MARIA RITA DA SILVA

MANOBRAS ÓTIMAS DE ATITUDE DE SATÉLITES ARTIFICIAIS UTILIZANDO ALGORITMOS GENÉTICOS

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica na área de Projetos.

Orientador: Prof. Dr. Victor Orlando Gamarra Rosado

Guaratinguetá 2012

S586m	Silva, Maria Rita da Manobras ótimas de atitude de satélites artificiais utilizando algoritmos
	genéticos / Maria Rita da Silva – Guaratinguetá : [s.n], 2012.
	Bibliografia: f. 125-129
	Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2012.
	Orientador: Prof. Dr. Víctor Orlando Gamarra Rosado
	1. Satélites artificiais - órbitas 2. Satélites artificiais - Sistemas de controle de atitude. I. Título
	CDU 629.783 (043)



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

MARIA RITA DA SILVA

ESTA DISSERTAÇÃO FOLJULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TITULO DE "MESTRE EM CIÊNCIAS"

PROGRAMA: ENGENHARIA MECÀNICA ÁREA: PROJETOS

APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO

Prof. Dr. Marcelo dus Santos Pereira Coerdenador

BANCA EXAMINADORA:

Op Jamarra

Prof. Dr. VICTOR ORLANDO GAMARRA ROSADO Orientador / Uncap-Feg

Prof", Dr", MARIA CECILIA FRANÇA DE PAULA SANTOS ZANARDI Unesp-Feg

Prof. Dr. LUIZ EDUARDO NICOLINI DO PATROCINIO NUNES UNITAU

Marconie 2012

DADOS CURRICULARES

MARIA RITA DA SILVA

NASCIMENTO	09.02.1986 – PINDAMONHANGABA / SP
FILIAÇÃO	 Maria Ana da Silva
2005/2010	Curso de Graduação Bacharelado em Física na Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá da Universidade Estadual Paulista.
2010/2012	Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, nível de Mestrado, na Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá da Universidade Estadual Paulista.

de modo especial, à milha filha Luiza, que desde os seus meses de vida em meu ventre e até a data presente, foi a grande incentivadora para que eu continuasse no curso.

AGRADECIMENTOS

ao meu orientador, *Prof. Dr. Víctor Orlando Gamarra Rosado*, que acreditou em mim. Sem a sua orientação, dedicação e auxílio, este estudo aqui apresentado seria praticamente impossível,

à minha mãe, *Maria Ana*, e minha filha, *Luiza*, que apesar das dificuldades enfrentadas, sempre incentivaram meus estudos,

à minha família, amigos e colegas do curso de pós-graduação, pela amizade, carinho e apoio,

aos professores do curso de pós-graduação em Engenharia Mecânica, pelo convívio e aprendizagem,

às funcionárias da Biblioteca do Campus de Guaratinguetá pela dedicação, presteza e principalmente pela vontade de ajudar,

e aos funcionários da pós-graduação, pela dedicação e alegria no atendimento.

"No mistério do sem-fim, equilibra-se um planeta. E no planeta, um jardim. E no jardim, um canteiro. No canteiro, uma violeta. E sobre ela, o dia inteiro, entre o planeta e o sem-fim, a asa de uma borboleta."

Clarice Lispector

DA SILVA, M. R. **Manobras ótimas de atitude de satélites artificiais utilizando algoritmos genéticos.** 2012. 129 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2012.

RESUMO

Esta dissertação apresenta uma metodologia para a otimização de manobras de atitude de satélites artificiais estabilizados por rotação, utilizando-se algoritmos genéticos. Primeiramente, é simulado o controle inicial da manobra, dado por uma lei de controle baseada em uma função de chaveamento, conforme a teoria de Shigehara (1972). Em seguida, com base nos resultados obtidos pela lei de controle inicial, aplica-se o algoritmo genético na otimização dos intervalos e polaridades de funcionamento de um atuador, tipo bobina magnética. Durante este procedimento, nas diferentes manobras, a otimização global e por período foram simuladas. Na implementação do algoritmo genético, o problema de otimização de manobra considera uma função multi-objetivo definida pela minimização dos erros dos ângulos da manobra e o tempo final. A exequibilidade desta metodologia utilizando algoritmos genéticos se verifica na comparação entre os resultados obtidos por Gamarra Rosado e Rios Neto (1992a; 1992b), obtidas no processo de subotimização da manobra. Da análise das simulações realizadas, observou-se que o algoritmo genético conseguiu minimizar o tempo final da manobra, entretanto, em todos os casos analisados, os ângulos finais de declinação e ascensão reta sofreram pequenas diferenças nos valores finais em comparação com a condição final da manobra estabelecida.

PALAVRAS-CHAVE: Satélite Artificial. Controle de Atitude. Otimização de Manobras. Algoritmo Genético.

DA SILVA, M. R. **Optimal attitude maneuvers for artificial satellites using Genetic Algorithm.** 2012. 129 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) -Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2012.

ABSTRACT

This dissertation presents a methodology for the optimization of attitude maneuvers of a satellite stabilized by rotation, using genetic algorithms. First, the initial control is simulated maneuver, given by a control law based on a switching function, as the theory of Shigehara (1972). Then, based on the results obtained by the initial control law, applies the genetic algorithm in optimization of intervals and polarities of operation of an actuator, solenoid coil type. During this procedure, the different maneuvers, and global optimization period were simulated. In the implementation of genetic algorithm, the optimization problem maneuvering considering a multiobjective function defined by minimizing the errors of the angles of the maneuver and final time. The feasibility of this methodology using genetic algorithms is verified when comparing the results obtained by Gamarra Rosado and Rios Neto (1992a; 1992b), obtained in the process of sub-optimization of the maneuver. The analysis of the simulations, it was observed that the genetic algorithm able to minimize the end time of the operation, however, in all cases examined, the final angles of declination and right ascension experienced slight differences in the final values in comparison to the final condition of maneuver established.

KEYWORDS: Artificial Satellite. Attitude Control. Maneuver Optimization. Genetic Algorithm.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Representação do sistema geocêntrico inercial (OXYZ) e o sistema
equatorial (O' <i>xyz</i>)29
Figura 2 - Representação do sistema de coordenadas associado ao satélite (O' $x_S y_S z_S$)
com relação ao sistema equatorial (O' <i>xyz</i>)
Figura 3 - Representação do sistema orbital $(Ox_0y_0z_0)$ em relação ao sistema
geocêntrico inercial (OXYZ)
Figura 4 - Representação do sistema magnético $(OX_MY_MZ_M)$ em relação ao sistema
geocêntrico inercial (OXYZ)
Figura 5 - O campo magnético terrestre41
Figura 6 - Intensidade do campo magnético na superfície da Terra em gauss (adaptado
de NASA, 1969)42
Figura 7 - A interação entre os ventos solares e o campo geomagnético (extraído de
www.astronomygcse.co.uk)
Figura 8 - Esquema da Magnetosfera (adaptado de NASA, 1969)44
Figura 9 - Sistema de coordenadas geocêntrico inercial (OXYZ) e orbital
$(Ox_0 y_0 z_0)$ (extraído de Gamarra Rosado e Rios Neto, 1992b)49
Figura 10 - Forças no movimento de cargas positivas em um condutor de corrente
(adaptado de Young e Freedman, 2008)51
Figura 11 - Forças em uma espira retangular condutora de corrente (adaptado de
Young e Freedman, 2008)52
Figura 12 - Representação dos sistemas de coordenadas geocêntrico inercial (OXYZ) e
do satélite $(Ox_S y_S z_S)$ (adaptado de Gamarra Rosado e Rios Neto, 1992a; 1992b)60
Figura 13 - Esquema de um indivíduo ou cromossomo (adaptado de Silva, 2006)66
Figura 14 - Seleção por Giro de Roleta (Roulette Wheel Selection)70
Figura 15 - O cromossomo A e o cromossomo B são escolhidos para o processo de
cruzamento72
Figura 16 - O cromossomo A e o cromossomo B são escolhidos para o processo de
cruzamento72

Figura 17 - O cromossomo A antes e depois do processo de mutação74
Figura 18 - Implementação da função de chaveamento durante um período orbital85
Figura 19 - Respostas da primeira simulação do controle inicial da manobra para o
primeiro teste
Figura 20 - Respostas da segunda simulação do controle inicial da manobra para o
primeiro teste
Figura 21 - Respostas da terceira simulação do controle inicial da manobra para o
primeiro teste
Figura 22 - Respostas da quarta simulação do controle inicial da manobra para o
primeiro teste
Figura 23 - Respostas da primeira simulação do controle inicial da manobra para o
segundo teste
Figura 24 - Respostas da segunda simulação do controle inicial da manobra para o
segundo teste
Figura 25 - Respostas da primeira simulação da otimização global da manobra para o
primeiro teste101
Figura 26 - Respostas da segunda simulação da otimização global da manobra para o
primeiro teste
Figura 27 - Respostas da terceira simulação da otimização global da manobra para o
primeiro teste103
Figura 28 - Respostas da quarta simulação da otimização da manobra para o primeiro
teste
Figura 29 - Respostas da primeira simulação da otimização global da manobra para o
segundo teste105
Figura 30 - Respostas da segunda simulação da otimização global da manobra para o
segundo teste106
Figura 31 - Respostas da primeira simulação da otimização por período para o
primeiro teste110
Figura 32 - Respostas da segunda simulação da otimização por período para o primeiro
teste

Figura 33 - Respostas da terceira simulação da otimização por período para o primeiro
teste
Figura 34 - Respostas da quarta simulação da otimização por período para o primeiro
teste
Figura 35 - Respostas da primeira simulação da otimização por período para o segundo
teste
Figura 36 - Respostas da segunda simulação da otimização por período para o segundo
teste115
Figura 37 – Respostas da otimização global120
Figura 38 - Respostas da otimização por período

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Exemplos de genótipos e fenótipos correspondentes em alguns tipos de
problema (adaptado de Lucas, 2002)65
Tabela 2 - População inicial 81
Tabela 3 - Resultados do método de controle inicial da manobra para o primeiro teste.
Tabela 4 - Resultados do método de controle inicial da manobra para o segundo teste.
Tabela 5 - Diferenças dos valores das variáveis de atitude no primeiro teste
Tabela 6 - Diferenças dos valores das variáveis de atitude no segundo teste. 91
Tabela 7 - Resultados da otimização global da manobra para o primeiro teste
Tabela 8 - Resultados da otimização global da manobra para o segundo teste100
Tabela 9 - Diferenças dos valores das variáveis de atitude no primeiro teste100
Tabela 10 - Diferenças dos valores das variáveis de atitude no segundo teste100
Tabela 11- Resultados da otimização por período da manobra para o primeiro teste.108
Tabela 12 - Resultados da otimização por período da manobra para o segundo teste.
Tabela 13 - Diferenças dos valores das variáveis de atitude no primeiro teste109
Tabela 14 - Diferenças dos valores das variáveis de atitude no segundo teste109
Tabela 15 - Resultados dos tempos finais para o primeiro teste. 117
Tabela 16 - Resultados dos tempos finais para o segundo teste117
Tabela 17 - Resultados da otimização da manobra de atitude pelo método de
subotimização118
Tabela 18 - Resultados da otimização da manobra de atitude pelo método do algoritmo
genético119

a	-	raio equatorial da Terra
\vec{a}_r	-	vetor unitário do centro da barra até o ponto medido
\vec{a}_i	-	vetor de aceleração
b	-	lado da espira retangular
\overline{b}	-	parâmetro de forma
С	-	lado da espira retangular
$dec{A}$	-	vetor do elemento de área
dŜ	-	vetor do elemento de superfície
g_n^p , h_n^p	-	coeficientes gaussianos
i	-	inclinação
î, ĵ, <i>ĥ</i>	-	vetores unitários do sistema equatorial
$\hat{\iota}_S, \hat{j}_S, \hat{z}_S$	-	vetores unitários do sistema associado ao satélite
$\hat{\iota}_0, \hat{j}_0, \hat{k}_0$	-	vetores unitários do sistema orbital
$\hat{\iota}_M, \hat{j}_M, \hat{k}_M$	-	vetores unitários do sistema magnético
i,j,k,n,p	-	índices
ƙ	-	vetor unitário do eixo de spin
\vec{k}_{O}	-	vetor do eixo de spin no sistema orbital
\vec{k}_S	-	vetor do momento angular principal do satélite
l	-	trecho do fio condutor
\vec{m}	-	vetor do momento de dipolo magnético
т	-	momento do dipolo magnético
m_i	-	massa
n	-	vetor unitário normal ao plano da bobina magnética
p_m	-	polaridade
\widetilde{q}	-	probabilidade de selecionar melhor indivíduo
r'	-	distância entre a fonte do campo até ao ponto medido
r	-	distância geocêntrica
ĩ	-	valores aleatórios

LISTA DE SÍMBOLOS

<i>r</i> ₁ , <i>r</i> ₂	-	números aleatórios uniformes
\vec{r}_i	-	vetor posição
t	-	tempo
t_f	-	tempo final da manobra
t_f^{OPP}	-	tempo final na otimização por período
t_f^{CI}	-	tempo final no controle inicial
t_f^{OG}	-	tempo final na otimização global
u(t)	-	função ótima de controle
$ec{ u}$	-	vetor da velocidade da carga
\vec{v}_i	-	vetor velocidade
<i>x</i> ', <i>y</i> '	-	indivíduos do cruzamento (crossover)
x_f, y_f	-	coordenadas de posição final
x_i, y_i	-	coordenadas de posição inicial
x_{f_1}, x_{f_2}	-	valores de estado no instante final da manobra
\widetilde{x}_i , \widetilde{x}_f	-	condição inicial e final para cada período da manobra
$x_1(t), x_2(t)$	-	funções de declinação e ascensão reta a cada instante
$x_1(t_{f_n}), x_2(t_{f_n})$	-	valores do estado no instante do n-ésimo período orbital
Α	-	secção transversal do condutor
B_{\perp}	-	componente normal do campo magnético
$B_r, B_{ heta}, B_{\phi}$	-	componentes do campo magnético radial, de elevação e azimutal
B_x, B_y, B_z	-	componentes do campo magnético norte, oeste e nadir
B_X, B_Y, B_Z	-	componentes do campo magnético no sistema geocêntrico inercial
B_{01}, B_{02}, B_{03}	-	componentes do campo magnético no sistema orbital
\vec{B}_O	-	vetor do campo magnético no sistema orbital
\vec{B}	-	vetor do campo magnético
C_N	-	probabilidade acumulativa
\vec{D}	-	vetor do torque de perturbação
\vec{E}	-	vetor do campo elétrico
E_p , E_a	-	erros de posicionamento e deslocamento angular

\vec{E}_L	- vetor erro do momento angular (diferença entre o vetor do momento
	angular final e inicial)
\vec{F}	- vetor de força
\vec{F}_M	- vetor da força magnética que atua na carga em movimento
\vec{F}_i	- vetor força
<i>F</i>	- valor do <i>fitness</i>
G	- geração
G _{máx}	- geração máxima
\vec{H}	- vetor de indução magnética
I_1, I_2, I_3	- momentos angulares inércia do satélite
Î, Ĵ, <i></i>	- vetores unitários do sistema geocêntrico-equatorial inercial
Ī	- vetor da corrente elétrica
Ĵ	- vetor da densidade de corrente
Ĺ	- vetor do momento angular
\vec{L}_i, \vec{L}_f	- vetores do momento angular inicial e final
\vec{M}	- vetor de magnetização
M_X , M_Y , M_Z	- componentes do dipolo magnético no sistema geocêntrico-
	equatorial inercial
Ν	- número de voltas do fio
N, S, L, O	- pontos cardeais
\vec{N}	- vetor do torque de controle magnético
\vec{N}_O	- vetor do torque de controle no sistema orbital
N_x , N_y , N_z	- componentes do torque magnético no sistema associado ao satélite
0	- centro de massa da Terra
0'	- centro de massa do satélite
OXYZ	- sistema de coordenadas geocêntrico-equatorial inercial
O' <i>xyz</i>	- sistema de coordenadas equatorial
$O'x_S y_S z_S$	- sistema de coordenadas associado ao satélite
$Ox_0 y_0 z_0$	- sistema de coordenadas orbital

$OX_M Y_M Z_M$	 sistema de coordenadas magnéticas
$P_n^m(\tilde{\theta})$	- funções de Legendre
P(t)	- população gerada a cada instante
P_j	- probabilidade de sobrevivência
P_m	- probabilidade de mutação
R	- ranking
R_{x_S}	- matriz de rotação de (90° – δ) em torno do eixo O' x_s
R_{z_S}	- matriz de rotação de ($\alpha - 270^\circ$) em torno do eixo O' z_s
R_Z	- matriz de rotação η em torno do eixo OZ
R_{X_M}	- matriz de rotação β em torno do eixo OX_M
<i>R</i> ₁	- matriz de rotação que relaciona o sistema associado ao satélite e o
	equatorial
<i>R</i> ₂	- matriz de rotação que relaciona o sistema orbital e o sistema
	geocêntrico-equatorial inercial
<i>R</i> ₃	- matriz de rotação que relaciona o sistema magnético e o sistema
	geocêntrico-equatorial inercial
S	- função de chaveamento
U	- conjunto união
V	- função escalar do potencial
W_1, W_2, W_3	- coeficientes de ponderação
α	- ascensão reta
$\bar{\alpha}$	- ângulo de rotação da espira retangular
β	- declinação do eixo polar geomagnético
γ	- ponto Vernal
δ	- declinação
ϵ	- ângulo de diferença entre λ e δ
E ₀	- permissividade do espaço livre
ζ	- latitude do dipolo magnético
η	- longitude do plano
θ, ψ	- elevação e azimute

$ heta_f$, ψ_f	- ângulos finais de elevação e azimute
$ ilde{ heta}, oldsymbol{\phi}$	- elevação e longitude à oeste de Greenwich
$\phi_{\scriptscriptstyle E}$	- fluxo através do campo elétrico
$\phi_{\scriptscriptstyle B}$	- fluxo através do campo magnético
$ heta_{G}$	- tempo sideral de Greenwich
λ	- latitude geodésica
μ	- permeabilidade do material
μ_o	- é inversamente proporcional a ε_o
υ	- anomalia verdadeira
٢	- declinação magnética
ρ	- densidade de carga
$ar{arphi}$	- ângulo que o vetor do campo magnético faz em relação a normal
	numa espira retangular
ω	- argumento do perigeu
$ec{\omega}$	- vetor de velocidade angular do sistema associado ao satélite
$\dot{\phi}$	- velocidade de rotação do eixo do satélite

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO
1.1 Objetivos
1.2 Exposição do problema
1.3 Tópicos deste trabalho
CAPÍTULO 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA24
2.1 Controle e otimização de satélites artificiais próximos da Terra
2.2 O torque magnético no controle de atitude para satélites artificiais
próximos da Terra
2.3 A implementação do algoritmo genético no controle de satélites
artificiais próximos da Terra26
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
CAPITULO 3 OS SISTEMAS DE COORDENADAS
3.1 Sistemas de coordenadas28
3.1.1 Sistema geocêntrico-equatorial inercial
3.1.2 Sistema equatorial
3.1.3 Sistema do satélite
3.1.4 Sistema orbital
3.1.5 Sistema magnético
CAPITULO 4 O CAMPO MAGNETICO DA TEKKA
4.1 O campo magnetico
4.1.1 A origem do campo magnetico e as equações de Maxwell
4.1.2 Caracteristicas
4.2 A origem e as características do campo magnético da Terra
4.2.1 A origem do campo geomagnético
4.2.3 As características do campo geomagnético
4.3 As variações no campo geomagnético45
4.4 Os modelos do campo magnético da Terra46
4.4.1 O modelo harmônico esférico46
4.4.2 O modelo de dipolo geomagnético48
CAPÍTULO 5 TOROUE MAGNÉTICO 50
51 A origem do torque magnético
5 ? Os tinos de torque magnético
5.2 Os upos de torque magnetieo
5.2.1 Torque de controlo
5.2.22 101 yet de controle 56
5.5 Instrumentos de controlo
5.4 Lei ue controle
CAPÍTULO 6 A DINÂMICA ENVOLVIDA E OS SISTEMAS DE
COORDENADAS
6.1 Equações do movimento do satélite artificial59

CAPÍTULO 7 ALGORTIMO GENÉTICO	. 62
7.1 Os algoritmos genéticos	. 62
7.2 Definições básicas: os componentes de um algoritmo genético	. 64
7.2.1 Indivíduos	. 64
7.2.2 População	. 65
7.3 Representação genética	. 65
7.4 Inicialização	.67
7.5 Avaliação	.68
7.6 Selecão	.68
7.7 Os operadores genéticos	.71
7.7.1 Cruzamento (<i>Crossover</i>)	.71
7.7.2 Mutação	.73
7.8 Atualização	.75
7.9 Finalização	.75
7 10 Vantagens e desvantagens dos algoritmos genéticos	.76
vito vantagens e des vantagens des argerteneos generees	,,,,,
CAΡΊΤΙΙΙ Ο 8 ΜΈΤΟΡΟ Σ	77
CALITOLO 8 METODOS	77
8.1.1 Métada da controla inicial	77
8.1.2 Método do substimizoção	- 79 - 79
8.1.2 Método de implementação de algoritmo genético	,/0 70
8.1.3 Metodo de implementação do algoritmo genetico	, / 9 QA
8.1.3.1 Componentes do algoritmo genetico	, OU 00
8.1.3.1.1 Kepresentação genetica	00 . . 00
8.1.3.1.2 Inicialização	.80
8.1.2.1.3 Funçao de avallação	.81
8.1.3.1.4 Seleçao	.83
8.1.3.1.5 Cruzamento e mutação	.84
8.1.3.1.6 Criterio de parada	.84
8.1.3.2 Otimização da manobra por periodo e global	, 84
	~
CAPITULO 9 RESULTADOS	.87
9.1 Considerações	.87
9.2 Dados de teste	. 89
9.3 Resultados e análises	.90
9.3.1 Apresentação e análise dos resultados para o método de controle	
inicial	, 90
9.3.2 Apresentação e análise dos resultados para o método do algoritmo	
genético	, 98
9.3.2.1 Resultados e análises para a otimização global da manobra	, 99
9.3.2.2 Resultados e análise para a otimização por período da manobra	. 107
9.3.3 Comparação entre os resultados das técnicas de otimização global	
e por período da manobra	. 116
9.3.4 Apresentação e análise dos resultados entre os métodos de subotimizaçã	ão
e o algoritmo genético	, 118
CAPÍTULO 10 CONCLUSÃO	.122

REFERÊNCIAS12	5
---------------	---

CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO

Este capítulo expõe os objetivos e a descrição do problema em estudo. Em seguida, apresenta as partes contidas nesta dissertação.

