



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
Campus de São José do Rio Preto

Wallace Correa de Oliveira Casaca

*Restauração de Imagens Digitais com
Texturas utilizando Técnicas de Decomposição
e Equações Diferenciais Parciais*

Dissertação de Mestrado
Pós-Graduação em Matemática

Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas
Rua Cristóvão Colombo, 2265, 15054-000
São José do Rio Preto - SP - Brasil
Telefone: (17) 3221-2444 - Fax: (17) 3221-2445

*Restauração de Imagens Digitais*¹
com Texturas utilizando Técnicas de
Decomposição e Equações
Diferenciais Parciais

Orientador:
Prof. Dr. Maurílio Boaventura

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
INSTITUTO DE BIOCÊNCIAS, LETRAS E CIÊNCIAS EXATAS
CAMPUS DE SÃO JOSÉ DO RIO PRETO

São José do Rio Preto

25 de Fevereiro de 2010

¹Este trabalho contou com o apoio da FAPESP (processo n. 07/58026-4)

Wallace Correa de Oliveira Casaca

*Restauração de Imagens Digitais com Texturas utilizando Técnicas de
Decomposição e Equações Diferenciais Parciais*

Dissertação apresentada para obtenção do título de Mestre em Matemática, área de Análise Aplicada, junto ao Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Campus de São José do Rio Preto.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Maurílio Boaventura
Professor Adjunto
IBILCE/UNESP - São José do Rio Preto
Orientador

Prof. Dr. Evanivaldo Castro Silva Júnior
Professor Assistente
FATEC - São José do Rio Preto

Prof. Dr. Alagacone Sri Ranga
Professor Titular
IBILCE/UNESP - São José do Rio Preto

São José do Rio Preto, 25 de Fevereiro de 2010.

À minha mãe, Neuza.

Dedico.

Agradecimentos

Gostaria de agradecer a Deus, pela oportunidade a mim concedida de aprender com a matemática, com as ciências e, principalmente, com as pessoas.

À minha mãe, Neuza, pelo apoio e pelo amparo incondicionais.

À minha irmã, Aline, pelo convívio e pelos conselhos sempre bem-vindos.

À minha companheira Juliana, por ter me ensinado a acreditar em meus próprios sonhos e pela ajuda prestada neste trabalho.

Aos meus familiares, que me ensinaram que o aspecto humano deve ser valorizado acima de tudo. Em especial, agradeço à minha tia Shirley, ao meu tio Edinho, e à minha afilhada Dhara.

Aos meus amigos de longa data: Adriane, Badaró, Caroline, Cintia, Denise, Dora, Eduardo, Elaine, Eliane, Érika, Fabio, Fabrício, Gilberto, Guilherme, Kae, Leonardo, Lucas, Marcelo, Marcio, Matheus, Paulo, Rodrigo, Vanessa, entre outros amigos, e ao pessoal do Aikido, por estarem sempre ao meu lado.

À minha professora Clécia, pela ajuda e dedicação prestadas.

Aos meus alunos do cursinho do IBILCE/UNESP, VestJR, pela paciência e pela confiança depositadas.

Ao PET (Programa de Educação Tutorial), pela amizade, pelo convívio em grupo e pelas inúmeras viagens as quais me possibilitaram conhecer diversos centros de pesquisa de forma a valorizar a diversidade cultural de cada região. Um agradecimento especial à Profa. Dra. Maria Gorete Carreira, tutora do PET, e ao Prof. Dr. Adalberto Spezamiglio, co-tutor do mesmo, por sempre terem me incentivado a desenvolver atividades extracurriculares em paralelo com a graduação.

Aos colegas de graduação dos cursos de Bacharelado em Matemática Aplicada e Computacional, Matemática Pura e Licenciatura, pela amizade e convivência.

Aos amigos de pós-graduação Ana Paula, Augusto, Alyne, Cristiane, Cyntia, Eduardo, Heron, José Augusto, José Henrique, Manuella, Marcos e Regina, pelos momentos de descontração e de estudo.

Aos meus professores do ensino médio, da E.E. Cardeal Leme, e técnico, da ETE Philadelpho Golvea Netto, em especial aos professores das áreas de matemática, física e computação, por me incentivarem a cultivar os aspectos ímpares de cada uma dessas três grandes vertentes do conhecimento. Um agradecimento especial à Profa. Valéria Regina Donatoni Anguera.

Ao Prof. Dr. Maurílio Boaventura, do IBILCE/UNESP, pela orientação, confiança e dedicação prestadas durante a iniciação científica e pós-graduação.

Ao Prof. Dr. Evanivaldo Castro Silva Júnior, da FATEC-RP, e aos Profs. Drs. Alagacone Sri. Ranga e Masayoshi Tshuchida, do IBILCE/UNESP, por constituírem minha banca de Qualificação e minha banca de Defesa de Mestrado.

Aos professores de graduação e pós-graduação em Matemática do IBILCE/UNESP que, de alguma forma, contribuíram na minha formação acadêmica e intelectual ao longo dos anos e que tomo como exemplo de vida e de dedicação assídua ao meio acadêmico, dentre os quais cito os Profs. Drs. Alagacone Sri. Ranga, Claudio Aguinaldo Buzzi, Cleonice Fátima Bracciali, Dimitar Kolev Dimitrov, Eliana Xavier Linhares de Andrade, Geraldo Nunes Silva, Maurílio Boaventura, Masayoshi Tshuchida, Manoel Ferreira Borges Neto e Maria do Socorro Rangel.

À Profa. Dra. Célia Aparecida Zorzo Barcelos, da UFU, e ao Prof. Dr. Alagacone Sri. Ranga, do IBILCE/UNESP, pela revisão substancial de alguns trabalhos produzidos durante a vigência de meu mestrado.

À todas as pessoas e funcionários do IBILCE/UNESP que, no desenvolvimento deste trabalho, contribuíram em diferentes instâncias para a sua elaboração.

À FAPESP e seus acessores, pela oportunidade concedida e pelo financiamento durante os dois últimos anos de minha graduação e nos dois anos referentes ao mestrado.

Resumo

Neste trabalho propomos quatro novas abordagens para tratar o problema de restauração de imagens reais contendo texturas sob a perspectiva dos temas: reconstrução de regiões danificadas, remoção de objetos, e eliminação de ruídos. As duas primeiras abordagens são designadas para recompor partes perdidas ou remover objetos de uma imagem real a partir de formulações envolvendo decomposição de imagens e *inpainting* por exemplar, enquanto que as duas últimas são empregadas para remover ruído, cujas formulações são baseadas em decomposição de três termos e equações diferenciais parciais não-lineares. Resultados experimentais atestam a boa performance dos protótipos apresentados quando comparados à modelagens correlatas da literatura.

Palavras-chave: Processamento de imagens com texturas - técnicas de restauração. Decomposição de imagens. Retoque digital. Síntese de textura. Equações diferenciais parciais. Difusão não-linear. Eliminação de ruído. Modelagem numérica. Técnicas de diferenças finitas.

Abstract

In this paper we propose four new approaches to address the problem of restoration of real images containing textures from the perspective of reconstruction of damaged areas, object removal, and denoising topics. The first two approaches are designed to reconstruct missing parts or to remove objects of a real image using formulations based on image decomposition and exemplar-based inpainting, while the last two other approaches are used to remove noise, whose formulations are based on decomposition of three terms and nonlinear partial differential equations. Experimental results attest to the good performance of the presented prototypes when compared to modeling related in literature.

Keywords: Digital image processing - restoration of textured images. Image decomposition. Digital image inpainting. Texture synthesis. Partial differential equations. Nonlinear diffusion. Digital image denoising. Numerical modeling. Finite difference techniques.

Lista de Figuras

- 1 Exemplo de manifestações de texturas distintas. p. 22
- 2 Exemplo de imagens reais contendo texturas e outras informações relevantes. p. 22
- 3 Aplicação de remoção de objetos. (a) Imagem-alvo e (b) resultado obtido pela proposta II. p. 24
- 4 Tratamento de impressões digitais. (a) Imagem-alvo e (b) resultado obtido pela proposta IV. p. 24
- 5 Decomposição em três termos (proposta III). (a) Imagem-alvo, (b) cartoon, (c) textura e (d) ruído/resíduo. p. 24
- 6 Decomposição do tipo “estrutura/ruído”. (a) Imagem inicial f (contaminada por ruído), (b) estrutura u (imagem desprovida de ruído) e (c) ruído n p. 28
- 7 Decomposição do tipo “cartoon/textura”. (a) Imagem inicial f , (b) estrutura e/ou cartoon u e (c) textura v p. 28
- 8 Decomposição simultânea “cartoon + textura”. (a) Imagem inicial f ; (b) imagem aproximada $u + v$ via [Vese; Osher, 2003] e (c) resíduo $f - (u + v)$. p. 30
- 9 Processo numérico recursivo com base na equação contínua (2.10) para a obtenção de u . (a) Recursividade de $f^{(t)}$ e (b) u p. 37
- 10 Processo de obtenção do termo v . (a) f , (b) u e (c) v p. 37
- 11 Representação genérica de textura. (a) Interligação dos fios de um tecido e (b) padrões oscilatórios de uma rocha. p. 39
- 12 Processo de Síntese de Textura. Partindo-se da imagem amostra (a) obtém-se a imagem (b). p. 40

13	Tabela de classificação de texturas sugerida em [Liu et al., 2004].	p. 42
14	Adoção de diferentes dimensões para a janela de busca. Podemos reparar que em cada situação são geradas imagens contendo diferentes tipos de texturas (em especial quanto à disposição geométrica dos pequenos círculos).	p. 43
15	Dada uma amostra de textura (esquerda), o algoritmo procura sintetizar o pixel corrente p (direita) de acordo com as informações de cada um dos possíveis blocos (em azul), de mesma dimensão da vizinhança de p (em vermelho), da amostra. Após a seleção dos blocos ótimos, o método designa aleatoriamente um destes e copia o valor do seu pixel central para o pixel em evidência p	p. 44
16	Modelo de síntese de textura proposto em [Efros; Leung, 1999]. (a) Imagem amostra e (b) imagem sintetizada a partir de (a).	p. 45
17	Falhas na escolha da região de amostragem. (a) Imagem danificada (faixa central) e (b) imagem reconstruída com imperfeições. Repare a textura das “folhas” trazida incorretamente para o centro da imagem.	p. 46
18	Esquema de reconstrução de áreas heterogêneas de acordo com os autores [Criminisi et al., 2004]. (a) Imagem original contendo a região de amostragem Γ , a região-alvo Ω e seu contorno $\delta\Omega$, (b) pixel a ser restaurado $p \in \delta\Omega$ de janela Ψ_p , (c) blocos candidatos $\Psi_{q'}$ e $\Psi_{q''}$ para recompor a vizinhança de p e (d) cópia do bloco ótimo escolhido para reconstruir as intermediações do pixel corrente p . Repare que ambas as regiões separadas pela linha central são reconstruídas no decorrer do processo.	p. 48
19	Interpretação do termo de dados $D(p)$ segundo [Criminisi et al., 2004]. Fixado um bloco Ψ_p , n_p representa o vetor normal no pixel p ao contorno $\delta\Omega$ enquanto que ∇f_p^\perp denota a direção dos isótopos nesse mesmo pixel.	p. 49
20	Remoção de objetos usando a abordagem proposta [Criminisi et al., 2004]. (a) Imagem a ser processada e (b) imagem pós-processada.	p. 50

21	Ilustração do esquema de recursividade (3.7). (a) Imagem a ser processada $f(i, j) = u(i, j, 0)$, (b) região de reconstrução Ω em evidência (em preto) e (c) processo iterativo $u(i, j, t)$ em t convergindo para a imagem restaurada $f_R(i, j)$	p. 53
22	Aplicação sucessiva dos passos 1 e 2 do modelo em análise.	p. 55
23	Escolha equivocada da direção de propagação. (a) Imagem original e (b) imagem reconstruída incorretamente. A direção normal em relação à fronteira $\partial\Omega$ não conserva as direções das estruturas lineares da imagem (“escada” entre as cores preta e cinza).	p. 56
24	Aplicação do modelo de inpainting [Bertalmio et al., 2000]. (a) Imagem danificada (com “dobraduras”) e (b) imagem reconstruída.	p. 58
25	(a) Imagem a ser tratada e (b) imagem retocada com o modelo TV [Chan; Shen, 2002], com $L < W$	p. 61
26	(a) Imagem a ser tratada, (b) inpainting na percepção humana e (c) inpainting TV [Chan; Shen, 2002] para $L \gg W$	p. 62
27	Exemplo de remoção de textos pelo modelo CDD [Chan; Shen, 2001b]. (a) Imagem com texto e (b) imagem processada.	p. 64
28	Esquema adotado para tratar o problema de reconstrução de imagens. Os Passos 1, 2, 3 e 4 constituem às abordagens de decomposição de domínios, retoque digital, síntese de texturas e associação dos resultados, respectivamente.	p. 68
29	Comparação entre métodos de decomposição de imagens (Parte 1). (a) Imagem da Barbara e (b) parte inferior de (a).	p. 70
30	Comparação entre métodos de decomposição de imagens (Parte 2). (a)-(d), (b)-(e) e (c)-(f) representam os componentes homogêneos u e v gerados pelos modelo de [Meyer, 2002], [Vese; Osher, 2003] e pela abordagem proposta, respectivamente.	p. 71

31	Presença de resíduo no componente u . (a) Imagem original f e (b) componente u obtido pela decomposição de f . Repare no resíduo de u presente no contorno das três áreas a serem reconstruídas (em branco). Nesse caso em particular, boa parte do resíduo constitui-se dos pixels de textura da imagem f , que ficaram retidos em u	p. 74
32	Pré-processamento da imagem máscara Ω . (a) Região de inpainting original (máscara) e (b) região dilatada, utilizada no algoritmo de retoque digital para recompor u	p. 75
33	Reconstrução do componente u . (a) Componente u , (b) máscara guia obtida a partir da dilatação da Figura 32(b) e (c) componente reconstruído u_1	p. 76
34	Determinação da região sorvedoura de informações para o processo de síntese de texturas. (a) Máscara Ω , (b) área dilatada a partir de Ω e (c) projeção da área dilatada (região sorvedoura $\Lambda\Omega$) na imagem a ser tratada.	p. 78
35	Reconstrução do componente v . (a) Componente v e (b) componente reconstruído v_1	p. 78
36	Obtenção da imagem reconstruída f_1 . (a) Imagem inicial f_1 e (b) imagem final restaurada, produzida a partir da soma da Figura 33(c) com a Figura 35(b).	p. 79
37	A importância na ordenação do inpainting durante o processo de síntese de texturas. (a) Imagem original, (b) região de inpainting em destaque (amarelo) e (c)-(d) resultado obtido com nosso modelo adotando-se o mecanismo de ordenação proposto e desconsiderando tal, respectivamente.	p. 81
38	Representação do campo de direções em uma amostra da imagem. (a) Imagem original, (b) componente u e (c)-(d) áreas obtidas pela soma dos componentes R , G e B das regiões em destaque em (a) e (b), respectivamente.	p. 82

39	Representação do campo de direções em uma amostra da imagem. (a) Campo de direções normalizado $\nabla^\perp f$ (com relação à região 38(c)) e (b) campo normalizado $\nabla^\perp u$ (com relação à região 38(d)).	p. 83
40	Aplicação do operador laplaciano Δ nas imagens (38(a))-(38(b)). (a) Δf e (b) Δu . Podemos reparar que os isotópos são melhores caracterizados em (b) do que em (a), além da pouca presença da textura.	p. 85
41	Efeito individual de cada fator da medida de prioridade P (4.14) para um número fixo de iterações. (a) Resultado da prioridade baseado apenas em C (4.13), (b) R (4.10) e (c) na medida original P (4.14).	p. 87
42	Reprodução de padrões inconvenientes em localidades arbitrárias. (a) Destaque em verde do padrão presente na imagem original, (b) reprodução deste padrão (em vermelho) em uma região distante obtido por um modelo de amostragem estática e (c) padrão corretamente reproduzido (em azul) próximo à sua região de origem gerado pela abordagem proposta.	p. 88
43	Caracterização do processo de amostragem dinâmica. $\Lambda\Omega$ é a região provedora de informações, $H_L(p)$ é o bloco de avaliação centrado no pixel-alvo p (em verde).	p. 89
44	Esquema ilustrativo do processo de síntese de textura (“zoom” na Figura 43). (a) Comparação entre o conteúdo válido dos blocos $H_n(p)$ e $H_n(\hat{q})$ e (b) resultado após a copia da informação pertinente.	p. 91
45	(a) Imagem original e (b) imagem danificada f	p. 97
46	(a) Componente homogêneo u e (b) sua versão restaurada u_1	p. 98
47	(a) Componente contendo textura v e (b) sua versão restaurada v_1	p. 98
48	(a) Imagem reconstruída $f_1 = u_1 + v_1$ e (b) região restaurada em destaque.	p. 98
49	(a) Imagem com texto, f e (b) imagem reconstruída f_1	p. 100
50	(a) Máscara pré-processada (dilatada), (b) componente homogêneo u , (c) v e (d) versão reconstruída v_1 de v	p. 100

51	(a) Imagem original, (b) danificada (destacando-se a danificação), (c) restaurada e (d) região reconstruída em destaque.	p. 102
52	(a) Componente homogêneo, (b) versão homogênea reconstruída, (c) componente da textura e (d) versão da textura reconstruída.	p. 103
53	(a) Imagem danificada, (b) máscara original, (c) restaurada pelo MP-I e (d) pelo BVSO	p. 105
54	(a) Máscara pré-processada (dilatada) e (b) nova versão restaurada pelo BVSO	p. 106
55	(a)-(b) Áreas de reconstrução em destaque obtidas de 53(c) e 54(b), respectivamente.	p. 106
56	(a) Imagem a ser processada, (b) reconstruída por [Efros; Leung, 1999], (c) por [Bertalmio et al., 2000], (d) pelo BVSO e (e) pelo MP-I	p. 108
57	(a) Reconstruções em evidência de 56(b), (b) 56(c), (c) 56(d) e -(d) 56(e). p. 108	
58	(a) Imagem a ser processada, (b) máscara (região-alvo), (c)-(d) restauradas pelo BVSO e (e) restaurada pelo MP-I	p. 110
59	(a); (d) e (b); (e) componentes u e v associados às imagens originais de 58(c) e 58(d) e (c); (f) representação das respectivas somas $u + v$	p. 111
60	(a) Imagem deteriorada, (b) máscara-guia (região de reconstrução), (c) restaurada pelo MP-II e (d) componente suporte (para o cálculo do critério de prioridade P).	p. 115
61	(a) Reconstrução da Figura 60 com 15% dos pixels recompostos, (b) 35% e (c)-(d) “zoom” das regiões em destaque de (a) e (b), respectivamente.	p. 115
62	(a) Imagem original, (b) danificada, (c) restaurada pelo MP-II e (d) região recuperada.	p. 116
63	(a) Imagem original, (b) seleção em destaque do objeto a ser removido, (c) imagem reconstruída e (d) área reconstruída.	p. 117
64	Análise da prioridade na reconstrução. (a) Reconstrução aleatória, (b) 30% de reconstrução apenas com a atuação de C , (c) de R e (d) de P	p. 118

65	(a) Imagem original e (b) área de inpainting em destaque.	p. 120
66	(a) Imagem reconstruída pelo MP-II e (b) pelo modelo CTP	p. 120
67	(a)-(b) “Zoom” da regiões reconstruídas extraída de 66(a)-(b), respectivamente.	p. 121
68	(a) Imagem original, (b) área de inpainting em destaque, (c) versão restaurada pelo MP-II , (d) pelo CTP e (e)-(f) áreas reconstruídas relativas a (c) e (d), respectivamente.	p. 122
69	(a) Imagem reconstruída apresentada em [Criminisi et al., 2004] e (b) seleção da área reconstruída.	p. 123
70	(a) Imagem original e (b) versão a ser processada.	p. 124
71	(a) Reconstrução obtida pelo MP-II , (b) pelo CTP e (c)-(d) áreas reconstruídas de (a) e (b), respectivamente.. . . .	p. 125
72	(a) Fotografia original, (b) versão danificada (com obstruções em azul), (c) reconstruída pelo MP-II e (d) pelo modelo CTP	p. 126
73	(a)-(b) Seleção dos pixels restaurados em 72(c)-(d), respectivamente, e (c)-(d) zoom relativo às reconstruções.	p. 127
74	(a) Imagem original e (b) versão danificada.	p. 128
75	(a)-(b) Imagem restaurada pelo MP-II e CTP , respectivamente.	p. 129
76	Prioridade de reconstrução nas regiões de fronteira (via MP-II). (a) Reconstrução com 48% dos pixels recompostos e (b) com 70%.	p. 130
77	(a)-(b) “Zoom” das regiões reconstruídas (fora de escala) de 75(a)-(b), respectivamente.	p. 131
78	(a) Imagem original, (b) versão a ser processada e (c) regiões de restauração em destaque.	p. 132
79	(a) Imagem reconstruída pelo MP-II e (b) pelo CTP	p. 134
80	Esquema ilustrativo do método proposto.	p. 140

81	Imagens envolvidas na etapa 1. (a) Imagem de entrada f contendo ruído, (b) estrutura ou cartoon u e (c) padrões oscilatórios v (ruído e textura).	p. 142
82	Detalhe da etapa 2. (a) Imagem de entrada v e (b) contornos intrínsecos e partes da textura, representadas aqui pela imagem v_1 . Note em v_1 que, embora haja perdas de textura nas proximidades do pescoço e no fundo, os contornos intrínsecos do rosto são preservados, tais como os olhos, boca e cabelo.	p. 144
83	Detalhe da etapa 3. (a) Imagem de entrada v e (b) textura orientada e detalhes irregulares v_2 . Note que ao contrário do que ocorreu na Figura 82(b), toda a textura orientada é ressaltada em v_2 , no entanto, os contornos intrínsecos (ex.: detalhes da face) foram perdidos ou ficaram totalmente sem definição.	p. 148
84	(a) Uma curvelet digital [Candés et al., 2006] e (b) um wave atom digital [Demanet; Ying, 2007a].	p. 149
85	Detalhe da etapa 4. (a) Imagem de entrada v_2 e (b) realce da textura orientada de v_2 com correção do fundo (imagem ω_{v_2}).	p. 151
86	Detalhe da etapa 5. (a) Imagem de entrada v_1 , caracterizada pelos contornos intrínsecos, (b) representação fuzzy ω_{v_2} da textura orientada e (c) combinação das características de v_1 com ω_{v_2} , resultando no componente final \tilde{v} definido pelos padrões oscilatórios da imagem observada f , exceto o ruído.	p. 152
87	Detalhe da etapa final 6. (a) Imagem de entrada u , (b) \tilde{v} , (c) imagem restaurada \tilde{I} , obtida pela soma de u com \tilde{v} e (d) resíduo w contendo o ruído e pequenos detalhes da imagem observada f	p. 154
88	Decomposição em três componentes. (a) Imagem observada f ($SNR = 10.5$), (b) imagem recuperada pelo método proposto, (c) estrutura/cartoon u , (d) textura e detalhes intrínsecos \tilde{v} e (e) ruído e resíduo w . Aqui, $f = u + \tilde{v} + w$	p. 156

89	Decomposição em três componentes. (a) Imagem com ruído f ($SNR = 4.5$), (b) estrutura/cartoon u , (c) textura e detalhes intrínsecos \tilde{v} , (d) ruído e fundo w . Todas os três componentes satisfazem $f = u + \tilde{v} + w$	p. 158
90	Restauração da imagem f . (a) Imagem original I (sem ruído) e (b) imagem recuperada \tilde{I}	p. 158
91	Comparação com modelos existentes na literatura. (a) Imagem a ser processada ($SNR = 9.97$), (b) resultado obtido utilizando curvelets, (c) wave atoms, (d) modelagem adaptativa [Gilboa et al., 2006], (e) difusão guiada por curvelets [Ma; Plonka, 2007] e (f) pelo método proposto.	p. 160
92	Componentes removidos por cada um dos métodos avaliados. (a) Resíduo obtido via curvelets, (b) via wave atoms, (c) via modelagem adaptativa [Gilboa et al., 2006], (d) via difusão guiada por curvelets [Ma; Plonka, 2007] e (e) pelo método proposto.	p. 161
93	O termo de difusividade proposto h . (a) Imagem a ser processada, (b) termo $g(O_1(\mathbf{x}))$, (c) $g(O_2(\mathbf{x}))$ e (d) h	p. 169
94	(a) Imagem original, (b) versão com ruído ($SNR = 8.68$ db), (c) resultado gerado pelo modelo proposto e (d) resíduo associado à (c).	p. 173
95	(a) Imagem observada, (b) resultado gerado pelo modelo proposto, (c) resíduo associado à (b) e (d) representação do termo de difusividade h (7.9).	p. 174
96	(a) Imagem original, (b) versão com ruído ($SNR = 9.97$ db) e (c) resultado obtido pelo modelo proposto.	p. 176
97	Ampliação nas imagens reconstruídas. (a) Imagem original, (b) versão com ruído, (c) gerado por curvelets, (d) por wave atoms, (e) por modelagem adaptativa [Gilboa et al., 2006], (f) por difusão combinada com curvelet [Ma; Plonka, 2007] e (g) pela equação proposta.	p. 176

Lista de Tabelas

1	Descrição sucinta das quatro diferentes propostas apresentadas neste trabalho.	p. 23
2	Parâmetros adotados e resultados obtidos após o processamento.	p. 107
3	Parâmetros adotados e resultados obtidos após o processamento.	p. 109
4	Parâmetros adotados e resultados obtidos após o processamento.	p. 111
5	Informações relativas aos experimentos.	p. 114
6	Informações relativas aos experimentos.	p. 119
7	Análise quantitativa (cálculo do SNR) entre as modelagens analisadas. .	p. 177

Sumário

1	Introdução	p. 21
2	Decomposição Clássica de Imagens Digitais	p. 27
2.1	Decomposição do tipo Cartoon/Textura	p. 29
2.1.1	Decomposição Cartoon/Textura Simultânea	p. 31
2.1.2	Decomposição Cartoon/Textura Não-Simultânea	p. 33
3	Tópicos de Restauração de Imagens Digitais	p. 38
3.1	Síntese de Textura	p. 38
3.1.1	O Modelo de A. Efros e T. Leung	p. 43
3.1.2	O Modelo de Criminisi et al.	p. 47
3.2	Inpainting por Equações Diferenciais Parciais	p. 52
3.2.1	O Modelo BSCB	p. 54
3.2.2	O Modelo CDD (Curvature Driven Diffusion)	p. 60
4	Proposta de duas Abordagens para Reconstrução de Imagens com Texturas	p. 65
4.1	Proposta I: Multireconstrução de Domínios utilizando Decomposição Cartoon/Textura	p. 68
4.1.1	Decompondo o problema em duas abordagens distintas	p. 69
4.1.2	Restaurando o componente homogêneo u	p. 72
4.1.3	Restaurando o componente contendo textura v	p. 75

4.1.4	Conciliação dos resultados obtidos	p. 79
4.2	Proposta II: Síntese de Texturas guiada por EDP e Decomposição de Imagens	p. 80
4.2.1	Estabelecendo uma ordem de prioridade	p. 80
4.2.2	Processamento dinâmico da região de amostragem	p. 87
4.2.3	Replicação da informação baseado em exemplar	p. 90
5	Propostas I e II: Resultados Experimentais e Discussão	p. 93
5.1	Proposta I: Resultados Numéricos e Discussão	p. 94
5.1.1	Resultados Experimentais	p. 95
5.1.2	Análise Qualitativa	p. 104
5.2	Proposta II: Resultados Numéricos e Discussão	p. 112
5.2.1	Resultados Experimentais	p. 112
5.2.2	Análise Qualitativa	p. 119
6	Proposta de um Novo Esquema de Decomposição e Aplicações	p. 136
6.1	Motivação	p. 136
6.2	A Abordagem Proposta	p. 138
6.2.1	Descrição do problema	p. 138
6.2.2	Etapas da abordagem proposta	p. 139
6.3	Descrição do Método Proposto	p. 141
6.3.1	Decomposição clássica de imagens	p. 141
6.3.2	Remoção do ruído do componente textura-ruído	p. 142
6.3.3	Componente suporte da textura orientada	p. 145
6.3.4	Representação fuzzy das bordas e texturas	p. 149
6.3.5	Saída do componente contendo apenas textura	p. 151

6.3.6	Saída da imagem recuperada e do componente caracterizado pelo ruído e fundo	p. 152
6.4	Resultados Experimentais	p. 155
6.4.1	Restauração e decomposição usando o modelo proposto	p. 155
6.4.2	Comparação com outras abordagens da literatura	p. 159
6.5	Considerações Finais	p. 162
7	Proposta de uma Nova EDP para Eliminar Ruído em Imagens com Textura	p. 163
7.1	Motivação	p. 163
7.2	Uma Breve Revisão Bibliográfica	p. 165
7.3	O Modelo Proposto	p. 168
7.3.1	Descrição do protótipo proposto	p. 168
7.3.2	Implementação numérica	p. 170
7.4	Resultados Experimentais	p. 172
7.4.1	Restauração usando o modelo proposto	p. 172
7.4.2	Comparação com outras abordagens da literatura	p. 175
7.5	Considerações Finais	p. 178
8	Conclusão	p. 179
	Referências Bibliográficas	p. 183

Capítulo 1

Introdução

Na última década verificou-se um crescente interesse em aplicações diversas inseridas nas áreas de processamento de imagens e visão computacional. Um tema com aplicações importantes impulsionado por essa ascensão é o de **restauração de imagens digitais**. Aplicações decorrentes desse tema contemplam uma infinidade de propósitos práticos de interesse comercial, médico, bélico, forense e científico, dentre as quais podemos citar: tratamento de imagens médicas [Yu; Fessler, 2002, Herman, 2009] e biológicas [Fablet et al., 2008], análise de imagens estratégicas [Rudin et al., 1992], reconstrução de fotografias e de filmes antigos [Bertalmio et al., 2000, Bornemann; Marz, 2007], eliminação de ruídos em imagens aéreas [Achim et al., 2003], remoção de objetos e edições de imagens [Perez et al., 2004, Komodakis; Tziritas, 2008], restauração de imagens de impressão digital [Rahmes et al., 2007, Casaca; Boaventura, 2010], entre outras mais.

Em função da natureza amplamente diversificada do tema em pauta, é recorrente em trabalhos acadêmicos adotar uma ou duas linhas de pesquisa para posterior investigação. Entretanto, em nosso escopo de estudo cinco, dessas linhas são consideradas. Assim, o trabalho ora apresentado tem por finalidade estudar e contribuir para alguns dos principais tópicos de pesquisa inseridos na área de restauração de imagens digitais sob o aspecto de uma classe de imagens de grande importância e de complexa manipulação: **imagens reais dotadas de texturas**.

Visto a difícil tarefa de se definir e classificar o termo **textura**, neste trabalho, tal elemento é caracterizado como qualquer tipo de informação visual contida na classificação proposta pelos autores [Liu et al., 2004]. No entanto, de um modo mais intuitivo, podemos

entender o termo textura como qualquer entidade visual composta de oscilações bruscas. Uma análise mais detalhada a respeito da textura é apresentada nos capítulos posteriores.



Figura 1: Exemplo de manifestações de texturas distintas.

Desenvolvemos nosso estudo direcionado às manifestações mais variadas de textura em imagens digitais, além de, também, considerar outras características de grande relevância na imagem como, por exemplo, as informações geométricas, detalhamento intrínseco e fino, entre outras mais. Assim, optamos por trabalhar com imagens reais devido à sua complexa estrutura híbrida, pois essas podem ser caracterizadas simultaneamente por informações de natureza geométrica e oscilatória (textura e derivados), como é o caso de imagens fotográficas, por exemplo.

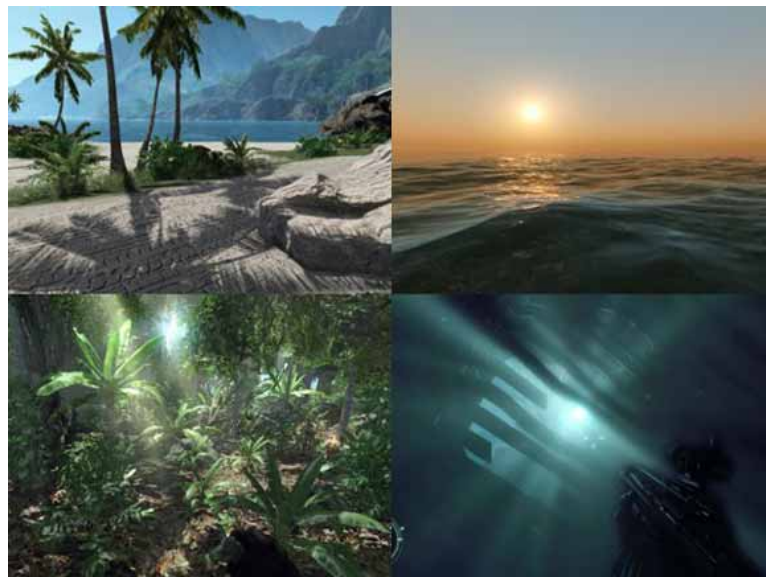


Figura 2: Exemplo de imagens reais contendo texturas e outras informações relevantes.

Nossas Contribuições

Atento ao relato anteriormente apresentado, nosso trabalho foi desenvolvido visando amparar dois tópicos de grande importância: **recuperação de áreas perdidas** e **remoção de ruídos** em imagens reais.

No primeiro caso, propomos dois modelos voltados para recuperar áreas danificadas localizadas em regiões compostas tanto de texturas como de estruturas geométricas, os quais foram submetidos à avaliação científica em periódicos da área. Aplicações de remoção de objetos e de efeitos especiais também foram avaliadas em nossa pesquisa, por serem problemas de natureza similar ao objetivo de estudo ora mencionado. Enquanto o primeiro modelo é mais apropriado para tratar texturas mais regulares, a segunda proposta é voltada para tratar todos os tipos possíveis de texturas e/ou outras informações de ampla relevância.

Já o segundo caso faz menção ao tópico de remoção de ruídos, cujo propósito é extrair o ruído de uma imagem de forma a recompor a textura previamente degradada pelo mesmo. Para esta abordagem, também foram propostos dois modelos ([Casaca; Boaventura, 2009c] e [Casaca; Boaventura, 2010]). Além disso, em [Casaca; Boaventura, 2010] propomos um **novo tipo de decomposição de imagens: estrutura/textura/ruído**.

A Tabela 1 apresenta um resumo dos quatro modelos mencionados nos parágrafos acima, os quais encontram-se descritos nos capítulos subsequentes deste trabalho.

Proposta	Finalidade	Metodologias Empregadas
I Multireconstrução de Domínios via Decomposição Cartoon/Textura	Reconstruir áreas perdidas / extração de objetos	Decomposição cartoon/textura, equações diferenciais parciais e síntese de texturas
II Inpainting por exemplar guiado por EDP e Decomposição de Imagens	Reconstruir áreas perdidas / extração de objetos	Decomposição de imagens, equação do transporte, amostragem dinâmica e inpainting por exemplar
III Eliminação de Ruídos via Decomposição Cartoon/Textura/Ruído	Remover ruído, recompor textura e dissociar domínios	Decomposição de imagens em três termos, wave atoms, EDP, morfologia matemática e texturização
IV Eliminação de Ruídos via EDP Difusiva não-linear regularizada	Remover ruído, recompor e detectar textura	EDP, regularização, wave atoms, limiarização e termo de difusividade de Malik-Perona modificado

Tabela 1: Descrição sucinta das quatro diferentes propostas apresentadas neste trabalho.

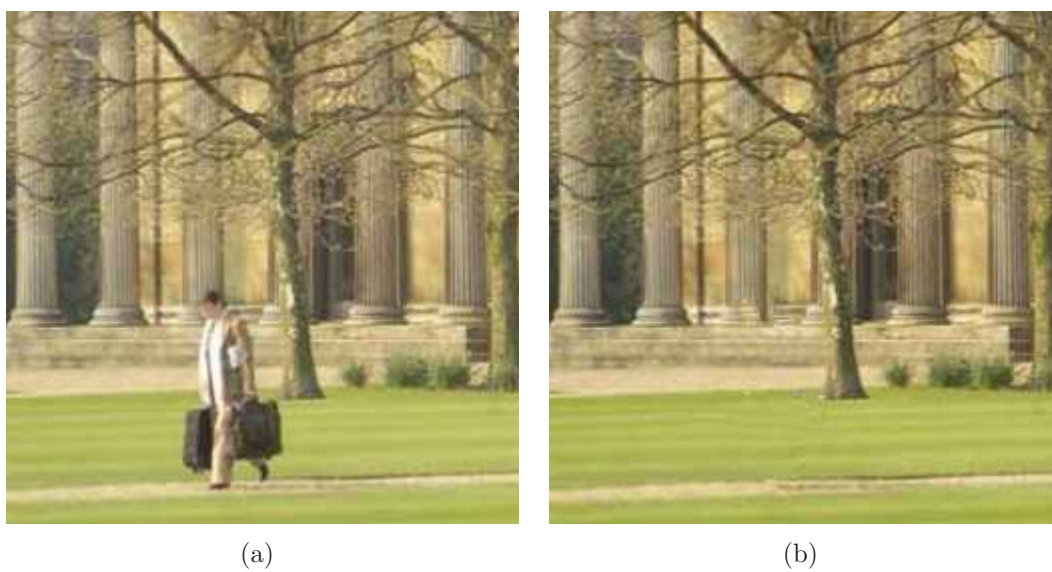


Figura 3: Aplicação de remoção de objetos. (a) Imagem-alvo e (b) resultado obtido pela proposta II.

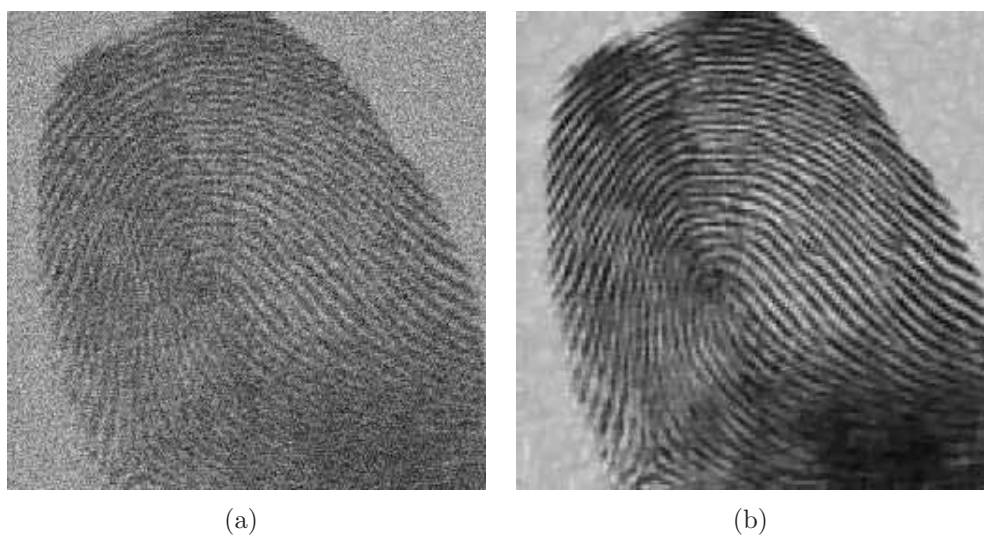


Figura 4: Tratamento de impressões digitais. (a) Imagem-alvo e (b) resultado obtido pela proposta IV.

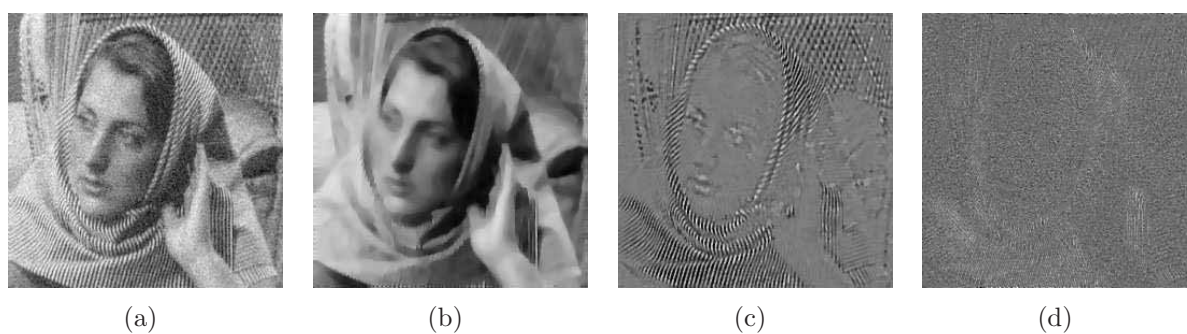


Figura 5: Decomposição em três termos (proposta III). (a) Imagem-alvo, (b) cartoon, (c) textura e (d) ruído/resíduo.

Organização do Trabalho

Os tópicos estudados neste trabalho foram dispostos da seguinte forma:

No Capítulo 2 desenvolvemos uma análise em torno das metodologias clássicas direcionadas ao problema de decomposição de imagens. Enfatizamos as abordagens matemáticas de decomposição do tipo cartoon/textura, onde estas foram classificadas em dois grupos: simultâneas e não-simultâneas.

No Capítulo 3 introduzimos alguns conceitos sobre definição, classificação e manipulação do termo textura em imagens digitais. Além disso, foram contemplados dois tópicos de restauração de imagens, a saber: síntese de textura e retoque digital, bem como a descrição detalhada de alguns modelos clássicos da literatura, envolvidos, de alguma forma, com a análise feita em torno das propostas I,II,III e IV apresentadas neste trabalho.

No Capítulo 4 apresentamos duas de nossas propostas, voltadas para o problema de restauração de imagens reais (com texturas) danificadas e de remoção de objetos. O primeiro aborda o problema de forma similar ao desenvolvido no trabalho dos autores [Bertalmio et al., 2003], isto é, de forma a decompor o problema sob duas perspectivas distintas, aplicando as melhores abordagens matemáticas em cada uma das situações. Para esta proposta, foi considerado um esquema de decomposição não-simultâneo, visto ter um funcionamento mais apropriado do que o apresentado em [Bertalmio et al., 2003]. Além disso, o método proposto foi construído de forma a satisfazer o *Princípio da Conectividade* [Kanizsa, 1979]. Por outro lado, a nossa segunda proposta parte da sinergia entre as ideias descritas em [Criminisi et al., 2004], [Bertalmio et al., 2000], [Vese; Osher, 2003, Vese; Osher, 2006] e do mecanismo de amostragem aqui proposto, o qual denominamos neste trabalho por **amostragem dinâmica** (*dynamic sampling*).

Baseado na análise desenvolvida no capítulo anterior, no Capítulo 5 efetuamos uma bateria de testes experimentais em relação às duas propostas iniciais, bem como uma análise comparativa com as modelagens correlatas da literatura. Nesse sentido, desenvolvemos uma breve discussão em todos os experimentos considerados.

Já no Capítulo 6, procuramos direcionar nosso foco para problema de eliminação de ruídos em imagens reais dotadas de texturas, onde apresentamos a terceira modelagem proposta [Casaca; Boaventura, 2010]. Apresentamos um novo esquema de decomposição,

o qual visa dissociar uma imagem em três componentes: cartoon, textura e ruído. Em decorrência dessa abordagem, é possível amparar o problema de remoção de ruídos e recomposição de texturas. Experimentos computacionais e considerações finais também foram relatados neste capítulo.

Permanecendo-se na mesma direção do capítulo anterior, no Capítulo 7 apresentamos a equação diferencial parcial regularizada introduzida em [Casaca; Boaventura, 2009c], a qual é destinada à extração de ruído em imagens reais texturizadas. Apresentamos, também, um novo termo de difusividade, direcionado à detecção de bordas e texturas em imagens com ruído. A exemplo do capítulo anterior, experimentos numéricos, discussão e comentários finais também foram incorporados no Capítulo 7.

Finalmente, no Capítulo 8 finalizamos o trabalho com as considerações e conclusões finais em relação ao conteúdo apresentado.

Capítulo 2

Decomposição Clássica de Imagens Digitais

Um tópico em constante desenvolvimento na área de processamento de imagens é o de decomposição de características.

Parte dos estudos direcionados para este tema buscam decompor uma imagem em diversos domínios auxiliares, cada um retratando um determinado conjunto de características, tal como bordas, contornos, estrutura, ruído, textura, entre outras.

Nesse contexto, duas aplicações merecem enfoque especial pelo grau de relevância dentro da literatura: a decomposição do tipo “estrutura e ruído”, cujo objetivo é separar o ruído de uma dada imagem contendo diferentes estruturas geométricas, e a decomposição da forma “estrutura e textura”, onde o propósito é dissociar a informação de natureza geométrica das regiões caracterizadas pela textura e/ou outros detalhes de caráter oscilatório. No primeiro caso, quase que a totalidade dos modelos presentes na literatura assumem que a imagem com ruído f é a soma de outros dois componentes,

$$f = u + n, \tag{2.1}$$

tal que,

- u contém a estrutura e os objetos da imagem (“cartoon”);
- n caracteriza o ruído.

No segundo caso, a ideia da representação por uma soma entre dois componentes bem definidos é mantida, de forma que u continuará a representar o “cartoon” da imagem, entretanto, o segundo termo, aqui identificado por v , passa a caracterizar a textura da imagem inicial f . Nesse caso, é válido ressaltar que a imagem de entrada f não deve ter quantidades significativas de ruído.

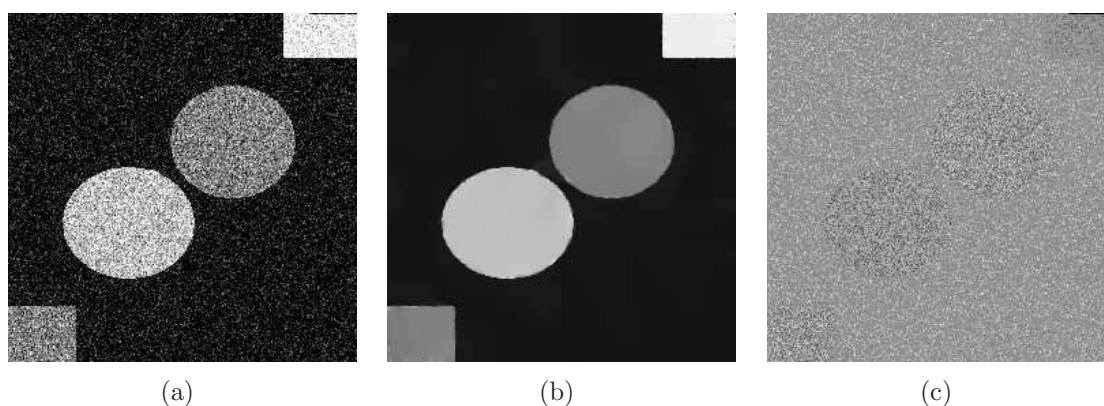


Figura 6: Decomposição do tipo “estrutura/ruído”. (a) Imagem inicial f (contaminada por ruído), (b) estrutura u (imagem desprovida de ruído) e (c) ruído n .

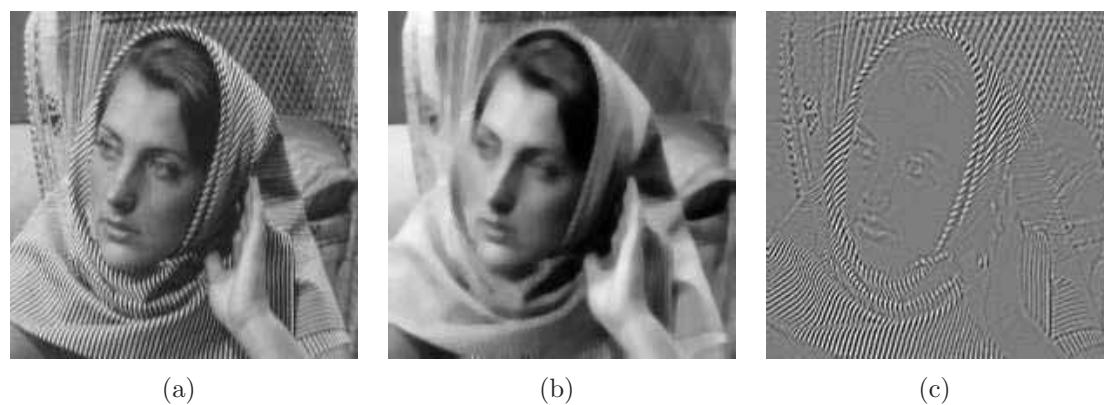


Figura 7: Decomposição do tipo “cartoon/textura”. (a) Imagem inicial f , (b) estrutura e/ou cartoon u e (c) textura v .

Na seção a seguir nos atentaremos para a análise do segundo caso, cujo estudo constitui um dos objetos de estudo dessa pesquisa.

Para uma descrição mais detalhada a respeito de modelos de decomposição do tipo “estrutura e ruído”, sugerimos ao leitor as referências [Alvarez et al., 1992, Rudin et al., 1992, Silva Jr, 2001, Barcelos et al., 2003, Casaca; Boaventura, 2008a] (este último para imagens coloridas).

2.1 Decomposição do tipo Cartoon/Textura

Matematicamente, a decomposição de imagens do tipo “cartoon + textura” pode ser formulada através do seguinte problema inverso:

Problema 1. *Dada uma imagem f , obter as imagens componentes u e v , tais que $f = u + v$, onde u e v representam o cartoon e a textura de f , respectivamente.*

Nesse sentido, esses conceitos podem, então, serem traduzidos através de formulações matemáticas conforme os preceitos a seguir:

Seja $\vec{f} : D \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^k$ uma imagem monocromática ($k = 1$) ou colorida ($k = 3$), que associa a cada pixel de posição (x, y) da imagem um valor real $\vec{f}(x, y) = f(x, y)$ ($k = 1$) ou uma terna real $\vec{f}(x, y) = (f_1(x, y), f_2(x, y), f_3(x, y))$ ($k = 3$).

O objetivo é extrair de $\vec{f}(x, y)$ dois componentes, $\vec{u}(x, y)$ e $\vec{v}(x, y)$, tal que

$$\vec{f}(x, y) = \vec{u}(x, y) + \vec{v}(x, y), \quad (2.2)$$

onde $\vec{u}(x, y)$ modela os objetos da imagem (o “cartoon” e/ou a parte homogênea) e $\vec{v}(x, y)$ o componente que identifica a textura e/ou o ruído.

Em relação à modelagem matemática para a obtenção de uma solução para o problema em questão, podemos classificá-la por meio de duas categorias: modelagem simultânea e não-simultânea.

No primeiro caso, os modelos dessa categoria explicitam simultaneamente tanto o termo estrutural u como o oscilatório v , de forma que $f = u + v$. Essa decomposição simultânea foi inicialmente proposta por Yves Meyer [Meyer, 2002], através da adoção de um espaço generalizado de funções para modelar padrões oscilatórios de média zero, tal como ruído e textura, e vem sendo recentemente aprimorada por intermédio de diferentes estratégias, como: cálculo de variações, análise ótima de problemas de otimização, entre outras, conforme os artigos [Vese; Osher, 2003, Aujol; Chambolle, 2005, Levine et al., 2005, Lieu, 2005, Yin et al., 2005, Esedoglu et al., 2007, Garnetta et al., 2007].

Já na categoria dos modelos não-simultâneos, a ideia é obter primeiramente uma apro-

ximação para u e, em seguida, explicitar v por meio da equação $v = f - u$. Nesse último caso, recentemente muitos modelos de decomposição do tipo “estrutura e ruído” estão sendo implementados a fim de produzirem decomposições do tipo “estrutura e textura”, como é o caso do clássico modelo variacional proposto por [Rudin et al., 1992], cuja formulação foi concebida inicialmente para remover ruído. Seguindo essa mesma vertente de estudo, abordagens diversas estão sendo utilizadas com grande sucesso, tais como: suavização adaptativa, difusão anisotrópica, sistemas wavelets e análise de espaços de escala, as quais foram propostas nas referências [Malik; Perona, 1990, Chan et. al, 2001a, Starck et al., 2002, Barcelos et al., 2003, Burger et al., 2006, Ma; Plonka, 2007].

Tanto na dissociação simultânea como na não-simultânea, a decomposição de uma imagem f pode ser interpretada como uma separação desta em duas outras novas imagens, u e v , de modo a satisfazer (2.2). Entretanto, nas aplicações práticas, não é possível sempre obter $f = u + v$, mas sim uma aproximação do tipo $f \simeq u + v$. Neste caso, os componentes u e v são recombinaados de alguma forma para resultar numa aproximação para imagem inicial f . Este é o caso da maioria dos modelos de decomposição simultânea, pois embora a formulação matemática seja construída de forma a satisfazerem $f = u + v$, no processo de implementação numérica, tal condição acaba não se mantendo válida. Em contrapartida, modelos de separação não-simultânea possuem a vantagem de sempre satisfazer $f = u + v$, uma vez que o componente v é obtido por meio dessa mesma equação algébrica.

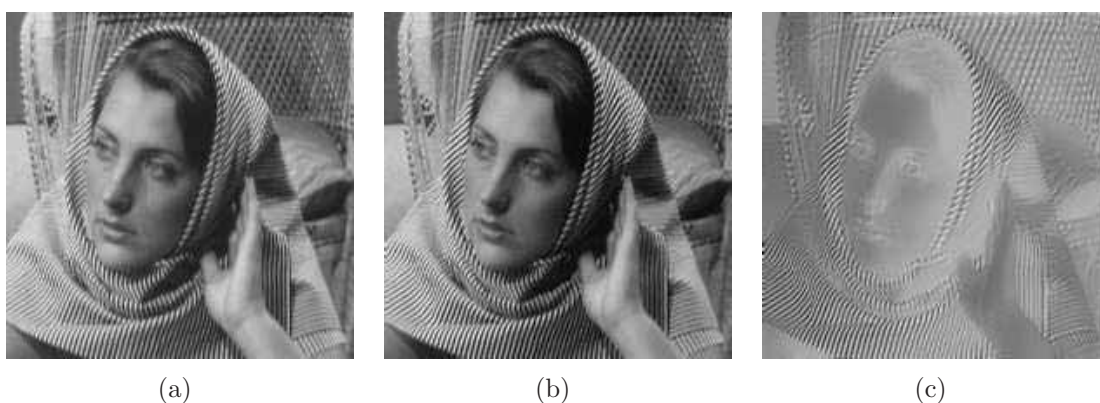


Figura 8: Decomposição simultânea “cartoon + textura”. (a) Imagem inicial f ; (b) imagem aproximada $u + v$ via [Vese; Osher, 2003] e (c) resíduo $f - (u + v)$.

2.1.1 Decomposição Cartoon/Textura Simultânea

Nas seções subsequentes descrevemos a formulação do modelo precursor dessa categoria de decomposição, isto é, o modelo proposto por Y. Meyer [Meyer, 2002] e uma variação da abordagem inicial, proposta pelos autores L. Vese e S. Osher [Vese; Osher, 2003].

O Modelo de Y. Meyer

Seguindo as ideias descritas nos modelos clássicos de eliminação de ruído em imagens digitais [Alvarez et al., 1992] e [Rudin et al., 1992], os autores adotaram o espaço de funções de variação limitada para modelar o componente homogêneo u na formulação do problema teórico, isto é

$$BV(D) = \{u \in L^1(D) : V(u, D) < +\infty\}, \quad (2.3)$$

onde $V(u, D)$ representa a semi-norma da variação total, a qual é dada por

$$V(u, D) := \sup \left\{ \int_D u(\mathbf{x}) \operatorname{div}(\phi(\mathbf{x})) : \phi \in C_c^1(D; \mathbb{R}^2), \|\phi\|_{L^\infty(D)} \leq 1 \right\} = \int_D |\nabla u|. \quad (2.4)$$

Analisando a escolha dos espaços de funções para modelar ambos os componentes u e v , Y. Meyer [Meyer, 2002] observou que o modelo clássico de variação total (TV), proposto em [Rudin et al., 1992],

$$\inf_{(u,v) \in BV \times L^2(D)} \left\{ \int_D V(u, D) + \lambda \|v\|_{L^2(D)}^2, f = u + v \right\}, \lambda > 0, \quad (2.5)$$

não era muito apropriado para modelar componentes de padrões oscilatórios, isto é, o modelo TV pode não gerar um componente que represente fielmente as características oscilatórias da imagem analisada.

Nesse sentido, o autor de [Meyer, 2002] mostrou um contra-exemplo onde (2.5) não criava uma decomposição do tipo cartoon/textura, tomando $f \in BV$ como sendo a função característica de uma região com contornos suavizados, o que sugere que $u = f$ e $v = 0$. Entretanto, esta não é uma solução factível do problema (2.5), desde que $\lambda > 0$.

Para contornar esse problema, Y. Meyer propôs uma caracterização para as funções oscilatórias (no caso especial $D = \mathbb{R}^2$) através da introdução de um novo espaço de funções, tornando possível modelar v adequadamente.

