

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

**MODELOS DE DISTRIBUIÇÃO ESPACIAL DE
PRECIPITAÇÕES INTENSAS**

Autora: Érika Cristina Diniz.

Orientador: Prof. Dr. Roberto Naves Domingos.

Co-orientador: Prof. Dr. José Silvio Govone

Dissertação apresentada ao Instituto de Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Campus de Rio Claro, para a obtenção do título de Mestre em Física (Área de Concentração: Física Aplicada).

Rio Claro, fevereiro de 2003.

SP – Brasil

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

MODELOS DE DISTRIBUIÇÃO ESPACIAL DE PRECIPITAÇÕES INTENSAS

Autor: Érika Cristina Diniz

Orientador: Roberto Naves Domingos

Co-orientador: José Silvio Govone .

Prof. Dr. José Silvio Govone

IGCE/UNESP/Rio Claro

Prof. Dr. José M. Balthazar.

IGCE/UNESP/Rio Claro

Prof. Dr. Marco Aurélio Sicchiroli Lavrador

FCFRP/USP/Ribeirão Preto.

Rio Claro, fevereiro de 2003.

SP – Brasil

Dedicatória

Dedico este trabalho aos meus pais Antenor e Edna, ao meu irmão Douglas e ao meu grande amor Danilo.

Agradecimentos

Ao orientador e amigo Prof. Dr. José Silvio Govone pela dedicação e excelente orientação dispensadas ao longo do desenvolvimento desta dissertação, assim como pelo forte incentivo.

Ao orientador e amigo Prof. Dr. Roberto Naves Domingos pela confiança em mim depositada.

Aos professores doutores José Manoel Balthazar, Marco Aurélio S. Lavrador e Maria Cecília V. S. Carneiro, pelas sugestões e avaliação desse trabalho.

A CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pelo suporte financeiro.

Ao Instituto de Geociências e ao Departamento de Física da UNESP de Rio Claro, pelo apoio e facilidades concedidas.

Aos amigos da Pós Graduação do Departamento de Física, em particular para Danilo, Edna, Fabio e Gislaine pelo grande apoio em todos os momentos.

A Oflia e ao Gilberto Girello pelo auxílio.

Ao meu namorado Danilo pelo apoio, compreensão e forte incentivo, assim como, pelas sugestões e auxílio durante o desenvolvimento deste trabalho.

A meus pais, meus exemplos, pelo apoio, confiança e carinho depositados em todos os momentos de minha vida.

DINIZ, Erika Cristina; **Modelos de Distribuição Espacial de Precipitações Intensas** Rio Claro, 2003. Dissertação (Mestrado em Física Aplicada) – IGCE (Instituto de Geociências e Ciências Exatas), Campus de Rio Claro, UNESP (Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”).

Resumo

Modelos de geração de precipitações são de extrema importância nos dias atuais, pois com o conhecimento do padrão de precipitação em certa área, pode-se planejar obras de forma a minimizar os efeitos das precipitações de grande intensidade. No presente trabalho, aplica-se o modelo de Neyman-Scott e, particularmente, o de Poisson na geração de precipitações de grande intensidade na região da Bacia do Tietê Superior, no Estado de São Paulo, Brasil. Essa região sofre anualmente com as enchentes devido às fortes precipitações e a alta densidade populacional nesta área. Para a aplicação dos modelos de distribuição espacial de precipitações Neyman-Scott e Poisson, foram considerados os dados coletados de 1980 a 1997 de uma rede pluviométrica constituída de treze pluviômetros.

Palavras – Chave:

Geração de precipitações; modelo de Neyman-Scott; modelo de Poisson; modelos estocásticos de precipitação.

DINIZ, Erika Cristina; **Models of Space Distribution of Intense Precipitations**. Rio Claro, 2003. Dissertação (Mestrado em Física Aplicada) – IGCE (Instituto de Geociências e Ciências Exatas), Campus de Rio Claro, UNESP (Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”).

Abstract

Models related with precipitations generation have extremely importance nowadays because with the standard knowledge about an specific area, we can plan projects to minimize the effects caused by high intensity precipitations. At the present work, we applies Neyman-Scott's model and particularly the one from Poisson, in the precipitations generations with high intensity in the Superior Tietê Bays' region, São Paulo state, Brazil. This region suffer annually with the floods due to the strong precipitations and the high human density. To use the Neyman-Scott and Poisson models related to spatial precipitations distribution, we have considered data collected during 1980 to 1997 from a pluviometric network consisted by thirteen rain gauges.

Key-words:

Precipitations generation; Poisson's model; Neyman-Scott's model; stochastic models of precipitation.

SUMÁRIO

Lista de Figuras	1
Lista de Tabelas	3
Nomenclatura.....	4
CAPÍTULO 1	7
1.1 Introdução.....	7
1.2 Revisão da Literatura	12
CAPÍTULO 2	18
2.1 Modelagem da Distribuição Espacial das Precipitações	18
2.2 Descrição do Esquema de Geração dos Campos de Precipitação.	23
2.2.1 Esquema de Geração dos Centros dos Agrupamentos	23
CAPÍTULO 3	28
3.1 Aspectos Gerais da Região Estudada	28
3.2 Aplicação à Bacia do Rio Tietê	30
3.3 Estimação dos Parâmetros	41
3.4 Descrição da Geração dos Campos de Precipitação.....	45
CAPÍTULO 4	50
4.1 Resultados e Discussões	50
Referências Bibliográficas	53
APÊNDICE A.....	58
APÊNDICE B.....	64

Lista de Figuras

- Figura 2.1 Idealização de um agrupamento pelo modelo Neyman-Scott, com células distribuídas em torno do centro do agrupamento.
- Figura 2.2 Representação das distâncias para geração dos campos de precipitação
- Figura 3.1 Localização dos pluviômetros na bacia do rio Tietê Superior.
- Figura 3.2 Campo de precipitação da bacia do rio Tietê Superior (mm/dia).
- Figura 3.3 Gráficos “blox-plot” para valores de precipitação (mm/dia) registrados nos pluviômetros analisados (pluviômetros 1 a 5)
- Figura 3.4 Gráficos “blox-plot” para valores de precipitação (mm/dia) registrados nos pluviômetros analisados (pluviômetros 6 a 9)
- Figura 3.5 Gráficos “blox-plot” para valores de precipitação (mm/dia) registrados nos pluviômetros analisados (pluviômetros 10 a 13)

- Figura 3.6 Gráfico das correlações amostrais históricas transformadas pela transformação de Fisher, em função da distância entre os pluviômetros.
- Figura 3.7 Curva $\hat{r}^*(d)$ ajustada para a bacia do rio Tietê Superior pelo modelo Poisson
- Figura 3.8 Curva $\hat{r}^*(d)$ ajustada para a bacia do rio Tietê Superior pelo modelo Poisson com intervalo de dois desvios padrão das estimativas e os valores amostrais.
- Figura 3.9 Área delimitada na bacia do rio Tietê Superior
- Figura 3.10 Localização do centro da região C e distância r'' do centro ao extremo da região
- Figura 3.11 Campo de precipitação gerado pelo modelo Poisson para a bacia do rio Tietê Superior

Lista de Tabelas

Tabela 3.1	Nomes e prefixos das estações pluviométricas da Bacia do rio Tietê (Superior)
Tabela 3.2	Valores do P75% e \hat{m} para cada pluviômetro
Tabela 3.3	Coefficientes de correlação entre os valores das precipitações observados nos pluviômetros.
Tabela 3.4	Estimativas dos parâmetros do modelo.

Nomenclatura

a	parâmetro do modelo Neyman-Scott e do modelo Poisson, que representa a taxa de decaimento do campo de precipitação gerado por uma célula.
d	distância entre os pluviômetros.
D	número de dias de precipitação comuns em todos os pares de pluviômetros.
DP	desvio padrão das estimativas.
$E[\alpha_m]$	esperança do máximo valor do campo de precipitação gerado por uma célula.
m	média amostral total dos valores de precipitação acima do P75%.
$m_{\hat{r}^*}$	média das $\hat{r}^*(d)$
\hat{m}	média dos valores de precipitação acima do terceiro quartil dos dados, dos pluviômetros da área de estudo.
P75%	terceiro quartil dos dados de precipitação de cada pluviômetro.

$r_{\text{máx}}$	distância máxima do centro da região considerada ao centro de um agrupamento de células de precipitação
r'	distância máxima entre uma célula e o limite da região em estudo
r''	maior distância do centro da região considerada a um ponto extremo da região
R	raio da área de influência em torno de um agrupamento de células de precipitação
w	variância do número de células associado a um agrupamento.
a_m	máximo do campo de precipitação da célula
λ	valor esperado do número de agrupamentos por km^2
v	número de células de precipitação associadas a um agrupamento
$r(d)$	coeficiente de correlação
$r^*(d)$	transformação de Fisher dos coeficientes de correlação $r(d)$
$\hat{r}^*(d)$	estimativa de $r^*(d)$

s^2	variância amostral total dos valores de precipitação acima do P75%.
s^*	desvio padrão das células em torno do centro do agrupamento.
$s_{\hat{r}^*}^2$	variância de $\hat{r}^*(d)$

CAPÍTULO 1

1.1 Introdução

Um dos maiores problemas enfrentados pelo homem ao longo do tempo e principalmente na época atual, em praticamente toda região do planeta, diz respeito à distribuição espacial e temporal das precipitações, pois a água é elemento indispensável para a vida humana e sua falta ou excesso pode causar grandes transtornos às populações.

Assim, a análise de dados de precipitação assume um papel muito importante nos estudos de recursos hídricos e nos projetos de engenharia (construções de barragens; projetos de sistemas de esgoto; prevenção de inundações, secas; administração de recursos hídricos etc.). Dessa maneira, a capacidade para analisar e simular séries históricas torna-se extremamente importante, pois com o conhecimento do padrão de precipitação em certa área, pode-se planejar obras de forma a minimizar os efeitos das precipitações intensas.

Quanto melhores os instrumentos e técnicas de medidas, maior a eficácia do planejamento e operação de sistemas hídricos. De uso a longo tempo, os pluviômetros

(pluviógrafos) fornecem a quantidade pontual de precipitação para um dado período de tempo, com razoável precisão, embora os valores estejam sujeitos à alguns erros de medição (OCHOU, 1985).

Nas últimas décadas, entraram em operação os radares meteorológicos, instrumentos que observam a ocorrência de chuvas, com base na emissão de radiação eletromagnética. Parte das ondas emitidas pelo radar refletem nas gotas de chuva da nuvem e retornam ao mesmo. Esta energia retornada é quantificada e transformada em precipitação.

Apresentam o radar vantagens em relação aos pluviômetros por fornecer estimativas de precipitação em toda uma área de estudo e em tempo real. Entretanto, as medidas pontuais de precipitação estão sujeitas a uma série de erros de estimação (CALHEIROS, 1982).

Os satélites artificiais constituem atualmente outro tipo de ferramenta extremamente útil para a estimação das precipitações. Entretanto, nem estas medidas estão isentas dos erros de estimação. (OCHOU, 1985).

Paralelamente ao desenvolvimento e aperfeiçoamento dos instrumentos de medida, têm-se aprimorado os estudos das previsões de precipitações através da construção de modelos matemáticos ou estatísticos (estocásticos). Tais modelos procuram, cada vez mais, melhor explicar a distribuição de precipitação no tempo e local.

Uma demonstração da importância destes estudos é o volume 175 da revista *Hydrology* (Mc CULLOCH, 1996) dedicada inteiramente a este assunto.

Entretanto, a previsão, via modelos, muitas vezes apresenta resultados não condizentes com a realidade, visto a dinâmica do processo de precipitação (RODRIGUEZ-ITURBE et al, 1987a), bem como ao grande número de variáveis

envolvidas, principalmente em regiões de encontro de massas, como a região sudeste do Brasil.

Espera-se que, num futuro próximo, a combinação de aparelhos modernos de medição, com modelos mais sofisticados, permitam previsões mais próximas da realidade, o que em muito beneficiará as atividades humanas.

Segundo Nascimento (1990), precipitação é o resultado de um complexo processo atmosférico, intimamente ligado a ascensão das massas de ar. Conforme o motivo que causa a ascensão das massas de ar, as chuvas se classificam em:

Frontais

Orográficas

Convectivas

Muñoz Muñoz (1991) descreve os tipos de chuvas como:

Precipitação Frontal: ocorre quando a circulação força o ar quente e úmido a subir sobre uma superfície frontal. A subida e o esfriamento do ar é gradual, produzindo-se moderadas intensidades de precipitação e durante longo período de tempo. Precipitações de tipo frontal, provenientes de frentes frias, produzem precipitações pouco mais intensas do que as originadas de frentes quentes, mas ambas afetam grandes áreas.

Precipitação Orográfica: ocorre quando correntes horizontais de ar quente e úmido encontram-se no seu percurso com barreiras naturais como cadeias de montanhas. Essas massas de ar são forçadas a se elevarem, provocando chuvas. Esse processo de precipitação é muito comum no meio sul do país, na região litorânea, devido a presença da Serra do Mar.

Precipitação Convectiva: as chuvas provocadas por convecção térmica são de grande intensidade e curta duração e distribuem-se sobre áreas mais restritas,

podendo causar inundações em pequenas bacias hidrográficas. Essas precipitações podem variar de pancadas de chuvas a tormentas altamente intensas. Tais precipitações são de grande interesse de estudo.

Garcez (1967) considera precipitações intensas como sendo o conjunto de chuvas originadas de uma mesma perturbação meteorológica, cuja intensidade ultrapasse um certo valor. A duração destas precipitações varia, desde alguns minutos até algumas horas e a área atingida pelas mesmas pode variar desde alguns poucos quilômetros até milhares de quilômetros quadrados.

A medida da precipitação é um parâmetro muito importante, pois possibilita-nos saber quanto de água foi disponível naquele local. É sempre considerada em altura da coluna de água, em milímetros, que ficaria no local se não houvesse infiltração (OMETTO, 1981)

Os modelos de geração de precipitação podem ser classificados como (SHAH et al, 1996):

- 1- Modelos de Precipitação Pontuais: esses modelos caracterizam uma série temporal de precipitação (horária, diária) num simples ponto, e são baseados nas observações pluviométricas de um único pluviômetro em um intervalo de tempo relevante.
- 2- Modelos de Precipitação Multivariados: esses modelos consideram vários pluviômetros simultaneamente e preservam a estrutura de correlação de dados históricos de precipitação existentes nesses pontos num intervalo de tempo. Frequentemente, os dados, depois de transformados, têm distribuição Normal.
- 3- Modelos de Precipitação Multidimensionais: tais modelos buscam caracterizar a estrutura estatística do fenômeno de precipitação em todo ponto, cobrindo a área de interesse e não somente onde se localizam os pluviômetros.

