

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE ENGENHARIA DE BAURU
PROGRAMA DE PÓS – GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**ANÁLISE DE UM OSCILADOR NÃO LINEAR
ACOPLADO A UM ABSORVEDOR TIPO “SNAP THROUGH
TRUSS” (STTA).**

Autor: Willians Roberto Alves de Godoy

Orientador: Prof. Titular José Manoel Balthazar

Bauru, 2011

SP, Brasil

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE ENGENHARIA DE BAURU
PROGRAMA DE PÓS – GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

**ANÁLISE DE UM OSCILADOR NÃO LINEAR
ACOPLADO A UM ABSORVEDOR TIPO “SNAP THROUGH
TRUSS” (STTA).**

Autor: Willians Roberto Alves de Godoy

Orientador: Prof. Titular José Manoel Balthazar

Curso: Engenharia Mecânica

Área de concentração: Projeto Mecânico

Dissertação de mestrado apresentada à comissão de Pós Graduação da Faculdade de Engenharia Mecânica, como requisito para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Bauru, 2011

SP - Brasil

Godoy, Willians Roberto Alves de.
Análise de um oscilador não linear acoplado a um
absorvedor tipo "snap through truss" (stta) / Willians
Roberto Alves de Godoy, 2010
102 f. : il.

Orientador: José Manoel Balthazar

Dissertação (Mestrado)-Universidade Estadual
Paulista. Faculdade de Engenharia, Bauru, 2011


1. Absorvedor de vibração. 2. Efeito Sommerfeld.
3. Oscilador não ideal. 4. Controle passivo. I.
Universidade Estadual Paulista. Faculdade de
Engenharia. II. Título.

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE Mestrado de WILLIANS ROBERTO ALVES DE GODOY, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA, DO(A) FACULDADE DE ENGENHARIA DE BAURU.

Aos 02 dias do mês de dezembro do ano de 2011, às 08:00 horas, no(a) ANFITEATRO DA SEÇÃO DE PÓS-GRADUAÇÃO DA FACULDADE DE ENGENHARIA, reuniu-se a Comissão Examinadora da Defesa Pública, composta pelos seguintes membros: Prof. Dr. JOSE MANOEL BALTHAZAR do(a) Departamento de Estatística, Matemática Aplicada e Computação / Instituto de Geociências e Ciências Exatas de Rio Claro - UNESP, Prof. Dr. ANGELO MARCELO TUSSET do(a) Departamento de Engenharias / Universidade Tecnológica Federal do Paraná - UTFPR Ponta Grossa, Prof. Dr. BENTO RODRIGUES DE PONTES JUNIOR do(a) Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Bauru - UNESP, sob a presidência do primeiro, a fim de proceder a arguição pública da DISSERTAÇÃO DE Mestrado de WILLIANS ROBERTO ALVES DE GODOY, intitulado "ANÁLISE DE UM OSCILADOR NÃO LINEAR ACOPLADO A UM ABSORVEDOR TIPO "SNAP THROUGH TRUSS" (STTA)". Após a exposição, o discente foi argüido oralmente pelos membros da Comissão Examinadora, tendo recebido o conceito final: APROVADO. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que, após lida e aprovada, foi assinada pelos membros da Comissão Examinadora.


Prof. Dr. JOSE MANOEL BALTHAZAR


Prof. Dr. ANGELO MARCELO TUSSET


Prof. Dr. BENTO RODRIGUES DE PONTES JUNIOR

DEDICATÓRIA

À minha mãe que sempre batalhou pela educação dos dois filhos e sempre será o melhor exemplo de amor e superação.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais Geralda e Wilson e a minha irmã Adele por sempre acreditarem em mim e pelos incentivos nos momentos difíceis.

Ao meu orientador Professor Titular José Manoel Balthazar por me conduzir neste trabalho com muita sabedoria e dedicação, mas principalmente por sempre me incentivar a adquirir novos conhecimentos.

Agradeço a minha namorada Thaís pelos momentos em que me ajudou e escutou nessa jornada, me apoiando e suportando sempre.

Aos meus grandes amigos de mestrado, que compartilharam todos os momentos desse trabalho e sempre me ajudaram a evoluir e realizar meu trabalho.

A CAPES pelo apoio financeiro concedido através da bolsa de mestrado. Ao Departamento de Engenharia Mecânica e a Secretaria de Pós-Graduação da Faculdade de Engenharia de Bauru por propiciarem as melhores condições para que este trabalho fosse realizado.

“A insatisfação é a principal motivadora do progresso.”

-Thomas Edison -

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	X
LISTA DE TABELAS	XIII
1 INTRODUÇÃO	17
1.1 OBJETIVOS	19
1.2 MATERIAIS	19
1.3 ORGANIZAÇÃO DESTE TRABALHO	20
2 ABSORVEDOR DE VIBRAÇÃO	23
2.1 ABSORVEDOR TIPO “SNAP THROUGH TRUSS” (STTA)	26
2.2 NON-LINEAR ENERGY SINK (NES)	28
3 SISTEMAS DINÂMICOS	32
3.1 SISTEMAS DINÂMICOS NÃO IDEAIS	32
3.2 EQUAÇÕES DIFERENCIAIS E SISTEMAS DINÂMICOS	34
3.3 LINEARIZAÇÃO	35
3.4 PONTO DE EQUILÍBRIO E ESTABILIDADE	36
4 O MODELO DINÂMICO ADOTADO	40
4.1 MODELAGEM MATEMÁTICA DO SISTEMA NÃO IDEAL	40
4.1.1 Equações governantes de movimento	41
4.1.2 Adimensionalização do sistema	43
4.1.3 O caso particular do oscilador ideal	44
4.2 PONTOS DE EQUILÍBRIO E ESTABILIDADE DO SISTEMA DINÂMICO	45
5 RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES NUMÉRICAS	50
5.1 STTA ACOPLADO AO OSCILADOR IDEAL LIVRE COM IMPULSO	51
5.2 STTA ACOPLADO AO OSCILADOR IDEAL FORÇADO (IO)	54
5.3 STTA ACOPLADO AO OSCILADOR NÃO IDEAL (NIO)	57
5.4 STTA ACOPLADO AO OSCILADOR NÃO IDEAL (NIO) (2ª ANÁLISE)	72
6 UM CASO PARTICULAR	77
6.1 NES ACOPLADO AO NIO	78
6.1.1 Equações de movimento	79
6.1.2 Adimensionalização do sistema	79
6.2 COMPARATIVO DE RESULTADOS ENTRE OS ABSORVEDORES	80

6.2.1 Oscilador não ideal (NIO).....	80
7 CONCLUSÕES	87
REFERÊNCIAS	89
APÊNDICE 1 - NES ACOPLADO AO SISTEMA IDEAL	91
8.1 OSCILADOR IDEAL LIVRE	91
8.2 OSCILADOR IDEAL FORÇADO (IO)	95
9 SÚMULA CURRICULAR.....	99

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 - REPRESENTAÇÃO DA ESTRUTURA NÃO IDEAL.	17
FIGURA 2 - ESTRUTURA TIPO “SNAP THROUGH TRUSS” UTILIZADA COMO ABSORVEDOR (RAMLAN ET AL, 2009).	19
FIGURA 3 - ESQUEMA PROPOSTO POR SNOWDON, WOLFE E KERLIN (1984).	23
FIGURA 4 - AMORTECEDOR DE COLUNA LÍQUIDA SINTONIZADA (FELIX ET AL., 2005).	24
FIGURA 5 - MODELO ESTUDADO POR VYAS E BAJAJ (2001).	24
FIGURA 6 - TVA ACOPLADO A UM OSCILADOR IDEAL.	25
FIGURA 7 - MODELO ESTUDADO POR AVRAMOV E MIKHLIN (2003).	27
FIGURA 8 - MODELO ESTUDADO POR AVRAMOV E MIKHLIN (2004, 2006).	27
FIGURA 9 - ESTRUTURA NÃO IDEAL COM STTA ACOPLADO PROPOSTA POR FELIX E BALTHAZAR (2009).	28
FIGURA 10 - OSCILADOR LINEAR COM NES ACOPLADO.	29
FIGURA 11 - CURVAS CARACTERÍSTICAS DO MOTOR DE CORRENTE CONTÍNUA.	34
FIGURA 12 - ESTRUTURA NÃO IDEAL COM ACOPLAMENTO DO STTA PROPOSTA POR FELIX E BALTHAZAR (2009).	40
FIGURA 13 - REPRESENTAÇÃO DOS PONTOS DE EQUILÍBRIO. A) PONTO X_{01} . B) PONTO X_{02} . C) PONTO X_{04}	47
FIGURA 14 - DESLOCAMENTOS QUANDO $U^*(0) = 0.1$: A) OSCILADOR LIVRE; B) STTA.	52
FIGURA 15 - DESLOCAMENTOS QUANDO $U^*(0) = 0.8$: A) OSCILADOR LIVRE; B) STTA.	53
FIGURA 16 - DESLOCAMENTOS QUANDO $U(0) = 0.01$: A) OSCILADOR IDEAL; B) STTA.	55
FIGURA 17 - DESLOCAMENTOS QUANDO $U(0) = 0.8$: A) OSCILADOR IDEAL; B) STTA.	56
FIGURA 18 - EFEITO SOMMERFELD COM $0 \leq A \leq 3.5$ E $\Delta A = 0.01$. NIO ACOPLADO AO STTA: $\Gamma = 0.35$ (VERMELHO). NIO SEM ACOPLAMENTO (PRETO). A) MÁXIMA AMPLITUDE X FREQUÊNCIA MÉDIA. B) MÁXIMA AMPLITUDE X PARÂMETRO DE CONTROLE (A).	59
FIGURA 19 - PARA $A = 1.4$. NIO SEM ACOPLAMENTO (LINHA PRETA). NIO COM ACOPLAMENTO (LINHA PONTILHADA CINZA): A) DESLOCAMENTO DO NIO; B) VELOCIDADE ANGULAR; C) DESLOCAMENTO STTA; D) DESLOCAMENTO STTA ($1450 \leq T \leq 1500$).	61
FIGURA 20 - PARA $A = 1.8$. NIO SEM ACOPLAMENTO (LINHA PRETA). NIO COM ACOPLAMENTO (LINHA PONTILHADA CINZA): A) DESLOCAMENTO	

DO NIO; B) VELOCIDADE ANGULAR; C) DESLOCAMENTO STTA; D) DESLOCAMENTO STTA ($1450 \leq T \leq 1500$).....	62
FIGURA 21 - PARA $A = 2.2$. NIO SEM ACOPLAMENTO (LINHA PRETA). NIO COM ACOPLAMENTO (LINHA PONTILHADA CINZA): A) DESLOCAMENTO DO NIO; B) VELOCIDADE ANGULAR; C) DESLOCAMENTO STTA; D) DESLOCAMENTO STTA ($1400 \leq T \leq 1500$).....	62
FIGURA 22 - PARA $A = 1.4$. A) FFT DO NIO COM ACOPLAMENTO; B) PLANO DE FASE DO NIO COM STTA (CINZA) E SEM STTA (PRETO); C) FFT DO STTA; D) PLANO DE FASE DO STTA.....	64
FIGURA 23 - PARA $A = 1.8$. A) FFT DO NIO COM ACOPLAMENTO; B) PLANO DE FASE DO NIO COM STTA (CINZA) E SEM STTA (PRETO); C) FFT DO STTA; D) PLANO DE FASE DO STTA.....	65
FIGURA 24 - PARA $A = 2.2$. A) FFT DO NIO COM ACOPLAMENTO; B) PLANO DE FASE DO NIO COM STTA (CINZA) E SEM STTA (PRETO); C) FFT DO STTA; D) PLANO DE FASE DO STTA.....	65
FIGURA 25 - VARIAÇÃO DE (Γ) NO EFEITO SOMMERFELD COM $0 \leq A \leq 3.5$ E $\Delta A = 0.01$. A) MÁXIMA AMPLITUDE X PARÂMETRO DE CONTROLE (A). B) MÁXIMA AMPLITUDE X FREQUÊNCIA MÉDIA.....	68
FIGURA 26 - PARA $A = 1.4$; HISTÓRICOS NO TEMPO PARA COEFICIENTE DE RIGIDEZ $\Gamma = 0.05$ EM $0 \leq T \leq 700$, $\Gamma = 0.35$ EM $700 \leq T \leq 1400$, $\Gamma = 0.50$ EM $1400 \leq T \leq 2100$, $\Gamma = 0.70$ EM $2100 \leq T \leq 2800$ E $\Gamma = 1.0$ EM $2800 \leq T \leq 3500$: RESPOSTAS DO NIO (LINHA PRETA) E DO STTA (LINHA CINZA).....	70
FIGURA 27 - PARA $A = 1.8$; HISTÓRICOS NO TEMPO PARA COEFICIENTE DE RIGIDEZ $\Gamma = 0.05$ EM $0 \leq T \leq 700$, $\Gamma = 0.35$ EM $700 \leq T \leq 1400$, $\Gamma = 0.50$ EM $1400 \leq T \leq 2100$, $\Gamma = 0.70$ EM $2100 \leq T \leq 2800$ E $\Gamma = 1.0$ EM $2800 \leq T \leq 3500$: RESPOSTAS DO NIO (LINHA PRETA) E DO STTA (LINHA CINZA).....	71
FIGURA 28 - PARA $A = 2.2$; HISTÓRICOS NO TEMPO PARA COEFICIENTE DE RIGIDEZ $\Gamma = 0.05$ EM $0 \leq T \leq 700$, $\Gamma = 0.35$ EM $700 \leq T \leq 1400$, $\Gamma = 0.50$ EM $1400 \leq T \leq 2100$, $\Gamma = 0.70$ EM $2100 \leq T \leq 2800$ E $\Gamma = 1.0$ EM $2800 \leq T \leq 3500$: RESPOSTAS DO NIO (LINHA PRETA) E DO STTA (LINHA CINZA).....	72
FIGURA 29 - NIO COM ACOPLAMENTO (LINHA PONTILHADA CINZA, $A_1 = 1.5$). NIO SEM ACOPLAMENTO (LINHA PRETA, $A_2 = 1.4$): A) DESLOCAMENTO DO NIO; B) VELOCIDADE ANGULAR.....	73
FIGURA 30 - NIO COM ACOPLAMENTO (LINHA PONTILHADA CINZA, $A_1 = 1.97$). NIO SEM ACOPLAMENTO (LINHA PRETA, $A_2 = 1.8$): A) DESLOCAMENTO DO NIO; B) VELOCIDADE ANGULAR.....	73
FIGURA 31 - NIO COM ACOPLAMENTO (LINHA PONTILHADA CINZA, $A_1 = 2.4$). NIO SEM ACOPLAMENTO (LINHA PRETA, $A_2 = 2.2$): A) DESLOCAMENTO DO NIO; B) VELOCIDADE ANGULAR.....	74
FIGURA 32 - NOVO MODELO PARA O NES.....	77
FIGURA 33 - OSCILADOR NÃO IDEAL COM ACOPLAMENTO DE UM OSCILADOR ESSENCIALMENTE NÃO LINEAR (NES).....	78

FIGURA 34 - PARA $A = 1.4$: STTA ACOPLADO (CINZA PONTILHADO) E NES ACOPLADO (PRETO CONTINUO). A) DESLOCAMENTO NIO; B) VELOCIDADE ANGULAR; C) DESLOCAMENTOS ABSORVEDORES.	81
FIGURA 35 - PARA $A = 1.8$: STTA ACOPLADO (CINZA PONTILHADO) E NES ACOPLADO (PRETO CONTINUO). A) DESLOCAMENTO NIO; B) VELOCIDADE ANGULAR; C) DESLOCAMENTOS ABSORVEDORES.	82
FIGURA 36 - PARA $A = 2.2$: STTA ACOPLADO (CINZA PONTILHADO) E NES ACOPLADO (PRETO CONTINUO). A) DESLOCAMENTO NIO; B) VELOCIDADE ANGULAR; C) DESLOCAMENTOS ABSORVEDORES.	83
FIGURA 37 - EFEITO SOMMERFELD COM $0 \leq A \leq 3.5$ E $\Delta A = 0.01$. NIO COM STTA (VERMELHO); NIO COM NES (AZUL); NIO SEM ACOPLAMENTO (PRETO). A) MÁXIMA AMPLITUDE X FREQUÊNCIA MÉDIA. B) MÁXIMA AMPLITUDE X PARÂMETRO DE CONTROLE (A).	84
FIGURA 38 - PARA $U^*(0) = 0.8$: A) DESLOCAMENTO DO OSCILADOR IDEAL SEM ACOPLAMENTO; B) DESLOCAMENTO DO OSCILADOR IDEAL COM STTA (CINZA CONTINUO) E NES (PRETO PONTILHADO) ACOPLADO; C) DESLOCAMENTOS DO STTA (CINZA CONTINUO) E NES (PRETO PONTILHADO).	93
FIGURA 39 - PARA $U^*(0) = 0.1$: A) DESLOCAMENTO DO OSCILADOR IDEAL SEM ACOPLAMENTO; B) DESLOCAMENTO DO OSCILADOR IDEAL COM STTA(CINZA CONTINUO) E NES (PRETO PONTILHADO) ACOPLADO; C) DESLOCAMENTOS DO STTA (CINZA CONTINUO) E NES (PRETO PONTILHADO).	94
FIGURA 40 - PARA $U(0) = 0.01$: A) DESLOCAMENTO DO IO SEM ACOPLAMENTO; ; B) DESLOCAMENTO DO IO COM STTA(CINZA CONTINUO) E NES (PRETO PONTILHADO) ACOPLADO; C) DESLOCAMENTOS DO STTA (CINZA CONTINUO) E NES (PRETO PONTILHADO).	96
FIGURA 41 - PARA $U(0) = 0.8$: A) DESLOCAMENTO DO IO SEM ACOPLAMENTO; ; B) DESLOCAMENTO DO IO COM STTA(CINZA CONTINUO) E NES (PRETO PONTILHADO) ACOPLADO; C) DESLOCAMENTOS DO STTA (CINZA CONTINUO) E NES (PRETO PONTILHADO).	98

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – DESCRIÇÃO DOS PARÂMETROS.....	41
TABELA 2 – QUADRO DESCRITIVO DAS SEÇÕES DO CAPÍTULO 5.....	51
TABELA 3 – VALORES DOS PARÂMETROS DO SISTEMA DE OSCILAÇÃO LIVRE.....	52
TABELA 4 – VALORES DOS PARÂMETROS DO SISTEMA COM OSCILADOR FORÇADO.....	54
TABELA 5 – VALORES DOS PARÂMETROS DO SISTEMA NÃO IDEAL (FELIX E BALTHAZAR, 2009).....	57
TABELA 6 – AUTOVALORES DO SISTEMA NÃO IDEAL PARA CADA CONDIÇÃO INICIAL.....	57
TABELA 7 - QUADRO COMPARATIVO DAS MÁXIMAS AMPLITUDES COM STTA.....	60
TABELA 8 – COMPARATIVO DAS POSIÇÕES DE UMA OSCILAÇÃO.....	63
TABELA 9 – VALORES DO PARÂMETRO DE RIGIDEZ.....	66
TABELA 10 – DESCRIÇÃO DOS PARÂMETROS.....	78
TABELA 11 – VALORES DOS PARÂMETROS DO SISTEMA COM STTA E COM NES.....	80
TABELA 12 - QUADRO COMPARATIVO DAS MÁXIMAS AMPLITUDES COM NES.....	85
TABELA 13 – VALORES DOS PARÂMETROS DO SISTEMA DE OSCILAÇÃO LIVRE.....	91
TABELA 14 – VALORES DOS PARÂMETROS DO SISTEMA COM OSCILADOR FORÇADO.....	95

RESUMO

Alves de Godoy, Willians Roberto, análise de um oscilador não linear acoplado a um absorvedor tipo “snap through truss” (stta). Bauru: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, 2011, 102 pp., Dissertação (Mestrado).

Recentemente os estudos sobre os absorvedores de energia vêm ganhando importância e destaque, principalmente na indústria automobilística e aeronáutica. Esse tipo de absorvedor permite fazer o controle passivo de um sistema vibratório. Na busca por melhores resultados, verificou-se a necessidade da utilização de absorvedores não lineares, já que estes demonstraram poder receber energia além de uma pequena faixa de frequência de vibração do oscilador.

Neste trabalho, considera-se o sistema vibratório constituído de um controlador passivo, o absorvedor tipo “snap-through truss” (STTA) acoplado a um oscilador submetido à excitação de um motor elétrico com uma excentricidade e potência limitada, caracterizando um oscilador não ideal (NIO). Busca-se utilizar o absorvedor STTA como um absorvedor não linear, aproveitando sua não linearidade geométrica, e estabelecer condições para que as amplitudes de movimento do sistema principal se tornem menores em determinadas condições.

O principal objetivo nesse trabalho é obter as condições em que as amplitudes de movimento do NIO são menores durante a passagem pela ressonância, atenuando o efeito Sommerfeld. Os resultados obtidos nessa situação mostraram que o STTA é eficiente na redução das amplitudes de movimento do NIO antes e dentro da região de ressonância. Em contrapartida, ao sair da ressonância ficou evidente que o absorvedor deve ser retirado do sistema por implicar grandes amplitudes ao NIO.

Além disso, um breve estudo da atuação do STTA sobre um sistema ideal foi realizado. Nas situações abordadas o STTA mostrou significantes resultados na atenuação das amplitudes de movimento do oscilador.

Portanto, esse trabalho mostra que o uso do absorvedor tipo “snap-through truss” constitui uma boa alternativa dentre os absorvedores passivos na atenuação do efeito Sommerfeld em sistemas não ideais.

Palavras chave: Absorvedor de Vibração, Efeito Sommerfeld, Oscilador Não Ideal, Controle Passivo.

ABSTRACT

Alves de Godoy, Willians Roberto, on a nonlinear dynamics of a non-linear oscillator, with a snap-through truss absorber (stta), Bauru: Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, 2011, 102 pp., Dissertação (Mestrado).

In recent years studies on energy absorbers in order to reduce some systems vibration amplitudes has been gaining importance and prominence. This type of absorber allows vibrating system passive control. In order to better results, it was verified the need to use non-linear absorbers as these have been shown to receive power more than a small band of vibration frequency of the oscillator.

This work considers the vibrating system that consists of a snap-through truss absorber (STTA) coupled to an oscillator under excitation of an electric motor with an eccentricity and limited power, characterizing a non-ideal oscillator (NIO). It is aimed to use the absorber STTA as non-linear absorber and establish the conditions for the motion amplitudes become smaller under certain conditions the main system. Therefore, this work aims to determine the conditions in which the main system, while it passes through resonance, has attenuated its amplitude of movement and do not waste energy working in this condition.

The main objective of this work is to obtain the conditions under which amplitudes motion of NIO are smaller in the passage through resonance, reducing the Sommerfeld effect. The results obtained in this situation showed that the STTA is effective to reduce amplitudes motion of NIO before and within region of resonance. In contrast, out of resonance, it was evident that absorber must be removed from the system by imply large amplitudes to the NIO.

In addition, a brief study of the performance of STTA on an ideal system was performed. In this situation, the STTA showed significant results in the attenuation of amplitudes motion of the oscillator.

Therefore, this work shows that the use of snap-through truss absorber is a good alternative among passive absorbers in attenuation of Sommerfeld effect in non-ideal systems.

Key words: Vibration absorber, Sommerfeld Effect, Non-ideal oscillator, Passive Control.

1 INTRODUÇÃO

1 INTRODUÇÃO

No trabalho apresentando a seguir considera-se um sistema de vibração não ideal, que se caracteriza pela interação entre a resposta e a excitação do sistema, em que a resposta influencia a excitação do mesmo, ao contrário dos sistemas ideais, nos quais a resposta não atua sobre a excitação.

No sistema não ideal, além da interação da resposta e a excitação, também há a fonte de excitação com potência limitada, que o torna mais complexo e desafiador para os que o estudam. O estudo desse tipo de modelo não ideal tem aumentado recentemente, pois o sistema ideal já tem comportamento bem conhecido e estudado.

Para esse trabalho, utilizamos um sistema formado por um bloco oscilante e um motor CC com fonte de alimentação limitada, que funciona como fonte de excitação, representado na figura (1). Assim, estudamos a situação em que o motor e o sistema interagem, ocasião em que fica bem caracterizado o comportamento do sistema não ideal. Nesse tipo de estrutura, a passagem pela ressonância revela comportamentos interessantes e é nesta que muitas máquinas reais podem sofrer danos, grande gasto energético e/ou outras consequências, uma vez que o motor transfere grande parte de sua energia à realização de oscilações do sistema, gerando grandes amplitudes de movimento.

Desta forma, empregamos o motor com modelo de torque linear e utilizamos este torque como parâmetro de controle, a fim de obtermos a passagem pela ressonância e controlarmos a frequência do motor.

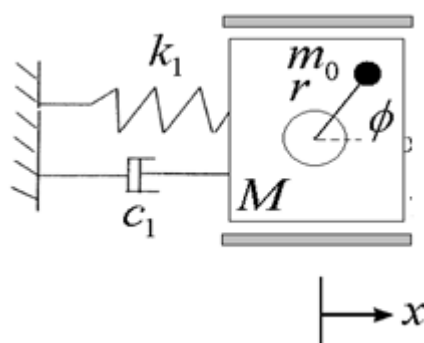


FIGURA 1 - Representação da estrutura não ideal.

O principal fenômeno em sistemas não ideais é o efeito Sommerfeld, em que o oscilador exibe movimentos instáveis nas regiões de ressonância. Este fenômeno, conhecido como

salto, pode ser visto como uma descontinuidade na curva de resposta-frequência, revelando as condições em que não há regime permanente. O entendimento desse fenômeno ajudou a identificar o que consideramos um sumidouro de energia, já que a energia empregada para fazer uma máquina operar acaba sendo gasta para fazê-la vibrar.

Nos casos em que vibrações indesejadas acontecem, pode-se controlá-las de três formas, através da redução da intensidade da força excitadora, do isolamento da estrutura excitada ou pela modificação das características dinâmicas da estrutura.

No caso estudado, aplica-se a modificação dinâmica da estrutura como possível solução para atenuação das vibrações. Portanto, o absorvedor de vibração é introduzido no sistema por sua capacidade de modificar essas características. Ele constitui uma alternativa interessante na redução das grandes amplitudes e na economia de energia nas regiões de ressonância que estudamos. Além disso, se trata de um controlador passivo, em que não há gasto energético em sua atuação.

Os dispositivos que podem ser empregados como absorvedores são, por exemplo, um oscilador pendular, um oscilador massa-mola, uma estrutura elástica contínua, um fluido ou um material viscoelástico. Estes absorvedores, em geral, formam um dispositivo que modifica a resposta do sistema original em uma faixa de frequência que seja mais interessante.

Contudo, mesmo se mostrando uma boa alternativa, durante a projeção desses absorvedores é necessário que sejam consideradas as amplitudes de movimento desenvolvidas por esses elementos, já que suas oscilações podem ser limitadas pela falta de espaço, pelo excesso de peso ou ainda por falhas na estrutura.

Portanto, neste trabalho, aplica-se a estrutura “snap through truss”, da figura (2), como absorvedor (STTA) no controle das vibrações longitudinais do sistema oscilante não ideal, em que a energia de oscilação do sistema principal é transferida ao STTA, que oscila em torno de um ponto de equilíbrio. O estudo dessa configuração do sistema foi motivado pelo trabalho prévio de Felix e Balthazar (2009), que obtiveram os primeiros resultados numéricos para esse modelo.

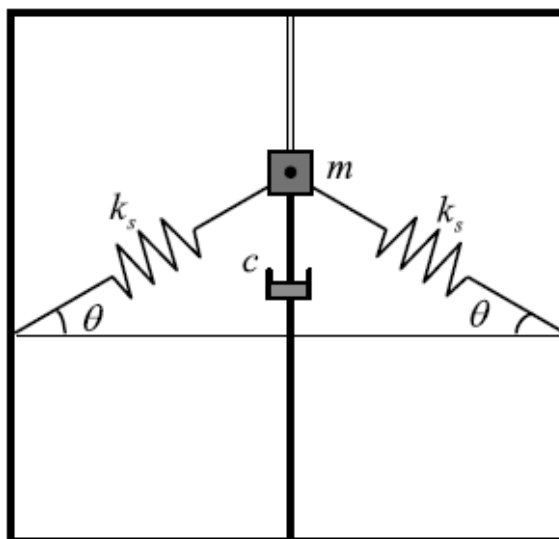


FIGURA 2 - Estrutura tipo “snap through truss” utilizada como absorvedor (Ramlan et al, 2009).

1.1 OBJETIVOS

Os objetivos deste trabalho são exibidos a seguir:

- i. Entender e elaborar o modelo para o sistema estudado, empregando o oscilador não ideal com acoplamento do absorvedor.
- ii. Avaliar o comportamento de sistemas ideais quando o absorvedor é acoplado.
- iii. Verificar se há atenuação do efeito Sommerfeld na passagem pela ressonância quando utilizamos o absorvedor no sistema principal.
- iv. Determinar em que condições o emprego do absorvedor é conveniente na redução das amplitudes de vibração.
- v. Comparar os resultados da utilização do “snap through truss absorber” (STTA) com um conhecido absorvedor não linear, o “non-linear energy sink” (NES).