O modelo proposto em [Meyer, 2002] parte da premissa de que $u \in BV(\mathbb{R}^2)$ e $v \in G$, onde G denota o espaço de Banach constituído de todas as funções generalizadas $v = v(\mathbf{x})$ definidas no \mathbb{R}^2 que podem ser escritas por $v = \text{div}(\vec{g})$, $\vec{g} = (g_1, g_2) \in L^\infty(\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^2)$, em outras palavras,

$$\inf_{(u,v) \in BV \times G} \left\{ \int_{\mathbb{R}^2} |\nabla u| + \lambda \|v\|_G, f = u + v \right\}, \lambda > 0,$$

com

$$\|v\|_G := \inf_{\vec{g} \in L^\infty} \left\{ \left\| \sqrt{g_1^2 + g_2^2} \right\|_{L^\infty}, v = \text{div}(\vec{g}) \right\}. \quad (2.6)$$

O trabalho teórico de Y. Meyer permitiu que diversas outras abordagens fossem propostas, inclusive para a primeira aproximação numérica envolvendo a modelagem (2.6), a qual foi proposta por pelos autores L. Vese e S. Osher em [Vese; Osher, 2003].

O Modelo de L. Vese e S. Osher

Baseados em [Meyer, 2002], os autores [Vese; Osher, 2003] propuseram o primeiro algoritmo prático de decomposição simultânea cartoon/textura para imagens em escala de cinza e para imagens coloridas [Vese; Osher, 2006].

Em [Vese; Osher, 2003], a ideia apresentada foi minimizar (em $BV(D) \times L^p(D, \mathbb{R}^2)$) o seguinte funcional, sujeito a $f = u + v$:

$$\int_D |\nabla u| + \lambda \|f - (u + \text{div}(\vec{g}))\|_{L^2}^2 + \mu \left\| \sqrt{g_1^2 + g_2^2} \right\|_{L^p}. \quad (2.7)$$

Aqui, $u \in BV(D)$, $\vec{g} \in L^p(D, \mathbb{R}^2)$ e $\lambda, \mu > 0$ são parâmetros de sintonização.

O segundo termo de (2.7) é o termo forçante, o qual objetiva manter $f \approx u + v = u + \text{div}(\vec{g})$ enquanto que o terceiro é uma aproximação da energia de v referente ao modelo (2.6).

Tomando $\lambda \rightarrow \infty$ e $p \rightarrow \infty$, o modelo (2.7) pode ser visto formalmente como uma aproximação do modelo inicial (2.6), conforme relataram [Vese; Osher, 2004].

De maneira análoga à implementação numérica do modelo TV [Rudin et al., 1992], os autores aproximaram o modelo (2.7) pela correspondente solução das equações de Euler-Lagrange vinculadas ao problema:

$$\begin{cases} u = f - \partial_x g_1 - \partial_y g_2 + \frac{1}{2\lambda} \operatorname{div} \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) \\ \mu \frac{g_1}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}} = 2\lambda \left[\frac{\partial}{\partial x} (u - f) + \partial_{xx}^2 g_1 + \partial_{xy}^2 g_2 \right] \\ \mu \frac{g_2}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}} = 2\lambda \left[\frac{\partial}{\partial y} (u - f) + \partial_{xy}^2 g_1 + \partial_{yy}^2 g_2 \right] \end{cases} \quad (2.8)$$

com as seguintes condições iniciais de contorno para u , g_1 e g_2 :

$$\begin{cases} \frac{\nabla u}{|\nabla u|} \cdot (n_x, n_y) = 0 \\ (f - u - \partial_x g_1 - \partial_y g_2) \cdot n_x = 0 \\ (f - u - \partial_x g_1 - \partial_y g_2) \cdot n_y = 0 \end{cases} \quad , \quad (2.9)$$

onde (n_x, n_y) representa o vetor normal em relação à região de contorno ∂D .

É importante observar que a aproximação adotada pelos autores força $f \approx u + v$ ao invés de $f = u + v$, o que possivelmente pode influenciar no resultado final. Isso gera uma pequena diferença na composição das duas imagens componentes u e v em relação à imagem inicial f . Entretanto, o modelo possui convergência rápida e os resultados são relativamente satisfatórios.

2.1.2 Decomposição Cartoon/Textura Não-Simultânea

Nessa seção procuramos descrever o modelo de remoção de ruídos proposto pelos autores de [Barcelos et al., 2003] adaptado para o problema de decomposição de imagens ora analisado, tal como foi apresentado em [Casaca; Boaventura, 2008b]. Trata-se de uma simples modelagem não-simultânea na qual decompõe-se uma dada imagem f em duas imagens componentes, u e v , satisfazendo exatamente a relação $f = u + v$.

O Modelo de Barcelos et al. (BBS)

Com o intuito de eliminar ruído em imagens digitais, os autores C. Barcelos, M. Boaventura e E.C. Silva Jr [Barcelos et al., 2003] propuseram uma equação diferencial difusiva não-linear que procura minimizar consideravelmente a deterioração das bordas e contornos no decorrer do processo de difusão. Trata-se de um método que combina concepções matemáticas do modelo clássico TV [Rudin et al., 1992], do modelo de Alvarez et al. [Alvarez et al., 1992], e do modelo proposto por Nordstrom [Nordstrom, 1990]. Seu principal diferencial é remover ruído de forma a preservar as bordas e contornos da imagem.

Uma segunda característica fundamental do modelo é que, sob certas condições, é possível adaptá-lo para efetuar decomposições de imagens do tipo “cartoon/textura”, de forma a favorecer a confecção de um algoritmo bastante prático e eficiente. Nesse sentido, no decorrer da seção focaremos nossas atenções em nosso objeto de estudo: **decomposição de imagens**. Para uma descrição do modelo em termos de sua abordagem inicial (remoção de ruídos), sugerimos ao leitor as referências [Silva Jr, 2001], [Barcelos et al., 2003] e [Barcelos et al., 2005].

A formulação matemática do modelo ora analisado é dada pela seguinte equação parabólica não-linear:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f^{(t)}}{\partial t} &= g|\nabla f^{(t)}| \operatorname{div} \left(\frac{\nabla f^{(t)}}{|\nabla f^{(t)}|} \right) - \lambda(1-g)(f^{(t)} - f), \\ \frac{\partial f^{(t)}}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{\partial D \times \mathbb{R}_+} &= 0, \quad \mathbf{x} = (x, y) \in D, \quad t \in \mathbb{R}_+, \end{aligned} \quad (2.10)$$

onde $f = f(x, y)$ representa a imagem inicial (contendo estruturas geométricas bem definidas e texturas), $f^{(t)} = f(x, y, t)$ é sua versão na variável temporal t , $g = g(|\nabla G_\sigma * f^{(t)}|)$ é uma função detectora de bordas não-crescente e não-negativa chamada de termo de difusividade, $G_\sigma * f^{(t)}$ determina a convolução do sinal $f^{(t)}$ com a função gaussiana G_σ e λ é um parâmetro regularizador. Aqui, o símbolo $|\cdot|$ denota a norma euclidiana enquanto que a constante σ denota o desvio padrão da imagem de entrada f .

Os termos presentes na equação (2.10) são tais que:

- O termo $|\nabla f^{(t)}| \operatorname{div} \left(\frac{\nabla f^{(t)}}{|\nabla f^{(t)}|} \right)$ representa a difusão degenerada (modelo clássico TV [Rudin et al., 1992]).
- O produto $g|\nabla f^{(t)}| \operatorname{div} \left(\frac{\nabla f^{(t)}}{|\nabla f^{(t)}|} \right)$ representa o modelo clássico [Alvarez et al., 1992].
- A parcela $\lambda(1 - g)(f^{(t)} - f)$ é composta pelo termo forçante sugerido pelo autor de [Nordstrom, 1990] multiplicado pelo termo regularizador $(1 - g)$, o qual foi denominado pelos autores de [Barcelos et al., 2003] por **seletor de moderação**. O parâmetro λ é uma constante que age como peso para esse termo.

De modo geral, o termo de difusividade g é, além de não-negativo e não-crescente, tal que $g(0) = 1$, $g(s) \rightarrow 0$ quando $s \rightarrow \infty$ e $g(s) \in [0, 1]$. Para efeitos experimentais, os autores [Barcelos et al., 2003] adotaram g como sendo o termo de difusividade de Malik-Perona [Malik; Perona, 1990], em adição às ideias de [Alvarez et al., 1992]:

$$g(s) = g(|\nabla G_\sigma * f^{(t)}|) = \frac{1}{1 + k|\nabla G_\sigma * f^{(t)}|^2}, \quad (2.11)$$

$$\text{com } G_\sigma = G_\sigma(\mathbf{x}, \hat{t}) = \frac{1}{2\sigma\pi\hat{t}} \exp\left(\frac{-|\mathbf{x}|^2}{2\sigma\hat{t}}\right), \quad (2.12)$$

onde $k = k(\sigma) \geq 0$ é uma constante que depende de σ e \hat{t} é a variável escalar temporal relacionada com o espaço de escala produzido pela gaussiana (2.12). De acordo com os autores [Barcelos et al., 2005], a melhor escolha para \hat{t} é obtida com base na identificação do desvio padrão do ruído e da imagem inicial f , σ_{noi} e σ , respectivamente.

Conforme relatado em [Barcelos et al., 2005], a constante k é um parâmetro estimado experimentalmente a partir de uma análise do diagrama de dispersão de $k \times \sigma$. Nesse sentido, k torna-se uma função de σ conforme a equação a seguir:

$$k(\sigma) = \begin{cases} a_1 \exp(a_2 \sigma), & \sigma \in [a_1, a_2] \\ b_1 \exp(b_2 \sigma), & \sigma \in (b_1, b_2], \end{cases} \quad (2.13)$$

onde a_1 , a_2 , b_1 e b_2 são constantes reais tais como em [Barcelos et al., 2005]. Aqui, a intenção dos autores foi automatizar esta etapa do algoritmo, evitando escolhas antiquadas para k . Tal escolha traz grandes vantagens: além de se obter uma boa escolha para o

termo de difusividade (2.11), também foi possível eliminar a entrada de um parâmetro na aplicação do modelo. Nesse sentido, na equação (2.11), k trabalha como um parâmetro seletor de bordas: em uma imagem onde k é elevado, falsas bordas poderão ser identificadas enquanto que para um valor ínfimo de k , apenas bordas proeminentes serão selecionadas.

O método consiste em aplicar seletivamente o processo de difusão descrito por (2.10), suavizando, de forma mais incisiva, regiões mais homogêneas e fazendo com que o termo forçante $(f^{(t)} - f)$ atue de forma mais intensa nas regiões caracterizadas como de contorno, retendo fortemente as características iniciais da imagem-alvo f .

Atento ao problema de decomposição de imagens, a ideia proposta no trabalho dos autores [Casaca; Boaventura, 2008b] foi utilizar, em uma primeira instância, o modelo [Barcelos et al., 2003] para obter u e, posteriormente, efetuar uma simples operação aritmética para produzir v . As etapas do algoritmo são tais que:

- **1. Computação do componente u :** aplica-se um algoritmo numérico baseado na EDP não linear (2.10) visando estimar a solução numérica da mesma.
- **2. Computação do componente v :** utiliza-se operações algébricas simples, baseada na subtração do componente u com a imagem inicial f , isto é,

$$v(x, y) = f(x, y) - u(x, y). \quad (2.14)$$

Realizado este processo sequenciado não-simultâneo, ficam determinadas as seguintes imagens suportes:

- u , que contém as estruturas geométricas de f , isto é, o cartoon da imagem;
- v , que contém as características oscilatórias de f , tais como textura, ruído e outros detalhes de cunho oscilatório.

Após a determinação de cada componente, essa abordagem possibilita ainda que escrevamos exatamente $f = u + v$, tal como é a proposta teórica em torno da modelagem desse tipo de problema. Tal relação pode não se conservar em um modelo simultâneo de decomposição, quando convertemos a solução teórica obtida do campo contínuo para o campo discreto.

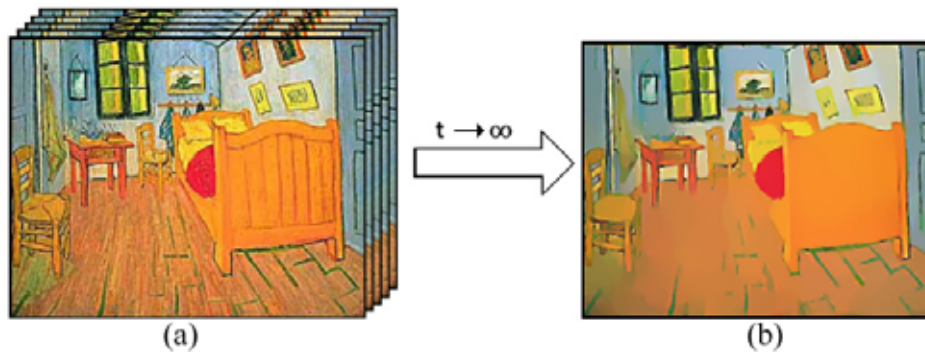


Figura 9: Processo numérico recursivo com base na equação contínua (2.10) para a obtenção de u . (a) Recursividade de $f^{(t)}$ e (b) u .



Figura 10: Processo de obtenção do termo v . (a) f , (b) u e (c) v .

Como o objetivo é obter u e v bem caracterizados pela estrutura e textura/ruído, respectivamente, há a possibilidade de se produzir qualquer par de imagens u e v visto que a EDP (2.10) permite que haja o controle pleno da velocidade da difusão através da entrada dos parâmetros base, fornecidos pelo usuário.

Capítulo 3

Tópicos de Restauração de Imagens Digitais

3.1 Síntese de Textura

Não é uma tarefa trivial definir o que é textura. De acordo com o dicionário *Aurélio* [Ferreira, 2004], podemos classificar o termo textura através da seguinte definição:

Definição 1 (Textura).

- *Tipo ou maneira de entrecruzamento dos fios de um tecido;*
- *Estado do que é tecido;*
- *Disposição das partes de um corpo: a textura da pele;*
- *Em petrografia, disposição e dimensões relativas dos elementos de uma rocha: textura granulosa, vítrea.*

Em outras palavras, as texturas são geralmente interpretadas por entidades visuais que representam superfícies constituídas por agrupamento de padrões. Porém, elas também podem descrever uma variedade de fenômenos naturais não necessariamente caracterizados por sensações visuais, tais como: o ruído de fundo (som impresso pelo motor de um carro, por exemplo), o movimento periódicos dos animais, entre outros mais.

Desde que reproduzir o realismo do mundo físico real é uma prerrogativa importante dentro das mais variadas linhas científicas de pesquisa, as texturas são fundamentais

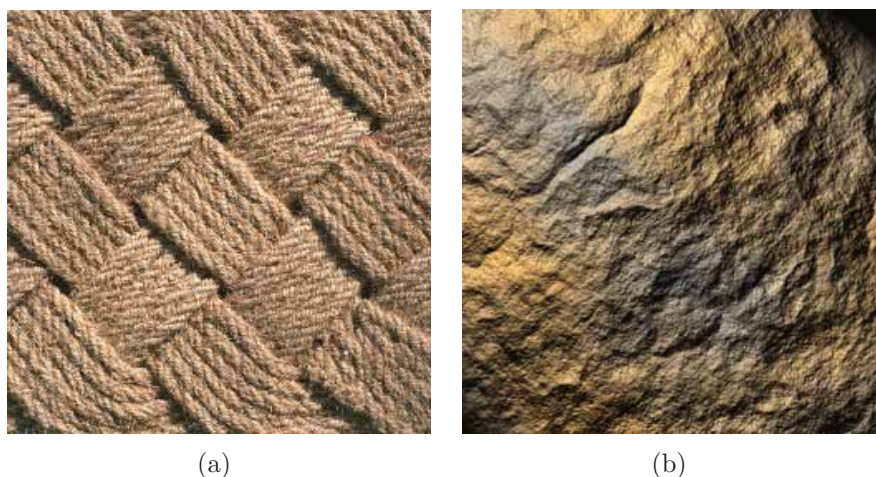


Figura 11: Representação genérica de textura. (a) Interligação dos fios de um tecido e (b) padrões oscilatórios de uma rocha.

para o processamento de imagens sintéticas, reais e no desenvolvimento de animações. No entanto, devido à diversidade a respeito do termo textura, é difícil caracterizá-las e reproduzi-las sob um enquadramento comum.

No caso de imagens digitais, embora a maioria das superfícies apresentadas sejam constituídas por elementos de repetição, essa definição mais restrita de textura ainda é abrangente o suficiente para respaldar os procedimentos adotados nesse trabalho. De posse dessas ideias, podemos tratar de forma mais adequada o tópico **síntese de texturas em imagens digitais**.

Em linhas gerais, o processo de síntese de textura é atualmente um tema que contempla um vertiginoso desenvolvimento científico, cuja verificação pode ser constatada em aplicações diversas inseridas tanto na computação gráfica como em processamento de imagens. Aplicações como tratamento de imagens danificadas, compressão de vídeos, animações, remoção de objetos, são frequentemente amparadas por algoritmos de sintetizadores de texturas.

De acordo com [Wei, 2002], o problema de síntese de textura pode ser definido da seguinte forma:

Definição 2 (Síntese de Textura). *Dada uma amostra de textura (uma imagem auxiliar), o objetivo é compor uma nova textura (uma imagem processada), de tamanho qualquer, que, quando apreciada por um observador, pareça ter sido obtida, de algum modo, a partir da amostra inicial.*

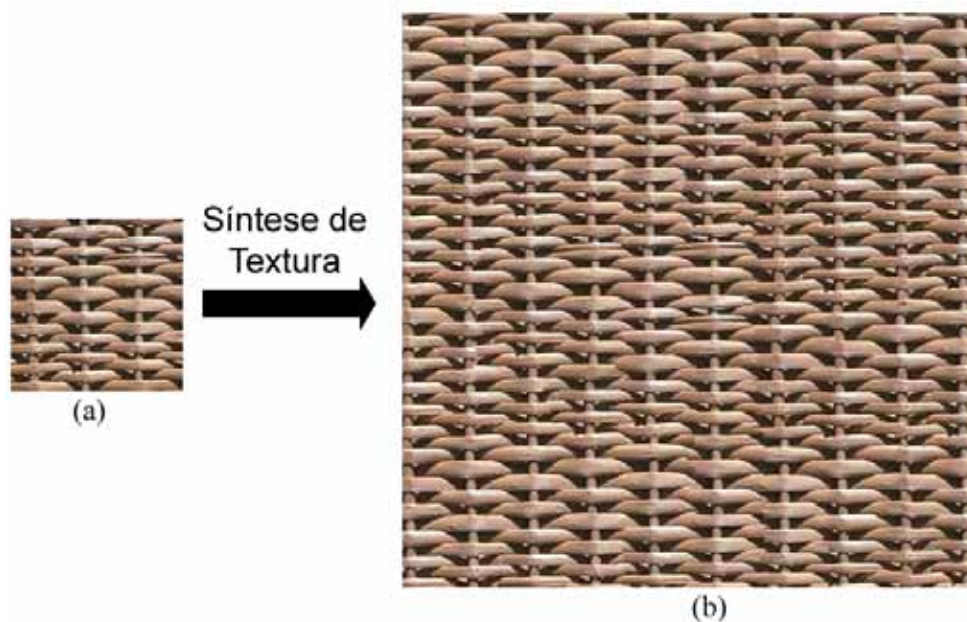


Figura 12: Processo de Síntese de Textura. Partindo-se da imagem amostra (a) obtém-se a imagem (b).

Essa definição propõe que tanto a amostra como a textura sintetizada sejam semelhantes de acordo com um determinado padrão visual. No entanto, esse critério não é formalmente definido e usualmente é avaliado de forma subjetiva nas abordagens práticas.

Com base na definição anterior, o autor [Wei, 2002] afirma que dois fatores são de fundamental importância para o êxito de um modelo de replicação de texturas:

1. Como estimar o processo estocástico de uma dada amostra finita de texturas;
2. Como desenvolver um mecanismo eficiente de amostragem para a síntese de novas texturas a partir de um determinado modelo.

Na realidade, a maioria dos métodos clássicos de síntese de texturas levam em consideração essas duas concepções. Além disso, parte substancial dessa classe de modelos supõe que a imagem é uma realização de um *campo aleatório de Markov*, o que significa que o processo de síntese só se verifica após a estimação prévia da lei de distribuição em toda a imagem. Os trabalhos de [Zhu et al., 1998] e [Bergen; Heeger, 1995] são exemplos categóricos dessa vertente de pesquisa.

Infelizmente, modelos baseados em *campos randômicos de Markov* são extremamente lentos, além de não ser possível avaliar se a convergência, de fato, acontece. Entretanto, nos últimos anos variantes dessa categoria e também novas classes de métodos heurísticos vêm ganhando ampla notoriedade: os modelos baseados na replicação de pixels e de blocos da amostra. A ideia chave usada para a confecção desses algoritmos é relativamente simples: localizar o melhor pixel (ou bloco de pixels) na imagem amostra e copiá-lo(s) para a região previamente determinada. Exemplos clássicos dessa abordagem podem ser constatadas nos trabalhos [Efros; Leung, 1999, Efros; Freeman, 2001, Harrison, 2001, Liang et al., 2001, Bornard et al., 2002, Wei, 2002].

Modelos baseado em exemplar são, em geral, mais dinâmicos e mais velozes, em comparação com implementações exclusivamente baseadas em campos randômicos, além de serem mais adequados para tratar problemas práticos como recuperação de imagens danificadas, por exemplo. Dentre essas técnicas, uma das mais referenciadas no meio científico é a proposta concebida em [Efros; Leung, 1999].

Em [Efros; Leung, 1999], os autores formularam o problema de síntese de textura digital respaldando-se na caracterização de duas grandes classes para representar diferentes tipos de texturas:

- **regulares;**
- **estocásticas.**

As **texturas regulares** ou **estruturadas** possuem formas geométricas bem definidas onde, geralmente, pode-se notar padrões visuais geométricos bem determinados como um feixe de linhas, círculos, retângulos em frequências mais amplas e estocásticas nas regiões onde a frequência é mais baixa. Já as **texturas estocásticas** possuem características geométricas mais oscilantes. Um exemplo desde último caso seria uma imagem definida apenas por ruído.

Uma classificação mais abrangente para identificar diferentes tipos de agrupamentos de texturas digitais foi proposta pelos autores de [Liu et al., 2004], em que as duas categorias inicialmente consideradas em [Efros; Leung, 1999] foram reorganizadas em cinco novas categorias:

- **regulares** (*regular*);
- **pós-regular** (*near-regular*);
- **irregular** (*irregular*);
- **pré-estocástica** (*near-stochastic*);
- **estocástica** (*stochastic*).

Os termos acima traduzidos para a língua portuguesa foram sugeridos pelos autores do trabalho em vigência, com base na tabela de classificação ascendente apresentada pelos autores de [Liu et al., 2004], conforme evidencia a Figura 13. Para o propósito deste trabalho, vamos adotar a classificação mais ampla descrita acima para distinguir os diferentes tipos de texturas digitais dentre as diversas compilações correlatas existentes no meio científico.

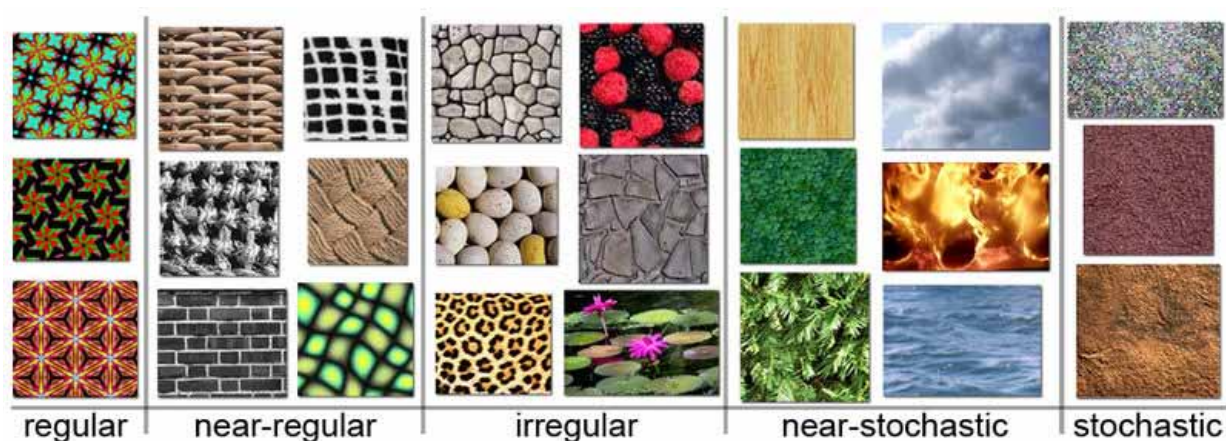


Figura 13: Tabela de classificação de texturas sugerida em [Liu et al., 2004].

Um aspecto importante condizente com as técnicas de síntese de texturas é que elas também podem ser utilizadas em aplicações práticas, tais como **reconstrução de imagens** ou **remoção de objetos**. Trabalhos envolvendo síntese de texturas voltados para essas duas finalidade práticas foram propostos com sucesso em [Efros; Freeman, 2001, Harrison, 2001, Drori et al., 2003, Criminisi et al., 2004, Komodakis; Tziritas, 2008] e recentemente em [Cao et al., 2009]. Uma análise mais detalhada sobre esse assunto é apresentada no decorrer deste trabalho, uma vez que este é um de nossos principais objetos de estudo.

Na seção seguinte vamos focar nossas atenções para técnicas de síntese de texturas do tipo “seleção + replicação”, onde procuramos descrever um dos modelos mais abordados na literatura, [Efros; Leung, 1999], e um eficiente algoritmo para reconstruir imagens baseado em síntese de informações por exemplar aliado à decomposição parcial de domínios, o qual foi apresentado em [Criminisi et al., 2004].

3.1.1 O Modelo de A. Efros e T. Leung

Um trabalho proeminente que contribuiu maciçamente para a sofisticação das técnicas de síntese de texturas foi [Efros; Leung, 1999]. Trata-se de um método baseado em um modelo estatístico, não paramétrico, amparado por cadeias de Markov, em que os autores buscam comparar padrões em relação à localidade espacial de um determinado pixel a ser sintetizado.

Para estabelecer um critério de classificação para a localidade espacial de um determinado pixel p , os autores utilizaram uma janela quadrangular $H_m(p)$, centrada no pixel corrente p , a qual captura informações da vizinhança de p mediante à limitação da dimensão m de $H_m(p)$. Em vias gerais, a dimensão m da janela $H_m(p)$ é um parâmetro livre fornecido pelo usuário, cuja escolha é frequentemente baseada na percepção visual do mesmo. Assim, de acordo com [Efros; Leung, 1999], se a textura é tida como regular (a altas frequências espaciais) ou estocástica (a baixas frequências espaciais), o tamanho da janela deve ser na escala da maior característica regular para a menor (Figura 14).

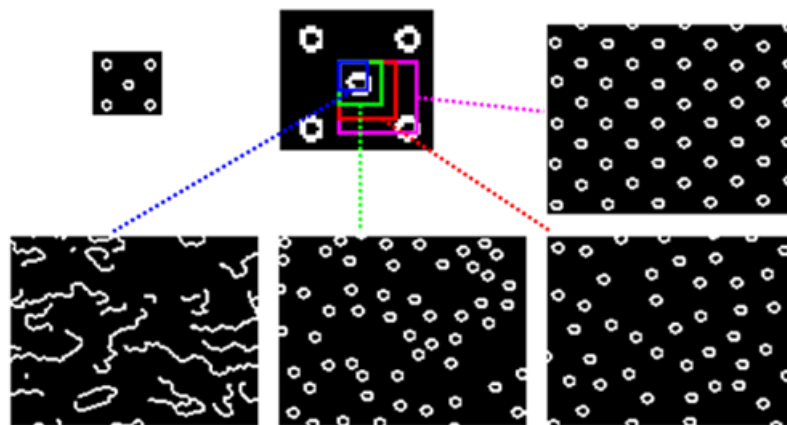


Figura 14: Adoção de diferentes dimensões para a janela de busca. Podemos reparar que em cada situação são geradas imagens contendo diferentes tipos de texturas (em especial quanto à disposição geométrica dos pequenos círculos).

O algoritmo proposto em [Efros; Leung, 1999] pode ser compreendido por meio da execução dos seguintes passos:

- Dado um pixel p a ser sintetizado, o método compara a vizinhança de p , isto é, a janela $H_m(p)$, centrada em p , de dimensão m , com todos os possíveis blocos de dimensão m da imagem amostra, utilizando-se, para isso, uma métrica d de caráter estatístico;
- Após a seleção dos blocos candidatos por meio da métrica vigente, o modelo opta aleatoriamente por um desses blocos e o valor do pixel central deste é atribuído ao pixel p .

A Figura 15 (que está fora de escala) exemplifica a ideia global do algoritmo.

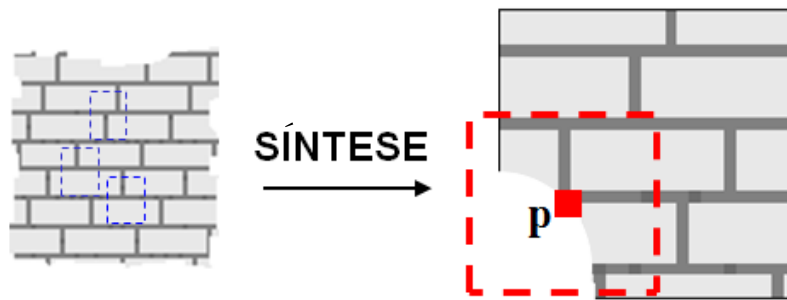


Figura 15: Dada uma amostra de textura (esquerda), o algoritmo procura sintetizar o pixel corrente p (direita) de acordo com as informações de cada um dos possíveis blocos (em azul), de mesma dimensão da vizinhança de p (em vermelho), da amostra. Após a seleção dos blocos ótimos, o método designa aleatoriamente um destes e copia o valor do seu pixel central para o pixel em evidência p .

Dados dois pixels p e q , a métrica d adotada em [Efros; Leung, 1999] foi a métrica estatística SSD (*Sum of Squared Differences Metric*):

$$d(H_m(p), H_m(q)) = \sum_{i \in \Phi} (q_i - p_i)^2, \quad (3.1)$$

onde $(p_i, q_i) \in (H_m(p), H_m(q))$ e Φ é o conjunto de índices válidos.

O critério de seleção dos blocos $H_m(\hat{p})$ que melhor se ajustam (no sentido da métrica dada) em relação à janela $H_m(p)$ são estimados de acordo com a desigualdade abaixo:

$$d(H_m(p), H_m(\hat{p})) < (1 + \varepsilon) \cdot d(H_m(p), H_m(\hat{q})), \quad (3.2)$$

onde $H_m(\hat{q}) = \arg \min_{H_m(q) \subset I_a} d(H_m(p), H_m(q))$, I_a é a imagem amostra e ε é um parâmetro que determina o erro máximo permitido nessa seleção, o qual foi adotado um termo invariável, de valor 0.1, pelos autores de [Efros; Leung, 1999].

Em adição às ideias concebidas, como a métrica (3.1) estipula o mesmo peso para todos os pixels da janela, estando perto do centro ou na borda da janela, para preservar a estrutura local da textura, os autores utilizaram um kernel Gaussiano de duas dimensões. Dessa forma, a influência de pixels adjacentes em relação ao pixel corrente p deve ser maior do que para os pixels mais distantes, como afirmam [Efros; Leung, 1999].

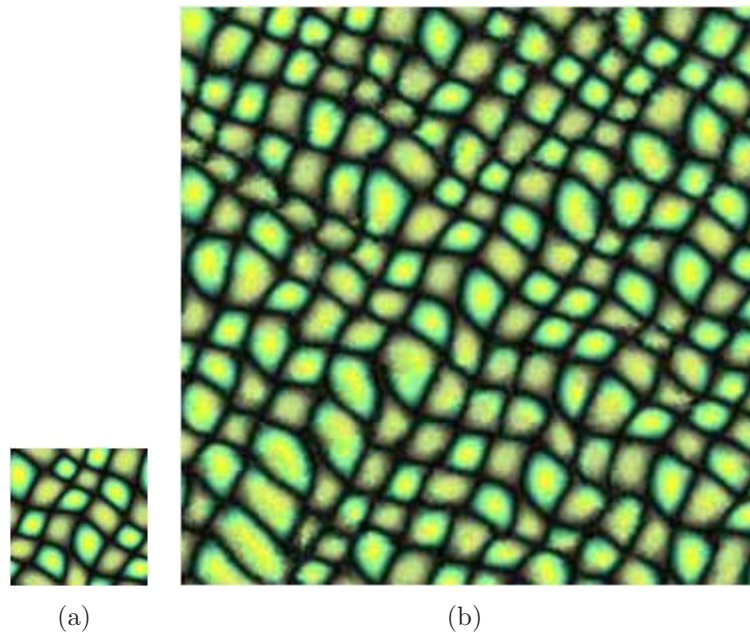


Figura 16: Modelo de síntese de textura proposto em [Efros; Leung, 1999]. (a) Imagem amostra e (b) imagem sintetizada a partir de (a).

Adentro ao objetivo desta pesquisa, o modelo proposto em [Efros; Leung, 1999] também pode ser adaptado para problemas de **reconstrução ou manipulação de imagens**. Como o modelo não impõe condições comprometedoras a respeito da topologia da região de síntese de textura ou da região de amostragem, uma aproximação desse modelo para a resolução desse tipo de problema é totalmente factível. Porém, nem sempre é tão trivial realizar tal adequação, uma vez que a delimitação incorreta da região de amostragem pode levar à resultados equivocados, como mostra o exemplo da Figura 17 [Grossauer, 2004].

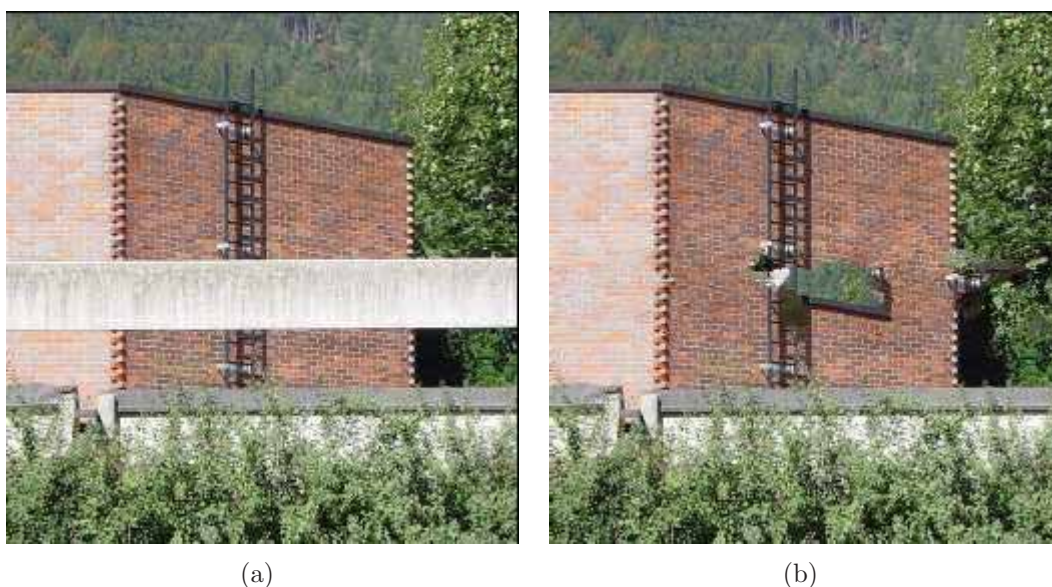


Figura 17: Falhas na escolha da região de amostragem. (a) Imagem danificada (faixa central) e (b) imagem reconstruída com imperfeições. Repare a textura das “folhas” trazida incorretamente para o centro da imagem.

É válido ressaltar que o algoritmo de [Efros; Leung, 1999] produz resultados de síntese de textura satisfatórios, além de independender da adoção de parâmetros de entrada. Além disso, ele é relativamente adequado para reproduzir uma variedade considerável de texturas naturais. Em contrapartida, quando a amostra é constituída por diferentes tipos de texturas, o resultado final pode ficar comprometido. Isso frequentemente ocorre quando abordamos o problema de restauração de imagens, pois a região da amostra é tomada como sendo toda a imagem analisada, não considerando, apenas, a própria região de reconstrução-alvo.

Outro ponto desfavorável no âmbito do tema reconstrução de imagens é que os modelos puros de síntese de textura, como é o caso de [Efros; Leung, 1999], não consideram as propriedades geométricas da imagem. Nesse sentido, os autores A. Criminisi, P. Pérez e K. Toyama [Criminisi et al., 2004] propuseram um modelo de recomposição de texturas direcionado para o problema de reconstrução de imagens. Esse é o tópico abordado na próxima seção.

3.1.2 O Modelo de Criminisi et al.

Embora os métodos de síntese de texturas sejam perfeitamente adaptáveis para modelar problemas envolvendo preenchimento de lacunas e partes perdidas em uma imagem, eles podem falhar na execução dessa tarefa, uma vez que essa classe de problemas conta com um número considerável de imagens reais, cujo nível de detalhamento presente é bastante expressivo. Para atenuar esse problema, os autores [Criminisi et al., 2004] propuseram um método de síntese de textura diferenciado, o qual é amparado por mecanismos que computam tanto as informações geométricas locais da imagem como as tonalidades de cores da mesma.

Na formulação do modelo, os autores consideraram a ideia utilizada nos modelos de retoque digital (inpainting), em que se prioriza reconstruir as regiões perdidas da imagem ao se prolongar as estruturas lineares (isótopos) das bordas dessas regiões. Entretanto, o método age exatamente como um método de replicação de texturas, isto é, copiando informações do bloco selecionado na amostra para as regiões faltantes. Desta forma, o método aborda ambos os preceitos: o de retoque digital e o de síntese de textura.

Assim, de acordo com os autores de [Criminisi et al., 2004], tal modelo pode ser interpretado como sendo um esquema de inpainting baseado em decomposição de domínios, tal como contemplado em [Bertalmio et al., 2003] ou [Grossauer, 2004]. Entretanto, a tarefa de reconstrução não é dividida, isto é, não se produz uma decomposição na imagem inicial de modo a restaurar ambos componentes (o cartoon e a textura) independentemente; ao invés disso utiliza-se a ideia do inpainting, de proporcionar a continuidade dos isótopos, e da síntese de textura, para alocar a informação selecionada a partir da região de amostragem.

Um ponto importante a ser ressaltado é que o modelo reproduz texturas a partir de blocos e não no esquema “pixel-a-pixel”, o que contribui consideravelmente para a redução do tempo de processamento. Além disso, outro fator determinante para o desempenho categórico do modelo foi a implementação de uma ordem de preenchimento dos pixels-alvo. Nesse sentido, uma hipótese proposta pelos autores é a de que o processo de síntese de texturas é suficiente para reconstruir extensas regiões de inpainting, que incorporam tanto estrutura quanto textura (Figura 18), contanto que seja determinada uma ordem

adequada de preenchimento [Criminisi et al., 2004].

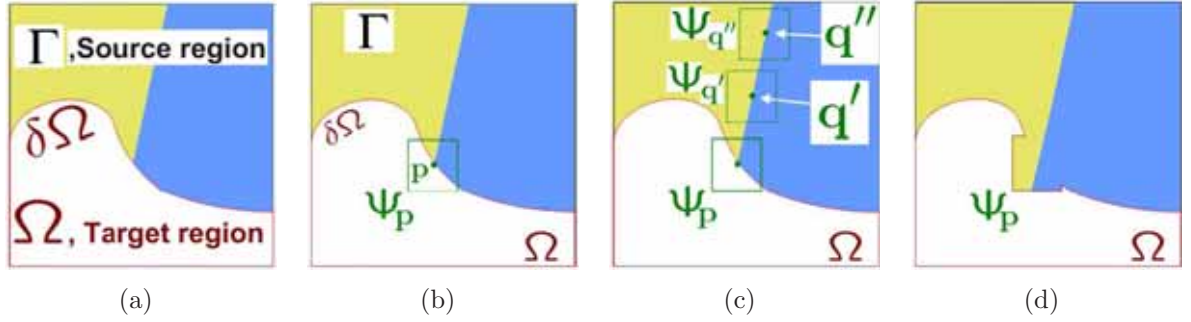


Figura 18: Esquema de reconstrução de áreas heterogêneas de acordo com os autores [Criminisi et al., 2004]. (a) Imagem original contendo a região de amostragem Γ , a região-alvo Ω e seu contorno $\delta\Omega$, (b) pixel a ser restaurado $p \in \delta\Omega$ de janela Ψ_p , (c) blocos candidatos $\Psi_{q'}$ e $\Psi_{q''}$ para recompor a vizinhança de p e (d) cópia do bloco ótimo escolhido para reconstruir as intermediações do pixel corrente p . Repare que ambas as regiões separadas pela linha central são reconstruídas no decorrer do processo.

O algoritmo utiliza um mecanismo de prioridade que balanceia as informações dos isotopos na fronteira da região de inpainting com uma medida que avalia o quão “confiáveis” são os pixels nas intermediações dessa região. Esse dispositivo ajuda a enfatizar regiões contendo quinas ou propriedades geométricas de caráter circular e pixels mais próximos da fronteira previamente determinada. Assim, os autores definiram o **termo de prioridade** $P(p)$ através do produto entre o **termo de confiança** $C(p)$ e o **termo de dados** $D(p)$ (o qual mensura a propriedade dos isotopos), isto é:

$$P(p) = C(p) \cdot D(p), \quad (3.3)$$

onde

$$C(p) = \frac{\sum_{q \in \Psi_p \cap (D - \Omega)} C(q)}{|\Psi_p|}; \quad D(p) = \frac{|\nabla f_p^\perp| \cdot \vec{n}_p}{\alpha}. \quad (3.4)$$

Na equação (3.4), f denota a imagem a ser processada, D é o seu domínio, Ω é a região de inpainting, Ψ_p é o bloco de pixels (de dimensão pré-fixada) centrado no pixel corrente p , $|\Psi_p|$ denota o número de pixels do bloco Ψ_p , α é um fator de normalização (adotado como 255 para imagens em tons de cinza), \vec{n}_p é um vetor normal unitário em relação à fronteira $\delta\Omega$ no ponto p e \perp denota o operador ortogonal.

O termo $C(p)$ em (3.4) é responsável por atribuir uma medida de grau de confiabi-

lidade para cada pixel fora da região de reconstrução-alvo. Ele privilegia determinadas formas topológicas ao longo da fronteira da região de preenchimento, pois regiões que incluem quinas ou formas geométricas mais acentuadas tendem a ser preenchidas primeiro enquanto que regiões determinadas por pixels recém-integrados tendem a ter seus pixels vizinhos, ainda não preenchidos, ignorados pelo processo de síntese até que todos os pixels circundantes a essa região-alvo sejam preenchidos. Em outras palavras, $C(p)$ avalia a confiabilidade do pixel p , conferindo um menor grau de confiança para os pixels mais próximos do centro da região de inpainting, uma vez que pixels situados nessas regiões são menos confiáveis em função de terem sido reintroduzidos, não compondo, dessa forma, a gama de informações originais da imagem.

Por outro lado, o termo $D(p)$ (Figura 19) determina a direção dos isótopos nas regiões de fronteira, isto é, ele concilia a orientação local da região de fronteira vigente com a informação da direção e das intensidades de cores dos isótopos nessa mesma região (dado em termos do vetor gradiente ortogonal). Deste modo, as estruturas lineares são preenchidas em primeira instância, garantindo a propagação e a preservação das características geométricas das mesmas. Desde que essa ideia é recorrentemente utilizada em modelos da literatura de inpainting, é coerente perpetuar o fluxo dos isótopos ao longo da região de restauração, tal como foi apresentado em [Criminisi et al., 2004].

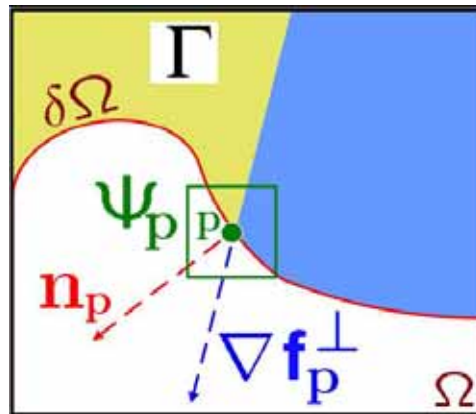


Figura 19: Interpretação do termo de dados $D(p)$ segundo [Criminisi et al., 2004]. Fixado um bloco Ψ_p , n_p representa o vetor normal no pixel p ao contorno $\delta\Omega$ enquanto que ∇f_p^\perp denota a direção dos isótopos nesse mesmo pixel.

De posse da medida de contemplação de prioridade $P(p)$, os autores optaram por utilizar um modelo de síntese de textura baseado em exemplar por blocos, isto é, primeiramente localiza-se o bloco na amostra (região complementar à região de inpainting) que

melhor se ajusta ao bloco-alvo de preenchimento, utilizando-se, para isso, uma determinada métrica e, em seguida, efetua-se a cópia de toda a informação do bloco ótimo para a área corrente em questão. Adentro a esse fato, matematicamente, o bloco ótimo é obtido por intermédio da seguinte equação:

$$\Psi_{\hat{q}} = \arg \min_{\Psi_q \subset (D-\Omega)} d(\Psi_p, \Psi_q), \quad (3.5)$$

onde $\Psi_{\hat{q}}$ denota o bloco ótimo escolhido, Ψ_p representa o bloco-alvo que delimita a vizinhança a ser reconstruída e d é a métrica SSD sugerida em (3.1).

Em vias gerais, o procedimento de síntese de texturas adotado é bem similar ao proposto em [Efros; Leung, 1999], todavia, a replicação é feita por blocos e não “pixel-a-pixel” como em [Efros; Leung, 1999]. Isso significa que a reconstrução passa a ocorrer nas delimitações da região $\Psi_p \cap \Omega$ e não mais no pixel p .



Figura 20: Remoção de objetos usando a abordagem proposta [Criminisi et al., 2004]. (a) Imagem a ser processada e (b) imagem pós-processada.

O modelo produz bons resultados quando aplicado à imagens com graus consideráveis de complexidade, como imagens fotográficas, por exemplo. Em adição a esse fato, o método também obtém êxito quando se considera regiões de restauração relativamente extensas. Por outro lado, o modelo pode falhar quando há presença de linhas isocrônicas (de mesma tonalidade de cor) separadas por regiões de inpainting de grandes dimensões.

Além disso, outro empecilho relativo ao modelo é que a região de amostragem é definida tomando-se o complementar da região de inpainting, o que conseqüentemente induz a um preenchimento errôneo de determinadas regiões, tal como acontece com a versão adaptada para inpainting do modelo [Efros; Leung, 1999] (Figura 17(b)). Ainda pelo mesmo motivo, outro ponto crítico acaba sendo o tempo de processamento, o qual aumenta conforme maiores são dimensões da imagem a ser processada.

3.2 Inpainting por Equações Diferenciais Parciais

Técnicas de “inpainting” (retoque digital) são um ramo em constante ascensão nas vertentes de tratamento de imagens digitais. Em geral, elas são formuladas a partir do estudo de equações diferenciais parciais com o objetivo de produzir algoritmos práticos para tratar problemas de recomposição, desocclusão ou edições de imagens.

Matematicamente, o inpainting por equações diferenciais fundamenta-se no processo de evolução temporal dessas equações, isto é, a partir da imagem inicial f , calcula-se a solução da equação em sucessivos instantes da escala temporal, gerando assim versões subsequentes da imagem f “melhorada” a cada nível de tempo ascendente. Numericamente, este problema pode ser interpretado da seguinte forma:

Seja $f(i, j) : D = [0, N] \times [0, M] \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ uma imagem (discreta) em níveis de cinza em duas dimensões. O objetivo do retoque digital é construir uma família de imagens $u(i, j, t) : D \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, tal que

$$u(i, j, 0) = f(i, j) \quad \text{e} \quad \lim_{t \rightarrow \infty} u(i, j, t) = f_R(i, j), \quad (3.6)$$

onde $f_R(i, j)$ é a imagem obtida após aplicarmos um determinado processo recursivo originado a partir de um modelo de retoque. De modo geral, esses algoritmos são da forma

$$u(i, j, t + \Delta t) = u(i, j, t) + \Delta t L(u), \quad (3.7)$$

onde L é um operador que envolve a equação central do modelo a ser considerado.

Dessa forma, na prática, após aplicarmos um número considerável de iterações, isto é, para t suficientemente grande, obtemos

$$u(i, j, t) = f_R(i, j), \quad (3.8)$$

que é, de fato, a imagem restaurada gerada a partir da imagem original f .

Para imagens digitais coloridas da forma $f(i, j) : D = [0, N] \times [0, M] \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^p$,

$1 < p \in \mathbb{N}$, $f(i, j) = (f^{(1)}, f^{(2)}, \dots, f^{(p)})$, o procedimento descrito anteriormente continua sendo válido, entretanto, procede-se independentemente para cada componente colorida $f^{(i)}$ da imagem, $i = 1, \dots, p$.

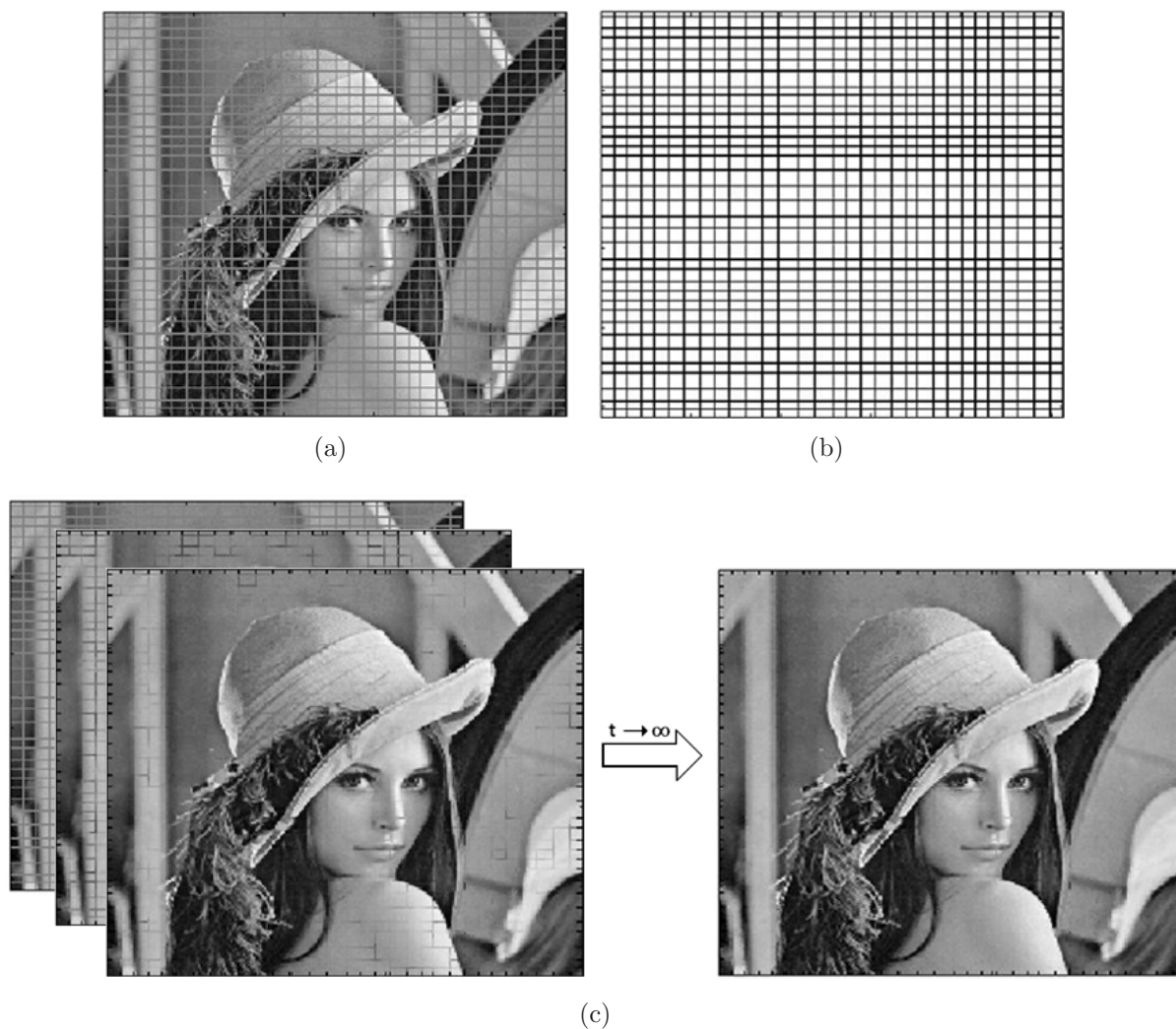


Figura 21: Ilustração do esquema de recursividade (3.7). (a) Imagem a ser processada $f(i, j) = u(i, j, 0)$, (b) região de reconstrução Ω em evidência (em preto) e (c) processo iterativo $u(i, j, t)$ em t convergindo para a imagem restaurada $f_R(i, j)$.

Nas seções subsequentes são apresentadas duas técnicas de inpainting: o modelo pioneiro proposto em [Bertalmio et al., 2000] e o modelo guiado pela equação da curvatura média [Chan; Shen, 2001b]. Outras abordagens correlatas também podem ser encontradas em [Chan; Shen, 2002, Telea, 2004, Tschumperl; Deriche, 2005, Auroux; Masmoudi, 2006, Bornemann; Marz, 2007], entre outros.

3.2.1 O Modelo BSCB

O primeiro modelo efetivo de **inpainting digital** foi introduzido por M. Bertalmio, em sua tese de doutorado [Bertalmio, 2001], cujos resultados já haviam sido publicados um ano antes em [Bertalmio et al., 2000]. A equação proposta em [Bertalmio et al., 2000] ganhou ampla notoriedade no meio científico, a qual foi a precursora da recente frente de pesquisa que relaciona **reconstrução de imagens** por meio de **equações diferenciais parciais**, isto é, o inpainting digital. Na literatura recorrente, o modelo proposto em [Bertalmio et al., 2000] é frequentemente denotado por modelo BSCB, em alusão aos seus autores.

Motivados pelas técnicas manuais utilizadas por restauradores de obras artísticas, os autores propuseram uma equação diferencial parcial que simulasse tais procedimentos. Esse processo de restauração respalda-se no transporte suave de informações ao longo das linhas isocrônicas da imagem ou isótopos (estruturas lineares de mesma tonalidade de cor).

Assim, considerando $u : D \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ a imagem a ser reconstruída, $\Omega \subset D$ a região de restauração e $\partial\Omega$ sua fronteira, o algoritmo proposto em [Bertalmio et al., 2000] é processado mediante a execução de ambos os passos a seguir:

1. As estruturas lineares da fronteira $\partial\Omega$ da região de restauração-alvo Ω são prolongadas para dentro de Ω de modo a manter o padrão geométrico da informação local presente em $\partial\Omega$;
2. A região delimitada no passo anterior (o prolongamento) é então preenchida por tonalidades semelhantes às oriundas dos correspondentes isótopos situados na fronteira $\partial\Omega$.

O processo de inpainting consiste na execução sucessiva dos passos 1 e 2, propiciando, dessa forma, transportar informações das vizinhanças por intermédio dos isótopos para dentro do domínio de restauração Ω (vide Figura 22).

Embora o mecanismo alternado de identificação e de transporte de informação funcione adequadamente do ponto de vista da formulação teórica, em problemas práticos há

a adoção de passos de difusão para garantir o êxito na restauração. Essa questão será tratada com mais rigor adiante.

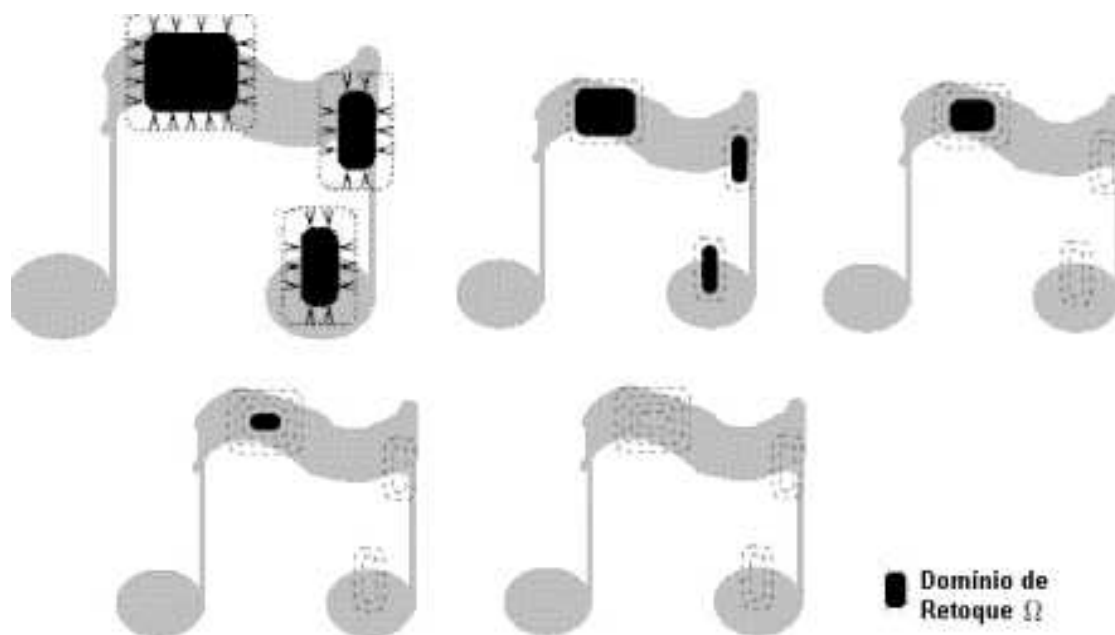


Figura 22: Aplicação sucessiva dos passos 1 e 2 do modelo em análise.