Atualmente, a teoria dos processos estocásticos pontuais para dados de chuva tem sido o foco de consideráveis atividades de pesquisa (RODRIGUEZ-ITURBE, 1987; COWPERTWAIT et al, 1996). Uma das aplicações potenciais da modelagem estocástica é a estimativa da frequência de ocorrência de alguns eventos críticos gerados por chuvas, por exemplo, as enchentes.

O objetivo do presente trabalho é estudar modelos de distribuição espacial de precipitações intensas. O modelo utilizado é o processo Neyman-Scott (RODRIGUEZ-ITURBE, 1987). Nessa modelagem multivariada as tempestades são formadas por células, unidades básicas de precipitação, que ocorrem em agrupamentos no espaço chamados “Clusters”. Esses agrupamentos contêm centros cujas localizações são sorteadas aleatoriamente. Esses centros são apenas pontos dos quais espera-se que a densidade de células de precipitação ao seu redor, seja maior que nas demais regiões. O modelo Poisson é um caso particular do modelo Neyman-Scott e a sua distribuição espacial de precipitação não apresenta estrutura de agrupamento, ou seja, considera-se que cada célula de agrupamento se localiza no próprio centro do agrupamento (COSTA, 1996).

Escolheu-se esta classe de modelos, pois tais modelos preservam as características das precipitações em diferentes escalas de tempo; apresentam em sua estrutura a potencialidade de representar as células de chuva e não apresentam grandes dificuldades para se trabalhar com eles. São modelos muito empregados atualmente, em diferentes regiões do planeta.

Para a aplicação do modelo de distribuição espacial de precipitações de Neyman-Scott e, particularmente o de Poisson, foram considerados os dados disponíveis coletados de 1980 a 1997 nos períodos de outubro a março totalizando 17 estações chuvosas. Tratam-se de dados reais e que ainda não tinham sido estudados. Para estudar chuvas intensas, foram considerados somente os dias cujos totais precipitados foram superiores ao 3^o quartil de todas as precipitações de cada pluviômetro, no período estudado. A rede pluviométrica é constituída de treze pluviômetros, localizados próximo a cidade de São Paulo, correspondendo à Bacia do Rio Tietê Superior.

Essa região sofre constantemente com as enchentes, pois as precipitações de grande intensidade que ocorrem principalmente na região metropolitana de São Paulo, ocasionam vários impactos: um deles é devido às construções e vias públicas que impermeabilizam a área de drenagem; há também a perda da mata ciliar e o assoreamento e, por fim, as descargas de grandes quantidades de esgoto doméstico e industrial. Dessa forma, o nível de poluição das suas águas aumenta rapidamente e o controle das enchentes torna-se extremamente difícil.

1.2 Revisão da Literatura

Há um grande número de variações do modelo Neyman-Scott para representar eventos de chuva. Todas as variações são essencialmente as mesmas no sentido que elas modelam a ocorrência de eventos de precipitação, isto é, a ocorrência de células de chuva.

O modelo mais simples de Neyman-Scott, conhecido como modelo ruído branco, considera as células de chuva como explosões instantâneas e associa alguma distribuição à quantidade de precipitação devido à célula. Este modelo foi introduzido para representar eventos de chuva por Kavvas e Delleur (1975). Estes autores derivaram expressões para as propriedades de contagem de ocorrência de células de chuva, por exemplo, a função geradora de probabilidade para o número de células em algum intervalo de tempo arbitrário, e realizaram uma aplicação à dados diários de chuva em Indiana, EUA.

Kavvas e Delleur (1981) construíram um modelo estocástico pontual de dois níveis para ocorrências de chuvas. O modelo é um processo de agrupamento Neyman-Scott, tem mecanismos geradores de chuva como nível primário e as chuvas geradas por esses mecanismos, como nível secundário. O modelo também foi testado para seqüências diárias de chuva em Indiana, EUA. O ajuste do modelo foi então testado em termos de suas características de correlação e probabilidade marginal. Encontrou-se uma forte correlação

entre as ocorrências de chuva. A razão para essa correlação é o cinturão ciclônico separando o ar continental do ar ártico no continente Norte Americano. Esse cinturão ciclônico passa através de Indiana durante o inverno na direção leste-oeste e cria intensa precipitação. A persistência dessa frente polar durante o inverno é a maior causa de dependência de ocorrências de chuvas. Essa forma de agrupamento do modelo Neyman-Scott testado por Kavvas e Delleur (1981) é homogêneo no tempo, sendo então de uso prático no caso de ocorrências de chuvas estacionárias.

Os estudos acima citados foram aprimorados por Waymire e Gupta (1981a, b, c) que demonstraram como a função geradora de probabilidade, tomada da teoria geral de processos pontuais, pode ser usada de forma efetiva, para encontrar as propriedades da distribuição conjunta do processo de contagem de ocorrências de chuvas.

Smith e Karr (1985) derivaram estimativas de máximo verossimilhança para os parâmetros do modelo de Neyman-Scott, supondo que a distribuição dos tamanhos das células seja Poisson e a distribuição dos membros ao centro da célula seja exponencial.

Rodrigues-Iturbe et. al (1984) compararam o modelo ruído branco de Neyman-Scott com outros modelos de precipitação e concluíram que o modelo ruído branco apresenta melhor desempenho, sobre uma variedade de escalas de tempo.

Valdes et. al (1985) mostraram que este modelo apresenta melhor desempenho considerando chuvas precipitadas em escalas de tempo de 1 a 24 horas, quando comparado com outros modelos. Entretanto, os autores concluíram que o modelo ruído branco não é capaz de preservar as estatísticas dos eventos extremos de chuva.

Foufoula-Georgiou e Guttorp (1987) também encontraram problemas com o referido modelo. Em particular, dificuldades foram encontradas na estimação dos parâmetros do modelo, quando do uso do método dos momentos e estimação de máximo verossimilhança.

Rodrigues-Iturbe et. al (1987 a) introduziram os modelos de Neyman-Scott de pulso retangulares. Tais modelos dão à célula de chuva uma duração aleatória e uma intensidade aleatória constante durante a duração da célula. Os momentos de segunda ordem são encontrados, assumindo distribuição exponencial para a duração e o tempo de espera para as células de chuva após o início da tempestade.

Rodriguez-Iturbe e Eagleson (1987) investigaram a estrutura espacial e temporal de eventos de chuva usando processos pontuais. Um dos processos utilizados é o modelo Poisson que considera que as tempestades são formadas por células de chuva que ocorrem no espaço segundo um processo Poisson bi-dimensional com parâmetro λ . Essas células de chuva não apresentam estrutura de agrupamento, ou seja, cada célula é considerada o próprio centro do agrupamento. O outro modelo investigado é o Neyman-Scott; essa modelagem é o caso geral do modelo Poisson e apresenta estrutura de agrupamento das células de chuva. Cada agrupamento contém um centro e tem associado a ele uma quantidade randômica de células de chuva.

O primeiro modelo, sem estrutura de agrupamento, é considerado matematicamente mais simples, pois contém menos parâmetros e é um caso particular do modelo Neyman-Scott. São obtidas, também, a média, variância e a covariância para os dois modelos.

Rodriguez-Iturbe et. al (1987 b) concluíram, utilizando dados empíricos, que o modelo de pulso retangular é capaz de preservar as estatísticas de chuva, incluindo os valores extremos, para escalas de tempo de 1 hora ou mais.

No trabalho de Cowpertwait (1991) algumas propriedades adicionais para o modelo de pulso retangular de Neyman-Scott são encontradas. Uma delas é uma expressão para a probabilidade de qualquer intervalo arbitrário de certo comprimento ser seco. A função de distribuição da duração da tempestade é também encontrada.

Costa et al, (1994) descreveu uma metodologia para modelagem de padrões de distribuição espaciais de precipitações durante chuvas extremas, baseada no modelo Neyman-Scott, que tem como objetivo a desagregação de totais precipitados em bacias hidrográficas para projetos de vertedor. A distribuição espacial das precipitações em uma bacia hidrográfica é extremamente importante no projeto de obras hidráulicas, tais como vertedores, pois as afluições ao local da obra serão fortemente influenciadas por estas. Se as precipitações intensas ocorrem muito próximas ao local da obra, praticamente todo o volume precipitado ocasionará em grandes picos na vazão afluente à obra, por outro lado se as precipitações intensas ocorrem nas cabeceiras, o volume precipitado terá que percorrer todo o sistema de drenagem e pouco influenciará na vazão.

Costa (1996) desenvolveu modelos estocásticos de geração de padrões de flutuação temporal e espacial de precipitações, para desagregação espacial e temporal de totais precipitados durante grandes tempestades. Para a desagregação temporal é desenvolvido um modelo baseado numa descrição por Cadeia de Markov. Para a modelagem estocástica das flutuações espaciais é desenvolvida a modelagem de agrupamento Neyman-Scott. A aplicação dos modelos se deu a dados de duas regiões, uma na bacia do rio Paraíba do Sul (Foz dos rios Paraibuna e Preto) SP, e outra na Foz do rio Tapajós (Amazônia). Tanto na Foz do rio Tapajós quanto na bacia do rio Paraíba do Sul a distribuição espacial de precipitação apresenta estrutura de agrupamento sendo, portanto, apropriado o uso do modelo geral, ou seja, o processo Neyman-Scott, apesar desse modelo apresentar alguma deficiência na bacia do rio Paraíba do Sul. Os dois modelos, espacial e temporal, foram acoplados formando um modelo espaço-temporal aproximado, bastante razoável para tempestades desta região.

Cowpertwait, et al (1996) desenvolveram o modelo de agrupamento Neyman-Scott (Modelo Retangular de Pulsos Neyman-Scott) de precipitações, para estudos de reabilitação de sistema de esgoto no Reino Unido. Segundo Cowpertwait, et al (1996), esse modelo é capaz de preservar as propriedades estatísticas e tem uma estrutura de agrupamento muito flexível no qual, os parâmetros relatam amplamente as características físicas dos campos de precipitação.

Esse trabalho foi desenvolvido em 2 partes; na parte I, é descrito o modelo e é apresentado o procedimento do ajuste desse modelo para dados horários e diários. Na parte II são estimados os parâmetros com dados de chuva de 112 locais distribuídos no Reino Unido.

Mellor (1996) propôs um novo modelo estocástico de precipitação espaço – temporal, o modelo Modified Turning Bands (MTB). Esse modelo propõe o desenvolvimento e o movimento de “rainbands”, regiões de agrupamento, e a geração de células de chuva, como também suas respectivas interações. A estrutura de correlação é inadequada para a estimação prática dos parâmetros do modelo e conseqüentemente ele não pode ser facilmente medido através de uma única tempestade. Esse trabalho está dividido em três parte: na parte I é definido o modelo e suas propriedades, na parte II são estimados os parâmetros de células de chuva e na parte III está a estimação das tempestades e “rainbands”, como também, discussão para futuros modelos.

Nascimento (1990) descreveu modelos pontuais utilizados na geração de chuvas médias diárias sobre a bacia do rio Canoas, um importante afluente do rio Uruguai, situado na região sul do Brasil. Parte-se de um modelo baseado na cadeia de Markov de dois estados (dia seco ou chuvoso) e de uma distribuição exponencial para a geração do montante precipitado nos dias chuvosos. Uma seqüência de dias chuvosos é definida como sendo uma sucessão de dias chuvosos consecutivos, precedidos e seguidos por dias secos. De forma análoga se define uma seqüência de dias secos. O modelo está estruturado para dividir o ano em estações ou períodos sazonais. Foi calculada a chuva média na bacia do rio Canoas até a seção fluviométrica de Colônia Santana no período de 1925 até 1986, com base nos dados dos postos pluviométricos situados na região.

Muñoz Muñoz (1991) desenvolveu um modelo multidimensional não estacionário para a simulação de chuvas. É implementado um algoritmo que modela o fenômeno físico das chuvas, tais como a altura de precipitação, duração da chuva, tempo entre os eventos, etc., tomando em conta suas principais características, e reproduz com

razoável fidelidade sua variação tanto no tempo como no espaço. Esse modelo é desenvolvido em linguagem Pascal e aplicado para simulação de chuvas na bacia do rio Paraíba do Sul.

Galenda e Napolitano (1999) estudaram o problema da influência da escala de agregação temporal ou espacial na estimação dos parâmetros do modelo Neyman-Scott. Concluíram que a escolha da escala pode influenciar as estimativas, sendo que uma escolha imprópria pode conduzir a resultados não condizentes. Um procedimento alternativo de estimação dos parâmetros é sugerido.

No capítulo 2 desta dissertação é descrita a modelagem de Neyman-Scott; a aplicação à bacia do rio Tietê é apresentada no capítulo 3 e no capítulo 4 é apresentada a conclusão.

CAPÍTULO 2

2.1 Modelagem da Distribuição Espacial das Precipitações

Há um grande número de variações do modelo Neyman-Scott para representar eventos de chuva (CALENDA, 1999). Todas essas variações são essencialmente as mesmas na maneira que modelam a ocorrência dos eventos de precipitação, isto é, ocorrências de células de chuva, definidas como unidades básicas de precipitação.

No processo mais utilizado de Neyman-Scott, as células ocorrem em agrupamentos no espaço. Cada um dos agrupamentos contém um centro distribuído no espaço segundo um processo Poisson Bidimensional com parâmetro λ . Esses centros são apenas pontos no espaço nos quais a quantidade de células de precipitação é maior ao seu redor. A quantidade de células associadas a cada agrupamento é aleatória e a localização dessas células em torno desses pontos segue a distribuição normal bivariada com parâmetro \mathbf{S}_*^2 (variância das células em torno do centro do agrupamento).

A figura 2.1 mostra a idealização de um agrupamento pelo modelo Neyman-Scott com o centro e células de precipitação.

