

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Campus de Rio Claro

Rogério Deienno

**DINÂMICA E ESTABILIDADE DE SATÉLITES REGULARES COMO
CONSEQUÊNCIA DA MIGRAÇÃO PLANETÁRIA**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas do Campus de Rio Claro, da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Física, área de Física Aplicada.

Orientador: Tadashi Yokoyama

Rio Claro - SP
2010

520 Deienno, Rogerio
D324d Dinâmica e estabilidade de satélites regulares como
consequência da migração planetária / Rogerio Deienno. - Rio
Claro : [s.n.], 2010
78 f. : il., gráfs., forms., tabs.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista,
Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Orientador: Tadashi Yokoyama

1. Astronomia. 2. Evolução orbital. 3. Sistema solar. 4.
Mecânica celeste. I. Título.

Rogério Deienno

**DINÂMICA E ESTABILIDADE DE SATÉLITES REGULARES COMO
CONSEQUÊNCIA DA MIGRAÇÃO PLANETÁRIA**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas do Campus de Rio Claro, da Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Física, área de Física Aplicada.

Comissão Examinadora

Tadashi Yokoyama
Rodney da Silva Gomes
Nelson Callegari Junior

Rio Claro, 05 de agosto de 2010

Resultado: APROVADO

Aos meus amigos.

À minha companheira Sabrina.

Em especial aos meus pais e minha irmã.

Agradecimentos

À minha família, pelo incentivo, pelos conselhos, pela grande ajuda e por apesar da distância estarem sempre próximos.

Ao professor Dr. Tadashi Yokoyama, pela orientação, pelas valiosas discussões, conselhos, incentivo e amizade.

Ao Dr. Nelson Callegari Jr. pelas valiosas discussões, conselhos, amizade e incentivo.

Ao Diogo, Pedro e Diego pela amizade, discussões e incentivo.

À Dra. Érica Cristina Nogueira e ao Dr. Rodney da Silva Gomes por toda colaboração.

À Sabrina por toda compreensão, incentivo e companhia.

À todos os colegas de república que moraram comigo e dividiram muitos problemas e alegrias, em especial ao Wagner, ao Celso e ao Leonardo.

Aos amigos feitos durante minha graduação, em especial às turmas de física de 2004 e 2005.

Aos docentes, funcionários e colegas do DEMAC.

Ao Programa de Pós Graduação em Física da UNESP de Rio Claro.

À FAPESP e à CAPES pelo suporte financeiro.

Resumo

Segundo Tsiganis et al (2005), no modelo de Nice os satélites regulares dos planetas gigantes seriam imunes aos efeitos da migração sendo que os irregulares em geral seriam ejetados. Uma demonstração clara e os cálculos que levam a isso, não são conhecidos. Neste trabalho estudaremos este problema, em especial para os casos dos sistemas de Urano e Saturno. Usamos o código de Gomes et al (2005) e tal com em Yokoyama et al (2008), o efeito do Sol e do achatamento do planeta será tomado, incluindo agora o disco planetesimal e a interação mútua dos satélites regulares. Os encontros próximos entre os satélites e planetesimais são tratados tal como em Nogueira (2008). Investigamos a possibilidade de existência de uma distância limite tal que satélites interiores a este limite resistam às instabilidades da migração. Neste sentido observa-se que Oberon e Titan, em geral, são os mais distantes (últimos) satélites que resistem à migração. Assim, em geral os objetos irregulares não resistem à migração. Por outro lado, as simulações mostram que embora os atuais satélites regulares sejam de fato primordiais, eventualmente podem ocorrer significativas instabilidades nesta região, que poderiam causar ejeção de algum satélite regular. Como resultado natural dos vários encontros, algumas capturas de satélites irregulares ocorrem. Neste sentido, um breve estudo de satélites capturados é mostrado.

Palavras Chaves: Astronomia, Evolução orbital, Sistema Solar, Mecânica celeste.

Abstract

According to Tsiganis et al (2005), in the Nice model, the regular satellites of the giant planets would be immune under the effects of the migration while the irregular ones would be ejected. A clear demonstration and the simulations showing that are not known. In this work we study this problem, in special for the cases of Uranus' and Saturn's systems. We use Gomes' code (GOMES et al,2005) and as in Yokoyama et al(2008), the effect of the Sun and of the oblateness of the planet are taken, but now including the planetesimal disk and the mutual interaction of the regular satellites. The close encounters between the satellites and the planetesimals are taken as in Nogueira (2008). We investigate the possibility of the existence of a limit distance such that satellites within this limit, resist the instabilities of the migration. In this sense we observe that, in general, Oberon and Titan are the outermost (last) that resist to the migration. Therefore, in general the irregular objects do not resist the migration. On the other hand, the simulations also show that although the current regular satellites are indeed primordial, eventually, some significant instabilities can occur in their region, leading to a possible ejection of some regular satellite. As a natural result of the several encounters, some captures of the irregular satellites occur. In this sense, a brief study of the captured satellites is shown.

Key Words: Astronomy, Orbital evolution, Solar System, Celestial mechanics.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	9
2	OBJETIVOS	11
3	METODOLOGIA	13
3.1	Satélites regulares & irregulares	13
3.2	Modelos de migração	15
3.3	Integração com satélites	17
3.4	Encontros próximos & massa dos planetesimais	19
4	RESULTADOS	22
4.1	Sensibilidade dos modelos migratórios	22
4.2	Integração com a técnica de interpolação	23
4.2.1	Satélites de Urano - sem planetesimais	25
4.2.2	Satélites de Urano - com planetesimais	29
4.2.3	Satélites de Urano - capturados	34
4.2.4	Satélites de Saturno - sem planetesimais	37
4.2.5	Satélites de Saturno - com planetesimais	39
4.2.6	Satélites de Saturno - capturados	45
5	CONCLUSÕES	48
	REFERÊNCIAS	50
	APÊNDICES	53
A	A função do achatamento e a obliquidade do planeta	54
B	Satélites de Urano - Sem planetesimais	59
B.1	Tabela 4.1: Sistema Solar atual, M1 e M2	59
B.2	Tabela 4.1: M3, M4 e M5	60

C	Satélites de Urano - Com planetesimais	61
C.1	Tabela 4.2: modelo M1	61
C.2	Tabela 4.2: modelo M2	62
C.3	Tabela 4.2: modelo M3	62
C.4	Tabela 4.2: modelo M4	63
C.5	Tabela 4.2: modelo M5	64
D	Satélites de Urano - Capturados	65
D.1	Tabela 4.3: modelo M1	65
D.2	Tabela 4.3: modelo M2	65
D.3	Tabela 4.3: modelo M3	66
D.4	Tabela 4.3: modelo M4	67
D.5	Tabela 4.3: modelo M5	67
E	Satélites de Saturno - Sem planetesimais	68
E.1	Tabela 4.4: Sistema Solar atual, M1 e M2	68
E.2	Tabela 4.4: M3, M4 e M5	69
F	Satélites de Saturno - Com planetesimais	70
F.1	Tabela 4.5: modelo M1	70
F.2	Tabela 4.5: modelo M2	71
F.3	Tabela 4.5: modelo M3	72
F.4	Tabela 4.6: modelo M4	73
F.5	Tabela 4.6: modelo M5	74
G	Satélites de Saturno - Capturados	75
G.1	Tabela 4.7: modelo M1	75
G.2	Tabela 4.7: modelo M2	76
G.3	Tabela 4.7: modelo M3	77
G.4	Tabela 4.7: modelo M4	78
G.5	Tabela 4.7: modelo M5	78

Capítulo 1

INTRODUÇÃO

Durante muito tempo uma explicação para a atual configuração do Sistema Solar vem sendo procurada. Nas últimas décadas as ideias de Fernandez & Ip 1996, e mais recentemente de Tsiganis et al 2005 e Morbidelli et al 2007, tem sido bastante exploradas na busca de soluções. Durante essa busca, alguns modelos que explicam a atual configuração de nosso Sistema Solar têm alcançado algum sucesso. Mesmo assim, nenhum deles ainda se apresenta em sua forma final, completa capaz de explicar como nosso Sistema Solar era no início e como evoluiu até sua configuração atual. Logo no começo, modelos contendo planetesimais com massa foram propostos (primeiramente por Fernandez & Ip 1996), embora em número pequeno se comparado com o que usamos hoje em dia. Os autores tomaram um disco de aproximadamente 2000 planetesimais, considerando os planetas Júpiter e Saturno já formados, e Urano e Netuno no término de suas formações.

Essa técnica, com algumas variações, tem sido o ponto de partida para o estudo da evolução do Sistema Solar planetário considerando a ação dos planetesimais. Atualmente, o modelo de evolução do Sistema Solar planetário mais aceito é o chamado modelo de Nice (hoje em sua segunda versão). Basicamente consiste em iniciar o Sistema Solar com apenas os quatro planetas gigantes, todos já formados (TSIGANIS et al 2005, MORBIDELLI et al 2007). Na primeira versão do modelo de Nice (utilizada por nós neste trabalho), os autores também consideram um disco de planetesimais com massa total $\approx 35M_T$ (onde M_T é a massa da Terra). Essas $35M_T$ formavam um disco de até 10000 planetesimais (o que resulta em planetesimais com massa da ordem de $1.05 \times 10^{-8}M_\odot$). De início os planetas começam em órbitas compactas, muito próximos entre si. Devido a interação com o disco de planetesimais os planetas migram de suas posições de origem até aquelas próximas das que temos hoje. As diferenças entre o modelo de Fernandez & Ip 1996 e o de Tsiganis et al 2005, residem no fato que Urano e Netuno já estão formados desde o início e também na passagem de Júpiter e Saturno pela ressonância 2S:1J causada pela interação dos planetas com o disco de partículas. A passagem pela ressonância 2S:1J é responsável pelo aumento da excentricidade da órbita de Saturno. Devido a proximidade das órbitas e da instabilidade criada (influência de Saturno), Urano e Netuno que também têm suas excentricidades orbitais aumentadas, entram no disco de planetesimais, podendo in-

clusivo alternar suas posições de origem. Esse fenômeno leva a conclusão de que os planetas Urano e Netuno, ao trocarem de posições (o que pode ocorrer várias vezes) passam por diversas situações de encontros próximos entre si. O raciocínio é válido também para Saturno, pois este é o planeta responsável por “lançar” o planeta de órbita mais interna (Urano ou Netuno) para dentro do disco de planetesimais. Outro ponto bastante interessante é que como os planetas Urano e Netuno entram no disco de planetesimais, o disco se desestabiliza e muitas colisões de planetesimais ocorrem com todos os planetas.

Gomes et al 2005 concluíram que o bombardeamento lunar tardio é resultado da passagem de Júpiter e Saturno pela ressonância 2S:1J.

Com base neste modelo alguns autores como Nesvorný et al 2007 e Nogueira 2008, apresentam resultados sobre a captura de satélites exteriores durante o processo de migração, depois da fase crítica de troca de posições, a qual ocorre na passagem de Júpiter e Saturno pela ressonância 2S:1J. Entretanto, os autores apresentam seus resultados baseados em diferentes metodologias. Nesvorný et al 2007 baseia-se na interação de três corpos durante um encontro planetário, onde considera um cenário com dois planetas se aproximando e um conjunto de planetesimais ao redor dos planetas que terão o encontro. Neste caso apenas os dois planetas e os planetesimais interagem, porém os planetesimais não interagem entre si. Nogueira 2008, assim como Agnor & Hamilton 2006, utilizam a metodologia de aproximação de um sistema binário com a esfera de influência de um planeta. A diferença entre os trabalhos de Nogueira 2008 e Agnor & Hamilton 2006 está no fato de que Nogueira 2008 utiliza como condições iniciais os encontros entre planetesimais e planetas provenientes do modelo de Nice.

De fato, após Fernandez & Ip 1996, muitos trabalhos sobre asteroides, troianos, plutinos, KBOs, etc, têm sido apresentados. Entretanto, como mencionado em Nesvorný et al 2003, em nosso esforço para entender a parte final da história de evolução do Sistema Solar, a população de satélites ocupa uma posição de maior interesse. De acordo com estes autores, o estudo de satélites pode nos providenciar informações que não podem ser obtidas a partir de outras fontes.

Entretanto, enquanto grande parte das investigações estão voltadas para satélites distantes, neste trabalho nós estamos interessados nos possíveis efeitos da migração sobre alguns satélites primordiais, os quais se formaram próximos ao planeta. Nós também daremos atenção ao seguinte ponto: até qual distância, satélites além de Oberon, Hyperion ou Callisto, podem ser capazes de suportar os encontros próximos que ocorreram durante a migração, ou se possivelmente nenhum objeto existiu nestas distâncias.

O estudo desenvolvido neste trabalho (limitado ao planeta Urano, Deienno et al 2010, Saturno e seus satélites) é importante pois, se os satélites são primordiais, esses se formaram simultaneamente com os planetas e portanto suportaram todas as perturbações possíveis que ocorreram durante a migração planetária.

O caso de Urano e seus satélites, em particular se torna interessante devido seu alto valor de obliquidade ($\epsilon \approx 97,86^\circ$), o que favorece o aparecimento da ressonância de Lidov-Kozai.

Capítulo 2

OBJETIVOS

O objetivo deste trabalho é fazer um estudo exploratório dos efeitos da migração sobre alguns satélites regulares dos planetas gigantes.

Nos dias de hoje, é bastante aceito que no passado os planetas gigantes sofreram o fenômeno de migração. Portanto, se os satélites destes planetas são primordiais, eles provavelmente devem ter sofrido os efeitos desta migração.

Tsiganis et al 2005 afirmam que o modelo de Nice preserva os satélites regulares e que esses são primordiais. Entretanto, devido o enorme tempo de cálculo, não é possível afirmar com segurança total esta estabilidade (de fato isto ainda não foi feito). Por outro lado, não é claro o porque da separação existente entre satélites regulares e irregulares. Beaugé et al 2002 e Nogueira 2008 estudaram a estabilidade de satélites regulares dos planetas gigantes durante a fase de migração de diferentes formas. Nogueira 2008 trabalhou diretamente com o modelo de Nice no estudo de estabilidade de satélites regulares, computando os encontros de planetesimais com os planetas gigantes. O estudo de Nogueira 2008 mostra que mesmo sendo primordiais, os satélites regulares poderiam ter ocupado posições diferentes das atuais, devido o efeito de constantes aproximações com planetesimais.

Basicamente nós usamos o modelo de Nice para migração planetária. Como este modelo é muito sensível às condições iniciais, a partir de migrações que aproximadamente reproduziram com sucesso nosso Sistema Solar atual, nós gravamos as órbitas dos planetas construindo um banco de dados. Gravamos também os encontros entre planetas e planetesimais provenientes de tais migrações, construindo um segundo banco de dados. Então integramos os satélites considerando as órbitas destes planetas retiradas de nosso primeiro banco de dados. Em um primeiro estudo, consideramos apenas a perturbação causada por encontros próximos planetários. Posteriormente, com o auxílio do segundo banco de dados, adicionamos os efeitos das perturbações causadas por encontros com planetesimais.

Urano é um planeta que comparado com os demais apresenta um grande valor de obliquidade. Tal fato favorece o surgimento da ressonância de Lidov-Kozai (KINOSHITA & NAKAI 1991). É nosso objetivo investigar a ausência de objetos a partir de um determinado semi-eixo maior, situado entre o último satélite regular até certas distâncias conhecidas como “semi-eixo

crítico” (a_c) que definem satélites exteriores (GOLDREICH 1966). No caso de Urano, trata-se de satélites com semi-eixos maiores do que $a \approx 22.83 R_U$ (Oberon), onde R_U significa raio equatorial de Urano. Para Saturno, semi-eixos maiores além de $a \approx 24.59 R_S$ (Hyperion), onde R_S significa raio equatorial de Saturno.

Capítulo 3

METODOLOGIA

3.1 Satélites regulares & irregulares

Como mencionado anteriormente, os trabalhos sobre migração planetária (FERNANDEZ & IP 1996, HAHN & MALHOTRA 1999, TSIGANIS et al 2005) deram início a muitas investigações sobre satélites planetários, em particular aqueles mais distantes do planeta (irregulares), uma vez que a maioria dos autores concorda que, aqueles próximos do planeta (regulares) são quase imunes ao fenômeno de migração.

Uma investigação detalhada dessa imunidade certamente envolve um tempo computacional não negligenciável já que os períodos orbitais destes satélites são muito menores do que o período daqueles chamados irregulares. Além disso, este tipo de imunidade deve considerar não somente os satélites regulares hoje conhecidos, mas também a estabilidade de outros além do satélite mais externo tendo em mente o que entendemos por satélite regular. Tsiganis et al 2005 e Nesvorný et al 2007, concluíram que satélites regulares, estão sob ação de pequenas perturbações durante os encontros próximos planetários. O nome satélite regular, geralmente é dado para aqueles muito próximos do planeta que apresentam pequena excentricidade e inclinação ($e \lesssim 0.1$ e $i \lesssim 5^\circ$ com o equador planetário, respectivamente). Aqueles distantes do planeta, normalmente com excentricidade e inclinação significantes, são chamados irregulares. Com algumas exceções (Tritão, Nereida, Phoebe ou Iapetus) esta classificação expressa as diferentes origens de cada grupo: o primeiro grupo, suposto primordial, foi formado ao redor do planeta, enquanto o segundo grupo teve origem de objetos capturados.

Ao invés de uma definição qualitativa, uma classificação alternativa e talvez melhor pode ser dada seguindo Goldreich 1966 e Burns 1986; vamos considerar a chamada distância ou semi-eixo crítico. Nesta distância, o torque na órbita do satélite devido o achatamento é igual ao torque causado pelo Sol.

$$a_c = \left(\frac{2M_p J_2}{M_\odot} \right)^{1/5} (1 - e_p^2)^{3/10} a_p^{3/5} R_p^{2/5} \quad (3.1)$$

onde M_p , a_p , e_p são a massa, semi-eixo maior e excentricidade do planeta.

Uma simples integração numérica (contendo o Sol, Urano e um satélite), mostra que para um objeto com semi-eixo maior $a < a_c$ a inclinação permanece quase constante em relação ao equador, enquanto para $a > a_c$ o objeto mantém inclinação constante com respeito ao plano orbital do planeta. Entretanto, para distâncias próximas ao a_c e dependendo da obliquidade do planeta, a excentricidade e o movimento do satélite em geral, pode tornar-se muito irregular (YOKOYAMA 2002).

É bem aceito que os satélites regulares são formados por material circumplanetário de um disco ao redor do planeta. Em particular, o único plano onde um disco de partículas pode permanecer sem dispersar, é o plano equatorial (GOLDREICH 1966). Por outro lado, este disco deve estar confinado em uma região interna ao a_c . Portanto, novamente seguindo Goldreich et al 1966, satélites equatoriais, com semi-eixo maior abaixo do a_c refletem uma condição de origem e não de evolução.

Baseado nestes argumentos, não é estranho que quase todos os satélites conhecidos e chamados de regulares, estão dentro da distância a_c . A exceção é Tritão que embora seja um satélite atualmente conhecido como irregular, apresentando uma inclinação retrógrada em relação ao equador de Netuno, tem sua origem relacionada à captura devido à quebra de um sistema binário de planetesimais (AGNOR & HAMILTON 2006).

Na tabela 3.1 nós listamos o semi-eixo maior crítico para os planetas gigantes. A primeira coluna apresenta os valores de a_c para a atual configuração, e os valores de semi-eixo maior atual dos planetas são mostrados na direita entre parêntesis. A segunda coluna é similar, mas os valores entre parêntesis são os semi-eixos maiores iniciais dos planetas como sugerido por Tsiganis et al 2005. Na última coluna nós apresetamos o satélite mais externo conhecido. Sua distância média aproximada (em R_p , raio equatorial do planeta) a partir do planeta também é dada entre colchetes.

Tabela 3.1: Distância crítica (em R_p) para configuração planetária atual e também para possível configuração inicial de um modelo de migração (TSIGANIS et al 2005, NOGUEIRA & GOMES 2008). Os valores entre parêntesis se referem ao semi-eixo maior (em UA) do planeta correspondente usado para calcular a_c , enquanto os valores entre colchetes fazem referência ao valor médio aproximado do semi-eixo maior atual (em R_p) do correspondente satélite.

Planetas	Hoje	Modelo de Nice	Mais Externo
Urano	68.3–(19.22)	50.2–(11.50)	Oberon–[22.8]
Netuno	75.7–(30.11)	48.2–(14.20)	Proteus–[4.8]
Saturno	41.6–(9.55)	37.9–(8.18)	Hyperion–[24.6]
Júpiter	32.5–(5.20)	33.4–(5.45)	Callisto–[26.3]

Vale atentar ao fato de que embora nos referimos aqui ao valor do semi-eixo de Hyperion como sendo $a \approx 24.6R_S$, este valor oscila entre $a \approx 24.4R_S$ e $a \approx 24.7R_S$ devido a ressonância 4:3 de movimento médio com Titan (CALLEGARI & YOKOYAMA 2010).

É notável que todos os satélites fora da tabela 3.1 com semi-eixo maior acima de a_c , têm

também maior excentricidade ou inclinação significativa quando comparado à aqueles com $a < a_c$. Entretanto, com o propósito de clareza na nomenclatura deste trabalho, nós preferimos dizer regulares aqueles satélites dos quais o semi-eixo maior estão dentro do a_c , caso contrário nós dizemos irregulares.

Para Urano nós podemos ver um intervalo interessante: apesar de um valor muito grande de $a_c \approx 68.3R_U$, o satélite mais distante, Oberon, está apenas $22.83R_U$ de distância de Urano. Atualmente não existe nenhum satélite no intervalo $[22.83R_U, a_c]$. Comparado com Júpiter e Saturno, a diferença parece ser bastante clara.

À primeira vista, parece que existe uma ausência de satélites além de Oberon. A ausência de tais satélites indica que ou eles foram desestabilizados durante os encontros próximos ocorridos na migração, ou eles nunca existiram. Para Netuno este vazio parece ser ainda mais crucial, porém neste caso a situação parece ser diferente e mais complicada uma vez que a possível captura de Tritão no passado, e também a órbita não usual de Nereida, devem ser levadas em conta, e parecem indicar que a dinâmica toda deva ter sido muito mais complexa no passado (GOLDREICH 1986, CÚK & GLADMAN 2005).

Analogamente, é interessante a grande distância que o atual satélite irregular mais próximo mantém do semi-eixo maior crítico a_c do correspondente planeta. No caso de Júpiter, o satélite irregular mais próximo está por volta de $80R_J$ afastado de Callisto (JEWITT & HAGHIGHIPOUR 2007). Talvez, esta grande distância esteja associada às colisões entre o mais externo satélite regular (Callisto no caso de Júpiter) com satélites irregulares capturados e altamente excêntricos. Usualmente as massas dos satélites irregulares (objetos capturados) são muito menores do que a massa dos satélites regulares mais afastados. Nesta situação, uma colisão causa a destruição ou ejeção daquele com pequena massa.

A questão sobre porque Oberon, Hyperion e Callisto são os satélites regulares mais afastados observados hoje, certamente é um produto de muitos e complexos eventos ocorridos no passado. Estes eventos estão relacionados ao processo de formação de satélites (CANUP & WARD 2006), migração planetária e também instabilidade dinâmica. Em especial para Urano (DEIENNO et al 2010) e Saturno, nós achamos que o recente resultado dado pelo modelo de Nice para migração planetária (TSIGANIS et al 2005) pode fornecer resultados interessantes nesta direção. Por outro lado, este estudo serve também para verificar como o modelo de Nice (em sua primeira versão) deve ter influenciado na atual arquitetura dos satélites (tanto regulares como irregulares), tendo em vista os efeitos causados durante a migração planetária.

3.2 Modelos de migração

O ponto de partida de nosso estudo decorre diretamente do estudo do modelo de Nice, em particular a passagem pela ressonância 2S:1J. Basicamente, para realizar este trabalho, nós usamos o “código” desenvolvido por Gomes (GOMES et al 2005). Muitas integrações foram realizadas, com diferentes posições iniciais para os planetas gigantes. Como se sabe, é durante

a passagem pela ressonância 2S:1J que os planetas sofrem muitos encontros próximos entre si, e também é durante esta passagem que os planetas sofrem mudanças abruptas em seus semi-eixos maiores. Devido a este fato, iniciaremos nosso trabalho reproduzindo parte da migração, do início, até pouco depois da passagem de Júpiter e Saturno por essa ressonância, onde todos os planetas já não têm mais encontros próximos entre si, e suas órbitas tendem às suas posições atuais.

Os gráficos *A1* e *A2* na figura 3.1, mostram a evolução temporal de dois modelos onde a única diferença reside em uma pequena mudança nos semi-eixos iniciais de Urano e Netuno entre um modelo e o outro.

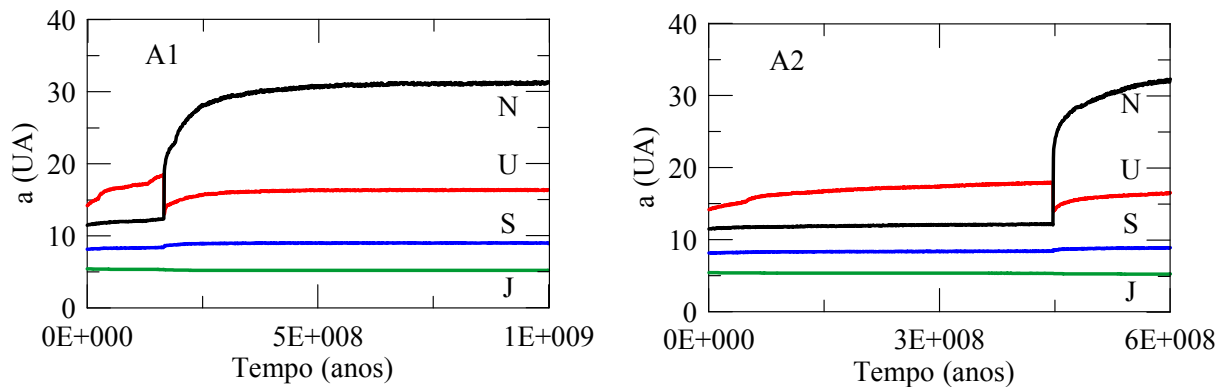


Figura 3.1: Dois modelos de migração mostrando a evolução temporal do semi-eixo maior dos planetas. Apenas uma pequena mudança no semi-eixo maior inicial de Urano e Netuno foi realizada entre um modelo e outro.

Como a escala de tempo da figura 3.1 é muito grande, a visualização do que pode ter ocorrido é prejudicada, principalmente durante a passagem pela ressonância 2S:1J, quando os planetas Urano e Netuno trocam suas posições.

Assim, veja a figura 3.2, gráficos *R1* e *R2*, onde vemos alguns detalhes do que ocorre neste período para os gráficos *A1* e *A2* figura 3.1.

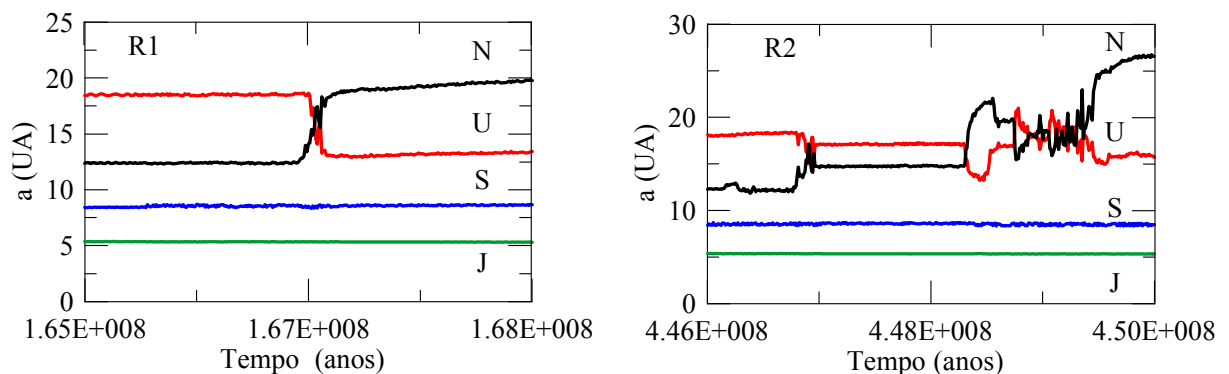


Figura 3.2: Semi-eixo dos planetas gigantes contra o tempo durante a 2S:1J. Relação entre os gráficos *A1* e *R1*, assim como *A2* e *R2*.

Com base em inúmeras simulações podemos afirmar que Urano e Netuno poderiam ter se formado com suas órbitas iniciais trocadas, como pode ser observado na figura 3.1. Por outro

lado, não é necessário que Urano e Netuno tenham realmente se formado nas configurações da figura 3.1, podendo a troca de posições nunca ter ocorrido. Entretanto, os encontros próximos planetários característicos da 2S:1J sempre ocorrem. Deste modo, assim como Tsiganis et al 2005, podemos concluir que o nome dado aos planetas se faz considerando-se as órbitas finais. Como se observa na figura 3.1 nossas simulações reproduzem muito bem a evolução migratória mencionada por Tsiganis et al 2005.

É de grande importância analisar nestas figuras que os planetas, independentemente das posições iniciais de Urano e Netuno, sempre apresentam o mesmo padrão de evolução temporal até que Júpiter e Saturno alcancem a ressonância 2S:1J. Durante a passagem por esta ressonância pouco se pode afirmar sobre o comportamento subsequente do sistema, pelo menos nos primeiros milhões de anos (este fenômeno, quase que padrão, foi observado em todos os testes).

Outro ponto que merece nossa atenção é que uma migração pode ter desde um número pequeno de encontros planetários, até uma grande quantidade de encontros. Na figura 3.2, embora mostramos detalhadamente o que ocorre com o semi-eixo maior dos planetas durante a passagem de Júpiter e Saturno pela 2S:1J, não podemos ter certeza dos momentos em que tais encontros ocorreram. Para isso, devemos olhar diretamente para a evolução do vetor distância entre os planetas, ou para a evolução temporal da distância do afélio e do periélio desses corpos.

3.3 Integração com satélites

Após verificar a possibilidade de reproduzir o modelo de Nice como proposto por Tsiganis et al 2005, agora iremos prosseguir com nosso trabalho incluindo satélites em nossas simulações. Entretanto, para conseguirmos isso, devido certas limitações computacionais de tempo de integração, discutidas na seção 3.1, procedemos inicialmente das seguintes formas:

i) marcamos as posições de todos os corpos (planetas e planetesimais) presentes na integração até um tempo próximo da entrada de Júpiter e Saturno na 2S:1J. Isso foi feito dado o fato de que os planetas evoluem de maneira muito similar até a entrada de Júpiter e Saturno nessa ressonância, seção 3.2 acima.

ii) partindo destas condições incluímos os satélites diretamente no modelo de Nice. Todo o sistema foi então integrado por no máximo até 1.5 milhões de anos, incluindo também o efeito do achatamento do planeta. Neste caso, não realizamos integrações por mais de 1.5 milhões de anos como seria o ideal para terminar a passagem de Júpiter e Saturno pela 2S:1J. Tomamos esta decisão pois percebemos que tal integração é impraticável. Nas seções 3.4 (*Encontros próximos & massa dos planetesimais*) e 4.1 (*Sensibilidade dos modelos migratórios*) discutiremos melhor os problemas envolvidos.

Portanto, necessitamos de uma metodologia diferente para conseguirmos incluir satélites em nossas simulações de uma maneira viável. Tal metodologia será explicitada abaixo:

iii) partindo novamente das condições marcadas no *item i)*, fizemos novas integrações

considerando primeiramente apenas planetas e planetesimais e marcamos as saídas temporais com espaçamentos menores (cerca de 7 anos). Entre uma integração e outra variamos ligeiramente o valor da anomalia média de um dos planetas (Urano). Isso é suficiente para que diferentes cenários de evolução sejam gerados (fato que ocorre pois o sistema é imprevisível durante a passagem pela 2S:1J, devido aos constantes encontros próximos planetários). Tendo os arquivos com as saídas temporais desses novos modelos e descartando aqueles que não reproduzem aproximadamente o atual Sistema Solar, foi montado um banco de dados contendo as órbitas dos planetas migrantes. Em seguida, por meio de uma simples interpolação quadrática, geramos uma função polinomial para cada elemento orbital em função do tempo (para todos os planetas). Isto permite reproduzir sempre que necessário e com precisão um modelo previamente integrado (real que reproduz com sucesso o Sistema Solar próximo do atual). Entre todos os elementos orbitais dos planetas, apenas a anomalia média não é interpolada em nosso método, pois como sua variação é muito rápida, torna difícil sua interpolação. Para solucionar esse problema, como temos por meio de interpolação todos os elementos a qualquer tempo, podemos a partir desses elementos evoluir a anomalia média “keplerianamente”. Esta técnica foi apresentada por nós em Yokoyama et al 2009. Uma outra versão independente e contemporânea a esta foi desenvolvida por Brasser et al 2009.