Descrição do Modelo BSCB

A ideia apresentada pelos autores para automatizar o processo de inpainting foi a de dar continuidade as linhas de nível chegando até o contorno $\partial\Omega$ do domínio de restauração, isto é, prolongar suavemente as informações das vizinhanças de fora para dentro de Ω . Nesse sentido, os autores consideraram

- $S(u)$: a medida de suavização;
- \vec{d} : a direção de propagação.

Em outras palavras, S é um estimador de suavização, isto é, ele é responsável pela transferência de tonalidades de cor da vizinhança $\partial\Omega$ para a região de inpainting Ω , e \vec{d} fornece a direção de propagação dessas informações.

Assim, segundo [Bertalmio et al., 2000], o transporte efetivo de informações para dentro de Ω , no ponto corrente (x, y) , seguindo-se uma direção de propagação pré-definida, é efetuado através do produto escalar do vetor gradiente da medida de suavização $S(x, y)$ pelo vetor direção de propagação $\vec{d}(x, y)$,

$$\text{Transporte: } \nabla S(x, y) \cdot \vec{d}(x, y). \quad (3.9)$$

Em [Bertalmio et al., 2000], os autores adotaram S como sendo o operador laplaciano \mathcal{L} , embora foi constatado que o modelo também produz resultados satisfatórios adotando-se outros operadores geométricos.

O gradiente de S é obtido calculando-se a taxa de variação do estimador de suavização que, nesse caso, é o laplaciano \mathcal{L} da imagem-alvo u , no ponto corrente (x, y) ,

$$\nabla S(u(x, y)) = \nabla \mathcal{L}(u(x, y)), \quad (3.10)$$

onde $\mathcal{L}(u(x, y)) = \Delta u(x, y) = \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(x, y)}{\partial y^2}$ e $(x, y) \in \Omega \subset D$.

Para o vetor direção de propagação \vec{d} , os autores inicialmente o definiram como sendo o vetor normal ao contorno da região de inpainting, o que posteriormente foi constatado não ser a melhor opção, pois as linhas de nível são estendidas até a região de contorno $\partial\Omega$ e no ato da prolongação para Ω tendem a se curvar na direção do campo \vec{d} (Figura 23).

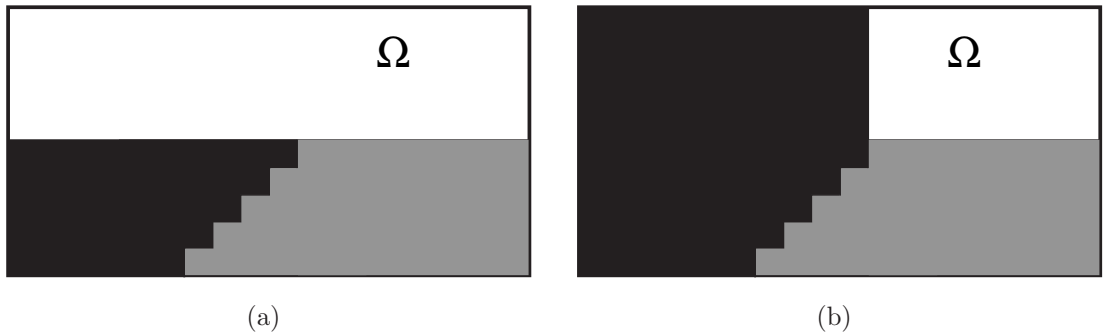


Figura 23: Escolha equivocada da direção de propagação. (a) Imagem original e (b) imagem reconstruída incorretamente. A direção normal em relação à fronteira $\partial\Omega$ não conserva as direções das estruturas lineares da imagem (“escada” entre as cores preta e cinza).

No intuito de contornar esse problema, os autores concluíram que a melhor escolha para \vec{d} seria adotar a direção das estruturas lineares. Como o vetor gradiente $\nabla u(x, y)$ fornece a direção de maior variação espacial no ponto corrente (x, y) , o vetor ortogonal $\nabla^\perp u(x, y)$ dará a direção de menor variação, isto é, a direção dos isótopos. Isso encorajou

os autores a definirem a direção do campo de propagação como sendo

$$\vec{d}(x, y) = \nabla^\perp u(x, y). \quad (3.11)$$

Assim, substituindo (3.10) e (3.11) em (3.9), o transporte fica sendo dado por:

$$\nabla \mathcal{L}(u(x, y)) \cdot \nabla^\perp u(x, y). \quad (3.12)$$

Como o modelo aplica a relação (3.12) sucessivamente em Ω , ele deverá evoluir no tempo. Dessa forma, os autores modelaram a dinâmica do processo de inpainting através da seguinte equação evolucionária:

$$u_t(x, y) = \nabla \mathcal{L}(u(x, y)) \cdot \nabla^\perp u(x, y). \quad (3.13)$$

A equação (3.13) estima a informação $\mathcal{L}(u(x, y))$ e calcula sua alteração ao longo da direção de propagação $\vec{d}(x, y) = \nabla^\perp u(x, y)$.

Com o objetivo de garantir a estabilidade numérica do processo, segundo os autores [Bertalmio et al., 2000] foi necessário multiplicar e dividir a equação (3.13) por $|\nabla^\perp u(x, y)|$, o que resultou na seguinte equação:

$$u_t(x, y) = \nabla \mathcal{L}(u(x, y)) \cdot \frac{\nabla^\perp u(x, y)}{|\nabla^\perp u(x, y)|} |\nabla^\perp u(x, y)|. \quad (3.14)$$

Como

$$|\nabla^\perp u(x, y)| = |\nabla u(x, y)| = \sqrt{u_x^2 + u_y^2}$$

segue que:

$$u_t(x, y) = \nabla \mathcal{L}(u(x, y)) \cdot \frac{\vec{d}(x, y)}{|\vec{d}(x, y)|} |\nabla u(x, y)|, \quad (3.15)$$

onde $\vec{d}(x, y) = \nabla^\perp u(x, y)$ é o vetor tangente (não normalizado) às linhas de nível.

Portanto, o modelo final apresentado em [Bertalmio et al., 2000] foi

$$u_t = \begin{cases} \nabla \mathcal{L}(u(x, y)) \cdot \frac{\vec{d}(x, y)}{|\vec{d}(x, y)|} |\nabla u(x, y)|, & \text{se } (x, y) \in \Omega \\ 0, & \text{se } (x, y) \notin \Omega \end{cases}. \quad (3.16)$$

O modelo formulado em [Bertalmio et al., 2000] produz bons resultados quando aplicado em imagens não-texturizadas, compostas de pequenas regiões de reconstrução (Figura 24), além de ter um custo computacional consideravelmente baixo. Entretanto, o método frequentemente falha nas situações opostas às descritas: quando se tem uma região de inpainting extensa ou quando a imagem-alvo é repleta de texturas diversificadas.



Figura 24: Aplicação do modelo de inpainting [Bertalmio et al., 2000]. (a) Imagem danificada (com “dobraduras”) e (b) imagem reconstruída.

Difusão no Processo de Inpainting

Em sua tese de doutorado [Bertalmio, 2001], o autor afirmou que é necessário utilizar um processo de difusão anisotrópica intercalado ao de transporte, ou seja, a cada poucos passos do protótipo numérico, deve-se aplicar algumas iterações de difusão. Isso se deve ao fato de que caso haja falta de comunicação ao longo das linhas de nível, o processo de difusão atenuaria tal impacto, garantindo a correta evolução do campo de direções \vec{d} .

Assim, os autores [Bertalmio et al., 2000] consideraram a seguinte equação de difusão anisotrópica:

$$u_t = \begin{cases} \operatorname{div} \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) |\nabla u|, & \text{se } (x, y) \in \Omega \\ 0, & \text{se } (x, y) \notin \Omega \end{cases}. \quad (3.17)$$

Desenvolvendo a equação acima no domínio de inpainting Ω , temos:

$$\begin{aligned} u_t &= \operatorname{div} \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) |\nabla u| \\ &= \operatorname{div} \left(\frac{1}{|\nabla u|} (u_x, u_y) \right) |\nabla u| \\ &= \operatorname{div} \left(\frac{u_x}{|\nabla u|}, \frac{u_y}{|\nabla u|} \right) |\nabla u| \\ &= \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u_x}{|\nabla u|} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{u_y}{|\nabla u|} \right) \right] |\nabla u|. \end{aligned} \quad (3.18)$$

Desenvolvendo os termos $\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u_x}{|\nabla u|} \right)$ e $\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{u_y}{|\nabla u|} \right)$, temos:

$$\begin{aligned} u_t &= \left(\frac{u_{xx}|\nabla u| - u_x \left(\frac{u_x u_{xx} + u_y u_{yx}}{|\nabla u|} \right) + u_{yy}|\nabla u| - u_y \left(\frac{u_x u_{xy} + u_y u_{yy}}{|\nabla u|} \right)}{|\nabla u|^2} \right) |\nabla u|. \\ &= \left(\frac{u_{xx}|\nabla u|^2 - u_x(u_x u_{xx} + u_y u_{yx}) + u_{yy}|\nabla u|^2 - u_y(u_x u_{xy} + u_y u_{yy})}{|\nabla u|^2} \right) \\ &= \left(\frac{(u_{xx} + u_{yy})((u_x)^2 + (u_y)^2) - u_x(u_x u_{xx} + u_y u_{yx}) - u_y(u_x u_{xy} + u_y u_{yy})}{|\nabla u|^2} \right) \\ &= \frac{u_{xx}u_y^2 + u_{yy}u_x^2 - 2u_x u_y u_{xy}}{u_x^2 + u_y^2}. \end{aligned}$$

Portanto, a difusão anisotrópica a ser intercalada com o modelo é dada por:

$$u_t = \begin{cases} \frac{u_{xx}u_y^2 + u_{yy}u_x^2 - 2u_x u_y u_{xy}}{u_x^2 + u_y^2}, & \text{se } (x, y) \in \Omega \\ 0, & \text{se } (x, y) \notin \Omega \end{cases}. \quad (3.19)$$

Atento ao assunto do estudo da convergência do método numérico, recomendamos as referências [Bertalmio, 2001] e [Silva, 2005]. Quanto à implementação numérica, sugerimos os trabalhos [Bertalmio, 2001], [Bertalmio et al., 2000] e [Casaca et al., 2006].

3.2.2 O Modelo CDD (Curvature Driven Diffusion)

Como mencionado em [Chan; Shen, 2001b], os autores T. Chan e J. Shen afirmaram que, embora o modelo de inpainting [Bertalmio et al., 2000] seja qualitativamente estável devido à implementação do mecanismo de transporte empregado, análises matemáticas mais sofisticadas do mesmo são extremamente complexas de serem feitas.

Encorajados por esse fato, Chan et al. [Chan; Shen, 2001b] propuseram um aprimoramento do modelo de inpainting proposto em [Chan; Shen, 2002], sendo, este último, um modelo formulado a partir do clássico modelo variacional de eliminação de ruídos proposto por Rudin et al. [Rudin et al., 1992]. Na literatura, tal modelo ficou conhecido como CDD (“Curvature Driven Diffusion”), devido ao fato deste ser composto por um processo de **difusão guiado pela curvatura** enquanto que o filtro apresentado em [Chan; Shen, 2002] foi denominado pelos autores de modelo TV, em alusão à sua formulação ter sido baseada no **princípio da variação total** (*Total Variation*), estudada em [Rudin et al., 1992].

Devido à deficiência do modelo de inpainting TV de realizar o *Princípio da Conectividade* [Kanizsa, 1979], a formulação do modelo CDD parte da premissa de satisfazer tal princípio, produzindo resultados que, de fato, venham a simular corretamente a percepção visual humana, tal como descrito em [Kanizsa, 1979]. Esse princípio afirma que todas as regiões incompletas sejam totalmente conectadas de forma a estabelecer conexões à longas distâncias através do prolongamento de suas estruturas.

Para um melhor entendimento sobre o *Princípio da Conectividade*, ressaltamos algumas distinções entre os modelos [Chan; Shen, 2002] e [Chan; Shen, 2001b] na seção subsequente.

Modelo TV, CDD e o Princípio da Conectividade

A característica primordial que difere o modelo de retoque CDD do modelo TV é a relação entre o coeficiente de condutividade e a curvatura das linhas isocrônicas, isto é, o modelo de inpainting CDD aplica uma difusão guiada pela curvatura.

No modelo TV, a intensidade da difusão depende somente da força ou do contraste das linhas isocrônicas, a qual é transcrita matematicamente pela expressão do coeficiente de condutividade [Chan; Shen, 2001b],

$$D_c = \frac{1}{|\nabla u|}.$$

Com o objetivo de aperfeiçoar o modelo TV, os autores concluíram que, para atender ao *Princípio da Conectividade*, a força da difusão deveria depender também da curvatura escalar k , além da informação geométrica das linhas isocrônicas, isto é,

$$\kappa = \operatorname{div} \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right). \quad (3.20)$$

Para ilustrar ambas as abordagens, considere a Figura 25.

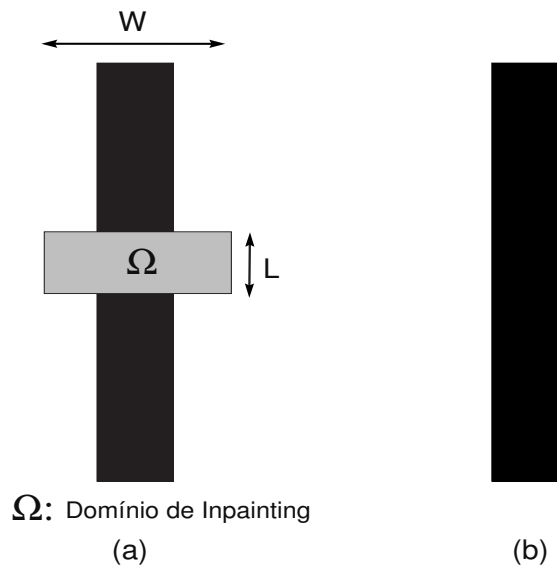


Figura 25: (a) Imagem a ser tratada e (b) imagem retocada com o modelo TV [Chan; Shen, 2002], com $L < W$.

Na Figura 25, quando $L < W$, podemos observar que o modelo de retoque TV manteve um bom desempenho, restaurando a imagem de acordo com a percepção visual humana (*Princípio da Conectividade* [Kanizsa, 1979]).

Agora, considere essa mesma imagem (Figura 26), mas com o domínio de retoque ampliado ($L \gg W$). Nesse caso, o modelo TV pode falhar no que diz respeito ao *Princípio da Conectividade*, não realizando a conexão entre as partes separadas, como mostra a Figura 26(c). Tal deficiência é atribuída à divergência da curvatura κ nas quatro quinas A, B, C e D .

A junção das análises qualitativas descritas para o modelo TV aliada ao resultado

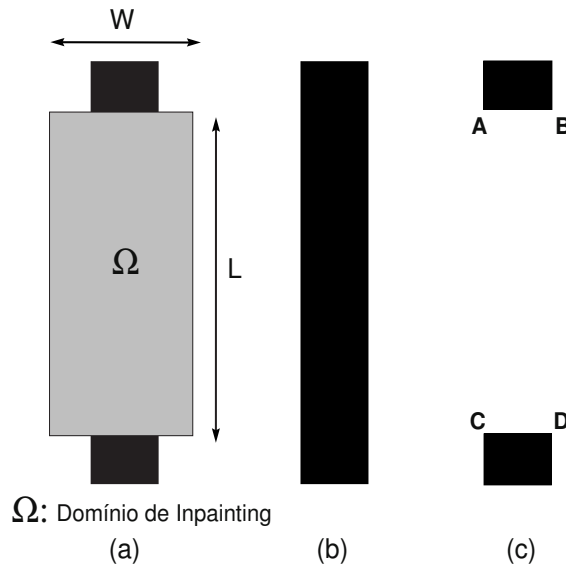


Figura 26: (a) Imagem a ser tratada, (b) inpainting na percepção humana e (c) inpainting TV [Chan; Shen, 2002] para $L \gg W$.

característico da percepção visual humana (entrelaçamento de regiões desconexas) motivaram os autores [Chan; Shen, 2001b] a modificar o termo de condutividade do modelo TV, dando origem, dessa forma, ao modelo de inpainting CDD, o qual apresentamos na próxima seção.

Descrição do Modelo de Inpainting CDD

Na formulação do modelo de inpainting CDD, os autores modificaram o coeficiente de condutividade do modelo TV de

$$D_c = \frac{1}{|\nabla u|},$$

para

$$D_c = \frac{g(\kappa)}{|\nabla u|},$$

onde κ representa a curvatura e $g : \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty)$ é uma função real contínua arbitrária a qual deve satisfazer

$$g(0) = 0 \quad \text{e} \quad \lim_{s \rightarrow \pm\infty} g(s) = \infty. \quad (3.21)$$

A função g tem o papel de “aniquilar” grandes curvaturas e estimular as pequenas. Com essas restrições em relação a função g , a difusão torna-se forte onde as linhas isocrônicas apresentam grandes curvaturas, prolongando essas linhas para dentro do domínio de restauração.

A justificativa na imposição das condições (3.21) se baseia na condução de um resultado mais próximo do ponto de vista da concepção visual humana, tal como na Figura 26(b), já que o resultado apresentado pelo modelo TV na Figura 26(c) passa a ser considerado inadequado pelo fato da curvatura nas quatro quinas A, B, C e D tenderem para $\pm\infty$, justificando o fato de $g(\pm\infty) = \infty$.

Por outro lado, a propriedade $g(0) = 0$ é também necessária pois, do contrário, poderíamos ter $g(0) = a \neq 0$ o que implicaria em transformar a equação diferencial do CDD no modelo TV e, possivelmente, comprometeria a manutenção do *Princípio da Conectividade*.

Assim, o modelo de inpainting CDD pode ser interpretado como uma versão aprimorada do modelo TV, cujo enfoque central está no fato deste empregar informações da curvatura para realizar o processo de difusão. Além de efetuar o inpainting tal como o TV promove, ele ainda foi projetado para realizar conexões entre estruturas geométricas separadas à longas distâncias, isto é, satisfazer ao *Princípio da Conectividade*, nesses casos.

A formulação matemática do modelo CDD apresentado em [Chan; Shen, 2001b] foi:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \operatorname{div} \left(\frac{g(\kappa) \nabla u}{|\nabla u|} \right) |\nabla u|, & \text{se } (x, y) \in \Omega \\ u = u_0, & \text{se } (x, y) \notin \Omega \end{cases}, \quad (3.22)$$

onde $\kappa = \operatorname{div} \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right)$ é a curvatura e $g : \mathbb{R} \rightarrow [0, +\infty)$ é uma função contínua satisfazendo $g(0) = 0$ e $g(\pm\infty) = \infty$.

Observe que o fluxo para a difusão guiada pela curvatura é dado por:

$$q = -D_c \nabla u = -\frac{g(\kappa)}{|\nabla u|} \nabla u. \quad (3.23)$$

Para a determinação de g , os autores sugeriram a classe de funções do tipo $g(s) = |s|^n, \forall n > 0$, com n sendo um parâmetro estipulado de acordo com cada aplicação.

A grande vantagem do modelo CDD em comparação com as demais técnicas tais como as referências [Bertalmio et al., 2000, Chan; Shen, 2002, Tschumperl; Deriche, 2005, Bornemann; Marz, 2007], entre outras, é que sua formulação foi desenvolvida para atender ao *Princípio da Conectividade*. Assim, o modelo torna-se adequado o suficiente para os propósitos colocados em pauta neste trabalho, que serão discutidos nos capítulos subsequentes. Em contrapartida, um aspecto negativo do modelo de inpainting CDD é o seu custo computacional, o qual é relativamente elevado.

Um exemplo de aplicação é dado na Figura 27, onde o *Princípio da Conectividade* é satisfeito.

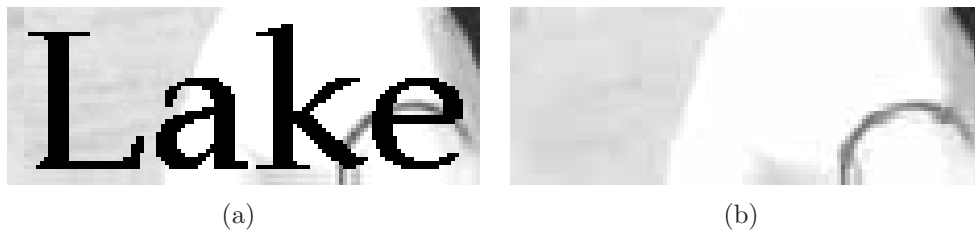


Figura 27: Exemplo de remoção de textos pelo modelo CDD [Chan; Shen, 2001b]. (a) Imagem com texto e (b) imagem processada.

Para maiores detalhes a respeito da técnica descrita, bem como sobre a implementação numérica comentada da mesma, o leitor pode conferir as referências [Chan; Shen, 2001b, Chan; Shen, 2002, Silva, 2005, Casaca et al., 2007a].

Capítulo 4

Proposta de duas Abordagens para Reconstrução de Imagens com Texturas

Conforme descrito no Capítulo 3, os autores [Liu et al., 2004] compilaram todas as possíveis manifestações de texturas no âmbito digital por meio de cinco grandes classes (vide Tabela da Figura 13):

1. **Texturas Regulares;**
2. **Texturas Pós-Regulares;**
3. **Texturas Irregulares;**
4. **Texturas Pré-Estocásticas;**
5. **Texturas Estocásticas.**

Levando em consideração tal classificação, propomos dois novos modelos de reconstrução de imagens digitais: o primeiro voltado para imagens de alta concentração de textura **regular** e **pós-regular** e o segundo para imagens definidas por texturas **irregulares**, **pré-estocásticas** e **estocásticas**. Para o primeiro propósito, apresentamos um algoritmo encorajados pela modelagem apresentada em [Bertalmio et al., 2003] e [Vese; Osher, 2003] (Capítulo 2, Seção 2.1.1) enquanto que para o segundo, apresentamos um modelo de síntese de textura por blocos, o qual é guiado por um eficiente mecanismo de detecção de isótopos e amparado por um processo de amostragem diferenciado. Para a elaboração

deste último modelo, uma das motivações foi o trabalho de [Criminisi et al., 2004] (Capítulo 3, Seção 3.1.2).

Para a manipulação de texturas bem definidas (como é o caso das texturas regulares e pós-regulares) imersas em regiões homogêneas, métodos de reconstrução baseados em decomposição de domínios consistem de uma boa escolha, pois abordam o problema por meio de aproximações bem caracterizadas para cada tipo de domínio-alvo, como afirmam [Bertalmio et al., 2003]. Como adota-se uma divisão da imagem-alvo em dois componentes bem-definidos, estrutura e textura, métodos dessa categoria utilizam tanto modelos de inpainting quanto algoritmos de replicação de texturas para recompor a imagem, como acontece em [Rane et al., 2003, Bertalmio et al., 2003, Yamauchi et al., 2003, Grossauer, 2004].

Inspirados nesses preceitos e na proposta apresentada por [Bertalmio et al., 2003], propomos um esquema baseado em decomposição de domínios para tratar imagens danificadas dotadas de texturas. O sistema proposto busca decompor a imagem-alvo em dois componentes: u (estrutura) e v (textura), aplicando o modelo CDD [Chan; Shen, 2001b] (Capítulo 3, Seção 3.2.2) no termo u e uma técnica de síntese de textura aqui proposta no componente v . Nesse sentido, alguns aspectos de implementação são tratados cuidadosamente a fim de garantir o sucesso da modelagem, além da própria implementação do modelo correlato de [Bertalmio et al., 2003].

Atento à nossa segunda proposta, algoritmos de síntese de texturas por exemplar são fortemente recomendados para tratar texturas mais estocásticas (irregulares, pré-estocásticas e estocásticas), como é o caso dos métodos apresentados [Efros; Leung, 1999, Efros; Freeman, 2001, Criminisi et al., 2004, Cao et al., 2009], entre outros. Motivados por [Criminisi et al., 2004], propomos um modelo de replicação de texturas por blocos fundamentado na ideia de decomposição de imagens, onde visa-se guiar o processo de síntese a partir de informações geométricas de uma imagem-suporte, a priori, produzida pelo esquema de decomposição.

Embora nosso último modelo seja voltado para tratar texturas mais estocásticas, ele também pode ser concebido para recompor qualquer tipo de informação que se queira recuperar, visto também ter sido projetado para atuar em problemas dos mais diversificados possíveis.

Nas páginas a seguir descrevemos cada uma das abordagens propostas, na ordem, em que ambas foram apresentadas.

4.1 Proposta I: Multireconstrução de Domínios utilizando Decomposição Cartoon/Textura

Seguindo as ideias apresentadas pelos autores de [Bertalmio et al., 2003], propomos um modelo híbrido de restauração de imagens baseado em decomposição de domínios do tipo cartoon/textura, o qual trata de maneira singular cada um dos componentes destituídos da imagem inicial f , isto é, o componente estrutural u e a textura v .

Para essa modelagem, foi utilizado um método de dissociação de imagens não-simultâneo para tratar f , um modelo de inpainting por EDP que satisfaz ao *Princípio da Conectividade* [Kanizsa, 1979] para reconstruir u e um algoritmo de síntese de textura para restaurar v .

Optamos por relatar cada um dos passos intermediários (Passos 1, 2 e 3 da Figura 28) que antecedem a etapa final de reconstrução (Passo 4), a fim de facilitar o entendimento.

Também com o intuito de facilitar a compreensão, vamos considerar $f : D \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ como sendo a imagem-alvo (a ser restaurada), $\Omega \subset D$ a região de inpainting e $\partial\Omega$ a sua fronteira. Quando necessário, representaremos $f = u + v$, com u identificando as estruturas geométricas de f e v a textura e outros detalhes de caráter oscilatório.

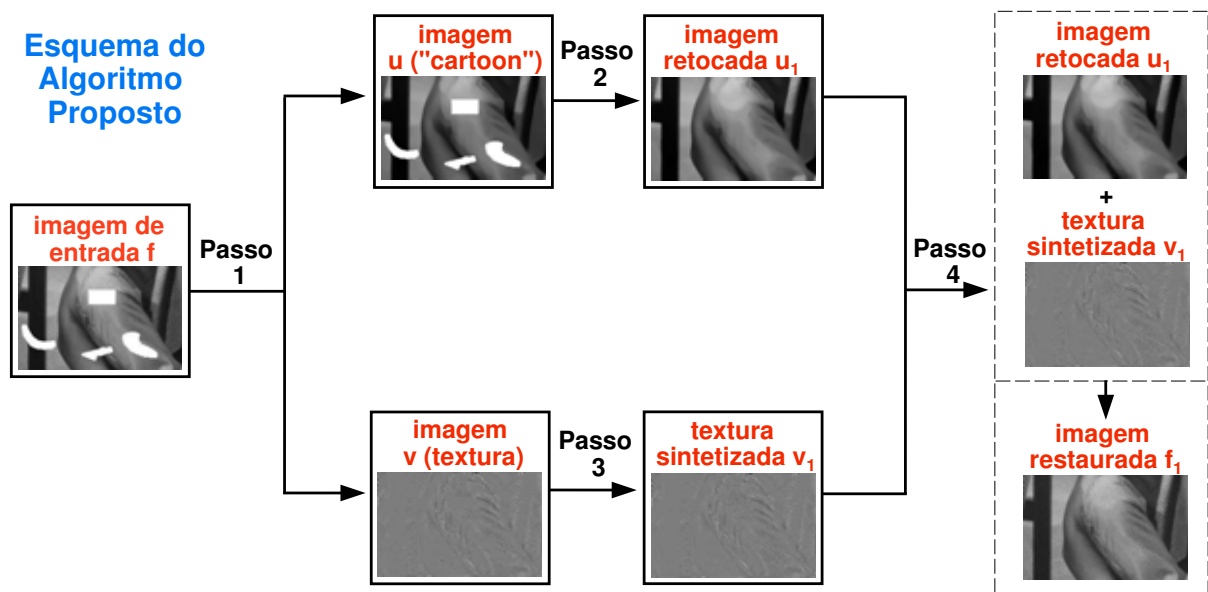


Figura 28: Esquema adotado para tratar o problema de reconstrução de imagens. Os Passos 1, 2, 3 e 4 constituem às abordagens de decomposição de domínios, retoque digital, síntese de texturas e associação dos resultados, respectivamente.

4.1.1 Decompondo o problema em duas abordagens distintas

A decomposição de uma dada imagem f pode ser definida como sendo uma separação desta em outras duas novas imagens, u e v , as quais são re combinadas, de alguma forma, para determinar f . Assim, o primeiro passo a ser considerado em nosso algoritmo computacional é o de decompor f em dois diferentes domínios: um composto pelas estruturas geométricas, isótopos e regiões de pequenas variações de coloração (regiões homogêneas) e outro por texturas, detalhes finos e áreas repletas de variações bruscas de informação.

Para realizar essa tarefa, empregamos o modelo [Casaca; Boaventura, 2008b] não-simultâneo adaptado a partir de [Barcelos et al., 2003] (Capítulo 2, Seção 2.1.2). Através do estudo da equação (2.10), foi possível adequá-la ao problema de decomposição de imagens, o que resultou em um modelo robusto e de fácil manipulação.

Mediante à implementação numérica de (2.10) na imagem inicial f , gera-se, a partir do processo recursivo correspondente, o primeiro componente associado à f , isto é, u . Imediatamente após a caracterização do componente u , aplica-se a equação aritmética $v = f - u$ para determinar v . Desde que o objetivo aqui é obter u e v bem caracterizados pela estrutura e textura/ruído, respectivamente, o processo de suavização proporcionado pela equação (2.10) deve ser bem intensificado, podendo ser possível controlar a velocidade da difusão através da entrada dos parâmetros base da referida EDP.

É importante salientar que a implementação computacional do processo recursivo considerado nessa adaptação é exatamente a mesma descrita na concepção inicial dos autores [Barcelos et al., 2003] para eliminar ruídos. Para maiores detalhes, aconselhamos o leitor a verificar as referências [Silva Jr, 2001, Barcelos et al., 2003, Barcelos et al., 2005, Casaca; Boaventura, 2008b].

Optamos por adequar (2.10) para dissociar imagens pelo fato de que o tratamento numérico da equação teórica (2.10) não implica em ajustes ou modificações nas propriedades válidas no problema teórico, principalmente no que diz respeito à manutenção da relação $f = u + v$, já que tal relação pode não se verificar quando aplicamos um modelo de decomposição amparado por um procedimento simultâneo de subdivisão, tal como ocorre em [Vese; Osher, 2003, Yin et al., 2005, Levine et al., 2005, Garnetta et al., 2007] e outros mais.

Outro aspecto importante no que se refere à adoção de (2.10) em relação a outros modelos não-simultâneos de decomposição, como [Malik; Perona, 1990, Alvarez et al., 1992, Rudin et al., 1992, Chan et. al, 2001a], como também outras aproximações de natureza simultânea, justifica-se pelo emprego do mecanismo singular utilizado no gerenciamento da difusão de (2.10), o qual consiste em estimular e difundir a informação de modo mais incisivo, nas regiões homogêneas da imagem, e, menos incisivo, nas regiões caracterizadas por bordas, quinas ou contornos dentro da mesma. Além disso, o modelo [Barcelos et al., 2003] conta com um seletor de parâmetros ótimos proposto no trabalho [Barcelos et al., 2005], diminuindo, assim, a entrada de parâmetros livres no algoritmo computacional.

Levando em consideração os pontos mencionados, o modelo considerado proporciona a manutenção das estruturas geométricas dentro do componente u e a dissociação integral da textura v . Além disso, a modelagem adotada promove o realce dos contornos do componente v e a retenção de toda a textura e/ou ruído vinculado à imagem observada f (Figuras 29 e 30) [Casaca; Boaventura, 2008b].

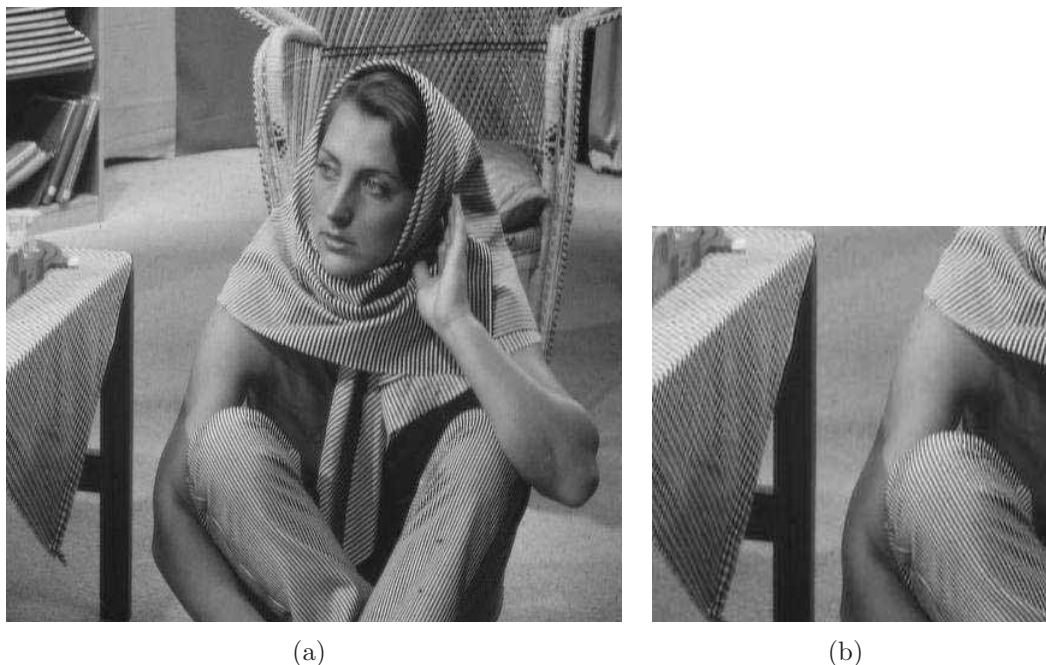


Figura 29: Comparação entre métodos de decomposição de imagens (Parte 1). (a) Imagem da Barbara e (b) parte inferior de (a).

Podemos notar que na imagem da Figura 30(c) não há resquícios de textura e que a imagem da Figura 30(f) fornece um nível de detalhamento mais apurado em comparação

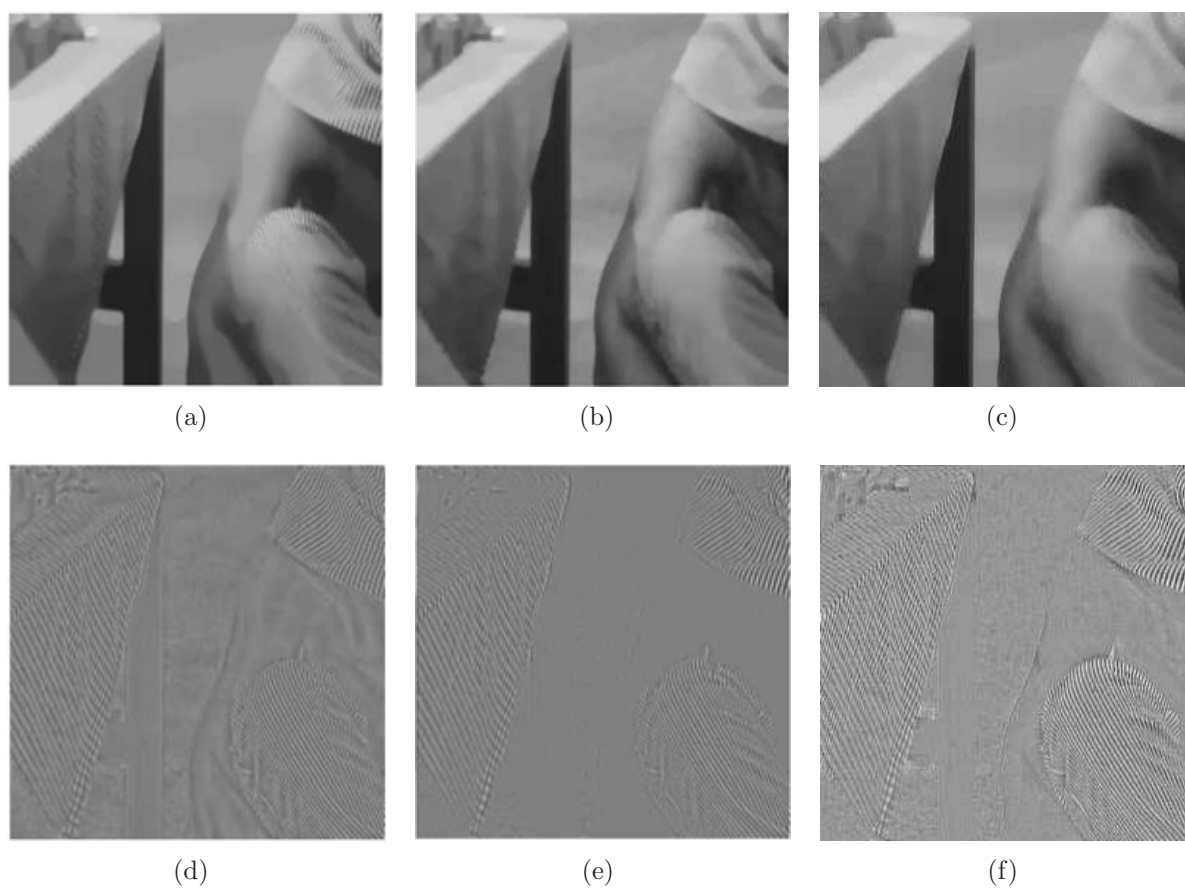


Figura 30: Comparação entre métodos de decomposição de imagens (Parte 2). (a)-(d), (b)-(e) e (c)-(f) representam os componentes homogêneos u e v gerados pelos modelo de [Meyer, 2002], [Vese; Osher, 2003] e pela abordagem proposta, respectivamente.

com os demais resultados.

De posse dos componentes u e v , procede-se aplicando em cada um desses componentes a melhor estratégia para cada caso, isto é, reconstrói-se u , com base em um modelo de “inpainting” digital e v , através de um algoritmo de síntese de texturas. Essas etapas são abordadas com mais detalhes nas seções seguintes.

4.1.2 Restaurando o componente homogêneo u

Após executada a etapa de dissociação de imagens, o próximo passo a ser efetuado é aplicar um determinado modelo de retoque digital na imagem cartoon u . Nesse sentido, o enfoque passa a se concentrar apenas no processo de reconstituição da imagem u , sem a necessidade de se manipular a imagem inicial f ou o termo oscilatório v . Assim, essa etapa recai em um problema exclusivamente de “inpainting” digital, cujo o termo u passa a ser a imagem-alvo.

Desde que u é composto apenas pelas estruturas geométricas, isótopos e regiões homogêneas da imagem original f , a adoção de um modelo de inpainting baseado em EDP para recompor e preencher as lacunas de u possibilita explorar todas as potencialidades de um algoritmo dessa categoria, ainda mais se este algoritmo for modelado por algum mecanismo que aplique difusão, tais como [Bertalmio et al., 2000], [Chan; Shen, 2002] e [Chan; Shen, 2001b], por exemplo. Tal afirmação vai ao encontro das considerações feitas pelos autores de [Bertalmio et al., 2003]. Pelo fato de u ser uma imagem sem texturas, delimitada por regiões homogêneas, um filtro baseado em difusão permite espalhar a informação sem a necessidade de se preservar detalhes estritamente oscilatórios como textura, detalhamento e estruturas irregulares. Isso significa que difundindo a informação da fronteira $\partial\Omega$ para dentro da região de inpainting Ω não implica em perdas de informações relevantes contidas em u .

Seguindo essa linha de raciocínio, empregamos o modelo de “inpainting” digital de [Chan; Shen, 2001b] descrito no Capítulo 3, Seção 3.2.2, cujo protótipo é amparado por um processo de difusão guiado pela curvatura dos isótopos. Sua formulação diferenciada permite recompor áreas de restauração amplamente desconexas a partir do cálculo da curvatura média, isto é, promove-se a continuidade das linhas isocrônicas obstruídas pela

região-alvo de reconstrução.

O modelo matemático empregado para realizar essa tarefa foi a equação diferencial (3.22), dada pela expressão

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = \operatorname{div} \left(\frac{g(\kappa) \nabla u}{|\nabla u|} \right) |\nabla u|, & \text{se } (x, y) \in \Omega \\ u = u_0, & \text{se } (x, y) \notin \Omega \end{cases}, \quad (4.1)$$

onde o componente estrutural u deve ser interpretado como sendo uma função não somente nas variáveis x e y do plano, mas também na coordenada temporal t : $u = u(x, y, t)$. Aqui, $\kappa = \operatorname{div} \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right)$ identifica a curvatura média e g é uma função que deve satisfazer às condições (3.21).

Em nossa proposta definimos g como sendo a função modular

$$g(s) = g_{CDD}(s) = |s|,$$

onde $s = \kappa = \operatorname{div} \left(\frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right)$ e impomos a condição $u(x, y, 0) = u_0$, com u_0 sendo a imagem inicial fornecida ao modelo discreto correspondente à equação contínua (4.1).

Em termos práticos, a equação diferencial (4.1) é transcrita numericamente em um algoritmo recursivo tal como o apresentado em (3.7), isto é:

$$u(i, j, t + \Delta t) = u(i, j, t) + \Delta t L(u), \quad (4.2)$$

onde $L(u)$ é o lado direito da primeira parcela de (4.1) em sua versão discreta.

Pré-processamento da máscara

Com a finalidade de guiar o processo iterativo (4.2) descrito acima, o usuário deve fornecer uma imagem suporte (máscara), a qual é constituída exclusivamente pela região de reconstrução Ω .

Considerando que o processo de inpainting deve ser empregado apenas em Ω , a máscara torna-se um importante elemento na reconstrução de u , pois ela consolida o retoque digital apenas nas regiões em que se necessita recuperar. Entretanto, durante a primeira etapa de processamento (estágio de decomposição de domínios), podem surgir resíduos nos

contornos de Ω , em função da intensa suavização aplicada. Na realidade, esse problema se verifica para a totalidade dos modelos de decomposição de imagem, não-simultâneo ou simultâneo, como [Chan et. al, 2001a], [Vese; Osher, 2003], [Garnetta et al., 2007], entre outros, conforme evidenciamos no primeiro experimento comparativo envolvendo o método proposto e o modelo [Bertalmio et al., 2003] (Exp. 1, Sec. 5.1.2).

Assim, na intenção de melhorar a qualidade de restauração de u , efetuamos um pré-processamento na imagem máscara de u , isto é, na imagem suporte composta exclusivamente pela região-alvo de reconstrução Ω . Este pré-processamento deve ser realizado somente se o processo primário de decomposição de domínios venha a produzir resíduos em torno da região de inpainting Ω (Figura 31).

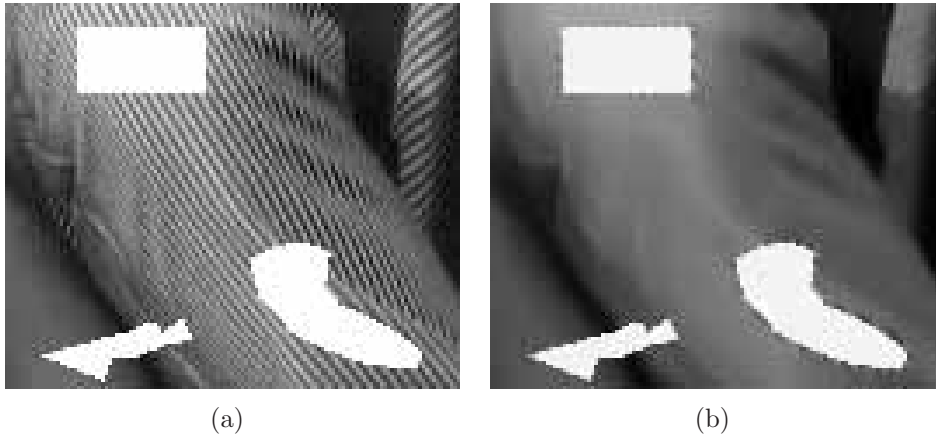


Figura 31: Presença de resíduo no componente u . (a) Imagem original f e (b) componente u obtido pela decomposição de f . Repare no resíduo de u presente no contorno das três áreas a serem reconstruídas (em branco). Nesse caso em particular, boa parte do resíduo constitui-se dos pixels de textura da imagem f , que ficaram retidos em u .

Para essa finalidade, utilizamos um filtro morfológico baseado em dilatação, mais especificamente (4.4), tomando como parâmetro de entrada a região de inpainting Ω , em adição aos parâmetros do próprio filtro. Dessa forma, de acordo com [Soille, 2003], o **operador de erosão** de uma dada imagem I (em níveis de cinza) por um elemento estruturante B em um pixel p é definido por:

$$[\varepsilon_B(I)](p) = \min_{b \in B} \{I(p + b) - B(b)\}, \quad (4.3)$$

enquanto que o **operador de dilatação** é dado por

$$[\delta_B(I)](p) = \max_{b \in B} \{I(p + b)\}. \quad (4.4)$$

Tanto (4.3) quanto (4.4) podem ser entendidos como filtros que, a partir da analogia entre a forma estrutural de um determinado elemento estruturante B com informações concentradas na vizinhança de um dado pixel p , produzem expansões ou encolhimentos de compostos relevantes da imagem. Elementos estruturantes clássicos são freqüentemente constituídos por bolas, discos, quadrados, entre outros elementos geométricos.



Figura 32: Pré-processamento da imagem máscara Ω . (a) Região de inpainting original (máscara) e (b) região dilatada, utilizada no algoritmo de retoque digital para recompor u .

Desse modo, expandindo-se a região de inpainting Ω , o processo de difusão instituído pelo modelo de retoque digital aqui considerado produzirá resultados de alta qualidade (Figura 33), visto que a remoção dos pixels indesejáveis (o resíduo) na fronteira $\partial\Omega$ de u garante que o processo de suavização seja efetivado exclusivamente pela informação homogênea da fronteira dilatada.

Essa etapa deve ser empregada não apenas no tratamento do componente u , mas também no termo contendo a textura v , nos casos em que houver necessidade.

4.1.3 Restaurando o componente contendo textura v

De posse do termo contendo a textura v , produzido no primeiro estágio de nossa abordagem (de dissociação de imagens), o terceiro passo a ser executado é reconstituir v utilizando estratégias de síntese de texturas. A exemplo do que ocorreu no tratamento de

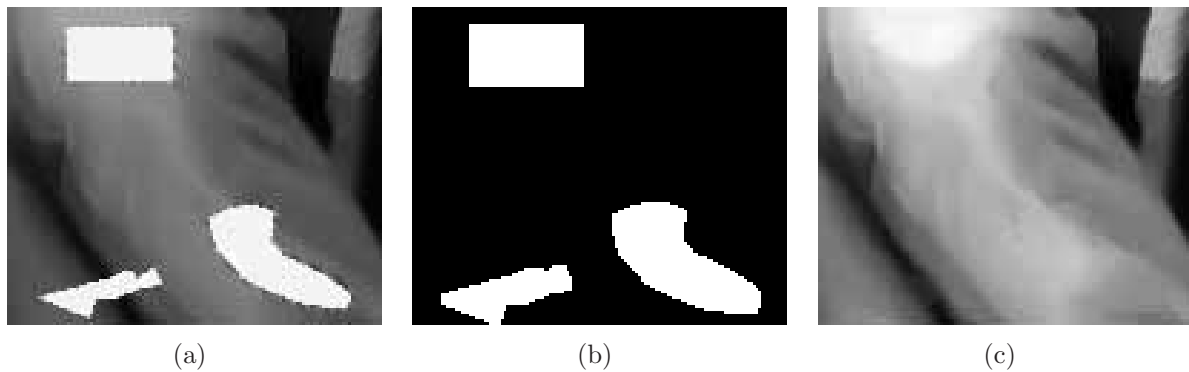


Figura 33: Reconstrução do componente u . (a) Componente u , (b) máscara guia obtida a partir da dilatação da Figura 32(b) e (c) componente reconstruído u_1 .

u , o foco de reconstrução passa a ser exclusivo no componente texturizado v .

Conforme a subdivisão entre textura e estrutura, produzida pelo algoritmo de decomposição de imagens, v passa a ser uma imagem definida apenas por textura, detalhes finos e outros padrões de caráter oscilatório. Isso sugere a adoção de um algoritmo de síntese de texturas para restaurar v , uma vez que técnicas dessa categoria são exclusivamente direcionadas para o tratamento específico de texturas.

Como v é dotado apenas de textura, abordagens que reconstituem os padrões regulares, como é o caso de aplicações de síntese de textura, são estimuladas a maximizarem o grau de desempenho no processo de recomposição, pois esses padrões são modelados com muito mais facilidade devido à ausência de tonalidades bruscas de cores, já que essas são integralmente incorporadas apenas no termo estrutural u .

Em conformidade com as ideias descritas acima, para reconstruir v propomos utilizar um novo protótipo de síntese de texturas, o qual está amparado em abordagens de decomposição de imagens e técnicas envolvendo EDPs. Ressaltamos que o protótipo proposto para esta finalidade se trata exatamente de nossa segunda proposta para o problema de reconstrução de imagens, a ser apresentado nas páginas a seguir. No entanto, o princípio de amostragem utilizado para o propósito vigente difere do considerado na proposta subsequente (Proposta II). Assim, vamos descrever apenas o processo de amostragem utilizado enquanto as demais etapas de modelagem serão tratadas posteriormente, no âmbito da Proposta II.

Determinando a região de amostragem

Em nosso modelo procuramos empregar a ideia de efetuar o processo de síntese de textura por meio de amostras, tomando como fonte de amostragem uma região previamente determinada em torno do domínio de restauração Ω . Neste trabalho, a **região sorvedoura de informações** será denominada pela simbologia $\Lambda\Omega$, pelo fato de incorporar áreas próximas às bordas de Ω .

Para obtermos $\Lambda\Omega$, utilizamos a mesma aplicação morfológica considerada na seção anterior (equação (4.4)), porém, adaptada para a finalidade ora vigente: a de delimitar uma região de amostragem para o processo de síntese de textura.

A justificativa para adotarmos filtros de caráter morfológico se fundamenta no fato de que estes consistem de uma poderosa ferramenta destinada à análise da forma e da estrutura de uma imagem, bem como a investigação da geometria dos objetos que constituem essa imagem. Além disso, sua implementação computacional possui um baixo custo computacional em comparação com outras técnicas voltadas para a mesma finalidade.

Desde que o parâmetro de entrada é a região Ω (máscara), a qual sempre definimos como sendo uma matriz binária, o filtro morfológico de dilatação (4.4) tem por finalidade ampliar tal área. Assim, basta considerar como região pertinente a região dilatada em relação à Ω e, em seguida, projetá-la na imagem original no intuito de delimitar a região sorvedoura de informações $\Lambda\Omega$.

Esse procedimento de determinação de uma região de amostragem é necessário, pois ao se tomar a região complementar ao domínio de restauração Ω como região de pertinência para síntese de conteúdo, como ocorre nos modelos tradicionais, por exemplo, corre-se o risco de se produzir resultados não muito convenientes do ponto de vista visual: podem haver áreas reconstruídas por texturas que não sejam predominantes em suas vizinhanças, tal como foi relatado na Figura 17.

Outro aspecto positivo da delimitação da região fonte $\Lambda\Omega$ está no fato de que algoritmos de síntese de texturas geralmente fazem verificações, bloco-a-bloco, em toda a imagem, o que agrega um preço computacional adicional na realização desse processo e, sendo assim, notamos que uma prévia demarcação da área de busca contribuiria significativamente na aceleração do processo. Nesse caso, optamos por utilizar $\Lambda\Omega$ no âmbito

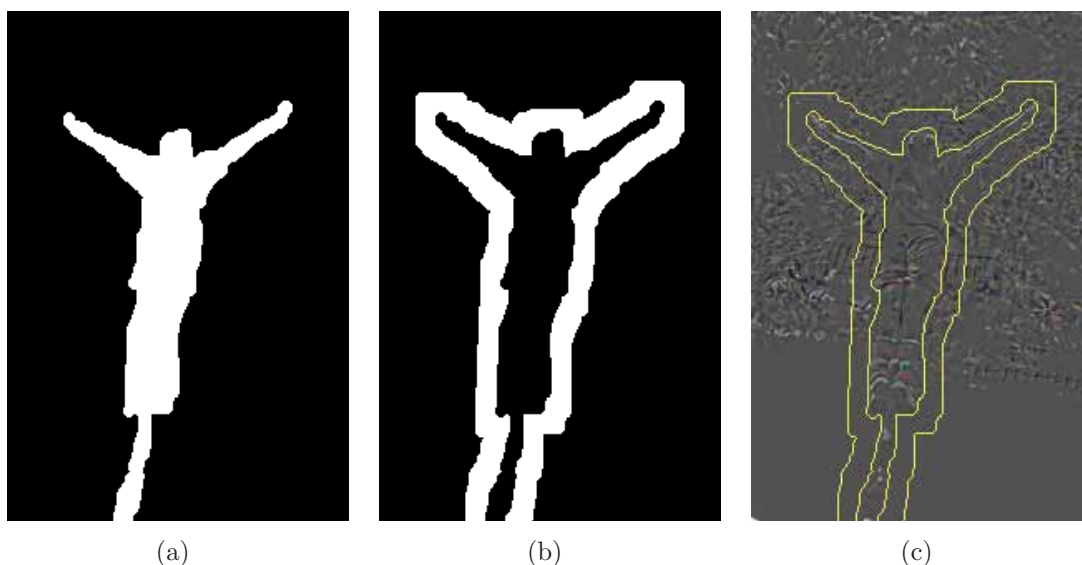


Figura 34: Determinação da região sorvedoura de informações para o processo de síntese de texturas. (a) Máscara Ω , (b) área dilatada a partir de Ω e (c) projeção da área dilatada (região sorvedoura $\Lambda\Omega$) na imagem a ser tratada.

de reduzir o custo computacional, em adição às considerações já apresentadas.

Sintetizando a textura a partir de $\Lambda\Omega$

Conforme foi mencionado na seção destinada à investigação da reconstrução de u , se houver necessidade, devemos utilizar como imagem guia do processo de síntese a máscara processada, isto é, Ω deve ser ampliado a fim de executar o algoritmo de recomposição de texturas.

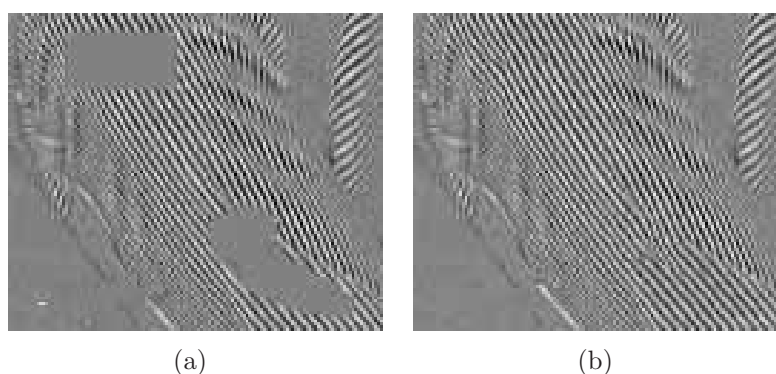


Figura 35: Reconstrução do componente v . (a) Componente v e (b) componente reconstruído v_1 .

Como relatado nos parágrafos anteriores, nesta etapa utilizamos o algoritmo adotado na Proposta II (a ser descrito a seguir) com adaptações no processo de obtenção da região

de amostragem, o qual já foi apresentado no tópico anterior.

4.1.4 Conciliação dos resultados obtidos

De porte dos resultados produzidos nas etapas de “inpainting” digital e síntese de textura, isto é, u_1 e v_1 (versões reconstruídas de u e v , respectivamente), combinamos ambos componentes no intuito de constituir a imagem final.

Conforme relatado no decorrer deste trabalho, em função da escolha de nosso modelo de decomposição de domínios, a saber [Barcelos et al., 2003]-[Casaca; Boaventura, 2008b], há a total garantia de que f seja a soma de u e v , isto é,

$$f = u + v. \quad (4.5)$$

Então, é condizente e plausível definirmos a imagem reconstruída f_1 a partir dessa mesma relação aritmética, isto é

$$f_1 := u_1 + v_1. \quad (4.6)$$

Dessa forma, é válida a igualdade $f_1|_{\Omega^c} = f|_{\Omega^c}$ e não seria ilógico interpretar $f_1|_{\Omega}$ como sendo uma extensão da função f com respeito ao conjunto Ω , desde que $f|_{\Omega}$ inicialmente consista de informações irrelevantes e que o propósito desta aplicação é estimar exatamente $f|_{\Omega}$. Portanto, a imagem reconstruída f_1 fica sendo caracterizada pela equação (4.6) em todo seu domínio de definição.