1.2 MATERIAIS

Nos experimentos numéricos realizados utilizou-se um computador pessoal, os programas matemáticos MAPLE® e MATLAB®. Neste último, foram usadas rotinas de programação como:

- Integrador Adams – Bashforth – Moulton, ODE 113 do MATLAB® para a integração direta das equações de movimento do sistema;

- Rotinas computacionais desenvolvidas para o MATLAB®.

1.3 ORGANIZAÇÃO DESTE TRABALHO

O trabalho a seguir está organizado da seguinte forma:

No capítulo 1 é feita uma breve introdução sobre o problema estudado. Neste capítulo os principais objetivos e motivações deste trabalho foram apresentados, assim como uma pequena descrição desta dissertação.

O capítulo 2 destina-se a situar o leitor sobre o uso dos absorvedores de vibração, considerando os aspectos mais importantes para esse trabalho. Esta breve revisão sobre absorvedores tratou de apresentar os motivos para o uso desse elemento e as principais dificuldades encontradas desde os primeiros estudos.

O capítulo 3 trata sobre sistemas dinâmicos e breves conceitos necessários à análise do sistema estudado nesse trabalho. Uma descrição sobre sistemas não ideais é feita, considerando suas características e os aspectos que deverão ser encontrados nesta dissertação. Para situar o leitor sobre esse tema também foram citadas algumas referências mais significativas.

No capítulo 4 apresenta-se o modelo do sistema não ideal que será foco do estudo. As equações governantes são obtidas para o sistema formado por um oscilador não ideal, em que o motor tem torque de função linear e potência limitada, com acoplamento de um absorvedor de vibrações tipo “snap through truss”. Após a descrição do sistema, a obtenção das equações governantes é realizada. Um segundo modelo é considerado como caso particular, no qual um motor com fonte de potência ilimitada é empregado, formando uma estrutura ideal. Esse modelo não será muito discutido por não se tratar do foco desta dissertação.

Dentro do capítulo 5 são apresentados os resultados numéricos da pesquisa realizada sobre a eficiência do absorvedor tipo “snap through truss”. Através de simulações numéricas as equações governantes do movimento são solucionadas. A partir dos dois sistemas mostrados no capítulo 4, ideal e não ideal, são apresentados, em três seções, os resultados para:

- um oscilador ideal que recebe apenas um impulso inicial;
- oscilador ideal que sofre ação de uma força harmônica;

- um oscilador não ideal com o motor de potência limitada.

Em seguida, no capítulo 6, é feita uma comparação sobre o uso dos absorvedores tipo “snap through truss” (STTA) e “non-linear energy sink” (NES), com intenção de confrontar a eficiência do STTA com um conhecido absorvedor não linear, com respeito à atenuação das vibrações no sistema não ideal.

Por último, no capítulo 7, apresentam-se as principais conclusões obtidas nesta dissertação e a intenção de trabalhos futuros.

2 ABSORVEDOR DE VIBRAÇÃO

Neste capítulo aborda-se o tema do absorvedor passivo, em especial o “snap-through truss absorber” (STTA). A apresentação desse tipo de absorvedor de vibração visa situar o leitor dentro do tema e permitir o maior entendimento desses dispositivos que serão empregados posteriormente nesse trabalho.

Existe um grande número de trabalhos sobre dispositivos que têm a finalidade de absorver vibrações de sistemas mecânicos. Isso se deve ao permanente interesse, no campo da engenharia, em absorver ou dissipar uma quantidade de energia de vibração que pode ser indesejada ou, em muitos casos, prejudicial ao sistema vibrante. Para esse tipo de problema, muitas soluções já foram propostas e diversos casos foram estudados. Com intuito de exemplificar, apresentam-se alguns diferentes absorvedores propostos recentemente, listados por Iossaqui (2009), nos quais os símbolos e detalhes não serão explicados para não fugir do objetivo proposto:

- no caso de uma estrutura elástica contínua usada como absorvedor, Snowdon, Wolfe e Kerlin (1984) propuseram um absorvedor em forma de crucifixo, que seria acoplado pela intersecção entre as duas vigas.

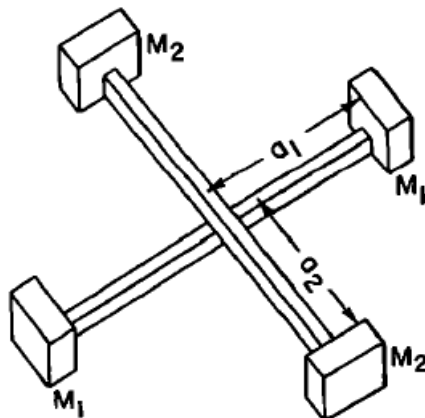


FIGURA 3 - Esquema proposto por Snowdon, Wolfe e Kerlin (1984).

- utilizando um fluido, Felix et al. (2005) estudaram o efeito da coluna líquida no amortecimento dos deslocamentos horizontais de um pórtico que possui massa concentrada na viga horizontal e duas colunas elásticas idênticas com massas desprezíveis.

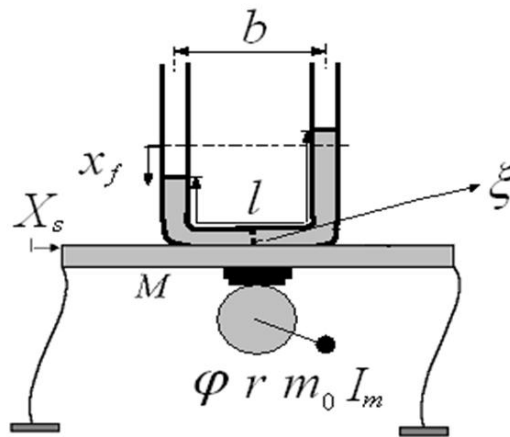


FIGURA 4 - Amortecedor de coluna líquida sintonizada (Felix et al., 2005).

- para a utilização do pêndulo, Vyas e Bajaj (2001) estudaram a interação de um absorvedor paramétrico acoplado a um oscilador linear.

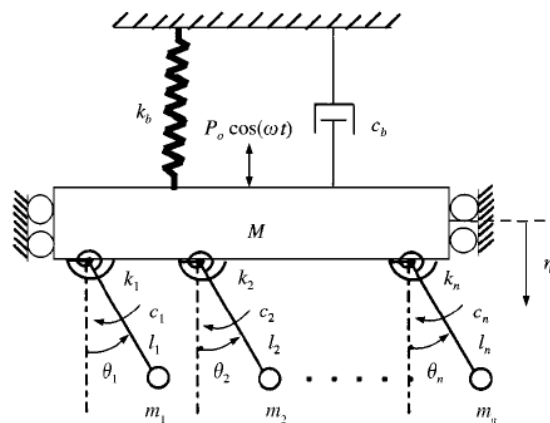


FIGURA 5 - Modelo estudado por Vyas e Bajaj (2001).

Como primeiro controlador passivo, o absorvedor de vibração sintonizado (TVA) é o mais popular dispositivo de redução de vibrações em estruturas mecânicas. Ele é empregado comumente na engenharia de estruturas civis e eletromecânicas. Sua ampla gama de aplicações se deve, principalmente, ao seu caráter linear e aos os sólidos fundamentos teóricos e matemáticos em que se baseia. Entretanto, o projeto de tal absorvedor ainda é um desafio quando este dever ser acoplado a estruturas mais complexas, já que ele possui uma teoria bem estabelecida para simples sistemas primários.

Os primeiros estudos sobre o (TVA) foram realizados por Frahm (1911), que considerou um anexo composto por uma massa m_2 e uma mola k_2 , acoplado a um oscilador linear harmônico, como visto na figura 6.

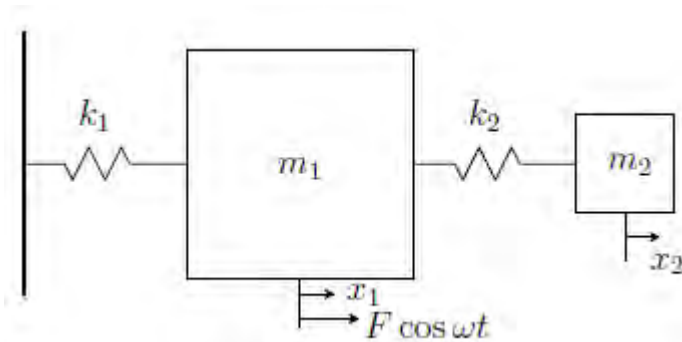


FIGURA 6 - TVA acoplado a um oscilador ideal.

Ormondroyd e Den Hartog (1928) relatam que um TVA com mecanismos de dissipação de energia aumenta a efetiva largura de banda (faixa de frequência) ao custo de uma redução do pico de ressonância. O TVA amortecido proposto hoje é conhecido como o absorvedor de vibração dinâmico tipo Voigt, que é composto de uma mola linear k_2 em paralelo com um amortecedor c_2 . Desde então, um grande número de estudos com foco na otimização do TVA amortecido e muitos critérios de otimização do TVA foram propostos.

Entretanto, com o avanço de mecanismos eletromecânicos, sistemas de controle ativo aumentaram sua tendência de uso por permitirem maior eficiência na absorção de vibrações mecânicas. Contudo, em tais sistemas, o gasto energético e o alto custo, assim como a estabilidade e a robustez, são questões que devem ser analisadas, pois fazem com que em determinadas situações os sistemas de controle passivo se tornem uma alternativa mais interessante.

Nesse contexto em que os controles ativos não são tão atrativos, devido às características já mencionadas, e os absorvedores sintonizados têm como restrições a efetividade limitada à vizinhança de um modo de vibração, a incapacidade de atenuar os vários modos de uma estrutura primária MDOF e de reduzir as vibrações de uma estrutura não linear primária, um diferente absorvedor de vibração se fez necessário para se trabalhar com estruturas mais complexas, como é o absorvedor de vibração não linear.

Os primeiros estudos sobre esse tipo de dispositivo são de Roberson (1952), Pipes (1953) e Arnold (1955), que estudaram a influência da não linearidade sobre largura da faixa de frequência de supressão dos movimentos. Hunt e Nissen (1982) foram os primeiros a estudar um absorvedor não linear de forma prática. Dentro desse tipo de absorvedor temos o

pêndulo, o absorvedor por impacto, de vibração auto paramétrica e o absorvedor de energia não linear (NES).

No presente trabalho, o absorvedor STTA é empregado com intuito de se explorar a não linearidade geométrica contida nele. O seu emprego sob um sistema não ideal visa verificar sua efetividade em um sistema mais complexo. Outro tipo de absorvedor não linear é apresentando nesse capítulo, sendo referido como NES por ser uma das formas mais difundidas desse tipo de dispositivo, porém o NES consiste em um anexo não linear que, por ter muitos estudos sobre sua eficácia, será usado como um referencial para os efeitos do STTA.

2.1 ABSORVEDOR TIPO “SNAP THROUGH TRUSS” (STTA)

Neste trabalho, uma montagem em forma de treliça (snap-through truss) é empregada na absorção de vibrações longitudinais do oscilador não ideal. Nesta situação, a energia de oscilação do sistema principal é transferida ao STTA, o qual se move em torno dos seus pontos de equilíbrio.

Os sistemas que utilizam o “snap-through” vêm sendo estudados há muito tempo devido à sua importância na engenharia, como no estudo feito por Bondar em 1987. Mises, 1923, foi o primeiro que estudou a estática do sistema snap-through. Parece que o primeiro estudo da dinâmica do “snap-through truss” foi realizado por Stoker, 1950. Nachbar e Huang, em 1967, consideraram o “snap-through truss” sob a ação de uma força estática. Eles formularam um critério para os movimentos decorrentes do “snap-through” que se baseia na análise do sistema dinâmico de um avião. Em seu trabalho, Virgin, 1985, analisou as pequenas oscilações lineares, perto de pontos de equilíbrio, de sistemas com movimentos “snap-through”.

Em publicações mais recentes, uma análise da supressão das oscilações de um sistema livre e ideal foi feita por Avramov e Mikhlin (2003). Nesse trabalho, estudaram a dinâmica do sistema através da aproximação por modos normais não lineares (NNM), tendo como principais conclusões que a absorção de vibração ocorre quando o STTA desempenha significantes amplitudes, enquanto o sistema elástico tem pequenas amplitudes. O sistema sem amortecimento foi considerado por se entender que, ao verificar a absorção de vibração, o amortecimento somente melhoraria esses resultados.

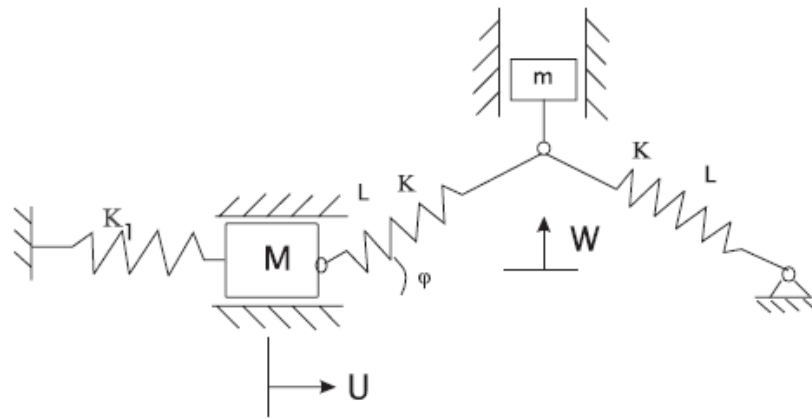


FIGURA 7 - Modelo estudado por Avramov e Mikhlin (2003).

Mais tarde, Avramov e Mikhlin (2004, 2006) estudaram o sistema forçado com o STTA acoplado. No primeiro desses trabalhos, a análise do sistema foi feita utilizando o método de múltiplas escalas. No trabalho seguinte, um modelo sem amortecimento foi considerado para análise analítica, feita através dos modos normais não lineares (NNM) e da aproximação de Rauscher. Já para as simulações numéricas, o modelo com amortecimento foi considerado.

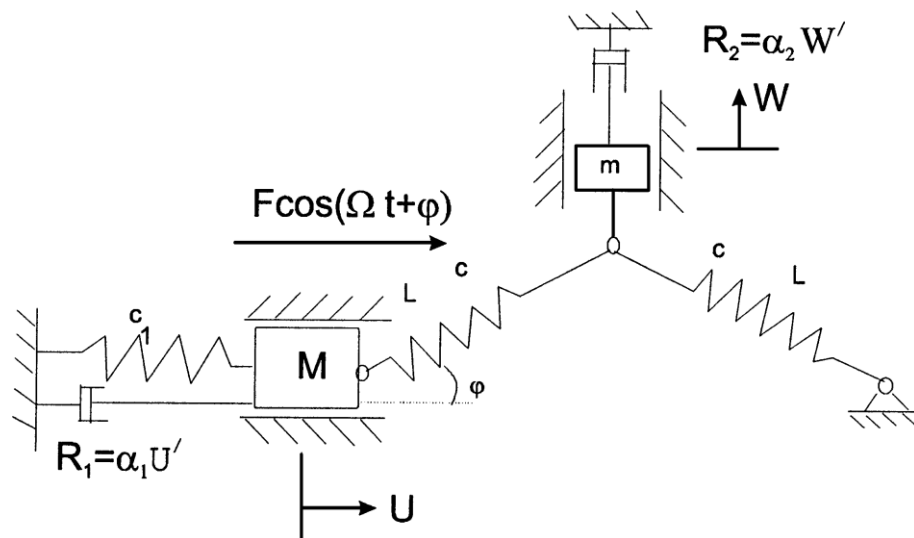


FIGURA 8 - Modelo estudado por Avramov e Mikhlin (2004, 2006).

Além disso, em recente trabalho, Avramov e Gendelman (2009), analisaram a interação entre o STTA e um sistema elástico, concluindo que, no sistema de equações modulares, os pontos de equilíbrio são quase sempre instáveis. Quando apresenta estabilidade, os movimentos periódicos estáveis do STTA correspondem às vibrações quase periódicas do sistema mecânico principal, representado por um oscilador linear.

Também em prévio trabalho, Felix e Balthazar (2009) realizaram o estudo das vibrações de um sistema não ideal com acoplamento do STTA, figura (9), verificando a eficiência do absorvedor na redução das amplitudes de vibração durante a ressonância do sistema principal. Concluiu-se também que dois pontos de equilíbrio do sistema dependem do ângulo que define a posição de equilíbrio estável do STTA.

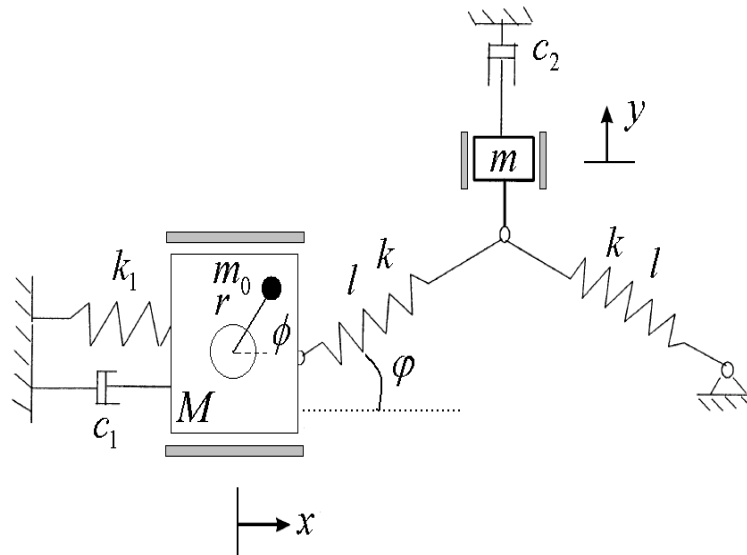


FIGURA 9 - Estrutura não ideal com STTA acoplado proposta por Felix e Balthazar (2009).

2.2 NON-LINEAR ENERGY SINK (NES)

Vários tipos de estrutura podem ser considerados como um NES, entretanto, uma forma específica será considerada no trabalho que segue. Citaremos aqui uma quantidade de trabalhos que utilizam esse tipo de absorvedor, de forma a passar uma breve ideia a respeito desse outro controlador.

Aqui, adota-se um sistema vibratório constituído de uma subestrutura linear com graus de liberdade (DOF) fracamente acoplada (da ordem de um pequeno parâmetro) a um suporte não linear (constituído de uma mola com rigidez cúbica em paralelo com um amortecedor do tipo viscoso que modela a dissipação de energia) que é denominado de fonte de energia (NES).

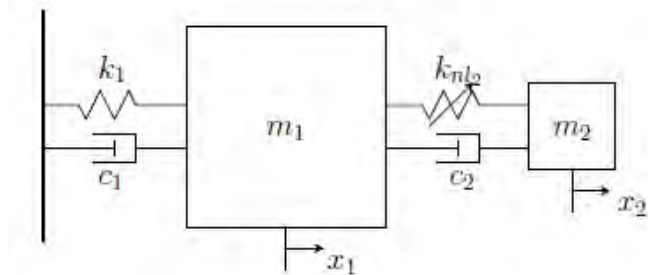


FIGURA 10 - Oscilador linear com NES acoplado.

Para esse tema, define-se também o termo “energy pumping”. O fenômeno de bombeamento de energia corresponde a uma canalização controlada de sentido único da energia vibracional para uma estrutura não linear passiva, onde se localiza e diminui ao longo do tempo, em razão da dissipação de amortecimento. Desta forma, o bombeamento de energia não linear pode ser usado em osciladores mecânicos acoplados, onde a não linearidade essencial do acessório permite a ele ressonar com qualquer um dos modos linearizados da subestrutura.

Entender tal conceito é fundamental para diferenciar esse tipo de absorvedor não linear em relação aos lineares, isto porque os absorvedores que não contêm essa não linearidade característica conseguem trabalhar numa faixa restrita de excitação do sistema principal.

Através do bombeamento de energia, vibrações de uma estrutura não linear (sujeita a uma excitação externa) podem ser atenuadas, graças a um fraco acoplamento a uma estrutura fortemente não linear. Projetando a estrutura não linear habilidosamente, é possível modificar levemente os dispositivos estruturais existentes e criar um modo de vibração não linear, que causa bombeamento de energia, em que a energia vibracional inicialmente localizada no oscilador linear é irreversivelmente transferida para o oscilador não linear.

Nesse caso, o interesse prático é o estudo das interações ressonantes existentes entre o considerado suporte não-linear e os modos de vibrar, tomadas individualmente, pois se podem constatar os fenômenos de captura e o fenômeno de Bombeamento de Energia (“Energy Pumping”), i.e, a energia externamente injetada no sistema linear é bombeada ao suporte não-linear de modo irreversível, funcionando como uma fonte de energia não-linear.

Alguns trabalhos sobre o assunto são mencionados a seguir, como: Malatkar e Nayfeh (2007) investigaram a eficácia do NES na atenuação de vibração de uma estrutura linear sob excitação harmônica; Jiang et al. (2003) estudaram teoricamente e experimentalmente a dinâmica do estado forçado de um sistema de osciladores acoplados composto por um subsistema linear com um NES ligado. Eles mostraram o bombeamento de energia no estado estacionário dentro do domínio da frequência, e que o NES é capaz de absorver a energia do subsistema linear ao longo de uma faixa de frequência ampla. Vakakis (2001) estudou a energia de bombeamento em um sistema de 2 - DOF, bem como em uma cadeia MDOF com um dispositivo não linear fracamente acoplado. Ele mostrou que, depois de algum transiente inicial, a resposta do dispositivo não linear se estabelece em um movimento dominado por uma frequência de 'fast' idêntica ao limite inferior da zona de propagação da cadeia linear. Em outros trabalhos recentes, como em Vakakis e Gendelman (2001), Dantas e Balthazar (2007) e (2008) tem sido demonstrado que os dispositivos essencialmente não lineares podem absorver, de forma passiva, a energia do subsistema linear carregado temporariamente, atuando em essência como NES.

Nas formulações dos modelos, visualizar-se-ão como esses absorvedores citados acima são acoplados ao sistema oscilador.

3 SISTEMAS DINÂMICOS

3 SISTEMAS DINÂMICOS

Neste capítulo apresentam-se alguns conceitos importantes para o estudo de um sistema dinâmico, os quais serão utilizados mais adiante na análise do problema aqui abordado. Como finalidade, pretende-se explicar como um sistema pode ser analisado quanto à sua estabilidade. Assim, alguns temas preliminares são abordados.

3.1 SISTEMAS DINÂMICOS NÃO IDEAIS

O interesse no estudo dos sistemas dinâmicos origina-se pelo desejo do homem em caracterizar e entender o funcionamento de diversos sistemas, sejam eles físicos, químicos, econômicos, etc. A busca por respostas sobre como as coisas funcionam e como elas estarão futuramente motiva até hoje grandes investigações.

Contudo, no ramo da engenharia, a maioria dos estudos sobre os sistemas dinâmicos não considerava a influência da estrutura vibrante sobre a fonte de excitação. Apesar dessa interferência da estrutura sob a excitação ser de grande importância, apenas recentemente os estudos têm se voltado para os efeitos que isso pode causar na dinâmica do sistema.

A inclusão, nos estudos, dessa interação e do fato da fonte de excitação ser de potência limitada enriqueceram as formulações, tornando-as mais realísticas. Assim, ao incluir essas características nos modelos, os sistemas se tornaram não ideais.

Os primeiros relatos dos efeitos sobre interação entre a fonte de excitação com potência limitada e a estrutura vibrante foram feitos por Sommerfeld (1904). Ele observou em seu experimento, formado por um motor elétrico acoplado a um suporte, que a velocidade do motor não aumentava como uma função suave à medida que mais energia era fornecida ao motor. Pelo contrário, notou que essa velocidade não dependia exclusivamente da energia inserida. Sommerfeld percebeu que dentro da região de ressonância a amplitude de movimento do sistema crescia rapidamente, assim como o gasto energético do motor ao fazer a estrutura vibrar. Após atingir a amplitude máxima, ao sair da ressonância, ele notou que o sistema diminuiu drasticamente a amplitude enquanto a velocidade do motor continuou a crescer, o que evidenciou um salto ao passar por essa região.

Por ter notado esse fenômeno, esse salto é chamado de Efeito Sommerfeld. Ele pode ser caracterizado por uma descontinuidade na curva de amplitude versus frequência, assim como por variações bruscas nas amplitudes desenvolvidas pela estrutura.

Os primeiros grandes estudos sobre sistemas não ideais foram publicados por Kononeko, em 1969, concluindo que as soluções obtidas por métodos aproximados descrevem o comportamento do sistema satisfatoriamente. Nayfeh e Mook (1979) utilizaram o método da média para apresentar uma solução analítica aproximada. Posteriormente, Balthazar et al (2003), apresentaram uma revisão completa de diferentes teorias sobre sistemas vibrantes não ideais. Em seguida, Dantas e Balthazar (2007) fizeram um estudo analítico-matemático sobre a existência e estabilidade de órbitas periódicas de um sistema não ideal.

Por sua notável importância, os sistemas não ideais estão sendo estudados de forma intensiva e uma grande quantidade de outros trabalhos pode ser encontrada na literatura recente.

Cabe mencionar que, ao considerarmos o sistema juntamente com uma fonte de energia limitada, este necessita de mais uma equação que descreve como a fonte de energia alimenta o sistema, o que adiciona mais um grau de liberdade ao trabalho. Uma parte dessa equação é relativa ao torque do motor, que determina o funcionamento deste em estado estacionário. Todos os motores têm uma curva característica estática, formada ao se considerar o torque para cada valor da velocidade angular quando em rotação constante. Sendo assim, os motores possuem uma família de curvas que representam a mesma relação de grandeza, porém cada uma corresponde a um valor de tensão aplicada ao motor. Portanto, cada valor da tensão aplicada nos terminais do motor produz uma correspondente curva característica.

Dois tipos de curva podem ser considerados ao se modelar um motor. O primeiro tipo é o exponencial, conhecido por permitir maior proximidade com a realidade. O outro tipo é o linear, o qual será utilizado neste trabalho e é bem mais comum nos problemas estudados sobre o tema. Desse modo, a tensão aplicada aos terminais do motor atuará como parâmetro de controle do problema. A figura (11) permite visualizar essa família de curvas mencionada para o modelo de torque linear, onde $(\dot{\phi})$ refere-se à velocidade angular do rotor e T_m é o torque aplicado pelo motor.

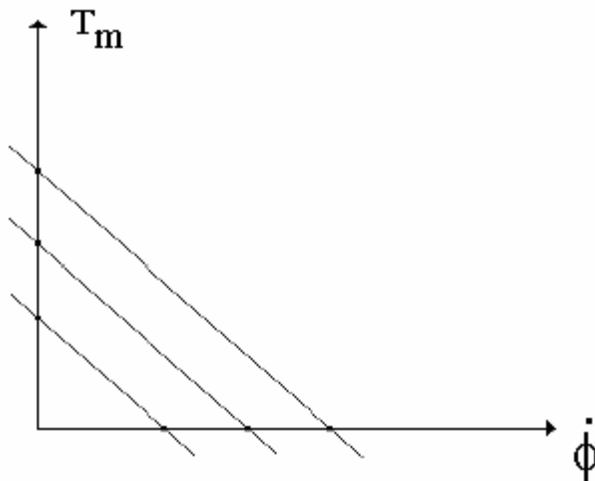


FIGURA 11 - Curvas características do motor de corrente contínua.

Parte muito importante do assunto discutido é o entendimento do fenômeno de passagem e captura pela ressonância. Para que se entenda o que acontece nesses casos devemos definir o que consiste o sistema dinâmico estar na região de ressonância.

A ressonância é definida por:

$$\frac{d\phi}{dt} - \omega_0 = O(\varepsilon)$$

onde ε é um pequeno parâmetro e ω_0 é a frequência natural do sistema dinâmico vibratório. Assim, quando a frequência ou velocidade do motor está muito próxima da frequência natural do sistema, o oscilador entra em ressonância.

Com esse conceito em mente, pode-se entender o que ocorre quando um motor começa a funcionar e sua velocidade cresce à medida que a tensão no motor é aumentada. Em determinado momento ele atinge a região de ressonância e, dependendo das características físicas do motor, ele pode passar por essa região ou permanecer nela, o que definiria a captura de ressonância.

3.2 EQUAÇÕES DIFERENCIAIS E SISTEMAS DINÂMICOS

Os sistemas dinâmicos podem ser representados comumente por um conjunto de equações diferenciais. O espaço de estados de um sistema pode ser determinado admitindo-se coordenadas (x_1, x_2, \dots, x_n) , tal que, $X = IR^n$. Essas equações relacionam os termos das velocidades \dot{x}_i através das coordenadas (x_1, x_2, \dots, x_n) , definindo como o sistema evolui.

$$\dot{x}_i = f_i(x_1, x_2, \dots, x_n), i = 1, 2, \dots, n$$

3.3 LINEARIZAÇÃO

É muito difícil, na maioria dos casos, obter as soluções analíticas de equações diferenciais não lineares; contudo, para determinadas condições, um sistema não linear pode ser aproximado para um sistema linear, quando em torno de um ponto de equilíbrio.