1.1 Objetivos

O objetivo principal deste trabalho é apresentar uma proposta de otimização de manobras de atitude de satélites artificiais estabilizados por rotação, utilizando-se algoritmos genéticos. Otimizando os intervalos e as polaridades de funcionamento de um atuador, do tipo bobina magnética, de modo a minimizar o tempo de manobra do satélite. Os objetivos específicos consistem na obtenção do modelo dinâmico do satélite estabilizado por rotação, o torque magnético através do campo geomagnético e a implementação de uma lei de controle para efeitos da realização das manobras de reorientação.

1.2 Exposição do problema

O torque de controle que executa a manobra do satélite artificial estabilizado por rotação é gerado pela interação do campo geomagnético com o momento magnético de um atuador, tipo bobina magnética, localizado no eixo de maior momento de inércia do satélite. A utilidade destes torques magnéticos no controle de atitude de satélites tem sido bem estabelecida para órbitas próximas à Terra conforme se verifica nos trabalhos de White, Shigemoto e Bourquin (1961); Ergin e Wheeler (1965); Thomas e Cappellari (1964); Renard (1967); Shigehara (1972); Junkins, Carrington e Williams (1981); Gamarra Rosado e Rios Neto (1992a; 1992b) e Ilyin, Ovchinnikov e Penkov (2004).

O desenvolvimento deste trabalho se justifica pelas abordagens anteriormente desenvolvidas por Shigehara (1972) e Gamarra Rosado e Rios Neto (1992a; 1992b). Apresenta-se uma proposta de otimização por algoritmo genético, de modo que os intervalos e polaridades de um atuador, tipo bobina magnética, sejam otimizados, minimizando-se o tempo total da manobra de um satélite axialmente simétrico e estabilizado por rotação. O algoritmo genético é uma técnica de busca e otimização, baseada na teoria da seleção natural de Darwin. Os fundamentos teóricos desta técnica, implementados na pesquisa, são apresentados por Michalewicz (1994); Holland (1975); Houck, Joines e Kay (1995) e Lucas (2002), e sua utilidade no controle de atitude de satélites se verifica nos trabalhos de Bowe, Homaifar e Song (1994); Corrêa, Sandri e Souza (1999); Ge e Chen (2004); Lv, Ma e Gao (2006) e Omar (2008).

1.3 Tópicos deste trabalho

Primeiramente, no capítulo 2 é apresentada uma revisão bibliográfica decorrente do levantamento sobre o controle de manobras de atitude de satélites artificiais próximos da Terra e a utilização de algoritmos genéticos neste tipo de manobra.

No Capítulo 3 são apresentados os sistemas de coordenadas: geocêntrico inercial, equatorial, do satélite artificial, orbital e magnético.

No Capítulo 4, apresenta-se um breve estudo sobre o campo magnético da Terra: origem, características e variações.

Em seguida, é apresentada a origem do torque magnético no Capítulo 5, principalmente, o torque de controle, responsável pela execução da manobra de atitude. Também, neste capítulo, é apresentada a lei de controle inicial (SHIGEHARA, 1972). Esta lei de controle é desenvolvida a partir de uma função de chaveamento, derivada de uma condição de estabilidade assintótica e aplicável para qualquer orientação de eixo de rotação e condição orbital.

No capítulo 6 são apresentadas as equações do movimento para o satélite artificial, e também, são apresentadas as expressões das componentes de orientação do satélite, obtidos por Thomas e Cappellari (1964) e utilizados por Gamarra Rosado e Rios Neto (1992a; 1992b).

No capítulo 7, apresenta-se a técnica do algoritmo genético, cujas variáveis são representadas como genes em um cromossomo (indivíduo). Combinam-se a sobrevivência do indivíduo mais apto com a troca de informação de uma forma

estruturada, porém aleatória. A partir daí, o algoritmo genético apresenta um grupo de soluções candidatas no espaço de soluções. Por meio da seleção natural e dos operadores genéticos da mutação e cruzamento (*crossover*), os indivíduos com melhor aptidão são obtidos. O AG é essencial para o entendimento e desenvolvimento do Capítulo 8.

No Capítulo 8 são apresentados os métodos de controle inicial, algoritmo genético e subotimização. As discussões dos resultados são apresentadas no Capítulo 9, comparando-os e ressaltando os resultados mais relevantes.

O trabalho é finalizado com a conclusão e a apresentação das referências necessárias para o seu desenvolvimento.

CAPÍTULO 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo faz uma breve revisão bibliográfica sobre o controle e otimização de manobras de atitude de satélites artificiais estabilizados por rotação, destacando-se os trabalhos mais relevantes relacionados com o tema desta dissertação.

2.1 Controle de atitude de satélites artificiais próximos da Terra

O problema de controle manobras de atitude de satélites artificiais estabilizados por rotação não é recente e tem sido estudado por diversos pesquisadores. Segundo Silani e Lovera (2004), o controle de atitude desempenha um importante papel na fase inicial do projeto do satélite, pois garante o sucesso da missão, e também, a sua sobrevivência.

A interação do campo magnético do satélite com o campo local geomagnético é um importante meio para controlar sua atitude. Os atuadores eletromagnéticos são um modo eficaz e confiável de estabilizar o satélite, porque são simples, de baixo peso e não mudam sua massa ou se degradam ao longo do tempo. São bobinas montados sobre o satélite, de tal forma que são dispostos ortogonais entre si. As correntes de controle que fluem através das bobinas são usadas para criar um momento de dipolo magnético que interage com o campo local geomagnético (SILANI; LOVERA, 2004). Esta interação produz um torque magnético, responsável pela correção da atitude do satélite (WISNIEWSKI, 2000).

2.2 O torque magnético no controle de atitude para satélites artificiais próximos da Terra

White, Shigemoto e Bourquin (1961) estão entre os primeiros a mencionar o uso de torques magnéticos para o controle de satélites. Suas análises examinaram a possibilidade de usar a interação entre o campo magnético da Terra e as bobinas no interior do satélite. Esta pesquisa levou ao desenvolvimento de leis de controle para o rastreamento do eixo de rotação de um satélite e a possibilidade de se obter o torque

em torno dos três eixos, de uma maneira regular, alterando assim, a velocidade angular do satélite, permitindo-se, portanto, a mudança de orientação.

Thomas e Cappellari (1964) apresentaram técnicas de determinação e predição para satélites estabilizados por rotação. O modelo de dipolo magnético é utilizado para o campo geomagnético da Terra e os torques médios são determinados para um período anomalístico tanto para o torque de gradiente quanto para o torque residual.

A primeira implementação do controle magnético foi justamente utilizada em satélites estabilizados por rotação. Ergin e Wheeler (1965) desenvolveram leis de controle para a orientação do eixo de rotação usando uma bobina magnética. As leis de controle alinhavam o eixo de rotação, normalmente, ao plano da órbita.

Renard (1967) desenvolveu leis de controle para controlar a atitude do satélite artificial utilizando o método de médias. Durante o trabalho, examinou-se o controle paralelo do eixo da bobina ao eixo de rotação e a inversão da polaridade do torque de controle a cada um quarto do período da órbita. Concluiu-se que qualquer orientação desejada é obtida utilizando este método. Entretanto, para certos movimentos, pode ser necessário esperar e aproveitar a excentricidade orbital.

Shigehara (1972) fez uma análise mais aprofundada do problema do controle magnético. Ele desenvolveu uma lei de controle usando uma função de chaveamento obtida a partir de uma condição de estabilidade assintótica. Essa lei seleciona um padrão do momento de dipolo magnético a bordo do satélite que satisfaça os critérios para alcançar o máximo de torque efetivo e o mínimo de torque transversal a cada instante. Este método é comprovado através de simulações e tem um aumento de desempenho em relação aos métodos anteriores.

Junkins, Carrington e Williams (1981) discutiram o uso do tempo em manobras de atitude do satélite artificial estabilizado por rotação. Sugere-se uma função de chaveamento não linear utilizado com um eletroímã alinhado com o eixo de rotação. Este método obteve rapidamente a reorientação do satélite artificial.

Gamarra Rosado e Rios Neto (1992a; 1992b) apresentaram o desenvolvimento de uma lei de controle em malha aberta que minimiza o tempo de manobra de atitude para satélites estabilizados por rotação. São otimizados os intervalos e polaridades de funcionamento de atuador do tipo bobina magnética. A proposta de otimização é feita

em duas fases, ambas com abordagem subótimas (RIOS NETO; CEBALLOS, 1979): primeiro, a otimização por período, com a determinação dos intervalos de funcionamento da bobina, cobrindo separadamente cada período orbital e, segundo, a otimização global da manobra, utilizando-se como parâmetros de partida os intervalos obtidos na fase anterior. Estes resultados foram comparados com os resultados obtidos por Shigehara (1972), concluindo-se que esta nova lei de controle é válida no controle de manobras de atitude para satélites estabilizados por rotação, utilizando-se a interação com o campo geomagnético.

Ilyin, Ovchinnikov e Penkov (2004) apresentaram o problema de orientação de um pequeno satélite assimétrico. A orientação necessária do satélite foi mantida devido ao seu eixo de rotação em torno do eixo de simetria. O efeito do torque gravitacional sobre o movimento de atitude também foi investigado. A magnitude mínima do momento de dipolo magnético, necessário para a compensação da perturbação gravitacional, foi estimada para várias orientações do eixo de rotação. Os resultados analíticos foram confirmados pela simulação numérica no movimento de atitude do satélite.

2.3 A implementação do algoritmo genético no controle de satélites artificiais próximos da Terra

Um dos primeiros estudos utilizando os algoritmos genéticos em problemas de determinação de atitude foi realizado por Bowe, Homaifar e Song (1994). A partir de um conjunto de medidas ruidosas, foi empregado o algoritmo com o intuito de determinar a atitude de um veículo espacial. Os resultados foram comparados com o desempenho de outros dois métodos: o uso de multiplicadores de Lagrange, resolvendo-os através do método de Newton-Raphson e o uso de um processo de sucessivas iterações para resolver as equações não lineares relativas à atitude do veículo. Foi mostrado que o algoritmo genético tem uma precisão comparável aos outros dois métodos com a vantagem de apresentar uma fácil implementação.

Corrêa, Sandri e Souza (1999) utilizaram o algoritmo genético para obter os ganhos do controlador *fuzzy* para o problema do controle de atitude na fase de

apontamento. Mostrou-se que o desempenho deste controlador foi melhor na redução dos erros na posição angular, mantendo os erros da velocidade angular dentro dos limites da especificação de projeto.

Ge e Chen (2004) investigaram o problema do controle de atitude de um veículo espacial usando apenas duas rodas de reação. Foi proposto o uso do algoritmo genético para otimizar o controle do veículo. As simulações mostraram que o algoritmo genético é um método eficiente para resolver o problema de controle ótimo de atitude de um veículo espacial rígido. Foi concluido também que o algoritmo genético com implementação real tem um maior poder de convergência, assim como, uma maior precisão ao ser comparado à versão com implementação binária.

Para resolver o problema do controle de atitude de um satélite artificial por impulso, Lv, Ma e Gao (2006) aplicaram um método de controle baseado em algoritmo genético. A soma dos quadrados dos erros dos três eixos de atitude e da velocidade angular por ponderação serve como função objetivo utilizada no algoritmo. Os resultados da simulação apontam que a otimização da manobra pode ser obtida usando o esquema de controle proposto.

Uma técnica sistemática é proposta para projetar um controlador *fuzzy* no controle de atitude de satélites artificiais com rodas de reação (OMAR, 2008). A otimização é realizada através da geração de regras e a distribuição de funções pelo algoritmo genético. Para obter os resultados, a trajetória do satélite a partir de sua posição inicial, a energia consumida e o tempo são incluídos na função objetivo. A partir dos resultados, concluiu-se que o algoritmo proposto teve um desempenho satisfatório.

Dentre os trabalhos verificados na revisão da literatura, destacam-se no desenvolvimento deste procedimento os trabalhos de Renard (1967); Junkins, Carrington e Williams (1981); Shigehara (1972); Gamarra Rosado e Rios Neto (1992a; 1992b) e Ilyin, Ovinchinnikov e Penkov (2004).

CAPÍTULO 3 OS SISTEMAS DE COORDENADAS

Este Capítulo trata dos sistemas de coordenadas geocêntrico inercial, equatorial, associado ao satélite, orbital e magnético e das matrizes de rotação que relacionam estes sistemas.

3.1 Sistemas de coordenadas

São introduzidos os sistemas de coordenadas. Alguns destes sistemas são apresentados com suas respectivas matrizes de rotação, necessárias na determinação da equação do movimento de satélites artificiais estabilizados por rotação. As matrizes de rotação são definidas em termos dos ângulos de Euler e estes ângulos são definidos como a ascensão reta, a declinação e os elementos orbitais.

Os principais sistemas de coordenadas são (WERTZ, 2000):

3.1.1 Sistema geocêntrico inercial

Este tipo de sistema, representado por *OXYZ*, tem a origem das coordenadas localizada no centro de massa da Terra (O), como mostra a Figura 1. O plano de referência *OXY* é paralelo ao plano da linha do Equador, o eixo *OX* aponta na direção do ponto Vernal (γ), o eixo *OZ* aponta na direção do pólo Norte e o eixo *OY* forma o sistema dextrógiro. Os vetores unitários deste sistema são $\hat{I}, \hat{J} \in \hat{K}$.

3.1.2 Sistema equatorial

Este sistema, representado por O'*xyz*, é equivalente ao sistema geocêntrico inercial exceto que sua origem está no centro de massa do satélite (O') e seus eixos *x*, *y* e *z* são paralelos aos eixos do sistema geocêntrico inercial, como mostra a Figura 1. Os vetores unitários deste sistema são $\hat{i}, \hat{j} \in \hat{k}$.



Figura 1 - Representação do sistema geocêntrico inercial (OXYZ) e o sistema equatorial (O'xyz).

3.1.3 Sistema do satélite

O sistema de coordenada O' $x_S y_S z_S$ é fixo no satélite, útil para determinar e controlar a atitude do satélite artificial. Este sistema está associado ao eixo de rotação do satélite em torno do seu centro de massa, com o eixo de rotação O' z_S na direção do eixo de rotação. O plano O' $x_S y_S$ é perpendicular a O' z_S , com o eixo O' x_S na intersecção do plano O' $x_S y_S$ com o plano equatorial O' x_Y . O eixo O' y_S forma o sistema dextrógiro. Os vetores unitários deste sistema são $\hat{\iota}_S, \hat{\jmath}_S, \hat{k}_S$. Este sistema está representado na Figura 2. O ponto O' é o ponto em comum entre os dois sistemas. O eixo de rotação do satélite O' z_S é dado pela declinação δ e a ascensão reta α no sistema equatorial.

O ângulo de projeção do eixo de rotação do satélite, no plano O' $x_S y_S$ com o eixo O' x_S é a ascensão reta α (no sentido horário) e o complemento do ângulo que o eixo de rotação do satélite forma com o eixo O' z_S , a partir do plano equatorial, é a declinação δ .

Observa-se que o sistema do satélite é obtido pelo sistema equatorial através das seguintes rotações (QUIRELLI, 2002):

- Rotação de (α 270°) no eixo O'z: associamos a matriz de rotação Rz (α 270°);
- Rotação de (90° δ) no eixo O'x_s: associamos a matriz de rotação Rx_s (90° δ).



Figura 2 - Representação do sistema de coordenadas associado ao satélite (O' $x_S y_S z_S$) com relação ao sistema equatorial (O'xyz).

Deste modo, estes dois sistemas se relacionam através da matriz de rotação R₁:

$$\begin{pmatrix} \hat{i}_S \\ \hat{j}_S \\ \hat{k}_S \end{pmatrix} = R_1 \begin{pmatrix} \hat{i} \\ \hat{j} \\ \hat{k} \end{pmatrix}$$
(1)

onde $R_1 = R \boldsymbol{x}_{\boldsymbol{s}} (90^\circ - \delta) R \boldsymbol{z} (\alpha - 270^\circ)$. Portanto,

$$R_{1} = \begin{pmatrix} -sen \, \alpha & \cos \alpha & 0 \\ -sen \, \delta \cos \alpha & -sen \, \delta \, sen \, \alpha & \cos \delta \\ \cos \delta \cos \alpha & \cos \delta \, sen \, \alpha & sen \, \delta \end{pmatrix}$$
(2)

Logo, substituindo a equação (2) em (1), obteremos:

$$\hat{i}_{S} = -sen \ \alpha \ \hat{i} + \cos \alpha \ \hat{j}$$

$$\hat{j}_{S} = -sen \ \delta \cos \alpha \ \hat{i} - sen \ \delta \ sen \ \alpha \ \hat{j} + \cos \delta \ \hat{k}$$

$$\hat{k}_{S} = \cos \delta \cos \alpha \ \hat{i} + \cos \delta \ sen \ \alpha \ \hat{j} + sen \ \delta \ \hat{k}$$
(3)

Os vetores unitários $\hat{i}, \hat{j} \in \hat{k}$ podem ser representados em termos dos vetores unitários $\hat{i}_S, \hat{j}_S \in \hat{k}_S$ no sistema do satélite.