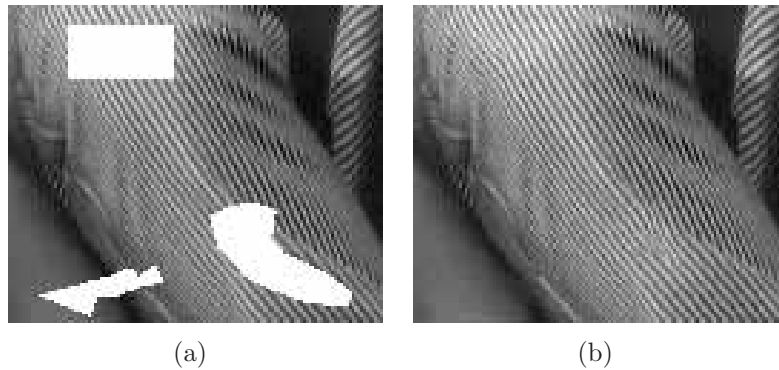


Figura 36: Obtenção da imagem reconstruída f_1 . (a) Imagem inicial f_1 e (b) imagem final restaurada, produzida a partir da soma da Figura 33(c) com a Figura 35(b).

4.2 Proposta II: Síntese de Texturas guiada por EDP e Decomposição de Imagens

Encorajados pelas ideias apresentadas em [Efros; Leung, 1999, Bertalmio et al., 2000, Bertalmio et al., 2003] e [Criminisi et al., 2004], propomos um novo modelo de síntese de texturas por exemplar, onde empregamos um eficiente mecanismo de amostragem e de orientação no processo de replicação de texturas bloco-a-bloco.

Para sistematizar nosso modelo, procuramos descrever cada etapa do processo computacional, desde o estabelecimento do escopo de amostragem até a inserção da informação pertinente na região-alvo de restauração.

Para evitar considerações ambíguas, utilizamos as mesmas notações matemáticas adotadas na seção anterior. Também é válido ressaltar que o termo **inpainting por conteúdo** é considerado para denominar o processo de síntese de texturas aqui abordado.

4.2.1 Estabelecendo uma ordem de prioridade

De acordo com [Harrison, 2001, Criminisi et al., 2004] e [Tschumperl; Deriche, 2005], em um modelo de inpainting por conteúdo a escolha equivocada na prioridade da seleção das áreas a serem reconstruídas pode conduzir a resultados insatisfatórios, principalmente do ponto de vista da concepção visual humana (*Princípio da Conectividade* [Kanizsa, 1979]). Tal afirmação pode ser confirmada pelo exemplo da Figura 37.

Atento a esse fato, propomos um mecanismo que estabelece prioridades no decorrer do processo da síntese da informação, baseado nas ideias implementadas nos artigos [Bertalmio et al., 2000, Meyer, 2002, Bertalmio et al., 2003] e [Criminisi et al., 2004].

Para validar este mecanismo, iniciamos realizando uma decomposição do tipo cartoon/textura na imagem-alvo f , produzindo, assim, os componentes u (cartoon) e v (textura). Entretanto, considera-se apenas o componente u na confecção do protótipo computacional proposto. Como o componente u representa apenas as estruturas geométricas de f , não há presença de fortes oscilações em u tal como ruído e/ou textura. Assim, é natural que adotemos u para auxiliar no processo de ordenação no inpainting por blocos. Para esse propósito, utilizamos o método de decomposição não-simultâneo dado pela

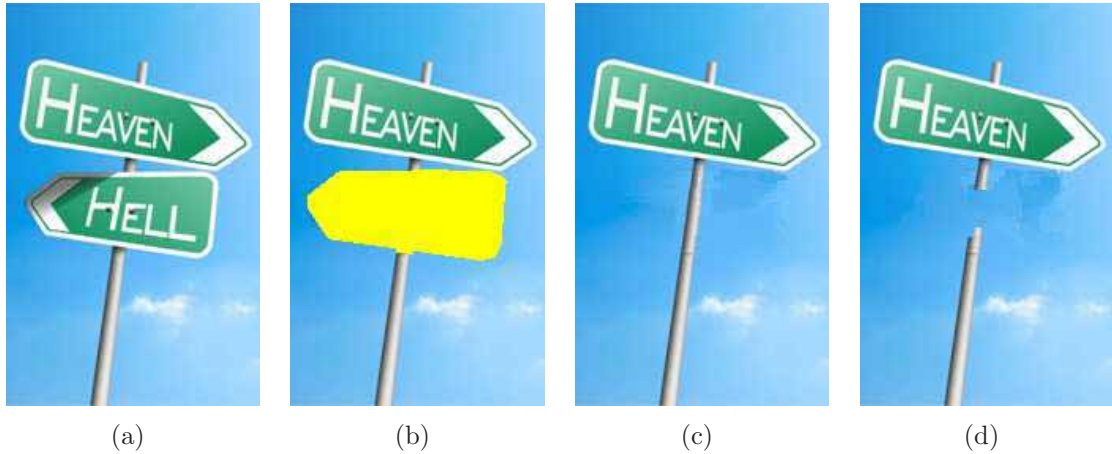


Figura 37: A importância na ordenação do inpainting durante o processo de síntese de texturas. (a) Imagem original, (b) região de inpainting em destaque (amarelo) e (c)-(d) resultado obtido com nosso modelo adotando-se o mecanismo de ordenação proposto e desconsiderando tal, respectivamente.

equação (2.10) (Cap. 2, Sec. 2.1.2). O propósito de considerarmos o componente u nas etapas de processamento de nosso modelo é justificado nos parágrafos subsequentes.

Em [Criminisi et al., 2004] (Cap. 3, Sec. 3.1.2), os autores utilizaram uma medida que tinha por finalidade classificar a ordenação do inpainting por exemplar através de concepções originalmente utilizadas na literatura de retoque digital, em que o objetivo era o de reconstruir primeiramente os isótopos com relação à $\partial\Omega$. Como já relatado no Cap. 3, Sec. 3.1.2, os autores propuseram o seguinte estimador na imagem f para determinar os isótopos:

$$D(p) = \frac{|\nabla f_p^\perp| \cdot \vec{n}_p}{\alpha}, \quad (4.7)$$

onde p é o pixel corrente, α é um fator de ponderação e \vec{n}_p é um vetor normal unitário em relação à fronteira $\partial\Omega$ no ponto p . Aqui, a ideia é priorizar regiões onde o vetor gradiente ortogonal $|\nabla f_p^\perp|$ se alinha com o vetor normal \vec{n}_p à fronteira $\partial\Omega$, isto é, quanto maior o valor do produto escalar dado por (4.7) maior será o grau de prioridade do inpainting da região do pixel p associado.

Como (4.7) envolve a informação do campo de direções, dado pelo gradiente ortogonal aplicado à imagem original f , a orientação dos isótopos pode ser levemente comprometida, uma vez que f pode conter diferentes tipos de texturas e outras regiões de elevadas

oscilações de tonalidades de cor. Com o intuito de minimizar esse efeito no campo de direções, optamos por tomar uma imagem auxiliar para o cálculo do campo de direções, adotando assim o componente caracterizado pelas estruturas geométricas de f , isto é, a imagem u . Para efeito de comparação, plotamos o campo de direções fornecido pelo operador ∇^\perp normalizado aplicado em f e em u (Figuras (38)-(39)), respectivamente.

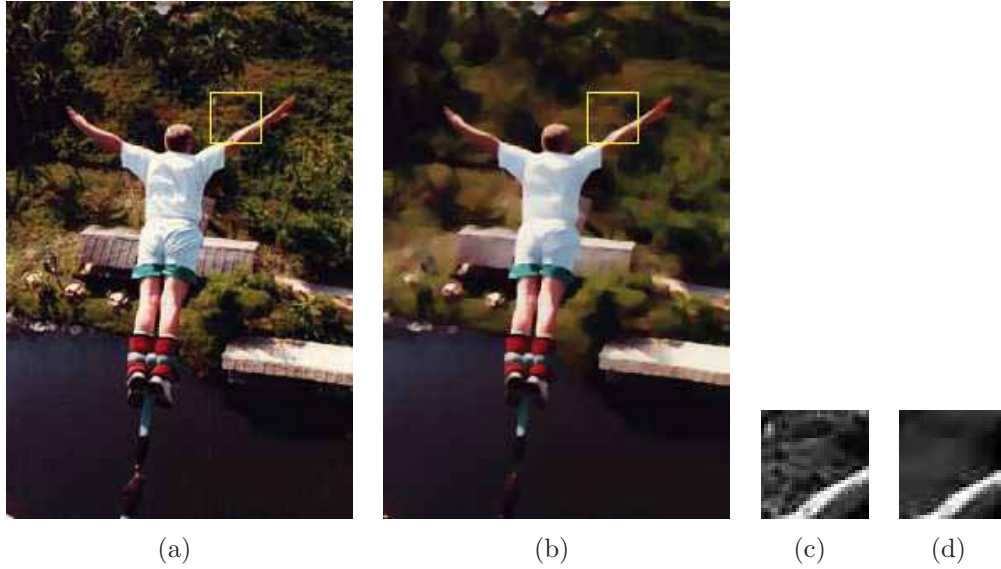


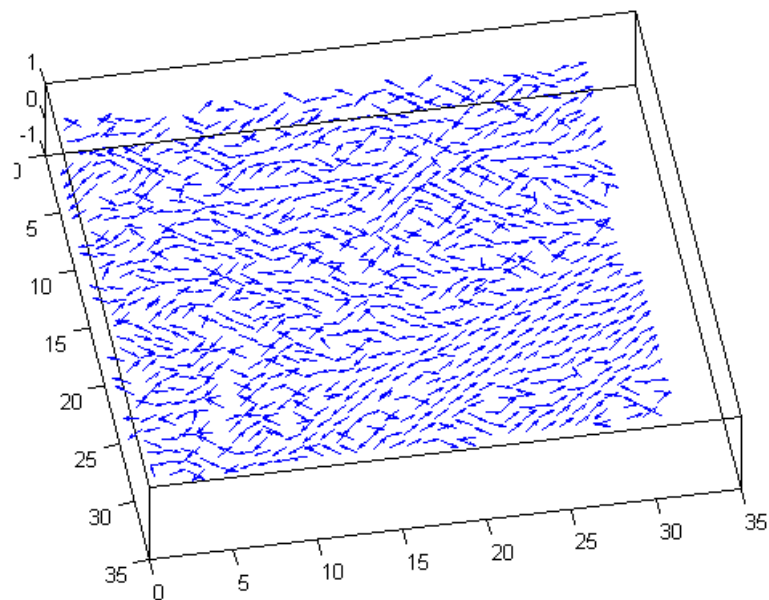
Figura 38: Representação do campo de direções em uma amostra da imagem. (a) Imagem original, (b) componente u e (c)-(d) áreas obtidas pela soma dos componentes R , G e B das regiões em destaque em (a) e (b), respectivamente.

Por outro lado, uma boa alternativa à utilização do operador gradiente, tanto para detecção dos isotópos quanto como medida de suavização, é o operador laplaciano $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$. Como o laplaciano Δ é um operador de segunda ordem, o resultado de sua aplicação em uma dada imagem é uma imagem suavizada, onde os contornos são realçados e o detalhamento oscilatório (como textura) é descartado.

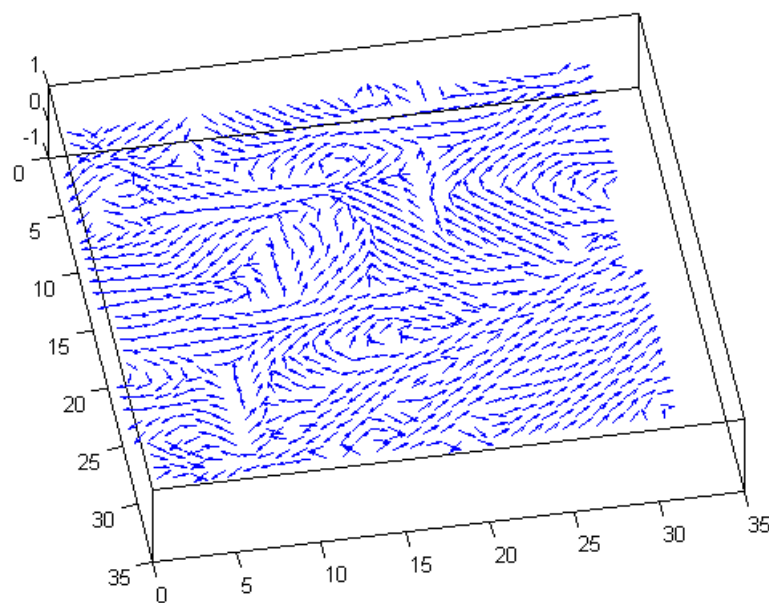
Em [Bertalmio et al., 2000], os autores propuseram um modelo de retoque digital baseado em um processo evolutivo em relação à equação do transporte

$$f_t = \nabla(\Delta f) \cdot \nabla^\perp f, \quad (4.8)$$

onde o laplaciano foi utilizado como medida de suavização aplicado à imagem inicial f . Conforme os autores de [Bertalmio et al., 2000], a equação proporciona o transporte de tonalidades de cor (mediante ao estimador de suavização Δf) na direção do vetor $\nabla^\perp f$.



(a)



(b)

Figura 39: Representação do campo de direções em uma amostra da imagem. (a) Campo de direções normalizado $\nabla^\perp f$ (com relação à região 38(c)) e (b) campo normalizado $\nabla^\perp u$ (com relação à região 38(d)).

Ainda a respeito da equação (4.8), uma interpretação interessante é dada pelos autores [Bornemann; Marz, 2007]. Eles afirmam que a equação (4.8) pode ser reinterpretada pela relação

$$f_t = -\nabla^\perp(\Delta f) \cdot \nabla f, \quad (4.9)$$

o que evidencia o transporte de valores de u ao longo do campo vetorial $\nabla^\perp(\Delta f)$. Este campo fornece a direção dos isótopos de Δf , além de representar o clássico modelo de Marr-Hildreth [Marr; Hildreth, 1980] para caracterização de bordas. Para o propósito de classificar a informação relevante, tal como os isótopos ou estruturas sem oscilações bruscas em suas tonalidades de cores, a escolha do operador laplaciano Δ é uma boa alternativa tanto para a determinação das estruturas lineares quanto para guiar o transporte de informações pertinentes.

Assim, motivados pelo mecanismo de prioridade proposto em [Criminisi et al., 2004], pelo esquema de decomposição de imagens apresentado em [Meyer, 2002] e pelo clássico modelo de inpainting por EDP [Bertalmio et al., 2000], propomos uma **medida de relevância R** que avalia a proeminência das estruturas geométricas da imagem-alvo f (mediante à imagem u) e dos valores de intensidade presentes nas vizinhanças da mesma,

$$R(p) = \nabla(\Delta u_p) \cdot \vec{d}_p, \quad \vec{d}_p = \frac{\nabla^\perp u_p}{|\nabla^\perp u_p|}, \quad (4.10)$$

onde p é o pixel corrente e \vec{d}_p é dado pelo vetor gradiente ortogonal normalizado, isto é, o versor ortogonal de u_p . Aqui, é válido ressaltar que (4.10) se assemelha à equação do transporte proposta por Bertalmio et al. (4.8), exceto pelo fato de que o campo de direções em (4.8) não é normalizado. Essa normalização traz consequências fundamentais no estudo teórico de (4.10), as quais serão tratadas ainda nessa seção.

É importante notar que a medida R está exclusivamente associada à imagem cartoon pré-processada u , e não à imagem original f . Tal consideração se justifica por dois fatores:

1. A regularidade do campo de direções $\frac{\nabla^\perp u}{|\nabla^\perp u|}$ em analogia a $\frac{\nabla^\perp f}{|\nabla^\perp f|}$ (Figura 39);
2. A medida de “propagação da informação” Δu , a qual explicita melhor a informação

relevante, isto é, a informação relativa aos isótopos, em comparação com Δf (Figura 40).

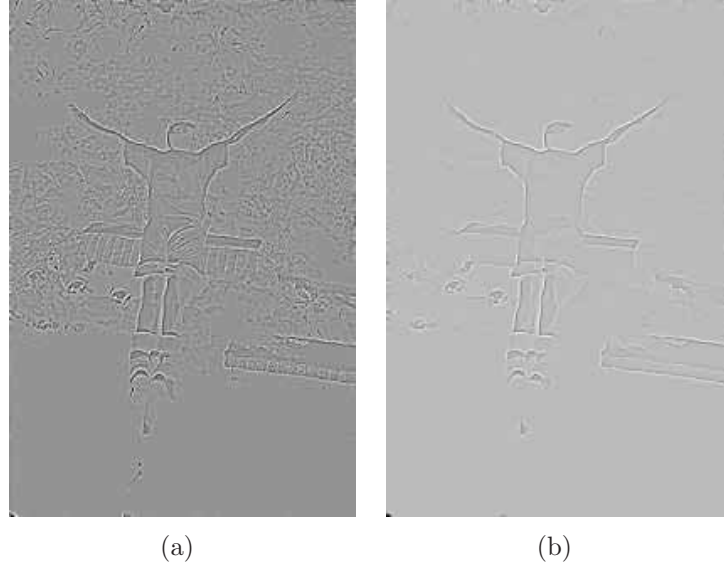


Figura 40: Aplicação do operador laplaciano Δ nas imagens (38(a))-(38(b)). (a) Δf e (b) Δu . Podemos reparar que os isótopos são melhores caracterizados em (b) do que em (a), além da pouca presença da textura.

Quanto à escolha de um campo de direções normalizado $\vec{d} = \frac{\nabla^\perp u}{|\nabla^\perp u|}$, ele propicia uma análise teórica bastante interessante: desde que \vec{d} é unitário, então, de acordo com a teoria elementar do cálculo diferencial [Guidorizzi, 2001], a equação (4.10) pode ser interpretada pela variação da medida de suavização Δu ao longo de \vec{d} , isto é,

$$\frac{\partial(\Delta u)}{\partial \vec{d}} = \nabla(\Delta u) \cdot \vec{d}, \quad (4.11)$$

onde temos, então, que

$$R(p) = \frac{\partial(\Delta u_p)}{\partial \vec{d}_p}. \quad (4.12)$$

Isto significa que o termo R de atribuição de prioridade busca identificar exatamente a variação do medidor de “propagação de informação” Δu na direção do campo dos isótopos \vec{d} : se o valor do suposto transporte Δu_p com respeito à \vec{d}_p em um dado pixel p é alto, é atribuído grau de prioridade máxima para a região vizinha de p , do contrário, tal região não será prioritária. É válido notar que, embora estejamos utilizando o

termo “transporte de informação” para o estimador Δu (o que efetivamente ocorre nos modelos de “inpainting” digital), na perspectiva de nosso modelo, tal medida contribui para estimar a direção de propagação da informação relevante presente em $\partial\Omega$ e não para promover um transporte efetivo de informações para a região de inpainting Ω , a exemplo de [Bertalmio et al., 2000].

Finalmente, para a computação da **prioridade efetiva** $P(p)$ de nosso modelo em um dado pixel p , consideramos, para efeito de atenuação da estimativa final da prioridade, o termo de **confiabilidade** $C(p)$ sugerido pelos autores [Criminisi et al., 2004], o qual é dado pela equação (4.7), isto é,

$$C(p) = \frac{\sum_{q \in H_p \cap (D - \Omega)} C(q)}{|H_p|}, \quad (4.13)$$

e portanto, propomos utilizar a seguinte medida ponderada para o cálculo da prioridade:

$$P(p) = |R(p) \cdot C(p)|, \quad (4.14)$$

onde os fatores $R(p)$ e $C(p)$ são dados pelas equações (4.10) e (4.13), respectivamente.

A medida P objetiva atribuir prioridades no preenchimento das regiões de inpainting Ω de acordo com o balanceamento dos termos de relevância R e de confiança C . Enquanto o termo de relevância R projeta os isótopos da fronteira $\partial\Omega$ para a região de inpainting Ω , o termo de confiabilidade C pondera a incursão dos isótopos de modo a não permitir que os blocos sintetizados não fiquem muito distantes da região sorvedoura de informações $\Lambda\Omega$ (regiões próximas às áreas de inpainting Ω , a ser analisada na próxima seção). Esse mecanismo é computado para cada pixel presente na frente de preenchimento.

Para efeito de ilustração, a Figura 41 mostra o resultado da aplicação individual de cada termo do mecanismo (4.14). Podemos observar que em 41(a) os pixels mais próximos da fonte sorvedoura $\Lambda\Omega$ são priorizados enquanto que em 41(b) são priorizados os isótopos em relação à imagem suporte u 38(b). No caso de 41(c), há uma ponderação entre as duas abordagens anteriores.

Na seção a seguir descrevemos como é efetuado o processo de busca pelo bloco ótimo na região fonte $\Lambda\Omega$, bem como a definição de $\Lambda\Omega$.

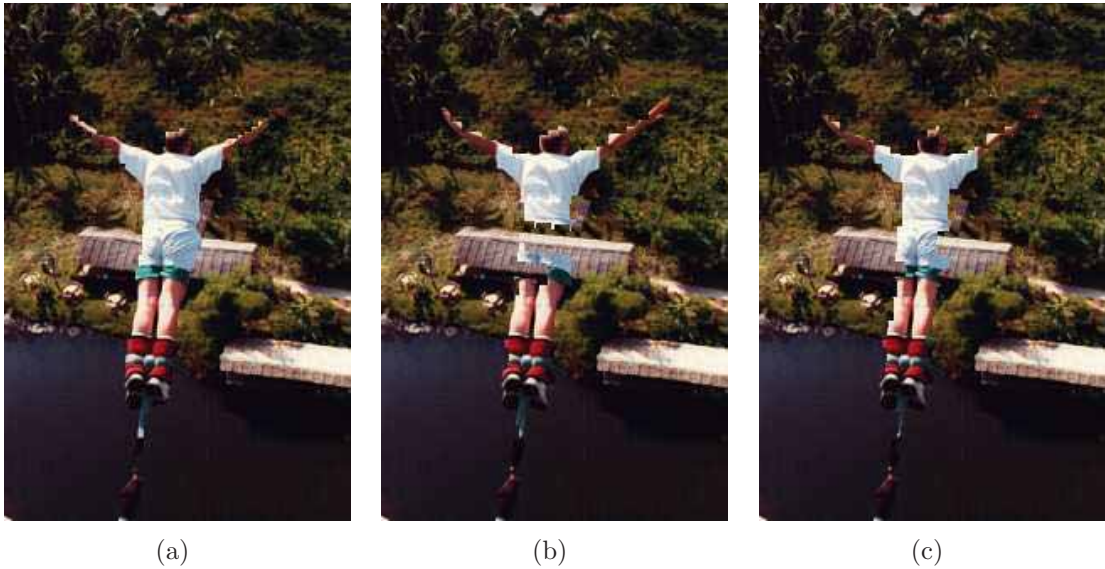


Figura 41: Efeito individual de cada fator da medida de prioridade P (4.14) para um número fixo de iterações. (a) Resultado da prioridade baseado apenas em C (4.13), (b) R (4.10) e (c) na medida original P (4.14).

4.2.2 Processamento dinâmico da região de amostragem

De posse do pixel corrente p obtido pelo critério de prioridade anteriormente descrito, a ideia é estabelecer uma região-alvo (de amostragem) que possa ser utilizada para prover a informação pertinente necessária no decorrer do procedimento de busca da melhor informação a ser empregada na área danificada. Para essa finalidade, propomos uma nova e simples abordagem de amostragem.

Em geral, grande parte dos modelos correlatos adotam a **região de amostragem** $\Lambda\Omega$ como sendo o complementar do domínio de reconstrução Ω , isto é, Ω^c , conforme pode ser visto em [Efros; Leung, 1999, Criminisi et al., 2004, Perez et al., 2004, Cao et al., 2009] e outros mais. Entretanto, ao invés de caracterizarmos $\Lambda\Omega$ como sendo uma região pré-determinada e de grandes dimensões, a exemplo do que é geralmente empregado, propomos um **mecanismo dinâmico** de amostragem, o qual dimensiona a região de amostragem de acordo com cada pixel p fornecido no estágio de atribuição de prioridade.

Trata-se de um processo dinâmico que transforma a região de amostragem $\Lambda\Omega$ em uma região variável do tipo $\Lambda\Omega_p$, isto é, a região passa a ser determinada de acordo com o pixel vigente p . Isso significa que para cada pixel-alvo p é designada uma região de amostragem que depende desse mesmo pixel, de forma que

$$\Lambda\Omega := \Lambda\Omega_p, \quad p \in \partial\Omega. \quad (4.15)$$

Uma das grandes vantagens acerca dessa metodologia fundamenta-se no fato de que ao se adotar regiões fixas ou arbitrárias de amostragem, as chances de equívocos no processo de reconstrução aumentam consideravelmente, uma vez que pixels inconvenientes provenientes de regiões distantes podem vir a constituir ao conjunto de informações relevantes da região que se queira restaurar (vide o caso da Figura 17). Assim, mesmo tomando-se uma região de amostragem não-variável, de dimensões menores, como é o caso apresentado na Proposta I (Seção 1.1 deste capítulo), alguns padrões podem ser reproduzidos em áreas não muito convenientes, conforme apresenta a Figura 42.

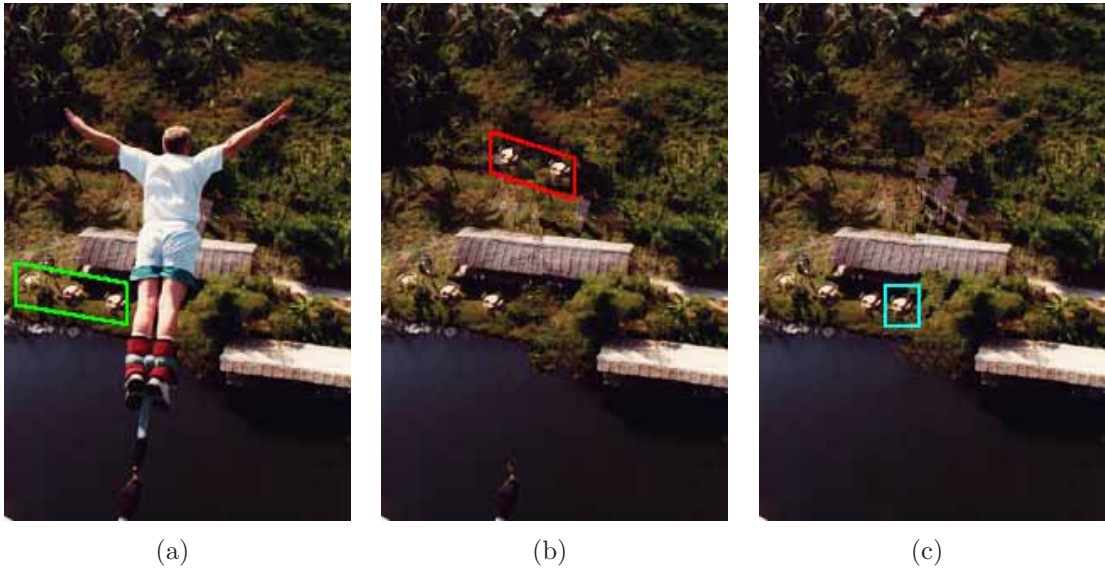


Figura 42: Reprodução de padrões inconvenientes em localidades arbitrárias. (a) Destaque em verde do padrão presente na imagem original, (b) reprodução deste padrão (em vermelho) em uma região distante obtido por um modelo de amostragem estática e (c) padrão corretamente reproduzido (em azul) próximo à sua região de origem gerado pela abordagem proposta.

Em nosso protótipo, a região $\Lambda\Omega_p$ foi definida como sendo um bloco quadrangular $H_L(p)$, centrado no pixel p , de aresta L . Embora seja perfeitamente factível e, em algumas vezes também vantajoso, outras entidades geométricas (triângulos; círculos; retângulos; formas específicas) também podem ser utilizadas em alternativa à proposta aqui considerada.

Outra questão pertinente de nossa abordagem é a ordem de delimitação de cada sub-

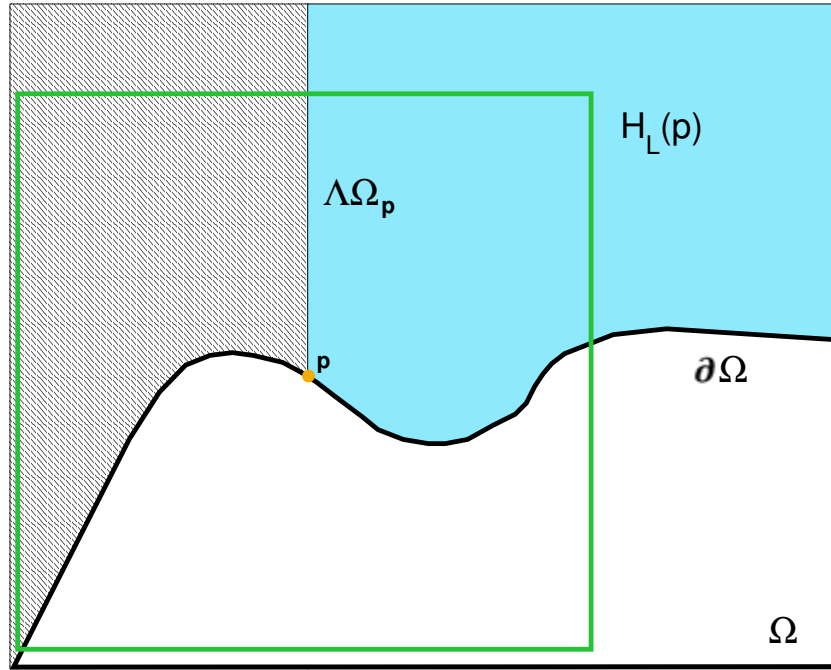


Figura 43: Caracterização do processo de amostragem dinâmica. $\Lambda\Omega$ é a região provedora de informações, $H_L(p)$ é o bloco de avaliação centrado no pixel-alvo p (em verde).

conjunto do tipo $\Lambda\Omega_p$. No intuito de computar a informação já recomposta na etapa de determinação de $\Lambda\Omega_p$, a fonte sorvedoura $\Lambda\Omega_p$ passa a ser definida passo-a-passo, subsequente a cada pixel p em análise: dado um pixel-alvo p_1 fixado, define-se $\Lambda\Omega_{p_1}$ e reconstrói-se toda a vizinhança de p_1 , de forma a contribuir com a informação ora recomposta para a obtenção do bloco-amostra sucessivo $\Lambda\Omega_{p_2}$ correspondente ao pixel p_2 . Dessa forma, a informação passa a se concentrar não somente nos pixels originais da imagem, mas também na áreas já reconstruídas. Desde que se considere os pixels já remontados como sendo parte da constituição final da imagem, tal abordagem se torna amplamente viável e interessante. Além disso, os padrões de textura são perpetuados com perfeição, visto que a parte substancial da informação sob avaliação provém diretamente das texturas vizinhas reconstruídas. Matematicamente, isso significa que após pré-estabelecido a prioridade de cada pixel, aqui rotulados por $\{p_1, p_2, \dots, p_n, p_{n+1} \dots\}$, a equação (4.15) pode ser interpretada, no pixel $p_n \in \partial\Omega$, da forma

$$\Lambda\Omega_{p_n} = \Lambda\Omega_{p_1, p_2, \dots, p_{n-1}} = F(g_1(p_1), g_2(p_2), \dots, g_{n-1}(p_{n-1})), \quad (4.16)$$

isto é, a região $\Lambda\Omega_{p_n}$ pode ser caracterizada em termos de uma função F que depende dos

pixels reconstruídos em cada etapa de reconstrução g_i produzidas por cada pixel antecessor p_1, p_2, \dots, p_{n-1} .

Um outro fator imprescindível dessa metodologia de amostragem está embasado na questão de que a técnica proposta agrega um baixo efetivo computacional no processo de sua implementação. Assim, o mecanismo dinâmico proposto efetua varredura apenas na região $\Lambda\Omega_p$, cujas dimensões são bem mais restritas do que as delineações consideradas em outras abordagens da literatura. Esse fato certamente contribui em ganho de velocidade na execução do algoritmo computacional e pode evitar o transporte de informações que estejam fora do contexto da região a ser sintetizada.

4.2.3 Replicação da informação baseado em exemplar

Após a determinação do pixel-alvo p (cuja vizinhança será reconstruída) e da demarcação da região de amostragem $\Lambda\Omega_p$ correspondente, o próximo passo é localizar, em $\Lambda\Omega_p$, o melhor bloco $H_m(\hat{q})$ que se ajusta ao bloco $H_m(p)$. Aqui, m representa a dimensão do bloco, isto é, consideramos um bloco quadrado $m \times m$, e, o argumento entre parênteses representa o centro desse bloco. Considerando que a informação da textura deve ser corretamente preenchida, essa etapa do algoritmo tem o objetivo de classificar a textura de modo que informações de mesma natureza sejam estendidas para dentro da região de inpainting Ω .

Seja $H_m(p)$ um bloco de dimensão m e centro p , onde p foi obtido pelo critério de prioridade estabelecido na Seção 4.2.1 e $\Lambda\Omega_p$ a região de amostragem correspondente. Em analogia aos modelos tradicionais de síntese de textura [Efros; Freeman, 2001, Harrison, 2001, Criminisi et al., 2004], a ideia é avaliar o conteúdo válido do bloco $H_m(p)$ por meio da adoção de uma determinada métrica, na perspectiva de definir critérios de comparação entre $H_m(p)$ e os demais blocos presentes na região de busca $\Lambda\Omega_p$. Desta forma, o processo pode ser caracterizado pela aplicação sucessiva dos seguintes passos:

- Uma vez determinado o pixel-alvo p pelo mecanismo de hierarquização, cujos blocos associados são $H_m(p)$ e $\Lambda\Omega_p$, o algoritmo compara a região válida (não preenchida) do bloco ampliado $H_n(p)$ ($n \geq m$) com todos os possíveis blocos $H_n(q)$ de $\Lambda\Omega_p$, tomando-se como bloco ótimo $H_n(\hat{q})$ o exemplar que melhor se adequa ao bloco

$H_n(p)$, mediante à estimativa da métrica d adotada. Considera-se, então, o bloco $H_m(\hat{q})$ contido em $H_n(\hat{q})$ de acordo com a mesma localização de $H_m(p)$ dentro do bloco maior $H_n(p)$.

- De posse de $H_m(\hat{q})$, todo o conteúdo proveniente dos pixels $H(\hat{q}) \subset H_m(\hat{q})$ correspondentes aos pixels da região não preenchida $H(p) \subset H_m(p)$ é copiado, isto é, a informação das tonalidades de cores de cada pixel presente em $H(\hat{q})$ é transmitida para os respectivos pixels em $H(p)$.

A Figura 44 esquematiza os passos descritos acima.

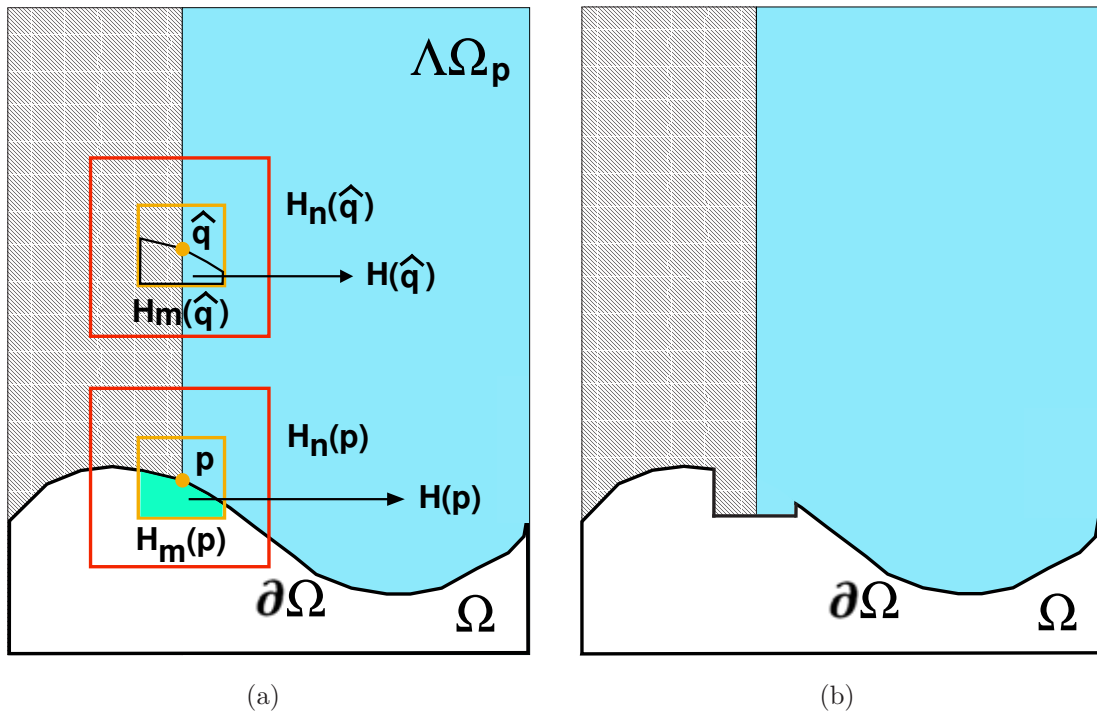


Figura 44: Esquema ilustrativo do processo de síntese de textura (“zoom” na Figura 43). (a) Comparação entre o conteúdo válido dos blocos $H_n(p)$ e $H_n(\hat{q})$ e (b) resultado após a cópia da informação pertinente.

Motivados pelas ideias apresentadas em [Efros; Leung, 1999] e [Criminisi et al., 2004] consideramos a **métrica estatística da soma da diferença quadrática** (3.1) adaptada de acordo com a abordagem aqui sugerida (Figura 44), isto é,

$$d(H_n(p), H_n(q)) = \sum_{i \in \Phi} (q_i - p_i)^2, \quad (4.17)$$

onde $\Phi = \{i \in \mathbb{N} : p_i \in H_n(p) \cap \Lambda\Omega_p, \text{ e } q_i \in H_n(q) \subset \Lambda\Omega_p\}$. A equação (4.17) tem por finalidade computar a “distância” do bloco a ser preenchido em relação a todos os possíveis blocos extraídos da região fonte $\Lambda\Omega_p$.

Assim, no modelo proposto, o bloco ideal ampliado $H_n(\hat{q})$ fica sendo determinado pelo exemplar que minimiza a métrica (4.17),

$$H_n(\hat{q}) = \arg \min_{H_n(q) \subset \Lambda\Omega_p} d(H_n(p), H_n(q)). \quad (4.18)$$

Tendo o bloco ótimo $H_m(\hat{q}) \subset H_n(\hat{q})$, o valor de cada pixel r a ser reconstruído na vizinhança de p , isto é, $r \in H_m(p) \cap \Omega$, é copiado de suas correspondentes posições em relação ao bloco ideal $H_m(\hat{q})$, conforme já mencionado nos parágrafos anteriores.

No caso dos parâmetros n e m , ambos são denominados como parâmetros livres, os quais são fornecidos pelo usuário de acordo com o tamanho da região de busca $\Lambda\Omega_p$ ou da complexidade da imagem. Em nosso modelo adotamos n fixo na maioria dos experimentos, cujo valor considerado foi 9 e m variável, cujo valor é estimado de acordo com a complexidade da imagem analisada.

Capítulo 5

Propostas I e II: Resultados Experimentais e Discussão

Neste capítulo apresentamos os resultados experimentais obtidos mediante à aplicação dos modelos aqui propostos em imagens caracterizadas por diferentes níveis de complexidade no que se refere ao tema **restauração de imagens reais com texturas**. Além disso, realizamos um sucinto estudo comparativo envolvendo os principais modelos presentes na literatura.

A fim de avaliar as técnicas propostas e validar as comparações, consideramos tanto imagens monocromáticas quanto imagens coloridas, de dimensões diversas. Cada elemento $f_{i,j}$ presente na imagem pode ser interpretado como sendo um valor real correspondente a uma tonalidade de cinza da imagem, denominada aqui por $f(i, j, k)$, $k = 1$ para imagens monocromáticas e $k = 3$ para imagens coloridas (na escala padrão de cores RGB).

Os parâmetros utilizados em cada modelo foram escolhidos de modo que as imagens processadas pelos algoritmos se assemelhassem, quando possível, ao máximo às imagens originais no que diz respeito à qualidade visual de reconstrução e ao *Princípio da Conectividade* [Kanizsa, 1979].

Com o intuito de explorar com eficácia as peculiaridades de cada método, procuramos estabelecer os seguintes critérios de avaliação:

1. *Nível de dificuldade de reconstrução;*
2. *Êxito no processo de restauração;*

3. Tempo de processamento.

No caso da análise comparativa entre abordagens correlatas, a *Avaliação qualitativa* foi também um critério de avaliação empregado.

Para a visualização das imagens usamos o software *MATLAB* 7.0.1 onde, além da manipulação das imagens, foram utilizadas diversas rotinas complementares. Em conciliação ao mencionado, as técnicas de síntese de textura também foram desenvolvidas com base na linguagem do software em questão. Também é válido ressaltar que os modelos de inpainting foram implementados computacionalmente em linguagem C em um sistema operacional Windows XP.

A seguir apresentamos os resultados experimentais obtidos e a discussão elaborada a respeito dos mesmos.

5.1 Proposta I: Resultados Numéricos e Discussão

Este tópico é destinado à apresentação dos resultados experimentais obtidos com base na modelagem caracterizada pela Proposta I, apresentada no capítulo anterior, bem como à apresentação do estudo comparativo do mesmo em relação às abordagens clássicas da literatura.

Nas páginas subsequentes vamos adotar a nomenclatura **Modelo Proposto I (MP-I)** para referenciar o método híbrido proposto, o qual é constituído pelos modelos BBS adaptado [Barcelos et al., 2003]-[Casaca; Boaventura, 2008b] de decomposição de domínios, CDD [Chan; Shen, 2001b] de “inpainting” digital e o algoritmo de síntese de texturas proposto, batizado de TS-MS (*Texture Synthesis by Morphological Sampling*). De modo análogo, também trabalhamos com o método proposto pelos autores M. Bertalmio, L. Vese, G. Sapiro e S. Osher [Bertalmio et al., 2003]. Esse método combina a modelagem de decomposição simultânea VO [Vese; Osher, 2003] com as técnicas de inpainting e de síntese de texturas BSCB [Bertalmio et al., 2000] e EL [Efros; Leung, 1999], respectivamente. Neste contexto, denotamos tal método por **BVSO** (em alusão aos autores).

Sigla	Nomenclatura Adotada	Composição
MP-I	Modelo Proposto I	BBS + CDD + TS-MS
BVSO	Bertalmio, Vese, Sapiro e Osher	VO + BSCB + EL

5.1.1 Resultados Experimentais

Esta seção é destinada à apresentação dos resultados experimentais obtidos pelo **MP-I**.

Os parâmetros empregados em cada etapa da abordagem híbrida proposta foram selecionados de acordo com o critério visual de similaridade entre a imagem processada e a imagem original.

A seguir apresentamos uma descrição dos parâmetros envolvidos em cada uma das três etapas de nosso algoritmo.

1. Etapa de Decomposição de Domínios (Cartoon/Textura)

Em relação ao modelo BBS, a maioria dos parâmetros são pré-definidos automaticamente por formulações matemáticas de modo a maximizar o desempenho do mesmo. Desta forma, adotou-se essas formulações para a determinação da maior parte dos parâmetros envolvidos, com exceção do desvio padrão do ruído $\sigma_{noi} = \sigma$. Uma vez que o objetivo é o de recompor regiões danificadas em imagens e não remover ruído, σ passa a atuar como parâmetro de entrada. Essa mesma conclusão é válida para o passo temporal Δt_{BBS} .

Abaixo, encontra-se a listagem dos parâmetros considerados:

- O fator $k(\sigma_{img})$ é dado pela equação (2.13). Neste caso, σ_{img} é o desvio padrão da imagem de entrada;
- O termo de difusividade do modelo é tal que $g_{BBS} = \frac{1}{1 + k(\sigma_{img})|\nabla(G_\sigma * f^{(t)})|}$;
- Na proposta original [Barcelos et al., 2003], a gaussiana G_σ está relacionada com o desvio padrão do ruído σ_{noi} . Em nossa abordagem, tal fator será uma função do parâmetro de entrada σ .

Quanto ao número de iterações, adotamos um valor fixo $N_{BBS} = 100$.

Na maioria dos casos foi necessário realizar o pré-processamento (dilatação) na imagem máscara (matriz guia dos algoritmos, definida pela região-alvo a ser restaurada) a fim de aumentar a performance das etapas subsequentes. Assim, fixamos o raio morfológico de dilatação como sendo $R_m = 4$ nos experimentos onde tal mecanismo foi indispensável.

2. Etapa de Reconstrução do Componente Homogêneo u

No modelo de inpainting CDD, adotamos a função penalizadora g_{CDD} como sendo a função modular elementar $g_{CDD}(s) = |s|$ e o passo temporal $\Delta t_{CDD} = 0.2$ para todos os experimentos. O número de iterações N_{CDD} é um atributo variável.

Como máscara guia para o processo de inpainting, utilizamos a mesma imagem auxiliar produzida no pré-processamento realizado na etapa antecedente.

3. Etapa de Reconstrução do Componente de Textura v

No modelo de síntese de texturas proposto, TS-MS, fixamos o raio morfológico de dilatação como sendo $R_{TS-MS} = 10 \times R_m = 40$ em todos os experimentos, Aqui, m_{TS-MS} denota a dimensão da janela de inclusão de dados e n_{TS-MS} a dimensão da janela de varredura, onde ambas foram definidas por meio de *templates* quadrados. Em outras palavras: o processo de alocação dos dados e de busca na região de amostragem são realizados por meio de blocos quadrados de dimensões $m_{TS-MS} \times m_{TS-MS}$ e $n_{TS-MS} \times n_{TS-MS}$, respectivamente. Neste caso, ambos são parâmetros variáveis inerentes a cada experimento. A imagem suporte para a determinação da prioridade no algoritmo de sintetização da textura é o componente u gerado na primeira etapa do processo.

A exemplo da etapa anterior, aqui também é utilizada a mesma máscara de orientação na recomposição da textura.

Tratamento para Imagens Coloridas

Para experimentos envolvendo imagens coloridas, aplicamos o modelo de decomposição BBS em cada uma das três componentes de cores, a saber: R , G e B , onde foram considerados os mesmos parâmetros para todos os canais. Em seguida, defini-

mos: $v = f - u = (f_R, f_G, f_B) - (u_R, u_G, u_B)$, em analogia com o caso unidimensional. Essa abordagem é a mesma empregada em [Grossauer, 2004], [Vese; Osher, 2006] e [Casaca; Boaventura, 2008b]. Finalmente, o algoritmo TS-MS é aplicado em v , produzindo a versão recomposta associada.

A seguir apresentamos os resultados experimentais obtidos.

Experimento 1

O nosso primeiro experimento apresenta uma imagem fotográfica de 256×256 pixels repleta de textura regular e alguns detalhes que devem ser preservados, tais como gola, botões, subdivisões da camisa, entre outros.

Como esse é um exemplo sintético, adicionamos pequenos quadrados em regiões estratégicas da imagem. A quantidade de pixels danificados totaliza 4000, o que confere um grau intermediário de dificuldade de recuperação. O objetivo é reconstruir as lacunas introduzidas sem que se tenha a perda da textura e das informações relevantes da imagem.

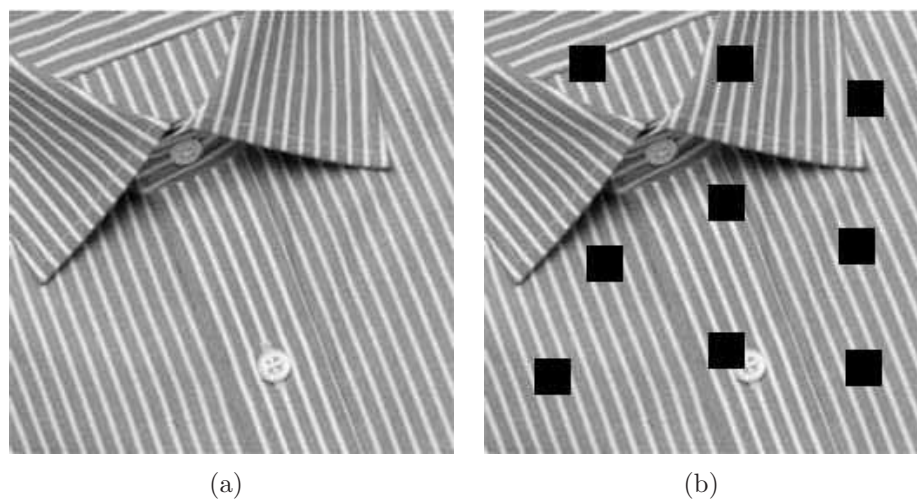


Figura 45: (a) Imagem original e (b) imagem danificada f .

Os parâmetros adotados para cada etapa de processamento encontram-se abaixo:

- Etapa de Decomposição: $\Delta t_{BBS} = 0.5$ e $\sigma = 50$;
- Pré-Processamento da Máscara: Não;
- Etapa de Inpainting: $N_{CDD} = 800$;

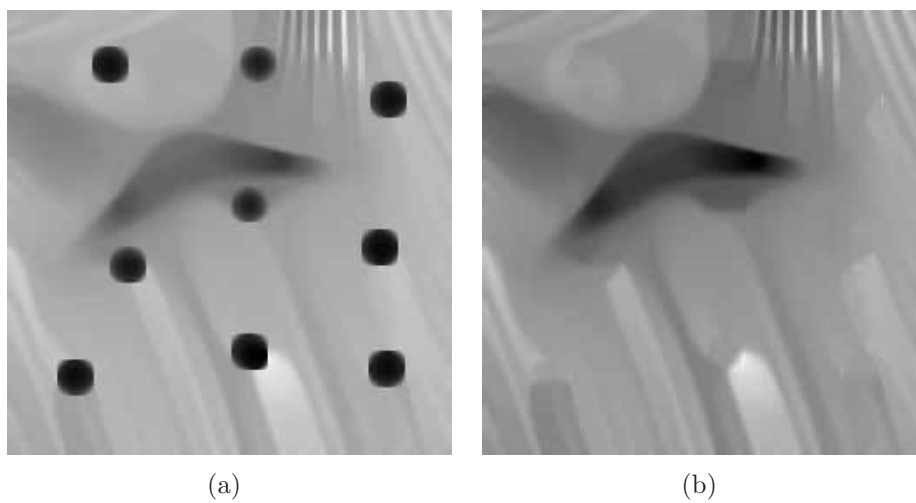


Figura 46: (a) Componente homogêneo u e (b) sua versão restaurada u_1 .

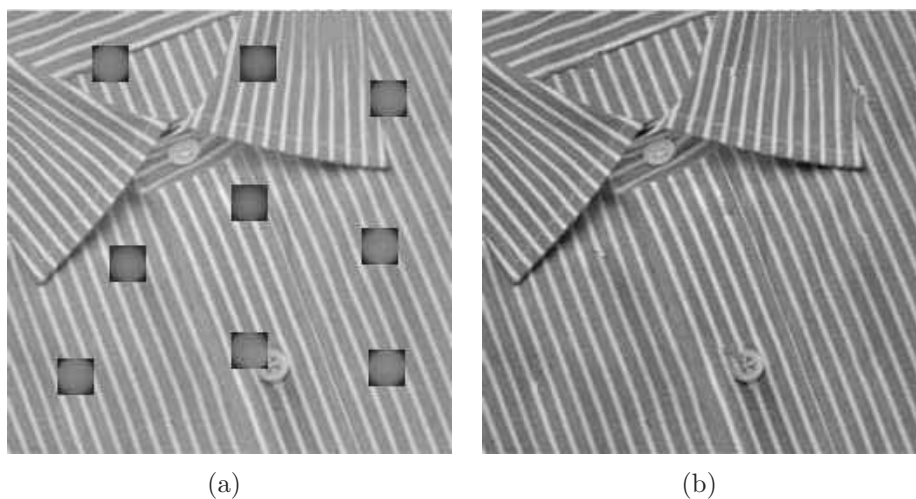


Figura 47: (a) Componente contendo textura v e (b) sua versão restaurada v_1 .

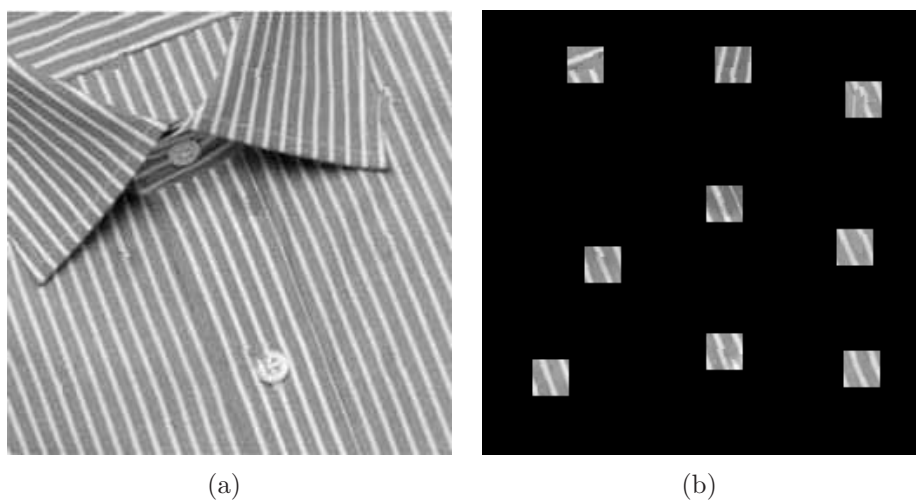


Figura 48: (a) Imagem reconstruída $f_1 = u_1 + v_1$ e (b) região restaurada em destaque.

- Etapa de Síntese de Textura: $m_{TS-MS} = 7$ e $n_{TS-MS} = 9$.

De acordo com os resultados apresentados, podemos constatar que a técnica empregada produziu um resultado bastante satisfatório no quesito êxito na restauração. Todas as texturas inexistentes da imagem da Figura 45(b) foram reconstruídas, conforme evidenciam as Figuras 48(a) e 48(b).

Quanto ao tempo de processamento, a maior parte do custo computacional está vinculado ao processo de síntese de texturas. No total, o tempo de processamento foi de 3 minutos.

Outro fator relevante acerca da abordagem proposta, que não ocorre com modelos tradicionais da literatura, é que, durante a etapa de decomposição cartoon/textura, o próprio modelo BBS atua no processo de reconstrução das áreas degradadas no componente homogêneo u , conforme mostra a Figura 46(a) em comparação com as regiões destacadas em 45(b). Isso facilita a etapa seguinte de inpainting digital em u e, em alguns casos, essa etapa pode ser completamente descartada. Este é o caso tratado no próximo experimento.

Experimento 2

O segundo experimento faz menção a uma imagem colorida, de dimensões 172×256 , completamente dotada de textura irregular. Consideramos uma fotografia com um texto sobreposto à pele de um jaguar. O texto corresponde a uma região delimitada por 2600 pixels. Nesse caso, o objetivo é realizar a remoção das letras sobrepostas de forma a não deixar imperfeições na imagem final de saída.

Embora o número de pixels seja inferior em relação ao experimento anterior, o grau de complexidade conferido por esse tipo de textura é bem mais elevado, pois a textura é irregular e está presente em toda a imagem. Além disso, o modelo proposto pode produzir resultados não muito satisfatórios para texturas que não sejam regulares, devido ao fato deste ter sido projetado para tratar padrões oscilatórios de maior regularidade.

Os parâmetros utilizados são relacionados a seguir:

- Etapa de Decomposição: $\Delta t_{BBS} = 0.8$ e $\sigma = 50$;
- Pré-Processamento da Máscara: Sim;

- Etapa de Inpainting: Não foi necessária;
- Etapa de Síntese de Textura: $m_{TS-MS} = 3$ e $n_{TS-MS} = 11$.

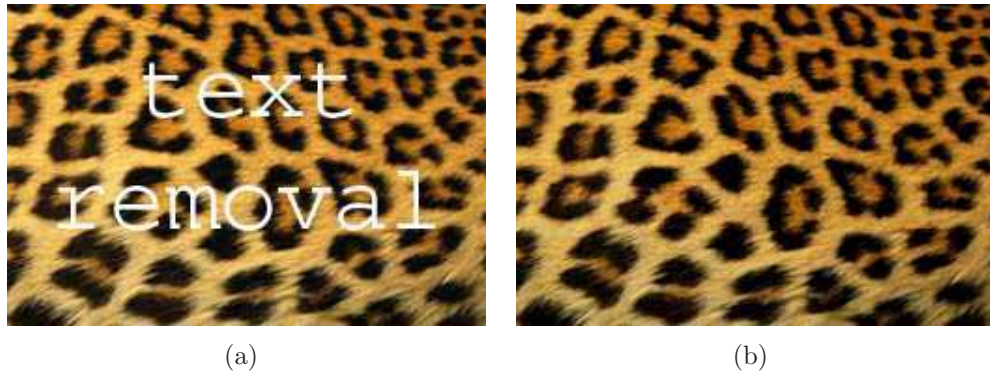


Figura 49: (a) Imagem com texto, f e (b) imagem reconstruída f_1 .