Com essa ferramenta em mãos, podemos agora analisar a evolução de diferentes satélites sob a influência dos encontros próximos planetários que ocorreram durante o processo de migração de Nice, integrando tais satélites ao redor do corpo central (planeta), e adicionando a perturbação dos demais corpos (Sol e planetas) externamente via interpolação corrente no tempo. Esse método também nos dá um enorme ganho de tempo de integração (pois integramos apenas os satélites e não mais os planetas), assim como certeza na dinâmica da migração (tanto durante quanto depois da passagem pela 2S:1J). Outra influência sobre a evolução dos satélites que pode ser analisada com esta técnica, além dos encontros próximos planetários, é a dos encontros próximos com planetesimais (descrita no *item iv*) a seguir.

iv) nossos satélites sofrerão então os efeitos dos encontros próximos entre planetas (via interpolação) e também dos planetesimais (estes integrados juntamente com os satélites). O efeito dos encontros de planetesimais é possível de ser computado pois na integração anterior que gerou os modelos migratórios (*item iii*), foram guardados todos os encontros de planetesimais que se aproximaram a distâncias de 0.8UA dos planetas. O método aqui adotado difere ligeiramente daquele de Nogueira 2008 devido o uso da técnica de interpolação e da maneira com que inserimos os planetesimais dentro do modelo integrador (seção 3.4).

O efeito da perturbação do achatamento do planeta (corpo central) será levada em conta em todas as nossas técnicas e integrações. A importância de se considerar tal efeito (principalmente para o planeta Urano) será discutida no Apêndice A (*A função do achatamento e a obliquidade do planeta*). O integrador utilizado foi o Híbrido do pacote Mercury (CHAMBERS 1999) com o passo do integrador menor do que um vinte avos do menor período envolvido na integração. Os resultados obtidos com este integrador foram primeiramente comparados com o integrador

Burlirsh-Stoer (BS2) do mesmo pacote Mercury, e apresentaram uma grande concordância, assim como maior velocidade de integração. Portanto, quando outro integrador for utilizado salientaremos no texto.

3.4 Encontros próximos & massa dos planetesimais

Durante a integração principal que gerou o banco de dados (com as órbitas dos planetas) que será utilizado na técnica de interpolação, marcamos também as coordenadas planetocêntricas de todos os planetesimais que tiveram aproximações menores ou iguais a 0.8UA com um planeta. Em especial estamos mais interessados nos encontros de planetesimais com Urano e Saturno. Tendo em mãos as coordenadas desses planetesimais no momento do encontro, adotando estas coordenadas como condições iniciais, integramos tais condições (apenas neste ponto com o integrador RA15 descrito por Everhart 1985) com passo de integração negativo, e interrompemos a integração quando o planetesimal atinge uma distância maior ou igual a 1UA. Isso é feito para que possamos “recuperar” a posição a partir da qual o atual planetesimal inicia a correspondente trajetória que irá se aproximar a uma distância $\leq 0.8UA$. Com este novo conjunto de coordenadas, integramos com passo positivo os planetesimais (individualmente), e selecionamos apenas os planetesimais que passaram em uma distância menor ou igual a $100R_P$ (isso em um primeiro estudo, depois testamos outras distâncias, por exemplo $300R_P$). Para estes planetesimais “selecionados”, posições e velocidades, são guardadas em um banco de dados auxiliar (temporário). Como os planetesimais aqui adotados são aqueles provenientes da integração principal, estes tem massa igual a $1.05 \times 10^{-8} M_{\odot}$.

Conduzir uma integração onde planetesimais com grandes valores de massa estão presentes pode não ser um problema quando tratamos apenas da interação destes corpos com planetas. Porém, quando estamos investigando a estabilidade de satélites é de extrema importância nos atentarmos para o tamanho dos planetesimais envolvidos no estudo. Planetesimais com grandes valores de massa (ordem de massa de mesma grandeza ou maior do que a apresentada pelos satélites) podem tornar qualquer sistema incompatível com o que hoje é observado.

De acordo com Trujillo et. al. 2001 a distribuição total de um número (N) de partículas com raio r , pertencente ao cinturão de Kuiper segue a lei de potência: $N \propto \sigma r^{-q}$ ($q = 4 \pm 0.5$). Para asteroides no cinturão principal o valor q (JEWITT & HAGHIGHIPOUR, 2007), pode ter grandes variações. Para os satélites irregulares dos planetas jovianos parece que uma simples lei de potência não pode descrever perfeitamente a atual distribuição. Provavelmente, a dificuldade de definir qualquer lei de distribuição está relacionada com a nossa falta de conhecimento na evolução destes satélites. Assim, enquanto mantemos a ideia de lei de potência, tentando definir as massas dos planetesimais, nós optamos por considerar também os atuais valores observados em satélites irregulares *. De mesmo modo, daremos atenção ao fato de que um pequeno e

*http://ssd.jpl.nasa.gov/?sat_phys_par#legend

possível número de objetos do tamanho de Plutão (como observado no cinturão de Kuiper), deva ter existido no disco primordial.

Vamos assumir que os planetesimais sejam esféricos. Assim podemos escrever com o auxílio da lei anterior,

$$m = \frac{4\pi\mu N^{-3/q}}{3C} \quad (3.2)$$

onde C é uma constante de proporcionalidade, μ é a densidade do corpo (NOGUEIRA 2008).

Desde que trabalhemos com um número finito de massas (objetos), a massa total de um conjunto de N_{max} partículas pode ser aproximada por:

$$M_{total} = M_1 \sum_{N=0}^{N_{max}} (N + \delta)^{-3/q} \quad (3.3)$$

onde δ é um número randômico no intervalo $[0,1]$ e $M_1 = 4\pi\mu/3C$. Desde que a massa total é fixada, M_1 (ou C) é determinada a partir da equação anterior, e massas individuais podem ser encontradas a partir da equação 3.2.

Neste trabalho, para computarmos os efeitos de encontros próximos satélite-planetesimal, nós substituímos uma partícula original por 500 novas, sendo que pelo menos dois destes novos corpos tenham massa da mesma ordem de Plutão ($\approx 10^{-9}M_{\odot}$). A massa remanescente foi dividida entre outras 498 partículas respeitando a distribuição acima, adotando $q = 1.3$. Este tipo de distribuição é apresentada na figura 3.3. Como esperado, a maior parte das massas estão concentradas em um pequeno número de grandes objetos. É importante atentar que, embora aqui consideramos sempre dois objetos com mesma ordem de massa que Plutão ($\approx 10^{-9}M_{\odot}$), não tomamos tais objetos com a mesma massa de Plutão ($m_{Plut\tilde{a}o} \approx 6.6 \times 10^{-9}M_{\odot}$, $D \approx 2500km$). O número de corpos com massa (diâmetro) aproximadamente iguais ao de Plutão, que nós assumimos, segue proporcionalmente o estimado por Morbidelli et al 2009 para o disco primordial de planetesimais. Na tabela 3.2 nós mostramos a porcentagem de ocorrência de diferentes massas de diferentes ordens. Note que o maior percentual ocorre para grupos com massas da ordem de $10^{-14}M_{\odot}$ ($D \approx 33.62km$), $10^{-15}M_{\odot}$ ($D \approx 15.60km$) e $10^{-16}M_{\odot}$ ($D \approx 7.24km$), o que está de acordo com o caso dos satélites irregulares atuais [†].

Deste modo, visando tornar mais realista o número de encontros e a questão das massas dos planetesimais, para cada encontro entre um planeta e um planetesimal com massa $m \approx 1.05 \times 10^{-8}M_{\odot}$, subdividimos este planetesimal em 500 partículas.

[†]http://ssd.jpl.nasa.gov/?sat_phys_par#legend

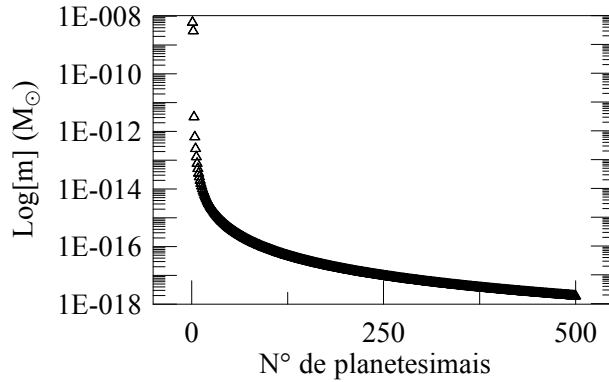


Figura 3.3: Exemplo de distribuição de massa com $q = 1.3$.

Tabela 3.2: Distribuição de massa por planetesimais com $q = 1.3$. Os valores de diâmetro (D) foram calculados considerando a densidade do corpo igual a 1 g/cm^3 e o valor de massa dado na coluna da esquerda (valores intermediários de massa, apresentados na figura 3.3, não foram usados para o cálculo destes diâmetros).

Ordem de massa (M_{\odot})	D (km)	% de ocorrência
10^{-9}	1560.34	0.516
10^{-10}	724.25	0.328
10^{-11}	336.17	0.952
10^{-12}	156.03	2.555
10^{-13}	72.42	6.938
10^{-14}	33.62	18.817
10^{-15}	15.60	48.616
10^{-16}	7.24	19.241
10^{-17}	3.36	1.950
10^{-18}	1.56	0.013

Assim, trabalhando com o primeiro banco de dados onde guardamos as posições e velocidades dos planetesimais “selecionados” e considerando a divisão de massas acima descrita, cada planetesimal, com suas coordenadas e valor de massa, foi arquivado de maneira randômica em um arquivo final. Este arquivo será utilizado nas seções 4.2.2 e 4.2.5 quando computaremos juntamente os efeitos dos encontros próximos planetários e de planetesimais-satélites. Estes planetesimais serão inseridos na integração respeitando um determinado “fluxo” (número de encontros planetesimais-planetras por intervalo de tempo). Tal “fluxo” é variável devido o fato de que antes e depois dos planetas passarem pela ressonância 2S:1J o número de encontros planetesimais-planetras é bastante baixo e durante a passagem pela 2S:1J este número aumenta de maneira significativa como pode ser visto nas figuras 4.2, 4.3, 4.5 e 4.9. Portanto o intervalo de inserção de planetesimais (Δt) no modelo irá variar de acordo com este “fluxo”, sendo o Δt grande antes e depois da 2S:1J e pequeno durante a 2S:1J.

Capítulo 4

RESULTADOS

4.1 Sensibilidade dos modelos migratórios

Retomando a figura 3.1, gráficos $A1$ e $A2$, assim como a figura 3.2, $R1$ e $R2$, podemos verificar por inspeção que os modelos migratórios são extremamente sensíveis a qualquer variação em suas condições iniciais. Também devemos considerar que alguns desses modelos podem terminar de um modo que não representem o nosso Sistema Solar atual (podendo um dos planetas ser ejetado ou colidir com outro durante o processo de migração, ou simplesmente os planetas podem não alcançar posições próximas das suas atuais). É claro que para testarmos os efeitos da migração sobre os satélites primordiais, devemos considerar apenas as migrações que representem, no final, a atual configuração do Sistema Solar. Entretanto, observamos uma enorme sensibilidade quando incluímos um objeto adicional (satélite) na integração. Por exemplo, nas integrações anteriores (como discutido no *item i* seção 3.3), mantendo as mesmas condições iniciais, mesmo computador e apenas adicionando um satélite (Oberon), o resultado final de uma integração pode ser completamente modificado. Na figura 4.1 nós mostramos um exemplo de alta sensibilidade: o gráfico da esquerda mostra a evolução dos planetas quando três satélites de Urano, nas distâncias $25R_U$, $40R_U$ e $55R_U$ são incluídos no modelo de migração $A1$ da figura 3.1. No gráfico da direita da figura 4.1 nós incluímos dois satélites em $30R_U$ e $60R_U$. Em ambos os casos, o integrador Burlirsh-Stoer (BS2) do pacote Mercury foi utilizado.

Como o sistema torná-se imprevisível durante a passagem de Júpiter e Saturno pela ressonância 2S:1J (figura 4.1), Urano e Netuno podem seguir caminhos diferentes, mesmo considerando que as massas dos satélites são muito pequenas se comparada com as massas envolvidas na integração. Este fato pode modificar uma integração que havia tido sucesso em outra em que o resultado final pode ser um Sistema Solar não realista. No geral, não há garantia de que um Sistema Solar previamente bem sucedido, poderá ser reproduzido quando um objeto como um satélite for incluído no sistema. Além deste problema, a simulação de um modelo de migração pode ser extremamente demorada, especialmente se satélites regulares forem incluídos na integração.

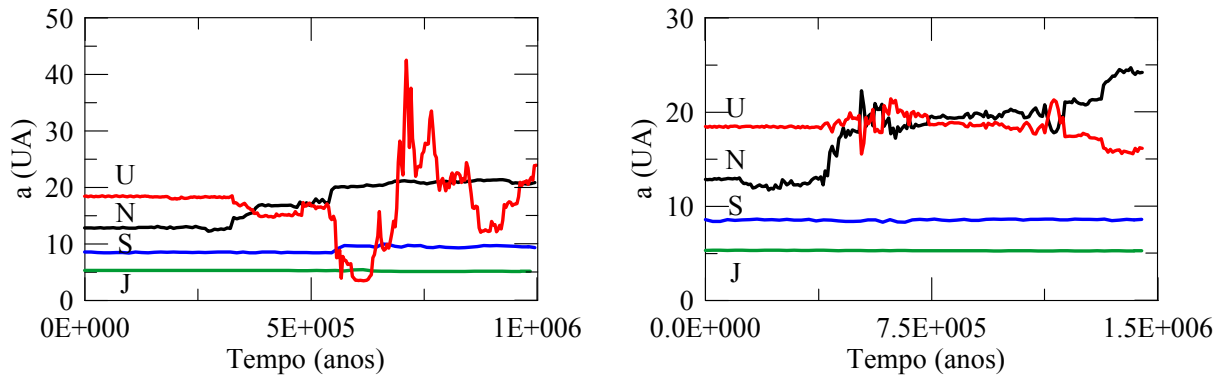


Figura 4.1: Esquerda: três satélites de Urano ($a = 25R_U$, $a = 40R_U$ e $a = 55R_U$) são incluídos. Direita: o mesmo da esquerda, incluindo apenas dois satélites ($a = 30R_U$ e $a = 60R_U$). A evolução dos planetas é completamente modificada.

Em particular, na figura 4.1 (esquerda), como Urano teve alguns encontros com Júpiter, os três satélites foram ejetados em $\sim 6 \times 10^5$ anos.

Com base nos dados aqui apresentados, e na discussão feita, justificamos o porque de não estendermos muito o tempo de integração para os casos onde incluímos os satélites diretamente no modelo de Nice.

Portanto, tentando contornar esta dificuldade nós introduzimos a técnica de interpolação.

4.2 Integração com a técnica de interpolação

Tendo em mãos esta técnica, daremos início aqui ao estudo propriamente dito da dinâmica de satélites regulares sob influência da migração planetária.

Como havíamos dito, é foco de nosso estudo não apenas a dinâmica de satélites regulares que hoje são observados, mas também e principalmente, a dinâmica de possíveis outros satélites que poderiam ter existido em órbitas externas aos regulares mais afastados de seu planeta hoje observados.

Para tal estudo usaremos como base inicial, parte de 5 modelos de migração, nomeados $M1$, $M2$, $M3$, $M4$ e $M5$, previamente integrados que apresentam uma evolução com muitos encontros próximos planetários e tiveram sucesso na configuração final do Sistema Solar atual.

Na figura 4.2 apresentamos os modelos acima citados integrados por um período de 100 milhões de anos. Esta figura nos mostra a evolução temporal do semi-eixo maior, assim como da distância do periélio e afélio dos planetas antes, durante e depois da passagem de Júpiter e Saturno pela 2S:1J. Também é apresentado na figura um “histograma” com o número de encontros ocorridos entre planetesimais e Urano durante todo o período de evolução do sistema (o “histograma” é indicado pela cor rosa e o eixo vertical direito).

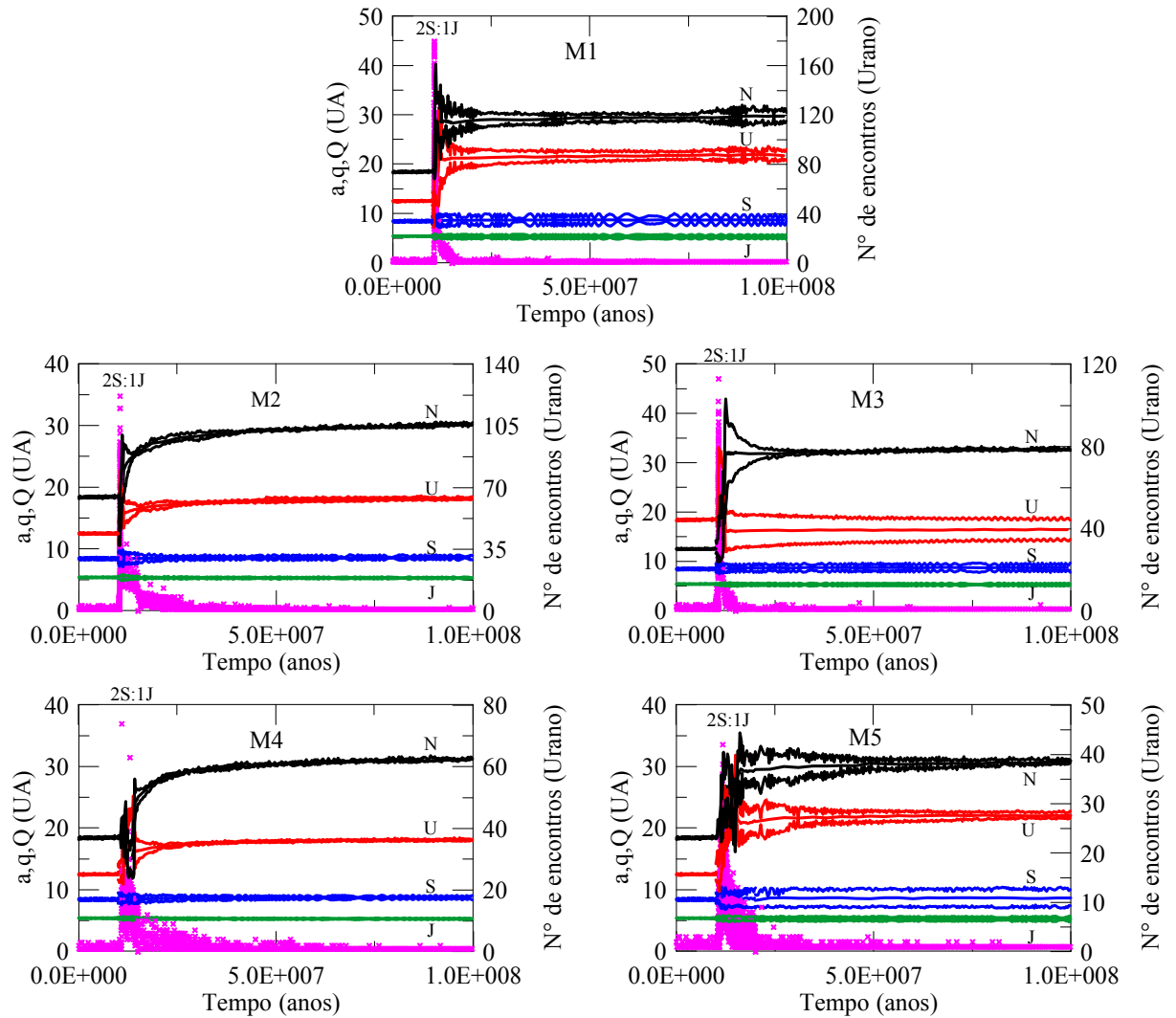


Figura 4.2: Número de encontros entre planetesimais e Urano (rosa) durante a evolução temporal do semi-eixo maior, assim como da distância do afélio e do periélio dos planetas durante todos os 100 milhões de anos.

A figura 4.3 é semelhante a figura 4.2, porém o “histograma” representa o número de encontros planetesimais-Saturno.

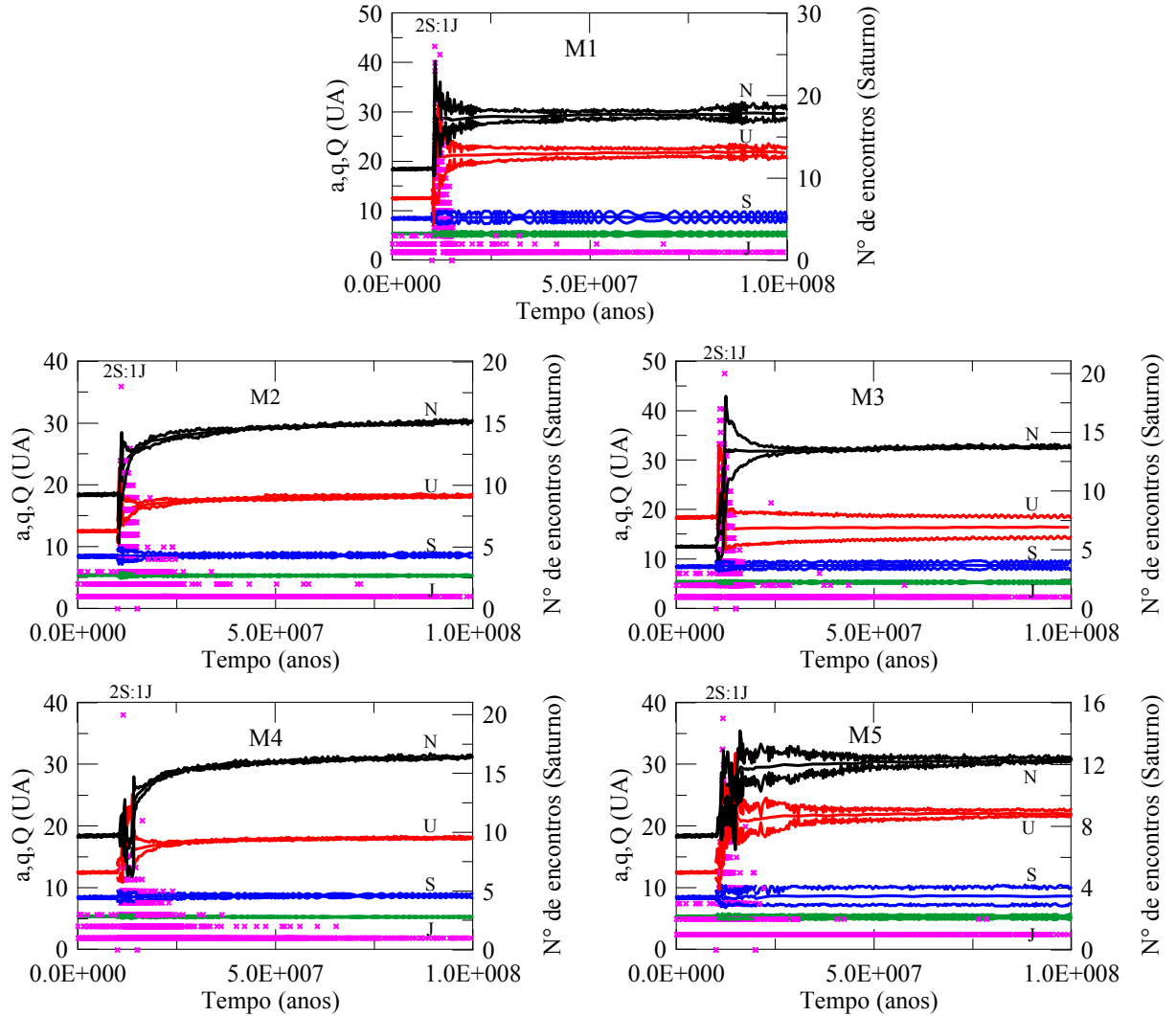


Figura 4.3: Número de encontros entre planetesimais e Saturno (rosa) durante a evolução temporal do semi-eixo maior, assim como da distância do afélio e do periélio dos planetas durante todos os 100 milhões de anos.

É notável na figura que antes e depois da passagem de Júpiter e Saturno pela 2S:1J, o sistema se apresenta de forma bastante comportada, sem encontros próximos planetários e com um número negligenciável de encontros entre planetesimais-Urano ou planetesimais-Saturno. Por outro lado, durante a 2S:1J não apenas os planetas estão envolvidos em diversos encontros entre si, como também o disco de planetesimais que é altamente desestabilizado, proporciona diversos encontros com Urano e também com Saturno.

4.2.1 Satélites de Urano - sem planetesimais

Nesta seção nós investigamos o comportamento de satélites regulares e fictícios de Urano sob a ação da migração, ainda sem a presença de planetesimais.

Nós usamos o pacote Mercury (CHAMBERS 1999) adaptado para a nossa técnica de interpolação, mas com sua formulação original no tratamento das colisões, ou seja, uma colisão entre

dois corpos, “um grande e um pequeno”, é considerada inelástica, deste modo os dois corpos tornam-se um único. Porém, como neste problema nós tratamos de casos diferenciados, ou seja, nem sempre as colisões ocorrem entre um corpo pequeno e um grande, nós introduzimos outras mudanças. Por exemplo, se o tamanho (ou a massa) de dois corpos são similares, uma colisão entre eles caracteriza um evento “super-catastrófico” resultando na pulverização de ambos (BOTTKKE et al 2010). Kortenkamp & Wetherill 2000, apontam que para ocorrer a fusão de dois planetesimais com mesma massa a velocidade de encontro necessita estar abaixo dos valores ~ 1 e ~ 10 m/s para distâncias de 1 e 2.6UA (distância Terra-Sol e cinturão principal de asteroides), respectivamente. Para corpos com massas diferentes as velocidades são ~ 10 e ~ 100 m/s para as mesmas distâncias. Uma breve análise nos mostrou que as velocidades de impacto envolvida em nossas colisões são da ordem de 1-4km/s entre satélites regulares e fictícios, e maiores do que 7km/s entre satélites regulares e planetesimais. Isso inviabiliza colisões inelásticas entre corpos de massa (tamanho) semelhantes e dificulta a reaglutinação desses corpos caso houvesse fragmentação (é razoável imaginar que os fragmentos gerados de tais colisões tenham velocidades de escape da mesma ordem das velocidades das colisões). Partindo desta análise e levando em conta que nós não consideramos fragmentação ou formação de poeira em nossas simulações, assumimos que corpos semelhantes são aniquilados na colisão (este fato foi utilizado em todas as nossas integrações com satélites apresentadas neste trabalho).

Nós integramos cinco satélites regulares (M=Miranda, A=Ariel, U=Umbriel, T=Titania e O=Oberon) e também seis satélites fictícios $sk = (s1, s2, s3, s4, s5, s6)$ posicionados além de Oberon. Seus semi-eixos maiores são: $27.5R_U, 33R_U, 39.6R_U, 47.5R_U, 57R_U, 68.4R_U$ respectivamente. Estes valores foram considerados de acordo com a relação empírica: $a_{i+1} \approx 1.2a_i$, onde a_0 é o semi-eixo maior de Oberon, a_1 é o semi-eixo maior de $s1$ e assim por diante. Mais adiante as condições iniciais serão dadas na tabela 4.1. Para os satélites regulares nós tomamos os valores atuais, exceto a inclinação de Miranda (para Miranda consideramos $I_M = 0.1^\circ$ em relação ao equador de Urano). Tomamos esta decisão pois nossas primeiras simulações resultaram em sua rápida e fácil desestabilização, mediante grande parte de encontros com planetesimais, caso a inclinação inicial de Miranda fosse a atual. Este conjunto de satélites foi integrado considerando o Sistema Solar atual para que conseguíssemos verificar sua estabilidade, ou seja, confirmar que tais satélites poderiam ter sido formados dentro da distância de a_c (adotando seu valor atual). Os resultados desta e das demais simulações desta seção serão apresentadas na tabela 4.1. Os valores de massa (em unidades de massa solar) adotados para os satélites regulares foram os atuais: $m_M \approx 3.31 \times 10^{-11}$ ($D \approx 471.45km$), $m_A \approx 6.80 \times 10^{-10}$ ($D \approx 1156.51km$), $m_U \approx 5.89 \times 10^{-10}$ ($D \approx 1169.18km$), $m_T \approx 1.77 \times 10^{-9}$ ($D \approx 1578.38km$) e $m_O \approx 1.52 \times 10^{-9}$ ($D \approx 1524.42km$). Os valores de densidades (em g/cm^3) utilizados para o cálculo dos diâmetros dos satélites regulares também foram os atuais: $\rho_M \approx 1.20$, $\rho_A \approx 1.67$, $\rho_U = 1.40$, $\rho_T \approx 1.71$ e $\rho_O \approx 1.63$. Para os satélites fictícios adotamos os seguintes valores (densidades iguais $1 g/cm^3$): $m_{s1} = 1 \times 10^{-10}$ ($D \approx 724.25km$), $m_{s2} = 1 \times 10^{-11}$ ($D \approx 336.17km$), $m_{s3} = 1 \times 10^{-12}$ ($D \approx 156.03km$), $m_{s4} = 6 \times 10^{-13}$ ($D \approx 131.60km$),

$m_{s5} = 3 \times 10^{-13}$ ($D \approx 104.45km$) e $m_{s6} = 1 \times 10^{-13}$ ($D \approx 72.42km$), imaginando que após uma certa distância (a_T), quanto mais afastado do planeta menores seriam os satélites formados (de fato Oberon embora muito parecido, é menor do que Titania). No pacote Mercury o passo do integrador adotado foi fixado em $1/20$ do período de Miranda. Os perturbadores são os planetas vizinhos, Sol e o J_2 e as perturbações mútuas entre todos os satélites. O movimento dos planetas é dado pelos polinômios interpoladores obtidos de acordo com a técnica descrita na seção 3.3 *item iii*. A integração foi limitada para apenas 5 ou 10 milhões de anos, dado que após isso não existem mais encontros planetários. Tal cenário de migração (apresentado na figura 4.4), retrata a passagem de Júpiter e Saturno pela 2S:1J nos modelos da figura 4.2. Investigações similares de satélites de Urano neste cenário já foram apresentadas por nós em trabalhos anteriores, entretanto Júpiter e Saturno estavam fixos na 2S:1J, portanto as variações eram muito mais pronunciadas (YOKOYAMA et al 2008), e em muitos casos o escape de satélites regulares eram observados.

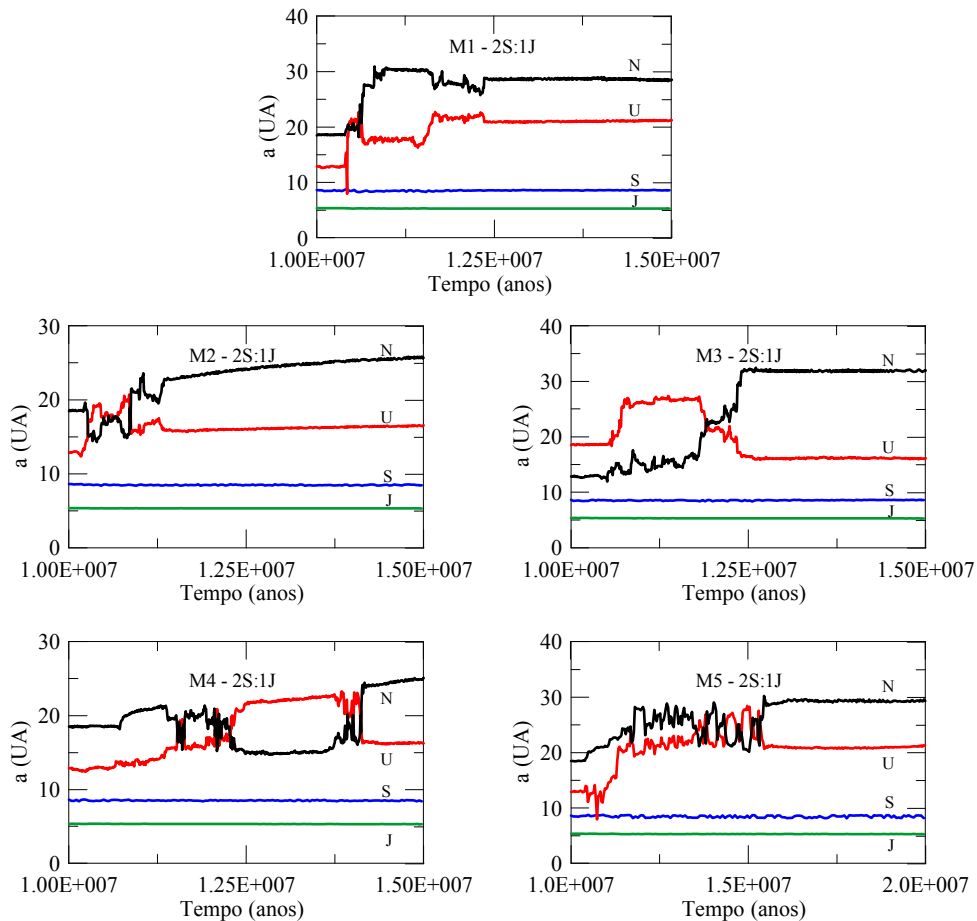


Figura 4.4: Evolução temporal do semi-eixo maior dos planetas durante a passagem pela 2S:1J, referente a figura 4.2.