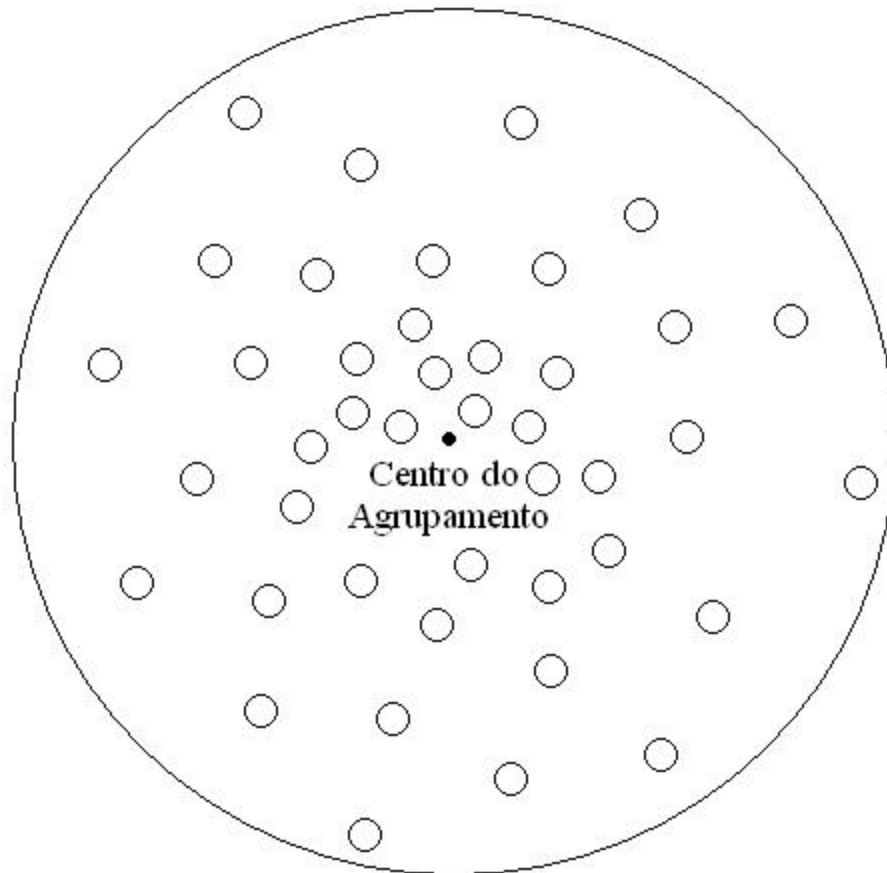


Figura 2.1: Idealização de um agrupamento pelo modelo Neyman-Scott, com células distribuídas em torno do centro do agrupamento.

Os modelos de agrupamentos são uma classe especializada de modelos estocásticos. Esses modelos são usados para simular chuva, por preservarem as características das precipitações em diferentes escalas de tempo, e, também, por apresentarem em sua estrutura a potencialidade de representar as células de chuva.

Há um caso particular do modelo Neyman-Scott, conhecido como modelo Poisson, onde a distribuição espacial de precipitação não apresenta estrutura de agrupamento, ou seja, considera-se que cada célula de agrupamento se localiza no próprio centro do agrupamento. Essas células se distribuem no espaço, segundo o processo Poisson bi-dimensional, de forma análoga ao modelo Neyman-Scott.

O modelo Neyman-Scott somente deve ser usado quando as células de precipitação estiverem realmente agrupadas, caso contrário, o uso do modelo Poisson é mais vantajoso por conter uma quantidade menor de parâmetros.

O modelo Neyman-Scott contém os seguintes parâmetros:

λ : valor esperado do número de agrupamentos por km^2

w : variância do número de células associado a um agrupamento

σ_* : desvio padrão das células em torno do centro do agrupamento

$E[\alpha_m]$: esperança do máximo valor do campo de precipitação gerado por uma célula

a : taxa de decaimento do campo de precipitação gerado por uma célula

O modelo Poisson contém apenas três desses parâmetros, pois há somente uma célula em cada agrupamento:

λ : valor esperado do número de células por km^2

$E[\alpha_m]$: esperança do máximo valor do campo de precipitação gerado por uma célula

a : taxa de decaimento do campo de precipitação gerado por uma célula

Os parâmetros λ e $E[\alpha_m]$ podem ser gerados através das equações (COSTA, 1996):

$$E[\mathbf{a}_m] = \frac{2a^2 m}{\mathbf{p} E[\mathbf{u}] \mathbf{I}} \quad (2.1)$$

$$\mathbf{I} = \frac{2a^2 m^2}{\mathbf{p} E[\mathbf{u}] \mathbf{s}^2} \left(1 + \frac{w}{2 + 8a^2 \mathbf{s}_*^2} \right) \quad (2.2)$$

Sendo:

m a média total dos valores da amostra;

σ^2 a variância dos valores da amostra;

v o número aleatório de células de precipitação associado a um agrupamento;

$E[.]$ é o operador esperança.

Os três demais parâmetros: a , w e S_* podem ser gerados através da função de correlação do modelo Neyman-Scott (COSTA, 1996):

$$\mathbf{r}(d) = \left\{ \frac{1}{1 + \frac{w}{2 + 8a^2 S_*^2}} \right\} e^{-a^2 d^2} + \left\{ 1 - \frac{1}{1 + \frac{w}{2 + 8a^2 S_*^2}} \right\} e^{-\frac{a^2}{1 + 4a^2 S_*^2}} \quad (2.3)$$

onde d é a distância entre os pluviômetros.

Aplicando a transformação de Fisher na função de correlação:

$$\mathbf{r}^*(d) = \frac{1}{2} \ln \left\{ \frac{1 + \mathbf{r}(d)}{1 - \mathbf{r}(d)} \right\} \quad (2.4)$$

tem-se a vantagem que as estimativas de $\mathbf{r}^*(d)$:

$$\hat{\mathbf{r}}^*(d) = \frac{1}{2} \ln \left\{ \frac{1 + \hat{\mathbf{r}}(d)}{1 - \hat{\mathbf{r}}(d)} \right\} \quad (2.5)$$

têm distribuição Normal com média e variância dadas por:

$$m_{\hat{\mathbf{r}}^*} = \mathbf{r}^*(d) \quad (2.6)$$

$$\mathbf{r}_{r^*}^2 = (D-1)^{-1} \quad (2.7)$$

onde D é o número de dias de precipitação comuns em todos os pares de pluviômetros.

Desta forma, inferências à respeito das correlações podem ser feitas, com base nos valores estimados obtidos, utilizando a distribuição Normal.

Obtém-se:

$$\mathbf{r}^*(d) = \frac{1}{2} \ln \left\{ \frac{1 + \frac{1}{1 + \frac{w}{2 + 8a^2 \mathbf{s}_*^2}} e^{-a^2 d^2} + \left(1 - \left[\frac{1}{1 + \frac{w}{2 + 8a^2 \mathbf{s}_*^2}} \right] \right) e^{-\frac{a^2}{1 + 4a^2 \mathbf{s}_*^2} d^2}}{1 - \frac{1}{1 + \frac{w}{2 + 8a^2 \mathbf{s}_*^2}} e^{-a^2 d^2} + \left(1 - \left[\frac{1}{1 + \frac{w}{2 + 8a^2 \mathbf{s}_*^2}} \right] \right) e^{-\frac{a^2}{1 + 4a^2 \mathbf{s}_*^2} d^2}} \right\} \quad (2.8)$$

Assim como no modelo Neyman-Scott, os parâmetros λ e $E[\alpha_m]$ do modelo Poisson, podem ser estimados pelas equações (2.1) e (2.2) e também de forma análoga ao modelo Neyman-Scott; os parâmetros a^2 , \mathbf{s}_*^2 e w são estimados pela equação (2.8).

A equação (2.8) é de difícil solução. Assim, uma maneira de estimar os três parâmetros da equação é aplicar o critério de mínimos quadrados (considerando todas as estimativas de correlação), através de um método numérico como o Gauss-Newton. Costa (1996) demonstrou este esquema de estimação e esta demonstração também pode ser encontrada no APÊNDICE A.

2.2 Descrição do Esquema de Geração dos Campos de Precipitação.

Como o modelo Poisson é um caso particular do modelo Neyman-Scott, logo o procedimento para geração de campos de precipitação pelo primeiro modelo é também um caso particular do segundo apenas com a eliminação de algumas etapas.

2.2.1 Esquema de Geração dos Centros dos Agrupamentos

A distribuição utilizada para gerar os centros dos agrupamentos é a de Poisson bidimensional com parâmetro λ , onde λ é o número de agrupamentos por km^2 .

O esquema consiste em gerar áreas A_0, A_1, A_2, \dots , associadas a raios r_0, r_1, r_2, \dots , respectivamente, os quais definem a distância do centro da região aos centros de cada um dos agrupamentos.

Considerando a origem, A_0 é a área do círculo centrado na mesma; A_i é a área do anel entre os círculos definidos por r_{i-1} e r_i , $i = 1, 2, \dots$. Desde que a distribuição dos centros dos agrupamentos é Poisson bidimensional com parâmetro λ , as áreas geradas têm distribuição exponencial com parâmetro λ .

A posição do centro do agrupamento associado à área A_i é definida por (r_i, θ_i) , onde θ_i é o ângulo (definido no sentido anti-horário, tomando como base um sistema de coordenadas cartesianas), sendo seus valores gerados com distribuição Uniforme, no intervalo $(0, 360^\circ)$.

O maior valor do raio r , será definido na seqüência, e consiste de um valor limite a partir do qual as células associadas aos centros dos agrupamentos terão uma probabilidade muito pequena de contribuir para a precipitação na região, tornando tais centros desprezíveis.

Após ser gerado os centros dos agrupamentos é gerado v , número de células associado a cada agrupamento, que é uma variável aleatória cuja distribuição de probabilidade é Poisson quando $w \geq 1$. Como, na Poisson, a esperança coincide com a variância, tem-se: $E(v) = \text{Var}(v) = w$. Gerado o número de células associado a cada agrupamento, é necessário determinar as coordenadas (u_y, v_y) da posição de cada célula em relação ao centro do agrupamento ao qual elas pertencem. Assume-se que estas coordenadas tenham distribuição Normal bi-variada dada por:

$$f(y) = \frac{1}{2\pi s_*^2} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left(\frac{(u_y - u_z)^2 + (v_y - v_z)^2}{s_*^2} \right) \right\} \quad (2.9)$$

onde: $z = (u_z, v_z)$ é a posição do centro do agrupamento
 $y = (u_y, v_y)$ é a posição da célula de precipitação

Assim, para cada uma das v células de um agrupamento é possível determinar sua posição $y = (u_y, v_y)$ em relação ao centro do agrupamento.

Cada uma das células de precipitação gera um campo próprio de precipitação, onde o valor máximo ocorre no centro da célula e cujos valores decaem na medida em que se afasta do centro. Assume-se o modelo exponencial de decaimento. Assim, para um ponto p qualquer, localizado a uma distância r do centro, o valor de precipitação gerado é:

$$g_{a_m} = a_m \exp(-2a^2 r^2) \quad (2.10)$$

onde:

$\alpha_m = a_m$ é o valor máximo do campo de precipitação da célula. É um valor gerado assumindo distribuição exponencial

$a = a_m$ é um parâmetro estimado no sistema (2.8)

A precipitação total no ponto p , considerando v células, é dada pela equação:

$$X = \sum_1^n g_{am} \quad (2.11)$$

A próxima etapa consiste em determinar a distância máxima ($r_{\text{máx}}$) do centro da região a um centro de agrupamento. Para isso foi definida primeiramente a área de influência de um agrupamento como sendo a área de raio R em torno do centro de um agrupamento, tal que, a probabilidade de uma célula pertencente a este agrupamento localizar-se em seu exterior é de $100\alpha\%$, onde α é um valor pequeno. R pode ser definido como:

$$R = \sqrt{u_y^2 + v_y^2} \quad (2.12)$$

$$R^2 = u_y^2 + v_y^2 \quad (2.13)$$

Admitindo u_y e v_y como variáveis aleatórias Normais, então a variável aleatória $X^2 = u_y^2 + v_y^2$ tem distribuição qui-quadrado com dois graus de liberdade. Num nível de confiança de 95% assume o valor 5,991, logo:

$$R^2 = 5,991 s_*^2 \quad (2.14)$$

O próximo passo é definir a distância máxima, r' , entre uma célula e o limite da região em estudo, tal que esta célula ainda contribua para a precipitação na região com $100\beta\%$ da precipitação máxima, ou seja $g_{a_m} = \mathbf{b}a_m$. Como,

$$g_{a_m} = \mathbf{a}_m \exp(-2a^2 r^2)$$

temos:

$$\mathbf{b} \mathbf{a}_m = \mathbf{a}_m \exp(-2a^2 r'^2) \quad (2.15)$$

logo:

$$r' = \left(\frac{-\ln \mathbf{b}}{2a^2} \right)^{1/2} \quad (2.16)$$

Considerando $\beta = 0,001$, obtemos:

$$r' = 1,8456 a^{-1} \quad (2.17)$$

Assim, o limite máximo para r é dado por:

$$r_{\text{máx}} = r'' + r' + R$$

onde r'' é a distância entre o centro da região em estudo e um extremo máximo da mesma.

Através da distribuição exponencial com parâmetro $(E[\alpha_m])^{-1}$ são gerados os valores máximos (α_m) dos campos de precipitação. Esses valores máximos se localizam no centro de cada célula. Utilizando a distribuição exponencial com parâmetro $E[\alpha_m]^{-1}$, tem-se:

$$f(\mathbf{a}_m) = \frac{1}{E[\mathbf{a}_m]} e^{-\frac{1}{E[\mathbf{a}_m]} \mathbf{a}_m} \quad (2.18)$$

Os valores α_m são gerados através das técnicas de geração de distribuições estatísticas via geração de números aleatórios.

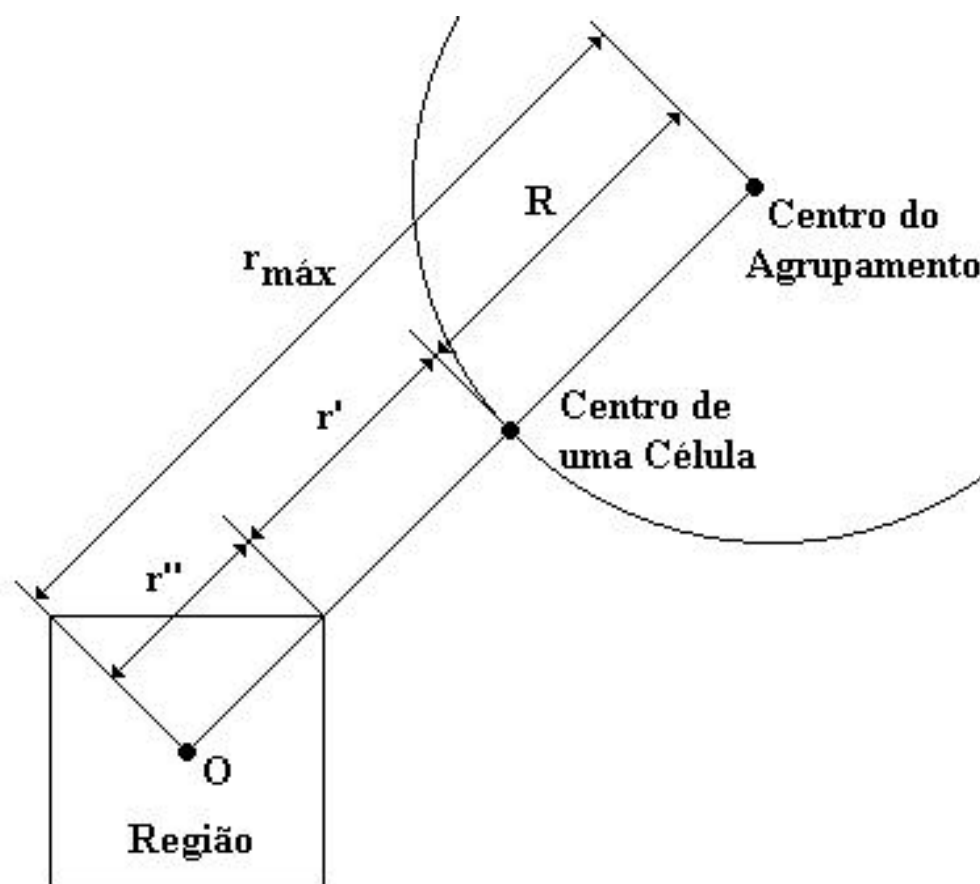


Figura 2.2: Representação das distâncias para geração dos campos de precipitação (COSTA, 1996).

