

HAROLDO ANTONIO MARQUES

**INFLUÊNCIA DA IONOSFERA NO POSICIONAMENTO GPS:
Estimativa dos Resíduos no Contexto de Duplas Diferenças e
Eliminação dos Efeitos de 2^a e 3^a Ordem**

Dissertação de Mestrado



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

**Faculdade de Ciências e Tecnologia
Pós-Graduação em Ciências Cartográficas**

HAROLDO ANTONIO MARQUES

**INFLUÊNCIA DA IONOSFERA NO POSICIONAMENTO GPS:
Estimativa dos Resíduos no Contexto de Duplas Diferenças e
Eliminação dos Efeitos de 2^a e 3^a Ordem**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós Graduação em Ciências Cartográficas da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Campus de Presidente Prudente, para obtenção do título de Mestre em Ciências Cartográficas.

Orientador: Prof. Dr. João Francisco Galera Monico

PRESIDENTE PRUDENTE
2008

M317i Marques, Haroldo Antonio.
Influência da ionosfera no posicionamento GPS: estimativa dos resíduos no contexto de duplas diferenças e eliminação dos efeitos de 2ª e 3ª ordem / Haroldo Antonio Marques. - Presidente Prudente: [s.n], 2008
150 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciências e Tecnologia
Orientador: João Francisco Galera Monico
Banca: José Tadeu Garcia Tommaselli, Edvaldo Simões da Fonseca
Inclui bibliografia

1. Posicionamento GPS. 2. Resíduos ionosféricos da DD. 3. Efeitos ionosféricos de 2ª e 3ª ordem. 4. Filtro de Kalman. 5. Processos aleatórios. I. Autor. II. Título. III. Presidente Prudente - Faculdade de Ciências e Tecnologia.

CDD(18.ed.) 623.71

Ficha catalográfica elaborada pela Seção Técnica de Aquisição e Tratamento da Informação
Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação - UNESP, Câmpus de Presidente Prudente.

BANCA EXAMINADORA



Prof. Dr. João Francisco Galera Monico
(Orientador)



Prof. Dr. José Tadeu Garcia Tommaselli
(FCT/UNESP)



Prof. Dr. Edvaldo Simões da Fonseca Junior
(USP)



Haroldo Antonio Marques

Presidente Prudente (SP), 29 de janeiro de 2008

Resultado: APROVADO



DADOS CURRICULARES

Haroldo Antonio Marques

Nascimento 26.05.1979 – Araçatuba – SP

Filiação Euripedes Antonio Marques
Diva Batista Marques

2001 - 2005 Graduação em Engenharia Cartográfica pela Faculdade de Ciências e Tecnologia da UNESP, Campus de Presidente Prudente

2006 - 2008 Mestrado em Ciências Cartográficas pela Faculdade de Ciências e Tecnologia da UNESP - Presidente Prudente

DEDICATÓRIA

À minha querida noiva, Heloísa, pelo carinho, apoio, incentivo e encorajamento.

Aos meus estimados pais, Euripedes e Diva, cujos melhores ensinamentos foram a sinceridade, a honestidade e a dedicação.

Aos meus queridos sogros, Dionisio e Lúcia, que sempre me incentivaram nos momentos difíceis contribuindo para a realização desse trabalho.

Ao meu irmão, Heitor, que sempre esteve e estará comigo em todos os momentos importantes da minha vida.

AGRADECIMENTOS

Agradeço:

Primeiramente a “DEUS”. Minha fé me possibilita acreditar que ele está sempre ao meu lado.

Às agências de fomento CAPES e FAPESP, pelo apoio financeiro.

Ao Professor Dr. João Francisco Galera Monico, pela confiança apoio e incentivo, o que já vem ocorrendo desde a graduação no trabalho de iniciação científica.

Aos meus pais, irmãos e todos os familiares por todo o apoio e encorajamento.

Ao meu grande primo Agnaldo (AgMadelá) pela força durante todo esse período.

Aos professores do Departamento de Cartografia, que contribuíram fortemente para a minha formação acadêmica.

A Eniuce Menezes de Souza (aluna do PPGCC) pelo auxílio e trabalho em equipe com o *software* GPSeq.

Ao Guilherme Poleszuk dos Santos Rosa (aluno do PPGCC) pelo auxílio no processamento de dados GPS com o *software* GPSPPP e na solução de diversos problemas.

A Daniele Barrocá Marra Alves (aluna do PPGCC) pelo auxílio no processamento de dados GPS com o *software* Bernese e pelo fornecimento de dados GPS para análises.

Aos colegas de Pós-Graduação, em especial ao Willian Dal Poz e Guilherme Poleszuk, por proporcionarem momentos de boas discussões filosóficas e de descontração.

Aos membros do Grupo de Estudos em Geodésia Espacial (GEGE), os quais de forma direta e indireta contribuíram para a realização desse trabalho.

A todos os funcionários da FCT/UNESP, pelo convívio agradável durante todos esses anos.

EPÍGRAFE

Multa espendio siunt quae sgnibus árdua videntur
(A persistência supera o que os fracos consideram impossível)
(Tácito)

RESUMO

Dados de receptores GPS de dupla frequência são, em geral, processados utilizando a combinação *ion-free*, o que permite eliminar os efeitos de primeira ordem da ionosfera. Porém, os efeitos de segunda e terceira ordem, geralmente, são negligenciados no processamento de dados GPS. Nesse trabalho, esses efeitos foram levados em consideração no processamento dos dados. Foram investigados os modelos matemáticos associados a esses efeitos, as transformações envolvendo o campo magnético da Terra e a utilização do TEC advindo dos Mapas Globais da Ionosfera ou calculados a partir das pseudodistâncias. Numa outra investigação independente, os efeitos residuais de primeira ordem da ionosfera, resultantes da dupla diferença da pseudodistância e da fase da onda portadora, foram considerados como incógnitas no ajustamento. Porém, esses efeitos residuais foram tratados como pseudo-observações, associados aos processos aleatórios *random walk* e *white noise* e, adicionados ao algoritmo de filtro de Kalman. Dessa forma, o modelo matemático preserva a característica de número inteiro da ambigüidade da fase, facilitando a aplicação de algoritmos de solução da ambigüidade, que no caso desse trabalho, utilizou-se o método LAMBDA. Para o caso da consideração dos efeitos de segunda e terceira ordem da ionosfera, foram realizados processamentos de dados GPS envolvendo o modo relativo e o Posicionamento por Ponto Preciso. Os resultados mostraram que a não consideração desses efeitos no processamento dos dados GPS pode introduzir variações da ordem de três a quatro milímetros nas coordenadas das estações. Para o caso da estimativa residual das duplas diferenças, foram realizados processamentos de dados GPS no modo relativo envolvendo linhas de base médias e longas e, utilizando a técnica de posicionamento estático rápido e a solução época por época. No caso da solução época por época, foram utilizados dados GPS do ano de 2003 e tentou-se a solução das ambigüidades em cada época. Observou-se que a aplicação da estimativa residual da ionosfera proporcionou melhorias da ordem de mais ou menos oitenta por cento na estimativa das coordenadas das estações. No caso do posicionamento estático rápido, foram realizados processamentos envolvendo janelas com cem épocas de dados e os experimentos mostraram que a utilização dessa técnica proporciona resultados com acurácia da ordem de poucos centímetros para linhas de base longas.

Palavras-chave: Posicionamento GPS; Resíduos ionosféricos da DD; Efeitos ionosféricos de 2ª e 3ª ordem; filtro de Kalman; Processos aleatórios.

ABSTRACT

Data from dual frequency receiver, in general, are processed using the ion-free combination that allows the elimination of the first order ionospheric effects. However, the second and third order ionospheric effects, generally, are neglected in the GPS data processing. In this work, these effects were taken into account in the GPS data processing. In this case, it was investigated the mathematical models associated with the second and third order effects, the transformations involving the Earth magnetic field and the use of TEC from Ionosphere Global Maps or calculated from the pseudoranges. The first order ionosphere residual effects, resulting from pseudorange and phase double difference, were taken into account as unknown in the adjustment. However, these effects were treated as pseudo-observables and it was associated with the random process random walk and white noise and added to the Kalman filter algorithm. Therefore, the mathematical model preserves the phase ambiguity “integerness”, facilitating the application of ambiguity resolution approaches, which in the case of this work, it was used the LAMBDA method. Considering the case of the second and third order ionosphere effects, it was accomplished GPS data processing involving the relative mode and Precise Point Positioning. The results have shown that the not consideration of these effects in the GPS data processing can introduce variation of the order of three up to four millimeters in the station coordinates. Concerning to the case of the double differences residual estimate, it was accomplished GPS data processing in the relative mode involving medium and long baselines using the rapid static positioning technique and the epoch by epoch solution. Considering an approach of epoch by epoch solution, it was used GPS data from year 2003 and the ambiguity resolution was tried each by epoch. It could be observed that this approach has provided improvements of the order of eighty percent in the stations coordinate estimation. For static positioning, it was accomplished GPS data processing involving windows with hundred epoch of the data and the experiments have shown that the use of this technique has provided results with accuracy of the order of centimeters for long baselines.

Keywords: GPS positioning; DD ionospheric residual; 2nd and 3rd order ionospheric effects; Kalman filter; Random Process.

LISTA DE FIGURAS

| | |
|--|-----|
| Figura 1 – Conjunto de processos aleatórios..... | 38 |
| Figura 2 – Função de autocorrelação (a) e função de densidade espectral (b) para o processo de Gauss-Markov..... | 43 |
| Figura 3 – O espaço de procura das ambigüidades e o <i>grid</i> de valores inteiros..... | 62 |
| Figura 4 – Regiões atmosféricas..... | 66 |
| Figura 5 – Densidade de elétrons Ne(h) em função da altura | 69 |
| Figura 6 – Campo magnético da Terra | 70 |
| Figura 7 – Campo dipolo da Terra, com os pólos norte (B), sul (A) e equador | 71 |
| Figura 8 – Sistema geodésico e orientação do campo geomagnético (dipolo)..... | 72 |
| Figura 9 – Vetores componentes e ângulos associados com o campo geomagnético..... | 73 |
| Figura 10 – Ondas eletromagnéticas | 76 |
| Figura 11 – Desvio do sinal através da atmosfera refrativa | 78 |
| Figura 12 – Camada da ionosfera e vetor de indução geomagnética B..... | 85 |
| Figura 13 – Sistema geomagnético local com origem no receptor..... | 86 |
| Figura 14 – Geometria para o caminho do atraso ionosférico no sinal GPS..... | 91 |
| Figura 15 – Componentes da refração troposférica calculadas pelo modelo de <i>Hopfield</i> | 95 |
| Figura 16 – Fluxograma do <i>software</i> GPSeq com estimativa dos resíduos ionosféricos das DDs..... | 98 |
| Figura 17 – DCBs para 10 estações IGS no ano de 2002..... | 106 |
| Figura 18 – Desvio-padrão para os DCBs de algumas estações IGS no ano de 2002 | 106 |
| Figura 19 – DCBs para os satélites GPS no ano de 2002..... | 107 |
| Figura 20 – Desvio-padrão para os DCBs de cada satélite GPS ano de 2002..... | 107 |
| Figura 21 – Desvio-padrão do STEC propagado para cada satélite GPS..... | 108 |
| Figura 22 – Desvio-padrão do efeito de 2ª ordem em função do desvio-padrão do STEC para o satélite PRN 31 | 109 |
| Figura 23 – Latitude geomagnética corrigida versus latitude dipolar | 110 |
| Figura 24 – Isolinhas das discrepâncias entre as latitudes geomagnéticas corrigidas e dipolares | 111 |
| Figura 25 – Discrepâncias (m) nos efeitos de 2ª ordem usando os modelos CGM e dipolar. 112 | |
| Figura 26 – STEC para todos os satélites no dia 70 do ano de 2001 (valores obtidos a partir do GIM)..... | 113 |
| Figura 27 – STEC para todos os satélites no dia 70 do ano de 2007 (valores obtidos a partir do GIM)..... | 113 |
| Figura 28 – Efeitos de segunda ordem na estação BRAZ para o dia 70 do ano de 2001..... | 114 |
| Figura 29 – Efeitos de segunda ordem na estação BRAZ para o dia 70 do ano de 2007..... | 114 |
| Figura 30 – Efeitos de terceira ordem na estação BRAZ para o dia 70 do ano de 2001..... | 115 |
| Figura 31 – Efeitos de terceira ordem na estação BRAZ para o dia 70 do ano de 2007..... | 116 |

| | |
|--|-----|
| Figura 32 – Estações utilizadas no processamento relativo | 117 |
| Figura 33 – Erro (DE, DN e DU) ionosférico de 2ª e 3ª ordem no PPP da estação UEPP | 119 |
| Figura 34 – Índice Kp e K para o dia 15 de julho de 2003 (processamento UEPP-ASSIS) .. | 121 |
| Figura 35 – Precisão resultante das coordenadas em função da precisão da pseudo-observável ionosférica | 122 |
| Figura 36 – Precisão das ambigüidades (PRN 05) em função da precisão da pseudo-observável ionosférica | 123 |
| Figura 37 – Erro na componente altimétrica para a linha UEPP-REGENTE (época por época ~ 18 km)..... | 125 |
| Figura 38 – Erro na componente altimétrica para a linha UEPP-ASSIS (época por época ~ km)..... | 125 |
| Figura 39 – Resíduos ionosféricos das DDs (L1) estimados para a linha UEPP-ASSIS (época por época) | 126 |
| Figura 40 – Histograma dos resíduos ionosféricos estimados para a linha UEPP-ASSIS (época por época) | 127 |
| Figura 41 – Erros no sistema local da linha de base zero (processo <i>random walk</i>) | 130 |
| Figura 42 – Resíduos ionosféricos da linha de base zero (processo <i>random walk</i>) | 131 |
| Figura 43 – Precisão nas coordenadas UEPP-ASSIS (processo <i>white noise</i>) | 132 |
| Figura 44 – Erros no SGL UEPP-ASSIS (processo <i>white noise</i>)..... | 132 |
| Figura 45 – Erros no SGL UEPP-ASSIS (processo <i>random walk</i>)..... | 133 |
| Figura 46 – Erros no SGL e precisão das coordenadas cartesianas PPTE-ROSA | 135 |
| Figura 47 – Resíduos ionosféricos da DD (L1) da linha PPTE-ROSA..... | 136 |
| Figura 48 – Erros no SGL da linha PPTE-ROSA com $\sigma_{\text{iono}} = 10^6$ m/km (∞) | 137 |
| Figura 49 – Erros no SGL da linha PPTE-ROSA com $\sigma_{\text{iono}} = 0,003$ m/km | 138 |
| Figura 50 – Teste <i>Ratio</i> para os dois processamentos (PPTE-ROSA) | 139 |
| Figura 51 – Dispersão dos resíduos ionosféricos das DDs (solução “ <i>iono float</i> ”)..... | 139 |
| Figura 52 – Dispersão dos resíduos ionosféricos das DDs (“ <i>iono com peso</i> ”) | 140 |
| Figura 53 – Dispersão dos resíduos ionosféricos das DDs para o satélite PRN 08..... | 140 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|---|-----|
| Tabela 1 – Erro devido a não consideração dos efeitos de 2 ^a e 3 ^a ordem no processamento relativo GPS..... | 118 |
| Tabela 2 – Estatísticas do PPP na estação UEPP | 119 |
| Tabela 3 – EMQ em metros e melhoria em % das discrepâncias em altitude (época por época) | 127 |
| Tabela 4 – EMQ em metros e melhoria em % das discrepâncias em coordenadas cartesianas (época por época)..... | 128 |
| Tabela 5 – Resultados do processamento da linha de base zero | 130 |
| Tabela 6 – Erros em cartesianas e precisões UEPP-ASSIS ao final do processamento (processo <i>white noise</i>) | 134 |
| Tabela 7 – Erros do processamento da linha de base PPTE-ROSA (700 épocas) | 135 |
| Tabela 8 – Erros em cartesianas no processamento estático rápido da linha PPTE-ROSA ... | 141 |
| Tabela 9 – Erros no SGL no processamento estático rápido da linha PPTE-ROSA..... | 141 |

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

| | | |
|--------|---|---|
| CGM | – | <i>Corrected Geomagnetic Model</i> |
| CODE | – | <i>Center for Orbit Determination in Europe</i> |
| CPTEC | – | Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos |
| DCB | – | <i>Differential Code Bias</i> |
| DD | – | Dupla Diferença |
| DIA | – | Detecção, Adaptação e Identificação |
| DLL | – | <i>Dynamic Link Library</i> |
| DP | – | Desvio-Padrão |
| EM | – | Eletro Magnética |
| EMQ | – | Erro Médio Quadrático |
| FCT | – | Faculdade de Ciências e Tecnologia |
| FDP | – | Função Densidade de Probabilidade |
| GIM | – | <i>Global Ionosphere Map</i> |
| GNSS | – | <i>Global Navigation Satellite System</i> |
| GOM | – | <i>Global Overall Model</i> |
| GPS | – | <i>Global Positioning System</i> |
| GPSeq | – | GPS Seqüencial |
| GPSTK | – | <i>GPS ToolKit</i> |
| IAGA | – | <i>International Association of Geomagnetism and Aeronomy</i> |
| IGRF | – | <i>International Geomagnetic Reference Field</i> |
| IGS | – | <i>International GNSS Service</i> |
| INPE | – | Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais |
| LAMBDA | – | <i>Least Squares Ambiguity Decorrelation</i> |
| LGE | – | Laboratório de Geodésia Espacial |
| LOM | – | <i>Local Overall Model</i> |
| MJD | – | <i>Modified Julian Date</i> |
| MMQ | – | Método dos Mínimos Quadrados |
| MQI | – | Método dos Mínimos Quadrados Inteiros |
| MVC | – | Matriz Variância-Covariância |
| NGS | – | <i>National Geodetic Survey</i> |
| NRCan | – | <i>Natural Resources Canada</i> |
| PIM | – | <i>Parameterized Ionospheric Model</i> |

| | | |
|--------|---|--|
| PNT | – | Previsão Numérica do Tempo |
| PPGCC | – | Programa de Pós-Graduação em Ciências Cartográficas |
| PPP | – | Posicionamento por Ponto Preciso |
| PRN | – | <i>PseudoRandom Noise</i> |
| RBMC | – | Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo |
| RINEX | – | <i>Receiver INdependent EXchange format</i> |
| SA | – | <i>Selective Availability</i> |
| SGL | – | Sistema Geodésico Local |
| SIRGAS | – | Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas |
| STEC | – | <i>Slant TEC</i> |
| TEC | – | <i>Total Electron Content</i> |
| TECU | – | <i>TEC Unit</i> |
| TGO | – | <i>Trimble Geomatics Office</i> |
| UNESP | – | Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho” |
| UTC | – | <i>Universal Time Coordinate</i> |
| VTEC | – | Vertical TEC |
| ZTD | – | <i>Zenital Tropospheric Delay</i> |

SUMÁRIO

| | |
|---|-----------|
| 1 INTRODUÇÃO | 17 |
| 1.1 Objetivo | 19 |
| 1.2 Justificativa..... | 19 |
| 1.3 Conteúdo da dissertação | 20 |
| 2 FORMULAÇÃO DO FILTRO DE KALMAN | 22 |
| 2.1 Introdução à estimação recursiva | 22 |
| 2.2 Filtro de Kalman para sistemas lineares discretos..... | 26 |
| 2.2.1 Predição e filtragem..... | 30 |
| 2.3 Filtro de Kalman para sistemas não lineares | 31 |
| 2.3.1 Predição e filtragem..... | 32 |
| 2.4 Controle de qualidade aplicado ao filtro de Kalman | 33 |
| 2.4.1 Detecção | 34 |
| 2.4.2 Identificação | 36 |
| 2.4.3 Adaptação | 37 |
| 3 PROCESSOS ALEATÓRIOS..... | 38 |
| 3.1 Processo aleatório contínuo no tempo | 38 |
| 3.1.1 Função de autocorrelação | 40 |
| 3.1.2 Processo estacionário..... | 40 |
| 3.1.3 Função densidade de potência espectral..... | 41 |
| 3.1.4 Processo <i>white noise</i> | 41 |
| 3.1.5 Processo de <i>Gauss-Markov</i> | 42 |
| 3.2 Processo aleatório discreto no tempo e aplicação no filtro de Kalman..... | 43 |
| 3.2.1 Aumento do vetor estado..... | 44 |
| 3.2.2 Variável aleatória correlacionada exponencialmente..... | 45 |
| 3.2.3 Processo <i>white noise</i> | 46 |
| 3.2.4 Processo <i>random walk</i> | 46 |
| 4 MODELOS MATEMÁTICOS ENVOLVIDOS COM AS OBSERVÁVEIS GPS | 47 |
| 4.1 Equações de pseudodistância e fase da onda portadora | 47 |
| 4.2 Duplas diferenças das observáveis GPS..... | 49 |
| 4.3 Combinação linear <i>ion-free</i> | 51 |
| 4.4 Estimativa dos efeitos residuais da DD | 54 |
| 4.4.1 Efeitos residuais da ionosfera..... | 54 |
| 4.4.2 Efeitos residuais da troposfera..... | 57 |
| 4.5 Estimativa das ambigüidades inteiras..... | 59 |
| 4.6 O método LAMBDA | 61 |

| | |
|---|------------|
| 4.7 Validação da solução da ambigüidade..... | 63 |
| 5 EFEITOS DA ATMOSFERA NO SINAL GPS | 66 |
| 5.1 Modelo ionosférico para a densidade de elétrons..... | 67 |
| 5.2 O campo magnético da Terra..... | 69 |
| 5.2.1 A aproximação por um dipolo | 70 |
| 5.2.2 Campo geomagnético considerado real..... | 73 |
| 5.3 Fundamentos de propagação de ondas | 75 |
| 5.3.1 Efeitos da refração atmosférica | 77 |
| 5.4 Efeitos da ionosfera no GNSS | 79 |
| 5.4.1 Índice de refatividade para a ionosfera | 80 |
| 5.4.2 Efeitos ionosféricos de primeira, segunda e terceira ordem..... | 82 |
| 5.4.3 Cálculo do TEC a partir da pseudodistância | 88 |
| 5.4.4 Função de mapeamento | 91 |
| 5.5 Efeitos da troposfera no GPS..... | 93 |
| 6 METODOLOGIA..... | 96 |
| 6.1 Implementações no GPSeq..... | 96 |
| 6.2 Desenvolvimento do aplicativo RINEX_HO | 100 |
| 6.3 Experimentos realizados..... | 102 |
| 7 EXPERIMENTOS E RESULTADOS | 105 |
| 7.1 Efeitos de segunda e terceira ordem da ionosfera | 105 |
| 7.1.1 Incerteza dos efeitos ionosféricos de segunda ordem em função do TEC | 105 |
| 7.1.2 Coordenadas geomagnéticas corrigidas versus coordenadas dipolares..... | 109 |
| 7.1.3 Análise nos períodos de baixa e alta atividade ionosférica | 112 |
| 7.1.4 Aplicação dos efeitos de segunda e terceira ordem no posicionamento relativo .. | 117 |
| 7.1.5 Aplicação dos efeitos de segunda e terceira ordem no PPP | 118 |
| 7.2 Estimativa dos resíduos ionosféricos das DDs | 120 |
| 7.2.1 Análise da precisão da pseudo-observação | 120 |
| 7.2.2 Processamento época por época no GPSeq | 124 |
| 7.2.3 Processamento no GPSeq utilizando o Filtro de Kalman..... | 129 |
| 7.2.3.1 Linha de base-zero com estimativa dos resíduos ionosféricos da DD | 129 |
| 7.2.3.2 Quantidade de épocas para o posicionamento estático rápido | 131 |
| 7.2.3.3 Análise dos resíduos ionosféricos da DD | 134 |
| 7.2.3.4 Posicionamento estático rápido com estimativa dos resíduos ionosféricos da DD | 137 |
| 8 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS | 143 |
| 9 REFERÊNCIAS | 146 |

1 INTRODUÇÃO

O GNSS (*Global Navigation Satellite System*), em especial o GPS (*Global Positioning System*), atualmente é uma das tecnologias mais avançadas na área de geociências para fins de posicionamento. A partir do sinal advindo dos satélites GNSS, os usuários têm a possibilidade de monitorar o vapor d'água atmosférico, o TEC (*Total Electron Content*) na atmosfera, detectar movimentos crustais ou deformações da superfície terrestre com alta acurácia e resolução temporal, entre diversas outras aplicações (MONICO, 2005).