Tabela 4.1: Resultados de integrações de 5 e 10 milhões de anos considerando os principais satélites regulares atuais de Urano e 6 fictícios além de Oberon. Os planetas migraram seguindo os modelos bem sucedidos M_i , $i = 1, 2, 3, 4, 5$, sem planetesimais. Os índices i e f identificam os valores iniciais e finais, respectivamente, ieq e feq os valores iniciais e finais, respectivamente, da inclinação em relação ao equador de Urano. As notações para os satélites são: M = *Miranda*, A = *Ariel*, U = *Umbriel*, T = *Titania* e O = *Oberon* com $s1, s2, s3, s4, s5$ e $s6$ os satélites fictícios adotados. Satélites ejetados estarão indicados por “ ej ” e os corpos que foram destruídos por colisão serão indicados pelo índice do corpo com o qual colidiu. As condições iniciais dos satélites regulares foram retiradas de: “http://ssd.jpl.nasa.gov/?sat_elem”, exceto a inclinação de *Miranda*.

Elementos Iniciais (Valores Médios)											
	M	A	U	T	O	$s1$	$s2$	$s3$	$s4$	$s5$	$s6$
$\bar{a}_i(R_U)$	5.08	7.47	10.41	17.07	22.83	27.50	33.00	39.60	47.50	57.00	68.40
\bar{e}_i	0.001	0.001	0.003	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
$\bar{I}_{ieq}(^\circ)$	0.10	0.04	0.12	0.08	0.07	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Elementos Finais - Sem Planetesimais (Valores Médios)											
Sistema Solar atual											
$\bar{a}_f(R_U)$	5.08	7.47	10.41	17.07	22.83	27.50	33.00	39.61	47.49	57.02	68.22
\bar{e}_f	0.001	0.001	0.004	0.002	0.002	0.006	0.002	0.003	0.059	0.053	0.215
$\bar{I}_{feq}(^\circ)$	0.10	0.02	0.14	0.15	0.18	0.89	1.35	1.97	1.62	2.45	9.52
M1											
$\bar{a}_f(R_U)$	5.08	7.47	10.41	17.07	22.83	27.51	33.16	39.65	$s2$	ej	ej
\bar{e}_f	0.001	0.001	0.004	0.002	0.003	0.006	0.033	0.056	$s2$	ej	ej
$\bar{I}_{feq}(^\circ)$	0.08	0.66	0.18	0.69	1.07	1.57	2.76	6.26	$s2$	ej	ej
M2											
$\bar{a}_f(R_U)$	5.08	7.47	10.41	17.07	22.84	27.49	33.01	39.58	T	A	ej
\bar{e}_f	0.001	0.001	0.004	0.001	0.002	0.007	0.002	0.001	T	A	ej
$\bar{I}_{feq}(^\circ)$	0.11	0.54	0.19	0.32	0.48	0.98	1.42	2.53	T	A	ej
M3											
$\bar{a}_f(R_U)$	5.08	7.47	10.41	17.07	22.83	27.50	33.00	39.61	47.58	57.03	T
\bar{e}_f	0.001	0.001	0.004	0.001	0.001	0.005	0.006	0.016	0.069	0.052	T
$\bar{I}_{feq}(^\circ)$	0.19	0.37	0.18	0.85	1.34	1.89	3.83	3.16	2.60	9.15	T
M4											
$\bar{a}_f(R_U)$	5.08	7.47	10.41	17.07	22.83	27.52	32.80	39.39	T	U	U
\bar{e}_f	0.001	0.001	0.004	0.004	0.003	0.015	0.015	0.061	T	U	U
$\bar{I}_{feq}(^\circ)$	0.15	0.77	1.44	1.53	2.40	3.22	7.58	6.72	T	U	U
M5											
$\bar{a}_f(R_U)$	5.08	7.47	10.41	17.07	22.83	27.50	33.00	39.61	T	U	A
\bar{e}_f	0.001	0.001	0.004	0.001	0.002	0.008	0.006	0.023	T	U	A
$\bar{I}_{feq}(^\circ)$	0.19	1.93	1.92	0.64	0.99	1.42	7.15	10.61	T	U	A

Como previsto, o conjunto de condições iniciais permanece estável considerando o Sistema Solar atual. Deste modo, o fato de não observarmos tais satélites atualmente pode estar relacionado com a perda destes satélites durante o processo de migração, ou devido as condições planetárias mais compactas do modelo de Nice esses satélites poderiam não terem se formado. Entretanto, mesmo quando Urano está em $11.5R_U$, temos $a_c \approx 50.2R_U$ (tabela 3.1, seção 3.1), assim satélites até distâncias de $47.5R_U$ poderiam se formar.

Note que considerando os modelos migratórios os satélites $s4$ e $s5$ sobrevivem apenas no modelo de migração $M3$, enquanto todos os outros com semi-eixo maior inicial menor do que $47.5R_U$ permanecem estáveis. Entretanto, em quase todos os satélites sk , observa-se variações de excentricidade e principalmente de inclinação. Todas estas variações são devidas aos en-

contros próximos Urano-Netuno. O satélite s_6 sempre é desestabilizado, sendo ejetado ou colidindo com outro corpo maior, qualquer que seja o modelo, e a ressonância de Lidov-Kozai (KINOSHITA & NAKAI 1991), tem uma importante função neste fato. Nesta distância do planeta, as perturbações solares dominam, assim a combinação de grandes variações em excentricidades e encontros próximos com Netuno favorecem a desestabilização. No caso de Urano, satélites com semi-eixo maior $a \geq a_c$ sofrem fortes variações em excentricidades e inclinações sobretudo devido a alta obliquidade do planeta.

Com estes experimentos, basicamente nós podemos concluir que encontros próximos entre planetas podem facilmente remover objetos com semi-eixo maior além de $a = 57R_U$ (ou mesmo além de $a = 47.5R_U$). Mesmo os satélites regulares atuais suportando os encontros próximos planetários, algumas variações não negligenciáveis na inclinação são observadas. Objetos além de Oberon mas interiores a s_4 e s_5 sofrem algumas variações, especialmente em inclinação, mas não são ejetados, pelo menos para o tempo considerado aqui.

Fato também interessante de ser observado é que diversas vezes os “pequenos satélites” são destruídos por colisões inelásticas com os demais regulares (maiores).

As figuras referentes aos dados apresentados na tabela 4.1 serão apresentados no Apêndice B.

4.2.2 Satélites de Urano - com planetesimais

Dando continuidade ao nosso estudo, iremos somar as duas perturbações, encontros próximos planetários e encontros com planetesimais. Continuaremos estudando o mesmo conjunto de satélites regulares e fictícios adotados na seção anterior. Como mencionado na seção 3.3 *item iv*, utilizaremos nossa técnica de interpolação para computar os encontros próximos planetários. Juntamente com essas perturbações incluiremos os planetesimais na integração semelhante ao feito em Nogueira 2008. O que irá diferenciar o nosso trabalho daquele desenvolvido pela autora é que em nosso caso levaremos em consideração as perturbações causadas pelo Sol e demais planetas gigantes.

A metodologia adotada para selecionar as coordenadas e massas dos planetesimais que utilizaremos em nosso estudo já foi explicitada na seção 3.4, assim como o fato de que neste ponto não incluiremos os planetesimais com um Δt fixo, mas sim com um Δt variável e que respeita o número de encontros por período de tempo mostrados na figura 4.5 (semelhante a figura 4.2).

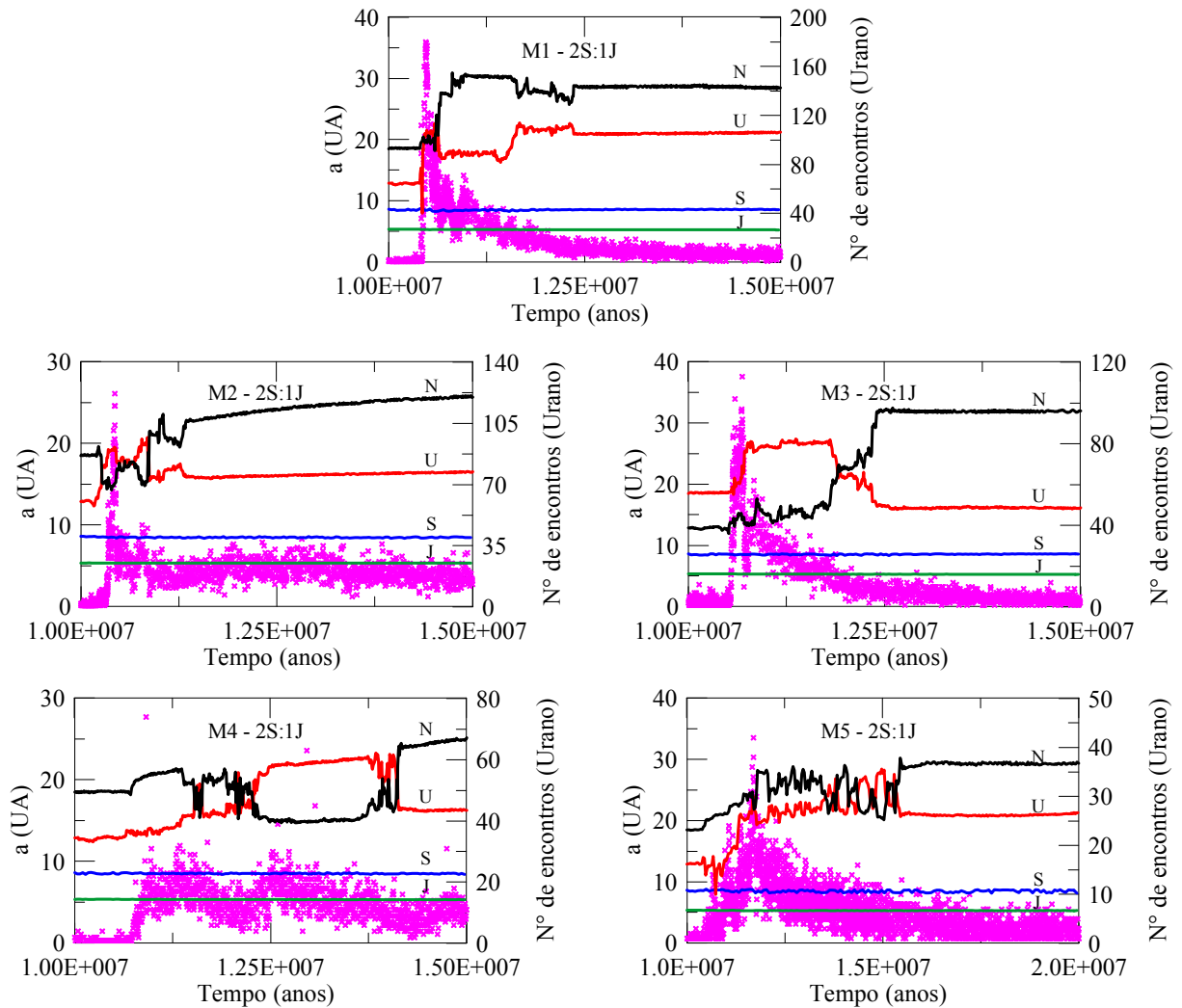


Figura 4.5: Evolução temporal do semi-eixo maior dos planetas e número de encontros de planetesimais com Urano durante a passagem pela 2S:1J, referente a figura 4.2.

Dos 5 modelos apresentados na figura 4.5 nós integramos cada um deles considerando 4 diferentes tipos de inserção de planetesimais, escolhidas randomicamente. Com isso um total de 20 “rodadas” (simulações) foram integradas, sendo 13 delas bem sucedidas. Entendemos por resultados bem sucedidos aqueles onde todos os satélites regulares permanecem em órbita ao redor do planeta, com excentricidades e inclinações baixas.

Entretanto, três exceções são bastante claras (figura 4.6): Miranda termina com: $e \approx 0.1$, $I \approx 3.69^\circ$ (M1, Rod 1), $e \approx 0.159$, $I \approx 6.74^\circ$ (M2, Rod 4), e Titania: $e \approx 0.117$, $I \approx 2.13^\circ$ (M3, Rod 4). As referências de *modelo* (M_i) e “rodadas” ($Rod[i]$) estão apresentadas na tabela 4.2. Outras figuras semelhantes a figura 4.6, representando todos os casos da tabela serão apresentadas no Apêndice C.

Tabela 4.2: Semelhante a tabela 4.1, mas desta vez o efeito dos encontros próximos planetesimais-satélites estão incluídos. Como mencionado no texto, entre 20 “rodadas”, apenas as 13 que terminaram com sucesso são mostradas aqui.

Elementos Iniciais (Valores Médios)											
	<i>M</i>	<i>A</i>	<i>U</i>	<i>T</i>	<i>O</i>	<i>s1</i>	<i>s2</i>	<i>s3</i>	<i>s4</i>	<i>s5</i>	<i>s6</i>
$\bar{a}_i(R_U)$	5.08	7.47	10.41	17.07	22.83	27.50	33.00	39.60	47.50	57.00	68.40
\bar{e}_i	0.001	0.001	0.003	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
$\bar{I}_{ieq}(^\circ)$	0.10	0.04	0.12	0.08	0.07	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
Elementos Finais (Valores Médios)											
M1 - Rod 1											
$\bar{a}_f(R_U)$	4.62	7.45	10.37	16.97	22.79	28.31	O	39.64	O	<i>ej</i>	A
\bar{e}_f	0.100	0.004	0.006	0.015	0.012	0.039	O	0.050	O	<i>ej</i>	A
$\bar{I}_{feq}(^\circ)$	3.69	0.94	1.06	0.56	0.78	3.10	O	3.88	O	<i>ej</i>	A
M1 - Rod 2											
$\bar{a}_f(R_U)$	5.10	7.52	10.44	16.94	22.75	27.57	34.59	<i>s2</i>	<i>s2</i>	U	<i>s1</i>
\bar{e}_f	0.003	0.006	0.005	0.007	0.009	0.011	0.005	<i>s2</i>	<i>s2</i>	U	<i>s1</i>
$\bar{I}_{feq}(^\circ)$	0.15	0.29	0.38	0.38	0.32	1.35	3.33	<i>s2</i>	<i>s2</i>	U	<i>s1</i>
M1 - Rod 3											
$\bar{a}_f(R_U)$	5.08	7.44	10.42	17.20	22.92	<i>s2</i>	<i>s1</i>	<i>s2</i>	<i>s2</i>	<i>ej</i>	A
\bar{e}_f	0.003	0.001	0.015	0.016	0.015	<i>s2</i>	<i>s1</i>	<i>s2</i>	<i>s2</i>	<i>ej</i>	A
$\bar{I}_{feq}(^\circ)$	0.19	0.91	0.31	0.84	1.26	<i>s2</i>	<i>s1</i>	<i>s2</i>	<i>s2</i>	<i>ej</i>	A
M1 - Rod 4											
$\bar{a}_f(R_U)$	5.08	7.50	10.49	16.71	22.67	<i>s2</i>	<i>s1</i>	39.04	<i>s2</i>	T	<i>ej</i>
\bar{e}_f	0.001	0.001	0.006	0.015	0.010	<i>s2</i>	<i>s1</i>	0.003	<i>s2</i>	T	<i>ej</i>
$\bar{I}_{feq}(^\circ)$	0.79	1.19	0.64	0.58	0.81	<i>s2</i>	<i>s1</i>	4.69	<i>s2</i>	T	<i>ej</i>
M2 - Rod 4											
$\bar{a}_f(R_U)$	4.93	6.95	10.43	17.13	22.99	<i>s2</i>	<i>s1</i>	38.81	O	T	A
\bar{e}_f	0.159	0.033	0.030	0.015	0.020	<i>s2</i>	<i>s1</i>	0.063	O	T	A
$\bar{I}_{feq}(^\circ)$	6.74	1.21	1.21	0.55	0.70	<i>s2</i>	<i>s1</i>	0.66	O	T	A
M3 - Rod 2											
$\bar{a}_f(R_U)$	5.04	7.41	10.44	16.99	22.78	O	O	40.49	48.27	56.94	<i>ej</i>
\bar{e}_f	0.036	0.054	0.069	0.038	0.037	O	O	0.060	0.043	0.068	<i>ej</i>
$\bar{I}_{feq}(^\circ)$	0.65	0.84	1.41	0.65	0.86	O	O	2.20	2.00	4.20	<i>ej</i>
M3 - Rod 4											
$\bar{a}_f(R_U)$	5.03	7.42	10.27	15.27	23.07	<i>s2</i>	<i>s1</i>	<i>s4</i>	<i>s3</i>	55.08	O
\bar{e}_f	0.013	0.004	0.022	0.117	0.038	<i>s2</i>	<i>s1</i>	<i>s4</i>	<i>s3</i>	0.185	O
$\bar{I}_{feq}(^\circ)$	0.12	0.42	0.70	2.13	1.66	<i>s2</i>	<i>s1</i>	<i>s4</i>	<i>s3</i>	6.59	O
M4 - Rod 1											
$\bar{a}_f(R_U)$	4.96	7.42	10.32	17.16	22.58	<i>s2</i>	<i>s1</i>	38.47	<i>s2</i>	O	T
\bar{e}_f	0.034	0.020	0.036	0.017	0.017	<i>s2</i>	<i>s1</i>	0.136	<i>s2</i>	O	T
$\bar{I}_{feq}(^\circ)$	2.06	1.60	1.27	1.06	1.29	<i>s2</i>	<i>s1</i>	6.03	<i>s2</i>	O	T
M4 - Rod 3											
$\bar{a}_f(R_U)$	5.05	7.38	10.28	16.97	22.81	<i>s2</i>	<i>s1</i>	T	<i>s2</i>	O	T
\bar{e}_f	0.004	0.016	0.014	0.007	0.010	<i>s2</i>	<i>s1</i>	T	<i>s2</i>	O	T
$\bar{I}_{feq}(^\circ)$	0.27	1.01	0.78	0.67	1.03	<i>s2</i>	<i>s1</i>	T	<i>s2</i>	O	T
M4 - Rod 4											
$\bar{a}_f(R_U)$	5.04	7.62	10.54	17.32	23.12	O	T	<i>s1</i>	<i>s2</i>	O	T
\bar{e}_f	0.024	0.025	0.025	0.035	0.027	O	T	<i>s1</i>	<i>s2</i>	O	T
$\bar{I}_{feq}(^\circ)$	0.20	0.88	0.18	0.57	0.79	O	T	<i>s1</i>	<i>s2</i>	O	T
M5 - Rod 2											
$\bar{a}_f(R_U)$	5.08	7.44	10.40	17.13	22.72	27.93	34.14	39.59	<i>ej</i>	<i>ej</i>	<i>ej</i>
\bar{e}_f	0.001	0.002	0.008	0.007	0.007	0.044	0.071	0.031	<i>ej</i>	<i>ej</i>	<i>ej</i>
$\bar{I}_{feq}(^\circ)$	0.14	0.57	2.23	0.57	0.77	1.32	6.20	15.13	<i>ej</i>	<i>ej</i>	<i>ej</i>
M5 - Rod 3											
$\bar{a}_f(R_U)$	5.09	7.46	10.43	17.03	22.79	28.45	O	39.06	T	<i>ej</i>	T
\bar{e}_f	0.003	0.002	0.014	0.005	0.004	0.023	O	0.094	T	<i>ej</i>	T
$\bar{I}_{feq}(^\circ)$	0.23	0.79	1.63	0.85	0.64	1.05	O	6.84	T	<i>ej</i>	T
M5 - Rod 4											
$\bar{a}_f(R_U)$	5.08	7.41	10.44	17.05	22.79	<i>s2</i>	<i>s1</i>	39.98	<i>s5</i>	<i>s4</i>	O
\bar{e}_f	0.001	0.009	0.007	0.002	0.002	<i>s2</i>	<i>s1</i>	0.009	<i>s5</i>	<i>s4</i>	O
$\bar{I}_{feq}(^\circ)$	0.18	4.10	0.70	0.37	0.50	<i>s2</i>	<i>s1</i>	8.23	<i>s5</i>	<i>s4</i>	O

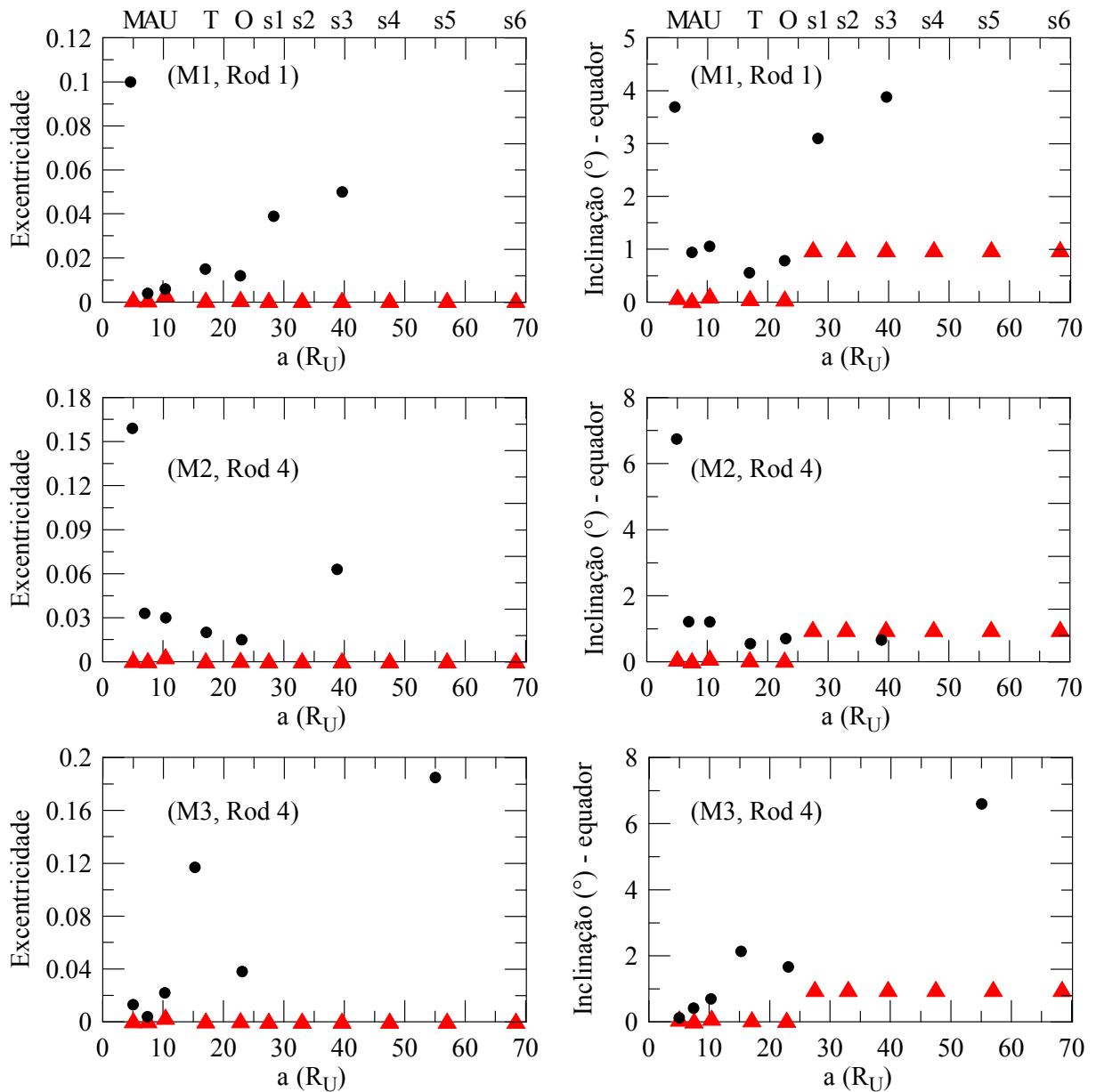


Figura 4.6: Elementos iniciais e finais para um tempo de integração de 5 milhões de anos. Topo (M1, Rod1) e Meio (M2, Rod4): os elementos de Miranda são excitados. Baixo (M3, Rod4): os elementos de Titania são excitados. Elementos iniciais e finais (valores médios) estão indicados por triângulos vermelhos e círculos cheios, respectivamente.

Comparando com a tabela 4.1 anterior, fica claro o efeito causado pelos planetesimais. Praticamente, eles desestabilizam não apenas os satélites fictícios próximos de a_c , mas também aqueles com $a > a_{Oberon}$, tornando esta região instável. Por outro lado, sempre que um planetesimal com massa da ordem de $m \approx 10^{-9} M_{\odot}$ tem uma grande aproximação da região ocupada pelos satélites regulares pode causar fortes perturbações, em especial naqueles com pequenas massas. Isto foi primeiramente apontado por Beaugé et al (2002). Do mesmo modo, em alguns casos, pequenos satélites como Miranda, Umbriel e Ariel podem ser removidos, ou suas excentricidades ou inclinações sofrem altas variações devido a ação dos grandes planetesimais. Uma vez

que suas órbitas se tornam excitadas, colisão com os vizinhos é apenas uma questão de tempo. Sendo assim, após desestabilizado um satélite pode tanto ser ejetado como colidir com outro satélite, ou até mesmo colidir com o planeta central (evento possível porém não observado). Interessante que alguns corpos bastante estáveis nas integrações sem planetesimais, por exemplo s_1 e s_2 , na presença de planetesimais, após a desestabilização de um deles, tendem a colidir entre si, no que definimos como colisões “super-catastróficas” (seção 4.2.1), ou até mesmo colidirem com outros corpos (dificilmente são ejetados antes de um evento colisional). Entretanto, como é apresentado na tabela 4.2, deve existir, com certeza, alguma situação intermediária onde um satélite regular sobrevive até o final da integração, mas adquire valores moderados de excentricidade e inclinação, os quais não são compatíveis com os valores atuais. É interessante mencionar que normalmente a variação de excentricidade sempre está acompanhada por um efeito similar na inclinação e vice-versa (Miranda e Titania na figura 4.6). Atualmente a inclinação de Miranda ($\approx 4.2^\circ$) é muito interessante, entretanto sua excentricidade é quase zero. A não usual e atual inclinação de Miranda tem sido investigada em muitos trabalhos (DERMOTT et al 1988, MALHOTRA 1990a, 1990b). Os autores encontraram que o escape de uma ressonância 3:1 de movimento médio (Ariel-Miranda) seguida pela captura por uma ressonância secundária, causou a alta inclinação de Miranda. Um estudo similar é também aplicado a Naiad, satélite de Netuno, o qual tem a inclinação orbital $\approx 4.7^\circ$ (BANFIELD & MURRAY 1992). Porém a história de satélites regulares de Netuno deve ter sido diferente dos satélites de Urano, principalmente devida a possível captura de Tritão no passado (GOLDREICH et al 1986).

De qualquer modo, nossas 20 simulações mostram que, graças a existência de alguns planetesimais com grandes valores de massa (somente 2 para cada 500 em nosso modelo), satélites fictícios além de Oberon podem ser desestabilizados. A presença destes objetos com grandes valores de massa em nosso disco é uma hipótese bastante razoável, considerando que atualmente eles existem no disco exterior de Kuiper. Além do mais, com apontado em Nesvorný et al 2007, não há razão para acreditar que apenas os 4 planetas gigantes foram os grandes objetos que se formaram no disco primordial.

Nós podemos, com certeza, mudar o número de planetesimais com grandes valores de massa, bem como a lei de potência geral adotada na distribuição das massas, porém, diversas simulações sempre mostram que qualquer intruso com massa da ordem de $m \approx 10^{-9} M_\odot$ pode provocar perturbações não negligenciáveis nos satélites regulares, em especial naqueles com pequena massa. Por outro lado, excluindo a presença de tais planetesimais no disco, torna-se difícil de conciliar a não existência de possíveis satélites regulares além de Oberon.

É conhecido que sob certas condições iniciais, semi-eixo maior, estado de rotação do planeta (para uma recente revisão veja Ferraz-Mello et al 2009), efeitos de maré poderiam reduzir a excentricidade e inclinação dos satélites. Neste trabalho, para as condições iniciais de semi-eixo maior dos satélites regulares nós adotamos os valores atuais. Talvez, considerando valores menores, mais próximos de Urano, eles poderiam resistir melhor aos encontros com planetesimais que apresentam grandes valores de massa, e após isso, devido aos efeitos de maré, suas

excentricidades e inclinações poderiam ser amortecidas para os valores atuais, assim como os semi-eixos maiores poderiam aumentar até atingirem os presentes valores.

No trabalho de Nesvorný et al 2007 os autores consideraram planetesimais sem massa e o conjunto de satélites regulares foi desprezado. Em nosso caso, todos os planetesimais que participam nos encontros próximos tem uma massa específica. Assim seus efeitos mútuos e também a completa interação com os principais satélites regulares são computadas. O efeito de planetesimais com grandes valores de massa e a interação mútua com satélites fictícios posicionados além de Oberon são a solução para eliminar estes satélites fictícios.

4.2.3 Satélites de Urano - capturados

Durante o processo de injetar planetesimais que se aproximam de Urano, uma consequência natural é a captura de alguns planetesimais pelo planeta. Em nosso caso, como nossa integração é limitada em 5 ou 10 milhões de anos, a configuração neste intervalo de tempo não representa o último cenário. Além do mais, lembramos que os planetesimais injetados são apenas aqueles que se aproximaram dentro da distância de $100R_U$ de Urano. Mesmo assim, é muito instrutivo examinar os satélites que são capturados nos primeiros 5 ou 10 milhões de anos. A tabela 4.3 mostra os valores médios de \bar{a} , \bar{e} e \bar{I} para os atuais satélites irregulares e também para aqueles que foram capturados e permaneceram até o final da correspondente integração, para cada modelo e “rodada”. É notável que para o modelo $M4(Rod1, Rod4)$ e para o modelo $M5(Rod2)$ o mecanismo de captura é bastante ineficiente. Note também que nenhum dos \bar{a} é menor do que $\approx 100R_U$. Este limite inferior parece estar em bom acordo com os satélites atuais.

A figura 4.7 apresenta $(\bar{a} \times \bar{e})$ e $(\bar{a} \times \bar{I})$ para (M2, Rod4) (tabela 4.3). Figuras semelhantes trazendo os demais casos da tabela serão mostradas no Apêndice D.

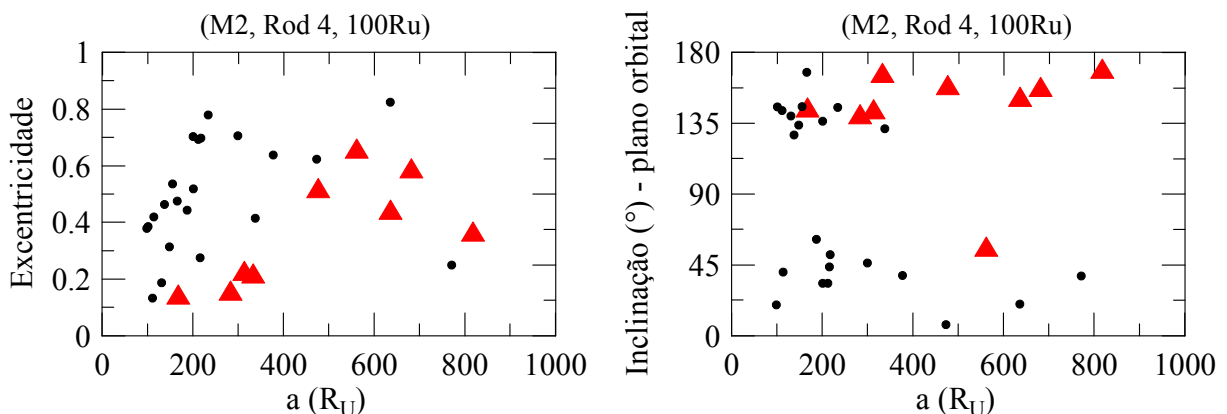


Figura 4.7: Objetos capturados (círculos cheios) no caso (M2, Rod 4) para planetesimais lançados de $\approx 100 R_U$. Os triângulos indicam os atuais satélites irregulares.

Tabela 4.3: Elementos médios atuais dos satélites irregulares conhecidos de Urano e elementos médios finais dos satélites capturados, durante a migração. Em ambos os casos o nome, semi-eixo maior, excentricidade, inclinação (com respeito ao plano orbital de Urano), massa e o diâmetro são dados. Para os satélites capturados, na última coluna, δt_c indica o intervalo de tempo a partir da captura até o final da integração. Para os satélites irregulares conhecidos os dados foram obtidos de: “http://ssd.jpl.nasa.gov/?sat_elem” e “http://ssd.jpl.nasa.gov/?sat_phys_par#legend”.