CAPÍTULO 3

3.1 Aspectos Gerais da Região Estudada

O rio Tietê nasce no município de Salesópolis SP, numa altitude aproximada de 1030 m e percorre em direção ao noroeste do Estado de São Paulo. A sua bacia hidrográfica tem aproximadamente 70 km de largura e 1000km de extensão, desaguando no rio Paraná (BARRELA, 1995).

Na região de suas cabeceiras, o rio Tietê atravessa um curto trecho com relevo acidentado, formado pelos morros da Serra do Mar. Nesta área seu volume é ainda reduzido e suas áreas adjacentes são ricas em vegetação natural, caracterizando a zona de mananciais mais importante da Grande São Paulo.

A bacia hidrográfica do alto Tietê (Tietê Superior) se localiza entre os municípios de Salesópolis e Santana do Parnaíba. Possui 5650 km² e atravessa 33 municípios da **região metropolitana** de São Paulo o que equivale a 98% de urbanização. A população residente nessa área é estimada em 17,45 milhões de habitantes (BOUCINHAS, 1995). Essa área sofre constantemente com as enchentes, pois quando atravessa a região

metropolitana de São Paulo sofre vários impactos, um deles é devido às construções e vias públicas que impermeabilizam a área de drenagem; há também a perda da mata ciliar e o assoreamento e, por fim, as descargas de grandes quantidades de esgoto doméstico e industrial. Dessa forma, o nível de poluição das suas águas aumenta rapidamente e o controle das enchentes se torna extremamente difícil. Para agravar a situação, têm-se um grande número de favelas construídas às margens do rio.

3.2 Aplicação à Bacia do Rio Tietê

Para a aplicação dos modelos de distribuição espacial de precipitações de Neyman-Scott e, particularmente o de Poisson, foram considerados os dados coletados de 1980 a 1997 nos períodos de outubro a março totalizando 17 estações chuvosas. Tratam-se de dados reais e que ainda não tinham sido estudados sob o aspecto abordado neste trabalho. Foram considerados somente os dias cujos totais precipitados foram superiores ao 3º quartil de todas as precipitações de cada pluviômetro, no período estudado. A rede pluviométrica é constituída de treze pluviômetros, localizados próximos a cidade de São Paulo, correspondendo à Bacia do rio Tietê Superior cujos nomes e prefixos são apresentados na tabela 3.1. A distribuição dos pluviômetros na área é apresentada na figura 3.1.

Tabela 3.1: Nomes e prefixos das estações pluviométricas da Bacia do rio Tietê (Superior)

Número	Prefixo	Nome	Latitude	Longitude
1	D4-071	Ibitiruna	22° 46'	47° 57'
2	D5-063	Rio Bonito	22° 41'	48° 20'
3	E2-112	Ponte Nova	23° 33'	45° 57'
4	E2-131	Usina Salesópolis	23° 33'	45° 50'
5	E3-020	Santana do Parnaíba	23° 26'	46° 54'
6	E3-091	Monte belo	23° 28'	46° 21'
7	E3-097	Estaleiro DAEE	23° 30'	46° 11'
8	E3-233	Ponunduva	23° 21'	46° 56'
9	E4-046	Boituva	23° 17'	47° 39'
10	E4-118	Porto Feliz	23° 12'	47° 31'
11	E4-119	Samambaia	23° 05'	47° 25'
12	E4-120	Tiete	23° 05'	47° 42'
13	E4-121	Usina Santa Rosa	23° 14'	47° 36'

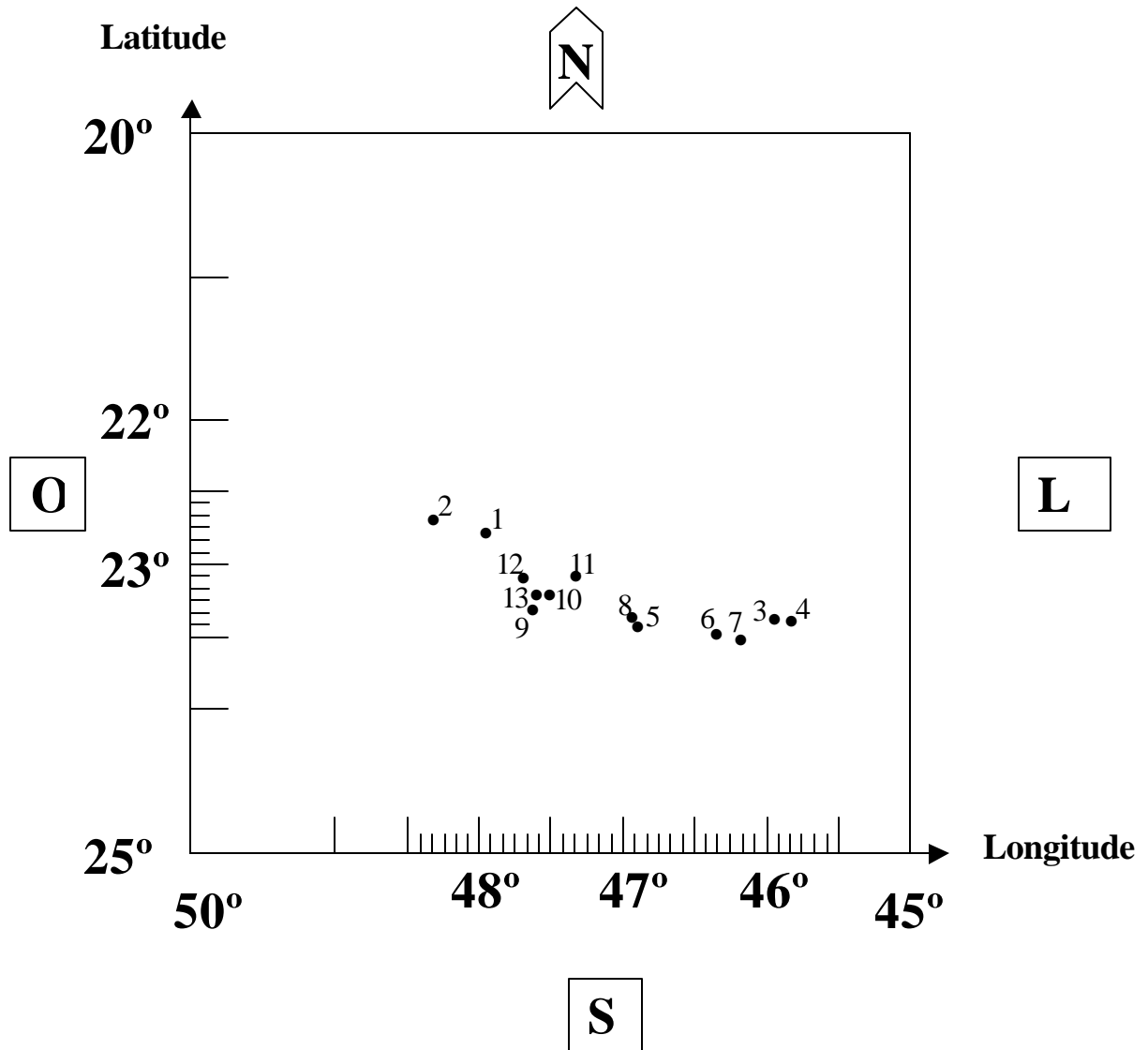


Figura 3.1: Localização dos pluviômetros da bacia do rio Tietê Superior

Como o interesse estava nas grandes chuvas, considerou-se como dia chuvoso apenas os dias com precipitação média na área superior a 75%, ou seja, foi calculado o terceiro quartil dos dados de cada pluviômetro (P75%) e então, calculada a média dos valores acima do P75% (\hat{m}) conforme a tabela 3.2.

Tabela 3.2: Valores do P75% e \hat{m} para cada pluviômetro

Número	Prefixo	Nome	P75% (mm/dia)	\hat{m} (mm/dia)
1	D4-071	Ibitiruna	20	34,89
2	D5-063	Rio Bonito	21	33,39
3	E2-112	Ponte Nova	11,7	26,30
4	E2-131	Usina Salesópolis	13,3	28,70
5	E3-020	Santana do Parnaíba	13,5	29,45
6	E3-091	Monte Belo	15,67	30,53
7	E3-097	Estaleiro DAEE	13,2	29,98
8	E3-233	Ponanduva	17,97	37,60
9	E4-046	Boituva	17,27	32,16
10	E4-118	Porto Feliz	18,9	34,05
11	E4-119	Samambaia	14,2	31,02
12	E4-120	Tiete	21,2	38,34
13	E4-121	Usina Santa Rosa	19,75	34,74

(P75%: terceiro quartil dos dados; \hat{m} : média dos valores acima do P75%)

O campo de precipitação da área de estudo, gerado pelos valores de precipitação observados nos pluviômetros é apresentado na figura 3.2. Nas figuras 3.3, 3.4 e 3.5 apresentam-se os gráficos “box-plot” referentes aos valores de precipitação (mm/dia) registrados nos pluviômetros analisados. Nota-se que os valores das medianas são aproximadamente iguais para todos os pluviômetros, bem como a variabilidade até o 3º quartil. Entretanto, acima do 3º quartil, há uma alta assimetria (positiva) para praticamente todos os pluviômetros. Este fato deve-se à ocorrência de alguns dias, no período estudado, de uma quantidade de precipitação extremamente elevada.

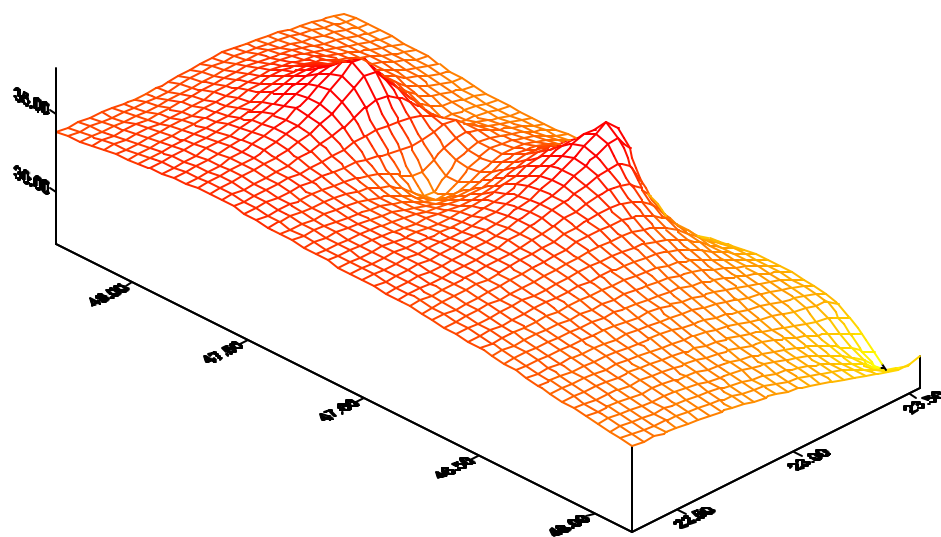
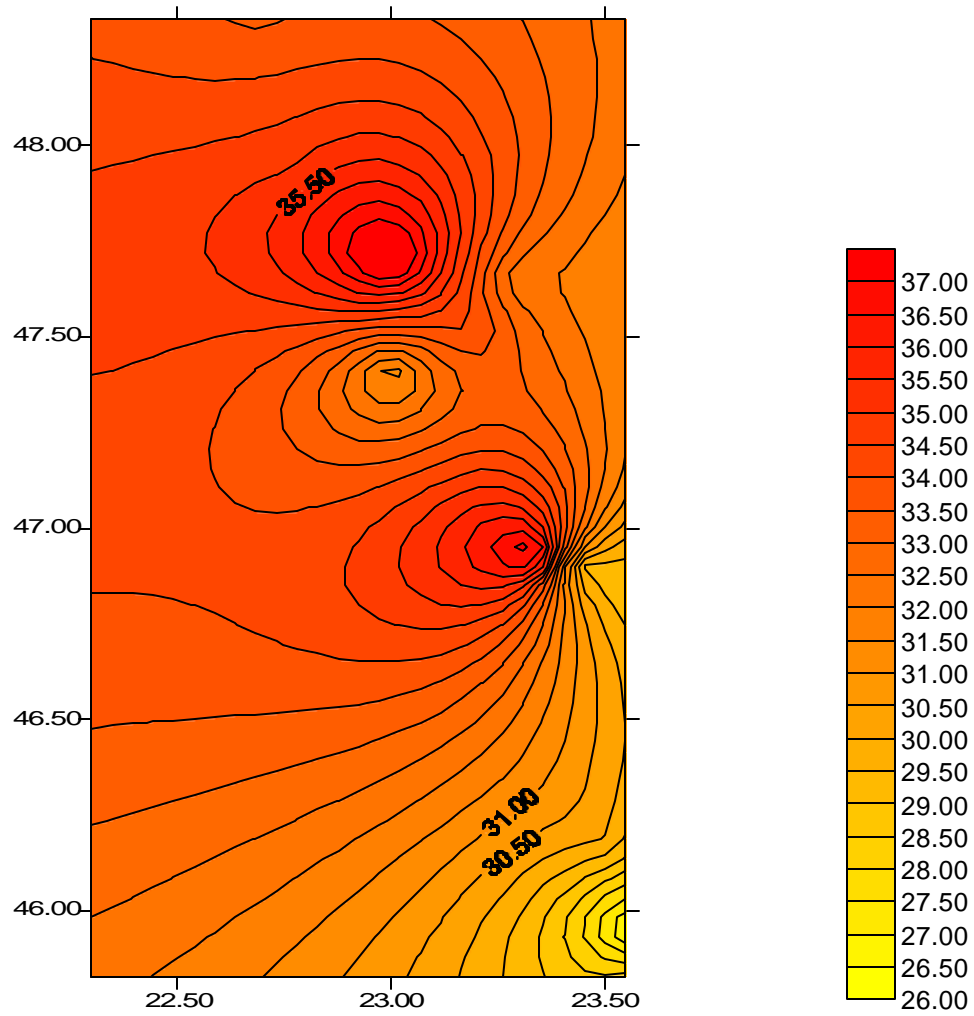


Figura 3.2: Campo de Precipitação da Bacia do rio Tietê Superior (mm/dia).

