



Instituto de Física Teórica  
Universidade Estadual Paulista

---

---

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

IFT-D.003/12

# Femtoscopia em colisões próton-próton no Detector CMS do Large Hadron Collider

Caio Laganá Fernandes

Orientadora

*Prof. Dr. Sandra S. Padula*

Agosto de 2012

*“Fall in love with some activity, and do it! Nobody ever figures out what life is all about, and it doesn’t matter. Explore the world. Nearly everything is really interesting if you go into it deeply enough. Work as hard and as much as you want to on the things you like to do the best. Don’t think about what you want to be, but what you want to do. Keep up some kind of a minimum with other things so that society doesn’t stop you from doing anything at all”*

Richard P. Feynman

# Agradecimentos

Gostaria de agradecer a todo pessoal do SPRACE,  
aos professores pelos ensinamentos e oportunidades,  
aos colegas de trabalho pelo apoio,  
ao pessoal da computação pela ajuda.

Agradeço também,  
ao CNPq pelo apoio financeiro,  
to Padova group for the kind attention.

# Resumo

Este trabalho apresenta um estudo de femtoscopia em colisões próton-próton ( $pp$ ) a  $\sqrt{s} = 7$  TeV realizado com o detector *Compact Muon Solenoid* no *Large Hadron Collider*. O estudo consiste na utilização do efeito *Hanbury-Brown-Twiss* (HBT) para a determinação das dimensões aparentes do estado final do sistema formado em colisões  $pp$ . Três análises são feitas, onde tais dimensões são determinadas (i) em termos de um parâmetro invariante  $R_{\text{inv}}$ ; (ii) nas direções transversal e longitudinal ao feixe,  $R_T$  e  $R_L$ , respectivamente; (iii) nas direções ao longo do feixe, parametrizada por  $R_{\text{long}}$ , e em duas direções transversais a ele, correspondentes a  $R_{\text{out}}$ , e  $R_{\text{side}}$ . Observa-se que as dimensões aparentes do sistema formado em tais colisões dependem da multiplicidade de partículas carregadas no evento e do momento médio do par de partículas utilizadas na implementação do efeito HBT.

**Palavras-chave:** Correlações de Bose-Einstein; Efeito Hanbury-Brown-Twiss; Femtoscopia; Colisores Hadrônicos.

# Abstract

This work presents a femtoscopic study performed in proton-proton ( $pp$ ) collisions at  $\sqrt{s} = 7$  TeV with the Compact Muon Solenoid at the Large Hadron Collider. The study uses the Hanbury-Brown–Twiss (HBT) effect to estimate the apparent dimensions of the final-state system formed at  $pp$  collisions. Three analysis are presented, where such an apparent dimensions are determined (i) in terms of an invariant radius parameter,  $R_{\text{inv}}$ ; (ii) in the transversal and longitudinal directions with respect to the beam,  $R_{\text{T}}$  and  $R_{\text{L}}$  and (iii) along three directions  $R_{\text{out}}$ ,  $R_{\text{long}}$  and  $R_{\text{side}}$ . It is observed that the apparent dimensions of the system formed in  $pp$  collisions depends on the charged multiplicity of the events and on the average momentum of the pair of particles used to implement HBT effect.

**Keywords:** Bose-Einstein Correlations; Hanbury-Brown–Twiss effect; Femtoscopy; Hadronic Colliders.

# Índice

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Correlação de partículas idênticas</b>	<b>5</b>
2.1	Introdução à função de correlação . . . . .	5
2.2	Generalização covariante do efeito HBT . . . . .	12
2.3	Um olhar experimental sobre o efeito HBT . . . . .	13
<b>3</b>	<b>LHC e o experimento CMS</b>	<b>16</b>
3.1	O LHC no cenário da Física de Altas Energias . . . . .	16
3.2	Visão básica do detector CMS . . . . .	19
3.3	Variáveis de interesse à análise HBT no CMS . . . . .	23
3.3.1	Campo magnético e geometria do detector . . . . .	23
3.3.2	Sistema de detecção de traços . . . . .	24
3.3.3	Identificação de partículas utilizando $dE/dx$ . . . . .	25
<b>4</b>	<b>Análise do efeito HBT no detector CMS</b>	<b>28</b>
4.1	Procedimento geral de análise . . . . .	28
4.2	Seleção de eventos e traços . . . . .	33
4.3	Resultados . . . . .	36
4.3.1	Análise HBT em $q_{inv}$ . . . . .	36
4.3.2	Análise HBT em $\mathbf{q}_T$ e $\mathbf{q}_L$ . . . . .	39
4.3.3	Análise HBT em $\mathbf{q}_{out}$ , $\mathbf{q}_{long}$ e $\mathbf{q}_{side}$ . . . . .	56
<b>5</b>	<b>Conclusão</b>	<b>60</b>
<b>A</b>	<b>Considerações gerais</b>	<b>62</b>
A.1	Sobre a distribuição de referência $\mathcal{B}$ . . . . .	62
A.2	Fator de Gamow e correção Coulombiana . . . . .	65
A.3	Incertezas sistemáticas . . . . .	67
A.4	Sobre parametrizações da função de correlação . . . . .	70

# Capítulo 1

## Introdução

Na década de 1950, o astrônomo Robert Hanbury Brown, em parceria com o matemático e engenheiro Richard Quentin Twiss, desenvolveram uma técnica [1, 2, 3] capaz de determinar dimensões angulares de estrelas a partir da medida em coincidência de fótons emitidos por elas. A técnica foi denominada “interferometria de intensidade”, mas ficou conhecida por efeito Hanbury-Brown–Twiss (HBT).

O método utilizado por eles (que desenvolveram, além do arcabouço teórico, o protótipo e montagem do experimento) consistia em coletar a luz de uma estrela utilizando dois espelhos parabólicos, focando-a em tubos fotomultiplicadores (ver Fig. 1.1).

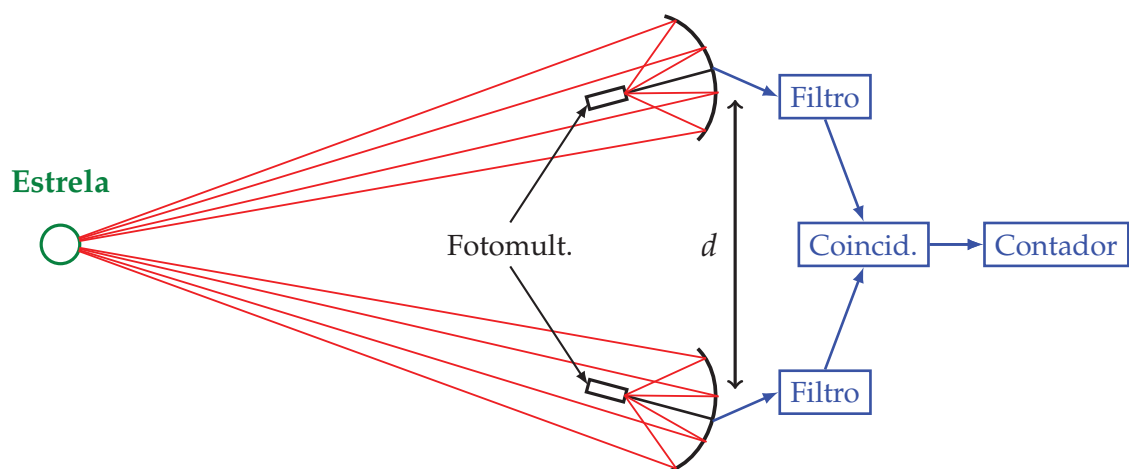


Figura 1.1: Esquema do efeito HBT para determinação de raios estelares.

Os sinais fotoelétricos gerados nos tubos fotomultiplicadores passavam por um filtro de ruído, e eram encaminhados a um circuito de coincidência (denominado correlator). Caso os fótons tivessem sido detectados simultaneamente, o sinal em coincidência era armazenado em um circuito contador. A distância  $d$  entre os espelhos podia ser variada, de forma a ser possível comparar a contagem de coincidências em função de  $d$ . O gráfico original apresentado por Hanbury-

Brown e Twiss [3] do número de coincidências em função da distância entre os espelhos, coletados para a estrela Sirius, pode ser visto na Fig. 1.2.

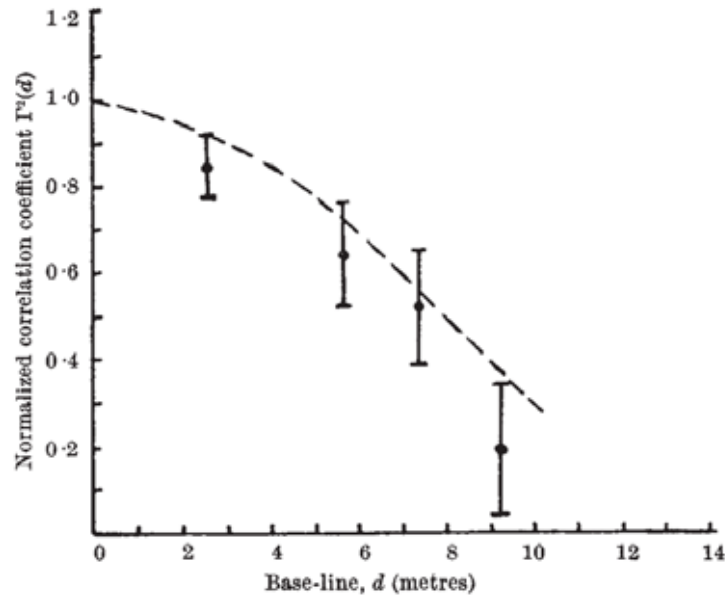


Figura 1.2: Gráfico extraído do artigo original [3] de Hanbury-Brown e Twiss. A contagem de fótons em coincidência,  $\Gamma^2(d)$ , diminui com a separação entre os espelhos,  $d$ . Tal efeito permite a determinação das dimensões angulares da estrela.

Obseva-se que o número de contagens é maior quando a separação entre os espelhos é menor. Como será discutido adiante, tal comportamento reflete o fato de fótons respeitarem a estatística de bósons, e terem a tendência de serem emitidos com momento próximo. A relação entre a probabilidade de emissão simultânea de dois fótons,  $\Gamma^2(d)$ , em função da separação entre os espelhos,  $d$ , pode ser introduzida<sup>1</sup> como,

$$\Gamma^2(d) = [2J_1(x)/x]^2, \quad (1.1)$$

onde  $x = \pi\theta d/\lambda$ , sendo  $\theta$  a dimensão angular da estrela e  $\lambda$  o comprimento de onda do fóton detectado.  $J_1(x)$  é uma função de Bessel. Dessa forma, através de um ajuste sobre os pontos experimentais, é possível determinar  $\theta$ . Hanbury-Brown e Twiss estimaram que o diâmetro angular de Sirius era  $6.3 \pm 0.5$  mili arcosegundos (mas). O valor atualmente aceito é de  $5.936 \pm 0.016$  mas.

<sup>1</sup>O formalismo matemático que relaciona a correlação dos fótons às dimensões da fonte emissora é desenvolvido na Sec. 2.1. Por hora, basta dizer que  $\Gamma^2(d)$  está relacionada à transformada de Fourier da fonte emissora. Neste caso, a estrela foi suposta um disco luminoso.



Em 1960, sem ter conhecimento do efeito HBT, Goldhaber, Goldhaber, Lee e Pais (GGLP) observaram [4] que pares de píons idênticos emitidos em colisões  $p\bar{p}$  apresentavam uma correlação em seus momentos. A correlação entre píons observada por Goldhaber *et. al* tinha a mesma natureza que aquela entre fótons que Hanbury-Brown e Twiss utilizavam para determinar raios estelares: ambas vinham do fato de píons e fótons respeitarem a estatística de Bose-Einstein. O mais surpreendente é que, no caso de GGLP, ao invés de raios estelares, tornou-se possível estimar dimensões subatômicas. Nascia aí a Femtoscopia: utilização do efeito HBT para determinação de dimensões aparentes de sistemas formados em colisões de altas energias.

Desde a observação de Goldhaber *et. al.* em 1960, a femtoscopia passou a ser amplamente utilizada em colisores de partículas, tendo sido aplicada a diversos sistemas, como  $e^+e^-$ ,  $pp$ ,  $p\bar{p}$ ,  $\pi N$ ,  $\nu_\mu N$  e Íons Pesados. Este trabalho apresenta um estudo femtoscópico realizado em colisões próton-próton a  $\sqrt{s} = 7$  TeV com o detector *Compact Muon Solenoid* no *Large Hadron Collider*.

A dissertação tem início com o desenvolvimento do formalismo matemático básico para entendimento do efeito HBT, feito no Capítulo 2. Em seguida, no Capítulo 3, uma breve descrição do LHC e do CMS é feita, onde são ressaltados os aspectos do detector mais relevantes à presente análise. Por fim, ao longo do Capítulo 4, os resultados do estudo HBT no detector CMS são apresentados. As conclusões são feitas no Capítulo 5, e, ao final, um apêndice é dedicado a algumas discussões extras.

# Capítulo 2

## Correlação de partículas idênticas

Este capítulo introduz o efeito Hanbury-Brown-Twiss (HBT), mostrando como a correlação estatística entre bósons idênticos produzidos em colisões próton-próton permite o estudo das dimensões do sistema formado em tais colisões.

### 2.1 Introdução à função de correlação

Considere a situação apresentada na Fig. 2.1: dois prótons colidem, formando um sistema extenso que emite diversas partículas, dentre elas dois píons de mesmo sinal. Tais píons são emitidos dos pontos  $x_1$  e  $x_2$  e detectados em  $x_A$  e  $x_B$  com momentos  $k_A$  e  $k_B$ .

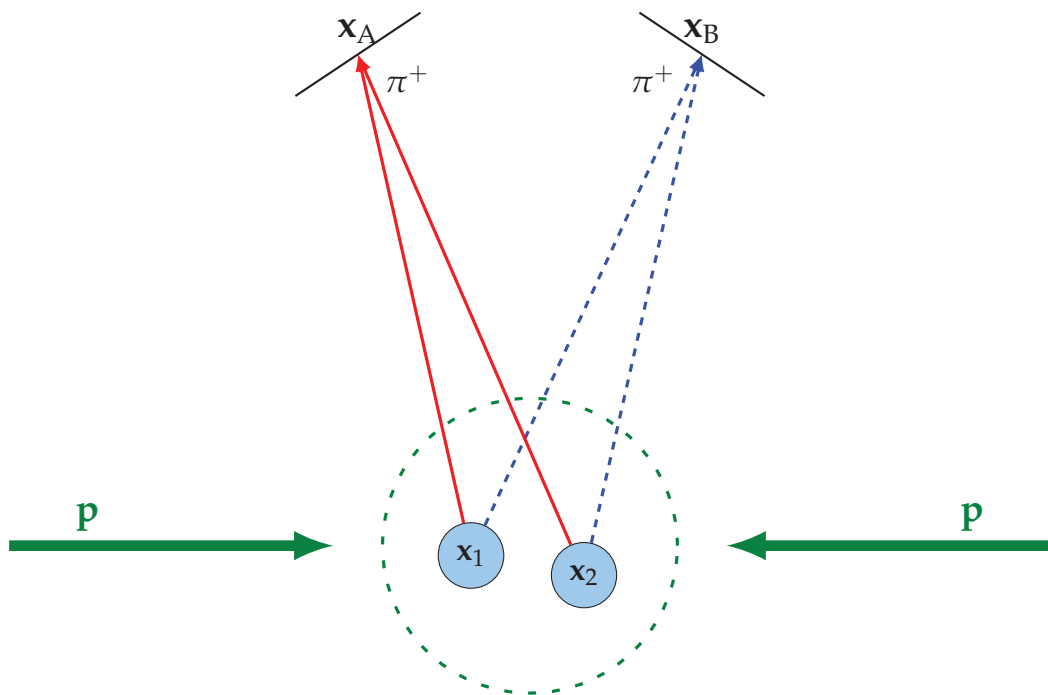


Figura 2.1: Esquema do efeito Hanbury-Brown-Twiss em colisões próton-próton. Píons detectados em  $x_A$  e  $x_B$  emitidos dos pontos  $x_1$  e  $x_2$  do sistema formado na colisão. Ilustração fora de escala.

Supondo por simplicidade que não haja interação entre os píons emitidos, a natureza estatística de bósons idênticos, aliada à hipótese de a fonte emissora ser completamente caótica, fará com que a probabilidade de observação conjunta dos dois píons seja maior quando seus momentos forem próximos. Tal correlação entre os momentos dos píons permite o estudo das dimensões do sistema formado na colisão próton-próton. A função que relaciona a correlação estatística entre bósons idênticos (emitidos caoticamente) às dimensões da fonte emissora é chamada *função de correlação*. O objetivo desta seção é construir a função de correlação, introduzindo o formalismo básico que descreve a situação experimental apresentada na Fig. 2.1. O tratamento foi baseado na Ref. [5].

Suponha que a região emissora de píons sejam os pontos  $\mathbf{x}_1$  e  $\mathbf{x}_2$  ilustrados na Fig. 2.1. A função de onda<sup>1</sup> que descreve o pión detectado em  $\mathbf{x}_A$  deve considerar a possibilidade de ele ter vindo tanto de  $\mathbf{x}_1$  como de  $\mathbf{x}_2$ ,

$$\psi(\mathbf{x}_A) = \left( e^{-i\mathbf{k}_A \cdot (\mathbf{x}_A - \mathbf{x}_1)} e^{i\alpha} + e^{-i\mathbf{k}_A \cdot (\mathbf{x}_A - \mathbf{x}_2)} \right) / \sqrt{2}, \quad (2.1)$$

sendo  $e^{i\alpha}$  uma fase relativa devido à emissão ser não-coerente. A parte temporal  $e^{i\omega_A t}$  foi suprimida por simplicidade. Amplitude análoga vale para o pión detectado em  $\mathbf{x}_B$ ,

$$\psi(\mathbf{x}_B) = \left( e^{-i\mathbf{k}_B \cdot (\mathbf{x}_B - \mathbf{x}_1)} e^{i\beta} + e^{-i\mathbf{k}_B \cdot (\mathbf{x}_B - \mathbf{x}_2)} \right) / \sqrt{2}. \quad (2.2)$$

No caso em que a interação entre os píons é ignorada, a probabilidade de detecção simultânea dos dois píons é dada simplesmente pelo módulo quadrado da amplitude  $\mathcal{M}(A|B) = \psi(\mathbf{x}_A)\psi(\mathbf{x}_B)$ ,

$$\begin{aligned} P(A|B) &= |\mathcal{M}(A|B)|^2 = |\psi(\mathbf{x}_A)\psi(\mathbf{x}_B)|^2 \\ &= [1 + \cos(\mathbf{k}_A \cdot \mathbf{r} + \alpha)] [1 + \cos(\mathbf{k}_B \cdot \mathbf{r} + \beta)]. \end{aligned} \quad (2.3)$$

sendo  $|\mathbf{r}| = |\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1|$  a distância entre os pontos de emissão. Supondo uma fonte emissora caótica, as fases  $\alpha$  e  $\beta$  devem ser completamente aleatórias, de forma que é preciso realizar uma média sobre elas<sup>2</sup>. Definindo a diferença de momento

<sup>1</sup>Por terem spin 0, píons podem ser descritos por ondas planas que respeitam a relação de dispersão da equação de Klein-Gordon.

<sup>2</sup>A média sobre as fases aleatórias exerce papel fundamental no formalismo HBT. Uma discussão mais detalhada sobre este ponto será feita adiante nesta seção.

$\mathbf{q} = \mathbf{k}_A - \mathbf{k}_B$  e realizando a média sobre as fases  $\alpha$  e  $\beta$ , a Eq. (2.3) fica,

$$\begin{aligned} \langle P(A|B) \rangle &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} [1 + \cos(\mathbf{k}_A \cdot \mathbf{r} + \alpha)] [1 + \cos(\mathbf{k}_B \cdot \mathbf{r} + \beta)] d\alpha d\beta \\ &= 1 + \frac{1}{2} \cos(\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}) \\ &\equiv P_{AB}(\mathbf{q}, \mathbf{r}). \end{aligned} \quad (2.4)$$

A afirmação heurística feita no início desta seção, de que píons tendem a ser emitidos com momento próximo, pode agora ser posta de forma mais precisa: a probabilidade dos dois píons serem emitidos dos pontos  $\mathbf{x}_1$  e  $\mathbf{x}_2$  com diferença de momento  $\mathbf{q} = \mathbf{k}_A - \mathbf{k}_B$  é dada por  $P_{AB}(\mathbf{q}, \mathbf{r}) = 1 + \frac{1}{2} \cos(\mathbf{q} \cdot \mathbf{r})$ , que é máxima quando  $\mathbf{q} = 0$ . Contudo, o fato mais interessante segue da dependência de  $P_{AB}(\mathbf{q}, \mathbf{r})$  com  $\mathbf{r}$ : obtendo experimentalmente a distribuição do número de pares de píons com diferença de momento  $\mathbf{q}$ ,

$$E_A E_B \frac{d^6 N}{d^3 k_A d^3 k_B} \sim P_{AB}(\mathbf{q}, \mathbf{r}) = 1 + \frac{1}{2} \cos(\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}), \quad (2.5)$$

é possível determinar  $\mathbf{r}$ , grandeza relacionada às dimensões do sistema formado na colisão próton-próton. A determinação de  $\mathbf{r}$  através da correlação entre píons apresentada no método acima constitui a idéia central do efeito HBT.

“[Tal efeito] é utilizado para investigar a evolução espaço-temporal de colisões nucleares e entre partículas elementares. O método envolve a construção da função de correlação de duas partículas a partir da distribuição de partículas irradiadas da fonte emissora (...) Em aplicações envolvendo a colisão de nucleons ou partículas, a fonte emissora é a região de interação.” [6]

Apesar de ilustrar muito bem o efeito HBT, a abordagem desenvolvida até o momento fez uso de um modelo simplificado, no qual foi suposto que os píons são emitidos de apenas dois pontos no sistema formado na colisão (representados por  $\mathbf{x}_1$  e  $\mathbf{x}_2$  na Fig. 2.1). Numa situação real, os píons são emitidos não de dois pontos, mas de uma região extensa do espaço. Além disso, as amplitudes de emissão  $\psi$  devem conter a informação acerca do espectro de momento dos píons.

Um tratamento mais realista, que estende as duas hipóteses mencionadas acima, será desenvolvido a seguir. Analogamente à função de onda da Eq. (2.1),

que descreve um pión de momento  $\mathbf{k}_A$  sendo emitido dos pontos  $\mathbf{x}_1$  e  $\mathbf{x}_2$ , um pión emitido de  $N$  pontos é descrito pela função de onda,

$$\psi(\mathbf{x}_A) = \sum_{j,l} a_l c_j e^{i\alpha_j} e^{-i\mathbf{k}_l \cdot (\mathbf{x}_A - \mathbf{x}_j)}, \quad (2.6)$$

onde  $c_j$  é o coeficiente tal que  $|c_j|^2$  é a probabilidade do pión ser emitido do  $j$ -ésimo ponto e  $e^{i\alpha_j}$  a fase associada a este ponto. O coeficiente<sup>3</sup>  $a_l$  é tal que  $|a_l|^2$  é a probabilidade de que o pión seja emitido com momento  $\mathbf{k}_l$ . No limite em que a região de emissão e o espectro de momentos se tornam contínuos, a função de onda pode ser escrita como,

$$\psi(\mathbf{x}_A) = \int \int a(\mathbf{k}) c(\mathbf{x}) e^{i\alpha(\mathbf{x})} e^{-i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{x}_A - \mathbf{x})} d\mathbf{x} d\mathbf{k}. \quad (2.7)$$

Se este pión foi emitido com momento bem determinado  $\mathbf{k}_A$ , o coeficiente  $a(\mathbf{k})$  pode ser aproximado por uma função delta, e a integral em  $d\mathbf{k}$  pode ser substituída pelo coeficiente constante  $a(\mathbf{k}_A)$ ,

$$\psi(\mathbf{x}_A) = a(\mathbf{k}_A) \int c(\mathbf{x}) e^{i\alpha(\mathbf{x})} e^{-i\mathbf{k}_A \cdot (\mathbf{x}_A - \mathbf{x})} d\mathbf{x}. \quad (2.8)$$

Amplitude análoga vale para o pión detectado em B,

$$\psi(\mathbf{x}_B) = a(\mathbf{k}_B) \int c(\mathbf{y}) e^{i\alpha(\mathbf{y})} e^{-i\mathbf{k}_B \cdot (\mathbf{x}_B - \mathbf{y})} d\mathbf{y}. \quad (2.9)$$

A probabilidade de detecção simultânea dos dois píons, agora emitidos da fonte extensa, é dada pelo módulo quadrado da amplitude  $\mathcal{M}(A|B) = \psi(\mathbf{x}_A)\psi(\mathbf{x}_B)$ ,

$$\begin{aligned} P(A|B) &= |\mathcal{M}(A|B)|^2 = |\psi(\mathbf{x}_A)\psi(\mathbf{x}_B)|^2 \\ &= |a(\mathbf{k}_A)|^2 |a(\mathbf{k}_B)|^2 \int c(\mathbf{x}) c(\mathbf{y}) c^*(\mathbf{x}') c^*(\mathbf{y}') e^{i[\alpha(\mathbf{x}) + \alpha(\mathbf{y}) - \alpha(\mathbf{x}') - \alpha(\mathbf{y}')] } \times \\ &\quad \times e^{-i\mathbf{k}_A \cdot (\mathbf{x}_A - \mathbf{x})} e^{-i\mathbf{k}_B \cdot (\mathbf{x}_B - \mathbf{y})} e^{i\mathbf{k}_A \cdot (\mathbf{x}_A - \mathbf{x}')} e^{i\mathbf{k}_B \cdot (\mathbf{x}_B - \mathbf{y}')} d\mathbf{x} d\mathbf{y} d\mathbf{x}' d\mathbf{y}' \\ &= |a(\mathbf{k}_A)|^2 |a(\mathbf{k}_B)|^2 \int c(\mathbf{x}) c(\mathbf{y}) c^*(\mathbf{x}') c^*(\mathbf{y}') e^{i[\alpha(\mathbf{x}) + \alpha(\mathbf{y}) - \alpha(\mathbf{x}') - \alpha(\mathbf{y}')] } \times \\ &\quad \times e^{-i\mathbf{k}_A \cdot (\mathbf{x}' - \mathbf{x})} e^{-i\mathbf{k}_B \cdot (\mathbf{y}' - \mathbf{y})} d\mathbf{x} d\mathbf{y} d\mathbf{x}' d\mathbf{y}'. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Neste momento, o tratamento das fases não-coerentes  $\alpha(\mathbf{x})$  se torna ingrediente fundamental do formalismo. Os píons são irradiado de uma região extensa

<sup>3</sup>Nota-se aqui a hipótese de que  $a_l$  não depende de  $\mathbf{x}$  e  $c_j$  não depende de  $\mathbf{k}$ .

do espaço, tendo uma fase  $e^{i\alpha(\mathbf{x})}$  associada a cada ponto de emissão. No ato de sua detecção, entretanto, a fase associada ao pión é uma só. Como  $\alpha(\mathbf{x})$  varia aleatoriamente de ponto a ponto, é natural pensar numa fase final que seja a média sobre todas as fases no momento da emissão. Faz-se necessário, portanto, realizar uma média sobre  $\alpha(\mathbf{x})$ .

Vê-se, da Eq. (2.10), que a média sobre as fases não-coerentes  $\alpha(\mathbf{x})$ , dada por,

$$\begin{aligned} \langle P(A|B) \rangle &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} P(A|B) d\alpha \\ &\propto \int_0^{2\pi} \exp(i[\alpha(\mathbf{x}) + \alpha(\mathbf{y}) - \alpha(\mathbf{x}') - \alpha(\mathbf{y}')]) d\alpha, \end{aligned} \quad (2.11)$$

só será diferente de zero quando o argumento da exponencial for nulo, ou seja, quando  $\alpha(\mathbf{x}) + \alpha(\mathbf{y}) - \alpha(\mathbf{x}') - \alpha(\mathbf{y}') = 0$ . Ao longo da integração  $dx dy dx' dy'$ , tal condição é satisfeita nos seguintes dois casos.