Seja o sistema de equações diferenciais não lineares de primeira ordem mostrado abaixo, que possui um ponto de equilíbrio $x^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$.

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \dot{x}_2 &= f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ &\vdots \\ \dot{x}_n &= f_n(x_1, x_2, \dots, x_n),\end{aligned}$$

(3.1)

As funções $f_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$, $i = 1, \dots, n$, em torno de x^* , podem ser aproximadas por equações lineares. Para isso, as funções são expandidas em série de Taylor, como segue,

$$\begin{aligned}\frac{dx_i}{dt} = f_i(x_1, \dots, x_n) &= f_i(x_1^*, \dots, x_n^*) + \frac{\partial f_i}{\partial x_1} \Big|_{x^*} (x - x_1^*) + \frac{\partial f_i}{\partial x_2} \Big|_{x^*} (x - x_2^*) + \dots + \frac{\partial f_i}{\partial x_n} \Big|_{x^*} (x - x_n^*) + \\ &\frac{\partial^2 f_i}{\partial x_1^2} \Big|_{x^*} (x - x_1^*)^2 + \frac{\partial^2 f_i}{\partial x_2^2} \Big|_{x^*} (x - x_2^*)^2 + \dots + \frac{\partial^2 f_i}{\partial x_n^2} \Big|_{x^*} (x - x_n^*)^2 + \dots,\end{aligned}$$

(3.2)

em que, olhando apenas a parte linear, podemos aproximar o sistema da seguinte forma matricial:

$$\frac{dx(t)}{dt} = Jx(t),$$

(3.3)

em que J é a matriz Jacobiana, sendo:

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, \quad J = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(x^*)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1(x^*)}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_1(x^*)}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2(x^*)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2(x^*)}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_2(x^*)}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n(x^*)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n(x^*)}{\partial x_2} & \cdots & \frac{\partial f_n(x^*)}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Portanto, as trajetórias na vizinhança de um ponto fixo do sistema dinâmico não linear são qualitativamente equivalentes àquelas na vizinhança do ponto fixo do sistema linearizado, permitindo, assim, o estudo da estabilidade do ponto de equilíbrio de um sistema não linear usando o sistema linear correspondente.

3.4 PONTO DE EQUILÍBRIO E ESTABILIDADE

A seção que se apresenta envolve o estudo de estabilidade de uma solução próxima a condições iniciais, segundo a definição de Lyapunov.

Existe uma grande quantidade de material que cita e explica os diversos conceitos e métodos sobre estabilidade, e para esse trabalho utilizam-se Boyce (2000) e Monteiro (2001).

Para casos em que uma solução analítica é muito difícil ou impossível de se determinar, os métodos de solução numérica são uma alternativa, pois essas soluções mostram uma pequena parte do comportamento e característica do sistema. Com isso, o estudo qualitativo do sistema se torna importante na descrição do mesmo, por permitir conhecer um comportamento em determinado caso sem que se obtenha uma solução para o problema. Sendo assim, é fundamental determinar a estabilidade de uma solução em torno de um ponto contido no espaço de fase.

Assim, considerando x^* o ponto de equilíbrio, ou ponto fixo, de um sistema dinâmico, este é determinado um ponto de equilíbrio assintoticamente estável se a trajetória $x(t)$ tende ao ponto x^* quando $(t) \rightarrow \infty$, após uma perturbação na condição inicial $x(0)$. Um ponto x^* que atrai todas as trajetórias contidas até uma distância (r) dele é dito localmente assintoticamente estável. Para o caso em que essa distância (r) é infinita, o ponto x^* é globalmente assintoticamente estável.

Se após uma perturbação na condição inicial $x(0)$, a trajetória $x(t)$ permanece dentro do limite de (r) , mas $x(t)$ não tende a x^* à medida que o tempo avança, então o esse ponto é dito neutralmente estável.

Também se define x^* como um ponto instável se, após alguma perturbação na condição inicial $x(0)$, $x(t)$ afasta-se do ponto x^* , passando a distância (r) em um tempo finito.

Considerando o sistema de equações diferenciais (3.3), pode-se obter o polinômio característico através de $\det(A - \lambda I) = 0$. Assim, quando todos os autovalores da matriz A tiverem a parte real diferente de zero, o ponto de equilíbrio x^* é chamado de hiperbólico. Quando pelo menos um autovalor tem a parte real nula, o ponto de equilíbrio é denominado de não hiperbólico.

Para o caso dos pontos de equilíbrio hiperbólicos, estes podem ser classificados como atratores, repulsores e selas, dependendo da estabilidade, como segue:

- O ponto de equilíbrio é chamado de atrator quando todos os autovalores têm a parte real negativa, sendo o equilíbrio assintoticamente estável.
 - O atrator é chamado de foco estável, se todos os autovalores são complexos.
 - O atrator é chamado de nó estável quando todos os autovalores são reais.
- O ponto de equilíbrio é chamado de repulsor ou fonte para o caso em que todos os autovalores têm a parte real positiva. Para autovalores complexos a fonte é conhecida como foco instável e, para todos os autovalores reais, a fonte é chamada de nó instável.
- O ponto de equilíbrio é chamado de sela quando alguns autovalores têm a parte real positiva e o restante tem a parte real negativa.

Os pontos de equilíbrio não hiperbólicos podem ser classificados, quanto à estabilidade, como:

- Se um ou mais autovalores tem parte real positiva ele é instável.
- Quando alguns autovalores têm a parte real negativa, enquanto os outros autovalores têm a parte real nula, o ponto de equilíbrio é chamado de marginalmente estável.
- O ponto de equilíbrio é chamado de centro se todos os autovalores são imaginários puros e não nulos.

O Teorema de Hartman-Grobman tem uma versão para modelos discretos, a qual assegura que, caso x^* seja um ponto fixo hiperbólico, o comportamento das soluções na sua vizinhança, assim como a estabilidade, é determinado pela linearização em torno do ponto de equilíbrio. Caso o ponto fixo seja não hiperbólico o critério de linearização não pode nos informar a estabilidade do ponto, sendo necessários outros métodos.

Sendo assim, o conjunto das possíveis órbitas nas vizinhanças de um ponto fixo hiperbólico é estruturalmente estável, uma vez que sua topologia não pode ser alterada por pequenas perturbações no modelo. Sob esse ponto de vista, nós, focos e pontos de sela são estruturalmente estáveis por subsistirem mesmo após pequenas perturbações. Por outro lado, um centro ou um nó degenerado são frágeis, pois qualquer perturbação pode mudar o tipo de estabilidade do ponto fixo.

4 O MODELO DINÂMICO ADOTADO

4 O MODELO DINÂMICO ADOTADO

O sistema dinâmico considerado consiste num oscilador não ideal (NIO) com “snap-through truss absorber” (STTA) anexado a ele. Esse modelo é o mesmo utilizado por Felix e Balthazar (2009). O sistema com excitação ideal também é apresentado a seguir visando o estudo do sistema para as duas diferentes formas de excitação.

4.1 MODELAGEM MATEMÁTICA DO SISTEMA NÃO IDEAL.

O sistema mecânico é formado por um bloco de massa M que oscila horizontalmente preso a uma mola e um amortecedor viscoso, ligados a uma estrutura fixa, cujos coeficientes são k_1 e c_1 , respectivamente. O absorvedor, que deve vibrar verticalmente, é adicionado ao oscilador, acoplando-se outro bloco, de massa m , ligado a duas molas com uma pequena inclinação entre elas e o eixo horizontal, sendo uma delas presa entre o oscilador e o absorvedor e a outra presa no absorvedor e numa estrutura fixa. As oscilações são provocadas por um motor DC que gira uma massa m_0 com potência limitada. A figura (12) permite visualizar o sistema descrito acima.

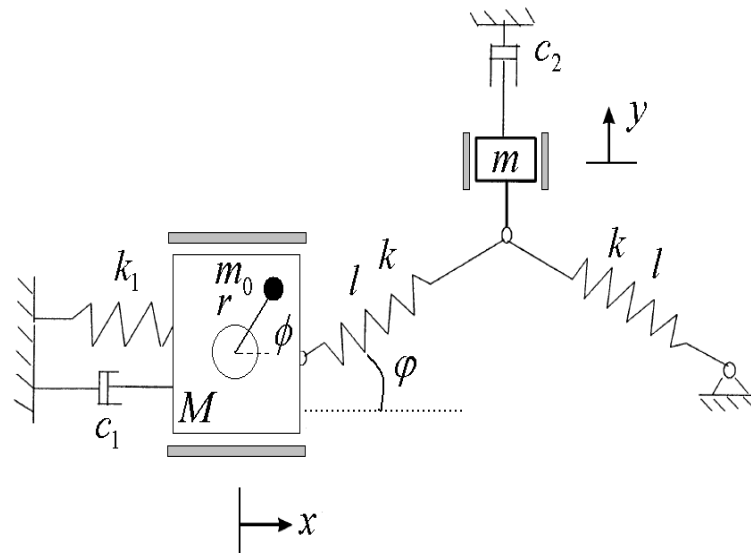


FIGURA 12 - Estrutura não ideal com acoplamento do STTA proposta por Felix e Balthazar (2009).

Os parâmetros físicos do sistema são mostrados na tabela (1) abaixo:

TABELA 1 – descrição dos parâmetros

(k, k_l)	Coeficiente de rigidez linear das molas.
(c_1, c_2)	Coeficientes de amortecimento do NIO e STTA.
(M, m_0, m)	Massa do oscilador, massa desbalanceada do motor e massa do absorvedor.
(x, y, ϕ)	Coordenadas generalizadas no NIO, STTA e do rotor.
(r)	Excentricidade do motor
(l, φ)	Comprimento das molas inclinadas e ângulo de inclinação sobre o eixo horizontal
(G, Γ)	Momento de inércia do rotor e torque do motor.

4.1.1 Equações governantes de movimento.

Para o estudo dos sistemas dinâmicos, inúmeras vezes é necessário que se utilizem modelos matemáticos, representados por equações diferenciais. Esses modelos visam facilitar o equacionamento sem perder, contudo, as características dinâmicas principais do sistema em estudo. A obtenção dessas equações pode ser feita considerando as energias do sistema e aplicando as equações de Lagrange. Sendo assim, temos:

Energia cinética:

$$T = \frac{1}{2} M \dot{x}^2 + \frac{1}{2} m \dot{y}^2 + \frac{1}{2} G \dot{\phi}^2 + \frac{1}{2} m_0 (\dot{x}^2 + r^2 \dot{\phi}^2 + 2rx\dot{\phi} \cos \phi) \quad (4.1)$$

Energia potencial:

$$V = \frac{1}{2} k_1 x^2 + 2 \left(\frac{1}{2} k (\sqrt{(y+l \sin \varphi)^2 + (x-l \cos \varphi)^2} - l)^2 \right) \quad (4.2)$$

Equação de Lagrange:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) + \frac{\partial L}{\partial q_i} = N_i \quad (4.3)$$

em que $L = T - V$ e $i = 1, 2, 3$.

Portanto, temos:

Para $i = 1$.

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} &= M\dot{x} + m_0\dot{x} + m_0r\dot{\phi} \cos \phi \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) &= (M + m_0)\ddot{x} - m_0r(\dot{\phi}^2 \sin \phi + \ddot{\phi} \cos \phi) \\ \frac{\partial L}{\partial x} &= -k_1x - 2k \left(x - l \cos \varphi + \frac{l(l \cos \varphi - x)}{\sqrt{(y + l \sin \varphi)^2 + (x - l \cos \varphi)^2}} \right) \\ N_1 &= -c_1\dot{x} \end{aligned} \quad (4.4)$$

Para $i = 2$. Nessa etapa é introduzido o parâmetro de controle do sistema (u_1) referente ao torque aplicado pelo motor.

$$\begin{aligned} \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} &= G\dot{\phi} + m_0r^2\dot{\phi} + m_0r\dot{x} \cos \phi \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} \right) &= (G + m_0r^2)\ddot{\phi} - m_0r(\ddot{x} \cos \phi - \dot{x}\dot{\phi} \sin \phi) \\ \frac{\partial L}{\partial x} &= -m_0r\dot{x}\dot{\phi} \sin \phi \\ N_2 &= \Gamma(\dot{\phi}) = u_1 - u_2\dot{\phi} \end{aligned} \quad (4.5)$$

Note que nessa etapa é introduzido o parâmetro de controle (u_1) em N_2 .

Para $i = 3$.

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{y}} = m\dot{y}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{y}} \right) = m\ddot{y}$$

$$\frac{\partial L}{\partial y} = -2k \left(y + l \sin \varphi + \frac{l(l \sin \varphi + y)}{\sqrt{(y + l \sin \varphi)^2 + (x - l \cos \varphi)^2}} \right)$$

(4.6)

Utilizando as equações 4.4 a 4.6, encontramos as equações do movimento do sistema.

$$(M + m_0)\ddot{x} + c_1\dot{x} + k_1x + 2k \left(x - l \cos \varphi + \frac{l(l \cos \varphi - x)}{\sqrt{(y + l \sin \varphi)^2 + (x - l \cos \varphi)^2}} \right) = m_0r(\dot{\phi}^2 \sin \phi + \ddot{\phi} \cos \phi)$$

$$(G + m_0r^2)\ddot{\phi} = u_1 - u_2\dot{\phi} - m_0r\ddot{x} \cos \phi$$

$$m\ddot{y} + c_2\dot{y} + 2k \left(y + l \sin \varphi + \frac{l(l \sin \varphi + y)}{\sqrt{(y + l \sin \varphi)^2 + (x - l \cos \varphi)^2}} \right) = 0$$

(4.7)

Nesse conjunto, a primeira equação refere-se ao oscilador com acoplamento do absorvedor STTA e sob ação da força do motor elétrico. A segunda equação corresponde ao motor que excita o sistema, mas sofre influência da estrutura do oscilador. O termo (u_1) é o parâmetro de controle adotado, o qual corresponde à tensão aplicada aos terminais do motor. Portanto, o absorvedor fica representado pela terceira equação do conjunto.

4.1.2 Adimensionalização do sistema

Introduzindo as relações $\tau = \omega_n t$, $v = \frac{y}{l}$ e $u = \frac{x}{l}$, obtém-se as equações de movimento na forma adimensional:

$$u'' + u + 2\gamma(u - c)K(u, v) = \eta_1(\phi'^2 \sin \phi - \phi'' \cos \phi) - \alpha_1 u'$$

$$\begin{aligned}\phi'' &= a - b\phi' - \eta_2 u'' \cos \phi \\ v'' + 2\mu\gamma(s+v)K(u,v) &= -\alpha_2 v'\end{aligned}\tag{4.8}$$

$$\text{onde } K(u,v) = 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + 2(vs - uc) + u^2 + v^2}}$$

É importante notar agora que no sistema adimensional o parâmetro de controle passa a ser chamado de (a) e assim será referido durante todo o texto a seguir.

Foram considerados os seguintes parâmetros adimensionais:

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= \frac{c_1}{m_1 \omega_n} & \alpha_2 &= \frac{c_2}{m \omega_n} & a &= \frac{u_1}{I \omega_n^2} & \mu &= \frac{m_1}{m} \\ \eta_1 &= \frac{m_0 r}{m_1 l} & \eta_2 &= \frac{m_0 r l}{I} & b &= \frac{u_2}{I \omega_n^2} & c &= \cos \varphi \\ \gamma &= \frac{k}{k_1} & \omega_n &= \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} & \Gamma(\phi') &= a - b\phi' & s &= \sin \varphi \\ m_1 &= m_0 + M\end{aligned}\tag{4.9}$$

4.1.3 O caso particular do oscilador ideal

Um sistema com oscilador ideal será introduzido nesta subseção, pois os primeiros resultados a serem apresentados nesse trabalho consideram este tipo de sistema. Portanto, para o caso em que a fonte de excitação é ideal, com potência ilimitada, obtemos o sistema dinâmico a seguir:

$$\begin{aligned}M\ddot{x} + c_1\dot{x} + k_1x + 2k \left(x - l \cos \varphi + \frac{l(l \cos \varphi - x)}{\sqrt{(y + l \sin \varphi)^2 + (x - l \cos \varphi)^2}} \right) &= F \cos(\omega t) \\ v'' + 2\mu\gamma(s+v)K(u,v) &= -\alpha_2 v'\end{aligned}\tag{4.10}$$

Nesse sistema, como não é necessário uma equação para descrever a fonte de excitação, um grau de liberdade a menos é necessário.

Agora, introduzindo as relações $\tau = \omega_n t$, $v = \frac{y}{l}$ e $u = \frac{x}{l}$, obtêm-se as equações de movimento na forma adimensional:

$$\begin{aligned} u'' + u + 2\gamma(u - c)K(u, v) &= f \cos(\omega t) - \alpha_1 u' \\ v'' + 2\gamma\mu(s + v)K(u, v) &= -\alpha_2 v' \end{aligned} \quad (4.11)$$

em que os parâmetros adimensionais são:

$$\begin{aligned} \omega_n &= \sqrt{\frac{k_1}{M}} & u &= \frac{x}{l} & v &= \frac{y}{l} & w &= \frac{\Omega}{\omega_n} & \alpha_1 &= \frac{c_1}{M\omega_n} & \alpha_2 &= \frac{c_2}{m\omega_n} & \gamma &= \frac{k}{k_1} & \mu &= \frac{M}{m} & f &= \frac{F}{k_1 l} \\ c &= \cos \varphi & s &= \sin \varphi & \tau &= \omega_n t \end{aligned} \quad (4.12)$$

4.2 PONTOS DE EQUILÍBRIO E ESTABILIDADE DO SISTEMA DINÂMICO

Nesta seção obtêm-se os pontos de equilíbrio do sistema de equações (4.8), reescrevendo-o como um conjunto de seis equações de primeira ordem. Para isso, introduzimos a mudança de variável como segue:

$$x_1 = u, \quad x_2 = u', \quad x_3 = v, \quad x_4 = v', \quad x_5 = \phi, \quad x_6 = \phi' \quad (4.13)$$

Assim reescrevem-se as equações de movimento como:

$$\begin{aligned} x_1' &= x_2 \\ x_2' &= \frac{1}{\Delta} [-x_1 - 2\gamma(x_1 - c)K(x_1, x_3) + q_1 x_6^2 \sin x_5 - \alpha_1 x_2 - q_1 (a - b x_6) \cos x_5] \\ x_3' &= x_4 \\ x_4' &= -2\mu\gamma(s + x_3)K(x_1, x_3) - \alpha_2 x_4 \\ x_5' &= x_6 \end{aligned} \quad (4.14)$$

$$x_6' = \frac{1}{\Delta} \{ (a - b x_6) - q_2 [-x_1 - 2\gamma(x_1 - c)K(x_1, x_3) + q_1 x_6^2 \sin x_5 - \alpha_1 x_2] \cos x_5 \}$$

$$\Delta = 1 - q_1 q_2 \cos^2 x_5 \neq 0 \quad (4.15)$$

$$K(x_1, x_3) = 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + 2(x_3 s - x_1 c) + x_1^2 + x_3^2}} \quad (4.16)$$

No sistema (4.14) faz-se $x'_1 = x'_2 = x'_3 = x'_4 = x'_5 = x'_6 = 0$ para encontrar os pontos de equilíbrio, obtendo:

$$x_1 + 2\gamma(x_1 - c)K(x_1, x_3) + q_1 a \cos x_5 = 0 \quad (4.17)$$

$$(s + x_3)K(x_1, x_3) = 0 \quad (4.18)$$

$$a + q_2[x_1 + 2\gamma(x_1 - c)K(x_1, x_3)]\cos x_5 = 0 \quad (4.19)$$

Se $\Delta \neq 0$, é considerado que $a = 0$. Também, assume-se que $x_5 = 0$ e obtém-se que $x_2 = 0$, $x_4 = 0$, $x_6 = 0$. Portanto, as equações (4.17) e (4.19) se tornam similares e os pontos de equilíbrio resultam do sistema de (4.17) e (4.18) nos seguintes casos:

- a) Se $x_1 = 0$, $K(x_1, x_3) = 0$: $2x_3 s + x_3^2 = 0$
Primeiro ponto de equilíbrio: $\mathbf{X}_{01} \rightarrow x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 0, x_4 = 0, x_5 = 0, x_6 = 0$;
Segundo ponto de equilíbrio: $\mathbf{X}_{02} \rightarrow x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = -2s, x_4 = 0, x_5 = 0, x_6 = 0$;
- b) Se $x_3 = -s$ in (10): $-s + 2\gamma(-s - c)K(-s, x_3) = 0$
Terceiro ponto de equilíbrio: $\mathbf{X}_{03} \rightarrow x_1 = \frac{2\gamma(c-1)}{1+2\gamma}, x_2 = 0, x_3 = -s, x_4 = 0, x_5 = 0, x_6 = 0$;
Quarto ponto de equilíbrio: $\mathbf{X}_{04} \rightarrow x_1 = \frac{2\gamma(c+1)}{1+2\gamma}, x_2 = 0, x_3 = -s, x_4 = 0, x_5 = 0, x_6 = 0$;
- (4.20)

Uma representação do sistema da figura (12), configurado em função de x_1 e x_3 , é mostrada para cada ponto de equilíbrio na figura (13). Consideram-se apenas essas duas variáveis, pois todas as outras são nulas na condição de equilíbrio.

A figura (13) mostra os pontos de equilíbrio \mathbf{X}_{01} , \mathbf{X}_{02} e \mathbf{X}_{04} . O ponto \mathbf{X}_{03} não é considerado por se tratar de uma condição em que não ocorre o “snap through truss”. A existência dessa condição é necessária para que a montagem em treliça com o bloco (m) possa atuar como absorvedor de vibração.

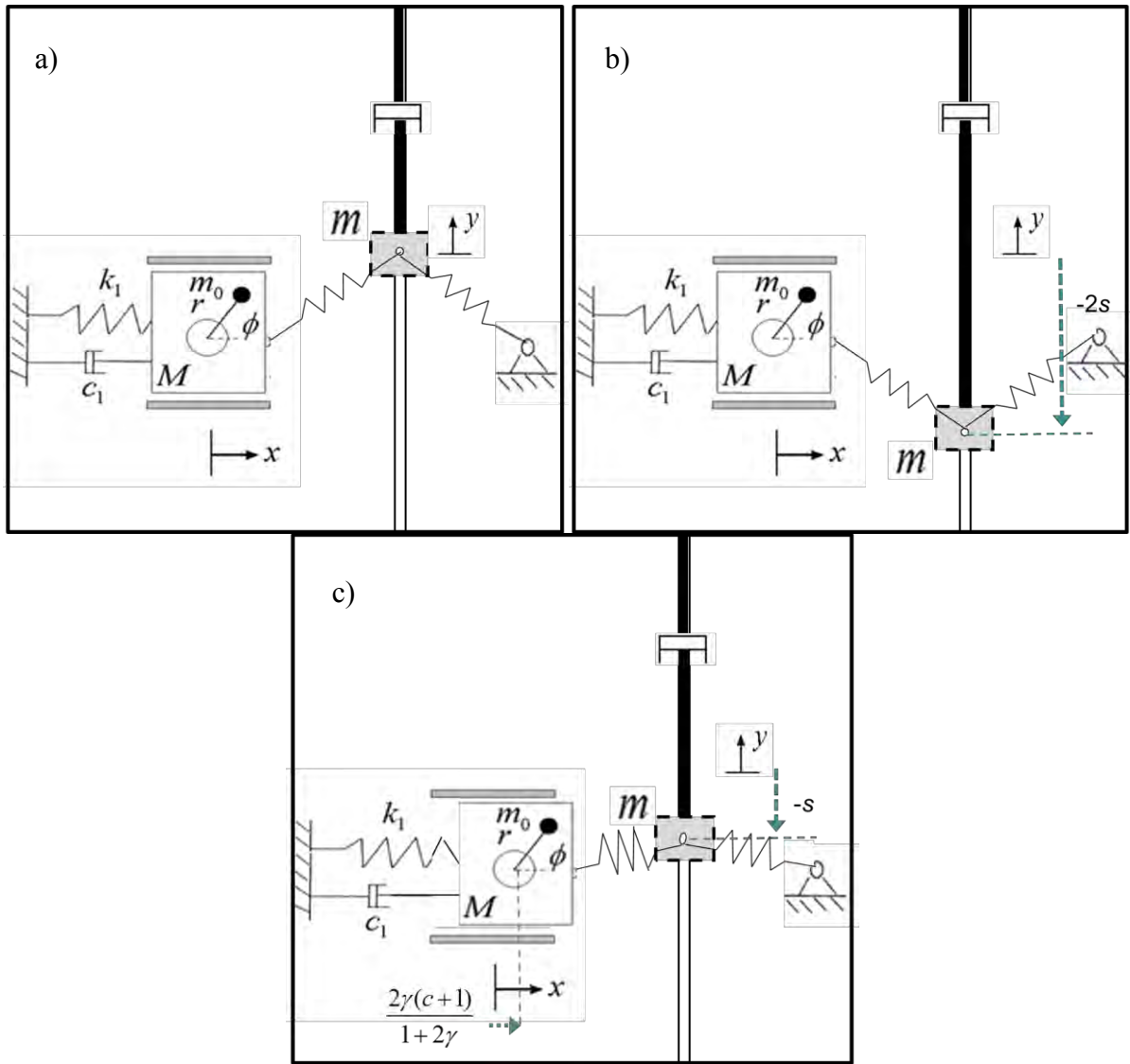


FIGURA 13 - Representação dos pontos de equilíbrio. a) Ponto \mathbf{X}_{01} . b) Ponto \mathbf{X}_{02} . c) Ponto \mathbf{X}_{04} .

A estabilidade do sistema na vizinhança dos pontos de equilíbrio pode ser checada usando a matriz Jacobiana (J) do mesmo:

$$J = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ J_{21} & J_{22} & J_{23} & 0 & J_{25} & J_{26} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ J_{41} & 0 & J_{43} & -\alpha_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ J_{61} & J_{62} & J_{63} & 0 & J_{65} & J_{66} \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

em que:

$$J_{21} = \frac{1}{\Delta} (-1 - 2\gamma K - 2\gamma(x_1 - c)(-c + x_1)(1 + 2(x_3 s - x_1 c) + x_1^2 + x_3^2)^{-3/2})$$

$$\begin{aligned}
J_{22} &= -\frac{\alpha_1}{\Delta} \\
J_{23} &= \frac{-\gamma(x_1 - c)(2s + 2x_3)}{(1 + 2(x_3s - x_1c) + x_1^2 + x_3^2)^{-3/2}} \\
J_{25} &= (q_1x_6^2 \cos x_5 + q_1(a - bx_6) \sin x_5)\Delta^{-1} - (g - q_1(a - bx_6) \cos x_5)(q_1q_2 \sin 2x_5)\Delta^{-2} \\
J_{26} &= \frac{1}{\Delta}(2q_1x_6 \sin x_5 + q_1b \cos x_5) \\
J_{41} &= \frac{-2\mu\gamma(s + x_3)(-c + x_1)}{(1 + 2(x_3s - x_1c) + x_1^2 + x_3^2)^{3/2}} \\
J_{43} &= -2\mu\gamma K - \frac{2\mu\gamma(s + x_3)(s + x_3)}{(1 + 2(x_3s - x_1c) + x_1^2 + x_3^2)^{3/2}} \\
J_{61} &= \frac{1}{\Delta}(-q_2 \cos x_5(-1 - 2\gamma K - 2\gamma(x_1 - c)(-c + x_1)(1 + 2(x_3s - x_1c) + x_1^2 + x_3^2)^{-3/2})) \\
J_{62} &= \frac{\alpha_1q_2 \cos x_5}{\Delta} \\
J_{63} &= \frac{1}{\Delta}(-q_2 \cos x_5(-2\gamma(x_1 - c)(s + x_3)(1 + 2(x_3s - x_1c) + x_1^2 + x_3^2)^{-3/2})) \\
J_{65} &= (gq_2 \sin x_5 - q_1q_2x_6^2 \cos^2 x_5)\Delta^{-1} - (a - bx_6 - fq_2 \cos x_5)q_1q_2 \sin 2x_5\Delta^{-2} \\
J_{66} &= \frac{1}{\Delta}(-b - q_1q_2x_6 \sin 2x_5)
\end{aligned} \tag{4.22}$$

e temos:

$$g = -x_1 - 2\gamma(x_1 - c)K + q_1x_6^2 \sin x_5 - \alpha_1x_2$$

Agora, avaliando os autovalores em cada ponto de equilíbrio, os pontos estáveis podem ser encontrados sabendo que os correspondentes autovalores devem ter parte real negativa para garantir a estabilidade. Com isso, no próximo capítulo, ao considerar os valores numéricos dos parâmetros do sistema, será possível determinar quais os pontos estáveis desse sistema.