Satélites Exteriores (Valores Médios dos Elementos)													
<i>Nome</i>	$\bar{a}_i (R_U)$	\bar{e}_i	$\bar{I}_i (^\circ)$	$m (M_\odot)$	$D (km)$								
<i>Francisco</i>	167.30	0.146	145.2	4.20×10^{-15}	21.99								
<i>Caliban</i>	282.91	0.159	140.9	1.47×10^{-13}	71.92								
<i>Stephano</i>	313.16	0.229	144.1	1.29×10^{-14}	31.97								
<i>Trínculo</i>	332.71	0.220	167.1	2.30×10^{-15}	17.99								
<i>Sycorax</i>	476.50	0.522	159.4	1.33×10^{-12}	149.90								
<i>Margaret</i>	561.25	0.661	56.6	3.16×10^{-15}	20.00								
<i>Prospero</i>	636.02	0.445	152.0	4.94×10^{-14}	50.01								
<i>Setebos</i>	681.48	0.591	158.2	4.37×10^{-14}	48.01								
<i>Ferdinand</i>	817.75	0.368	169.8	3.16×10^{-15}	20.00								
Satélites Capturados (Valores Médios dos Elementos)													
<i>Nome</i>	$\bar{a}_f (R_U)$	\bar{e}_f	$\bar{I}_f (^\circ)$	$m (M_\odot)$	$D (km)$	$\delta t_c (anos)$	<i>Nome</i>	$\bar{a}_f (R_U)$	\bar{e}_f	$\bar{I}_f (^\circ)$	$m (M_\odot)$	$D (km)$	$\delta t_c (anos)$
M1 - Rod 4							M3 - Rod 4						
<i>p1</i>	245.65	0.775	168.25	2.42×10^{-14}	45.13	2.35×10^6	<i>p1</i>	142.65	0.262	38.01	8.84×10^{-16}	14.98	4.34×10^6
M2 - Rod 4							M4 - Rod 1						
<i>p1</i>	200.58	0.519	33.40	4.23×10^{-17}	5.44	4.66×10^6	<i>p2</i>	130.47	0.723	59.19	4.75×10^{-16}	12.17	4.58×10^4
<i>p2</i>	147.66	0.314	133.91	5.92×10^{-16}	13.10	4.65×10^6	<i>p3</i>	795.55	0.816	48.46	1.29×10^{-11}	365.95	5.18×10^3
<i>p3</i>	215.55	0.275	43.75	6.76×10^{-14}	63.56	4.58×10^6	<i>p4</i>	856.87	0.789	41.97	8.16×10^{-16}	14.58	4.48×10^2
<i>p4</i>	165.37	0.475	167.49	4.08×10^{-16}	11.57	3.91×10^6	M4 - Rod 3						
<i>p5</i>	137.15	0.464	127.64	9.68×10^{-16}	15.44	3.83×10^6	<i>p1</i>	434.48	0.797	66.09	1.93×10^{-15}	19.43	8.57×10^5
<i>p6</i>	217.23	0.698	51.51	1.18×10^{-13}	76.53	3.77×10^6	<i>p2</i>	490.16	0.535	43.34	2.30×10^{-15}	20.60	5.53×10^5
<i>p7</i>	472.71	0.624	7.09	3.58×10^{-16}	11.08	3.29×10^6	<i>p3</i>	464.60	0.638	173.79	1.95×10^{-14}	42.00	3.22×10^5
<i>p8</i>	98.22	0.379	19.63	6.87×10^{-15}	29.66	3.18×10^6	<i>p4</i>	597.40	0.915	14.28	4.73×10^{-15}	26.19	3.08×10^5
<i>p9</i>	110.68	0.133	143.16	2.00×10^{-15}	19.66	2.99×10^6	<i>p5</i>	284.20	0.623	55.95	6.96×10^{-16}	13.83	1.46×10^5
<i>p10</i>	100.77	0.385	145.50	1.20×10^{-15}	16.58	2.95×10^6	<i>p6</i>	361.94	0.726	34.96	3.16×10^{-14}	49.33	4.46×10^4
<i>p11</i>	770.63	0.249	38.03	7.32×10^{-16}	14.06	2.73×10^6	<i>p7</i>	776.18	0.807	42.54	5.62×10^{-14}	59.77	1.56×10^4
<i>p12</i>	337.57	0.415	131.61	1.66×10^{-12}	184.75	2.58×10^6	<i>p8</i>	832.84	0.659	33.84	2.87×10^{-13}	102.92	4.59×10^3
<i>p13</i>	186.81	0.443	61.31	1.32×10^{-14}	36.88	2.24×10^6	<i>p9</i>	874.88	0.763	46.43	5.30×10^{-16}	12.63	1.96×10^3
<i>p14</i>	113.17	0.419	40.53	1.65×10^{-14}	39.72	2.12×10^6	M4 - Rod 4						
<i>p15</i>	154.90	0.536	145.62	9.50×10^{-16}	15.34	1.48×10^6	<i>p1</i>	602.23	0.389	30.04	9.42×10^{-17}	7.10	5.13×10^5
<i>p16</i>	130.64	0.187	139.68	1.10×10^{-16}	7.48	1.42×10^6	<i>p2</i>	346.74	0.618	125.96	8.35×10^{-16}	14.69	1.32×10^5
<i>p17</i>	376.63	0.638	38.32	8.88×10^{-14}	69.61	1.15×10^6	<i>p3</i>	170.20	0.851	22.09	2.21×10^{-14}	43.79	7.23×10^4
<i>p18</i>	200.25	0.703	136.46	5.37×10^{-14}	58.87	1.14×10^6	<i>p4</i>	828.07	0.741	36.49	2.49×10^{-15}	21.15	4.45×10^3
<i>p19</i>	635.49	0.825	20.17	8.82×10^{-14}	69.46	1.09×10^6	M5 - Rod 2						
<i>p20</i>	211.66	0.693	33.44	4.59×10^{-12}	259.31	1.00×10^6	<i>p1</i>	268.00	0.437	9.56	1.23×10^{-15}	16.72	7.47×10^6
<i>p21</i>	233.83	0.780	145.15	9.86×10^{-15}	33.46	4.27×10^5							
<i>p22</i>	299.10	0.706	46.23	1.65×10^{-15}	18.44	4.20×10^5							
M3 - Rod 2													
<i>p1</i>	293.93	0.536	124.89	8.63×10^{-15}	32.01	4.26×10^6							
<i>p2</i>	144.26	0.249	143.35	2.30×10^{-15}	21.00	4.25×10^6							
<i>p3</i>	275.52	0.647	134.09	2.89×10^{-15}	22.23	3.98×10^6							
<i>p4</i>	131.62	0.540	151.63	2.87×10^{-15}	22.17	3.79×10^6							
<i>p5</i>	350.39	0.573	47.45	7.28×10^{-16}	14.04	2.99×10^6							
<i>p6</i>	224.05	0.293	132.78	1.27×10^{-15}	16.90	2.24×10^6							
<i>p7</i>	112.05	0.524	144.74	3.80×10^{-14}	52.46	1.87×10^6							
<i>p8</i>	119.06	0.447	34.50	2.39×10^{-13}	96.83	1.67×10^6							
<i>p9</i>	684.42	0.902	108.36	4.73×10^{-14}	56.43	1.08×10^5							

Na tentativa de obter um cenário definitivo dos planetas e seus satélites capturados nós deveríamos integrar o sistema todo até 100 milhões de anos. Esta é uma simulação que demanda um tempo computacional muito grande, sobretudo devido ao pequeno período dos satélites regulares e também ao número de satélites capturados. Entretanto, note que a maior parte dos satélites capturados permanecem confinados ao planeta por um longo período de tempo (veja

tabela 4.3). Em princípio, após 5 ou 10 milhões de anos, quase não acontecerão mais encontros próximos planetários. Além disso, após este tempo, alguns experimentos adicionais tem mostrado que o número de importantes encontros planeta-planetesimais não apenas diminuem rapidamente bem como o efeito deles parece não ser significativo (figura 4.2). Assim, é razoável acreditar que a captura de planetesimais como mostrado em nossas simulações, é de fato um mecanismo que pode gerar uma coleção de objetos ao redor de Urano, os quais podem alcançar a configuração dos satélites irregulares atuais.

Usualmente, a estatística dos objetos capturados pode ser aumentada de diferentes maneiras: ao invés de clonar um planetesimal original em 500, nós podemos fazer isso com um número maior que 500. Outra estratégia é considerar os encontros planeta-planetesimais com uma distância maior do que $100R_U$. Finalmente, o número de encontros próximos por nós detectados foram obtidos verificando a distância planeta-planetesimal a cada 14 anos. Diminuindo este intervalo de tempo, certamente mais encontros seriam coletados.

A figura 4.8 é semelhante a figura 4.7 mas desta vez, no lugar de $100R_U$, todos os encontros planeta-planetesimais foram coletados dentro da distância de $300R_U$. Por esta razão o número de capturas é maior quando comparado com o caso anterior. Como apontado por Nesvorný et al 2007, o número das capturas retrógradas é quase similar as capturas prógradas. Esta relação contradiz a atual distribuição observada. Entretanto, um cenário final da relação destas duas populações provavelmente requer mais investigações, especialmente evolução colisional (BOTTKE et al 2010). Primeiramente nós temos que aumentar o número de planetesimais capturados, nós podemos fazer isso explorando as estratégias apontadas acima. Depois, evoluir todo o grupo de objetos por um longo tempo, considerando suas interações mútuas. Isso parece ser necessário para computar futuras colisões entre eles. Como em nosso modelo todos os satélites capturados tem massa, uma simulação computando colisões entre eles pode ser importante para esculpir um cenário próximo do atualmente observado. Antes de alguma estabilização deste sistema, é difícil definir a razão de objetos prógrados e retrógrados.

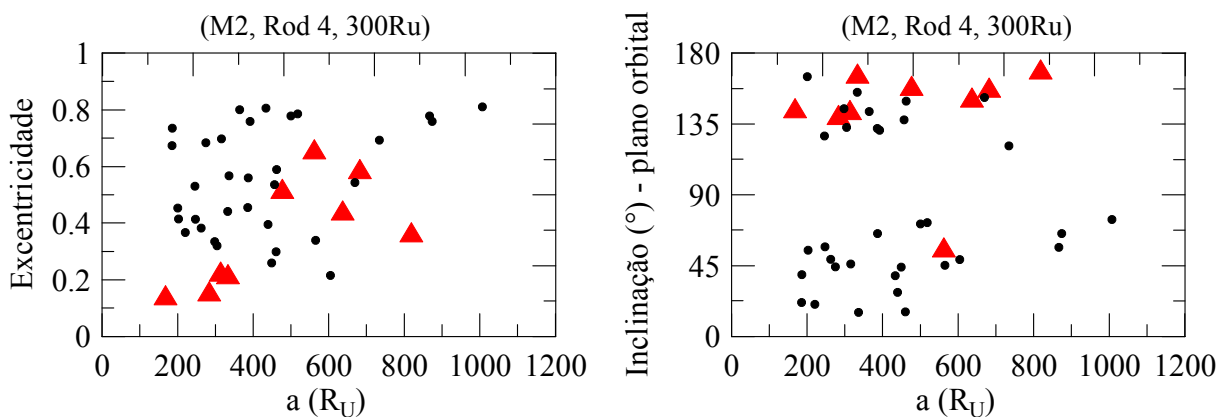


Figura 4.8: Objetos capturados (círculos cheios) no caso (M2, Rod 4) para planetesimais lançados de $\approx 300 R_U$. Os triângulos indicam os atuais satélites irregulares.

Olhando para a inclinação dos satélites capturados, figuras 4.7 e 4.8, fica clara a ausência

de objetos em torno de $I = 90^0$. Nossas simulações já demonstraram que satélites planares ($I \approx 0^0$ com respeito ao equador de Urano), além de Oberon não sobrevivem. Por outro lado, os satélites capturados em geral tem semi-eixo maior $a \geq 100R_U$ e assim suas inclinações são referidas ao plano orbital do planeta, não ao equador.

4.2.4 Satélites de Saturno - sem planetesimais

Nesta seção nós investigamos o comportamento de satélites regulares e fictícios de Saturno sob a ação da migração, ainda sem a presença de planetesimais. A metodologia desta seção será a mesma adotada na seção 4.2.1.

Nós integramos sete satélites regulares (m=Mimas, e=Enceladus, t=Tethys, d=Dione, r=Rhea, T=Titan e h=Hyperion), também consideramos a presença de Iapetus (i), assim como três satélites fictícios $sk = (s1, s2, s3)$ posicionados entre as órbitas de Hyperion e Iapetus. Seus semi-eixos maiores são: $29.4R_S$, $36.8R_S$ e $41.1R_S$ respectivamente. Estes valores foram tomados arbitrariamente neste primeiro estudo. Tal decisão foi tomada dado que na distribuição de satélites de Saturno o valor de β para a relação $a_{i+1} \approx \beta a_i$, não é aproximadamente constante como no caso de Urano. Mais adiante as condições iniciais serão dadas na tabela 4.4. Para os satélites regulares nós tomamos os valores atuais dos elementos orbitais (em relação ao equador de Saturno). Os valores de massa (em unidades de massa solar) adotados para os satélites regulares foram os atuais, $m_m \approx 1.89 \times 10^{-11}$ ($D \approx 396.71km$), $m_e \approx 5.43 \times 10^{-11}$ ($D \approx 504.13km$), $m_t \approx 3.11 \times 10^{-10}$ ($D \approx 1071.64km$), $m_d \approx 5.51 \times 10^{-10}$ ($D \approx 1117.48km$), $m_r \approx 1.16 \times 10^{-9}$ ($D \approx 1530.16km$), $m_T \approx 6.76 \times 10^{-8}$ ($D \approx 5150.10km$) e $m_h \approx 5.43 \times 10^{-12}$ ($D \approx 330.77km$). Iapetus apresenta o seguinte valor: $m_i \approx 9.08 \times 10^{-10}$ ($D \approx 1468.16km$). Os valores de densidades (em g/cm^3) utilizados para o cálculo dos diâmetros dos satélites regulares também foram os atuais: $\rho_m \approx 1.15$, $\rho_e \approx 1.61$, $\rho_t \approx 0.96$, $\rho_d \approx 1.47$, $\rho_r \approx 1.23$, $\rho_T \approx 1.88$ e $\rho_h \approx 0.57$. Para Iapetus adotamos: $\rho_i \approx 1.09$ (valor também atual). Para os satélites fictícios os valores adotados foram: $m_{s1} = 3 \times 10^{-12}$ ($D \approx 225.04km$), $m_{s2} = 2 \times 10^{-12}$ ($D \approx 196.59km$) e $m_{s3} = 1 \times 10^{-12}$ ($D \approx 156.03km$) (densidades iguais $1 g/cm^3$). Neste caso, o passo do integrador adotado foi fixado em $1/20$ do período de Mimas. Os perturbadores continuam sendo os planetas vizinhos, Sol e o J_2 e as perturbações mútuas entre todos os satélites. O movimento dos planetas novamente é dado pelos polinômios interpoladores obtidos de acordo com a técnica descrita na seção 3.3 *item iii*, e a integração foi conduzida baseando-se nos cinco modelos M_i com $i=1,2,3,4,5$ apresentados na figura 4.4, seção 4.2.1. Assim como para Urano este conjunto de satélites foi integrado na atual configuração do Sistema Solar de modo que possamos então analisar sua estabilidade.

A tabela 4.4 apresenta os resultados obtidos deste estudo.

Tabela 4.4: Resultados de integrações de 5 e 10 milhões de anos considerando os principais satélites regulares atuais de Saturno, Iapetus e 3 fictícios entre as órbitas de Hyperion e Iapetus. Os planetas migraram seguindo os modelos bem sucedidos M_i , $i = 1, 2, 3, 4, 5$, sem planetesimais. Os índices i e f identificam os valores iniciais e finais, respectivamente, ieq e feq os valores iniciais e finais, respectivamente, da inclinação em relação ao equador Saturno. As notações para os satélites são: $m = Mimas$, $e = Enceladus$, $t = Tethys$, $d = Dione$, $r = Rhea$, $T = Titan$ e $h = Hyperion$ com $i = Iapetus$ e mais três fictícios: $s1$, $s2$ e $s3$. Satélites ejetados estarão indicados por “ ej ” e os corpos que foram destruídos por colisão serão indicados pelo índice do corpo com o qual colidiu. As condições iniciais dos satélites regulares foram retiradas de: “http://ssd.jpl.nasa.gov/?sat_elem”.

Elementos Iniciais (Valores Médios)											
	m	e	t	d	r	T	h	$s1$	$s2$	$s3$	i
$\bar{a}_i(R_S)$	3.09	3.96	4.89	6.27	8.75	20.27	24.59	29.40	36.80	41.10	59.10
\bar{e}_i	0.019	0.005	0.001	0.002	0.001	0.029	0.080	0.001	0.001	0.001	0.028
$\bar{I}_{ieq}(^\circ)$	1.62	0.01	1.09	0.02	0.33	0.47	1.15	1.00	1.00	1.00	13.37
Elementos Finais - Sem Planetesimais (Valores Médios)											
Sistema Solar atual											
$\bar{a}_f(R_S)$	3.09	3.96	4.89	6.27	8.75	20.28	24.58	29.34	T	41.07	59.09
\bar{e}_f	0.020	0.005	0.001	0.002	0.001	0.029	0.104	0.037	T	0.100	0.033
$\bar{I}_{feq}(^\circ)$	1.58	0.01	1.09	0.03	0.35	0.90	1.21	1.67	T	6.61	27.44
M1											
$\bar{a}_f(R_S)$	3.09	3.96	4.89	6.27	8.75	20.27	$s1$	h	ej	T	58.36
\bar{e}_f	0.020	0.005	0.001	0.003	0.015	0.032	$s1$	h	ej	T	0.105
$\bar{I}_{feq}(^\circ)$	1.58	0.04	1.05	0.38	0.93	2.78	$s1$	h	ej	T	38.47
M2											
$\bar{a}_f(R_S)$	3.09	3.96	4.89	6.27	8.75	20.18	$s1$	h	d	ej	ej
\bar{e}_f	0.020	0.004	0.001	0.001	0.033	0.058	$s1$	h	d	ej	ej
$\bar{I}_{feq}(^\circ)$	1.57	0.01	1.10	0.04	2.03	1.55	$s1$	h	d	ej	ej
M3											
$\bar{a}_f(R_S)$	3.09	3.96	4.89	6.27	8.75	20.27	$s1$	h	ej	T	59.08
\bar{e}_f	0.020	0.005	0.001	0.002	0.029	0.026	$s1$	h	ej	T	0.060
$\bar{I}_{feq}(^\circ)$	1.58	0.01	1.08	0.39	1.70	2.82	$s1$	h	ej	T	22.23
M4											
$\bar{a}_f(R_S)$	3.09	3.96	4.89	6.27	8.75	20.33	$s1$	h	T	ej	T
\bar{e}_f	0.020	0.004	0.001	0.002	0.004	0.008	$s1$	h	T	ej	T
$\bar{I}_{feq}(^\circ)$	1.57	0.01	1.11	0.18	0.64	3.21	$s1$	h	T	ej	T
M5											
$\bar{a}_f(R_S)$	3.09	3.96	4.89	6.26	8.75	20.21	$s1$	h	ej	d	ej
\bar{e}_f	0.020	0.006	0.002	0.004	0.040	0.016	$s1$	h	ej	d	ej
$\bar{I}_{feq}(^\circ)$	1.57	0.01	1.17	0.14	2.05	7.50	$s1$	h	ej	d	ej

É notável o fato de que todos os satélites além da órbita de Titan parecem não suportar os efeitos da migração planetária, de maneira semelhante aos satélites de Urano. Porém, aqui o efeito principal não se deve a existência da ressonância de Lidov-Kozai, como era o caso do satélite $s6$ de Urano (KINOSHITA & NAKAI 1991). No caso de Saturno, os principais fenômenos que parecem influenciar na desestabilização dos satélites além da órbita de Titan são os encontros planetários e também a perturbação mútua entre os satélites (uma vez desestabilizados a colisão entre satélites mostra-se mais comum do que ejeção, tabela 4.4). Em todos os casos os satélites Hyperion e $s1$ foram destruídos por um evento colisional “super-catastrófico”. Este fato parece indicar que tais satélites não poderiam ter existido em tal configuração. Entretanto, veremos na próxima seção que o fato de introduzirmos a perturbação

dos planetesimais pode modificar este padrão. O satélite Iapetus, por estar mais afastado dos demais, pode não sofrer tanto com as perturbações decorrentes de interações mútuas. Entretanto, nos dois casos onde Iapetus permaneceu orbitando Saturno, sua excentricidade (M1) e inclinação (M1, M3) orbital tiveram um aumento considerável devido os encontros próximos planetários. Tal aumento de excentricidade provoca possíveis encontros entre Iapetus e Titan. O resultado destes encontros pode ser a ejeção de Iapetus ou uma colisão com Titan. Como Titan é um objeto bastante grande, nosso código admite este tipo de colisão como sendo inelástica. Somando este fenômeno com as perturbações provenientes dos encontros próximos planetários, vemos que a inclinação de Titan apresenta valores finais inconsistentes com os valores atualmente observados. Também vale atentar ao fato de que Titan, em conjunto com os encontros próximos planetários, é o responsável por desestabilizar os demais satélites fictícios, assim como Hyperion em alguns casos (podendo deste modo não somente Iapetus, mas outros satélites colidirem com Titan e colaborarem com o aumento observado em sua inclinação orbital). Satélites interiores a órbita de Titan parecem não serem muito afetados pela migração planetária e seus encontros planeta-planeta.

A análise da evolução deste conjunto de satélites sobre a influência do Sistema Solar atual mostra que as variações inconcistentes na inclinação de Titan e demais elementos orbitais não são observadas (para quase todos os satélites considerados). A exceção encontra-se no satélite s_2 , onde de algum modo (ainda não estudado por nós) Titan mostra-se responsável por sua rápida desestabilização. Esta conclusão foi realizada a partir de integrações onde “retiramos” Titan e o satélite s_2 permanece estável.

As figuras referentes aos dados apresentados na tabela 4.4 serão apresentados no Apêndice E.

4.2.5 Satélites de Saturno - com planetesimais

Agora somaremos as duas perturbações, encontros próximos planetários e encontros com planetesimais. Continuaremos estudando o mesmo conjunto de satélites regulares e fictícios adotados na seção anterior. Como mencionado na seção 3.3 *item iv*, utilizaremos nossa técnica de interpolação para computar os encontros próximos planetários. O satélite s_2 continuará sendo considerado aqui pois sua presença nada interfere nos resultados, e porque testes adicionais nos fez concluir que não apenas o satélite s_2 é afetado por Titan mas toda região próxima à sua órbita.

Lembramos que a metodologia adotada para selecionar as coordenadas e massas dos planetesimais que utilizaremos em nosso estudo já foi explicitada na seção 3.4, assim como o fato de que neste estudo não incluiremos os planetesimais com um Δt fixo, mas sim com um Δt variável e que respeitará o número de encontros por período de tempo mostrados na figura 4.9 (semelhante a figura 4.3). O modo com o qual conduziremos este presente estudo será o mesmo daquele desenvolvido na seção 4.2.2.

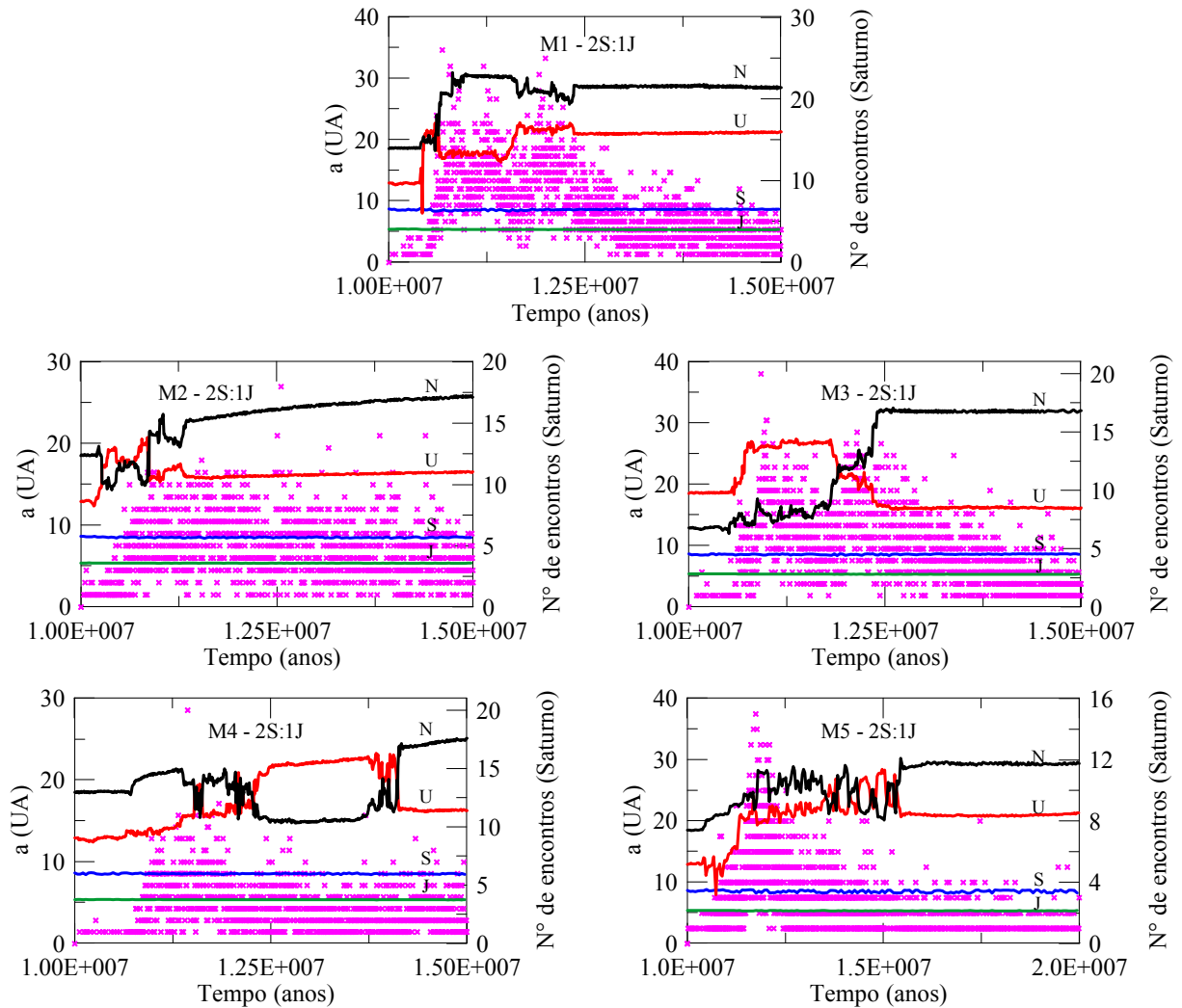


Figura 4.9: Evolução temporal do semi-eixo maior dos planetas e número de encontros de planetesimais com Saturno durante a passagem pela 2S:1J, referente a figura 4.3.

Novamente, dos 5 modelos apresentados na figura 4.9 nós integramos cada um deles considerando 4 diferentes tipos de inserção de planetesimais, escolhidas randomicamente. Com isso um total de 20 “rodadas” foram integradas, sendo que para Saturno 19 delas foram bem sucedidas. Continuamos entendendo como resultados bem sucedidos aqueles onde todos os satélites regulares permanecem em órbita ao redor do planeta.

Entretanto, em praticamente todos os casos, a inclinação de Titan apresenta valores não compatíveis com os atualmente observados. Na figura 4.10 mostraremos três exemplos claros, onde Titan termina com: $e \approx 0.033$, $I \approx 6.07^\circ$ (M2, Rod 4), $e \approx 0.024$, $I \approx 2.56^\circ$ (M3, Rod2) e $e \approx 0.016$, $I \approx 6.01^\circ$ (M4, Rod 4). No primeiro caso também pode ser observada uma grande variação na inclinação de Dione $e \approx 0.034$, $I \approx 1.36^\circ$ (M2, Rod 4), e Rhea $e \approx 0.039$, $I \approx 1.74^\circ$ (M2, Rod 4). As referências de *modelo* (M_i) e “rodadas” ($Rod[i]$) estão apresentadas nas tabelas 4.5 e 4.6. As demais figuras serão apresentadas no Apêndice F.

Tabela 4.5: Semelhante a tabela 4.4, mas desta vez o efeito dos encontros próximos planetesimais-satélites estão incluídos. Como mencionado no texto, entre 20 “rodadas”, as 19 que terminaram com sucesso são mostradas. Porém apenas 11 serão apresentadas aqui. As 8 remanescentes serão apresentadas na tabela 4.6 (continuação desta). O índice “S” simboliza colisões que ocorreram com Saturno.

Elementos Iniciais (Valores Médios)											
	m	e	t	d	r	T	h	$s1$	$s2$	$s3$	i
$\bar{a}_i(R_S)$	3.09	3.96	4.89	6.27	8.75	20.27	24.59	29.40	36.80	41.10	59.10
\bar{e}_i	0.019	0.005	0.001	0.002	0.001	0.029	0.080	0.001	0.001	0.001	0.028
$\bar{I}_{ieq}(^\circ)$	1.62	0.01	1.09	0.02	0.33	0.47	1.15	1.00	1.00	1.00	13.37
Elementos Finais (Valores Médios)											
M1 - Rod 1											
$\bar{a}_f(R_S)$	3.09	3.96	4.89	6.27	8.75	20.26	s1	h	T	ej	59.73
\bar{e}_f	0.020	0.005	0.002	0.003	0.011	0.025	s1	h	T	ej	0.102
$\bar{I}_{feq}(^\circ)$	1.59	0.03	1.14	0.33	0.84	3.40	s1	h	T	ej	27.25
M1 - Rod 2											
$\bar{a}_f(R_S)$	3.09	3.95	4.89	6.27	8.75	20.36	T	28.81	ej	ej	T
\bar{e}_f	0.020	0.005	0.005	0.001	0.031	0.040	T	0.065	ej	ej	T
$\bar{I}_{feq}(^\circ)$	1.63	0.02	1.10	0.36	1.82	4.49	T	7.67	ej	ej	T
M1 - Rod 3											
$\bar{a}_f(R_S)$	3.09	3.95	4.89	6.26	8.65	20.47	r	29.48	T	ej	S
\bar{e}_f	0.024	0.038	0.003	0.008	0.019	0.022	r	0.072	T	ej	S
$\bar{I}_{feq}(^\circ)$	1.79	0.46	1.15	0.38	1.35	0.99	r	1.39	T	ej	S
M1 - Rod 4											
$\bar{a}_f(R_S)$	3.09	3.96	4.89	6.27	8.77	20.19	ej	ej	ej	ej	T
\bar{e}_f	0.020	0.010	0.002	0.002	0.006	0.022	ej	ej	ej	ej	T
$\bar{I}_{feq}(^\circ)$	1.61	0.04	1.14	0.13	0.60	2.68	ej	ej	ej	ej	T
M2 - Rod 1											
$\bar{a}_f(R_S)$	3.09	3.96	4.89	6.25	8.77	19.16	s1	h	ej	r	59.19
\bar{e}_f	0.019	0.006	0.042	0.050	0.043	0.096	s1	h	ej	r	0.226
$\bar{I}_{feq}(^\circ)$	1.34	0.20	1.95	2.90	3.08	2.42	s1	h	ej	r	17.88
M2 - Rod 2											
$\bar{a}_f(R_S)$	3.09	3.96	4.90	6.27	8.75	20.36	T	28.99	ej	T	T
\bar{e}_f	0.019	0.014	0.002	0.002	0.004	0.016	T	0.048	ej	T	T
$\bar{I}_{feq}(^\circ)$	1.62	0.01	1.07	0.06	0.53	5.20	T	6.83	ej	T	T
M2 - Rod 4											
$\bar{a}_f(R_S)$	3.15	4.00	4.83	6.10	8.71	20.47	T	ej	S	T	ej
\bar{e}_f	0.005	0.024	0.020	0.034	0.039	0.033	T	ej	S	T	ej
$\bar{I}_{feq}(^\circ)$	1.82	0.89	0.23	1.36	1.74	6.07	T	ej	S	T	ej
M3 - Rod 1											
$\bar{a}_f(R_S)$	3.09	3.96	4.90	6.27	8.44	20.17	T	28.91	T	ej	T
\bar{e}_f	0.021	0.017	0.004	0.003	0.043	0.032	T	0.053	T	ej	T
$\bar{I}_{feq}(^\circ)$	1.56	0.05	1.12	0.29	0.76	3.18	T	4.43	T	ej	T
M3 - Rod 2											
$\bar{a}_f(R_S)$	3.09	3.96	4.89	6.27	8.64	20.39	s1	h	T	T	T
\bar{e}_f	0.018	0.021	0.009	0.004	0.007	0.024	s1	h	T	T	T
$\bar{I}_{feq}(^\circ)$	1.50	0.29	1.22	0.56	0.66	2.56	s1	h	T	T	T
M3 - Rod 3											
$\bar{a}_f(R_S)$	3.09	3.95	4.89	6.26	8.74	20.28	24.58	ej	T	ej	ej
\bar{e}_f	0.020	0.006	0.004	0.005	0.029	0.030	0.103	ej	T	ej	ej
$\bar{I}_{feq}(^\circ)$	1.62	0.01	1.12	0.27	1.73	2.18	1.58	ej	T	ej	ej
M3 - Rod 4											
$\bar{a}_f(R_S)$	3.08	3.95	4.89	6.27	8.76	20.25	s1	h	T	ej	58.79
\bar{e}_f	0.020	0.015	0.002	0.003	0.028	0.075	s1	h	T	ej	0.087
$\bar{I}_{feq}(^\circ)$	1.56	0.01	1.14	0.55	1.68	1.20	s1	h	T	ej	26.43

Tabela 4.6: Continuação da tabela 4.5, trazendo os 8 resultados remanescentes, respeitando a mesma apresentação.