O posicionamento preciso utilizando o GPS requer o uso da observação da fase de batimento da onda portadora, quer seja no posicionamento por ponto preciso (PPP) ou no relativo. Neste último, os diversos erros envolvidos nas medidas GPS são minimizados, devido ao processo de diferenciação (DD – dupla diferença), e as coordenadas são determinadas com relação a um referencial materializado por um ou mais vértices com coordenadas conhecidas (MONICO, 2000).

No ajustamento dos dados GPS, utilizando a técnica de posicionamento relativo estático, a utilização da DD da fase da onda portadora é muito comum, porém, pode-se também utilizar a DD da pseudodistância, ou ambas. A fase da onda portadora é ambígua por um número inteiro de ciclos entre a antena do satélite e a do receptor no instante da primeira observação, o qual é denominado ambigüidade GPS. No entanto, no ajustamento para obtenção das componentes das linhas de base, o vetor de ambigüidades é composto por números reais, o que requer técnicas adequadas para a sua solução (MACHADO, 2001).

Além do problema da solução das ambigüidades, têm-se ainda diversas fontes de erros, dentre as quais se destacam aquelas envolvidas com a propagação de sinais através da atmosfera. Os sinais provenientes dos satélites GPS propagam-se atravessando camadas de diferentes naturezas e estados. Para fins de posicionamento geodésico, o meio no qual a propagação do sinal ocorre, geralmente, é dividido em troposfera e ionosfera. As ondas eletromagnéticas ao se propagarem em tais meios sofrem diferentes influências. Após a desativação da SA (*Selective Availability*), os efeitos da ionosfera passaram a ser um dos principais fatores que limitam a acurácia do posicionamento com receptores de simples freqüência, além de prejudicar a solução das ambigüidades no posicionamento relativo de médias e longas linhas de base.

Quando se têm disponíveis receptores de dupla freqüência é possível realizar combinações a partir dos sinais L1 e L2, os quais experimentam diferentes atrasos ao

longo da atmosfera. Dessa forma, considerando o posicionamento geodésico de alta precisão, os *softwares* de processamento de dados GPS, geralmente, realizam a combinação linear denominada livre da ionosfera (*ion-free*) para a modelagem dos efeitos da refração ionosférica. Nesse caso, os efeitos de primeira ordem da ionosfera são eliminados, porém os de segunda e terceira ordem são negligenciados no processamento GPS. Os outros efeitos, tais como os da troposfera, são também minimizados no processo de diferenciação das observáveis GPS. No entanto, quando se trata de linhas de base longas, os efeitos da troposfera podem causar grande influência nos resultados advindos do processamento das linhas de base GPS.

Uma alternativa para tentar solucionar esses problemas é considerar como incógnitas os efeitos residuais da ionosfera e da troposfera nas equações de DDs de pseudodistância e de fase da onda portadora, com posterior resolução por ajustamento, quer seja recursivo (filtro de Kalman), quer seja em lote. Adicionalmente, os efeitos residuais da ionosfera, bem como os da troposfera podem ser tratados como processos aleatórios e solucionados a partir de modelos de correlação, tais como o *random walk*, *white noise* (ruído branco), dentre outros.

Dessa forma, nesse trabalho de mestrado foram pesquisados e implementados métodos para estimar os efeitos residuais da ionosfera nas observáveis GPS, levando em consideração suas propriedades estocásticas. Foi utilizado o conceito de pseudo-observação, no qual para cada resíduo ionosférico adota-se uma observação fictícia com valor nulo e uma determinada precisão. Nesse caso, é necessário assumir certo nível de conhecimento a priori sobre os efeitos residuais da ionosfera. Além disso, os efeitos residuais foram tratados como processos aleatórios *random walk* e *white noise*, cuja aplicação se deu no filtro de Kalman. As implementações foram realizadas no *software* GPSeq (GPS Sequencial), o qual está em desenvolvimento na FCT/UNESP (MACHADO, 2001; SOUZA, 2004).

Além disso, foi investigado o assunto relacionado com os efeitos de segunda e terceira ordem da ionosfera, cujos resultados foram obtidos separadamente daqueles considerando os efeitos residuais das DDs. Para tanto, foi desenvolvido um aplicativo que permite aplicar as correções no arquivo de dados, em formato RINEX (*Receiver INdependent EXchange format*), gerando um novo arquivo, o que permite o processamento dos dados GPS em qualquer *software* que aceite esse formato de dados. Os resultados foram analisados no contexto de posicionamento por ponto preciso e de posicionamento relativo GPS, para dados coletados na região brasileira, considerando, para o caso do posicionamento relativo, linhas de base com comprimentos médios e longos.

1.1 Objetivo

Neste trabalho, objetiva-se pesquisar e implementar uma metodologia alternativa para tratar os efeitos residuais da ionosfera no processamento de dados GPS. Esses efeitos serão tratados como processos aleatórios e envolvidos no processamento de dados no contexto de filtro de Kalman. Adicionalmente e de forma independente, objetiva-se investigar a influência dos efeitos de segunda e de terceira ordem da ionosfera, os quais, geralmente, são negligenciados no processamento de dados GPS.

1.2 Justificativa

O atraso de propagação do sinal GPS na ionosfera depende, principalmente, do TEC ao longo do caminho percorrido e da frequência do sinal. Para usuários com receptores de simples frequência, a ionosfera é a maior fonte de erros em levantamentos envolvendo bases longas. O TEC presente na atmosfera é influenciado por diversas variáveis, incluindo o ciclo solar, a estação do ano, a hora local, a localização geográfica e o campo magnético da Terra. A estrutura global da ionosfera não é homogênea e varia com a latitude devido à variação do ângulo zenital do Sol. Desta maneira, as regiões equatoriais, como é o caso do Brasil, são caracterizadas por um alto nível de densidade de elétrons (MATSUOKA, 2003).

Para o caso da troposfera, o atraso depende, principalmente, da pressão do ar, da temperatura e do conteúdo do vapor d'água. O vapor d'água decresce com o aumento da latitude e sua concentração no equador é dez vezes maior que nos pólos, pois o ar aquecido pode conter uma maior fração de vapor d'água do que o ar frio (SAPUCCI, 2001).

O uso de modelos de correção da ionosfera pode melhorar os resultados utilizando dados de simples frequência, como é o caso do modelo de Klobuchar que utiliza oito coeficientes, os quais são transmitidos pelos satélites GPS nas mensagens de navegação. O modelo de Klobuchar remove aproximadamente 50% do atraso ionosférico em latitudes médias (SEEBER, 2003).

No caso de receptores de dupla frequência, há a possibilidade de se fazer a combinação linear *ion-free*, algo que está implementado na maioria dos *softwares* comerciais,

porém somente os efeitos de primeira ordem são minimizados a partir do uso dessa combinação.

No caso do Brasil, trabalhos relacionados com a ionosfera vêm sendo realizados e num deles, foi desenvolvido um modelo regional da ionosfera (CAMARGO, 1999), o qual foi expandido para aplicações em tempo real (AGUIAR, 2005).

Com relação à troposfera, destaca-se o modelo de PNT (Previsão Numérica do Tempo) do Atraso Zenital Troposférico (ZTD – *Zenital Tropospheric Delay*) do CPTEC/INPE, o qual foi desenvolvido em conjunto com a FCT/UNESP (SAPUCCI, 2001).

Dessa forma, verifica-se que pesquisas relacionadas aos efeitos da troposfera e ionosfera nos dados GPS são de grande importância, principalmente para o caso do Brasil, o qual está situado nas regiões equatorial e tropical, onde os efeitos da atmosfera são muito intensos.

Na FCT/UNESP está em desenvolvimento o *software* GPSeq, o qual tem implementado atualmente, o método LAMBDA (*Least Squares Ambiguity Decorrelation*) de resolução das ambigüidades, além de possuir a capacidade de processar dados de posicionamento relativo, entre outras opções (MONICO, 2005). Porém, os efeitos da ionosfera e da refração troposférica ainda não fazem parte do corpo central do *software*. Logo, os resultados advindos desse trabalho contribuirão com o prosseguimento do desenvolvimento de um *software* nacional que proporcione o processamento de dados GPS de maneira eficiente e confiável, bem como o desenvolvimento de técnicas e métodos adequados ao Brasil para a modelagem dos efeitos da ionosfera e da troposfera nas observáveis GPS.

1.3 Conteúdo da dissertação

Essa dissertação está organizada em oito capítulos, de maneira que no capítulo 2 apresenta-se a introdução ao ajustamento, a formulação do filtro de Kalman, bem como o controle de qualidade. No capítulo 3 é apresentada a descrição matemática dos processos aleatórios. No capítulo 4 têm-se os modelos matemáticos envolvidos com as observáveis GPS, os quais envolvem as equações de pseudodistância e de fase da onda portadora, as duplas diferenças, a combinação linear *ion-free*, a estimativa dos efeitos residuais da troposfera e da ionosfera, bem como a solução das ambigüidades das DDs como números inteiros e a validação da solução.

O capítulo 5 contém uma revisão bibliográfica sobre os efeitos da atmosfera, a qual para o caso do GPS divide-se em ionosfera e troposfera. Além disso, é descrita a formulação matemática para calcular os efeitos de segunda e terceira ordem da ionosfera.

O capítulo 6 apresenta a metodologia aplicada nessa pesquisa de mestrado. O capítulo 7 contém os resultados, os quais envolvem processamento de dados GPS considerando os efeitos de segunda e terceira ordem da ionosfera e os processamentos no GPSeq com estimativa dos efeitos residuais da ionosfera e, finalmente, o capítulo 8 contém as conclusões e recomendações futuras.

2 FORMULAÇÃO DO FILTRO DE KALMAN

2.1 Introdução à estimação recursiva

O filtro de Kalman é um estimador recursivo não tendencioso e de variância mínima, que consiste na estimativa do vetor estado atual combinando as observações atuais e a adição do vetor estado advindo do instante anterior (LIU, 2001; CAMARGO, 1992). A idéia principal do filtro de Kalman envolve a atualização, ou seja, novas observações são ajustadas e mudam ou melhoram a última estimativa dos parâmetros calculados pelo MMQ (Método dos Mínimos Quadrados) sem a necessidade de armazenar todas as observações passadas. (STRANG; BORRE, 1997).

Existem diferentes formulações do filtro de Kalman baseadas em conceitos tais como erro médio quadrático mínimo, métodos de máxima verossimilhança, entre outros, sendo que a dedução original foi apresentada por Kalman (1960). Um dos primeiros a demonstrar a formulação matemática do filtro de Kalman, obtida a partir do MMQ usando a metodologia rotineira das ciências geodésicas, foi Edward J. Krakiwsky no ano de 1975 (GEMAEL, 1994).

No método do MMQ, um sistema inconsistente com m equações e n incógnitas se torna consistente a partir da introdução do vetor de resíduos V (TEUNISSEN, 2001):

$$L_b = AX + V, \quad m > n = \text{Car}(A); \quad D\{L_b\} = \Sigma_{L_b}, \quad (1)$$

onde, L_b representa o vetor de observações, A é a matriz *design* ou jacobiana e X é o vetor de parâmetros incógnitos. A medida de variabilidade das observações é dada pela matriz variância e covariância (MVC) Σ_{L_b} e $D\{.\}$ representa o operador de dispersão. O termo $\text{Car}(A)$ é denominado de característica ou posto da matriz A , conhecido na literatura inglesa como *rank*.

O objetivo do MMQ, generalizado pela introdução da matriz peso P , é encontrar o valor de X que minimize o comprimento do vetor $V = L_b - AX$. A solução única

para o estimador de X é representada por \hat{X} , tal que $A\hat{X}$ é tão próximo quanto possível do vetor de observações L_b . Logo, tem-se (GEMAEL, 1994; TEUNISSEN, 2001):

$$\hat{X} = (A^t P A)^{-1} A^t P L_b. \quad (2)$$

A aplicação da lei de propagação na Equação 1, com o uso de $E\{V\} = 0$ resulta em:

$$E\{L_b\} = AX. \quad (3)$$

Supondo que dois conjuntos distintos de observações foram coletados, os quais são representados pelos vetores L_{b1} e L_{b2} , o seguinte modelo particionado pode ser considerado com base na Equação 3:

$$E\left\{\begin{bmatrix} L_{b1} \\ L_{b2} \end{bmatrix}\right\} = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix} X; \quad D\left\{\begin{bmatrix} L_{b1} \\ L_{b2} \end{bmatrix}\right\} = \begin{bmatrix} \Sigma_{L_{b1}} & 0 \\ 0 & \Sigma_{L_{b2}} \end{bmatrix} \quad (4)$$

onde, se assume que as observações L_{b1} e L_{b2} são não correlacionadas. A solução por MMQ, denotada por $\hat{X}_{(2)}$, pode ser calculada da seguinte forma:

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{X}_{(2)} = \left(\Sigma_{\hat{X}_{(1)}}^{-1} + A_2^t \Sigma_{L_{b2}}^{-1} A_2 \right)^{-1} \left(\Sigma_{\hat{X}_{(1)}}^{-1} \hat{X}_{(1)} + A_2^t \Sigma_{L_{b2}}^{-1} L_{b2} \right) \\ \Sigma_{\hat{X}_{(2)}} = \left(\Sigma_{\hat{X}_{(1)}}^{-1} + A_2^t \Sigma_{L_{b2}}^{-1} A_2 \right)^{-1} \end{array} \right., \quad (5)$$

onde, $\Sigma_{\hat{X}_{(1)}}$ é a MVC da estimativa de $\hat{X}_{(1)}$, a qual utilizou somente a primeira observação L_{b1} . Dessa forma, tem-se que:

$$E \left\{ \begin{bmatrix} \hat{X}_{(1)} \\ L_{b2} \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} I \\ A_2 \end{bmatrix} X; \quad D \left\{ \begin{bmatrix} \hat{X}_{(1)} \\ L_{b2} \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} \Sigma_{\hat{X}_{(1)}} & 0 \\ 0 & \Sigma_{L_{b2}} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

A partir das Equações 5 e 6, verifica-se que o modelo particionado (Equação 4) pode ser resolvido em dois passos. No primeiro, estima-se $\hat{X}_{(1)}$ e $\Sigma_{\hat{X}_{(1)}}$ e no segundo utiliza-se essa estimativa juntamente com a observação L_{b2} e respectiva MVC $\Sigma_{L_{b2}}$, para obter a solução final $\hat{X}_{(2)}$ e $\Sigma_{\hat{X}_{(2)}}$. Esse resultado mostra que não é necessário armazenar as observações do passado, no caso L_{b1} , para o propósito de obter a estimativa atual de $\hat{X}_{(2)}$, o que consiste na essência da estimação recursiva (TEUNISSEN, 2001). Considerando agora o modelo particionado, generalizado para L_{bi} observações ($i = 1, 2, 3, \dots, k$), tem-se a seguinte solução:

$$E \left\{ \begin{bmatrix} \hat{X}_{(k-1)} \\ L_{bk} \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} I \\ A_k \end{bmatrix} X; \quad D \left\{ \begin{bmatrix} \hat{X}_{(k-1)} \\ L_{bk} \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} \Sigma_{\hat{X}_{(k-1)}} & 0 \\ 0 & \Sigma_{L_{bk}} \end{bmatrix}. \quad (7)$$

O processo recursivo é inicializado a partir do cálculo da primeira estimativa $\hat{X}_{(0)}$ pelo MMQ padrão. Então, o estimador $\hat{X}_{(k)}$ pode ser obtido a partir da estimativa anterior $\hat{X}_{(k-1)}$ e da observação atual L_{bk} , usando o mesmo procedimento da Equação 5, na qual depois de algumas manipulações matemáticas, obtêm-se (TEUNISSEN, 2001):

$$\begin{cases} \hat{X}_{(k)} = \hat{X}_{(k-1)} + \Sigma_{\hat{X}_{(k)}} A_k^t \Sigma_{L_{bk}}^{-1} (L_{bk} - A_k \hat{X}_{(k-1)}) \\ \Sigma_{\hat{X}_{(k)}} = \left(\Sigma_{\hat{X}_{(k-1)}}^{-1} + A_k^t \Sigma_{L_{bk}}^{-1} A_k \right)^{-1} \end{cases}. \quad (8)$$

A primeira equação em 8 é chamada de equação de atualização de medida, na qual a componente $A_k \hat{X}_{(k-1)}$ pode ser interpretada como a predição da observação L_{bk} atual. A diferença entre a observação atual e a predição $L_{bk} - A_k \hat{X}_{(k-1)}$ é chamada de resíduo predito, denotado por:

$$V_k = L_{bk} - A_k \hat{X}_{(k-1)}. \quad (9)$$

Na expressão 8, o vetor de resíduos preditos V_k é multiplicado pela matriz de ganho:

$$K_k = \Sigma_{\hat{X}_{(k)}} A_k^t \Sigma_{L_{bk}}^{-1}. \quad (10)$$

A multiplicação do vetor de resíduos preditos V_k pela matriz de ganho K_k , representa o produto adicionado à estimativa anterior $\hat{X}_{(k-1)}$ para obter a estimativa atual $\hat{X}_{(k)}$, logo:

$$\hat{X}_{(k)} = \hat{X}_{(k-1)} + K_k V_k. \quad (11)$$

A Equação 8 mostra que uma matriz de dimensão n (n é igual ao número de parâmetros incógnitos) precisa ser invertida. Porém, é possível derivar uma expressão para estimar $\hat{X}_{(k)}$, na qual uma matriz de dimensão m_k será invertida, onde m_k é o número de observações da etapa k . Essa expressão é encontrada resolvendo o modelo da Equação 4 via equações de condição:

$$\begin{bmatrix} -A_k & I_{m_k} \end{bmatrix} E \left\{ \begin{bmatrix} \hat{X}_{(k-1)} \\ L_{bk} \end{bmatrix} \right\} = 0; \quad D \left\{ \begin{bmatrix} \hat{X}_{(k-1)} \\ L_{bk} \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} \Sigma_{\hat{X}_{(k-1)}} & 0 \\ 0 & \Sigma_{L_{bk}} \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Então, a estimativa de $\hat{X}_{(k)}$ fica com a forma da Equação 13, cuja demonstração pode ser encontrada em Teunissen (2001):

$$\begin{cases} \hat{X}_{(k)} = \hat{X}_{(k-1)} + \Sigma_{\hat{X}_{(k-1)}} A_k^t \Sigma_{V_k}^{-1} (L_{bk} - A_k \hat{X}_{(k-1)}) \\ \Sigma_{\hat{X}_{(k)}} = \Sigma_{\hat{X}_{(k-1)}} - \Sigma_{\hat{X}_{(k-1)}} A_k^t \Sigma_{V_k}^{-1} A_k \Sigma_{\hat{X}_{(k-1)}} \end{cases}, \quad (13)$$

onde, Σ_{V_k} é a MVC dos resíduos preditos, a qual é calculada por:

$$\Sigma_{V_k} = \Sigma_{L_{bk}} + A_k \Sigma_{\hat{X}_{(k-1)}} A_k^t. \quad (14)$$

A matriz de ganho é obtida por:

$$K_k = \Sigma_{\hat{X}_{(k-1)}} A_k^t \Sigma_{V_k}^{-1}. \quad (15)$$

Substituindo as Equações 14 e 15 na 13, a estimativa recursiva fica da seguinte forma:

$$\begin{cases} \hat{X}_{(k)} = \hat{X}_{(k-1)} + K_k V_k \\ \Sigma_{\hat{X}_{(k)}} = (I - K_k A_k) \Sigma_{\hat{X}_{(k-1)}} \end{cases}. \quad (16)$$

2.2 Filtro de Kalman para sistemas lineares discretos

A estimativa recursiva foi desenvolvida na seção 2.1 sem levar em consideração os casos em que os parâmetros variam no tempo, algo que ocorre em muitas aplicações geodésicas. Assumindo que o vetor de parâmetros X (conhecido como vetor estado) é uma função contínua $X(t)$ no tempo t , a reconstrução dessa função é obtida a partir de observações (L_{bi}) disponíveis em tempos discretos t_i , ($i = 0, 1, 2, \dots, k$), no qual se supõe que essas observações sejam não correlacionadas entre instantes. Seja o seguinte modelo:

$$E \left\{ \begin{bmatrix} L_{b0} \\ L_{b1} \\ \vdots \\ L_{bk} \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} A_0 & & & 0 \\ & A_1 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & A_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X(t_0) \\ X(t_1) \\ \vdots \\ X(t_k) \end{bmatrix}; \quad D \left\{ \begin{bmatrix} L_{b0} \\ L_{b1} \\ \vdots \\ L_{bk} \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} \Sigma_{L_{b0}} & & & 0 \\ & \Sigma_{L_{b1}} & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \Sigma_{L_{bk}} \end{bmatrix}, \quad (17)$$

a relação linear que permite fazer a transição de uma época particular para outra é obtida da seguinte forma:

$$X(t) = \Phi(t, t_0)X(t_0). \quad (18)$$

A matriz $\Phi(t, t_0)$ é conhecida como matriz de transição. Ela descreve a transição entre $X(t_0)$ e $X(t)$ para todo t . A obtenção dos modelos de transição depende de cada aplicação, considerando que os parâmetros incógnitos podem variar no tempo a uma velocidade constante, ou aceleração constante, etc. (TEUNISSEN, 2001). Algumas propriedades da matriz de transição são apresentadas a seguir (GELB et al., 1974; TEUNISSEN, 2001):

- Valor inicial: $\Phi(t_0, t_0) = I$;
- Propriedade de transição: $\Phi(t, t_0) = \Phi(t, t_1)\Phi(t_1, t_0) \quad \forall t, t_0, t_1$;
- Propriedade inversa: $\Phi(t, t_0)^{-1} = \Phi(t_0, t) \quad \forall t, t_0$.