5 RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

5 RESULTADOS DAS SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

No presente capítulo são apresentados os resultados das simulações numéricas para os modelos apresentados no capítulo 4.

Na seção 5.1 é considerado o sistema ideal, mostrado em (4.11), que recebe um impulso como condição inicial. Para esse sistema o absorvedor é acoplado e as amplitudes de movimento observadas no caso em que não se tem o STTA e quando há o STTA acoplado.

Na seção 5.2, ainda sobre o sistema ideal, aplica-se uma força harmônica sobre o oscilador, com frequência (w) muito próxima à frequência natural do sistema, condição 1:1. Duas diferentes posições do oscilador são aplicadas como condição inicial, fornecendo dois conjuntos de resultados.

Esse breve estudo com oscilador ideal mostrado nas seções 5.1 e 5.2 visa auxiliar o entendimento acerca das principais diferenças entre o sistema ideal e o não ideal. Além disso, verificar como o STTA atua sobre oscilador no caso ideal pode ajudar na sua utilização no caso não ideal.

A seção 5.3 mostra os resultados do sistema não ideal (4.8) e comparam-se os resultados do NIO sem acoplamento em relação ao NIO com acoplamento do STTA. Como mencionado anteriormente, o principal fenômeno em sistemas não ideais é o efeito Sommerfeld. Por representar alto gasto de energia e grandes amplitudes, nos resultados dessa seção espera-se mostrar que o absorvedor pode reduzir significativamente esse efeito indesejado. Para isso, essa comparação é feita utilizando-se os valores do parâmetro de controle (a) nos quais o NIO passa pela ressonância 1:1 quando não há acoplamento.

Por último, uma segunda análise é efetuada sob um outro ponto de vista. Consideram-se também os sistemas com e sem acoplamento, porém o estudo da atenuação das vibrações é feito comparando-se a passagem pela ressonância de cada um dos sistemas. Ou seja, como a inclusão do absorvedor altera as características dinâmicas do oscilador não ideal, visa-se avaliar se, quando o sistema com absorvedor passa pela ressonância, as máximas amplitudes nessa região são menores comparadas às máximas amplitudes do oscilador sem o STTA. Sendo assim, diferentes valores do parâmetro de controle (a) podem ser utilizados.

A tabela (2) ilustra qual sistema foi utilizado em cada uma das seções do capítulo 5.

TABELA 2 – Quadro descritivo das seções do capítulo 5.

Seção	Descrição	Modelo
5.1	O oscilador não sofre ação de uma força de excitação. Aplica-se apenas um impulso (velocidade inicial $\neq 0$).	
5.2	Sistema ideal: Uma força harmônica ($F \cdot \cos(\omega t)$) age sobre o sistema principal. Ressonância 1:1	
5.3 e 5.4	Sistema não ideal: o motor e o oscilador interagem entre si. Passagem pela ressonância 1:1	

5.1 STTA ACOPLADO AO OSCILADOR IDEAL LIVRE COM IMPULSO

Neste caso, estuda-se o sistema ideal mostrado na equação (4.11). Considera-se o oscilador apenas como um bloco que recebe um pequeno impulso e oscila em torno dos pontos de equilíbrio. A fim de verificar os efeitos que os pontos de equilíbrio podem ter sobre o sistema, são utilizadas duas condições iniciais. Os valores dos parâmetros adotados estão contidos na tabela (3). As condições iniciais são: $u(0) = v(0) = v'(0) = 0$ e $u'' \neq 0$. O impulso na figura (14) é dado por $u''(0) = 0.1$ e na figura (15) por $u''(0) = 0.8$.

TABELA 3 – Valores dos parâmetros do sistema de oscilação livre.

Parâmetros	Símbolo	Valores
Amplitude da força	f	0
Coefficientes de amortecimento	α_1, α_2	0.01, 0.03
Coefficiente de rigidez	γ	0.35
Coefficiente de massa	μ	100
Ângulo	φ	0.405

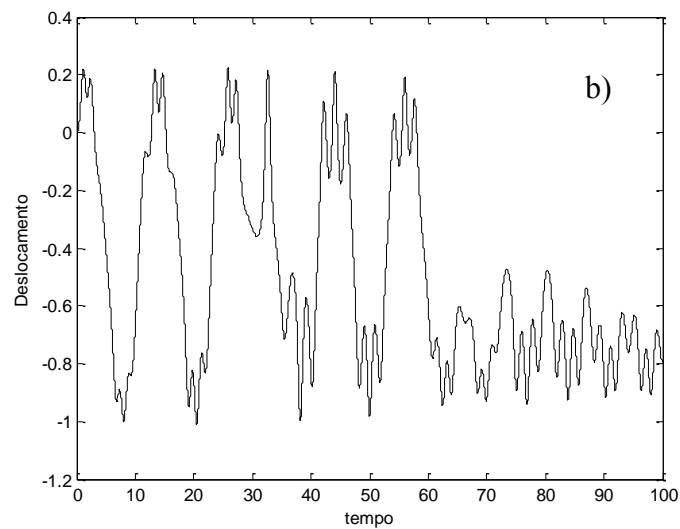
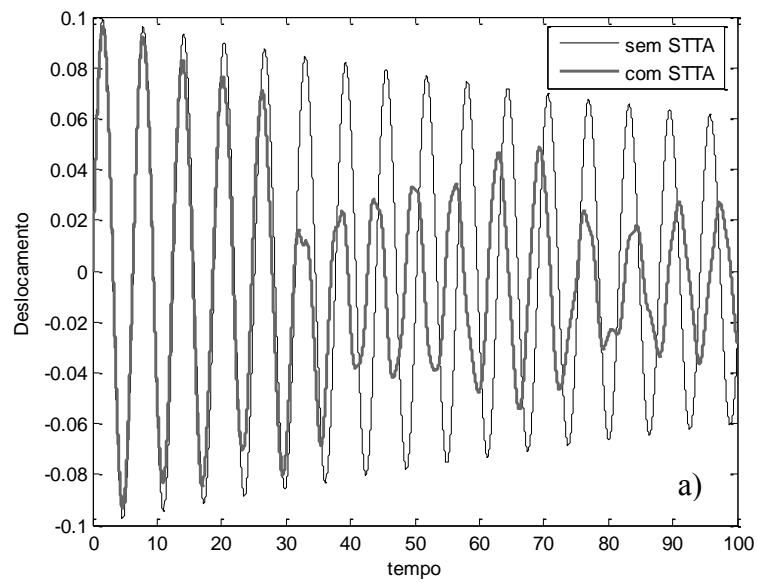


FIGURA 14 - Deslocamentos quando $u''(0) = 0.1$: a) Oscilador livre; b) STTA.

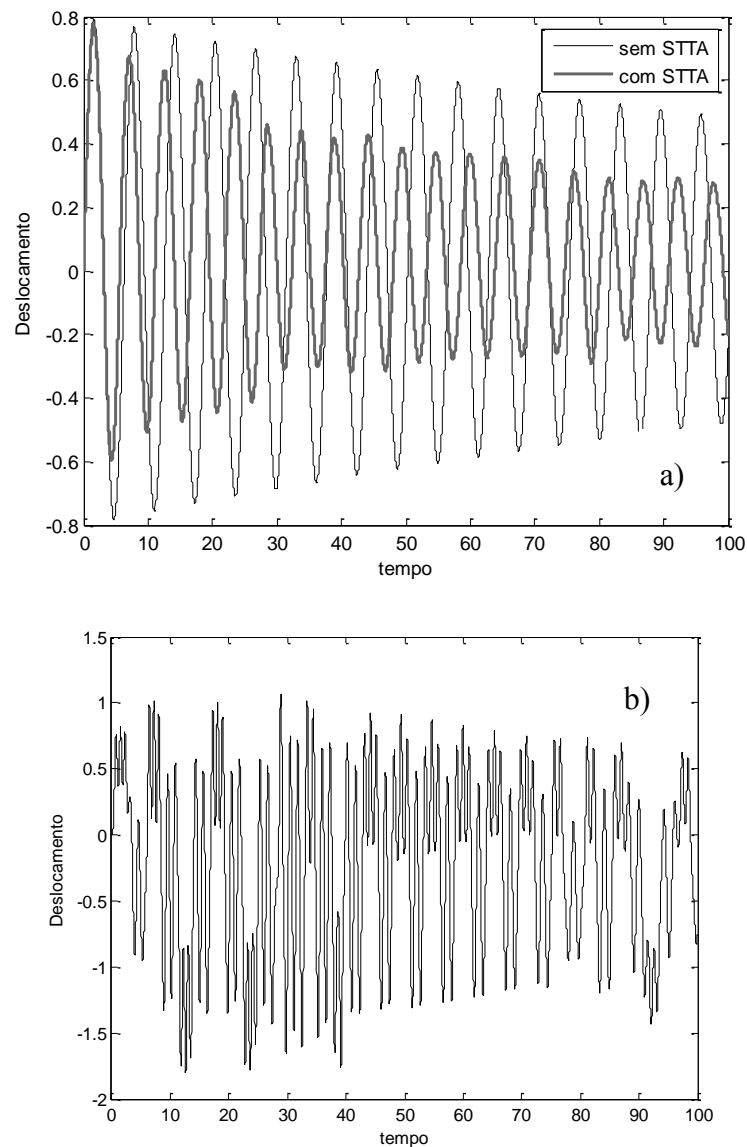


FIGURA 15 - Deslocamentos quando $u^{*}(0) = 0.8$: a) Oscilador livre; b) STTA.

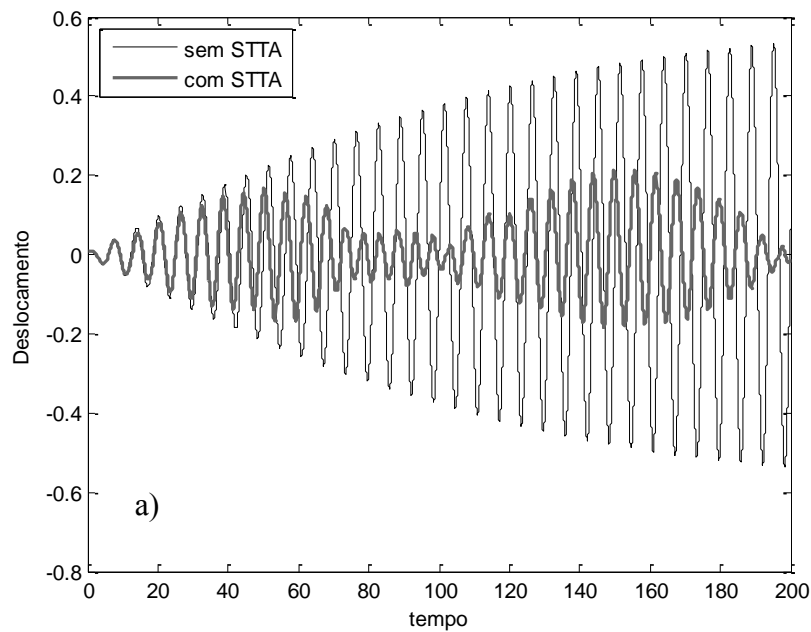
Nas figuras (14) e (15) é possível verificar a redução das amplitudes de vibração do oscilador ideal quando este tem o STTA acoplado. Também nota-se que, para distintas condições iniciais, o comportamento do STTA é muito diferente. Por apresentar diferentes comportamentos em torno dos seus pontos de equilíbrio, o STTA pode realizar a absorção de vibração de forma mais eficiente em alguns casos. Quando o impulso foi menor, figura (14), o STTA oscilou em torno de dois pontos estáveis e logo se restringiu a vibrar em torno da posição $x_3 = -0.8$, um ponto de equilíbrio estável. No entanto, para um impulso maior, figura (14), ele continua oscilando em torno dos pontos de equilíbrio.

5.2 STTA ACOPLADO AO OSCILADOR IDEAL FORÇADO (IO)

Nesta situação, é levado em conta o sistema ideal, equação (4.10). Vale lembrar que nesse sistema o motor tem potência ilimitada e a frequência não varia. Os valores dos parâmetros empregados são mostrados na tabela (4). As condições iniciais tomadas são: $u'(0) = v(0) = v'(0) = 0$. Na figura (16) temos $u(0) = 0.01$ e na figura (17), $u(0) = 0.8$.

TABELA 4 – Valores dos parâmetros do sistema com oscilador forçado.

Parâmetros	Símbolo	Valores
Amplitude da força	f	0.01
frequência	w	1.01
Coefficientes de amortecimento	α_1, α_2	0.01, 0.03
Coefficiente de rigidez	γ	0.35
Coefficiente de massa	μ	100
Ângulo	φ	0.405



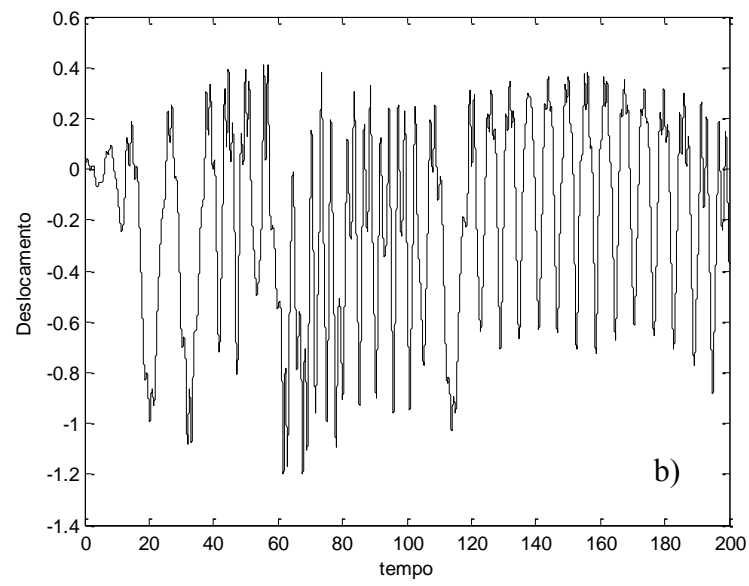


FIGURA 16 - Deslocamentos quando $u(0) = 0.01$: a) Oscilador ideal; b) STTA.

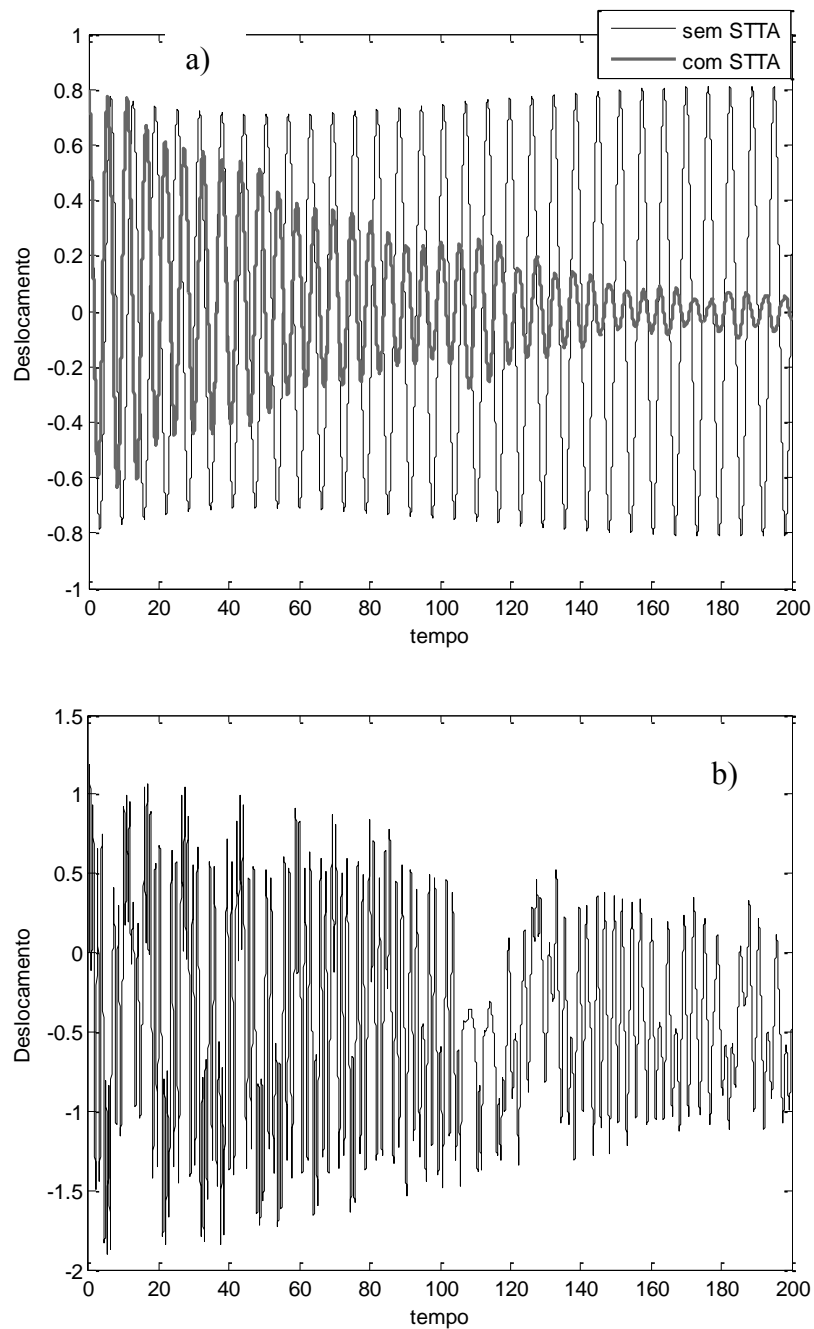


FIGURA 17 - Deslocamentos quando $u(0) = 0.8$: a) Oscilador ideal; b) STTA.

Ambas as situações evidenciam a redução das amplitudes de vibração quando o IO tem o STTA acoplado em diferentes condições iniciais. Já as figuras (16b) e (17b) referem-se ao movimento do STTA, em que se vê que o absorvedor atua no sistema de forma sincronizada, reduzindo as vibrações do IO.

5.3 STTA ACOPLADO AO OSCILADOR NÃO IDEAL (NIO)

Antes de iniciar com os resultados do sistema ideal, exibem-se os autovalores obtidos para o sistema que utiliza os parâmetros da tabela (5). Como foi dito anteriormente no capítulo (3), a determinação dos autovalores permite escolher em torno de qual ponto de equilíbrio deve-se fazer a simulação numérica.

TABELA 5 – Valores dos parâmetros do sistema não ideal (Felix e Balthazar, 2009)

Parâmetros	Símbolo	Valores
Coefficientes de interação	η_1, η_2	0.05, 0.35
Coefficientes de amortecimento	α_1, α_2	0.01, 0.03
Coefficiente de rigidez	γ	0.35
Coefficiente de massa	μ	100
Ângulo	φ	0.405

Sendo assim, considera-se a tabela (6) de autovalores para os pontos de equilíbrio em (4.19), como segue:

TABELA 6 – autovalores do sistema não ideal para cada condição inicial.

	X_{01}	X_{02}	X_{03}	X_{04}
Ponto de equilíbrio/autovalores	-0.01514+3.47998i	-0.015144+3.44972i	-0.010801+1.308701i	-0.012714+1.74072i
	-0.01514-3.47998i	-0.015144-3.44972i	-0.010801-1.308701i	-0.012714-1.74072i
	-1.521155+0.i	-1.52129+0.i	-1.515295+0i	-1.51147-2.77464.e-16i
	-0.77276e-2+0.60664i	-0.76595e-2+0.58561i	-4.541977e-17+0i	1.02355.e-16-7.77414.e-18i
	-0.77276e-2-0.60664i	-0.76595e-2-0.58561i	-0.015000+0.394078i	-3.26655+23.85364i
	-7.20133.e-17+0.i	-5.41482.e-17+0.i	-0.015000+0.394078i	3.23655-23.85364i

Conforme os critérios de classificação apresentados no capítulo (3) sobre estabilidade e de acordo com os pontos de equilíbrio que constam no capítulo (4), tais pontos podem ser classificados como:

$$X_{01} = (0, 0, 0, 0, 0, 0) \rightarrow \text{é um atrator, assintoticamente estável.}$$

$$X_{02} = (0, 0, -2s, 0, 0, 0) \rightarrow \text{é um atrator, assintoticamente estável.}$$

$$X_{03} = \left(\frac{2\gamma(c-1)}{1+2\gamma}, 0, -s, 0, 0, 0 \right) \rightarrow \text{é um atrator, assintoticamente estável.}$$

$$X_{04} = \left(\frac{2\gamma(c+1)}{1+2\gamma}, 0, -s, 0, 0, 0 \right) \rightarrow \text{sela, instável.}$$

Como os ensaios numéricos devem ser realizados em torno dos pontos de equilíbrio, o ponto a ser considerado como condição inicial será o ponto X_{01} , pois o absorvedor deve oscilar em torno de um ponto estável, que será um sumidouro de energia e fará com que o mesmo possa dissipar a energia recebida do NIO.

Agora, o estudo do sistema (4.13) que considera o oscilador não ideal (NIO) é realizado. Inicialmente determina-se, através da figura (18), para quais valores do parâmetro de controle (a) e da velocidade angular (frequência) ocorre o fenômeno do salto quando o NIO está sem o STTA (ponto preto). Esses valores são obtidos para que a comparação entre o sistema com e sem absorvedor possa ser realizada, já que o interesse principal consiste em atenuar o efeito do salto.

A figura (18a) exibe a máxima amplitude, desenvolvida pelo NIO, correspondente ao valor médio da velocidade angular do motor (ϕ''). Já a figura (18b) mostra a máxima amplitude para cada valor do parâmetro de controle (a). O valor $\Delta a = 0.01$ refere-se ao passo dado com o parâmetro (a) nas simulações numéricas.

Portanto, a partir da figura (18) vemos que a máxima amplitude e o salto da frequência do NIO sem acoplamento ocorrem quando (a) está próximo de 1.8 e (ϕ'') de 1.0.

Comparando as duas curvas na figura (18a) nota-se que para a mesma velocidade angular o sistema que não contém o absorvedor atinge a condição do salto, enquanto o sistema que possui o STTA ainda não chegou a essa situação, mostrando amplitudes menores em relação à mesma faixa de frequência.

Já que o parâmetro de controle está relacionado à tensão aplicada ao motor e portanto relaciona-se com a energia fornecida ao sistema, a figura (18b) mostra que para o mesmo valor de (a) próximo a 1.8 (região de ressonância) o sistema com o STTA tem amplitude muito menor em relação ao sistema sem o absorvedor. Esse fato indica que mesmo recebendo a mesma quantidade de energia, o NIO transfere parte dessa energia ao absorvedor de forma que suas amplitudes se tornam menores.

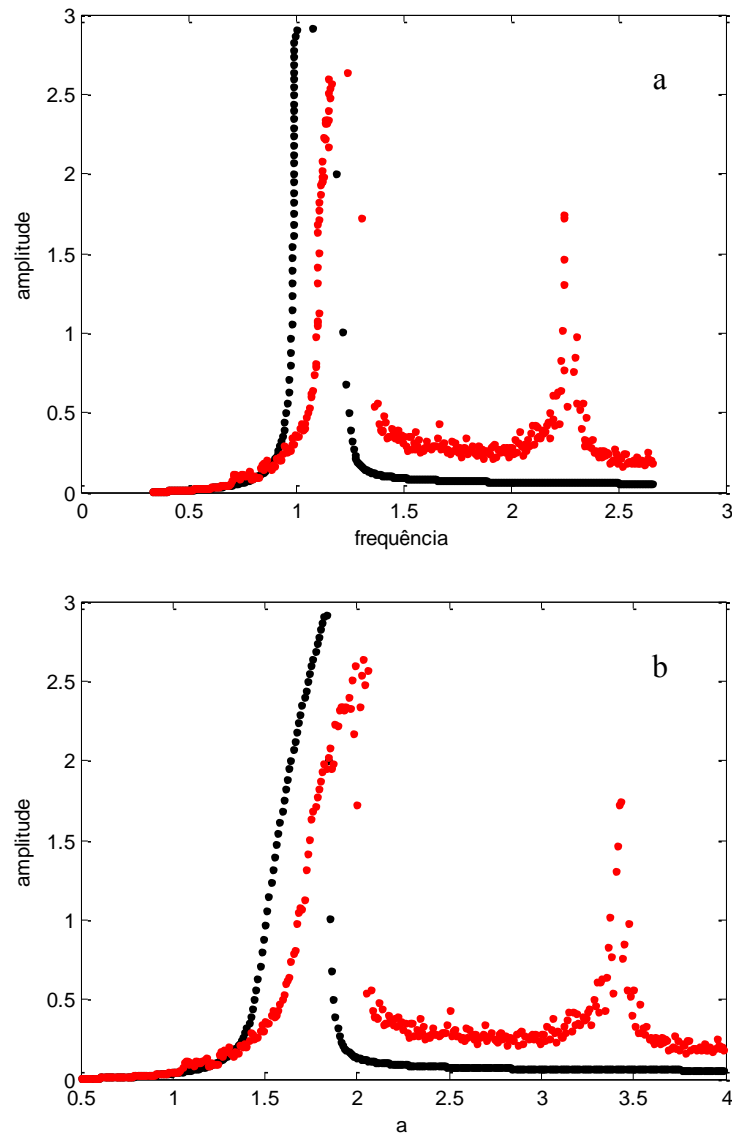


FIGURA 18 - Efeito Sommerfeld com $0 \leq a \leq 3.5$ e $\Delta a = 0.01$. NIO acoplado ao STTA: $\gamma = 0.35$ (vermelho). NIO sem acoplamento (preto). a) máxima amplitude x frequência média. b) máxima amplitude x parâmetro de controle (a).

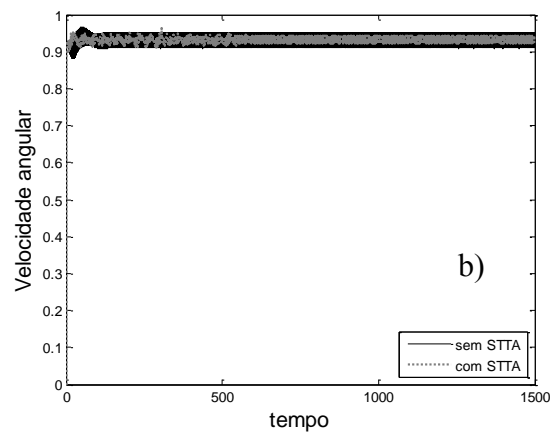
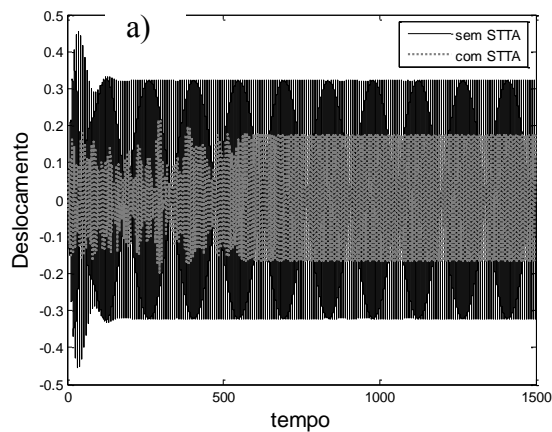
Através da tabela (7), que considera as máximas amplitudes de movimento da figura (18), pode-se mensurar o efeito que a adição do STTA provoca no sistema principal.

TABELA 7 - Quadro comparativo das máximas amplitudes com STTA.

Parâmetro de controle (a)	Máximas amplitudes do NIO		
	Sem STTA	Com STTA	Efeito
1.4	0.32	0.26	- 19%
1.8	2.81	1.87	- 33%
2.2	0.10	0.28	+ 64%

Após determinar onde ocorre o salto, os comportamentos do NIO com e sem o STTA são analisados. Para verificar a reação do NIO na passagem pela ressonância observa-se o deslocamento e a velocidade angular do motor.

O deslocamento do NIO, a velocidade angular do motor e o deslocamento do STTA são mostrados a seguir em três situações: ($a = 1.4$) antes da ressonância (figura 19), ($a = 1.8$) na região de ressonância (figura 20) e ($a = 2.2$) depois da ressonância (figura 21). Os valores usados continuam os mesmo da tabela (5).



