R_p/\lambda_R}, \quad (6.2)$$

onde R_p é o parâmetro de impacto do chuvaire (em quilômetros) e λ_R (≈ 18 km) é o comprimento de espalhamento de Rayleigh, E_d é a energia característica do detector ($E_d \propto \sqrt{\Delta\theta/D^2} \approx \sqrt{d/D^3}$), onde $\Delta\theta \approx d/D$ é aceitação angular de cada tubo fotomultiplicador e d e D são, respectivamente, os diâmetros dos tubos fotomultiplicadores e a abertura do espelho. É necessário tomar cuidado, não confundindo λ_R com λ_τ . λ_R é o comprimento de espalhamento de Rayleigh e λ_τ é a distância de decaimento do tau.

Comparando-se com os dados experimentais foi visto que, para o Fly's Eye, a energia característica do detector (E_d) vale 10^8 GeV. Conhecendo os diâmetros

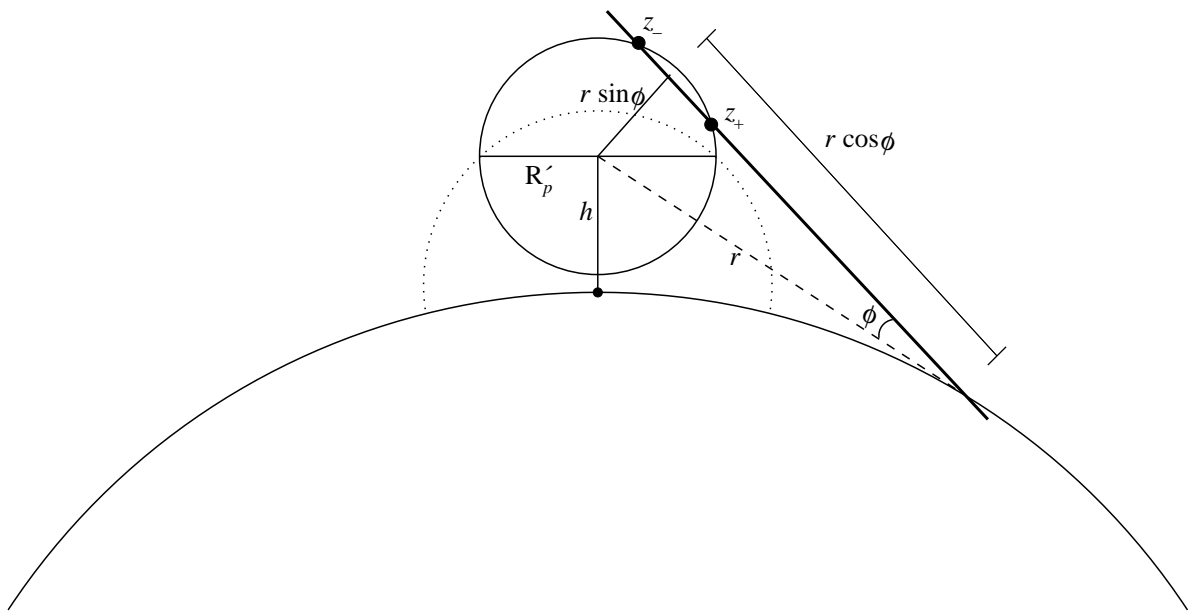


Figura 6.3: Tau (τ) que sai da Terra a uma distância r do detector maior que R_p , percorrendo a área observada pelo detector de fluorescência.

dos tubos fotomultiplicadores e a abertura do espelho do Fly's Eye ($d = 14,4$ cm, $D = 1,575$ m) e do Observatório Pierre Auger ($d = 4$ cm, $D = 1,5$ m), estimamos a energia característica do detector de fluorescência do Observatório Pierre Auger como sendo: $0,56 \times 10^8$ GeV. Observando a equação (6.2), vemos que para uma energia característica menor, o parâmetro de impacto do chuveiro (R_p) será maior, ou seja, o Observatório Pierre Auger deverá 'enxergar' mais do que o Fly's Eye.