Trocando $X(t)$ por X_t e $\Phi(t, t_0)$ por Φ_{t, t_0} , o modelo da Equação 18, com a utilização das propriedades da matriz de transição, pode ser generalizado para:

$$X_i = \Phi_{i, t} X_t, \quad (19)$$

onde, X_t representa o vetor de parâmetros (X_i , $i = 0, 1, \dots, k$) a serem estimados. Essa relação pode ser usada para generalizar os n -vetores X_i da Equação 17 na forma de um vetor X_t :

$$E \left\{ \begin{bmatrix} L_{b0} \\ L_{b1} \\ \vdots \\ L_{bk} \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} A_0 \Phi_{0,t} \\ A_1 \Phi_{1,t} \\ \vdots \\ A_k \Phi_{k,t} \end{bmatrix} X_t; \quad D \left\{ \begin{bmatrix} L_{b0} \\ L_{b1} \\ \vdots \\ L_{bk} \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} \Sigma_{L_{b0}} & & & 0 \\ & \Sigma_{L_{b1}} & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & \Sigma_{L_{bk}} \end{bmatrix}. \quad (20)$$

A solução por MMQ será denotada por $\hat{X}_{k/k-1}$, onde o primeiro índice (k) indica a estimativa do vetor X na época t_k e o segundo ($k-1$) indica que a estimativa é baseada em todas as observações passadas L_{bi} ($i = 1, 2, 3, \dots, k-1$).

O filtro de Kalman pode ser encontrado em várias versões. No caso em que se consideram os instantes e as observações discretas, tem-se o filtro de Kalman discreto (CAMARGO, 1992; GELB et al., 1974). Nesse caso, para o desenvolvimento do modelo dinâmico de equações de observação, assume-se que o vetor estado pode ser modelado a partir da equação diferencial do estado linear variando no tempo, a qual é dada por (TEUNISSEN, 2001):

$$\dot{X}(t) = F(t)X(t) + G(t)Z(t), \quad (21)$$

onde, $F(t)$ e $G(t)$ são matrizes de dimensões conhecidas variando no tempo. A solução da Equação 21 para o caso discreto é dada por:

$$X_k = \Phi_{k,k-1}X_{k-1} + \int_{t_{k-1}}^{t_k} \Phi_{k,\tau}G(\tau)Z(\tau)d\tau. \quad (22)$$

Nesse caso, assume-se que a entrada $Z(\tau)$ pode ser tratada como uma observável e que sua matriz de auto-covariância é dada por (TEUNISSEN, 2001):

$$\Sigma_{ZZ}(t_1, t_2) = S_{ZZ}(t_1)\delta(t_2 - t_1), \quad (23)$$

onde $\delta(t_2 - t_1)$ representa a função delta de Dirac. O vetor de diferenças:

$$W_k = \int_{t_{k-1}}^{t_k} \Phi_{k,\tau}G(\tau)Z(\tau)d\tau \quad (k = 1, 2, \dots), \quad (24)$$

também é uma observável, cuja MVC é dada por:

$$\Sigma_{W_k} = \int_{t_{k-1}}^{t_k} \Phi_{k,\tau}G(\tau)S_{ZZ}G(\tau)^t \Phi_{k,\tau}^t d\tau. \quad (25)$$

Aplicando a lei de propagação de covariâncias na Equação 24, cuja demonstração pode ser encontrada em Teunissen (2001), tem-se:

$$E\left\{(W_k - E\{W_1\})(W_k - E\{W_1\})^t\right\} = \Sigma_{W_k} \delta_{kl}, \quad (26)$$

onde, δ_{kl} é a função delta de Kronecker que vale 1 para $k = l$ e 0 caso contrário (CAMARGO, 1992).

No caso discreto, o vetor W_k é conhecido como seqüência branca do sistema dinâmico, no qual se assume que ele é não correlacionado no tempo. Esse vetor representa as correções ao modelo dinâmico, a qual afeta o estado durante o intervalo entre as épocas t_k e t_{k-1} . Além disso, assume-se que W_k tem distribuição normal com média zero, $E\{W_k\} = 0$, e MVC igual a Σ_{W_k} . Dessa forma, o modelo dinâmico que descreve o vetor estado X_k é obtido pela combinação das Equações 22 e 24 (GELB et al., 1974; CAMARGO, 1992, TEUNISSEN, 2001):

$$X_k = \Phi_{k,k-1}X_{k-1} + W_k \quad W_k \sim N(0, \Sigma_{W_k}). \quad (27)$$

O modelo de medida ou de observação para o vetor estado X_k tem a seguinte forma:

$$L_{bk} = A_k X_k + V_k; \quad V_k \sim N(0, \Sigma_{V_k}), \quad (28)$$

onde, L_{bk} representa o vetor de observações, A_k é a matriz que relaciona as observações ao estado e V_k é o vetor das correções ao modelo de observação, o qual para o caso discreto é conhecido como vetor de seqüência branca do modelo de medida (GELB et al., 1974; CAMARGO, 1992; TEUNISSEN, 2001).

Os modelos matemáticos apresentados nessa seção, sob certas considerações, proporcionam a base para o desenvolvimento do filtro de Kalman, o qual consiste numa combinação de predição e filtragem (KALMAN, 1960; GELB et al., 1974; CAMARGO, 1992; TEUNISSEN, 2001).

2.2.1 Predição e filtragem

A predição é realizada quando se deseja obter a estimativa do vetor estado \hat{X}_k , baseado em informações anteriores a época t_k , ou seja, $t_k > t_{k-1}$. Nesse caso, $\hat{X}_{k/k-1}$ é o estimador predito de \hat{X}_k . Então, tendo disponível o estimador $\hat{X}_{k-1/k-1}$ e com base nas equações apresentadas na seção 2.2, o estimador predito é expresso como (CAMARGO, 1992; TEUNISSEN, 2001):

$$\begin{aligned} \hat{X}_{k/k-1} &= \Phi_{k,k-1} \hat{X}_{k-1/k-1} & t_k > t_{k-1} \\ \Sigma_{\hat{X}_{k/k-1}} &= \Phi_{k,k-1} \Sigma_{\hat{X}_{k-1/k-1}} \Phi_{k/k-1}^t + \Sigma W_k \end{aligned} \quad (29)$$

A filtragem ocorre quando se deseja obter a estimativa do vetor estado X_k , baseada em todas as observações coletadas até a época t_k . O estimador $\hat{X}_{k/k}$ é chamado de estimador filtrado e depende de $\hat{X}_{k/k-1}$ e L_{bk} , cuja solução pode ser derivada do seguinte modelo particionado (TEUNISSEN, 2001):

$$\begin{bmatrix} -A_k & I_{mk} \end{bmatrix} E \left\{ \begin{bmatrix} \hat{X}_{k/k-1} \\ L_{bk} \end{bmatrix} \right\} = 0; \quad D \left\{ \begin{bmatrix} \hat{X}_{k/k-1} \\ L_{bk} \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} \Sigma_{\hat{X}_{k/k-1}} & 0 \\ 0 & \Sigma_{L_{bk}} \end{bmatrix}. \quad (30)$$

Resolvendo esse modelo em termos de equações de condição, obtêm-se as equações de filtragem ou atualização de medidas:

$$\begin{aligned} \hat{X}_{k/k} &= \hat{X}_{k/k-1} + \Sigma_{\hat{X}_{k/k}} A_k^t \Sigma_{V_k}^{-1} (L_{bk} - A_k \hat{X}_{k/k-1}) \\ \Sigma_{\hat{X}_{k/k}} &= \Sigma_{\hat{X}_{k/k-1}} - \Sigma_{\hat{X}_{k/k-1}} A_k^t \Sigma_{V_k}^{-1} A_k \Sigma_{\hat{X}_{k/k-1}} \end{aligned}, \quad (31)$$

onde, Σ_{V_k} é a MVC dos resíduos preditos (ver Equação 14).

2.3 Filtro de Kalman para sistemas não lineares

Na seção anterior foi apresentado o filtro de Kalman para sistemas lineares discretos. Porém, os modelos matemáticos envolvidos com o sistema GPS, geralmente, são não lineares, o que requer um processo de linearização. O modelo dinâmico e de medida para o caso linear discreto, estão representados pelas Equações 27 e 28. O modelo dinâmico e de medida para um sistema discreto e não linear pode ser escrito como (CAMARGO, 1992):

$$\begin{aligned} X_k &= f_{k/k-1}(X_{k-1}) + W_k \\ L_{bk} &= g_k(X_k) + V_k \end{aligned} \quad (32)$$

onde, $f_{k/k-1}(\bar{X}_{k-1})$ e $g_k(\bar{X}_k)$ representam funções de transição de estado não linear que dependem do estado das épocas t_{k-1} e t_k , respectivamente. Os demais elementos da Equação 32, já foram descritos (ver seção 2.2).

A linearização das equações em 32 por séries de Taylor nos pontos \bar{X}_{k-1} e \bar{X}_k fornece as equações para o filtro de Kalman linearizado. Os pontos \bar{X}_{k-1} e \bar{X}_k representam o vetor estado aproximado para X_{k-1} e X_k nos instantes t_{k-1} e t_k respectivamente. Então, tem-se (CAMARGO, 1992):

$$\begin{aligned} f_{k/k-1}(X_{k-1}) &= f_{k/k-1}(\bar{X}_{k-1}) + \left. \frac{\partial f_{k/k-1}(X_{k-1})}{\partial X_{k-1}} \right|_{X_{k-1}=\bar{X}_{k-1}} (X_{k-1} - \bar{X}_{k-1}) \\ g_k(X_k) &= g_k(\bar{X}_k) + \left. \frac{\partial g_k(X_k)}{\partial X_k} \right|_{X_k=\bar{X}_k} (X_k - \bar{X}_k) \end{aligned} \quad (33)$$

Fazendo:

$$\begin{aligned}
 X_{k/k-1}^0 &= f_{k/k-1}(\bar{X}_{k-1}) \\
 \Phi_{k/k-1} &= \left. \frac{\partial f_{k/k-1}(X_{k-1})}{\partial X_{k-1}} \right|_{X_{k-1}=\bar{X}_{k-1}} \\
 L_k^0 &= g_k(\bar{X}_k) \\
 A_k &= \left. \frac{\partial g_k(X_k)}{\partial X_k} \right|_{X_k=\bar{X}_k}
 \end{aligned} \tag{34}$$

e substituindo-as na expressão 32, obtêm-se (CAMARGO, 1992; GELB et al., 1974):

$$\begin{aligned}
 X_k &= X_{k/k-1}^0 + \Phi_{k/k-1}(X_{k-1} - \bar{X}_{k-1}) + W_k \\
 L_{bk} &= L_k^0 + A_k(X_k - \bar{X}_k) + V_k
 \end{aligned} \tag{35}$$

2.3.1 Predição e filtragem

O vetor estado predito para o caso do filtro de Kalman linearizado é calculado por (CAMARGO, 1992; GELB et al., 1974):

$$\begin{aligned}
 \hat{X}_{k/k-1} &= X_{k/k-1}^0 + \Phi_{k/k-1}(\hat{X}_{k-1/k-1} - \bar{X}_{k-1}) \\
 \Sigma_{\hat{X}_{k/k-1}} &= \Phi_{k/k-1} \Sigma_{\hat{X}_{k-1/k-1}} \Phi_{k/k-1}^t + \Sigma_{W_k}
 \end{aligned} \tag{36}$$

O conjunto de equações em 36 representa as equações de predição aproximadas para sistemas linearizados, o que é denominado de ciclo de predição aproximado. A filtragem nesse caso requer iterações devido a não linearidade. Dessa forma, a estimativa do vetor estado e respectiva MVC são obtidas iterativamente a partir de (CAMARGO, 1992):

$$\begin{aligned}\hat{X}_{k/k}^{i+1} &= \hat{X}_{k/k-1} + K_k^i \left((L_k - L_k^i) - A_k^i (\hat{X}_{k/k-1} - \bar{X}_k^i) \right) \\ \Sigma_{\hat{X}_{k/k}}^{i+1} &= \left(I - K_k^i A_k^i \right) \Sigma_{\hat{X}_{k/k-1}}\end{aligned}\quad (37)$$

onde, $\hat{X}_{k/k}^{i+1}$ e $\Sigma_{\hat{X}_{k/k}}^{i+1}$ representam o vetor estado estimado na iteração i e a respectiva MVC.

A matriz de ganho de Kalman é calculada por:

$$K_k^i = \Sigma_{\hat{X}_{k/k-1}} A_k^{i\ t} \left(A_k^i \Sigma_{\hat{X}_{k/k-1}} A_k^{i\ t} + \Sigma_{L_k} \right)^{-1}. \quad (38)$$

O processo iterativo se repete até que certo critério de convergência seja atingido, o que pode ser feito analisando a estimativa da iteração atual com a anterior

$$\left\| \hat{X}_{k/k}^{i+1} - \hat{X}_{k/k}^i \right\|_{\Sigma_{\hat{X}_{k/k}}^i} < \varepsilon, \text{ onde } \varepsilon \text{ é um valor adotado (LIU, 2001; CAMARGO, 1992).}$$

Além do processo iterativo, é necessário realizar o controle de qualidade envolvido no processo do filtro de Kalman, o qual será descrito na próxima seção.

2.4 Controle de qualidade aplicado ao filtro de Kalman

Na área de ciências geodésicas são utilizados dados empíricos para representar a realidade física, ou seja, procura-se associar a realidade física por meio de modelos matemáticos. Os modelos matemáticos se dividem em modelo funcional e modelo estocástico. O modelo funcional descreve a relação existente entre somente as observações ou entre observações e parâmetros desconhecidos do modelo. Já o modelo estocástico é usado para expressar a incerteza esperada ou variabilidade dos dados empíricos (TEUNISSEN, 1998a).

O controle de qualidade objetiva verificar o quanto as observações são consistentes com o modelo adotado, além de detectar a presença de erros grosseiros para que em seguida o modelo possa ser adaptado. Dessa forma, o controle de qualidade pode ser dividido em três etapas: Detecção, Identificação e Adaptação, a qual é conhecida como DIA. No processo de Detecção, o modelo de observação é testado de maneira global, detectando

possíveis erros nas observações. A Identificação visa localizar a possível causa do erro responsável pela rejeição do teste global, sendo executada para cada observação individualmente. Já na etapa de Adaptação, o modelo de observação é adaptado visando eliminar a influência dos erros identificados. Nas próximas seções cada uma das etapas é descrita (MACHADO, 2001).

2.4.1 Detecção

O teste para detecção de erros nas observações pode ser realizado a partir de uma análise dos resíduos preditos (Equação 9), os quais por serem calculados em função das observações do instante atual, e das informações do instante anterior, possibilitam que o teste seja executado paralelamente ao filtro de Kalman. Dessa forma, a hipótese básica (H_0) e a hipótese alternativa (H_A), considerando o instante k , são escritas como (TEUNISSEN, 1998a):

$$\begin{aligned} H_0 : E\{\underline{v}_k\} &= 0 \\ H_A : E\{\underline{v}_k\} &= \underline{c}_v \nabla \end{aligned} \quad (39)$$

A estatística utilizada para testar H_0 contra H_A é denominada *Local Overall Model* (LOM) e é dada por (CAMARGO, 1992):

$$T_{LOM}^k = \underline{v}_k^t \Sigma_{\underline{v}_k}^{-1} \underline{v}_k, \quad (40)$$

onde, \underline{v}_k e $\Sigma_{\underline{v}_k}$ são o vetor de resíduos preditos e sua respectiva MVC no instante k .

A estatística acima abrange todas as observações do instante k , sendo, portanto, m -dimensional e local. Além disso, T_{LOM}^k segue a distribuição qui-quadrado ($\chi^2(m_k)$) de forma que a presença de erro é detectada quando $T_{LOM}^k > \chi^2$, a um certo nível de significância α .

O teste de detecção local pode falhar quando se trata da detecção dos erros globais não modelados. Nesse caso, utiliza-se um teste de abrangência global, o qual é denominado *Global Overall Model* (GOM). Nesse caso, as hipóteses H_0 e H_A e a estatística global são dadas por (TEUNISSEN, 1998a):

$$\begin{aligned} H_0^{k_0/k} : E\{\underline{v}_{k_0/k}\} &= 0 \\ H_A^{k_0/k} : E\{\underline{v}_{k_0/k}\} &= \underline{c}_{\underline{v}}^{k_0/k} \underline{\nabla} \end{aligned} \quad (41)$$

onde:

k_0 - instante que se considera que o erro está começando a ocorrer;

$$\underline{v}_{k_0/k} = (\underline{v}_{k_0}^T, \dots, \underline{v}_k^T)^T.$$

A estatística utilizada para testar $H_0^{k_0/k}$ contra $H_A^{k_0/k}$ é dada por (TEUNISSEN, 1998a):

$$T_{\text{GOM}}^{k_0/k} = \sum_{i=k_0}^k \underline{v}_i^T \underline{\Sigma}_{\underline{v}_i}^{-1} \underline{v}_i. \quad (42)$$

A estatística representada pela expressão 42 abrange todas as observações entre os instantes k_0 até k e, pode ser calculada recursivamente a partir da seguinte expressão (TEUNISSEN, 1998a):

$$T_{\text{GOM}}^{k_0/k} = T_{\text{GOM}}^{k_0/k-1} + G_{k_0/k} \left(T_{\text{LOM}}^k - T_{\text{GOM}}^{k_0/k-1} \right). \quad (43)$$

onde, $G_{k_0/k} = \frac{m_k}{\sum_{i=k_0}^k m_i}$.

A estatística $T_{GOM}^{k_0/k}$ também segue a distribuição qui-quadrado $(\chi^2 \left(\sum_{i=k_0}^k m_i \right))$ e o erro global é detectado, a certo nível de significância α , quando $T_{GOM}^{k_0/k} > \chi^2$. Quando $k_0 = k$, o teste será igual ao teste de detecção local (Equação 40). Uma vez que tenha sido detectado algum erro a partir do teste global, a identificação do mesmo deve ser realizada. A próxima seção descreve a etapa Identificação.

2.4.2 Identificação

O objetivo da etapa Identificação é identificar a possível fonte de erro detectada no teste global. Essa etapa pode ser realizada com base no teste *data snooping* desenvolvido por Baarda, cuja estatística local para identificar o erro é dada por (CAMARGO, 1992; TEUNISSEN, 1998a; MACHADO, 2001):

$$t_k = \frac{\sum_{i=k_0}^k C_{\underline{v}_i}^t \Sigma_{\underline{v}_k}^{-1} \underline{v}_i}{\sqrt{C_{\underline{v}_i}^t \Sigma_{\underline{v}_i}^{-1} C_{\underline{v}_i}^t}}. \quad (44)$$

O vetor $C_{\underline{v}_i}$, para o caso do teste estatístico *data snooping* assume a forma (CAMARGO, 1992):

$$C_i = [0, \dots, 1, \dots, 0]^t, \quad (45)$$

$\begin{matrix} 1 & & i & & m_k \end{matrix}$

para $i = 1, \dots, m_k$, com i representando a observação a ser verificada.

Similarmente ao teste de detecção global, a estatística da Equação 44 também pode ser calculada recursivamente por (MACHADO, 2001):

$$\left(t_{k_0/k}\right)^2 = \left(t_{k_0/k-1}\right)^2 + g_{k_0k}[(t_k)^2 - \left(t_{k_0/k-1}\right)^2], \quad (46)$$

onde, $g_{k_0/k} = \frac{C_{\underline{y}_k}^t \Sigma_{\underline{y}_k}^{-1} C_{\underline{y}_k}}{\sum_{i=k_0}^k C_{\underline{y}_i}^t \Sigma_{\underline{y}_i}^{-1} C_{\underline{y}_i}}$. Nesse caso, o vetor $C_{\underline{y}_i}$ é calculado recursivamente por:

$$C_{\underline{y}_i} = C_i - Ax_{i,k_0} \quad i = k_0, \dots, k \quad (47)$$

onde:

$$x_{i+1/k_0} = \Phi_{i+1/i} \left(x_{i/k_0} + k_i C_{\underline{y}_i} \right). \quad x_{k_0/k_0} \cdot \quad (48)$$

2.4.3 Adaptação

Na etapa de Adaptação, uma possibilidade é não considerar, na atualização de medidas do filtro de Kalman, as observações identificadas na etapa de Identificação. Dessa maneira, obtém-se o vetor estado filtrado livre das influências dos erros, ou seja, não se considera no modelo de medida as observações rejeitadas pelo teste estatístico *data snooping* (CAMARGO, 1992).