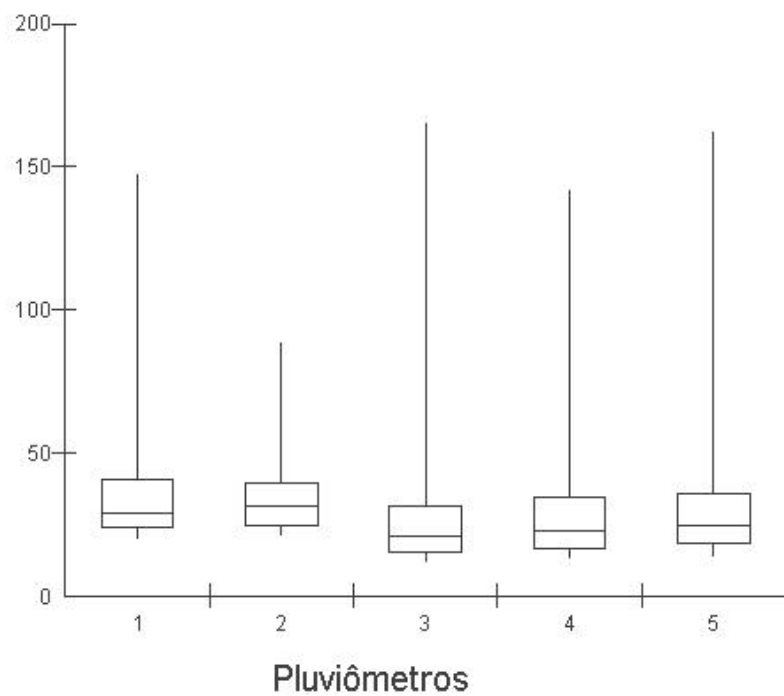


Figura 3.3: Gráficos “box-plot” para valores de precipitação (mm/dia) registrados nos pluviômetros analisados (pluviômetros 1 a 5).

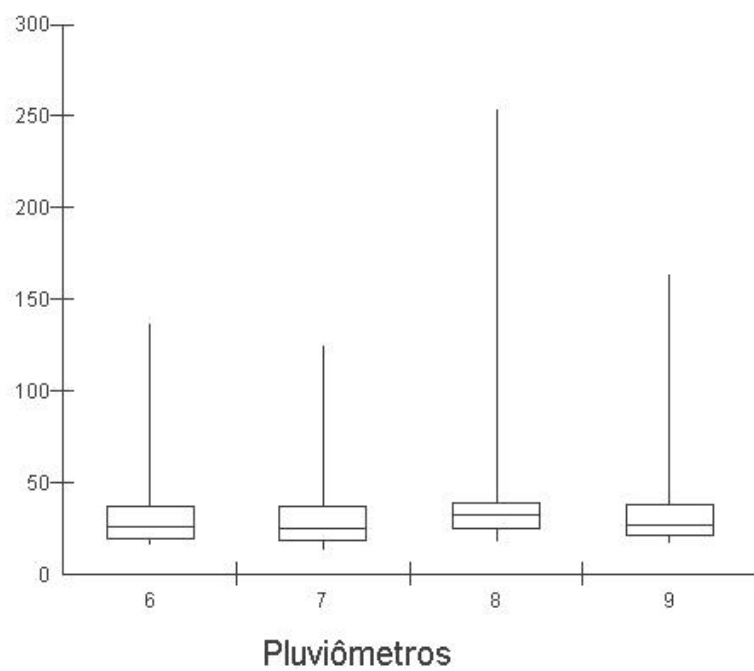


Figura 3.4: Gráficos “box-plot” para valores de precipitação (mm/dia) registrados nos pluviômetros analisados (pluviômetros 6 a 9).

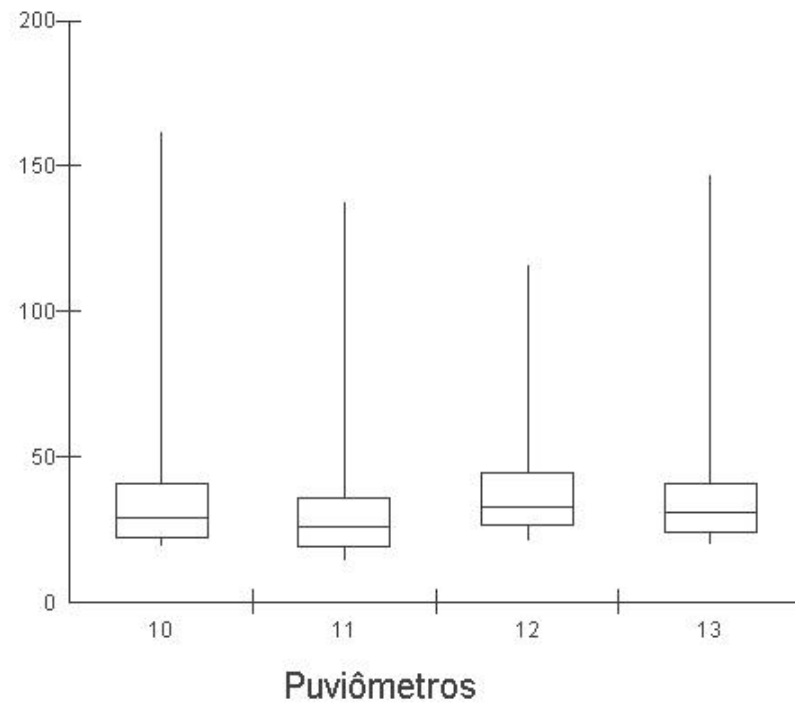


Figura 3.5: Gráficos “box-plot” para valores de precipitação (mm/dia) registrados nos pluviômetros analisados (pluviômetros 10 a 13).

Calculou-se os valores dos coeficientes de correlação ($r(d)$) entre os valores pluviométricos dos diferentes pluviômetros. Os valores obtidos são mostrados através da tabela 3.3.

Tabela 3.3: Coeficientes de correlação entre os valores das precipitações observadas nos pluviômetros.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	1	0,06	0,20*	0,13	-0,05	0,29*	-0,01	-0,13	-0,02	0,10	0,11	0,05	0,13
2	0,06	1	0,21*	0,21*	0,10	-0,06	0,12	0,09	0,0	0,05	0,02	0,03	-0,02
3	0,20*	0,21*	1	0,48*	0,08	0,26*	0,39*	0,01	0,25*	0,27*	0,20*	0,16	0,24*
4	0,13	0,21*	0,48*	1	0,10	0,40*	0,35*	0,16*	0,02	0,10	0,10	0,02	0,0
5	-0,05	0,10	0,08	0,10	1	0,30*	0,30*	0,09	0,37*	0,25*	0,22*	0,18*	0,34*
6	0,29*	-0,06	0,26*	0,40*	0,30*	1	0,44*	0,07	0,23*	0,20*	0,16*	0,12	0,26*
7	-0,01	0,12	0,39*	0,35*	0,30*	0,44*	1	0,11	0,35*	0,32*	0,14	0,30*	0,29
8	-0,13	0,09	0,01	0,16*	0,09	0,07	0,11	1	0,02	-0,02	-0,03	0,18	-0,01
9	-0,02	0,0	0,25*	0,02	0,37*	0,23*	0,35*	0,02	1	0,43*	0,36*	0,38*	0,66*
10	0,10	0,05	0,27*	0,10	0,25*	0,20*	0,32*	-0,02	0,43*	1	0,35*	0,56*	0,54*
11	0,11	0,02	0,20*	0,10	0,22*	0,16*	0,14	-0,03	0,36*	0,35*	1	0,27*	0,31*
12	0,05	0,03	0,16	0,02	0,18*	0,12	0,30*	0,18	0,38*	0,56*	0,27*	1	0,46*
13	0,13	-0,02	0,24*	0,0	0,34*	0,26*	0,29*	-0,01	0,66*	0,54*	0,31*	0,46*	1

* Significativos a 5%

Para o ajuste, utilizou-se a transformação de Fisher nas correlações:

$$\mathbf{r}^*(d) = \frac{1}{2} \ln \left\{ \frac{1 + \mathbf{r}(d)}{1 - \mathbf{r}(d)} \right\}$$

Esta transformação tem a vantagem que as estimativas de $\mathbf{r}^*(d)$:

$$\hat{\mathbf{r}}^*(d) = \frac{1}{2} \ln \left\{ \frac{1 + \hat{\mathbf{r}}(d)}{1 - \hat{\mathbf{r}}(d)} \right\}$$

têm distribuição Normal com média e variância dadas por:

$$m_{\hat{\mathbf{r}}^*} = \mathbf{r}^*(d)$$

$$\mathbf{s}_{\hat{\mathbf{r}}^*}^2 = (D-3)^{-1}$$

onde D é o número de dias de precipitação comuns em todos os pares de pluviômetros.

A Figura 3.6 mostra as correlações amostrais históricas transformadas pela transformação de Fisher, em função da distância entre os pluviômetros.

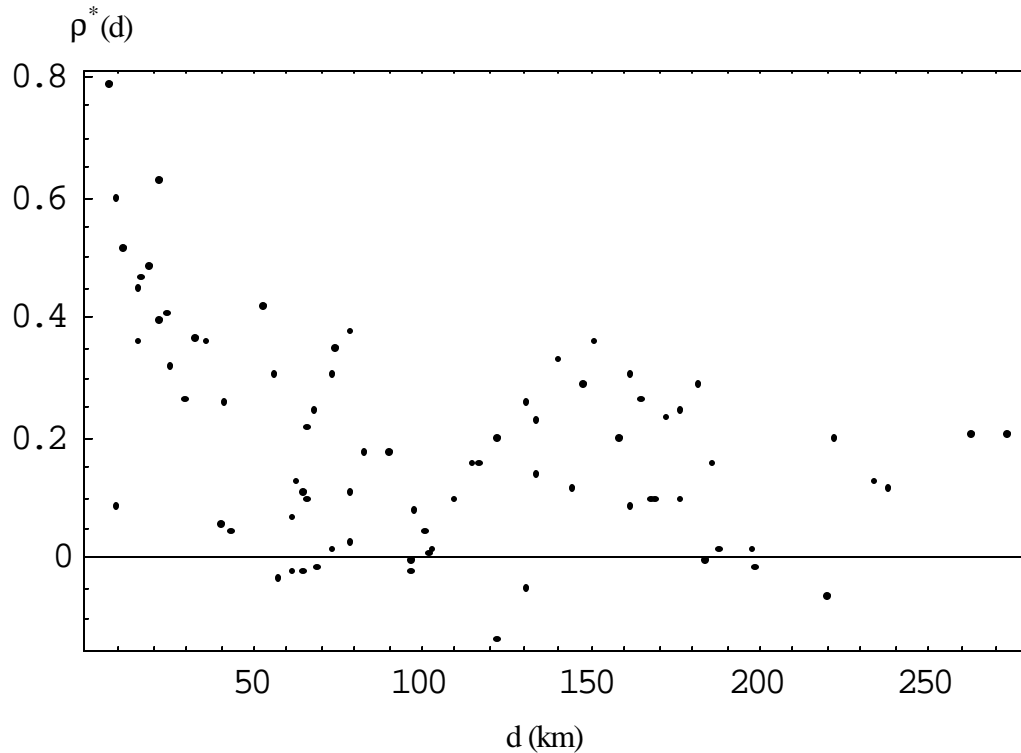


Figura 3.6: Gráfico das correlações amostrais históricas transformadas pela transformação de Fisher, em função da distância entre os pluviômetros.

Como não ocorre a persistência da correlação mesmo a pequenas distâncias, trata-se, portanto, de um processo onde as células de precipitação não se distribuem de forma agrupada, tornando-se mais adequado o modelo particular Poisson.

Mesmo com a evidência de ser mais apropriado o uso do modelo Poisson, utiliza-se neste trabalho o software Mathematica 4.0[®] para estimarmos os parâmetros v (variância do número de células de precipitação associado a um agrupamento), σ_* (desvio padrão das células em torno do centro do agrupamento) e a (taxa de decaimento do campo de precipitação gerado por uma célula) da equação (2.8).

Como o valor obtido de w foi menor que 1, a variabilidade de v (número de células de precipitação associado a um agrupamento) reduz-se tanto que v passa a não ser mais considerada como variável aleatória e sim como uma constante igual a 1. Assim, adota-se $w = 0$, e dessa maneira o valor do parâmetro \mathbf{s}_*^2 passa a não exercer influência

alguma na estrutura de correlação espacial do campo. Portanto, considerando $\mathbf{s}_*^2 = 0$, tem-se que cada célula de agrupamento se localiza no próprio centro do agrupamento. Portanto, resta somente estimar o parâmetro a na função de correlação do modelo Neyman-Scott (2.8).

3.3 Estimação dos Parâmetros

Utilizando a equação (2.8) e considerando $w = 0$ e $\mathbf{s}_*^2 = 0$ obtêm-se: $a = 0,038 \text{ km}^{-2}$.

De acordo com as equações (2.1) e (2.2) foram gerados os parâmetros λ (valor esperado do número de células por km^2) e $E[\alpha_m]$ (esperança do máximo valor do campo de precipitação gerado por uma célula), com base nos valores da média amostral total da área dos valores de precipitação acima do P75% e na variância amostral total da área acima do P75% :

$$m = 32,39 \text{ mm}$$

$$\sigma^2 = 303 \text{ mm}^2$$

Tabela 3.4: Estimativas dos Parâmetros do Modelo

Parâmetros	Valores
a (km ⁻²)	0,038
E[α_m] (mm)	9,5
E[\mathbf{u}] (cel. / agrup.)	1
λ (agrup. / km ²)	3,1 x 10 ⁻³

A Figura 3.7 apresenta a curva $\hat{r}^*(d)$ ajustada para a bacia do rio Tietê Superior pelo modelo Poisson:

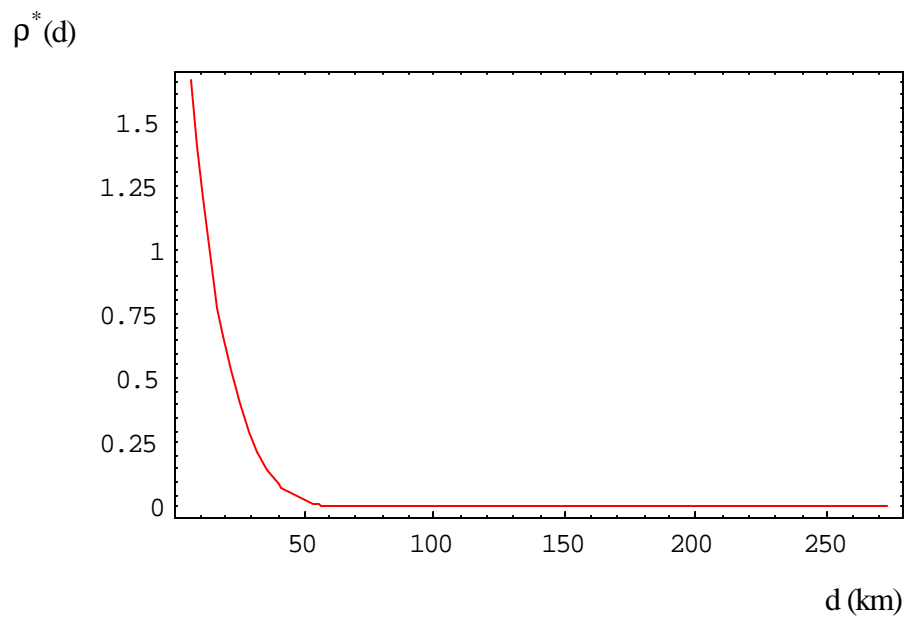


Figura 3.7: Curva $\hat{r}^*(d)$ ajustada para a bacia do rio Tietê Superior pelo modelo Poisson

A Figura 3.8 apresenta a curva $\hat{r}^*(d)$ ajustada para a bacia do rio Tietê Superior pelo modelo Poisson com intervalo de dois desvios padrão das estimativas e os valores amostrais.