Supusemos então que o tau, ao decair, transfira um terço da sua energia para um chuveiro eletromagnético. Assim tomando a inversa da expressão (6.2), temos o parâmetro de impacto do chuveiro (a distância que o detector 'enxerga') em função da energia.

Portanto a abertura efetiva depende da energia do tau. Para energias pequenas, a abertura efetiva aumenta com a energia, pois o parâmetro de impacto do chuveiro (R_p) aumenta com a energia. Para energias maiores ocorre um outro fenômeno, apesar do parâmetro de impacto (R_p) continuar crescendo com a energia, a distância de decaimento do tau (λ_τ) cresce muito mais rápido (pois seu crescimento é linear com a energia, enquanto que o crescimento de R_p é aproximadamente logarítmico) e assim o tau decairá num chuveiro eletromagnético somente após ter saído da região de detecção, causando assim uma diminuição da abertura efetiva com o aumento da energia.

A abertura efetiva de cada detector de fluorescência em função da energia é

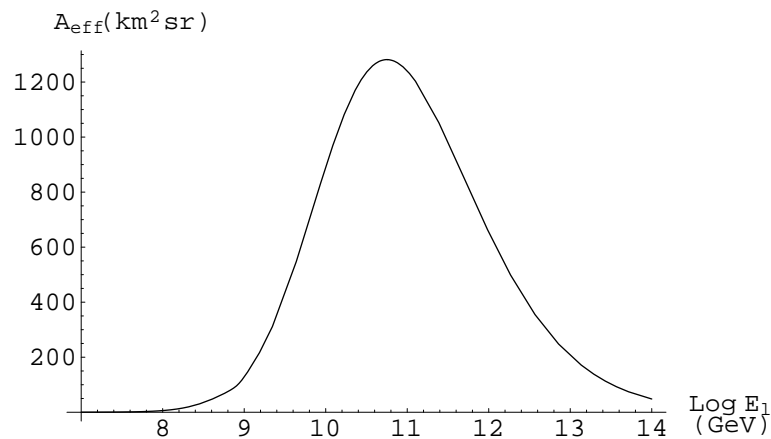


Figura 6.4: Área efetiva ($A\Omega$ (km^2sr)) de cada detector de fluorescência do Observatório Pierre Auger em função da energia do tau (E_{τ}) ao sair da Terra.

dada na figura 6.4. Vemos que a abertura efetiva tem o seu máximo próximo de $E_{\tau} = 10^{11}$ GeV, sendo a energia do chuveiro eletromagnético aproximadamente igual a um terço da energia do tau.

Ao considerarmos o número de eventos detectados é necessário lembrar que a detecção por fluorescência só pode ser realizada em noites escuras e sem núvens, ou seja, cerca de 10% do tempo.

O Observatório Pierre Auger contará com três detectores de fluorescência, dispostos triangularmente e separados por uma distância de 32,74 km [30]. De acordo com a equação (6.2), vemos que, para uma distância de 16,37 km a energia do tau deve ser de aproximadamente 3×10^{10} GeV. Assim, não precisamos nos preocupar com eventos observados por 2 detectores simultaneamente. Portanto o número de eventos detectados no Observatório Pierre Auger é simplesmente o triplo de eventos observado em cada detector de fluorescência, que está apresentado na tabela 6.1 para um período de três anos.

E_i (GeV)	WB	MPR _{max}	GZK	TD
$10^7 - 10^8$	0,034	1,5	0,0013	0,018
$10^8 - 10^9$	0,22	9,8	0,041	0,21
$10^9 - 10^{10}$	0,31	13,6	0,048	0,39
$10^{10} - 10^{11}$	0,11	4,8	0,0026	0,11
$10^{11} - 10^{12}$	0,011	0,47	$3,3 \times 10^{-6}$	0,0031
Total	0,68	30,2	0,093	0,73

Tabela 6.1: Número de taus detectados a cada três anos no detector de fluorescência do Observatório Pierre Auger.

Conclusões

Neste trabalho estudamos a detecção de neutrinos que se propagam no interior terrestre, dando origem a léptons carregados que emergem da Terra e são observados no detector de fluorescência do Observatório Pierre Auger.