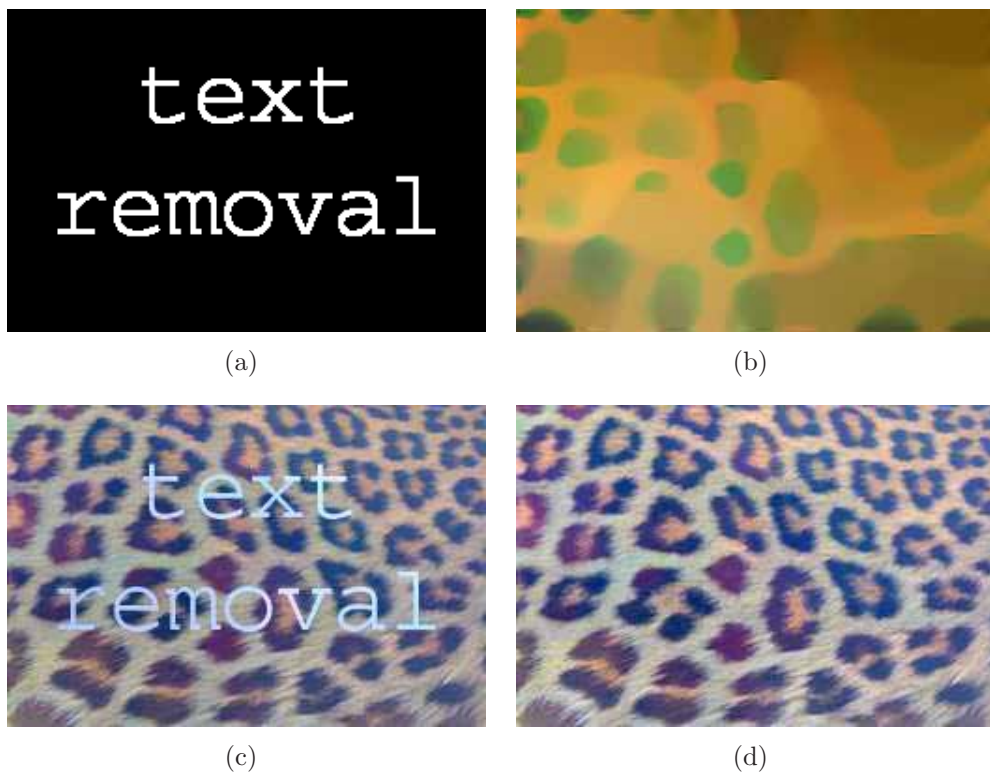


Figura 50: (a) Máscara pré-processada (dilatada), (b) componente homogêneo u , (c) v e (d) versão reconstruída v_1 de v .

Com base nos resultados apresentados, podemos constatar que o **MP-I** atuou satisfatoriamente na reconstrução da imagem experimental, sem produzir qualquer tipo de efeito indesejável. Praticamente não há grandes distinções em relação à suposta imagem original, sem o texto sobreposto, constituída apenas pela textura natural do jaguar.

É importante salientar que nesse experimento não foi necessário aplicar o algoritmo de inpainting para reconstruir u , visto que na própria etapa de decomposição tal tarefa foi executada integralmente. Essa característica não ocorre nos modelos tradicionais de dissociação de imagens como [Aujol; Chambolle, 2005, Esedoglu et al., 2007, Vese; Osher, 2003, Garnetta et al., 2007], entre outros.

Em contrapartida, na etapa de síntese de textura o custo computacional foi extremamente elevado. No total foram 8 segundos para a etapa de decomposição e 37 minutos para a etapa de reconstrução da textura. Isso é justificado pelo fato da dimensão da janela de inserção de dados m_{TS-MS} ter sido adotada por um valor bastante ínfimo, em comparação com outros experimentos.

Experimento 3

O experimento a seguir apresenta uma imagem fotográfica caracterizada por regiões homogêneas e texturizadas bem definidas. Propositamente, danificamos algumas regiões de fronteira da imagem, composta por estruturas homogêneas e texturas regulares bastante distintas entre si, o que tornou o processo de recomposição mais complexo.

A imagem testada possui dimensões 256×256 e é colorida. Isso significa que, para se obter êxito no processo de reconstrução, a etapa de inpainting não pode falhar em nenhum dos três componentes de cores R , G e B . O número de pixels a serem restaurados é de 3588.

Os parâmetros são descritos abaixo:

- Etapa de Decomposição: $\Delta t_{BBS} = 0.1$ e $\sigma = 20$;
- Pré-Processamento da Máscara: Sim;
- Etapa de Inpainting: $N_{CDD} = 2000$;
- Etapa de Síntese de Textura: $m_{TS-MS} = 3$ e $n_{TS-MS} = 11$.

Analisando as imagens das Figuras 52(b) e 52(d) constatamos que o *Princípio da Conectividade* foi satisfeito. Isso fica evidente quando se observa principalmente as partes

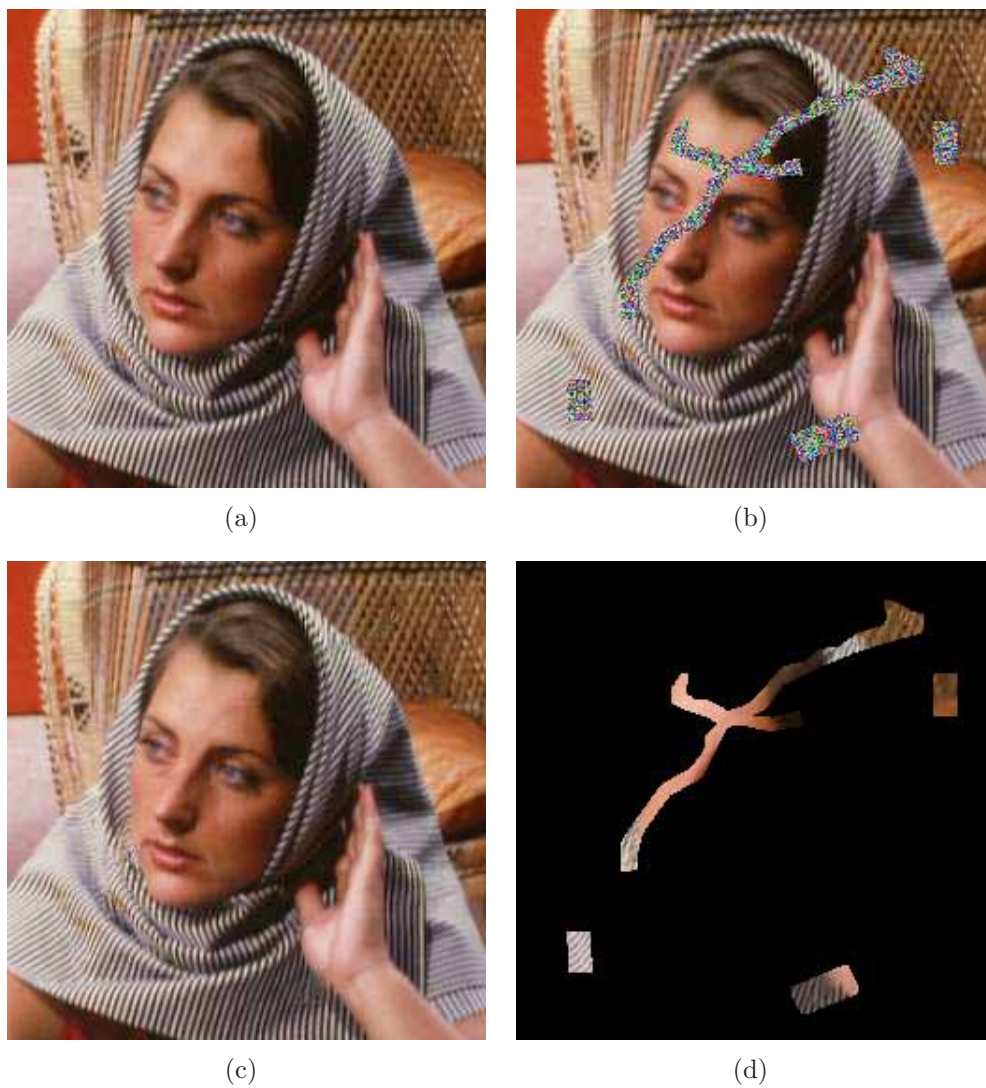


Figura 51: (a) Imagem original, (b) danificada (destacando-se a danificação), (c) restaurada e (d) região reconstruída em destaque.

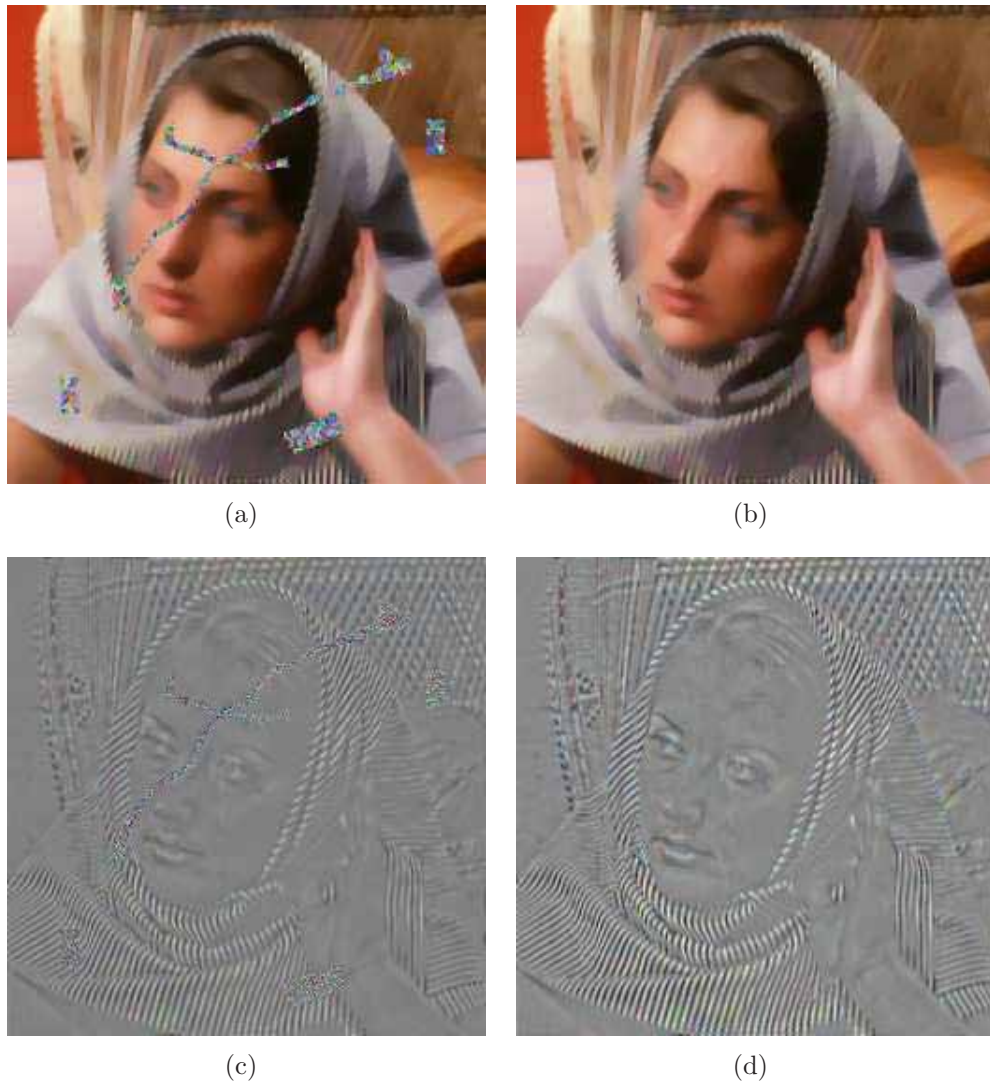


Figura 52: (a) Componente homogêneo, (b) versão homogênea reconstruída, (c) componente da textura e (d) versão da textura reconstruída.

conectadas na região da mão, do cabelo e da túnica. Para o caso do inpainting, esse resultado pode ser justificado com base na concepção de que o modelo CDD foi desenvolvido para satisfazer tal princípio e, para o caso da imagem da Figura 52(d), o algoritmo de síntese de texturas empregado é amparado pelo mecanismo de prioridade na reconstrução dos pixels.

Também é válido ressaltar que o **MP-I** obteve êxito na recuperação de áreas composta por diferentes tipos de textura, como evidencia a Figura 51(d).

Por outro lado, devido ao alto custo computacional do modelo de síntese de texturas, o tempo de processamento foi novamente elevado, isto é, o processo total levou 48 minutos para ser executado. O motivo é o mesmo descrito no experimento anterior: a utilização de um valor ínfimo para representar m_{TS-MS} .

5.1.2 Análise Qualitativa

Nesta seção apresentamos os resultados qualitativos do **MP-I** em comparação com técnicas clássicas da categoria.

Conforme mencionado anteriormente, descrevemos um estudo comparativo entre a abordagem proposta e o modelo **BVSO** descrito no início deste capítulo.

Os parâmetros referentes ao modelo **BVSO** foram escolhidos tendo por base a qualidade visual e o artigo de origem [Bertalmio et al., 2003], isto é:

- Para o modelo de decomposição simultâneo VO [Vese; Osher, 2003], empregamos $\mu = 0.1$ e o número de iterações tomado foi 100. Nesse caso, λ fica sendo um parâmetro de entrada;
- Para o modelo de inpainting BSCB, o passo temporal é definido como sendo $\Delta t_{BSCB} = 0.1$ enquanto que a razão de iterações de difusão em relação ao modelo foi de 3 para 1 [Bertalmio et al., 2000]. Aqui, o número de iterações N_{BSCB} passa a ser um parâmetro controlado pelo usuário;
- No método de síntese de textura EL [Efros; Leung, 1999], foram adotadas as dimensões da janela de busca como sendo 7×7 pixels.

Experimento 1

O primeiro experimento faz menção à parte inferior da fotografia da Barbara (Figura 29(a)), de 155×245 , bem caracterizada sob a ótica da miscigenação da estrutura e da textura: há regiões inteiramente homogêneas e outras integralmente texturizadas. Foram danificadas tanto regiões mistas contendo estrutura e textura (degradações em preto), quanto áreas exclusivamente dotadas de textura (degradações em branco).

A quantidade de pixels a serem recuperados é de 3200 e o nível de dificuldade para este experimento é considerável relativamente complexo.

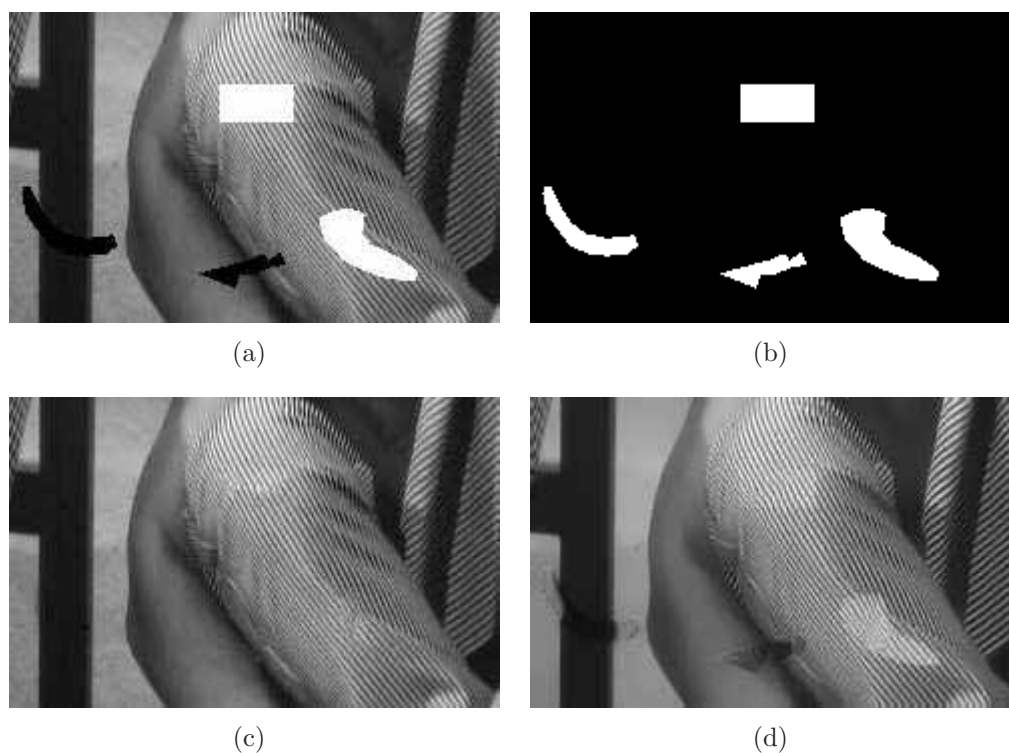


Figura 53: (a) Imagem danificada, (b) máscara original, (c) restaurada pelo **MP-I** e (d) pelo **BVS0**.

Podemos observar que o **MP-I** apresentou um resultado bastante satisfatório enquanto que o modelo **BVS0** realçou erroneamente algumas regiões de reconstrução. De acordo com os autores [Bertalmio et al., 2003], somente o componente que representa a textura deve ser pré-processado, isto é, a região de reconstrução deve ser levemente ampliada, tal como ocorre, de forma similar, com nossa abordagem. Entretanto, em [Bertalmio et al., 2003], o componente u não é pré-processado. Para efeito de averiguação, aplicamos o mesmo pré-processamento realizado em nosso método no componente

estrutural u obtido pelo modelo **BVSO** e associamos ao termo reconstruído da textura, o que produziu a imagem recomposta dada pela Figura 54(b).

Nota-se que o pré-processamento do componente estrutural u contribuiu significativamente para a reconstrução final da imagem de saída, como mostra a Figura 54(b) em analogia com a Figura 53(d). Por outro lado, para equipararmos essa nova reconstrução com a obtida pelo **MP-I** (Figura 53(c)), tomamos por base as áreas reconstruídas por cada modelo, dadas pelas imagens da Figura 55(a)-(b).

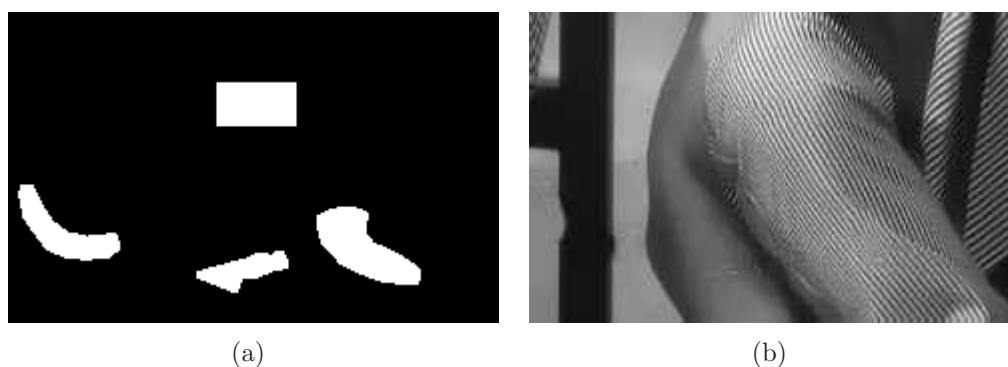


Figura 54: (a) Máscara pré-processada (dilatada) e (b) nova versão restaurada pelo **BVSO**.

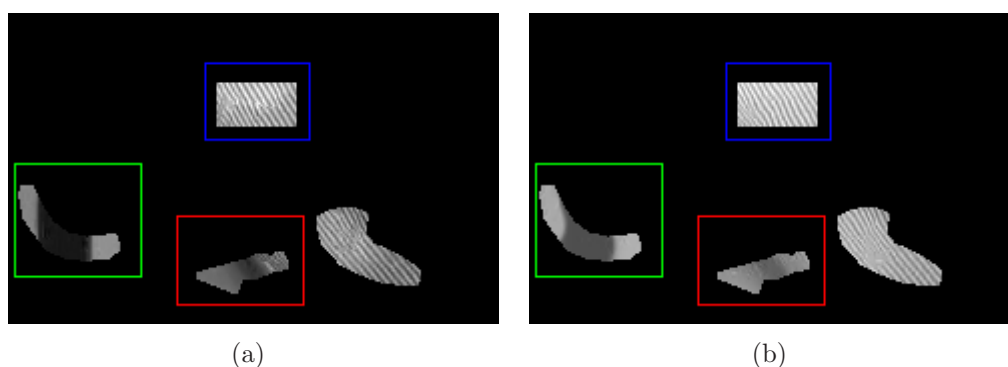


Figura 55: (a)-(b) Áreas de reconstrução em destaque obtidas de 53(c) e 54(b), respectivamente.

De acordo com a região delimitada pelo retângulo vermelho (Figura 55), apenas o **MP-I** prolongou a discreta aresta presente no tecido da perna da Barbara. Tal prolongamento é atribuído ao modelo de síntese de texturas **TS-MS**, cujo processo de alocação dos pixels-alvo é amparado pelo mecanismo de detecção dos isótopos da imagem. Quanto à região delineada pelo retângulo verde, apenas o **MP-I** conectou de forma correta as partes oclusas da mesa, uma vez que a abordagem proposta é baseada no modelo de inpainting

CDD, o qual conecta as regiões desconexas com grande precisão. Essa característica frequentemente costuma falhar quando se adota o modelo de inpainting BSCB para realizar tal tarefa. Em contrapartida, o retângulo azul, relativo ao modelo **BVSO**, evidencia uma restauração levemente superior na recuperação da textura em comparação com o **MP-I**.

Conforme mencionado anteriormente, para a geração dos resultados descritos acima, optamos por utilizar a máscara dilatada. No modelo BBS tomamos $\Delta t_{BBS} = 0.1$.

Modelo	σ/λ	N_{CDD}/N_{BSCB}	J.Alocação	J.Busca	Tempo Proc. (min)
MP-I	20	800	3	9	7
BVSO	0.1	2000	1	7	20

Tabela 2: Parâmetros adotados e resultados obtidos após o processamento.

Confrontando os dados da tabela acima, podemos concluir que o tempo de processamento do modelo **BVSO** é praticamente o triplo do **MP-I**. Algoritmos que efetuam inserção pixel-a-pixel, como é o caso do modelo EL [Efros; Leung, 1999], de fato, possuem um elevado custo computacional.

Experimento 2

O experimento a ser por ora analisado é voltado para a comparação não só do **MP-I** com o modelo **BSVO**, mas também com as abordagens convencionais clássicas de síntese de textura e de inpainting por EDP. Mais especificamente: aplicamos a formulação original tanto do modelo de síntese de texturas EL [Efros; Leung, 1999] como do algoritmo de retoque digital BSCB [Bertalmio et al., 2000] na imagem danificada.

A imagem a ser tratada (de dimensões de 243×100) foi alterada com a inserção de um grande retângulo de 7176 pixels, o que corresponde a uma região considerável da imagem (30%). Além disso, há predominância de texturas estocásticas e de estruturas bem delineadas na imagem (como é o caso da região de divisa entre o “muro” e a “água” - Figura 56).

No que se refere à recomposição das partes faltantes, pode-se concluir que todas as técnicas obtiveram êxito na recuperação da região-alvo, entretanto, analisando a integridade da restauração com as informações originais da imagem, houve grandes diferenças. Na reconstrução 56(b) foi gerada uma divisão linear (localizada no meio da imagem), porém houve êxito na conexão do muro. Já em 56(c) a região delimitada pela água ficou

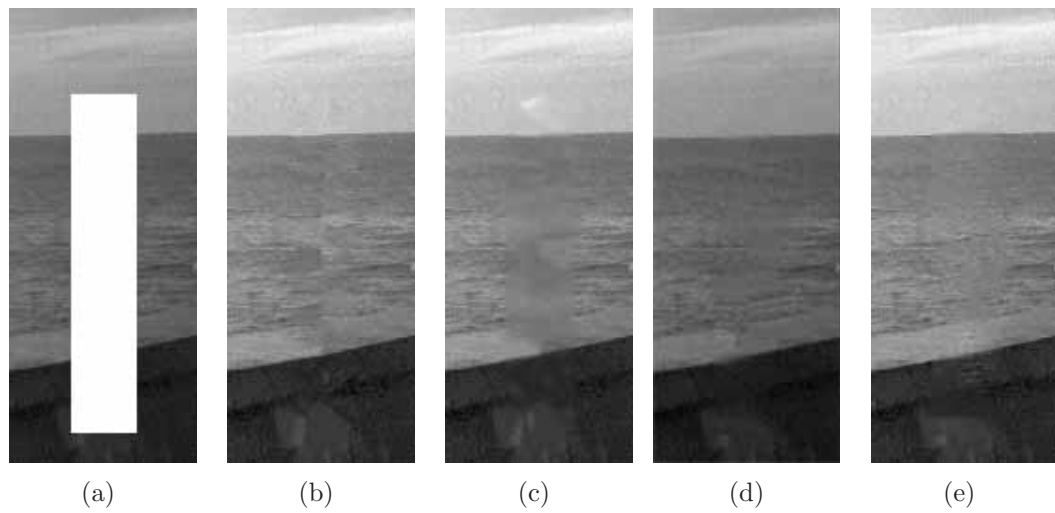


Figura 56: (a) Imagem a ser processada, (b) reconstruída por [Efros; Leung, 1999], (c) por [Bertalmio et al., 2000], (d) pelo **BVS0** e (e) pelo **MP-I**.

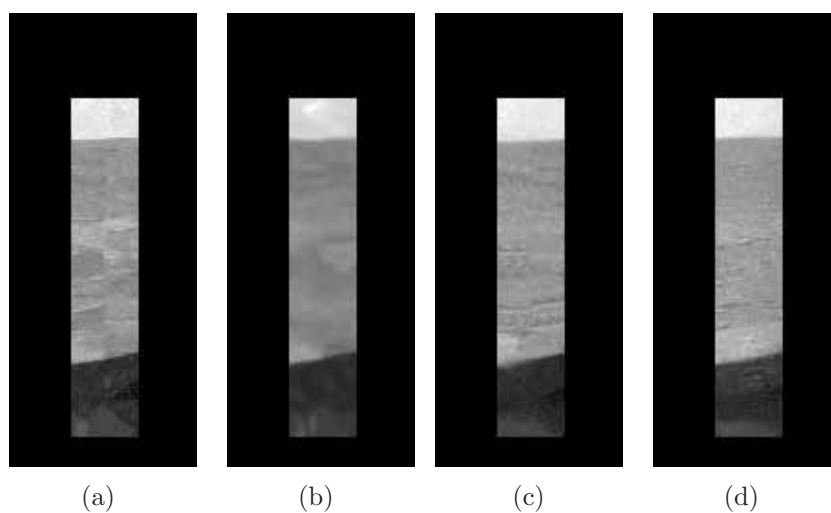


Figura 57: (a) Reconstruções em evidência de 56(b), (b) 56(c), (c) 56(d) e (d) 56(e).

borrada, o que comprometeu a restauração. Na restauração 56(d), pode-se perceber a predominância de padrões lineares de textura na água, isto é, foram introduzidas divisões indesejadas nessas regiões. Além disso, o *Princípio da Conectividade* não foi plenamente satisfeito, pois o muro foi conectado parcialmente. Em contrapartida, na imagem 56(e) houve a conexão entre todas as arestas do muro e a textura estocástica da água foi recuperada sem o surgimento de efeitos indesejáveis. Ademais, as regiões de estrutura e textura ficaram bem definidas do ponto de vista visual. As imagens da Figura 57 evidenciam melhor cada reconstrução da qual comentamos.

Para assegurar a integridade plena das imagens envolvidas no experimento, a imagem 56(d) foi extraída do artigo [Bertalmio et al., 2003] enquanto que as demais foram obtidas diretamente pela execução dos métodos em questão. Os parâmetros do modelo **BVSO** foram tomados seguindo as sugestões presentes em [Bertalmio et al., 2003].

Sob os diversos fatores analisados, tais como, êxito na conexão dos isótopos separados, qualidade de reconstrução e tempo de processamento, o **MP-I** apresentou o melhor desempenho.

Modelo	σ/λ	N_{CDD}/N_{BSCB}	J.Alocação	J.Busca	Tempo Proc. (min)
MP-I	50	300	9	11	2,5
BVSO	0.1	200	1	7	2 – 3

Tabela 3: Parâmetros adotados e resultados obtidos após o processamento.

No **MP-I**, adotamos $\Delta t_{BBS} = 0.1$ com dilatação da máscara. No modelo BSCB [Bertalmio et al., 2000], o número de iterações foi de 300, com tempo de processamento igual a 3 segundos enquanto que no método EL [Efros; Leung, 1999] o tempo foi de 42 minutos. Vale ressaltar que este último modelo é não-paramétrico.

Experimento 3

O último experimento envolvendo o **MP-I** e o **BVSO** tem por finalidade investigar a sinergia do processo de decomposição com o processo de reconstrução. Para essa avaliação empregamos os modelos considerados em uma imagem extraída do livro [Gonzales; Woods, 2002], de dimensões 191×256 . Embora a imagem-alvo seja aparentemente simples do o ponto de vista visual, há uma grande presença de detalhes intrínsecos como bordas, contornos, diferentes estruturas e texturas.

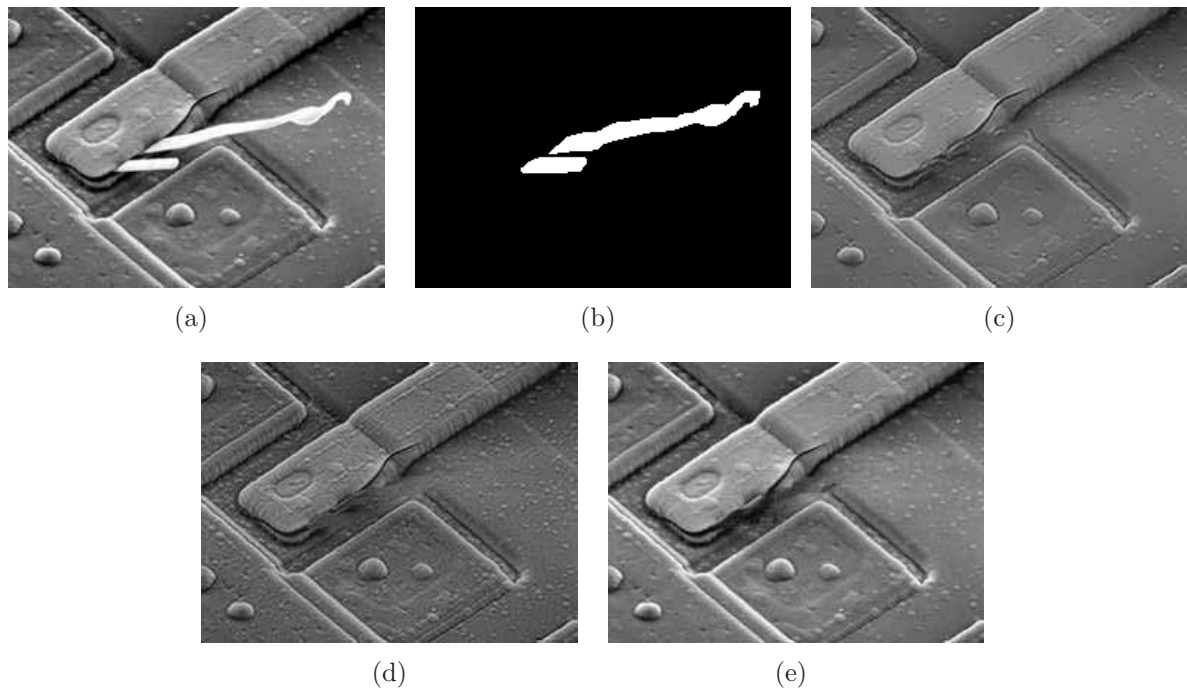


Figura 58: (a) Imagem a ser processada, (b) máscara (região-alvo), (c)-(d) restauradas pelo **BVS0** e (e) restaurada pelo **MP-I**.

Analisando a Figura 58, pode-se notar que as imagens reconstruídas 58(c)-(d) ficaram comprometidas, no que diz respeito à similaridade visual, quando comparadas com a imagem 58(a). No primeiro caso, há uma grande perda de texturas enquanto que no segundo caso ficou evidente as diferenças nas tonalidades de cores e no contraste entre as imagens. Por outro lado, há uma semelhança notável entre 58(e) e 58(a). Além disso, a reconstrução da área-alvo 58(b) foi desempenhada com maior êxito pelo **MP-I** do que pelos outros dois exemplares gerados pelo modelo **BVS0**.

A justificativa para que as imagens processadas 58(c)-(d) se distinguíssem da imagem de entrada 58(a) reside no fato de que o processo de decomposição simultâneo utilizado no modelo **BVS0** pode não produzir uma decomposição fiel da imagem inicial. Este fato certamente contribuiu para a obtenção dos resultados finais produzidos pelo modelo. Para exemplificarmos, expomos os componentes envolvidos na confecção de 58(c)-(d) (Figura 59).

No primeiro caso, tanto estrutura quanto textura ficam bem definidas, entretanto, há perda de informações nesta última, o que compromete a soma final. Já no segundo caso, o componente texturizado v fica plenamente determinado, porém, u acaba retendo parte da

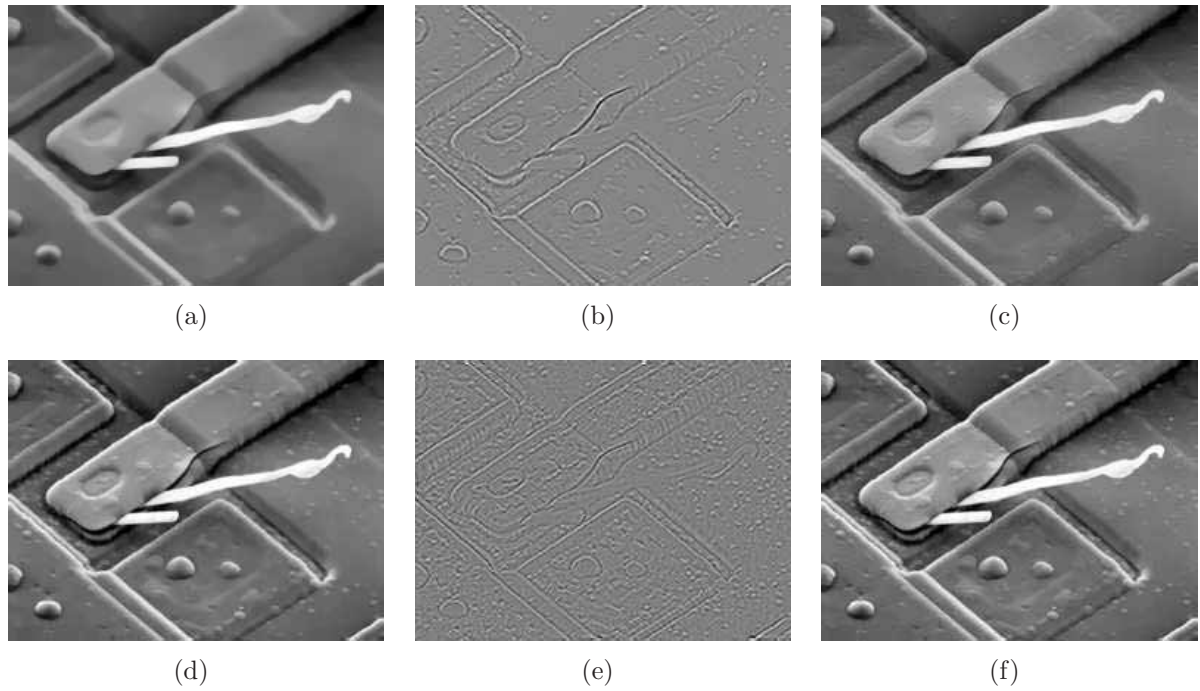


Figura 59: (a); (d) e (b); (e) componentes u e v associados às imagens originais de 58(c) e 58(d) e (c); (f) representação das respectivas somas $u + v$.

textura no processo de dissociação das imagens, o que inviabiliza o processo subsequente de restauração pelo modelo de inpainting.

Portanto, há uma grande vantagem em se utilizar modelos de decomposição não-simultâneos tal como o empregado no **MP-I**, uma vez que há garantias de que $f = u + v$.

Os parâmetros utilizados em cada experimento são apresentados na tabela abaixo:

Modelo	σ/λ	N_{CDD}/N_{BSCB}	J.Alocação	J.Busca	T. Proc. (min)
MP-I	20	15000	9	9	8
BVSO-58(c)	0.01	2000	1	7	20
BVSO-58(d)	0.1	2000	1	7	19

Tabela 4: Parâmetros adotados e resultados obtidos após o processamento.

O passo temporal na decomposição pelo BBS foi de $\Delta t_{BBS} = 0.5$, onde adotamos o pré-processamento da máscara em todas as etapas do algoritmo. O número de pixels reconstruídos foi de 2165.

5.2 Proposta II: Resultados Numéricos e Discussão

Nesta seção apresentamos os resultados experimentais obtidos com a aplicação da segunda abordagem proposta para tratar o problema de reconstrução de imagens. De forma a atender essa necessidade, o modelo proposto respalda-se em técnicas envolvendo EDP e no procedimento proposto, denominado aqui de **amostragem dinâmica**. Também realizamos uma breve discussão acerca das características específicas do nosso algoritmo e sobre a análise comparativa envolvendo técnicas da literatura voltadas para o mesmo propósito.

Denotamos o **Modelo Proposto II** por **MP-II**, o qual é, a rigor, classificado como um modelo de síntese de texturas por exemplar, embora de acordo com alguns trabalhos recentes relativos à essa categoria, costuma-se fazer alusão ao termo **inpainting baseado em blocos ou exemplar** em alternativa à classificação mencionada anteriormente. Sendo assim, empregamos o termo **inpainting** como sinônimo de reconstrução no desenvolvimento desta seção.

Tratando-se da análise comparativa, o modelo escolhido para esta finalidade foi o famoso e eficiente algoritmo proposto pelos autores A. Criminisi, P. Perez e K. Toyama [Criminisi et al., 2004], modelo este que foi o precursor de uma infinidades de técnicas direcionadas para reconstruir imagens e, ainda, continua sendo amplamente utilizado em trabalhos mais recentes sobre o assunto. Neste trabalho adotamos a sigla **CPT** para referenciar tal modelo.

5.2.1 Resultados Experimentais

Nesta seção apresentamos os resultados experimentais obtidos pelo **MP-II**.

O tempo de processamento relativo ao **MP-II** é computado de acordo com a soma do tempo transcorrido em cada uma das duas seguintes etapas de aplicação: do modelo de dissociação de domínios BBS e do algoritmo de síntese de textura proposto.

A estimativa dos parâmetros adotados em cada um dos modelos avaliados foi realizada com base no nível de reconstrução visual produzido e na percepção visual humana, mais especificamente, na validação do *Princípio da Conectividade* [Kanizsa, 1979].

Os passos de execução do modelo proposto são apresentados a seguir, na ordem de realização.

1. Etapa de Decomposição de Domínios

Para efetuar esta tarefa, utilizamos o modelo BBS [Barcelos et al., 2003] amparado pelo mecanismo de seleção de parâmetros ótimos proposto em [Barcelos et al., 2005] com as devidas adequações, exatamente como foi descrito para o caso da seção anterior. Assim, devemos estimar três parâmetros de entrada: σ , N_{BBS} e Δt_{BBS} . Dentre esses, apenas um foi mantido como parâmetro efetivo de entrada: σ (onde, na maioria dos experimentos, foi adotado o valor 30). Para os parâmetros remanescentes, fixamos $N_{BBS} = 50$ e $\Delta t_{BBS} = 0.1$.

É válido ressaltar que a aplicação da decomposição de domínios é exclusivamente voltada para a obtenção do termo homogêneo u , visto que esse promove a caracterização do mecanismo de prioridade incorporado no **MP-II**. Isso significa que o segundo componente, o termo da textura v , não tem utilidade na proposta vigente.

2. Etapa de Reconstrução

Na etapa de recomposição dos pixels-alvo o algoritmo necessita de três parâmetros para um funcionamento adequado. Pelo fato desse algoritmo ser o mesmo que o adotado no **MP-I**, mas sem o emprego do procedimento de amostragem morfológica, tanto o processo de alocação de pixels como o de busca na região de amostragem são implementados por blocos quadrados de dimensões $m \times m$ e $n \times n$, respectivamente. Dessa maneira, m e n se tornam parâmetros de entrada fornecidos pelo usuário. O terceiro parâmetro é específico do algoritmo que distingue o **MP-I** do **MP-II**: a amostragem dinâmica. Tal parâmetro é definido como sendo a dimensão de um bloco quadrangular e será denotado aqui pela letra L .

Tratamento de Imagens Coloridas

De modo análogo ao considerado no **MP-I**, o algoritmo de decomposição de domínios BBS é aplicado independentemente em cada canal de cor. O componente homogêneo u

passa, então, a ser definido pelos correspondentes canais de cores produzidos na processo anterior. Como a etapa de reconstrução é baseada em alocações de dados, há apenas pequenas adaptações numéricas para o caso de imagens coloridas.

Nas páginas subsequentes direcionamos nossas atenções para os resultados obtidos. Foram apresentadas três análises experimentais as quais abrangem uma classe de imagens de difícil tratamento. Os parâmetros utilizados foram relacionados na tabela a seguir:

Experimento	Dimensões	n. Pixels Deg.	σ	m	n	L
Barbara	155×262	1350	30	9	9	21
Textura em 3D	188×188	5246	30	9	9	29
Placas	87×169	1148	16	3	3	15

Tabela 5: Informações relativas aos experimentos.

Experimento 1

O nosso primeiro experimento tem por finalidade ressaltar o mecanismo de atribuição de **prioridade** P (equação (4.14)) proposto para a inserção dos pixels-alvo. A imagem considerada foi extraída da Figura 29(a), com danificações direcionadas para as regiões híbridas compostas por estruturas e texturas e regiões homogêneas dotadas de textura pura. Tal imagem possui algumas das regiões de inpainting consideradas na primeira análise equiparativa envolvendo o **MP-I**, o que viabilizou o estudo comparativo entre o **MP-II**, **MP-I** e o **BVSO**.

De acordo com a Figura 61, podemos observar que o algoritmo atribuiu prioridade máxima às regiões verde e vermelha em destaque, pois essas foram privilegiadas por serem regiões de fronteira ou borda de objetos, conforme evidencia 60(d). Conforme descrito no Capítulo 4, a imagem suporte 60(d) é um dos elementos responsáveis pela atribuição de prioridade pois é a partir do cálculo do fator de **relevância** $R(p)$ sobre ela, em cada pixel-alvo p , que se determina a **prioridade de alocação** $P(p)$ do mesmo.

Em comparação com as regiões reconstruídas em comum de 53(c)-**MP-I** e 53(d)-**BVSO**, o **MP-II** obteve resultados ainda melhores, visto que, além de recompor a textura satisfatoriamente também houve a prolongação integral do detalhe intrínseco do contorno da “perna” (vide região em vermelho da Figura 61(d)).

Outro ponto importante a ser ressaltado foi o tempo de processamento: apenas 4

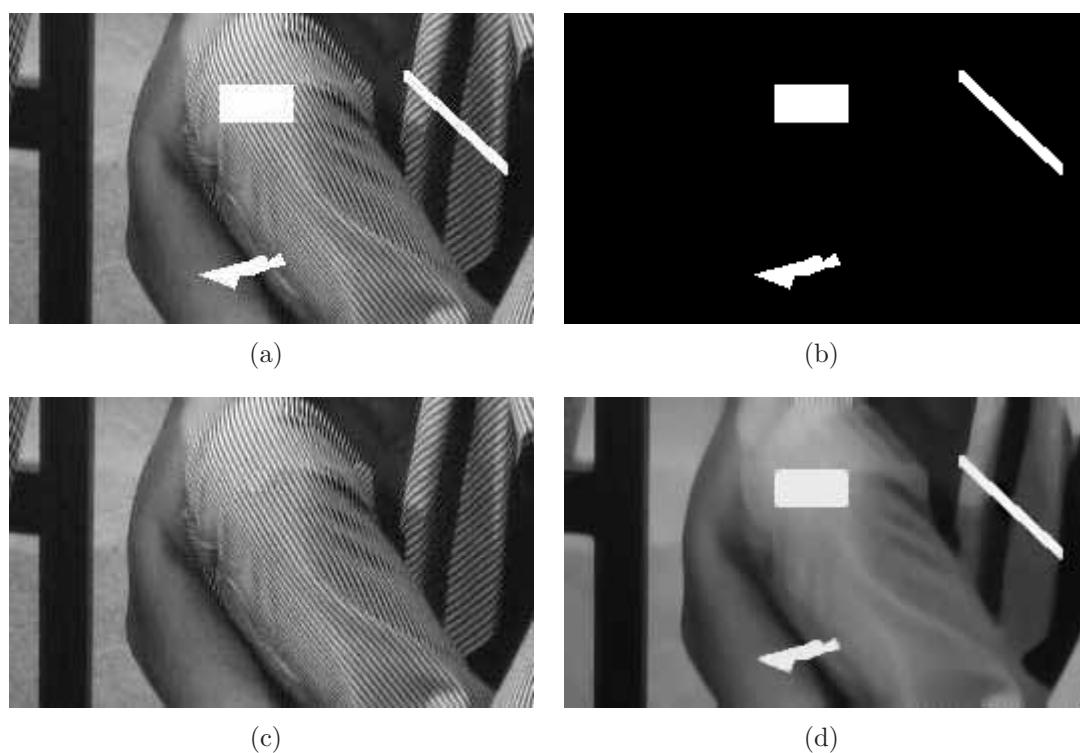


Figura 60: (a) Imagem deteriorada, (b) máscara-guia (região de reconstrução), (c) restaurada pelo **MP-II** e (d) componente suporte (para o cálculo do critério de prioridade P).

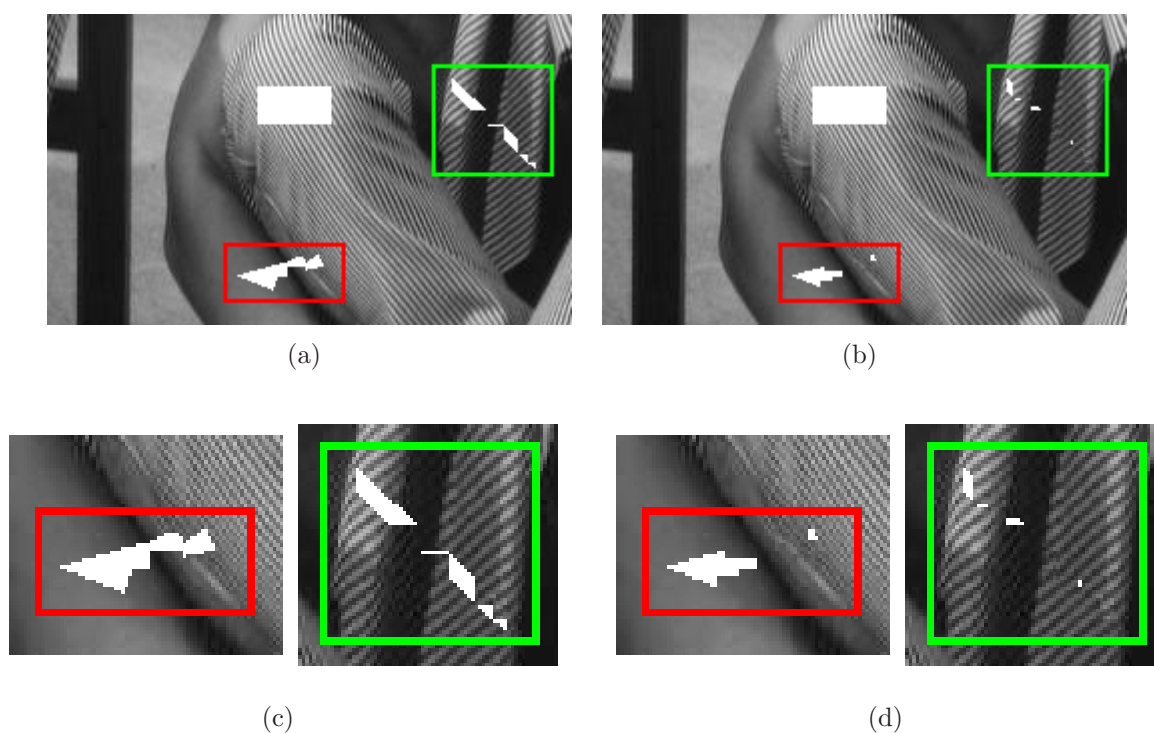


Figura 61: (a) Reconstrução da Figura 60 com 15% dos pixels recompostos, (b) 35% e (c)-(d) “zoom” das regiões em destaque de (a) e (b), respectivamente.

segundos para o processamento total.

Experimento 2

Em nosso segundo experimento analisamos uma imagem colorida de difícil tratamento, pois há danificações nas estruturas geométricas dos objetos presentes na mesma, como é o caso da separação dos semi-círculos na região superior da imagem. Em adição ao problema relatado, há também regiões com texturas distintas em todo o perímetro de reconstrução.

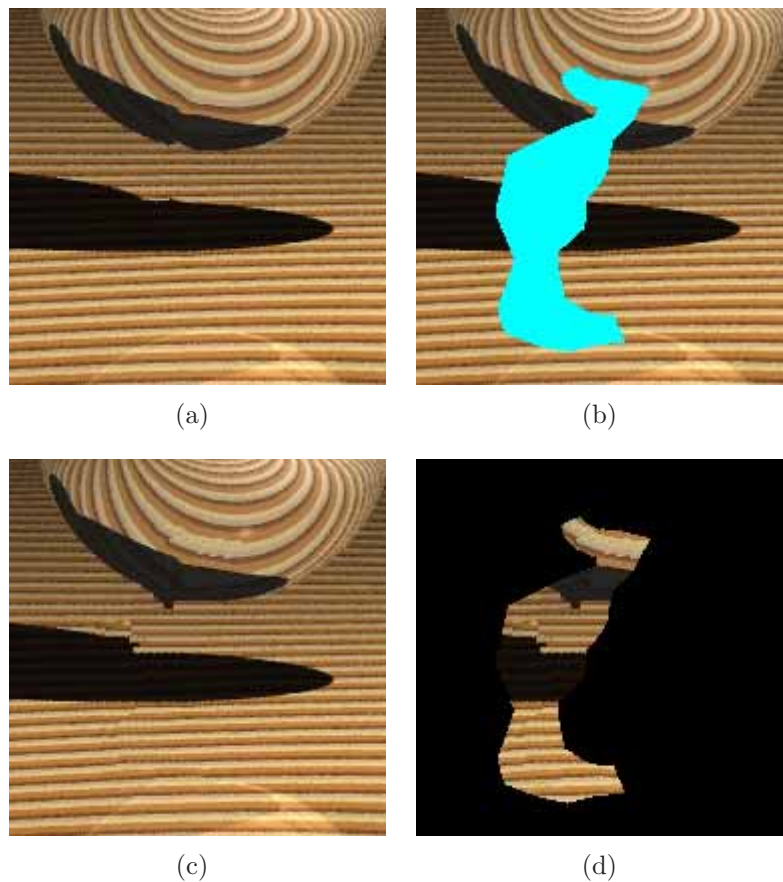


Figura 62: (a) Imagem original, (b) danificada, (c) restaurada pelo **MP-II** e (d) região recuperada.

Com base nos resultados da Figura 62, concluímos que o modelo proposto restaurou a imagem danificada 62(b) com uma precisão considerável, visto que ele completou o semi-círculo (situado na região superior da imagem) corretamente, não interpolando linearmente as partes desconexas, como é recorrente em algumas abordagens correlatas da literatura.

Esse resultado mostra que o inpainting aplicado na imagem seguiu as linhas dos isó-

topos, conforme a descrição original de nossa proposta.

Um segundo ponto interessante acerca desse experimento respalda-se no fato de que a quantidade de pixels recuperado é bastante elevada: 5246, quase quatro vezes maior do que a área de inpainting do experimento anterior.

Já o tempo de processamento foi de 39 segundos, considerado relativamente rápido levando-se em consideração a quantidade de pixels tratados.

Experimento 3

Em nossa última bateria de testes envolvendo exclusivamente o **MP-II**, estudamos uma aplicação prática de grande interesse na comunidade científica: remoção de objetos indesejáveis em imagens digitais.

A proposta é remover o objeto-alvo destacado na Figura 63(b) de forma a satisfazer integralmente o *Princípio da Conectividade*, isto é, a técnica executada deverá ser capaz de prolongar toda a extensão da haste através do objeto-alvo (vide Figura 63(a)), além de reconstruir as regiões de inpainting anexas à textura estocástica (região compreendida pela água) da mesma.

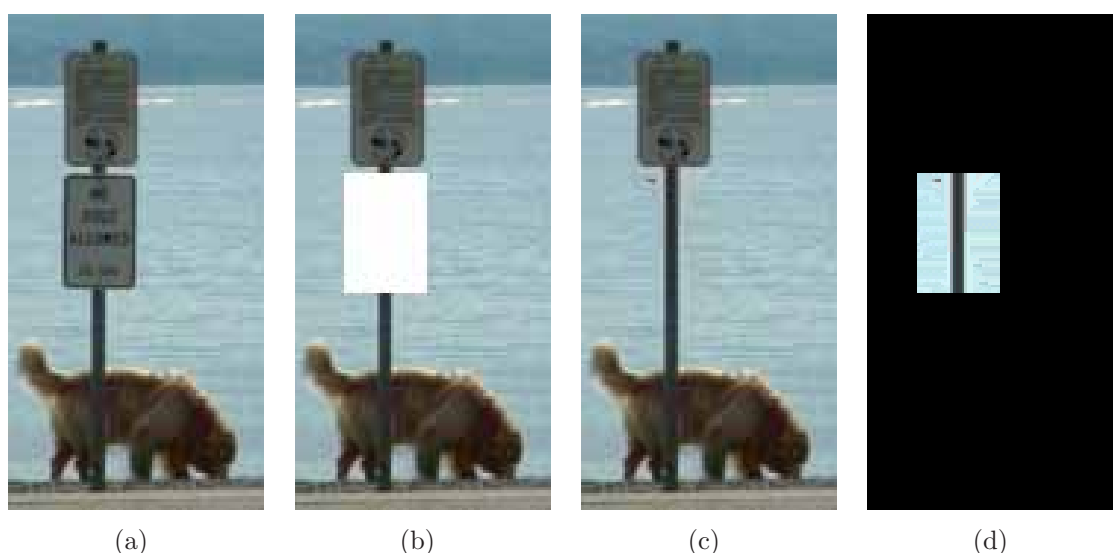


Figura 63: (a) Imagem original, (b) seleção em destaque do objeto a ser removido, (c) imagem reconstruída e (d) área reconstruída.

Conforme mostra a imagem da Figura 63(c) o modelo obteve êxito pleno no propósito de remover o objeto-alvo realizando o *Princípio da Conectividade*, isto é, o algoritmo

reconstruiu a imagem de acordo com a percepção visual humana.

Na intenção de investigar a atuação dos fatores de relevância R e de confiança C , elementos de composição do mecanismo de prioridade P (equação (4.14)), procuramos avaliar a contribuição individual de cada um desses termos no problema reportado. Além disso, também desativamos tal mecanismo de modo que o processo de reconstrução atuasse de forma aleatória. As imagens da Figura 64 a seguir apresentam esses resultados.

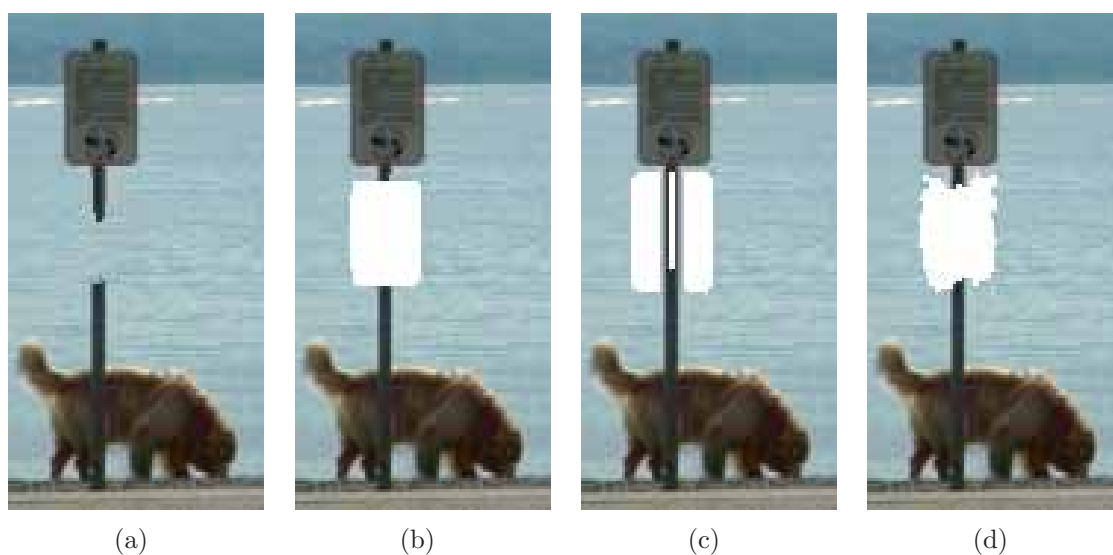


Figura 64: Análise da prioridade na reconstrução. (a) Reconstrução aleatória, (b) 30% de reconstrução apenas com a atuação de C , (c) de R e (d) de P .

Na Figura 64(a) é visível que a reconstrução não verificou o *Princípio da Conectividade*. Nos caso do termo de confiança C (Figura 64(b)) nota-se que o mesmo procurou atuar sempre na reconstrução do contorno da região de inpainting enquanto que o termo de relevância R (Figura 64(c)) seguiu exclusivamente a direção das linhas de mesma tonalidade de cor da “haste metálica” (repare que o retângulo de pixels dentro da haste não foi priorizado). Finalmente, a Figura 64(d) evidencia o balanceamento entre C e R , isto é, o mecanismo proposto P .