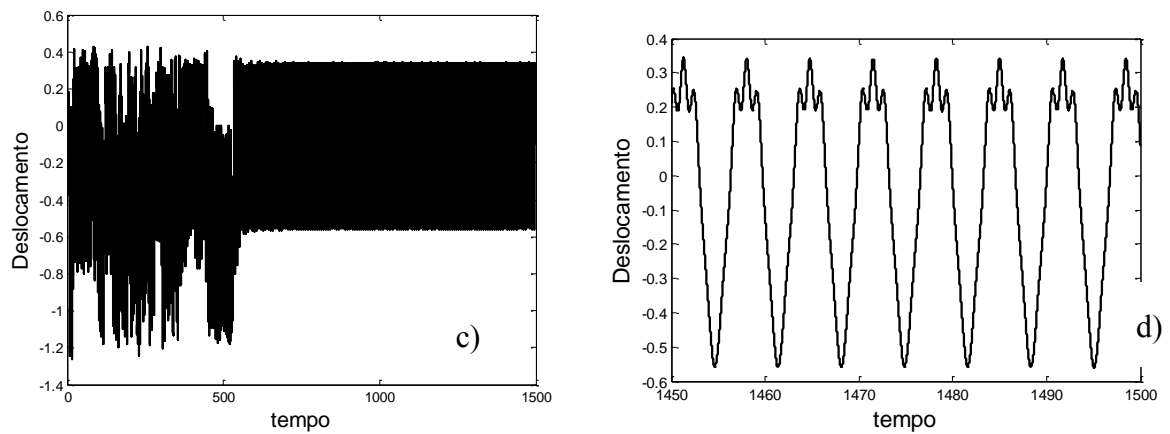


FIGURA 19 - Para $a = 1.4$. NIO sem acoplamento (linha preta). NIO com acoplamento (linha pontilhada cinza): a) deslocamento do NIO; b) velocidade angular; c) deslocamento STTA; d) deslocamento STTA ($1450 \leq \tau \leq 1500$).

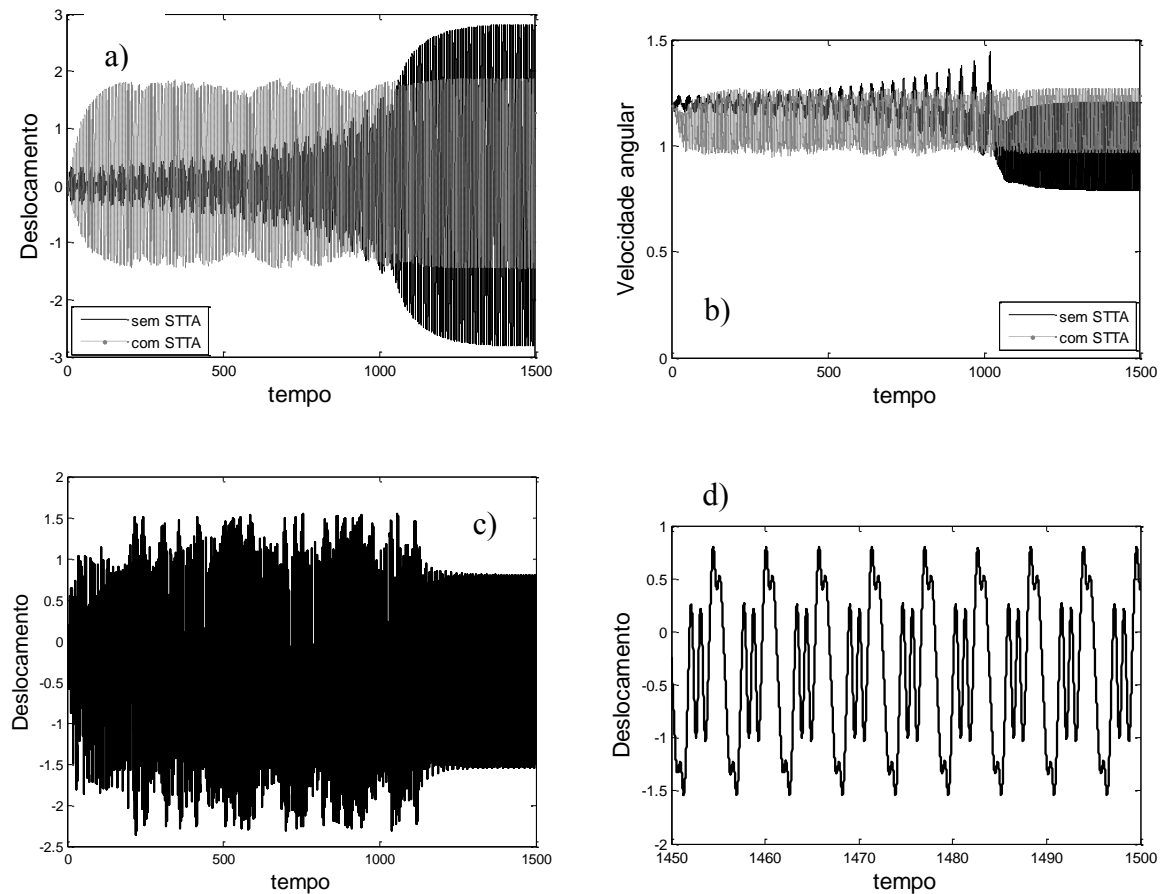


FIGURA 20 - Para $a = 1.8$. NIO sem acoplamento (linha preta). NIO com acoplamento (linha pontilhada cinza): a) deslocamento do NIO; b) velocidade angular; c) deslocamento STTA; d) deslocamento STTA ($1450 \leq \tau \leq 1500$).

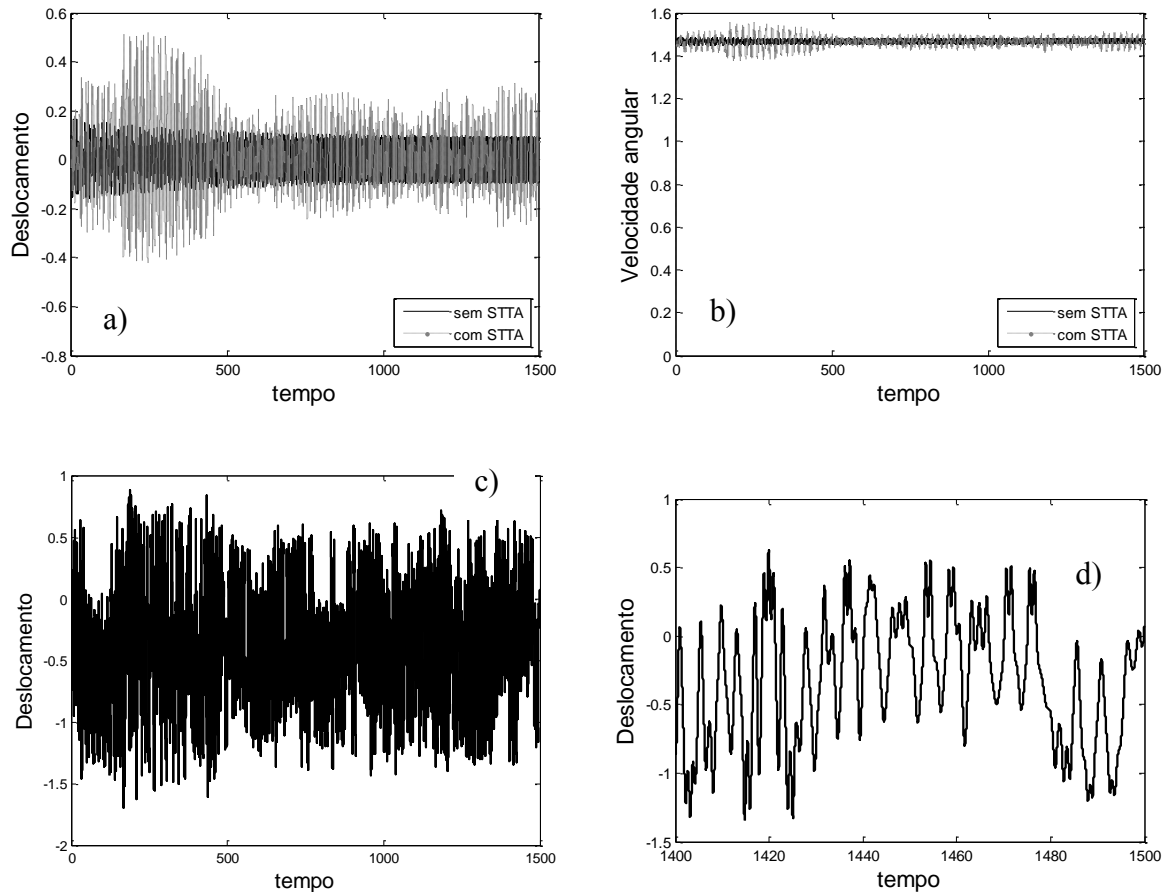


FIGURA 21 - Para $a = 2.2$. NIO sem acoplamento (linha preta). NIO com acoplamento (linha pontilhada cinza): a) deslocamento do NIO; b) velocidade angular; c) deslocamento STTA; d) deslocamento STTA ($1400 \leq \tau \leq 1500$).

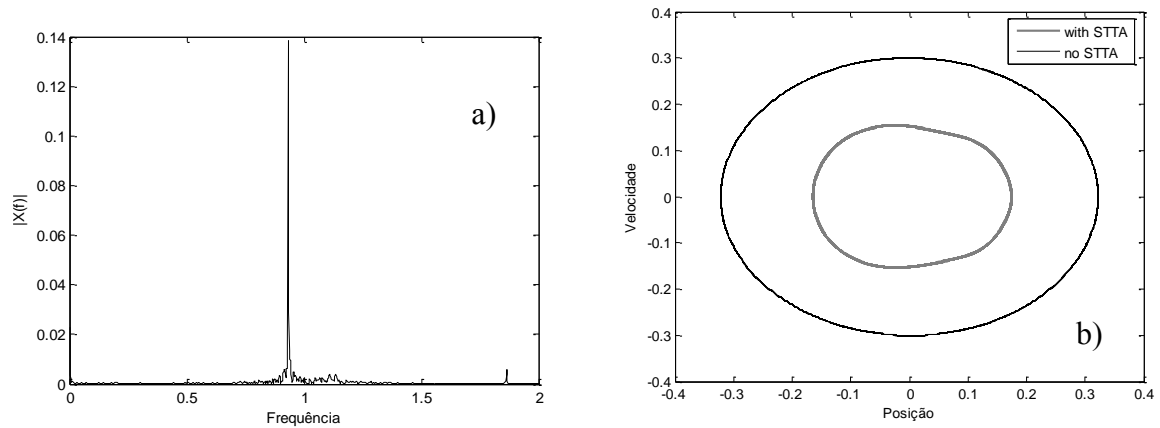
Nas figuras mostradas, nota-se que antes de entrar na região de ressonância (figura 19) e dentro dessa região (figura 20), a velocidade angular tende a flutuar muito menos e manter um valor constante quando temos o sistema com o STTA. O comparativo entre os deslocamentos também revela que as oscilações podem ser significativamente diminuídas quando acoplamos ao NIO o absorvedor. Já na saída dessa região de ressonância (figura 21), o sistema sem acoplamento oscila menos enquanto o sistema acoplado ainda apresenta algumas instabilidades e tem maiores amplitudes de movimento, indicando que ao sair da região de ressonância deve-se desacoplar o absorvedor.

Através da tabela (8), que considera a diferença entre a maior e menor posição do oscilador numa única oscilação em regime permanente, também se pode mensurar o efeito que a adição do STTA provoca no sistema principal.

TABELA 8 – Comparativo das posições de uma oscilação.

Parâmetro de controle (a)	Variação das amplitudes do NIO		
	Sem STTA	Com STTA	Efeito
1.4	- 0.32 a 0.32	- 0.16 a 0.17	- 47%
1.8	- 2.80 a 2.81	- 1.44 a 1.87	- 41%
2.2	- 0.09 a 0.09	- 0.21 a 0.31	+ 64%

A seguir, para cada um dos valores dos parâmetro de controle (a) utilizados acima, a FFT do sistema principal e do absorvedor é exibida nas figuras (22), (23) e (24). Também nessa figura os correspondentes planos de fase, em regime estacionário ($1400 \leq \tau \leq 1500$), são mostrados.



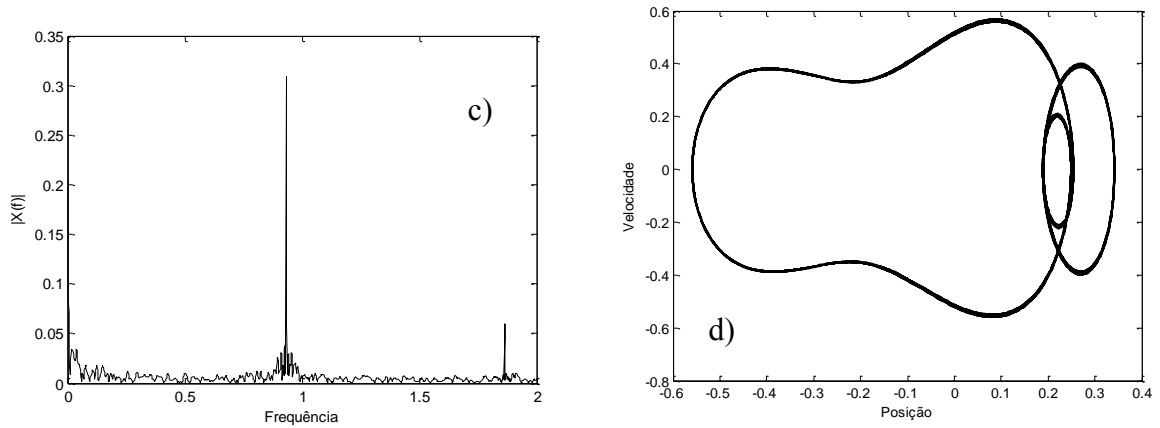


FIGURA 22 - Para $a=1.4$. a) FFT do NIO com acoplamento; b) plano de fase do NIO com STTA (cinza) e sem STTA (preto); c) FFT do STTA; d) plano de fase do STTA.

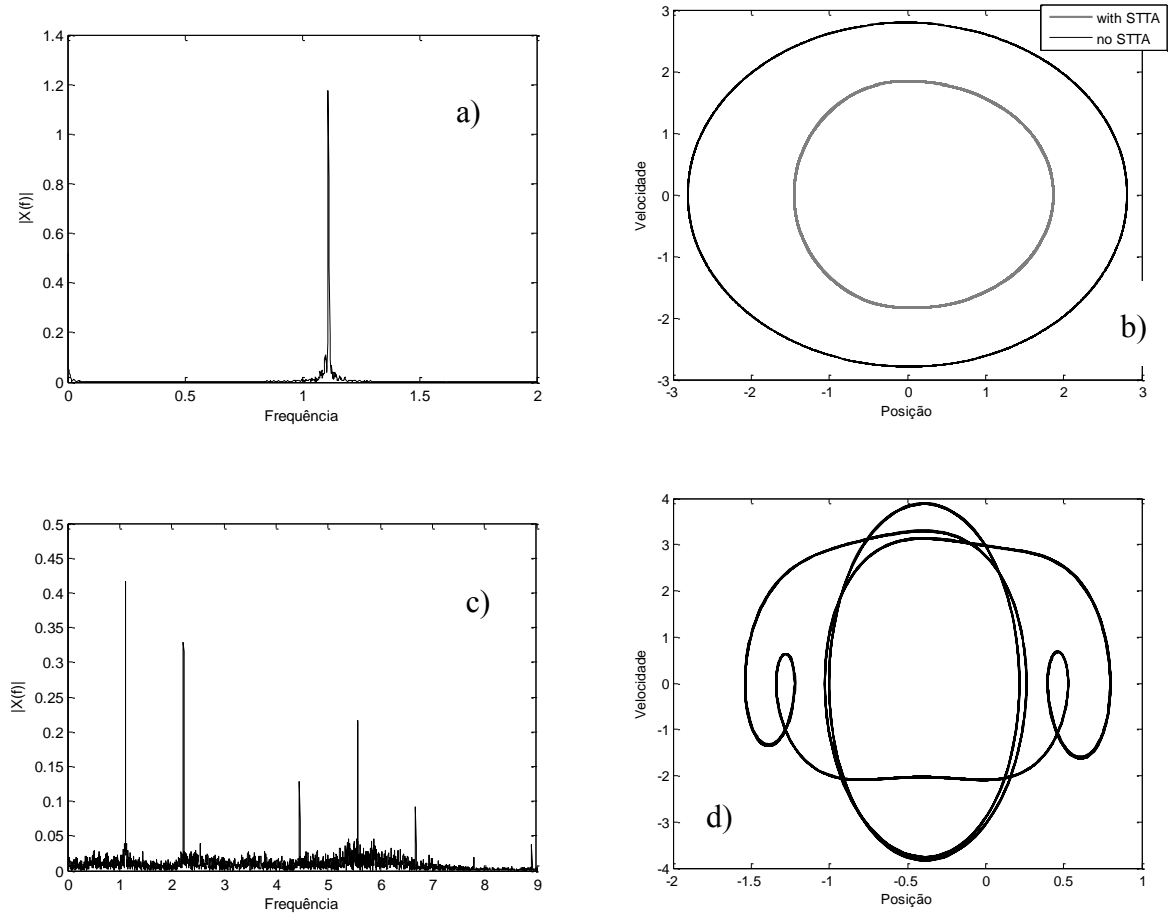


FIGURA 23 - Para $a=1.8$. a) FFT do NIO com acoplamento; b) plano de fase do NIO com STTA (cinza) e sem STTA (preto); c) FFT do STTA; d) plano de fase do STTA.

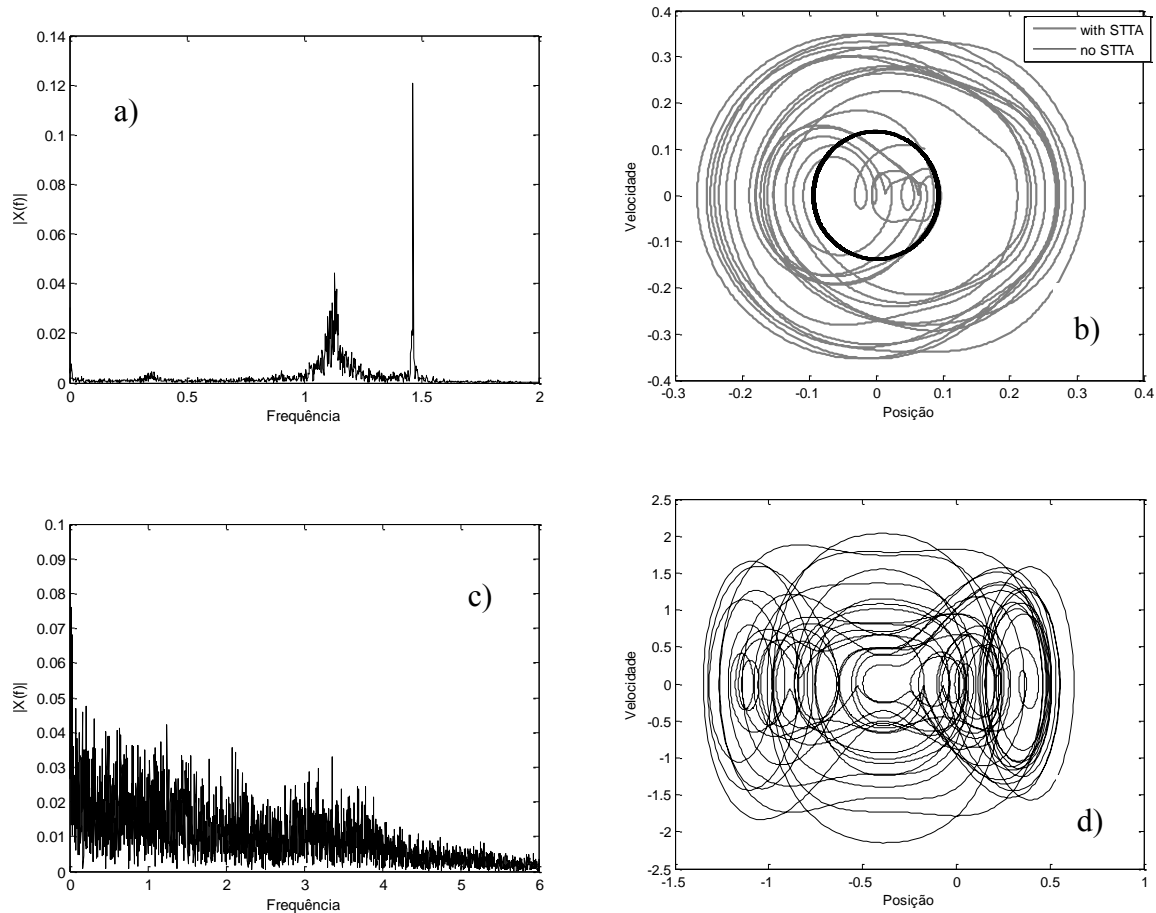


FIGURA 24 - Para $a=2.2$. a) FFT do NIO com acoplamento; b) plano de fase do NIO com STTA (cinza) e sem STTA (preto); c) FFT do STTA; d) plano de fase do STTA.

Considerando os dados apresentados, nota-se que, antes da ressonância, na figura (22), o absorvedor e o oscilador desenvolvem movimentos periódicos, tendo cada um deles um pico de frequência. Também é visto como as amplitudes do movimento e da velocidade são menores para o sistema com absorvedor.

Durante a ressonância, figura (23), verifica-se que o oscilador mantém movimentos periódicos e de menor amplitude quando o STTA está acoplado. Por sua vez, o STTA desenvolve um movimento periódico, apresentando mais picos de frequência dominantes.

Por último, na figura (24), o espectro de frequência e o plano de fase do NIO, com o STTA acoplado, revelam um movimento irregular na saída da ressonância. Quanto ao STTA, a FFT também revela um espectro irregular e o plano de fase mostra um comportamento irregular.

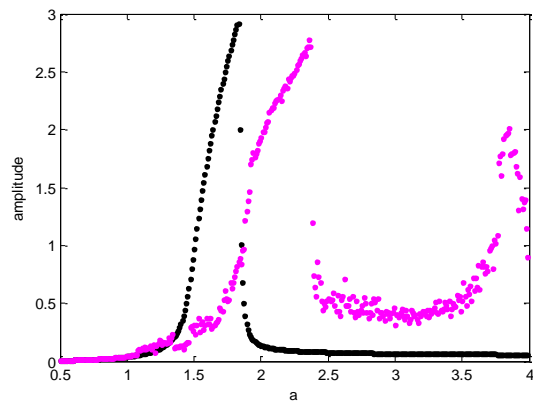
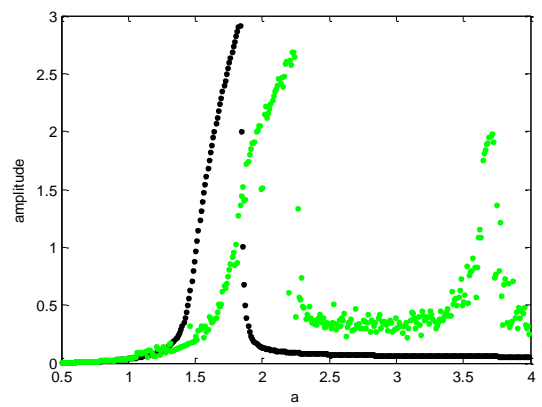
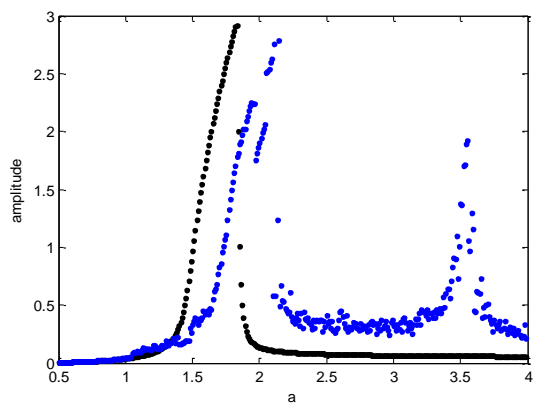
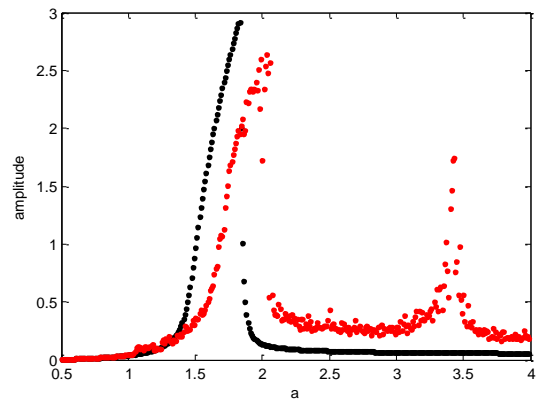
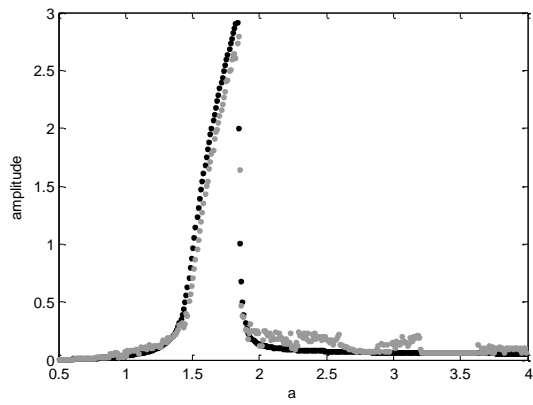
Em seguida, a influência do parâmetro de rigidez (γ) da mola é observada. O fenômeno do salto é visto para cada valor de (γ) contido na tabela (9) segundo as cores indicadas. Pretende-se saber se o aumento do valor de (γ) pode ajudar a diminuir as grandes amplitudes na região do salto. A figura (25) mostra o fenômeno do salto para o NIO com e sem acoplamento com o STTA. Observando sempre que os demais valores estão contidos na tabela (5).

TABELA 9 – Valores do parâmetro de rigidez

Coeficiente de rigidez (cor)	Valor
γ_1 ●	0.05
γ_2 ●	0.35
γ_3 ●	0.50
γ_4 ●	0.70
γ_5 ●	1.0

A figura (25a) é mostrada de duas formas para facilitar sua visualização. No primeiro caso, as curvas de “amplitude x parâmetro de controle (a)” são apresentadas separadamente para cada valor do parâmetro de rigidez (γ), tendo juntamente com elas a curva referente ao NIO sem o STTA (preto). Em seguida, para permitir melhor comparação, essas curvas foram colocadas num mesmo gráfico.

Composição da figura (25a):



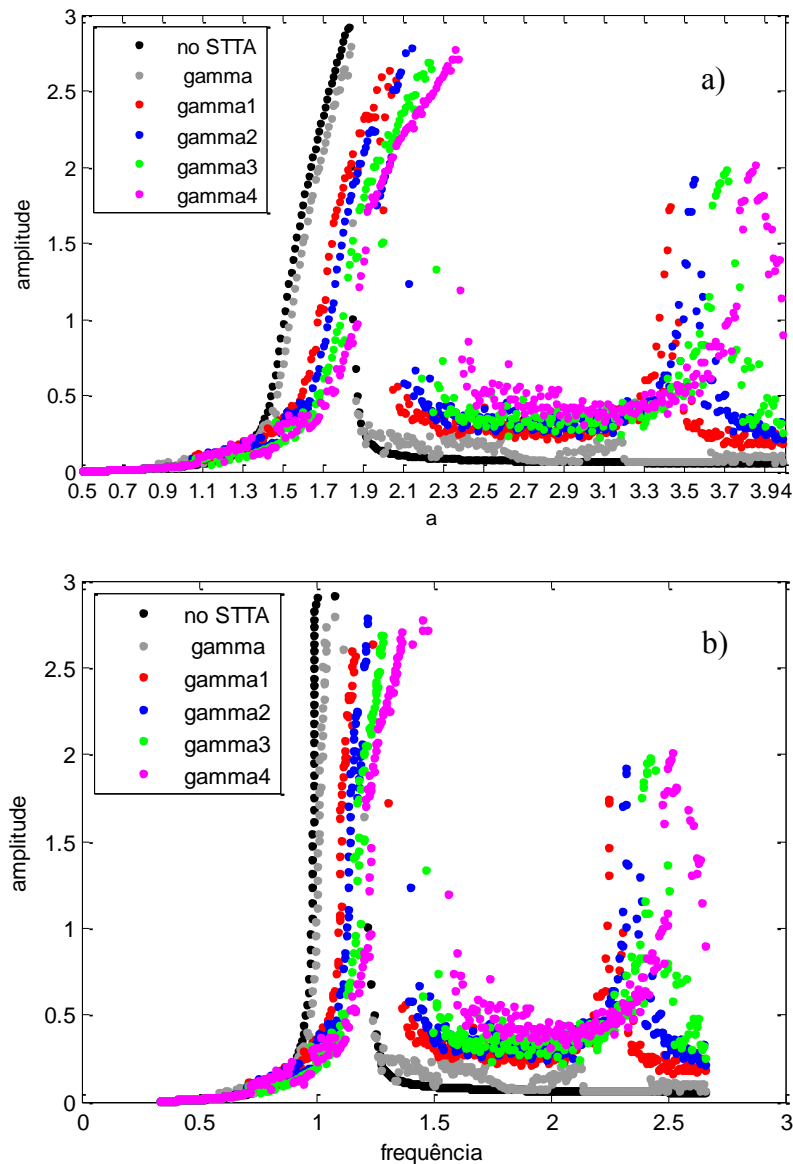


FIGURA 25 - Variação de (γ) no Efeito Sommerfeld com $0 \leq a \leq 3.5$ e $\Delta a = 0.01$. a) máxima amplitude x parâmetro de controle (a). b) máxima amplitude x frequência média.