1. Quando  $\mathbf{x} = \mathbf{x}'$  e  $\mathbf{y} = \mathbf{y}'$ , situação em que

$$\langle P(A|B) \rangle = |a(\mathbf{k}_A)|^2 |a(\mathbf{k}_B)|^2 \int |c(\mathbf{x})|^2 |c(\mathbf{y})|^2 dx dy \equiv 1, e;$$

2. Quando  $\mathbf{x} = \mathbf{y}'$  e  $\mathbf{y} = \mathbf{x}'$ , situação em que

$$\langle P(A|B) \rangle = |a(\mathbf{k}_A)|^2 |a(\mathbf{k}_B)|^2 \int |c(\mathbf{x})|^2 |c(\mathbf{y})|^2 e^{-i(\mathbf{k}_A - \mathbf{k}_B) \cdot (\mathbf{y} - \mathbf{x})} dx dy.$$

Interpretando  $\rho(\mathbf{x}) = |c(\mathbf{x})|^2$  como a probabilidade do pión ser emitido do ponto  $\mathbf{x}$  da fonte emissora,  $P(\mathbf{k}_A) = |a(\mathbf{k}_A)|^2$  como a probabilidade do pión ser emitido com momento  $\mathbf{k}_A$  e definindo a diferença dos momentos  $\mathbf{q} = \mathbf{k}_A - \mathbf{k}_B$ , a forma final para  $\langle P(A|B) \rangle$ , após integração em  $dx' dy' d\alpha$ , é dada por

$$\begin{aligned} \langle P(A|B) \rangle &= P(\mathbf{k}_A) P(\mathbf{k}_B) \left[ 1 + \int |c(\mathbf{x})|^2 |c(\mathbf{y})|^2 e^{-i(\mathbf{k}_A - \mathbf{k}_B) \cdot (\mathbf{y} - \mathbf{x})} dx dy \right] \\ &= P(\mathbf{k}_A) P(\mathbf{k}_B) \left[ 1 + \int \rho(\mathbf{x}) \rho(\mathbf{y}) e^{-i\mathbf{q} \cdot (\mathbf{y} - \mathbf{x})} dx dy \right] \\ &= P(\mathbf{k}_A) P(\mathbf{k}_B) \left[ 1 + \left( \int \rho(\mathbf{x}) e^{-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{x}} dx \right)^* \left( \int \rho(\mathbf{y}) e^{-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{y}} dy \right) \right] \\ &= P(\mathbf{k}_A) P(\mathbf{k}_B) \left[ 1 + |\mathcal{F}_{\mathbf{q}}[\rho(\mathbf{x})]|^2 \right]. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Deve ser notado que cada termo do produto  $P(\mathbf{k}_A)P(\mathbf{k}_B)$  representa a probabilidade de emissão não-correlacionada dos pions, i.e., o espectro de momento de cada um deles,

$$\langle P(A) \rangle \langle P(B) \rangle = P(\mathbf{k}_A) P(\mathbf{k}_B). \quad (2.13)$$

A função de correlação,  $C(\mathbf{q})$ , pode finalmente ser introduzida como a razão entre a probabilidade de detecção simultânea de dois píons com diferença de momento  $\mathbf{q} = \mathbf{k}_A - \mathbf{k}_B$  pela probabilidade de detecção de cada um desses píons separadamente,

$$\begin{aligned} C(\mathbf{q}) &\equiv \frac{\langle P(A|B) \rangle}{\langle P(A) \rangle \langle P(B) \rangle} \\ &= 1 + |\mathcal{F}_{\mathbf{q}}[\rho(\mathbf{x})]|^2. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Definida dessa forma,  $C(\mathbf{q})$  reflete a correlação estatística entre os píons, dependência esta realizada na transformada de Fourier da distribuição de fonte,  $|\mathcal{F}_{\mathbf{q}}[\rho(\mathbf{x})]|^2$ . Lembrando sempre que  $C(\mathbf{q})$  é uma distribuição de probabilidade (que é máxima para  $\mathbf{q} = 0$ , ilustrando o fato de bósons terem a tendência de serem emitidos com momento próximo), obtém-se novamente, agora de forma mais completa, a conclusão já assertada algumas páginas antes: a determinação experimental da forma de  $C(\mathbf{q})$  permite inferir propriedades de  $\rho(\mathbf{x})$ . Uma ilustração de como tal afirmativa permite o estudo da fonte emissora será dada através do exemplo a seguir.

Suponha que o sistema formado em uma colisão  $pp$  tenha sua distribuição de matéria dada por uma gaussiana (a normalização de  $\rho(\mathbf{x})$  foi suprimida por simplicidade), isto é,

$$\rho(\mathbf{x}) \propto e^{-\mathbf{x}^2/2R^2}. \quad (2.15)$$

A função de correlação associada a tal sistema, de acordo com a Eq. (2.14), é dada por,

$$C(\mathbf{q}) = 1 + e^{-\mathbf{q}^2 R^2}. \quad (2.16)$$

Este é o exemplo mais simples de como determinada distribuição de fonte dá origem a uma função de correlação. Diferentes distribuições de fonte dão origem a diferentes funções de correlação. Aquelas mais utilizadas na literatura são listadas a seguir.

1. **Fator  $\lambda$  de caoticidade** A observação empírica [7] de que a função de correlação em  $|\mathbf{q}| = 0$  não assume seu valor máximo, isto é,  $C(|\mathbf{q}| = 0) < 2$ , motivou a introdução do fator- $\lambda$  como,

$$C(|\mathbf{q}|) = 1 + \lambda e^{-\mathbf{q}^2 R^2}. \quad (2.17)$$

Do ponto de vista experimental,  $\lambda$  será sempre menor que 1, de forma que  $C(|\mathbf{q}| = 0) < 2$ . O fator- $\lambda$  é conhecido por refletir a intensidade da correlação.

2. **Lorentziana** O comportamento gaussiano da função de correlação nem sempre descreve bem os dados experimentais (ver Sec. A.4). Uma alternativa é a utilização da parametrização exponencial,

$$C(\mathbf{q}) = 1 + \lambda e^{-|\mathbf{q}|^R}, \quad (2.18)$$

onde está implícita a hipótese de distribuição Lorentziana para  $\rho(\mathbf{x})$ .

3. **Fator  $\epsilon$**  Como será discutido na seção 2.3, existem diversos métodos experimentais de se obter pares de píons não correlacionados para construção da função de correlação. Todas as alternativas introduzem desvios no comportamento da distribuição final. Alguns destes comportamentos podem ser parametrizados através do fator  $\epsilon|\mathbf{q}|$ ,

$$C(\mathbf{q}) = (1 + \lambda e^{-|\mathbf{q}|^R})(1 + \epsilon|\mathbf{q}|). \quad (2.19)$$

Vale lembrar que, do ponto de vista experimental, primeiro obtém-se a função de correlação com os dados reais, identificada com a distribuição,

$$\mathcal{C}(\mathbf{q}) = E_A E_B \frac{d^6 N(k_A, k_B)}{d^3 k_A d^3 k_B} \Big/ E_A \frac{d^3 N(k_A)}{d^3 k_A} \cdot E_B \frac{d^3 N(k_B)}{d^3 k_B}. \quad (2.20)$$

Em seguida, alguma das parametrizações para  $C(\mathbf{q})$  é ajustada sobre a distribuição  $\mathcal{C}(\mathbf{q})$ , e os parâmetros associados a  $\rho$  são determinados. Entretanto, não é possível saber, *a priori*, qual forma para  $C(\mathbf{q})$  deve ser utilizada no ajuste de  $\mathcal{C}(\mathbf{q})$ . Uma discussão a respeito desta questão é feita na Sec. A.4.



## 2.2 Generalização covariante do efeito HBT

O tempo foi suprimido por simplicidade no formalismo desenvolvido até o momento, mas pode ser introduzido através da inclusão da dependência temporal nas funções de onda  $\psi(\mathbf{x}_A)$  e  $\psi(\mathbf{x}_B)$  (com  $t$  representando o tempo associado à emissão de  $\mathbf{k}_A$  e  $u$  de  $\mathbf{k}_B$ ),

$$\begin{aligned}\psi(\mathbf{x}_A) &= a(k_A) \int c(\mathbf{x}, t) e^{i\alpha(\mathbf{x}, t)} e^{-i[\mathbf{k}_A \cdot (\mathbf{x}_A - \mathbf{x}) - \omega_A t]} d\mathbf{x} dt, \\ \psi(\mathbf{x}_B) &= a(k_B) \int c(\mathbf{y}, u) e^{i\alpha(\mathbf{y}, u)} e^{-i[\mathbf{k}_B \cdot (\mathbf{x}_B - \mathbf{y}) - \omega_B u]} d\mathbf{y} du.\end{aligned}\quad (2.21)$$

Seguindo os mesmos passos da Sec. 2.1, a probabilidade de detecção simultânea dos dois píons, após média sobre as fases  $\alpha$  e integração em  $d\mathbf{x}' d\mathbf{y}' dt' du'$ , é dada, de forma análoga à Eq. (2.12), por,

$$\begin{aligned}\langle P(A|B) \rangle &= \\ &= P(k_A) P(k_B) \left[ 1 + \int |c(\mathbf{x}, t)|^2 |c(\mathbf{y}, u)|^2 e^{-i[(\mathbf{k}_A - \mathbf{k}_B) \cdot (\mathbf{y} - \mathbf{x}) - (\omega_A - \omega_B)(u - t)]} d\mathbf{x} d\mathbf{y} dt du \right] \\ &= P(k_A) P(k_B) \left[ 1 + \int \rho(\mathbf{x}, t) \rho(\mathbf{y}, u) e^{-i[\mathbf{q} \cdot (\mathbf{y} - \mathbf{x}) - \Delta\omega(u - t)]} d\mathbf{x} d\mathbf{y} dt du \right] \\ &= P(k_A) P(k_B) \left[ 1 + \left( \int \rho(\mathbf{x}, t) e^{i[\mathbf{q} \cdot \mathbf{x} - \Delta\omega \cdot t]} d\mathbf{x} dt \right)^* \left( \int \rho(\mathbf{y}, u) e^{i[\mathbf{q} \cdot \mathbf{y} - \Delta\omega \cdot u]} d\mathbf{y} du \right) \right] \\ &= P(k_A) P(k_B) \left[ 1 + |\mathcal{F}_q[\rho(x)]|^2 \right]\end{aligned}\quad (2.22)$$

onde agora a diferença de momento é o quadrivetor  $q^\mu = (q^0, \mathbf{q})$  e as dimensões características do sistema incluem a parte temporal  $x^\mu = (x^0, \mathbf{x})$ . A função de correlação, agora com parte temporal inclusa, é obtida de forma análoga àquela apresentada na Sec. 2.1, sendo dada por,

$$C(q) = 1 + |\mathcal{F}_q[\rho(x)]|^2. \quad (2.23)$$

As diferentes parametrizações para  $C(q)$  seguem a generalização covariante das Eq. 2.17, 2.18 e 2.19,

$$C(q) = 1 + \lambda e^{-q^2 R^2}, \quad (2.24)$$

$$C(q) = 1 + \lambda e^{-qR}, \quad (2.25)$$

$$C(q) = (1 + \lambda e^{-qR})(1 + \epsilon q). \quad (2.26)$$

## 2.3 Um olhar experimental sobre o efeito HBT

Muito embora repleto de inúmeros *insights*, o terreno abstrato da física teórica pode muitas vezes ocultar a forma pragmática de se observar determinado fenômeno que oferece o olhar experimental. Nesse sentido, um balanço entre as duas visões é fundamental para que haja ampla compreensão da física envolvida. Pensando nisso, esta breve seção se dedica ao desenvolvimento dos métodos e conceitos experimentais sobre o efeito HBT utilizados ao longo deste trabalho.

Considere a situação apresentada na Fig. 2.2: novamente tem-se a colisão de dois prótons, com formação de uma região extensa e posterior hadronização e emissão de partículas.

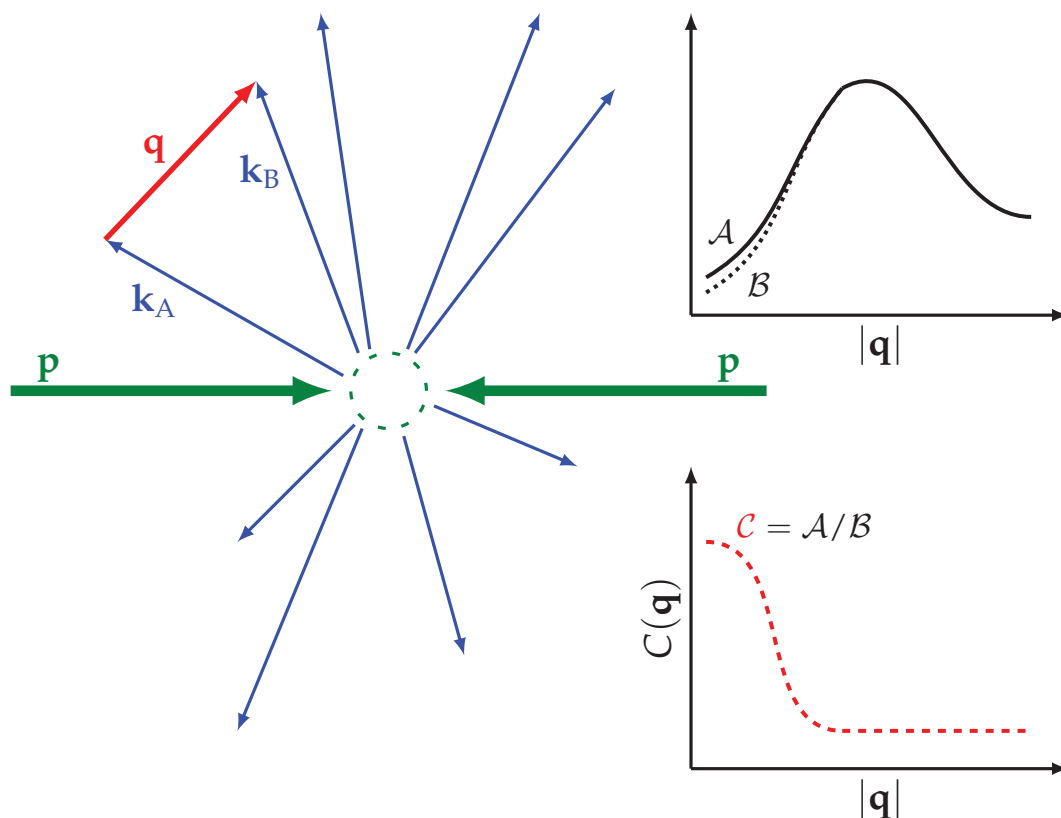


Figura 2.2: Ilustração do efeito Hanbury-Brown–Twiss sob a óptica experimental.

Grande parte das partículas emitidas na colisão são píons, aproximadamente metade deles têm a mesma carga e, dentre eles, alguns pares estão correlacionados. A correlação entre pares de píons idênticos é refletida na tendência de tal par ser emitido com baixa diferença de momento. Assim sendo, a distribuição do número de pares com diferença de momento  $\mathbf{q} = \mathbf{k}_A - \mathbf{k}_B$  deve apresentar maior

contagem em torno de  $|\mathbf{q}| \sim 0$ , como representado pela distribuição  $\mathcal{C}$  na Fig. 2.2. Ao menos isso é o que se esperaria caso o espectro de momento dos píons fosse ausente, e que o único fator que determinasse a distribuição de seus momentos fosse a natureza estatística de bósons idênticos. Evidentemente isso não é verdade. De fato, observa-se experimentalmente que a distribuição  $dN/d|\mathbf{q}|$  do número de pares com diferença de momento  $\mathbf{q}$  segue comportamento semelhante àquela representado pela curva  $\mathcal{A}$  na Fig. 2.2. Tal distribuição corresponde à Eq. (2.12).

Não obstante, a natureza bosônica de píons, que faz com que pares de píons idênticos sejam emitidos com baixa diferença de momento, ainda está presente na distribuição  $\mathcal{A}$  da Fig. 2.2. Caso os píons fossem emitidos de fontes não correlacionadas, como dado pela Eq. (2.13), sua distribuição  $dN/d|\mathbf{q}|$  seria semelhante à curva  $\mathcal{B}$ , isto é, o número de contagens para  $|\mathbf{q}| \sim 0$  seria menor em relação à curva  $\mathcal{A}$ . De forma pictórica, portanto, a distribuição  $\mathcal{C}$ , que contém apenas o termo  $1 + |\mathcal{F}_q[\rho(x)]|^2$ , é fruto da razão  $\mathcal{C} = \mathcal{A}/\mathcal{B}$ , ou seja, a própria função de correlação introduzida na Eq. (2.14).

Neste momento, um questionamento natural seria: “como obter experimentalmente a distribuição  $\mathcal{B}$  do número de pares de píons oriundos de fontes emisoras não correlacionadas?”. Este é uma das tarefas mais delicadas do estudo experimental do efeito HBT, e dispõe de algumas alternativas:

1. Mistura de eventos A forma mais tradicional de se obter pares de píons não correlacionados é através da *mistura de eventos*. Nessa técnica, utiliza-se píons de eventos distintos para construção dos pares com diferença de momento  $\mathbf{q} = \mathbf{k}_A - \mathbf{k}_B$ , isto é, o pión de momento  $\mathbf{k}_A$  é oriundo de um evento distinto daquele de momento  $\mathbf{k}_B$ . Do ponto de vista técnico, o método consiste em escolher dois eventos semelhantes e combinar todos os píons de um evento com os píons do outro, formando assim a distribuição  $\mathcal{B}$ . Apesar da eficiência do método em eliminar correlações entre os píons, essa técnica possui duas características: (i) nos pares de píons combinados dessa forma não há conservação de momento e (ii) há grande margem para ambiguidades no critério de combinação dos eventos, ou, em outras palavras, o que define dois eventos semelhantes? Ambas deficiências (i) e (ii) podem ser contornadas. A primeira através da *razão dupla* a ser introduzida na Sec. 4.1 e a segunda adotando como critério de semelhança de dois eventos o fato de ambos terem multiplicidade similar na mesma região de  $\eta$  (ver Sec. 3.3.1 para  $\eta$ ).

2. **Pares de cargas opostas** Píons de cargas opostas são emitidos de fontes não correlacionadas no sistema  $pp$ , e poderiam servir para construção da distribuição  $\mathcal{B}$ . Entretanto, os pares assim formados podem vir de uma mesma ressonância (por exemplo  $\rho \rightarrow \pi^+ \pi^-$ ). Tais ressonâncias introduzem distorções na função de correlação (ver Sec. A.1). Além do mais, pares de cargas opostas podem carregar correlações semelhantes às aquelas presentes em pares de mesma carga (de origem distinta de Bose-Einstein), e eliminar comportamentos desejáveis em  $\mathcal{C}$ .
3. **Razão dados/Monte Carlo** Os geradores de Monte Carlo (como é o caso do Pythia6 [8]) não simulam correlações de Bose-Einstein, e portanto poderiam ser utilizados para construção da função de correlação através da razão  $\mathcal{C} = \left( \frac{d^6 N(k_A, k_B)}{d^3 k_A d^3 k_B} \right)_{\text{dados}} / \left( \frac{d^6 N(k_A, k_B)}{d^3 k_A d^3 k_B} \right)_{\text{MC}}$ . Entretanto, em algumas situações, a descrição dos dados por parte do Monte Carlo não é plenamente satisfatória, particularmente no que diz respeito à distribuição de multiplicidade de partículas por evento. Por este motivo, é relevante que se investigue a simulação que melhor descreva o conjunto de dados. Ainda assim, a construção da função de correlação através desse método não é totalmente eficaz.

Todas as técnicas descritas acima foram estudadas nesse trabalho, e são apresentadas na Sec. A.1. O método escolhido para obtenção dos resultados finais foi a *mistura de eventos*. Os outros métodos foram utilizados na estimativa de incertezas sistemáticas.

---

O capítulo 2 resume os conceitos básicos necessários para o entendimento da análise HBT apresentada adiante neste trabalho. Evidentemente, o conteúdo nele presente corresponde a um tênue vislumbre de todo desenvolvimento teórico e experimental que há neste rico campo de pesquisa. Um artigo de revisões com diversas referências sobre o tema pode ser encontrado na Ref. [9].

# Capítulo 3

## LHC e o experimento CMS

Esta seção faz uma breve apresentação das condições experimentais do LHC e do detector CMS sobre a qual o estudo HBT pôde ser implementado.

### 3.1 O LHC no cenário da Física de Altas Energias

As pioneiras investigações conduzidas por Rutherford em 1911 utilizavam partículas- $\alpha$  oriundas de uma fonte de rádio para investigação da estrutura da matéria. Os poucos MeV de energia das partículas- $\alpha$  utilizadas por Rutherford evoluíram, hoje, para a escala TeV atingida em aceleradores de partículas. Não obstante, a finalidade das investigações permanece essencialmente a mesma: entender a estrutura da matéria e suas interações. Os tópicos listados a seguir resumem algumas das principais motivações de se explorar a escala TeV em anéis de colisão nos dias de hoje.

- O enorme sucesso da teoria eletrofraca de Glashow-Weinberg-Salam é sustentada pelas mais de quatro décadas de finos acordos experimentais com predições teóricas [10]. Quando escrita como teoria de gauge para o grupo  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$  sem quebra de simetria, entretanto, o modelo apresenta problemas com os termos de massa para férmions ( $\bar{\psi}\psi$ ) e bósons vetoriais massivos ( $Z_\mu Z^\mu$  e  $W_\mu^+ W_\mu^-$ ), violando invariância de gauge no primeiro caso e quebrando a renormalizabilidade no segundo. Além disso, alguns processos violam a unitariedade [11], como é o caso de  $\nu + \nu \rightarrow W^+ + W^-$ . Uma solução para dar massa às partículas de forma invariante de gauge, preservar a renormalizabilidade e ainda garantir a unitariedade de todos os processos é através do mecanismo de Higgs. Tal mecanismo, contudo, pressupõe a existência de ao menos um bóson escalar neutro massivo, cuja existência foi confirmada quando da conclusão deste trabalho.
- A descrição das interações fortes é feita através da teoria de gauge para o grupo  $SU(3)_C$ , e leva o nome de cromodinâmica quântica. Juntamente com

as interações eletrofracas, essas duas teorias compõem o que se conhece por Modelo Padrão. Embora exhaustivamente corroborado por medidas experimentais, o Modelo Padrão carece de respostas a certas questões [12], como por exemplo (i) a falta de um candidato à matéria escura; (ii) a falta de uma descrição quântica da gravitação e (iii) a falta de uma descrição dinâmica para conservação do número bariônico e consequente estabilidade do próton. Essas e outras questões motivam a especulação de teorias que vão além do Modelo Padrão. Algumas das mais populares alternativas são os modelos superssimétricos, aqueles que propõe dimensões espaciais extras e as teorias de grande unificação.

- O Plasma de Quarks e Glúons é um estado da matéria que emerge da cromodinâmica quântica quando quarks e glúons são submetidos a altíssimas densidades e temperaturas. A compreensão da matéria e suas interações em tais condições extremas, que se acredita ter existido logo após a criação do Universo, podem ser a chave para o entendimento da evolução da matéria do universo primordial até os dias de hoje.

Tanto a busca pelo bóson de Higgs quanto a procura por física além do Modelo Padrão e o estudo do Plasma de Quarks e Glúons têm como grande expoente de sua investigação os aceleradores de partículas. No decorrer das próximas décadas, o *Large Hadron Collider* (LHC) será o principal experimento de Física de Altas Energias em atividade no mundo. Localizado a 100 metros de profundidade na fronteira entre França e Suíça, no *Conseil Européen pour la Recherche Nucléaire* (CERN), os 27 km de túnel abrigam o anel de colisão que choca prótons e núcleos de chumbo ( $pp$ ,  $PbPb$  e futuramente  $pPb$ ) a energias na escala TeV. Detectores localizados em quatro pontos ao longo do túnel subterrâneo (ALICE, ATLAS, CMS e LHCb) coletam dados originados das colisões. A Fig. 3.1 ilustra o complexo envolvendo os experimentos.

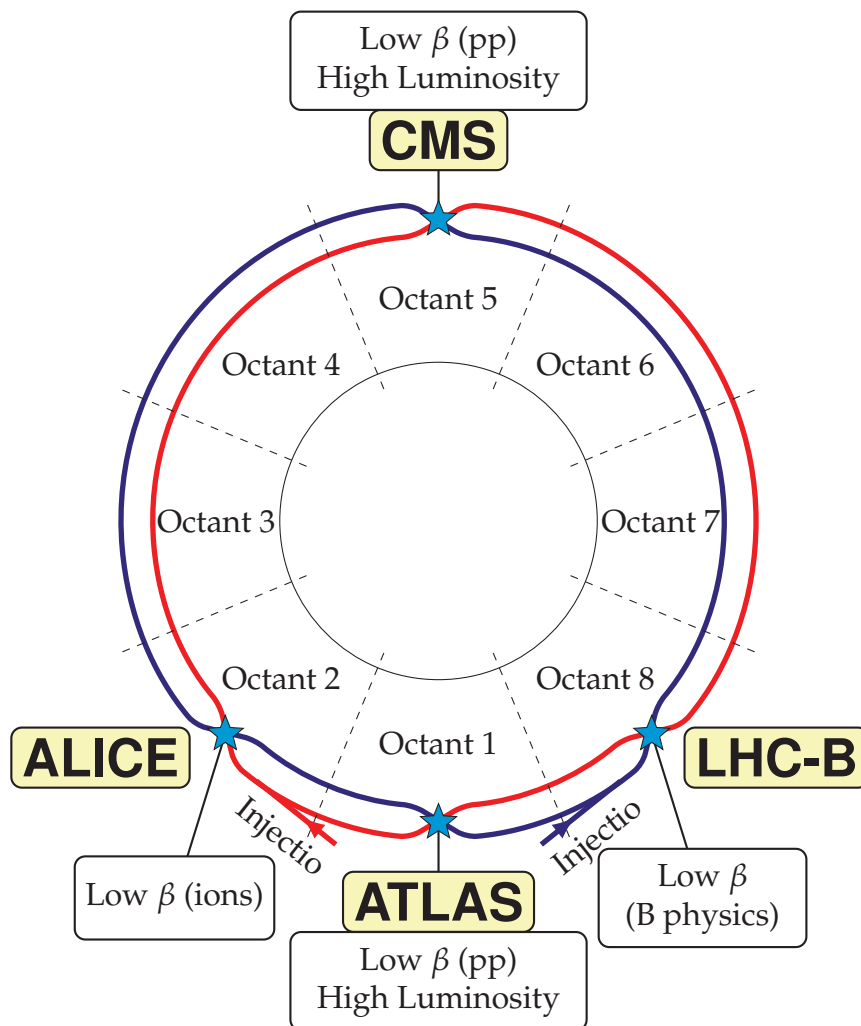


Figura 3.1: Visão geral do LHC e seus experimentos [15]. Feixes de prótons previamente acelerados a 450 GeV são injetados em sentidos opostos e acelerados a energias na escala TeV. Lentes magnéticas localizadas nos octantes 1, 2, 5 e 8 colimam os feixes e produzem as colisões. Nos experimentos ATLAS e CMS, o número de interações próton-próton por segundo é da ordem de  $10^9$ .

O *Compact Muon Solenoid* (CMS), um dos quatro experimentos do LHC, é um detector de propósito geral capaz de investigar desde a física além do Modelo Padrão, passando por medidas eletrofracas de precisão até o estudo da matéria nuclear quente. Os dados ali produzidos são distribuídos para análise ao redor do mundo através de uma estrutura de *grid* de computadores. O presente trabalho fez uso dos dados coletados pelo CMS e da estrutura de *grid* do *Sao Paulo Research and Analysis Center* (SPRACE) para investigação do sistema formado em colisões *pp* através do efeito Hanbury-Brown–Twiss (HBT). A próxima seção é dedicada a uma breve descrição do experimento.