Verificamos que elétrons, devido à sua grande seção de choque, não se propagam no interior terrestre. Já os múons de baixas energias saem da Terra com um fluxo maior que o do tau. Entretanto, a energias acima de $4,3 \times 10^7$ GeV, o tau apresenta um fluxo maior que o do múon. Além disso, após viajar uma distância média dada por $c\tau\gamma$ ($\approx 49 \text{ km} \times (E_\tau/\text{EeV})$), o tau decairá, produzindo píons e káons que darão origem a um chuveiro eletromagnético. Portanto o tau é mais facilmente detectado do que o múon. Assim consideramos apenas a detecção do tau.

Este trabalho foi realizado seguindo o Modelo Padrão. Não foram utilizadas suposições sobre um enorme aumento da seção de choque do neutrino, como têm aparecido atualmente na literatura. Entretanto, somente graças à oscilação de neutrinos, haverá um fluxo de neutrinos do tau chegando até nós. Portanto, a oscilação de neutrinos foi a única extensão ao Modelo Padrão que assumimos, além é claro da utilização do fluxo de neutrinos do modelo *Top-Down*, que baseia-se nas Teorias de Grande Unificação.

Assim concluimos que a detecção de neutrinos é possível, mas, dependendo do modelo do fluxo de neutrinos utilizado (WB, MPR, GZK, TD), o número de eventos pode ser muito pequeno. Comparando os extremos obtidos, temos: aproximadamente um evento a cada trinta anos para o fluxo de neutrinos de origem GZK; aproximadamente um evento detectado por mês para o fluxo MPR_{max} .

Apesar do número de eventos obtidos ser pequeno (ver tabela 6.1), ele é condizente com aquele apresentado por Feng, Fisher, Wilczek e Yu [3], apresentando a mesma ordem de grandeza.

Apêndice A

A profundidade

A profundidade vertical é a quantidade de matéria (em g/cm^2) sob a qual a partícula se encontra, e é representada por:

$$X_v = \int_h^\infty \rho(z) dz.$$

onde h é a altura em que a partícula é detectada.

A.1 Equivalente em água

A distância percorrida por uma partícula (em g/cm^2) é definida como:

$$X(h) = \int_a^{a+h} \rho dx$$

Para a água temos:

$$X(h) = \rho_{H_2O} h \tag{A.1}$$

A distância percorrida por uma partícula (em g/cm^2) é definida como:

$$X(h) = \int_a^{a+h} \rho dx$$

Para a água temos:

$$X(h) = \rho_{H_2O} h \tag{A.2}$$

Exemplo: Consideremos que uma partícula percorreu 1 km de equivalente em água, assim:

$$h = 1 \text{ km de equiv. em água} = 10^5 \text{ cm de equiv. em água}$$

logo, de acordo com a equação (A.2), temos:

$$X(1 \text{ km}) = \rho_{H_2O} 10^5 \text{ cm} = 1 \text{ g cm}^{-3} \times 10^5 \text{ cm} = 10^5 \text{ g/cm}^2.$$

Assim vemos que é muito conveniente expressar as distâncias em equivalente em água, pois (devido a densidade da água - $\rho_{H_2O} = 1 \text{ g/cm}^3$) é facilmente convertida em g/cm^2 que pode ser utilizada para qualquer meio.

Apêndice B

Perda de energia dos neutrinos

Como dito anteriormente, a seção de choque de corrente neutra causa apenas uma perda de energia do neutrino. Após uma distância z , a probabilidade de um neutrino não ter sofrido uma interação fraca de corrente neutra é dada por:

$$P_0(E_0, 0, z) = \exp\left(-\int_0^z \frac{dz'}{L_{CN}^\nu(E_0)}\right). \quad (\text{B.1})$$