Outra possibilidade, a qual foi utilizada no caso desse trabalho, é realizar a adaptação local para eliminar o efeito sistemático do vetor estado filtrado, o qual é causado pelo erro da observação identificada no instante k . A formulação matemática para a realização dessa tarefa pode ser encontrada em Teunissen (1998a) e em Machado (2001).

3 PROCESSOS ALEATÓRIOS

3.1 Processo aleatório contínuo no tempo

Em muitos casos não se consegue descrever totalmente um sistema dinâmico a partir das propriedades determinísticas, devido às quantidades com perturbações aleatórias. Mas é possível levar em consideração no ajustamento, com suficiente grau de aproximação, as perturbações aleatórias, o que é feito a partir de um processo aleatório (TEUNISSEN, 2001).

Um processo aleatório, também conhecido como processo randômico ou processo estocástico, pode ser pensado como uma coleção ou conjunto de funções que variam no tempo. Esse conjunto pode ser representado por $\{X(t)\}$ e o valor observado de um membro do conjunto num instante particular t_k é uma variável aleatória (GELB et al., 1974). A Figura 1 mostra vários conjuntos de processos aleatórios similares, onde pode ser visto que cada processo é formado por um conjunto de variáveis aleatórias (BROWN; HWANG, 1992):

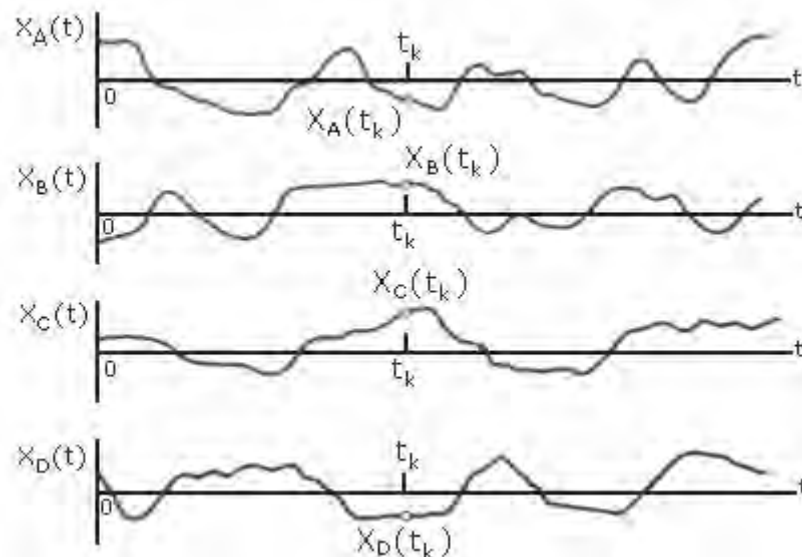


Figura 1 – Conjunto de processos aleatórios
Fonte: Brown e Hwang (1992)

Considerando que os processos aleatórios são generalizações de variáveis aleatórias, eles podem ser representados pela teoria clássica da Estatística, a qual objetiva inferir as leis de probabilidade de variáveis aleatórias a partir de um número finito de

observações independentes (GELB et al., 1974; STRANG; BORRE, 1997; TEUNISSEN, 2001).

A probabilidade de $X(t_k)$ assumir um determinado valor em um intervalo é dada pela função de distribuição de probabilidade (GELB et al., 1974):

$$F(X_k, t_k) = P(X(t_k) \leq X_k), \quad (49)$$

cuja correspondente função densidade de probabilidade (FDP) é dada por:

$$f(X_k, t_k) = \frac{\partial F(X_k, t_k)}{\partial X_k}. \quad (50)$$

Se a FDP de um processo aleatório segue a distribuição de probabilidade normal, então o processo é conhecido como gaussiano ou normal. A probabilidade para a ocorrência de um par de valores em certos intervalos é dada pela função de distribuição de probabilidade de segunda-ordem:

$$F_2(X_k, t_k; X_{k+1}, t_{k+1}) = P(X(t_k) \leq X_k \text{ e } X(t_{k+1}) \leq X_{k+1}), \quad (51)$$

com correspondente FDP:

$$f_2(X_k, t_k; X_{k+1}, t_{k+1}) = \frac{\partial^2 F_2(X_k, t_k; X_{k+1}, t_{k+1})}{\partial X_k \partial X_{k+1}}. \quad (52)$$

A função de distribuição de probabilidade considerando ordem-superior pode ser definida a partir do mesmo padrão da Equação 52.

3.1.1 Função de autocorrelação

Na prática, a caracterização de processos aleatórios, geralmente, é limitada a uma quantidade menor de informações do que aquelas fornecidas pela função de distribuição de segunda-ordem ou pela sua FDP. Somente os primeiros momentos dessas distribuições são comumente medidos. Esses momentos são chamados de função de autocorrelação R_x (GELB, et al., 1974). A função de autocorrelação para um processo aleatório $X(t)$ é definido como o valor esperado (esperança) do produto $X(t_k)X(t_{k+1})$, onde t_k e t_{k+1} são instantes de observações arbitrários:

$$R_x(t_k, t_{k+1}) = E\{X(t_k)X(t_{k+1})\}. \quad (53)$$

A função de autocorrelação indica quanto o processo está correlacionado entre duas épocas diferentes. Um rápido decréscimo na função de autocorrelação indica que ela tem uma “memória curta” e pode apresentar saltos. Por outro lado, uma função com “memória longa”, está vinculada a processos mais suaves (STRANG; BORRE, 1997).

3.1.2 Processo estacionário

Um processo aleatório estacionário é aquele cujas propriedades estatísticas são invariantes no tempo. Isto implica que a FDP de primeira-ordem para o processo, $f(X_k, t_k)$, é independente do instante da observação t_k . Logo, todos os momentos dessa distribuição, tal como $E\{X(t_k)\}$ e $E\{X^2(t_k)\}$, são também independentes do tempo. No caso de um processo estacionário a função de autocorrelação depende somente da diferença de tempo ($\tau = t_{k+1} - t_k$) (GELB, et al., 1974):

$$R_x(\tau) = E\{X(t_k)X(t_k + \tau)\}. \quad (54)$$

A estacionariedade assegura que a esperança matemática não depende separadamente de t_k e t_{k+1} , mas somente da diferença τ .

3.1.3 Função densidade de potência espectral

A função de autocorrelação (na seção 3.1.1.) é um importante descritor do processo aleatório. Se essa função decresce rapidamente com τ , o processo aleatório decresce rapidamente com o tempo e, o caso contrário também é verdadeiro. Considerando essa propriedade, a função de autocorrelação é muito utilizada para obter informações sobre o conteúdo de frequências do processo. Dessa forma, a transformada de Fourier da função de autocorrelação aparece em diversos tipos de análises e é dada por (GELB, et al., 1974; STRANG; BORRE, 1997; BROWN; HWANG, 1992):

$$S_x(\omega) = \mathfrak{F}[R_x(\tau)] = \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau, \quad (55)$$

onde, $\mathfrak{F}[\cdot]$ indica a transformada de Fourier e ω tem o significado usual de 2π (frequência em Hertz). S_x é chamada de função densidade de potência espectral ou simplesmente função densidade espectral do processo (BROWN; HWANG, 1992).

3.1.4 Processo *white noise*

Uma forma particularmente simples para a potência de densidade espectral é uma constante, $S_x(\omega) = S_0$. Isto implica que a potência é distribuída uniformemente sobre todas as componentes de frequências no intervalo de $-\infty$ até ∞ . Em analogia com o caso de uma luz branca, tal processo aleatório é chamado de *white noise* (ruído branco). A função de autocorrelação para o processo *white noise* é dado por (GELB, et al., 1974; STRANG; BORRE, 1997):

$$R_x(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_0 e^{-j\omega\tau} d\omega = S_0 \delta(\tau). \quad (56)$$

A partir da Equação 56, verifica-se facilmente que quando $\tau=0$, a função delta de Dirac $\delta(\tau)$ faz com que $R_x(0) = S_0\delta(0) = \infty$. Sendo assim, o *white noise* é um processo não realizável fisicamente, ou seja, é um conceito idealizado que, no entanto, serve como uma aproximação muito útil em problemas tais como aqueles que envolvem a largura de banda (*bandwidth*) de um sistema, entre outros (BROWN; HWANG, 1992).

3.1.5 Processo de *Gauss-Markov*

Uma classe especial de processos aleatórios que pode ser gerada pela passagem do *white noise* através de um simples filtro é a família de processos de *Gauss-Markov*. Um processo contínuo $X(t)$ é chamado de processo de *Gauss-Markov* de primeira ordem se para cada k e $t_1 < t_2 < \dots, t_k$ é verdade que:

$$F[X(t_k) | X(t_{k-1}), \dots, X(t_1)] = F[X(t_k) | X(t_{k-1})]. \quad (57)$$

O significado da Equação 57 é que a função de distribuição de probabilidade para o processo $X(t_k)$ é dependente somente do valor em um ponto no passado $X(t_{k-1})$ (GELB et al., 1974).

A função espectral e a de autocorrelação para o para um processo estacionário (seção 3.1.2) de *Gauss-Markov* são dadas por (GELB et al., 1974; BROWN; HWANG, 1992):

$$R_x(\tau) = \sigma^2 e^{-\beta|\tau|}, \quad (58)$$

$$S_x(j\omega) = \frac{2\sigma^2\beta}{\omega^2 + \beta^2}, \quad (59)$$

onde, o tempo de correlação é dado por $\frac{1}{\beta}$ (GELB, 1974).

As funções expressas nas Equações 58 e 59 são esquematizadas na Figura 2:

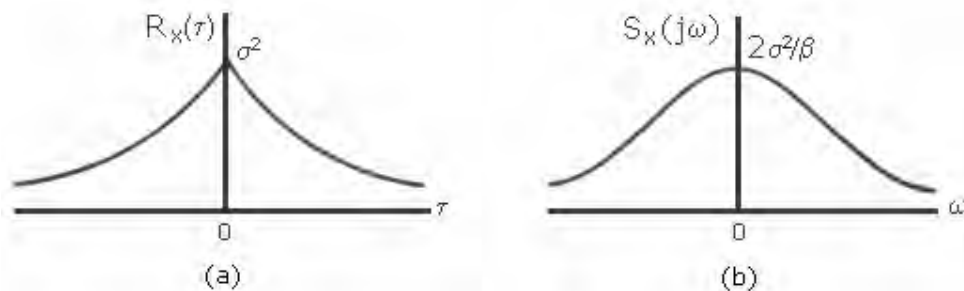


Figura 2 – Função de autocorrelação (a) e função de densidade espectral (b) para o processo de Gauss-Markov

O processo de *Gauss-Markov* é um processo muito aplicado na prática, porque parece se ajustar a um grande número de processos físicos com razoável acurácia, além de apresentar uma descrição matemática simples (BROWN; HWANG, 1992).

3.2 Processo aleatório discreto no tempo e aplicação no filtro de Kalman

Na seção anterior foram apresentados os processos aleatórios contínuos no tempo, porém a maioria das aplicações geodésicas envolve o espaço temporal discreto. Para o caso da modelagem utilizando o filtro de Kalman, considera-se que o vetor estado do processo é representado por $X(t)$, cujo processo original $L_{bk}(t)$ é necessário para obter uma combinação linear do sistema de variáveis.

Então, um processo aleatório linear contínuo no tempo com vetor estado $X(t)$ e MVC do vetor estado $\Sigma_{X(t)}$, pode ser descrito a partir de modelos de equações diferenciais, assim como mostrado na seção 2.2. Dessa forma, a equação diferencial do estado $X(t)$ para o processo discreto (Equação 21) é substituída pela equação de estado $X_k = X(k)$ (STRANG; BORRE, 1997):

$$\begin{aligned} X_k &= F_{k-1}X_{k-1} + G_k W_k \\ L_k &= A_k X_k + V_k \end{aligned} \quad (60)$$

Supondo o ruído do processo W_k não correlacionado no tempo, com MVC Σ_{W_k} e, o ruído da observação V_k também não correlacionado no tempo, com média zero, pela lei de propagação de covariâncias obtém-se a seguinte fórmula recursiva para a MVC de X_k (STRANG; BORRE, 1997):

$$\Sigma_{X_k} = F_{k-1} \Sigma_{X_{k-1}} F_{k-1}^t + G_k \Sigma_{W_k} G_k^t. \quad (61)$$

O uso da Equação 61 supõe o ruído do processo W_k não correlacionado no tempo, porém, na prática comparecem correlações temporais. Essa correlação pode ser tratada corretamente a partir do aumento do vetor estado X_k , o que é descrito na próxima seção.

3.2.1 Aumento do vetor estado

Suponha que o vetor de ruídos W_k tenha quantidades correlacionadas $W1_k$ e quantidades não correlacionadas $W2_k$ (GELB et al., 1974):

$$W_k = W1_k + W2_k, \quad (62)$$

onde se supõe que o ruído $W1_k$ pode ser modelado por uma equação diferencial:

$$W1_k = G_W W1_{k-1} + W3_{k-1}, \quad (63)$$

sendo $W3$ um vetor de ruídos não correlacionados. Então, o vetor estado aumentado X_k' é dado por:

$$X_k' = \begin{bmatrix} X_k \\ W1_k \end{bmatrix}. \quad (64)$$

Dessa forma, a equação diferencial do estado aumentado, composta somente por perturbações não correlacionadas, é dada por:

$$\dot{X}_k = \begin{bmatrix} X_k \\ W1_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F & G \\ 0 & G_W \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{k-1} \\ W1_{k-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W2_{k-1} \\ W3_{k-1} \end{bmatrix}. \quad (65)$$

Alguns modelos específicos de correlação para sistemas que possuem ruídos são apresentados a seguir, considerando que em cada modelo apenas uma variável unidimensional esteja envolvida (GELB et al., 1974; STRANG; BORRE, 1997; LIU, 2001).

3.2.2 Variável aleatória correlacionada exponencialmente

Um processo aleatório estacionário X_k com média zero e função de autocorrelação decrescendo exponencialmente, da mesma forma que o processo de *Gauss-Markov* de primeira ordem (Equação 58) (GELB et al., 1974):

$$R_x(\tau) = \sigma^2 e^{-\beta|t_k - t_{k-1}|}, \quad (66)$$

é freqüentemente uma representação útil de um sistema com ruídos.

A versão discreta de uma variável aleatória correlacionada exponencialmente é descrita por (GELB et al., 1974):

$$X_k = e^{-\beta(t_{k+1} - t_k)} X_{k-1} + W_k, \quad (67)$$

cuja covariância de W_k é dada por:

$$\sigma_{w_k}^2 = \frac{\sigma_k^2}{2\beta} \left[1 - e^{-2\beta(t_{k+1} - t_k)} \right]. \quad (68)$$

3.2.3 Processo *white noise*

O processo discreto *white noise* ou ruído branco para o caso discreto pode ser derivado a partir do processo *Gauss-Markov* de primeira ordem fazendo β tender ao infinito. Nesse caso, a função de autocorrelação (Equação 58) e até mesmo a covariância do processo correlacionado exponencialmente (Equação 68) é nula, o que indica que não há correlação de uma época para a outra. Dessa forma, a MVC do processo aleatório *white noise* requer a reinicialização ao final de cada etapa da estimativa do parâmetro estocástico (GELB, et al., 1974; GREGORIUS, 1996).

3.2.4 Processo *random walk*

O processo *random walk* é resultante da integração de sinais independentes estatisticamente. O nome deriva do exemplo de um homem que caminha a passos de comprimento fixo em direções arbitrárias. Da mesma forma que o processo discreto *white noise*, o *random walk* também pode ser derivado do processo de *Gauss-Markov* de primeira ordem, porém fazendo β tender a zero. Dessa forma, a componente $e^{-\beta(t_{k+1}-t_k)}$ da Equação 67 apresenta valor unitário. Logo, o processo discreto para o *random walk* é descrito por (GELB et al., 1974; STRANG; BORRE, 1997):

$$X_k = X_{k-1} + W_k, \quad (69)$$

A variância do ruído é obtida a partir do limite da Equação 68, com β tendendo a zero, o que pode ser feito com o auxílio da regra de l'Hospital (GELB et al., 1974):

$$\sigma_{W_k}^2 = (t_{k+1} - t_k)\sigma_k^2. \quad (70)$$

4 MODELOS MATEMÁTICOS ENVOLVIDOS COM AS OBSERVÁVEIS GPS

As observáveis básicas do GPS que permitem determinar posição, velocidade e tempo, podem ser identificadas como a pseudodistância a partir da medida do código e fase da onda portadora ou diferença de fase da onda portadora (SEEBER, 2003).

Cada satélite GPS transmite sinais centrados sobre duas ondas na frequência de rádio, 1575,42 MHz e 1227,6 MHz, associadas com as bandas L1 e L2, respectivamente. Os sinais GPS devem ser modulados para que os usuários realizem medidas, ou seja, as ondas puras ou portadoras devem ser alteradas de uma forma que o atraso em tempo nas medidas possa ser medido (LANGLEY, 1998).

A portadora L1 é modulada pelos códigos pseudo-aleatórios, ou na literatura inglesa *pseudorandom noise* (PRN), C/A e Y (código P criptografado), além das mensagens de navegação. A portadora L2 está modulada pelo código Y e pela mensagem de navegação (MONICO, 2005). Atualmente, está em fase de teste o código denominado L2C e futuramente, com a modernização do GPS, estará disponível uma terceira banda, denominada L5 com frequência 1176,45 MHz (LANGLEY, 1998; LEICK, 1995).

4.1 Equações de pseudodistância e fase da onda portadora

A pseudodistância é a medida de distância entre o satélite e a antena do receptor, referenciadas às épocas de emissão e recepção do código. Essa medida é obtida a partir da correlação entre o código gerado pelo satélite no instante de transmissão (t^s) e sua réplica gerada no receptor no instante de recepção (t^r). A equação da pseudodistância entre o satélite s e o receptor r pode ser escrita como (MONICO, 2000; SEEBER, 2003):

$$PD_r^s = \rho_r^s + c(dt_r - dt^s) + I_r^s + T_r^s + dm_r^s + Orb^s + v_{PD_r^s}, \quad (71)$$

onde:

ρ_r^s - distância geométrica entre o satélite e o receptor;

c - velocidade da luz no vácuo;

dt_r - erro do relógio do receptor no instante de recepção;

dt^s - erro do relógio do satélite no instante de transmissão;

I_r^s - erro provocado pela ionosfera;

T_r^s - erro provocado pela troposfera;

Orb^s - erro provocado pela órbita do satélite;

dm_r^s - erro provocado pelo multicaminho;

$v_{PD_r^s}$ - erro da pseudodistância devido aos efeitos sistemáticos e aleatórios.

A medida da fase de batimento da onda portadora é obtida a partir da diferença entre a fase do sinal do satélite, recebido no receptor (ϕ^s), e a fase do sinal gerada pelo receptor (ϕ_r), no instante de recepção do sinal. No processo de medida é obtida apenas uma parte fracionária da onda portadora, restando um número inteiro de ciclos desconhecido, denominado ambigüidade (N). A equação da fase de batimento da onda portadora (em ciclos) pode ser escrita como (MONICO, 2000):

$$\phi_r^s(t) = f \left(\frac{\rho_r^s - I_r^s + T_r^s + dm_r^s + Orb_r^s}{c} \right) + f(dt_r - dt^s) + (\phi_t^s(t_0) - \phi_r(t_0)) + N_r^s + v_{\phi_r^s}, \quad (72)$$

onde:

f - frequência nominal da fase;

$\phi_t^s(t_0)$ e $\phi_r(t_0)$ - fase inicial no satélite e no receptor, respectivamente, no instante t_0 ;

N_r^s - ambigüidade da fase no instante inicial de rastreamento;

$v_{\phi_r^s}$ - erro da fase da portadora devido aos efeitos não modelados e aleatórios.

Os outros termos na equação da fase já foram definidos. O tratamento matemático dos erros envolvidos nas equações de observação GPS pode ser encontrado na literatura clássica sobre geodésia por satélite, como por exemplo, em Seeber (2003), Leick (1995), Monico (2000, 2005), entre outros. No caso desse trabalho, será dado maior enfoque aos efeitos causados pela atmosfera, mais especificamente aqueles provocados pela ionosfera e troposfera.

4.2 Duplas diferenças das observáveis GPS

A dupla diferença, ou simplesmente DD, é calculada a partir da diferença entre duas simples diferenças, sendo essas últimas obtidas a partir da diferença entre observações simultâneas envolvendo um satélite (s) e duas estações (i e j), ou dois satélites (r e s) e uma estação. Nesse caso, se n satélites estão sendo rastreados simultaneamente por dois receptores, é possível calcular n-1 DDs independentes para cada tipo de observação (pseudodistância e/ou fase) por instante.

Nas DDs envolvendo linhas de base curtas, os erros dos relógios dos receptores e dos satélites são minimizados e o mesmo ocorre para os erros das órbitas, troposfera, ionosfera, e outros. Os efeitos sistemáticos não modelados das DDs, bem como os aleatórios, ficam contidos nos resíduos do modelo. A equação da DD da pseudodistância para distâncias curtas entre as estações pode ser escrita como (MONICO, 2005):

$$\Delta PD_{ij}^{rs} = \Delta \rho_{ij}^{rs} + v_{PD_{ij}^{rs}}, \quad (73)$$

onde, $\Delta \rho_{ij}^{rs} = \rho_i^r - \rho_j^r - \rho_i^s + \rho_j^s$ e $v_{PD_{ij}^{rs}}$ representa os efeitos não modelados e aleatórios da

DD da pseudodistância. Da mesma forma que para a pseudodistância, considerando distâncias curtas entre as estações, a equação da DD da fase da onda portadora pode ser escrita da seguinte forma:

$$\Delta \phi_{ij}^{rs} = \frac{f}{c} \Delta \rho_{ij}^{rs} + \Delta N_{ij}^{rs} + v_{\phi_{ij}^{rs}}. \quad (74)$$

O termo $\Delta N_{ij}^{rs} = N_i^r - N_j^r - N_i^s + N_j^s$ é conhecido como ambigüidade da dupla diferença, a qual é um número inteiro. É importante ressaltar que, para linha de base curta, as incógnitas referentes à equação da fase são as componentes da linha de base (ΔX , ΔY e ΔZ) e as ambigüidades das DDs.