Elementos Iniciais (Valores Médios)											
	<i>m</i>	<i>e</i>	<i>t</i>	<i>d</i>	<i>r</i>	<i>T</i>	<i>h</i>	<i>s1</i>	<i>s2</i>	<i>s3</i>	<i>i</i>
$\bar{a}_i(R_S)$	3.09	3.96	4.89	6.27	8.75	20.27	24.59	29.40	36.80	41.10	59.10
\bar{e}_i	0.019	0.005	0.001	0.002	0.001	0.029	0.080	0.001	0.001	0.001	0.028
$\bar{I}_{ieq}(^\circ)$	1.62	0.01	1.09	0.02	0.33	0.47	1.15	1.00	1.00	1.00	13.37
Elementos Finais (Valores Médios)											
M4 - Rod 1											
$\bar{a}_f(R_S)$	3.08	3.95	4.88	6.13	8.75	20.25	<i>ej</i>	29.64	<i>ej</i>	<i>i</i>	<i>ej</i>
\bar{e}_f	0.019	0.013	0.002	0.020	0.012	0.009	<i>ej</i>	0.110	<i>ej</i>	<i>i</i>	<i>ej</i>
$\bar{I}_{feq}(^\circ)$	1.63	0.11	1.10	0.12	1.05	7.18	<i>ej</i>	9.48	<i>ej</i>	<i>i</i>	<i>ej</i>
M4 - Rod 2											
$\bar{a}_f(R_S)$	3.08	3.96	4.89	6.27	8.74	20.27	24.57	<i>ej</i>	<i>s3</i>	<i>s2</i>	59.36
\bar{e}_f	0.020	0.018	0.003	0.002	0.013	0.022	0.096	<i>ej</i>	<i>s3</i>	<i>s2</i>	0.171
$\bar{I}_{feq}(^\circ)$	1.63	0.27	1.13	0.30	1.21	1.21	1.60	<i>ej</i>	<i>s3</i>	<i>s2</i>	24.93
M4 - Rod 3											
$\bar{a}_f(R_S)$	3.09	3.94	4.88	6.27	8.75	20.31	24.63	29.31	T	<i>ej</i>	59.09
\bar{e}_f	0.016	0.012	0.003	0.005	0.004	0.025	0.109	0.040	T	<i>ej</i>	0.022
$\bar{I}_{feq}(^\circ)$	1.64	0.28	1.06	0.09	0.25	2.89	2.65	3.29	T	<i>ej</i>	28.04
M4 - Rod 4											
$\bar{a}_f(R_S)$	3.08	3.95	4.98	6.26	8.73	20.22	<i>s1</i>	<i>h</i>	<i>ej</i>	<i>ej</i>	<i>ej</i>
\bar{e}_f	0.020	0.011	0.004	0.003	0.002	0.016	<i>s1</i>	<i>h</i>	<i>ej</i>	<i>ej</i>	<i>ej</i>
$\bar{I}_{feq}(^\circ)$	1.49	0.02	1.12	0.17	0.57	6.01	<i>s1</i>	<i>h</i>	<i>ej</i>	<i>ej</i>	<i>ej</i>
M5 - Rod 1											
$\bar{a}_f(R_S)$	3.09	3.95	4.90	6.27	8.74	20.30	<i>s1</i>	<i>h</i>	<i>ej</i>	T	59.03
\bar{e}_f	0.061	0.044	0.036	0.031	0.034	0.023	<i>s1</i>	<i>h</i>	<i>ej</i>	T	0.050
$\bar{I}_{feq}(^\circ)$	2.39	2.14	2.52	2.05	2.64	9.55	<i>s1</i>	<i>h</i>	<i>ej</i>	T	27.84
M5 - Rod 2											
$\bar{a}_f(R_S)$	3.09	3.96	4.89	6.27	8.76	20.17	T	T	<i>ej</i>	<i>r</i>	<i>ej</i>
\bar{e}_f	0.021	0.016	0.025	0.006	0.034	0.018	T	T	<i>ej</i>	<i>r</i>	<i>ej</i>
$\bar{I}_{feq}(^\circ)$	1.71	0.15	1.13	4.51	1.95	2.86	T	T	<i>ej</i>	<i>r</i>	<i>ej</i>
M5 - Rod 3											
$\bar{a}_f(R_S)$	3.09	3.96	4.90	6.27	8.72	20.37	T	S	<i>ej</i>	T	T
\bar{e}_f	0.029	0.004	0.014	0.015	0.044	0.025	T	S	<i>ej</i>	T	T
$\bar{I}_{feq}(^\circ)$	1.60	0.07	1.32	1.99	3.16	7.08	T	S	<i>ej</i>	T	T
M5 - Rod 4											
$\bar{a}_f(R_S)$	3.09	3.95	4.89	6.27	8.74	20.35	<i>s1</i>	<i>h</i>	<i>ej</i>	T	T
\bar{e}_f	0.019	0.018	0.013	0.046	0.017	0.036	<i>s1</i>	<i>h</i>	<i>ej</i>	T	T
$\bar{I}_{feq}(^\circ)$	1.56	0.21	1.35	2.84	1.08	12.49	<i>s1</i>	<i>h</i>	<i>ej</i>	T	T

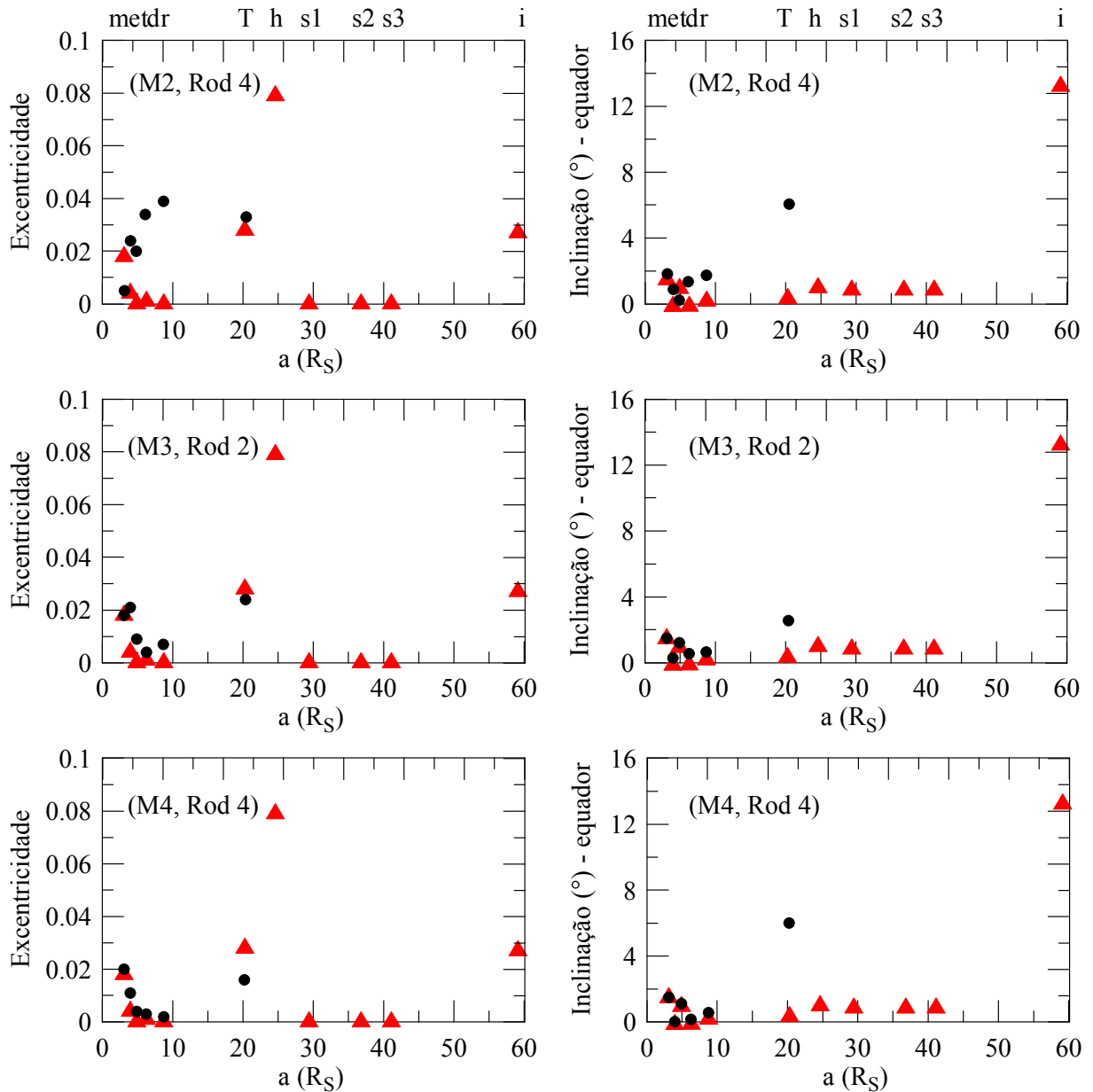


Figura 4.10: Elementos iniciais e finais para um tempo de integração de 5 milhões de anos. Topo (M2, Rod4): os elementos de Dione, Rhea e Titan são excitados. Meio (M3, Rod2) e baixo (M4, Rod4): os elementos de Titan são excitados. Elementos iniciais e finais (valores médios) estão indicados por triângulos vermelhos e círculos cheios, respectivamente.

Comparando com a tabela 4.4, seção 4.2.4, não vemos com tanta clareza a diferença do efeito causado pelos planetesimais (diferentemente do caso de Urano). Neste caso, como citado na seção anterior, apenas o padrão de colisões “super-catastróficas” que pode ocorrer entre Hyperion e $s1$ é modificado. Aqui ao invés colidirem entre si em todas as simulações, das 19 bem sucedidas colidem em 7, em 1 (uma) ambos sobrevivem e em outras 7 um ou outro sobrevive. No caso onde um ou outro sobrevive, o satélite $s1$ sobrevive em 5 simulações, ao passo que Hyperion sobrevive em apenas 2. Nas 4 simulações restantes estes objetos colidem com outros satélites ou são ejetados (tabelas 4.5 e 4.6). Isso está ligado ao fato de Hyperion estar

capturado em uma ressonância 4:3 de movimento médio com Titan (configuração atual, e que garante sua estabilidade, Callegari & Yokoyama 2010). Ao ser perturbado pelos encontros com planetesimais, escapando da ressonância, pode ser facilmente desestabilizado sem colidir com o satélite s_1 que pode permanecer estável ou não dependendo das perturbações durante o restante da integração. Dado o fato de Hyperion ser um satélite atualmente estável apenas devido sua captura na ressonância 4:3 com Titan, consideramos como resultados bem sucedidos também aqueles onde Hyperion foi desestabilizado.

Durante as simulações com planetesimais, Titan parece “ter um papel de escudo” para os satélites com órbitas internas a sua. Planetesimais com massa da ordem $m \approx 10^{-9}M_{\odot}$ são na maioria das vezes desviados por Titan (ou colidem) antes que possam penetrar na região onde se encontram os satélites regulares. Deste modo, estes planetesimais com grandes valores de massa apenas perturbam fortemente satélites além da órbita de Titan, e também colaboram com o aumento indevido da inclinação orbital de Titan. Como um exemplo de como Titan “proteje” os satélites com órbitas interiores à sua podemos analisar a simulação (M2,Rod4). De um total de 20 colisões entre planetesimais e satélites computamos: 1 com Mimas, 1 com Enceladus, 2 com Dione, 2 com Rhea e 14 com Titan. O fato de computarmos apenas 20 colisões está relacionado com o número de planetesimais envolvidos em nossa integração. Caso dividissemos 1 planetesimal em um número maior do que 500 certamente teríamos um maior número de encontros e a proporção de encontros com Titan tenderia à aumentar. Vale atentar que dos 20 encontros, por exemplo aqueles que colidiram com Mimas ou Enceladus, não se trata de uma colisão com planetesimal de massa $\approx 10^{-9}M_{\odot}$ (o que destruiria Mimas ou Enceladus), mas sim de um planetesimal com massa bastante inferior a massa de Mimas ou Enceladus. Por outro lado, as colisões com Titan podem ocorrer com planetesimais de maiores valores de massa.

Como pode ser visto nas tabelas 4.5 e 4.6, os valores de inclinação apresentados por Titan são maiores do que no caso sem planetesimais (seção 4.2.4). Outro ponto bastante interessante é que diferentemente dos resultados apresentados para satélites de Urano, as excentricidades dos satélites de Saturno não acompanham os aumentos de inclinação sofridos (tabelas 4.5 e 4.6).

De qualquer modo, nossas 20 simulações aparentemente mostram que, graças a existência de Titan, satélites fictícios além de sua órbita podem ser ejetados. A presença de objetos com grandes valores de massa, como citado acima, parece apenas colaborar para o aumento indesejado da inclinação de Titan, não tendo influência sobre os demais satélites com órbitas interiores a sua, os quais permanecem praticamente imunes as possíveis e diversificadas perturbações provenientes da migração planetária (fato que contrasta com o observado em satélites de Urano).

4.2.6 Satélites de Saturno - capturados

Assim como na seção 4.2.3, durante o processo de injetar planetesimais que se aproximam de Saturno, uma consequência natural é a captura de alguns planetesimais pelo planeta. De mesmo modo salientamos que os resultados mostrados aqui não representam o cenário final de objetos capturados. Neste ponto trabalhamos apenas com planetesimais que se aproximam a uma distância de $100R_S$. A tabela 4.7 (semelhante a tabela 4.3, seção 4.2.3) mostra os valores médios de \bar{a} , \bar{e} e \bar{I} para os atuais satélites irregulares e também para aqueles que foram capturados e permaneceram até o final da correspondente integração, para cada modelo e “rodada”.

Tabela 4.7: Elementos atuais dos satélites irregulares conhecidos de Saturno e elementos finais dos satélites capturados, durante a migração. Em ambos os casos o nome, semi-eixo maior, excentricidade, inclinação (com respeito ao plano orbital de Saturno), massa e o diâmetro são dados. Para os satélites capturados, na última coluna, δt_c indica o intervalo de tempo a partir da captura até o final da integração. Para os satélites irregulares conhecidos os dados foram obtidos de: “http://ssd.jpl.nasa.gov/?sat_elem” e “http://ssd.jpl.nasa.gov/?sat_phys_par#legend”.

Satélites Exteriores (Valores Médios dos Elementos)													
Nome	$\bar{a}_i(R_S)$	\bar{e}_i	$\bar{I}_i(^{\circ})$	$m(m_{\odot})$	$D(km)$	Nome	$\bar{a}_i(R_S)$	\bar{e}_i	$\bar{I}_i(^{\circ})$	$m(m_{\odot})$	$D(km)$		
<i>Kiviuq</i>	187.68	0.164	48.52	2.48×10^{-15}	16.00	<i>Bergelmír</i>	320.87	0.142	158.9	1.31×10^{-16}	6.00		
<i>Ijiraq</i>	188.61	0.458	47.12	1.05×10^{-15}	12.01	<i>Jarnsaxa</i>	321.17	0.217	163.3	-	-		
<i>Phoebe</i>	214.26	0.174	173.9	4.17×10^{-12}	213.40	<i>Narvi</i>	322.18	0.426	143.2	2.08×10^{-16}	7.00		
<i>Paaliaq</i>	249.29	0.540	41.77	6.45×10^{-15}	22.00	<i>Suttungr</i>	323.17	0.114	173.9	2.08×10^{-16}	7.00		
<i>Skathi</i>	259.08	0.294	150.8	3.01×10^{-16}	7.92	<i>Hati</i>	328.12	0.373	165.0	1.31×10^{-16}	6.00		
<i>Albiorix</i>	272.14	0.484	35.51	1.98×10^{-14}	31.98	<i>Bestla</i>	336.46	0.474	141.7	2.08×10^{-16}	7.00		
<i>Bebhionn</i>	284.03	0.484	34.56	1.31×10^{-16}	6.00	<i>Farbauti</i>	338.27	0.245	158.0	7.57×10^{-17}	5.00		
<i>Erriapus</i>	292.22	0.468	38.65	6.05×10^{-16}	10.00	<i>Thrymr</i>	339.15	0.465	173.7	2.08×10^{-16}	7.00		
<i>Siarnaq</i>	298.92	0.405	44.51	3.87×10^{-14}	39.98	<i>Aegir</i>	344.29	0.252	167.1	1.31×10^{-16}	6.00		
<i>Skoll</i>	293.08	0.470	160.2	-	-	<i>Kari</i>	366.32	0.484	155.9	-	-		
<i>Tarvos</i>	303.03	0.531	35.95	2.04×10^{-15}	14.99	<i>Fenrir</i>	372.58	0.133	164.4	3.87×10^{-17}	4.00		
<i>Tarqeq</i>	297.17	0.119	49.57	-	-	<i>Surtur</i>	380.31	0.447	169.14	-	-		
<i>Hyrrokkin</i>	305.92	0.329	151.2	-	-	<i>Ymir</i>	383.96	0.343	171.7	3.53×10^{-15}	18.00		
<i>Greip</i>	306.00	0.316	173.3	-	-	<i>Loge</i>	382.71	0.188	167.2	-	-		
<i>Mundilfari</i>	309.75	0.205	169.2	2.08×10^{-16}	7.00	<i>Fornjot</i>	417.32	0.210	169.7	1.31×10^{-16}	6.00		
Satélites Capturados (Valores Médios dos Elementos)													
Nome	$\bar{a}_f(R_S)$	\bar{e}_f	$\bar{I}_f(^{\circ})$	$m(M_{\odot})$	$D(km)$	$\delta t_c(\text{anos})$	Nome	$\bar{a}_f(R_S)$	\bar{e}_f	$\bar{I}_f(^{\circ})$	$m(M_{\odot})$	$D(km)$	$\delta t_c(\text{anos})$
M1 - Rod 1						M3 - Rod 2							
<i>p1</i>	188.13	0.167	37.89	2.15×10^{-15}	20.14	2.84×10^6	<i>p1</i>	105.70	0.360	143.97	1.09×10^{-14}	34.60	3.52×10^6
<i>p2</i>	132.44	0.432	125.47	8.01×10^{-15}	31.22	2.13×10^6	<i>p2</i>	128.00	0.338	155.15	2.55×10^{-15}	21.32	2.19×10^6
<i>p3</i>	179.60	0.411	129.64	2.12×10^{-10}	930.39	3.95×10^5	<i>p3</i>	94.39	0.397	134.38	7.87×10^{-16}	14.41	1.39×10^6
<i>p4</i>	111.66	0.237	33.22	3.36×10^{-15}	23.37	1.90×10^5	<i>p4</i>	109.40	0.212	142.93	1.74×10^{-15}	18.77	1.01×10^6
M1 - Rod 2						M3 - Rod 3							
<i>p1</i>	127.95	0.289	134.08	1.61×10^{-16}	8.49	2.92×10^6	<i>p1</i>	92.59	0.246	30.23	3.33×10^{-16}	10.82	2.07×10^6
<i>p2</i>	426.94	0.456	172.68	6.10×10^{-16}	13.23	5.63×10^4	<i>p2</i>	113.06	0.340	147.59	5.17×10^{-15}	26.98	1.81×10^6
M1 - Rod 3						M3 - Rod 4							
<i>p1</i>	104.13	0.235	38.41	3.69×10^{-15}	24.11	1.07×10^6	<i>p1</i>	134.14	0.519	142.50	1.07×10^{-15}	15.96	2.41×10^6
<i>p2</i>	200.87	0.734	133.67	4.75×10^{-15}	26.23	5.96×10^5	<i>p2</i>	163.52	0.774	152.80	5.58×10^{-17}	5.96	2.40×10^6
<i>p3</i>	55.00	0.555	50.74	7.56×10^{-16}	14.21	3.91×10^4	<i>p3</i>	177.47	0.585	147.25	1.23×10^{-14}	36.02	1.78×10^6
M1 - Rod 4						M3 - Rod 5							
<i>p1</i>	198.69	0.583	151.17	1.33×10^{-14}	36.97	3.02×10^6	<i>p4</i>	91.71	0.337	146.03	2.21×10^{-14}	43.79	2.58×10^5
<i>p2</i>	161.87	0.392	31.65	4.81×10^{-16}	12.23	1.12×10^6	<i>p5</i>	76.10	0.266	136.64	2.82×10^{-15}	22.04	1.47×10^5
<i>p3</i>	163.60	0.538	151.88	6.54×10^{-14}	62.87	1.43×10^5	M4 - Rod 2						
<i>p4</i>	162.52	0.438	111.84	3.47×10^{-16}	10.97	5.96×10^4	<i>p1</i>	502.93	0.438	114.14	8.93×10^{-16}	15.03	8.40×10^1
M2 - Rod 2						M5 - Rod 2							
<i>p1</i>	84.57	0.320	134.38	8.74×10^{-16}	14.92	3.22×10^5	<i>p1</i>	137.94	0.168	146.99	5.51×10^{-16}	12.79	5.56×10^6
<i>p2</i>	116.68	0.208	137.14	5.38×10^{-16}	12.69	2.04×10^5	M5 - Rod 3						
<i>p3</i>	423.50	0.644	133.71	2.10×10^{-16}	9.27	1.46×10^4	<i>p1</i>	154.51	0.541	129.63	2.19×10^{-14}	43.66	6.52×10^6
M2 - Rod 4													
<i>p1</i>	124.53	0.374	132.29	1.45×10^{-15}	17.66	2.18×10^5							
<i>p2</i>	416.80	0.526	139.56	1.56×10^{-15}	18.10	2.12×10^4							
<i>p3</i>	410.08	0.552	135.96	7.65×10^{-15}	30.74	1.29×10^4							

Os resultados da tabela 4.7 mostram características semelhantes às apresentadas na tabela 4.3. Os modelos $M4$ e $M5$ continuam sendo ineficientes no número de capturas, e o limite inferior de distâncias, aqui $\approx 100R_S$, dos satélites capturados para com o planeta também parece existir. Porém, para Saturno este limite inferior não concorda muito com o que hoje é observado. O satélite irregular mais próximo de Saturno encontra-se em $\approx 187R_S$.

A figura 4.11 apresenta $(\bar{a} \times \bar{e})$ e $(\bar{a} \times \bar{I})$ para (M3, Rod2) (tabela 4.7). As demais figuras da tabela 4.7 serão apresentadas no Apêndice G.

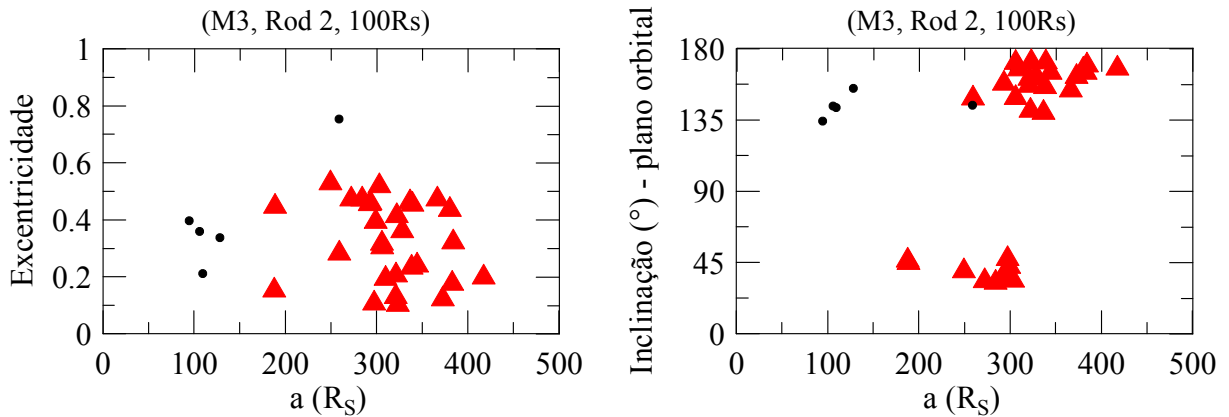


Figura 4.11: Objetos capturados (círculos cheios) no caso (M3, Rod 2) para planetesimais lançados de $\approx 100 R_S$. Os triângulos indicam os atuais satélites irregulares.

Na seção 4.2.3 vimos que o percentual de capturas para Urano (embora não fosse alto), reproduzia bem o presente número de satélites irregulares reais. Aqui, para Saturno, na figura 4.11 e na tabela 4.7, vemos que o número de capturas é bastante baixo se comparado aos atuais satélites irregulares de Saturno. Este problema embora ainda não muito abordado por nós pode estar vinculado a três fatores. O primeiro trata do fato de Saturno estar mais próximo do Sol. O segundo tem relação ao fato de Saturno no final da passagem pela 2S:1J ainda apresentar uma órbita razoavelmente excêntrica (acima do valor atual). Isso faz com que, embora não tenha encontros, Saturno aproxime-se consideravelmente de Júpiter. Tal aproximação, somando o efeito causado pelo Sol, pode resultar em uma forte perturbação sobre a região dos planetesimais capturados. Um terceiro e último motivo pode estar relacionado ao fato de que, embora estejamos injetando planetesimais de uma distância de $\approx 100R_P$ (Urano ou Saturno), esta distância é bastante diferente entre um caso e outro ($1R_S \approx 2.36R_U$). Sendo assim, em analogia, poderíamos dizer que neste estudo injetamos planetesimais a uma distância de $\approx 236R_U$. O leitor pode então se questionar sobre o porque de não conseguirmos mais capturas neste caso, dado que em Urano quando injetamos planetesimais de $\approx 300R_U$ obtivemos mais capturas. A resposta encontra-se nos dois primeiros motivos citados acima.

Para Saturno, a maneira mais adequada de aumentarmos o número de capturas seria, como discutido na seção 4.2.3, ao invés de dividirmos um planetesimal original em 500, aumentar este número para outro valor (eventualmente modificando também o valor de “ q ” para manter a porcentagem de distribuição de massas apresentada na tabela 3.2, seção 3.4). Isto faz com

que mais planetesimais (com massas um pouco menores) sejam injetados em distâncias mais próximas, o que é bem aceitável dado que o disco primordial poderia ser formado por centenas de milhares de partículas, e muito mais encontros certamente ocorreriam nestas distâncias. A figura 4.12 representa o resultado de uma integração como esta, onde um planetesimal foi dividido em 2000 com $q = 1.7$ na simulação (M3,Rod2), todos lançados de $100R_S$.

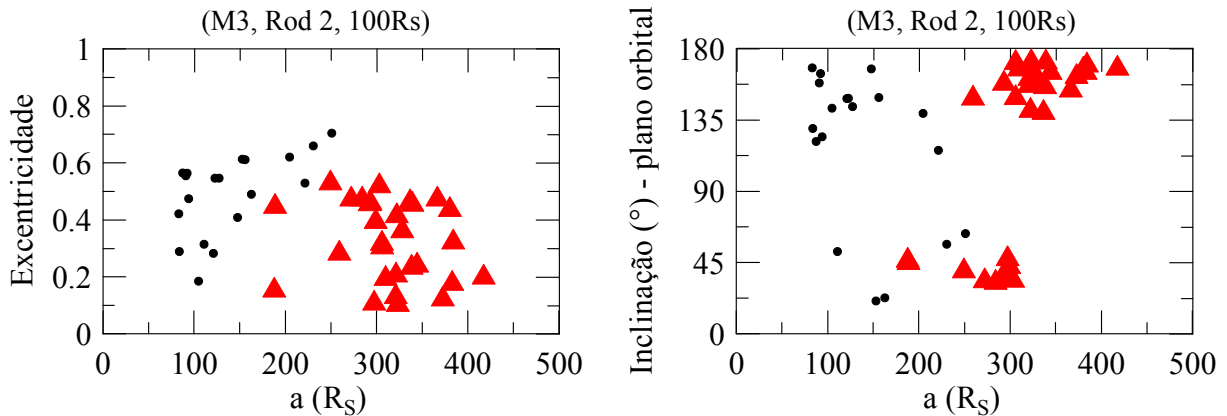


Figura 4.12: Objetos capturados (círculos cheios) no caso (M3, Rod2) para planetesimais lançados de $\approx 100 R_S$, onde para cada encontro um planetesimal foi dividido em 2000 com $q = 1.7$. Os triângulos indicam os atuais satélites irregulares.

Observando a tabela 4.7, podemos verificar que o número de capturas retrógradas é maior do que o número de capturas prógradas, diferentemente de Urano. Comparando as figuras 4.11 e 4.12, vemos que o número de capturas é consideravelmente maior no caso da figura 4.12 e que o maior número de retrógradas em relação aos prógradas permanece. Entretanto outro aspecto pode ser observado, o semi-eixo dos capturados retrógrados continuam não concordando com o semi-eixo dos irregulares atuais. Por outro lado, para os prógradas a concordância parece ser melhor. Entretanto, assim como citado na seção 4.2.3, para uma melhor comparação entre estas duas populações maior tempo de integração seria necessário, assim como uma evolução colisional (BOTTKE et al 2010). Um tempo maior de integração também poderia ser uma outra alternativa para aumentar o número de capturas. Isso pode ocorrer pois, estendendo o tempo de integração a excentricidade orbital de Saturno seria amortecida e atingiria um valor próximo de seu valor atual. Assim, as perturbações de Júpiter na região dos satélites irregulares diminuiriam, e Saturno teria migrado para mais longe do Sol (figuras 4.2 e 4.3). Com isso, talvez satélites também poderiam ser capturados em regiões mais distantes de Saturno.

Olhando novamente para a inclinação dos satélites capturados (e dos irregulares atuais), figura 4.11, fica clara a ausência de objetos em torno de $I = 90^\circ$ (de mesmo modo como mostrado para os satélites irregulares atuais e planetesimais capturados de Urano). Como os satélites capturados em geral tem semi-eixo maior $a \geq 100R_S$ suas inclinações são referidas ao plano orbital do planeta, não ao equador.

Capítulo 5

CONCLUSÕES

Neste trabalho fizemos uma análise exploratória dos efeitos da migração planetária, basicamente sobre os satélites regulares e regiões próximas, dentro dos intervalos de semi-eixo maiores [$5.08R_U$ (Miranda), a_c] para Urano e [$3.09R_S$ (Mimas), $59.10R_S$ (Iapetus)] para Saturno.

Devido a grande sensibilidade da dinâmica do modelo de Nice, nós desenvolvemos nossa técnica de interpolação: um banco de dados com as órbitas dos planetas de uma migração bem sucedida é previamente gravada e depois apenas os satélites são integrados sob ação dos planetas, os quais podem ter suas órbitas retiradas a partir deste banco de dados. Com esta técnica, além de ganho de tempo de integração podemos ter certeza da dinâmica planetária, isto é, que o modelo migratório previamente integrado e que reproduziu com sucesso aproximadamente o atual Sistema Solar, poderá ser novamente reproduzido a qualquer momento.

Observamos que a dinâmica (evolução) dos satélites além da órbita de Oberon é bastante sensível à quantidade de satélites considerados, assim como também à suas massas e distâncias relativas. Satélites além da órbita de Titan apresentam características dinâmicas semelhantes.

Seguindo o modelo de Nice (em sua primeira versão), nós concluímos até o presente momento, que Oberon em Urano e Titan em Saturno, são de fato os últimos satélites regulares destes planetas que resistem aos encontros próximos planeta-planeta e planetesimal-satélite. Quaisquer outros satélites de Urano com semi-eixo maior superior a $22.83R_U$, ou qualquer satélite de Saturno com semi-eixo maior superior a $20.27R_S$, caso tenham existido, são facilmente desestabilizados. Portanto, nossos resultados corroboram com a ideia de que os satélites regulares são mesmo primordiais, mas algumas incompatibilidades em inclinação ainda precisam ser corrigidas, ou seja, tais satélites embora possam sobreviver ao processo de migração, não são imunes a variações significativas em inclinação. De fato, alguns satélites regulares podem até ser desestabilizados, isso é o que ocorre nas simulações identificadas como mal sucedidas. O fato de não existir hoje nenhum satélite entre as órbitas de Umbriel e Titania (Urano), e Rhea e Titan (Saturno), pode estar vinculado a possíveis ejeções ou colisões (devido a perturbação de grandes planetesimais). Estes mesmos resultados nos fazem refletir sobre a origem de Hyperion e Iapetus.