Como as estimativas de $\hat{r}^*(d)$:

$$\hat{r}^*(d) = \frac{1}{2} \ln \left\{ \frac{1 + \hat{r}(d)}{1 - \hat{r}(d)} \right\}$$

têm distribuição Normal com média e variâncias dadas pelas equações (2.6) e (2.7), o desvio padrão pode ser obtido pela seguinte equação:

$$dp_{\hat{r}^*} = \sqrt{(D-1)^{-1}} \quad (3.1)$$

onde D é o número de dias de precipitação comuns em todos os pares de pluviômetros.

Pode-se observar que dos 78 valores amostrais, 54 se encontram dentro do intervalo de tolerância do modelo Poisson, indicando ser apropriado o uso dessa modelagem.

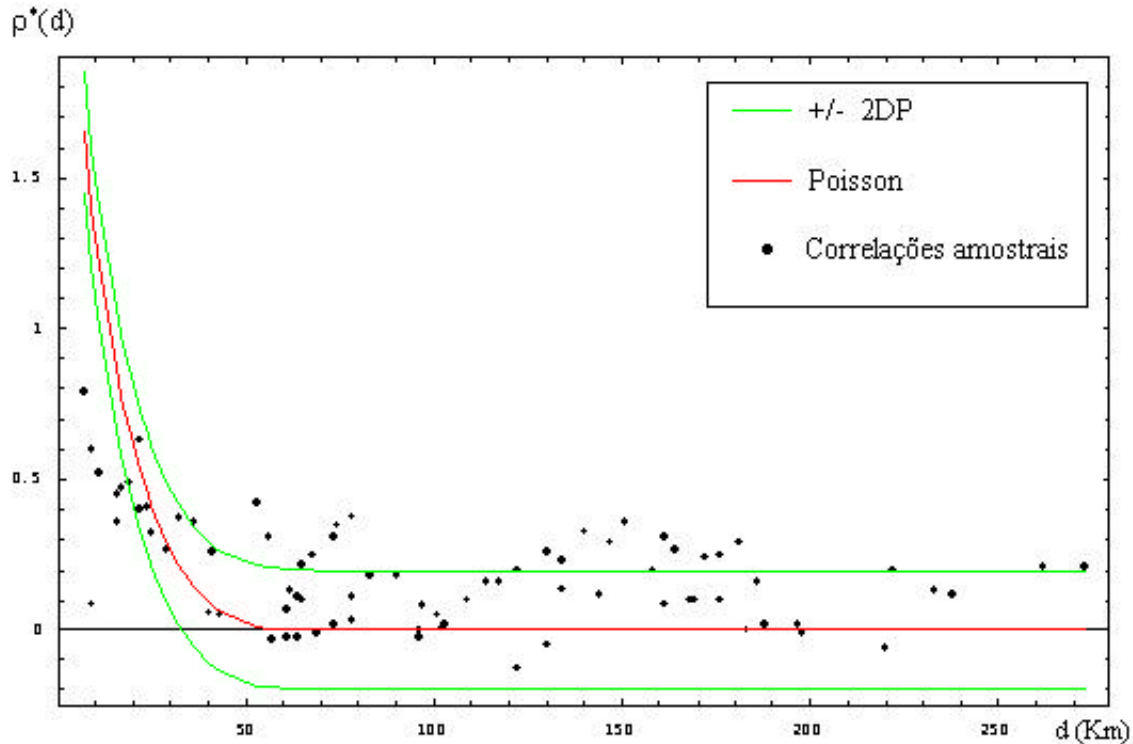


Figura 3.8: Curva $\hat{r}^*(d)$ ajustada para a bacia do rio Tietê Superior pelo modelo Poisson com intervalo de dois desvios padrão das estimativas e os valores amostrais.

Costa (1996) apresenta as curvas $\hat{r}^*(d)$ ajustadas para a Foz do Tapajós e para a do Paraíba do Sul pelo modelo Neyman-Scott e, particularmente pelo modelo Poisson com intervalo de dois desvios padrão das estimativas e os valores amostrais. No caso da Foz do rio Tapajós, de um total de 15 pontos de correlação, apenas dois valores se encontraram fora do intervalo de ajuste do modelo Neyman-Scott, enquanto que no ajuste do modelo Poisson, 7 valores amostrais estavam fora do intervalo, resultado que mostra ser mais apropriado o caso geral, ou seja, o modelo Neyman-Scott. Já no caso do Paraíba do Sul, dos 52 valores de correlação, 50 estavam fora do intervalo de tolerância do modelo Poisson, praticamente eliminando essa alternativa de modelagem. Por outro lado, 14 valores amostrais se encontraram fora do intervalo do modelo Neyman-Scott, indicando alguma deficiência do modelo nesta região.

3.4 Descrição da Geração dos Campos de Precipitação

A região considerada na bacia do rio Tietê Superior é retangular de dimensões 90 km x 255 km e centro localizado na latitude $23^{\circ} 05'$ e longitude $47^{\circ} 05'$. Esta área compreende 22950 km^2 , sendo constituída por 13 pluviômetros. A densidade é, então de $1765 \text{ km}^2/\text{pluviômetro}$, a qual está coerente com a faixa de densidade sugerida pela World Meteorological Organization, que é de 250 a $2000 \text{ km}^2/\text{pluviômetro}$ para regiões de alto relevo (NIMER, 1977, b). A figura 3.9 mostra a área considerada.

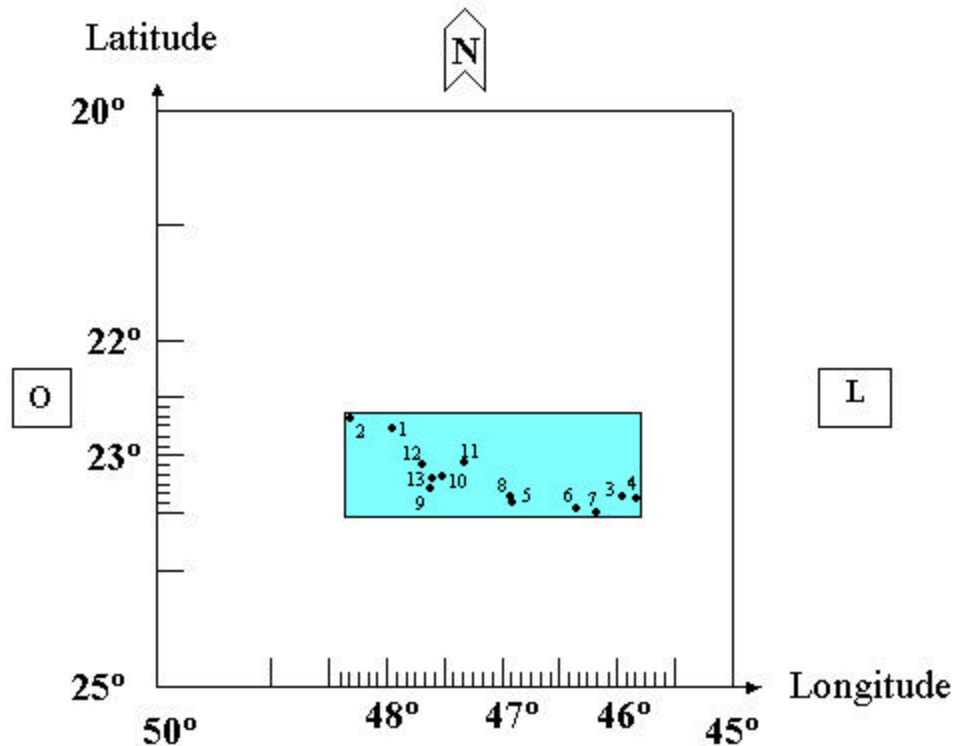


Figura 3.9: Área delimitada na bacia do rio Tietê Superior

A distância r'' do centro da região ao extremo da região é de:

$$r'' = 135,7 \text{ km}$$

A figura 3.9 mostra a distância r'' e a localização do centro da região, denotada por “C”.

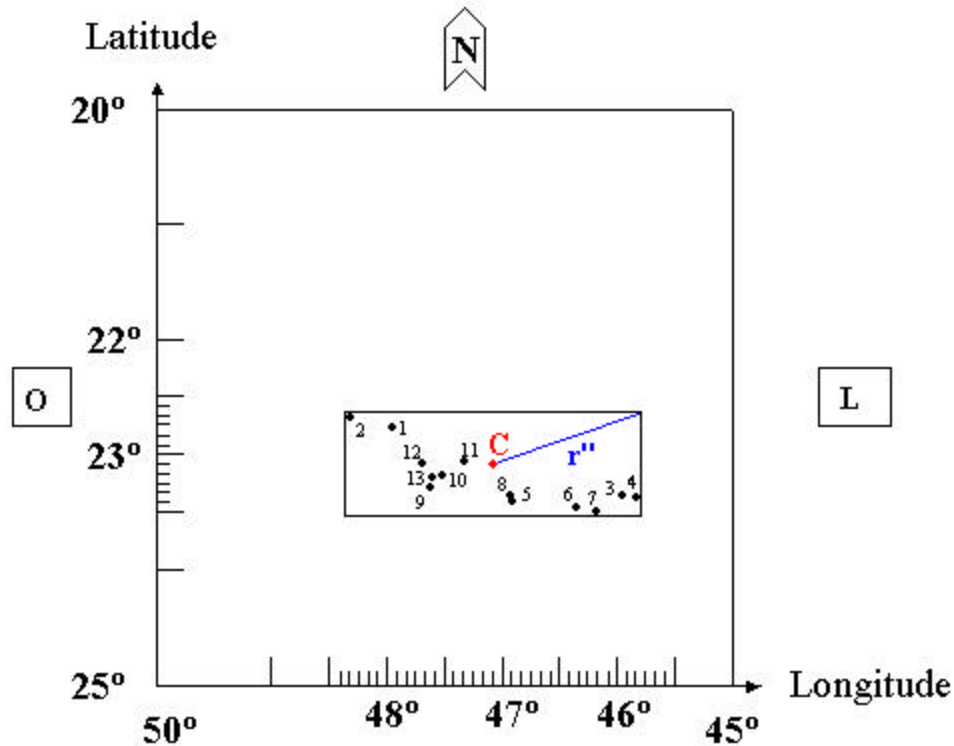


Figura 3.10: Localização do centro da região C e distância r'' do centro ao extremo da região

A distância r' entre uma célula e o limite da região em estudo, é definida como:

$$r' = 1,8456 a^{-1}$$

Sendo $a = 0,038 \text{ km}^{-2}$, temos:

$$r' = 48,5 \text{ km}$$

Como se utiliza o caso particular do modelo Neyman-Scott, ou seja, o processo Poisson, basta considerar $R = 0$ na seguinte equação:

$$r_{\text{máx}} = r' + r'' + R$$

então:

$$r_{\text{máx}} = 184,2 \text{ km}$$

Esse valor $r_{\text{máx}}$ significa que as células que se localizam a mais de 184,2 km do centro da região, serão desprezadas.

Foi construída uma malha de pontos de espaçamento 5km x 5km totalizando 969 pontos. O algoritmo utilizado na construção da malha, bem como o cálculo algébrico efetuado para se encontrar os valores de precipitação correspondente ao centro de 1 agrupamento (como exemplificação), encontram-se no Apêndice. Esse algoritmo foi efetuado pelo aplicativo computacional “Mathematica 4.0 ®”.

Por meio da equação (2.10) foram calculados os valores de precipitação para os pontos na área. A figura 3.11 mostra o campo de precipitação gerado pelo modelo Poisson.

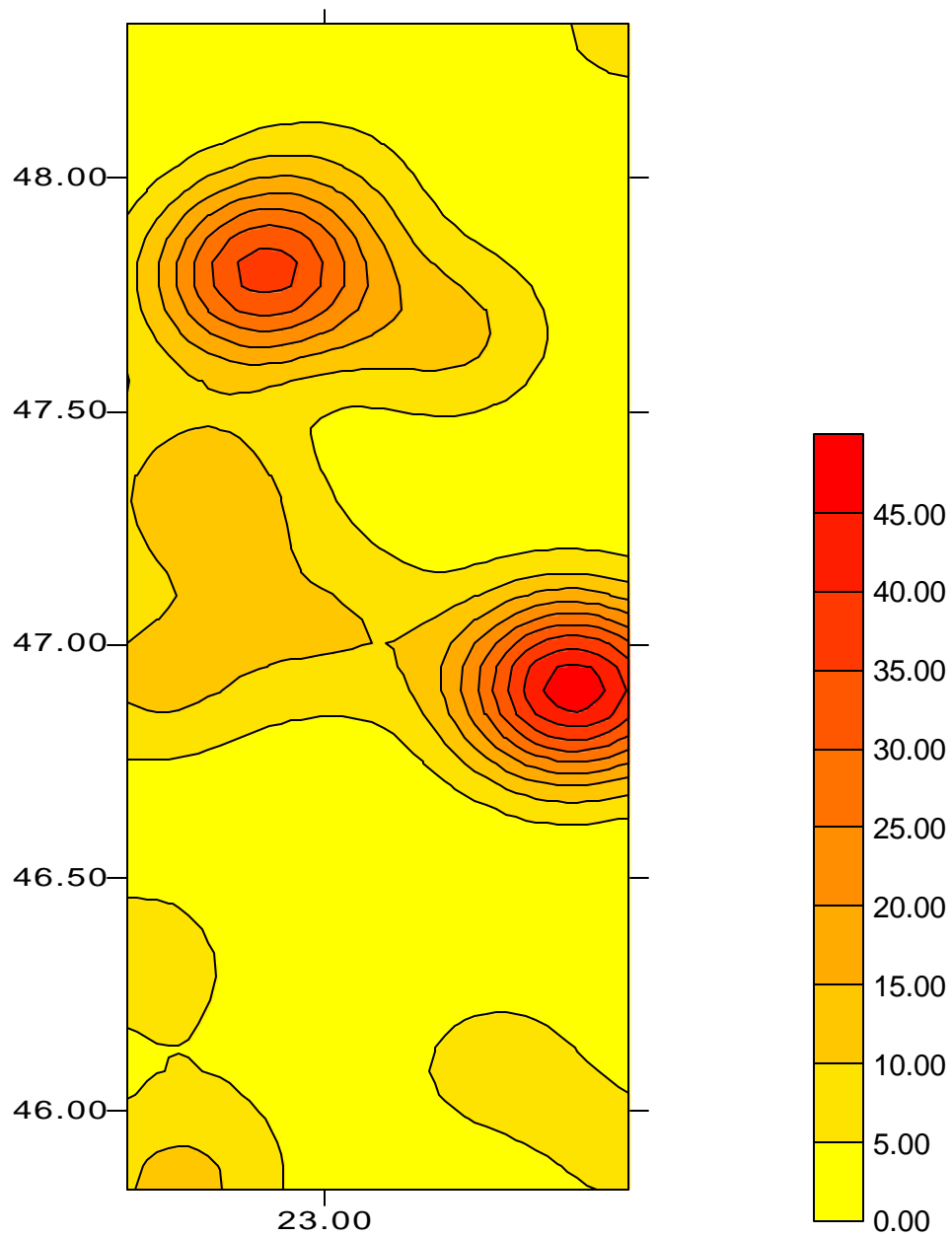


Figura 3.11: Campo de precipitação gerado pelo modelo Poisson para a Bacia do rio Tietê Superior. Imagem obtida pelo SURFER 5.0.