Fazendo-se a transposta da matriz R_1 , dada pela equação (2), teremos:

$$\hat{i} = -sen \ \alpha \ \hat{i}_{S} - sen \ \delta \cos \alpha \ \hat{j}_{S} + \cos \delta \cos \alpha \ \hat{k}_{S}$$
$$\hat{j} = \cos \alpha \ \hat{i}_{S} - sen \ \delta \ sen \ \alpha \ \hat{j}_{S} + \cos \delta \ sen \ \alpha \ \hat{k}_{S}$$
(4)
$$\hat{k} = \cos \delta \ \hat{i}_{S} + sen \ \delta \ \hat{j}_{S}$$

3.1.4 Sistema orbital

O sistema orbital $Ox_0y_0z_0$ está associado com o movimento translacional do satélite em torno da Terra. O plano Ox_0y_0 coincide com o plano orbital, o eixo Ox_0 está na direção radial (direção que une o centro de massa do satélite ao centro de massa da Terra), Oz_0 é perpendicular ao plano orbital e Oy_0 forma o sistema dextrógiro. Os vetores unitários deste sistema são $\hat{\iota}_0, \hat{j}_0, \hat{k}_0$. Este sistema está representado na Figura 3. O ponto O é o ponto em comum entre os dois sistemas. Os ângulos Ω , ω e *i* são a longitude do nodo ascendente, argumento do perigeu e inclinação, respectivamente.



Figura 3 - Representação do sistema orbital $(Ox_0y_0z_0)$ em relação ao sistema geocêntrico inercial (OXYZ).

O sistema orbital se relaciona com o sistema geocêntrico inercial através dos elementos orbitais, isto é, através da sequência dos ângulos de Euler 3-1-3, de modo que (BATE, 1971):

$$\begin{pmatrix} \hat{i}_0 \\ \hat{j}_0 \\ \hat{k}_0 \end{pmatrix} = R_2 \begin{pmatrix} \hat{l} \\ \hat{j} \\ \hat{K} \end{pmatrix}$$
(5)

onde a matriz de R₂ é dada por:

$$R_{2} = R_{Z}(\omega + \nu)R_{X}(i)R_{Z}(\Omega) = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{pmatrix}$$
(6)

Logo, as componentes matriciais de R_2 serão determinadas pela longitude do nodo ascendente Ω , inclinação *i*, anomalia verdadeira v e o argumento do perigeu ω , conforme a equação (7).

$$r_{11} = \cos \Omega \cos(\omega + v) - sen \Omega sen(\omega + v) \cos i$$

$$r_{12} = sen \Omega \cos(\omega + v) + \cos \Omega sen(\omega + v) \cos i$$

$$r_{13} = sen(\omega + v) sen i$$

$$r_{21} = -\cos \Omega sen(\omega + v) - sen \Omega \cos(\omega + v) \cos i$$

$$r_{22} = -sen \Omega sen(\omega + v) + \cos \Omega \cos(\omega + v) \cos i$$

$$r_{23} = \cos(\omega + v) sen i$$

$$r_{31} = sen \Omega sen i$$

$$r_{32} = -\cos \Omega sen i$$

$$r_{33} = \cos i$$

(7)

Substituindo a equação (7) na (6) e este na (5), obtém-se:

$$\begin{split} \hat{\iota}_{0} &= \left[\cos\Omega\cos(\omega+\nu) - \cos i \, sen \, (\omega+\nu)sen \, \Omega\right] \hat{I} \\ &+ \left[\cos(\omega+\nu)sen \, \Omega + \cos i \, sen \, (\omega+\nu)\cos \Omega\right] \hat{J} \\ &+ \left[sen \, (\omega+\nu)sen \, i\right] \hat{K} \\ \hat{\jmath}_{0} &= \left[\cos\Omega sen(\omega+\nu) - \cos i \, cos \, (\omega+\nu)sen \, \Omega\right] \hat{I} \\ &+ \left[- sen(\omega+\nu)sen \, \Omega + \cos i \, cos \, (\omega+\nu)\cos \Omega\right] \hat{J} \\ &+ \left[\cos \, (\omega+\nu)sen \, i\right] \hat{K} \\ \hat{k}_{0} &= \left[sen \, i \, sen \, \Omega\right] \hat{I} - \left[sen \, i \, cos \, \Omega\right] \hat{J} + \left[\cos i\right] \hat{K} \end{split}$$
(8)

3.1.5 Sistema magnético

O sistema magnético é baseado no modelo de dipolo do campo magnético da Terra, inclinado aproximadamente a 11,5° em relação ao norte geográfico terrestre.

O eixo OX_M determina a intersecção do plano equatorial geomagnético OX_MY_M com o plano equatorial terrestre OXY, no sentido positivo da direção do nodo ascendente do plano equatorial geomagnético. O eixo OZ_M é normal ao plano equatorial geomagnético e positivo na direção do hemisfério norte. O eixo OY_M está contido no plano equatorial geomagnético, sendo ortogonal à OX_M e forma um sistema dextrógiro. Os vetores unitários deste sistema são $\hat{\iota}_M, \hat{\jmath}_M, \hat{k}_M$. Este sistema está representado na Figura 4. O ponto O é o ponto em comum entre os dois sistemas. Os ângulos β e η são a declinação do eixo polar geomagnético e a longitude do plano, contendo o pólo norte geomagnético, medido a partir do ponto Vernal, respectivamente.



Figura 4 - Representação do sistema magnético $(OX_MY_MZ_M)$ em relação ao sistema geocêntrico inercial (OXYZ).

Os ângulos β e η definem a orientação do eixo do vetor de dipólo geomagnético. Observando a Figura 4, determinamos as seguintes matrizes de rotação:

• Rotação de η em torno de OZ: associamos a matriz de rotação $R_Z(\eta)$;

• Rotação de β em torno de OX_M : associamos a matriz de rotação $R_{X_M}(\beta)$.

Deste modo, obteremos a seguinte matriz de rotação (WERTZ, 2000; QUIRELLI, 2002):

$$\begin{pmatrix} \hat{i}_M \\ \hat{j}_M \\ \hat{k}_M \end{pmatrix} = R_3 \begin{pmatrix} \hat{l} \\ \hat{j} \\ \hat{K} \end{pmatrix}$$
(9)

onde $R_3 = R_{X_M}(\beta)R_Z(\eta)$. Portanto,

$$R_{3} = \begin{pmatrix} \cos \eta & \sin \eta & 0\\ -\sin \eta \cos \beta & \cos \beta \cos \eta & \sin \beta\\ \sin \beta \sin \eta & -\sin \beta \cos \eta & \cos \beta \end{pmatrix}$$
(10)

Substituindo a equação (10) na (9), obtém-se:

$$\hat{\iota}_{M} = \cos \eta \, \hat{l} + sen \, \eta \, \hat{j}$$
$$\hat{j}_{M} = -sen \, \eta \cos \beta \, \hat{l} + \cos \beta \cos \eta \, \hat{j} + sen \, \beta \, \hat{K}$$
(11)
$$\hat{k}_{M} = sen \, \beta sen \, \eta \, \hat{l} - sen \, \beta \cos \eta \, \hat{j} + \cos \beta \, \hat{K}$$

4 CAMPO MAGNÉTICO DA TERRA

O controle de atitude de um satélite artificial é comumente feito pela interação entre o campo magnético gerado pelo satélite e a indução do campo geomagnético (campo magnético da Terra). Este Capítulo apresenta uma discussão sobre o campo geomagnético. Primeiramente, são introduzidas informações básicas sobre o Eletromagnetismo, referentes ao campo magnético. Em seguida, é apresentado um estudo sobre o campo geomagnético: origem, características e variações. A modelagem do campo geomagnético, segundo os modelos analíticos é, também, apresentada.

4.1 O campo magnético

Antes de examinar o campo magnético da Terra, é necessário entender a teoria básica do campo magnético, de acordo com o Eletromagnetismo. A origem, a explicação das equações de Maxwell e as características do campo magnético se seguem.

4.1.1 A origem do campo magnético e as equações de Maxwell

O primeiro fenômeno magnético foi observado há 2500 anos A.C na cidade de Magnesia (atual Manisa, lado oeste da Turquia). Após anos, o estudioso francês Petrus Peregrinus publicou as primeiras descrições sobre o campo magnético (ele mapeou o campo magnético na superfície de um imã esférico utilizando agulhas de ferro). Três séculos após os estudos de Peregrinus, o astrônomo William Gilbert foi o primeiro a afirmar que a Terra atua como um grande imã e publica um importante tratado sobre o magnetismo (*De Magnete*) (NUSSENZVEIG, 2004). A partir do século 19, os primeiros modelos matemáticos e teorias sobre o campo magnético começaram a ser desenvolvidas.
"Os campos elétricos e magnéticos estão aproximadamente relacionados". Essa relação foi determinada, em 1820, quando Hans Christian Oersted descobriu que a agulha de uma bússola poderia ser forçada a girar pela passagem de uma corrente elétrica através de um fio nas suas proximidades. Na mesma época, André-Marie Ampère demonstrou que fios paralelos com correntes elétricas podem se atrair (correntes na mesma direção) ou se repelir (correntes em direções opostas). Após doze anos, Michael Faraday e Joseph Henry observaram que uma voltagem elétrica poderia ser produzida nos terminais de um fio fechado pelo movimento magnético próximo a ele (NUSSENZVEIG, 2004; YOUNG, FREEDMAN, 2008).

O campo magnético aumenta com o movimento dos elétrons. O movimento orbital dos elétrons ao redor do núcleo do átomo e o movimento do *spin* dos elétrons em torno do seu próprio eixo dão origem ao campo magnético. Entretanto, o *spin* do elétron é o contribuinte dominante, porque cada elétron, ao girar sobre si mesmo, atua como um pequeno imã permanente.

As equações de Maxwell formam a fundação da teoria moderna do eletromagnetismo e expandem as leis de Ámpere, Faraday e Gauss. Essas equações podem ser apresentadas em formas diferenciais e integrais como (YOUNG, FREEDMAN, 2008; GRIFFITHS, 1999):

I. Equações de Maxwell na forma diferencial:

$$\nabla . \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_o} \tag{12}$$

$$\nabla . \vec{B} = \vec{0} \tag{13}$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \tag{14}$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_o \varepsilon_o \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu_o \vec{J}$$
⁽¹⁵⁾

II. Equações de Maxwell na forma integral:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\varepsilon_o} \tag{16}$$

$$\oint \vec{B}.\,d\vec{A} = \vec{0} \tag{17}$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = -\frac{d\phi_B}{dt} \tag{18}$$

$$\oint \vec{B}.\,d\vec{S} = \mu_o \vec{I} + \mu_o \varepsilon_o \frac{d\phi_E}{dt} \tag{19}$$

As equações (12) e (16) são conhecidas como a lei de Gauss para a eletricidade na forma diferencial e integral, respectivamente. Sendo que, a equação (12) é conhecida por equação de Poisson (NUSSENZVEIG, 2004). Esta lei estabelece que o fluxo elétrico de uma superfície fechada é proporcional à carga total contida na superfície. A lei de Gauss para o magnetismo é mostrada pelas equações (13) e (17), na forma integral ou diferencial, respectivamente. Esta lei diz que o fluxo magnético em qualquer superfície fechada é nulo. Portanto, o fluxo magnético dirigido para dentro do pólo Sul é igual ao fluxo que sai do pólo Norte em um dipolo magnético de superfície fechada. As equações (14) e (18) são conhecidas como lei de Faraday para a indução. Ela estabelece que a integral de um campo elétrico ao redor de uma espira é igual ao negativo da taxa de variação do fluxo do campo magnético ao redor da mesma espira. A lei de Ampère, corrigida por Maxwell, é expressa pelas equações (15) e (19). Esta indica que a integral do campo magnético ao redor de uma espira é proporcional à corrente elétrica fluindo pela espira. Os termos $\varepsilon_o \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ e $\varepsilon_o \frac{d\phi_E}{dt}$ indicam a corrente de deslocamento, adicionada por Maxwell (GRIFFITHS, 1999).

4.1.2 Características

O campo magnético é uma quantidade vetorial, o que significa que possui magnitude, direção e sentido (YOUNG, FREEDMAN, 2008). Um exemplo de campo magnético é aquele de uma barra de ferro magnética. O campo magnético da barra, \vec{B} , medido a uma grande distância é:

$$\vec{B} = \frac{3(\vec{M} \times \vec{a_r})\vec{a_r} - \vec{M}}{r'^3}$$
(20)

onde r' é a distância entre a fonte do campo e o ponto medido, $\vec{a_r}$, é o vetor unitário do centro da barra até o ponto medido e \vec{M} é o vetor de magnetização do material que, por definição, é o momento de dipolo magnético, \vec{m} , por unidade de volume (YOUNG, FREEDMAN, 2008):

$$\vec{M} = \frac{\vec{m}}{volume} \tag{21}$$

A magnetização por ser uma propriedade do material, advém de fontes internas e externas.

A relação entre o campo magnético e a indução magnética ou densidade de fluxo, \vec{H} , é dependente da magnetização e permeabilidade do vácuo (GRIFFITHS, 1999):

$$\vec{B} = \mu_o (\vec{H} + \vec{M}) \tag{22}$$

No vácuo, a indução magnética é proporcional ao campo magnético, por uma constante:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \tag{23}$$

O valor de μ_o é igual a 1 no Sistema Internacional (S.I), logo, o valor do campo magnético e de indução magnética são iguais no vácuo.

4.2 A origem e as características do campo magnético da Terra

4.2.1 A origem do campo geomagnético

São várias as teorias da origem do campo magnético terrestre. A idéia original diz que a Terra se comporta como um gigantesco imã, pois sua composição física é abundante em ferro. No entanto, esta teoria tem falhas. Segundo Wertz (2000), o campo de dipolo magnético é produzido por uma esfera uniformemente magnetizada, porém os cálculos da magnetização requerem valores muitos altos do que observados na crosta terrestre. Em partes mais profundas do que a crosta, o material magnetizado perde seu magnetismo devido às altas temperaturas (ponto de Curie). Então, o momento magnético do material se orienta aleatoriamente destruindo sua magnetização.

A teoria mais aceita para a origem do campo magnético terrestre é o efeito dínamo (WERTZ, 2000). O campo magnético da Terra surgiu de movimentos dos fluidos metálicos no núcleo da Terra. Esse movimento foi causado pela circulação de correntes elétricas e são capazes de funcionar por um período de tempo, devido à auto indução. Para que esse movimento ocorra, é necessário um mecanismo que controle e mantenha as correntes elétricas. Sem o dínamo, toda a energia seria dissipada através do efeito Joule. Ele trabalha como condutor em um campo magnético, de tal forma que ele age para manter o campo. Existem algumas objeções quanto à teoria do dínamo, mas ele ainda é o mais aceitável.

4.2.3 As características do campo geomagnético

Embora as características gerais do campo magnético da Terra sejam conhecidas há séculos, o primeiro estudo sobre o campo foi iniciado pelo matemático e físico alemão Karl Gauss. Desde então, uma grande quantidade de dados tem se acumulado, principalmente, resultados obtidos por volta da década de 1960. No entanto, essa quantidade de dados não prova ainda a chave dos processos físicos que produz ou perturbe o campo geomagnético.

O campo magnético da Terra é de um dipolo magnético produzido por uma esfera de magnetização uniforme ou pelo efeito dínamo. A intensidade do campo magnético da Terra é aproximadamente 30000 nT no Equador magnético e 60000 nT nos pólos magnéticos, como é mencionada pelo Serviço Geológico do Canadá (Geological Survey of Canada). Seus pólos são definidos como o pólo norte magnético e o pólo sul magnético, situados próximos aos pólos geográficos, mas sem coincidir com eles, como mostra a Figura 5. Estes pólos não permanecem fixos, variando sua posição com o passar dos anos. A diferença angular entre o norte magnético e o geográfico recebe o nome de "declinação magnética" ou "variação magnética". O valor deste ângulo não é constante em todos os pontos da Terra. Esta variação se representa pelas "linhas isógonas", que são as que representam pontos com igual declinação magnética. O plano perpendicular ao centro do dipolo magnético terrestre chamado de equador magnético. As linhas de fluxo do campo magnético terrestre não são paralelas à superfície da Terra e formam um ângulo com a horizontal que varia com a latitude. Este ângulo recebe o nome de "inclinação magnética". A Figura 5 reproduz um esboço idealizado das linhas associadas ao campo magnético ao campo magnético terrestre, para pontos na superfície e pontos externos. Pode-se notar também que os eixos magnético e rotacional da Terra não coincidem, estando separados por cerca de 11,5° (NASA, 1969).



Figura 5 - O campo magnético terrestre.

O eixo do dipolo magnético, dado por \vec{m} , como mostra a Figura 5, está localizado à 78,60° N de latitude e 289,55° L de longitude. O pólo magnético no Hemisfério Norte da Terra está localizado na região ártica canadense, que corresponde a um pólo sul magnético, pois as linhas do campo convergem para ele. Existe um pólo norte magnético no hemisfério sul, na Antártica, do qual as linhas do campo magnético emergem. Além disso, o eixo está indo para o oeste a cada 0,014° por ano e diminuindo sua intensidade a 0,05% por ano. Isto implica numa possível reversão do campo geomagnético para os próximos mil anos (WERTZ, 2000).

A Figura 6 mostra as intensidades do campo magnético para várias atitudes, note que, quando a atitude aumenta , os contornos se tornam mais regulares e começam a se assemelhar a um campo do dipolo mais próximo (WERTZ, 2000).



Figura 6 - Intensidade do campo magnético na superfície da Terra em gauss (adaptado de NASA, 1969).

A intensidade mais baixa do campo está localizada a 25° S e 45° O, chamada de "anomalia brasileira", e a intensidade mais alta está localizada a 10° N e 100° L. Isto implica que o centro do dipolo magnético está se deslocando para o centro da Terra (WERTZ, 2000).

A principal fonte das perturbações do campo geomagnético é proveniente do Sol. O Sol, constantemente, emite plasma neutro chamado de "vento solar". O vento solar distorce o campo terrestre em altas atitudes, porque o plasma comprime o campo à sua frente até a densidade de energia do plasma se igualar a densidade de energia do campo magnético, em uma distância de aproximadamente de 10 raios da Terra. Neste ponto, o plasma se rompe em algumas partículas carregadas que se prendem no campo geomagnético. As outras partículas deslizam em torno do campo a arrastam as linhas de campo para longe à medida que passam pela Terra (WERTZ, 2000), como mostra a Figura 7. As linhas finas em branco indicam o fluxo dos ventos solares. A linha mais grossa, em roxo, mostra as partículas carregas que contornam o campo geomagnético, em azul. Essa região é conhecida como magnetosfera.



Figura 7 - A interação entre os ventos solares e o campo geomagnético (extraído de www.astronomygcse.co.uk).

Este efeito é bem complexo e consiste de várias regiões que o formam (WERTZ, 2000; NASA, 1969). A magnetosfera é criada da interação do fluxo do plasma solar, ou vento solar, com o campo geomagnético, como mostra o esquema da Figura 8. A frente de choque, similar a um ruído sônico, ocorre a partir do primeiro vento solar que bate sobre o campo geomagnético, porque o vento solar se move muito rápido tal que campo geomagnético pode responder. As oscilações ocorrem em alta frequência na frente de choque. Elas chegam a uma intensidade de 10 a 15 nT, entretanto, em ambos os lados da frente de choque, este valor decai de 2 a 5 nT. Mais além da frente de choque e entre a magnetopausa, encontra-se o revestimento magnético (magnetosheath). Esta área é caracterizada por uma região de turbulência, onde o vento solar é defletido depois de passar pela frente de choque e ocupa um espaço de aproximadamente 10 raios da Terra, estendendo-se significativamente devido à pressão do vento solar.



Figura 8 - Esquema da Magnetosfera (adaptado de NASA, 1969).

A magnetopausa separa o revestimento magnético do campo geomagnético. Sua localização é determinada pelo equilíbrio entre as pressões do campo geomagnético e do vento solar. À medida que a pressão do vento solar aumenta ou diminui, a magnetopausa se move para fora ou para dentro, em resposta. Durante as tempestades magnéticas, esta região se comprime ou se expande em grandes taxas de 50 Km/s. Segue-se, então, para a cauda magnética (*magnetotail*). Esta região, na forma de uma cauda como mostra a Figura 8, é formada pela pressão do vento solar na magnetosfera do planeta Terra arrastando as linhas do campo geomagnético para longe do Sol. A cauda magnética se estende por aproximadamente 60 raios da Terra. Dentro da cauda, encontra-se a camada neutra. A camada neutra separa a entrada e saída das linhas do campo na cauda magnética. E por último, na parte antissolar da Terra, localiza-se a região da cúspide (área onde as linhas do campo geomagnético são transformadas primeiramente dentro da cauda magnética). Essa região faz parte do cinturão de radiação de Van Allen.