Existem mais de uma forma para calcular as DDs, nas quais pode se utilizar o método do satélite base, ou o método seqüencial. No primeiro caso, todas as DDs são

calculadas a partir das observações oriundas de um satélite escolhido com as demais observações dos outros satélites. No segundo caso, as DDs são calculadas a partir das observações de dois satélites escolhidos seqüencialmente, onde as observações do mesmo satélite são utilizadas no cálculo de no máximo duas DDs (MACHADO, 2001). Considerando dois satélites (r e s) e dois receptores (i e j), a forma linear da DD da fase em metros (multiplicada por λ) é dada por (MONICO, 2005):

$$\lambda\Delta\phi_{ij}^{rs} - \Delta\rho_{ij0}^{rs} + v_{\phi DD} = [a_i^{rs}\Delta X_i + b_i^{rs}\Delta Y_i + c_i^{rs}\Delta Z_i + a_j^{rs}\Delta X_j + b_j^{rs}\Delta Y_j + c_j^{rs}\Delta Z_j] + \lambda N_{ij}^{rs}, \quad (75)$$

onde:

$$a_k^{rs} = a_k^r - a_k^s; b_k^{rs} = b_k^r - b_k^s; c_k^{rs} = c_k^r - c_k^s \quad (\text{para } k = i, j)$$

$$\Delta\rho_{ij0}^{rs} = \left[\rho_{i0}^r - \rho_{j0}^r - \rho_{i0}^s + \rho_{j0}^s \right] + \lambda N_{ij0}^{rs} \quad (76)$$

O termo $(.)_0$ nas expressões acima, indica que a expressão $(.)$ deve ser calculada em função dos valores aproximados e os coeficientes $a_k^{rs}, b_k^{rs}, c_k^{rs}$, representam as derivadas parciais de $\Delta\rho_{ij0}^{rs}$ em relação aos parâmetros incógnitos. Os efeitos de multicaminho não são minimizados ou eliminados no processo de diferenciação das observáveis, porém não foram mostrados nas equações dessa seção por motivos de simplificações. Uma descrição mais detalhada sobre o assunto multicaminho pode ser encontrada em Souza (2004).

4.3 Combinação linear *ion-free*

Devido ao avanço e ao atraso ionosférico serem dependentes da frequência do sinal, é possível eliminar os efeitos ionosféricos de primeira ordem utilizando receptores de dupla-frequência. A contribuição do efeito de primeira ordem da ionosfera é inversamente proporcional ao quadrado da frequência em intervalo, além disso, ela também é inversamente proporcional à frequência (na primeira potência) em unidades angulares (ciclos). Uma melhor descrição desse efeito é apresentada na seção 5.4.2. A equação da fase incorporada com o efeito da ionosfera de primeira ordem é dada por (GOAD, 1996):

$$\phi_r^s(t) = -\frac{f}{c}\rho' + \frac{I_{\phi_r}^{(1)S}}{f} + \left(\phi_t^s(t_0) - \phi_r(t_0)\right) + N_r^s + v_{\phi_r^s}, \quad (77)$$

onde, ρ' representa os efeitos comuns (troposfera, órbita, relógios etc.) nas duas frequências e os demais termos já foram definidos na seção 4.1. A combinação *ion-free* para a fase é obtida utilizando os coeficientes m_1 e m_2 , juntamente com as observáveis ϕ_1 e ϕ_2 , relacionadas com as frequências L1 e L2, respectivamente:

$$\phi_{IF} = m_1\phi_1(t) + m_2\phi_2(t). \quad (78)$$

A frequência da combinação *ion-free* e o respectivo comprimento de onda são calculados por:

$$\begin{aligned} f_{IF} &= m_1f_1 + m_2f_2 \\ \lambda_{IF} &= \frac{c}{m_1f_1 + m_2f_2}. \end{aligned} \quad (79)$$

A ambigüidade da combinação linear fica da seguinte forma:

$$N_{IF} = N_1m_1 + N_2m_2. \quad (80)$$

A partir da equação acima, verifica-se que N_{IF} é inteiro se m_1 e m_2 são inteiros. O termo $\frac{I_{\phi}^{(1)s} r}{f}$, implícito na Equação 72, se cancela quando a seguinte condição é satisfeita (GOAD, 1996):

$$\frac{m_1}{f_1} + \frac{m_2}{f_2} = 0. \quad (81)$$

Uma outra condição pode ser imposta tal que a combinação resultante seja escolhida com a mesma aparência da equação original na frequência L1, porém sem o termo ionosférico. Essa condição é obtida quando a frequência da combinação *ion-free* é igual a frequência do sinal L1 (GOAD, 1996):

$$m_1 f_1 + m_2 f_2 = f_1. \quad (82)$$

Usando essas duas condições (Equações 81 e 82), os coeficientes m_1 e m_2 ficam da seguinte forma:

$$\begin{aligned} m_1 &= \frac{f_1^2}{(f_1^2 - f_2^2)} \cong 2,5457 \\ m_2 &= -\frac{f_1 f_2}{(f_1^2 - f_2^2)} \cong -1,9837 \end{aligned} \quad (83)$$

Para o caso da pseudodistância, o índice m_1 é adotado igual ao da fase e a partir daí obtém-se o índice m_2 , os quais são dados por:

$$\begin{aligned} m_1 &= \frac{f_1^2}{(f_1^2 - f_2^2)} \cong 2,5457 \\ m_2 &= -\frac{f_2^2}{(f_1^2 - f_2^2)} \cong -1,5457 \end{aligned} \quad (84)$$

Substituindo os coeficientes m_1 e m_2 na equação *ion-free* para a fase (Equação 78), tem-se (HOFMANN-WELLENHOF; LICHTENEGGER; COLLINS, 1992; LEICK, 2004):

$$\phi_{IF} = \frac{f_1}{c} \rho_r^s + f_1 dt_r - f_1 dt^s + \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} N_{1r}^s - \frac{f_1 f_2}{f_1^2 - f_2^2} N_{2r}^s + T_r^s. \quad (85)$$

A combinação *ion-free* da pseudodistância é dada por:

$$PD_{IF} = \rho_r^s + c dt_r - c dt^s + T_r^s. \quad (86)$$

À medida que a distância entre as estações aumenta, os efeitos da ionosfera passam a ser mais significativos nas observáveis GPS e pode-se verificar a partir da combinação *ion-free* (Equações 85 e 86) que os efeitos de primeira ordem da ionosfera são eliminados das medidas. Os erros provocados pela troposfera T_r^s ainda permanecem, porém são minimizados no cálculo das DDs das observáveis GPS, além disso, restam os efeitos de segunda e terceira ordem da ionosfera.

Considerando a incerteza das medidas originais de fase (σ_{ϕ_1} e σ_{ϕ_2}), a incerteza da combinação *ion-free* ($\sigma_{\phi_{IF}}$) pode ser obtida a partir da aplicação da lei de propagação de variância e covariância na expressão 78, quer seja para a fase ou para a pseudodistância. No caso da fase, tem-se:

$$\sigma_{\phi_{IF}} = \sqrt{m_1^2 \sigma_{\phi_1}^2 + m_2^2 \sigma_{\phi_2}^2}. \quad (87)$$

Adotando os valores de 2 mm e 3 mm para σ_{ϕ_1} e σ_{ϕ_2} , respectivamente, a incerteza $\sigma_{\phi_{IF}}$, usando a Equação 87, fica com o valor de 7,832 mm. Dessa forma, verifica-se que a incerteza da combinação *ion-free* sofre forte degradação com relação à incerteza das medidas originais. Além disso, a combinação *ion-free* realça o nível de ruído de outros efeitos, tal como os de multicaminho, e a ambigüidade da combinação (Equação 80) deixa de ser inteira, algo que requer técnicas apropriadas para a sua determinação (HOFMANN-WELLENHOF; LICHTENEGGER; COLLINS, 1992; LEICK, 2004).

4.4 Estimativa dos efeitos residuais da DD

No processamento de dados GPS, geralmente, é utilizada a observável DD, quer seja da fase da onda portadora ou da pseudodistância (seção 4.2). Nesse caso, quando se trata de linha de base curta, os erros devido à atmosfera (troposfera e ionosfera), erros dos relógios dos receptores e dos satélites, erros órbitas, entre outros são minimizados ou até mesmo eliminados. Porém, para o caso de linhas de base médias e longas, esses efeitos são diferentes em cada estação, restando os efeitos residuais da DD no processo de diferenciação.

Um procedimento alternativo para tratar esse problema seria estimar os efeitos residuais da DD no ajustamento de dados GPS. No entanto, é necessário considerar que a introdução dos parâmetros da atmosfera pode causar deficiência de *rank* no modelo matemático, o que requer técnicas adequadas de removê-la (ODIJK, 2002). A seguir, serão descritos os métodos de se estimar, a partir do MMQ, os efeitos residuais da ionosfera e da troposfera da DD.

4.4.1 Efeitos residuais da ionosfera

Os termos residuais ionosféricos das DDs, geralmente ignorados no processamento dos dados GPS, podem ser parametrizados no vetor estado. Nesse procedimento, cada resíduo ionosférico da DD é parametrizado individualmente para cada par de satélites. Então, é introduzida uma observação fictícia, denominada, pseudo-observável com esperança matemática nula e um determinado nível de ruído, o qual pode ser escolhido com base nos processos aleatórios descritos na seção 3. No caso, a introdução da pseudo-observável para o resíduo ionosférico da DD é realizada com base na técnica do aumento do vetor estado como descrito na seção 3.2.1.

Essa estratégia de estimação dos resíduos ionosféricos da DD pode ser encontrada em Bock et al. (1986), Odijk (2002) e Liu (2001), sendo que ela é conhecida como modelo da ionosfera com peso, na qual se pode ajustar o tamanho da variância a priori σ_1^2 a ser adotada para o resíduo ionosférico.

O valor da variância a priori da pseudo-observável ionosférica pode assumir valores extremos: zero ou infinito. No primeiro caso, quando $\sigma_i^2 = 0$, o atraso ionosférico é uma variável determinística e não estocástica, implicando que todas as suas incertezas são conhecidas a priori, o que é denominado de solução “iono fixo”. Por outro lado, quando $\sigma_i^2 = \infty$, isso implica que não se conhece nenhuma informação da pseudo-observável ionosférica, o que é denominado de solução “iono float” (ODIJK, 2002).

Considerando o modelo matemático para a DD da pseudodistância e da fase, em ambas as frequências, no qual o termo ionosférico é uma incógnita, têm-se:

$$\begin{aligned}
 \Delta\phi_{ijL1}^{rs} &= \Delta\rho_{ij}^{rs} - \Delta I_{ij}^{rs} + \lambda_{L1} \Delta N_{ijL1}^{rs} \\
 \Delta\phi_{ijL2}^{rs} &= \Delta\rho_{ij}^{rs} - \beta \Delta I_{ij}^{rs} + \lambda_{L2} \Delta N_{ijL2}^{rs} \\
 \Delta PD_{ijL1}^{rs} &= \Delta\rho_{ij}^{rs} + \Delta I_{ij}^{rs} \\
 \Delta PD_{ijL2}^{rs} &= \Delta\rho_{ij}^{rs} + \beta \Delta I_{ij}^{rs} \\
 \Delta I_{ij}^{rs} &= 0
 \end{aligned} \tag{88}$$

onde, $\Delta I_{ij}^{rs} = 0$ representa a pseudo-observável e $\beta = \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2$ (LIU, 2001). A equação linearizada em forma matricial para a DD de pseudodistância e de fase, em ambas as frequências, é dada por:

$$E \left\{ \begin{bmatrix} \Delta\phi_{ijL1}^{rs} \\ \Delta\phi_{ijL2}^{rs} \\ \Delta PD_{ijL1}^{rs} \\ \Delta PD_{ijL2}^{rs} \\ \Delta I_{ij}^{rs} \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} A_{\Delta\phi_{ijL1}^{rs}} & \lambda_{L1} & 0 & -1 \\ A_{\Delta\phi_{ijL2}^{rs}} & 0 & \lambda_{L2} & -\beta \\ A_{\Delta PD_{ijL1}^{rs}} & 0 & 0 & 1 \\ A_{\Delta PD_{ijL2}^{rs}} & 0 & 0 & \beta \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta R_{ij}^{rs} \\ \Delta N_{ijL1}^{rs} \\ \Delta N_{ijL2}^{rs} \\ \Delta I_{ij}^{rs} \end{bmatrix}, \tag{89}$$

onde, as matrizes $A_{(\cdot)}$ representam as derivadas parciais relacionadas ao vetor de correções ΔR_{ij}^{rs} para as coordenadas aproximadas da estação e, λ_{L1} e λ_{L2} são os comprimentos de

onda relacionados com as frequências em L1 e L2, respectivamente. A grande vantagem desse método é o fato de preservar as propriedades inteiras das ambigüidades.

No caso de se escolher o processo discreto *random walk* (seção 3) para modelar o resíduo ionosférico da DD, tem-se:

$$\Delta I_k = \Delta I_{k-1} + W_k, \quad (90)$$

cuja MVC é dada por:

$$\Sigma_{W_k} = E\{W_k^2\} = (t_{k+1} - t_k)\sigma_i^2 I. \quad (91)$$

onde $(t_{k+1} - t_k)$ representa a diferença de tempo entre as época k+1 e k e I representa a matriz identidade, lembrando que o ruído aleatório para o caso discreto é não correlacionado no tempo.

Para o caso da utilização do filtro de Kalman, os processos aleatórios são adaptados pela matriz de transição e pela adição de MVC de ruídos Σ_{W_k} à MVC do estado predito $\Sigma_{\hat{X}_{k/k-1}}$. A matriz de transição ou fator F (Equação 60), substituída nesse caso por Φ , pode ser representada por (LIU, 2001):

$$\Phi_{t_k} = \begin{bmatrix} \Phi_X & & 0 \\ & \Phi_N & \\ 0 & & \Phi_I \end{bmatrix}, \quad (92)$$

onde, Φ_X , Φ_N e Φ_I , representam a transição da estimativa das coordenadas, das ambigüidades e da ionosfera, respectivamente. Para o caso de uma linha de base estática e do processo *random walk*, essas matrizes assumirão a forma de matriz identidade, o que nem sempre ocorre para Φ_I , como por exemplo, se fosse utilizado o processo de *Gauss-Markov*.

A MVC do estado predito pode ser escrita como:

$$\Sigma_{\hat{X}_{k/k-1}} = \begin{bmatrix} \Sigma_X & & 0 \\ & \Sigma_N & \\ 0 & & \Sigma_{W_k} \end{bmatrix}, \quad (93)$$

onde, Σ_X , Σ_N e Σ_{W_k} representam as MVCs das coordenadas incógnitas, das ambigüidades e dos resíduos ionosféricos da DD, respectivamente.

4.4.2 Efeitos residuais da troposfera

Com relação aos efeitos da troposfera no sinal GPS (seção 5.5), é possível estimar um parâmetro para o efeito da troposfera no processamento dos dados GPS em intervalos de tempo pré-determinados com uma injeção a priori, sendo que a injeção pode ser obtida com o auxílio de modelos matemáticos do Atraso Zenital Troposférico ZTD.

Neste método, o efeito do atraso troposférico na observável DD é estimado no processamento da linha de base, juntamente com as coordenadas da estação. Levando em consideração que o efeito da troposfera varia pouco em função do tempo, pode-se estimar um fator de escala (α_1 e α_2) a cada intervalo de tempo ($\Delta\tau$) pré-determinado. Esse fator de escala é incluído no modelo matemático (Equação 75) como parâmetro incógnito e pode ser estimado para cada estação usando um modelo polinomial de ordem n , correlacionado no tempo $(\Delta\tau = \tau - \tau_0)^n$, sendo τ_0 a época inicial e τ a época atual. Então, considerando as estações i e j e os satélites r e s , o modelo linearizado da DD da fase ($\Delta\phi_{i,j}^{r,s}$), usando um modelo polinomial de ordem $n=1$ para o fator de escala, pode ser representado por (MONICO, 1995):

$$\begin{aligned} \lambda\Delta\phi_{ij}^{rs} - \Delta\rho_{ij_0}^{rs} - \Delta T_{ij}^{rs} = & [a_i^{rs}\Delta X_i + b_i^{rs}\Delta Y_i + c_i^{rs}\Delta Z_i \\ & + a_j^{rs}\Delta X_j + b_j^{rs}\Delta Y_j + c_j^{rs}\Delta Z_j] + \lambda N_{ij}^{rs}, \quad (94) \\ & + [T_i^{rs}(\Delta\tau)^n \alpha_1 - T_j^{rs}(\Delta\tau)^n \alpha_2] + v_{\phi DD} \end{aligned}$$

onde os coeficientes $a_1^{rs}, b_1^{rs}, c_1^{rs}$ ($l = i, j$), $\Delta\rho_{ij}^{rs}$, bem como outros termos, já foram definidos na Equação 76. Os valores aproximados para a DD da troposfera $\Delta T_{ij}^{rs} = T_i^r - T_j^r - T_i^s - T_j^s$ podem ser calculados a partir de modelos matemáticos da troposfera (ver seção 5.5).

Considerando k instantes de dados observados nas estações i e j , o modelo linearizado em forma matricial para a fase, usando um modelo polinomial de ordem $n=1$ para o fator de escala, pode ser representado por (MONICO, 1995):

$$E\left\{\begin{bmatrix} \Delta L_1 \\ \Delta L_2 \\ \vdots \\ \Delta L_k \end{bmatrix}\right\} = \begin{bmatrix} A_{ij,1} & A_{T,1} & I_{n-1} \\ A_{ij,2} & A_{T,2} & I_{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ A_{ij,k} & A_{T,k} & I_{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta R_{ij} \\ \Delta T \\ \Delta N \end{bmatrix}, \quad (95)$$

onde:

A_{ij} e A_T - respectivas matrizes *design* relacionadas a ΔR_{ij} e a ΔT ;

ΔL - vetor de ordem $((n-1) \times 1)$ das diferenças entre as DDs observadas (em metros) e as calculadas em função dos parâmetros aproximados;

ΔR_{ij} - vetor de correções às coordenadas aproximadas das estações i e j ;

ΔN - vetor de ordem $((n-1) \times 1)$ das ambigüidades incógnitas;

ΔT - vetor incógnito dos fatores de escala. No caso do modelo polinomial de ordem $n=1$, tem-se que $\Delta T^t = [\alpha_1^r, \alpha_1^s, \alpha_2^r, \alpha_2^s]$.

Os efeitos residuais do ZTD no processamento de dados GPS também podem ser estimados a partir de um processo aleatório usando o filtro de Kalman. Vários experimentos já demonstraram que essa técnica produz resultados semelhantes aos obtidos com o auxílio de medidas na superfície da Terra e o processo mais indicado para realizar essa tarefa é o *random walk* (BLEWITT, 1997; BEUTLER et al. 1998).

4.5 Estimativa das ambigüidades inteiras

O modelo de observação linearizado da DD (seção 4.2), considerando somente as coordenadas das estações e as ambigüidades como incógnitas, pode ser escrito em notação matricial da seguinte forma:

$$\begin{aligned} E\{\Delta L\} &= A\Delta R_{ij} + BN \\ D\{\Delta L\} &= \Sigma_{\Delta L_b} \end{aligned}, \quad (96)$$

onde:

ΔL - vetor das diferenças entre as DDs observadas e as calculadas em função dos parâmetros aproximados;

ΔR_{ij} - vetor de correções às coordenadas aproximadas das estações i e j ;

N - vetor de ordem das ambigüidades incógnitas;

A e B - respectivas matrizes *design* relacionadas a $\Delta R_{i,j}$ e N ;

$D\{\Delta L\}$ e $\Sigma_{\Delta L_b}$ - operador de dispersão de ΔL e MVC das DDs, respectivamente.

O critério do MMQ para solucionar o sistema linear da Equação 96 é representado por (TEUNISSEN, 1998b):

$$\min_{a,b} \left\| \Delta L - A\Delta R_{ij} - BN \right\|_{\Sigma_{L_b}}^2, \quad (97)$$

onde, $\left\| \cdot \right\|_{\Sigma_{L_b}} = (\cdot)^t \Sigma_{L_b}^{-1} (\cdot)$. A minimização na equação acima não representa um problema ordinário do MMQ, devido ao fato das ambigüidades contidas em N serem valores inteiros, ou seja:

$$N \in Z^n, \quad (98)$$

onde, Z^n representa o espaço dos inteiros de dimensão n .

O problema de minimização na Equação 97 combinado com a injunção inteira na Equação 98 é solucionado pelo conhecido Método dos Mínimos Quadrados Inteiros (MQI). A solução das ambigüidades pelo MQI é apresentada por Teunissen (1998b) e pode ser resolvido em dois passos.

O primeiro consiste em resolver por MMQ o critério de minimização da Equação 97 sem a injunção da Equação 98. Esta solução é conhecida como solução flutuante (*float solution*):

$$\begin{aligned} \hat{X} &= \begin{bmatrix} \Delta\hat{R}_{ij} \\ \hat{N} \end{bmatrix} \\ \Sigma_{\hat{X}} &= \begin{bmatrix} \Sigma_{\hat{R}} & \Sigma_{\hat{R}\hat{N}} \\ \Sigma_{\hat{N}\hat{R}} & \Sigma_{\hat{N}} \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (99)$$

O segundo passo consiste em obter as ambigüidades inteiras pelo MQI a partir de:

$$\min_N \left\| \hat{N} - N \right\|_{\Sigma_{\hat{N}}}^2, \quad N \in Z^n. \quad (100)$$

O minimizador na Equação 100 fornece um vetor contendo a estimativa de MQI para as n ambigüidades das DDs. Este vetor é denotado por \check{N} e é chamado de solução fixa, (*fixed solution*).