## 3.2 Visão básica do detector CMS

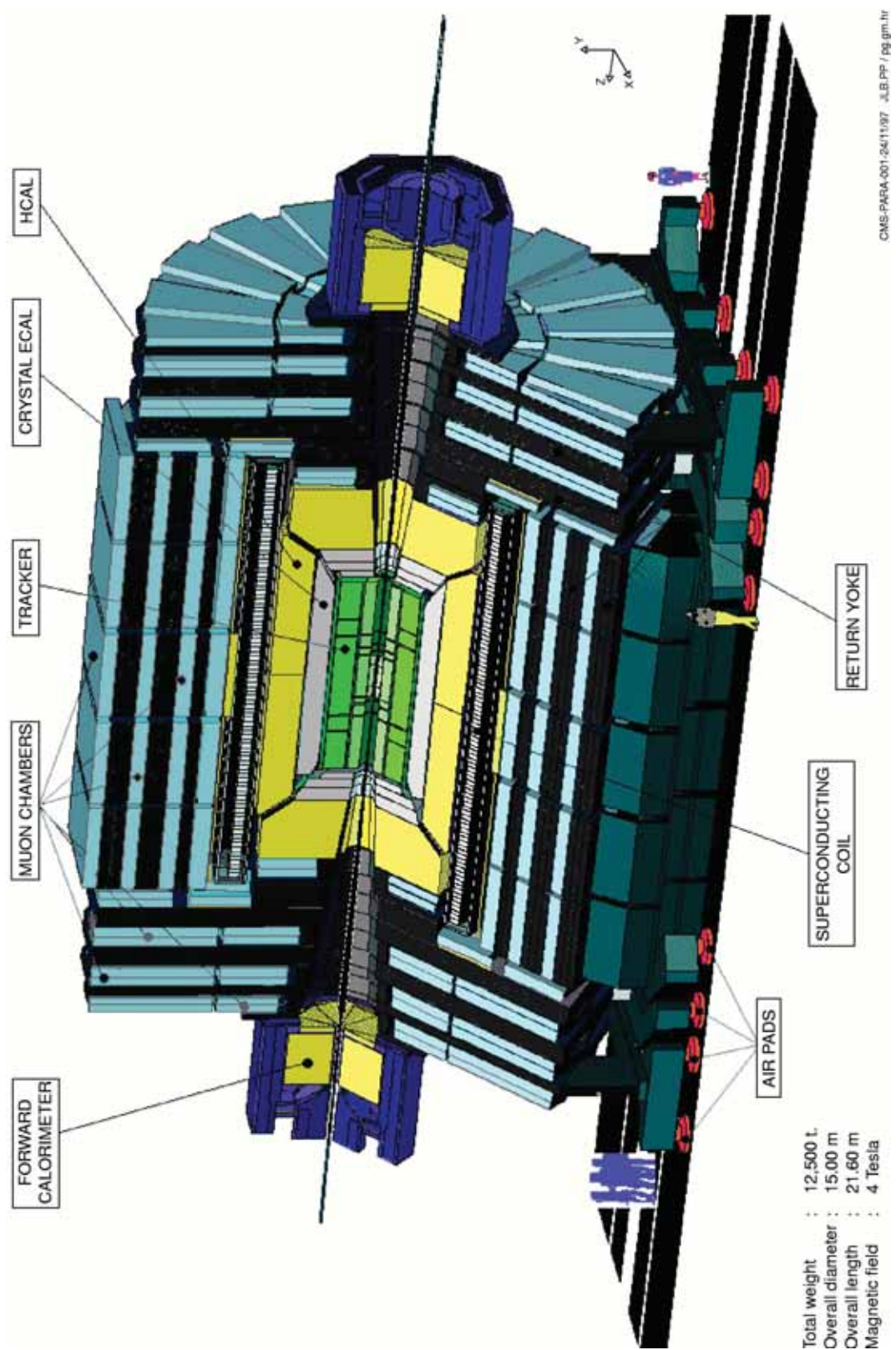
Diversos subsistemas compõem o detector CMS, cada um explorando um tipo diferente de interação das partículas com a matéria. O funcionamento em conjunto de todos esses subsistemas provê grandezas físicas como momento, energia, carga e massa das partículas que atravessam o detector. Um desenho esquemático do experimento pode ser visto na figura da página 20. O CMS é composto por quatro principais subdetectores, dispostos em camadas cilíndricas na seguinte ordem:

1. **Sistema de detecção de traços (*tracker*)**, detectores de silício localizados na parte mais interna do experimento. Opera através de junções p-n sensíveis à passagem de partículas carregadas. É responsável pela reconstrução das trajetórias das partículas próximo ao ponto de colisão.
2. **Calorímetro eletromagnético (ECAL)**, cristais de tungstato de chumbo ( $\text{PbWO}_4$ ) onde fótons e elétrons depositam sua energia através de cascatas eletromagnéticas. O sinal luminoso gerado nos cristais é coletado e amplificado por fotomultiplicadoras de silício.
3. **Calorímetro hadrônico (HCAL)**, absorvedores de bronze intercalados a cintiladores plásticos. A fração eletromagnética do chuveiro hadrônico induzido pelos absorvedores é detectada nos cintiladores. O sinal luminoso ali produzido é coletado por fibras ópticas e amplificado por fotodiodos.
4. **Câmara de múons**, detectores gasosos localizados na parte mais externa do CMS responsáveis pela detecção de múons. Opera através da captura de íons gerados pelos múons ao passarem pelo meio gasoso.

A escolha e disposição desses detectores na composição do CMS foi feita de tal maneira que toda partícula conhecida até hoje (com exceção do neutrino) que passe pelo detector antes de decair deixará sinal em pelo menos um desses sistemas. A cobertura em ângulo sólido do experimento é de 98% de  $4\pi$ .

Apesar da enorme proliferação de novas partículas descobertas nas últimas décadas, apenas algumas delas têm vida média grande o suficiente para alcançar o detector. A forma como tais partículas interagem com a matéria é extremamente bem conhecida, e os experimentos de altas energias são projetados com o objetivo de detectá-las. Tais partículas são listadas a seguir, juntamente com uma breve descrição do tipo de interação associada à detecção de cada uma delas [13].





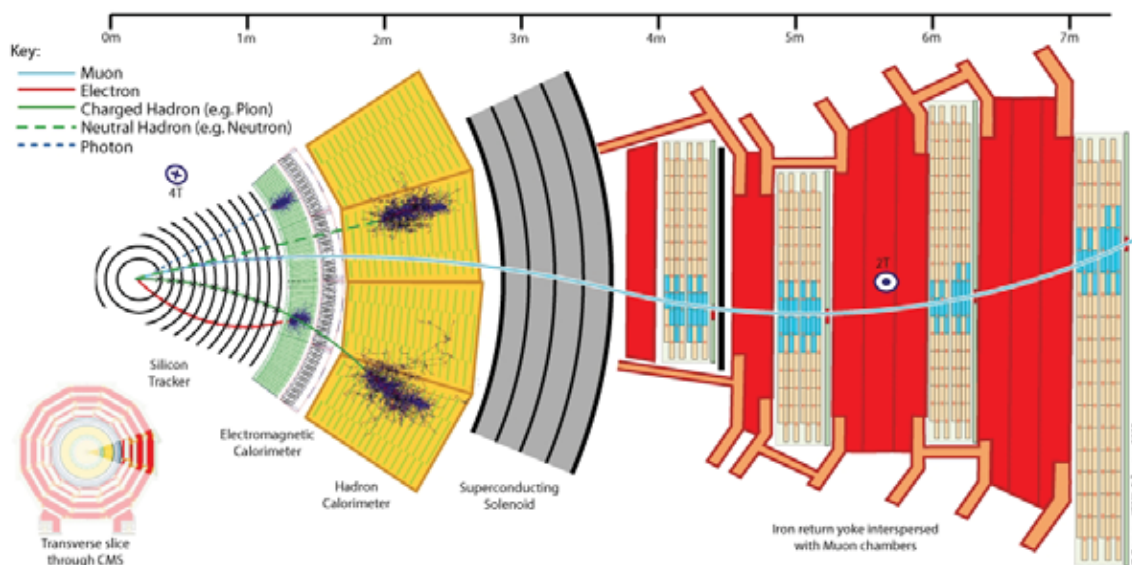


Figura 3.2: Corte transversal do detector CMS e ilustração dos mecanismos de detecção das principais partículas que atravessam o experimento [14].

1. **Múons**, deixam sinal no sistema de traços, passam pelos calorímetros eletromagnético e hadrônico e deixam sinal nas câmaras de múons. Como o múon é a única partícula carregada capaz de chegar às camadas mais externas do detector, um traço com tais características é um forte candidato a múon. É a partícula que apresenta melhor eficiência de identificação no CMS.
2. **Elétrons**, passam pelo sistema de traços irradiando Bremsstrahlung e deixando sinal nas junções p-n dos detectores de silício. Em seguida, depositam toda sua energia no calorímetro eletromagnético através de cascatas eletromagnéticas. Das partículas que alcançam o detector, o elétron é a única que emite Bremsstrahlung ao deixar sinal no sistema de traços e para completamente no calorímetro eletromagnético. Todo traço com essa característica é um forte candidato a elétron.
3. **Píons, káons e prótons**, são os hádrons carregados com vida média suficientemente grande que deixam sinal no sistema de traços, interagem pouco com o calorímetro eletromagnético e depositam toda sua energia no calorímetro hadrônico. A distinção entre essas partículas pode ser feita, no CMS,

através da taxa de deposição de energia nos detectores de silício<sup>1</sup>, o  $dE/dx$ .

4. **Neutrons**, interagem apenas com o calorímetro hadrônico, onde depositam toda sua energia.
5. **Fótons**, interagem predominantemente com o calorímetro eletromagnético, depositando toda sua energia através de cascatas eletromagnéticas. A identificação de fótons é uma tarefa bastante complexa por depender do sinal isolado em apenas um subsistema, porém de enorme relevância para investigações físicas por ser um canal “limpo”.
6. **Jatos**, apesar de serem compostos por diversas partículas originadas da hadronização de um quark ou glúon, são geralmente tratados, no CMS, como um único objeto físico. Sua identificação se dá predominantemente através da deposição de energia nos calorímetros eletromagnético e hadrônico.

Das partículas listadas acima, píons são as de maior abundância em colisões próton-próton, e as de maior interesse na análise HBT a ser discutida neste trabalho. Sua detecção se dá substancialmente através do sistema de detecção de traços, subdetector descrito em detalhes na seção 3.3.2. A descrição completa do CMS pode ser encontrada na Ref. [14]. Como bibliografia em português, recomendando a Ref. [15].

---

<sup>1</sup>No CMS, a separação  $\pi/K/p$  é possível apenas para momentos inferiores a  $\approx 1$  GeV.

### 3.3 Variáveis de interesse à análise HBT no CMS

Na seção 3.2 foi apresentada a visão geral de como opera o detector CMS. Agora, especial ênfase será dada ao campo magnético presente no interior do experimento e ao sistema de detecção de traços. Juntos, tais sistemas são responsáveis por determinar, entre outras quantidades, o momento  $\mathbf{p}$  de cada partícula, grandeza de especial interesse para a presente análise.

#### 3.3.1 Campo magnético e geometria do detector

O elemento que dá estrutura ao CMS é o solenóide supercondutor de 14 m de diâmetro e 21.6 m de comprimento. Com uma estrutura de ferro pesando 12.000 toneladas, o solenóide fornece, além de um campo magnético constante de 3.8 Tesla em seu interior, o suporte para a montagem de todos os outros subdetectores do CMS.

A variável geométrica conveniente para definir regiões de cobertura do detector é a pseudorapidez  $\eta$ , que relaciona grandezas cinemáticas das partículas emergentes ao ângulo polar  $\theta$  (ver Fig. 3.3) através da expressão,

$$\eta = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{|\mathbf{p}| + p_L}{|\mathbf{p}| - p_L} \right) = -\ln \left[ \tan \left( \frac{\theta}{2} \right) \right]. \quad (3.1)$$

O sistema de detecção de traços encontra-se em um volume cilíndrico de 2.6 m de diâmetro e 5.8 m de comprimento no interior do solenóide, tendo cobertura em pseudorapidez de  $|\eta| < 2.4$ .

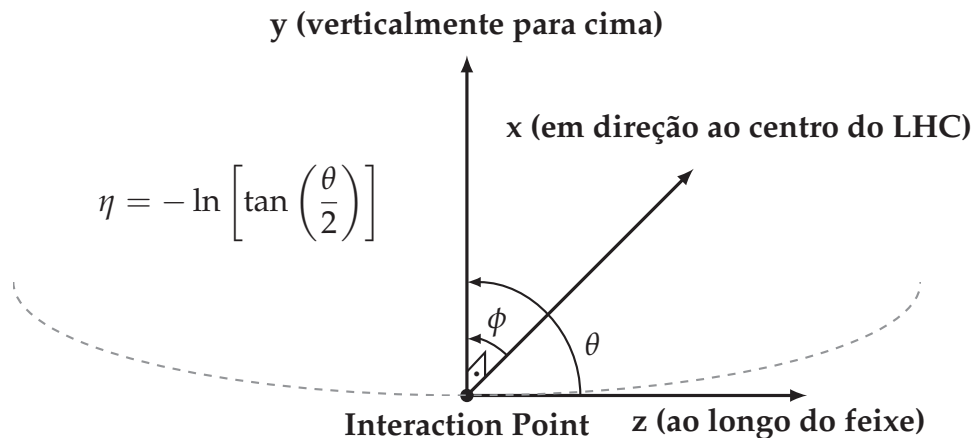


Figura 3.3: Variáveis geométricas e sistema de coordenadas do CMS.

### 3.3.2 Sistema de detecção de traços

O sistema de detecção de traços (*tracker*) é composto por detectores de silício – junções p-n sensíveis à passagem de partículas carregadas. Ao passar por uma dessas junções, a partícula gera íons que são coletados pela eletrônica do sistema. Tais íons dão origem a um sinal. O conjunto de diversos sinais, deixados ao longo de todo o tracker, são então filtrados e interpolados, dando origem à trajetória da partícula (Fig. 3.4-(b)). O momento de cada partícula é obtido a partir da curvatura dessa trajetória sob o campo magnético presente no interior do experimento. A grande precisão na reconstrução da trajetória da partícula fornecida pelo sistema de traços garante boa precisão na determinação de seu momento, da ordem de  $\sigma(\delta p_T/p_T) \approx 2\%$ .

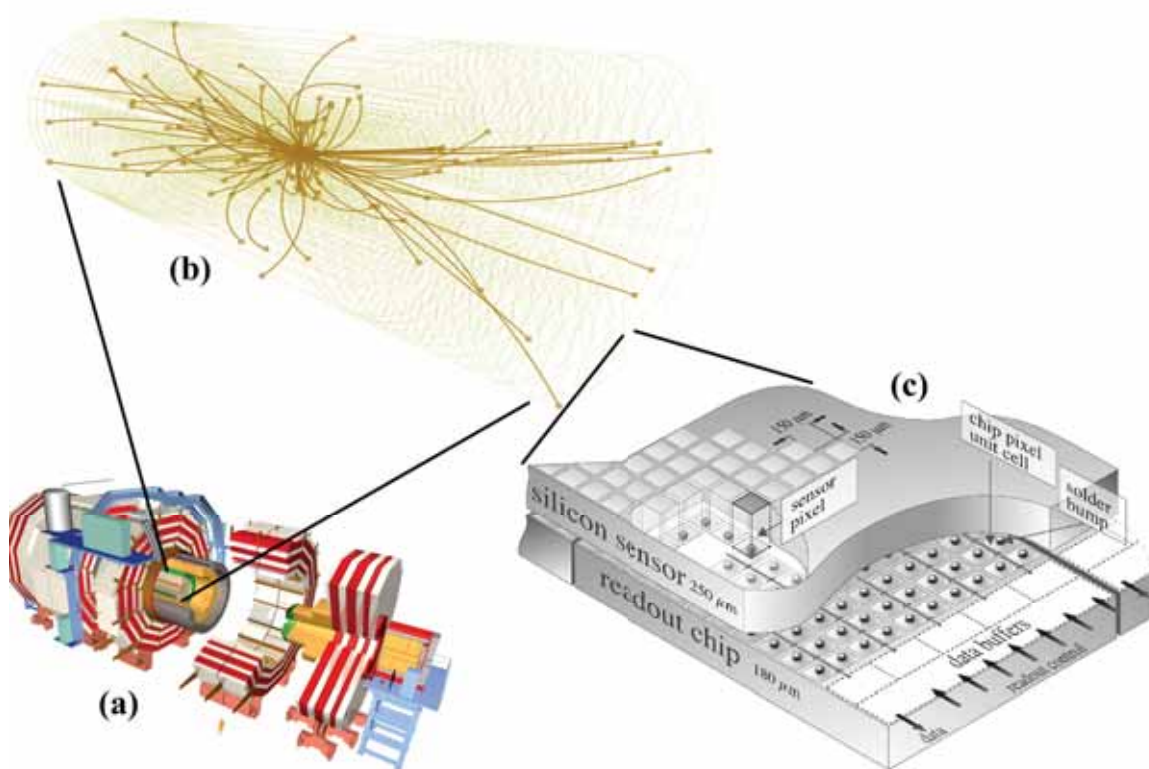


Figura 3.4: (a) Detector CMS. (b) Trajetórias reconstruídas no sistema de traços (imagem obtida através do software EventDisplay do CMS para colisões  $pp$  a  $\sqrt{s} = 7$  TeV). (c) Pixels do sistema de traços.

O tracker está dividido entre *pixels* e *strips*. Na região mais interna, próxima ao ponto de colisão, está presente o sistema de *pixels*, onde cada junção p-n é um *pixel* de  $\approx 100 \times 150 \mu\text{m}^2$  com eletrônica independente (Fig. 3.4-(c)). São três

camadas de *pixels* localizadas em  $r = 4.4, 7.3$  e  $10.2$  cm, totalizando 66 milhões de *pixels*. Tal quantidade de *pixels* é necessária devido à grande densidade de partículas nessa região.

Na região pouco mais externa ao sistema de *pixels* ( $20 < r < 110$  cm) a densidade de partículas diminui, permitindo o uso de *microstrips*: junções p-n em forma de faixas. Entre  $20 < r < 55$  cm as *microstrips* têm  $10 \text{ cm} \times 80 \mu\text{m}$ , e entre  $55 > r > 110$  cm suas dimensões são de  $25 \text{ cm} \times 180 \mu\text{m}$ . Ao total, são 10 camadas de *microstrips*.

Como última componente, o sistema de traços conta com as *endcaps*, conjunto de 2 camadas de *pixels* e 9 camadas de *microstrips* que atua como uma “tampa”, fechando o barril do sistema de traços.

As trajetórias das partículas são obtidas através da interpolação dos sinais deixados nos *pixels* e *strips*. Grosso modo, o algoritmo responsável por tal interpolação parte de um segmento de traço no sistema de *pixel* (conhecido como semente, ou *seed*) e, utilizando um algoritmo de reconhecimento de padrão baseado no filtro de Kalman [16], busca por sinais nas camadas mais externas do sistema de traços que coincidam com o segmento original [17]. O processo segue iterativamente e, para cada nova busca em uma camada mais externa, faz uso da informação adquirida na etapa anterior, além das equações de movimento da partícula no campo magnético e interação com o detector.

Apesar da alta eficiência do método, tal algoritmo está sujeito a certas limitações. A primeira das limitações são os traços falsos (*fake tracks*), onde há a reconstrução de um traço que, na realidade, não existe. A segunda das limitações são os traços divididos (*split tracks*), onde são reconstruídos dois traços muito próximos um do outro por onde, na realidade, passou apenas uma partícula. Alguns cortes podem ser adotados a fim de eliminar tanto traços falsos quanto traços divididos. Os cortes adotados na seleção de traços deste trabalho que visam a eliminação de traços falsos e divididos estão descritos na seção 4.2.

### 3.3.3 Identificação de partículas utilizando $dE/dx$

Partículas podem ser identificadas através da quantidade de energia que depositam ao passar pela matéria,  $dE/dx$  (MeV/cm). Tal identificação é relevante para a análise HBT desenvolvida neste trabalho, uma vez que o efeito Hanbury-Brown-Twiss envolve apenas píons de mesma carga. O sistema de traços é capaz de medir a taxa de deposição de energia das partículas que o atravessam, permi-

tindo assim identificá-las dentro de certa precisão. Esta seção mostra como tal identificação é feita.

O principal mecanismo pelo qual uma partícula perde energia ao passar pelo silício é através da ionização do meio (outros mecanismos como Bremsstrahlung ou aniquilação de par têm contribuição muito pequena nessas condições). A quantidade de íons gerados pela partícula carregada ao atravessar uma junção p-n é proporcional à energia depositada por essa partícula na junção, i.e., o  $dE$ . Mais precisamente, no silício, um íon é gerado a cada 3.62 eV de energia depositada. Dessa forma, o sinal deixado por uma partícula em um *pixel* não é somente “0” ou “1”, mas varia em intensidade.

Partículas de mesma carga mas diferentes massas depositam diferentes quantidades de energia ao passarem pela matéria. A expressão que relaciona a quantidade de energia depositada por um partícula de momento  $\mathbf{p}$  e massa  $m$  ao atravessar um *pixel* de espessura  $dx$  é dada pela equação de Bethe (ver Ref. [18], Sec. 27), que, para partículas moderadamente relativísticas, pode ser parametrizada por,

$$\frac{dE}{dx} = K \frac{m^2}{\mathbf{p}^2} + C \quad (3.2)$$

sendo  $K$  e  $C$  parâmetros universais a todas as partículas. A dependência em  $m$  torna possível a separação entre píons ( $m_\pi = 139.57$  MeV), kaons ( $m_K = 493.68$  MeV) e prótons ( $m_p = 938.27$  MeV) em um histograma de  $dE/dx$  vs.  $|\mathbf{p}|$ , como mostra a Fig. 3.5. (ali  $K = 2.341$  e  $C = 2.397$ ).

Definindo regiões no histograma  $dE/dx$  vs.  $|\mathbf{p}|$  é possível separar píons, kaons, prótons e núcleos  $\alpha$  para momentos inferiores a  $\approx 1.5$  GeV. É interessante notar, contudo, que a quantidade de píons é muito maior que das outras partículas. A razão  $\pi/K/p$  estimada a partir do histograma da Fig. 3.5 para  $0.2 \leq |\mathbf{p}| \leq 1.5$  GeV/c é  $100/4.15/3.73$ . A abundância de píons em colisões  $pp$  torna possível o estudo HBT sem que se faça a identificação de partículas, tal como feito nas duas análises publicadas anteriormente pela colaboração CMS sobre o efeito HBT [19, 20].

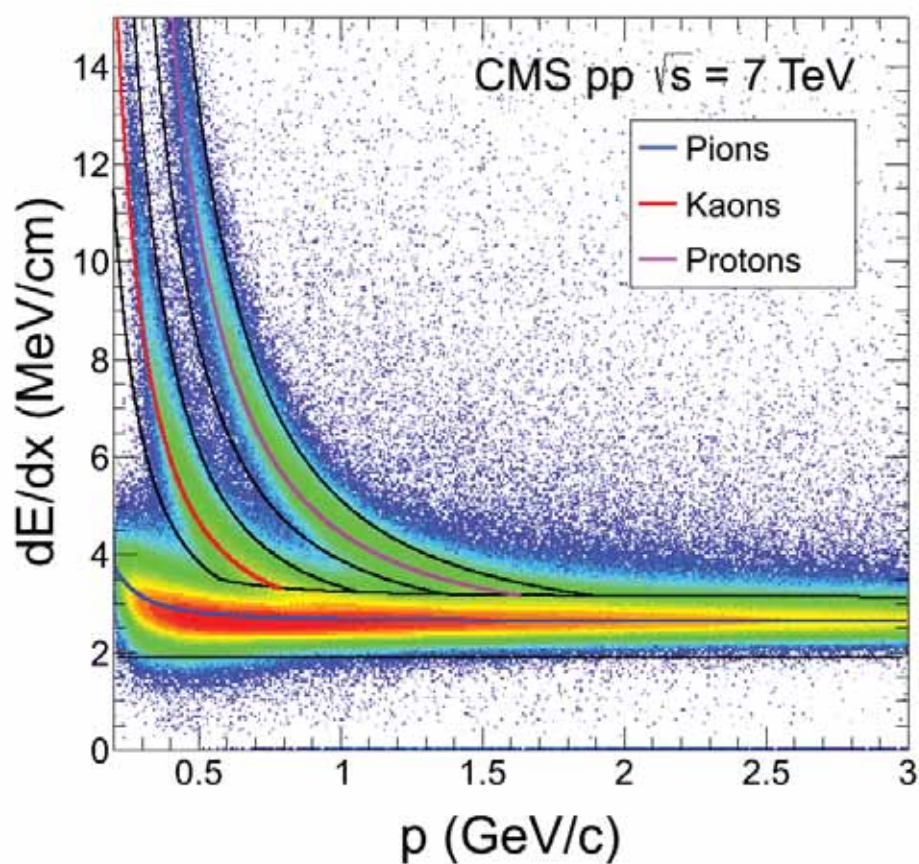


Figura 3.5: Identificação de partículas a partir de sua taxa de deposição de energia ao passar pelas junções p-n dos detectores de silício do CMS.



# Capítulo 4

## Análise do efeito HBT no detector CMS

As variáveis de interesse associadas às partículas produzidas nas colisões do LHC (i.e.  $\mathbf{p}$ ,  $\eta$ ,  $dE/dx$ , ...) estão disponíveis, no CMS, através de um software da colaboração chamado **CMSSW** (**CMS SoftWare**). Uma série de algoritmos desenvolvidos pela colaboração transformam os sinais “crus” deixados no detector em grandezas físicas de interesse. Os algoritmos relevantes para o presente trabalho foram descritos na Sec. 3.3. Esta seção mostra como os resultados da análise HBT foram obtidos a partir das grandezas físicas disponíveis no CMSSW.

### 4.1 Procedimento geral de análise

O escopo da análise HBT consiste na construção e estudo da função de correlação. O procedimento geral de construção da função de correlação pode ser resumido nos seguintes passos:

1. **Filtragem de eventos e traços.** Parte dos eventos coletados pelo CMS não contém física relevante ao estudo do efeito HBT. Apenas eventos que passam por um critério específico de seleção, visando a presença de traços primários oriundos diretamente da colisão, são submetidos à análise. Tais eventos são selecionados através de um *trigger*. Os traços das partículas armazenados em cada um dos eventos passam também por um filtro de qualidade. Somente após eventos e traços serem filtrados é que a análise HBT pode ser implementada. A descrição dos filtros é feita na Sec. 4.2.
2. **Obtenção do histograma de sinal.** O histograma de sinal corresponde à distribuição do espectro de duas partículas correlacionadas,  $\langle P(A)P(B) \rangle$ , sendo dada por,

$$\mathcal{A} = E_A E_B \frac{d^6 N(k_A, k_B)}{d^3 k_A d^3 k_B}. \quad (4.1)$$

Experimentalmente, tal distribuição é obtida a partir da combinação de pares de traços com momentos  $k_A$  e  $k_B$  provenientes do mesmo evento. São consideradas para análise todas as combinações de pares dentro de um mesmo evento, sem repetições. Uma correção devido à interação coulombiana entre partículas de mesma carga é aplicada, tanto na análise unidimensional quanto nos resultados em duas e três dimensões (ver Sec. A.2).

3. **Obtenção do histograma de referência.** O histograma de referência corresponde à distribuição do espectro de duas partículas não correlacionadas,  $\langle P(A) \rangle \langle P(B) \rangle$ , sendo dada por,

$$\mathcal{B} = E_A \frac{d^3 N(k_A)}{d^3 k_A} \cdot E_B \frac{d^3 N(k_B)}{d^3 k_B}. \quad (4.2)$$

Experimentalmente, tal distribuição é obtida a partir da combinação de pares de traços com momentos  $k_A$  e  $k_B$  provenientes de eventos distintos (ver Sec. 2.3).

4. **Obtenção da função de correlação.** A função de correlação,  $\mathcal{C}$ , é obtida a partir da razão entre os histogramas de *signal* e *referência*,

$$\mathcal{C} = \frac{\mathcal{A}}{\mathcal{B}} = E_A E_B \frac{d^6 N(k_A, k_B)}{d^3 k_A d^3 k_B} \bigg/ E_A \frac{d^3 N(k_A)}{d^3 k_A} \cdot E_B \frac{d^3 N(k_B)}{d^3 k_B} \quad (4.3)$$

A normalização das distribuições  $\mathcal{A}$  e  $\mathcal{B}$  é feita *a posteriori*, de forma que o número de entradas da distribuição de *signal* seja o mesmo que da distribuição de *referência*. Para tanto, a distribuição  $\mathcal{A}$  é multiplicada pelo fator  $\int \mathcal{B} / \int \mathcal{A}$ .