Em suma, a estrutura da magnetosfera é formada pelo campo geomagnético e o vento solar. Entretanto, seu entendimento é complicado, pois é necessário visualizar detalhadamente as linhas do campo magnético.

4.3 As variações no campo geomagnético

O campo magnético terrestre não é tão regular e estável. Existem, ainda, fenômenos observáveis, muito além das deflexões da bússola, que não ocorreriam se a Terra não tivesse campo magnético. Podemos destacar os seguintes fenômenos (NASA, 1969; WERTZ, 2000):

- I. Variações locais: O campo magnético terrestre possui importantes variações locais, ocasionadas por diferenças nas propriedades magnéticas das rochas que constituem a crosta terrestre e pela presença de minérios magnéticos concentrados. Ocorrem variações também de acordo com a latitude geográfica, como mostra a Figura 6.
- II. Variações temporais: São perturbações no campo geomagnético ocasionadas pelas mudanças de posições da Terra e do Sol. A declinação e a inclinação magnéticas médias variam de ano a ano em qualquer local. Assim, por exemplo, entre os anos de 1600 e 1800 a declinação magnética medida em Londres variou continuamente de 11º L a 24º O. O pólo norte magnético (em 1948) foi medido como se deslocasse para o noroeste, a cerca de 8 km por ano.
- III. Tempestades Magnéticas: O Sol emite uma corrente constante de átomos de hidrogênio ionizados (prótons) e de elétrons que varre o sistema solar a velocidades supersônicas. Este "vento solar" sempre presente interage fortemente de diversas maneiras com o campo magnético da Terra. Deste modo, aumentos abruptos ocasionados na intensidade do vento solar produzem tempestades magnéticas terrestres, que interferem seriamente com as comunicações radiofônicas de longa distância. Do mesmo modo, os prótons e os elétrons do vento solar, espiralam ao longo das linhas do campo magnético da Terra, movendo-se para frente e para trás entre as regiões dos pólos norte e sul magnéticos. Esses elétrons e prótons

aprisionados constituem os chamados cinturões radioativos de Van Allen,

que foram descobertos por James A. Van Allen, no início dos lançamentos dos primeiros satélites artificiais. As partículas aprisionadas no vento solar, interagindo com a atmosfera terrestre, produzem o fenômeno da aurora, a qual é mais proeminente acerca de mais ou menos acima de 67° de latitude geomagnética.

IV. Variações Seculares: As variações seculares são variações de altas intensidades com pequenas durações. Ocorrem gradualmente no campo sobre um longo período de tempo. Seus termos são estimados a partir de modelos do campo magnético da Terra, e posteriormente, de outros modelos. A intensidade do dipolo magnético decai a 0,05% por ano e parte dele, localizado no Hemisfério Norte, está se deslocando a oeste a 0,014° por ano. O deslocamento do dipolo magnético implica na possibilidade de reversão do mesmo, após um longo período de tempo.

4.4 Os modelos do campo magnético da Terra

4.4.1 O modelo harmônico esférico

O campo magnético da Terra pode ser representado pelo gradiente de uma função escalar do potencial, dado por (WERTZ, 2000):

$$\vec{B} = -\nabla V \tag{24}$$

onde V pode ser representado por uma série de harmônicos esféricos como:

$$V(r,\theta,\phi) = a \sum_{n=1}^{k} \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} \sum_{m=0}^{n} (g_n^{\ m} \cos m\phi + h_n^{\ m} sen \, m\phi) \, P_n^{\ m}(\theta)$$
(25)

onde *a* é o raio equatorial da Terra, $g_n^m e h_n^m$ são os coeficientes gaussianos, $P_n^m(\theta)$ são as funções de Legendre, e *r*, $\theta e \phi$ é a distância geocêntrica, elevação e longitude

oeste de Greenwich, que é definido de qualquer ponto no espaço, respectivamente. Os coeficientes gaussianos são determinados empiricamente por um ajuste de mínimos quadrados nas medições do campo, os quais constituem o modelo do campo geomagnético.

Das equações (24) e (25), as expressões das componentes do campo magnético da Terra são:

$$B_{r} = -\frac{\partial V}{\partial r} = \sum_{n=1}^{k} \left(\frac{a}{r}\right)^{n+2} (n+1) \sum_{p=0}^{n} (g_{n}^{p} \cos p\phi + h_{n}^{p} sen p\phi) P_{n}^{p}(\theta)$$

$$B_{\theta} = -\frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} = -\sum_{n=1}^{k} \left(\frac{a}{r}\right)^{n+2} \sum_{p=0}^{n} (g_{n}^{p} \cos p\phi + h_{n}^{p} sen p\phi) \frac{\partial P_{n}^{p}(\theta)}{\partial \theta}$$

$$B_{\phi} = -\frac{1}{r sen \theta} \frac{\partial V}{\partial \phi}$$

$$= -\frac{1}{sen \theta} \sum_{n=1}^{k} \left(\frac{a}{r}\right)^{n+2} \sum_{p=0}^{n} p(-g_{n}^{p} \cos p\phi + h_{n}^{p} sen p\phi) P_{n}^{p}(\theta)$$
(26)

onde B_r é a componente radial, B_{θ} é a componente de elevação e B_{ϕ} é a componente azimutal.

Geralmente, as componentes do campo magnético terrestre se referem ao sistema do satélite e podem ser escritas da seguinte forma (WERTZ, 2000):

$$B_{x} = -B_{\theta} \cos \epsilon - B_{r} \sin \epsilon$$

$$B_{y} = B_{\phi}$$

$$B_{z} = B_{\theta} \sin \epsilon - B_{r} \cos \epsilon$$
(27)

onde $\epsilon \equiv \lambda - \delta < 0,2^{\circ}, \lambda$ é a latitude geodésica (ângulo que a normal ao elipsóide faz com o plano do equador num determinado ponto) e δ é a declinação.

No sistema inercial geocêntrico (X, Y, Z), as componentes do campo são (WERTZ, 2000):

$$B_{X} = (B_{r} \cos \delta + B_{\theta} \sin \delta) \cos \alpha - B_{\phi} \sin \alpha$$
$$B_{Y} = (B_{r} \cos \delta + B_{\theta} \sin \delta) \sin \alpha + B_{\phi} \cos \alpha$$
$$B_{Z} = (B_{r} \sin \delta - B_{\theta} \cos \delta)$$
(28)

Observa-se que o campo magnético terrestre é dado pela longitude ϕ , que está relacionado com a ascensão reta pela expressão $\phi = \alpha - \theta_G$, onde θ_G é a ascensão reta do meridiano de Greenwich ou o tempo sideral de Greenwich.

4.4.2 O modelo de dipolo geomagnético

Neste trabalho, considerar-se-á o campo geomagnético representado por um vetor do dipolo magnético \vec{M} , inclinado em ξ , em relação ao eixo de rotação terrestre, e no sistema orbital (aqui será referenciado como x_0 , y_0 e z_0 , com o eixo x_0 na direção do nodo ascendente e o eixo z_0 normal ao plano da órbita, como mostra a Figura 9).

O dipolo geomagnético representado no sistema geocêntrico inercial é dado por (GAMARRA ROSADO; RIOS NETO, 1992a; 1992b):

$$\overline{m_X} = m[- \operatorname{sen} \xi \cos(\zeta + \theta_G)]$$

$$\overline{m_Y} = m[\operatorname{sen} \xi \operatorname{sen}(\zeta + \theta_G)]$$

$$\overline{m_Z} = m(-\cos\xi)$$
(29)

onde ξ é a declinação magnética com valor igual a 11,5°; ζ é a latitude do dipolo magnético com valor igual a 289,3°; *m* é momento do dipolo geomagnético com valor igual a 8,1.10¹⁵ Wb.m e θ_g é o tempo sideral de Greenwich.



Figura 9 - Sistema de coordenadas geocêntrico inercial (OXYZ) e orbital ($Ox_0y_0z_0$) (extraído de Gamarra Rosado e Rios Neto, 1992b).

CAPÍTULO 5 TORQUE MAGNÉTICO

A interação entre o campo geomagnético e o satélite é importante, pois o campo geomagnético é responsável pela geração de torques que agem sobre o satélite. Os torques podem ser de dois tipos: de controle e de perturbação. O torque de controle é favorável ao movimento do satélite, entretanto, o torque de perturbação é indesejável, porque pode prejudicar o satélite ainda na fase inicial de projeto, mas pode ser evitado se utilizar materiais adequados. Este capítulo discute a origem do torque magnético, analisa os efeitos dos torques de perturbação e de controle; além disso, apresenta os instrumentos utilizados no controle magnético.

5.1 A origem do torque magnético

Segundo Young e Freedman (2008), a origem do torque magnético pode ser entendida pelas forças magnéticas que atuam em um condutor de corrente elétrica, sendo o campo magnético o responsável por essas forças. A presença de um campo magnético, no condutor elétrico, faz com que a força magnética seja transmitida para o material do condutor e se distribua ao longo de seu comprimento.

Sabe-se que uma carga em movimento está sempre associada a um campo magnético ao seu redor e essa mesma carga pode sofrer influência de um campo magnético associado à outra carga também em movimento. A interação entre essas duas cargas ou mais é denominada de força magnética. A força magnética que atua na carga em movimento, devido à presença de um campo magnético, é denominada força magnética de Lorentz, dada por (NUSSENZVEIG, 2004):

$$\vec{F}_M = q.\,\vec{v} \times \vec{B} \tag{30}$$

onde q é a carga, \vec{v} é o vetor de velocidade da carga, perpendicular ao vetor do campo magnético \vec{B} .



Figura 10 - Forças no movimento de cargas positivas em um condutor de corrente (adaptado de Young e Freedman, 2008).

Se, por exemplo, um trecho *l* de um fio condutor de secção transversal *A*, como mostra a Figura 10. O segmento de reta de um fio condutor tem um comprimento *l* e área transversal *A*. O vetor de densidade de corrente elétrica \vec{J} é direcionado da esquerda para a direita e o fio está sob a influência de um campo magnético uniforme \vec{B} , perpendicular ao plano da figura e direcionado para dentro. O vetor de força \vec{F} sobre o movimento da carga positiva *q* é perpendicular à velocidade *v* da carga, e esta, ao vetor do campo magnético.

Admitindo-se que as cargas das partículas sejam positivas, a força magnética no fio condutor é a soma das forças que agem nas cargas em movimento, tal que:

$$F = (nAl)(qvB) \tag{31}$$

onde n é número de cargas por unidade de volume e Al é o volume do fio.

A expressão acima pode ser simplificada em termos da intensidade da corrente, levando-se em consideração a definição de densidade de corrente, onde J = nqv. O produto *JA* é a corrente total *I*, então, a equação (31) pode ser reescrita como:

$$F = IlB \tag{32}$$

A equação (32) é somente válida quando o vetor do campo magnético é perpendicular ao fio condutor. Se o vetor do campo magnético não é perpendicular ao fio, fazendo-se um ângulo $\bar{\varphi}$, somente a componente normal ao fio condutor exercerá

força. Então, dada a componente do campo magnético uniforme, normal ao fio, $B_{\perp} = Bsen\bar{\varphi}$, a força magnética sobre o segmento do fio é igual a:

$$F = IlB_{\perp} = IlBsen\bar{\varphi} \tag{33}$$

Na forma vetorial, a equação (33) é escrita como:

$$\vec{F} = I\vec{l} \times \vec{B} \tag{34}$$

Quando o fio condutor de corrente é disposto em forma de uma espira retangular com lados *b* e *c*, e rotacionada a um ângulo $\bar{\alpha}$ em relação ao vetor do campo magnético uniforme \vec{B} , como mostra a Figura 11, a resultante das forças na espira é nula. Isto ocorre porque as forças são iguais em magnitude, mas estão em direções opostas, e, portanto, cancelam-se.



Figura 21 - Forças em uma espira retangular condutora de corrente (adaptado de Young e Freedman, 2008).

Um torque magnético não nulo surge nos lados de comprimento *c*. Contudo, devido a um conjugado que se forma nos lados de comprimento *b*, com o ângulo $\bar{\alpha}$ entre a bobina e o campo magnético, o torque magnético é igual a:

$$N = 2F\left(\frac{c}{2}\right)sen\bar{\alpha} = IBAsen\bar{\alpha} \tag{35}$$

onde A é a área da espira retangular, ou seja, A=bc. Da equação (35), observa-se que, quando o ângulo $\bar{\alpha} = 0^{\circ}$, o torque magnético é nulo e, quando o ângulo $\bar{\alpha} = 90^{\circ}$, o torque magnético é máximo e o plano da bobina magnética é paralela ao campo magnético.

Na forma vetorial, o torque magnético é escrito como:

$$\vec{N} = I\vec{A} \times \vec{B} \tag{36}$$

onde o vetor da área da espira retangular é $\vec{A} = NA\mu\hat{n}$, sendo *N* o número de voltas do fio, μ a permeabilidade do material e \hat{n} o vetor unitário normal ao plano da bobina magnética. O produto *IA* é conhecido como momento magnético da bobina, ou *m*.

Portanto, o torque magnético pode ser reescrito como:

$$\vec{N} = \vec{m} \times \vec{B} \tag{37}$$

O torque magnético tende a rotacionar a espira retangular até a uma posição de equilíbrio com \vec{m} na mesma direção de \vec{B} .

A equação (37) é verdadeira para uma espira plana de qualquer formato e é a chave para o entendimento dos torques de controle agindo no satélite.

5.2 Os tipos de torque magnético

Segundo Wertz (2000), a derivada do momento angular do satélite com respeito ao tempo resulta em:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \frac{d\vec{L}_{i}}{dt} = \sum_{i=1}^{n} \frac{d(\vec{r}_{i} \times m_{i} \vec{v}_{i})}{dt}$$
$$= \sum_{i=1}^{n} (\vec{v}_{i} \times m_{i} \vec{v}_{i} + \vec{r}_{i} \times m_{i} \vec{a}_{i})$$
$$= \sum_{i=1}^{n} \vec{r}_{i} \times \vec{F}_{i} = \sum_{i=1}^{n} \vec{N}_{i} \equiv \vec{N}$$
(38)

onde \vec{r}_i são as posições, \vec{v}_i são as velocidades, \vec{a}_i são as acelerações e \vec{F}_i são as forças aplicadas às massas m_i . Os torques \vec{N}_i são a soma dos torques sobre os pontos individuais do satélite, que ocorrem devido às forças aplicadas entre os pontos, e externamente a eles. No geral, os torques internos se anulam e o torque resultante se iguala ao torque devido às forças externas. Existem dois tipos de torques externos e estes são descritos a seguir.

5.2.1 Torque de perturbação

O torque de perturbação é causado pelos efeitos do meio onde se encontra o satélite, como, por exemplo, o torque de perturbação magnética. O torque de origem magnética atuante em um satélite artificial resulta da interação entre o campo magnético do satélite e o campo geomagnético (terrestre). As principais fontes causadoras do torque de perturbação magnética são: o momento magnético do satélite, as correntes de Foucault e a histerese, sendo o momento magnético do satélite, usualmente, a fonte dominante.

Em geral, no projeto do satélite, é selecionado um material estrutural adequado de modo que as demais fontes resultem em torques magnéticos negligenciáveis. Os torques magnéticos de perturbação podem ser subdivididos em (WERTZ, 2000):

1. Torque Magnético Residual:

Este torque de perturbação ocorre, principalmente, devido ao momento magnético ao longo do eixo de rotação do satélite que contribui para uma lenta precessão do eixo de rotação.

2. Torque devido às Correntes de Foucault:

O torque de perturbação, causado pelas correntes induzidas de Foucault, ocorre devido ao movimento do eixo de rotação do satélite. As correntes de Foucault, que circulam pelas superfícies metálicas do satélite, produzem um torque que precessa o eixo de *spin* do satélite e causam um decaimento do perfil exponencial da velocidade de rotação.

3. Torque de Histerese:

O torque de perturbação por histerese é causado pela energia perdida na forma de calor durante o movimento de rotação do satélite. Devido ao atrito com o campo geomagnético, os efeitos deste tipo de torque de perturbação são apreciáveis, apenas em materiais, nos quais as variações do campo magnético local causam grandes variações no momento magnético do satélite.

Neste trabalho, não serão considerados os torques de perturbação sobre o satélite de baixa órbita. Admite-se que o material do satélite seja tal que os torques de histerese são negligenciáveis, e que a velocidade angular permanece constante no período de integração, ou seja, os torques devido às correntes de Foucault serão desprezados.

5.2.2 Torque de controle

Torques magnéticos de controle podem ser aplicados ao satélite para compensar os torques de perturbação ou mudar a sua atitude. Isto é conseguido por meio da aplicação de um momento magnético ao satélite, através de uma espira condutora de corrente. O momento magnético é escrito na forma de (WERTZ, 2000):

$$\vec{M} = NIA\mu\hat{n} \tag{39}$$

onde *N* é o número de espiras, *I* é a corrente, *A* é a área da secção transversal da espira, μ é a permeabilidade do material do núcleo da espira e \hat{n} é o vetor unitário na direção do dipolo magnético da bobina.

Como foi discutido anteriormente, o torque magnético age numa direção ortogonal, tanto ao campo magnético quanto ao momento de dipolo. Frequentemente, a direção desejada do torque não é perpendicular ao campo magnético. Neste caso, somente a componente do torque desejado na direção perpendicular ao campo magnético é possível e pode ser desenvolvida.

O torque magnético é dado pela equação (37). A partir dessa expressão, é conveniente estabelecer o momento magnético da bobina como (WERTZ, 2000):

$$\vec{m} = p_m m \hat{k} \tag{40}$$

onde *m* é a magnitude do momento magnético, p_m é a polaridade da bobina e \hat{k} é o vetor unitário do eixo "spin".

Considerando fixa a magnitude do momento magnético da bobina, as componentes do torque de controle dadas a cada instante no sistema da órbita é:

$$\vec{N}_o = m(\vec{k}_o \times \vec{B}_o) \tag{41}$$

onde \vec{B}_o representa o campo geomagnético no sistema orbital.

5.3 Instrumentos de controle

O principal tipo de instrumento levado a bordo de um satélite para controle magnético é a bobina magnética. A bobina magnética mais simples consiste de espiras de fio condutor, como o cobre, envoltas em um núcleo de ar. Elas funcionam através do fornecimento de um momento magnético, que interage com o campo magnético para produzir um torque. Para este tipo de bobina, o valor da permeabilidade do material do núcleo, μ , é igual a 1. Entretanto, a escolha do material do núcleo da bobina é importante, sendo frequentemente ferromagnético, porque este tipo de material tem elevado valor de permeabilidade o que pode levar a uma redução no consumo de energia. No entanto, materiais ferromagnéticos saturam a baixos valores de intensidade do campo magnético e, além disso, sua permeabilidade é função da magnitude do campo magnético, por isso, o dipolo magnético é difícil de prever.

5.4 Lei de controle

Shigehara (1972) desenvolveu uma função de chaveamento deduzida de uma condição de estabilidade assintótica, a qual consiste em controlar a orientação do eixo de rotação em termos do momento angular *L*. Isto implica em reduzir a diferença entre o momento angular final e inicial, dado pelo vetor erro, $\vec{E_L} = \vec{L_f} - \vec{L_i}$, a zero.