Os gráficos obtidos permitem visualizar que, quando o NIO tem o STTA acoplado, à medida que o valor de (γ) aumenta, a máxima amplitude do oscilador tende a decrescer para valores de (a) próximos de 1.8, região de salto do NIO. Também, é fácil ver que à medida que aumentamos o valor de (γ) as curvas se deslocam para direita, indicando que o salto ocorre, para valores de (a), acima de 1.8. Para a frequência ou velocidade angular (ϕ''), o mesmo acontece e os valores para ocorrência do salto maiores que 1.0.

Para o deslocamento do NIO e a velocidade angular do motor, empregam-se os diferentes valores para (γ) e os históricos no tempo são mostrados quando: $(a = 1.4)$ antes da ressonância (figura 26), $(a = 1.8)$ na região de ressonância (figura 27) e $(a = 2.2)$ depois da ressonância (figura 28). Nestas três figuras, o deslocamento e velocidade angular, correspondentes a cada valor de (γ) da tabela (9), são mostrados a cada intervalo de tempo adimensional de 700.

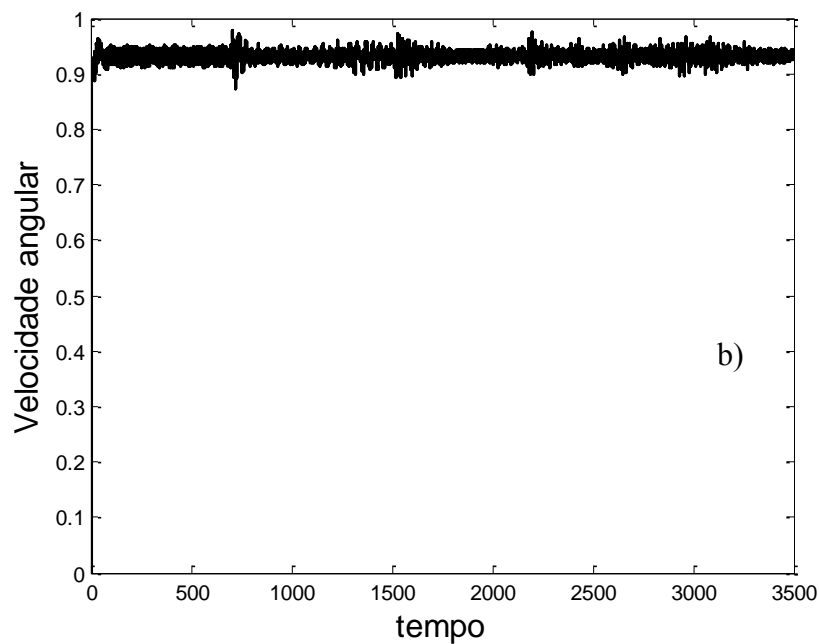
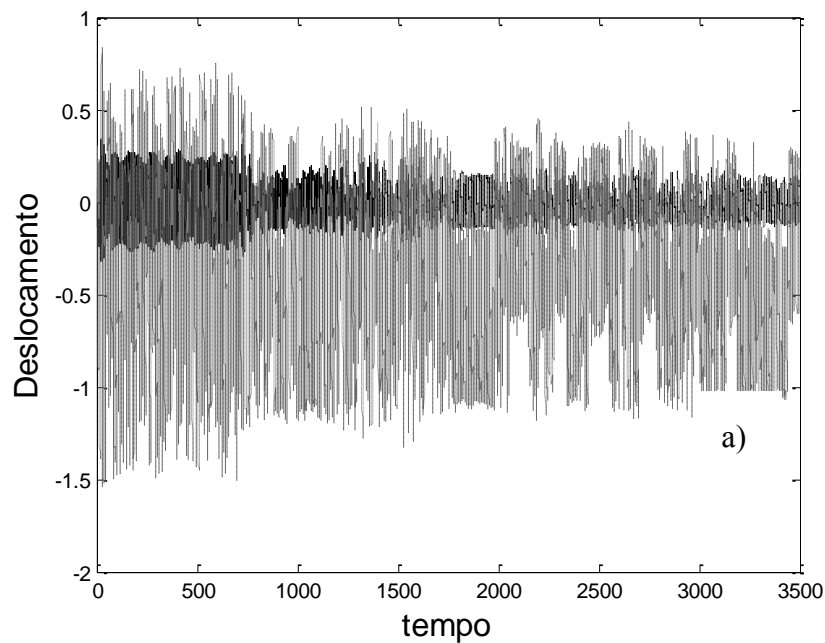


FIGURA 26 - Para $a = 1.4$; Históricos no tempo para coeficiente de rigidez $\gamma = 0.05$ em $0 \leq \tau \leq 700$, $\gamma = 0.35$ em $700 \leq \tau \leq 1400$, $\gamma = 0.50$ em $1400 \leq \tau \leq 2100$, $\gamma = 0.70$ em $2100 \leq \tau \leq 2800$ e $\gamma = 1.0$ em $2800 \leq \tau \leq 3500$: Respostas do NIO (linha preta) e do STTA (linha cinza).

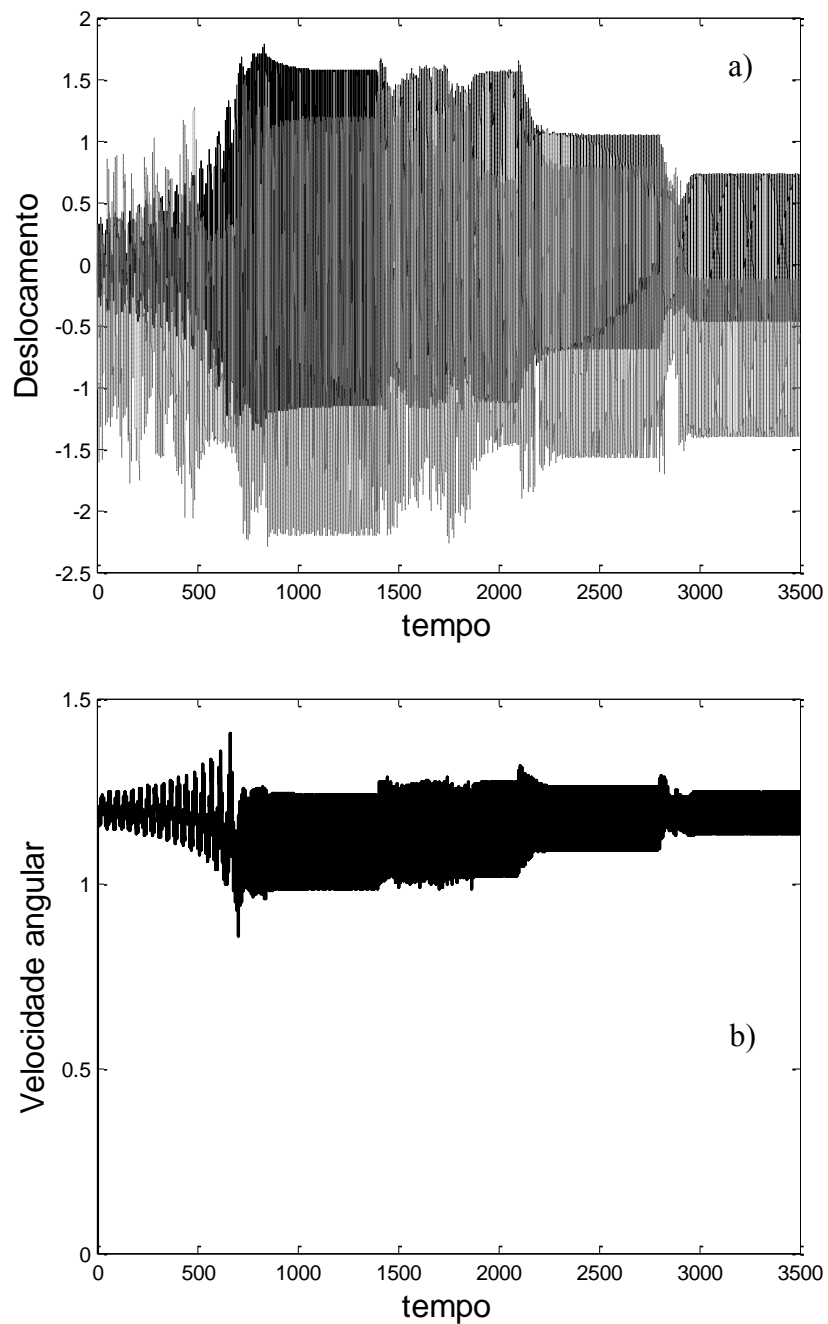


FIGURA 27 - Para $a = 1.8$; Históricos no tempo para coeficiente de rigidez $\gamma = 0.05$ em $0 \leq \tau \leq 700$, $\gamma = 0.35$ em $700 \leq \tau \leq 1400$, $\gamma = 0.50$ em $1400 \leq \tau \leq 2100$, $\gamma = 0.70$ em $2100 \leq \tau \leq 2800$ e $\gamma = 1.0$ em $2800 \leq \tau \leq 3500$: Respostas do NIO (linha preta) e do STTA (linha cinza).

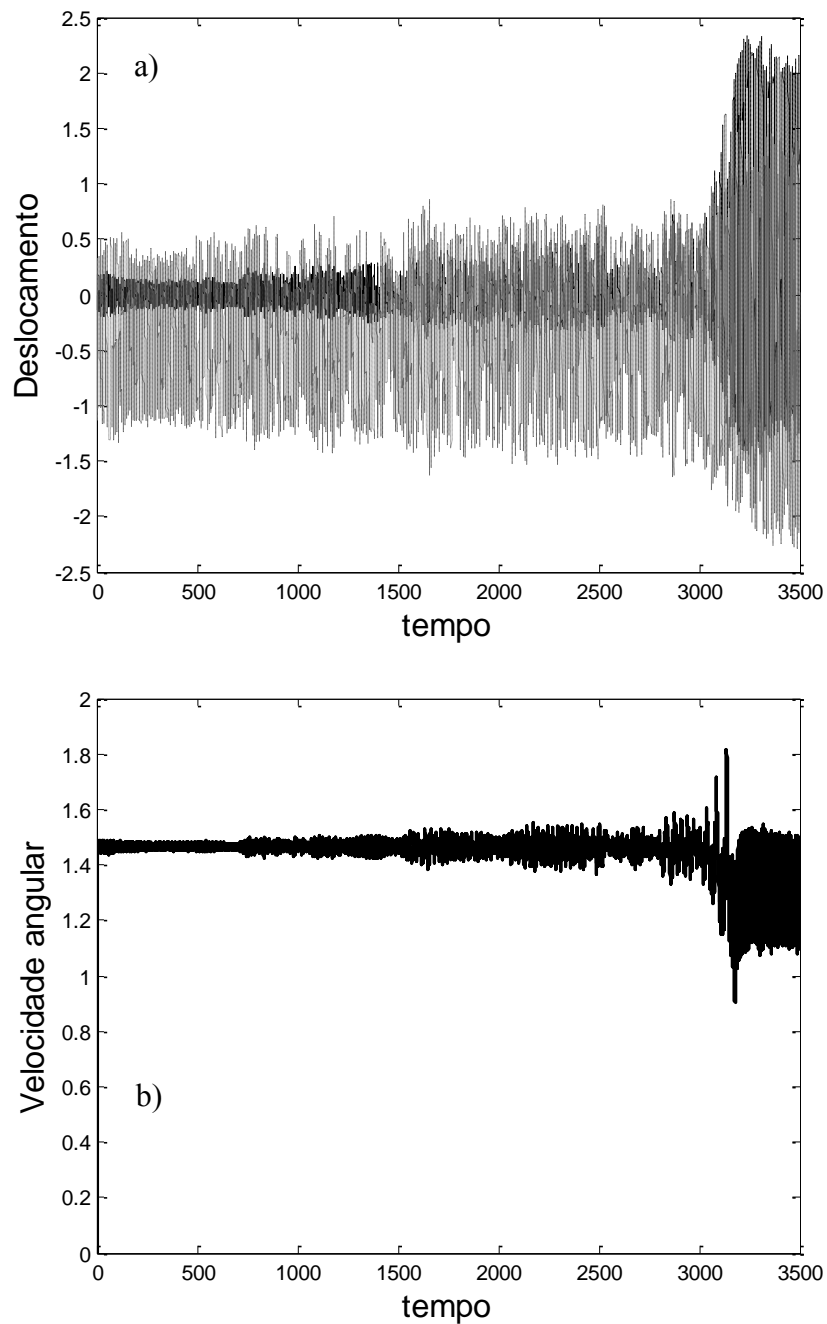


FIGURA 28 - Para $a = 2.2$; Históricos no tempo para coeficiente de rigidez $\gamma = 0.05$ em $0 \leq \tau \leq 700$, $\gamma = 0.35$ em $700 \leq \tau \leq 1400$, $\gamma = 0.50$ em $1400 \leq \tau \leq 2100$, $\gamma = 0.70$ em $2100 \leq \tau \leq 2800$ e $\gamma = 1.0$ em $2800 \leq \tau \leq 3500$: Respostas do NIO (linha preta) e do STTA (linha cinza).

Observando as figuras (26) e (27) com históricos no tempo, percebe-se que à medida que o coeficiente de rigidez aumenta a amplitude de movimento do NIO tende a ser menor. Ao mesmo tempo, a velocidade angular também diminui devido ao aumento da rigidez. Contudo, na figura (28), o aumento da rigidez faz com que o deslocamento e a velocidade angular aumentem, e isso se deve ao fato de que com essa variação de (γ) e $a = 2.2$ o sistema acaba entrando numa região de ressonância, fato que podemos verificar olhando a figura (25).

5.4 STTA ACOPLADO AO OSCILADOR NÃO IDEAL (NIO) (2ª ANÁLISE)

Neste tópico uma abordagem diferente sobre a utilização do absorvedor é realizada. Agora a passagem pela ressonância é observada para cada curva, ou seja, se antes a referência eram os valores de (a) nos quais o NIO sem acoplamento entrava e saía da ressonância, nesta abordagem, para uma determinada curva “amplitude x (a)”, dependente de (γ), são considerados os valores de (a) em que o sistema entra e sai da ressonância. Dessa forma, pretende-se mostrar qual dos dois sistemas passa pela região de ressonância com as menores amplitudes de movimento, ou seja, se o sistema com acoplamento do absorvedor de fato atravessa essa região de forma mais fácil e com menos gasto energético.

O deslocamento do NIO e a velocidade angular do motor são mostrados nas figuras abaixo em três situações: ($a1 = 1.5$ and $a2 = 1.4$) antes da ressonância, ($a1 = 1.97$ and $a2 = 1.8$) dentro da região de ressonância e ($a1 = 2.4$ and $a2 = 2.2$) depois dessa região. Dessa forma, $a1$ e $a2$ referem-se ao parâmetro de controle dos sistemas com STTA acoplado e sem STTA acoplado, respectivamente. Nesta situação, adotamos o sistema no qual $\gamma = 0.35$, que corresponde à curva vermelha nas figuras (18) e (25).

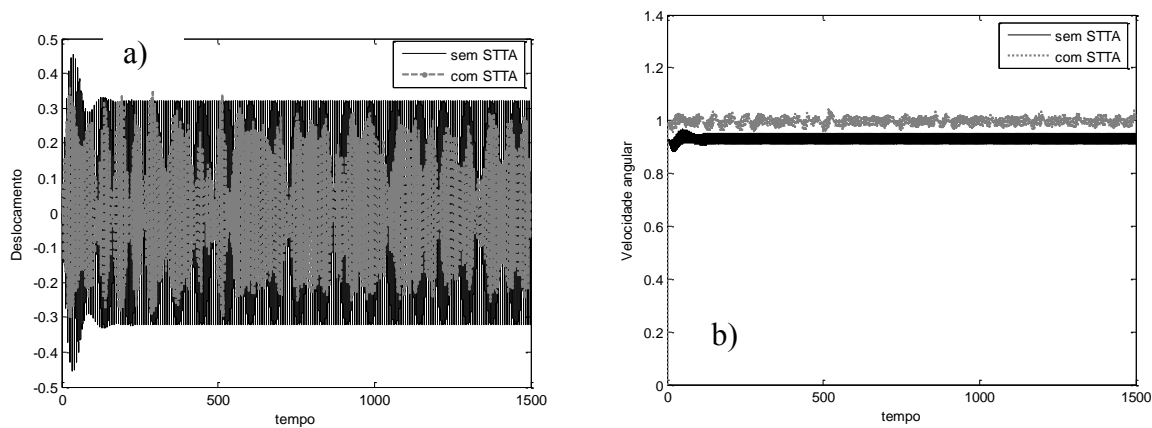


FIGURA 29 - NIO com acoplamento (linha pontilhada cinza, $a_1 = 1.5$). NIO sem acoplamento (linha preta, $a_2 = 1.4$): a) deslocamento do NIO; b) velocidade angular.

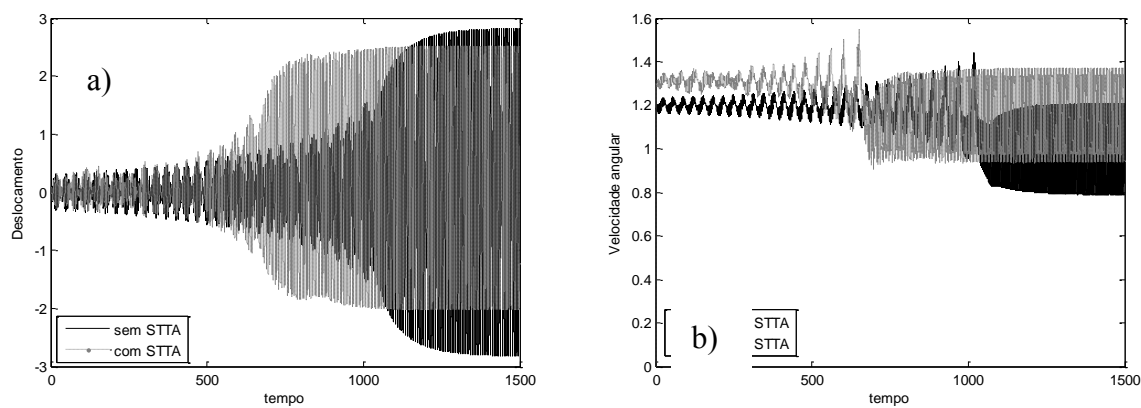


FIGURA 30 - NIO com acoplamento (linha pontilhada cinza, $a_1 = 1.97$). NIO sem acoplamento (linha preta, $a_2 = 1.8$): a) deslocamento do NIO; b) velocidade angular.

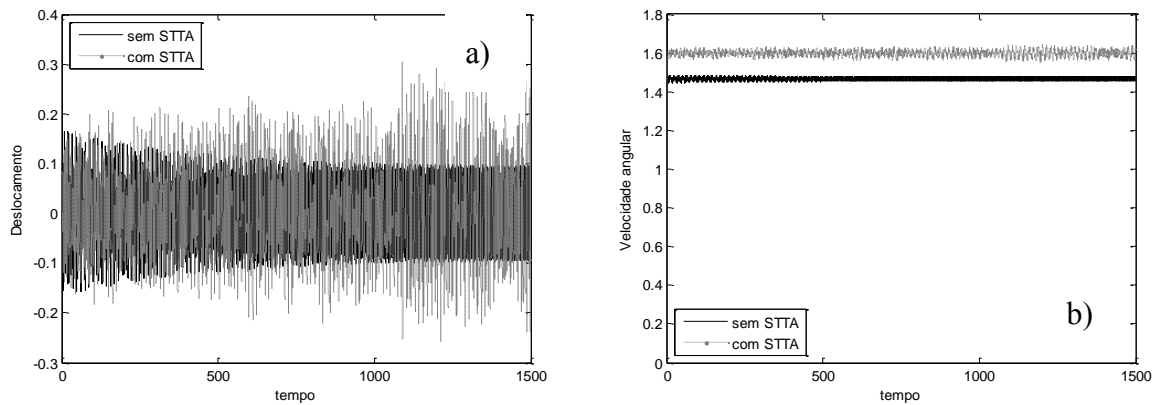


FIGURA 31 - NIO com acoplamento (linha pontilhada cinza, $a_1 = 2.4$). NIO sem acoplamento (linha preta, $a_2 = 2.2$): a) deslocamento do NIO; b) velocidade angular.

Ao observar as figuras (29) e (30) nota-se que as amplitudes de movimento do sistema com absorvedor são menores nos casos em que o parâmetro de controle (a) está se aproximando da região do salto ou quando esse valor está dentro da ressonância. Entretanto, quando esse mesmo sistema deixa a ressonância, figura (31), o NIO com acoplamento do STTA atinge maiores amplitudes em relação ao sistema sem STTA.

Conclui-se, a partir da seção 5.3, que quando se deseja trabalhar com o NIO em sua própria região de ressonância ($1.5 \leq a \leq 1.9$), ou antes dela, o STTA é muito eficiente na redução das amplitudes de vibração, oferecendo valores até 47% menores. Outro aspecto importante é a mudança no valor da constante de rigidez (γ). O aumento no valor desse parâmetro permite maior atenuação nas amplitudes de deslocamento bem como na velocidade do motor.

Através da seção 5.4, quando se comparam as máximas amplitudes que os dois sistemas desenvolvem, nota-se que mesmo os máximos valores do sistema com o STTA ainda são menores em relação ao sistema sem absorvedor. A situação em que há desvantagem com o uso do STTA é após a saída da ressonância de cada um dos dois sistemas, já que nessa ocasião o STTA faz com que o NIO tenha maiores amplitudes.

Portando, independente da forma com que se aborda o problema, fica claro que em nenhuma delas o uso do STTA é aconselhável na saída da ressonância, mas seu emprego antes e durante essa região é recomendado e muito eficiente.

A respeito das seções 5.1 e 5.2, em que temos o oscilador sob um impulso inicial e uma força harmônica excitando o sistema, respectivamente, o absorvedor atuou de forma muito satisfatória, suprimindo as oscilações desde o regime transiente.

6 UM CASO PARTICULAR

6 UM CASO PARTICULAR

Um novo modelo para absorvedor essencialmente não linear foi proposto pelo Prof. Titular José M. Balthazar e pelo autor desse trabalho, em consequência do sistema atualmente estudado. Pretende-se que esse novo absorvedor possa atuar como NES e por isso foi idealizado conforme a figura (32).

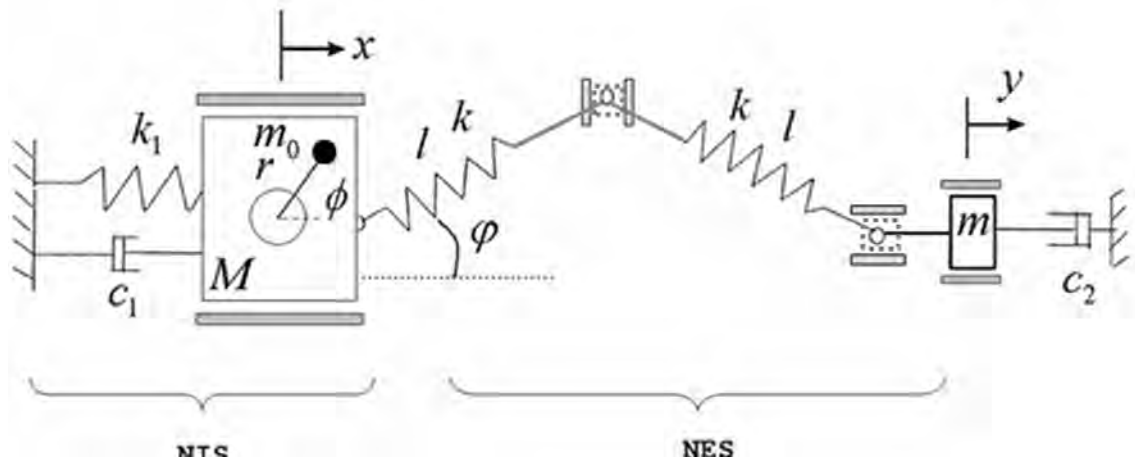


FIGURA 32 - Novo modelo para o NES.

Essa configuração não será utilizada agora, porém, por se pretender estudar essa nova configuração num trabalho futuro de doutorado deste autor, foi necessário realizar uma pequena comparação utilizando o modelo atual do STTA e o NES, a fim de proporcionar melhor entendimento do futuro modelo e situá-lo como uma alternativa dentre esses dois casos apresentados agora.

Portanto, é feita uma pequena comparação sobre a utilização do STTA e do NES. Entende-se que o absorvedor do tipo NES corresponde a um caso “particular” do STTA, em que não há inclinação das molas em relação ao eixo horizontal e o absorvedor se movimenta na mesma direção horizontal do oscilador não ideal.

O modelo com NES consiste também em um sistema não ideal (NIO) com um absorvedor de vibração acoplado a ele. Esse absorvedor é formado por um bloco de massa m , que se move horizontalmente, preso a uma estrutura fixa através de um amortecedor viscoso linear. Na outra extremidade desse bloco, duas molas são associadas em série, sendo a outra extremidade dessa associação fixada no sistema não ideal. Essas duas molas formam um ângulo ϕ em relação ao eixo horizontal e conseqüentemente entre elas.

6.1 NES ACOPLADO AO NIO

O sistema considerado aqui é baseado no trabalho anterior de Felix, Balthazar e Dantas (2008) e pode ser descrito pela figura (33). Nesse estudo, objetiva-se mostrar como se comportam os sistemas acoplados ao NES e ao STTA, e especialmente verificar a atuação desses dois absorvedores na redução de amplitudes de vibração de sistemas não ideais.

O sistema é formado por um bloco de massa M que oscila horizontalmente preso a uma mola e um amortecedor viscoso, ligados a uma estrutura fixa, cujos coeficientes são k_1 e c_1 , respectivamente. O absorvedor, que também oscila horizontalmente, é adicionado ao oscilador, acoplando-se outro bloco, de massa m_2 , ligado a duas molas, sendo uma delas presa entre o oscilador e o absorvedor e a outra, com não linearidade cúbica, presa no absorvedor e numa estrutura fixa. As oscilações são provocadas por um motor DC que gira uma massa m_0 com potência limitada.

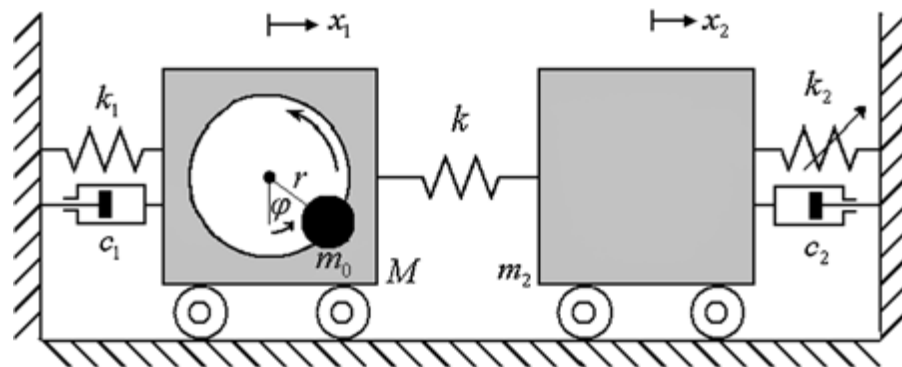


FIGURA 33 - Oscilador não ideal com acoplamento de um oscilador essencialmente não linear (NES).

Os parâmetros físicos do sistema são mostrados na tabela (10) abaixo:

TABELA 10 – descrição dos parâmetros

(k, k_1, k_2)	Coeficiente de rigidez linear das molas.
(c_1, c_2)	Coeficientes de amortecimento do NIO e STTA.
(M, m_0, m_2)	Massa do oscilador, massa desbalanceada do motor e massa do absorvedor.
(x_1, x_2, ϕ)	Coordenadas generalizadas no NIO, NES e do rotor.

(r)	Excentricidade do motor
(G, Γ)	Momento de inércia do rotor e torque do motor.