Uma outra constatação foi que planetesimais com ordens de grandeza de massa próxima ou

maiores do que os valores de massa dos satélites regulares não podem ter existido em quantidades significativas no disco, ou se existiram não se aproximaram em grandes quantidades da região habitada pelos satélites regulares. Caso contrário, a atual configuração dos satélites regulares observados seria difícil de ser explicada.

Nosso modelo ainda permitiu um breve estudo sobre capturas de satélites irregulares. De acordo com o que apresentamos os satélites irregulares realmente devem ter sido originados de objetos capturados (fato já apontado por muitos outros autores). Também mostramos que a captura por interação entre N-corpos é possível de ocorrer. Entretanto, o fato do nosso modelo proporcionar aproximadamente o mesmo número de capturas para satélites prógrados e retrógrados (Urano) continua sendo um problema a ser resolvido. Na tentativa inicial de corrigir este problema verificamos, embora com baixa estatística, que o mecanismo de colisão entre satélites prógrados capturados e regulares parece não ser eficiente. Para isso talvez necessitemos de maior tempo de integração, e possivelmente interação entre todos os objetos capturados.

Um breve estudo sobre os efeitos das perturbações solares e do achatamento planetário também foi realizado (Apêndice A), mostrando que ambas as perturbações são importantes e devem ser lavadas em consideração, principalmente quando tratamos com satélites altamente inclinados (planetesimais capturados) ou planetas com grandes valores de obliquidade da eclíptica (Urano). A distância satélite-planeta também tem uma função importante neste cenário dado que em regiões próximas ao a_c temos $R_{\odot} \approx R_{J_2}$.

Por fim, é interessante salientar que apesar de o processo de migração ter sido um fenômeno único, a evolução do sistema de satélites dos planetas gigantes não segue um padrão geral, ou seja, o sistema de satélites de Urano como um todo evolui de maneira diferente do sistema de satélites de Saturno (seções 4.2.1, 4.2.2, 4.2.3, 4.2.4, 4.2.5 e 4.2.6). Um estudo semelhante em andamento para Júpiter, sendo realizado pelo mestrando Pedro Ivo de Oliveira Brasil, na preparação de sua dissertação de mestrado, também confirma este fato. Estas diferenças, entre outras coisas, estão relacionadas com o caminho seguido pelos planetas durante um único fenômeno de migração, onde um planeta pode ter muitos ou poucos encontros com outros, ter um maior número de encontros com planetesimais (ao penetrar no disco), da possível interação com um objeto de grande valor de massa (por exemplo a possível captura de Tritão), ou simplesmente a maior proximidade do Sol, o que aumenta as perturbações de um modo geral.

REFERÊNCIAS

AGNOR C.B. & HAMILTON D.P., Neptune's capture of its moon Triton in a binary-planet gravitational encounter, **Nature**, v.441, 192-194, 2006.

BANFIELD D.& MURRAY N. A., A dynamical history of the inner Neptunian satellites, **Icarus**, v.99, 390-401, 1992.

BEAUGÉ C.; ROIG F. & NESVORNÝ D., Effects of planetary migration on natural satellites of the outer planets, **Icarus**, v. 158, 483-498, 2002.

BOTTKE W. F.; NESVORNÝ D.; VOKHROUHLICKÝ D. & MORBIDELLI A., The irregular satellites: The most collisional evolved populations In the solar system **A & J**, v.139, 994-1014, 2010.

BRASSER R.; MORBIDELLI A.; GOMES R. S.; TSIGANIS K. & LEVISON H. F., Constructing the secular architecture of the solar system II: The terrestrial planets, **A & A**, v.134, 1790-1798, 2009.

BURNS J.A., **In Satellites**, eds. J. A. Burns & M.S. Matthews, Tucson, University of Arizona, 1986.

CANUP R.M. & WARD W., A Common Mass Scaling For satellite Systems of Gaseous Planets, **Nature**, v. 441, 834-839, 2006.

CALLEGARI Jr N. & YOKOYAMA T., Numerical exploration of resonant dynamics in the system of Saturnian Major Satellites, **Planetary and Space Science**, 2010, Submetido.

CHAMBERS J. E., A Hybrid Symplectic Integrator That Permits Close Encounters Between Massive Bodies. **Monthly Notices of The Royal Astronomical Society**, V. 304, 793-799, 1999.

ĆUK M. & GLADMAN B. J., Constraints On the Orbital Evolution of Triton, **Astrophys. J.**, v. 626, L113-L116, 2005.

DEIENNO R.; YOKOYAMA T.; NOGUEIRA E. C.; CALLEGARI Jr N. & SANTOS M.T., Effects of the Planetary Migration on Some Primordial Satellites of the Outer Planets: I Uranus's Case, **A & A**, 2010, submetido.

DERMOTT S. F.; MALHOTRA R. & MURRAY C. D., Dynamics of the Uranian and Saturnian satellites systems: a chaotic route to melting Miranda, **Icarus**, v.76, 295-334, 1988.

EVERHART E., An efficient integrator that uses Gauss-Radau spacings, Dynamics of Comets: Their Origin and Evolution, **Proceedings of IAU Colloq. 83**, held in Rome, Italy, v.115, 185, 1985.

FERNÁNDEZ J. A. & IP W. H., Orbital expansion and resonant trapping during during the late accretion stages of the outer planets, **Planetary and Space Science**, v. 44, 431-439, 1996.

FERRAZ-MELLO S.; RODRIGUEZ A. C. & HUSSMANN H., Tidal friction in close-in satellites and exoplanets: The Darwin theory re-visited, **Celestial Mechanics & Dynamical Astronomy**, v. 101, Issue 1-2, 171-201, 2009.

GOLDREICH P., **History of the Lunar Orbit Reviews of Geophysics**, v.4, 411-439, 1966.

GOLDREICH P.; MURRAY N.; LONGARETTI P.Y. & BANFIELD D., Neptune's Story, **Science**, v.245, 500-504, 1989.

GOMES R. S.; TSIGANIS K.; MORBIDELLI, & LEVISON H. F., Origin of the cataclysmic Late Heavy Bombardment period of the terrestrial planets, **Nature**, v.435, 466-469, 2005.

HAHN J. M. & MALHOTRA R., Orbital evolution of planets embedded in a planetesimal disk, **A & J**, v.117, 3041-3052, 1999.

JEWITT D. & HAGHIGHIPOUR N., Irregular Satellites of the Planets: Products of Capture in the Early Solar System, **Annu. Rev. Astron. Astrophys.**, v.45, 261-295, 2007.

KINOSHITA H. & NAKAI, H., Secular Perturbations on Fictitious Satellites of Uranus. **Celestial Mechanics and Dinamical Astronomy**, v. 49, p. 43-47, 1991.

KORTENKAMP S. J. & WETHERILT G. W., Terrestrial planet and asteroid formation in the presence of giant planets: I. Relative velocities of planetesimals subject to Jupiter and Saturn perturbations, **Icarus**, v.143, 60-73, 2000.

LANCZOS C., **The variational principles of mechanics**, Fourt Edition, University of Toronto Press, 1970.

MALHOTRA R. & DERMOTT S. F., The role of secondary resonances in the orbital history of Miranda, **Icarus**, v.85, 444-480, 1990.

MALHOTRA R., Capture probabilities for secondary resonances, **Icarus**, v.87, 249-264, 1990.

MORBIDELLI A.; TSIGANIS K.; CRIDA A.; LEVISON H. F. & GOMES R. S., Dynamics of the giant planets of the solar system in the gaseous protoplanetary disk and their relationship to the current orbital architecture, **A & J**, v. 134, 1790-1798, 2007.

MORBIDELLI A.; LEVISON H. F.; BOTTKKE W. F.; DONES L. & NESVORNÝ D., Considerations on the magnitude distributions of the Kuiper belt and of the Jupiter Trojans, **Icarus**, v.202, 310-315, 2009.

MORBIDELLI A.; BRASSER R.; TSIGANIS K.; GOMES R. S. & LEVISON H. F., Constructing the secular architecture of the solar system I: The giant planets, **A & A**, v. 134, 1790-1798, 2009.

NESVORNÝ D.; ALAVARELLOS J. L. A.; DONES L. & LEVISON H. F., Orbital and collisional evolution of the irregular satellites, **A & J**, v.126, 398-429, 2003.

NESVORNÝ D.; VOKROUHLICKÝ D. & MORBIDELLI A., Capture of irregular satellites during planetary encounters, **A & J**, v.133, 133-1962, 2007.

NOGUEIRA E. C.; **Tese de Doutorado**, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil, 2008.

STUCHI T. J.; YOKOYAMA T.; CORRŁA A. A.; SOLRZANO R. H.; SANCHEZ D. M., WINTER S. M. G. & WINTER O. C., Dynamics of a spacecraft and normalization around Lagrangian points in the Neptune Triton system, **Advances in Space Research**, v. 42, Issue 10, 1715-1722, 2008.

TRUJILLO C. A.; LUU X. J.; BOSH A. S. & ELLIOT J. L., Large bodies in the Kuiper belt, **The Astronomical Journal**, v.122, 2740-2748, 2001.

TSIGANIS K.; GOMES R. S.; MORBIDELLI A. & LEVISON H. F., Origin of the orbital architecture of the giant planets of the solar system, **Nature**, v.435, 459-461, 2005.

YOKOYAMA T., Dynamics of fictitious satellites of Venus and Mars, **Planetary and Space Science**, v. 50, 63-77, 2002.

YOKOYAMA T., Possible effects of secular resonances in Phobos and Triton, **Planetary and Space Science**, v. 50, 63-77, 2002.

YOKOYAMA T.; DEIENNO R. & NOGUEIRA E.C., Perturbations on regular satellites as consequences of the planetary migration, **40th DPS Meeting**, Program Update, Ithaca, New York, USA, 2008.

YOKOYAMA T.; DEIENNO R.; NOGUEIRA E. C.; CALLEGARI Jr N.; WINTER O.C. & WINTER S.M.G., The role of the Uranus' obliquity on its satellites during the planetary migration, **IAU XXVII General Assembly, Abstract book**, 64, Rio de Janeiro, Brasil, 2009.

Apêndice A

A função do achatamento e a obliquidade do planeta

Nesta seção nós queremos mostrar a importância do achatamento do corpo central quando envolvemos alta inclinação ou alta obliquidade do planeta. Durante a migração e dependendo dos encontros próximos, um planetesimal capturado pode tornar-se um satélite permanente do planeta. No caso de Urano, devido sua alta obliquidade, a combinação dos efeitos do achatamento e da distância satélite-planeta podem representar uma importante função.

Adotando um modelo simplificado, a dinâmica secular de uma simples partícula pode ser estudada considerando como principais perturbadores apenas o Sol e o achatamento. Para os satélites de Urano nós temos uma particularidade devido a inclinação de seu equador em relação ao plano orbital do Sol (obliquidade) ser muito grande ($\varepsilon \approx 97.8^\circ$).

Vamos considerar o equador e o plano orbital do planeta. A relação geométrica envolvendo estes dois planos são:

$$\begin{aligned}
 \cos I_a &= \cos \varepsilon \cos I + \sin \varepsilon \sin I \cos \Omega \\
 \tan w_a &= \frac{q_1 + q_2}{q_3 + q_4} \\
 \tan \Omega_a &= \frac{\sin \Omega \sin I}{-\cos I \sin \varepsilon + \sin I \cos \varepsilon + \sin I \cos \varepsilon \cos \Omega}
 \end{aligned} \tag{A.1}$$

onde

$$\begin{aligned}
 q_1 &= \cos w \sin \varepsilon \sin \Omega - \sin w \cos \varepsilon \sin I \\
 q_2 &= \sin w \cos I \cos \Omega \sin \varepsilon \\
 q_3 &= -\sin w \sin \varepsilon \sin \Omega - \cos w \cos \varepsilon \sin I \\
 q_4 &= \cos w \cos I \cos \Omega \sin \varepsilon
 \end{aligned}$$

Nestas relações o argumento do pericentro, longitude do nodo e inclinação do satélite em

relação ao equador são identificados por ω , Ω , I , respectivamente. O índice “ a ” é adicionado quando nos referimos ao plano orbital do planeta, o qual a obliquidade é ε .

Note que as relações que conectam os dois planos (equador e plano orbital) definem uma transformação canônica $(w, \Omega, G, H) \rightarrow (w_a, \Omega_a, G_a, H_a)$ que pode ser conferida pelo cálculo dos colchetes de Lagrange através da equação A.1 (LANCZOS 1970). Como (w, Ω, G, H) são as conhecidas variáveis canônicas de Delaunay, a partir da primeira linha da equação A.1 temos:

$$\begin{aligned} G_a &= G = \{k^2 M_p a (1 - e^2)\}^{1/2} \\ H_a &= G_a \cos I_a = G (\cos \varepsilon \cos I + \sin \varepsilon \sin I \cos \Omega) \end{aligned}$$

onde k^2 é a clássica constante gravitacional e M_p é a massa do planeta.

Em um sistema de referência equatorial fixo no centro do planeta, a função perturbadora devido o achatamento sobre um satélite é:

$$R_{J_2}^* = \frac{k^2 M_p R_p^2}{r^3} J_2 \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{2} \sin^2 \phi \right) \quad (\text{A.2})$$

e para a perturbação solar;

$$R_{\odot}^* = \frac{k^2 M_{\odot} r^2}{r_{\odot}^3} \left(-\frac{1}{2} + \frac{3}{2} \cos^2 S \right) \quad (\text{A.3})$$

Tanto na equação A.2 como na equação A.3, termos de ordem três na razão R_p/r ou r/r_{\odot} foram negligenciados.

O significado dos coeficientes são:

- M_{\odot} : massa do Sol.
- m : massa do satélite.
- $\mathbf{r}, \mathbf{r}_{\odot}$: vetor posição do satélite e do Sol.
- ϕ, S : latitude do satélite e distância angular Sol-satélite.
- J_2 : coeficiente do achatamento.

Fazendo uma dupla média em relação a anomalia média do satélite e do Sol teremos:

$$\begin{aligned}
R_{J_2} &= \langle R_{J_2}^* \rangle = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} R_{J_2}^* dl_\odot dl \\
R_{J_2} &= \frac{1}{4} n^2 J_2 R_p^2 (3 \cos^2 I - 1) (1 - e^2)^{-3/2}
\end{aligned} \tag{A.4}$$

Uma relação similar à primeira linha da equação A.1 nos permite obter R_{J_2} com respeito ao plano orbital do planeta:

$$\begin{aligned}
R_{J_2} &= \frac{1}{8(1 - e^2)^{3/2}} n^2 R_p^2 J_2 [(3 \cos^2 \varepsilon - 1)(3 \cos^2 I_a - 1) - \\
&\quad 3 \sin 2\varepsilon \sin 2I_a \cos \Omega_a + 3 \sin^2 \varepsilon \sin^2 I_a \cos 2\Omega_a]
\end{aligned} \tag{A.5}$$

Analogamente, com respeito ao plano orbital, a média da perturbação solar é:

$$\begin{aligned}
R_\odot &= \langle R_\odot^* \rangle = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} R_\odot^* dl_\odot dl \\
R_\odot &= \frac{M_\odot n_\odot^2 a^2}{8(M_p + M_\odot)(1 - e_\odot^2)^{3/2}} \\
&\quad \left\{ \left(1 + \frac{3}{2}e^2\right)(3 \cos^2 I_a - 1) + \frac{15}{16}e^2 \sin^2 I_a \cos^2 w_a \right\}
\end{aligned} \tag{A.6}$$

Sabemos que efeitos adicionais como encontros próximos (principalmente aqueles envolvendo planetesimais) ainda são possíveis, mas toda esta situação é ocasional e depende do modelo de disco e outros parâmetros considerados na migração. Assim, todo satélite primordial ou planetesimais que são capturados, mesmo que temporariamente, serão perturbados por R_{J_2} e R_\odot , e a magnitude das perturbações dependem da distância do planeta e do Sol. Lembramos que no início da migração o semi-eixo maior de Urano é algo em torno de $\approx 11 - 13AU$, terminando em $\approx 19AU$.

Em termos das variáveis clássicas de Delaunay, o movimento secular do satélite é dado pela Hamiltoniana $\mathbf{H} = R_{J_2} + R_\odot$.

Agora, se R_{J_2} é a parte dominante da Hamiltoniana tal que R_\odot é desprezível, nós concluímos que órbitas inicialmente circulares e planares mantêm seus parâmetros quase inalterados, desde que nenhuma coordenada angular apareça na equação A.4. Por outro lado, quando R_\odot é a parte dominante, nós desprezamos R_{J_2} . Neste caso, a partir da equação A.6 nós concluímos que H_a é uma constante desde que Ω_a seja uma variável cinostênica. Da definição de H_a , G_a e a partir da equação A.1 temos:

$$\begin{aligned}
H_a &= L(1 - e_a^2)^{1/2} \cos I_a \\
&= L(1 - e^2)^{1/2} \{ \cos \varepsilon \cos I \\
&\quad + \sin \varepsilon \sin I \cos \Omega \}
\end{aligned} \tag{A.7}$$

onde $L = (k^2 M_p a)^{1/2}$

Assim como antes, suponhamos órbitas inicialmente circulares e planares em relação ao equador. Isto significa: $e = e_a \approx 0$ e $I_a \approx \varepsilon$. Logo a constante H_a torna-se $H_a \approx L \cos \varepsilon$ e a partir da equação acima:

$$\begin{aligned}
\cos I_a \approx \cos \varepsilon \approx (1 - e^2)^{1/2} \{ \cos \varepsilon \cos I + \\
\sin \varepsilon \sin I \cos \Omega \}
\end{aligned} \tag{A.8}$$

Se supomos o caso de Urano: $\varepsilon \approx 90^\circ$

$$0 \approx (1 - e^2)^{1/2} \sin I \cos \Omega$$

e desde que Ω circule nós vemos que a excentricidade e a inclinação (em relação ao equador) podem variar muito. De fato, se o achatamento de Urano é desprezado, então uma simples integração numérica mostra que para um semi-eixo maior $a_U = 12AU$, um satélite primordial de órbita planar com $a = 10R_U$ escapa em ~ 110 mil anos. Por outro lado se assumirmos o atual J_2 , então até mesmo um satélite com $a = 22.8R_U$ (Oberon) permanece bastante estável (figura A.1). A instabilidade para o primeiro caso é devida a clássica ressonância de Lidov-Kozai. Assim, o efeito combinado do R_{J_2} e R_\odot é tão importante que em algumas situações, quando o planeta esta próximo ao Sol, ele não pode ser desprezado. Podemos dizer que o achatamento favorece a estabilidade do satélite (YOKOYAMA et al, 2008, STUCHI et al, 2008).

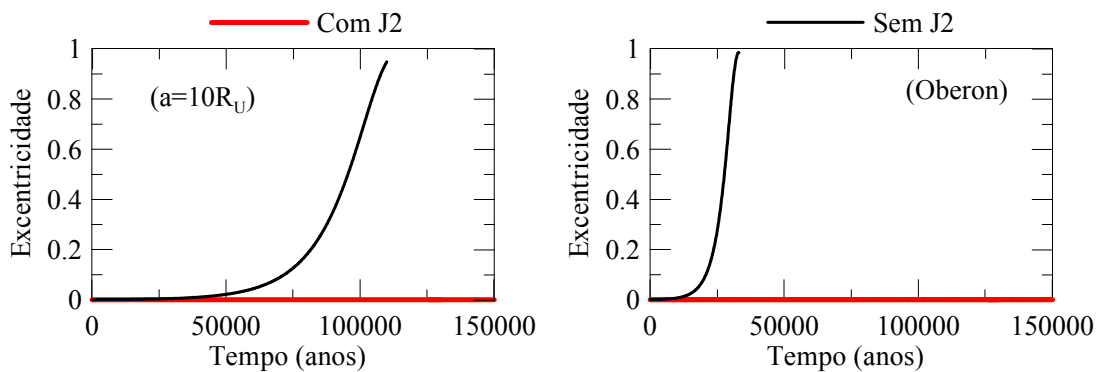


Figura A.1: Sistema composto por Sol, Urano e 1 satélite. Urano posicionado em 12UA ($a_U = 12UA$, $\varepsilon \approx 97.86^\circ$). Esquerda: $a = 10R_U$. Direita: Oberon. Demais elementos iniciais: $e = 0.001$, $I = 0.1^\circ$ (equador) e $\Omega = \omega = l = 0^\circ$. Linha vermelha com J_2 . Linha Preta sem J_2 .

No caso de Júpiter nos temos $\varepsilon \approx 0$, assim $I_a \approx I$ e da equação A.8, temos:

$$\cos I_a \approx 1 \approx (1 - e^2)^{1/2} \cos I \quad (\text{A.9})$$

Note que para $\varepsilon \approx 0$ a relação acima é válida para qualquer J_2 . Logo, desde que $I \approx I_a$, então para $I_a \approx 0$ a excentricidade e a inclinação devem permanecer baixas todo o tempo devido a equação A.9. Entretanto, para grandes inclinações iniciais ($I_a \approx 90^\circ$) temos: $0 \approx (1 - e^2)^{1/2} \cos I$, assim a excentricidade e a inclinação podem sofrer variações significantes dado o fato de que R_\odot não é negligenciável (o satélite não pode estar muito próximo ao planeta, ou então o R_{J_2} domina e tanto inclinação como excentricidade permaneceriam quase inalterados).

Na tabela 4.1 da seção 4.2.1 o satélite s_6 é desestabilizado em todas as simulações. De fato, devido sua grande distância de Urano, este é um típico caso de instabilidade causado pela ressonância de Lidov-Kozai. A excentricidade alcança altos valores muito rápido e assim qualquer perturbação adicional (um futuro encontro próximo) pode desestabilizar o satélite. Entretanto, alguns experimentos numéricos indicam que enquanto um objeto isolado é rapidamente desestabilizado se posicionado próximo ao a_c , quando consideramos um grupo de satélites interagindo entre si a desestabilização não parece ser certa, ou muito mais tempo é preciso para que ocorra. Esta pode ser a razão do porque alguns s_i ainda resistem relativamente com pequenas excentricidades e inclinações na tabela 4.2. De qualquer modo, muito próximo ao a_c existe um balanço entre as perturbações solares e do achatamento tal que a Hamiltoniana $\mathbf{H} = R_{J_2} + R_\odot$ não representa um problema de um grau de liberdade e dinâmicas seculares poderiam ser mais complexas.

Apêndice B

Satélites de Urano - Sem planetesimais

B.1 Tabela 4.1: Sistema Solar atual, M1 e M2

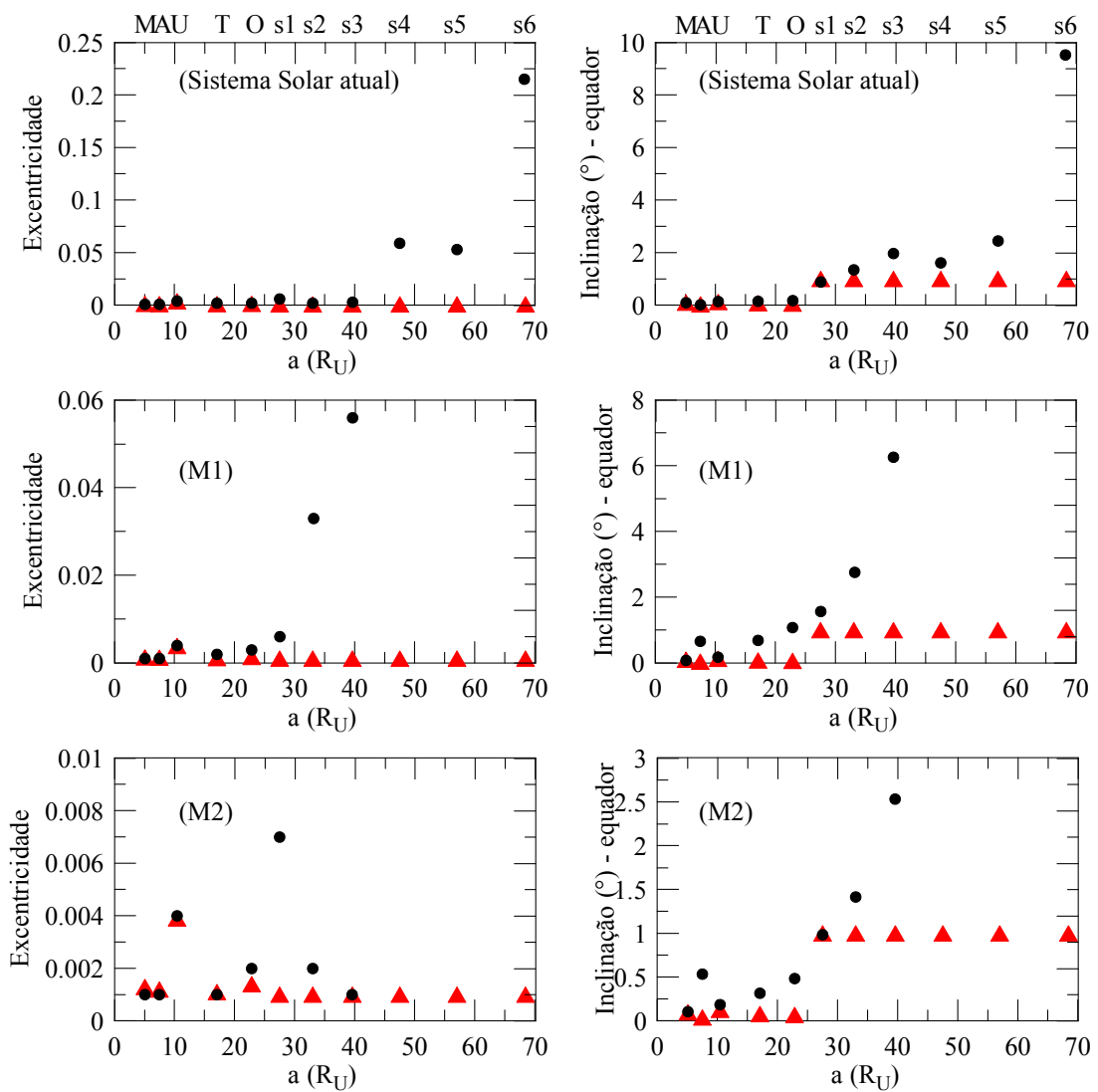


Figura B.1: Topo (Sistema Solar atual), Meio (modelo M1) e Baixo (modelo M2). Elementos iniciais e finais (valores médios) estão indicados por triângulos vermelhos e círculos cheios, respectivamente.

B.2 Tabela 4.1: M3, M4 e M5

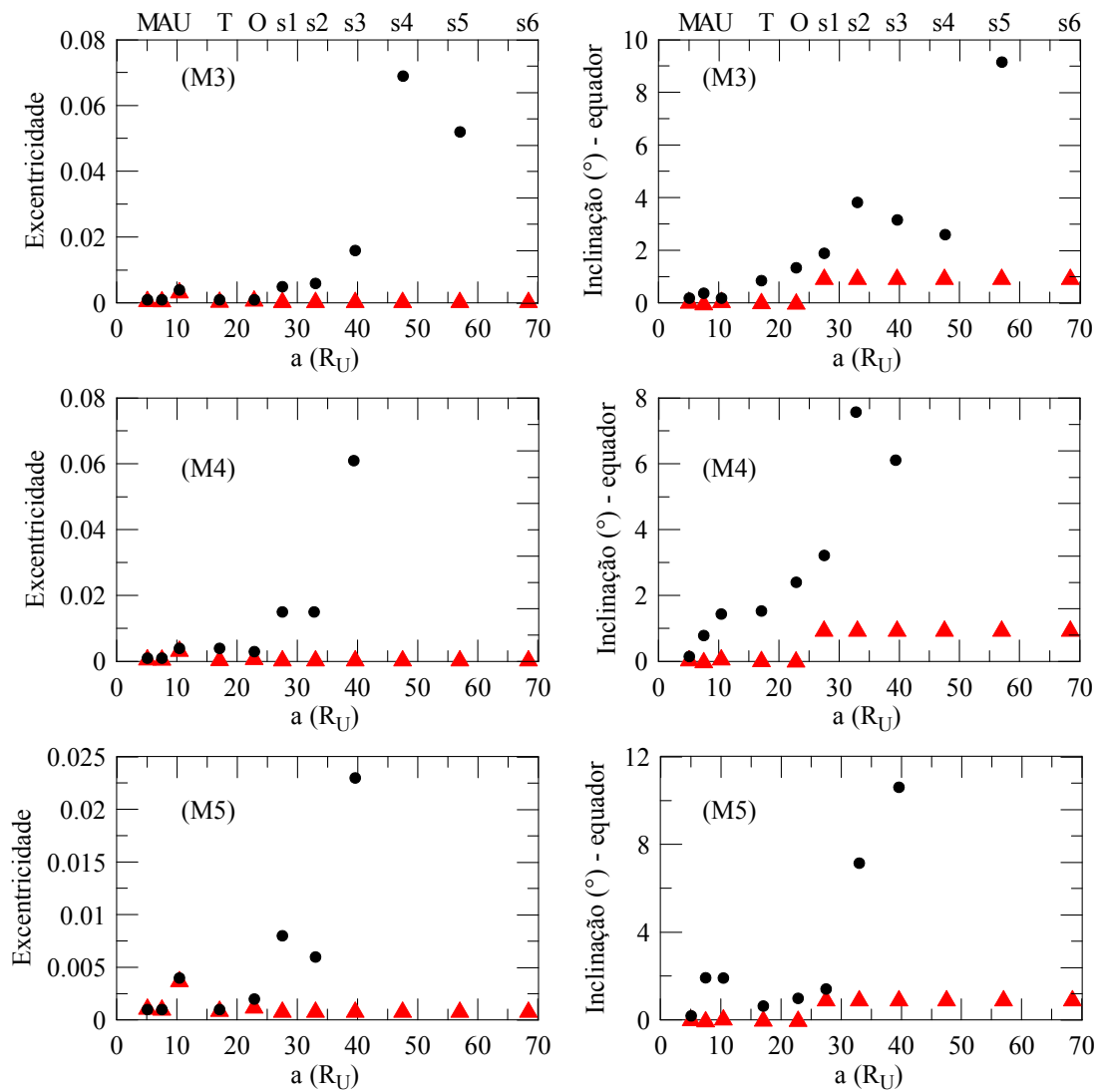


Figura B.2: Topo (modelo M3), Meio (modelo M4) e Baixo (modelo M5). Elementos iniciais e finais (valores médios) estão indicados por triângulos vermelhos e círculos cheios, respectivamente.

Apêndice C

Satélites de Urano - Com planetesimais

C.1 Tabela 4.2: modelo M1

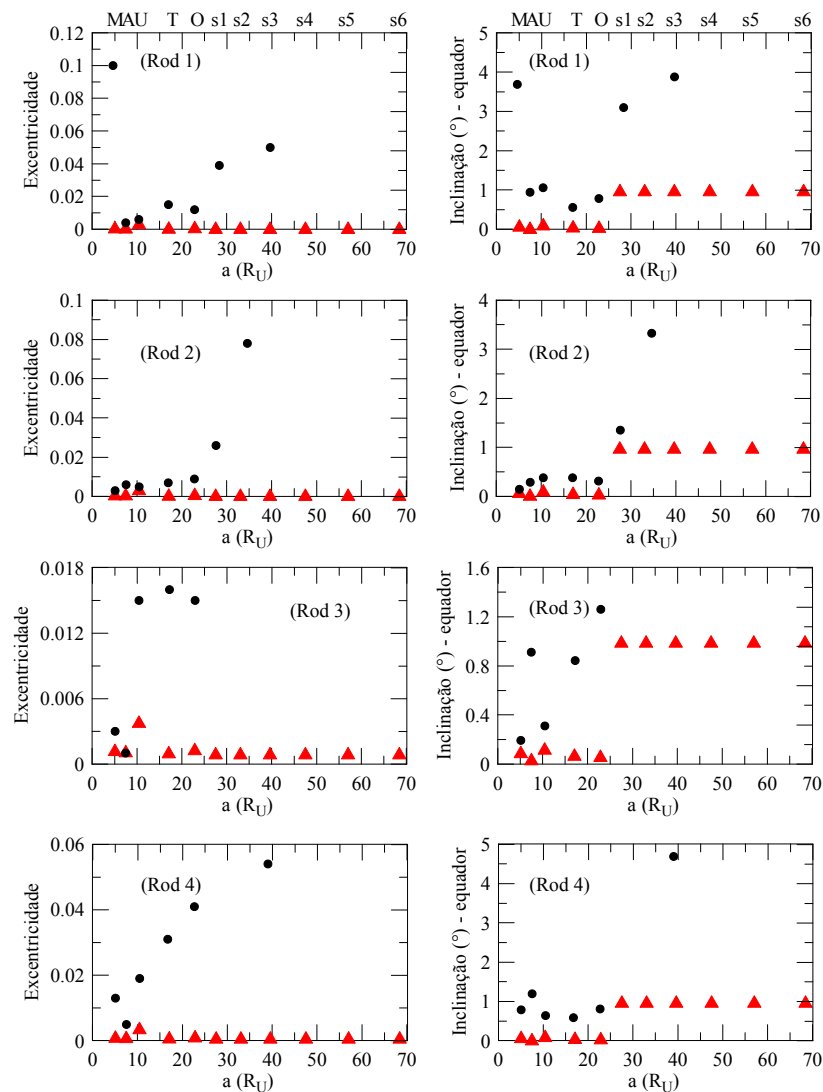


Figura C.1: Modelo M1, de cima para baixo: *Rod1*, *Rod2*, *Rod3* e *Rod4*. Elementos iniciais e finais (valores médios) estão indicados por triângulos vermelhos e círculos cheios, respectivamente.