A função de chaveamento é definida por (SHIGEHARA, 1972):

$$\left(\frac{d\vec{E}_L}{dt} \right) = -\vec{N} - \vec{D}$$
 (42)

Substituindo a equação (42) na equação (37) e esta na (41), tem-se:

$$\left(\frac{d\vec{E_L}}{dt}\right) = -p_m(\vec{k_s} \times \vec{B}) - \vec{D}$$
(43)

E, então:

$$\left(\frac{dE_{L}^{2}}{2dt}\right) = -p_{m}\overline{E_{L}}\left(\overrightarrow{k_{s}}\times\overrightarrow{B}\right) - \overrightarrow{E_{L}}.\overrightarrow{D}$$

$$(44)$$

A condição de estabilidade assintótica é ${dE_L}^2/dt \le 0$. Assumindo que \vec{D} seja muito pequeno se comparado a \vec{N} , então a função de chaveamento é:

$$S = \overrightarrow{E_L} \cdot (\overrightarrow{k_s} \times \overrightarrow{B}) \tag{45}$$

A lei de controle é do tipo "*bang-bang*" e governa a polaridade de *m*, da seguinte maneira:

$$p_m = +1 \rightarrow S > 0$$

$$p_m = -1 \rightarrow S < 0$$
(46)

Desenvolvendo-se a equação (45), a qual reorienta o eixo de rotação de (θ , ψ) para (θ_f , ψ_f), obtém-se:

$$S/_{I_{3}\dot{\Phi}} = (sen \psi_{f} sen \theta_{f} \cos \theta - \cos \theta_{f} sen \psi sen \theta)B_{01} + (\cos \theta_{f} \cos \psi sen \theta - \cos \psi_{f} sen \theta_{f} \cos \theta)B_{02} + (\cos \psi_{f} sen \theta_{f} sen \psi sen \theta - sen \psi_{f} sen \theta_{f} \cos \psi sen \theta)B_{03}$$

$$(47)$$

onde $\psi \in \theta$ são os ângulos de azimute e elevação no sistema da órbita, respectivamente, e B₀₁, B₀₂ e B₀₃ são as componentes do campo geomagnético, também no sistema da órbita.

CAPÍTULO 6 A DINÂMICA ENVOLVIDA

Este Capítulo trata da dinâmica empregada na investigação do processo de controle do satélite artificial de baixa órbita.

6.1 Equações do movimento do satélite artificial

Os sistemas de coordenadas foram introduzidos no Capítulo 3. O referencial inercial é o sistema de coordenada equatorial-geocêntrica (OXYZ), com sua origem no centro da Terra (O). O eixo OX aponta na direção do ponto Vernal (γ), o eixo OY é perpendicular ao eixo OX e o eixo OZ aponta na direção do eixo de rotação da Terra. O sistema de coordenada associado ao satélite (O $x_S y_S z_S$), também tem sua origem no centro da Terra (O). O eixo O z_S está situado ao longo do eixo de simetria (eixo do *spin*) e O x_S está contido no plano OXY. Nota-se que a orientação do eixo de *spin* do satélite, no sistema inercial, é dada pelo vetor $\vec{k} = [\cos \delta \cos \alpha, \cos \delta \, sen \, \alpha, \, sen \, \delta]$, onde δ e α são declinação e ascensão reta, respectivamente. A representação destes sistemas é mostrada na Figura 12.

Segundo Wertz (2000), a equação básica da dinâmica de atitude de um satélite artificial é:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{N} \tag{48}$$

Geralmente, os satélites estabilizados por rotação têm amortecedores de nutação passivos que servem para amortecer as nutações rapidamente, logo, o vetor do momento angular total no sistema associado ao satélite é assumido ser paralelo ao eixo de rotação, definido por:

$$\vec{L} = I_3 \frac{d\dot{\Phi}}{dt} \hat{k} \tag{49}$$



Figura 32 - Representação dos sistemas de coordenadas geocêntrico inercial (OXYZ) e do satélite ($Ox_S y_S z_S$) (adaptado de Gamarra Rosado e Rios Neto, 1992a; 1992b).

onde $I_3(>I_1=I_2)$ é momento de inércia ao redor do eixo de rotação e $\dot{\phi}$ é a velocidade angular do satélite.

Combinando-se as equações (48) e (49), obtém-se:

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = I_3 \left[\frac{d^2 \phi}{dt^2} \hat{k} + \frac{d\phi}{dt} (\vec{\omega} \times \hat{k}) \right]$$
(50)

onde $\vec{\omega}$ é a velocidade angular do sistema associado ao satélite em relação ao sistema equatorial inercial, dado por:

$$\vec{\omega} = \frac{d\delta}{dt}\,\hat{\imath} + \frac{d\alpha}{dt}\,\mathrm{sen}\,\delta\,\hat{\jmath} + \frac{d\alpha}{dt}\,\cos\delta\,\hat{k} \tag{51}$$

A partir da combinação da expressão (51) com a equação (50), obtêm-se as componentes do torque no sistema associado ao satélite que são (THOMAS, CAPPELLARI, 1964):

$$T_{x} = I\ddot{\delta} + (I_{3} - I)\dot{\alpha}^{2}sen\delta\cos\delta + I_{3}\dot{\phi}\dot{\alpha}sen\delta$$

$$T_{y} = I\ddot{\alpha}sen\delta + I_{3}\dot{\alpha}\dot{\delta}cos\delta + I_{3}\dot{\phi}\dot{\delta} - 2I\dot{\alpha}\dot{\delta}cos\delta$$

$$T_{z} = I_{3}(\ddot{\alpha}cos\delta + \dot{\alpha}\dot{\delta}sen\delta + \ddot{\phi})$$
(52)

Para o caso onde $\dot{\phi}$ predomina sobre $\dot{\delta}\dot{\alpha}\cos\delta$ as equações (52) dos torques se reduzem a,

$$T_{x} = \dot{\alpha} I_{3} \dot{\phi} \operatorname{sen} \delta$$

$$T_{y} = -\dot{\delta} I_{3} \dot{\phi}$$

$$T_{z} = I_{3} \ddot{\phi}$$
(53)

equações utilizadas por (THOMAS, CAPPELLARI, 1964; GAMARRA ROSADO, RIOS NETO, 1992a; 1992b):

CAPÍTULO 7 ALGORITMO GENÉTICO

Neste Capítulo é estudada a técnica do algoritmo genético. São apresentadas as componentes básicas do AG, os operadores genéticos e as vantagens e desvantagens da utilização desta técnica.

7.1 Os algoritmos genéticos

Os algoritmos genéticos são métodos de busca estocásticos, que pertencem a grande classe dos algoritmos evolucionários, baseados no mecanismo da genética e seleção natural (MICHALEWICZ, 1994). Foram desenvolvidos por John Holland, seus colegas e alunos da Universidade de Michigan (HOLLAND, 1975). Tais algoritmos operam em uma população (estruturas artificiais chamadas de cromossomos) de potenciais soluções aplicando o princípio da sobrevivência do mais apto para produzir melhores aproximações para a solução, através de operadores genéticos naturais de seleção, cruzamento e mutação.

A estrutura de um algoritmo genético é apresentada no esquema abaixo (adaptado de MICHALEWICZ, 1994):

Inicio	
$t \leftarrow 0$	
Inicial	ize a população P(t)
Avalie	a população P(t)
	Enquanto < Condição de parada > faça
	Selecione a população P(t) de P(t-1)
	Altere a população P(t) (nesta fase é utilizada os operadores genéticos
	de Cruzamento e Mutação)
	Avalie a população P(t)
	$t \leftarrow t + 1$
	FimEnquanto
FimInic	rio

Basicamente, uma população inicial de soluções (cromossomos) é gerada aleatoriamente. Os cromossomos são, geralmente, representados por cadeias de bits que contém a informação codificada das variáveis do problema que se deseja resolver. Avalia-se a aptidão das soluções, para que se estabeleça o quão bem elas respondem ao problema proposto. A etapa da seleção desempenha o papel da seleção natural na evolução, selecionando para sobreviver e reproduzir os organismos mais bem adaptados ao meio, no caso, os cromossomos com melhor desempenho na população para, em seguida, reproduzi-los, gerando indivíduos mais bem adaptados, pois foram gerados dos melhores da geração anterior. No cruzamento, os indivíduos selecionados se combinam por partes para trocar as suas características genéticas visando melhorálas e o operador de mutação aplica-se eventualmente em alguns indivíduos para mudar, aleatoriamente, uma parte do seu material genético e introduzir diversidade na população. Como os indivíduos selecionados transmitem suas características aos seus descendentes, a informação contida na população guia o algoritmo genético para regiões mais promissoras do espaço de busca, que só termina quando algum critério é satisfeito.

Os AGs são robustos, aplicáveis a uma grande variedade de problemas e são eficazes e eficientes, já que acham soluções boas em um tempo razoável. Diferentes dos algoritmos tradicionais de otimização, os Algoritmos Genéticos se destacam com as seguintes características importantes (LUCAS, 2002):

- Eles trabalham somente sobre a representação (forma codificada) de um conjunto de soluções em uma população de indivíduos;
- A partir da representação e da avaliação desta população, os AGs simulam a natureza aplicando o fator da adaptabilidade. De forma a não chegar a uma solução, mas sim, com o que ela deveria se parecer;
- Ao invés de cada indivíduo da população ser tomado como um ente isolado e avaliado de forma independente, eles passam de uma população de soluções para uma nova população. Isto significa que o AG não procura a solução em um ponto simples, mas em pontos paralelos;

- Os algoritmos genéticos não apresentam o comportamento determinístico, que os outros métodos de busca de valores ótimos apresentam, ao contrário, eles utilizam regras de transição probabilísticas. As probabilidades de aplicação dos operadores genéticos fazem com que estes operem de forma previsível estatisticamente, não permitindo a exatidão absoluta do comportamento do sistema;
- Não necessita de derivadas ou de outro conhecimento auxiliar, somente de informações sobre a função objetivo do problema.

Os métodos clássicos de otimização baseiam sua estratégia de solução em alguma característica própria do problema, reduzindo a sua flexibilidade e restringindo a sua aplicabilidade a outros problemas que apresentam características diferentes. Os AGs requerem muito pouca informação do problema e podem otimizar funções com muitas variáveis, funções descontínuas ou com ruído. A única parte do AG que é dependente do problema específico que se pretende resolver é a função objetivo. Esta é utilizada, unicamente, durante a etapa de seleção.

7.2 Definições básicas: os componentes de um algoritmo genético

Serão apresentadas as definições básicas dos componentes genéticos fundamentais dos algoritmos genéticos (LUCAS, 2002; MICHALEWICZ, 1994):

7.2.1 Indivíduos

Os AGs utilizam um vocabulário emprestado da Genética. Geralmente estes indivíduos são chamados de **cromossomos**: cada indivíduo é formado por um conjunto de **genes**, sendo que cada gene controla a herança genética de um ou muitos caracteres contido nestes indivíduos. A solução potencial de um problema no algoritmo genético é representada pelo genótipo (conjunto de genes portadores de informações hereditárias); e sua avaliação é baseada em seu fenótipo (conjunto de características

observáveis resultante do processo de decodificação dos genes). A Tabela 1 mostra alguns exemplos de genótipos e fenótipos de alguns problemas.

Os indivíduos são unidades fundamentais de um algoritmo genético: eles codificam possíveis soluções para o problema tratado, e através da manipulação dos operadores genéticos, encontram-se as respostas. A representação dos indivíduos no algoritmo genético é a etapa mais importante no seu desenvolvimento (Seção 7.3) e o principal responsável pelo seu desempenho.

Tabela 1 - Exemplos de genótipos e fenótipos correspondentes em alguns tipos de problema (adaptado de Lucas, 2002).

Genótipo	Fenótipo	Problema
0010101001110101	10869	Otimização Numérica
CGDEHABF	Comece pela cidade C, depois passe pelas cidades G, D, E, H, A, B e termine em F	Caixeiro Viajante
$C_1 R_4 C_2 R_6 C_4 R_1$	Se condição 1 (C_1) execute regra 4 (R_4), se (C_2) execute (R_6), se (C_4) execute (R_1)	Regras de aprendizado para agentes

7.2.2 População

A população é o conjunto dos indivíduos ou cromossomos. Através da dinâmica populacional, tem-se a evolução do algoritmo genético: as características de uma população inicial se propagam às gerações subsequentes (cruzamento), enquanto que, novas populações são testadas (mutação).

7.3 Representação genética

Para qualquer algoritmo genético, a representação é necessária para descrever cada indivíduo de uma população, determinar como o problema será estruturado no AG e também, que operadores genéticos serão utilizados (HOUCK; JOINES; KAY, 1995).

Na seção 7.2, foi estudado que os indivíduos ou cromossomos são feitos de uma sequência de genes (conforme é exemplificado na Figura 13), sendo que cada um desses genes controlam a herança de seus caracteres. Os genes estão localizados em certos lugares do cromossomo chamados de **loci** (posição de uma cadeia de caracteres) e podem estar em vários estados, isto é, cada uma das formas alternativas do mesmo gene chamado de **alelo** (valores da função). Devido aos alelos, as características externas do indivíduo podem se manifestar diferentemente (MICHALEWICZ, 1994).

A forma mais comum de representação ou codificação das variáveis a serem otimizadas é a representação binária, mas podem também, serem utilizadas outras codificações. A codificação binária permite uma fácil manipulação e eficiência dos operadores genéticos sobre os cromossomos. Nesta codificação, cada cromossomo é um vetor contendo zeros e uns (0 e 1), onde cada *bit* representa um gene. Em problemas onde as variáveis a otimizar são reais, a codificação binária é implementada convertendo o valor numérico da variável em uma expressão binária.



Figura 43 - Esquema de um indivíduo ou cromossomo (adaptado de Silva, 2006).

Para o cálculo da função objetivo de todos os cromossomos de uma população, é preciso realizar o processo inverso, ou seja, converter a cadeia de *bits* ao seu equivalente número real. Além disso, as variáveis a serem manipuladas deverão estar limitadas (HOUCK et.al., 1995). A precisão da solução depende da quantidade de *bits* a serem utilizadas para representar estes números reais. Em problemas onde estão incluídas mais de uma variável, o cromossomo é construído justapondo-se a representação genética de cada variável, formando assim, uma grande cadeia de *bits*. A

desvantagem deste tipo de codificação é que se requerem constantes conversões entre expressões em ponto flutuantes e estruturas binárias, significando um alto custo computacional (MICHALEWICZ, 1996).

7.4 Inicialização

Escolhido o tipo de codificação, o primeiro passo dos AGs é criar uma população inicial, sobre a qual serão aplicadas as ações dos passos subsequentes do processo. A população inicial de cromossomos é, usualmente, criada de forma aleatória, entretanto, existem ocasiões em que é mais apropriada uma seleção heurística (quando se tem alguma informação sobre qual parte da região de busca está a solução). O fato é que o tamanho da população pode afetar a eficiência e o desempenho do Algoritmo Genético: uma população com pequena dimensão pode levar o AG a convergir rapidamente, enquanto que, uma população de tamanho grande prejudica o desempenho computacional do AG (NUNES; GAMARRA **ROSADO:** GRANDINETTI, 2003).

Dentre os recursos que geram a população inicial randomicamente, destacam-se: o método randômico uniforme, o método randômico não uniforme, o método randômico com "dope" e o método parcialmente enumerativo (LUCAS, 2002).

No método randômico uniforme, cada gene do indivíduo recebe um elemento do conjunto de alelos, sorteado de forma aleatoriamente uniforme. No método randômico não uniforme, determinados valores armazenados nos genes são escolhidos com uma frequência maior do que o restante. No método randômico com "dope", são inseridos à população gerada aleatoriamente: os indivíduos otimizados; podendo trazer riscos quanto ao processo de evolução (um ou mais super indivíduos podem chegar a dominar o processo) e a convergência prematura. E no método parcialmente enumerativo, são inseridos indivíduos na população de modo a fazer com que o processo de evolução comece com todos os esquemas possíveis de uma determinada ordem.

7.5 Avaliação

A avaliação da população baseia-se no princípio da "sobrevivência dos melhores indivíduos": cada indivíduo da população é avaliado para que seja determinado o seu grau de adaptação. Em outras palavras, cada solução é associado a um valor numérico (*fitness*), que representa a qualidade dessa estrutura e indica o quão bem adaptada ela está. O valor do *fitness* é obtido por meio da função objetivo.

As funções objetivas podem ser funções matemáticas ou funções baseadas em penalidades, que são as mais comuns.

7.6 Seleção

A seleção é um processo que seleciona indivíduos para a reprodução. Este mecanismo é baseado na aptidão dos indivíduos: quanto mais aptos estes são, maior a probabilidade de serem escolhidos para a reprodução. Segundo Houck, Joines e Kay (1995), um indivíduo na população tem a chance de ser selecionado mais de uma vez para se reproduzir nas próximas gerações.

O procedimento mais comum de seleção, geralmente, é definir a probabilidade de sobrevivência P_i , para cada indivíduo, baseado no valor de seu *fitness*. Uma série de N números aleatórios são gerados e comparados com a probabilidade acumulativa C_N (HOUCK; JOINES; KAY, 1995):

$$C_N = \sum_{i=1}^N P_i \tag{54}$$

Os indivíduos serão selecionados e copiados para a nova população se $C_{N-1} < U(0,1) \le C_N$, isto é, a seleção irá considerar um conjunto de números escolhidos randomicamente entre (0,1), estes números serão comparados com cada um dos valores de probabilidade acumulativa C_N , onde então, alguns dos cromossomos serão selecionados uma vez ou mais, dando origem a uma nova população de cromossomos.

São vários os processos de seleção, destacam-se alguns deles (LUCAS, 2002):

• Seleção por *ranking* (*Rank Selection*):

Neste método de seleção, os indivíduos da população são ordenados de acordo com o seu valor de adequação (*fitness*), e então, sua probabilidade será atribuída de acordo com a posição que estes indivíduos ocupam, ou seja, é baseada no *ranking* da solução de um indivíduo quando todas as soluções são sorteadas. No método de *ranking* geométrico normalizado, a probabilidade é definida por (HOUCK; JOINES; KAY, 1995):

$$P_i = \frac{q'}{1 - (1 - q')^N} (1 - q')^{R-1}$$
(55)

onde q' é a probabilidade de selecionar o melhor indivíduo, R é o *ranking* do indivíduo (1 é o melhor valor) e N é o tamanho da população.

• Seleção por giro de roleta (*Roulette Wheel Selection*):

Este tipo de seleção foi desenvolvido por Holland (1975), sendo o primeiro método de seleção conhecido. O método consiste em simular o lançamento de uma roleta N vezes, onde N é número de indivíduos a serem selecionados, cujos setores são ponderados em relação à probabilidade de sobrevivência P_i de cada indivíduo, ou seja, a área de cada região é proporcional a esta probabilidade, como é mostrado na Figura 14.

A probabilidade de sobrevivência P_i é definida da seguinte forma :

$$P_{i} = \frac{F'_{i}}{\sum_{j=1}^{N} F'_{j}}$$
(56)



Figura 14 - Seleção por Giro de Roleta (Roulette Wheel Selection).

Calcula-se o somatório da adequação da população F_i (valor do *fitness*), sorteiase um valor que esteja no intervalo entre (0,1), então, a partir do valor da probabilidade P_i , seleciona-se o indivíduo tal que o valor da probabilidade corresponda à faixa do intervalo (0,1). A probabilidade P_i deve ser sempre positiva, portanto, o valor do *fitness* também deve ser positivo. Se o valor do *fitness* for negativo, é preciso fazer um mapeamento de modo que a nova função objetiva seja sempre positiva.

• Seleção por torneio (*Tournament Selection*):

Os indivíduos são selecionados aleatoriamente dentro de grupos de soluções. Os mais adaptados dentro de cada um destes grupos são inseridos dentro de uma nova população. Esse procedimento é repetido até que todos os indivíduos tenham sido selecionados. Assim, como o método de seleção por *ranking*, este tipo de seleção requer somente funções objetivos para mapear soluções.

• Seleção Uniforme (Uniform Selection):

Os indivíduos possuem a mesma probabilidade de serem selecionados.

7.7 Os Operadores Genéticos

Os operadores genéticos são mecanismos básicos do algoritmo genético. São usados para criar novas soluções baseadas em soluções existentes na população. Existem dois tipos de operadores genéticos: cruzamento (*crossover*) e mutação.

7.7.1 Cruzamento (Crossover)

Depois de selecionados, os indivíduos passam por uma probabilidade préestabelecida pelo processo de cruzamento, onde as partes dos genes dos pais são combinadas para a geração de filhos, isto é, dois indivíduos (cromossomos) se combinam para formar dois novos indivíduos (indivíduos melhores) (HOUCK; JOINES; KAY, 1995).

Os tipos mais conhecidos de cruzamento são apresentados a seguir (HOUCK; JOINES; KAY, 1995; LUCAS, 2002):

• Cruzamento por um ponto:

É a forma mais simples de cruzamento, tanto que, é a mais utilizada. Nesse processo, primeiramente toda a população é agrupada aleatoriamente, por pares, para gerar um conjunto de indivíduos potenciais. Escolhe-se uma probabilidade de cruzamento, igual para cada par. Um valor aleatório entre 0 e 1 é gerado, para cada par, e comparado ao valor da probabilidade de cruzamento:

- Se o valor gerado aleatoriamente for inferior à probabilidade de crossover, o cruzamento é permitido;
- Caso contrário, se o valor gerado aleatoriamente for superior à probabilidade de *crossover*, o cruzamento não é permitido.