6.1.1 Equações de movimento

As equações de movimento desse sistema foram obtidas por Felix, Balthazar e Dantas (2008) e nesta seção apenas descreve-se o sistema que será utilizado. Contudo, diferentemente do trabalho utilizado como referência, as massas do oscilador e do absorvedor não têm o mesmo valor, e por isso o sistema adimensional é modificado.

$$\begin{aligned}
 (M + m_0)\ddot{x}_1 + c_1\dot{x}_1 + k_1x_1 + k(x_1 - x_2) &= m_0r(\dot{\phi}^2 \sin \phi + \ddot{\phi} \cos \phi) \\
 (G + m_0r^2)\ddot{\phi} &= u_1 - u_2\dot{\phi} - m_0r\ddot{x} \cos \phi \\
 m\ddot{x}_2 + c_2\dot{x}_2 + k(x_2 - x_1) + k_2x_2^3 &= 0
 \end{aligned} \tag{6.1}$$

6.1.2 Adimensionalização do sistema

Introduzindo as relações $\tau = \omega_n t$, $v = \frac{x_2}{r}$ e $u = \frac{x_1}{r}$, obtêm-se as equações de movimento na forma adimensional:

$$\begin{aligned}
 u'' + \alpha_1 u' + u + \varepsilon \gamma (u - v) &= \eta_1 (\phi'^2 \sin \phi - \phi'' \cos \phi) \\
 \phi'' &= a - b\phi' - \eta_2 u'' \cos \phi \\
 v'' + \alpha_2 v' + \mu \gamma v^3 + \mu \varepsilon (v - u) &= 0
 \end{aligned} \tag{6.2}$$

Sendo os seguintes parâmetros adimensionais:

$$\begin{aligned}
 \alpha_1 &= \frac{c_1}{m_1 \omega_n} & \alpha_2 &= \frac{c_2}{m \omega_n} & a &= \frac{u_1}{I \omega_n^2} & \mu &= \frac{m_1}{m} \\
 \eta_1 &= \frac{m_0 r}{m_1 r} & \eta_2 &= \frac{m_0 r^2}{I} & b &= \frac{u_2}{I \omega_n^2} & m_1 &= m_0 + M \\
 \gamma &= \frac{k_2}{k_1} & \omega_n &= \sqrt{\frac{k_1}{m_1}} & \Gamma(\phi') &= a - b\phi' & \varepsilon &= \frac{k}{k_1}
 \end{aligned} \tag{6.3}$$

6.2 COMPARATIVO DE RESULTADOS ENTRE OS ABSORVEDORES

Esta seção destina-se a mostrar um breve comparativo de resultados sobre os dois sistemas com absorvedor. São realizados ensaios numéricos, e assim como no capítulo 5, a influência dos absorvedores na dinâmica do sistema é analisada. Nessa seção, as amplitudes de cada um dos dois sistemas são o foco da análise realizada. Portanto, pretende-se verificar qual dos dois absorvedores consegue obter as menores vibrações ao atenuar o salto do sistema principal.

No apêndice (1) constam os resultados desse comparativo para o sistema ideal apenas com um impulso inicial. Nesse mesmo apêndice, um segundo conjunto de resultados utiliza o modelo sob excitação de uma força harmônica.

6.2.1 Oscilador não ideal (NIO)

A intenção dessa subseção é verificar como o STTA e o NES atuam sobre o oscilador não ideal, mas, principalmente, descobrir em qual caso o absorvedor propicia a melhor passagem pela ressonância 1:1. Para isso, vamos analisar as amplitudes desenvolvidas em cada um dos dois sistemas, como foi realizado na subseção (5.3) considerando os valores de (a) antes, durante e depois da ressonância. Os parâmetros da tabela (11) foram considerados para esses resultados numéricos.

TABELA 11 – Valores dos parâmetros do sistema com STTA e com NES.

Parâmetros	Símbolo	Valores
Coefficientes de interação	η_1, η_2	0.05, 0.35
Coefficientes de amortecimento	α_1, α_2	0.01, 0.03
Coefficiente de rigidez	$\varepsilon = \gamma$	0.35
Coefficiente de massa	μ	100
Ângulo	φ	0.405

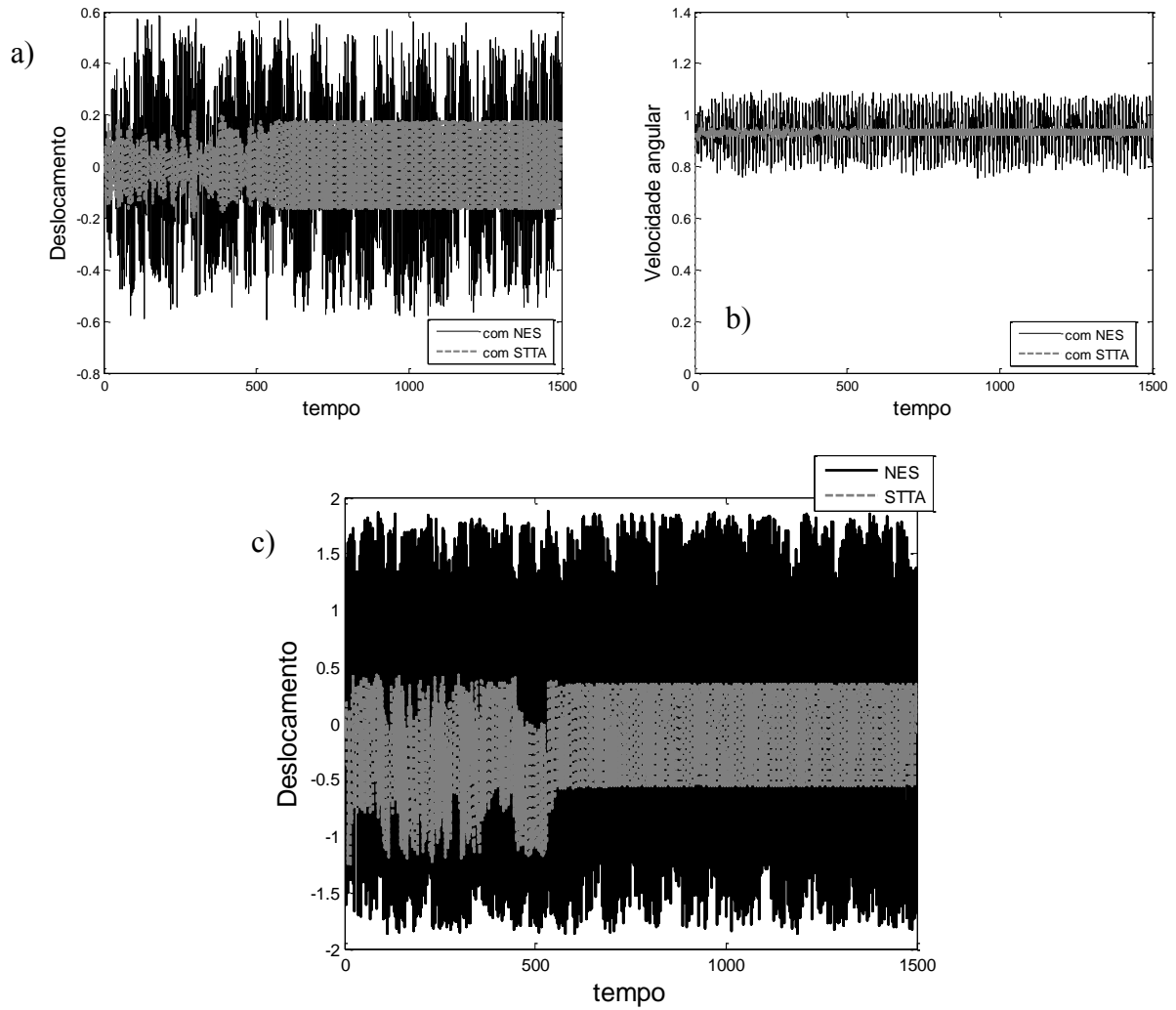


FIGURA 34 - Para $a = 1.4$: STTA acoplado (cinza pontilhado) e NES acoplado (preto contínuo). a) deslocamento NIO; b) velocidade angular; c) deslocamentos absorvedores.

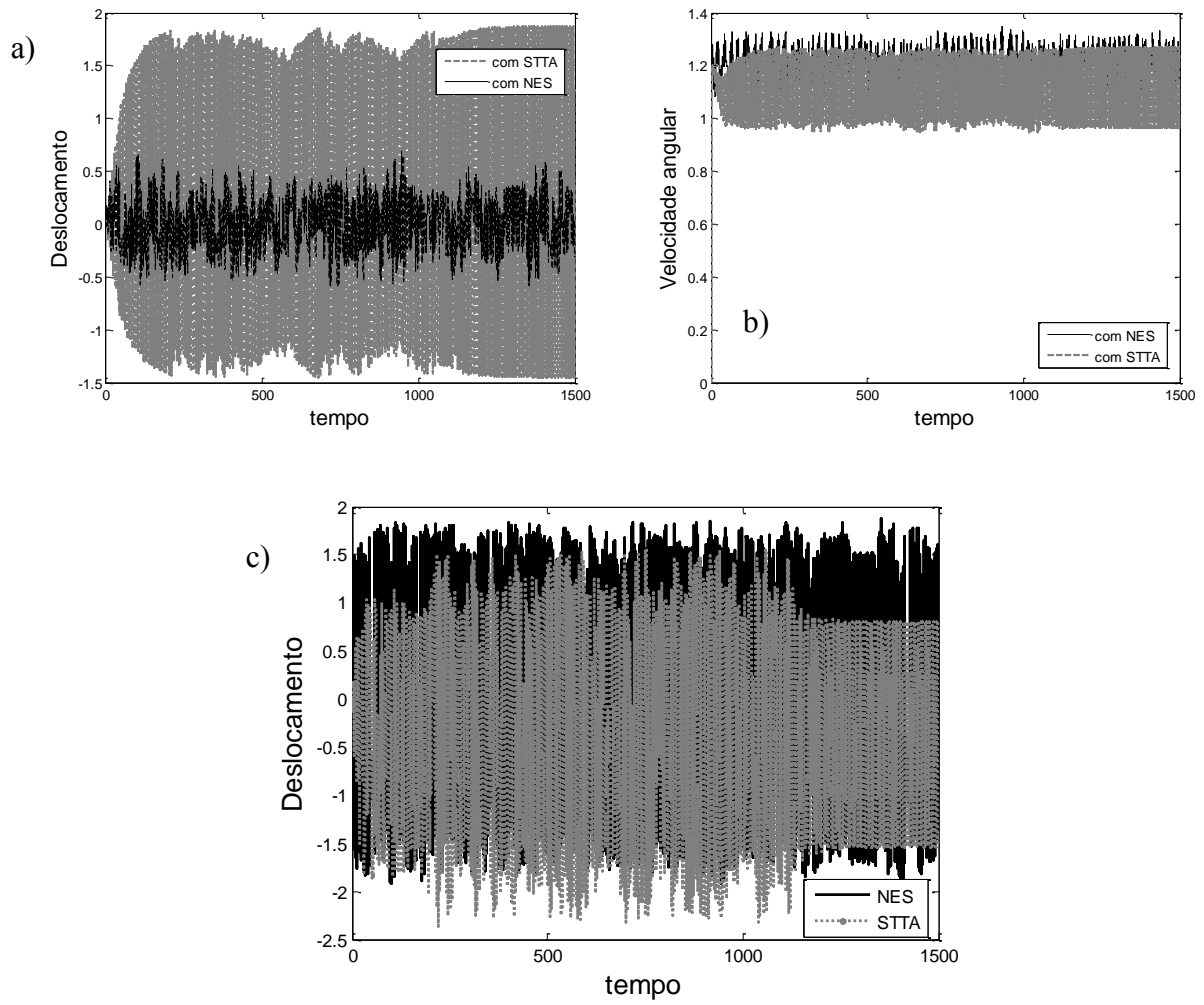
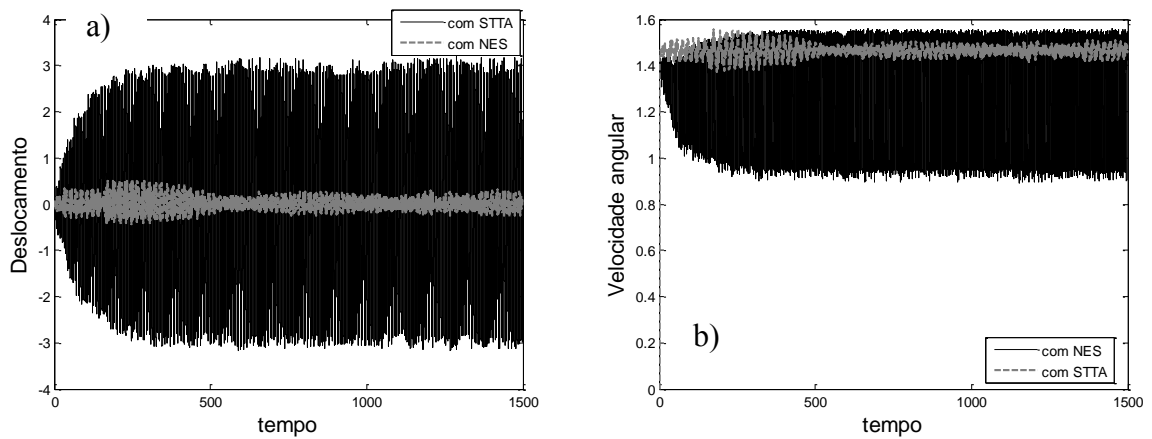


FIGURA 35 - Para $a = 1.8$: STTA acoplado (cinza pontilhado) e NES acoplado (preto contínuo). a) deslocamento NIO; b) velocidade angular; c) deslocamentos absorvedores.



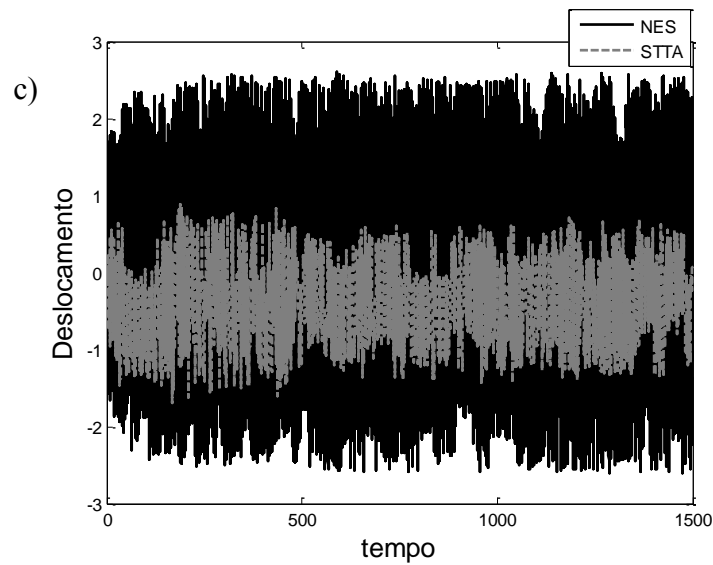


FIGURA 36 - Para $a = 2.2$: STTA acoplado (cinza pontilhado) e NES acoplado (preto contínuo). a) deslocamento NIO; b) velocidade angular; c) deslocamentos absorvedores.

Os deslocamentos do NIO com os absorvedores acoplados em cada caso são mostrados nas figuras (34), (35) e (36). Com os dados exibidos, é possível notar que o emprego do NES quando o NIO está dentro da faixa de ressonância é mais indicado em relação ao uso do STTA. Tanto na figura (18) como na figura (37), onde é possível ver as amplitudes desenvolvidas pelo NIO sem acoplamento (ponto preto), este tem valor máximo próximo a 3.0 no pico da curva “amplitude x a ”, próximo a $(a) = 1.8$, o que faz perceber que o NES consegue reduzir drasticamente esse valor de amplitude, chegando próximo de 0.7. No mesmo caso, o valor do sistema com o STTA acoplado atinge amplitudes próximas a 2.0, sendo, portanto, o NES mais eficiente para essa situação.

Em seguida, o fenômeno do salto é visualizado na figura (37) considerando o oscilador sem absorvedor, o NIO com o STTA e o NIO com o NES acoplado. A figura (37a) trata das curvas de “amplitude x parâmetro de controle (a)”. E a figura (37b) consiste nas máximas amplitudes dos absorvedores, NES (azul) e STTA (vermelho), calculadas em função da variação de (a), em que a curva em preto representa o NIO sem absorvedor. Essa última curva permite saber qual dispositivo absorvedor desenvolve maiores amplitudes de movimento.

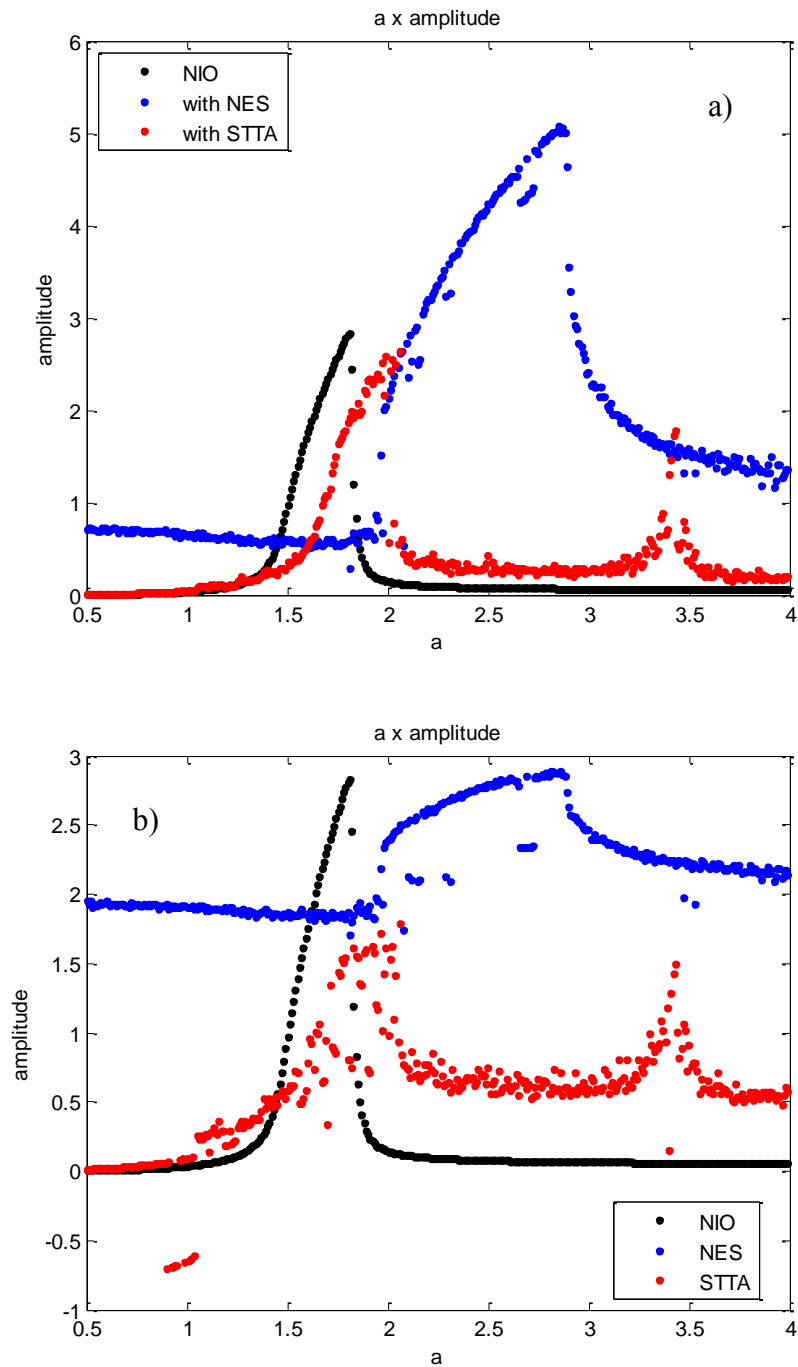


FIGURA 37 - Efeito Sommerfeld com $0 \leq a \leq 3.5$ e $\Delta a = 0.01$. NIO com STTA (vermelho); NIO com NES (azul); NIO sem acoplamento (preto). a) máxima amplitude x frequência média. b) máxima amplitude x parâmetro de controle (a).

A tabela (12) mostra o efeito dos absorvedores através da análise das máximas amplitudes apresentadas na figura (37).

TABELA 12 - Quadro comparativo das máximas amplitudes com NES.

Parâmetro de controle (a)	Máximas amplitudes do NIO			Efeito
	Sem STTA	Com STTA	Com NES	
1.4	0.32	0.26	0.58	STTA: - 19% NES: + 81%
1.8	2.81	1.87	0.59	STTA: - 33% NES: - 79%
2.2	0.10	0.28	3.21	STTA: + 180% NES: + 3110%

Agora, avaliando a subseção 6.21, pode-se inferir que o uso do NES no sistema não ideal observado é mais apropriado comparado ao STTA. Ao visualizar as curvas na figura (37) e verificar o comportamento do sistema principal durante a passagem pela ressonância, figuras (34), (35) e (36), percebe-se que dentro da região de ressonância o sistema que tem o NES acoplado desenvolve amplitudes quase três vezes menores. Quando considerada a figura (37b), é observado que as máximas amplitudes do sistema com STTA acoplado aumentam em $1.5 \leq a \leq 1.9$; em contrapartida, as amplitudes máximas do sistema com NES diminuem ligeiramente nesse intervalo de variação do parâmetro de controle.

Por fim, o mais notável são as amplitudes desempenhadas pelos absorvedores que, nesse sistema, também ao contrário do que aconteceu no caso ideal, o NES tem amplitudes muito maiores que o STTA praticamente em todos os momentos. Aqui também se faz uma observação sobre o fato do absorvedor apresentar grandes amplitudes, pois quando consideramos aplicações reais de um sistema, muitas vezes o espaço para o absorvedor vibrar é restrito, sendo um empecílio na utilização do NES como absorvedor.

7 CONCLUSÕES

7 CONCLUSÕES

Nessa dissertação de mestrado investigou-se o comportamento e a efetividade do absorvedor de vibrações “snap through truss” em um sistema não ideal. O foco principal deste trabalho foi mostrar a redução das amplitudes de vibração, sobretudo a atenuação do efeito Sommerfeld, característica principal dos sistemas não ideais.

Este estudo do sistema iniciou-se no capítulo 4, com a modelagem matemática do sistema formado por um oscilador que possui um grau de liberdade e é constituído um amortecedor viscoso e uma mola de rigidez linear. Esse oscilador contém um motor elétrico CC, de potência limitada, que constitui uma fonte não ideal de energia. Um sistema ideal também foi introduzido nesse capítulo, mesmo que de forma simplificada, por fazer parte do estudo sobre a atuação do absorvedor em diversas situações.

No capítulo 5 foram apresentados os resultados numéricos em diferentes etapas, conforme o tipo de oscilador considerado. Nesses casos sempre foi comparado o comportamento do sistema principal sem acoplamento com o sistema que tinha o STTA acoplado.

Quando o sistema livre foi estudado, duas condições iniciais foram consideradas com o intuito de analisar o comportamento do STTA em torno dos pontos de equilíbrio. No item posterior, o STTA foi acoplado a um oscilador ideal, sob uma excitação harmônica, e também duas condições iniciais foram consideradas. Desses dois sistemas de configuração mais simples concluiu-se que o STTA é bem eficiente na redução das vibrações, principalmente quando a fonte excitadora tem frequência próxima à frequência natural do oscilador.

Sobre os resultados mostrados em que a fonte de excitação era não ideal, o sistema foi analisado, principalmente, quanto à capacidade do absorvedor reduzir o salto do sistema principal. Através dos gráficos do salto e dos históricos no tempo, foi possível notar que o STTA é uma ótima alternativa para reduzir as altas amplitudes de movimento na região de ressonância. Mesmo quando se comparou individualmente a passagem pela ressonância de cada um dos sistemas, o sistema composto pelo NIO e STTA juntos tinha menores amplitudes em relação ao sistema com o NIO sozinho.

Outra conclusão acerca da utilização do STTA junto ao NIO é que esse uso é adequado até o momento em que o NIO sai da região de ressonância, pois no sistema com o absorvedor acoplado tem as maiores oscilações a partir dessa fase.

Por último, no capítulo 6, foi feita uma comparação sobre o desempenho dos absorvedores STTA e NES na absorção das vibrações do NIO. No emprego dos dois absorvedores sobre o oscilador não ideal, cada formando um sistema, houve uma surpresa. O fato surpreendente se deve ao NES que, ao contrário dos resultados no sistema ideal (apêndice 1), revelou grande capacidade de suprimir as vibrações do NIO, superando as expectativas e os bons resultados obtidos anteriormente com o STTA.

No apêndice (1) também foi feita a comparação tanto para o sistema ideal livre quanto para o ideal forçado. Os resultados com o STTA acoplado foram mais satisfatórios do que com o NES, pois com o STTA uma maior parcela de energia foi transferida do oscilador ideal. Essa maior quantidade de energia transferida gerou maiores oscilações do STTA.

Portanto, os resultados apresentados pelo absorvedor do tipo “snap through truss” atingiram as expectativas de atenuação do efeito Sommerfeld que o fizeram ser proposto para esse trabalho e ainda mostraram que ele pode ser uma excelente alternativa frente a outros tipos de absorvedor.

Outro estudo muito interessante, para futuros trabalhos, é verificar como o sistema com absorvedor se comporta num regime caótico, condição que não foi obtida nesse trabalho. Após tais análises, uma investigação experimental seria muito importante para consolidar os resultados obtidos.

Para uma tese de doutorado, pretende-se estudar o novo modelo de absorvedor não linear proposto em consequência desse atual trabalho. Esse novo absorvedor consiste numa formação distinta para um absorvedor essencialmente não linear, que se espera que atue como um NES. Essa diferente formação foi mostrada no capítulo 6 desse trabalho.

REFERÊNCIAS

ARNOLD, F. R., “Steady-state behavior of systems provided with nonlinear dynamic vibration absorbers,” *Journal of Applied Mechanics*, vol. 22, pp. 487–492, 1955.

AVRAMOV, K. V. and GENDELMAN, O. V., „Interaction of elastic system with snap-through vibration absorber“, *International Journal of Non-Linear Mechanics* 44, 2009, 81–89.

AVRAMOV, K. V. and MIKHLIN, Y. V., „Forced Oscillations of a System, Containing a Snap-Through Truss, Close to Its Equilibrium Position“, *Nonlinear Dynamics* 35: 361–379, 2004.

AVRAMOV, K. V. and MIKHLIN, Y. V., „Snap-through truss as a vibration absorber“, *Journal of Vibration and Control*, 10, 2004, 291–308.

AVRAMOV, K. V. and MIKHLIN, Y. V., „Snap-through truss as an absorber of forced oscillations“, *Journal of Sound and Vibrations*“, 2006, 705–722.

BALTHAZAR, J.M., MOOK, D.T., WEBER, H.I., BRASIL, R.M.L.R.F., FENILI, A., BELATO, D. and FELIX, J.L.P., 2003, “An Overview on Non-ideal Vibrations”, *Meccanica*, Vol. 38, No. 6, 613-621.

BOYCE, W.E. AND DIPRIMA, R. C., *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems – 7th ed.*

DANTAS, M. J. H. AND BALTHAZAR, J.M., 2007, “On the existence and stability of periodic orbits in non-ideal problems: general results,” *Z. Angew. Mathematik and Physik ZAMP*, vol. 58, pp. 940-958.

DANTAS, M.J.H., BALTHAZAR, J.M.: On energy transfer between linear and non-linear oscillator. *J. Sound Vib.* (2008).

DANTAS, M.J.H., BALTHAZAR, J.M.: On theoretical results on energy transfer on linear and nonlinear mechanical oscillator. In: *Proceedings of EUROMECH Colloquium 483. Geometrically Non-linear Vibrations of Structures*, July 9–11, 2007, FEUP, Porto, Portugal, pp. 49–52 (2007).

FELIX, J. L. P. and BALTHAZAR, J. M., „On a Nonlinear Dynamics of a Non-Ideal Oscillator, with a Snap-Through Truss Absorber(STTA)“, 2009, 20th International Congress of Mechanical Engineering.

FELIX, J.P.F., BALTHAZAR, J.M. and DANTAS, M. J. H., On energy pumping, synchronization and beat phenomenon in a nonideal structure coupled to an essentially nonlinear oscillator. *Nonlinear Dyn* 56, 1–11 (2009).

FRAHM, H., *A Device for Damping Vibrations of Bodies*. US Patent 989958, 1911.

HUNT, J. B. and NISSEN, J.C., “The broadband dynamic vibration absorber,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 83, pp. 573–578, 1982.

IOSSAQUI, J. G., Uso de absorvedores de vibrações eletromecânicos lineares e não lineares em sistemas não lineares e não ideais. Dissertação de mestrado. Faculdade de Engenharia de Bauru. Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”.

JIANG, X., MCFARLAND, D.M., BERGMAN, L.A., VAKAKIS, A.F.: Steady state passive nonlinear energy pumping in coupled oscillators: theoretical and experimental results. *Nonlinear Dyn.* 33, 87–102 (2003).

KONONENKO, V.O., *Vibrating Systems with Limited Power Supply*. Illife Books, London (1969).

MALATKAR, P., NAYFEH, A.H.: Steady-state dynamics of a linear structure weakly coupled o an essentially nonlinear oscillator. *Nonlinear Dyn.* 47, 167–179 (2007).

MONTEIRO L. H. A. *Sistemas Dinâmicos*. São Paulo, Editora Livraria da Física, 2002.

NAYFEH, A.H., MOOK, D.T.: *Nonlinear Oscillations*. Wiley, New York (1979).

ORMONDROYD, J., and DEN HARTOG, J. P., “The theory of the dynamical vibration absorber,” *ASME Journal of Applied Mechanics*, vol. 50(7), pp. 9–22, 1928.

PIPES, L. A., “Analysis of a nonlinear dynamic vibration absorber,” *Journal of Applied Mechanics*, vol. 20, pp. 515–518, 1953.