Uma vez que a solução \check{N} foi obtida, o resíduo $(\hat{N} - \check{N})$ é usado para ajustar a solução flutuante $\Delta\hat{R}_{ij}$ do primeiro passo, no qual $\Delta\check{R}_{ij} = \Delta\hat{R}_{ij}(\check{N})$. Como resultado, a solução final da linha de base fixa é dada por (TEUNISSEN, 1998b):

$$\Delta\check{R}_{ij} = \Delta\hat{R}_{ij}(\check{N}) = \Delta\hat{R}_{ij} - \Sigma_{\hat{R}\hat{N}} \Sigma_{\hat{N}}^{-1} (\hat{N} - \check{N}). \quad (101)$$

A Equação acima mostra a relação que existe entre a solução fixa $\Delta\check{R}_{ij}$ e a flutuante $\Delta\hat{R}_{ij}$, ou seja, ela mostra como a diferença da estimativa de ΔR_{ij} depende da diferença entre os valores das ambigüidades estimadas por MMQ como valores reais (\hat{N}) e as

ambigüidades estimadas por MQI como números inteiros (\tilde{N}). A MVC de $\Delta\tilde{R}_{ij}$, bem como a influência sobre o fator de variância a posteriori é dada por (MONICO, 2005):

$$\begin{aligned}\Sigma_{\Delta\tilde{R}} &= \Sigma_{\hat{R}} - \Sigma_{\hat{R}\tilde{N}}\Sigma_{\tilde{N}}^{-1}\Sigma_{\tilde{N}\hat{R}} \\ \hat{\sigma}_{0\text{fix}}^2 &= \hat{\sigma}_{0\text{float}}^2 + (\tilde{N} - \hat{N})^t \Sigma_{\tilde{N}}^{-1} (\tilde{N} - \hat{N})\end{aligned}\quad (102)$$

A Equação 102 mostra que $\Sigma_{\Delta\tilde{R}} < \Sigma_{\Delta\hat{R}}$ (TEUNISSEN, 1998b), porém $\hat{\sigma}_{0\text{fix}}^2 > \hat{\sigma}_{0\text{float}}^2$, conseqüência de se injuncionar as ambigüidades inteiras na solução da linha de base GPS. A estimativa dos valores inteiros da ambigüidade requer técnicas adequadas e, uma das mais utilizadas na atualidade é o método LAMBDA, o qual será brevemente descrito na próxima seção.

4.6 O método LAMBDA

A ambigüidade inicial deve ser determinada com técnicas apropriadas para explorar o potencial da acurácia da medida de fase de batimento da onda portadora. A determinação da ambigüidade é um dos problemas mais exigente das técnicas geodésicas de estimação de dados GPS (SEEBER, 2003)

O método LAMBDA foi desenvolvido por P. J. G. Teunissen em 1993 na Universidade de Tecnologia de Delft, na Holanda. A idéia básica desse método é transformar os valores originais reais das ambigüidades das DDs, que são altamente correlacionadas, em valores de ambigüidades reais descorrelacionadas, o que é feito a partir da transformação Z (DE JONGE; TIBERIUS, 1996).

Dessa maneira, o número de candidatos é reduzido consideravelmente. A partir desse procedimento, o espaço de procura que é altamente alongado, é transformado em um espaço tipo esfera com o mesmo volume, o que permite uma identificação muito mais eficiente das ambigüidades inteiras (SEEBER, 2003). A implementação desse método, em linguagem de programação Fortran 77, foi realizada por P. J. de Jonge e CCJM Tiberius (DE JONGE; TIBERIUS, 1996). O método LAMBDA difere das outras estratégias de procura em dois aspectos (JONKMAN, 1998):

- O espaço de procura para a solução fixa \tilde{N} é restrito a uma região de confiança elipsoidal centrada na solução *float* \hat{N} ;
- Durante a etapa de procura, a região de confiança elipsoidal é transformada em uma região mais favorável, ou seja, em uma forma de círculo.

A restrição da procura por uma região de confiança em torno da solução *float* garante que a procura sempre resulte em uma estimativa de MQI para a ambigüidade da DD. Além disso, a transformação da região de confiança assegura que a procura seja realizada de uma maneira muito eficiente. O método LAMBDA restringe a procura a um subconjunto com a forma da seguinte desigualdade (JONKMAN, 1998):

$$\min_N \|\hat{N} - N\|_{\Sigma_{\hat{N}}}^2 < \chi^2, \quad (103)$$

onde, χ^2 é uma constante de confiança conhecida. A procura pela solução fixa agora consiste na identificação do subconjunto de vetores inteiros que satisfaz a desigualdade 103 e, a partir desse subconjunto seleciona-se os vetores que minimizam o critério da Equação 100. A procura de acordo com a desigualdade 103 tem uma interpretação geométrica clara, pois, a inequação descreve uma região de confiança elipsoidal ao redor da solução *float* \hat{N} como mostrado na Figura 3:

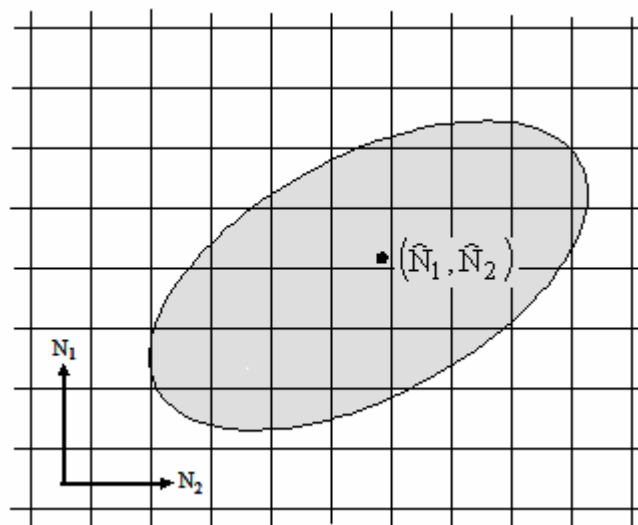


Figura 3 – O espaço de procura das ambigüidades e o *grid* de valores inteiros
Adaptada de Jonkman (1998)

A região de confiança é conhecida como espaço de procura das ambigüidades, na qual sua forma é descrita com base na MVC $\Sigma_{\hat{N}}$ e o tamanho do espaço de procura é controlado pela constante χ^2 . Em termos geométricos, o espaço de procura da solução fixa pode ser descrito como a identificação dos pontos do *grid* que estão dentro do espaço de procura e a seleção dos pontos mais próximos da solução *float*, onde a proximidade é medida a partir das informações em $\Sigma_{\hat{N}}$.

A identificação do subconjunto de vetores inteiros que satisfaz a inequação 103, bem como outros assuntos relacionados com o processo de solução das ambigüidades pelo método LAMBDA, pode ser encontrada em Teunissen (1998b), Jonkman (1998), De Jonge e Tiberius (1996), Monico (2005), entre outros.

Os processos apresentados nas seções 4.5 e 4.6 não são suficientes para calcular a solução fixa com boa qualidade, pois, também é preciso atentar para o fato da validação da solução, o que está descrito na próxima seção.

4.7 Validação da solução da ambigüidade

Na seção 4.5 foi mostrado que a solução fixa das componentes das linhas de base é resolvida em dois passos. No primeiro, estimam-se as ambigüidades como números reais e no segundo, obtêm-se as ambigüidades inteiras a partir do MQI. Porém, é preciso validar a solução da ambigüidade, tarefa que pode ser dividida em duas etapas: o teste de aceitação e o teste de discriminação (MACHADO, 2001).

Para o caso da validação da solução flutuante e da fixa, são utilizadas três classes de teste de hipóteses (TEUNISSEN, 1998b):

$$\begin{aligned} H1 : \Delta L &= A\Delta R_{ij} + BN + v_{\Delta L}, \text{ onde } \Delta R_{ij} \in \mathbb{R}^3, N \in \mathbb{R}^{(\text{amb})} \text{ e } v_{\Delta L} \in \mathbb{R}^m \\ H2 : \Delta L &= \mathbb{R}^m \\ H3 : \Delta L &= A\Delta R_{ij} + B\tilde{N} + v_{\Delta L}, \text{ onde } \Delta R_{ij} \in \mathbb{R}^3, N \in \mathbb{R}^{(\text{amb})} \text{ e } v_{\Delta L} \in \mathbb{R}^m \end{aligned} \quad (104)$$

Na hipótese H1, assume-se que todos os parâmetros incógnitos são valores reais, ou seja, a injunção das ambigüidades inteiras é ignorada, trata-se da solução flutuante.

Na terceira hipótese (H3) a injunção inteira é considerada, cuja solução pelo MMQ é a fixa. A segunda hipótese (H2) é a mais relaxada de todas, no qual não se impõe nenhuma restrição ao modelo.

Se a solução da ambigüidade pelo MMQ foi validada a partir do teste H1, então é necessário validar a hipótese H3, o que pode ser feito comparando-a contra H2 ou contra H1. Porém, se H3 for comparada contra H1, a validação se torna mais robusta. Dessa forma, usa-se o seguinte teste:

$$\frac{(\hat{N} - \check{N})^t \Sigma_{\hat{N}}^{-1} (\hat{N} - \check{N})}{\text{amb} \sigma_0^2} < F_{\alpha}(\text{amb}, \infty). \quad (105)$$

O teste da equação acima mostra que ele é baseado na distância, como uma medida relativa definida por $\Sigma_{\hat{N}}$, entre o vetor de ambigüidade \check{N} e o centro \hat{N} do espaço de procura. Se o valor do teste estatístico da Equação 105 falhar, significa então, que o valor da estimativa \check{N} para N deve ser rejeitado. Nesse caso, a solução de \check{N} é de baixa confiança, o que implica que não se deve aceitar a solução fixa para a linha de base (TEUNISSEN, 1998b).

O teste da Equação 104 fornece subsídios para se testar um vetor de ambigüidades, porém isso não significa que apenas um deles passará no teste. Nesse caso, utiliza-se o teste de discriminação entre os vetores aceitos no teste. O teste de discriminação visa comparar a probabilidade da solução inteira considerada correta com outras soluções de vetores de ambigüidades inteiras. Quando se aplica o MQI, a probabilidade da solução fixa \check{N} é sempre maior que a de qualquer outro vetor inteiro. Mas se a probabilidade de \check{N} não for suficientemente maior que a probabilidade de um determinado \check{N}' , as duas soluções não podem ser discriminadas com confiança suficiente (MONICO, 2005).

Um dos testes de discriminação mais conhecido e utilizado é o teste da razão (*ratio*), o qual consiste na razão entre o fator de variância a posteriori da segunda e da primeira melhor solução inteira, \check{N}_2 e \check{N}_1 , respectivamente. Assim, o teste tem a seguinte forma:

$$\frac{\|\hat{N} - \check{N}_2\|_{\Sigma_{\hat{N}}}^2}{\|\hat{N} - \check{N}_1\|_{\Sigma_{\hat{N}}}^2} = \frac{R_2}{R_1} \geq c. \quad (106)$$

Na expressão 106, R_2 e R_1 são usados para representar a forma quadrática dos resíduos do vetor das ambigüidades \check{N}_2 e \check{N}_1 , respectivamente. A componente c representa um valor crítico ($c > 1$) que pode ser definido empiricamente. Alguns autores assumem que o teste da Equação 106 tem distribuição F, o que não é verdade, pois R_2 e R_1 não são estatisticamente independentes. Outro teste de discriminação proposto baseia-se na diferença entre R_2 e R_1 , o qual é dado por (TIBERIUS; DE JONGE, 1995 apud MONICO, 2005):

$$\text{Aceita } \check{N} \text{ se: } \|\hat{N} - \check{N}_2\|_{\Sigma_{\hat{N}}}^2 - \|\hat{N} - \check{N}_1\|_{\Sigma_{\hat{N}}}^2 = R_2 - R_1 \geq e_{\Delta}, \quad (107)$$

onde, e_{Δ} é o valor crítico, o qual também é determinado empiricamente.

5 EFEITOS DA ATMOSFERA NO SINAL GPS

A atmosfera da Terra é usualmente subdividida em regiões, a qual leva em consideração as propriedades físicas comuns, a aparente temperatura, composição, estado de mistura e ionização. Para o caso de estudos sobre GPS, geralmente, a atmosfera é dividida em troposfera e ionosfera.

A troposfera é a parte mais baixa da atmosfera e a temperatura nessa região decresce aproximadamente 6 Kelvins por km. A ionosfera pode ser definida como a parte acima da atmosfera onde existe ionização suficiente para afetar a propagação de ondas de rádio. Ela é caracterizada por um significativo número de elétrons livres, átomos e moléculas chamadas de íons. Os elétrons livres afetam o sinal das ondas de rádio e conseqüentemente o sinal dos satélites GPS (LEICK, 1995). Existem diversas outras camadas, cujo esquema simplificado é mostrado na Figura 4:

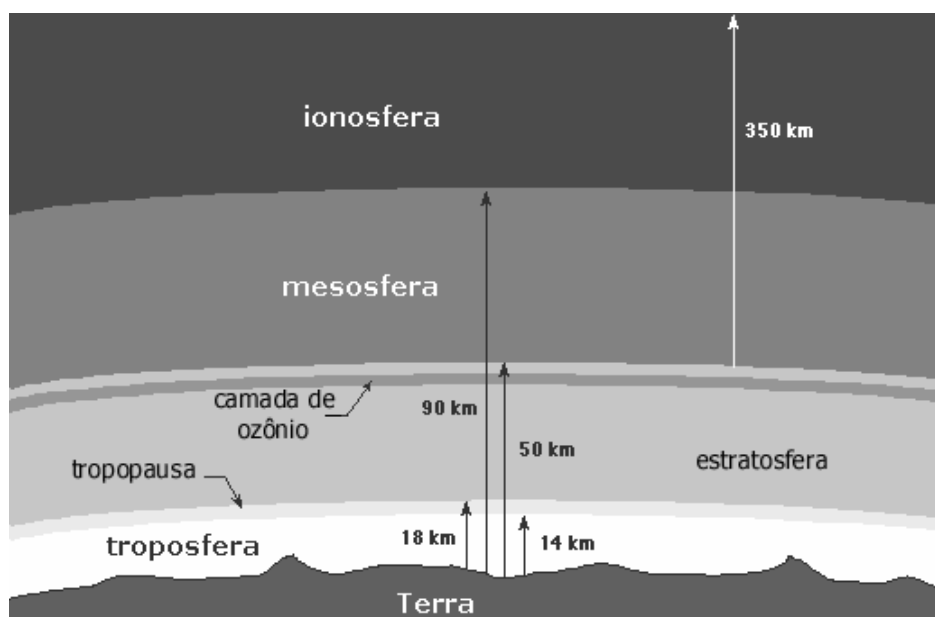


Figura 4 – Regiões atmosféricas

Fonte: http://www.cdcc.sc.usp.br/ciencia/artigos/art_25/tropo.html (Acesso em Março de 2008)

Diferentes regiões da ionosfera são formadas por diferentes variedades químicas. Ao serem descobertas, as primeiras regiões da ionosfera foram nomeadas com as letras alfabéticas E e F, que se referem as iniciais de *Electric* e *Field*, com o pensamento que regiões menos densas e letras anteriores do alfabeto seriam eventualmente encontradas a alturas mais baixas (KLOBUCHAR, 1996).

O pico da densidade de elétrons usualmente ocorre na região F (aproximadamente 140 km e acima). A região F é subdividida pelas camadas F1 e F2, que são produzidas pela luz solar na região extrema ultravioleta. Abaixo da região F está a região E (aproximadamente 90 a 140 km), produzida pelos raios X solares, que contém a camada normal E e partes da esporádica camada E (E_s). A região D cobre a altura de 50 km até 90 km e contém ambos a camada D e os raios cósmicos. O intervalo entre essas regiões ainda não está bem definido (DAVIES, 1990).

A máxima densidade de elétrons (10^{12} até 10^{13} m^{-3}) é observada nos picos da camada F2, cuja altitude de pico se encontra num intervalo de 250 a 350 km nas latitudes médias e 350 a 500 km em latitudes equatoriais. A região F1, que aparece durante o dia e se ausenta durante a noite, tem um pico próximo de 200 km de altitude e é 3 a 5 vezes menor que a camada F2. A camada E tem um pico de densidade de elétrons de uma ordem de magnitude menor que a camada F2, enquanto que a camada D apresenta um pico durante o dia na altitude de 80 km (BASSIRI; HAJJ, 1993).

A estimativa dos efeitos de segunda ordem da ionosfera requer a obtenção da densidade máxima de elétrons nas diferentes camadas da ionosfera. Dessa forma, um modelo para obtenção da densidade máxima de elétrons é apresentado na próxima seção.

5.1 Modelo ionosférico para a densidade de elétrons

Brunner e Gu (1991) desenvolveram um modelo ionosférico para representar a distribuição da densidade de elétrons na ionosfera. Esse modelo consiste de duas funções separadas do tipo Chapman para representar a parte inferior e a parte superior dos perfis da densidade de elétrons N_e . Os perfis de Chapman são muito utilizados para descrever a distribuição da densidade de elétrons $N_e(h)$ em função da altura h da ionosfera.

A distribuição $N_e(h)$ é expressa pela função de Chapman, como (BRUNNER; GU, 1991):

$$N_e(h) = N_{e,\max} \exp[ci(1 - z - e^{-z})], \quad (108)$$

$$z = \frac{h - h_m}{A_i}, \quad (109)$$

onde, $N_{e,max}$ e h_m representam o pico da densidade de elétrons e a altura do pico, respectivamente. Acima da altura do pico $A_i = A_{up}$ e $c_i = c_{up}$, enquanto que abaixo do pico, $A_i = A_{10}$ e $c_i = c_{10}$. Os valores dos seis parâmetros $N_{e,max}$, h_m , A_{up} , c_{up} , A_{10} e c_{10} foram calculados por Anderson et al. (1987) apud Brunner e Gu (1991). Alguns valores desses parâmetros foram selecionados por Brunner e Gu (1991) de forma a se adequarem a um grande número de situações:

$$\begin{aligned} h_m &= 417 \text{ km;} \\ A_{up} &= 45 \text{ km;} \\ A_{10} &= 101 \text{ km;} \\ c_{up} &= 0,402; \\ c_{10} &= 1,863. \end{aligned}$$

A partir dos dados acima dois valores diferentes para $N_{e,max}$ foram selecionados (BRUNNER; GU, 1991):

$$\begin{aligned} \text{Caso 1:} \quad N_{e,max} &= 6,0 \cdot 10^{12} \text{ m}^{-3}, \text{ correspondendo a um} \\ \text{TEC} &= 1,38 \cdot 10^{18} \text{ el/m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Caso 2:} \quad N_{e,max} &= 20,0 \cdot 10^{12} \text{ m}^{-3}, \text{ correspondendo a um} \\ \text{TEC} &= 4,55 \cdot 10^{18} \text{ el/m}^2 \end{aligned}$$

O caso 1 é típico para valores $N_{e,max}$ elevados e freqüentemente observados, enquanto que o caso 2 corresponde às condições máximas do ciclo solar. A Figura 5 apresenta os perfis da densidade de elétrons em função da altura para os dois casos:

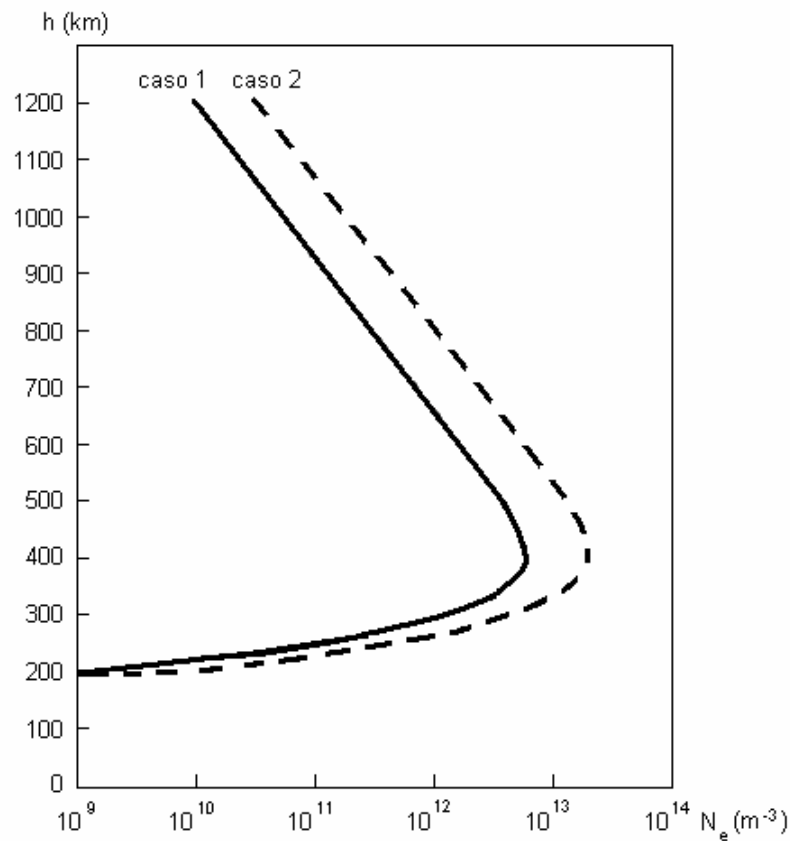


Figura 5 – Densidade de elétrons $N_e(h)$ em função da altura
 Fonte: Brunner e Gu (1991)

Com base nos coeficientes dos casos 1 e 2, Fritsche et al. (2005) apresentam uma interpolação linear para $N_{e,max}$ em função do TEC, a qual é dada por:

$$N_{e,max} \left(m^{-3} \right) = \frac{(20,0 - 6,0) \cdot 10^{12}}{(4,55 - 1,38) \cdot 10^{18}} \cdot TEC. \quad (110)$$

5.2 O campo magnético da Terra

O campo magnético da Terra pode ser comparado com uma barra magnética inclinada a certo ângulo com o eixo geográfico (norte-sul) de rotação da Terra (Figura 6). Os pontos onde o eixo do campo magnético intercepta a superfície da Terra, no norte e no sul, são denominados de pólo norte e pólo sul geomagnéticos, respectivamente. O pólo sul geomagnético está aproximadamente nas coordenadas geográficas 79° S e 110° L, enquanto

que o pólo norte geomagnético se encontra a aproximadamente 79° N e 70° O (MCNAMARA, 1991).