5. **Obtenção da razão dupla.** No primeiro artigo sobre a análise do efeito HBT publicado pelo CMS [19], diversos métodos para construção da distribuição de referência  $\mathcal{B}$  foram utilizados, cada um deles visando a obtenção de uma distribuição experimental que melhor descreva o espectro de duas partículas não correlacionadas,  $\langle P(A) \rangle \langle P(B) \rangle$ . Entretanto, do ponto de vista experimental, a obtenção de tal distribuição não é uma tarefa trivial, e a identificação de  $\mathcal{B}$  com  $\langle P(A) \rangle \langle P(B) \rangle$  não é totalmente equivalente. Não obstante, existe um procedimento capaz de reduzir a sensibilidade dos resultados à escolha de uma particular forma para construção de  $\mathcal{B}$ , além de reduzir efeitos de ineficiência de reconstrução de traços. Tal procedimento é conhecido por *razão dupla*.

Repetindo os passos de 1 a 4 para dados gerados com Pythia6 [8] e simulação da passagem pelo detector feita com Geant4 [21], constrói-se a função de correlação de Monte Carlo,  $\mathcal{C}_{MC}$ , que não simula correlações entre bósons idênticos. A razão (*Dupla*) é então obtida,

$$\mathcal{D} = \frac{\mathcal{C}_{\text{dados}}}{\mathcal{C}_{MC}} = \left( \frac{\mathcal{A}}{\mathcal{B}} \right)_{\text{dados}} / \left( \frac{\mathcal{A}}{\mathcal{B}} \right)_{MC}. \quad (4.4)$$

Pelo fato de o Monte Carlo não simular correlações entre bósons idênticos, a distribuição dada pela razão  $\mathcal{D} = \mathcal{C}_{\text{dados}}/\mathcal{C}_{MC}$  deveria eliminar todo comportamento introduzido em  $\mathcal{C}_{\text{dados}}$  devido ao método experimental de construção do espectro de duas partículas não correlacionadas. Uma breve discussão sobre a eficiência desse procedimento é feita na Sec. A.1.

6. **Extração dos parâmetros.** Os parâmetros associados ao sistema formado nas colisões  $pp$  podem finalmente ser obtidos através do ajuste de uma parametrização para  $D(q)$  sobre a distribuição  $\mathcal{D}$ . O estudo de diferentes ajustes sobre a função de correlação é apresentado na Sec. A.4.

Quando dei início ao estudo do efeito HBT em colisões  $pp$  no CMS, escrevi o programa que faz toda análise descrita nas etapas acima, baseando-me fortemente nos passos seguidos por um grupo de Padova (Italia) que já havia realizado tal análise dentro da colaboração [19]. A idéia inicial do estudo era utilizar o programa escrito por mim para estender o trabalho anterior a cenários ainda não explorados dentro do CMS. Contudo, como o trabalho de Padova já havia passado por todo crivo da colaboração, foi decidido que todos os novos resultados (referentes à análise HBT multidimensional apresentada neste trabalho) seriam implementados, por mim, no código já existente. Não obstante, a compatibilidade de meu primeiro trabalho com a análise desenvolvida anteriormente pode ser vista nas Figs. 4.1 e 4.2, onde são apresentadas as funções de correlação de dado e Monte Carlo obtidas a partir dos passos descritos acima, em função de  $q = q_{\text{inv}} = \sqrt{-q^\mu q_\mu}$ .

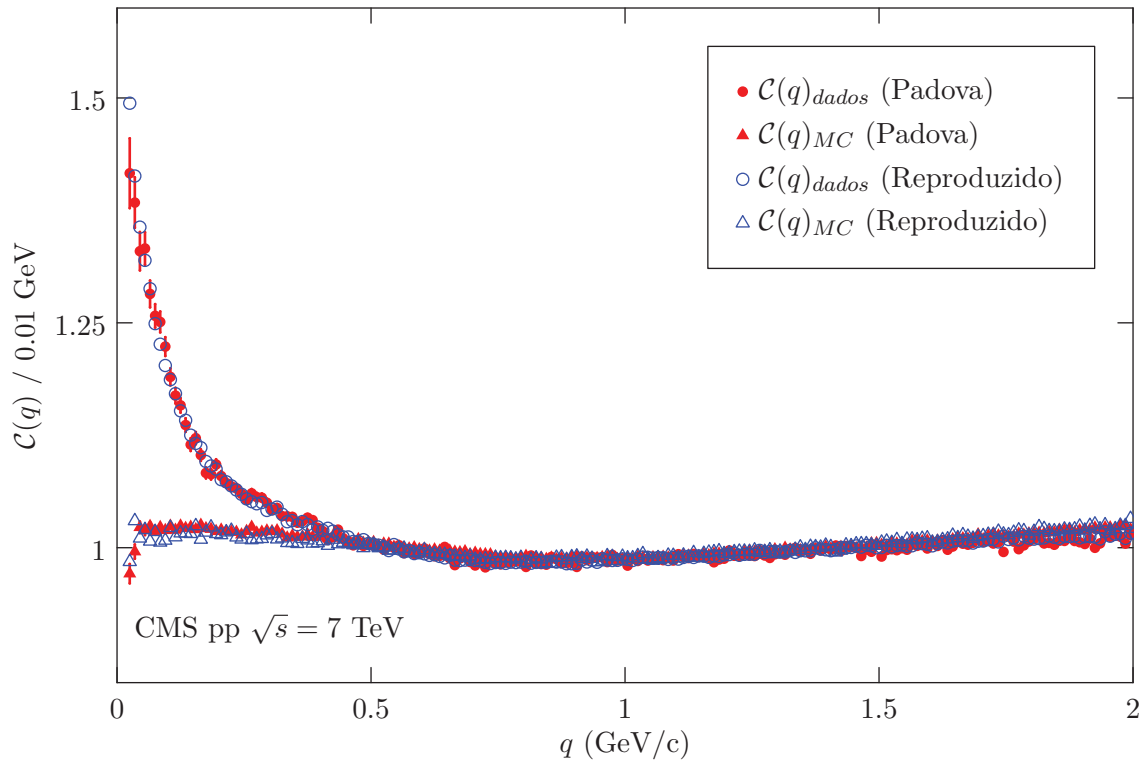


Figura 4.1: Função de correlação,  $\mathcal{C}(q)$ , para dados reais e de Monte Carlo. Os pontos cheios correspondem aos resultados obtidos com o programa desenvolvido pelo grupo de Padova, e os pontos vazios àqueles reproduzidos com programa escrito por mim. A tendência de bósons idênticos serem emitidos com momentos próximos é refletida no aumento de contagem para  $q \lesssim 0.5$  nos dados reais. Por não simular correlações de Bose-Einstein, o Monte Carlo não apresenta tal comportamento. O raio-HBT é obtido através do ajuste de  $D(q)$  sobre a distribuição  $\mathcal{D}(q) = \mathcal{C}(q)_{\text{dado}} / \mathcal{C}(q)_{\text{MC}}$ .

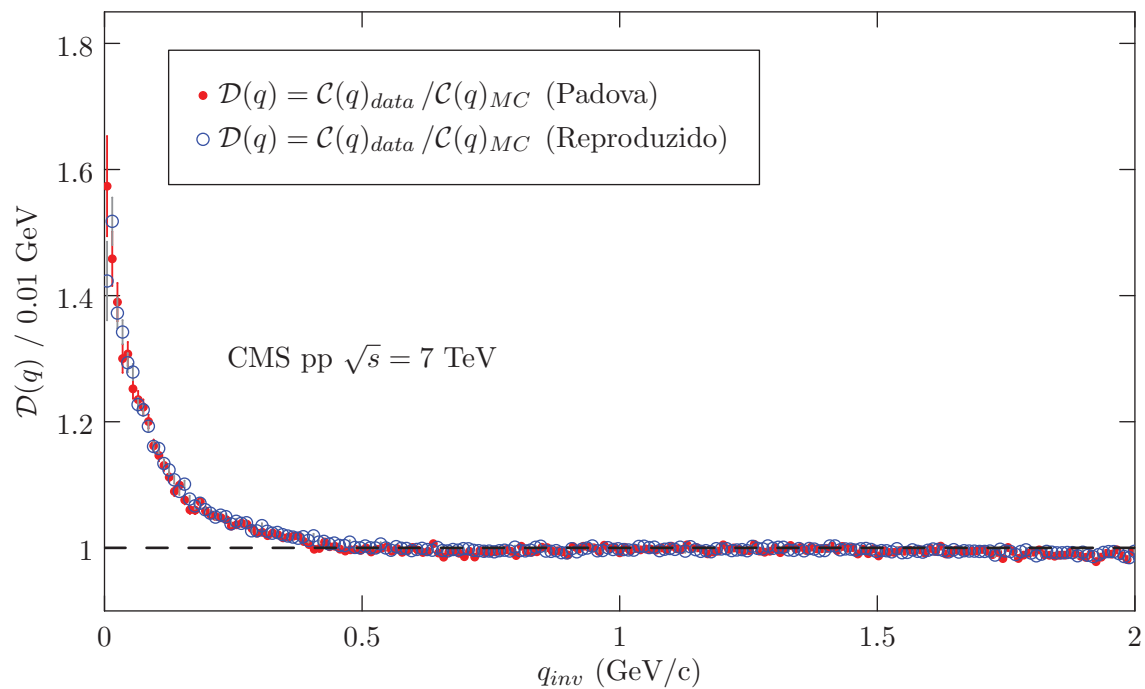


Figura 4.2: Razão (dupla)  $\mathcal{D}(q) = \mathcal{C}(q)_{\text{dado}} / \mathcal{C}(q)_{MC}$  das funções de correlação da Fig. 4.1. As incertezas experimentais são estatísticas apenas.

## 4.2 Seleção de eventos e traços

Ao longo de 2011, o LHC acumulou luminosidade integrada de  $\mathcal{L} = 5.0 \text{ fb}^{-1}$  colidindo prótons a energia de  $\sqrt{s} = 7 \text{ TeV}$  no centro de massa. Tamaña luminosidade é necessária para busca de física além do Modelo Padrão, como discutido na seção 3.1. A chamada “física mole”, ou de baixos  $p_T$ , na qual se enquadra o estudo do efeito HBT, requer luminosidade muito menor. O presente trabalho utilizou 2.7 milhões de eventos armazenados ao longo do início de 2010, o que corresponde a uma luminosidade de  $25 \mu\text{b}^{-1}$  (supondo  $\sigma(pp) = 110 \text{ mb}$ ). Para Monte Carlo, foram utilizados 1.5 milhões de eventos gerados com Pythia6 [8], cuja simulação da passagem pelo detector foi feita através do Geant4 [21].

Existem alguns requisitos que um evento deve cumprir para que seja aceito para análise. Tais requisitos visam selecionar apenas eventos que contenham física relevante ao efeito HBT, mantendo, contudo, uma coleção *minimum bias* (viés mínimo). As condições exigidas para que um evento fosse aceito para análise no presente trabalho são as seguintes:

1. O evento não deve conter traços divididos (*split tracks*; veja seção 3.3.2);
2. O evento deve conter ao menos um traço satisfazendo as seguintes condições:
  - (a) Não ser um traço falso (*fake track*; veja seção 3.3.2);
  - (b) Ter parâmetro de impacto no eixo-z a menos de 15 cm do ponto de colisão;
  - (c) Ter parâmetro de impacto no plano- $xy$  a menos de 2 cm do ponto de colisão;
  - (d) Ter mais do que 4 graus de liberdade no ajuste;

Tais condições garantem que o evento seja de fato fruto de uma colisão, uma vez que o traço emerge de uma região muito próxima ao ponto de interação.

Uma vez que o evento satisfaça as condições especificadas acima, cada traço dentro desse evento é também submetido a um filtro de qualidade. Os cortes sobre os traços utilizados neste trabalho seguiram as mesmas exigências que nas análises do efeito HBT realizadas anteriormente pelo grupo de Padova [19, 20]. Apenas traços satisfazendo os cortes abaixo foram utilizados para análise.

1.  $p_T > 0.2 \text{ GeV}$  Tal condição garante que a partícula tenha momento transversal suficientemente grande para atingir as três camadas de *pixels* do sistema de traços do detector, conferindo assim boa reconstrução de sua trajetória.
2.  $|\eta| < 2.4$  A cobertura em pseudorapidez do barril do sistema de traços é de  $|\eta| < 2.4$ . Tal condição garante, portanto, que a partícula esteja dentro do barril.
3.  $\chi_{\text{red}}^2 < 5$  e  $N_{\text{dof}} > 5$  Estes cortes requerem que o ajuste sobre os traços tenha bom  $\chi^2$  reduzido e alto número de graus de liberdade, visando assim traços bem reconstruídos.
4.  $d_{xy} < 0.15 \text{ cm}$  A distância de maior aproximação do ajuste de um traço ao ponto de colisão é chamada de  $d_{xy}$ . A condição  $d_{xy} < 0.15 \text{ cm}$  visa selecionar traços primários, i.e., oriundos diretamente da colisão, e não de decaimentos secundários.
5.  $R_{xy} < 20 \text{ cm}$  A primeira camada de *pixels* do CMS está a 4.4 cm de distância do feixe no plano- $xy$ . Dessa forma, o primeiro sinal físico deixado por uma partícula ao atravessar o detector está, no máximo, a alguns centímetros do ponto de colisão. A condição  $R_{xy} < 20 \text{ cm}$  requer que o primeiro sinal físico da partícula esteja a menos de 20 cm de distância do feixe no plano- $xy$ . Este corte opera conjuntamente com o corte em  $d_{xy}$ , e visa eliminar traços falsos.

Os cortes descritos acima visam a obtenção de uma coleção de traços primários com boa qualidade de reconstrução, sem entretanto exigir demasiada qualidade sobre eles e introduzir algum tipo de viés (*bias*). O balanço entre corte/qualidade/*bias* é uma das tarefas mais delicadas e laboriosas nas análises do gênero. Felizmente, o presente trabalho contou com estudo prévio dos cortes feito pelo grupo de Padova, e apenas o resumo dos resultados é apresentado aqui, na forma dos itens acima e das distribuições da Fig. 4.3, obtidas após todos os cortes serem implementados.

Uma vez obtidos eventos e traços de boa qualidade, a análise do efeito HBT pode finalmente ser implementada. As próximas seções dedicam-se à descrição detalhada da análise HBT no detector do CMS.

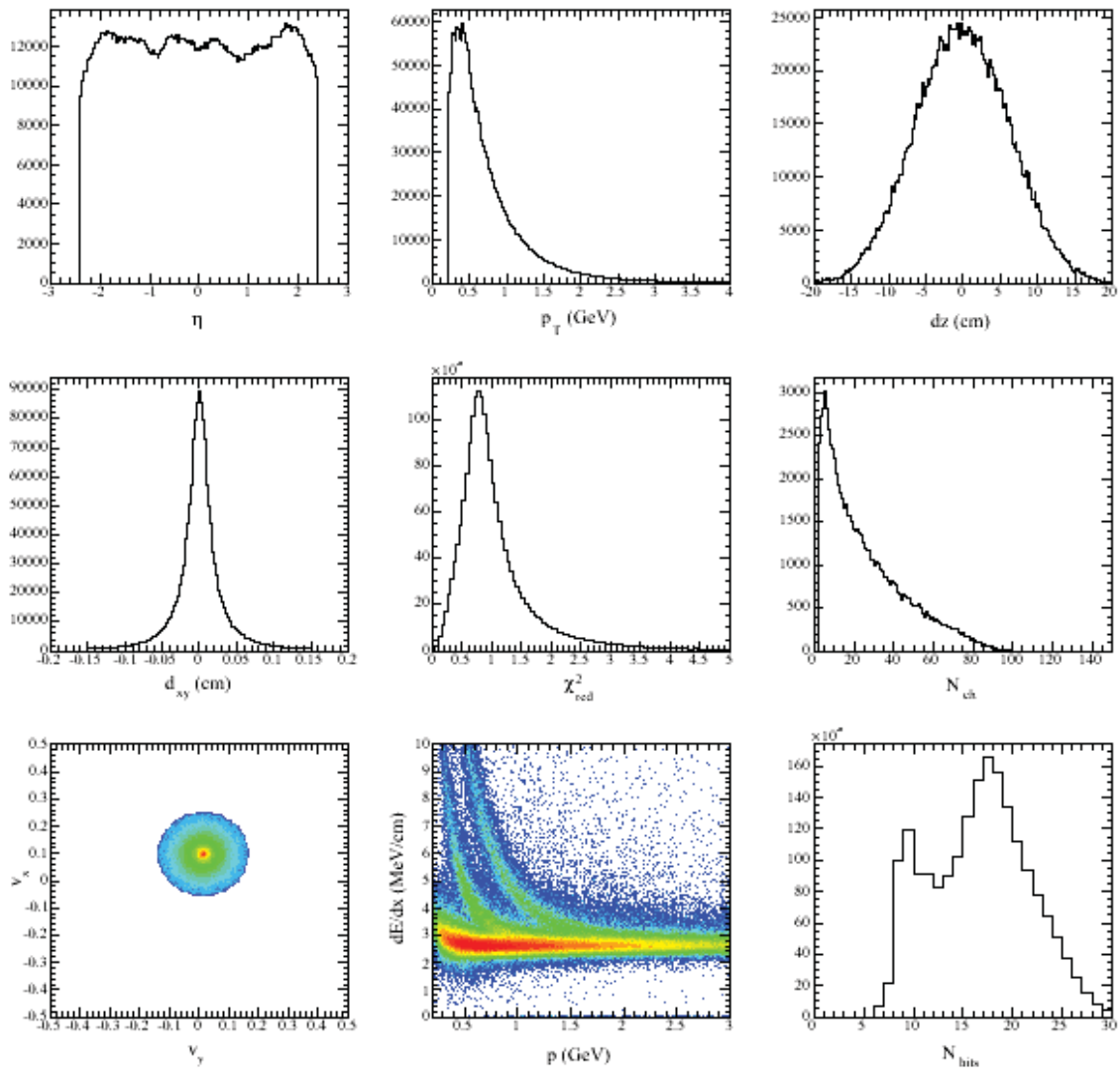


Figura 4.3: Distribuições de controle dos traços utilizados na análise do efeito HBT no CMS:  $\eta$  (pseudorapidez);  $p_T$  (momento transversal),  $d_z$  (parâmetro de impacto no eixo-z);  $d_{xy}$  (parâmetro de impacto no plano- $xy$ );  $\chi^2_{\text{red}}$  (Chi-quadrado do ajuste do traço);  $N_{\text{ch}}$  (multiplicidade de partículas carregadas);  $(v_x, v_y)$  (posição do vértice do traço);  $dE/dx$  (perda de energia);  $N_{\text{hits}}$  (número de hits no traço). As distribuições foram obtidas após todos os cortes serem aplicados sobre os traços.



## 4.3 Resultados

### 4.3.1 Análise HBT em $q_{inv}$

A função de correlação em função de  $q_{inv} = \sqrt{-q^\mu q_\mu}$  obtida a partir dos seis passos descritos na Sec. 4.1 e utilizando a seleção de eventos e traços descritas na Sec. 4.2 é apresentada na Fig. 4.4. O raio-HBT do sistema próton-próton estimado dessa forma é  $R = 1.863 \pm 0.015$  fm, utilizando o ajuste da Eq. (2.26).

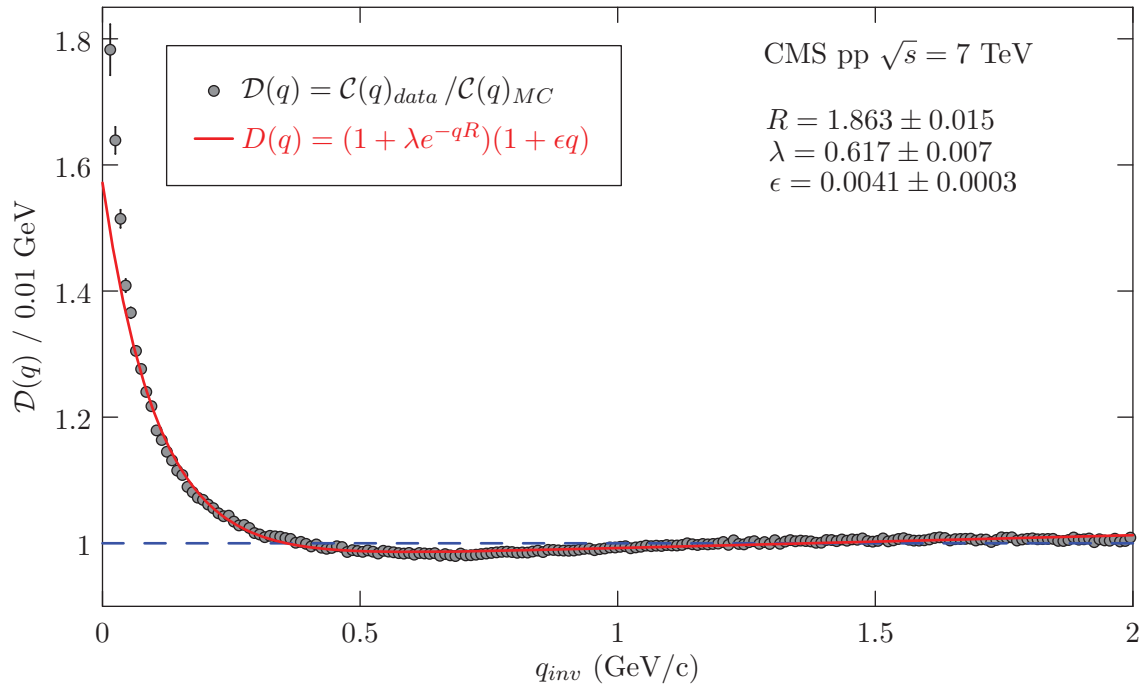


Figura 4.4: Função de correlação em termos de  $q_{inv}$ . As incertezas experimentais são estatísticas apenas.

Além da sensibilidade à geometria da fonte emissora, o efeito HBT pode também refletir a dinâmica subjacente ao sistema formado nas colisões  $pp$ . Este pode ser o caso da região de anti-correlação presente entre  $0.4 \leq q_{inv} \leq 1.0$  GeV/c na Fig. 4.4, onde a função de correlação assume valores abaixo de 1 (fato que não pode ser explicado através do formalismo desenvolvido neste trabalho). Tal comportamento foi primeiramente observado em colisões  $e^+e^-$  no LEP [22], e mais recentemente em colisões  $pp$  no LHC [20]. O fenômeno parece ser característico de sistemas pequenos, e é corroborado por um modelo teórico denominado  $\tau$ -model [23], que considera forte correlação entre as coordenadas espaço-temporais da distribuição de partículas emitidas e suas componentes de momento.

A formulação do efeito HBT feita na Sec. 2.1 considera que as distribuições espaço-temporal e de momento-energia estejam desacopladas, ou seja, os coeficientes  $c(x)$  e  $a(k)$  podem ser separados. Em consequência disso, a função de correlação depende apenas do momento relativo do par,  $q_{\text{inv}} = k_A - k_B$ . No entanto, quando há movimento coletivo da fonte emissora, como ocorre no caso em que há expansão hidrodinâmica do sistema, a função de correlação pode depender do momento médio do par [24]. Tal dependência vem sendo constatada por diversos experimentos. O que se observa é que tamanho aparente sondado pelo efeito HBT diminui com o aumento do momento médio do par.

Outro fator sobre o qual o efeito HBT é sensível é o número de partículas produzidas na colisão. Quanto maior o número de partículas, maior as dimensões aparentes do sistema. Os dois aspectos citados acima foram investigados neste trabalho, e são apresentados a seguir.

1. **Multiplicidade de partículas no evento.** O tamanho aparente do sistema formado em colisões próton-próton cresce com o número de partículas emitidas na colisão. A dependência do raio-HBT com a multiplicidade de partículas no evento é apresentado na Fig. 4.5. Ali, os eventos foram separados em três regiões de multiplicidade,  $2 \leq N_{\text{ch}} < 10$ ,  $10 \leq N_{\text{ch}} < 25$  e  $25 \leq N_{\text{ch}} < 80$ . O raio-HBT foi extraído para cada uma dessas regiões utilizando-se a parametrização da Eq. (2.26). Os resultados do ajuste foram  $(1.046 \pm 0.024) \text{ fm}$ ,  $(1.674 \pm 0.023) \text{ fm}$  e  $(2.023 \pm 0.022) \text{ fm}$ , respectivamente. Detalhes encontram-se na Tab. 4.1. Nota-se que a profundidade da anti-correlação diminui com o aumento da multiplicidade.
2. **Momento médio do par.** Devido à dinâmica coletiva de expansão da fonte emissora, é esperado [24] que o raio-HBT diminua com o aumento do momento médio do par sujeito à correlação,  $\mathbf{k}_T = (\mathbf{k}_A + \mathbf{k}_B)/2$ . A dependência do raio-HBT com  $\mathbf{k}_T$  é apresentado na Fig. 4.5 (abaixo). Ali, os pares de partículas foram separados em três regiões de  $\mathbf{k}_T$ ,  $0.1 \leq |\mathbf{k}_T| < 0.3$ ,  $0.3 \leq |\mathbf{k}_T| < 0.5$  e  $0.5 \leq |\mathbf{k}_T| < 1.0$ . O raio-HBT obtido com a parametrização da Eq. (2.26) correspondente a cada uma das regiões de momento médio foi  $(2.062 \pm 0.032) \text{ fm}$ ,  $(1.817 \pm 0.023) \text{ fm}$  e  $(1.502 \pm 0.024) \text{ fm}$ , respectivamente. A Tab. 4.1 apresenta os resultados completos referentes ao ajuste.

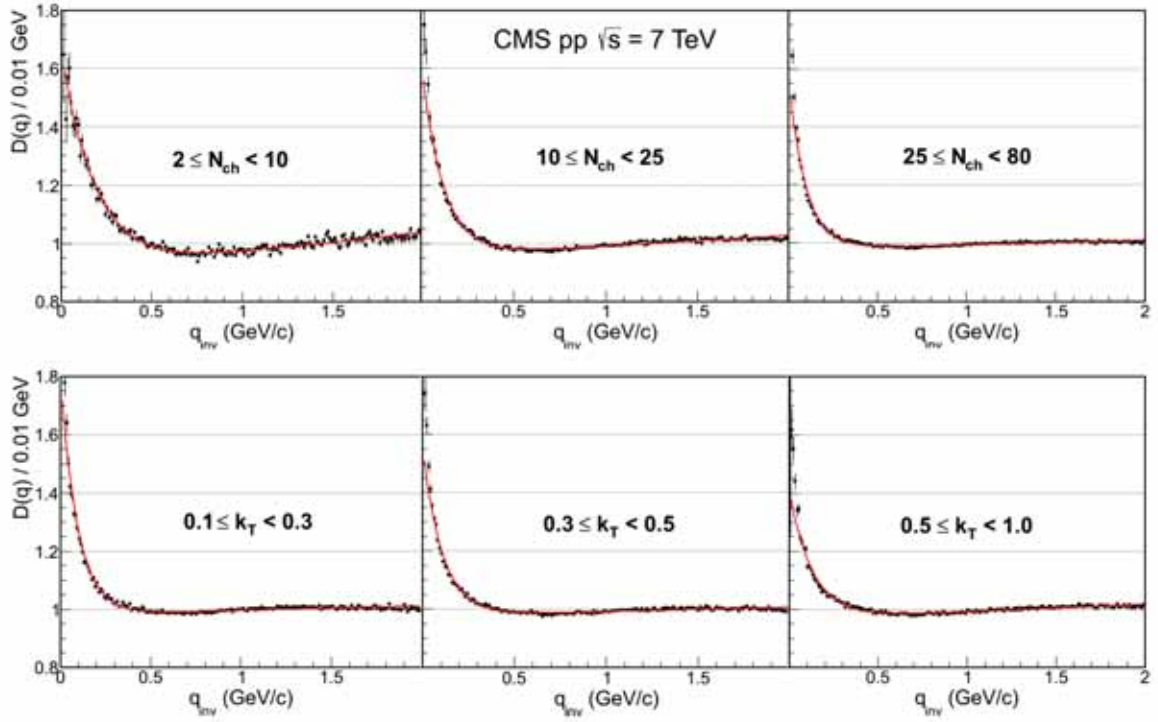


Figura 4.5: Dependência com  $N_{ch}$  (acima) e  $k_T$  (abaixo) do tamanho médio do sistema pp. O resultado completo dos ajustes pode ser visto na Tab. 4.1.