O tempo de processamento também apresentou um resultado satisfatório: o algoritmo levou 22 segundos para retornar a imagem processada.

5.2.2 Análise Qualitativa

Nas páginas subsequentes apresentamos os resultados qualitativos do **MP-II** em relação a algumas abordagens clássicas da categoria.

Como já foi citado anteriormente, em nossa análise comparativa utilizamos o tradicional modelo [Criminisi et al., 2004].

Conforme sugerido em [Criminisi et al., 2004], tomamos um *template* (bloco quadrado) de dimensões 9×9 . É importante salientar que o referido modelo efetua a busca pelo bloco ótimo no complementar da região de inpainting, isto é, toda a imagem constitui a amostra sorvedoura de dados.

Na tabela a seguir são relacionados os parâmetros adotados na aplicação do **MP-II**.

Experimento	Dimensões	n. Pixels Deg.	σ	m	n	L
Prédio	200×200	1143	30	9	11	57
Bungee Jump	308×206	7592	15	11	17	53
Mandril	512×512	25025	15	9	15	53
Olho	159×241	2812	30	5	7	35
Carro	235×377	9321	30	7	11	35
Texturas	267×400	18186	50	9	13	53

Tabela 6: Informações relativas aos experimentos.

Experimento 1

Neste experimento, apresentamos uma aplicação prática na qual se almeja remover um objeto situado em uma região dotada de texturas de difícil manipulação. Nessa aplicação foi possível ressaltar as singularidades do processo de amostragem do **MP-II** em analogia com as demais técnicas da literatura, tal como o modelo **CTP**.

É válido ressaltar que tanto a imagem original como a máscara foram extraídas do site http://yokoya.aist-nara.ac.jp/research2/each_research/norihiko-inpainting.html.

Analisando as imagens da Figura 66, é possível verificar que o **MP-II** (Figura 66(a)) produziu um excelente resultado, visto que as estruturas geométricas das vizinhanças da região de inpainting (as “janelas”) foram replicadas com bastante precisão (vide “zoom” da Figura 67(a)). Por outro lado, embora o modelo **CTP** (Figura 66(b)) tenha obtido êxito no quesito restauração, as “janelas” foram sintetizadas de forma equivocada, pois,

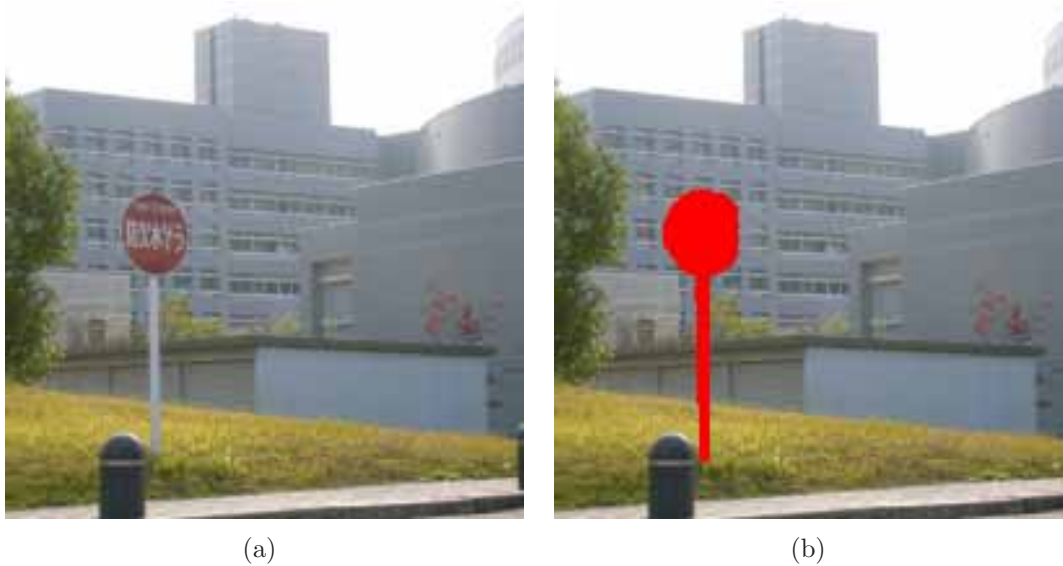


Figura 65: (a) Imagem original e (b) área de inpainting em destaque.

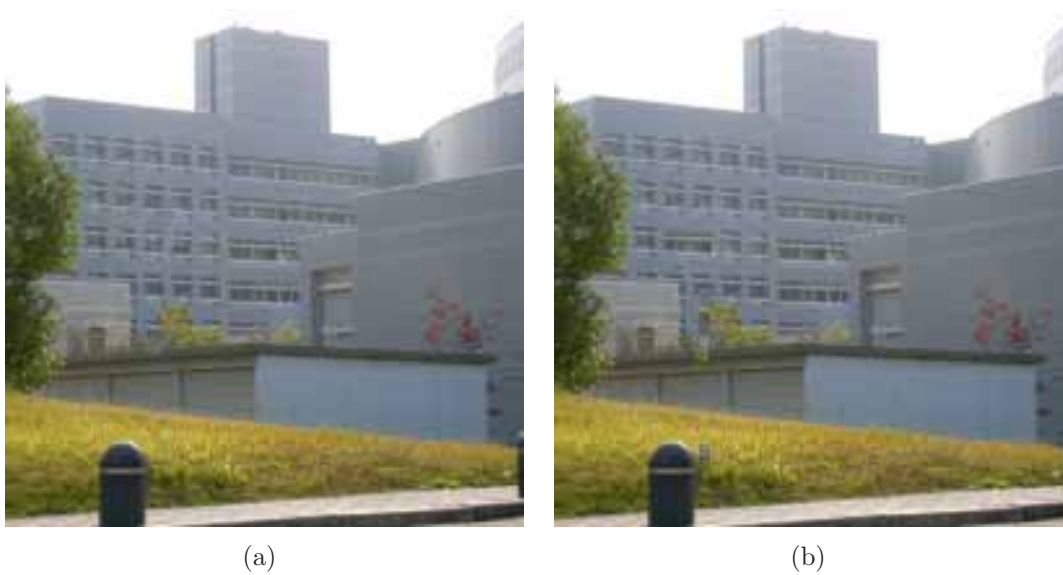


Figura 66: (a) Imagem reconstruída pelo **MP-II** e (b) pelo modelo **CTP**.

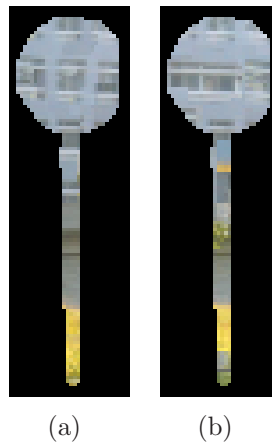


Figura 67: (a)-(b) “Zoom” da regiões reconstruídas extraída de 66(a)-(b), respectivamente.

gerou-se apenas uma janela ao invés de duas (vide zoom da Figura 67(b)).

As imagens 67(a) e 67(b) ressaltam uma das principais diferenças entre o modelo proposto e o **CTP**: enquanto o primeiro respalda-se na *amostragem dinâmica* para buscar um exemplar (bloco) ótimo para reconstruir os pixels de mesma similaridade, o segundo efetua varredura em uma amostra fixa, já pré-determinada antes mesmo do início do processo de replicação. Isto significa que pixels recompostos durante a dinâmica do processamento não são identificados como parte da amostra. Além disso, as chances de equívocos na restauração quando se utiliza uma amostra muito grande (como é o caso do **CTP**) aumentam significativamente. Assim, com a adoção de uma amostragem dinâmica, que varie de acordo com cada bloco a ser reconstruído, que incorpore os pixels já restaurados e que ainda delimite a região amostral, acabam por constituir a sinergia necessária para que se possa obter um bom desempenho visual com um menor custo computacional.

Quanto ao tempo de processamento, o esforço computacional agregado ao **MP-II** foi de 10 segundos enquanto que o **CTP** foi de 12 segundos.

Experimento 2

Em nosso segundo experimento investigamos novamente o tema remoção de objetos em fotografias, porém, agora foi considerada uma área de inpainting de grandes dimensões. O nível de complexidade deste problema é bastante elevado uma vez que há estruturas geométricas importantes a serem preservadas.

De acordo com os resultados da Figura 68, ambos os modelos obtiveram êxito no

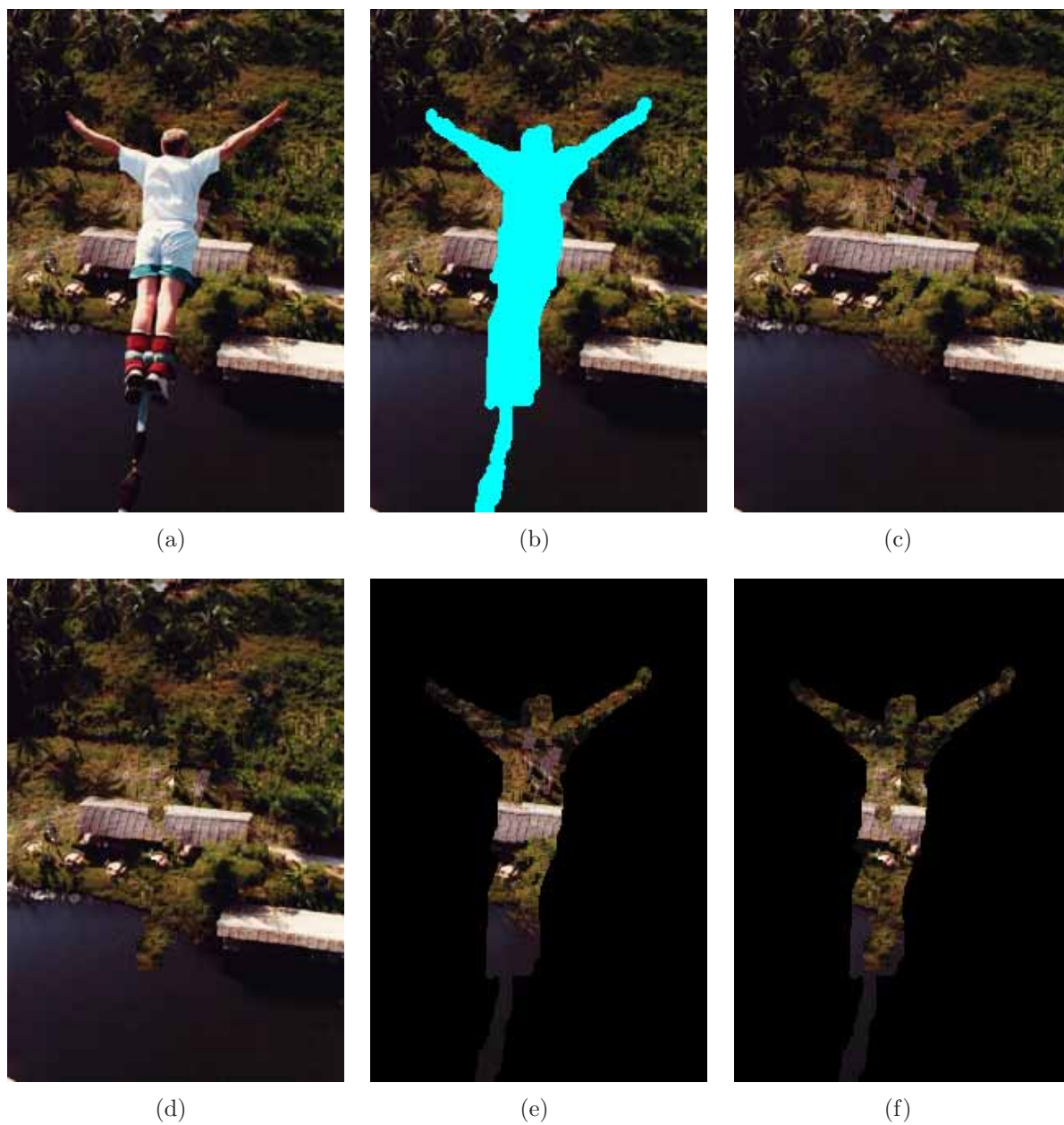


Figura 68: (a) Imagem original, (b) área de inpainting em destaque, (c) versão restaurada pelo **MP-II**, (d) pelo **CTP** e (e)-(f) áreas reconstruídas relativas a (c) e (d), respectivamente.

processo de restauração, além de satisfazerem o *Princípio da Conectividade*, como mostra a área recomposta representada pelo “telhado” conectado. Por outro lado, a imagem 68(c) apresentou um resultado melhor pois completou integralmente o “telhado”, não reproduzindo nenhum tipo de efeito indesejável tal como ocorre em 68(d) (incoerência de texturas entre a “vegetação” e o “telhado”).

Um outro ponto relevante a respeito da reconstrução produzida pelo **MP-II** é que houve a perpetuação do padrão presente no canto inferior da imagem 68(a) (artefato situado próximo ao “joelho” esquerdo do saltador). Isso se deve ao fato do modelo **MP-II** amostrar informações apenas nas proximidades das regiões-alvo de reconstrução, tal como propõe a amostragem dinâmica aqui designada.

Quanto ao tempo de processamento, não houve variações bruscas: 1,93 minutos para o **MP-II** e 1,83 minutos para o **CTP**.

Um fato curioso acerca do resultado obtido pelo **CPT** no experimento em questão é que a implementação aqui considerada produziu um resultado muito mais convincente em relação ao apresentado no trabalho de origem [Criminisi et al., 2004]. Para efeito ilustrativo apresentamos na Figura 69 o resultado presente no referido artigo.

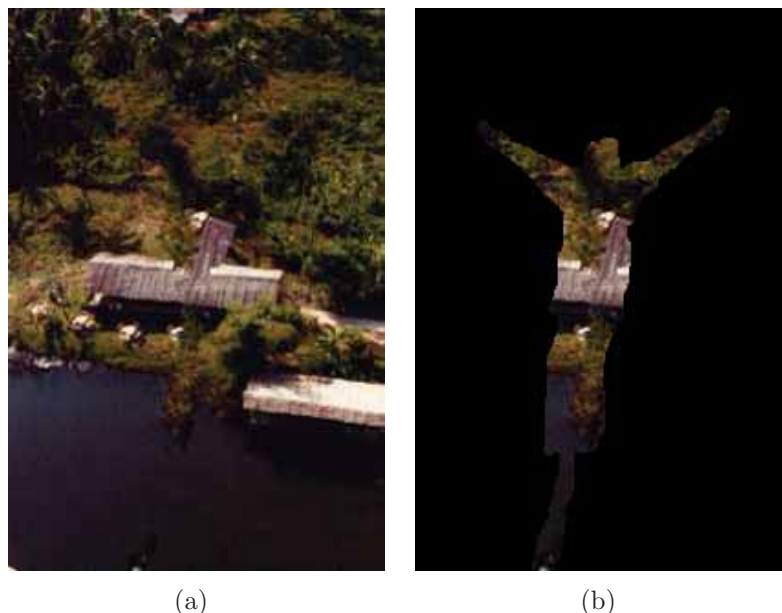


Figura 69: (a) Imagem reconstruída apresentada em [Criminisi et al., 2004] e (b) seleção da área reconstruída.

Conforme o resultado evidenciado em 69(a), vemos que 68(d) obteve maior êxito na replicação da textura relativa ao “telhado”.

Experimento 3

O terceiro experimento faz alusão à uma imagem fotográfica clássica, dotada de um grande número de texturas diversas. A imagem foi danificada em regiões estratégicas: entre fronteiras de texturas distintas, de estruturas geométricas e em áreas de predominância de texturas puras.

Em consonância com os apontamentos acima, é válido ressaltar que as dimensões da imagem não colaboram para um processo satisfatório de inpainting: trata-se da maior imagem analisada neste trabalho, de dimensões de 512×512 , contendo lacunas de grandes proporções a serem preenchidas (mais precisamente: 25025 pixels).

A fotografia original e sua versão deteriorada são apresentadas na sequência:

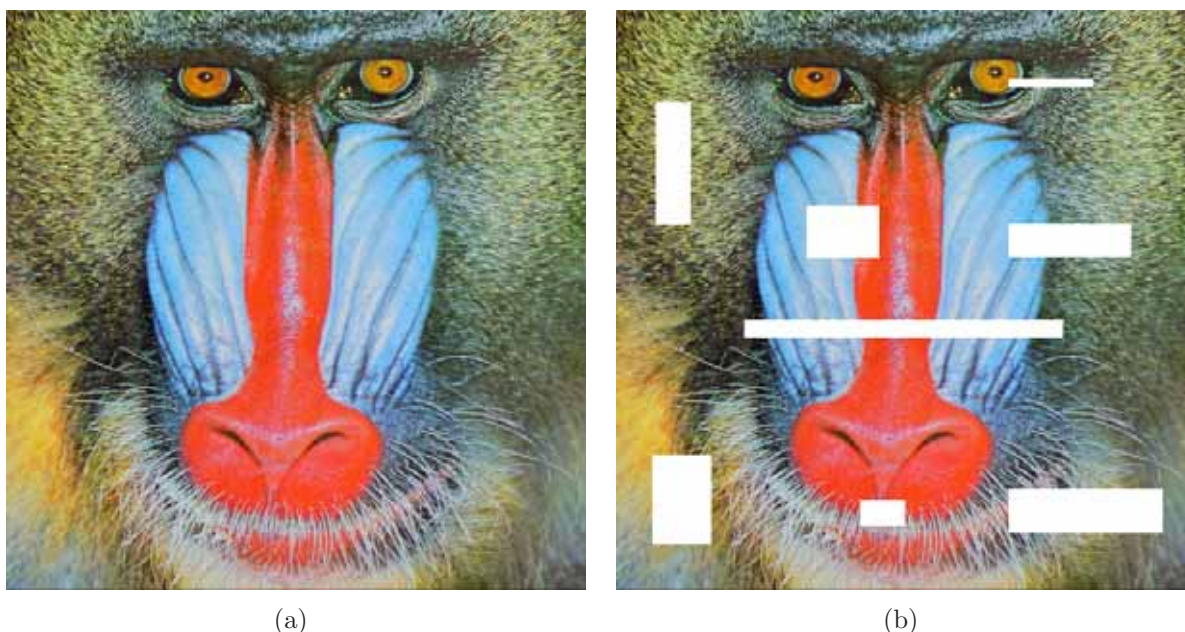
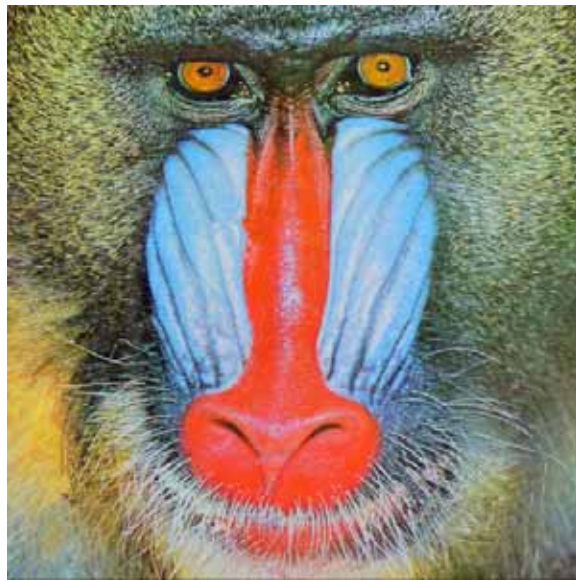


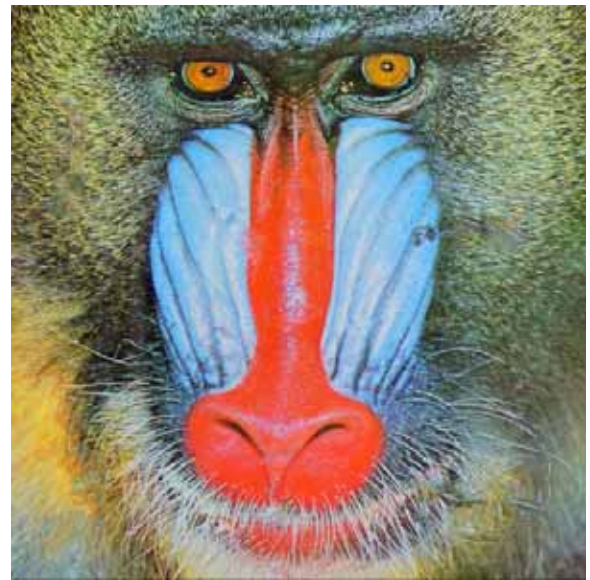
Figura 70: (a) Imagem original e (b) versão a ser processada.

De um modo geral, constatamos que ambas as abordagens recuperaram as regiões faltantes de forma satisfatória, porém, o **MP-II** produziu um resultado superior em comparação com o **CTP**. Afirmamos isso de acordo com as regiões reconstruídas em destaque (Figuras 71(c)-(d)), na qual podemos averiguar que nas regiões caracterizadas por textura pura o modelo **CTP** produziu um efeito de suavização excessiva.

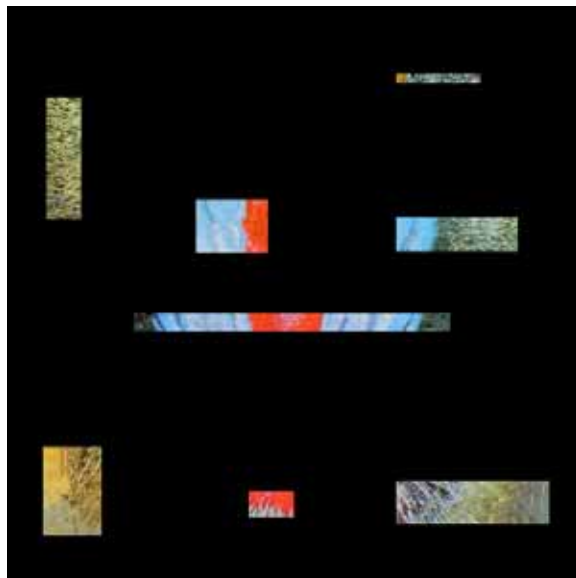
Um ponto de destaque em relação a esta experimentação foi o tempo de processamento: 11 minutos para o **MP-II** \times 38 minutos do **CTP**. Isso reafirma a ideia de que o



(a)



(b)



(c)



(d)

Figura 71: (a) Reconstrução obtida pelo **MP-II**, (b) pelo **CTP** e (c)-(d) áreas reconstruídas de (a) e (b), respectivamente..

custo computacional aumenta consideravelmente quando a região de amostragem é definida em toda a imagem, ainda mais no caso de imagens de grande dimensões.

Experimento 4

No quarto experimento direcionamos nosso foco para a análise de imagens de alta nitidez. A imagem a ser recomposta apresenta deteriorações em regiões intrínsecas e de vasto detalhamento, como é o caso das diferentes camadas do “olho” na Figura 72(b). Aqui, o objetivo é reintroduzir as partes perdidas de forma a produzir o melhor resultado possível do ponto de vista visual, bem como a recuperação dos detalhes mais intrínsecos da composição do “olho humano”.

Relatamos que a imagem original foi extraída de [Bornemann; Marz, 2007].

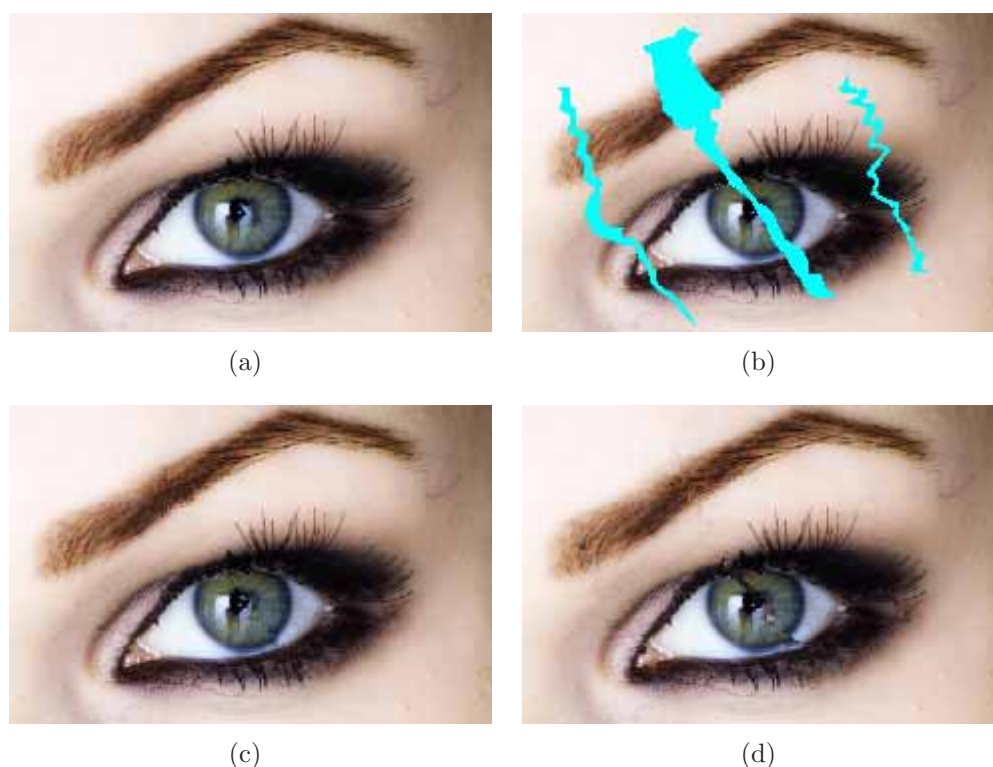


Figura 72: (a) Fotografia original, (b) versão danificada (com obstruções em azul), (c) reconstruída pelo **MP-II** e (d) pelo modelo **CTP**.

Conforme os resultados produzidos, a reconstrução oriunda do **MP-II** (Figura 72(c)) produziu uma imagem quase indistinguível, do ponto de vista visual, em comparação com a fotografia original 72(a). O modelo proposto conseguiu consolidar a reconstrução dos detalhes finos da imagem (ex.: as camadas do “olho humano”) com as tonalidades de cores

mais adequadas para cada situação. Em toda a extensão do domínio de inpainting não houve variações bruscas de coloração. Em contrapartida, o resultado obtido pelo modelo **CTP** (Figura 72(d)) produziu uma imagem não tão satisfatória, pois há indefinições presentes em algumas áreas da região de inpainting (como nas composições geométricas do “olho”), além de reproduzir incorretamente algumas regiões (ex.: entre a “sobrancelha” e o “olho”).

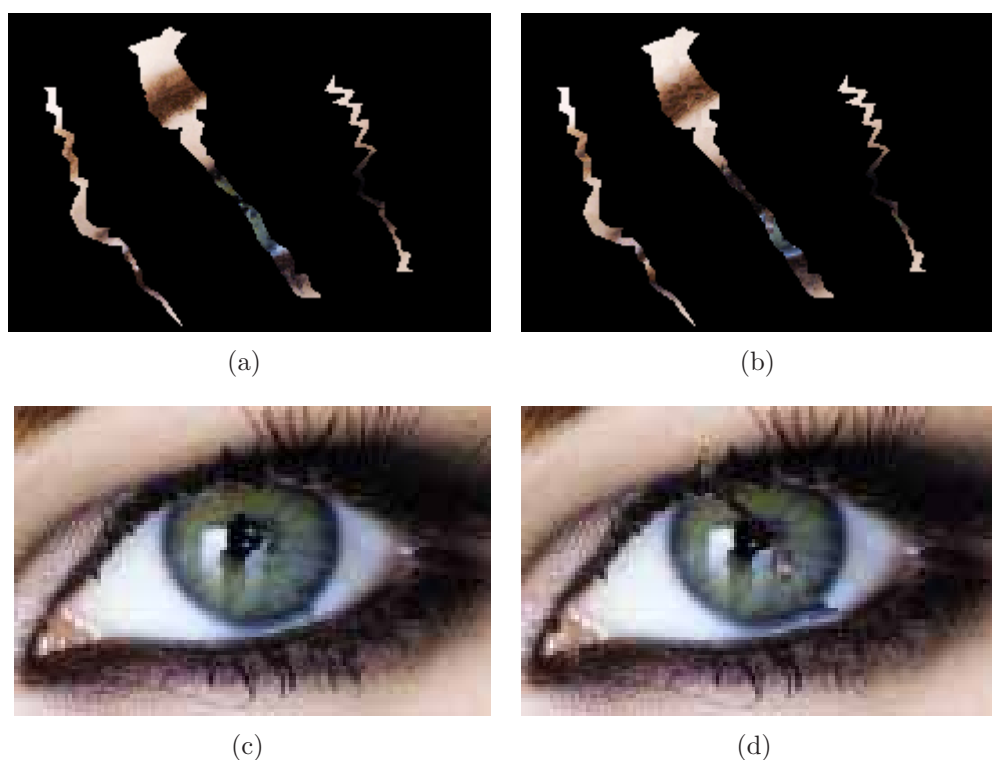


Figura 73: (a)-(b) Seleção dos pixels restaurados em 72(c)-(d), respectivamente, e (c)-(d) zoom relativo às reconstruções.

Com base nos pixels reconstruídos (Figuras 73(a) e (b)) e na região ampliada compondo o “olho humano” (Figuras 73(c) e (d)) é ainda mais visível a diferença de restauração.

Em relação ao tempo de processamento, o modelo **CTP** obteve melhor resultado, 45 segundos. Já o modelo **MP-II** realizou o processamento em 69 segundos.

Experimento 5

Em nosso penúltimo experimento retratamos uma imagem sintética contendo seis diferentes tipos de texturas. Em adição ao problema da heterogeneidade, a região de

inpainting é composta por um elevado número de pixels: são 18186 no total. Classificamos este experimento como sendo um dos mais complexos deste capítulo. O grande desafio aqui é reconstruir precisamente as regiões de fronteira entre cada classe de textura, recompondo com a informação adequada cada uma dessas classes.



(a)



(b)

Figura 74: (a) Imagem original e (b) versão danificada.

De acordo com a classificação vigente para os diferentes tipos de textura digital (vide Figura 13), o problema abordado é composto por todas as cinco classes de textura, como mostra a Figura 74, o que dificulta ainda mais o processo de restauração.

Tomando 74(b) como imagem de entrada e aplicando os algoritmos **MP-II** e **CTP**

obtivemos os resultados seguintes:



(a)



(b)

Figura 75: (a)-(b) Imagem restaurada pelo **MP-II** e **CTP**, respectivamente.

De posse dos resultados experimentais, de um modo geral podemos concluir que a abordagem proposta obteve um melhor resultado no processo de síntese das regiões danificadas (Figura 75(a)), visto que a textura representada no canto inferior direito não foi corretamente reintroduzida em 75(b). Como o modelo **MP-II** parte da premissa de amostrar informações apenas nas vizinhanças de reconstrução, não há o inconveniente reproduzido em 75(b) de alocar pixels distantes em relação à região do pixel corrente. Outro fato relevante é que, em ambos os casos, os isótopos foram priorizados na ordenação da restauração, caso contrário, as divisões entre os diferentes tipos de texturas

estariam comprometidas.



(a)



(b)

Figura 76: Prioridade de reconstrução nas regiões de fronteira (via **MP-II**). (a) Reconstrução com 48% dos pixels recompostos e (b) com 70%.

Convém também mencionar que ambos os modelos não atingiram êxito pleno na reconstrução, já que a textura situada no canto superior direito não foi plenamente recomposta. Neste caso o modelo **CTP** produziu um resultado mais convincente nesta região em comparação com o **MP-II** (vide Figura 77).

O **MP-II** levou 6.5 minutos para processar o resultado final enquanto que no modelo **CTP** foram necessários 7.1 minutos.

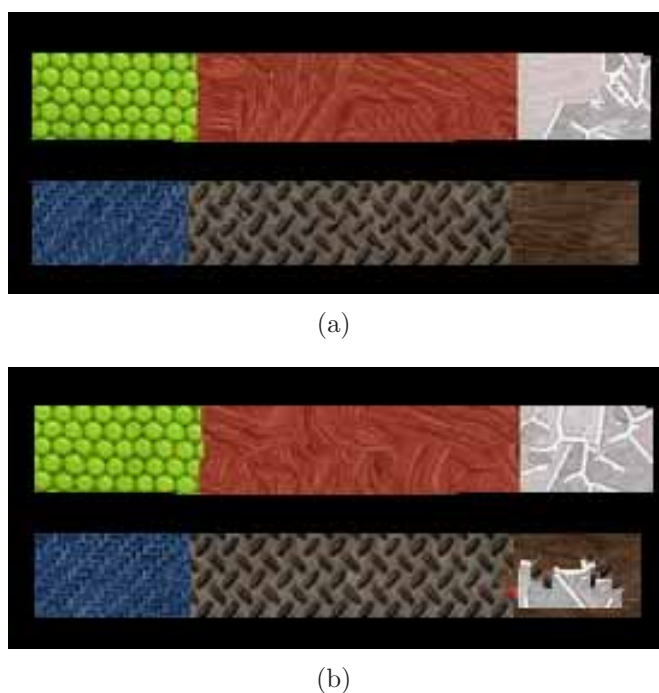


Figura 77: (a)-(b) “Zoom” das regiões reconstruídas (fora de escala) de 75(a)-(b), respectivamente.

Experimento 6

Em nosso último experimento voltamos as atenções para o tratamento simultâneo de detalhes finos, síntese de texturas regulares e estocásticas e reconstrução de padrões geométricos globais.

A ideia é recuperar todas as áreas perdidas com as texturas correspondentes de cada região-alvo, além de consolidar a conexão dos isótopos separados, isto é, produzir um resultado que seja compatível com a percepção visual humana (*Princípio da Conectividade*).

Vamos efetuar uma análise prévia do problema tomando por base a Figura 78(c). Há danificações em diversos pontos críticos da imagem. Dentre os mais relevantes, podemos citar as seguintes regiões demarcadas e os respectivos objetivos associados.

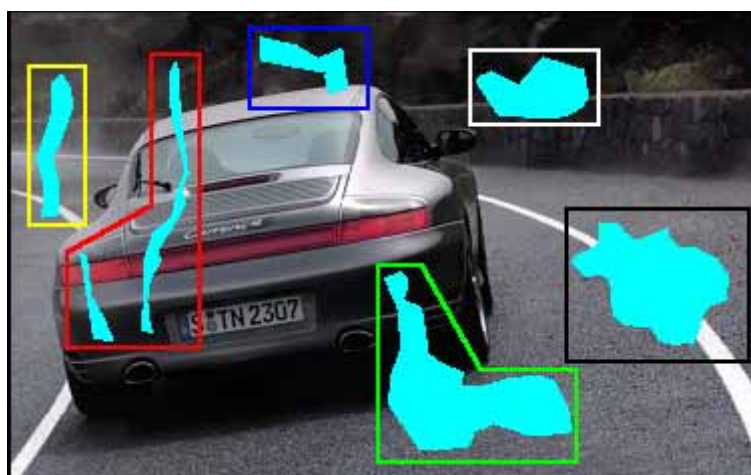
1. **Região enegrecida:** conectar a “faixa da estrada”, que está situada em uma região com dois tipos de textura predominante. A grande dificuldade aqui é percorrer a faixa em seu sentido correto, isto é, no sentido da curvatura;
2. **Região em branco:** prolongar a “guia do muro” em uma região onde há três tipos



(a)



(b)



(c)

Figura 78: (a) Imagem original, (b) versão a ser processada e (c) regiões de restauração em destaque.

de texturas distintas;

3. **Região em verde:** recompor a região com as correspondentes texturas de suas vizinhanças. O processo deverá garantir a continuidade da “sombra do carro” e das estruturas do próprio “carro”, além da recuperação do “asfalto”;
4. **Região em azul:** recuperar a pequena parte relativa ao “capô” do “carro” e a textura enegrecida na região superior;
5. **Região em vermelho:** realinhar todas as regiões desconexas. Aqui há uma infinidade de texturas dispostas nas proximidades da região de inpainting o que confere um nível de dificuldade bastante elevado para a avaliação dos modelos;
6. **Região em amarelo:** reconstruir as “linhas” subdivisoras das texturas, como a “faixa da estrada”, a aresta inferior e a aresta superior do “muro”, e adicioná-las na recomposição do restante da área degradada.

De acordo com os resultados experimentais produzidos (Figura 79), concluímos que o modelo **MP-II** apresentou uma reconstrução muito mais condizente com os propósitos inferidos para cada subregião do domínio de restauração. Na Figura 79(a), o *Princípio da Conectividade* foi atendido em todas as instâncias mencionadas. Em contrapartida, o modelo **CTP** falhou em algumas das premissas de restauração anteriormente apresentadas.

Analisando a reconstrução da região da demarcação enegrecida obtida pela abordagem proposta, podemos afirmar que o **MP-II** realizou não só conexões de caráter local, mas também as de escopo global: houve a conexão correta com base na curvatura dos isotopos dessa região. Em contrapartida, o modelo **CTP** não obteve êxito nessa parcela de reconstrução, já que foram introduzidos pixels indesejáveis nessa área. Analisando a área correspondente à delimitação verde, a conexão entre as partes separadas foi plenamente consolidada pelo **MP-II** e a síntese da textura foi desenvolvida de forma correta. Já o modelo **CTP** gerou alguns artefatos inconvenientes na restauração, tal como a reprodução de partes de uma “roda”. Contudo, a região em vermelho evidencia o grau da reconstrução fina de ambas as abordagens. Portanto, em relação à reconstrução da imagem original 78(a) sob um ponto de vista mais geral, houve maior grau de similaridade entre a mesma e a reconstrução produzida pelo **MP-II** do que a reconstrução gerada pelo **CPT**.



(a)



(b)

Figura 79: (a) Imagem reconstruída pelo MP-II e (b) pelo CTP.

Quanto ao tempo de processamento, o modelo proposto exigiu um menor esforço computacional: 2,5 minutos \times 4 minutos do **CTP**. Nesse sentido, o fator precursor para que o tempo de processamento da técnica proposta fosse inferior ao modelo de [Criminisi et al., 2004] pode ser atribuído ao processo de **amostragem dinâmica** do modelo, já que este processo limita a região de busca dos blocos ótimos a uma vizinhança em torno dos pixels-alvo.

Capítulo 6

Proposta de um Novo Esquema de Decomposição e Aplicações

6.1 Motivação

De acordo com as ideias apresentadas no segundo capítulo deste trabalho, cujo tema considerado foi **Decomposição de Imagens**, foram abordadas duas metodologias de decomposição específicas: **Estrutura/Ruído** e **Estrutura/Textura-Ruído**. Entretanto, naquela ocasião, enfatizamos apenas o segundo caso, visto que o primeiro não se enquadrava nos propósitos desta dissertação, pois o termo textura era efetivamente desconsiderado.

Conforme relatamos no Capítulo 2, na decomposição do tipo estrutura/ruído, supunha-se a existência da contaminação por ruído gaussiano em uma dada imagem desde que esta fosse quase que integralmente caracterizada por regiões homogêneas. Assim, quando a imagem-alvo era dotada também de regiões texturizadas, além de estruturas e ruído, a análise não recaía em uma decomposição do tipo estrutura/ruído, mas sim em uma dissociação do tipo estrutura/textura-ruído. Para este último caso, o processo de decomposição produz, a partir do sinal original f , duas imagens componentes bem definidas: uma contendo as regiões homogêneas em destaque (componente u), e a outra contendo a textura e o ruído (componente v). Isso significa que a segunda imagem contempla textura e ruído, isto é, ambos os domínios ficam confinados em um único componente e não há como identificar cada um desses conjuntos de características individualmente.

Portanto, do ponto de vista da aplicação prática (ex.: reconstruir uma imagem tex-

turizada contaminada por ruído), decomposições do tipo estrutura/textura-ruído não são adequadas para extrair o ruído indesejável adicionado à textura. Por exemplo, para imagens fotográficas, é praticamente impossível obter resultados satisfatórios adotando-se algum modelo de decomposição $f = u + v$, devido à complexa estrutura e detalhamento irregular presente nesse tipo de imagem.

Motivados pelas limitações das estratégias de decomposição apresentadas e na intenção de confeccionar um protótipo robusto para tratar aplicações de extração de ruído em imagens reais com texturas, propomos uma nova metodologia capaz de recompor uma imagem ruidosa contendo alta concentração de textura e outros detalhes de natureza oscilatória. O método proposto não apenas preserva as características bem definidas da imagem, mas também mantém texturas mais sensíveis como contornos intrínsecos e bordas mais afinadas, como, por exemplo, elementos contidos dentro de objetos. Além disso, motivados por [Meyer, 2002] e [Vese; Osher, 2003], propomos uma nova representação da imagem-alvo f por meio de três termos

$$f = u + \tilde{v} + w \quad (6.1)$$

com u representando a estrutura ou “cartoon” de f , \tilde{v} representando apenas a textura e contornos intrínsecos de f e w representando o resíduo (ruído e “fundo”) da imagem f .

Neste sentido, outra grande vantagem da referida proposta é que ela foi construída de forma a satisfazer a equação (6.1).

O método proposto procura combinar as ideias descritas em [Barcelos et al., 2003] e [Barcelos et al., 2005], isto é, a EDP não-linear com seletor automático de parâmetros ótimos, com os recentes trabalhos [Demanet; Ying, 2007a], [Demanet; Ying, 2007b] e [Demanet, 2006] sobre análise harmônica, com operadores de morfologia matemática, tal como a transformada Top-Hat descrita em [Soille, 2003] e também com as ideias introduzidas aqui para sintetizar cada componente da decomposição (6.1).

Neste capítulo, o termo **textura** é empregado para identificar os dois primeiros tipos de textura presentes na classificação apresentada na tabela da Figura 13: textura **regular** e **pós-regular**, embora o método proposto também possa ser utilizado, com eficiência, em aplicações envolvendo texturas de natureza mais estocásticas.

6.2 A Abordagem Proposta

6.2.1 Descrição do problema

Seja f a imagem observada, com ruído, e I a imagem original, sem ruído, ambas em escala de cinzas, representadas pelas funções $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ e $I : D \rightarrow \mathbb{R}$, onde D é uma região retangular do \mathbb{R}^2 . Assumimos que tanto f quanto I podem ser estendidas periodicamente para todo o plano real, de forma que se tenha $f, I \in L^2(\mathbb{R}^2)$.

Baseado em [Rudin et al., 1992], supomos que o ruído é aditivo, isto é,

$$f(\mathbf{x}) = I(\mathbf{x}) + n(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in D, \quad (6.2)$$

onde n representa o ruído do tipo **gaussiano**, de **média 0** e **variância** σ_{noi}^2 ,

$$\int_D n(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = 0 \quad \text{e} \quad \int_D n^2(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = \sigma_{noi}^2. \quad (6.3)$$

Além disso, partimos da premissa de que a imagem original I é composta de estruturas geométricas bem definidas (“cartoon”) e de padrões oscilatórios, como textura e detalhes irregulares.

Assim, o objetivo aqui é minimizar o nível de ruído presente na imagem de entrada f , isto é, o impacto do ruído $n(\mathbf{x})$ deverá ser mínimo na imagem de saída, tornando-a visualmente mais próxima da imagem original I . A textura e os contornos intrínsecos embutidos na imagem de entrada devem ser mantidos e ressaltados, de forma que os componentes de saída u , \tilde{v} e w sejam tais que

$$I \cong \tilde{I} = u + \tilde{v} \quad \text{e} \quad n \cong w, \quad (6.4)$$

e representem as seguintes características de f :

- u : estrutura, esqueleto, ou “cartoon”.
- \tilde{v} : textura, contornos intrínsecos e detalhes irregulares.
- w : ruído e fundo.

6.2.2 Etapas da abordagem proposta

Seja f a imagem de entrada contaminada por ruído, tal como em (6.2). O algoritmo proposto pode ser descrito em termos de um sistema integrado de seis etapas essenciais, sendo a primeira (Passo 1), a penúltima (Passo 5) e a última (Passo 6) etapas do algoritmo onde são produzidas as imagens de saída enquanto que nos demais estágios (Passos 2, 3 e 4) são gerados componentes de suporte que auxiliam as imagens de saída anteriormente citadas. Todas essas etapas são apresentadas conforme a descrição a seguir:

1. **Decomposição clássica de imagens:** Calcula-se a decomposição da imagem inicial f em dois componentes, u e v , tal que $f = u + v$, onde u contém o esqueleto ou cartoon de f e v contém os elementos oscilantes da imagem, como o ruído, detalhes irregulares e textura.
2. **Remoção do ruído do componente textura-ruído:** Aplica-se um procedimento iterativo objetivando remover o ruído presente no componente v , produzindo, assim, uma imagem auxiliar v_1 , que contém os contornos intrínsecos, partes da textura e parte das bordas de v .
3. **Componente suporte da textura orientada:** Produz-se uma imagem auxiliar v_2 contendo a textura orientada de v , tal como regiões bem caracterizadas por padrões oscilatórios ou detalhes finos mais nítidos.
4. **Representação fuzzy das bordas e textura:** Aplica-se um determinado filtro morfológico em v_2 visando obter uma representação fuzzy das bordas e texturas da mesma. Este termo foi denominado aqui por $\omega_{v_2} : D \rightarrow [0, 1]$.
5. **Saída do componente contendo apenas a textura:** Realiza-se a combinação do componente v_1 , obtido na etapa 2, com o componente ω_{v_2} , gerado na etapa 4, produzindo uma imagem composta apenas pela textura, contornos intrínsecos, detalhes finos e irregulares, mas não o ruído. Tal imagem é identificada neste trabalho por \tilde{v} .
6. **Saída da imagem recuperada e do componente caracterizado pelo ruído e fundo:** Realiza-se a associação do componente u , obtido na etapa 1, com o

componente \tilde{v} , gerado na etapa anterior. Além disso, pode-se obter a imagem w caracterizada pelo ruído e fundo da imagem, satisfazendo assim a decomposição de três termos.

O esquema da Figura 80 mostra todas as etapas apresentadas anteriormente com os dados de entrada e saída em cada um dos casos.

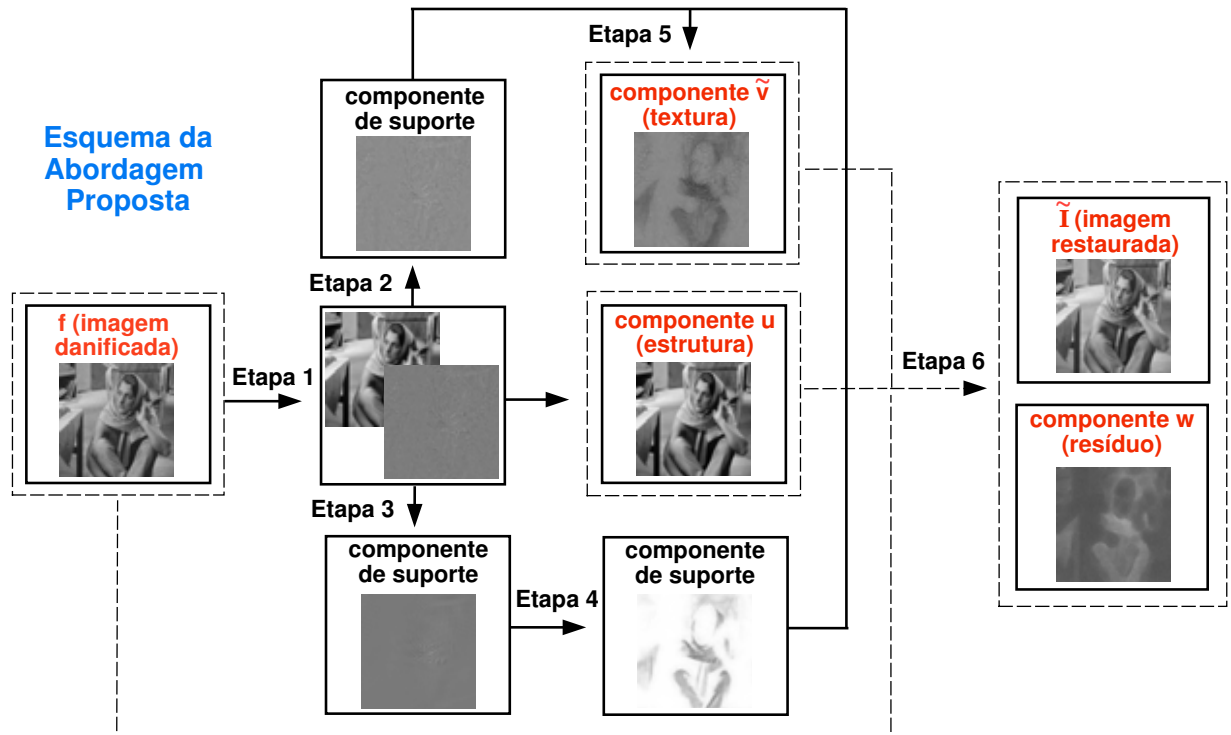


Figura 80: Esquema ilustrativo do método proposto.

Na seção a seguir, descrevemos, com detalhes, cada uma dessas etapas.

6.3 Descrição do Método Proposto

6.3.1 Decomposição clássica de imagens

Na primeira etapa do método proposto, a ideia é decompor a imagem inicial f em duas componentes, u e v , com $f = u + v$, tal como descrito no início desse capítulo. Para este propósito, utilizamos um modelo não-simultâneo de dissociação de domínios: a EDP anisotrópica não-linear proposta em [Barcelos et al., 2003], isto é, (2.10). Conforme a descrição apresentada no Capítulo 2 e em [Casaca; Boaventura, 2008b], esse modelo pode ser adaptado para tal finalidade de forma a garantir bons resultados, em comparação com demais abordagens correlatas.

Desta maneira, o processo de decomposição é aplicado à imagem observada f , mediante à aplicação da EDP (2.10), o qual resulta no componente cartoon u e, posteriormente, no componente texturizado v , conforme a equação (2.14).

Uma alternativa para implementar essa etapa do algoritmo é utilizar qualquer modelo que seja capaz de suavizar, de forma incisiva, a imagem, tal como [Malik; Perona, 1990, Alvarez et al., 1992, Rudin et al., 1992, Starck et al., 2002, Burger et al., 2006], entre outros. Outra boa alternativa é usar um modelo de decomposição simultânea do tipo cartoon-textura, tais como os relatados no Capítulo 2.

A justificativa para se utilizar o modelo dado pela EDP não-linear proposta em [Barcelos et al., 2003] é que, do ponto de vista computacional, tal implementação se torna muito mais favorável e prática, pois além dos resultados apresentados serem semelhantes em relação aos obtidos pelos demais modelos da literatura, é necessário utilizá-lo em uma outra etapa de nossa abordagem.

O algoritmo numérico usado para implementar a EDP não-linear dada em (2.10) foi baseado nas referências [Barcelos et al., 2003], [Silva Jr, 2001], [Casaca; Boaventura, 2008b] e [Casaca; Boaventura, 2009b].



Figura 81: Imagens envolvidas na etapa 1. (a) Imagem de entrada f contendo ruído, (b) estrutura ou cartoon u e (c) padrões oscilatórios v (ruído e textura).

6.3.2 Remoção do ruído do componente textura-ruído

O objetivo nesta etapa é remover o ruído do componente v , obtido na etapa anterior, visando minimizar as perdas das bordas, contornos intrínsecos, texturas e detalhes finos de v . Novamente, usamos o modelo não-linear (2.10), mas agora a equação aplicada é auxiliada pelo seletor de parâmetros ótimos proposto em [Barcelos et al., 2005]. Adaptando as variáveis para o problema ora analisado, a equação adotada passa a ser dada por:

$$\frac{\partial v^{(t)}}{\partial t} = g|\nabla v^{(t)}| \operatorname{div} \left(\frac{\nabla v^{(t)}}{|\nabla v^{(t)}|} \right) - \lambda(1 - g)(v^{(t)} - v), \quad (6.5)$$

$$v(\mathbf{x})^{(0)} = v(\mathbf{x}), \quad \frac{\partial v(\mathbf{x})^{(t)}}{\partial \vec{n}} \Big|_{\partial D \times \mathbb{R}_+} = 0, \quad \mathbf{x} \in D, \quad t \in \mathbb{R}_+,$$

onde v representa a imagem inicial contendo textura/ ruído, $v^{(t)}$ é sua versão na escala temporal t e g , λ e σ são dados pelas formulações consideradas em (2.10).

A primeira grande vantagem em se utilizar o modelo não-linear (6.5) em relação aos modelos clássicos da literatura (veja as referências [Malik; Perona, 1990, Nordstrom, 1990, Alvarez et al., 1992, Rudin et al., 1992, Starck et al., 2002, Burger et al., 2006]) é que com esse modelo é aplicada uma difusão balanceada, controlada por um detector sensível de contornos e, desde que a imagem v é simultaneamente caracterizada por textura, detalhes irregulares e ruído, somente as regiões onde não há predominância de contornos estarão sujeitas à difusão da equação (6.5). Assim, boa parte da textura, bordas e dos contornos intrínsecos serão preservados neste processo. Em contrapartida, é verídico que uma par-

cela desses detalhes irregulares (textura orientada e detalhes finos) serão suavizados no decorrer do processo. Entretanto, esta deficiência é contornada por nosso protótipo computacional na etapa da sintetização do componente suporte da textura orientada, etapa esta a ser apresentada na próxima seção.

A segunda grande vantagem é que existem apenas dois parâmetros a serem determinados na resolução numérica de (6.5): a constante k , e a melhor escala para \hat{t} . Este último parâmetro é mencionado aqui como **tempo ótimo de suavização** [Barcelos et al., 2005]. De acordo com [Barcelos et al., 2005], é possível determinar a melhor escolha para cada um desses parâmetros.

Seguindo as ideias de [Barcelos et al., 2005], matematicamente o **tempo ótimo de parada** é uma constante $T > 0$ tal que $v(\mathbf{x})^{(T)}$ é uma boa aproximação de $v(\mathbf{x})^{(t)}$ quando $t \rightarrow \infty$, no sentido da definição a seguir:

Definição 3 (Tempo ótimo de parada). *Dada uma constante $\varepsilon > 0$ e uma imagem $v(\mathbf{x})^{(t=0)}$, o tempo $T = T(\varepsilon) > 0$ é chamado de tempo ótimo de suavização quando*

$$|v(\mathbf{x})^{(T)} - v(\mathbf{x})^{(t)}| < \varepsilon, \quad (6.6)$$

para todo $t > T$.

Em [Barcelos et al., 2005], os autores associaram o escalar σ do núcleo gaussiano G_σ com o desvio padrão do ruído σ_{noi} da imagem inicial $v = v(\mathbf{x})^{(t=0)}$, o qual resultou em uma estimativa para o tempo ideal T de parada do processo evolucionário associado a (6.5):

$$T = \frac{\sigma_{noi}^2}{a}, \quad (6.7)$$

onde σ é o desvio padrão da imagem v e $a = 2\sigma$ é o produto presente no núcleo gaussiano (2.12). Para maiores detalhes, o leitor pode consultar a referência [Barcelos et al., 2005].

Encorajados pelos autores [Barcelos et al., 2005], adotamos como tempo ótimo de suavização \hat{t} como na equação (6.7), isto é,

$$\hat{t} = T. \quad (6.8)$$

De posse do tempo ideal de parada T , é possível obter automaticamente (a menos do passo temporal Δt) o número de iterações do modelo e também a melhor escala t para a função gaussiana (2.12), tal como (6.8). Esta vantagem na obtenção automática dos parâmetros de entrada do modelo (6.5) torna-o bastante eficiente e prático, minimizando consideravelmente a intervenção do usuário nesta etapa do algoritmo.

Por outro lado, há o empecilho do tempo ideal T estar diretamente relacionado com o desvio padrão do ruído σ_{noi} . Para imagens sintéticas, é possível calcular σ_{noi} , entretanto, para imagens reais, em geral, isso torna-se uma tarefa manual.

Para a implementação numérica de (6.5), constrói-se um procedimento iterativo cujo critério de parada passa a ser amparado pelo tempo ótimo T (6.8). Neste caso, T é utilizado na função gaussiana (2.12), como relatado anteriormente. Assim, o número de iterações N fica sendo determinado pela seguinte expressão:

$$N = \frac{T}{\Delta t}. \quad (6.9)$$

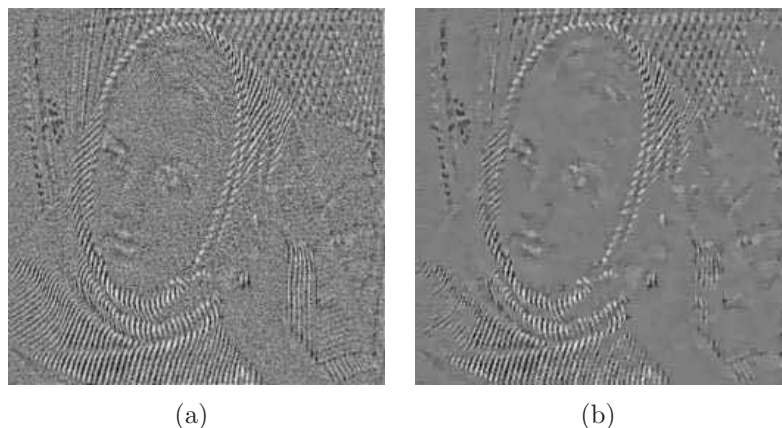


Figura 82: Detalhe da etapa 2. (a) Imagem de entrada v e (b) contornos intrínsecos e partes da textura, representadas aqui pela imagem v_1 . Note em v_1 que, embora haja perdas de textura nas proximidades do pescoço e no fundo, os contornos intrínsecos do rosto são preservados, tais como os olhos, boca e cabelo.