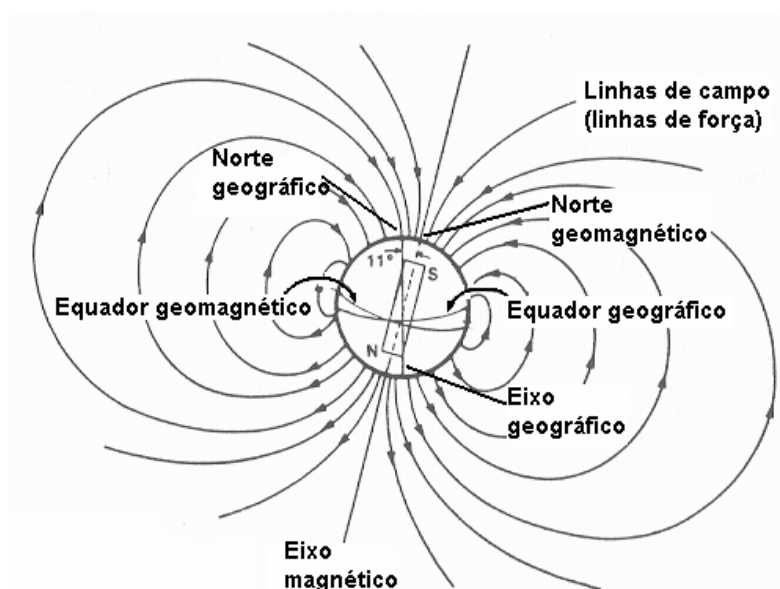


Figura 6 – Campo magnético da Terra
Adaptada de McNamara (1991)

O equador geomagnético é análogo ao equador geográfico, porém, os dois não coincidem, pois o eixo do magnético é inclinado a um ângulo de aproximadamente 11° ($90^\circ - 79^\circ$) com relação ao eixo do geográfico. A latitude e longitude geomagnética são medidas da mesma maneira que a latitude e longitude geográfica, mas usando o equador e pólos magnéticos.

Numa primeira aproximação, a Terra é uma esfera uniformemente magnetizada na direção do eixo de um dipolo e, dessa forma, o campo geomagnético pode ser aproximado por um dipolo, o que é descrito na próxima seção (DAVIES, 1990).

5.2.1 A aproximação por um dipolo

O efeito de vários processos externos que ocorrem na ionosfera é determinado, numa grande parte, por processos de transporte de plasma, que são afetados pelo campo magnético intrínseco da Terra. Em altitudes ionosféricas, o campo magnético interno pode ser aproximado por um dipolo centrado na Terra (SCHUNK; NAGY, 2000). O eixo do

dipolo centrado na Terra corta a superfície terrestre em dois pontos (A e B) chamados de pólo sul (*austral*) e pólo norte (*boreal*) do dipolo, como mostrado na Figura 7. Os pontos A e B mudam devido a variações seculares do campo magnético da Terra (DAVIES, 1990).

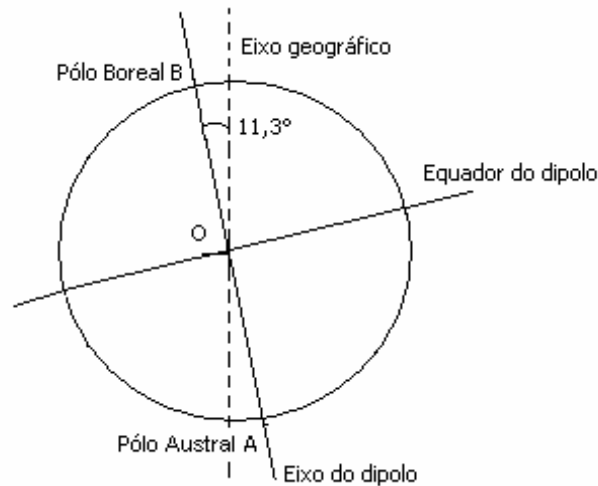


Figura 7 – Campo dipolo da Terra, com os pólos norte (B), sul (A) e equador
Adaptada de Davies (1990)

O plano que passa pelo centro da Terra e corta perpendicularmente AB é o equador do dipolo. A latitude do dipolo Φ é contada com relação a esse equador e os semicírculos que passam por AB são os meridianos do dipolo. A relação entre as coordenadas do dipolo (Φ , Λ) e as correspondentes coordenadas geográficas (φ , λ) em um ponto P é dada por (DAVIES, 1990):

$$\begin{aligned} \text{sen}\Phi &= \text{sen}\varphi \text{ sen}\varphi_0 + \cos\varphi \cos\varphi_0 \cos(\lambda - \lambda_0) \\ \text{sen}\Lambda &= \frac{\cos\varphi \text{ sen}(\lambda - \lambda_0)}{\cos\Phi} \end{aligned} \quad , \quad (111)$$

onde, φ_0 e λ_0 são a latitude e a longitude geográfica do pólo norte do dipolo.

Uma expressão para a atualização das coordenadas (φ_0 , λ_0) dos pólos magnéticos do dipolo em função do MJD (*Modified Julian Date* - Data Juliana Modificada) é apresentada por Hapgood (1992):

$$\begin{aligned}\phi_0 &= 78,8 + 4,283 \cdot 10^{-2} \frac{\text{MJD} - 46066}{365,25} \\ \lambda_0 &= 289,1 - 1,413 \cdot 10^{-2} \frac{\text{MJD} - 46066}{365,25}\end{aligned}\quad (112)$$

As coordenadas cartesianas (x_m , y_m e z_m) do sistema geomagnético aproximado por um dipolo, podem ser calculadas a partir das coordenadas geodésicas cartesianas (X , Y e Z) do sistema geodésico geocêntrico. Um esquema dos dois sistemas é apresentado na Figura 8:

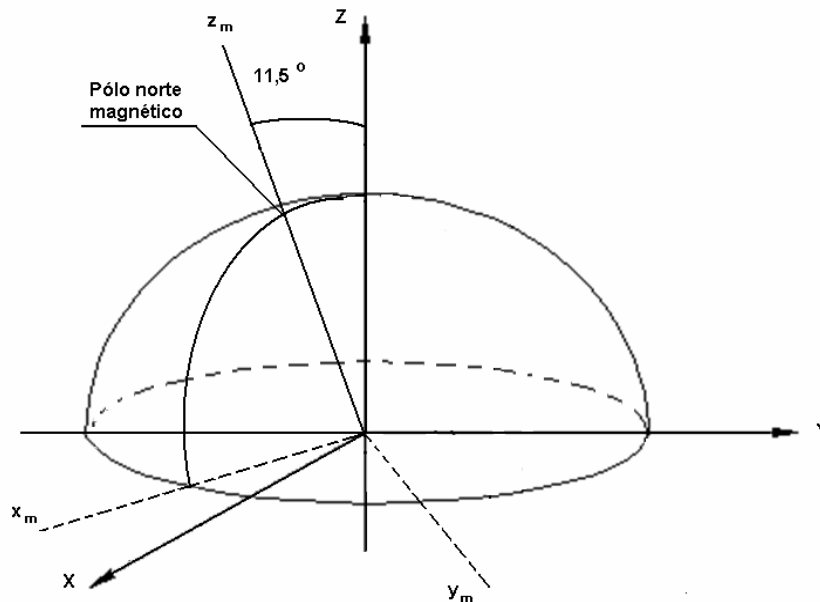


Figura 8 – Sistema geodésico e orientação do campo geomagnético (dipolo)
Adaptada de Odiijk (2002)

Considerando o sistema geomagnético interseccionando a Terra nas latitudes (ϕ_0, λ_0) para o pólo norte geomagnético, a transformação das coordenadas cartesianas geodésicas para o sistema geomagnético é obtida a partir de rotações entre os dois sistemas (BASSIRI; HAJJ, 1993; ODIJK, 2002):

$$\begin{bmatrix} x_m \\ y_m \\ z_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{sen}\phi_0 \cos\lambda_0 & \text{sen}\phi_0 \text{sen}\lambda_0 & -\cos\phi_0 \\ -\text{sen}\lambda_0 & \cos\lambda_0 & 0 \\ \cos\phi_0 \cos\lambda_0 & \cos\phi_0 \text{sen}\lambda_0 & \text{sen}\phi_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}. \quad (113)$$

5.2.2 Campo geomagnético considerado real

Devido ao campo magnético da Terra ser um campo vetorial, a medição de sua amplitude requer as medidas dos ângulos de declinação e inclinação ou a medição de suas três componentes num referencial conhecido. É comum usar um referencial cartesiano local para cada ponto de observação como mostrado na Figura 9:

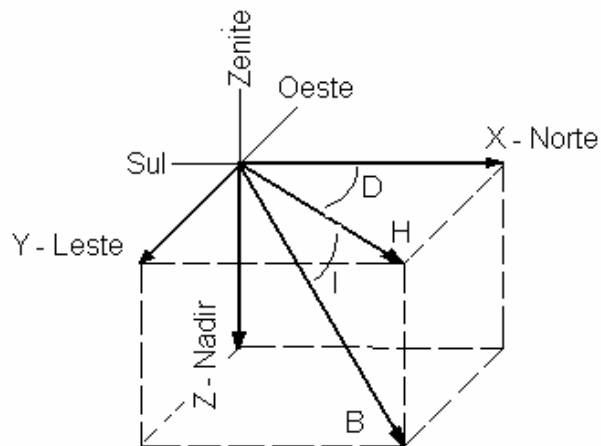


Figura 9 – Vetores componentes e ângulos associados com o campo geomagnético

A componente B representa a magnitude do campo magnético, H é a amplitude da componente horizontal e as componentes cartesianas de B , seguem as direções Norte-Sul para X , Leste-Oeste para Y e Z representa a componente vertical. As relações entre essas componentes são dadas por (SCHUNK; NAGY, 2000):

$$\begin{aligned}
 H &= \sqrt{X^2 + Y^2} \\
 B &= \sqrt{H^2 + Z^2} \\
 X &= H \cos D \\
 Y &= H \sin D \\
 D &= \tan^{-1}\left(\frac{Y}{X}\right) \\
 I &= \tan^{-1}\left(\frac{Z}{H}\right)
 \end{aligned}
 \tag{114}$$

O ângulo D é a declinação, que é a deflexão do campo geomagnético a partir do pólo geográfico. O ângulo I é o ângulo de inclinação (*dip angle*) do campo geomagnético. A magnitude do campo geomagnético, bem como os ângulos de inclinação e declinação não são uniformes sobre a superfície da Terra.

Uma representação mais acurada do campo magnético da Terra é obtida quando o potencial escalar magnético é expandido em séries de harmônicos esféricos. Esse procedimento requer o ajuste dos coeficientes em determinados intervalos de tempo, devido às mudanças intrínsecas do campo magnético (a variação secular). A responsabilidade dessa tarefa é do *International Geomagnetic Reference Field* (IGRF) (SCHUNK; NAGY, 2000).

Desde o ano de 1945, o IGRF desenvolve um modelo para a representação do campo magnético da Terra, o qual é recomendado para trabalhos científicos pelo grupo IAGA (*International Association of Geomagnetism and Aeronomy*). Outras informações podem ser encontradas em: <http://www.ngdc.noaa.gov/IAGA/vmod/> (último acesso em janeiro de 2008).

O modelo do IGRF consiste de um conjunto de coeficientes harmônicos esféricos globais, os quais são válidos para um período de cinco anos. Esse período de validade é escolhido levando em consideração as variações intrínsecas do campo magnético. Esses coeficientes são baseados em dados disponíveis a partir de fontes que incluem medidas do campo geomagnético, observações de satélites e outras. Atualmente, encontra-se disponível o modelo IGRF05, o qual é válido para o período de 2005 a 2010. Outras informações relevantes sobre o IGRF05 podem ser encontradas em <http://www.ngdc.noaa.gov/IAGA/vmod/igrf.html> (último acesso em janeiro de 2008).

Além dos coeficientes, está disponível via Internet um conjunto de sub-rotinas que permitem calcular as componentes do campo geomagnético apresentadas no conjunto de equações 114, além das transformações de coordenadas geodésicas em coordenadas geomagnéticas. Dentre, os pacotes de sub-rotinas disponíveis pode-se citar o “GEOPACK” (TSYGANENKO, 2005) e as sub-rotinas “igrf10.f” disponíveis no *site* do IGRF <http://www.ngdc.noaa.gov/IAGA/vmod/igrf10.f> (último acesso em janeiro de 2008). No caso desse trabalho, optou-se pela utilização do Modelo Geomagnético Corrigido (CGM – *Corrected Geomagnetic Model*), cujas sub-rotinas foram desenvolvidas em linguagem de programação Fortran pelo PIM (*Parameterized Ionospheric Model*) (PIM, 2001).

No modelo CGM foi gerado um *grid* com coordenadas curvilíneas geomagnéticas obtidas a partir do modelo do IGRF e a partir daí, é disponibilizado uma base de dados com coordenadas corrigidas, a partir do qual as subrotinas do PIM realizam a interpolação temporal e espacial para outras coordenadas dentro do *grid*.

5.3 Fundamentos de propagação de ondas

As ondas de rádio são ondas eletromagnéticas (EM) e sua propagação no meio deve satisfazer dois conjuntos de condições: (I) Equação de Maxwell que relaciona campo elétrico e campo magnético; (II) A resposta do meio ao campo de ondas (DAVIES, 1990).

As ondas EM associadas com os satélites GPS transmissores são ondas esféricas, mas podem ser aproximadas por ondas planas (*plane wavefront*). Uma expressão para o campo elétrico de ondas planas, denotado por $E(r,t)$, propagando no espaço livre (vácuo) é dado por (ODIJK, 2002):

$$E(r,t) = E_0 e^{i2\pi\varphi(r,t)}, \quad (115)$$

onde:

$E(r,t)$ - vetor campo elétrico (Volt/m);

r - vetor posição com origem no transmissor (m);

t - tempo (s);

E_0 - amplitude (Volt/m);

$\varphi(r,t)$ - fase (ciclos);

$i = \sqrt{-1}$ - número imaginário.

O campo magnético da onda, denotado pelo vetor $H(r,t)$, é obtido a partir de uma expressão similar a do campo elétrico. Esse vetor é parecido com o vetor campo elétrico, porém, é perpendicular à direção de propagação da onda. Além disso, ambos os campos oscilam perpendicularmente um ao outro, o que torna a onda conhecida como transversal. No vácuo, a onda EM se propaga com a velocidade da luz (c), o que não ocorre para os sinais

GPS, visto que esses atravessam a atmosfera. A fase da onda variando no tempo e no espaço pode ser escrita como (ODIJK, 2002):

$$\varphi(\mathbf{r}, t) = ft - \left(\frac{1}{\lambda}\right) \mathbf{j}^T \mathbf{r} + \varphi(t_0), \quad (116)$$

onde:

f - frequência (Hz);

$\lambda = \frac{c}{f}$ - comprimento de onda (m);

\mathbf{j} - vetor de direção de propagação (vetor unitário);

$\varphi(t_0)$ - fase inicial com origem no transmissor (ciclos).

A polarização da onda é o modo de vibração constante da fase no plano, no qual uma onda não-polarizada, tal como a luz natural, vibra em todas as direções. Entretanto, sinais eletromagnéticos podem ser polarizados de diferentes maneiras, como por exemplo, elíptica, circular, etc. Na Figura 10 (a), observa-se que a onda é linear, com a direção do campo elétrico constante no tempo e variação somente em amplitude. No caso do GPS, os sinais são polarizados circularmente à direita (*right-handed*), cuja escolha dessa polarização se deve ao fato do sinal GPS atravessar a atmosfera. Nesse caso, o campo elétrico faz um movimento espiral a partir do transmissor como mostrado na Figura 10 (b) (ODIJK, 2002; LANGLEY, 1998; LEICK, 1995):

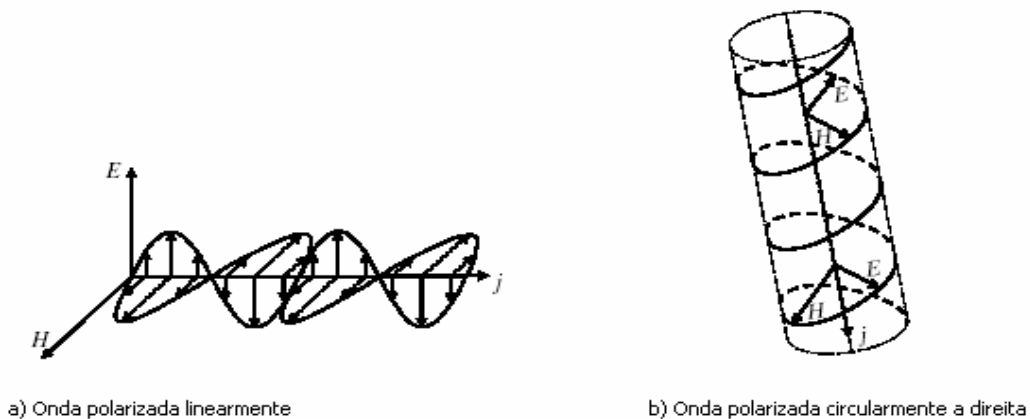


Figura 10 – Ondas eletromagnéticas
Adaptada de Odiijk (2002)

Devido à modulação (ver seção 4), o sinal GPS pode ser considerado como a superposição de um grupo de ondas, ou seja, um pacote de ondas que são centradas na frequência portadora. Dependendo do meio, a velocidade desse grupo pode ser diferente da velocidade da fase da onda, o que produz a distinção entre velocidade da fase e velocidade do grupo (ODIJK, 2002).

Dessa forma, quando uma onda EM se propaga no vácuo, sua velocidade é conhecida como velocidade da luz. Porém, quando ela se propaga na atmosfera, sua velocidade muda devido à interação com partículas presentes nesse meio e, o sinal é refratado. A quantidade total de refração é descrita pelo índice refrativo do meio.

O índice refrativo do meio para a fase n_ϕ pode ser definido pela razão entre a velocidade da luz e a velocidade da fase v_ϕ , e da mesma forma para índice de refração do grupo n_g , porém usando a velocidade de grupo v_g (ODIJK, 2002):

$$\begin{aligned} n_\phi &= \frac{c}{v_\phi} \\ n_g &= \frac{c}{v_g} \end{aligned} \quad (117)$$

Na Equação 117, têm-se as razões de duas velocidades, o que torna os índices de refração uma quantidade sem unidade. Quando o índice de refração é menor que 1, a onda sofre um avanço e quando é maior que 1 ela sofre um atraso. No espaço livre a velocidade da onda é igual a velocidade da luz e, nesse caso o índice refrativo tem valor unitário.

5.3.1 Efeitos da refração atmosférica

O efeito da refração atmosférica sobre a distância entre o satélite (transmissor) e o receptor pode ser avaliado usando o princípio de *Fermat*, o qual diz que “*de todos os caminhos possíveis, a luz e outras ondas EM percorrem o caminho que leva o menor tempo*”. No espaço livre a onda se propaga em linha reta, mas no meio refrativo ela sofre uma curvatura, como mostrado na Figura 11:

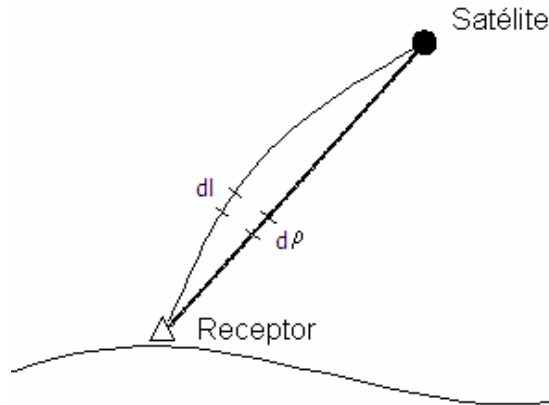


Figura 11 – Desvio do sinal através da atmosfera refrativa
Adaptada de Odijk (2002)

A velocidade da fase no meio refrativo pode ser definida como:

$$v_{\phi} = \frac{dl_{\phi}}{dt_{\phi}}. \quad (118)$$

Usando as equações do índice de refatividade (seção 5.3) e da velocidade da fase, o comprimento do caminho óptico entre o satélite e o receptor é calculado por (ODIJK, 2002):

$$\begin{aligned} \ell_{\phi} &= ct_{\phi} = c \int dt_{\phi} = \int \frac{c}{v_{\phi}} dl_{\phi} = \int n_{\phi} dl_{\phi} \\ &= \rho + \underbrace{\int (n_{\phi} - 1) d\rho}_{\mathfrak{A}_{\phi}} + \underbrace{\left(\int n_{\phi} dl_{\phi} - \int n_{\phi} d\rho \right)}_{\kappa_{\phi}}, \end{aligned} \quad (119)$$

onde, ρ denota a distância geométrica entre o satélite e o receptor. O excesso no comprimento do caminho consiste de dois efeitos: o efeito de propagação, denotado por \mathfrak{A}_{ϕ} e o efeito de curvatura, denotado por κ_{ϕ} . As equações dos excessos do grupo são obtidas da mesma forma que para a fase.

A relação entre a velocidade de grupo v_g e a velocidade da fase v_{ϕ} , bem como a relação entre o índice de refração do grupo e da fase, são obtidas a partir da equação de *Rayleigh*:

$$\begin{aligned} v_g &= v_\phi + f \frac{\partial v_\phi}{\partial f} \\ n_g &= n_\phi + f \frac{\partial n_\phi}{\partial f} \end{aligned} \quad (120)$$

as quais serão úteis no momento de se determinar o índice refrativo ionosférico, o que será apresentado na seção 5.4.1.

5.4 Efeitos da ionosfera no GNSS

O atraso de propagação na ionosfera depende, principalmente, do TEC ao longo do caminho percorrido pelo sinal e da frequência utilizada. Os principais parâmetros que causam influência são: a atividade solar e o campo geomagnético, uma vez que a refração ionosférica varia com a frequência, a localização geográfica e o tempo (SEEBER, 2003).