Vínculo	fator- $\lambda$	$R$ (fm)	$\chi^2/\text{ndf}$
	$(1 + \lambda e^{-qR})(1 + \epsilon q)$		
$2 \leq N_{ch} < 10$	$0.830 \pm 0.016$	$1.046 \pm 0.024$	360/196
$10 \leq N_{ch} < 25$	$0.691 \pm 0.012$	$1.674 \pm 0.023$	642/196
$25 \leq N_{ch} < 80$	$0.603 \pm 0.009$	$2.023 \pm 0.022$	1071/196
$0.1 \leq  \mathbf{k}_T  < 0.3$	$0.835 \pm 0.016$	$2.062 \pm 0.032$	717/196
$0.3 \leq  \mathbf{k}_T  < 0.5$	$0.601 \pm 0.009$	$1.817 \pm 0.023$	744/196
$0.5 \leq  \mathbf{k}_T  < 1.0$	$0.459 \pm 0.008$	$1.502 \pm 0.024$	694/196

Tabela 4.1: Resultado do ajuste da Eq. (2.26) sobre a função de correlação em  $q_{inv}$  em diferentes intervalos de multiplicidade ( $N_{ch}$ ) e  $k_T$ .

Os resultados acima resumem as principais conclusões que podem ser extraídos da análise HBT em termos de  $q_{inv}$ . Algumas variações no que diz respeito à escolha da distribuição de referência e nas parametrizações utilizadas para extrair os parâmetros são discutidas nas seções A.1 e A.4, respectivamente. Tais variações não alteram dramaticamente nenhuma das conclusões físicas citadas nesta seção.

### 4.3.2 Análise HBT em $q_T$ e $q_L$

A análise HBT unidimensional discutida nas Sec. 4.3.1 fornece as dimensões aparentes do sistema formado em colisões  $pp$ . O raio-HBT obtido através dessa análise depende da multiplicidade de partículas em cada evento e do momento médio do par sujeito à correlação, coerentemente com o tradicionalmente observado. Tal análise limita-se, contudo, a uma visão simplificada da fonte emissora, não discriminando diferentes direções de observação.

Um estudo mais detalhado, que investiga as dimensões da fonte em diferentes direções, pode ser realizado através da análise HBT multidimensional. Tal análise consiste em decompor a diferença de momento  $\mathbf{q} = \mathbf{k}_A - \mathbf{k}_B$  e extrair o raio-HBT correspondente a cada componente. O uso do trimomento torna a escolha do sistema de referência relevante, diferentemente do caso invariante. O sistema escolhido para obtenção de  $\mathbf{q}$  foi o referencial do laboratório, que, no caso do LHC, coincide com o centro de massa da colisão.

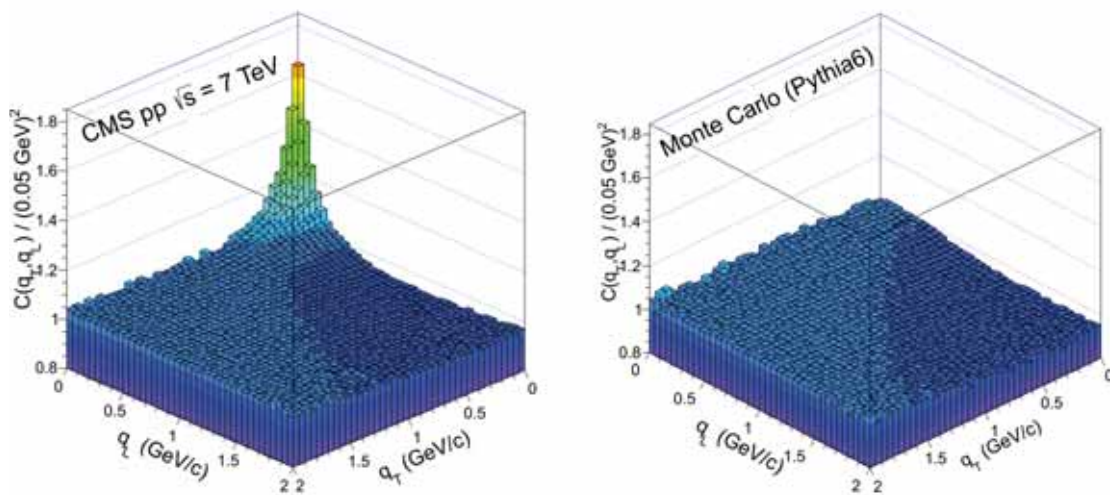


Figura 4.6: Função de correlação para dados e Monte Carlo nas variáveis  $|\mathbf{q}_T|$  e  $|\mathbf{q}_L|$ .

A função de correlação medida em função das componentes da diferença de momento transversal e longitudinal ao feixe ( $q_T$  e  $q_L$ , respectivamente) pode ser vista na Fig. 4.6. Tais gráficos são o análogo bidimensional das funções de correlação em uma dimensão estudadas nas seções precedentes. Nota-se o pico na função de correlação de dados a 7 TeV quando  $(|\mathbf{q}_T|, |\mathbf{q}_L|) \rightarrow (0,0)$ . A ausência

do pico no gráfico de Monte Carlo mostra consistência com o esperado, uma vez que o Pythia 6 não simula correlações de Bose-Einstein. As incertezas estatísticas do histograma da Fig. 4.6 podem ser vistas na Fig. 4.7.

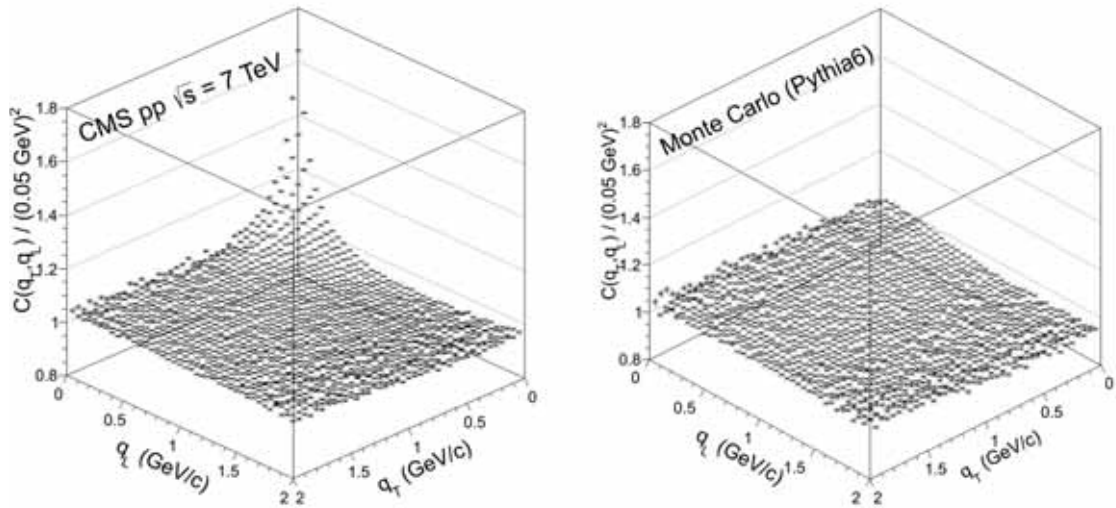


Figura 4.7: Incertezas estatísticas do histograma da Fig. 4.6.

Em linhas gerais, assim como no caso unidimensional, o Monte Carlo descreve bem a correlação de duas partículas, exceto, naturalmente, pelo pico característico da correlação entre bósons idênticos. Assim como no caso unidimensional, a razão  $C_{\text{dados}}/C_{\text{MC}}$  será adotada para eliminar possíveis tendências originadas, por exemplo, no procedimento da mistura de eventos utilizado para construção da distribuição de referência,  $\mathcal{B}$ . O resultado da razão  $C_{\text{dados}}/C_{\text{MC}}$  pode ser visto na Fig. 4.8. O histograma com os correspondentes erros estatísticos da Fig. 4.8 é apresentado na Fig. 4.9.

A função de correlação nas variáveis  $|\mathbf{q}_T|$  e  $|\mathbf{q}_L|$  é geralmente parametrizada através da expressão,

$$D(\mathbf{q}_T, \mathbf{q}_L) = 1 + \lambda e^{-|\mathbf{q}_T|^2 R_T^2 - |\mathbf{q}_L|^2 R_L^2}, \quad (4.5)$$

que é a generalização bidimensional da Eq. (2.17). Os valores de  $R_T$  e  $R_L$  obtidos no ajuste da Eq. (4.5) sobre a distribuição da Fig. 4.8 são  $R_T = 0.646 \pm 0.006$  fm e  $R_L = 1.001 \pm 0.007$  fm, e indicam que o sistema seja mais extenso na direção longitudinal ao feixe em relação à transversal.

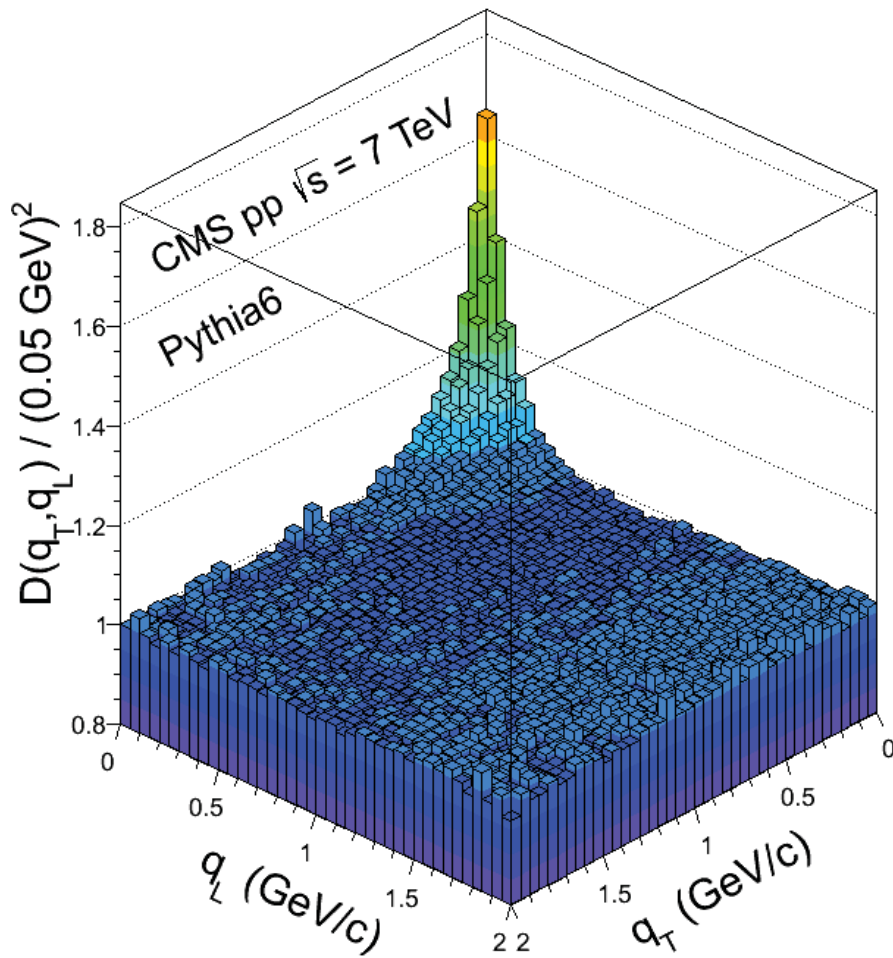


Figura 4.8: Razão  $D(\mathbf{q}_T, \mathbf{q}_L) = \mathcal{C}(\mathbf{q}_T, \mathbf{q}_L)_{\text{dado}} / \mathcal{C}(\mathbf{q}_T, \mathbf{q}_L)_{\text{MC}}$  entre as funções de correlação obtidas com dados e Monte Carlo mostradas na Fig. 4.6.

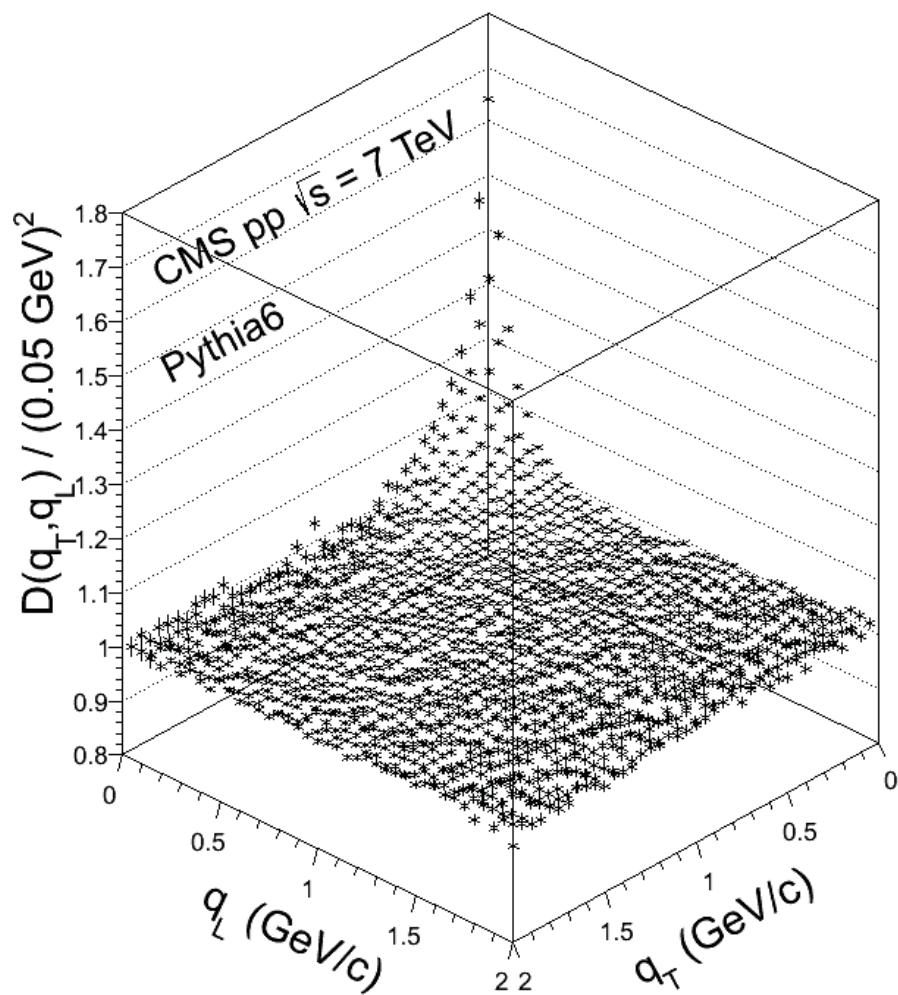


Figura 4.9: Incertezas estatísticas correspondentes ao histograma da Fig. 4.8.

A utilização da parametrização gaussiana, dada pela Eq. (4.5), embora amplamente utilizada na literatura de íons pesados, parece não descrever tão bem os dados experimentais obtidos com colisões  $pp$  como a parametrização exponencial, cuja generalização bidimensional é dada por,

$$D(\mathbf{q}_T, \mathbf{q}_L) = 1 + \lambda e^{-|\mathbf{q}_T|R_T - |\mathbf{q}_L|R_L}. \quad (4.6)$$

Uma discussão sobre a diferença entre as duas parametrizações é dado na Sec. A.4. Por hora, limitamo-nos aos resultados do ajuste, que são  $R_T = 0.912 \pm 0.010$  fm e  $R_L = 1.707 \pm 0.013$  fm. Novamente, o parâmetro de raio longitudinal é aproximadamente duas vezes maior que o transversal.

Os resultados do ajuste das parametrizações gaussiana e exponencial sobre a função de correlação da Fig. 4.8 são resumidos na Tab. 4.2.

fator- $\lambda$	$R_T$ (fm)	$R_L$ (fm)	$\chi^2/\text{ndf}$
	$1 + \lambda e^{- \mathbf{q}_T ^2 R_T^2 -  \mathbf{q}_L ^2 R_L^2}$		
$0.369 \pm 0.005$	$0.646 \pm 0.006$	$1.001 \pm 0.007$	6543/1596
	$1 + \lambda e^{- \mathbf{q}_T R_T -  \mathbf{q}_L R_L}$		
$0.862 \pm 0.010$	$0.912 \pm 0.010$	$1.707 \pm 0.013$	6163/1596

Tabela 4.2: Resultado do ajuste das parametrizações gaussiana e exponencial sobre a função de correlação em  $|\mathbf{q}_T|$  e  $|\mathbf{q}_L|$ .



O gráfico da Fig. 4.10 apresenta as projeções unidimensionais da função de correlação da Fig. 4.8 nos *bins* onde a correlação é mais intensa, i.e., primeiro *bin* em  $|\mathbf{q}_T|$  em função de  $|\mathbf{q}_L|$  e vice-versa. Tais projeções sugerem a presença de uma estrutura de anti-correlação em  $|\mathbf{q}_L|$  (com  $|\mathbf{q}_T| \leq 0.05$  GeV/c). A projeção em  $|\mathbf{q}_T|$  (com  $|\mathbf{q}_L| \leq 0.05$  GeV/c) não permite concluir a presença de uma região de anti-correlação nesta variável<sup>1</sup>.

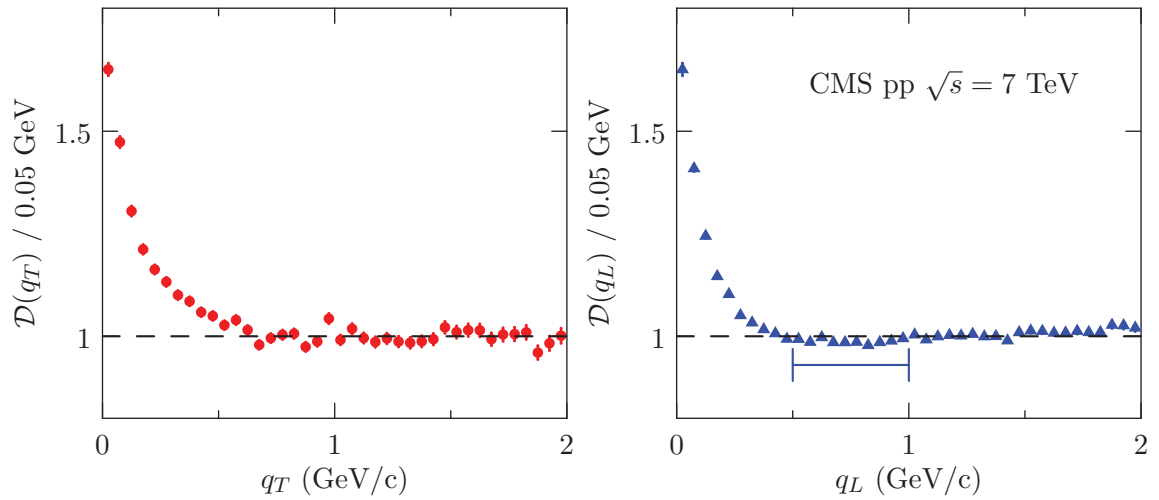


Figura 4.10: Projeções em  $q_T$  e  $q_L$  da função de correlação da Fig. 4.8.

<sup>1</sup>Tal fato poderá ser investigado usando-se *bins* menores, de tamanho 0.01 GeV/c, como no caso unidimensional, mas a atual estatística não permite que se investigue com tal acuidade.

Analogamente ao caso unidimensional, o tamanho aparente do sistema  $pp$  também cresce com a multiplicidade de partículas carregadas no evento no caso bidimensional. Para este estudo, os eventos foram separados nos intervalos de multiplicidade  $2 \leq N_{\text{ch}} < 10$ ,  $10 \leq N_{\text{ch}} < 25$  e  $25 \leq N_{\text{ch}} < 80$  (ver Fig. 4.11 e 4.12) e os parâmetros obtidos com ajuste das Eq. (4.5) e (4.6). Os resultados podem ser vistos na Tab. 4.3.

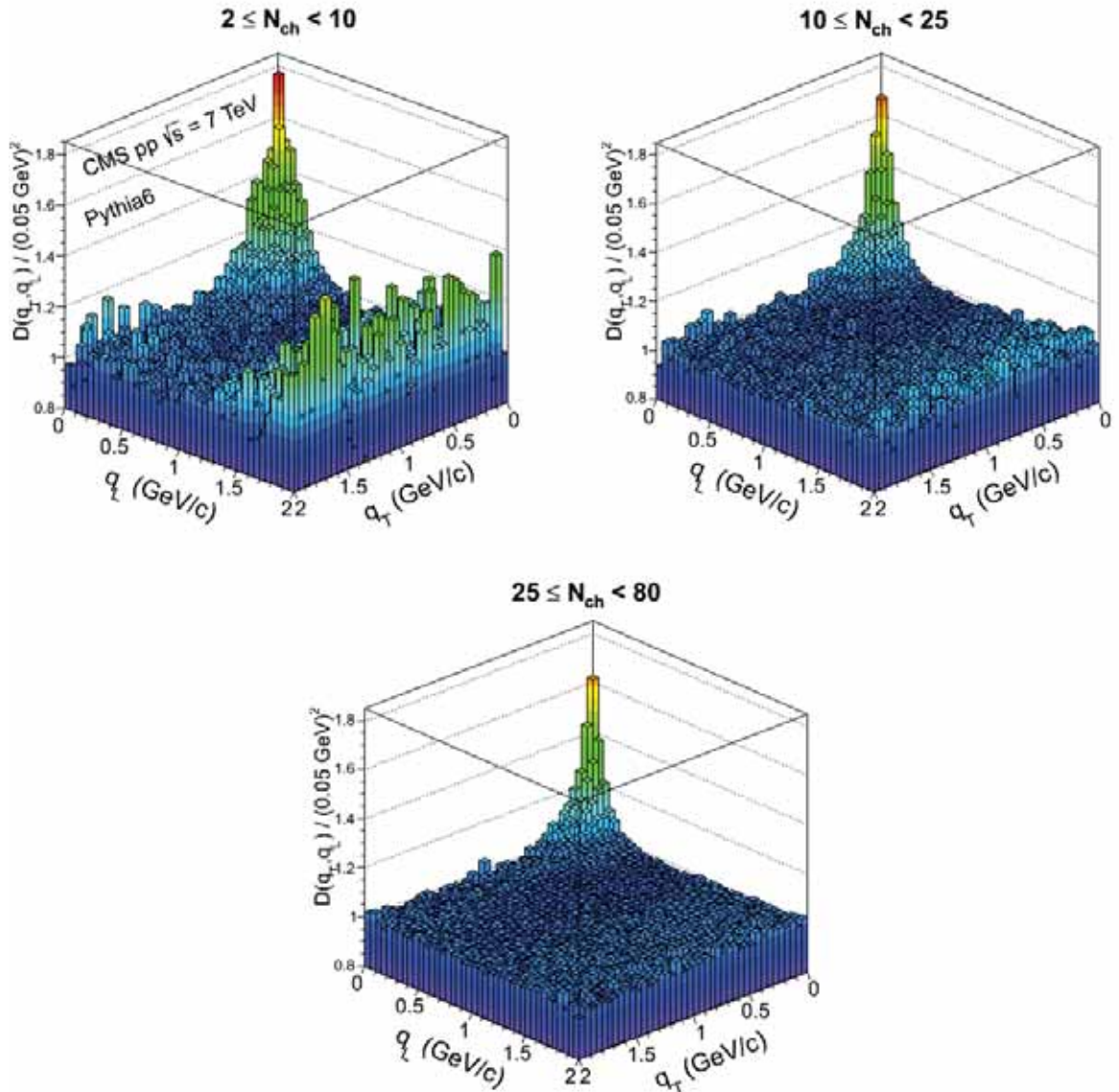


Figura 4.11: Dependência da função de correlação em  $|q_T|$  e  $|q_L|$  com  $N_{\text{ch}}$ . Os resultados do ajuste das Eq. (4.5) e (4.6) sobre cada uma das funções de correlação é apresentado na Tab. 4.3.

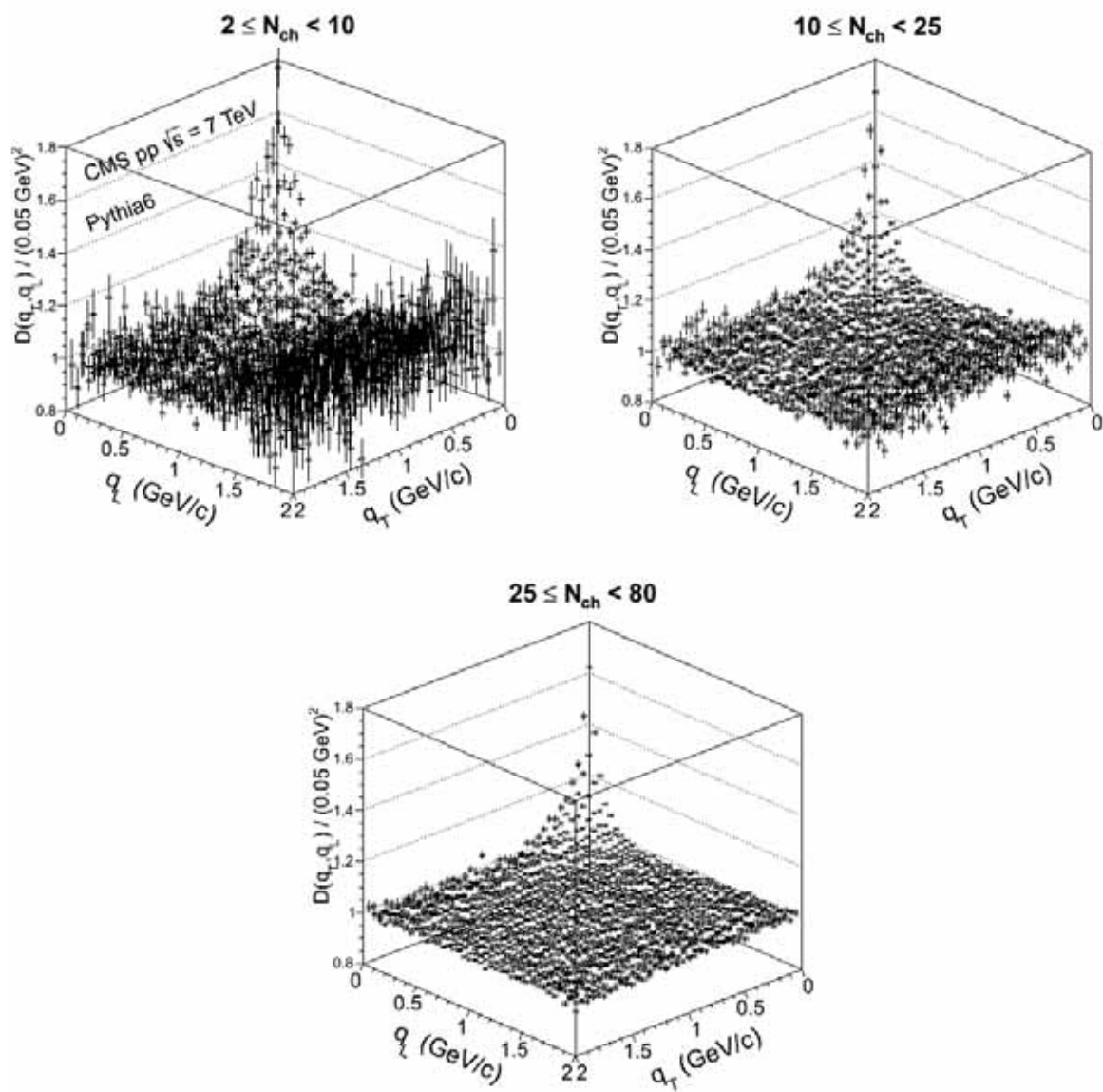


Figura 4.12: Incertezas estatísticas correspondentes ao histograma da Fig. 4.11.