Para os detalhes da discretização de (6.5), sugerimos os papers [Barcelos et al., 2003], [Silva Jr, 2001], [Casaca; Boaventura, 2008a] e [Casaca; Boaventura, 2009b].

6.3.3 Componente suporte da textura orientada

Essa é uma das etapas mais importantes do esquema proposto, pois é nela que extraímos a textura orientada e a maioria dos detalhes oscilatórios da imagem. Para realizar esta tarefa, propomos utilizar um recente estudo de **variantes wavelets** introduzido em [Demanet; Ying, 2007a] e [Demanet; Ying, 2007b] para análise de texturas, o qual ficou conhecido como *wave atoms*.

Wave atoms é uma variante obtida por meio de um wavelets $2D$ obedecendo a importante relação da escala parabólica *wavelength* \sim (diâmetro)², o qual melhora a representação esparsa de certos padrões oscilatórios quando comparado com expansões mais tradicionais, como wavelets ou curvelets. Mais precisamente, significa que as funções oscilatórias com distorções (texturas orientadas) tem uma significativa expansão de esparsidade em wave atoms do que nas demais representações da literatura.

Wave atoms tem duas grandes vantagens em relação a outras transformações: a habilidade de se adaptar arbitrariamente em locais definidos por um determinado padrão e a habilidade de representar esparsamente padrões anisotrópicos alinhados com os eixos coordenados. Os elementos de composição dos wave atoms tem elevada sensibilidade direcional e anisotropia, o que os tornam ideais para aplicações onde se pretenda identificar regiões caracterizadas por padrões oscilatórios, tal como a textura, como é o caso aqui descrito.

Transformação wave atoms

No que segue, com base em [Demanet; Ying, 2007a], daremos uma breve explanação sobre os precedentes matemáticos relativos às wave atoms. Para maiores detalhes, veja também [Villemoes, 2002] e [Demanet; Ying, 2007b].

Considere a wave atom φ_μ , com os subíndices $\mu = (j, \mathbf{m}, \mathbf{n}) = (j, m_1, m_2, n_1, n_2)$. As cinco quantidades acima são valores inteiros e indexam um ponto (x_μ, ω_μ) no espaço de fase, tal como $x_\mu = 2^{-j} \mathbf{n}$, $\omega_\mu = \pi 2^{-j} \mathbf{m}$, $c_1 2^j \leq \max_{i=1,2} |m_i| \leq c_2 2^j$, onde c_1 e c_2 são duas constantes positivas. Os elementos de um *frame* da família φ_μ são chamados wave atoms quando

$$|\widehat{\varphi}_\mu(\omega)| \leq C_M \cdot 2^{-j}(1 + 2^{-j}|\omega - \omega_\mu|)^{-M} + C_M \cdot 2^{-j}(1 + 2^{-j}|\omega + \omega_\mu|)^{-M}, \text{ e}$$

$$|\varphi_\mu(x)| \leq C_M \cdot 2^j(1 + 2^j|x - x_\mu|)^{-M}, \quad \forall M > 0. \quad (6.10)$$

Para a construção da wave atom destinada ao nosso problema, primeiramente consideramos o caso de uma família $1D$ de *wave packets* $\psi_{m,n}^j(x) \geq 0$, $m \geq 0$, $n \in \mathbb{N}$, no âmbito das mesmas condições acima.

Seja ζ uma função real contínua dada em $\left[-\frac{7\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}\right]$, tal que para $|\omega| \leq \frac{\pi}{3}$,

$$\zeta\left(\frac{\pi}{2} - \omega\right)^2 + \zeta\left(\frac{\pi}{2} + \omega\right)^2 = 1 \quad \text{e} \quad \zeta\left(-\frac{\pi}{2} - 2\omega\right) = \zeta\left(\frac{\pi}{2} + \omega\right).$$

Defina ν como a transformação inversa de Fourier, $\nu(t) = (2\pi)^{-1} \int \zeta(\omega) \exp(i\omega t) d\omega$ e $\psi_m^0(t) = 2\text{Re}\{\exp(i\pi(m + \frac{1}{2})t) \nu((-1)^n(t - \frac{1}{2}))\}$. Então, de acordo com as referências [Demagnet; Ying, 2007a, Villemoes, 2002], a transformação de Fourier de ψ_m^0 é dada por

$$\widehat{\psi}_m^0(\omega) = \exp\left(-\frac{i\omega}{2}\right) \left[\exp(i\alpha_m)\zeta(\epsilon_m(\omega - \pi(m + \frac{1}{2}))) + \exp(-i\alpha_m)\zeta(\epsilon_{m+1}(\omega + \pi(m + \frac{1}{2}))) \right], \quad (6.11)$$

onde $\epsilon_m = (-1)^m$, $\alpha_m = \frac{\pi}{2}(m + \frac{1}{2})$, e ζ deve ser tal que $\sum_{m=0}^{\infty} |\widehat{\psi}_m^0|^2 = 1$.

Desta forma, podemos escrever as funções que compõem a base por meio da expressão $\psi_{m,n}^j(x) = \psi_m^j(x - 2^{-j}n) = 2^{\frac{j}{2}}\psi_m^0(2^jx - n)$, cujos coeficientes podem ser obtidos por $c_{j,m,n} = \int \psi_{m,n}^j v(x) dx = \frac{1}{2\pi} \int \exp(i2^{-j} - n\omega) \overline{\widehat{\psi}_m^j(\omega)} \widehat{v}(\omega) d\omega$.

No caso bidimensional (versão $2D$), a extensão pode ser computada por,

$$\varphi_\mu^+(x_1, x_2) := \psi_{m_1, n_1}^j(x_1) \psi_{m_2, n_2}^j(x_2),$$

$$\varphi_\mu^-(x_1, x_2) := H\psi_{m_1, n_1}^j(x_1) H\psi_{m_2, n_2}^j(x_2), \quad (6.12)$$

onde $\mu = (j, \mathbf{m}, \mathbf{n})$ e a segunda equação é obtida com base na transformada de Hilbert relativa a *wavelet packets* em questão. Portanto, a combinação

$$\varphi_{\mu}^{(1)} = \frac{\varphi_{\mu}^{+} + \varphi_{\mu}^{-}}{2}, \quad \varphi_{\mu}^{(2)} = \frac{\varphi_{\mu}^{+} - \varphi_{\mu}^{-}}{2} \quad (6.13)$$

fornece uma base de funções com dois *bumps* no plano de frequência, simétrico com relação à origem. Desta forma, $\varphi_{\mu}^{(1)}$ e $\varphi_{\mu}^{(2)}$ formam vinculado ao *frame wave atom*. Aqui, os coeficientes da wave atoms $c_{\mu}^{(1)}$ e $c_{\mu}^{(2)}$ são constituídos pelo produto escalar do componente v com $\varphi_{\mu}^{(1)}$ e $\varphi_{\mu}^{(2)}$, respectivamente.

Para o problema de **eliminação de ruídos**, é recomendável que se utilize “wave atom com encolhimento” (*wave atom shrinkage*), a qual é formulada por

$$v_c = \sum_{\mu} \theta(c_{\mu}^{(1)}(v))\varphi_{\mu}^{(1)} + \theta(c_{\mu}^{(2)}(v))\varphi_{\mu}^{(2)}, \quad (6.14)$$

onde $\theta = \theta_{\gamma}$ é uma função de limiarização, aqui adotada por

$$\theta_{\gamma} = \begin{cases} x, & |x| \geq \gamma \\ 0, & |x| < \gamma, \end{cases} \quad (6.15)$$

e γ é o limiar em questão.

Neste trabalho, utilizamos uma wave atom com encolhimento para a extração da textura orientada da imagem componente v . Tomamos uma transformação baseada na wave atom tal como apresentada abaixo:

$$v_2 := T_{\gamma}v = (WA)^{-1}\theta_{\gamma}(WA)(v), \quad (6.16)$$

onde WA denota a transformação wave atom (usamos a versão $2D$), $(WA)^{-1}$ a transformação inversa (veja [Demanet; Ying, 2007a, Demanet; Ying, 2007b]), θ_{γ} é a função de limiar (6.15) mencionada anteriormente e v_2 é o componente de saída. Aqui, o operador não-linear T preservará e ressaltará importantes características da imagem examinada v , como textura orientada, detalhes oscilantes e padrões irregulares.

A implementação da transformação wave atom encolhida adotada consiste na realização de três passos: primeiramente aplicamos a transformação wave atom $2D$ acima (operador WA). Em seguida, removemos alguns coeficientes insignificantes da wave atom

por meio da limiarização (6.15). Finalmente, no último passo aplicamos a transformação inversa WA^{-1} com o intuito de reconstruir o sinal contendo os coeficientes remanescentes no passo anterior.

A versão discreta das wave atoms aqui consideradas são apresentadas nas referências [Demanet; Ying, 2007a, Demanet; Ying, 2007b] para o caso unidimensional assim como para o caso bidimensional. O algoritmo numérico utilizado é baseado na transformada rápida de Fourier e em *wrapping trick*. Para a discretização computacional da wave atom presente no modelo proposto, utilizamos o pacote *WaveatomLab*, o qual pode ser encontrado no site <http://www.waveatom.org>.

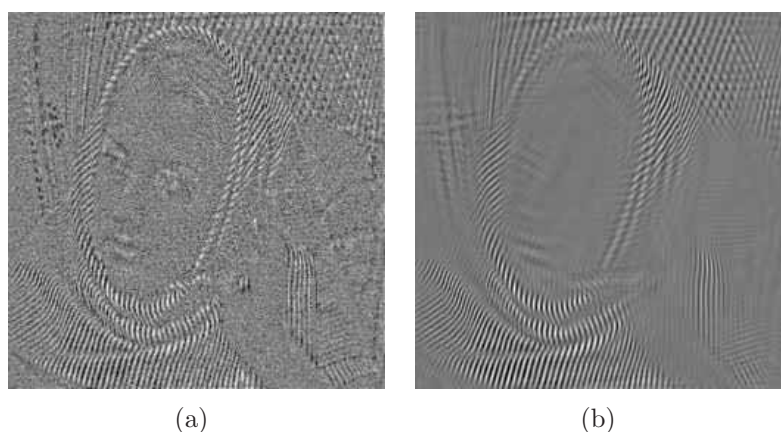


Figura 83: Detalhe da etapa 3. (a) Imagem de entrada v e (b) textura orientada e detalhes irregulares v_2 . Note que ao contrário do que ocorreu na Figura 82(b), toda a textura orientada é ressaltada em v_2 , no entanto, os contornos intrínsecos (ex.: detalhes da face) foram perdidos ou ficaram totalmente sem definição.

Wave atoms \times outros sistemas

A principal vantagem dos métodos baseados em wavelets é a localização do espaço de frequência e a visualização multi-escalar das características das superfícies. Contudo, sabe-se que wavelets tradicionais não são boas para analisar superfícies com “arranhões” ou texturas, devido as wavelets ignorarem as propriedades definidas por características geométricas das bordas e texturas, as quais conduzem a uma forte oscilação ao longo desses “arranhões”.

Por outro lado, as transformações do tipo curvelets, tais como [Candés; Donoho, 2004, Candés et al., 2006] são transformações geométricas multi-escalares, as quais constituem

uma ótima representação esparsa de objetos caracterizados por singularidades diversas. Entretanto, elas não funcionam com tanta eficiência quando o objetivo é representar texturas oscilantes, isto é, não são eficientes para caracterizar superfícies contendo texturas orientadas, como impressões digitais, imagens fotográficas, entre outras classes de imagens.

Curvelets são boas para representação de bordas enquanto wave atoms são boas para representação de padrões oscilatórios e texturas. Os elementos básicos de caracterização da textura nas wave atoms não apenas capturam os padrões ao longo das oscilações, a exemplo das curvelets, mas também levam em consideração os padrões entre as oscilações (observe a Figura 84(a)-(b)).

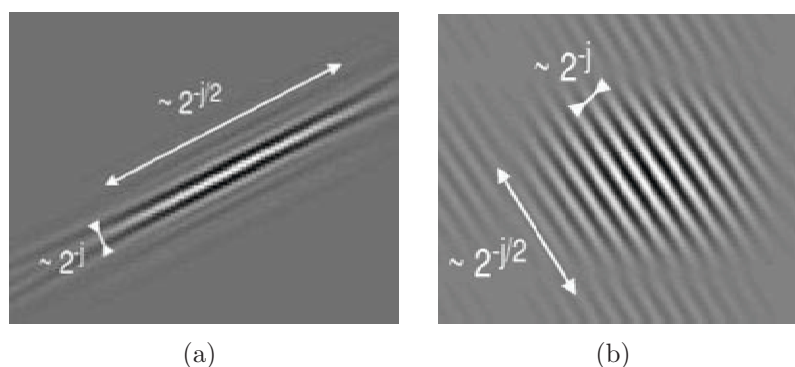


Figura 84: (a) Uma curvelet digital [Candés et al., 2006] e (b) um wave atom digital [Demanet; Ying, 2007a].

6.3.4 Representação fuzzy das bordas e texturas

Nesta etapa de processamento, o algoritmo tem como objetivo produzir uma representação *fuzzy* (em $[0, 1]$) dos traços, contornos e principalmente da textura orientada (não-intrínseca) da imagem suporte v_2 , gerada no passo anterior. Para este propósito, usamos uma abordagem baseada em filtros morfológicos, similar à adotada nos algoritmos do Capítulo 4. Como o objetivo aqui é manter os padrões oscilatórios do componente v_2 , optamos por utilizar filtros que combinem a imagem analisada com suas versões obtidas por intermédio de operadores de abertura ou fechamento [Soille, 2003]. Essas transformações são constituídas de uma classe de filtros, conhecidas na literatura por transformadas *Top-hat*.

De acordo com [Soille, 2003], a transformação **Top-hat de abertura** WTH de uma dada imagem I é definida por

$$WTH(I) = I - \gamma(I), \quad (6.17)$$

enquanto que a transformação **Top-hat de fechamento** é dada por

$$BTH(I) = \rho(I) - I, \quad (6.18)$$

onde γ e ρ são os operadores clássicos de abertura e de fechamento,

$$\gamma_B(I) = \delta_{\hat{B}}[\varepsilon_B(I)] \quad \text{e} \quad \phi_B(I) = \varepsilon_{\hat{B}}[\delta_B(I)], \quad (6.19)$$

respectivamente. Aqui, ambas equações de (6.19) são dadas em termos de (4.3) e (4.4). Para maiores detalhes, sugerimos [Soille, 2003].

Nesta etapa do algoritmo, o objetivo é enfatizar a textura e simultaneamente remover as partes heterogêneas de v_2 . Sendo assim, optamos por utilizar uma transformação do tipo Top-hat para realizar tal tarefa. Mais precisamente, aplicamos a transformação (6.18) à imagem v_2 , obtida no passo anterior, para ressaltar suas características oscilatórias e para a correção do fundo. A imagem resultante conterá detalhes oscilatórios caracterizados pelas tonalidades de cinza bem próximas a do preto enquanto o interior dos objetos e o fundo serão caracterizados por tonalidades de cinza próximas a do branco.

Para finalizar esta etapa, o algoritmo converte a imagem pré-processada com intensidades de cinza limitado ao intervalo $[0, 1]$. Isso tem por finalidade gerar uma representação *fuzzy* dos contornos e da textura orientada, a qual servirá de guia para a geração do componente final \tilde{v} , caracterizado pela textura orientada, contornos intrínsecos e detalhes irregulares da imagem inicialmente observada f .

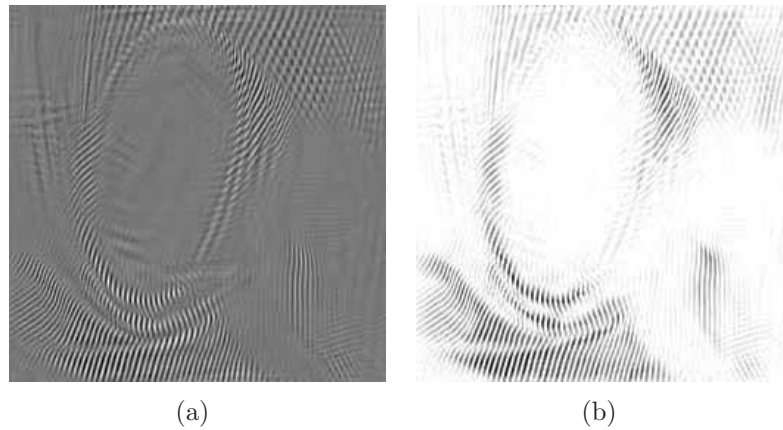


Figura 85: Detalhe da etapa 4. (a) Imagem de entrada v_2 e (b) realce da textura orientada de v_2 com correção do fundo (imagem ω_{v_2}).

6.3.5 Saída do componente contendo apenas textura

Esta etapa é destinada à sintetização do componente final \tilde{v} , o qual representa todas as características oscilatórias da imagem observada, com exceção do ruído. Esse componente deverá ser composto pela textura orientada (não-intrínseca), contornos intrínsecos (detalhes finos), bordas e detalhes irregulares.

Para cumprir esta tarefa, a ideia é combinar os componentes auxiliares gerados nas etapas 2 e 4, isto é, o componente caracterizado pelos contornos intrínsecos e partes da textura de v_1 e o componente ω_{v_2} , caracterizado pela representação *fuzzy* da textura orientada de v , respectivamente. Motivados pelas ideias de [Malik; Perona, 1990, Alvarez et al., 1992], e [Barcelos et al., 2003] introduzimos uma eficiente técnica de ponderação entre ω_{v_2} e v_1 , de forma que as características ausentes em cada um desses componentes possam ser compensados um em relação ao outro. Mais precisamente, a textura contida em ω_{v_2} será sobreposta nas regiões onde há ausência dessas informações na imagem suporte v_1 .

Desta maneira, o segundo componente de nossa decomposição de três termos, \tilde{v} é dado como segue:

$$\tilde{v}(\mathbf{x}) := \omega_{v_2}(\mathbf{x}) \cdot v_1(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in D, \quad (6.20)$$

onde o produto acima é computado pixel-a-pixel.

Aqui, a ideia proposta é muito parecida com a utilizada na computação do termo de

difusividade g , estudada na etapa 2, que visa balancear e atribuir pesos para cada pixel de acordo com a natureza de sua classificação.

Esse realce entre os pixels não contribui para uma variação no intervalo de definição da imagem de entrada v_1 , já que ω_{v_2} está definida no intervalo normalizado $[0, 1]$.

Por causa da aplicação da transformada Top-hat de fechamento (6.18), os pixels que representam a textura em ω_{v_2} estarão mais próximos de zero enquanto os que representam o fundo e as regiões homogêneas estarão próximos de 1. Por outro lado, no componente v_1 não há pixels com altas variações, já que o ruído foi previamente eliminado. Além disso, o componente v_1 preserva as bordas e os contornos intrínsecos da imagem observada f , o que acaba não ocorrendo com o termo ω_{v_2} . Assim, pode-se aproveitar exatamente as principais vantagens de cada componente: a textura orientada de ω_{v_2} e os contornos intrínsecos de v_1 .

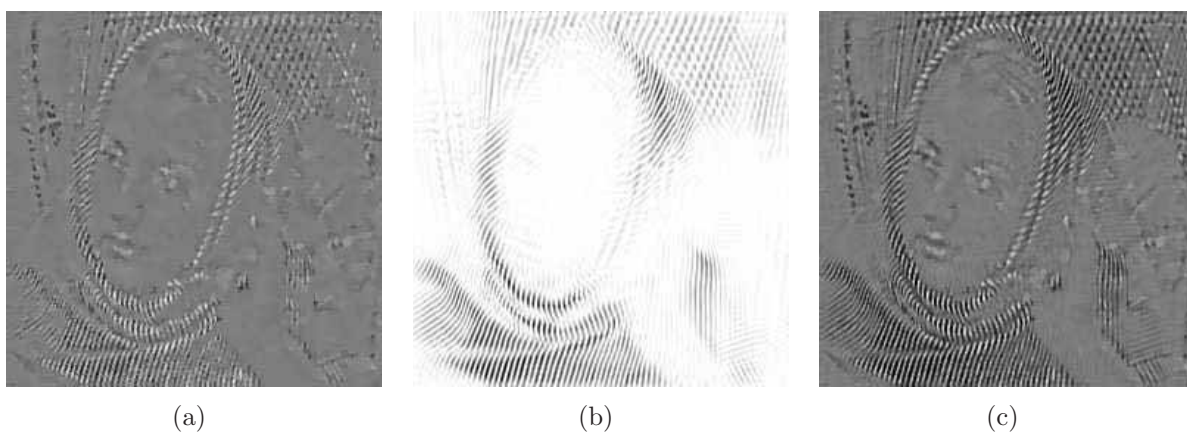


Figura 86: Detalhe da etapa 5. (a) Imagem de entrada v_1 , caracterizada pelos contornos intrínsecos, (b) representação fuzzy ω_{v_2} da textura orientada e (c) combinação das características de v_1 com ω_{v_2} , resultando no componente final \tilde{v} definido pelos padrões oscilatórios da imagem observada f , exceto o ruído.

6.3.6 Saída da imagem recuperada e do componente caracterizado pelo ruído e fundo

O último passo de nosso esquema consiste na obtenção da imagem recuperada \tilde{I} e da imagem composta pelo ruído e pelo fundo, w . Além disso, é nesta etapa que é finalizado o processo de decomposição da imagem inicial f em termos dos três componentes anteriormente mencionados: u (estrutura), \tilde{v} (textura) e w (ruído e fundo).

Como o componente u representa a estrutura ou “cartoon” da imagem observada f e \tilde{v} a textura orientada, bordas e contornos intrínsecos (mas não o ruído), de acordo com o modelo clássico de Y. Meyer [Meyer, 2002], basta somar ambas as imagens para obter a imagem restaurada. A grande vantagem é que o ruído foi removido mediante a aplicação dos passos anteriores, tanto em u como em \tilde{v} . Então, neste caso,

$$\tilde{I}(\mathbf{x}) := u(\mathbf{x}) + \tilde{v}(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in D, \quad (6.21)$$

onde a soma é computada pixel-a-pixel.

A caracterização do ruído é efetuada pelo cálculo do resíduo entre a imagem restaurada \tilde{I} e a imagem observada f , isto é:

$$w(\mathbf{x}) := f(\mathbf{x}) - \tilde{I}(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in D, \quad (6.22)$$

na qual a subtração é desenvolvida, também, pixel-a-pixel. Neste caso, esta operação define não só o ruído adicionado a f , mas também pequenos fragmentos do fundo da imagem.

Finalmente, além de gerar a imagem reconstruída \tilde{I} , o algoritmo também satisfaz rigorosamente à decomposição de três termos

$$f = u + \tilde{v} + w, \quad (6.23)$$

ou a uma decomposição não-usual de dois termos

$$f = \tilde{I} + w. \quad (6.24)$$

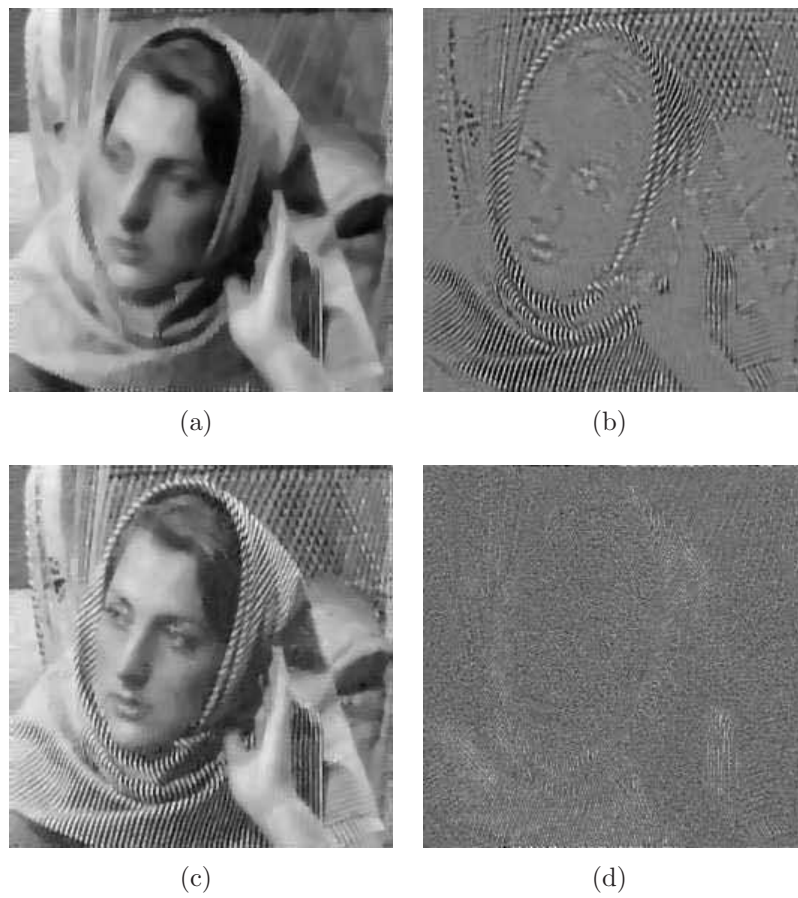


Figura 87: Detalhe da etapa final 6. (a) Imagem de entrada u , (b) \tilde{v} , (c) imagem restaurada \tilde{I} , obtida pela soma de u com \tilde{v} e (d) resíduo w contendo o ruído e pequenos detalhes da imagem observada f .

6.4 Resultados Experimentais

Esta seção é destinada à apresentação de alguns experimentos obtidos pelo modelo proposto, nas quais foram utilizadas imagens em escala de cinza definidas no intervalo padrão $[0, 255]$. A dimensão das imagens testadas variam e são relatadas em cada um dos experimentos descritos.

Na primeira etapa do algoritmo, utilizamos (6.5) suportada pelas equações (2.11) e (2.13), onde adotamos $\lambda = 1$ e o passo temporal $\Delta t = 0.1$ em todos os exemplos considerados. O número de iterações N e o desvio padrão do ruído σ_{noi} foram parâmetros previamente fornecidos, uma vez que esses variam de acordo com cada experimento.

Na segunda etapa usamos, novamente, a equação descrita no parágrafo anterior e, mais uma vez, adotamos $\lambda = 1$. Aqui, o número de iterações N fica sendo determinado pela equação (6.9), enquanto que Δt e σ_{noi} são definidos como parâmetros de entrada.

Na terceira etapa, o único parâmetro de entrada é o limiar γ enquanto que na quarta etapa adotamos dois tipos de elementos estruturantes nos experimentos a seguir: disco ou bola.

Na quinta e sexta etapas não há parâmetros a serem determinados ou fornecidos.

Na seção a seguir procuramos enfatizar o esquema de decomposição em três termos proposto enquanto que na segunda seção avaliamos a boa performance da aplicação direcionada à eliminação de ruído em comparação com outros modelos recentes da literatura.

6.4.1 Restauração e decomposição usando o modelo proposto

No que segue, mostramos dois experimentos realizados em imagens com diferentes níveis de complexidade: uma imagem real, com alto detalhamento, e uma de impressão digital. Aqui, primeira imagem experimental é constituída por uma matriz de dimensões 512×512 enquanto a segunda possui dimensões 256×256 .

Experimento 1

Nosso primeiro experimento faz alusão à fotografia da Barbara (signal to noise ratio - $SNR = 10.5$), a qual contém importantes características a serem preservadas, tais como:

a textura presente nas pernas, próxima do pescoço, no fundo, e, também, os contornos intrínsecos do rosto.

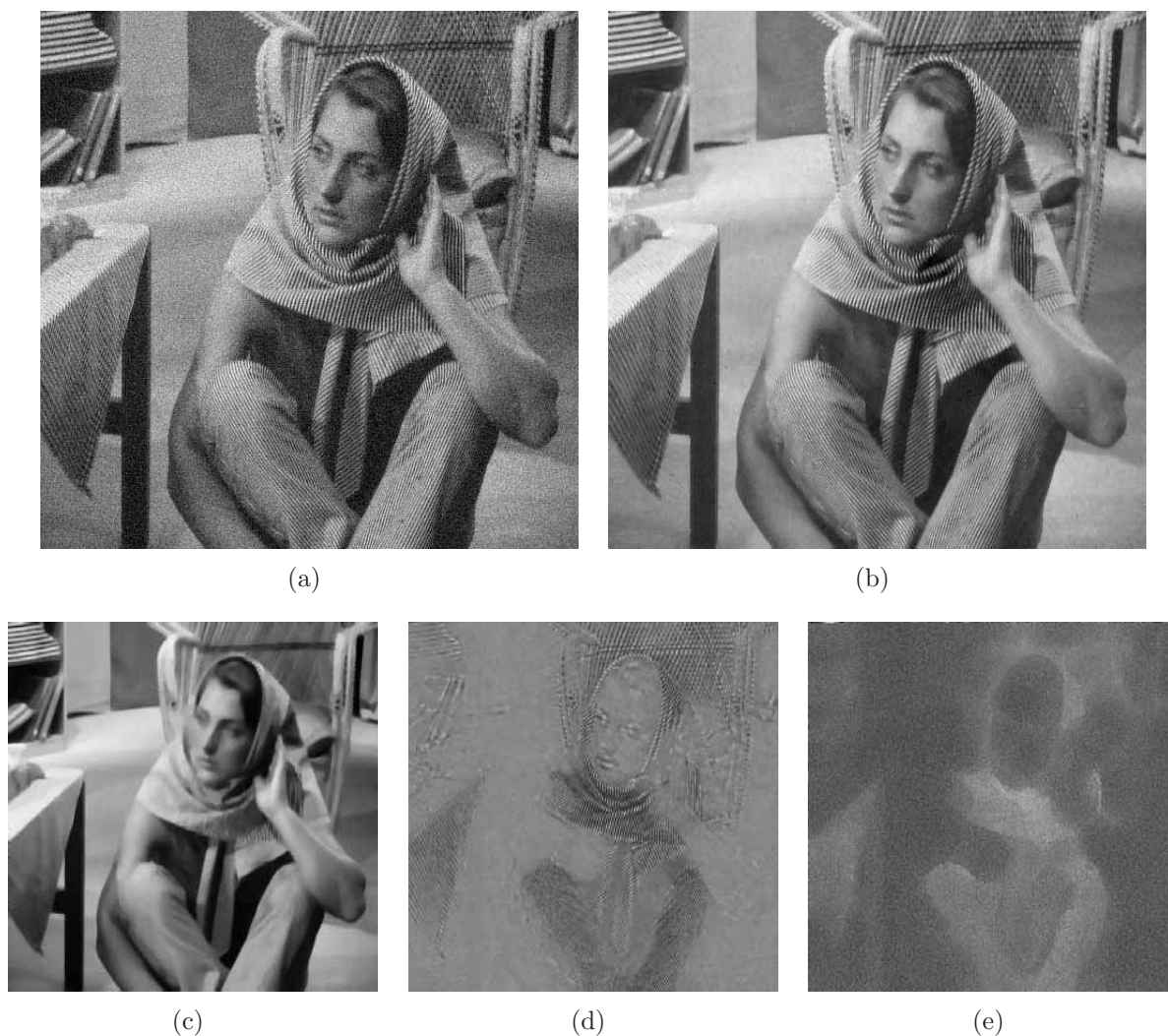


Figura 88: Decomposição em três componentes. (a) Imagem observada f ($SNR = 10.5$), (b) imagem recuperada pelo método proposto, (c) estrutura/cartoon u , (d) textura e detalhes intrínsecos \tilde{v} e (e) ruído e resíduo w . Aqui, $f = u + \tilde{v} + w$.

A Figura 88(a) apresenta a imagem-alvo f enquanto que a imagem em 88(c) mostra o componente u , caracterizado pelo cartoon de f , obtido na primeira etapa ($\sigma_{noi} = 20$ e $N = 40$). Tomando-se $\Delta t = 0.05$, $\sigma_{noi} = 8$ no segundo passo, $\gamma = 0.21$ no terceiro passo e um disco de raio 12 no quarto passo, o algoritmo gera a imagem da Figura 88(d) \tilde{v} contendo os detalhes oscilatórios restaurados, com exceção do ruído. Tanto os contornos intrínsecos como a textura orientada de f estão presentes em \tilde{v} , isto é, não houve perdas significativas de características de natureza oscilatória. Podemos ver que os componentes 88(c) e 88(d) ficaram bem definidos no sentido da percepção visual dos modelos clássicos de

decomposição [Meyer, 2002] e [Vese; Osher, 2003], além de também satisfazer à igualdade $f = u + \tilde{v} + w$.

Finalmente, as Figuras 88(b) e 88(e) apresentam a imagem recuperada \tilde{I} e o componente w contendo o ruído e o fundo, respectivamente. Podemos observar que o método proposto apresentou boa funcionalidade tanto na remoção do ruído como na preservação da textura e dos contornos, além de produzir uma decomposição em três termos distintos.

Experimento 2

No experimento em questão analisamos uma imagem de impressão digital com um nível de ruído considerável ($SNR = 4.5$).

A Figura 89(a) representa a imagem-alvo enquanto que as Figuras 89(b), (c) e (d) denotam os três componentes da decomposição estudada: estrutura/cartoon u , textura \tilde{v} e ruído/fundo w , respectivamente.

As Figuras 90(a) e (b) mostram a imagem original e a imagem restaurada obtida pelo nosso sistema (etapa 1 - $\sigma_{noi} = 25, N = 200$; etapa 2 - $\Delta t = 0.06, \sigma_{noi} = 18$; etapa 3 - $\gamma = 0.16$; etapa 4 - $B =$ bola de raio 10 e comprimento 3), respectivamente.

Em termos de qualidade visual, a imagem restaurada da Figura 90(b) está bastante próxima da imagem original (Figura 90(a)). Além disso, a imagem residual $w = f - (u + \tilde{v})$, representada pela Figura 89(d), destacou somente o ruído e partes do fundo da imagem observada f , não mantendo qualquer tipo de resquícios da textura presente no polegar.

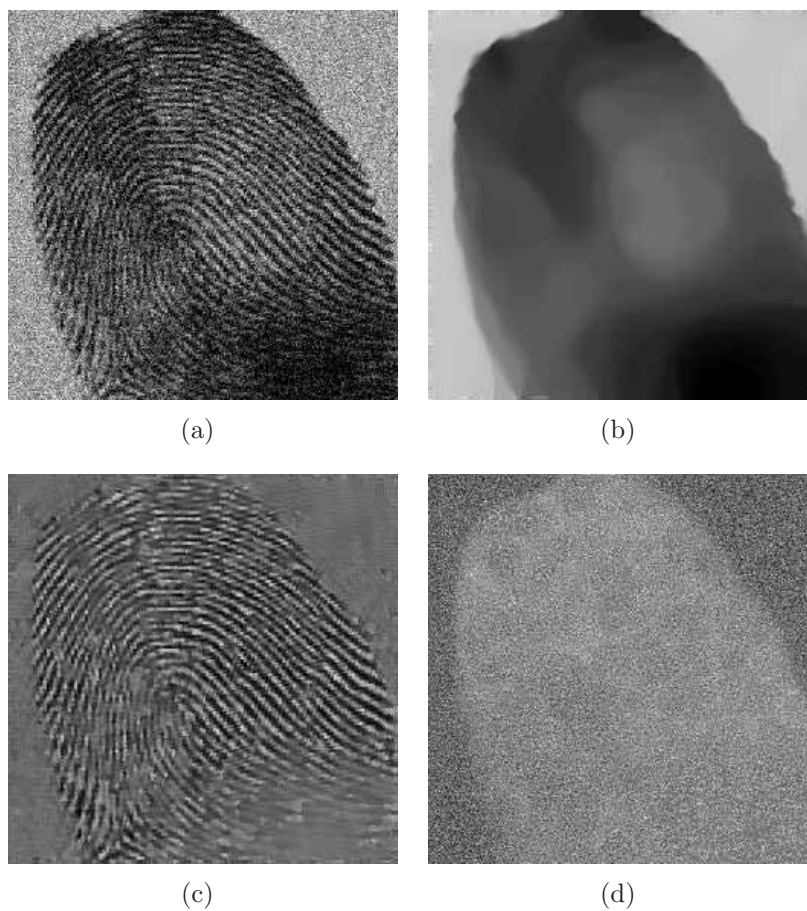


Figura 89: Decomposição em três componentes. (a) Imagem com ruído f ($SNR = 4.5$), (b) estrutura/cartoon u , (c) textura e detalhes intrínsecos \tilde{v} , (d) ruído e fundo w . Todas os três componentes satisfazem $f = u + \tilde{v} + w$.

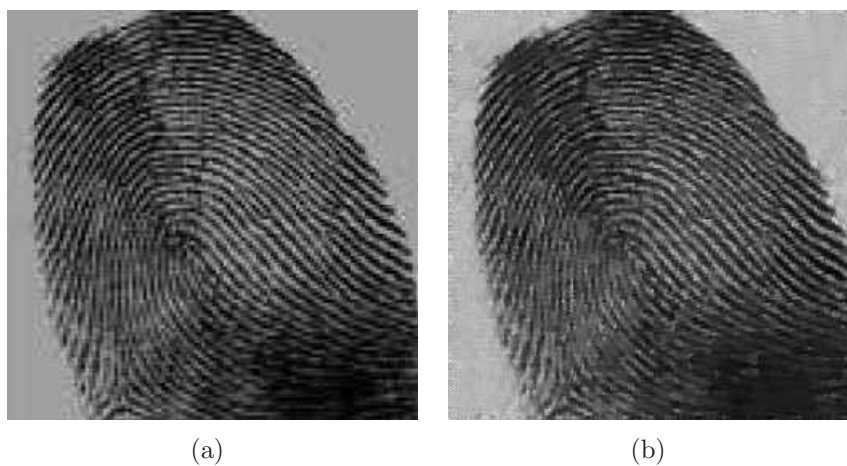


Figura 90: Restauração da imagem f . (a) Imagem original I (sem ruído) e (b) imagem recuperada \tilde{I} .

6.4.2 Comparação com outras abordagens da literatura

Para atestar a boa performance do método proposto, comparamos o protótipo apresentado com alguns recentes modelos da literatura. Modelos clássicos de remoção de ruído que não abordam o tratamento da textura não foram considerados nesta análise.

Os parâmetros adotados nos métodos aqui utilizados foram escolhidos de acordo com a melhor qualidade visual mediante à aplicação de cada um desses métodos.

Ressaltamos que cada um dos modelos correlatos utilizados no estudo comparativo vigente foi sucintamente descrito no capítulo seguinte, uma vez que a proposta lá abordada utiliza tais formulações em sua composição.

A Figura 91(a) mostra uma parte com ruído ($SNR = 9.97$) da clássica fotografia da Barbara.

As Figuras 91(b) e 91(c) foram obtidas usando a transformação do tipo curvelet [Candés; Donoho, 2004, Candés et al., 2006] e a transformação wave atom proposta em [Demanet; Ying, 2007a, Demanet; Ying, 2007b], respectivamente. Aqui, ambos os métodos foram amparados por filtragens utilizando limiarização. Na imagem obtida pela curvelet, a textura não foi recuperada apropriadamente. Além disso, a reconstrução produziu prolongamentos desnecessários nas áreas delimitadas por texturas regulares. Em contrapartida, a transformação do tipo wave atoms restaurou a textura corretamente mas produziu uma imagem sem foco (borrada).

O exemplo considerado em 91(d) apresenta a imagem restaurada pelo modelo adaptativo [Gilboa et al., 2006] enquanto a Figura 91(e) mostra a versão recuperada pelo modelo descrito em [Ma; Plonka, 2007], que combina difusão anisotrópica não-linear com filtragem via curvelets. Embora o modelo de [Gilboa et al., 2006] tenha recuperado a textura, alguns detalhes importantes da imagem foram suavizados excessivamente, tal como o rosto e a mão. Por outro lado, o método de [Ma; Plonka, 2007] não produziu nenhum tipo de suavização intensiva, porém reteve parte do ruído em sua reconstrução.

Finalmente, a Figura 91(f) apresenta a imagem restaurada pela abordagem proposta (etapa 1 - $\sigma_{noi} = 25, N = 50$; etapa 2 - $\Delta t = 0.1, \sigma_{noi} = 12$; etapa 3 - $\gamma = 0.23$; etapa 4 - B = disco de raio 4). Neste caso, tanto a textura quanto os detalhes da imagem (contornos

intrínsecos) foram recuperados. Além disso, o modelo extraiu o ruído sem que houvesse suavização excessiva.

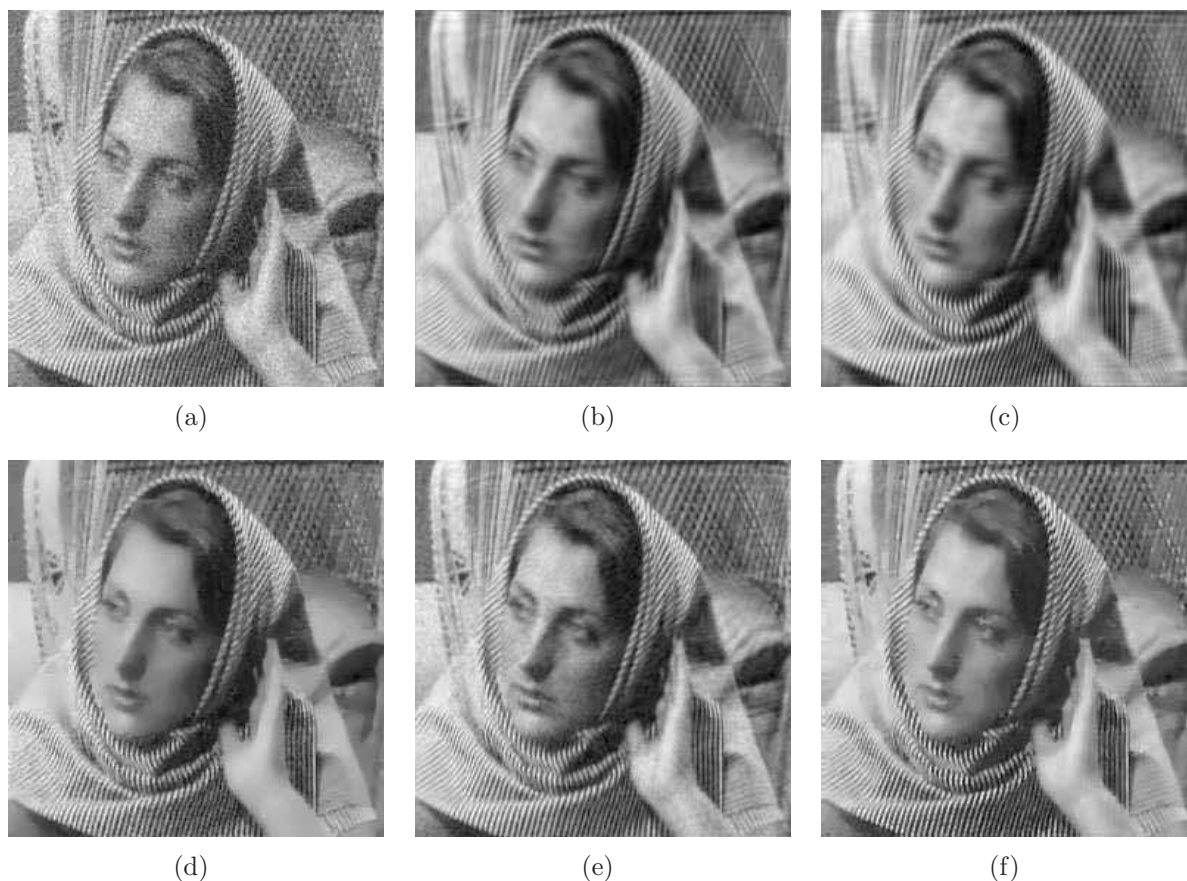


Figura 91: Comparação com modelos existentes na literatura. (a) Imagem a ser processada ($SNR = 9.97$), (b) resultado obtido utilizando curvelets, (c) wave atoms, (d) modelagem adaptativa [Gilboa et al., 2006], (e) difusão guiada por curvelets [Ma; Plonka, 2007] e (f) pelo método proposto.

As imagens de 92(a) até 92(e) mostram os resíduos com relação à Figura 81(a), obtidos com base nas imagens de 91(b) até 91(f), respectivamente.

Conforme mencionado anteriormente, podemos ver que a transformada curvelet (Figura 92(a)) acabou removendo parte da textura. Em contrapartida, a transformada wave atoms (Figura 92(b)) manteve a textura, porém extraiu algumas características importantes da imagem.

Já na imagem residual 92(c) obtida com base no modelo [Gilboa et al., 2006], não houve a predominância integral da textura, entretanto, pode-se notar que todos os contornos intrínsecos da imagem ficaram anexados ao resíduo. Isso não ocorre na Figura 92(d) gerada por intermédio da reconstrução via [Ma; Plonka, 2007], uma vez que parte

da textura e dos detalhes da imagem ficaram retidos em mesmas proporções no resíduo, porém, parte considerável da textura foi removida no processo.

Finalmente, a Figura 91(f) oriunda de nossa abordagem mostra que somente o ruído e detalhes poucos relevantes ficaram agregados ao resíduo, atestando assim a eficiência do método proposto.

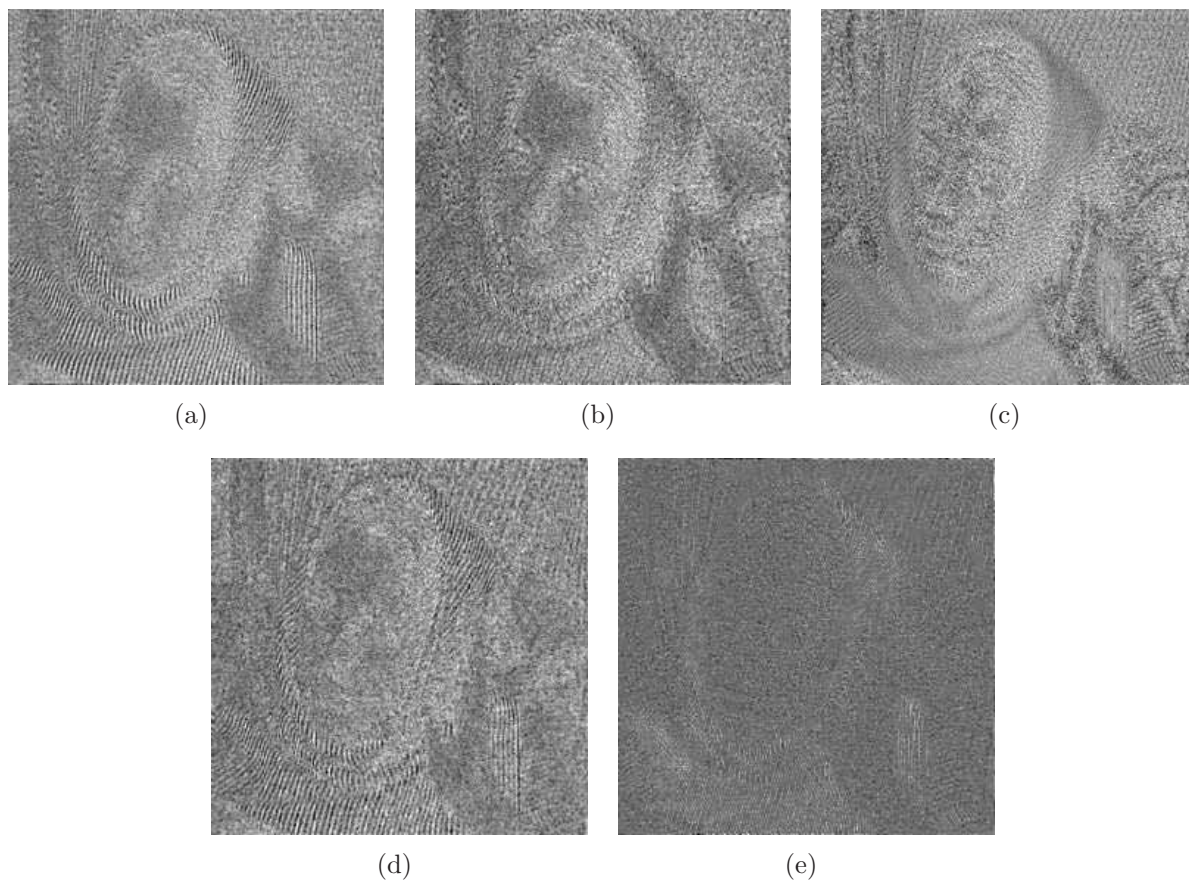


Figura 92: Componentes removidos por cada um dos métodos avaliados. (a) Resíduo obtido via curvetes, (b) via wave atoms, (c) via modelagem adaptativa [Gilboa et al., 2006], (d) via difusão guiada por curvetes [Ma; Plonka, 2007] e (e) pelo método proposto.

6.5 Considerações Finais

Neste capítulo apresentamos um novo esquema de decomposição de imagens, bem como também um novo método direcionado para o tratamento de imagens contaminadas por ruído e com alta concentração de textura, contornos intrínsecos e padrões irregulares.

O método combina desde técnicas mais elementares, como operadores clássicos de morfologia, com técnicas mais sofisticadas de análise harmônica, tal como wave atoms. Além disso, o método conta, em algumas etapas do algoritmo computacional, com um seletor automático de parâmetros ótimos.

Com base no protótipo apresentado para remover ruído, foi proposto um eficiente padrão de decomposição, o qual visa dissociar a imagem observada em três componentes bem definidos, tal como foi apresentado nas páginas anteriores. Uma das vantagens desse tipo de decomposição é que torna-se viável, a partir da imagem degradada, o tratamento individual de cada componente, possibilitando auxiliar uma gama de aplicações em processamento de imagens como, por exemplo, no processo de segmentação e de retoque digital.

Para finalizar, efetuamos alguns testes experimentais no intuito de avaliar a eficiência de nossa proposta. Desta forma, constatamos que mesmo comparando o método proposto com abordagens distintas, tais como técnicas de análise harmônica e modelagens híbridas baseadas em EDP, os resultados obtidos foram bastante satisfatórios.

É válido ressaltar que o código utilizado na abordagem ora proposta foi desenvolvido em linguagem C++ baseado no pacote *WaveatomLab*, o qual pode ser obtido no endereço eletrônico <http://www.waveatom.org>.

Para maiores informações a respeito da modelagem proposta, sugerimos as referências base [Casaca; Boaventura, 2009a] e [Casaca; Boaventura, 2010].

Capítulo 7

Proposta de uma Nova EDP para Eliminar Ruído em Imagens com Textura

7.1 Motivação

A exemplo da aplicação de reconstrução de imagens tratada no capítulo anterior, vamos manter nosso foco mais uma vez em torno do tema **remoção de ruídos em imagens com texturas**. Nesse sentido, a ideia básica contemplada neste tópico é recuperar uma dada imagem danificada, a qual foi degradada inicialmente por meio de algum modelo de deterioração, isto é, dada uma imagem com ruído, o objetivo é obter uma image sem ruído por meio da solução do problema inverso correspondente.

Para tratar este problema, diversos filtros não lineares tem sido propostos, os quais incluem suavização adaptativa, difusão anisotrópica, técnicas baseadas em wavelets, métodos variacionais e modelos baseados em análise de espaços de escala, conforme sugerem os trabalhos [Malik; Perona, 1990, Nordstrom, 1990, Alvarez et al., 1992, Chan et. al, 2001a, Barcelos et al., 2003, Burger et al., 2005, Burger et al., 2006, Ma; Plonka, 2007].

Entretanto, esses modelos não são apropriados para tratar imagens naturais de alto grau de detalhamento, pois nessa categoria há a presença marcante de características oscilatórias como texturas e estruturas intrínsecas, além do ruído.

Para tentar contornar este problema, há, ainda, uma outra vertente de pesquisas, que considera combinações das técnicas anteriormente mencionadas com recentes técnicas de

análise harmônica, como curvelets e wave atoms, em adição às aplicações individuais de cada uma dessas técnicas, como ocorrem em [Starck et al., 2002, Demanet; Ying, 2007a, Demanet; Ying, 2007b]. Nesse sentido, novos métodos híbridos foram propostos visando conciliar equações diferenciais parciais, em especial difusão anisotrópica e métodos variacionais, com curvelets e wave atoms, conforme foram tratadas nas referências [Ma, 2007, Ma; Plonka, 2007, Liu et al., 2008, Plonka; Ma, 2008]. Entretanto, como esses modelos estão diretamente fundamentados nessas transformações, as aplicações práticas frequentemente tendem a produzir imagens excessivamente suavizadas, além de reproduzirem o fenômeno de *Gibbs*, que é o problema das oscilações próximas a pontos de descontinuidades.

Assim, com o intuito de solucionar tal problema, propomos neste capítulo uma EDP baseada em um mecanismo de difusão regularizada, capaz de restaurar uma imagem ruidosa com elevada concentração de texturas e detalhes finos sem a necessidade de se suavizar incisivamente características de grande importância como bordas, contornos e texturas.

O método proposto agrupa as ideias descritas em [Nordstrom, 1990, Alvarez et al., 1992, Barcelos et al., 2003], isto é, uma classe de EDPs não-lineares, com os recentes trabalhos de análise harmônica [Demanet, 2006, Demanet; Ying, 2007a, Demanet; Ying, 2007b] sobre wave atoms, na intenção de se produzir um filtro anisotrópico regularizado.

7.2 Uma Breve Revisão Bibliográfica

Diversos filtros baseados em equações diferenciais parciais tem sido propostos com o intuito de tratar o problema de eliminação de ruído. Na maioria dos casos, essas técnicas são obtidas diretamente pela introdução de uma equação evolucionária de caráter difusivo ou por variantes do clássico modelo de variação total proposto por [Rudin et al., 1992]. Em ambas as categorias, uma preocupação constante sempre foi reconstruir a imagem sem que haja perdas de suas bordas e de seus contornos.

Com o intuito de preservar essas características e simultaneamente eliminar ruído, os autores de [Barcelos et al., 2003] propuseram uma equação diferencial difusiva diferenciada (equação (6.5)), a qual já foi tratada sob perspectivas distintas nos capítulos anteriores. Para efeito ilustrativo e para posterior analogia com a proposta vigente deste capítulo, apresentamos novamente tal equação com as devidas adaptações:

$$\frac{\partial I}{\partial t} = g|\nabla I| \operatorname{div} \left(\frac{\nabla I}{|\nabla I|} \right) + \lambda(1 - g)(f - I), \quad (7.1)$$

onde $f(\mathbf{x}) = I(\mathbf{x})^{(t=0)}$ representa a imagem observada (com ruído), $I = I(\mathbf{x})^{(t)}$ é sua versão suavizada na escala $t \in \mathbb{R}_+$, D é o domínio de ambas as imagens consideradas e λ é um parâmetro de sintonização. As condições de contorno para o problema acima são do tipo Neumann.

Na implementação [Barcelos et al., 2003], $g = g(r) \in [0, 1]$ é dada por

$$g(r) = \frac{1}{1 + r^2}, \quad (7.2)$$

com $r = \sqrt{\kappa} |\nabla(G_\sigma * I)|$, onde G_σ é a função gaussiana, σ denota o desvio padrão da imagem f e κ constante. A função g é frequentemente referenciada na literatura por **termo de difusividade** ou **termo regularizador** e é utilizada para detectar bordas e controlar localmente o grau de incidência da difusão.

Para imagens com texturas, o modelo (7.1) pode não produzir resultados satisfatórios, pois o termo de difusividade g atua localmente no ponto $\mathbf{x} \in D$ baseado no cálculo do “valor médio” (convolução) de seus pontos vizinhos, e pontos contidos em regiões de

texturas possuem oscilações bruscas em seus valores, mesmo em pequenas vizinhanças, o que ocasionalmente pode interferir na obtenção dessa média.

Em [Ma; Plonka, 2007], os autores propuseram um método baseado em EDP direcionado para o problema de imagens com texturas. O modelo apresentado foi

$$\frac{\partial I}{\partial t} = \text{dig}(g \nabla(PI)), \quad (7.3)$$

onde as condições de contornos são do tipo Neumann, $g = g(|\nabla(PI)|)$ é dada pelo termo de difusividade apresentado em (7.2) e P determina o operador projeção, o qual é calculado por meio de técnicas que envolvem as curvelets [Candés; Donoho, 2004, Candés et al., 2006] em suas composições.

A equação (7.3) pode ser vista como uma difusão baseada no método da variação total [Rudin et al., 1992] gerenciada pelo termo regularizador PI , o qual identifica a textura em I . Aqui, a detecção de arestas designada por g é mais sensível do que a apresentada no modelo anterior, já que é fundamentada em um termo de difusividade que melhor captura a textura, como é o caso das transformadas do tipo curvelets. A ideia dos autores foi utilizar o processo difusivo para minimizar a síntese de artefatos produzidos pelas curvelets.

Recentemente, uma variação da equação (7.3) foi proposta pelos mesmos autores em [Plonka; Ma, 2008], com base no mesmo processo de difusão apresentado acima e na adição de um termo de reação ($Sf - I$), na intenção de preservar e melhorar informações caracterizadas por textura. No referido contexto, f denota a imagem observada e S é um operador que pode ser definido a partir de uma wavelet, curvelet ou wave atom.

As ideias de difusão anisotrópica guiada por técnicas de análise harmônica, a fim de preservar e melhorar características de uma imagem, também podem ser encontradas nas referências [Ma, 2007] e [Liu et al., 2008].