Esta é a probabilidade de encontrarmos as partículas mais energéticas, ou seja, partículas que não sofreram nenhuma interação. Entretanto, as partículas originais podem sofrer uma interação fraca de corrente neutra e continuar se propagando com uma energia menor do que (mas proporcional a) energia da partícula inicial que consideraremos igual a aE_0 (que é igual a energia do neutrino incidente $- E_0$ – vezes uma constante de proporcionalidade a – que indica a elasticidade do processo). Assim a probabilidade de encontrarmos uma partícula no ponto z que sofreu uma interação de corrente neutra num ponto z_1 é:

$$\begin{aligned} P'_1(E_0, 0, z_1, z) &= P_0(E_0, 0, z_1) P_{\nu \rightarrow \nu}(E_0, z_1) P_0(E_1, z_1, z) \\ &= P_0(E_0, 0, z_1) \frac{dz_1}{L_{CN}^\nu(E_0, z_1)} P_0(E_1, z_1, z), \end{aligned}$$

esta probabilidade é a probabilidade do neutrino inicial chegar ao ponto z_1 , e então sofrer uma interação de corrente neutra no ponto z_1 ($P_{\nu \rightarrow \nu}(E_0, z_1) = dz_1/L_{CN}^\nu(E_0, z_1)$) e do neutrino (agora com uma energia menor) viajar do ponto z_1 ao ponto z . Considerando a probabilidade desta interação ocorrer em todo e qualquer ponto intermediário, entre os pontos 0 e z , temos:

$$P_1(E_0, 0, z) = \int_0^z P'_1(E_0, 0, z_1, z) = \int_0^z \frac{dz_1}{L_{CN}^\nu(E_0, z_1)} P_0(E_0, 0, z_1) P_0(E_1, z_1, z). \quad (\text{B.2})$$

Devido a altíssima energia do neutrino, este propagar-se-á na mesma direção inicial. Temos agora a probabilidade de ocorrerem duas interações neste trecho, a primeira interação deverá ocorrer num ponto z_1 (entre 0 e z) e a segunda num ponto z_2 (entre z_1 e z):

$$P_2(E_0, 0, z) = \int_0^z \frac{dz_1}{L_{CN}^\nu(E_0)} \int_{z_1}^z \frac{dz_2}{L_{CN}^\nu(E_0, z_1)} P_0(E_0, 0, z_1) P_0(E_1, z_1, z_2) P_0(E_2, z_2, z), \quad (\text{B.3})$$

e a energia do neutrino será $a^2 E_0$.

A medida que o número de interações aumenta, diminui a energia do neutrino, quando ocorrem n interações, a energia do neutrino será $a^n E_0$ ($a < 1$).

Façamos uma melhor análise da contribuição destes termos de menor energia. Podemos desenvolver P_1 e escrever:

$$\begin{aligned} P_1(E_0, 0, z) &= \int_0^z \frac{dz_1}{L_{CN}(E_0)} \exp \left[- \int_0^{z_1} \frac{dz'}{L_{CN}(E_0)} \right] \exp \left[- \int_{z_1}^z \frac{dz'}{L_{CN}(E_1)} \right] \\ &= \int_0^z \frac{dz_1}{L_{CN}(E_0)} \exp \left[- \frac{z_1}{L_{CN}(E_0)} - \frac{z - z_1}{L_{CN}(E_1)} \right]. \end{aligned}$$

Precisamos relacionar o livre caminho médio do neutrino em função da energia, para isso verificamos que:

$$L_{CN}(E) = \frac{1}{\sigma_{CN}(E) \rho N_A},$$

onde a seção de choque é proporcional a $E^{0,363}$ ($\sigma(E) \propto E^{0,363}$)[19], assim:

$$\sigma(E_1) = \left(\frac{E_1}{E_0} \right)^{0,363} \sigma(E_0) = a^{0,363} \sigma(E_0),$$

onde a é o parâmetro de elasticidade da interação de corrente neutra, portanto:

$$\frac{1}{L_{CN}(E_1)} = \sigma_{CN}(E_1) \rho N_A = a^{0,363} \sigma(E_0) \rho N_A = A \sigma(E_0) \rho N_A,$$

onde utilizamos que $A = (E_1/E_0)^{0,363} = a^{0,363}$. Assim:

$$\begin{aligned} P_1 &= \int_0^z \frac{dz_1}{L_{CN}(E_0)} \exp \left\{ - \frac{1}{L_{CN}(E_0)} [z_1(1 - A) + Az] \right\} \\ &= \frac{(P_0)^A - P_0}{1 - A}. \end{aligned}$$