Os valores foram gerados com base em um único campo. Para se poder comparar o campo observado com o gerado, em termos de precipitação média na área, é necessário gerar um grande número de campos e após, calcular a média dos valores gerados em cada ponto da malha para todos os campos; finalmente, calcular a média da área e comparar com a média observada. Esta geração não foi realizada neste trabalho. Calculou-se somente um campo de precipitação.

CAPÍTULO 4

4.1 Resultados e Discussões

O objetivo da realização deste trabalho foi aplicar o modelo de Neyman-Scott numa situação de dados reais, na região da Grande São Paulo, correspondendo à bacia do rio Tietê Superior, onde não se conhece nenhum trabalho onde tal modelo tenha sido aplicado. O estudo em tal região é de extrema importância, visto a altíssima densidade populacional existente e os grandes problemas ocasionados pelas fortes chuvas, todos os anos.

A região considerada na bacia do rio Tietê Superior é retangular de dimensões 90 km x 255 km. Esta área compreende 22950 km², sendo constituída por 13 pluviômetros. Para a aplicação do modelo de distribuição espacial de precipitações, foram considerados os dados coletados de 1980 a 1997 nos períodos de outubro a março totalizando 17 estações chuvosas. Foram considerados somente os dias cujos totais precipitados foram superiores ao 3^o quartil de todas as precipitações de cada pluviômetro, no período estudado.

Verificou-se ser mais adequado um modelo particular de Neyman-Scott, o modelo Poisson, onde a distribuição espacial de precipitação não apresenta estrutura de agrupamento.

Após a estimação dos parâmetros do modelo, apresentou-se a curva estimada para a bacia do rio Tietê Superior pelo modelo Poisson com intervalo de dois desvios padrões das estimativas e os valores amostrais. Pôde-se observar que dos 78 valores amostrais, 54 se encontraram dentro do intervalo de tolerância do modelo Poisson, indicando ser apropriado o uso dessa modelagem.

Foi calculado a distância r'' do centro da região ao extremo máximo da região e a distância r' entre uma célula e o limite da região em estudo, obtendo-se $r_{\text{máx}}$ que significa que as células que se localizam a mais de 184,2 km do centro da região, foram desprezadas.

Construiu-se uma malha de pontos de espaçamento 5km x 5km na área e gerou-se, através dos centros de agrupamento, um campo de precipitação. Notou-se uma certa aproximação deste campo, com os valores de precipitação estimados na área, através do gráfico de isolinhas, entretanto as amplitudes foram diferentes, pois para que seja possível comparar a média de precipitação na área gerada pelo modelo com a média dos dados observados, necessita-se gerar um grande número de campos e calcular a média destes campos. Esta geração não foi realizada neste trabalho; gerou-se, aqui, somente um campo. Pretende-se gerar tais campos para um trabalho futuro. Os outros motivos para a diferença na amplitude é que os pluviômetros não se encontram uniformemente distribuídos na região, e também o fato de não ter sido feito uma calibração anterior no modelo.

Aplicou-se um modelo relativamente simples e de grande aplicação na literatura, sem a preocupação de verificar se tal modelo é o mais adequado a esta região, dentre os modelos existentes.

Sugere-se, para trabalhos futuros, a aplicação e comparação, através de técnicas estatísticas, de outros modelos existentes, como variantes de Neyman-Scott ou o modelo de Bartlett-Lewis (GALEDA, 1999). Efeitos da orografia, da proximidade desta região ao mar, bem como a alta poluição de tal localidade, devem ser considerados.

Referências Bibliográficas

BANCO DE DADOS PLUVIOMÉTRICOS DO ESTADO DE SÃO PAULO, BcDAEE. **Software especial desenvolvido pela Fundação Centro Tecnológico de Hidráulica.** Versão 1.0, setembro, 1998.

BARRELLA, W. O Rio Tietê: “Este famoso ignorado”. In: TAUK-TORNISIELO, S. M.; GOBBI, N.; FORESTI, C.; LIMA, S. T. **Análise Ambiental: Estratégias e ações.** UNESP, p. 140-145, 1995.

BOUCINHAS, J. F. C. Caracterização da Bacia do Alto Tietê e sua situação quanto ao saneamento básico. In: TAUK-TORNISIELO, S. M.; GOBBI, N.; FORESTI, C.; LIMA, S. T. **Análise Ambiental: Estratégias e ações.** UNESP, p. 145-150, 1995.

CALENDA, G.; NAPOLITANO, F. **Parameter estimation of Neyman-Scott processes for temporal point rainfall simulation.** Journal of Hydrology, v. 225, p. 45-66, 1999.

CALHEIROS, R. V. **Resolução espacial de estimativas de precipitação com radar hidrometeorológico.** Tese de doutorado – Departamento de Hidráulica e Saneamento, EESC/USP, 1982.

COSTA, F. S.; DAMAZIO, J. M. **Modelagem de padrões de distribuição espacial de precipitações em chuvas extremas.** Relatório – CEPEL – Centro de Pesquisas de Energia Elétrica, Rio de Janeiro, 1994.

COSTA, F. S., **Geração de padrões sintéticos de flutuações temporais e especiais das precipitações durante tempestades.** Tese de doutorado – Programa de Pós-graduação em engenharia da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1996.

COWPERTWAIT, P.S.P.; **Further developments of the Neyman-Scott clustered point process for modeling rainfall.** Water Resources Research, v. 27, n. 7, p. 1431-1438, July 1991.

COWPERTWAIT, P.S.P.; O' CONNELL, P.E.; METCALFE, A.V.; MAWDSLEY, J.A. **Stochastic point process modelling of rainfall. I. Single-site fitting and validation.** Journal of Hydrology, n. 1-4, v. 175, p. 17-46, February 1996.

COWPERTWAIT, P.S.P.; O' CONNELL, P.E.; METCALFE, A.V.; MAWDSLEY, J.A. **Stochastic point process modelling of rainfall. II. Regionalisation and disaggregation.** Journal of Hydrology, n. 1-4, v. 175, p. 47-65, February 1996.

FOUFOULA-GEORGIU, E.; GUTTORP, P. **Assessment of a class of Neyman-Scott models for temporal rainfall.** Journal Geophys. Research, n. 92 (D8), p. 9679-9682, 1987.

GARCEZ, L. N. **Hidrologia.** Edgard Blücher Ltda. Editora da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1967.

KAVVAS, M. L.; DELLEUR, J. W. **The stochastic and chronologic structure of rainfall sequence: Application to Indiana.** Water Resources Research, Purdue Univ., West Lafayette, 1975.

KAVVAS, M. L.; DELLEUR, J. W. **A stochastic cluster model of daily rainfall sequences.** Water Resources Research, n. 4, v.17, p. 1151-1160, August 1981.

MELLOR, D., **The Modified Turning Bands (MTB) model for space-time rainfall. I. Model definition and properties.** Journal of Hydrology, n.1-4, v. 175, p. 113-127, February 1996.

MELLOR, D.; O'CONNELL, P. E., **The Modified Turning Bands (MTB) model for space-time rainfall. II. Estimation of raincell parameters.** Journal of Hydrology, n. 1-4, v. 175, p. 129-159, February 1996.

MELLOR, D.; METCALFE, A. V., **The Modified Turning Bands (MTB) model for space-time rainfall. III. Estimation of the storm/ rainband profile and a discussion of future model prospects.** Journal of Hydrology, n. 1-4, v. 175, p. 161-180, February 1996.

MUÑOZ MUÑIZ, J.M., **Modelo Multidimensional para simulação de precipitação pluviométrica.** Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós Graduação de Engenharia da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1991.

NASCIMENTO, C.E.S., **Modelagem Estocástica para a precipitação diária.** Dissertação (Mestrado) – Programa de Pós-Graduação de Engenharia da Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1990.

NIMER, E., **Geografia do Brasil – Região Sudeste.** IBGE, v. 1, Rio de Janeiro, 1977 b.

OCHOU, A. D., **Estimation des taxes de precipitation por radar meteorologique. Application aux donnees de l'experience cpt 81.** These du Diplome de Docteur de 3ème Cycle, Paris, 1985.

OMETTO, J.C., **Bioclimatologia Vegetal.** Editora Agronômica Ceres Ltda, São Paulo, 1981.

RODRIGUEZ-ITURBE, I.; COX, D. R.; ISHAM, V. **Some models for rainfall based on stochastic point process.** Proc. R. Soc. London, n.410, p. 269-288, 1987 a.

RODRIGUEZ-ITURBE, I.; EAGLESON, P. S. **Mathematical Models of Rainstorm Events in Space and Time.** Water Resources Research, n. 1, v. 23, p. 181-190, January 1987.

RODRIGUEZ-ITURBE, I.; FEBRES DE POWER, B.; VALDES, J. B. **Rectangular pulses point process models for rainfall: Analysis of empirical data.** Journal Geophys. Research, n. 92 (D8), p. 9645-9656, 1987 b.

RODRIGUEZ-ITURBE, I.; GUPTA, V. K.; WAYMIRE, E. **Scale considerations in the modeling of temporal rainfall.** Water Resources Research, n. 20, p. 1611-1619, 1984.

RODRIGUEZ-ITURBE, I.; MARANI, M.; D'ODORICO, P.; RINALDO, A. **On Space-time scaling of cumulated rainfall fields.** Water Resources Research, n. 12, v. 34, p. 3461-3469, December 1998.

SHAH, S.M.S.; O'CONNELL, P.E.; HOSKING, J.R.M. **Modelling the effects of spatial variability in rainfall on catchment response. I. Formulation and calibration of a stochastic rainfall field model.** Journal of Hydrology, n. 1-4, v. 175, p. 67-88, February 1996.

SHAH, S.M.S.; O'CONNELL, P.E.; HOSKING, J.R.M. **Modelling the effects of spatial variability in rainfall on catchment response. II. Experiments with distributed and lumped models.** Journal of Hydrology, n. 1-4, v. 175, p. 89-111, February 1996.

SMITH, J. A.; KARR, A. F. **Statistical inference for point process models of rainfall.** Water Resources Research, n. 21, p. 73-79, 1985.

VALDES, J. B.; RODRIGUEZ-ITURBE, I.; GUPTA, V. K. **Approximations of temporal rainfall from a multidimensional model.** Water Resources Research, n. 21, p. 1259-1270, 1985.

WAYMIRE, E.; GUPTA, V. K. **The mathematical structure of rainfall representations, 1, A review of stochastic rainfall models.** Water Resources Research, n. 17(5), p. 1261-1272, 1981 a.

WAYMIRE, E.; GUPTA, V. K **The mathematical structure of rainfall representations, 2, A review of the teory of point processes.** Water Resources Research, n. 17(5), p. 1273-1285, 1981 b.

WAYMIRE, E.; GUPTA, V. K **The mathematical structure of rainfall representations, 3, Some applications of the point process theory to rainfall processes.** Water Resources Research, n. 17(5), p. 1287-1294, 1981 c.

APÊNDICE A

PROCEDIMENTO DE ESTIMAÇÃO DOS PARÂMETROS w , \mathbf{S}_*^2 E a^2 REALIZADO EM COSTA (1996)

A função de correlação do modelo Neyman-Scott é dada por:

$$\mathbf{r}(d) = \left\{ \frac{1}{1 + \frac{w}{2 + 8a^2 \mathbf{S}_*^2}} \right\} e^{-a^2 d^2} + \left\{ 1 - \frac{1}{1 + \frac{w}{2 + 8a^2 \mathbf{S}_*^2}} \right\} e^{-\frac{a^2}{1 + 4a^2 \mathbf{S}_*^2}} \quad (\text{A } 1)$$

Para a estimação dos parâmetros w , a , e \mathbf{S}_*^2 , é necessário aplicar a equação (A 1) a pelo menos três diferentes distâncias, o que exige a disponibilidade de dados de pelo menos três diferentes pluviômetros. Para a estimação dos parâmetros desenvolvidos por COSTA (1996), é considerado todas as estimativas de correlações espaciais e utilizado o critério de *Mínimos Quadrados* através de um esquema de otimização adotando-se o método de *Gauss-Newton*.

Para a função de correlação do modelo de Neyman-Scott, aplicou-se a transformação de Fisher, obtendo-se:

$$\mathbf{r}^*(d) = \frac{1}{2} \ln \left\{ \frac{1 + \frac{1}{1 + \frac{w}{2 + 8a^2 \mathbf{s}_*^2}} e^{-a^2 d^2} + \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{w}{2 + 8a^2 \mathbf{s}_*^2}} \right) e^{-\frac{a^2}{1 + 4a^2 \mathbf{s}_*^2} d^2}}{1 - \frac{1}{1 + \frac{w}{2 + 8a^2 \mathbf{s}_*^2}} e^{-a^2 d^2} + \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{w}{2 + 8a^2 \mathbf{s}_*^2}} \right) e^{-\frac{a^2}{1 + 4a^2 \mathbf{s}_*^2} d^2}} \right\} \quad (\text{A.2})$$

Os dados concomitantes de cada par i de pluviômetros fornecem uma estimativa para $\mathbf{r}(d_i)$ (onde d_i é a distância entre os pluviômetros), $\hat{\mathbf{r}}(d_i)$, e através da transformação de Fisher uma estimativa para $\mathbf{r}^*(d_i)$, dada por:

$$\hat{\mathbf{r}}^*(d_i) = \frac{1}{2} \ln \left\{ \frac{1 + \hat{\mathbf{r}}(d_i)}{1 - \hat{\mathbf{r}}(d_i)} \right\} \quad (\text{A.3})$$

Segundo Fisher $\hat{\mathbf{r}}^*(d_i) \approx N(\mathbf{r}^*(d_i), (D_i - 3)^{-1})$, onde D_i é o número de observações do i -ésimo par de pluviômetros.