O cruzamento dos pares cria dois novos indivíduos, intercambiando-se a informação genética dos progenitores em um ponto que também é selecionado aleatoriamente, como mostra a Figura 15. As setas indicam os pontos onde haverá a troca de informação genética entre os pares.


Figura 15 - O cromossomo A e o cromossomo B são escolhidos para o processo de cruzamento.

• Cruzamento multiponto:

O procedimento é o mesmo que o anterior, entretanto, dependendo dos números de cortes que foi escolhido, os novos cromossomos terão a forma mostrada na Figura 16. As setas indicam os pontos onde haverá a troca de informação genética entre os pares.



Figura 56 - O cromossomo A e o cromossomo B são escolhidos para o processo de cruzamento.

• Cruzamento segmentado:

Este operador funciona semelhante ao multiponto, com a exceção de que sorteia o número de pontos de corte toda vez que é executado.

• Cruzamento uniforme:

Sorteia-se de qual dos pais deve ser gerado os genes a serem preenchidos nos filhos.

• Cruzamento por combinação parcial:

São sorteados dois pontos de corte e faz com que os filhos recebam os genes do pai ou da mãe situados entre os pontos de corte, depois disso, preenchem-se os genes restantes com os valores considerados mais adequados para cada filho.

• Cruzamento heurístico:

Produz-se uma extrapolação linear dos dois indivíduos: o novo indivíduo x' é criado a partir da equação (57), onde $\tilde{r} = U(0,1)$ e x' será melhor do que y' em termos de seu *fitness*. Se x' é inviável, a viabilidade igual a 0, como é dada na condição (59), gera um novo número aleatório r e cria uma nova solução usando a equação (58), do contrário, há a parada. Para garantir a parada, depois das falhas, deixam-se os filhos iguais aos pais e finaliza o processo.

$$x' = x + r(x - y) \tag{57}$$

$$y' = x \tag{58}$$

$$viabilidade = \begin{cases} 1, & se \ x'_i \ge a'_i, \ x'_i \le b'_i \ \forall i \\ 0, & do \ contrário \end{cases}$$
(59)

O operador cruzamento, assim como a mutação, depende como estão representados os indivíduos.

7.7.2 Mutação

Após o processo de cruzamento, os indivíduos novos formados passam pelo processo de mutação. A operação é baseada em uma probabilidade pré-determinada, logo, efetua-se algum tipo de alteração na estrutura destes indivíduos gerando outros novos indivíduos. A mutação é importante, pois, uma vez bem escolhido seu modo de atuar, garante um nível mínimo de abrangência na busca da solução potencial (LUCAS, 2002), além disso, mantém uma diversidade na população, evitando-se a convergência prematura e os mínimos locais.

Em geral, o processo de mutação é feito da seguinte maneira: considere um cromossomo A, se o gene escolhido aleatoriamente para a mutação estiver na quinta posição, o novo cromossomo A_m terá a forma mostrada na Figura 17.



Figura 67 - O cromossomo A antes e depois do processo de mutação.

O operador mutação deve ser usado com muita cautela, pois, uma taxa de probabilidade muito alta faz com que um bom indivíduo seja destruído, tornando a busca totalmente aleatória. Por isso, o melhor valor para a taxa de probabilidade é sempre mantido em um valor baixo, dependendo da aplicação específica.

Destacam-se alguns operadores de mutação (HOUCK; JOINES; KAY, 1995):

• Mutação binária (Binary Mutation):

A mutação move cada *bit* de cada cromossomo x_i na população de acordo com o valor da probabilidade de mutação P_m . Desta forma,

$$x'_{i} = \begin{cases} 1 - x_{i}, & se \ U(0,1) < P_{m} \\ x_{i}, & do \ contrário \end{cases}$$
(60)

• Mutação uniforme (Uniform Mutation):

Seleciona-se uma variável aleatoriamente e define-o igual ao valor de um número aleatório uniforme $U(a'_i, b'_i)$:

$$x'_{i} = \begin{cases} U(a'_{i}, b'_{i}), & se \ i = j \\ x_{i}, & do \ contrário \end{cases}$$
(61)

• Mutação não uniforme (*Non-Uniform Mutation*):

Seleciona-se aleatoriamente uma variável e define-o igual ao valor de um número aleatório não uniforme:

$$x'_{i} = \begin{cases} x_{i} + (b'_{i} - x_{i})f(G), & se \ r_{1} < 0.5 \\ x_{i} + (b'_{i} + a'_{i})f(G), & se \ r_{1} \ge 0.5 \\ x_{i}, & do \ contrário \end{cases}$$
(62)

onde,

$$f(G) = \left[r_2\left(1 - \frac{G}{G_{max}}\right)\right]^{\overline{b}},$$

 r_1 e r_2 são números aleatoriamente uniformes entre (0,1), G é a geração atual, G_{max} é o número máximo de gerações, \overline{b} parâmetro de forma.

7.8 Atualização

Depois dos processos de cruzamento e de mutação, o tamanho da nova população de indivíduos é comparado com o tamanho da antiga população (inicial). Se o número de indivíduos produzidos pelo cruzamento foi menor do que o tamanho da população inicial, então, haverá a diferença entre o tamanho da nova e da antiga população, isto é, uma **diferença de geração**. Todavia, o tamanho da nova população deve se igualar ao da população de seus antecessores, logo, os novos indivíduos têm que ser reinseridos na população antiga (LUCAS, 2002). No caso, em que os novos indivíduos não são usados a cada geração ou que o total da nova população seja maior do que a antiga, trocam-se os indivíduos da população original, que possuem os menores valores de *fitness* deterministicamente.

7.9 Finalização

O algoritmo genético por ser um método de busca estocástica, é difícil formalizar um critério de convergência específico. Ao terminar o AG, testa-se a qualidade do melhor membro da população. Os critérios podem ser: o número máximo de gerações, critério de convergência da atual população, quando a soma dos desvios entre os indivíduos se torna menor do que o limite especificado e também, a ausência de melhora na solução ideal sobre um número específico de gerações (LUCAS, 2002; HOUCK; JOINES; KAY, 1995). Se nenhuma solução aceitável for encontrada, o Algoritmo Genético é reiniciado para uma nova busca.

7.10 Vantagens e desvantagens dos algoritmos genéticos

Os algoritmos genéticos têm as seguintes vantagens e desvantagens:

- a) Vantagens
 - O desempenho do algoritmo genético não é afetado por descontinuidades na função ou em suas derivadas, porque o AG não requer conhecimento ou informação do gradiente de superfície da função objetivo para efetuar a busca. As descontinuidades apresentadas têm pouco efeito sobre o desempenho da busca, isto faz com que o AG seja mais adequado para este tipo de situação;
 - São resistentes ao convergir para soluções locais. Entretanto, não utilizam as informações locais, logo, não ficam presos a ótimos locais como determinados métodos de buscas;
 - Trabalham muito bem em problemas de otimização de grande escala, sendo assim, podem ser aplicados numa grande variedade de problemas de otimização. Os AGs são de fácil implementação e proporcionam maior flexibilidade no tratamento do problema a ser resolvido.
- b) Desvantagens
 - Dificuldade em achar um ótimo global exato;
 - Requerem a avaliação da função objetivo muitas vezes.

CAPÍTULO 8 MÉTODOS

Este capítulo apresenta os métodos utilizados neste trabalho para analisar o processo de otimização de manobras de atitude de um satélite artificial. Primeiramente, é apresentado o método de controle inicial da manobra de atitude, referentes à lei de controle de Shigehara (1972), seguido pela implementação do algoritmo genético e o processo de subotimização (GAMARRA ROSADO; RIOS NETO, 1992a; 1992b).

8.1 Tipos de métodos

Nesta seção são apresentados os três métodos simulados: controle inicial (SHIGEHARA, 1972), algoritmo genético e subotimização (GAMARRA ROSADO; RIOS NETO, 1992a; 1992b).

8.1.1 Método do controle inicial

O método do controle inicial é baseado nos estudos de Shigehara (1972). A proposta deste método é aplicar uma função de chaveamento, de tal maneira, que o controle é possível sob qualquer condição inicial desejada. O problema do controle inicial pode ser tratado das seguintes formas (GAMARRA ROSADO; RIOS NETO, 1992; 1992):

Minimizar: Sujeito a: $IP = t_f$ $\dot{x}_1 = \frac{T_y}{L}$ (63) $\dot{x}_2 = \frac{T_x}{L \text{ sen } x_1}$

Sendo,

Condições Iniciais:
$$x_1(t_i) = \delta_i$$
, $x_2(t_i) = \alpha_i$

Condições Finais:
$$x_1(t_f) = \delta_f$$
, $x_2(t_f) = \alpha_f$

Minimizar: Sujeito a: $\begin{aligned}
IP &= t_f \\
\vec{x}_1 &= \frac{T_x - (I_3 - I)\dot{x_2}^2 sen x_1 \cos x_1 - I_3 \dot{\phi} \, \dot{x_2} \cos x_1}{I} \\
\vec{x}_2 &= \frac{T_y - I_3 \dot{x_2} \dot{x_1} sen \, x_1 + I_3 \dot{\phi} \dot{x_1} - 2I \dot{x_2} \dot{x_1} sen \, x_1}{I \cos x_1}
\end{aligned}$ (64)

Sendo,

Ou

Condições Iniciais:
$$x_1(t_i) = \delta_i,$$
 $x_2(t_i) = \alpha_i$ Condições Finais: $x_1(t_f) = \delta_f,$ $x_2(t_f) = \alpha_f$

onde t_f é tempo final da manobra a ser minimizado, x_1 é a declinação, x_2 é a ascensão reta, L é o momento angular do satélite, dado por $L = I_3 \dot{\phi}$, onde $\dot{\phi}$ é a velocidade de rotação do satélite, e T_x e T_y representam as componentes do torque de controle no sistema associado ao satélite. Os conjuntos de equações (63) são utilizados para a realização do primeiro teste e o conjunto de equações (64) são utilizados para a realização do segundo teste, segundo o Capítulo 6.

8.1.2 Método de subotimização

A subotimização é feita pela transformação do problema de controle ótimo em problema de otimização de parâmetros, pela imposição de uma forma matemática parametrizada particular ao controle (RIOS NETO; CEBALLOS, 1979). O controle ótimo consiste em encontrar uma função ótima de controle u(t) no intervalo $t_i \le t \le$ t_f de modo a satisfazer as condições a seguir:

Minimizar:
$$IP = IP(x_f, t_f)$$

Sujeito a: $\dot{x} = f(x, u, t)$ (65)
 $\widetilde{m}(x_f, t_f) = 0$ (66)

onde x é o vetor de estado com dimensão $n \times 1$, $x(t_i)$ e t_i são dados inicialmente, x_f é o vetor do estado final, u é o vetor de controle com dimensão $p \times 1$ e \tilde{m} é o vetor de condições terminais com dimensão $\tilde{m} \times 1$.

Estendendo-se para o caso de sistemas com parâmetros inerentes otimizáveis, a partir da substituição de u(t) por $u(x, \tilde{a}, t)$, obtém-se a seguir:

Minimizar:
$$IP = IP(x_f, a_g)$$

Sujeito a: $\dot{x} = f(x, \tilde{a}_1, \tilde{a}_2, ..., \tilde{a}_{g-1}, t)$ (67)
 $\tilde{a}(x, \tilde{a}_1, \tilde{a}_2, ..., \tilde{a}_{g-1}, t)$ (67)

$$\widetilde{m}(x_f, \widetilde{a}_g) = 0 \tag{68}$$

onde \tilde{a} é vetor de parâmetros a serem otimizados com dimensão $g \times 1$ e \tilde{a}_g é o tempo final.

8.1.3 Método de implementação do algoritmo genético

A proposta deste método é uma combinação entre algoritmo genético e o controle de manobra de atitude de satélites artificiais de baixa órbita. Conforme já visto no Capítulo 7, para um determinado problema a ser resolvido, um algoritmo genético precisa ter os seguintes componentes (MICHALEWICZ, 1994): valores dos parâmetros que o algoritmo genético usa como o tamanho da população e a probabilidade dos operadores genéticos de cruzamento e mutação, que são adotados empiricamente; uma representação genética ideal para a solução do problema; a criação aleatória de uma população inicial na qual cada indivíduo representa uma solução potencial do problema; uma função de avaliação, cuja finalidade é atribuir a cada indivíduo um valor que mede o grau de aptidão daquele indivíduo para a solução do problema e operadores genéticos que alteram a composição dos cromossomos gerados após o cruzamento com a finalidade de manter a diversidade da população e garantir a sobrevivência dos indivíduos mais adaptados. As componentes do algoritmo genético proposto para o problema de otimização de manobras de atitude de satélites artificiais são apresentadas a seguir.

8.1.3.1 Componentes do algoritmo genético

8.1.3.1.1 Representação genética

Para um determinado problema de otimização, o sucesso do algoritmo genético depende da representação de um indivíduo dentro da população. Cada solução no espaço de busca é representada por uma sequência de símbolos gerados a partir de um alfabeto (binário ou real). Cada sequência corresponde a um cromossomo e cada elemento do cromossomo é equivalente a um gene (Seção 7.3).

Neste trabalho, os indivíduos na população foram representados, com codificação real, pelo conjunto de ângulos iniciais e finais da manobra { (δ_i, δ_f) ; (α_i, α_f) }. A codificação real foi escolhida para evitar sucessivas conversões do código binário, tipo de representação mais comumente utilizado nos algoritmos genéticos, para valores reais, economizando, assim, tempo computacional.

Tendo escolhido o tipo de codificação, o primeiro passo do AG é criar uma população inicial.

8.1.3.1.2 Inicialização

No processo de inicialização, uma população de cromossomos é gerada aleatoriamente. O tamanho da população afeta a eficiência e desempenho do algoritmo genético. Uma população de pequena dimensão pode levar o algoritmo genético a convergir rapidamente para um máximo local, enquanto que, uma população muito grande, prejudica o desempenho computacional do algoritmo. A população inicial, neste trabalho, foi gerada aleatoriamente respeitando-se os limites inferior (I) e superior (S) de cada variável do ângulo da manobra:

$$\delta_i^I \le \delta \le \delta_f^S$$

$$\alpha_i^I \le \alpha \le \alpha_f^S$$
(69)

A Tabela 2 ilustra uma população inicial na forma de uma matriz 2 x n, sendo n o tamanho da população.

Tabela 2 - População inicial						
1	α	δ				
2	α	δ				
3	α	δ				
•	• • •	• • •				
n-1	α	δ				
n	α	δ				

O processo de inicialização do AG é apresentado por um trecho de programa em Matlab a seguir:

% Parâmetros do AG pops=80; % número de indivíduos na população crossprop=0.8; %taxa de probabilidade de cruzamento mutprop=0.05; %taxa de probabilidade de mutação maxgen=100; %número máximo de gerações bound=[$\delta_i \ \delta_f$; $\alpha_i \ \alpha_f$]; % limites inferior e superior de declinação e ascensão reta % Inicializando o AG numvar=size(bound,1); %número de variáveis rng=(bound(:,2)-bound(:,1))'; pop=zeros(pops,numvar); pop(:,1:numvar)=(ones(pops,1)*rng).*(rand(pops,numvar))+... (ones(pops,1)*bound(:,1)'); %cria uma população inicial aleatoriamente

8.1.2.1.3 Função de avaliação

A cada estrutura (solução) é associado um valor numérico aptidão (*fitness*) que representa a qualidade desta estrutura e indica o grau de aptidão da mesma. O valor da

aptidão é obtido através da função de avaliação. A função de avaliação é de grande importância na implementação do algoritmo genético, pois através dela que se determinam quais são os indivíduos que estão mais próximos da solução do problema.

A função de avaliação deste estudo teve, como tarefa, a minimização do erro dos ângulos de manobra e o tempo final, tratando-se, portanto de uma função multiobjetivo. Recebeu como parâmetros iniciais os ângulos iniciais da manobra e os ângulos atuais gerados aleatoriamente pelo algoritmo genético. Por intermédio dos ângulos atuais obtidos aleatoriamente pelo algoritmo genético, o tempo e os ângulos da manobra foram calculados pelos conjuntos de equações (63) e (64), utilizando-se o método de Runge-Kutta.

No método de implementação do algoritmo genético, o problema de otimização a ser tratado de forma geral é:

Minimizar:
$$IP = fitness = \frac{1}{W_1 E_p + W_2 E_a + W_3 t}$$
(70)

Sujeito aos conjuntos de equações (63) e (64). Sendo,

Condições Iniciais:
$$x_1(t_i) = \delta_i,$$
 $x_2(t_i) = \alpha_i$ Condições Finais: $x_1(t_f) = \delta_f,$ $x_2(t_f) = \alpha_f$

onde W_1 , W_2 e W_3 são coeficientes de ponderação, tal que, $W_1 + W_2 + W_3 = 1$. Neste estudo, os coeficientes de ponderação foram determinados empiricamente e seus valores são 0.1, 0.1 e 0.8, respectivamente. E_p é o erro de posicionamento calculado pela distância Euclidiana entre as coordenadas atuais e finais do satélite, dado por,

$$E_p = \sqrt{(x_f - x_i)^2 + (y_f - y_i)^2}$$
(71)

sendo (x_f, y_f) as coordenadas da posição final (ponto desejado) e (x_i, y_i) as coordenadas da posição inicial, E_a é o erro de deslocamento angular calculado também pela distância Euclidiana, dado por,

$$E_a = \sqrt{(x_{f_1} - x_1(t_{f_n}))^2 + (x_{f_2} - x_2(t_{f_n}))^2}$$
(72)

sendo x_{f_1} e x_{f_2} os valores do estado no instante final da manobra e, $x_1(t_{f_n})$ e $x_2(t_{f_n})$ os valores do estado no final do n-ésimo período orbital em que se excuta a manobra.

Neste trabalho, o erro de posicionamento, o deslocamento angular e o tempo final da manobra foram abordados de forma conjunta através de uma função multiobjetivo.

8.1.3.1.4 Seleção

O processo de seleção no algoritmo genético seleciona indivíduos para a reprodução. A seleção é baseada na aptidão dos indivíduos: indivíduos mais aptos têm maior probabilidade de serem escolhidos para a reprodução. O método de seleção escolhido para este trabalho foi o método de seleção por torneio. A linha de código em Matlab que implementa o processo de seleção é mostrada a seguir:

```
% Seleção por Torneio
toursize=5;
players=ceil(pops*rand(pops,toursize));
scores=fpop(players);
[a,m]=max(scores');
pind=zeros(1,pops);
for ii=1:pops
    pind(ii)=players(ii,m(ii));
    parent(ii,:)=pop(pind(ii),:);
end
```

8.1.3.1.5 Cruzamento e mutação

Os indivíduos selecionados para a população seguinte são recombinados através do operador de cruzamento. Este operador é considerado a principal característica dos algoritmos genéticos (MICHALEWICZ, 1994). Os pares de indivíduos foram escolhidos aleatoriamente e novos indivíduos criados a partir do intercâmbio do material genético.

O método de cruzamento por um ponto é o mais comumente aplicado e foi utilizado neste trabalho. Os novos cromossomos criados a partir do operador de cruzamento foram, posteriormente, submetidos à operação de mutação. Os genes foram alterados de acordo com a probabilidade de mutação. O método utilizado neste trabalho foi mutação uniforme. As linhas de código a seguir implementam as funções de cruzamento e mutação. Os parâmetros *crossprop* e *mutprop* são as probabilidades de aplicação dos operadores de cruzamento e mutação respectivamente.

```
offs=cross_singlepoint(parent,crossprop);
moffs=mutate1(offs,mutprop);
```

8.1.3.1.6 Critério de parada

Neste trabalho, o processo de evolução continua até que um número fixo de gerações seja atingido, neste caso, o processo de evolução continua até que o limite máximo de 100 gerações seja atingido.

8.1.3.2 Otimização da manobra por período e global

Dentro da simulação, pelo algoritmo genético, são feitas dois tipos de otimização da manobra: por período e global.