Fazendo o mesmo para P_2 , encontramos:

$$P_2 = \frac{(P_0)^{A^2} - P_0}{(1-A)(1-A^2)} - \frac{P_1}{1-A}.$$

Para um número n qualquer de interações, encontramos:

$$P_n = \frac{(P_0)^{A^n} - P_0}{(1-A)(1-A^2)\dots(1-A^n)} - \frac{P_{n-1}}{(1-A)\dots(1-A^{n-1})} - \dots - \frac{P_1}{1-A},$$

que pode ser reescrito como:

$$P_n = [(P_0)^{A^n} - P_0] \prod_{l=1}^n \frac{1}{1-A^l} - \sum_{m=1}^{n-1} P_m \prod_{l=1}^{n-m} \frac{1}{1-A^l}.$$

Lembremos agora que a energia do neutrino após ter sofrido n interações de corrente neutra é: $E_n = a^n E_0$. A energia média do neutrino será dada por:

$$\begin{aligned} E &= \sum_{n=0}^{\infty} E_n P_n = E_0 \sum_{n=0}^{\infty} a^n P_n \\ &= E_0 \sum_{n=0}^{\infty} a^n \left\{ [(P_0)^{A^n} - P_0] \prod_{l=1}^n \frac{1}{1-A^l} - \sum_{m=1}^{n-1} P_m \prod_{l=1}^{n-m} \frac{1}{1-A^l} \right\}. \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

Na figura B.1 vemos a função dada pela equação (B.4) (apenas os primeiros 10 termos) em função do número de livres caminhos médios percorridos (L), e vemos que esta função é bem aproximada por:

$$E_\nu(z) = E_0 \exp\left(-\frac{z}{5,7L_{CN}(E_0)}\right) = E_0 \exp\left(-\frac{z}{5,7L_{CC}(E_0)}\right), \quad (\text{B.5})$$

assim, a perda de energia do neutrino ocorre bem mais lentamente do que a produção de um lépton carregado, e assim, podemos desprezar totalmente a perda de energia do neutrino.

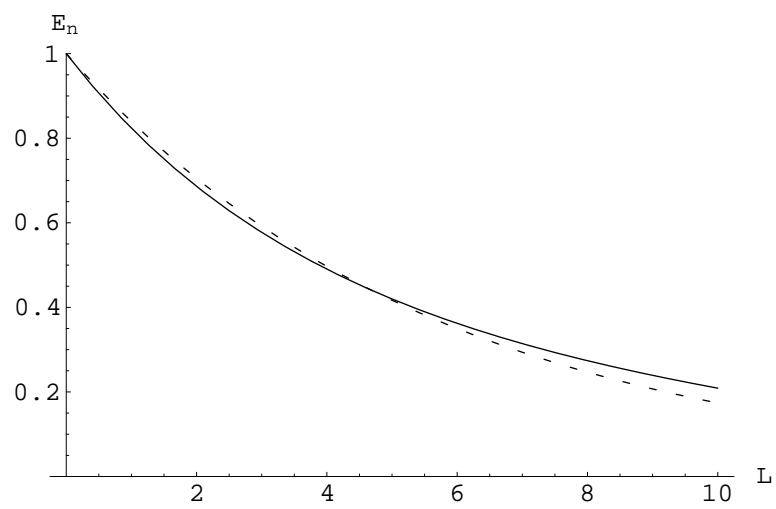


Figura B.1: Energia do neutrino em função do número de livres caminhos médios percorridos (L). A linha contínua representa apenas os 10 primeiros termos da equação (B.4), enquanto que a linha pontilhada representa a equação (B.5).

Apêndice C

Livre caminho médio do neutrino

Um mol (N_A – Número de Avogrado) de átomos com massa atômica A (em unidades de massa atômica) tem massa A (em gramas). Em outras palavras, M gramas de uma substância contém $M \times N_A$ nucleons.