Multiplicidade	fator- $\lambda$	$R_T$ (fm)	$R_L$ (fm)	$\chi^2/\text{ndf}$
		$1 + \lambda e^{- \mathbf{q}_T ^2 R_T^2 -  \mathbf{q}_L ^2 R_L^2}$		
$2 \leq N_{\text{ch}} < 10$	$0.506 \pm 0.012$	$0.528 \pm 0.012$	$0.687 \pm 0.010$	3661/1596
$10 \leq N_{\text{ch}} < 25$	$0.417 \pm 0.007$	$0.628 \pm 0.010$	$0.950 \pm 0.010$	4940/1596
$25 \leq N_{\text{ch}} < 80$	$0.359 \pm 0.005$	$0.674 \pm 0.009$	$1.074 \pm 0.010$	4665/1596
Multiplicidade	fator- $\lambda$	$R_T$ (fm)	$R_L$ (fm)	$\chi^2/\text{ndf}$
		$1 + \lambda e^{- \mathbf{q}_T  R_T -  \mathbf{q}_L  R_L}$		
$2 \leq N_{\text{ch}} < 10$	$1.132 \pm 0.032$	$0.732 \pm 0.020$	$1.149 \pm 0.022$	3754/1596
$10 \leq N_{\text{ch}} < 25$	$0.983 \pm 0.021$	$0.899 \pm 0.018$	$1.651 \pm 0.022$	5081/1596
$25 \leq N_{\text{ch}} < 80$	$0.833 \pm 0.013$	$0.951 \pm 0.014$	$1.809 \pm 0.019$	4306/1596

Tabela 4.3: Resultado do ajuste das parametrizações gaussianas e exponenciais sobre a função de correlação em diferentes intervalos de multiplicidade ( $N_{\text{ch}}$ ).

A partir da Tab. 4.3, observa-se que os raios transversal e longitudinal aumentam sistematicamente com o crescimento das três regiões de multiplicidade, independente da parametrização utilizada. Tal resultado está de acordo com observações feitas pelo STAR no RHIC em colisões Au+Au [25, 26] e pelo ALICE no LHC em colisões Pb+Pb [27], onde o tamanho do sistema (ali analisado em três direções,  $R_{\text{out}}$ ,  $R_{\text{long}}$  e  $R_{\text{side}}$ ) cresce com a centralidade<sup>2</sup> dos eventos.

<sup>2</sup>A centralidade de um evento está relacionada com a região de superposição dos núcleos no plano- $xy$  no momento da colisão. Quanto maior a centralidade, maior a multiplicidade do evento.

O gráfico da Fig. 4.13 apresenta os valores de  $R_T$  e  $R_L$  obtidos com a forma exponencial da função de correlação em função do número médio de partículas carregadas,  $\langle N_{ch} \rangle$ , calculado para cada um dos intervalos de multiplicidade considerados na Tab. 4.3.

Observa-se que o ajuste da expressão [28],

$$R = a \langle N_{ch} \rangle^{1/3}, \quad (4.7)$$

apresenta uma descrição qualitativamente satisfatória dos dados, com já observado em outros experimentos.

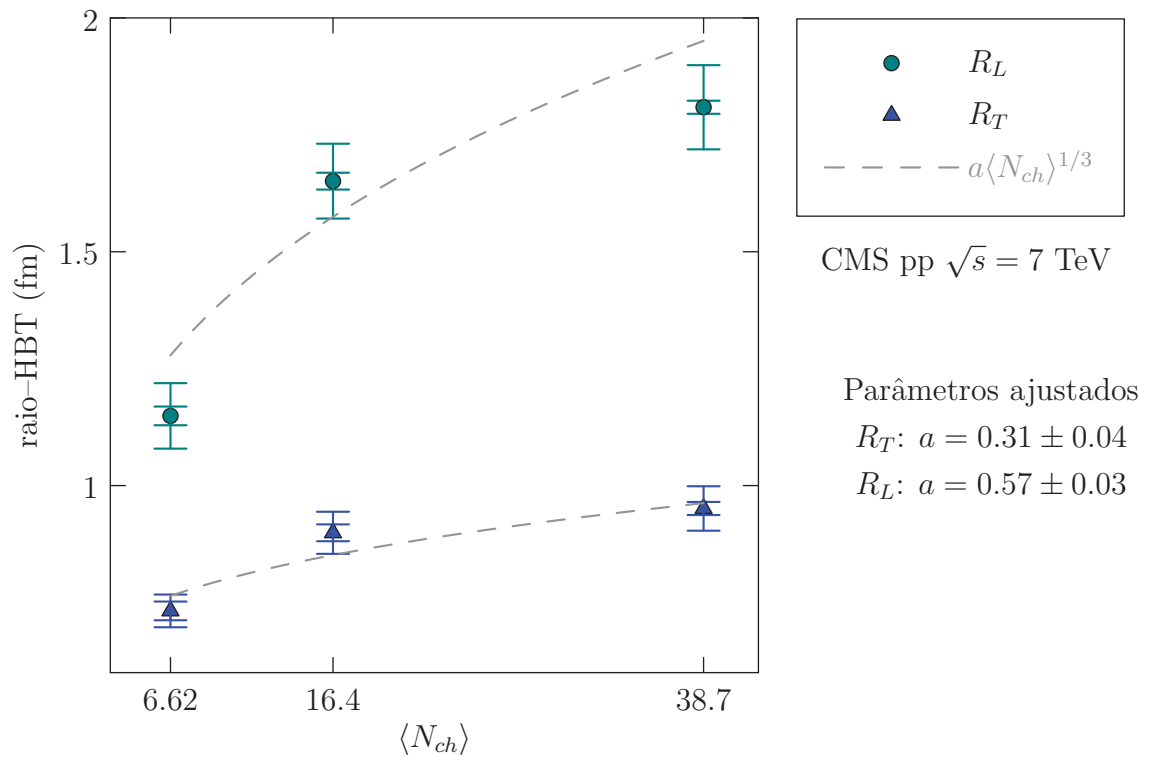


Figura 4.13: Parâmetros  $R_T$  e  $R_L$  obtidos com o ajuste da Eq. (4.6) sobre as funções de correlação da Fig. 4.11. A barra de incerteza menor é estatística, e a maior sistemática. Observa-se que os parâmetros de raios transversal e longitudinal aumentam com a multiplicidade média dos eventos,  $\langle N_{ch} \rangle$ , aproximadamente de acordo com  $R \propto \langle N_{ch} \rangle^{1/3}$ .

As projeções em  $q_T$  e  $q_L$  das funções de correlação nos três intervalos de multiplicidade pode ser vista na Fig. 4.14. Tais projeções possibilitam uma análise mais direta do comportamento da função de correlação em cada uma das variáveis que os histogramas em duas dimensões.

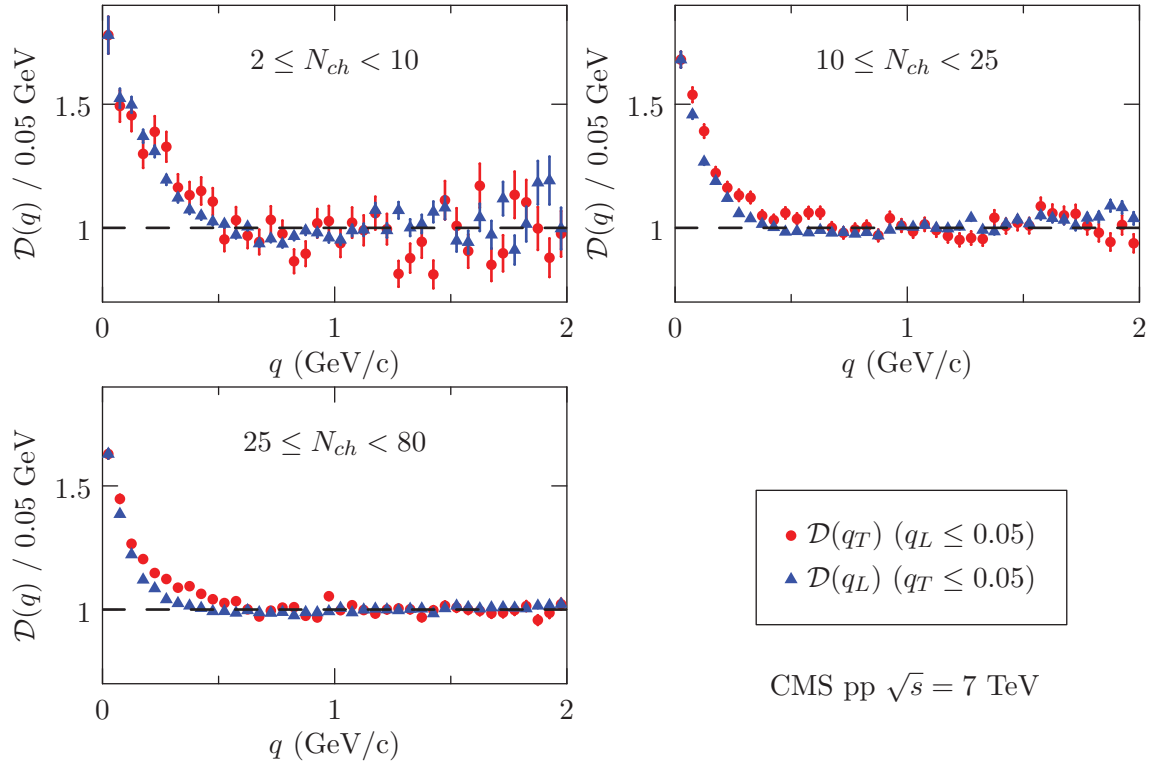


Figura 4.14: Projeções em  $|\mathbf{q}_T|$  e  $|\mathbf{q}_L|$  das funções de correlação da Fig. 4.11. Observa-se uma estrutura de anti-correlação em  $\mathcal{D}(q_L)$  e não em  $\mathcal{D}(q_T)$ . A profundidade da anti-correlação diminui com o aumento da multiplicidade.

A Fig. 4.14 sugere que a estrutura de anti-correlação em  $|\mathbf{q}_L|$  (com  $|\mathbf{q}_T| \leq 0.05$  GeV/c) diminui com o aumento da multiplicidade, indicando que tal comportamento, se de fato associado a algum efeito físico, está relacionado a sistemas com menor número de partículas carregadas produzidas. O mesmo efeito foi observado na análise unidimensional.

Um instigante resultado decorrente da análise em  $\mathbf{q}_T$  e  $\mathbf{q}_L$  é a dependência de  $R_T$  e  $R_L$  com o momento médio do par,  $\mathbf{k}_T$ . Neste estudo, os pares de partículas foram divididos nos mesmos intervalos de  $\mathbf{k}_T$  que na análise unidimensional,  $0.1 \leq |\mathbf{k}_T| < 0.3$ ,  $0.3 \leq |\mathbf{k}_T| < 0.5$  e  $0.5 \leq |\mathbf{k}_T| < 1.0$ , e os parâmetros obtidos com o ajuste das Eq. (4.5) e (4.6) sobre as distribuições da Fig. 4.15. Os resultados podem ser vistos na Tab. 4.4.

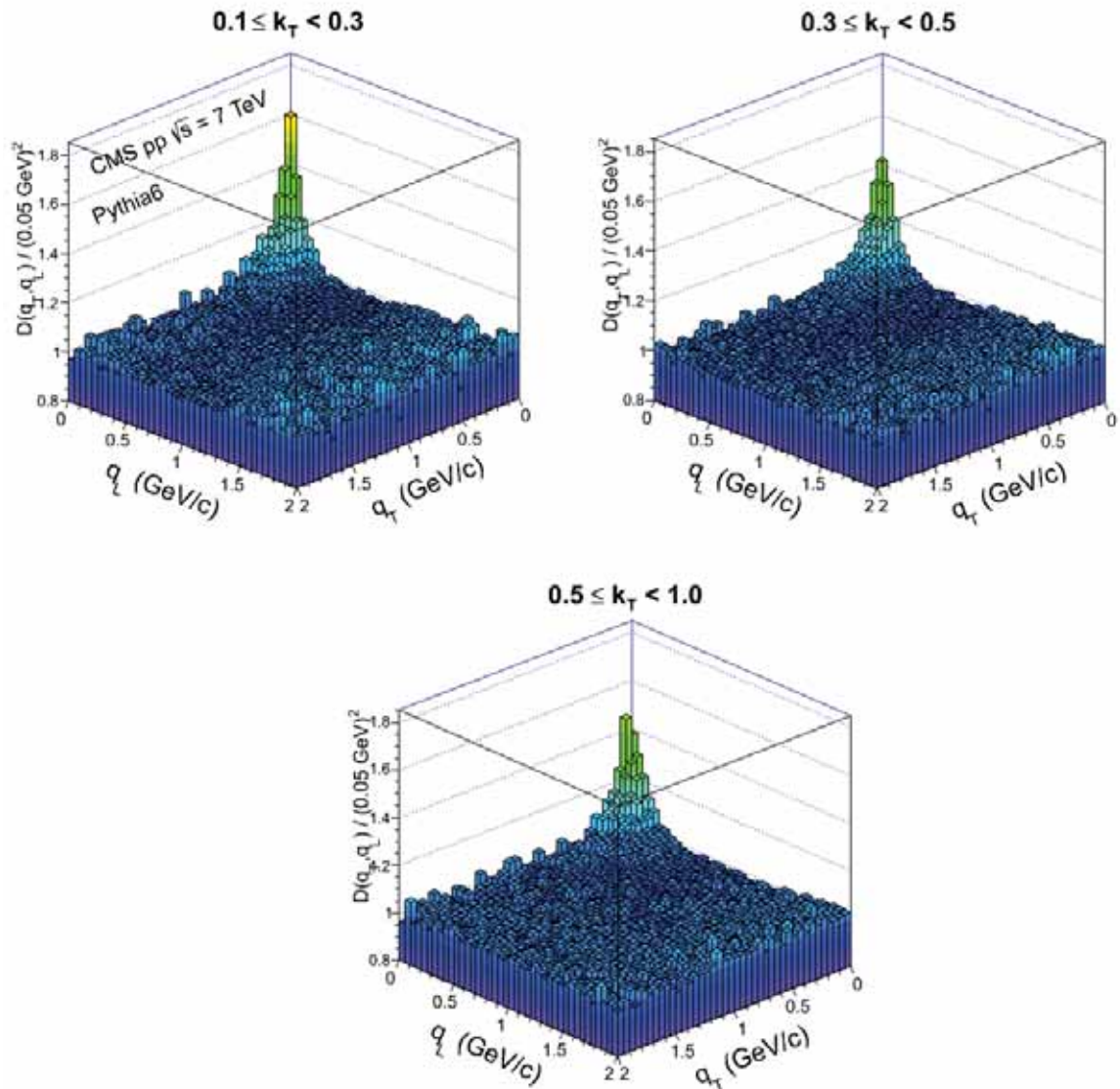


Figura 4.15: Funções de correlação em  $|\mathbf{q}_T|$  e  $|\mathbf{q}_L|$  nos três intervalos de momento médio,  $\mathbf{k}_T$ . Os resultados do ajuste das Eq. (4.5) e (4.6) sobre cada uma das funções de correlação é apresentado na Tab. 4.4.

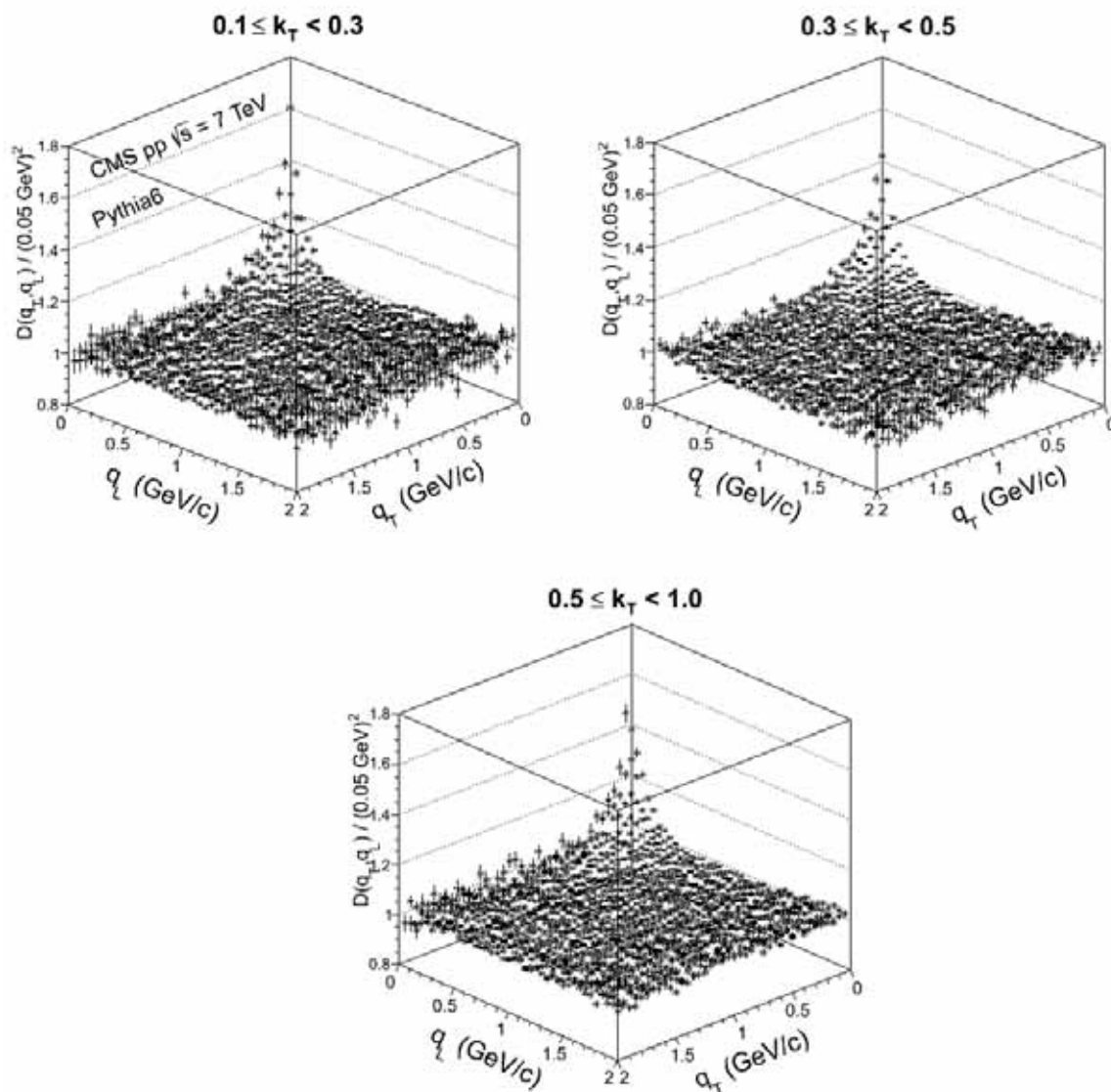


Figura 4.16: Incertezas estatísticas correspondentes aos histogramas da Fig. 4.15.



Momento médio	fator- $\lambda$	$R_T$ (fm)	$R_L$ (fm)	$\chi^2/\text{ndf}$
$1 + \lambda e^{- \mathbf{q}_T ^2 R_T^2 -  \mathbf{q}_L ^2 R_L^2}$				
$0.1 \leq  \mathbf{k}_T  < 0.3$	$0.399 \pm 0.008$	$0.625 \pm 0.011$	$1.058 \pm 0.015$	4052/1596
$0.3 \leq  \mathbf{k}_T  < 0.5$	$0.356 \pm 0.005$	$0.657 \pm 0.009$	$1.015 \pm 0.010$	4013/1596
$0.5 \leq  \mathbf{k}_T  < 1.0$	$0.358 \pm 0.008$	$0.670 \pm 0.013$	$0.903 \pm 0.012$	3766/1596
$1 + \lambda e^{- \mathbf{q}_T  R_T -  \mathbf{q}_L  R_L}$				
$0.1 \leq  \mathbf{k}_T  < 0.3$	$0.956 \pm 0.022$	$0.923 \pm 0.020$	$1.831 \pm 0.028$	3879/1596
$0.3 \leq  \mathbf{k}_T  < 0.5$	$0.802 \pm 0.014$	$0.906 \pm 0.015$	$1.659 \pm 0.020$	3774/1596
$0.5 \leq  \mathbf{k}_T  < 1.0$	$0.852 \pm 0.022$	$0.947 \pm 0.022$	$1.578 \pm 0.025$	3833/1596

Tabela 4.4: Resultado do ajuste das parametrizações gaussiana e exponencial sobre a função de correlação experimental,  $\mathcal{D}(\mathbf{q}_T, \mathbf{q}_L)$ , em três intervalos de  $\mathbf{k}_T$ .

A partir da Tab. 4.4, observa-se que o parâmetro de raio longitudinal  $R_L$  diminui com o aumento de  $\mathbf{k}_T$  nas três regiões estudadas, para ambas parametrizações gaussiana e exponencial. Como já mencionado, tal comportamento é compatível com a ocorrência da expansão do sistema [24]. Entretanto, o raio transversal *não* diminui com  $\mathbf{k}_T$ , como geralmente se observa experimentalmente.

Estudos realizados em colisões Au+Au a  $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 130$  e 200 GeV no RHIC pelas colaborações STAR e PHENIX [25, 26, 29, 30] e em colisões Pb+Pb a  $\sqrt{s_{\text{NN}}} = 2.76$  TeV no LHC pelo ALICE [27] mostram que os raios  $R_{\text{out}}$ ,  $R_{\text{long}}$  e  $R_{\text{side}}$  diminuem sistematicamente com  $\mathbf{k}_T$ . Entretanto, em um recente [31] estudo feito pelo ALICE em colisões  $pp$  a  $\sqrt{s} = 0.9$  e 7 TeV, foi observado que os raios  $R_{\text{out}}$  e  $R_{\text{side}}$  (que são decomposições de  $R_T$ ) apresentam comportamento variável em sua dependência com  $\mathbf{k}_T$ .

Na tentativa de entender se esses resultados poderiam estar associados a algum viés introduzido na construção da distribuição de referência, um estudo semelhante àquele apresentado na Tab. 4.4 foi repetido utilizando-se, agora, para construção do histograma de referência, traços com cargas de sinal oposto oriundos do mesmo evento. O resultado encontra-se na Tab. 4.5, e corroboram o fato de que  $R_T$  não diminui com  $\mathbf{k}_T$ , além de apresentar consistência no comportamento decrescente de  $R_L$  com  $\mathbf{k}_T$ .

Momento médio	fator- $\lambda$	$R_T$ (fm)	$R_L$ (fm)	$\chi^2/\text{ndf}$
$1 + \lambda e^{- \mathbf{q}_T ^2 R_T^2 -  \mathbf{q}_L ^2 R_L^2}$				
$0.1 \leq  \mathbf{k}_T  < 0.3$	$0.401 \pm 0.007$	$0.557 \pm 0.009$	$0.989 \pm 0.012$	4418/1596
$0.3 \leq  \mathbf{k}_T  < 0.5$	$0.329 \pm 0.005$	$0.586 \pm 0.009$	$0.944 \pm 0.009$	4656/1596
$0.5 \leq  \mathbf{k}_T  < 1.0$	$0.321 \pm 0.008$	$0.655 \pm 0.014$	$0.876 \pm 0.013$	3863/1596
$1 + \lambda e^{- \mathbf{q}_T  R_T -  \mathbf{q}_L  R_L}$				
$0.1 \leq  \mathbf{k}_T  < 0.3$	$0.899 \pm 0.020$	$0.778 \pm 0.016$	$1.644 \pm 0.025$	4229/1596
$0.3 \leq  \mathbf{k}_T  < 0.5$	$0.707 \pm 0.013$	$0.759 \pm 0.013$	$1.497 \pm 0.018$	3993/1596
$0.5 \leq  \mathbf{k}_T  < 1.0$	$0.684 \pm 0.020$	$0.833 \pm 0.022$	$1.424 \pm 0.027$	3729/1596

Tabela 4.5: Resultado do ajuste das parametrizações gaussiana e exponencial sobre a função de correlação em diferentes intervalos de  $\mathbf{k}_T$  construídas utilizando-se pares de carga oposta na distribuição  $\mathcal{B}$ .

Os parâmetros  $R_T$  e  $R_L$  obtidos com a forma exponencial da função de correlação são apresentados no gráfico da Fig. 4.17 em função da média de  $\mathbf{k}_T$  para cada um dos três intervalos estudados,  $\langle |\mathbf{k}_T| \rangle$ . Neste gráfico são incluídas as incertezas sistemáticas discutidas na Sec. A.3.

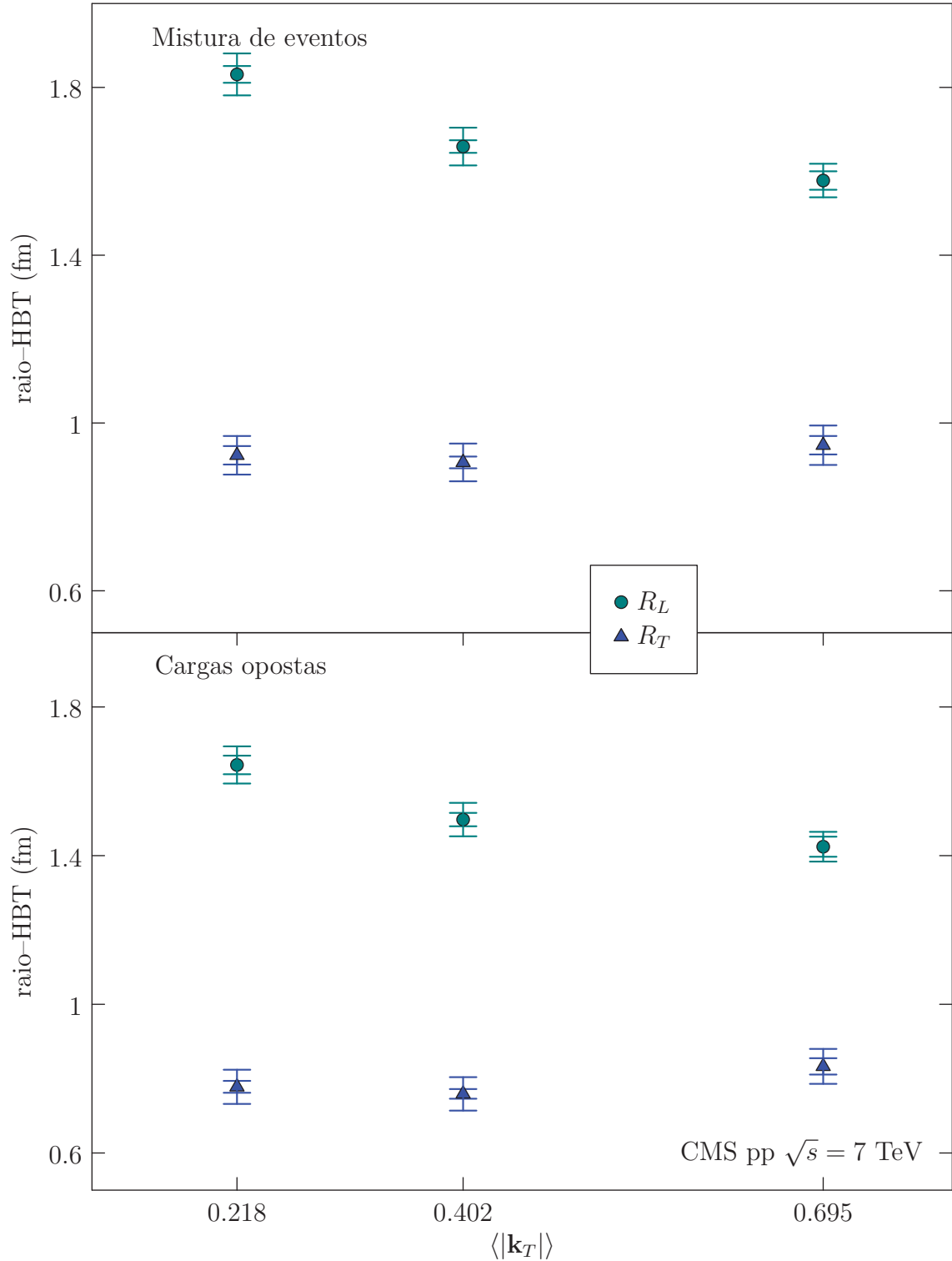


Figura 4.17: Parâmetros  $R_T$  e  $R_L$  obtidos com ajuste exponencial da Eq. (4.6) sobre as funções de correlação em três intervalos de  $\mathbf{k}_T$  construídas através da mistura de eventos (acima) e pares de cargas opostas (abaixo). São apresentadas incertezas estatísticas e sistemáticas. Observa-se que, em todos os casos, o raio longitudinal diminui com o momento médio do par, conforme esperado. O mesmo não ocorre com o raio transversal.

As projeções em  $|\mathbf{q}_T|$  e  $|\mathbf{q}_L|$  das funções de correlação nos três intervalos de  $\mathbf{k}_T$  pode ser vista na Fig. 4.18.