Ramlan, R., BRENNAN, M.J., MACE, B.R., KOVACLE, I., “Potential benefits of a non-linear stiffness in an energy harvesting device,” *Nonlinear Dyn.* 59, 545-558.

ROBERSON, R. E., “Synthesis of a nonlinear dynamic vibration absorber,” *Journal of the Franklin Institute*, vol. 254, pp. 205–220, 1952.

VAKAKIS, A.F., GENDELMAN, O.: Energy pumping in nonlinear mechanical oscillators II: Resonance capture. *J. Appl. Mech.* 68(1), 42–48 (2001).

VAKAKIS, A.F.: Inducing passive nonlinear energy sinks in linear vibrating systems. *J. Vib. Acoustics* 123(3), 324–332 (2001).

VIGUIÉ, R. *Tuning Methodology of Nonlinear Vibration Absorbers Coupled to Nonlinear Mechanical Systems*. PhD Thesis Dissertation. Aerospace and Mechanical Engineering Department. University of Liège (2010).

APÊNDICE 1 - NES ACOPLADO AO SISTEMA IDEAL

Esse apêndice consiste no estudo realizado sobre a atuação dos osciladores STTA e NES sobre o sistema de excitação ideal. Segue-se aqui a mesma forma de análise aplicada no capítulo 5, desenvolvida para o sistema ideal.

Para o caso em que a fonte de excitação é ideal, em que a potência é ilimitada, obtemos o sistema dinâmico adimensional a seguir:

$$\begin{aligned} u'' + \alpha_1 u' + u + \varepsilon \gamma (u - v) &= f \cos(\omega t) \\ v'' + \alpha_2 v' + \mu \gamma v^3 + \mu \varepsilon (v - u) &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

sendo os seguintes parâmetros adimensionais:

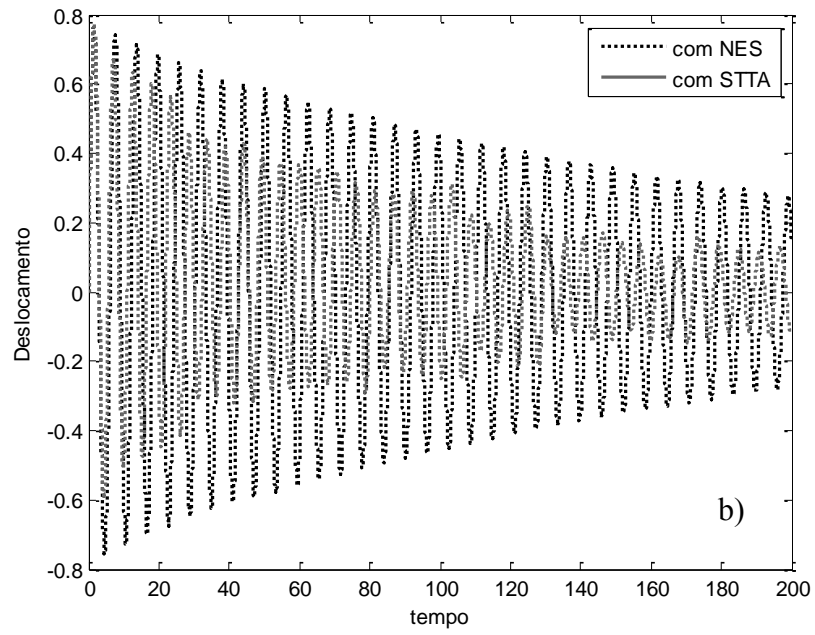
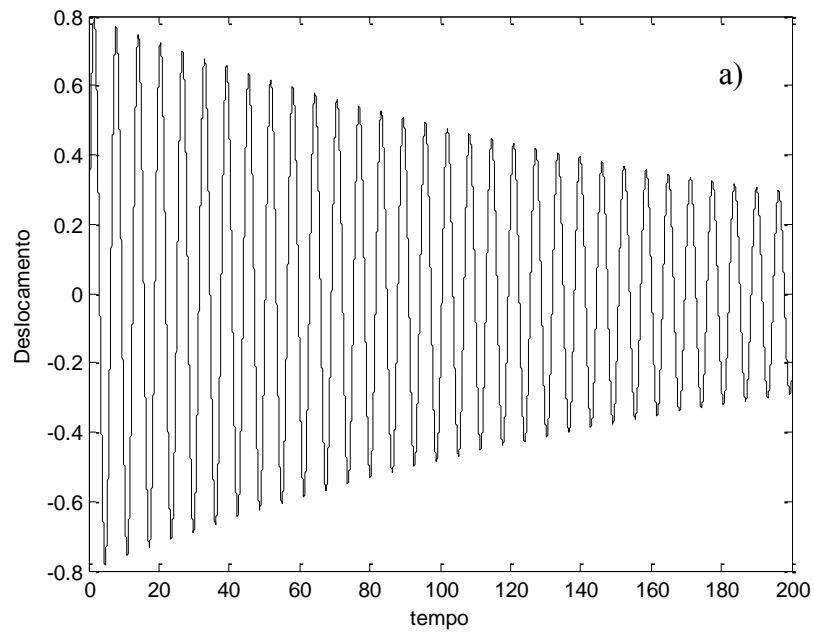
$$\begin{aligned} \omega_n &= \sqrt{\frac{k_1}{M}} & u &= \frac{x_1}{r} & v &= \frac{x_2}{r} & w &= \frac{\Omega}{\omega_n} & \alpha_1 &= \frac{c_1}{M \omega_n} & \alpha_2 &= \frac{c_2}{m \omega_n} & \gamma &= \frac{k_2}{k_1} & \mu &= \frac{M}{m} \\ f &= \frac{F}{k_1 l} & \tau &= \omega_n t & \varepsilon &= \frac{k}{k_1} \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

8.1 OSCILADOR IDEAL LIVRE

Neste caso, estudam-se os sistemas ideais mostrados nas equações (4.10) e (A.1). Considera-se o oscilador apenas como um bloco que recebe um pequeno impulso e oscila em torno de um ponto de equilíbrio. Os valores dos parâmetros adotados estão na tabela X. As condições iniciais são: $u(0) = v(0) = v'(0) = 0$ e $u'' \neq 0$. Na figura (38) temos $u''(0) = 0.8$ e na figura (39), $u''(0) = 0.1$.

TABELA 13 – Valores dos parâmetros do sistema de oscilação livre.

Parâmetros	Símbolo	Valores
Amplitude da força	f	0
Coefficientes de amortecimento	α_1, α_2	0.01, 0.03
Coefficiente de rigidez	$\varepsilon = \gamma$	0.35
Coefficiente de massa	μ	100
Ângulo	φ	0.405



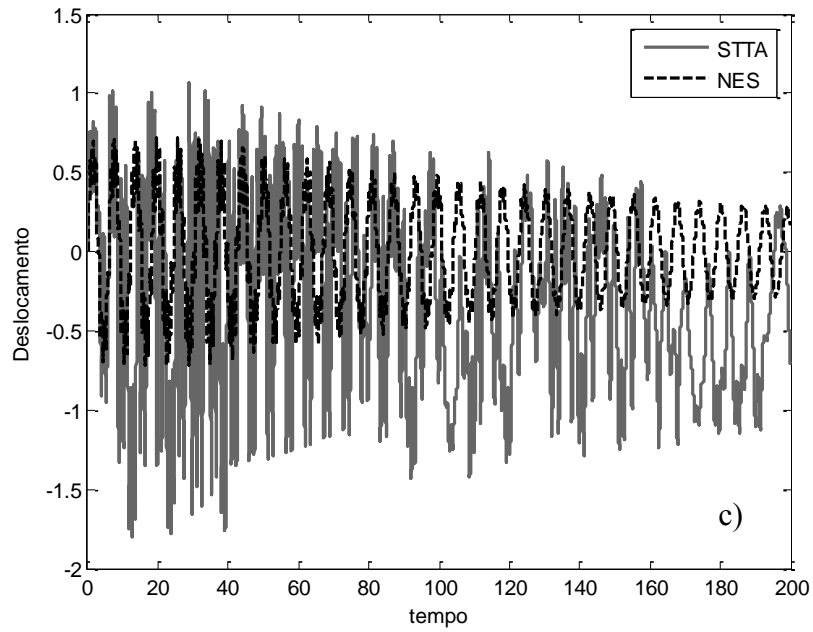
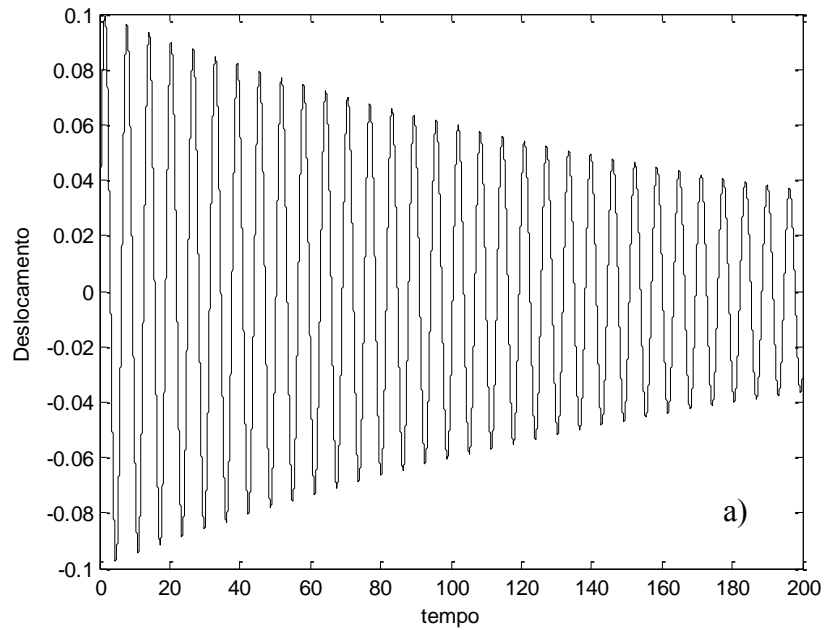


FIGURA 38 - Para $u''(0) = 0.8$: a) deslocamento do Oscilador ideal sem acoplamento; b) deslocamento do Oscilador ideal com STTA (cinza contínuo) e NES (preto pontilhado) acoplado; c) deslocamentos do STTA (cinza contínuo) e NES (preto pontilhado).



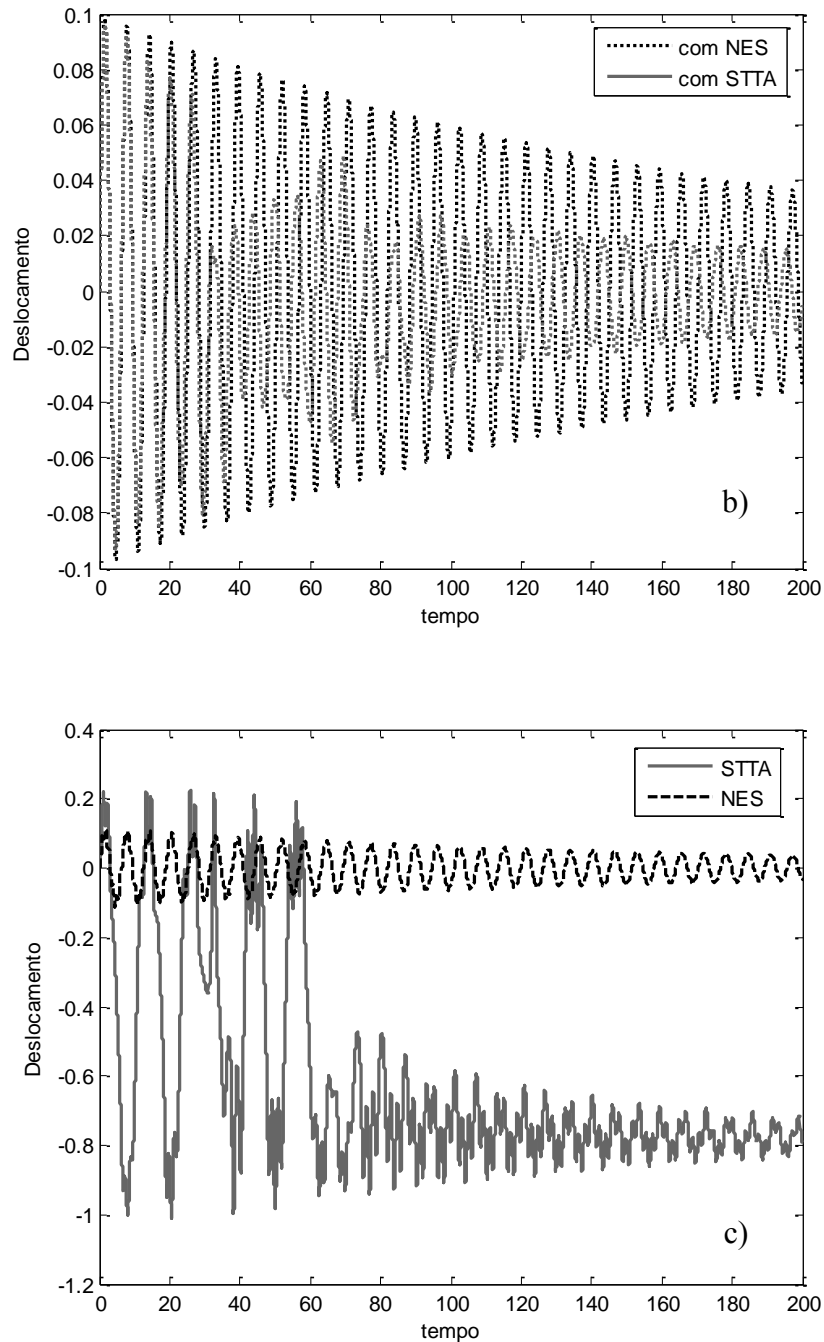


FIGURA 39 - Para $u''(0) = 0.1$: a) deslocamento do Oscilador ideal sem acoplamento; b) deslocamento do Oscilador ideal com STTA(cinza contínuo) e NES (preto pontilhado) acoplado; c) deslocamentos do STTA (cinza contínuo) e NES (preto pontilhado).

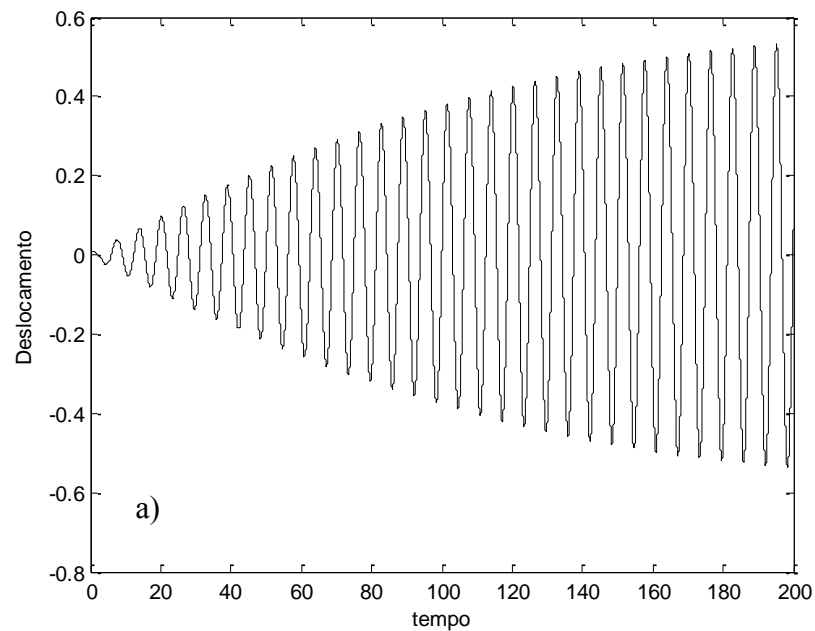
Nas figuras (38) e (39) é possível verificar a redução das amplitudes de vibração do oscilador ideal quando este têm os dois absorvedores acoplados. Entretanto, nota-se que mesmo para condições iniciais distintas o STTA apresenta amplitudes de movimento maiores que o NES, o que possibilita a maior redução dos deslocamentos do oscilador.

8.2 OSCILADOR IDEAL FORÇADO (IO)

Nesta situação, são levados em conta os sistemas ideais dadas pelas expressões (4.10) e (A.2). Vale lembrar que nesse sistema o motor tem potência ilimitada e velocidade angular não varia com tempo. Os valores dos parâmetros empregados são os mesmo da tabela (14). As condições iniciais tomadas são: $u'(0) = v(0) = v'(0) = 0$. Na figura (40) temos $u(0) = 0.01$ e na figura (41), $u(0) = 0.8$.

TABELA 14 – Valores dos parâmetros do sistema com oscilador forçado.

Parâmetros	Símbolo	Valores
Amplitude da força	f	0.01
Frequência	ω	1.01
Coefficientes de amortecimento	α_1, α_2	0.01, 0.03
Coefficiente de rigidez	$\varepsilon = \gamma$	0.35
Coefficiente de massa	μ	100
Ângulo	φ	0.405



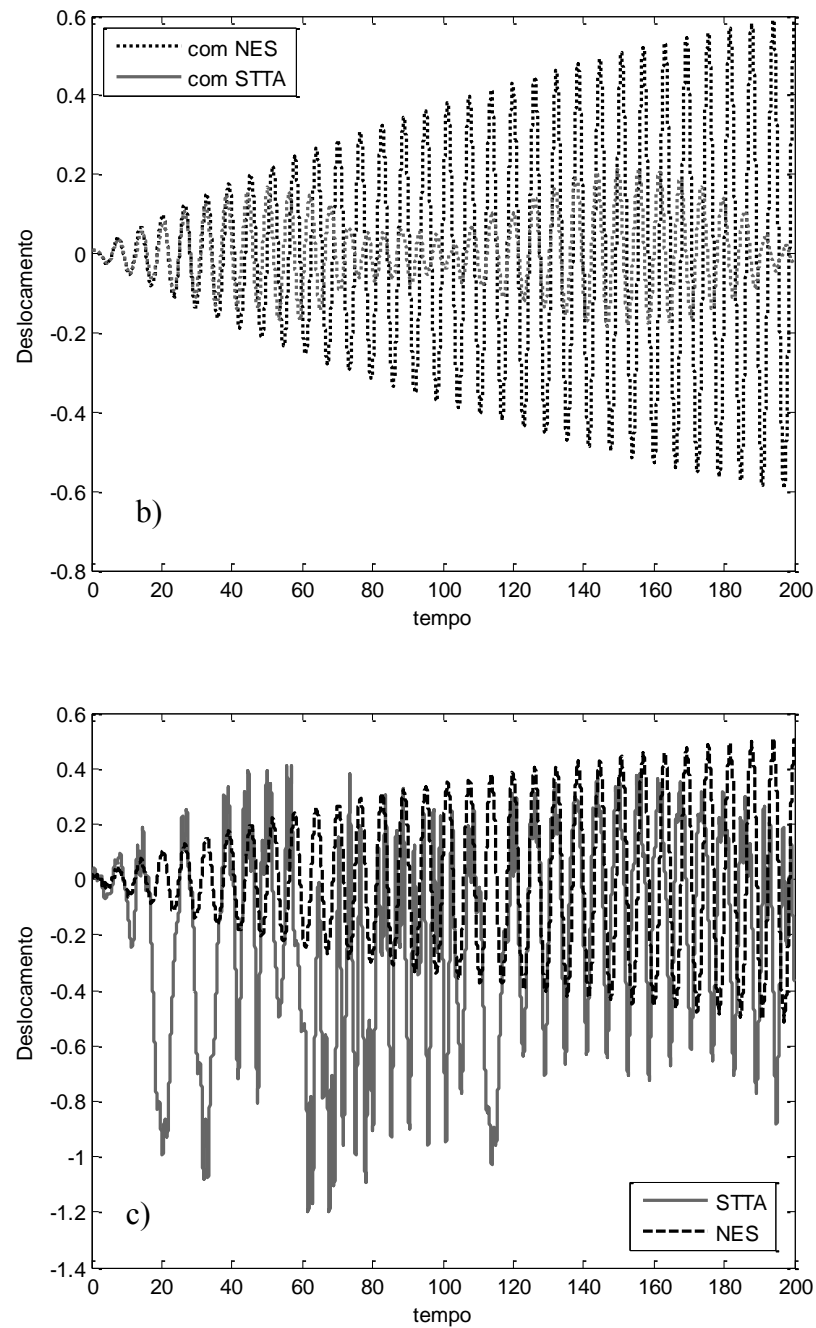
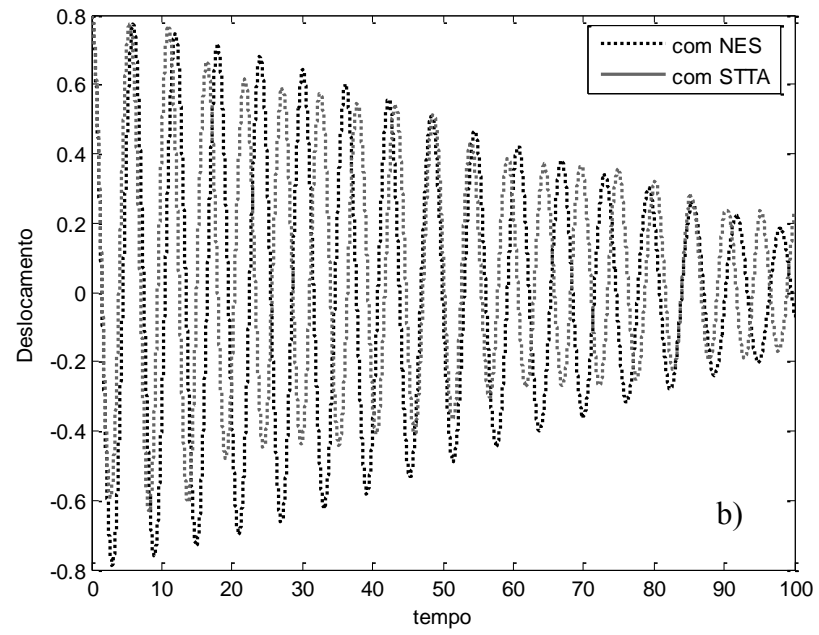
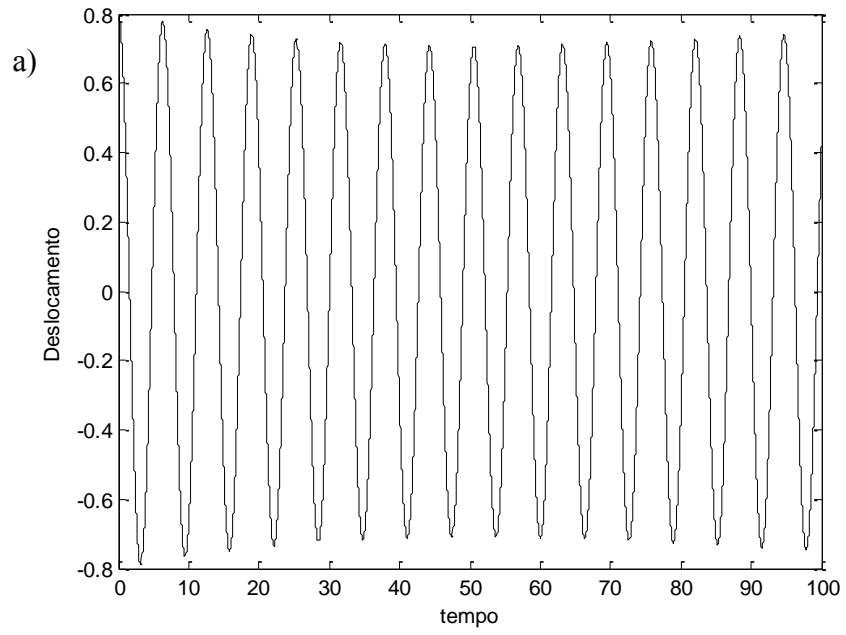


FIGURA 40 - Para $u(0) = 0.01$: a) deslocamento do IO sem acoplamento; ; b) deslocamento do IO com STTA(cinza contínuo) e NES (preto pontilhado) acoplado; c) deslocamentos do STTA (cinza contínuo) e NES (preto pontilhado).



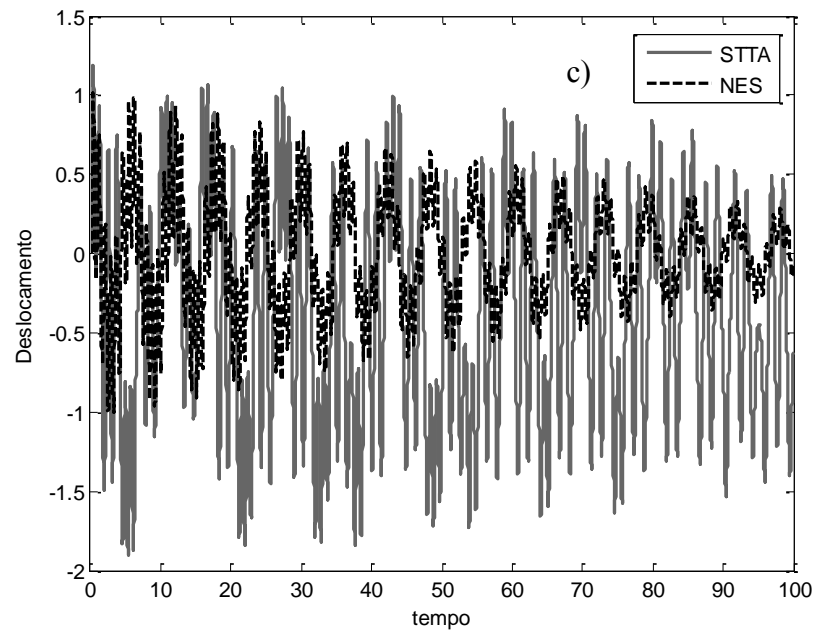


FIGURA 41 - Para $u(0) = 0.8$: a) deslocamento do IO sem acoplamento; ; b) deslocamento do IO com STTA(cinza contínuo) e NES (preto pontilhado) acoplado; c) deslocamentos do STTA (cinza contínuo) e NES (preto pontilhado).

O uso dos absorvedores quando a frequência de excitação está próxima à frequência natural ajuda a reduzir as amplitudes de movimento do oscilador ideal. Contudo, o STTA desempenhou essa função com maior eficiência, justamente por desenvolver movimentos de maior amplitude, indicando que maior quantidade de energia do oscilador ideal é transferida.

Os resultados obtidos nesse capítulo revelam dados interessantes. Quando se comparam os dois absorvedores acoplados ao sistema ideal, nas seções 8.1 e 8.2, para um impulso inicial ou para uma força harmônica excitando o sistema, é evidente que o STTA leva vantagem sobre o NES quando se trata de atenuar vibrações. Quando o STTA está acoplado o sistema principal tem as oscilações reduzidas rapidamente, enquanto o sistema com NES, em alguns casos, quase não apresenta atenuação das vibrações.

Ainda sobre essas duas seções, o movimento do STTA apresentou maiores deslocamentos, indicando que conseguiu receber maior quantidade de energia do sistema principal. Contudo, como observação, deve-se atentar às grandes amplitudes de movimento do STTA nesse caso, para que elas não se tornem uma condição indesejada em alguns sistemas.

9 SÚMULA CURRICULAR

Trabalhos Aceitos Em Eventos Com Arbitragem

ALVES DE GODOY, W. R., BALTHAZAR, J. M., PONTES JR, B. R., FELIX, J. L.P.,
On a nonlinear dynamics of a non-ideal oscillator, with a snap-through truss absorber (STTA),
21st International Congress of Mechanical Engineering, COBEM, 2011, Natal - RN.

ALVES DE GODOY, W. R., BALTHAZAR, J. M., PONTES JR, B. R., FELIX, J. L.P.,
On a nonlinear dynamics of a non-ideal oscillator, with a snap-through truss absorber (STTA),
10th Brazilian Conference on Dynamics, Control and their Applications, DINCON, 2011,
Águas de Lindóia - SP.

ALVES DE GODOY, W. R., BALTHAZAR, J. M., PONTES JR, B. R., FELIX, J. L.P.,
On a nonlinear dynamics of a non-ideal oscillator, with a snap-through truss absorber (STTA),
XXXII Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering,
CILAMCE, 2011, Ouro Preto – MG.

Trabalhos Submetidos Em Eventos Com Arbitragem

ALVES DE GODOY, W. R., BALTHAZAR, J. M., PONTES JR, B. R., FELIX, J. L.P.,
Some Statements On The Nonlinear Dynamics Behavior Of A Non-Ideal Oscillator, With A
“Snap-Through Truss Absorber (STTA)”, Conference on Structural Nonlinear Dynamics and
Diagnostics, 2011, Marrakech.

Trabalhos Submetidos Em Revista Com Arbitragem

ALVES DE GODOY, W. R., BALTHAZAR, J. M., PONTES JR, B. R., FELIX, J. L.P.,
Some Statements On The Nonlinear Dynamics Behavior Of A Non-Ideal Oscillator, With A
“Snap-Through Truss Absorber (STTA)”, Journal of Vibration and Acoustics, 2012.
Marrakech.