Outro filtro importante na literatura é o modelo fundamentado no comportamento de adaptabilidade local considerado por [Gilboa et al., 2006], o qual é definido em relação ao clássico modelo de variação total proposto em [Rudin et al., 1992], dado a seguir:

$$\inf_{(I,f) \in BV(D) \times L^2(D)} \left\{ \int_D |\nabla I| d\mathbf{x} + \frac{\xi}{2} \int_D |f - I|^2 d\mathbf{x} \right\} \quad (7.4)$$

onde $BV(D)$ denota o espaço de funções de variação limitada e ξ é um parâmetro empírico. O primeiro termo de (7.4) denota a variação total de I enquanto que o segundo é um termo de fidelidade. Os autores de [Gilboa et al., 2006] investigaram o modelo (7.4) e propuseram uma nova versão deste, a qual tem a capacidade de preservar texturas no processo de difusão. Ao invés de tomarem ξ constante, tal como foi adotado em (7.4), os autores definiram $\xi = \xi_f(\mathbf{x})$ variável em todo domínio D , atribuindo ao parâmetro ξ a capacidade de representar propriedades locais da imagem, isto é, na identificação de regiões caracterizadas por texturas. A EDP obtida em [Gilboa et al., 2006] com base na versão modificada de (7.4) é dada por

$$\frac{\partial I}{\partial t} = \operatorname{div} \left(\Phi'(\nabla I) \frac{\nabla I}{|\nabla I|} \right) + \xi_f(\mathbf{x})(f - I + C) \quad (7.5)$$

onde C é uma constante. Aqui, $\operatorname{div} \left(\Phi'(\cdot) \frac{\nabla I}{|\nabla I|} \right)$ representa o processo de difusão adaptativo enquanto que $\xi_f(\mathbf{x})(f - I + C)$ é o termo de reação, o qual é balanceado localmente por ξ , contribuindo assim para a manutenção da textura em I .

Outros modelos recentes de remoção de ruídos com preservação de texturas partindo das ideias apresentadas em [Gilboa et al., 2006] podem ser encontrados em [Gilles, 2007] e [Li et al., 2009].

7.3 O Modelo Proposto

7.3.1 Descrição do protótipo proposto

Seja I uma imagem dada em escala de cinza e f sua versão contendo ruído, representadas pelas funções $I : D \rightarrow \mathbb{R}$ e $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, respectivamente. Assim como no capítulo anterior, assumimos que o domínio D é uma região retangular do \mathbb{R}^2 e que o ruído presente em f é aditivo, isto é,

$$f(\mathbf{x}) = I(\mathbf{x}) + n(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} = (x, y) \in D, \quad (7.6)$$

onde n representa o ruído do tipo **gaussiano** com **média** 0 e **variância** σ_n^2

$$\int_{\Omega} n(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = 0 \quad \text{e} \quad \int_{\Omega} n^2(\mathbf{x}) d\mathbf{x} = \sigma_n^2. \quad (7.7)$$

Além disso, supomos que a imagem original I contém estruturas oscilatórias como textura e detalhes irregulares. O objetivo aqui é minimizar o nível de ruído da imagem de entrada f , isto é, o impacto do ruído $n(\mathbf{x})$ deverá ser mínimo na imagem suavizada, tornando-a visualmente mais próxima de I sem que haja perda de texturas e outros detalhes oscilatórios.

Encorajados pelos papers [Barcelos et al., 2003, Gilboa et al., 2006, Ma; Plonka, 2007] e [Plonka; Ma, 2008], propomos uma equação diferencial não-linear balanceada

$$\frac{\partial I}{\partial t} = h|\nabla I| \operatorname{div} \left(\frac{\nabla I}{|\nabla I|} \right) + \alpha(1-h)(f-I) + \beta(1-h)(Sf-I), \quad (7.8)$$

onde h é o termo de difusividade, S é o operador descrito em [Plonka; Ma, 2008] e α, β são parâmetros de ponderação.

O termo $|\nabla I| \operatorname{div} \left(\frac{\nabla I}{|\nabla I|} \right)$ é frequentemente denominado fluxo da curvatura média e é responsável pelo processo de difusão no modelo. Ele difunde I exclusivamente na direção ortogonal de seu vetor gradiente ∇I .

Em nosso modelo, propomos o termo regularizador $h = h_{\mu}(\sqrt{\delta} |\nabla SI|)$ como segue,

$$h = \begin{cases} g(\sqrt{\delta} |\nabla SI|), & \text{se } g(\sqrt{\delta} |\nabla SI|) \leq \mu \\ g(\sqrt{\kappa} |\nabla I|), & \text{se } g(\sqrt{\delta} |\nabla SI|) > \mu \end{cases} \quad (7.9)$$

onde g é tomada como sendo (7.2) e δ, κ são parâmetros de sintonização. Aqui, μ é um valor limiar que controla a captura das tonalidades de cinza em relação a $g(\sqrt{\delta} |\nabla SI|)$.

Podemos reescrever a equação (7.9) para cada $\mathbf{x} \in D$ como segue:

$$h_\mu(\mathbf{x}) = g(O_1(\mathbf{x}))\chi_{D_\mu} + g(O_2(\mathbf{x}))\chi_{D_\mu^c}, \quad (7.10)$$

onde $O_1(\mathbf{x}) = \sqrt{\delta} |\nabla SI|$ e $O_2(\mathbf{x}) = \sqrt{\kappa} |\nabla I|$ são operadores, $D_\mu = \{\mathbf{x} \in D : g(O_1(\mathbf{x})) \leq \mu\}$, $D = D_\mu \cup D_\mu^c$ e μ é um valor fixo de limiarização.

A justificativa para tomamos um termo de difusividade dessa forma é dada a seguir: enquanto $g(O_1(\mathbf{x}))$ captura bem as regiões de textura, isto é, $g(O_1(\mathbf{x})) \sim 0$ nesses pontos, as regiões homogêneas da imagem, onde a difusão deve ser mais intensa, também ficam definidas por tonalidades de cinza próximas a do preto. Em contrapartida, o termo g é tal que $g(O_2(\mathbf{x})) \sim 1$ nas regiões homogêneas, porém nas regiões caracterizadas pela textura e outros detalhes intrínsecos, g não captura com eficiência essas informações. Neste caso, gostaríamos que tanto $g(O_1(\mathbf{x}))$ quanto $g(O_2(\mathbf{x}))$ se aproximem dos extremos, mas que não atinjam estritamente tais valores, já que isso anularia completamente a contribuição da difusão ou dos dois termos de reação considerados em (7.8), gerando descontinuidades bruscas na imagem. A Figura 93 ilustra bem o fato descrito.



Figura 93: O termo de difusividade proposto h . (a) Imagem a ser processada, (b) termo $g(O_1(\mathbf{x}))$, (c) $g(O_2(\mathbf{x}))$ e (d) h .

A equação (7.8) pode ser entendida como um balanceamento entre suavização e “manter-se perto” dos componentes f e Sf . Este balanceamento é gerenciado pelo termo

h , o qual é usado como detector de bordas, texturas, e leves detalhes e também para controlar a velocidade da difusão. Conforme descrito anteriormente, pode ser observado que nas regiões homogêneas da imagem tem-se $h \sim 1$. Então, $(1 - h) \sim 0$ e assim os termos de reação $(f - I)$ e $(Sf - I)$ atuam de forma praticamente insignificante na composição de (7.8). Consequentemente, o termo representativo da curvatura média presente na primeira parcela de (7.8) irá suavizar a imagem consideravelmente. Por outro lado, para as regiões de contorno, h é pequeno, o que implica em $(1 - h) \sim 1$. Isso faz com que o termo forçante $(f - I)$ retenha bordas e contornos da imagem inicial f simultaneamente com que o termo de reação $(Sf - I)$ preserve e reconstrua as características oscilatórias da imagem, tais como textura e outros detalhes. Assim, ambos os termos de reação tem a finalidade de reduzir os efeitos degenerativos do processo difusivo e recompor importantes características da imagem.

Aqui, usamos S tanto para o termo de reação de (7.8) quanto para identificar regiões determinadas por texturas. Este operador é definido com base na recente e útil ferramenta de análise harmônica estudada no capítulo anterior: as wave atoms [Demagnet, 2006, Demagnet; Ying, 2007a, Demagnet; Ying, 2007b].

7.3.2 Implementação numérica

A exemplo das modelagens numéricas descritas no decorrer desta dissertação, vamos assumir que todas as imagens são representadas numericamente por matrizes onde cada elemento I_{ij} da mesma denota o valor da intensidade da imagem $I(\mathbf{x}) = I(x, y)$ no ponto discreto $(x, y) = (x_i, y_j)$, com $x_i = i\Delta x$ e $y_j = j\Delta y$. Por simplicidade, adotamos $\Delta x = \Delta y = 1$. Denotamos $I(x_i, y_j)^{(t_n)}$ por I_{ij}^n , onde $t_n = n\Delta t$. Aqui, t representa o parâmetro “temporal” escalar e Δt o seu passo.

As derivadas presentes em (7.8) são numericamente aproximadas usando técnicas de diferenças finitas [Cunha, 2000], as quais funcionam com boa precisão na implementação do algoritmo computacional.

A derivada temporal $I_t = \frac{\partial I}{\partial t}$ é calculada em (x_i, y_j, t_n) pela diferença avançada $\frac{\partial I}{\partial t} \sim \frac{I_{ij}^{n+1} - I_{ij}^n}{\Delta t}$ enquanto que a difusão degenerada

$$|\nabla I| \operatorname{div} \left(\frac{\nabla I}{|\nabla I|} \right) = \frac{I_{xx}I_y^2 + -2I_xI_yI_{xy} + I_{yy}I_x^2}{I_x^2 + I_y^2}$$

é aproximada numericamente usando técnicas de diferenças centradas.

Em (7.9), $|\nabla I|$ é obtido por cálculo direto da norma euclidiana com discretização similar à apresentada anteriormente enquanto que para a computação dos sinais obtidos por S propomos um filtro baseado em wave atom como segue:

$$S\varrho = (WA)^{-1}\Theta_\theta(WA)(\varrho), \quad (7.11)$$

onde ϱ pode ser tomada como I ou f , WA denota a transformação wave atoms dada em [Demanet; Ying, 2007a], $(WA)^{-1}$ a transformação inversa correspondente e Θ_θ é a função de limiarização, dada por

$$\Theta_\theta = \Theta_\theta(z) = \begin{cases} z, & |z| \geq \theta \\ 0, & |z| < \theta, \end{cases} \quad (7.12)$$

com θ sendo o valor de limiar em questão. Para maiores detalhes sobre transformadas discretas wave atoms, sugerimos [Demanet; Ying, 2007a, Demanet; Ying, 2007b].

Usando condições de contorno do tipo Neumann calculamos I_{ij}^{n+1} , $n = 1, 2, \dots, N$, pela versão discretizada de (7.8)

$$I_{ij}^{n+1} = I_{ij}^n + \Delta t \Gamma(I_{ij}^n), \quad \forall (i, j) \in \mathbf{D} \quad (7.13)$$

com $I_{ij}^0 = f(x_i, y_j)$, N denotando o número de iterações e $\Gamma(I)$ representando o lado esquerdo de (7.8), exceto pelo cálculo de h , a qual deve ser computada para cada iteração de (7.13).

7.4 Resultados Experimentais

Esta seção tem como objetivo avaliar a qualidade de reconstrução da proposta vigente, tanto para o caso de aplicações práticas como em relação às eficientes abordagens presentes na literatura recorrente.

Em todos os experimentos foram utilizadas imagens em escala de cinza definidas no intervalo padrão de $[0, 255]$, representadas por matrizes de dimensão 256×256 , exceto o experimento 1, cujas dimensões são 128×128 . No modelo considerado, adotamos $\beta = 1$, $\kappa = 0.001$ e $\Delta t = 0.1$ para todos os experimentos apresentados.

7.4.1 Restauração usando o modelo proposto

Nesta seção são apresentados dois exemplos práticos de reconstrução de imagens texturizadas.

A primeira aplicação é destinada ao tratamento de uma imagem 3D, colorida, anteriormente tratada sob outra perspectiva no Capítulo 5.

No caso da segunda aplicação, apresentamos uma imagem com alta concentração de ruído, extraída de uma recente descoberta vinculada à área de nanotecnologia. Neste último caso, pelo fato de não se tratar de um experimento sintético mas sim de uma aplicação prática, temos somente a imagem dotada de ruído.

Experimento 1

A Figura 94 apresenta os resultados obtidos mediante à aplicação do filtro proposto.

Como trata-se de uma imagem colorida, o modelo proposto (7.8) foi aplicado a cada um dos três canais de cores RGB da imagem-alvo.

Conforme mostra a Figura 94, o modelo produziu um resultado bastante satisfatório, visto que a imagem da Figura 94(d), a qual foi obtida pela subtração de 94(b) com 94(c) ficou caracterizada pelo ruído.

Os parâmetros utilizados em cada um dos canais de cores foram: $\alpha = 0.2$, $\theta = 0.05$, $\delta = 0.04$ e $\mu = 0.8$, sendo necessárias 20 iterações.

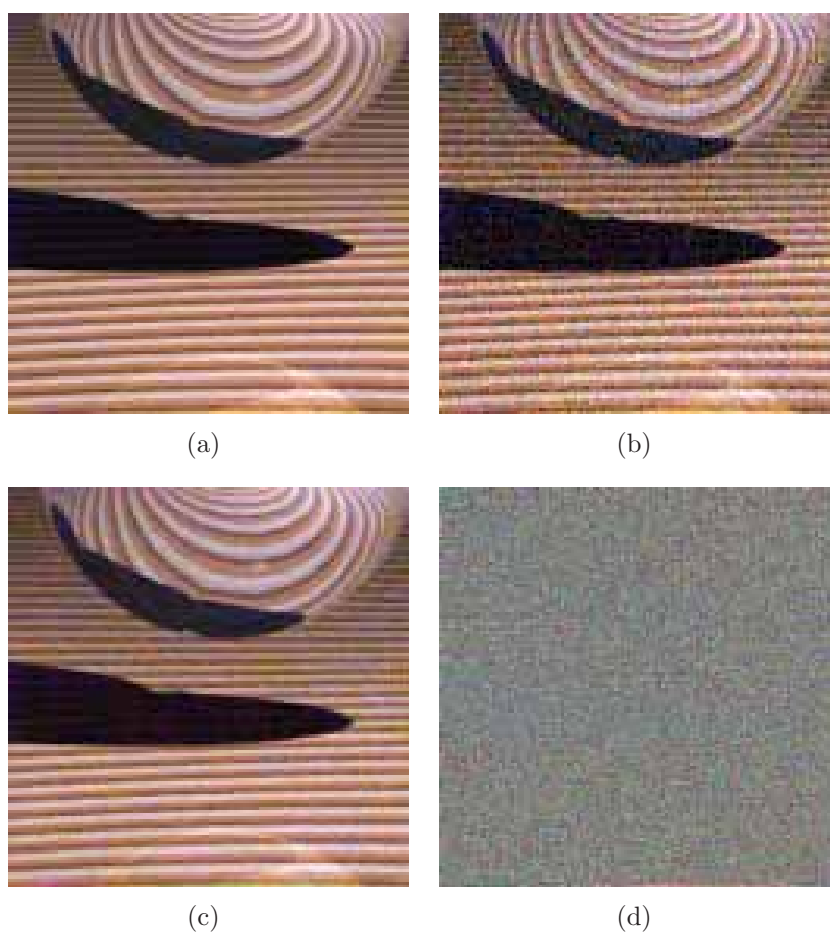


Figura 94: (a) Imagem original, (b) versão com ruído ($\text{SNR} = 8.68 \text{ db}$), (c) resultado gerado pelo modelo proposto e (d) resíduo associado à (c).

Experimento 2

O segundo experimento aborda o problema de remoção de ruídos em uma imagem de nanotecnologia. Assim, este exemplo trata mais especificamente de uma aplicação direta do modelo proposto para o tratamento de imagens dessa categoria, caracterizadas por conterem altos níveis de ruído, além de serem plenamente constituídas por regiões contendo texturas de alta relevância, importantes para posteriores conclusões na área.

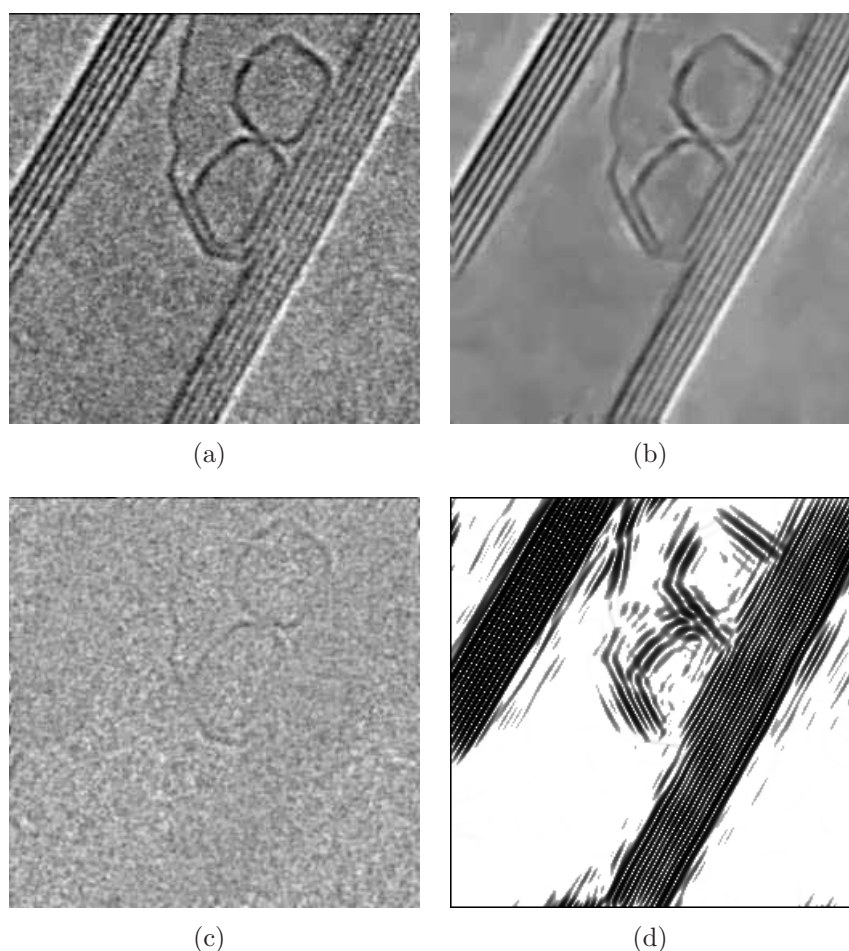


Figura 95: (a) Imagem observada, (b) resultado gerado pelo modelo proposto, (c) resíduo associado à (b) e (d) representação do termo de difusividade h (7.9).

De acordo com os resultados produzidos na Figura 95, podemos constatar que a EDP proposta obteve pleno êxito no quesito eliminação de ruídos. Analisando a Figura 95(b), concluímos que além de extrair o ruído, o modelo proposto reconstruiu a textura presente na imagem, melhorando de forma expressiva a qualidade visual da mesma.

Outro ponto importante acerca da problema pode ser constatado no resíduo apresentado pela Figura 95(c), a qual evidencia que praticamente apenas o ruído foi removido.

Finalmente, a Figura 95(d) apresenta o termo h (7.9) em relação à última iteração do processo de restauração. Notamos que a textura ficou bem destacada na imagem, visto que este termo controla o mecanismo de difusão do filtro proposto.

Os parâmetros adotados são dados a seguir: $\alpha = 0.2$, $\theta = 0.15$, $\delta = 0.04$ e $\mu = 0.7$, sendo necessárias 65 iterações para a convergência do método.

7.4.2 Comparação com outras abordagens da literatura

Para atestar a boa performance de nosso filtro anisotrópico, foram utilizados para comparação alguns modelos recentes da literatura.

A exemplo do estudo qualitativo desenvolvido no capítulo anterior, consideremos a mesma imagem analisada naquela ocasião, a clássica fotografia da Barbara. Para efeito de ilustração, apresentamos novamente a imagem danificada 96(b) considerada no capítulo anterior, a qual possui importantes características a serem preservadas e recuperadas, dentre elas: a textura próxima ao pescoço, no fundo, e os detalhes intrínsecos do rosto e em suas proximidades (olhos, nariz, mão). Também apresentamos a imagem original pré-processada (Figura 96(a)), extraída da fotografia original 29(a).

Mediante à aplicação da EDP proposta, segue o resultado apresentado na Figura 96(c). Os parâmetros utilizados foram: $\alpha = 0.8$, $\theta = 0.13$, $\delta = 0.09$ e $\mu = 0.25$. Foram necessárias apenas 20 iterações para a imagem final ser processada. Neste caso, tanto a textura quanto os detalhes da imagem (contornos intrínsecos) foram recuperados, além da minimização do nível de ruído sem que houvesse suavização excessiva. Nesse sentido, a discussão realizada a respeito dos modelos correlatos pode ser revista no capítulo anterior.

Nos parágrafos subsequentes efetuamos uma breve análise qualitativa, com base nas reconstruções produzidas por cada método envolvido (vide novamente o capítulo anterior) e pelo filtro proposto. Na Figura 97 apresentamos um “zoom” do olho direito em relação a cada reconstrução evidenciada em 91(b)-(e), bem como a ampliação de 96(c).

Podemos ver claramente que nas imagens da Figura 97(c),(d) e (f) a textura é estendida inadequadamente para o rosto. Por outro lado, a Figura 97(e) está bastante suavizada, além de ter perdido parte de sua textura orientada. A imagem apresentada em 97(g) mostra o resultado obtido pelo nosso modelo. Pode-se observar que tanto a textura

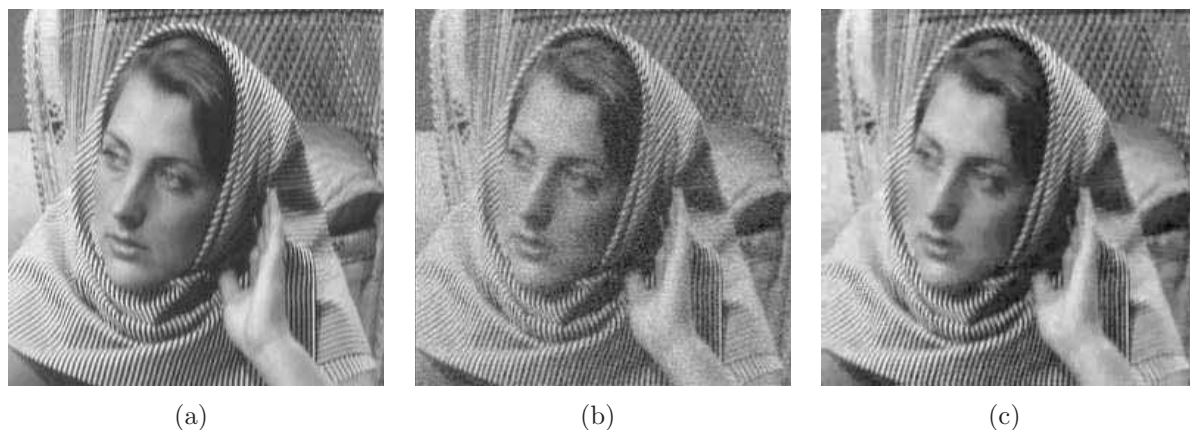


Figura 96: (a) Imagem original, (b) versão com ruído ($\text{SNR} = 9.97 \text{ db}$) e (c) resultado obtido pelo modelo proposto.

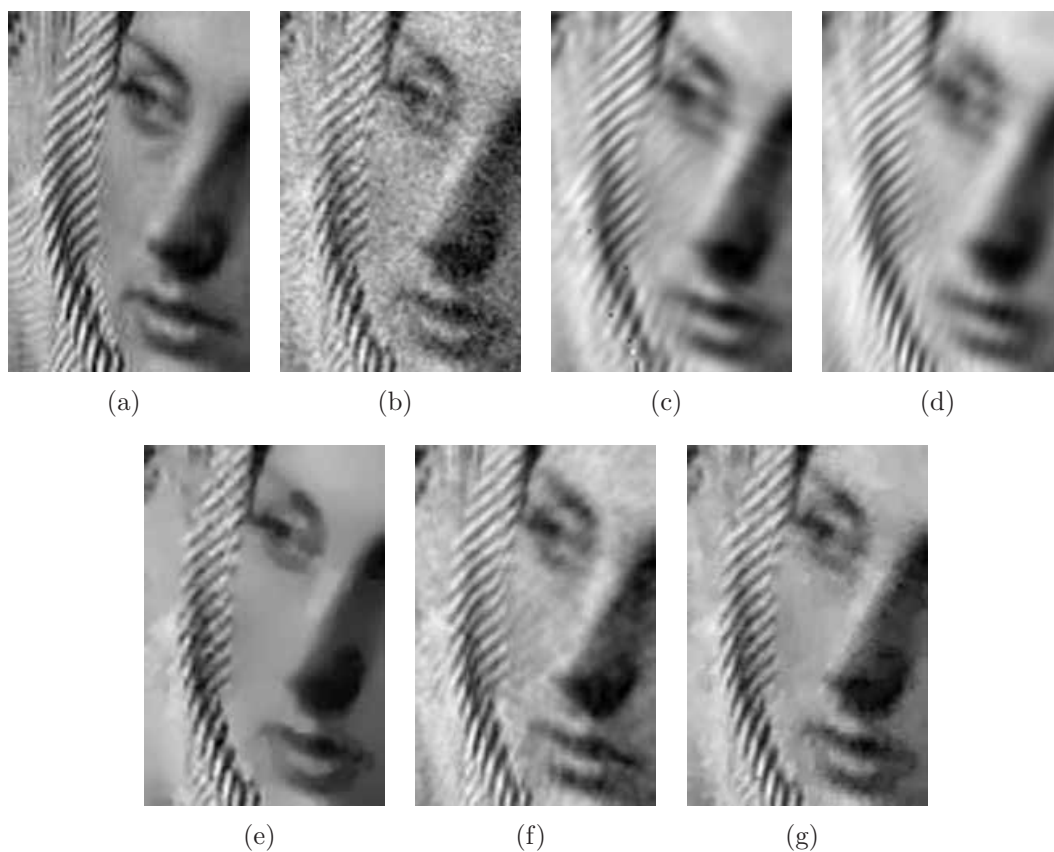


Figura 97: Ampliação nas imagens reconstruídas. (a) Imagem original, (b) versão com ruído, (c) gerado por curvelets, (d) por wave atoms, (e) por modelagem adaptativa [Gilboa et al., 2006], (f) por difusão combinada com curvelet [Ma; Plonka, 2007] e (g) pela equação proposta.

Imagem	Método	SNR
Figura 91(b)	Curvelets	9.99
Figura 91(c)	Wave atoms	10.55
Figura 91(d)	Gilboa et al.	11.24
Figura 91(e)	Plonka et al.	9.87
Figura 96(c)	Modelo Proposto	11.69

Tabela 7: Análise quantitativa (cálculo do SNR) entre as modelagens analisadas.

como os detalhes intrínsecos do rosto são recuperados.

Na tabela a seguir apresentamos uma breve análise quantitativa, com base no estimador SNR entre 96(a) e as reconstruções produzidas por cada modelo analisado.

Com base na tabela equiparativa, podemos observar que o maior SRN foi atribuído ao modelo proposto, atestando a eficiência do mesmo.

7.5 Considerações Finais

Neste capítulo foi apresentado um novo filtro voltado para o tratamento de imagens contaminadas por ruído e com alta concentração de padrões oscilatórios, tais como textura e detalhes irregulares. O modelo combina um filtro de difusão anisotrópica com técnicas de análise harmônica, mais especificamente com técnicas baseadas em wave atoms. Além disso, propusemos um novo termo regularizador, o qual detecta características específicas da imagem.

O modelo proposto tem caráter seletivo, isto é, aplica difusão e recupera bordas e texturas de acordo a imagem auxiliar gerada pelo termo regularizador.

Filtros para o tratamento de imagens com textura podem ser utilizados em uma gama de aplicações práticas, por exemplo: no processamento de impressões digitais, no tratamento de superfícies, imagens de nanotecnologia, de geofísica, de segurança, etc.

Análises experimentais qualitativas e quantitativas mostraram a eficiência do novo filtro quando comparado com recentes modelos da literatura.

A próxima etapa a ser analisada com respeito ao modelo apresentado é estudar as relações entre seus parâmetros, objetivando a automatização do protótipo computacional e também na estimação de parâmetros ótimos.

Para maiores detalhes a respeito da equação diferencial proposta, bem como outros experimentos realizados, o leitor poderá consultar a referência base [Casaca; Boaventura, 2009c].

Capítulo 8

Conclusão

Nessa dissertação de mestrado apresentamos um estudo acerca de modelagens matemáticas voltadas para a restauração de imagens reais munidas de textura, mais especificamente para os casos de reconstrução de regiões danificadas, remoção de objetos, e eliminação de ruído em imagens reais. No intuito de tratar cada um desses casos, foram propostas quatro abordagens, de formulações distintas, as quais se mostraram bastante satisfatórias na concretização dos objetivos anteriormente pré-definidos.

Um fato de fundamental importância no tratamento e manipulação dos modelos foi a determinação prévia dos diferentes elementos de textura mediante à classificação proposta em [Liu et al., 2004]. De posse desse argumento, foi possível confeccionar algoritmos mais estáveis e eficientes voltados para aplicações mais específicas, como foi o caso do primeiro modelo apresentado no Capítulo 4, o qual tem por finalidade tratar texturas mais regulares.

Ainda em relação ao modelo anteriormente citado, a ideia inicial era desenvolver uma modelagem híbrida baseada na proposta base de [Bertalmio et al., 2003], de forma a ampliar o escopo de aplicações práticas e reparar as incongruências ocasionadas pelo processo de decomposição instituído pelos autores, além de almejar-se realizar o *Princípio da Conectividade* [Kanizsa, 1979]. Assim, a decomposição proposta em [Barcelos et al., 2003; Casaca; Boaventura, 2008b] implementada em nossa abordagem produziu a dissociação correta da forma $f = u + v$, garantindo que na etapa final de associação dos componentes reconstruídos a mesma soma se tornasse válida, o que nem sempre ocorre com [Bertalmio et al., 2003], como mostramos no Exemplo 3 da Seção 5.1.2. O mesmo pode-

se dizer sobre o *Princípio da Conectividade*, conforme apresentado no Exemplo 1 dessa mesma seção.

Ainda a respeito de nossa primeira proposta, vimos que em determinados casos a etapa de decomposição também pode reconstruir o termo homogêneo (cartoon), em adição à sua finalidade original, como mostra o Exemplo 2, Seção 5.1.1.

Quanto à nossa segunda proposta, inicialmente concebida para tratar as classes de texturas mais estocásticas, verificou-se que ela produziu bons resultados não só para as classes de texturas ora mencionadas, mas também para quaisquer tipos de texturas e/ou outras informações de alta relevância da imagem. Assim, uma grande vantagem é que o modelo pode ser empregado com êxito em situações-problema, como, por exemplo, para remover objetos em áreas completamente dotadas de textura (Exemplo 1, Seção 5.2.2).

Outro ponto vinculado ao modelo sob análise é que o mecanismo de ordenação guiado pela EDP [Bertalmio et al., 2000] aliado às ideias da decomposição cartoon/textura de [Casaca; Boaventura, 2008b] no processo de reconstrução dos pixels atingiu êxito em todos os experimentos, como mostram os exemplos da Seção 5.2.1 e 5.2.2. No Experimento 3 da Seção 5.2.1, por exemplo, pode-se averiguar a atuação de cada um dos componentes de prioridade no processo reconstutivo. Já a amostragem proposta (*dynamic sampling*) também trouxe melhorias significativas no tratamento do problema. Conforme ilustram os Exemplos 5 e 6 da Seção 5.2.2, foram produzidos resultados mais satisfatórios com o modelo proposto do que pelo modelo correlato sob análise. Em visto à complexidade do problema e das imagens analisadas, concluímos que o modelo apresentou um ótimo desempenho.

Limitando-nos agora ao problema de remoção de ruído, concluímos que ambas as propostas consideradas produziram resultados animadores.

No caso do modelo apresentado no Capítulo 6 [Casaca; Boaventura, 2010], foi proposto um novo esquema de decomposição, o qual dissocia uma imagem dada em três diferentes domínios: estrutura/textura/ruído. Desta forma, uma vantagem atribuída à este esquema é que ele pode ser utilizado para outras finalidade como, por exemplo, para segmentar imagens, além do propósito de extrair ruído. No que diz respeito à formulação do modelo, foram utilizadas abordagens bastante diversificadas: EDP, wave atoms, morfologia mate-

mática, limiarização, texturização e decomposição do tipo cartoon/textura-ruído, a fim de confeccionar um método robusto com resultados mais satisfatórios em relação aos obtidos pelos modelos correlatos da literatura nesses últimos cinco anos, conforme evidenciam as Figuras 91 e 92.

Em paralelo com o propósito de remover ruído em imagens com texturas, nosso último modelo [Casaca; Boaventura, 2009c] foi fomentado em torno de uma EDP não-linear, baseada em um novo termo regularizador formulado a partir do termo difusivo de Malik-Perona [Malik; Perona, 1990] e da wave atom [Demanet; Ying, 2007a]. Diferente da estratégia do modelo anterior, o filtro analisado foi constituído integralmente para tratar o problema de remoção de ruído. Neste caso, o domínio de aplicação da EDP passa a ser determinado exclusivamente pela imagem-alvo. Quanto aos resultados experimentais, o modelo produziu excelentes resultados, conforme foi apresento nos Exemplos 1 e 2 da Seção 7.4.1. O mesmo pode-se afirmar em relação à análise comparativa realizada (Figuras 96 e 96).

Em relação às imagens consideradas em nossas experimentações, procuramos simular diversas situações distintas, nas quais o objetivo era variar tanto as dimensões e a disposição das regiões de reconstrução como o nível de concentração do ruído.

É também válido ressaltar que, além de conceitos condizentes com a literatura de restauração de imagens, outras linhas de estudos correlatas foram estudadas, como é o caso dos modelos de decomposição de imagens e de técnicas puras de síntese de texturas, conforme foi apresentado nos Capítulos 2 e 3, respectivamente. Em virtude da natureza vasta e diversificada desses dois últimos temas, foram apresentados apenas os elementos-chave necessários para a consolidação de nossas propostas.

Em consonância com o último parágrafo, salientamos que cada um dos temas aqui estudados, a saber: decomposição de imagens, síntese de texturas, “inpainting” digital, remoção de ruídos, wave atoms, entre outros, poderiam constituir um objeto de estudo único, a ser pesquisado em um trabalho de dissertação ou tese, tal como sugerem as correspondentes referências [Sovak, 2002, Wei, 2002, Silva, 2005, Silva Jr, 2001, Demanet, 2006]. Nesse sentido, acreditamos que a compilação de todos os temas aqui estudados pode vir a complementar e nortear futuros estudantes da área. Por exemplo, não conhecemos nenhum trabalho redigido em língua portuguesa sob a perspectiva dos assuntos: decomposição de

imagens do tipo cartoon/textura e wave atoms.

Para trabalhos futuros, analisamos a possibilidade de restringir a quantidade de parâmetros utilizados em cada uma das abordagens aqui propostas. Isso certamente contribuiria na consolidação de estágios de automatização de forma a abranger mais aplicações práticas. Em especial, no caso do trabalho [Casaca; Boaventura, 2009c], almeja-se criar mecanismos práticos de estimação de parâmetros ótimos, a exemplo dos trabalhos [Barcelos et al., 2003, Barcelos et al., 2005].

Outra proposta promissora é tratar imagens simultaneamente dotadas de texturas, ruído e regiões de inpainting, a exemplo das abordagens híbridas propostas nos trabalhos [Barcelos; Batista, 2007, Casaca; Boaventura, 2007c, Casaca; Boaventura, 2007d] para o caso de imagens com ruído, regiões de inpainting, porém sem texturas. Para este propósito, acreditamos que o emprego da decomposição de três termos [Casaca; Boaventura, 2010] em conjunto com proposta I ou II poderão produzir resultados bastante expressivos.

Uma terceira proposta, bastante inovadora, seria catalizar o processo de amostragem atribuído à proposta II de acordo com os isótopos computados a partir da equação do transporte [Bertalmio et al., 2000], isto é, amostrar a informação somente nos isótopos das intermediações da região que se queira recompor.

Uma quarta proposta, sob um aspecto mais teórico, seria desenvolver um estudo mais detalhado da EDP proposta em [Casaca; Boaventura, 2009c], abordando conceitos mais formais da teoria matemática envolvida.

Referências Bibliográficas

- [Achim et al., 2003] ACHIM, A.; TSAKALIDES, P.; BEZERIANOS, A. **SAR image denoising via Bayesian wavelet shrinkage based on heavy-tailed modeling.** IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing, Vol. 41, pp. 1773-1784, 2003.
- [Alvarez et al., 1992] ALVAREZ, L.; LIONS, P. L.; MOREL, J. M. **Image selective smoothing and edge detection by nonlinear diffusion.** SIAM J. Numer. Anal., pp. 845-866, 1992.
- [Aujol; Chambolle, 2005] AUJOL, J. F.; CHAMBOLLE, A. **Dual norms and image decomposition models.** International Journal of Computer Vision, Vol. 63, Number 1, pp. 85-104, 2005.
- [Auroux; Masmoudi, 2006] AUROUX, D.; MASMOUDI, M. **A one-shot inpainting algorithm based on the topological asymptotic analysis.** Comp. Appl. Math., Vol. 25, pp. 1-17, 2006.
- [Barcelos et al., 2003] BARCELOS, C. A. Z.; BOAVENTURA, M.; SILVA JR, E. **A well balanced flow equation for noise remove and edge detection.** IEEE Transactions on Image Processing, Vol. 12(7), pp. 751-763, 2003.
- [Barcelos et al., 2005] BARCELOS, C. A. Z.; BOAVENTURA, M.; SILVA JR, E. **Edge detection and noise removal by use of a partial differential equation with automatic selection of parameters.** Computational and Applied Mathematics, Brazil, Vol. 24(1), pp. 131-150, 2005.
- [Barcelos; Batista, 2007] BARCELOS, C. A. Z.; BATISTA, M. A. **Image Restoration using Digital Inpainting and Noise Removal.** Image and Vision Computing, Elsevier, Vol. 25, pp. 61-69, 2007.
- [Bergen; Heeger, 1995] BERGEN, J. R.; HEEGER, D. J. **Pyramid-based texture analysis synthesis.** SIGGRAPH 95, pp. 229-238, 1995.
- [Bertalmio et al., 2000] BERTALMIO, M.; SAPIRO, G.; CASELLES, V.; BALLESTER, C. **Image Inpainting.** Computer Graphics, SIGGRAPH, pp. 417-424, 2000.
- [Bertalmio, 2001] BERTALMIO, M. **Processing of flat and non-flat image information on arbitrary manifolds using Partial Differential Equations.** Tese (Doutorado em 'Philosophy')-University of Minnesota, Mineapolis, USA, 2001.
- [Bertalmio et al., 2003] BERTALMIO, M.; VESE, L.; SAPIRO, G.; OSHER, S. **Simultaneous structure and texture image inpainting.** IEEE Transactions on Image Processing, pp. 882-889, 2003.

- [Boaventura et al., 2009] BOAVENTURA, M.; CASACA, W. C. O.; ALMEIDA, M. P. **Processamento de Imagens por Equações Diferenciais Parciais**. Proceedings of 8th Brazilian Conference on Dynamics, Control and Applications, Vol. 8, Short Course, 2009.
- [Bornard et al., 2002] BORNARD, R.; LECAN, E.; LABORELLI, L.; CHENOT., J.H. **Missing data correction in still images and image sequences**. In: 10th ACM Int. Conf. on Multimedia, pp. 355-361, 2002.
- [Bornemann; Marz, 2007] BORNEMANN, F.; MARZ, T. **Fast image inpainting based on coherence transport**. Journal of Mathematical Imaging and Vision, Vol. 28(3), pp. 259-278, 2007.
- [Burger et al., 2005] BURGER, M.; OSHER, S.; XU, J.; GILBOA, G. **Nonlinear inverse scale space methods for image restoration**. VLSM, LNCS, Vol. 3752, pp. 85-96, 2005.
- [Burger et al., 2006] BURGER, M.; GILBOA, G.; OSHER, S.; XU, J. **Nonlinear inverse scale space methods**. Communications in Mathematical Sciences, Vol. 4, pp. 179-212, 2006.
- [Candés; Donoho, 2004] CANDÉS, E. J.; DONOHO, D. L. **New tight frames of curvelets and optimal representations of objects with piecewise C^2 singularities**. Comm. Pure Appl. Math., Vol. 57, pp. 219-266, 2004.
- [Candés et al., 2006] CANDÉS, E. J.; DEMANET, L.; DONOHO, D. L.; YING, L. **Fast discrete curvelet transforms**. SIAM J. on Multiscale Model. Simul., Vol. 5, pp. 861-899, 2006.
- [Cao et al., 2009] CAO, F.; GOUSSEAU, Y.; MASNOU, S.; PEREZ, P. **Geometrically guided exemplar-based inpainting**. Preprint HAL, submitted, 2009.
- [Casaca et al., 2006] CASACA, W. C. O.; ALMEIDA, M. P.; BEDUTTI, A. D. **Modelos Matemáticos para Restauração de Imagens Digitais**. Anais do XVIII Semana da Matemática, Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas IBILCE - UNESP, Notas de Mini-curso, 2006.
- [Casaca et al., 2007a] CASACA, W. C. O.; ALMEIDA, M. P., BOAVENTURA, M. **Uma análise comparativa de modelos difusivos anisotrópicos e não-anisotrópicos para o retoque digital de imagens**. Proceedings of 6th Brazilian Conference on Dynamics, Control and Applications, Vol. 6, 2007.
- [Casaca; Boaventura, 2007b] CASACA, W. C. O.; BOAVENTURA M. **Eliminação de ruídos e extração de bordas em imagens digitais via equação de difusão não-linear**. Anais do III Workshop de Visão Computacional, Vol. 3, pp. 340-345, 2007.
- [Casaca; Boaventura, 2007c] CASACA, W. C. O.; BOAVENTURA, M. **Modelos matemáticos difusivos para retoque e suavização de imagens digitais**. Anais do XXth SIBGRAPI (Workshop of Undergraduate Work), Vol. 20, 2007.

- [Casaca; Boaventura, 2007d] CASACA, W. C. O.; BOAVENTURA, M. **Equações diferenciais parciais aplicadas ao processo de retoque digital, remoção de ruídos e segmentação de imagens digitais**. Anais do XIX Congresso de Iniciação Científica da UNESP, 2007.
- [Casaca; Boaventura, 2008a] CASACA, W. C. O.; BOAVENTURA, M. **Um modelo híbrido de retoque digital e suavização não-linear aplicado ao problema de reconstrução de imagens coloridas**. Proceedings of 7th Brazilian Conference on Dynamics, Control and Applications, Vol. 7, pp. 804-809, 2008.
- [Casaca; Boaventura, 2008b] CASACA, W. C. O.; BOAVENTURA, M. **Decomposição de imagens digitais em cartoon e textura através de uma equação de difusão não linear**. Anais do IV Workshop de Visão Computacional, Vol. 4, pp. 35-40, 2008.
- [Casaca; Boaventura, 2009a] CASACA, W. C. O.; BOAVENTURA, M. **Eliminação de ruído em imagens com textura**. Anais do XXXII Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional, Vol. 32, 2009.
- [Casaca; Boaventura, 2009b] CASACA, W. C. O.; BOAVENTURA, M. **Eliminação de ruídos em imagens com textura: proposta de um eficiente algoritmo baseado em decomposição**. Proceedings of 8th Brazilian Conference on Dynamics, Control and Applications, Vol. 8, 2009.
- [Casaca; Boaventura, 2009c] CASACA, W. C. O.; BOAVENTURA, M. **A regularized nonlinear diffusion approach for texture image denoising**. Proceedings of XXI-Ith SIBGRAPI, Los Alamitos-CA, USA, IEEE Computer Society, 2009.
- [Casaca; Boaventura, 2010] CASACA, W. C. O.; BOAVENTURA, M. **Decomposition and noise removal method combining diffusion equation and wave atoms for textured images**. Mathematical Problems in Engineering, Accepted for publication (2010), 16 p., Hidawi publishing corporation.
- [Chan et. al, 2001a] CHAN, T. F.; OSHER, S.; SHEN, J. **The digital TV filter and nonlinear denoising**, IEEE Transaction on Image Processing, Vol. 10, pp. 231-241, 2001.
- [Chan; Shen, 2001b] CHAN, T. F.; SHEN, J. **Non-texture inpainting by curvature driven diffusion (CDD)**. Journal of Visual Communication and Image Representation, Vol. 12(4), pp. 436-449, 2001.
- [Chan; Shen, 2002] CHAN, T. F.; SHEN, J. **Mathematical models for local non-texture inpainting**. SIAM Journal on Applied Mathematics, Vol. 62(3), pp. 1019-1043, 2002.
- [Criminisi et al., 2004] CRIMINISI, A.; PEREZ, P.; TOYAMA, K. **Region filling and object removal by exemplar-based image inpainting**. IEEE Transactions on Image Processing, Vol. 13(9), pp. 1200-1212, 2004.
- [Cunha, 2000] CUNHA, M. C. **Métodos Numéricos para as Engenharias e Ciências Aplicadas**. Editora Unicamp, Campinas, 2a ed., 2000.

- [Demagnet, 2006] DEMANET, L. **Curvelets, wave atoms and wave equations**. Tese (Doutorado em 'Philosophy')-California Institute of Technology, Pasadena, USA, 2006.
- [Demagnet; Ying, 2007a] DEMANET, L.; YING, L. **Wave atoms and sparsity of oscillatory patterns**. Appl. Comput. Harmon. Anal., Vol. 23, pp. 368-387, 2007.
- [Demagnet; Ying, 2007b] DEMANET, L.; YING, L. **Curvelets and wave atoms for mirror-extended images**. Proceedings of the SPIE Wavelets XII conf., 2007.
- [Drori et al., 2003] DRORI, I.; COHEN-OR, D.; YESHURUN, H. **Fragment-based image completion**. SIGGRAPH 2003, Vol. 22, pp. 303-312, 2003.
- [Efros; Leung, 1999] ELFROS, A. A.; LEUNG, T. K. **Texture synthesis by nonparametric sampling**. IEEE Int. Conf. Computer Vision, Greece, pp. 1033-1038, 1999.
- [Efros; Freeman, 2001] EFROS, A. A.; FREEMAN, W. **Image Quilting for Texture Synthesis and Transfer**. SIGGRAPH 2001, 2001.
- [Esedoglu et al., 2007] ESEDOGLUY, S.; CHAN, T. F.; PARKY, F. E. **Image decomposition combining staircase reduction and texture extraction**. Journal of Visual Communication and Image Representation, Vol. 18, pp. 464-486, 2007.
- [Fablet et al., 2008] FABLET, R.; PUJOLLE, S.; CHESSEL, A.; BENZINOU, A.; CAO, F. **2D Image-based reconstruction of shape deformation of biological structures using a level-set representation**. Computer Vision and Image Understanding, Vol. 111, pp. 295-306, 2008.
- [Ferreira, 2004] FERREIRA, A. B. H. **Novo Dicionário Aurélio da Língua Portuguesa**. Versão Eletrônica, Editora Positivo - Positivo Informatica, 2004.
- [Garnetta et al., 2007] GARNETTA, J. B.; LEA, T. M.; MEYER, Y.; VESE, L. A. **Image decompositions using bounded variation and generalized homogeneous Besov spaces**. Applied and Computational Harmonic Analysis, Special Issue on Mathematical Imaging, Vol. 23, pp. 25-56, 2007.
- [Gilboa et al., 2006] GILBOA, G.; SOCHEN, N.; ZEEVI, Y. Z. **Variational denoising of partly textured images by spatially varying constraints**. IEEE Transactions on Image Processing, Vol. 15, pp. 2281-2289, 2006.
- [Gilles, 2007] GILLES, J. **Noisy Image decomposition: A new structure, texture and noise model based on local adaptivity**. Journal of Mathematical Imaging and Vision, Vol. 28, pp. 285-295, 2007.
- [Gonzales; Woods, 2002] GONZALES, R.; WOODS, R. E. **Digital Image Processing**. Prentice Hall., 2a ed., 2002.
- [Grossauer, 2004] GROSSAUER, H. **A combined PDE and texture synthesis approach to inpainting**. Lecture Notes in Computer Science, Vol. 3022, pp. 214-224, 2004.
- [Guidorizzi, 2001] GUIDORIZZI, H. L. **Um Curso de Cálculo**. Vol. 2, Rio de Janeiro, LTC, 2001.

- [Harrison, 2001] HARRISON, P. **A non-hierarchical procedure for re-synthesis of complex texture**. Proc. Int. Conf. Central Europe Comp. Graphics, Visua. and Comp. Vision, Plzen, Czech Republic, 2001.
- [Herman, 2009] HERMAN, G. T. **Fundamentals of Computerized Tomography: Image Reconstruction from Projections**. 2nd Edition, Springer, 2009.
- [Kanizsa, 1979] KANIZSA, G. **Organization in Vision**. Praeger, New York, 1979.
- [Komodakis; Tziritas, 2008] KOMODAKIS, N.; TZIRITAS, G. **Image completion using efficient belief propagation via priority scheduling and dynamic pruning**. IEEE Transactions on Image Processing, Vol. 11, pp. 2649-2661, 2008.
- [Levine et al., 2005] LEVINE, S.; RAMSEY, M.; MISNER, T.; SCHWAB, S. **An adaptive model for image decomposition with applications to remote sensing**. Lecture Notes in Computer Science, Vol. 3757, pp. 382-397, 2005.
- [Li et al., 2009] LI, F.; SHEN, C.; ZHANG, G. **Variational denoising of partly textured images**. Journal of Visual Communication and Image Representation, Vol. 20, pp. 293-300, 2009.
- [Liang et al., 2001] LIANG L.; LIU C.; XU Y-Q.; GUO, B.; SHUM, H-Y. **Real-time texture synthesis by patch-based sampling**. ACM Transactions on Graphics, Vol. 20, pp. 127-150, 2001.
- [Lieu, 2005] LIEU, L. **Contribution to problems in image restoration, decomposition, and segmentation by variational methods and Partial Diferential Equations**. Tese (Doutorado em 'Philosophy')-University of California, 2006.
- [Liu et al., 2004] LIU, Y.; LIN, W.; HAYS, J. H. **Near regular texture analysis and manipulation**. ACM Transactions on Graphics, SIGGRAPH 2004, Vol. 23(3), pp. 368-376, 2004.
- [Liu et al., 2008] LIU, G.; FENG, X.; BAI, J. **Variational image decomposition using wave atoms**. Current Development in Theory and Applications of Wavelets, Vol. 2, pp. 277-291, 2008.
- [Ma, 2007] MA, J. **Image assimilation by geometric wavelet based reaction-diffusion equation**. Proceeding of SPIE Wavelet XII, Vol. 6701, 2007.
- [Ma; Plonka, 2007] MA, J.; PLONKA, G. **Combined curvelet shrinkage and non-linear anisotropic diffusion**. IEEE Transactions on Image Processing, Vol. 16, pp. 2198-2206, 2007.
- [Malik; Perona, 1990] MALIK, J.; PERONA, P. **Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion**. IEEE Transactions Pattern Analysis and Machine Intelligence, Vol. 12(7), pp. 629-639, 1990.
- [Maragos et al., 2005] MARAGOS, P.; SOFOU, A.; EVANGELOPOULOS, G. **Coupled geometric and texture PDE-based segmentation**. International Conference on Image Processing 2005, pp. 650-653.

- [Marr; Hildreth, 1980] MARR, D.; HILDRETH, E. **Theory of edge detection**. Proc. R. Soc. Lond. B, Vol. 207, pp. 187-217, 1980.
- [Meyer, 2002] MEYER, Y. **Oscillating patterns in image processing and nonlinear evolution equations**. Vol. 22, University Lecture Series, AMS, 2002.
- [Nordstrom, 1990] NORDSTRÖM, K. N. **Biased anisotropic diffusion: a unified regularization and diffusion approach to edge detection**. Image Vision Computing, no. 8, pp. 318-327, 1990.
- [Perez et al., 2004] PEREZ, P.; GANGNET, M.; BLAKE A. **PatchWorks: Example-based region tiling for image editing**. Technical report, Microsoft Research, 2004.
- [Plonka; Ma, 2008] PLONKA, G.; MA, J. **Nonlinear regularized reaction-diffusion filters for denoising of images with textures**. IEEE Transactions on Image Processing, Vol. 17, pp. 1283-1294, 2008.
- [Rahmes et al., 2007] RAHMES, M.; ALLEN, J.DEV.; ELHARTI, A.; TENALI, G.B. **Fingerprint reconstruction method using partial differential equation and exemplar-based inpainting methods**. Biometrics Symposium, 2007.
- [Rane et al., 2003] RANE, S.; BERTALMIO, M.; SAPIRO, G. **Structure and texture filling-in of missing image blocks for wireless transmission and compression**. IEEE Transactions on Image Processing, Vol. 12(3), 2003.
- [Rares et al, 2005] RARES, A.; REINDERS, M. J. T; BIEMOND, J. **Edge-based image restoration**. IEEE Transactions on Image Processing, Vol. 14, pp. 1454-1468, 2005.
- [Rudin et al., 1992] RUDIN, L.; OSHER, S.; FATEMI, E. **Nonlinear total variation based noise removal algorithms**. Physica D, pp. 259-268, 1992.
- [Silva, 2005] SILVA, A. L. O. **Modelos Matemáticos para o Retoque Digital de Imagens**. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada)- Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista(UNESP), São José do Rio Preto, 2005.
- [Silva Jr, 2001] SILVA JR, E. C. **Um Novo Modelo de Difusão não Linear com Preservação de Bordas para Segmentação e Eliminação de Ruídos em Imagens e Análise Comparativa com Modelos Correlatos**. Dissertação (Mestrado em Matemática Aplicada)- Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista(UNESP), São José do Rio Preto, 2001.
- [Soille, 2003] SOILLE, P. **Morphological Image Analysis - Principles and Applications**. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2003.
- [Sovak, 2002] SOVAK, M. **Color Models for Image Decomposition**. Dissertação (Mestre em 'Science in Computational Mathematics')- McAnulty College and Graduate School of Liberal Arts, Duquesne Universit, Pittsburgh, USA, 2006.
- [Starck et al., 2002] STARCK, J. L.; CANDÈS, E. J.; DONOHO, D. L. **The curvelet transform for image denoising**. IEEE Transactions on Image Processing, Vol. 17, pp. 670-684, 2002.

- [Telea, 2004] TELEA, A. **An image inpainting technique based on the fast marching method**. J. Graphics Tools, Vol. 9, pp. 23-34, 2004.
- [Tschumperl; Deriche, 2005] TSCHUMPERL', D.; DERICHE R. **Vector-valued image regularization with PDE's : a common framework for different applications**. IEEE Trans. on Patt. Anal. and Machine Int., Vol. 27(4), 2005.
- [Vese; Osher, 2003] VESE, L. A.; OSHER, S. **Modeling textures with total variation minimization and oscillating patterns in image processing**. Journal of Scientific Computing, Vol. 19, pp. 553-572, 2003.
- [Vese; Osher, 2004] VESE, L. A.; OSHER, S. **Image denoising and decomposition with total variation minimization and oscillatory functions**. Journal of Mathematical Imaging and Vision, Vol. 20, pp. 7-18, 2004.
- [Vese; Osher, 2006] VESE, L. A.; OSHER, S. **Color texture modeling and color image decomposition in a variational-PDE approach**. Proceedings of Symbolic and Numeric Algorithms for Scientific Computing, pp. 103-110, 2006.
- [Villemoes, 2002] VILLEMOES, L. **Wavelet packets with uniform time-frequency localization**. Comptes-Rendus Mathematique, I 335, pp. 793-796, 2002.
- [Wei, 2002] WEI, L. Y. **Texture synthesis by fixed neighborhood searching**. Tese (Doutorado em 'Philosophy')-Stanford University, Stanford, USA, 2002.
- [Yamauchi et al., 2003] YAMAUCHI, H.; HABER, J.; SEIDEL, H.-P. **Image Restoration using Multiresolution Texture Synthesis and Image Inpainting**. Proc. Computer Graphics International (CGI), Tokyo, Japan, pp.120-125, 2003.
- [Yin et al., 2005] YIN, W.; GOLDFARB, D.; OSHER, S. **Image cartoon-texture decomposition and feature selection using the total variation regularized L^1 functional**. Variational, Geometric, and Level Set Methods in Computer Vision, Vol. 3752, L.N. in Comp. Science, Springer, pp. 73-84, 2005.
- [Yu; Fessler, 2002] YU, D. E; FESSLER, J. A. **Edge-preserving tomographic reconstruction with nonlocal regularization**. IEEE Trans. Medical Imaging, Vol. 21, pp. 159-173, 2002.
- [Zhu et al., 1998] ZHU, S. C.; WU, Y.; MUMFORD, D. **Filters, random fields and maximum entropy (frame)**. International Journal of Computer Vision, Vol. 27, pp. 1-20, 1998.

Autorizo a reprodução xerográfica para fins de pesquisa.

São José do Rio Preto, 31 de Março de 2010.

Wallace Correa de Oliveira Casaca