C.2 Tabela 4.2: modelo M2

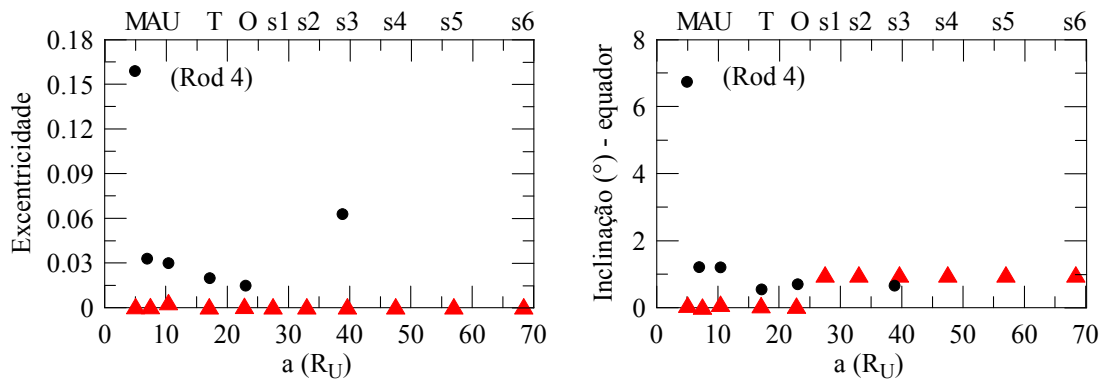


Figura C.2: Modelo M2, *Rod4*. Elementos iniciais e finais (valores médios) estão indicados por triângulos vermelhos e círculos cheios, respectivamente.

C.3 Tabela 4.2: modelo M3

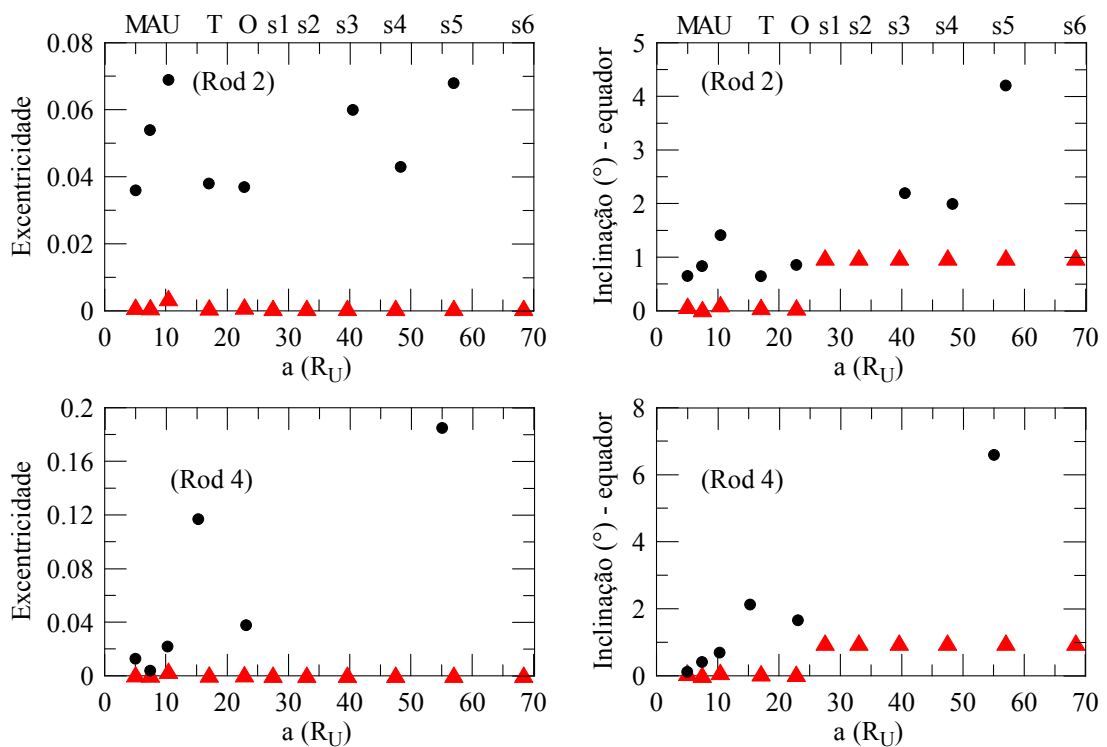


Figura C.3: Modelo M3, Topo (*Rod2*) e Baixo (*Rod4*). Elementos iniciais e finais (valores médios) estão indicados por triângulos vermelhos e círculos cheios, respectivamente.

C.4 Tabela 4.2: modelo M4

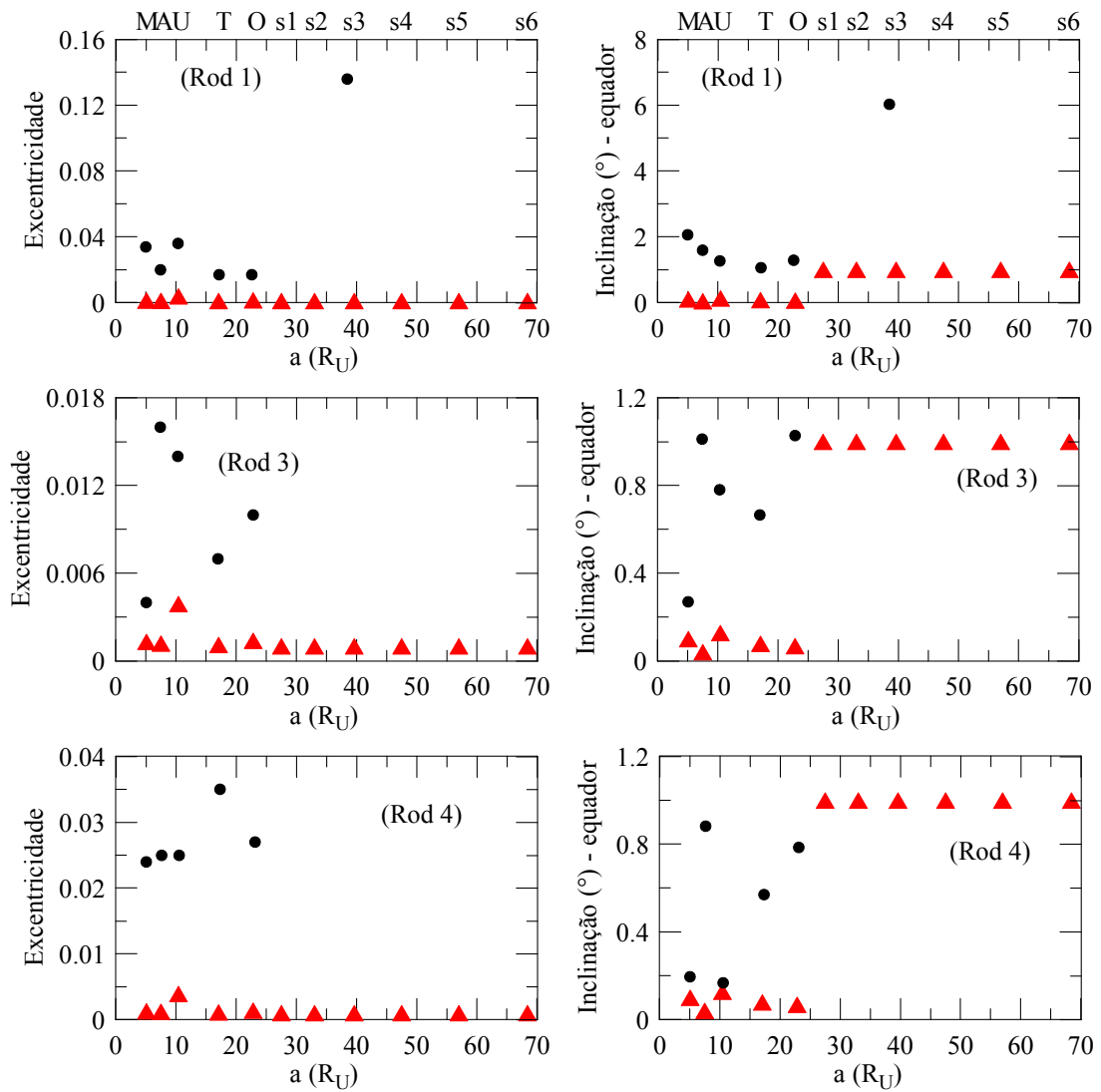


Figura C.4: Modelo M4, Topo (*Rod1*), Meio (*Rod3*) e Baixo (*Rod4*). Elementos iniciais e finais (valores médios) estão indicados por triângulos vermelhos e círculos cheios, respectivamente.

C.5 Tabela 4.2: modelo M5

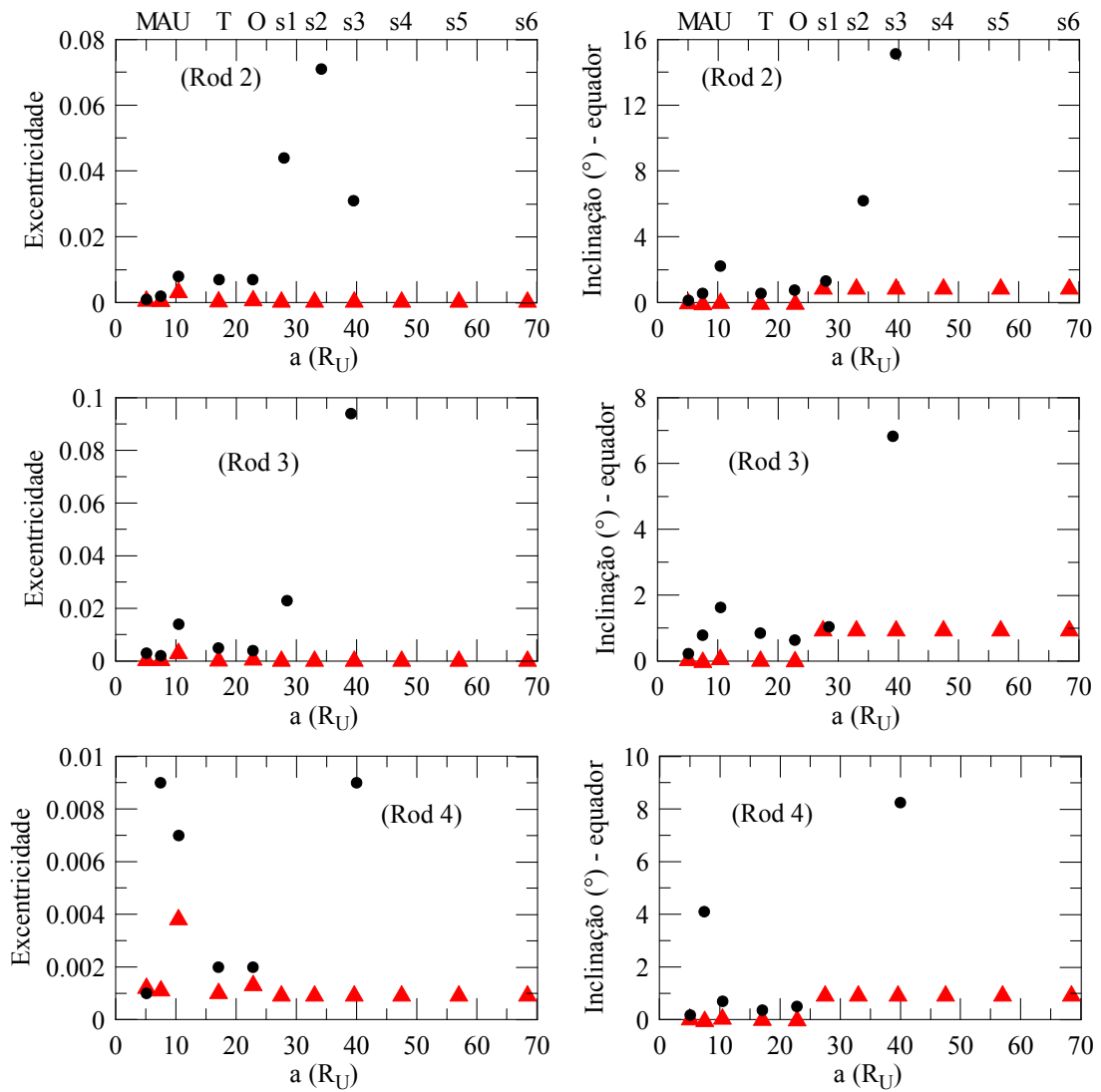


Figura C.5: Modelo M5, Topo (*Rod2*), Meio (*Rod3*) e Baixo (*Rod4*). Elementos iniciais e finais (valores médios) estão indicados por triângulos vermelhos e círculos cheios, respectivamente.

Apêndice D

Satélites de Urano - Capturados

D.1 Tabela 4.3: modelo M1

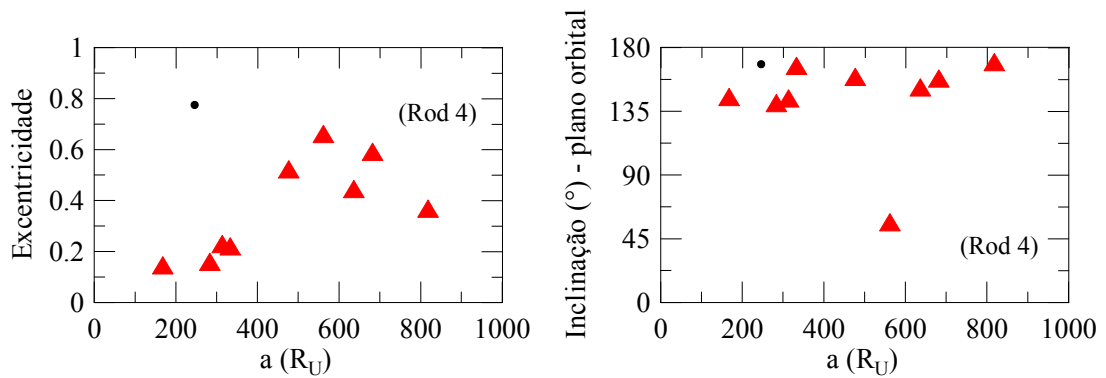


Figura D.1: Objetos capturados (círculos cheios) no caso (M1, *Rod4*) para planetesimais lançados de $\approx 100 R_U$. Os triângulos indicam os atuais satélites irregulares.

D.2 Tabela 4.3: modelo M2

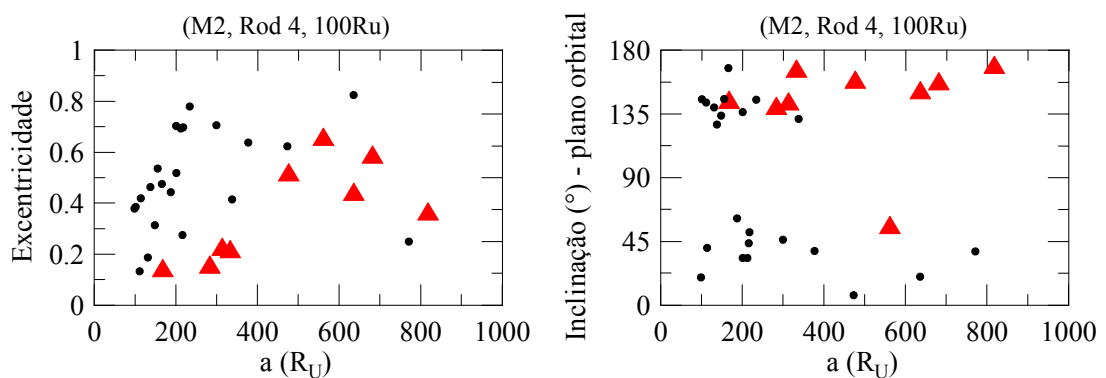


Figura D.2: Objetos capturados (círculos cheios) no caso (M2, *Rod4*) para planetesimais lançados de $\approx 100 R_U$. Os triângulos indicam os atuais satélites irregulares.

D.3 Tabela 4.3: modelo M3

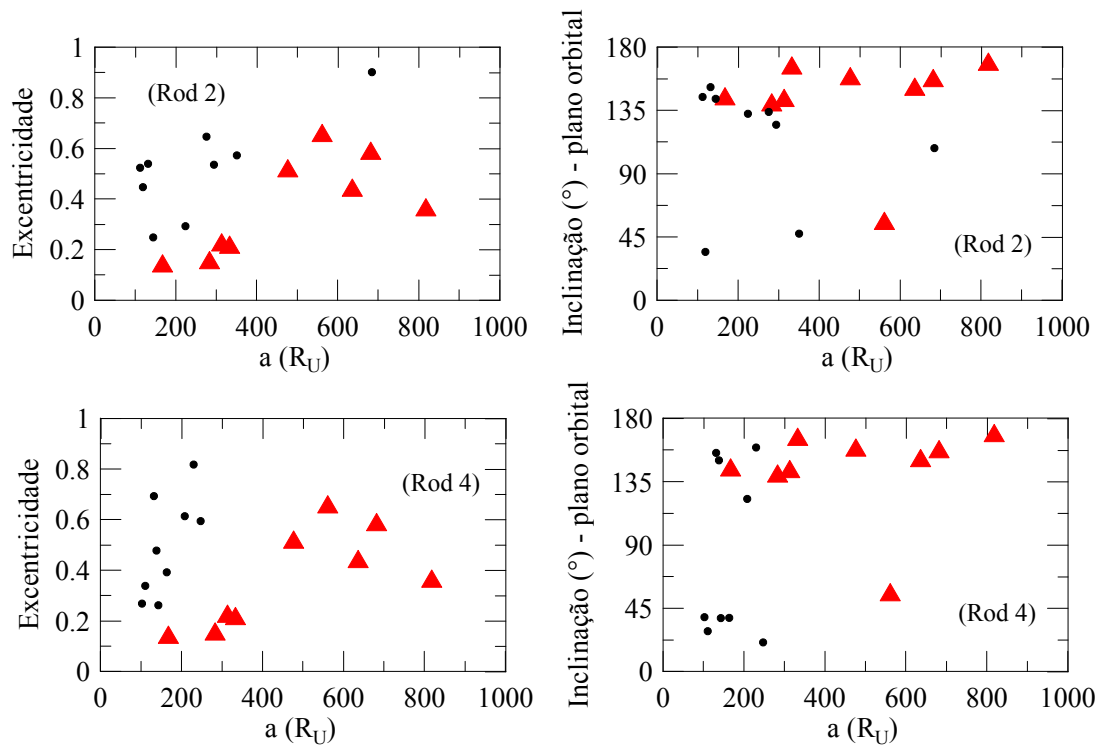


Figura D.3: Objetos capturados (círculos cheios) nos casos: Topo ($M3, Rod2$) e Baixo ($M3, Rod4$) para planetesimais lançados de $\approx 100 R_U$. Os triângulos indicam os atuais satélites irregulares.

D.4 Tabela 4.3: modelo M4

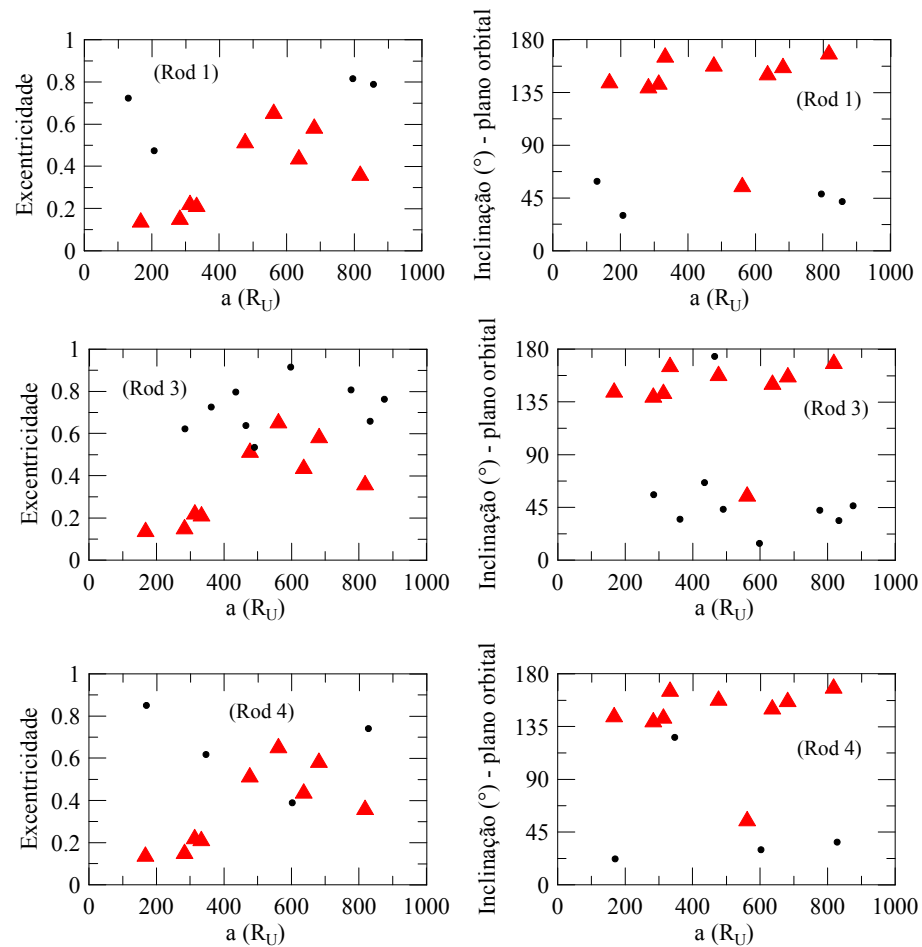


Figura D.4: Objetos capturados (círculos cheios) nos casos: Topo (M4,*Rod1*), Meio (M4,*Rod3*) e Baixo (M4,*Rod4*) para planetesimais lançados de $\approx 100 R_U$. Os triângulos indicam os atuais satélites irregulares.

D.5 Tabela 4.3: modelo M5

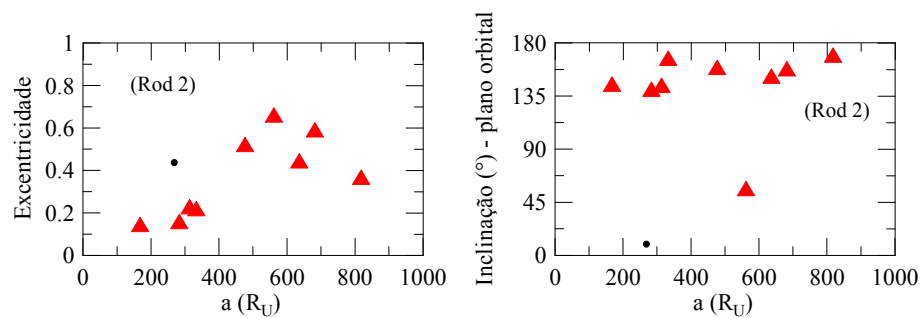


Figura D.5: Objetos capturados (círculos cheios) no caso (M5,*Rod2*) para planetesimais lançados de $\approx 100 R_U$. Os triângulos indicam os atuais satélites irregulares.

Apêndice E

Satélites de Saturno - Sem planetesimais

E.1 Tabela 4.4: Sistema Solar atual, M1 e M2

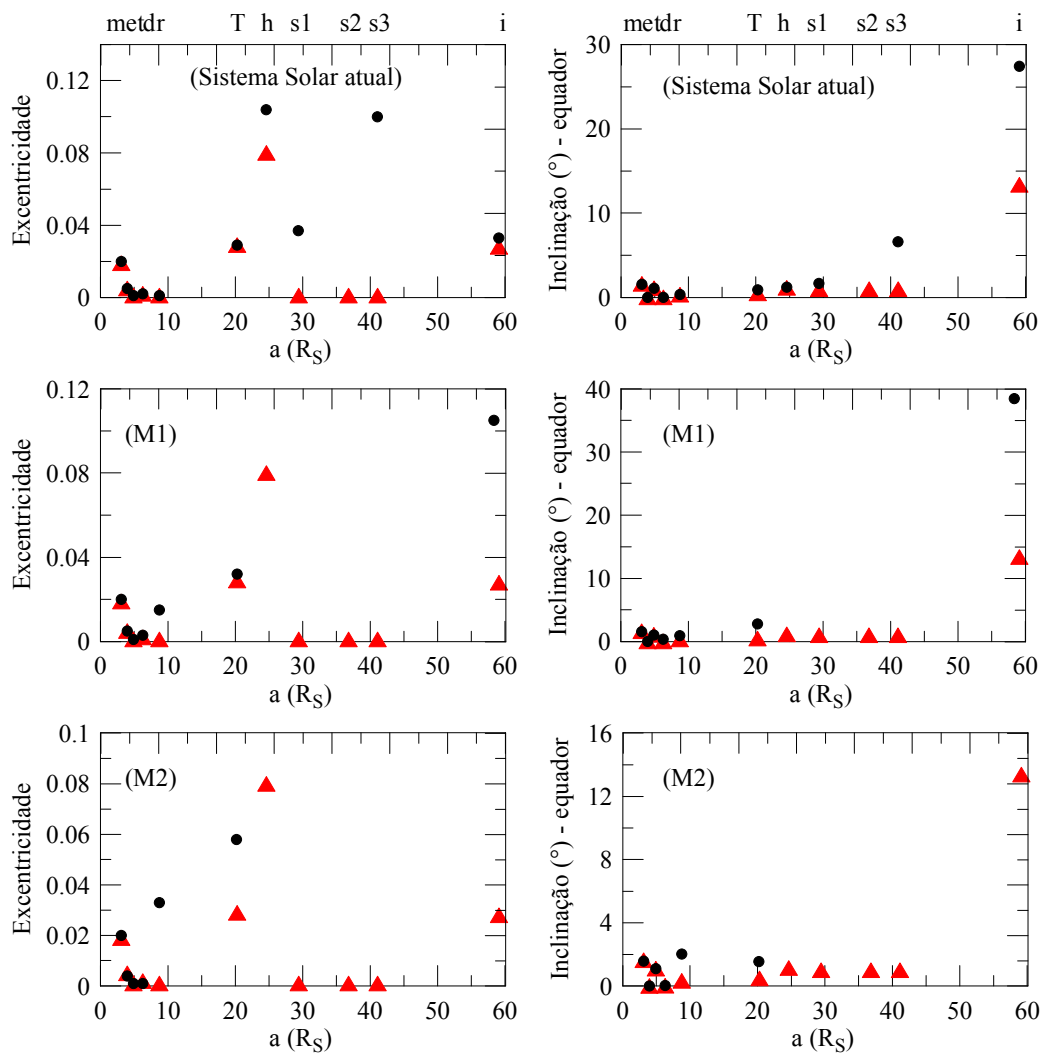


Figura E.1: Topo (Sistema Solar atual), Meio (modelo M1) e Baixo (modelo M2). Elementos iniciais e finais (valores médios) estão indicados por triângulos vermelhos e círculos cheios, respectivamente.

E.2 Tabela 4.4: M3, M4 e M5

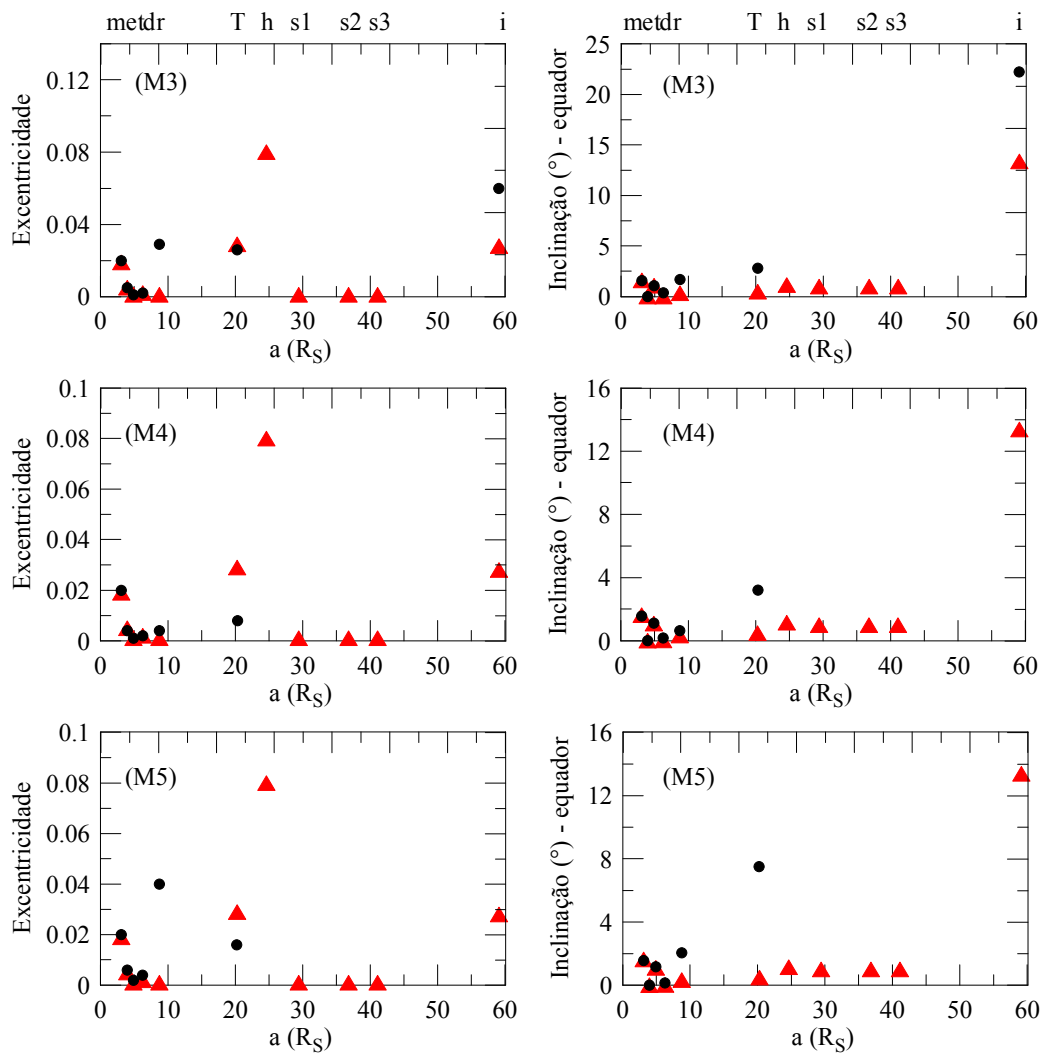


Figura E.2: Topo (modelo M3), Meio (modelo M4) e Baixo (modelo M5). Elementos iniciais e finais (valores médios) estão indicados por triângulos vermelhos e círculos cheios, respectivamente.