Supondo disponíveis n pluviômetros, tem-se então $N = \frac{(n^2 - n)}{2}$ valores de $\hat{\mathbf{r}}^*(d_i)$; dados por:

$$\hat{\mathbf{r}}^*(d_i) = \mathbf{r}^*(d_i) + \mathbf{e}_i \quad i = 1, \dots, N \quad (\text{A.4})$$

onde \mathbf{e}_i são os erros de estimação; $\mathbf{e}_i \approx N(0, (D - 3)^{-1})$.

Os parâmetros w , a e \mathbf{s}_*^2 são estimados de forma a se obter a menor soma quadrática dos erros em (A 4):

$$\text{Min} \sum_i \mathbf{e}_i^2 D_i \quad (\text{A } 5)$$

Supondo que os erros ε_i sejam independentes entre si, a estimativa de mínimos quadrados é também uma estimativa de máxima verossimilhança.

Para a solução do problema (A 5) foi utilizado o *Método de Gauss Newton*.

Método de Gauss Newton

Seja $\boldsymbol{\psi} = \{\psi_1, \psi_2, \psi_3\}$ o vetor de parâmetros onde $\psi_1 = w$, $\psi_2 = a^2$ e $\psi_3 = \mathbf{s}_*^2$ e $SQ = \sum_i \mathbf{e}_i^2 D_i$ onde SQ é a função que se deseja minimizar.

Define-se:

$$G(\mathbf{y}) = \frac{1}{2} \frac{\partial SQ}{\partial \mathbf{y}} \quad (\text{A } 6)$$

Logo:

$$G(\mathbf{y}) = \sum_i \left(\frac{\partial \mathbf{e}_i}{\partial \mathbf{y}} \right) \mathbf{e}_i D_i = \sum_i z_i \mathbf{e}_i D_i \quad (\text{A } 7)$$

onde:

$$z_i = \frac{\partial \mathbf{e}_i}{\partial \mathbf{y}} \quad (\text{A } 8)$$

O vetor de parâmetros Ψ que minimiza SQ é a solução de $G(\Psi) = 0$.
Expandindo $G(\Psi)$ em série de Taylor tem-se:

$$G(\mathbf{y}[1]) = G(\mathbf{y}[0]) + G'(\mathbf{y}[0])(\mathbf{y}[1] - \mathbf{y}[0]) \quad (\text{A } 9)$$

onde $G'(\mathbf{y}[0])$ é a derivada 1ª de $G(\mathbf{y}[0])$.

Se $\mathbf{y}[1]$ é o vetor de parâmetros que torna $G(\Psi) = 0$, tem-se:

$$\mathbf{y}[1] - \mathbf{y}[0] = -\left\{G'(\mathbf{y}[0])\right\}^{-1} G(\mathbf{y}[0]) \quad (\text{A } 10)$$

A equação (A 10) fornece o procedimento para o processo iterativo de otimização utilizado para obter a solução de (A 5)

Cálculo de $G(\mathbf{y})$

Seja:

$$G(\mathbf{y}) = \begin{bmatrix} G_1(\mathbf{y}) \\ G_2(\mathbf{y}) \\ G_3(\mathbf{y}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_i z_i^{(1)} \mathbf{e}_i D_i \\ \sum_i z_i^{(2)} \mathbf{e}_i D_i \\ \sum_i z_i^{(3)} \mathbf{e}_i D_i \end{bmatrix} \quad (\text{A } 11)$$

Substituindo-se as equações (A 2) e (A 3) nas equações (A 11) e derivando, tem-se:

$$\begin{aligned}
z_i^{(1)} &= \frac{1}{2} C (A^{-1} + B^{-1}) \\
z_i^{(2)} &= \frac{1}{2} D (A^{-1} + B^{-1}) \\
z_i^{(3)} &= \frac{1}{2} E (A^{-1} + B^{-1})
\end{aligned} \tag{A 12}$$

Cálculo de $G'(\mathbf{y})$

$G'(\Psi)$ é uma matriz 3x3 cujo elemento $g'_{k,j}$ é dado por:

$$g'_{k,j} = \frac{\partial \sum_i z_i^{(k)} \mathbf{e}_i D_i}{\partial \mathbf{y}_j} = \sum_i \left\{ z_i^{(k)} D_i \frac{\partial \mathbf{e}_i}{\partial \mathbf{y}_j} + \mathbf{e}_i D_i \left(\frac{\partial z_i^{(k)}}{\partial \mathbf{y}_j} \right) \right\} \tag{A 13}$$

Admitindo-se que os erros são pequenos, o segundo termo da equação (A 13) pode ser desprezado, e neste caso podemos reescrever (A 13) como:

$$g'_{k,j} = \sum_i z_i^{(k)} z_i^{(j)} D_i \tag{A 14}$$

$G'(\Psi)$ é uma matriz simétrica e para construí-la, precisa-se apenas das derivadas parciais ($z_i^{(j)}$, $j = 1,2,3$) da função erro em relação aos parâmetros $\Psi = \{\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3\}$ dadas pelas equações (A 12).

Para esse procedimento implementado por Costa (1996), adotou-se como estimativa inicial:

$$\Psi_1[0] = 0,01 \text{ cél/agrupamento}, \Psi_2[0] = 0,0088 \text{ km}^{-2}, \Psi_3[0] = 400 \text{ km}^2 .$$

Dada uma estimativa, é calculado as derivadas de SQ em relação a cada parâmetro $G_1(\psi)$, $G_2(\psi)$, $G_3(\psi)$ e compara-se cada uma delas com a tolerância adotada ($Tol = 1 \times 10^{-12}$). Se $G_i(\psi) \leq Tol$, o método convergiu.

Monta-se a matriz $G'(\psi)$ considerando-se apenas os parâmetros tais que, $G_i(\psi) > Tol$ e através de (A 10) calcula-se os passos a serem dados nestes parâmetros.

APÊNDICE B

Algoritmo utilizado na construção da malha, bem como o cálculo algébrico efetuado para se encontrar os valores de precipitação correspondente ao centro de 1 agrupamento. Esse algoritmo foi efetuado pelo aplicativo computacional “Mathematica 4.0”.

```
malha1 = Table[{i + 22.68, j + 45.83}, {j, 0, 2.5, 0.05}, {i, 0, 0.8167, 0.045}];
```

```
malhateste = Flatten[malha1];
```

Distancia entre coordenadas

```
distcalc[lat_, long_] := Abs[Sqrt[(69.1*(lat - lat1))^2 +  
(69.1*(long - long1)*Cos[lat1/57.3])^2]*1.609 - 1]
```

Obtenção do Ponto 1

```
lat1 = 23.5
```

```
long1 = 48.33
```

```
distanciadoponto1 = Table[{distcalc[malhateste[[x]], malhateste[[x + 1]]]}, {x, 1, 1938,  
2}];
```

```
calculoponto1 = 6.93*Exp[-2*0.00144*(distanciadoponto1)^2];
```

OBS: A obtenção dos outros pontos é análoga ao ponto 1.

Plot isolinhas

```
isolinhas123456 =
```

**calculoponto1 + calculoponto2 + calculoponto3 + calculoponto4 +
calculoponto5 + calculoponto6 + calculoponto7 + calculoponto8 +
calculoponto9 + calculoponto10 + calculoponto11 + calculoponto12 +
calculoponto13 + calculoponto14 + calculoponto15 + calculoponto16 +
calculoponto17 + calculoponto18 + calculoponto19 + calculoponto20 +
calculoponto21 + calculoponto22 + calculoponto23 + calculoponto24 +
calculoponto25 + calculoponto26 + calculoponto27 + calculoponto28 +
calculoponto29 + calculoponto30 + calculoponto31 + calculoponto32 +
calculoponto33 + calculoponto34 + calculoponto35 + calculoponto36 +
calculoponto37 + calculoponto38 + calculoponto39 + calculoponto40 +
calculoponto41 + calculoponto42 + calculoponto43 + calculoponto44 +
calculoponto45 + calculoponto46 + calculoponto47 + calculoponto48 +
calculoponto49 + calculoponto50 + calculoponto51 + calculoponto52 +
calculoponto53 + calculoponto54 + calculoponto55;**

SetDirectory["C:\Meus documentos"];

Export["isolinhasurfer.dat", isolinhas123456];

matriziso1a19 = Table[isolinhas123456[[a, 1]], {a, 1, 19}];

matriziso20a39 = Table[isolinhas123456[[a, 1]], {a, 20, 38}];

matriziso40a59 = Table[isolinhas123456[[a, 1]], {a, 39, 57}];

matriziso60a79 = Table[isolinhas123456[[a, 1]], {a, 58, 76}];

matriziso80a99 = Table[isolinhas123456[[a, 1]], {a, 77, 95}];

matriziso100a119 = Table[isolinhas123456[[a, 1]], {a, 96, 114}];

matriziso120a139 = Table[isolinhas123456[[a, 1]], {a, 115, 133}];

matriziso140a159 = Table[isolinhas123456[[a, 1]], {a, 134, 152}];

matriziso160a179 = Table[isolinhas123456[[a, 1]], {a, 153, 171}];

matriziso180a199 = Table[isolinhas123456[[a, 1]], {a, 172, 190}];

matriziso200a219 = Table[isolinhas123456[[a, 1]], {a, 191, 209}];

matriziso220a239 = Table[isolinhas123456[[a, 1]], {a, 210, 228}];

matriziso240a259 = Table[isolinhas123456[[a, 1]], {a, 229, 247}];

matriziso260a279 = Table[isolinhas123456[[a, 1]], {a, 248, 266}];

matriziso280a299 = Table[isolinhas123456[[a, 1]], {a, 267, 285}];

matriziso300a319 = Table[isolinhas123456[[a, 1]], {a, 286, 304}];

matriziso320a339 = Table[isolinhas123456[[a, 1]], {a, 305, 323}];

matriziso340a359 = Table[isolinhas123456[[a, 1]], {a, 324, 342}];

matriziso360a379 = Table[isolinhas123456[[a, 1]], {a, 343, 361}];

matriziso380a399 = Table[isolinhas123456[[a, 1]], {a, 362, 380}];

matriziso400a419 = Table[isolinhas123456[[a, 1]], {a, 381, 399}];

matriziso420a439 = Table[isolinhas123456[[a, 1]], {a, 400, 418}];

matriziso440a459 = Table[isolinhas123456[[a, 1]], {a, 419, 437}];

matriziso460a479 = Table[isolinhas123456[[a, 1]], {a, 438, 456}];

matriziso480a499 = Table[isolinhas123456[[a, 1]], {a, 457, 475}];

matriziso500a519 = Table[isolinhas123456[[a, 1]], {a, 476, 494}];

matriziso520a539 = Table[isolinhas123456[[a, 1]], {a, 495, 513}];

matriziso540a559 = Table[isolinhas123456[[a, 1]], {a, 514, 532}];

matriziso560a579 = Table[isolinhas123456[[a, 1]], {a, 533, 551}];

matriziso580a599 = Table[isolinhas123456[[a, 1]], {a, 552, 570}];

matriziso600a619 = Table[isolinhas123456[[a, 1]], {a, 571, 589}];

matriziso620a639 = Table[isolinhas123456[[a, 1]], {a, 590, 608}];

matriziso640a659 = Table[isolinhas123456[[a, 1]], {a, 609, 627}];

matriziso660a679 = Table[isolinhas123456[[a, 1]], {a, 628, 646}];

matriziso680a699 = Table[isolinhas123456[[a, 1]], {a, 647, 665}];

matriziso700a719 = Table[isolinhas123456[[a, 1]], {a, 666, 684}];

matriziso720a739 = Table[isolinhas123456[[a, 1]], {a, 685, 703}];

matriziso740a759 = Table[isolinhas123456[[a, 1]], {a, 704, 722}];

matriziso760a779 = Table[isolinhas123456[[a, 1]], {a, 723, 741}];

matriziso780a799 = Table[isolinhas123456[[a, 1]], {a, 742, 760}];

matriziso800a819 = Table[isolinhas123456[[a, 1]], {a, 761, 779}];

matriziso820a839 = Table[isolinhas123456[[a, 1]], {a, 780, 798}];

matriziso840a859 = Table[isolinhas123456[[a, 1]], {a, 799, 817}];

matriziso860a879 = Table[isolinhas123456[[a, 1]], {a, 818, 836}];

matriziso880a899 = Table[isolinhas123456[[a, 1]], {a, 837, 855}];

matriziso900a919 = Table[isolinhas123456[[a, 1]], {a, 856, 874}];

matriziso920a939 = Table[isolinhas123456[[a, 1]], {a, 875, 893}];

matriziso940a959 = Table[isolinhas123456[[a, 1]], {a, 894, 912}];

matriziso960a979 = Table[isolinhas123456[[a, 1]], {a, 913, 931}];

matriziso980a999 = Table[isolinhas123456[[a, 1]], {a, 932, 950}];

matriziso1000a1999 = Table[isolinhas123456[[a, 1]], {a, 951, 969}];

matrizisolinhas =

**List[matriziso1a19, matriziso20a39, matriziso40a59, matriziso60a79,
matriziso80a99, matriziso100a119, matriziso120a139, matriziso140a159,**

**matriziso160a179, matriziso180a199, matriziso200a219, matriziso220a239,
matriziso240a259, matriziso260a279, matriziso280a299, matriziso300a319,
matriziso320a339, matriziso340a359, matriziso360a379, matriziso380a399,
matriziso400a419, matriziso420a439, matriziso440a459, matriziso460a479,
matriziso480a499, matriziso500a519, matriziso520a539, matriziso540a559,
matriziso560a579, matriziso580a599, matriziso600a619, matriziso620a639,
matriziso640a659, matriziso660a679, matriziso680a699, matriziso700a719,
matriziso720a739, matriziso740a759, matriziso760a779, matriziso780a799,
matriziso800a819, matriziso820a839, matriziso840a859, matriziso860a879,
matriziso880a899, matriziso900a919, matriziso920a939, matriziso940a959,
matriziso960a979, matriziso980a999, matriziso1000a1999];**

SetDirectory["C:\Meus documentos"];

Export["matrizisolinhas.dat", matrizisolinhas];