O número de nucleons por unidade de volume é dado por MN_A/V , onde V é o volume.

O neutrino tem uma seção de choque $\sigma^\nu(E_\nu)$, assim o número de colisões por unidade de comprimento será: $\sigma^\nu(E_\nu)MN_A/V$. Logo, o livre caminho médio do neutrino é:

$$L = \frac{V}{\sigma^\nu(E_\nu)M(r)N_A} = \frac{1}{\sigma^\nu(E_\nu)\rho(r)N_A},$$

onde utilizamos que a massa do meio material pode variar de ponto a ponto (ou seja, depende do ponto r), e que $\rho(r) = M(r)/V$.

Apêndice D

Unidades

keV	10^3 eV
MeV	10^6 eV
GeV	10^9 eV
TeV	10^{12} eV
PeV	10^{15} eV
EeV	10^{18} eV
ZeV	10^{21} eV

Apêndice E

Fluxo de léptons carregados para um fluxo de neutrinos do tipo Waxman-Bahcall

Para um fluxo do tipo:

$$\frac{d\Phi_\nu}{dE_\nu} = \frac{k}{E_\nu^2},$$

onde k é uma constante, obtemos o seguinte fluxo de léptons carregados:

$$\frac{d\Phi_l}{dE_l} = \frac{k}{2R_\oplus E_l \beta_l \rho} \int dE_\nu \frac{1}{E_\nu^2} \exp \left[\frac{m_l}{c\tau_l \beta_l \rho} \left(\frac{1}{aE_\nu} - \frac{1}{E_l} \right) \right].$$

Fazendo uma simples mudança de variável ($1/E_\nu = x$), temos:

$$\frac{d\Phi_l}{dE_l} = \frac{k}{2R_\oplus E_l \beta_l \rho} \int_{a/E_l}^{1/(E_\nu^{\max})} dx x^2 \exp \left[E_l^{\max} \left(\frac{x}{a} - \frac{1}{E_l} \right) \right],$$

onde tomamos $E_\nu^{\min} = E_l/a$, pois esta é a menor energia que que um neutrino pode ter e ainda assim contribuir para um fluxo de léptons carregados com energia igual a E_l . Assim:

$$\frac{d\Phi_l}{dE_l} = \frac{k c \tau a}{2R_\oplus m_l E_l} \left\{ \exp \left[E_l^{\max} \left(\frac{1}{E_l} - \frac{1}{E_l} \right) \right] - \exp \left[E_l^{\max} \left(\frac{1}{aE_\nu^{\max}} - \frac{1}{E_l} \right) \right] \right\},$$

onde $E_l^{\max} = m_l/(c\tau_l \beta_l \rho)$ e E_ν^{\max} é a energia máxima até onde se estende o fluxo dado por $d\Phi_\nu/dE_\nu = kE_\nu^{-2}$, portanto:

$$\frac{d\Phi_l}{dE_l} = \frac{k c \tau a}{2R_\oplus m_l E_l} \left\{ 1 - \exp \left[E_l^{\max} \left(\frac{1}{aE_\nu^{\max}} - \frac{1}{E_l} \right) \right] \right\}.$$

Se o fluxo de neutrinos se estender até energias pelo menos uma ordem de grandeza acima daquelas observadas nos detectores, podemos considerar, com uma aproximação razoável:

$$\frac{d\Phi_l}{dE_l} = \frac{k c \tau a}{2R_\oplus m_l E_l} \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{E_l^{\max}}{E_l} \right] \right\}.$$

Esta aproximação torna-se melhor quanto mais se estender o fluxo de neutrinos com o mesmo espectro de energia.