Apêndice F

Satélites de Saturno - Com planetesimais

F.1 Tabela 4.5: modelo M1

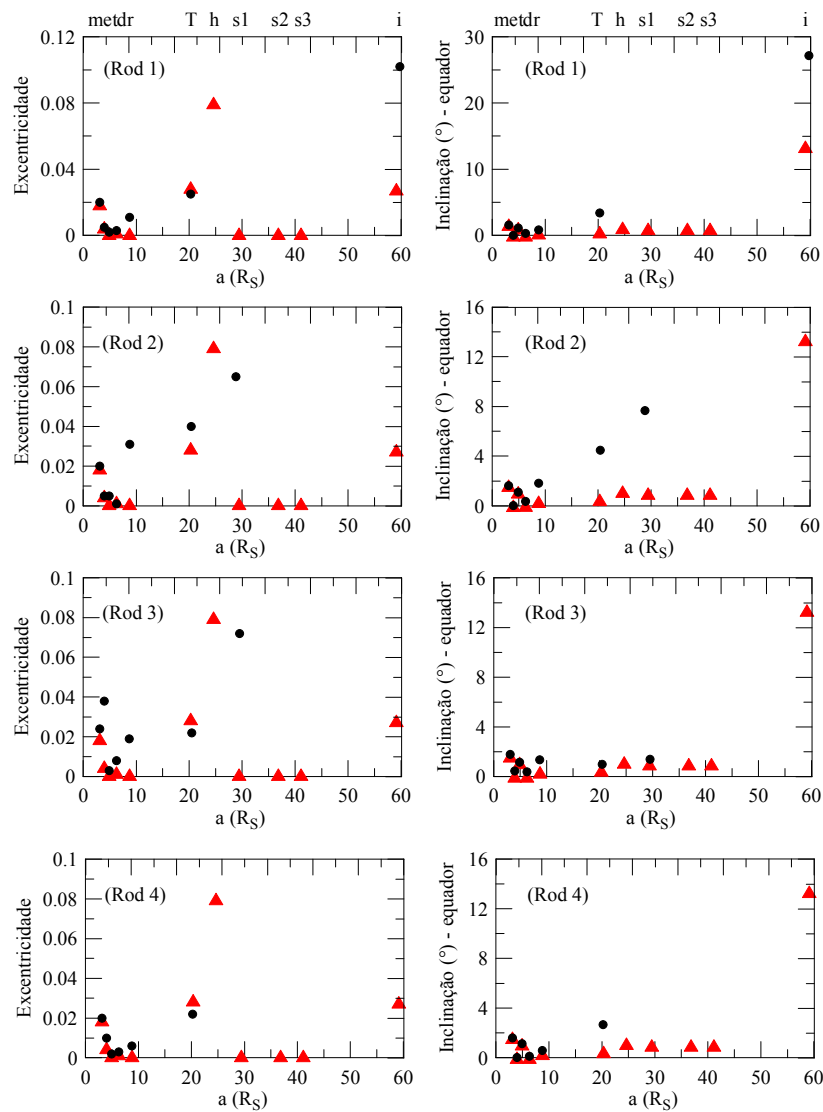


Figura F.1: Modelo M1, de cima para baixo: *Rod1*, *Rod2*, *Rod3* e *Rod4*. Elementos iniciais e finais (valores médios) estão indicados por triângulos vermelhos e círculos cheios, respectivamente.

F.2 Tabela 4.5: modelo M2

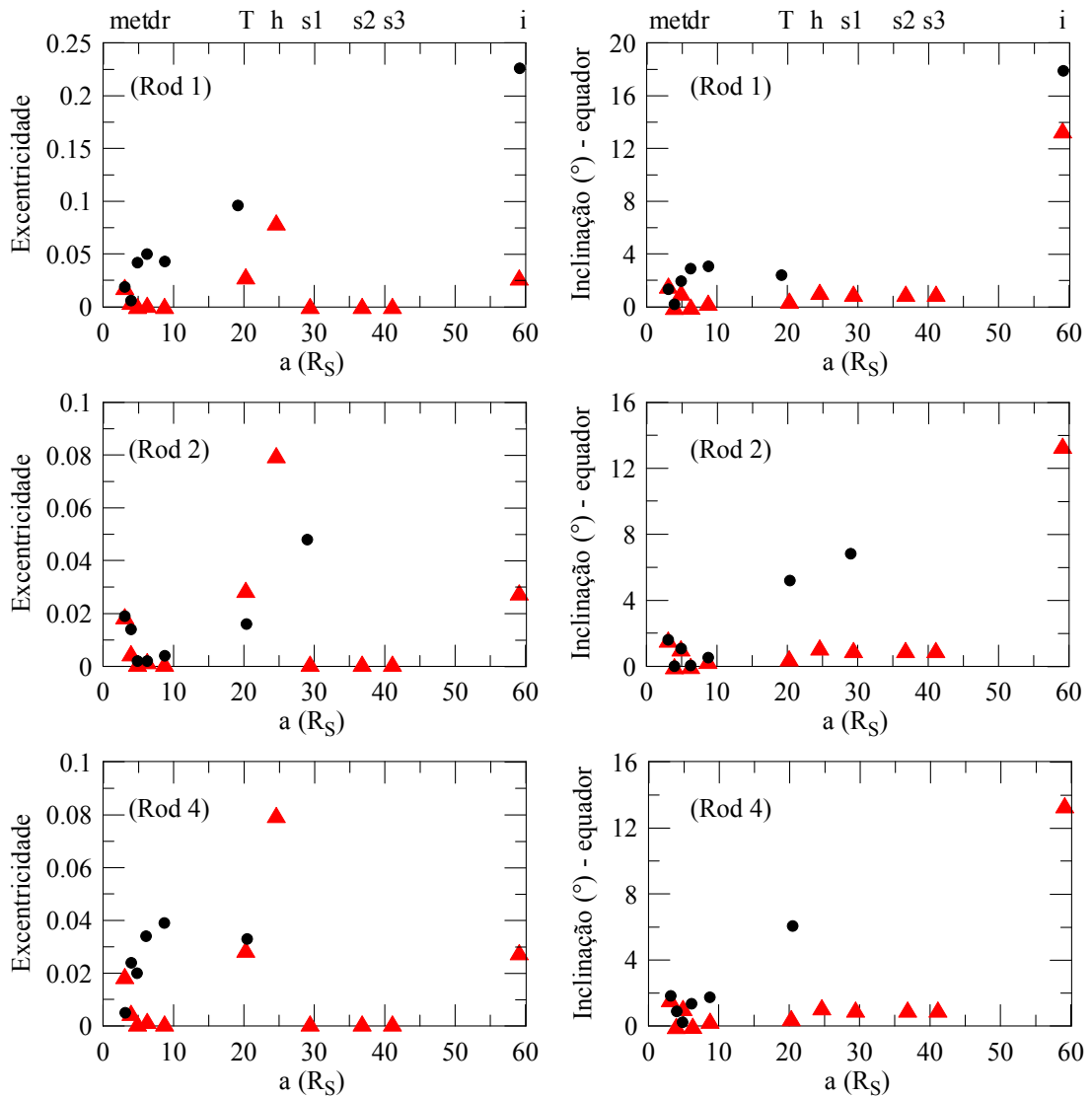


Figura F.2: Modelo M2, de cima para baixo: *Rod1*, *Rod2* e *Rod4*. Elementos iniciais e finais (valores médios) estão indicados por triângulos vermelhos e círculos cheios, respectivamente.

F.3 Tabela 4.5: modelo M3

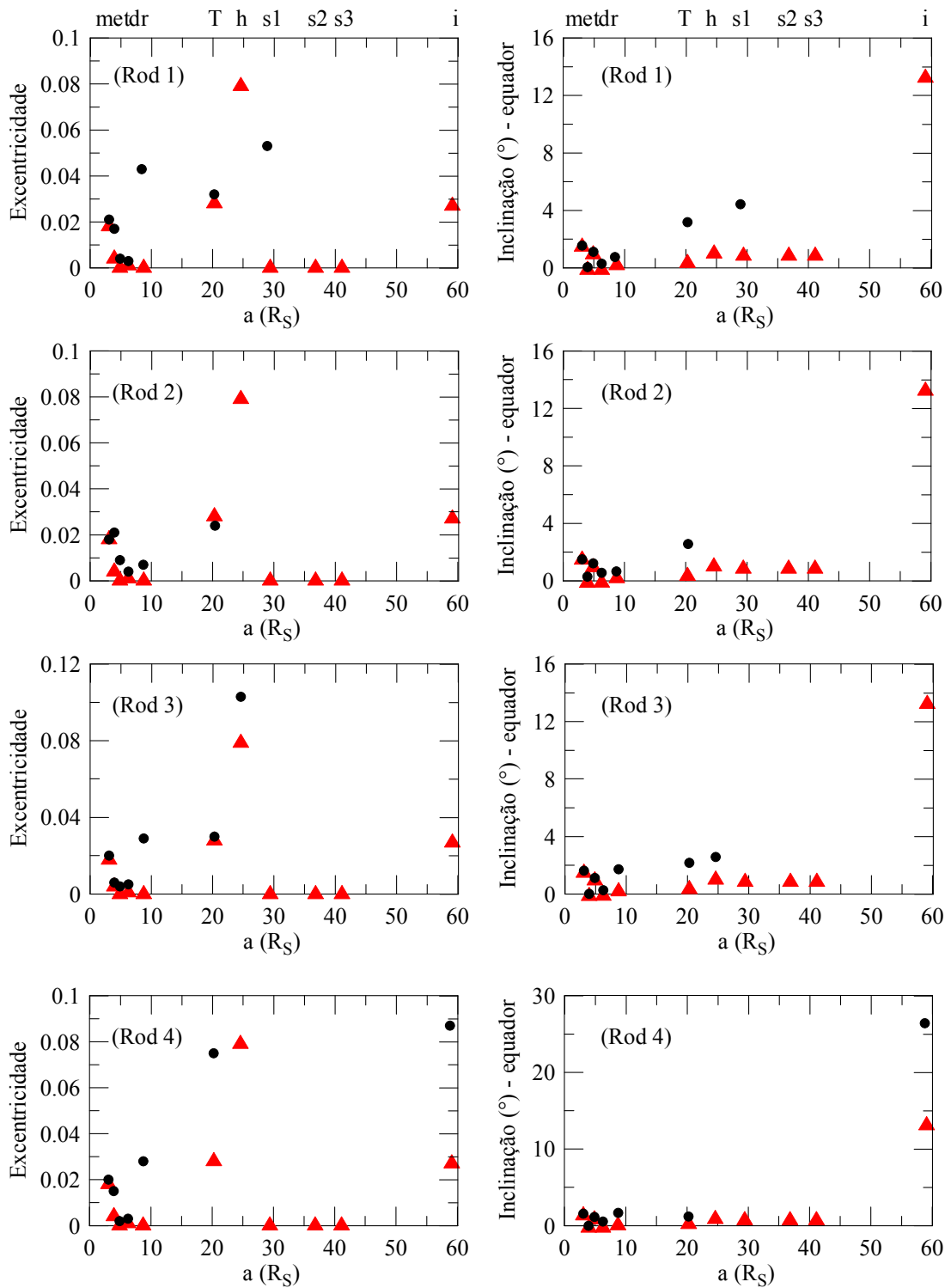


Figura F.3: Modelo M3, de cima para baixo: *Rod1*, *Rod2*, *Rod3* e *Rod4*. Elementos iniciais e finais (valores médios) estão indicados por triângulos vermelhos e círculos cheios, respectivamente.

F.4 Tabela 4.6: modelo M4

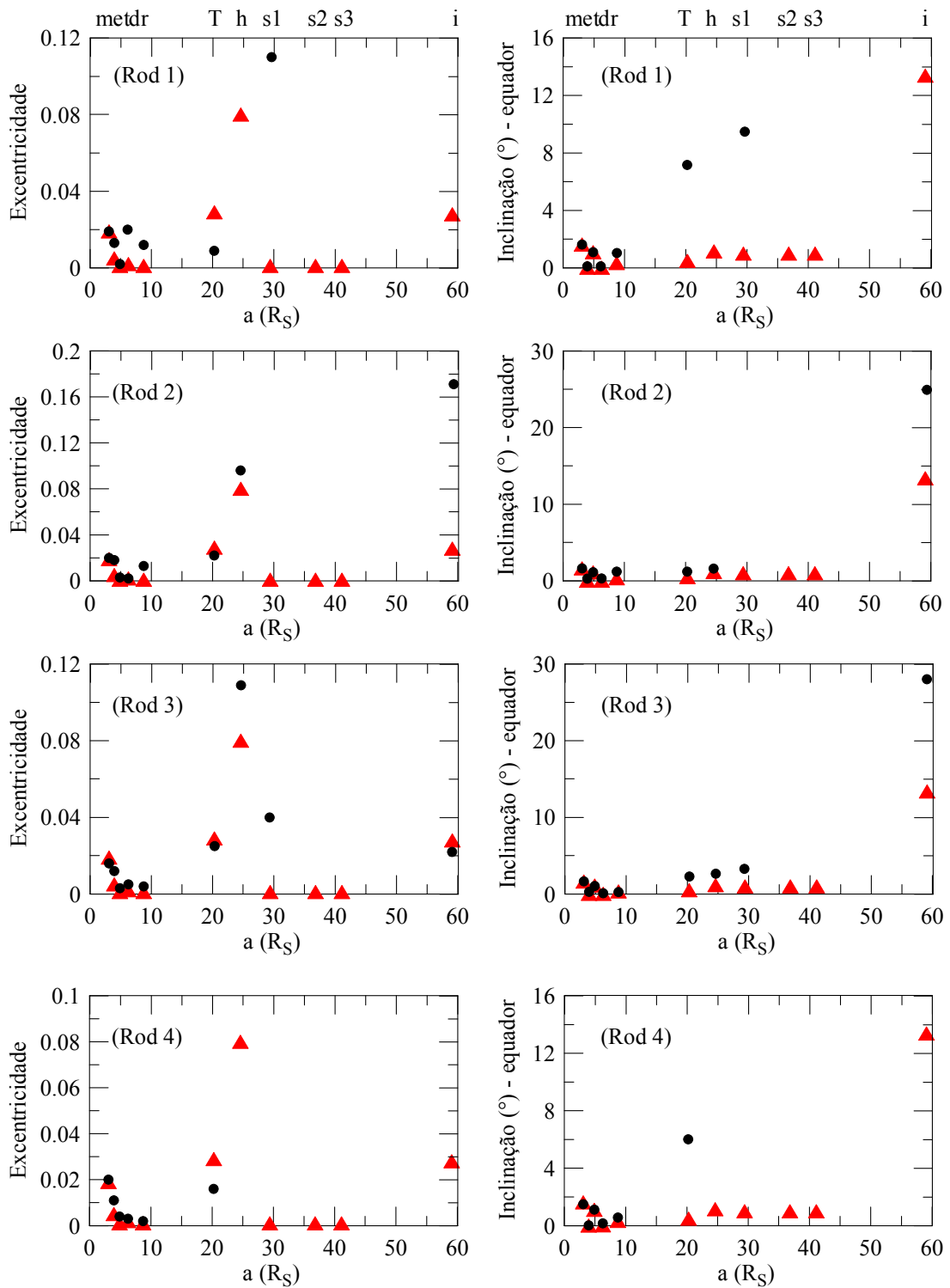


Figura F.4: Modelo M4, de cima para baixo: *Rod1*, *Rod2*, *Rod3* e *Rod4*. Elementos iniciais e finais (valores médios) estão indicados por triângulos vermelhos e círculos cheios, respectivamente.

F.5 Tabela 4.6: modelo M5

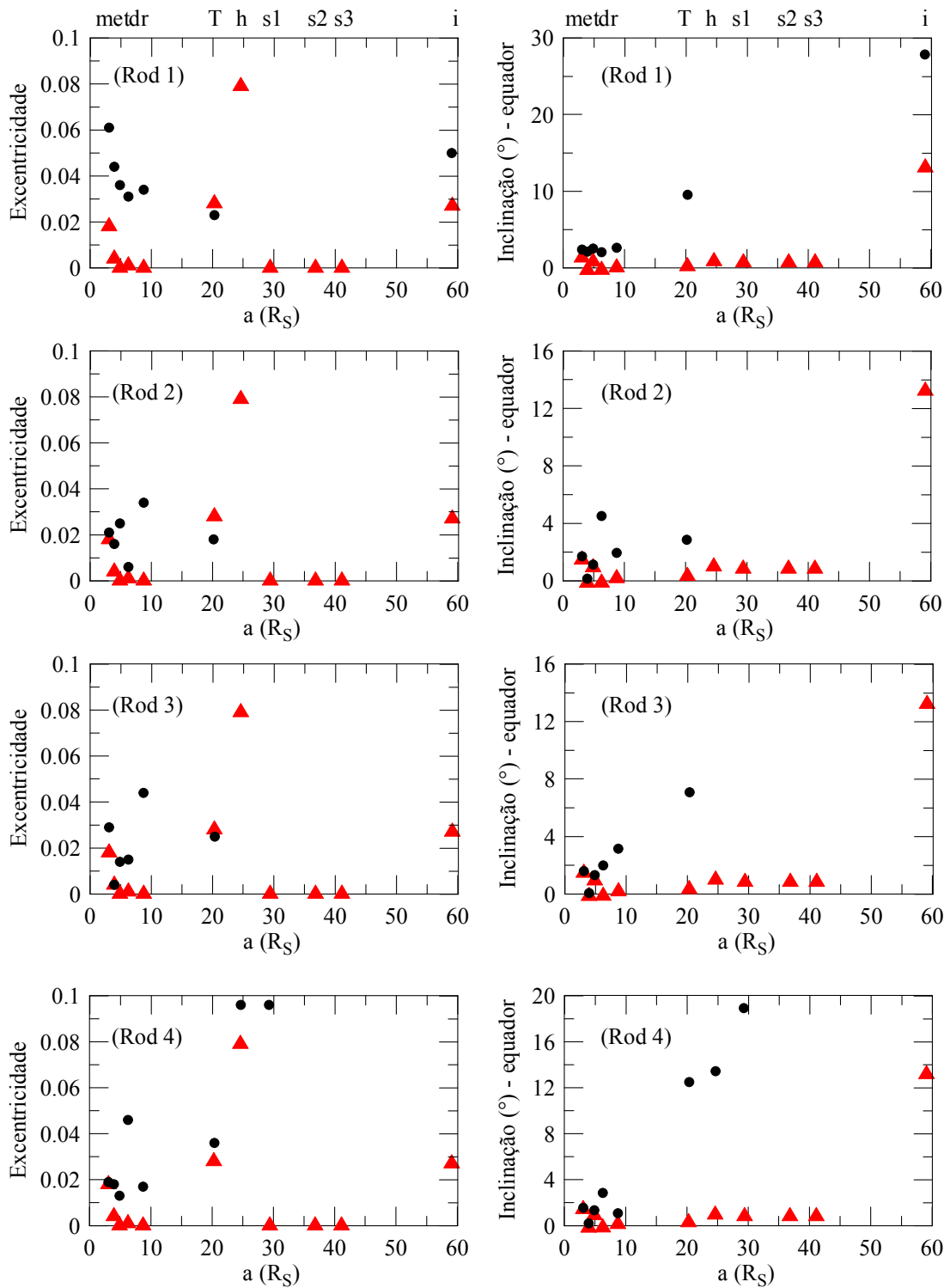


Figura F.5: Modelo M5, de cima para baixo: *Rod1*, *Rod2*, *Rod3* e *Rod4*. Elementos iniciais e finais (valores médios) estão indicados por triângulos vermelhos e círculos cheios, respectivamente.

Apêndice G

Satélites de Saturno - Capturados

G.1 Tabela 4.7: modelo M1

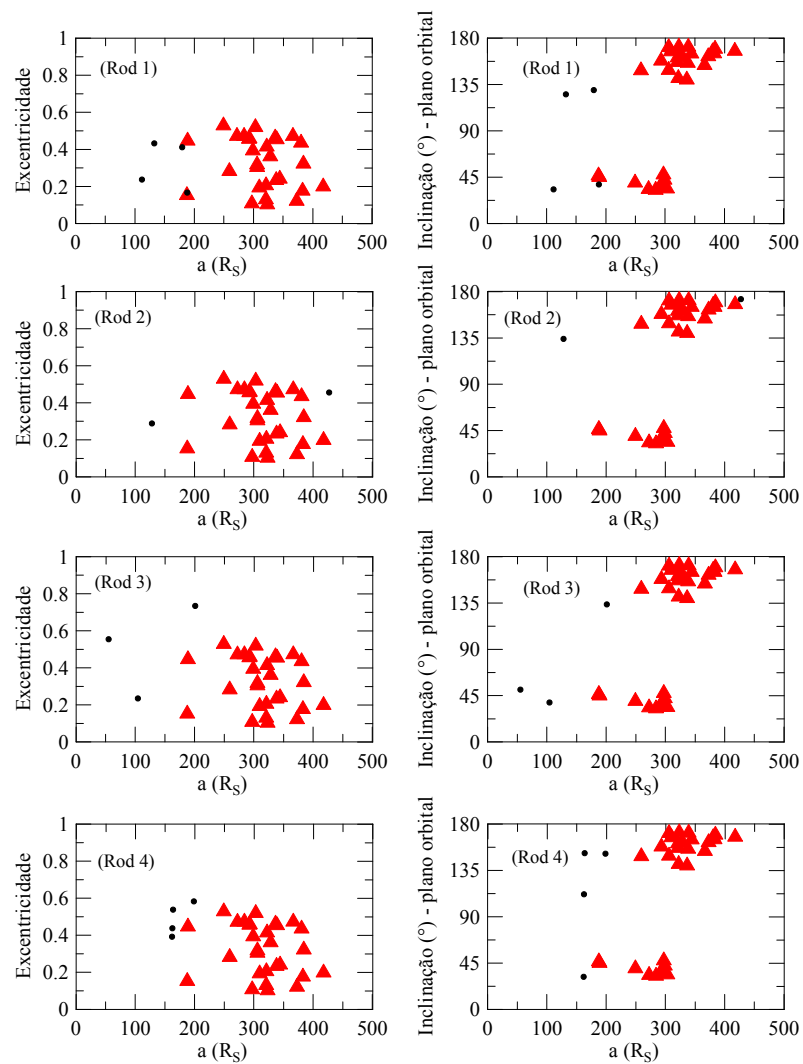


Figura G.1: Objetos capturados (círculos cheios) no modelo M1, casos: *Rod1*, *Rod2*, *Rod3* e *Rod4*, de cima para baixo. Planetesimais lançados de $\approx 100 R_S$. Os triângulos indicam os atuais satélites irregulares.

G.2 Tabela 4.7: modelo M2

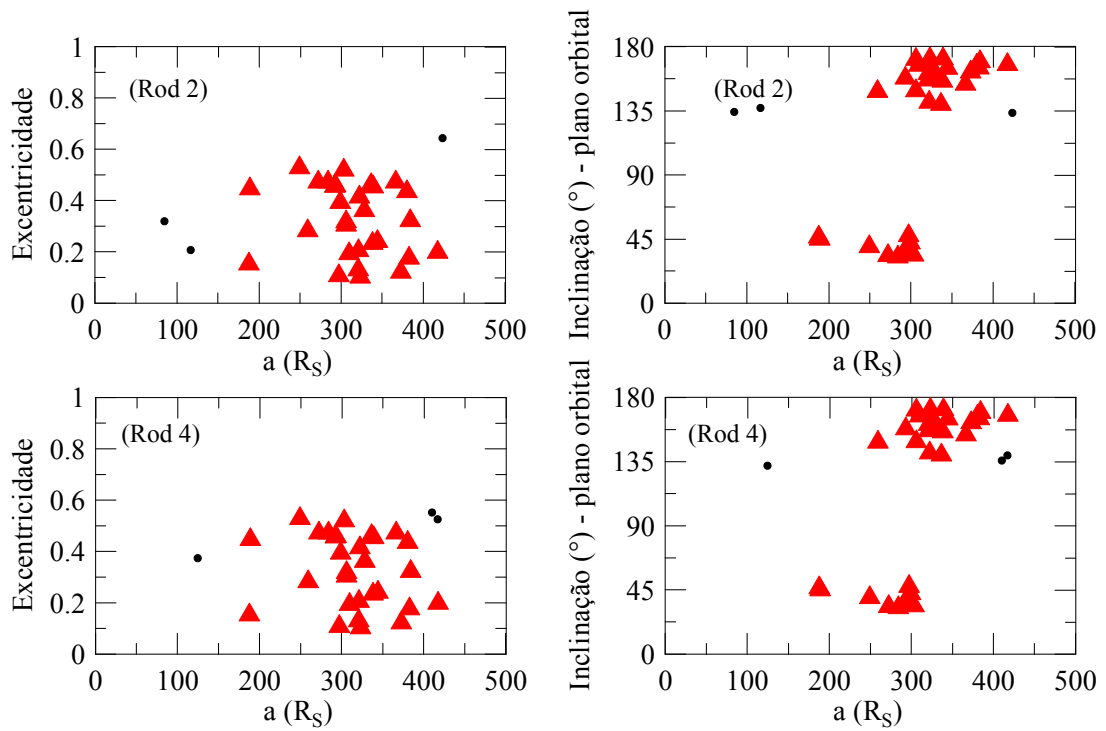


Figura G.2: Objetos capturados (círculos cheios) no modelo M2, casos: *Rod2* e *Rod4*, de cima para baixo. Planetesimais lançados de $\approx 100 R_S$. Os triângulos indicam os atuais satélites irregulares.

G.3 Tabela 4.7: modelo M3

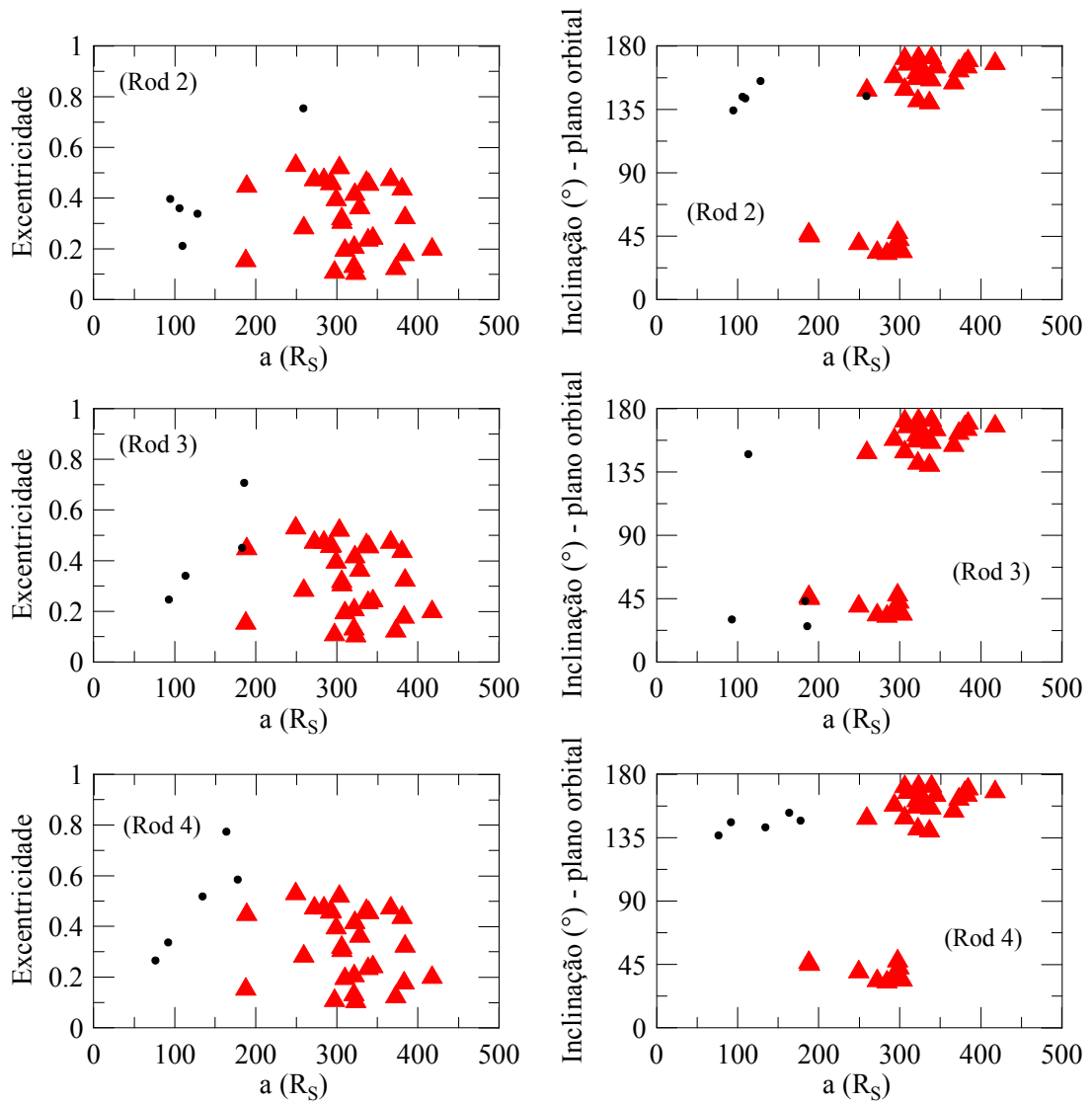


Figura G.3: Objetos capturados (círculos cheios) no modelo M3, casos: *Rod2*, *Rod3* e *Rod4*, de cima para baixo. Planetesimais lançados de $\approx 100 R_S$. Os triângulos indicam os atuais satélites irregulares.

G.4 Tabela 4.7: modelo M4

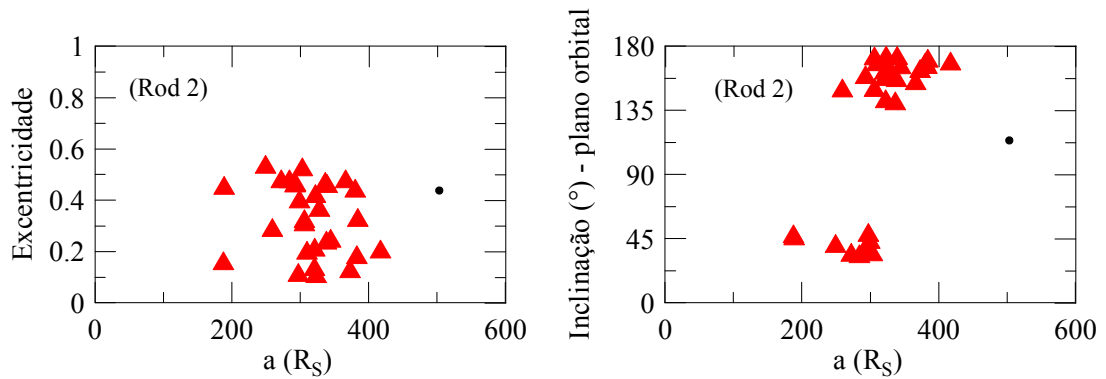


Figura G.4: Objetos capturados (círculos cheios) no modelo M4, *Rod2*. Planetesimais lançados de $\approx 100 R_S$. Os triângulos indicam os atuais satélites irregulares.

G.5 Tabela 4.7: modelo M5

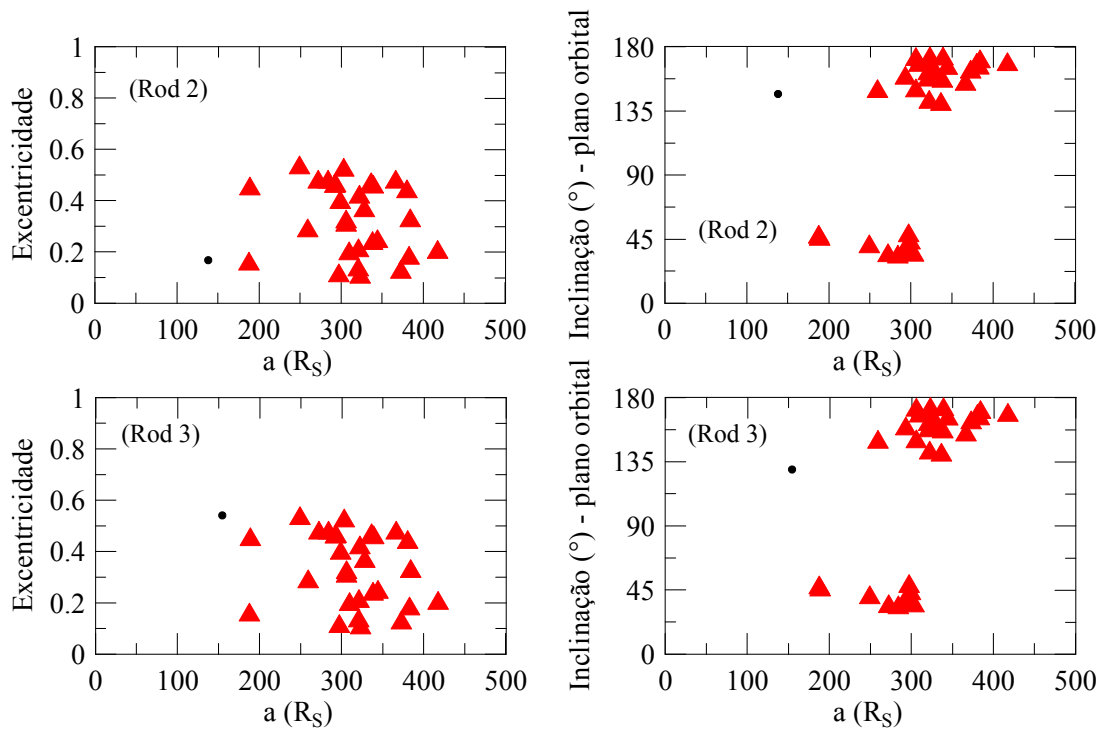


Figura G.5: Objetos capturados (círculos cheios) no modelo M5, casos: *Rod2* e *Rod3*, de cima para baixo. Planetesimais lançados de $\approx 100 R_S$. Os triângulos indicam os atuais satélites irregulares.