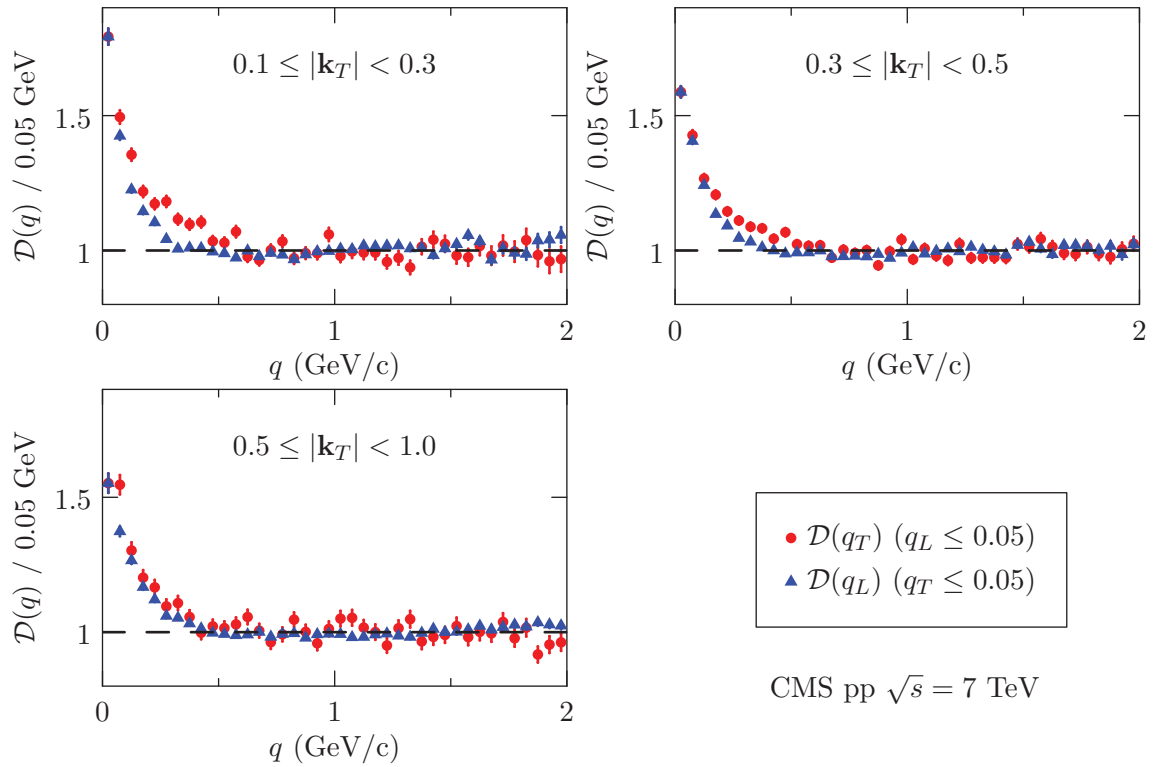


Figura 4.18: Projeções em  $|\mathbf{q}_T|$  e  $|\mathbf{q}_L|$  das funções de correlação da Fig. 4.15.

A Fig. 4.18 sugere que a região de anti-correlação está presente em  $\mathcal{D}(q_L)$  nos três intervalos de  $\mathbf{k}_T$ . Não é possível observar comportamento semelhante de anti-correlação em  $\mathcal{D}(q_T)$ .

### 4.3.3 Análise HBT em $\mathbf{q}_{\text{out}}$ , $\mathbf{q}_{\text{long}}$ e $\mathbf{q}_{\text{side}}$

A componente transversal da diferença de momento,  $\mathbf{q}_T$ , pode ser decomposta em duas componentes no plano transversal ao feixe. Isso permite a construção de uma função de correlação em três variáveis. A combinação tradicionalmente utilizada é a seguinte:

$$\mathbf{q}_{\text{out}} = (\mathbf{q}_T \cdot \hat{\mathbf{k}}_T) \hat{\mathbf{k}}_T, \quad (\text{"out"}) \quad (4.8)$$

$$\mathbf{q}_{\text{long}} = \mathbf{q}_z, \quad (\text{"long"}) \quad (4.9)$$

$$\mathbf{q}_{\text{side}} = \mathbf{q}_T - \mathbf{q}_{\text{out}}. \quad (\text{"side"}) \quad (4.10)$$

sendo  $\mathbf{q}_{\text{long}}$  a componente longitudinal ao feixe,  $\mathbf{q}_{\text{out}}$  a projeção de  $\mathbf{q}_T$  na direção do momento médio do par,  $\mathbf{k}_T$ , e  $\mathbf{q}_{\text{side}}$  a componente ortogonal às outras duas. É fácil ver que  $\mathbf{q} = \mathbf{q}_{\text{out}} + \mathbf{q}_{\text{long}} + \mathbf{q}_{\text{side}}$ .

As projeções bidimensionais da função de correlação nas variáveis  $|\mathbf{q}_{\text{out}}|$ ,  $|\mathbf{q}_{\text{long}}|$  e  $|\mathbf{q}_{\text{side}}|$  podem ser vistas nas Fig. 4.19. Suas correspondentes incertezas estatísticas são exibidas na Fig. 4.20. As projeções unidimensionais da mesma função de correlação são mostradas na Fig. 4.21. Em todos os casos, as variáveis não projetadas são fixadas no primeiro *bin* do histograma tridimensional ( $\leq 0.05$  GeV/c).

As parametrizações utilizadas para extração dos parâmetros na função de correlação em três dimensões seguem a generalização natural das Eqs. (4.5) e (4.6),

$$D(\mathbf{q}_{\text{out}}, \mathbf{q}_{\text{long}}, \mathbf{q}_{\text{side}}) = 1 + \lambda e^{-|\mathbf{q}_{\text{out}}|R_{\text{out}} - |\mathbf{q}_{\text{long}}|R_{\text{long}} - |\mathbf{q}_{\text{side}}|R_{\text{side}}}, \quad (4.11)$$

$$D(\mathbf{q}_{\text{out}}, \mathbf{q}_{\text{long}}, \mathbf{q}_{\text{side}}) = 1 + \lambda e^{-\mathbf{q}_{\text{out}}^2 R_{\text{out}}^2 - \mathbf{q}_{\text{long}}^2 R_{\text{long}}^2 - \mathbf{q}_{\text{side}}^2 R_{\text{side}}^2}. \quad (4.12)$$

Os resultados do ajuste das Eqs. (4.11) e (4.12) sobre a função de correlação nas variáveis  $|\mathbf{q}_{\text{out}}|$ ,  $|\mathbf{q}_{\text{long}}|$  e  $|\mathbf{q}_{\text{side}}|$  podem ser vistos na Tab. 4.6.

fator- $\lambda$	$R_{\text{out}}$ (fm)	$R_{\text{long}}$ (fm)	$R_{\text{side}}$ (fm)	$\chi^2/\text{ndf}$
	$1 + \lambda e^{-\mathbf{q}_{\text{out}}^2 R_{\text{out}}^2 - \mathbf{q}_{\text{side}}^2 R_{\text{side}}^2 - \mathbf{q}_{\text{long}}^2 R_{\text{long}}^2}$			
0.360(4)	$1.008 \pm 0.008$	$0.625 \pm 0.006$	$0.923 \pm 0.010$	1026/640
	$1 + \lambda e^{- \mathbf{q}_{\text{out}} R_{\text{out}} -  \mathbf{q}_{\text{side}} R_{\text{side}} -  \mathbf{q}_{\text{long}} R_{\text{long}}}$			
0.862(11)	$1.477 \pm 0.014$	$0.863 \pm 0.010$	$1.189 \pm 0.017$	1023/640

Tabela 4.6: Resultado do ajuste das parametrizações gaussiana e exponencial sobre a função de correlação nas variáveis  $|\mathbf{q}_{\text{out}}|$ ,  $|\mathbf{q}_{\text{long}}|$  e  $|\mathbf{q}_{\text{side}}|$ .

Nenhum estudo da dependência de  $R_{\text{out}}$ ,  $R_{\text{long}}$  e  $R_{\text{side}}$  com  $N_{\text{ch}}$  e  $|\mathbf{k}_T|$  será

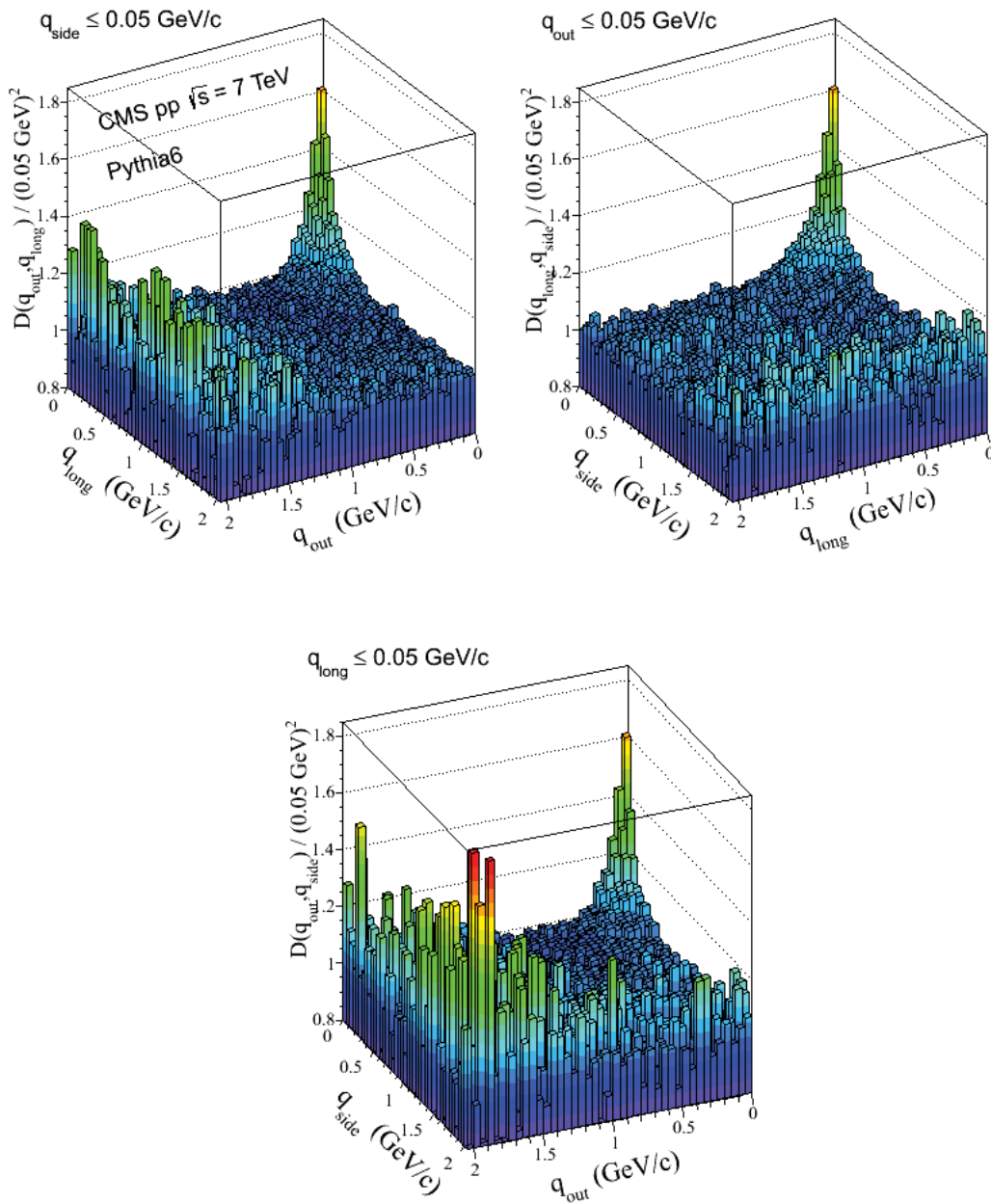


Figura 4.19: Projeções bidimensionais da função de correlação em três dimensões,  $D(|\mathbf{q}_{out}|, |\mathbf{q}_{long}|, |\mathbf{q}_{side}|)$ .

apresentado devido a baixa estatística de eventos analisados até o momento da conclusão deste trabalho.

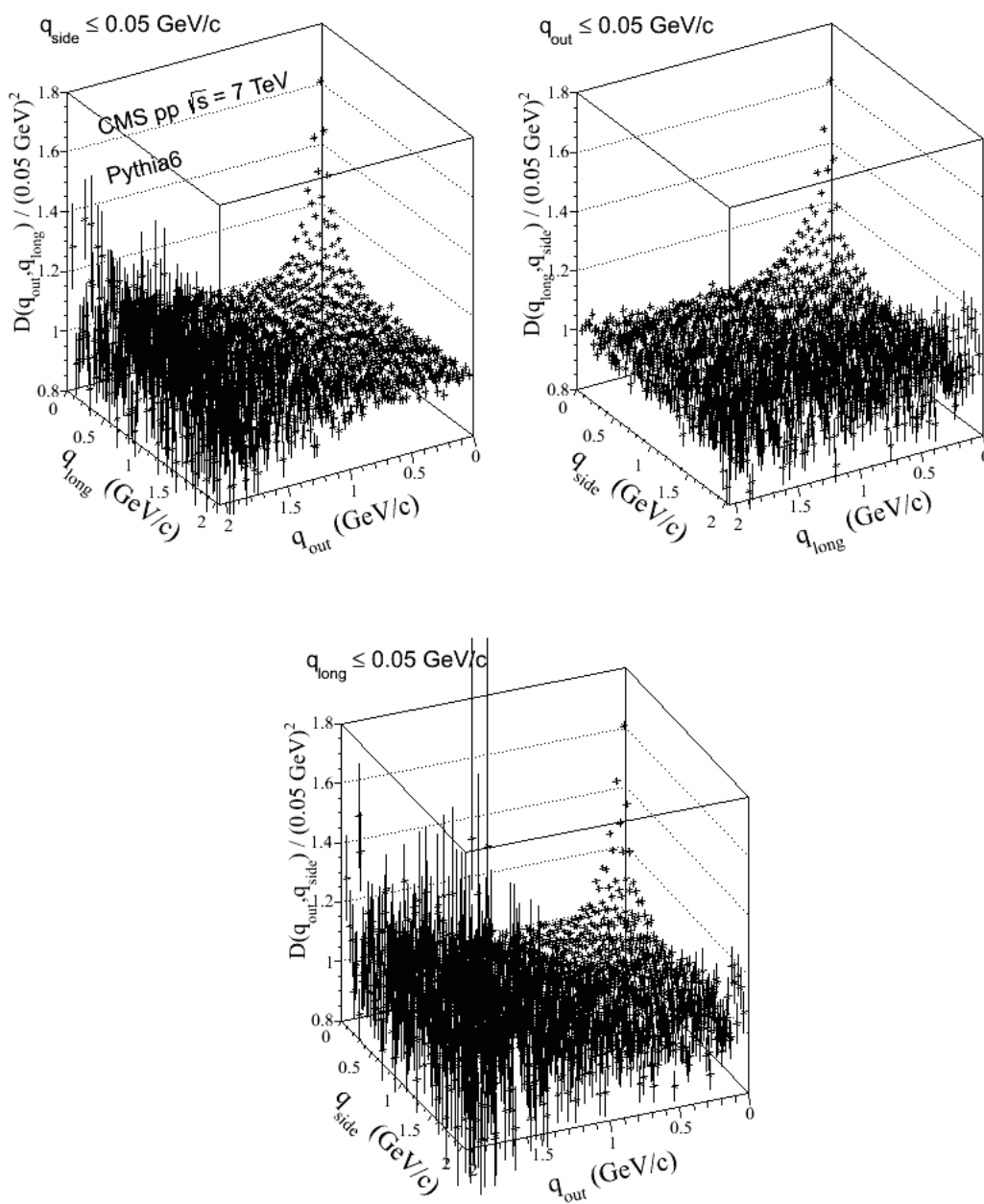


Figura 4.20: Incertezas estatísticas correspondentes aos histogramas da Fig. 4.19

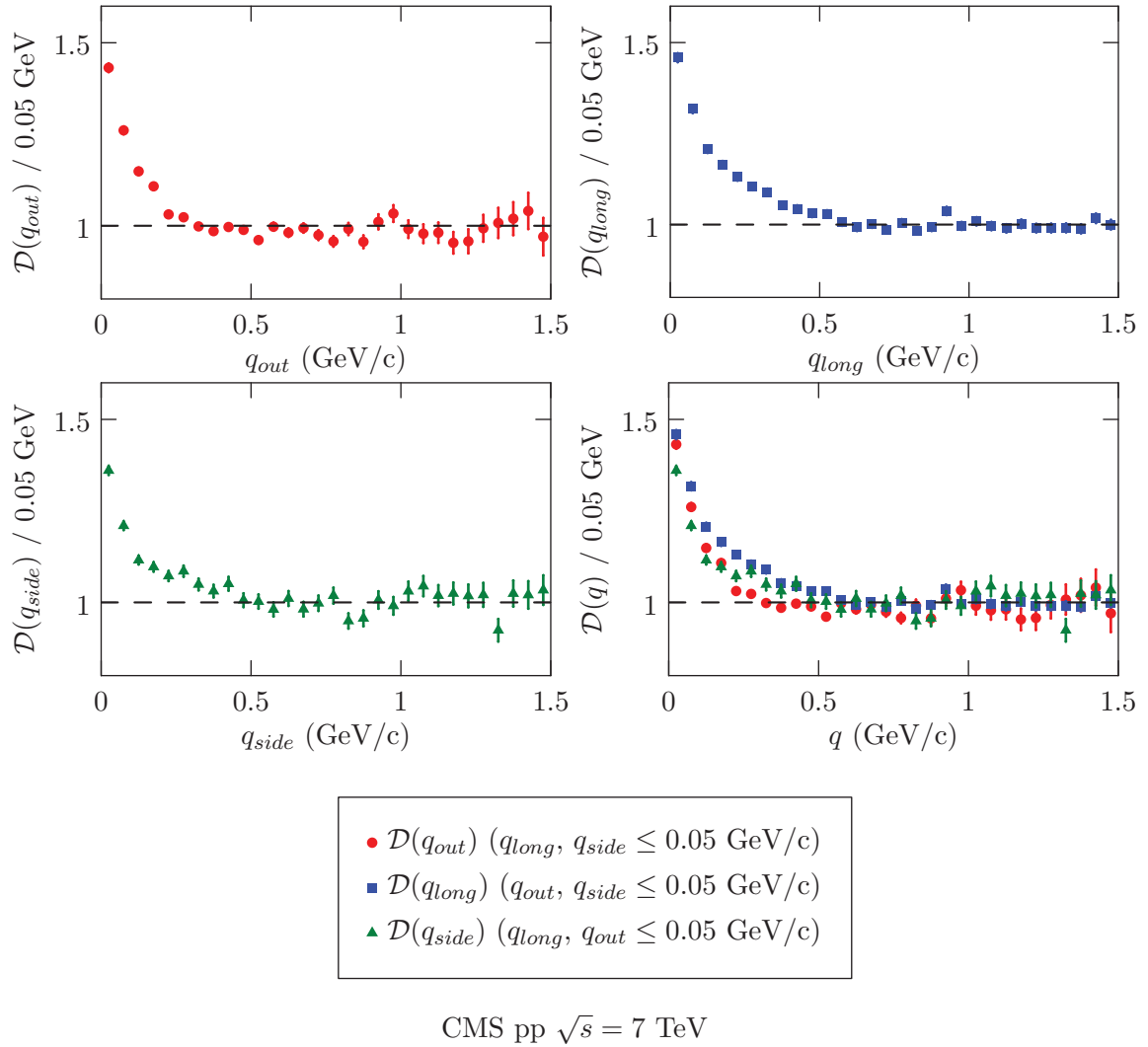


Figura 4.21: Projeções unidimensionais da função de correlação em três variáveis,  $\mathcal{D}(|\mathbf{q}_{out}|, |\mathbf{q}_{long}|, |\mathbf{q}_{side}|)$ .



# Capítulo 5

## Conclusão

Este trabalho apresentou um estudo de femtoscopia em colisões próton-próton ( $pp$ ) realizado com o detector CMS no LHC. Três análises foram feitas, onde mediu-se as dimensões aparentes do sistema  $pp$  (i) em termos de um raio invariante,  $R_{\text{inv}}$  (ii) nas direções transversal e longitudinal ao feixe,  $R_T$  e  $R_L$  e (iii) em três direções independentes,  $R_{\text{out}}$ ,  $R_{\text{long}}$  e  $R_{\text{side}}$ , definidas no centro de massa da colisão.

Observa-se que o sistema formado em colisões  $pp$  aparenta ser mais extenso na direção longitudinal em relação à transversal. Vale dizer, contudo, que os valores de  $R$  não podem ser interpretados de forma puramente geométrica, uma vez que o efeito HBT reflete também aspectos dinâmicos da fonte emissora. Nesse sentido, observou-se que a suposta região de anti-correlação observada na análise unidimensional está presente na variável longitudinal da função de correlação, quando decomposta em  $q_T$  e  $q_L$ .

Um estudo da dependência de  $R_{\text{inv}}$  com a multiplicidade de partículas carregadas no evento ( $N_{\text{ch}}$ ) e com o momento médio do par de partículas utilizadas na implementação do efeito HBT ( $|\mathbf{k}_T|$ ) foi apresentado. Observou-se que o raio-HBT invariante cresce com a multiplicidade de partículas no evento e diminui com o aumento do momento médio do par. Ambos comportamentos são observados em estudos do gênero feitos pelo CMS e outras colaborações às mesmas energias e a energias mais baixas.

Os mesmos estudos em  $N_{\text{ch}}$  e  $|\mathbf{k}_T|$  realizado com  $R_{\text{inv}}$  foram estendidos para  $R_T$  e  $R_L$ . Observou-se que  $R_T$  e  $R_L$  crescem com a multiplicidade de partículas no evento, aproximadamente de acordo com  $R \propto \langle N_{\text{ch}} \rangle^{1/3}$ . A dependência do raio longitudinal,  $R_L$ , mostrou-se decrescente com o aumento de  $|\mathbf{k}_T|$ , como observado em outros experimentos. O raio transversal,  $R_T$ , entretanto, apresentou comportamento distinto com  $|\mathbf{k}_T|$ . Um comportamento semelhante ao de  $R_T$  (porém nas decomposições transversais  $R_{\text{out}}$  e  $R_{\text{side}}$ ) foi recentemente observado pela colaboração ALICE no LHC [31] em colisões próton-próton.

Alguns dos resultados apresentados neste trabalho poderiam ser aprimorados analisando-se uma amostra de dados maior, como por exemplo o comportamento com  $N_{\text{ch}}$  e  $|\mathbf{k}_T|$  dos parâmetros de raio das análises em duas e três dimensões. Além disso, a mesma estrutura de análise poderia ser facilmente estendida para, por exemplo, (i) investigar o comportamento da função de correlação em outros sistemas de referência que não o do centro de massa, (ii) realizar uma análise do  $\tau$ -model em duas e três dimensões, (iii) realizar uma análise utilizando o *imaging method*, (iv) estudar a correlação de káons utilizando identificação de partículas baseada em  $dE/dx$ , entre outros.

# Apêndice A

## Considerações gerais

### A.1 Sobre a distribuição de referência $\mathcal{B}$

Como discutido na Sec. 2.3, existem diversas formas de construir a distribuição de referência  $\mathcal{B}$ , dada pela Eq. (4.2). Foram três os métodos citados neste trabalho: (i) mistura de eventos, (ii) partículas de cargas opostas e (iii) Monte Carlo. A abordagem adotada para obtenção dos resultados finais foi a mistura de eventos, por ser o método que menos apresenta contaminações inerentes às limitações experimentais. A comparação entre os três métodos pode ser vista na Fig. A.1. A discussão de cada um dos gráficos (a) ... (e) da Fig. A.1 é feita a seguir.

- (a) Este gráfico mostra as funções de correlação para dado e Monte Carlo onde foram utilizados pares de cargas opostas (+-) oriundos do mesmo evento para construção da distribuição de referência  $\mathcal{B}$ ,

$$\mathcal{C}(q) = \left( \frac{d^6 N(k_A, k_B)}{d^3 k_A d^3 k_B} \right)_{(++,--)} / \left( \frac{d^6 N(k_A, k_B)}{d^3 k_A d^3 k_B} \right)_{+-} \quad (\text{A.1})$$

Fortes correlações podem ser vistas, tanto para dados como Monte Carlo, na região  $0 < q < 1.0 \text{ GeV}/c$ , e refletem o fato de haver ressonâncias associadas à produção de pares  $\pi^+ \pi^-$ .

- (b) Este gráfico mostra a razão  $\mathcal{D}(q) = \mathcal{C}(q)_{\text{dado}} / \mathcal{C}(q)_{\text{MC}}$  das funções de correlação em (a). Apesar de eliminar quase por completo os comportamentos distorcidos presentes nas funções de correlação do item (a), a razão  $\mathcal{D}(q)$  ainda apresenta uma saliência em  $q \sim 0.7 \text{ GeV}/c$ . A região da saliência poderia ser excluída de um eventual ajuste sobre  $\mathcal{D}(q)$ .
- (c) Este gráfico mostra as funções de correlação de dados e Monte Carlo utilizando-se pares de eventos distintos para construção da distribuição de referência,

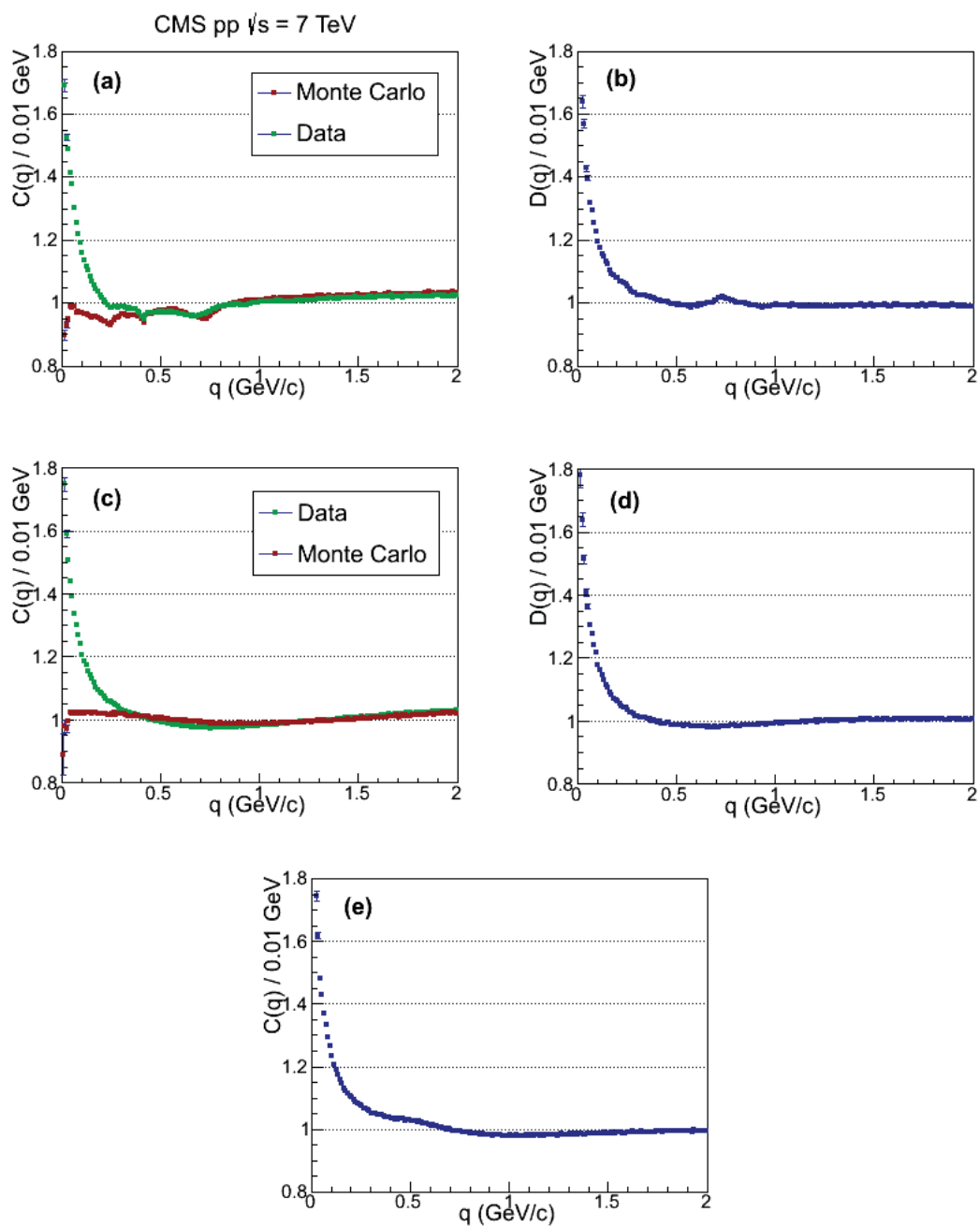


Figura A.1: Três diferentes formas de construir a distribuição de referência.

$$\mathcal{C}(q) = \left( \frac{d^6 N(k_A, k_B)}{d^3 k_A d^3 k_B} \right)_{(++,--)} \Bigg/ \left( \frac{d^3 N(k_A)}{d^3 k_A} \cdot \frac{d^3 N(k_B)}{d^3 k_B} \right)_{(++,--,+-)}^{\text{eventos distintos}} \quad (\text{A.2})$$

Nenhum requisito quanto à carga dos traços é feito na construção de  $\mathcal{B}$ . Observa-se comportamento mais suave que das distribuições em (a), pelo fato de agora não haver nenhuma ressonância entre os pares de eventos distintos. A função de correlação assim construída, contudo, ainda apresenta desvios de 1 para  $q \gtrsim 0.4 \text{ GeV}/c$ , em particular o crescimento monotônico para  $q \gtrsim 1.0 \text{ GeV}/c$ , característico da não-conservação do momento na mistura de eventos. Tais desvios podem ser eliminados dos dados tomando-se a razão  $\mathcal{D}(q) = \mathcal{C}(q)_{\text{dado}} / \mathcal{C}(q)_{\text{MC}}$ .