• Otimização por período.

- Calculam-se os pontos de chaveamento a partir do método de controle inicial (Seção 8.1.1), conforme a função de chaveamento desenvolvida por Shigehara (1972);
- ii. Aplica-se o algoritmo genético, a cada período, em que se realiza a manobra. Em média, o período tem duração de 100 minutos. A Figura 18 mostra os pontos contidos no período. Este período tem inicio no ponto \tilde{x}_i^1 e termina no ponto \tilde{x}_i^4 . Este mesmo ponto marcará o início do outro período e, assim, sucessivamente;



Figura 78 - Implementação da função de chaveamento durante um período orbital (extraído de Gamarra Rosado e Rios Neto, 1992b).

- Este tipo de otimização é calculado, período por período, até finalizar a manobra.
 - Otimização global.
 - Assim, como a técnica anterior, calculam-se os pontos de chaveamento a partir do método de controle inicial;

 A otimização global consiste em utilizar o intervalo total da manobra como parâmetro na aplicação do algoritmo genético.

CAPÍTULO 9 RESULTADOS

O objetivo deste capítulo é analisar o processo de otimização da manobra de atitude de um satélite artificial estabilizado por rotação. São apresentados os resultados das simulações do método de controle inicial (SHIGEHARA, 1972) e o algoritmo genético. Por último, uma comparação entre os resultados obtidos pelo método de subotimização (GAMARRA ROSADO; RIOS NETO, 1992a; 1992b) e o algoritmo genético.

9.1 Considerações

Nos capítulos anteriores foram estudadas: o campo e o dipolo geomagnético; o torque de controle; a lei de controle inicial, baseada na função de chaveamento, estabelecida por Shigehara (1972); as equações dinâmicas; o algoritmo genético, como uma nova técnica no problema de otimização e os tipos de métodos de otimização utilizados neste trabalho. Estes estudos foram importantes no desenvolvimento dos programas utilizados para analisar o processo de otimização da manobra de atitude de um satélite artificial estabilizado por rotação. Além disso, o programa Matlab foi utilizado como uma importante ferramenta na implementação dos códigos da teoria desenvolvida e na geração de dados de saída e de figuras das simulações realizadas.

O processo de otimização da manobra de atitude foi realizado em duas etapas:

- Dadas as condições iniciais e finais da manobra, isto é, os ângulos iniciais e finais de declinação (δ) e ascensão reta (α) do eixo de rotação do satélite, a primeira etapa do processo de otimização da manobra consistiu no emprego de uma função de chaveamento, desenvolvida por Shigehara (1972). Este método forneceu o controle inicial da manobra.
- A partir dos resultados obtidos pelo método de controle inicial, simulou-se a otimização da manobra de atitude do satélite com a implementação do

algoritmo genético. Durante este processo, a otimização global e por período da manobra foram simuladas.

Em ambos os processos de otimização da manobra de atitude, foram realizados dois tipos de teste:

- No <u>primeiro teste</u>, o processo de otimização da manobra esteve sujeito ao conjunto de equações (63);
- E no <u>segundo teste</u>, o processo de otimização da manobra esteve sujeito ao conjunto de equações (64).

Estes conjuntos de equações foram obtidos através da técnica de predição e determinação de atitude para satélites estabilizados por rotação, desenvolvidas por Thomas e Cappellari (1964) e utilizadas por Gamarra Rosado e Rios Neto (1992), juntamente, com a aplicação da função de chaveamento (SHIGEHARA, 1972). Nos dois processos de otimização, a integração destes conjuntos de equações foi realizada através do método de Runge-Kutta de quarta ordem.

A fim de, verificar a exequibilidade do método de otimização do algoritmo genético, simulou-se a manobra de atitude estudada por Gamarra Rosado e Rios Neto (1992). Os resultados foram analisados e comparados com os valores obtidos pelos autores, através do método de subotimização.

O tempo gasto nas simulações por ambos os testes foi considerado como um fator importante. Devido à complexidade na solução das equações dinâmicas no segundo teste (equação (64)), foi observado que o tempo médio gasto em cada simulação foi de aproximadamente noventa minutos, enquanto que, no primeiro teste (equação (63)) foi observado que o tempo gasto em cada simulação teve uma média de aproximadamente trinta minutos. Isto ocorre quando se aplica o algoritmo genético. Portanto, foram realizadas apenas, para cada processo de otimização, seis simulações; sendo que, quatro são para o primeiro teste e os outros dois para o segundo teste. Na análise e comparação entre os métodos de subotimização e o algoritmo genético foi apenas necessário uma única simulação.

9.2 Dados de teste

Para todas as etapas e métodos simulados, os dados utilizados são apresentados a seguir:

- Os dados do satélite são: o momento de inércia na direção do eixo de *spin* é igual a I₃ = 8,1 kg.m², o momento de inércia na direção dos eixos
 transversais é igual a I = 5,4 kg.m², a velocidade angular do eixo de
 rotação do satélite é igual a φ = 12 rpm e o momento magnético é igual
 a m = 25 A.m² (GAMARRA ROSADO; RIOS NETO, 1992a; 1992b);
- Os dados da órbita são: órbita circular com 1000 km de atitude e a posição do plano da órbita é definida pelo ângulo de inclinação igual a i = 30° e o ângulo da longitude do nodo ascendente igual a Ω = 40,966°;
- Os dados da Terra são: a relação entre a constante gravitacional G e a massa da Terra M_T é igual a μ = G. M_T = 3,986. 10¹⁴ m²/s², o raio da Terra é igual a R_T = 6378140 m, o momento do dipolo geomagnético é igual a μ_g = 8,1. 10¹⁵ Wb. m, a declinação do eixo polar geomagnético é igual a δ_g = 11,4° e a longitude do dipolo geomagnético é igual a β_g = 289,3°;
- Os dados do algoritmo genético: o tamanho da população = 80, o número de gerações = 100, o *crossover* possui uma taxa igual a 0,8 e a mutação é a uniforme com possui uma taxa igual a 0,05.

A apresentação dos resultados e análises são descritas a seguir.

9.3 Resultados e análises

9.3.1 Apresentação e análise dos resultados para o método de controle inicial

Nesta subseção, são apresentados e analisados os resultados do controle inicial da manobra de atitude de um satélite artificial estabilizado por rotação.

As Tabelas 3 e 4 mostram os resultados do método de controle inicial da manobra para o primeiro e segundo teste, equações (63) e (64), respectivamente. Primeiramente, são apresentados os valores das condições iniciais e finais da manobra – { δ_i, α_i } e { δ_f, α_f }, respectivamente – os valores finais das variáveis de atitude { $\tilde{\delta}_f, \tilde{\alpha}_f$ } e o tempo final da manobra, t_f , para cada simulação realizada. O comportamento dos ângulos de declinação (δ) e ascensão reta (α) do eixo de rotação do satélite e a polaridade de funcionamento do atuador, tipo bobina magnética, encontram-se representadas nas Figuras 19, 20, 21, 22, 23 e 24.

Tabela 3 - Resultados do método de controle inicial da manobra para o primeiro teste.

n.	$\boldsymbol{\delta_{i}}(^{\circ})$	<i>α</i> _{<i>i</i>} (°)	$\boldsymbol{\delta_{f}}\left(^{\circ} ight)$	$\alpha_{f}(^{\circ})$	$\boldsymbol{\delta_{f}}\left(^{\circ} ight)$	$\widetilde{\alpha}_{f}(^{\circ})$	t_f (minutos)
1	30,0	130,0	60,0	300,0	60,0	299,7	3030
2	30,0	80,0	60,0	330,0	61,0	330,5	1854
3	40,0	100,0	70,0	330,0	70,5	329,2	2065
4	40,0	30,0	70,0	330,0	70,3	330,0	1007

Tabela 4 - Resultados do método de controle inicial da manobra para o segundo teste.

n.	$\boldsymbol{\delta_{i}}\left(^{\circ} ight)$	α_i (°)	δ_{f} (°)	$\alpha_{f}(^{\circ})$	$\widetilde{\pmb{\delta}}_{\pmb{f}}\left(^{\circ} ight)$	$\widetilde{\alpha}_{f}\left(^{\circ} ight)$	t_f (minutos)
1	20,0	30,0	60,0	320,0	60,1	320,5	942
2	40,0	110,0	70,0	260,0	69,1	259,6	1920

As diferenças entre os valores fornecidos pela condição final da manobra e os valores calculados pela teoria desenvolvida para as variáveis de atitude são apresentadas nas Tabelas 5 e 6, para cada tipo de teste.

$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	n.	$\widetilde{\delta}_{f} - \delta_{f} (^{\circ})$	$\widetilde{\alpha}_{f} - \alpha_{f} (^{\circ})$
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	1	0,0	-0,3
3 0,5 -0,8 4 0,3 0,0	2	1,0	0,5
4 0,3 0,0	3	0,5	-0,8
	4	0,3	0,0

Tabela 5 - Diferenças dos valores das variáveis de atitude no primeiro teste.

Tabela 6 - Diferenças dos valores das variáveis de atitude no segundo teste.

n.	$\widetilde{\delta}_{f} - \delta_{f} \left(^{\circ} ight)$	$\widetilde{\alpha}_{f} - \alpha_{f} (^{\circ})$
1	0,1	0,4
2	-0,9	-0,4



Figura 19 - Respostas da primeira simulação do controle inicial da manobra para o primeiro teste.



Figura 20 - Respostas da segunda simulação do controle inicial da manobra para o primeiro teste.



Figura 81 - Respostas da terceira simulação do controle inicial da manobra para o primeiro teste.



Figura 92 - Respostas da quarta simulação do controle inicial da manobra para o primeiro teste.



Figura 103 - Respostas da primeira simulação do controle inicial da manobra para o segundo teste.



Figura 114 - Respostas da segunda simulação do controle inicial da manobra para o segundo teste.

As respostas do comportamento da polaridade de funcionamento do atuador, para cada teste, são apresentadas pelas figuras 19(a), 20(a), 21(a), 22(a), 23(a) e 24(a). Observa-se, nestas figuras, que os intervalos das variações de polaridades se mantêm aproximadamente constantes, não apresentando qualquer irregularidade. Esta estabilidade, encontrada nos gráficos de polaridade, é importante quando for aplicada o algoritmo genético no processo de otimização por período da manobra.

As Figuras 19(b), 20(b), 21(b), 22(b), 23(b) e 24(b) apresentam as respostas das variáveis que definem a orientação do eixo de *spin* do satélite: declinação (δ) e ascensão reta (α). Estas variáveis se iniciam a partir da condição inicial da manobra (como mostram seus valores nas Tabelas 3 e 4) e, conforme a polaridade de funcionamento da bobina é obtida a cada instante, elas alcançam a posição final da manobra. As Tabelas 5 e 6 apresentam as variações dos ângulos de orientação do eixo de spin do satélite para os dois testes simulados. Observa-se, nestas tabelas, que estas variações são pequenas, o que significa que os ângulos de declinação e ascensão reta atingiram satisfatoriamente suas respectivas posições finais, conforme pré-estabelecidas pelas condições finais da manobra.

O tempo final, para cada simulação realizada nos dois testes, encontra-se nas Tabelas 3 e 4. Esta variável é um importante fator na análise do método do algoritmo genético em comparação com os outros métodos empregados no estudo deste trabalho.

9.3.2 Apresentação e análise dos resultados para o método do algoritmo genético

Nesta subseção, são apresentados e analisados os resultados da implementação do algoritmo genético na otimização da manobra de atitude de um satélite artificial estabilizado por rotação. São apresentados os resultados do processo da otimização global e por período da manobra.

9.3.2.1 Resultados e análises para a otimização global da manobra

A otimização global da manobra foi simulada para os tipos dois testes. Esta técnica consiste em otimizar a manobra cobrindo todo seu período. No código do algoritmo genético, a condição inicial e os valores obtidos das variáveis de atitude – δ (declinação) e α (ascensão reta) – calculadas pelo método de controle inicial da manobra, foram utilizados como condições iniciais e finais da manobra, respectivamente; e também, como parâmetros dos limites inferior e superior das variáveis de atitude. O tempo final da manobra, obtida pelo método anterior, foi utilizado no código para estabelecer o tempo limite da manobra e como parâmetros utilizados no código do AG (número da população, geração máxima e taxas de probabilidades) são encontrados na Seção 9.2.

As tabelas 7 e 8 mostram os resultados da otimização global da manobra de atitude para o primeiro e segundo teste, respectivamente. Primeiramente, são apresentados os valores das condições iniciais e finais da manobra – $\{\delta_i, \alpha_i\}$ e $\{\delta_f, \alpha_f\}$, respectivamente – os valores finais das variáveis de atitude $\{\tilde{\delta}_f, \tilde{\alpha}_f\}$, o tempo final da otimização global da manobra, t_f^{OG} , e o tempo final do controle inicial da manobra, t_f^{CI} , para cada simulação realizada nos dois testes.

O comportamento dos ângulos de declinação (δ) e ascensão reta (α) do eixo de rotação do satélite e a polaridade de funcionamento do atuador, tipo bobina magnética, encontram-se representadas nas Figuras 25, 26, 27, 28, 29 e 30.

	in the second seco							
n.	$oldsymbol{\delta}_{i}\left(^{\circ} ight)$	α_i (°)	$\pmb{\delta_f}\left(^\circ ight)$	$\alpha_{f}(^{\circ})$	$\widetilde{\delta}_{f}\left(^{\circ} ight)$	$\widetilde{\alpha}_{f}\left(^{\circ} ight)$	t_f^{OG} (minutos)	t ^{CI} (minutos)
1	30,0	130,0	60,0	299,7	56,9	295,6	2976	3030
2	30,0	80,0	61,0	330,5	63,2	334,3	1800	1854
3	40,0	100,0	70,5	329,2	68,7	334,9	2000	2065
4	40,0	30,0	70,3	330,0	69,0	334,0	950	1007

Tabela 7 - Resultados da otimização global da manobra para o primeiro teste.

n.	$oldsymbol{\delta}_{oldsymbol{i}}$ (°)	α_i (°)	$\delta_{f}\left(^{\circ} ight)$	α_f (°)	$\widetilde{\delta}_{f}$ (°)	$\widetilde{\alpha}_{f}\left(^{\circ} ight)$	t_f^{OG} (minutos)	$\begin{bmatrix} t_f^{CI} \\ (\text{minutos}) \end{bmatrix}$
1	20,0	30,0	60,1	320,5	56,3	320,9	856	942
2	40,0	110,0	69,1	259,6	65,7	255,1	1800	1920

Tabela 8 - Resultados da otimização global da manobra para o segundo teste.

As diferenças entre os valores fornecidos pela condição final da manobra e os valores calculados pela teoria desenvolvida para as variáveis de atitude são apresentadas nas Tabelas 9 e 10, para cada tipo de teste.

Tabela 9 - Diferenças dos valores das variáveis de atitude no primeiro teste.

n.	$\widetilde{\delta}_{f} - \delta_{f} \left(^{\circ} ight)$	$\widetilde{\alpha}_{f} - \alpha_{f} (^{\circ})$
1	-3,1	-4,1
2	2,2	3,8
3	-1,8	5,7
4	-1,3	4,0

Tabela 10 - Diferenças dos valores das variáveis de atitude no segundo teste.

n.	$\delta_f - \delta_f$ (°)	$\widetilde{\alpha}_{f} - \alpha_{f} (^{\circ})$
1	-3,8	0,4
2	-3,4	-4,5



Figura 125 - Respostas da primeira simulação da otimização global da manobra para o primeiro teste.



Figura 136 - Respostas da segunda simulação da otimização global da manobra para o primeiro teste.



Figura 147 - Respostas da terceira simulação da otimização global da manobra para o primeiro teste.



Figura 158 - Respostas da quarta simulação da otimização da manobra para o primeiro teste.



Figura 29 - Respostas da primeira simulação da otimização global da manobra para o segundo teste.



Figura 30 - Respostas da segunda simulação da otimização global da manobra para o segundo teste.

A finalidade do método do algoritmo genético é otimizar os intervalos e polaridades de funcionamento de um atuador, minimizando o tempo final da manobra de atitude. As respostas do comportamento da polaridade de funcionamento da bobina, para cada teste, estão representadas nas figuras 25(a), 26(a), 27(a), 28(a), 29(a) e 30(a). Observa-se, nestas figuras, que os intervalos das variações de polaridades se mantêm estáveis, não apresentando qualquer irregularidade, mesmo com a aplicação do processo de otimização da manobra. As tabelas 7 e 8 apresentam os tempos finais obtidos, para cada simulação realizada nos dois testes. Verifica-se, nestes casos, que os tempos finais da otimização global da manobra são menores, em comparação com os tempos finais estabelecidos no controle inicial.

As Figuras 25(b), 26(b), 27(b), 28(b), 29(b) e 30(b) apresentam as respostas das variáveis que definem a orientação do eixo de *spin* do satélite: declinação (δ) e ascensão reta (α). Estas variáveis se iniciam a partir da condição inicial da manobra (como mostram seus valores nas Tabelas 7 e 8) e, conforme a polaridade de funcionamento da bobina é obtida a cada instante, elas alcançam a posição final da manobra. Contudo, para todos os casos simulados, nos dois testes, a posição final atingida esteve com valores um pouco acima ou abaixo do valor final esperado, dado pela condição final da manobra. As Tabelas 9 e 10 apresentam estas variações para os dois testes simulados.

9.3.2.2 Resultados e análise para a otimização por período da manobra

A otimização por período foi simulada para os dois testes. Esta técnica consiste em otimizar, período por período da manobra, até sua finalização. Ao contrário, da otimização global, cujo algoritmo genético foi aplicado para todo período da manobra.

No código do algoritmo genético, a condição inicial e os valores obtidos das variáveis de atitude – δ (declinação) e α (ascensão reta) – calculadas pelo método de controle inicial da manobra, foram utilizados como parâmetros dos limites inferior e superior das variáveis de atitude; as condições iniciais e finais da manobra e o tempo final foram calculadas para cada período (ver Capítulo 8 - Subseção 8.1.3.2). O tempo final da manobra, obtida pelo controle inicial, foi utilizado como parâmetro de
comparação com o tempo final total obtido na simulação. Os valores dos parâmetros utilizados no código do AG (número da população, geração máxima e taxas de probabilidades) são encontrados na Seção 9.2.

As tabelas 11 e 12 mostram os resultados da otimização global da manobra de atitude para o primeiro e segundo teste, respectivamente. Primeiramente, são apresentados os valores das condições iniciais e finais da manobra – $\{\delta_i, \alpha_i\}$ e $\{\delta_f, \alpha_f\}$, respectivamente – os valores finais das variáveis de atitude $\{\tilde{\delta}_f, \tilde{\alpha}_f\}$, o tempo final da otimização por período da manobra, t_f^{OPP} , e o tempo final do controle inicial da manobra, t_f^{CI} , para cada simulação realizada nos dois testes.

O comportamento dos ângulos de declinação (δ) e ascensão reta (α) do eixo de rotação do satélite e a polaridade de funcionamento do atuador se encontram representadas nas Figuras 31, 32, 33, 34, 35 e 36.

Tabela 11- Resultados da otimização por período da manobra para o primeiro teste.

n.	$\boldsymbol{\delta_{i}}\left(^{\circ} ight)$	α_i (°)	$\delta_{f}\left(^{\circ} ight)$	$\alpha_{f}\left(^{\circ} ight)$	$\widetilde{\pmb{\delta}}_{\pmb{f}}\left(^{\circ} ight)$	$\widetilde{\alpha}_{f}\left(^{\circ} ight)$	t_f^{OPP} (minutos)	t_f^{CI} (minutos)
1	30,0	130,0	60,0	299,7	60,4	298,3	2738	3030
2	30,0	80,0	61,0	330,5	64,6	331,2	1777	1854
3	40,0	100,0	70,5	329,2	70,0	334,7	1994	2065
4	40,0	30,0	70,3	330,0	71,3	334,5	940	1007

Tabela 12 - Resultados da otimização por período da manobra para o segundo teste.

n.	$oldsymbol{\delta}_{oldsymbol{i}}\left(^{\circ} ight)$	α_i (°)	$\pmb{\delta_f}\left(^\circ ight)$	$\alpha_{f}(^{\circ})$	$\widetilde{\pmb{\delta}}_{\pmb{f}}\left(^{\circ} ight)$	$\widetilde{\alpha}_{f}\left(^{\circ} ight)$	t_f^{OPP} (minutos)	$\frac{t_f^{CI}}{(\text{minutos})}$
1	20,0	30,0	60,1	320,5	62,0	322,3	890	942
2	40,0	110,0	69,1	259,6	68,2	257,4	1850	1920

A diferença entre os valores fornecidos pela condição final da manobra e os valores calculados pela teoria desenvolvida para a declinação (δ) e ascensão reta (α) do eixo de rotação é apresentada nas tabelas 13 e 14 para cada tipo de teste.

n.	$\widetilde{\boldsymbol{\delta}}_{f}-\boldsymbol{\delta}_{f}\left(^{\circ} ight)$	$\widetilde{\alpha}_{f} - \alpha_{f} (^{\circ})$
1	0,4	-1,4
2	3,6	0,7
3	0,5	5,5
4	1,0	4,5

Tabela 13 - Diferenças dos valores das variáveis de atitude no primeiro teste.