Referências

- [1] S. Fukuda *et al.* [Super-Kamiokande Collaboration], Phys. Rev. Lett. **81**, 1562 (1998) [arXiv:hep-ex/9807003].
- [2] S. Fukuda *et al.* [Super-Kamiokande Collaboration], Phys. Rev. Lett. **85**, 3999 (2000) [arXiv:hep-ex/0009001].
- [3] J. L. Feng, P. Fisher, F. Wilczek e T. M. Yu, Phys. Rev. Lett. **88**, 161102 (2002) [arXiv:hep-ph/0105067].
- [4] K. Greisen, Phys. Rev. Lett. **16**, 748 (1966).
- [5] G. T. Zatsepin e V. A. Kuz'min, JETP Lett. **4**, 78 (1966).
- [6] F. A. Aharonian e J. W. Cronin, Phys. Rev. D **50** 1892 (1994).
- [7] P. Sokolsky, *Introduction to Ultrahigh Energy Cosmic Ray Physics* (Addison-Wesley, New York, 1989)
- [8] L. Anchordoqui, T. Paul, S. Reucroft e J. Swain, [arXiv:hep-ph/0206072].
- [9] F. Halzen e D. Hooper, Rept. Prog. Phys. **65**, 1025 (2002) [arXiv:astro-ph/0204527].
- [10] E. Fermi, Phys. Rev. **75**, 1169 (1949).
- [11] A. Letessier-Selvon, AIP Conf. Proc. **566**, 157 (2000) [arXiv:astro-ph/0009444].
- [12] F. W. Stecker, Lectures given at the D. Chalonge Euroschool, Nov 2000, Erice, Italy. [arXiv:astro-ph/0101072].
- [13] Y. Uchihori, M. Nagano, M. Takeda, M. Teshima, J. Lloyd-Evans e A. A. Watson, Astropart. Phys. **13**, 151 (2000) [arXiv:astro-ph/9908193].
- [14] E. Waxman e J. Bahcall, Phys. Rev. D **59**, 023002 (1999) [arXiv:hep-ph/9807282].

- [15] J. Bahcall e E. Waxman, Phys. Rev. D **64**, 023002 (2001) [arXiv:hep-ph/9902383].
- [16] K. Mannheim, R. J. Protheroe e J. P. Rachen, Phys. Rev. D **63**, 023003 (2001) [arXiv:astro-ph/9812398].
- [17] J. P. Rachen, R. J. Protheroe e K. Mannheim, [arXiv:astro-ph/9908031].
- [18] R. Gandhi, C. Quigg, M. H. Reno e I. Sarcevic, Astropart. Phys. **5**, 81 (1996) [arXiv:hep-ph/9512364].
- [19] R. Gandhi, C. Quigg, M. H. Reno e I. Sarcevic, Phys. Rev. D **58**, 093009 (1998) [arXiv:hep-ph/9807264].
- [20] G. C. Hill, Astropart. Phys. **6**, 215 (1997) [arXiv:astro-ph/9607140].
- [21] Adam Dziewonski, “Earth Structure, Global”, in *The Encyclopedia of Solid Earth Geophysics*, edited by David E. James (Van Nostrand Reinhold, New York, 1989), p. 331.
- [22] P. Lipari, T. Stanev, Phys. Rev. D **44**, 3543 (1991).
- [23] S. I. Dutta, M. H. Reno, I. Sarcevic e D. Seckel, Phys. Rev. D **63**, 094020 (2001) [arXiv:hep-ph/0012350].
- [24] J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics* (John Wiley & Sons, New York, 1975)
- [25] M. S. Longair, *High Energy Astrophysics* (Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1992)
- [26] C. Barbot, M. Drees, F. Halzen e D. Hooper, Phys. Lett. B **555**, 22 (2003) [arXiv:hep-ph/0205230].
- [27] R. M. Baltrusaitis *et al.*, Nucl. Instrum. Meth. A **240**, 410 (1985).
- [28] S. Coutu, X. Bertou, P. Billoir, *Proceedings of the 23rd Johns Hopkins Workshop on Current Problems in Particle Theory (Neutrinos in the Next Millennium)*, Baltimore, 1999, GAP Note 1999-030.
- [29] S. Bottai e S. Giurgola, Astropart. Phys. **18**, 539 (2003) [arXiv:astro-ph/0205325].
- [30] Pierre Auger Observatory Design Report, <http://www.auger.org>