(d) Este gráfico mostra a razão  $\mathcal{D}(q) = \mathcal{C}(q)_{\text{dado}} / \mathcal{C}(q)_{\text{MC}}$  das funções de correlação em (c). Observe-se que, agora, os desvios de 1 para  $q \gtrsim 1.0 \text{ GeV}/c$  foram eliminados. Não obstante, é notório o surgimento de uma região de anti-correlação ( $\mathcal{D}(q) < 1$ ) entre  $0.4 \lesssim q \lesssim 1.0 \text{ GeV}/c$ . Tal anti-correlação foi observada em razões duplas utilizando-se distribuições de referência,  $\mathcal{B}$ , que utilizam diversos critérios para mistura de eventos [20].

(e) Este gráfico mostra a função de correlação obtida através da razão,

$$\mathcal{C}(q) = \left( \frac{d^6 N(k_A, k_B)}{d^3 k_A d^3 k_B} \right)_{(++,--)}^{\text{dados}} \Bigg/ \left( \frac{d^6 N(k_A, k_B)}{d^3 k_A d^3 k_B} \right)_{(++,--)}^{\text{MC}} \quad (\text{A.3})$$

Este método foi utilizado em várias experiências no passado como uma alternativa para construção da distribuição de referência. Aqui ele é incluído por completudeza, pois as análises são feitas com base na razão dupla.

## A.2 Fator de Gamow e correção Coulombiana

Pares de partículas de mesma carga irão sofrer repulsão coulombiana após desacoplamento do sistema formado nas colisões  $pp$ . Tal repulsão é refletida na tendência do par em ser emitido com maior diferença de momento<sup>1</sup>. Este fato altera a distribuição de sinal,  $d^6N(k_A, k_B)/d^3k_A d^3k_B$ , e portanto influencia o efeito HBT. A forma de corrigir a interação coulombiana entre pares de partículas carregadas adotada neste trabalho é através do *fator de Gamow* [32], descrita a seguir.

A interação Coulombiana entre dois píons é descrita pela equação de Schrödinger com potencial  $V(r) = \alpha\hbar c/r$ , cuja autofunção  $\psi_C$  (calculada no centro de massa das duas partículas e assumindo separação espacial zero entre os píons) é dada por [32],

$$\psi_C(r=0) = \left( \frac{2\pi\alpha m_\pi/|\mathbf{q}|}{e^{2\pi\alpha m_\pi/|\mathbf{q}|} - 1} \right)^{1/2} \quad (\text{A.4})$$

sendo  $m_\pi$  a massa de cada um dos dois píons e  $|\mathbf{q}|$  a diferença de momento entre eles. Dessa forma, devido à interação coulombiana, a probabilidade de emissão simultânea de dois píons idênticos com diferença de momento  $|\mathbf{q}|$  será modificada por um fator  $\mathcal{G} = |\psi_C(r=0)|^2$ , conhecido por fator de Gamow. A maneira de corrigir o efeito da interação coulombiana no histograma da distribuição  $d^6N(k_A, k_B)/d^3k_A d^3k_B$  para pares de píons idênticos é, portanto, atribuindo o peso,

$$w = 1/\mathcal{G} = \frac{e^{2\pi\alpha m_\pi/|\mathbf{q}|} - 1}{2\pi\alpha m_\pi/|\mathbf{q}|} \quad (\text{A.5})$$

a cada entrada do histograma.

A fim de mostrar que o efeito da correção coulombiana através do fator de Gamow é consistente, pode-se utilizar o fato de que o Pythia6 não inclui simulação de efeitos coulombianos e comparar seu comportamento com dados reais. A Fig. A.2 mostra a distribuição,

$$\mathcal{D}'(q) = \frac{\left[ \left( \frac{d^6N(k_A, k_B)}{d^3k_A d^3k_B} \right)_{(+)} / \left( \frac{d^3N(k_A)}{d^3k_A} \cdot \frac{d^3N(k_B)}{d^3k_B} \right) \right]_{\text{dados}}}{\left[ \left( \frac{d^6N(k_A, k_B)}{d^3k_A d^3k_B} \right)_{(+)} / \left( \frac{d^3N(k_A)}{d^3k_A} \cdot \frac{d^3N(k_B)}{d^3k_B} \right) \right]_{\text{MC}}} \quad (\text{A.6})$$

<sup>1</sup>Naturalmente, pares de carga oposta também estão sujeitos a interação coulombiana. A tendência, neste caso, é que o par seja emitido com menor diferença de momento.

para dados foram corrigidos com fator de Gamow de cargas opostas,

$$w_{+-} = 1/\mathcal{G}_{+-} = \frac{1 - e^{-2\pi\alpha m_\pi/|\mathbf{q}|}}{2\pi\alpha m_\pi/|\mathbf{q}|}, \quad (\text{A.7})$$

e sem a devida correção.

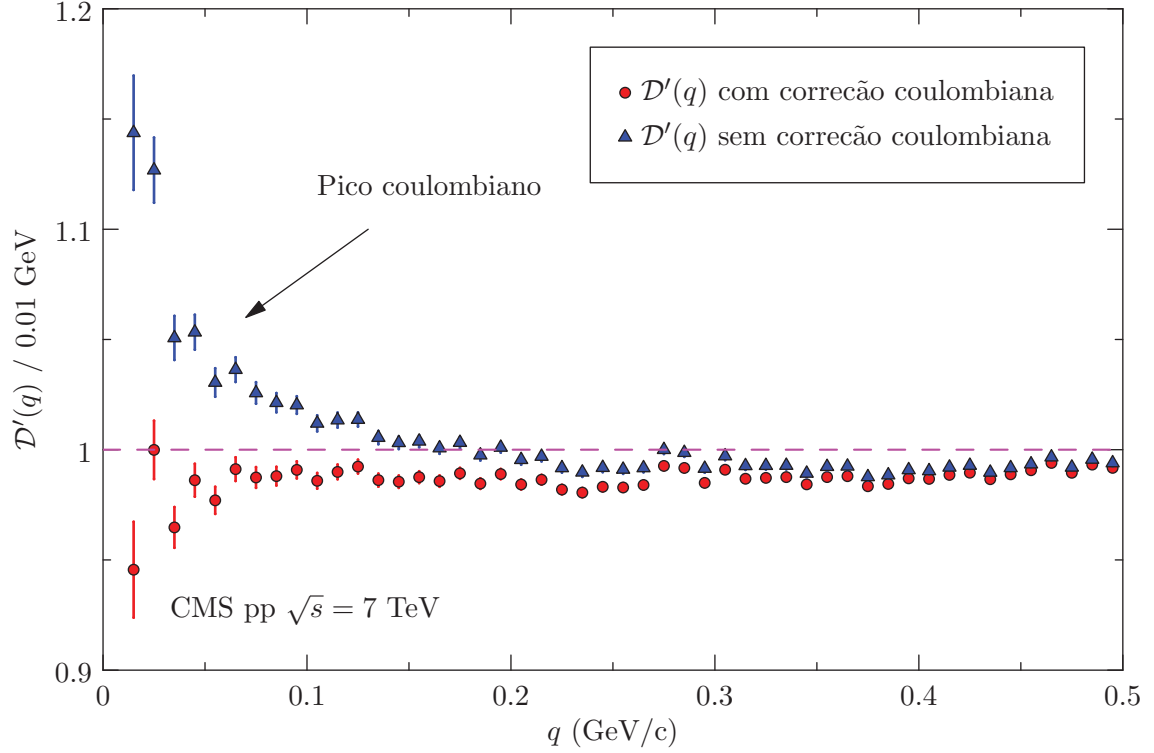


Figura A.2: Efeito da correção coulombiana através do fator de Gamow.

Observa-se que, quando os dados são corrigidos multiplicando-se cada *bin* pelo inverso do fator de Gamow correspondente, a razão (dados)/(Monte Carlo) para  $0 < q < 0.2$  é aproximadamente constante e igual a 1, indicando que, após a correção, os dados reais não apresentam mais efeitos coulombianos – assim como o Monte Carlo. Os dados que não foram corrigidos dão origem a um pico coulombiano, refletindo o fato de que pares de carga oposta tendem a ser emitidos com momento próximo.

### A.3 Incertezas sistemáticas

O procedimento experimental para construção da função de correlação pode conter distorções intrínsecas que afetam a medida da função de correlação  $\mathcal{D}(q)$ , ou seja, em geral, o resultado da medida é diferente de seu “real” valor, com discrepância mensuráveis através de incertezas sistemáticas. Tais incertezas sistemáticas devem ser estimadas analisando-se tanto as condições do aparato experimental quanto as técnicas empregadas na medida. As principais fontes de incertezas sistemáticas da análise HBT são apresentadas a seguir.

1. Escolha da distribuição de referência  $\mathcal{B}$  O fato de não ser possível saber, *a priori*, qual a forma mais apropriada de se construir a distribuição  $\mathcal{B}$  leva à necessidade de se introduzir incertezas sistemáticas na medida da função de correlação obtido através de uma particular escolha de  $\mathcal{B}$ .

Considerando as duas formas de construir a função de correlação experimental apresentadas neste trabalho que fazem uso da razão dupla,  $\mathcal{D}(q) = \mathcal{C}(q)_{\text{dado}} / \mathcal{C}(q)_{\text{MC}}$ , a incerteza sistemática de  $R_{\text{inv}}$  pode ser estimada, de forma semelhante à das análises anteriores do efeito HBT publicadas pelo CMS, como,

$$\sigma_{\text{sist}}(R_{\text{inv}}) = \sqrt{\frac{(R_1 - \bar{R})^2 + (R_2 - \bar{R})^2}{2}} \quad (\text{A.8})$$

sendo  $R_1$  e  $R_2$  o valor do parâmetro obtido com cada uma das formas de construir  $\mathcal{B}$  e  $\bar{R}$  a média entre eles. Procedimento análogo vale para  $\lambda$  (ver Tab. A.1).

Construção de $\mathcal{B}$	$\lambda$	$R_{\text{inv}}$ (fm)	$\lambda$	$R_{\text{T}}$	$R_{\text{L}}$
Mistura de ev.	$0.617 \pm 0.007$	$1.863 \pm 0.015$	$0.862 \pm 0.011$	$0.912 \pm 0.010$	$1.707 \pm 0.013$
Cargas opostas	$0.643 \pm 0.007$	$2.088 \pm 0.017$	$0.692 \pm 0.008$	$0.688 \pm 0.008$	$1.376 \pm 0.012$

Tabela A.1: Parâmetros obtidos com diferentes formas de se construir  $\mathcal{B}$ .

De acordo com a Eq. (A.8), a incerteza sistemática associada aos parâmetros  $\lambda$  e  $R$  devido à construção do histograma de referência são, respectivamente,  $\sigma_{\text{sist}}(\lambda) = 0.013$  e  $\sigma_{\text{sist}}(R) = 0.11$ . De forma análoga, as incertezas sistemática na análise em  $q_{\text{T}}$  e  $q_{\text{L}}$  são  $\sigma_{\text{sist}}(\lambda) = 0.088$ ,  $\sigma_{\text{sist}}(R_{\text{T}}) = 0.117$  e  $\sigma_{\text{sist}}(R_{\text{L}}) = 0.173$ .



2. **Escolha do Monte Carlo** O gerador de Monte Carlo utilizado para obtenção da razão dupla  $\mathcal{D}(q) = \mathcal{C}(q)_{\text{dado}}/\mathcal{C}(q)_{\text{MC}}$  foi o Pythia 6, *tune Z2*. A escolha deste particular *tune* foi feita pelo grupo de Padova pois, dos 4 geradores analisados (Pythia6 *tunes Z2, D6T, P0* e Pythia8), o Z2 é aquele que melhor descreve a distribuição de multiplicidade de partículas carregadas dos dados reais. Não se pode, entretanto, simplesmente descartar os outros *tunes*. Eles devem entrar, portanto, como forma de estimar as incertezas sistemáticas devido à escolha do Monte Carlo.

No estudo realizado pelo grupo de Padova, observou-se que a incerteza sistemática devido à escolha do gerador de Monte Carlo é  $\pm 8.5\%$  para  $R$  e  $\pm 5.2\%$  para  $\lambda$ . A presente análise assume o mesmo valor de incerteza sistemática devido à escolha do Monte Carlo.

3. **Correção coulombiana** Pelo fato de alterar a função de correlação em uma região de baixo- $q$ , a correção coulombiana discutida na Sec. A.2 pode introduzir incertezas sistemáticas. A estimativa feita por Padova acerca das incertezas sistemáticas introduzidas através da correção coulombiana foi  $\pm 2.8\%$  para  $\lambda$  e  $\pm 0.8\%$  para  $R$ . Este trabalho assume os mesmos valores, já que a correção coulombiana aqui aplicada é idêntica à análise unidimensional.
4. **Intervalo do ajuste** A escolha do intervalo utilizado no ajuste da parametrização da função de correlação sobre os dados experimentais pode ser uma fonte de incertezas sistemáticas. Este estudo foi realizado pelo grupo de Padova, onde estimou-se que a incerteza sistemática devido ao intervalo de ajuste é de  $\pm 4.2\%$ . O presente trabalho assume os mesmos valores para esta incerteza sistemática.
5. **Cortes sobre os traços** A seleção de traços descrita na Sec. 4.2 pode introduzir algum tipo de viés (ou *bias*) nos resultados finais. Um estudo realizado pelo grupo de Padova mostrou que esses erros são menores que os erros estatísticos, e portanto podem ser descartados. Tal estudo fez uso das informações a nível de gerador do Monte Carlo.

A Tab. A.2 apresenta os valores percentuais de cada uma das incertezas sistemáticas citadas acima, e o valor da incerteza sistemática total, obtido como soma quadrática de todos eles.

Origem	R	$\lambda$
Escolha da distribuição de referência	2.1%	5.7%
Escolha do Monte Carlo	8.5%	5.2%
Correção coulombiana	0.8%	2.8%
Intervalo do ajuste	1.8%	4.2%
Total	8.9%	9.2%

Tabela A.2: Incertezas sistemáticas.

## A.4 Sobre parametrizações da função de correlação

Diferentes hipóteses acerca da distribuição de fonte  $\rho(x)$  dão origem a diferentes funções de correlação (ver Sec 2.1). A real forma de  $\rho(x)$  não pode ser, contudo, conhecida *a priori*. O que se faz, portanto, é supor alguma forma para  $\rho(x)$  e, a partir dela, tentar obter uma função de correlação que decraça bem os dados. Quando um bom ajuste é conseguido, as dimensões associadas a  $\rho(x)$  podem então ser inferidas. A parametrização mais simples para  $\rho(x)$  é a forma gaussiana, que leva à função de correlação  $C(q) = 1 + \lambda \exp(-q^2 R^2)$ , sendo  $R$  o parâmetro que reflete o raio aparente da fonte emissora. Chama-se o raio aparente obtido dessa forma de raio-HBT. É preciso sempre lembrar, contudo, que  $R$  é um parâmetro efetivo, e que a fonte emissora é na realidade um objeto extenso com distribuição de densidade dada por  $\rho(x)$ .

A parametrização gaussiana foi sempre extensivamente utilizada na femtoscopia de íons pesados por descrever bem a situação experimental alí observada. O cenário de colisões  $pp$ , contudo, apresenta algumas diferenças substanciais em relação ao de Íons Pesados, e estudos [20, 31] sugerem que a forma gaussiana não é uma boa opção para descrever a geometria do sistema formado em tais colisões. A alternativa que tem se mostrado mais adequada à descrição de sistemas  $pp$  é a forma exponencial para função de correlação  $C(q) = 1 + \lambda \exp(-qR)$ , que supõe distribuição Lorentziana para  $\rho(x)$ . A comparação entre as parametrizações gaussiana e exponencial no ajuste da função de correlação de colisões  $pp$  pode ser vista na Fig. A.3. As informações sobre os ajustes estão na Tab. A.3.

O gráfico da Fig. A.3 ilustra o melhor acordo dos dados experimentais com a parametrização exponencial para função de correlação. Não obstante, a forma exponencial ainda não descreve os pontos experimentais de forma plenamente satisfatória. A dificuldade em encontrar a forma “ideal” para  $\rho(x)$  apresenta-se como questão central no estudo do efeito HBT. Uma alternativa para contornar este problema é a utilização do *imaging method* [33]. Tal método faz uma análise independente de modelo, e tenta inverter diretamente a relação  $C(q) = 1 + \lambda |\mathcal{F}_q[\rho(x)]|^2$  através da determinação do núcleo da transformada de Fourier. Nesse sentido, o método de *imaging* é, do ponto de vista estatístico, a forma mais correta de se tratar os dados. Entretanto, enormes dificuldades se apresentam do ponto de vista técnico, pois a inversa de Fourier depende de *todos* os pontos da função original, o que torna a estabilidade do método altamente dependente do intervalo de integração escolhido. A situação agrava-se ainda mais em sistemas

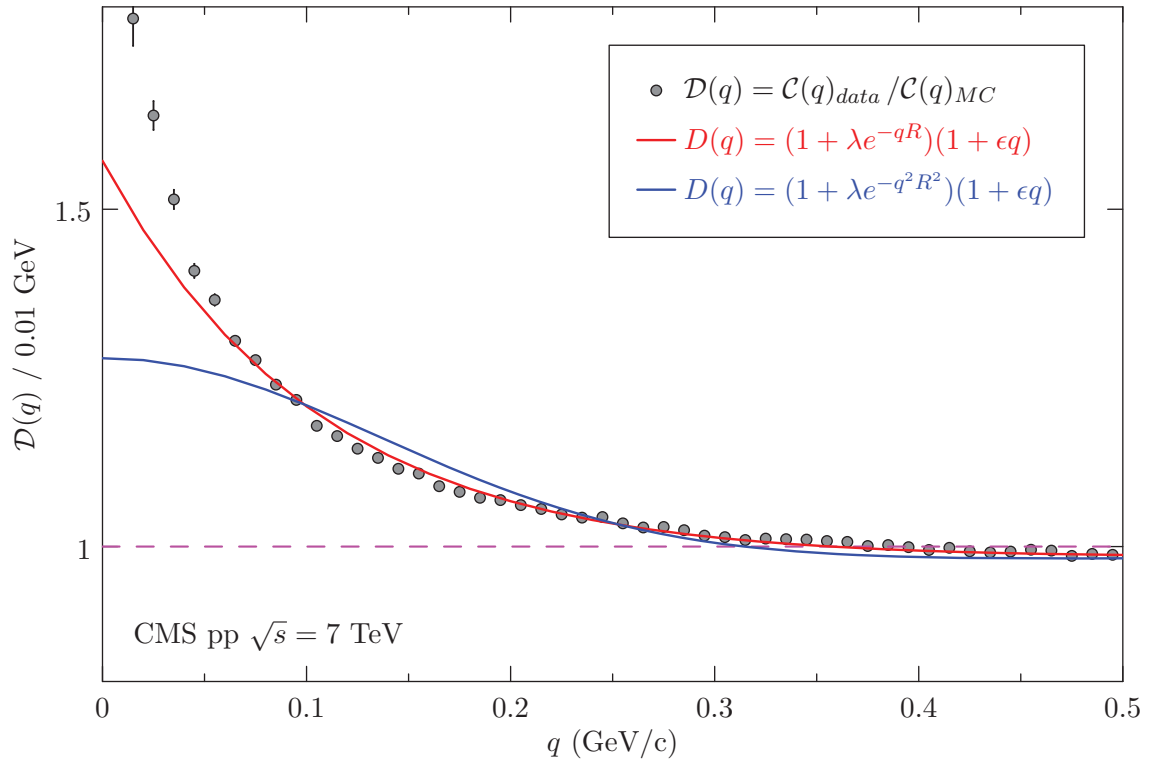


Figura A.3: Comparação entre as formas gaussiana (azul) e exponencial (vermelha) no ajuste da função de correlação de colisões  $pp$ . Informações sobre os ajustes podem ser vistos na Tab. A.3

pequenos como  $pp$ , onde a função de correlação apresenta comportamentos associados à dinâmica do sistema, refletidos nas regiões de  $q \gtrsim 0.5$  GeV/c em que  $\mathcal{C}(q) \leq 1$ .

Parametrização	fator- $\lambda$	Raio-HBT (fm)	$\chi^2/\text{ndf}$
$1 + \lambda e^{-(q \cdot r)^2}$	0.316(3)	1.216(8)	7923/197
$(1 + \lambda e^{-(q \cdot r)^2})(1 + \epsilon q)$	0.290(3)	1.022(7)	3868/196
$1 + \lambda e^{-q \cdot r}$	0.727(8)	2.416(17)	6724/197
$(1 + \lambda e^{-q \cdot r})(1 + \epsilon q)$	0.616(6)	1.863(15)	1429/196

Tabela A.3: Diferentes parametrizações sobre a função de correlação experimental.

A utilização conjunta de todos os métodos – ajustes, *imaging* e a observação da própria função de correlação – seria uma forma mais completa para uma melhor descrição da forma e dimensões da fonte emissora.

# Referências

- [1] R. Hanbury-Brown and R. Q. Twiss, “A New Type of Interferometer for use in Radio Astronomy”, *Phil. Mag.* **45**, 663 (1954).
- [2] R. Hanbury-Brown and R. Q. Twiss, “Correlation Between Photons in Two Coherent Beams of Light”, *Nature* **177**, 27 (1956).
- [3] R. Hanbury-Brown and R. Q. Twiss, “A Test of a New Type of Stellar Interferometer on Sirius”, *Nature* **178**, 1046 (1956).
- [4] Goldhaber, Goldhaber, Lee and Pais, “Influence of Bose-Einstein Statistics on the Antiproton-Proton Annihilation Process”, *Phys. Rev.* **120**, 300 (1960).
- [5] M. G. Bowler, “Bose Einstein Symmetrisation, Coherence and Chaos; with Particular Application to  $e^+e^-$  Annihilation” *Z. Phys. C* **29** 617-629 (1985).
- [6] David H. Boal, “Intensity Interferometry in Subatomic Physics” *Rev. Mod. Phys* **62**, 3 (1990).
- [7] Deutchmann et. al., CERN/EP/PHYS 78-1 (January,1978).
- [8] Pythia, <http://home.thep.lu.se/~torbjorn/Pythia.html>.
- [9] T. Csörgö, “Review of HBT of Bose-Einstein correlations in high energy heavy ion collisions” [arxiv.org/abs/nucl-th/0505019v2](http://arxiv.org/abs/nucl-th/0505019v2)
- [10] Sérgio F. Novaes, “Standard Model: An Introduction” [arxiv.org/abs/hep-ph/0001283](http://arxiv.org/abs/hep-ph/0001283)
- [11] Chris Quigg, “Gauge Theories of the Strong, Weak and Electromagnetic Interactions” Westview (1997).
- [12] Dan Green, “High  $p_T$  Physics at Hadron Colliders”(Cambridge University Press, 2005).
- [13] Dan Green, “The Physics of Particle Detectors” (Cambridge University Press, 2000).

- [14] CMS Collaboration, “The CMS Experiment at the CERN LHC” JINST **0803** 08004 (2008).
- [15] Thiago Tomei, “Busca por Dimensões Extras no Detector CMS do Large Hadron Collider” Tese de Doutorado, IFT-T.999/12.
- [16] R. E. Kalman, “A new approach to linear filtering and prediction problems” Journal of basic Engineering, **82** D (1960).
- [17] CMS Collaboration, “Track reconstruction in the CMS tracker” CMS Note NOTE-2006-041 (2006), [cdsweb.cern.ch/record/934067](http://cdsweb.cern.ch/record/934067)
- [18] K. Nakamura *et. al* (Particle Data Group), “Review of Particle Physics” Journal of Physics G **37**, 075021 (2010).
- [19] CMS Collaboration, “First Measurement of Bose-Einstein Correlations in proton-proton Collisions at  $\sqrt{s} = 0.9$  and 2.36 TeV at the LHC” Phys. Rev. Lett. **105** (2010) 032001.
- [20] CMS Collaboration, “Measurement of Bose–Einstein Correlations in pp Collisions at  $\sqrt{s} = 0.9$  and 7 TeV” J. High Energy Phys. **05** (2011) 029
- [21] Geant4, <http://geant4.cern.ch>
- [22] T. Csörgö, W. Metzger, W. Kittel and T. Novák for the L3 Collaboration, “Detailed L3 measurements of Bose-Einstein correlations and a region of anti-correlations in hadronic  $Z^0$  decays at LEP”, [arxiv.org/abs/1002.1303](http://arxiv.org/abs/1002.1303)
- [23] T. Csörgö and J. Zimányi, Nucl. Phys. A **517** 588 (1990).
- [24] Sandra Padula, Braz. J. Phys. **35**, 70 (2005).
- [25] The STAR Collaboration, “Pion Interferometry of  $\sqrt{s_{NN}} = 130$  GeV Au+Au Collisions at RHIC” [arxiv.org/abs/nucl-ex/0107008v1](http://arxiv.org/abs/nucl-ex/0107008v1)
- [26] The STAR Collaboration, “Pion Interferometry in Au+Au Collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 200$  GeV” Phys. Rev. C **71**, 044906 (2005).
- [27] The ALICE Collaboration, “Two-pion Bose-Einstein correlations in central Pb-Pb collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 2.76$  TeV” Physics Letters B **696** (2011) 328-337.
- [28] M. A. Lisa *et. al.*, Ann. Rev. Nucl. Part. Phys. **55**, 357 (2005).

- 
- [29] The PHENIX Collaboration, "Transverse Mass Dependence of Two-Pion Correlations in Au+Au Collisions at  $\sqrt{s_{NN}} = 130$  GeV" [arxiv.org/abs/nucl-ex/0201008v3](https://arxiv.org/abs/nucl-ex/0201008v3)
- [30] S. C. Johnson for the PHENIX Collaboration, "First Measurements of Pion Correlations by PHENIX Experiment" [arxiv.org/abs/nucl-ex/0104020v1](https://arxiv.org/abs/nucl-ex/0104020v1)
- [31] The ALICE Collaboration, "Femtoscopy of  $pp$  collisions at  $\sqrt{s} = 0.9$  and 7 TeV at the LHC with two-pion Bose-Einstein correlations" *Phys. Rev. D* **84**, 112004 (2011).
- [32] G. Baym and P. Braun-Munzinger, "Physics of Coulomb Corrections in Hanbury-Brown Twiss Interferometry in Ultrarelativistic heavy Ion Collisions", <http://arxiv.org/abs/nucl-th/9606055v1>
- [33] David A. Brown and Pawel Denielewicz, "Imaging of Sources in Heavy-Ion Reactions" *Phys. Lett. B* **398**, 3-4 (1997) [arxiv.org/abs/nucl-th/9701010v2](https://arxiv.org/abs/nucl-th/9701010v2).