Tabela 14 - Diferenças dos valores das variáveis de atitude no segundo teste.

n.	$\widetilde{\delta}_{f} - \delta_{f} \left(^{\circ}\right)$	$\widetilde{\alpha}_{f} - \alpha_{f} (^{\circ})$
1	2,0	1,8
2	-0,9	-2,2



Figura 31 - Respostas da primeira simulação da otimização por período para o primeiro teste.



Figura 32 - Respostas da segunda simulação da otimização por período para o primeiro teste.



Figura 163 - Respostas da terceira simulação da otimização por período para o primeiro teste.



Figura 174 - Respostas da quarta simulação da otimização por período para o primeiro teste.



Figura 185 - Respostas da primeira simulação da otimização por período para o segundo teste.



Figura 196 - Respostas da segunda simulação da otimização por período para o segundo teste.

Assim, como no processo de otimização global da manobra, a finalidade do algoritmo genético neste problema, é otimizar, a cada período da manobra, os intervalos e polaridades de funcionamento de um atuador, tipo bobina magnética, minimizando o tempo final da manobra de atitude. As respostas do comportamento da polaridade de funcionamento do atuador, para cada teste, estão representadas nas figuras 31(a), 32(a), 33(a), 34(a), 35(a) e 36(a). Observa-se, nestas figuras, que os intervalos das variações de polaridades se mantêm estáveis, não apresentando qualquer irregularidade, mesmo com a aplicação do processo de otimização por período da manobra. As tabelas 11 e 12 apresentam os tempos finais obtidos, para cada simulação realizada nos dois testes. Verifica-se, nestes casos, que os tempos finais da otimização da manobra são menores, em comparação com os tempos finais estabelecidos no controle inicial.

As Figuras 31(b), 32(b), 33(b), 34(b), 35(b) e 36(b) apresentam as respostas das variáveis que definem a orientação do eixo de *spin* do satélite: declinação (δ) e ascensão reta (α). Estas variáveis se iniciam a partir da condição inicial da manobra (como mostram seus valores nas Tabelas 11 e 12) e, conforme a polaridade de funcionamento da bobina é obtida a cada instante, elas alcançam a posição final da manobra. Contudo, para todos os casos simulados, nos dois testes, quando um dos ângulos atinge a posição final (sem grandes variações), o outro ângulo sofre uma pequena variação que pode ser comparada com o valor final esperado, dado pela condição final da manobra. As Tabelas 13 e 14 apresentam estas variações para os dois testes simulados.

9.3.3 Comparação entre os resultados das técnicas de otimização global e por período da manobra

Os resultados dos tempos finais obtidos pelas técnicas de otimização global e por período da manobra são apresentados na tabela 15 e 16. Nestas tabelas são apresentadas os tempos finais da otimização global, t_f^{OG} , os tempos finais da

otimização por período, t_f^{OPP} , e os tempos finais estabelecidos pelo controle inicial da manobra, t_f^{CI} , para cada uma das simulações realizadas nos dois testes.

	n.	t_f^{OG} (minutos)	t_f^{OPP} (minutos)	t_f^{CI} (minutos)
Ī	1	2976	2738	3030
	2	1800	1777	1854
ĺ	3	2000	1994	2065
	4	950	940	1007

Tabela 15 - Resultados dos tempos finais para o primeiro teste.

Tabela 16 - Resultados dos tempos finais para o segundo teste.

n.	t _f ^{OG} (minutos)	\hat{t}_{f}^{OPP} (minutos)	$\begin{bmatrix} t_f^{CI} \\ (\text{minutos}) \end{bmatrix}$
1	856	890	942
2	1800	1850	1920

Dos resultados obtidos no primeiro teste, apresentado na Tabela 15, verifica-se que quando o algoritmo genético é aplicado no processo de otimização por período da manobra, os tempos finais são menores em relação aos tempos finais obtidos no processo de otimização global, para cada uma das simulações realizadas. Isto significa que o algoritmo genético, neste caso, teve maior sucesso no processo de otimização por período da manobra. O contrário, do que pode ser verificado no segundo teste. Neste caso, o algoritmo genético teve maior sucesso no processo de otimização global da manobra.

No geral, pode-se concluir, por estes resultados, que o algoritmo genético conseguiu otimizar os intervalos e polaridades de funcionamento da bobina magnética, minimizando os tempos finais para cada uma das simulações. Os resultados dos tempos finais, para os dois processos de otimização nos dois testes, comparados com o tempo final do controle inicial mostram que o algoritmo genético conseguiu atingir o menor tempo possível no fim da manobra nos dois casos.

9.3.4 Apresentação e análise dos resultados entre os métodos de subotimização e o algoritmo genético

O método de subotimização (CEBALLOS; RIOS NETO, 1979) consiste na transformação do problema de controle ótimo em um problema de otimização de parâmetros, conforme apresentada no Capítulo 8 (Subseção 8.1.2). Este método foi empregado no problema da otimização de manobras de satélites artificiais estabilizados por *spin*, estudado por Gamarra Rosado e Rios Neto (1992a; 1992b). Neste trabalho, os autores utilizaram os procedimentos de otimização por período e global na simulação da manobra. A tabela 17 mostra os resultados obtidos pelos autores. São apresentados os valores das variáveis de atitude - δ (declinação) e α (ascensão reta) – e o tempo final da manobra para cada tipo de procedimento realizado na otimização.

Tabela 17 - Resultados da otimização da manobra de atitude pelo método de subotimização.

Procedimentos	$\delta_f(\circ)$	$\alpha_f(^\circ)$	$t_f(\text{minutos})$
Otimização global	58	308	1290
Otimização por período	60	310	1272

Com a finalidade de verificar a exequibilidade do método do algoritmo genético, no problema de otimização da manobra de atitude de um satélite artificial, foi simulada a mesma condição da manobra de atitude, apresentada nos trabalhos de Gamarra Rosado e Rios Neto (1992). As condições iniciais e finais da manobra são $\delta_i = 30,0^\circ$, $\alpha_i = 130^\circ$, $\delta_f = 60,0^\circ$ e $\alpha_f = 310^\circ$, respectivamente. Os dados utilizados na simulação são os mesmos apresentados na Seção 9.2. A tabela 18 mostra os resultados obtidos com a implementação do algoritmo genético neste problema. São apresentados os valores finais das variáveis de atitude - δ (declinação) e α (ascensão reta) – e o tempo final da manobra para cada tipo de procedimento realizado. O comportamento da declinação e ascensão reta do eixo de rotação do satélite e da polaridade de funcionamento da bobina magnética se encontram representadas nas Figuras 37 e 38.

Tabela 18 - Resultados da otimização da manobra de atitude pelo método do algoritmo genético.

Procedimentos	$\delta_f(^\circ)$	$\alpha_f(^\circ)$	$t_f(\text{minutos})$
Otimização global	62,8	307,5	1100
Otimização por período	64,5	305,3	1162

Comparando os resultados obtidos com a aplicação do método do algoritmo genético com a aplicação do método de subotimização (CEBALLOS; RIOS NETO, 1972) nos processos de otimização global e por período da manobra, verifica-se nas tabelas 17 e 18, que o algoritmo genético teve maior sucesso na otimização. Os tempos finais da manobra obtidos pelo algoritmo genético são menores com relação ao método de subotimização. Entretanto, os ângulos finais de atitude, no algoritmo genético apresentaram certa diferença com relação ao valor estabelecido pela condição final da manobra.





(a)



(b) Figura 218 - Respostas da otimização por período.

CAPÍTULO 10 CONCLUSÃO

O objetivo principal deste trabalho foi apresentar uma proposta de otimização de manobras de atitude de satélites artificiais estabilizados por rotação, utilizando-se algoritmos genéticos. Foram otimizadas os intervalos e as polaridades de funcionamento de um atuador, do tipo bobina magnética, de modo a minimizar o tempo de manobra do satélite.

Também foram estudados o modelo dinâmico do satélite estabilizado por rotação; o torque magnético obtido por meio do campo geomagnético; a implementação de uma lei de controle para efeitos da realização das manobras de reorientação; o algoritmo genético, como uma nova técnica no problema de otimização das polaridades e os métodos de otimização utilizados neste trabalho. Estes estudos foram importantes no desenvolvimento dos programas utilizados para analisar o processo de otimização da manobra de atitude de um satélite artificial. Além disso, foi utilizado o programa Matlab como uma importante ferramenta na implementação dos códigos da teoria desenvolvida.

No Algoritmo Genético, o problema de otimização da manobra foi definido pela minimização do erro dos ângulos de manobra e o tempo final, tratando-se, portanto de uma função multi-objetivo e escolheu-se a codificação real para evitar sucessivas conversões do código binário.

O processo de otimização da manobra de atitude foi realizado em duas etapas, sendo que em cada etapa foram feitas simulações para dois tipos de teste. Estes testes são os conjuntos de equações, desenvolvidas por Thomas e Cappellari (1964) e as utilizadas por Gamarra Rosado e Rios Neto (1992a; 1992b), juntamente, com a aplicação da função de chaveamento (SHIGEHARA, 1972). Nos dois processos de otimização, a integração destes conjuntos de equações foi realizada através do método de Runge-Kutta de quarta ordem.

A primeira etapa do processo de otimização consistiu no emprego do método de otimização baseado em uma função de chaveamento, desenvolvida por Shigehara (1972). Este método forneceu o controle inicial da manobra. Foram obtidos os ângulos do eixo de rotação do satélite e os tempos finais de cada simulação nos dois testes.

Estes tempos foram dados como parâmetros de comparação entre os tempos finais obtidos na otimização da manobra com a implementação do algoritmo genético.

Dos resultados obtidos pelo método de controle inicial, simulou-se a otimização da manobra de atitude do satélite com a implementação do algoritmo genético. Durante este processo, a otimização global e por período da manobra foram simuladas. Nestes dois processos as respostas do comportamento da polaridade de funcionamento do atuador, para cada teste, se mantiveram estáveis, não apresentando qualquer irregularidade. Verifica-se que quando o algoritmo genético é aplicado no processo de otimização por período da manobra, os tempos finais são menores em relação aos tempos finais obtidos no processo de otimização global, para cada uma das simulações realizadas. Isto significa que o algoritmo genético, neste caso, teve maior sucesso no processo de otimização por período da manobra. O contrário pode ser verificado no segundo teste. Neste caso, o algoritmo genético teve maior sucesso no processo de otimização global da manobra. Acredita-se que isto ocorre devido à complexidade na obtenção das soluções das equações.

Com relação aos ângulos de declinação e ascensão reta, foi verificado que no final da manobra estes ângulos não atingiram os valores finais da manobra estabelecidos pelo controle inicial. Ocorreram pequenas variações nestes ângulos. No primeiro teste da otimização global, a variação máxima do ângulo de ascensão reta foi de 5,7 graus, e para o ângulo de declinação, o valor máximo foi de 3,1 graus. No mesmo processo, foi verificado para o segundo teste, que a variação máxima do ângulo de ascensão reta foi de 4,5 graus e de 3,8 para a declinação. No processo de otimização por período, estes ângulos sofreram maior variação, no primeiro teste; enquanto que, no segundo teste, eles se aproximaram do valor final esperado.

A verificação da exequibilidade do método de otimização do algoritmo genético foi realizada comparando os resultados obtidos por Gamarra Rosado e Rios Neto (1992) no processo de subotimização da manobra. Feita a análise entre os resultados, conclui-se que o método do algoritmo genético é mais eficiente que o método de subotimização nos processos de otimização global e por período da manobra. Isto significa, que o algoritmo genético é mais eficiente na otimização dos intervalos e polaridade do atuador. Entretanto, os ângulos finais de atitude, no algoritmo genético apresentaram certa diferença com relação ao valor estabelecido pela condição final da manobra.

Como proposta de continuidade a este trabalho outras simulações podem ser realizadas utilizando-se dados recentes de satélites artificias em atividade e que possam verificar melhor os resultados obtidos neste procedimento de otimização.

REFERÊNCIAS

BATE, R. R. Fundamentals of astrodynamics. New York: Dover, 1971. 455 p.

BOWE, D. K.; HOMAIFAR A.; SONG Y. D. Spacecraft spin axis attitude determination via genetic algorithm. In: AMERICAN CONTROL CONFERENCE, 13, 1994, Baltimore, Maryland. **Proceedings ...**, IEEE Xplore Digital Library, 2002. Disponível em: <<u>http://ieeexplore.ieee.org/iel4/5816/15505/00735094.pdf</u>>. Acesso em: 10 de Dezembro de 2011.

CORREA, C. S. A; SANDRI e SOUZA, L. C. G. The use of genetic algorithms on a fuzzy controller for a satellite attitude control during the point phase, **Revista da ABCM**, v. 21, p. 615-624, 1999.

ERGIN, E. I.; WHEELER, P. C. Magnetic attitude control of a spinning satellite. **Journal of Spacecraft and Rockets,** v. 2, n. 6, pp. 846-850, nov-dez. 1965.

GE, X. S.; CHEN L. Q. Attitude control of a rigid spacecraft with two momentum wheel actuators using genetic algorithm. Acta Astronautica, v. 55, pp. 3-8, jul. 2004.

GAMARRA ROSADO, V. O.; RIOS NETO, A. Time optimal geomagnetic atitude maneuvers of an axisymmetric spinning satellite. **Acta Astronautica**, v. 26, n. 11, pp. 773-777, nov. 1992a.

GAMARRA ROSADO, V. O.; RIOS NETO, A. Otimização de manobras de satélites estabilizados por "spin", utilizando bobina magnética. **Revista SBA: Controle & Automação,** v. 2, n. 4, pp. 221-229, 1992b. Disponível em: < <u>http://www.sba.org.br/revista/volumes/v2n4/v2n4a04.pdf</u>>. Acesso em: 20 de Abril de 2011.

GRIFFITHS, D. J. Introduction to electrodynamics. 3 ed. New Jersey: Prentice Hall, 1999. 576 p.

HOLLAND, J. H. Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence, Ann Arbor: University of Michigan Press. 1975. 183 p.

HOUCK, C. R.; JOINES, J. A.; KAY, M. G. A genetic algorithm for function optimization: a Matlab implementation. 1995. 14 p. Disponível em: < http://read.pudn.com/downloads152/ebook/662702/GAOTV5.PDF>. Acesso em: 14 de Agosto de 2010.

ILYIN, A. A.; OVCHINNIKOV, M. Y.; PENKOV, V. I. Orientation maintenance of a small spin-stabilized satellite. KIAM Preprint, n. 83, 2004. Disponível em: < <u>http://www.keldysh.ru/papers/2004/prep83/prep2004_83.html</u>>. Acesso em: 21 de Julho de 2011.

JUNKINS, J. J.; CARRINGTON, C. K.; WILLIAMS, C. E. Time optimal magnetic attitude maneuvers. **AIAA Journal of Guidance and Control,** v. 4, n. 4, pp. 363-368, jul-aug 1981.

KAPLAN, C. **LEO Satellites: attitude determination and control components; some linear attitude control techiques.** 2006. 129 f. Dissertation (Master of Science in Electrical and Electronics Engineering) – The Graduate School of Natural and Applied Sciences of Middle East Technical University, 2006.

LV, J.; MA, G.; GAO, D. Bias momentum satellite magnetic attitude control based on Genetic Algorithms. In: INTERNATIONAL CONTROL CONFERENCE, 2006, Glasglow, Scotland, United Kingdom. **Book of abstracts.** University of Strathclyde Publishing, 2006. Disponível em: < http://ukacc.group.shef.ac.uk/Control_Conferences/Control2006/papers/f16.pdf>. Acesso em: 13 de Novembro de 2011.

LUCAS, D. C. Algoritmos Genéticos: uma introdução. 2002. Disponível em: < http://www.inf.ufrgs.br/~alvares/INF01048IA/ApostilaAlgoritmosGeneticos.pdf>. Acesso em: 4 de Junho de 2010.

MICHALEWICZ, Z. Genetic algorithms + data sctructures = evolution programs. 3 ed. Springer-Verlag. 1994. 363 p.

NASA Technical Report. Magnetic fields – Earth and extraterrestral. National Aeronautics and Space Administration. 1969.

NUNES, L. E. N. P.; GAMARRA ROSADO, V. O.; GRANDINETTI, F. J. Ajuste dos parâmetros de um controlador proporcional, integral e derivativo através de algoritmos genéticos. **Revista de Ciências Exatas**, v.9/10, n.1-2, pp. 47-52, 2003/2004.

NUSSENZVEIG, H. M. **Curso de Física: eletromagnetismo.** 4 ed. São Paulo: Editora Edgard Blucher Ltda, 2004. 323 p.

OMAR, H. M. Designing a genetic-based FLC for fast attitude control of satellites with reaction wheels. In: SECOND INTERNATIONAL CONFERENCE ON MODELING, SIMULATION AND APPLIED OPTIMIZATION, 2008, Abu-Dhabi. Disponível em: <faculty.kfupm.edu.sa/AE/hmomar/GA_Fuzzy_Fast_Satellite.pdf>. Acesso em: 6 de Dezembro de 2011.

QUIRELLI, M. P. **Propagação analítica de attitude de satélites estabilizados por rotação**. 2002. Dissertação (Mestrado em Física) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2002. RENARD, M. L. Command laws for magnetic attitude control of spin-stabilized Earth satellites. **Journal of Spacecraft and Rockets,** v.4, n.2, pp. 156-163, feb 1967.

RIOS NETO, A.; CEBALLOS, D. C. Approximation by polynomial arcs to generate suboptimal numerical solutions in control problems. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA MECÂNICA, 5, Campinas, 1979.

SHIGEHARA, M. Geomagnetic attitude control of an axisymmetric spinning satellite. Journal of Spacecraft and Rockets, v.9, n.6, pp. 391-398, jun. 1972. Disponível em: <ftp://apollo.ssl.berkeley.edu/pub/cinema/10.%20ACS/References/AIAA-61700-252.pdf>. Acesso em: 18 de Janeiro de 2012.

SILANI, E.; LOVERA, M. Magnetic spacecraft attitude control: a survey and some new results. **Control Engineering Practice,** v. 77, n. 16, pp. 1382-1392, 2004.

SILVA, E. B. O uso de Algoritmos Genéticos para determinar zeros de funções nãolineares.2006.Disponívelem:http://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/12006/EdianyBatistaSilva.pdf>. Acesso em: 12de Junho de 2010.

THOMAS, L. C.; CAPPELLARI, J. Attitude determination and prediction of spinstabilized satellites. **The Bell System Technical Journal,** v.43, n.3-4, pp. 1657-1726, 1964.

WERTZ, J. R. **Spacecraft attitude determination and control.** 9 ed. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. 2000. 857 p.

WHITE, J. S.; SHIGEMOTO, F. H.; BOURQUIN, K. Satellite attitude control utilizing the Earth's magnetic field. Technical Report NASA TN-D1068, National Aeronautics and Space Administration, 1961.

WISNIEWSKI, R. Linear-time varying approach to satellite attitude control using only electromagnetic actuation. **Journal of Guidance, Control and Dynamics,** v.23, n.4, 2000. pp. 640-647.

YOUNG, H. D.; FREEDMAN, R. A. **University physics with modern physics.** 12 ed. San Francisco: Pearson & Addison Wesley, 2008. 1551 p.