O erro ionosférico no sinal GPS pode alcançar de poucos metros a mais de dez metros no zênite. A ionosfera é um meio dispersivo, o que significa que o sinal apresenta diferentes atrasos para diferentes frequências, logo, receptores de dupla frequência levam vantagens no sentido que é possível realizar a combinação *ion-free* para minimizar ou eliminar os efeitos de primeira ordem da ionosfera (seção 4.3).

O parâmetro da ionosfera que produz a maioria dos efeitos nos sinais GPS é o número total de elétrons na ionosfera. Esse número integrado de elétrons, comumente chamado de conteúdo total de elétrons (TEC), expressa o número de elétrons em uma coluna vertical com um metro quadrado de seção cruzada estendendo sobre todo o caminho do satélite GPS até o receptor. Um valor de TEC igual a 10^{16} elétrons/m² é chamado de unidades de TEC, mais conhecido como TECU (TEC-UNIT). Valores de TEC de 10^{16} a 10^{19} el/m², ao longo do caminho de ondas de rádio, representam os extremos dos valores observados na ionosfera terrestre (KLOBUCHAR, 1996). Para quantificar os efeitos de propagação sobre ondas de rádio atravessando a ionosfera, o índice refrativo para a ionosfera deve ser especificado.

5.4.1 Índice de refração para a ionosfera

O índice refrativo da fase para a ionosfera é dado pela fórmula complexa de *Appleton-Hartree*. Considerando uma onda EM viajando em um sistema ortogonal de eixos X, Y e Z e, ignorando os efeitos de absorção devido às colisões entre os elétrons, essa fórmula é dada por (GIRAUD; PETIT, 1978 apud ODIJK, 2002; DAVIES, 1990):

$$n_{\phi\pm}^{\text{iono}} = \sqrt{1 - \frac{X}{1 - \frac{Y_T^2}{2(1-X)} \pm \sqrt{\frac{Y_T^4}{4(1-X)^2} + Y_L^2}}}, \quad (121)$$

onde, $X = \frac{f_p^2}{f^2}$ e $Y = \frac{f_g}{f}$, Y_T e Y_L são as componentes transversal e longitudinal de Y. Então,

$Y_T = Y|\sin\theta|$ e $Y_L = Y|\cos\theta|$, onde θ é o ângulo entre Y e Y_L .

A frequência f_p é conhecida como a frequência de plasma do elétron, que é a frequência natural de oscilação para a superfície (*slab*) do plasma neutro, após os elétrons serem removidos de seus íons e capazes de se mover livremente (ODIJK, 2002; DAVIES, 1990). Essa frequência é calculada a partir de:

$$f_p = \sqrt{AN_e}, \quad \text{com } A = \frac{e^2}{4\pi m_e \epsilon_0} \approx 80,6 \text{ m}^3 / \text{s}^2, \quad (122)$$

onde, N_e é a densidade de elétrons livres em m^{-3} , $e = 1,60218 \cdot 10^{-19}$ *Coulomb* para a carga do elétron, $m_e = 9,10939 \cdot 10^{-31}$ kg para a massa do elétron e $\epsilon_0 = 8,85419 \cdot 10^{-12}$ Farad/metro para a permissividade do espaço livre.

A frequência f_g é conhecida como girofrequência (*gyrofrequency*) ou frequência de giro, a qual é definida como a frequência natural onde os elétrons livres circulam ao redor das linhas do campo geomagnético (ODIJK, 2002; DAVIES, 1990). Essa frequência é calculada como:

$$f_g = \frac{e}{2\pi m_e} \|B\|, \quad (123)$$

onde, $\|B\|$ denota o comprimento do vetor de indução geomagnética B em unidades de Tesla (volt-segundos/metros²).

O sinal \pm na equação de *Appleton-Hartree* (Equação 121), reflete a dupla refração da onda EM, no qual o “+” corresponde à onda polarizada circularmente a esquerda (onda extraordinária) e o “-” corresponde à onda polarizada circularmente a direita (onda ordinária). Para o GPS, somente a onda ordinária é significativa, logo, utiliza-se o sinal de menos para o índice refrativo. O índice de refração ionosférico expandido na série de Taylor de X e Y pode ser representado por:

$$n_{\phi}^{\text{iono}} = 1 - \frac{1}{2}X - \frac{1}{2}|\cos\theta|XY - \frac{1}{8}X^2 + R_3, \quad (124)$$

onde, R_3 representa o resto da série. A magnitude ou os termos da série de Taylor são dados por:

$$\frac{1}{2}X \sim 10^{-5}, \quad \frac{1}{2}|\cos\theta|XY \sim 10^{-8} \quad \text{e} \quad \frac{1}{8}X^2 \sim 10^{-10}, \quad (125)$$

onde, nota-se que o tamanho de R_3 na série de Taylor é da ordem de 10^{-10} , o que contribui para a observação da fase a um nível submilimétrico.

Dessa forma, com o auxílio dos intervalos acima e da relação entre o índice de refração do grupo e da fase apresentado na seção 5.3.1 (Equação 120), o índice de refração da ionosfera para a fase e para o grupo, pode ser aproximado por (ODIJK, 2002):

$$n_{\phi}^{\text{iono}} = 1 - \frac{1}{2} \frac{f_p^2}{f^2} - \frac{1}{2} \frac{f_p^2 f_g |\cos \theta|}{f^3} - \frac{1}{8} \frac{f_p^4}{f^4}$$

$$n_g^{\text{iono}} = 1 + \frac{1}{2} \frac{f_p^2}{f^2} + \frac{f_p^2 f_g |\cos \theta|}{f^3} + \frac{3}{8} \frac{f_p^4}{f^4} \quad (126)$$

Verifica-se então, que o índice de refração para a fase é sempre menor que 1, enquanto que o mesmo não ocorre para o índice do grupo, o que reflete o avanço da fase e o atraso do grupo do sinal GPS na ionosfera (ODIJK, 2002).

5.4.2 Efeitos ionosféricos de primeira, segunda e terceira ordem

O desenvolvimento das equações para levar em consideração os efeitos de primeira, segunda e terceira ordem da ionosfera nas observáveis GPS, bem como outras discussões sobre o assunto, pode ser encontrado em Bassiri e Hajj (1993), Odijk (2002), Kedar et al. (2003), Hernández-Pajares et al. (2005), Kim e Tinin (2006), Hoque e Jakowski (2006), dentre outros. No caso desse trabalho, seguiu-se a formulação descrita por Bassiri e Hajj (1993) e Odijk (2002).

Para obter os efeitos de propagação de primeira, segunda e terceira ordem da ionosfera é necessário usar o índice de refração da ionosfera (Equação 126). Inserindo esse índice na equação do comprimento do caminho óptico entre o satélite e o receptor (Equação 119), é possível obter o efeito de propagação do sinal para a fase e para o grupo ($\mathcal{S}_{\phi}^{\text{iono}}$ e $\mathcal{S}_g^{\text{iono}}$) (ODIJK, 2002):

$$\begin{aligned}
\mathfrak{G}_{\phi}^{\text{iono}} &= \int \left(1 - \frac{1}{2} \frac{f_p^2}{f^2} - \frac{1}{2} \frac{f_p^2 f_g |\cos \theta|}{f^3} - \frac{1}{8} \frac{f_p^4}{f^4} - 1 \right) d\rho \\
&= \underbrace{-\frac{1}{2f^2} \int f_p^2 d\rho}_{I_{\phi}^{(1)}} - \underbrace{\frac{1}{2f^3} \int f_p^2 f_g |\cos \theta| d\rho}_{I_{\phi}^{(2)}} - \underbrace{\frac{1}{8f^4} \int f_p^4 d\rho}_{I_{\phi}^{(3)}}
\end{aligned} \tag{127}$$

$$\begin{aligned}
\mathfrak{G}_{g,j}^{\text{iono}} &= \int \left(1 + \frac{1}{2} \frac{f_p^2}{f_j^2} + \frac{1}{2} \frac{f_p^2 f_g |\cos \theta|}{f_j^3} + \frac{3}{8} \frac{f_p^4}{f_j^4} - 1 \right) d\rho \\
&= \underbrace{\frac{1}{2f^2} \int f_p^2 d\rho}_{I_g^{(1)}} + \underbrace{\frac{1}{f^3} \int f_p^2 f_g |\cos \theta| d\rho}_{I_g^{(2)}} + \underbrace{\frac{3}{8f^4} \int f_p^4 d\rho}_{I_g^{(3)}}
\end{aligned}$$

A expressão acima mostra que o avanço da fase e o atraso do grupo são funções dependentes de três efeitos, ou seja, os efeitos ionosféricos de primeira, segunda e terceira ordem. Para o caso do grupo, esses efeitos são denotados por $I_{g,j}^{(1)}$, $I_{g,j}^{(2)}$ e $I_{g,j}^{(3)}$, respectivamente. Então, inserindo as equações 122 e 123 das frequências de plasma e de giro do elétron (f_p e f_g) na Equação 127, os efeitos para o caso do grupo são dados por (ODIJK, 2002):

$$\begin{aligned}
I_g^{(1)} &= \frac{A}{2f^2} \int N_e d\rho \\
I_g^{(2)} &= \frac{eA}{f^3 2\pi m_e} \int \|B\| |\cos \theta| N_e d\rho . \\
I_g^{(3)} &= \frac{3A}{8f^4} \int N_e^2 d\rho
\end{aligned} \tag{128}$$

Adicionando os efeitos de propagação do sinal (equações 127 e 128) na equação do comprimento do caminho óptico entre o satélite e o receptor (Equação 119), o avanço ionosférico da fase e o atraso do grupo, podem ser escritos como (ODIJK, 2002):

$$\begin{aligned} \ell_{\phi} &= -I_g^{(1)} - \frac{1}{2}I_g^{(2)} - \frac{1}{3}I_g^{(3)} + \kappa_{\phi}^{\text{iono}} \\ \ell_g &= I_g^{(1)} + I_g^{(2)} + I_g^{(3)} + \kappa_g^{\text{iono}} \end{aligned} \quad (129)$$

onde, κ_{ϕ} é o efeito de curvatura como pode ser visto na seção 5.3.1. A partir da Equação 129, nota-se que o efeito ionosférico de primeira ordem da fase é igual ao do grupo, porém, com sinais opostos. O mesmo ocorre para os efeitos de segunda e terceira ordem, porém, para a fase esses efeitos representam respectivamente, a metade e a terceira parte dos efeitos do grupo.

Efeitos de primeira ordem

No conjunto de equações 128, pode ser visto que o atraso ionosférico de primeira ordem é uma função do termo $\int N_e d\rho$, o que representa o TEC ao longo da linha geométrica do receptor até o satélite, ou seja, o STEC (*Slant* TEC). No caso do TEC na vertical, geralmente, utiliza-se o termo Vertical TEC (VTEC). Dessa forma, o atraso de primeira ordem, com o auxílio de $A \approx 80,6\text{m}^3/\text{s}^2$ (Equação 122), pode ser escrito como:

$$\begin{aligned} I_g^{(1)} &= \frac{A}{2f^2} \text{TEC} = \frac{40,3}{f^2} \text{STEC} \\ I_{\phi}^{(1)} &= -\frac{A}{2f^2} \text{TEC} = -\frac{40,3}{f^2} \text{STEC} \end{aligned} \quad (130)$$

Efeitos de segunda ordem

Com relação aos efeitos de segunda ordem pode-se ver no conjunto de equações 128 que para o caso do grupo tem-se:

$$I_g^{(2)} = \frac{eA}{f^3 2\pi m_e} \int \|B\| \cos \theta |N_e| d\rho. \quad (131)$$

Usando a representação da simples camada fina infinitesimal da ionosfera, pode-se assumir que o produto $\|B\| \cos \theta$ é uma constante ao longo do caminho do sinal e devido a isso, pode-se tirar essa constante fora da integral. Lembrando que $\int N_e d\rho$ é o STEC, tem-se que o atraso ionosférico de segunda ordem para o grupo é calculado por:

$$I_g^{(2)} = \frac{eA}{f^3 2\pi m_e} \|B\| \cos \theta \text{STEC}. \quad (132)$$

Para o cálculo do atraso de segunda ordem da ionosfera é necessário calcular o produto $\|B\| \cdot \cos \theta$. Para este propósito, é preciso identificar o produto interno do vetor B de indução geomagnética com o vetor unitário (J) na direção de propagação do sinal, na altura da camada ionosférica (Figura 12):

$$\|B\| \cos \theta = \|B\| \|J\| \cos \theta = B^t \cdot J. \quad (133)$$

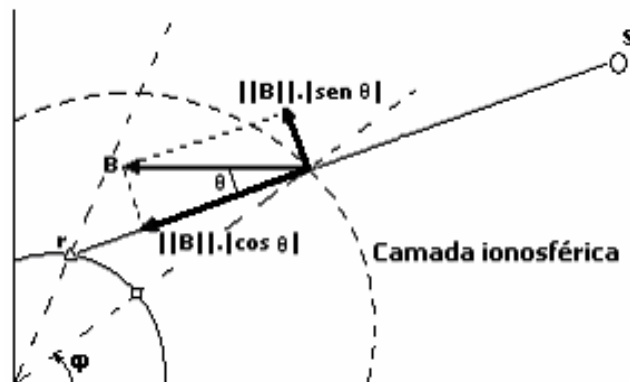


Figura 12 – Camada da ionosfera e vetor de indução geomagnética B
Adaptada de Odijk (2000)

A direção de propagação do vetor J é oposta a do vetor unitário receptor-satélite. O produto interno $B^t \cdot J$ é obtido mais facilmente no sistema de referência geomagnético. Para isso, uma aproximação do campo geomagnético por um dipolo pode ser utilizada ou o campo magnético considerado real, como por exemplo: o IGRF05 (ver seção 5.2). Em geral, a aproximação por um dipolo apresenta uma acurácia em torno de 75% (BASSIRI; HAJJ, 1993).

Dessa forma, as coordenadas do receptor no sistema geodésico (X , Y e Z) devem ser transformadas para coordenadas (x_m , y_m e z_m) no sistema geomagnético. Depois de transformadas as coordenadas do receptor para o sistema geomagnético, a obtenção do produto interno $B^t \cdot J$ é realizada no sistema local geomagnético (E_m , N_m , U_m) com origem no receptor (Figura 13).

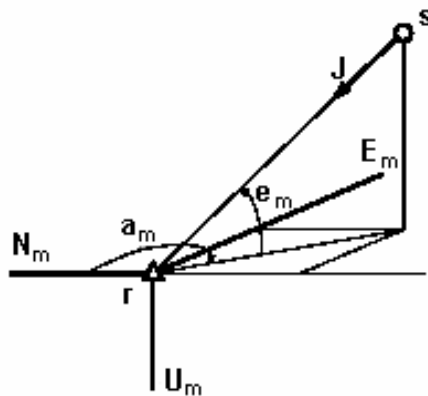


Figura 13 – Sistema geomagnético local com origem no receptor
Fonte: adaptado de Odijk (2002)

Os componentes do vetor J no sistema local geomagnético são:

$$J = \begin{bmatrix} -\text{sen}(z_m) \cos(a_m) \\ -\text{sen}(z_m) \text{sen}(a_m) \\ \cos(z_m) \end{bmatrix}, \quad (134)$$

onde, a_m e z_m representam, respectivamente, o azimute e o ângulo zenital geomagnético do satélite no sistema de referência local geomagnético. O ângulo de elevação do satélite e_m nesse sistema é obtido da mesma forma que o ângulo de elevação no sistema geodésico local (SGL).

Os componentes do vetor de indução geomagnético B na altura da camada ionosférica acima da superfície da Terra (h_{ion}) no sistema local é dado por (GIRAUD; PETIT, 1978 apud ODIJK, 2002):

$$B = \begin{bmatrix} \cos(\varphi'_m) \\ 0 \\ 2\text{sen}(\varphi'_m) \end{bmatrix} \left(\frac{R_e}{R_e + h_{ion}} \right)^3 B_{eq}, \quad (135)$$

onde, φ'_m é a latitude geomagnética do ponto ionosférico (ver seção 5.4.4) e B_{eq} é a magnitude da indução geomagnética no equador geomagnético.

Adotando uma altura para a camada ionosférica de $h_{ion} = 350$ km e a magnitude da indução geomagnética no equador de $B_{eq} = 3,12 \cdot 10^{-5}$ T, a magnitude do vetor de indução geomagnética fica num intervalo mínimo de $2,6 \cdot 10^{-5}$ T e máximo de $5,2 \cdot 10^{-5}$ T para o ponto ionosférico sobre o equador e sobre o pólo norte, respectivamente.

Considerando que as coordenadas do sistema geomagnético devem ser rotacionadas para o sistema local utilizando as coordenadas do receptor, o produto interno dos vetores (Equações 134 e 135) pode ser calculado como uma função da posição do satélite e do receptor (ODIJK, 2002):

$$B^t J = \left| \cos(\varphi'_m) \text{sen}(z_m) \cos(a_m) - 2\text{sen}(\varphi'_m) \cos(z_m) \right| \left(\frac{R_e}{R_e + h_{ion}} \right)^3 B_{eq}. \quad (136)$$

Efeitos de terceira ordem

O atraso ionosférico de terceira ordem para o grupo, apresentado no conjunto de Equações 128, é dado por:

$$I_{g,j}^{(3)} = \frac{3A}{8f^4} \int N_e^2 d\rho. \quad (137)$$

Devido ao termo quadrático na equação acima, a integral é difícil de ser obtida. Porém, uma aproximação para essa integral é dada por (HATMANN; LEITINGER, 1984 apud ODIJK, 2002):

$$\int N_e^2 d\rho = \eta N_{e,\max} \text{STEC}. \quad (138)$$

Dessa forma, o atraso ionosférico de terceira ordem é calculado a partir de:

$$I_g^{(3)} = \frac{3 \cdot A^2}{8 \cdot f^4} \eta N_{e,\max} \text{STEC}. \quad (139)$$

O efeito de terceira ordem da ionosfera parece ser igual ao de primeira e de segunda, considerando que é escrito em função do STEC. Porém, o efeito de terceira ordem é uma função da densidade máxima de elétrons $N_{e,\max}$ e um certo fator η , cujo valor constante é igual a 0,66 (ODIJK, 2002). O assunto relacionado à densidade máxima de elétrons foi discutido na seção 5.1 e o valor para $N_{e,\max}$ pode ser obtido a partir da Equação 110.

5.4.3 Cálculo do TEC a partir da pseudodistância

Na seção anterior, verifica-se que os valores dos efeitos de primeira, segunda e terceira ordem da ionosfera são diretamente proporcionais aos valores do STEC. Dessa forma, uma breve discussão sobre o cálculo do STEC é apresentada nessa seção.

O cálculo do STEC pode ser obtido a partir das medidas de pseudodistâncias dos satélites GPS. As equações de pseudodistâncias para as duas frequências (L1 e L2), considerando o código P, ou seja, P1 e P2, juntamente com os efeitos de primeira ordem da ionosfera e as componentes do atraso de *hardware* do receptor e do satélite, podem ser escritas como:

$$\begin{aligned}
 PD_{rL1}^s &= \rho_r^s + c[dt_r - dt^s] + cb_{rL1} + cb_{L1}^s + I_{gL1}^{(1)} + v_{PD_{rL1}^s}, \\
 PD_{rL2}^s &= \rho_r^s + c[dt_r - dt^s] + cb_{rL2} + cb_{L2}^s + I_{gL2}^{(1)} + v_{PD_{rL2}^s}
 \end{aligned}
 \tag{140}$$

onde:

ρ_r^s - distância geométrica entre o receptor e o satélite;

c - velocidade da luz;

dt_r - erro do relógio do receptor;

dt^s - erro do relógio do satélite;

b_{rk} - atraso de *hardware* do receptor ($k = 1, 2$);

b_k^s - atraso de *hardware* do satélite ($k = 1, 2$);

$v_{PD_{rk}^s}$ - demais efeitos ($k = 1, 2$).

No caso da Equação 140, utiliza-se o código P1 para a frequência L1. Na ausência dessa medida, pode-se utilizar o código C/A, bastando aplicar uma correção conhecida como DCB (P1-C1) para tornar a medida C/A consistente com a medida P1 (IGS MAIL # 5078). Substituindo as Equações 130 nas Equações 140, obtém-se:

$$\begin{aligned}
 PD_{rL1}^s &= \underbrace{\rho_r^s + c[dt_r - dt^s]}_{\rho'} + cb_{rL1} + cb_{L1}^s + \frac{40,3}{f_{L1}^2} \cdot STEC + v_{PD_{rL1}^s}, \\
 PD_{rL2}^s &= \underbrace{\rho_r^s + c[dt_r - dt^s]}_{\rho'} + cb_{rL2} + cb_{L2}^s + \frac{40,3}{f_{L2}^2} \cdot STEC + v_{PD_{rL2}^s}
 \end{aligned}
 \tag{141}$$

Fazendo a combinação ionosférica, tem-se (CIRAULO et al., 2007; MATSUOKA; CAMARGO, 2004):

$$\begin{aligned}
 [PD_{rL1}^s - PD_{rL2}^s] &= \rho' - \rho' + c \cdot \underbrace{(b_{rL1} - b_{rL2})}_{DCB_r} + c \cdot \underbrace{(b_{L1}^s - b_{L2}^s)}_{DCB^s} \\
 &+ \frac{40,3}{f_{L1}^2} \cdot STEC - \frac{40,3}{f_{L2}^2} \cdot STEC + \underbrace{v_{PD_{rL1}^s} - v_{PD_{rL2}^s}}_{\varepsilon_{L1L2}}, \quad (142) \\
 &= c \cdot DCB_r + c \cdot DCB^s + \frac{40,3 \cdot STEC \cdot (f_{L2}^2 - f_{L1}^2)}{f_{L1}^2 \cdot f_{L2}^2} + \varepsilon_{L1L2}
 \end{aligned}$$

As diferenças entre os atrasos de *hardware* do receptor e do satélite são denominadas de DCBs (*Differential Code Bias*). Isolando o valor do STEC na Equação 142, tem-se:

$$STEC = \frac{f_{L1}^2 \cdot f_{L2}^2}{40,3 \cdot (f_{L2}^2 - f_{L1}^2)} \cdot [PD_{rL1}^s - PD_{rL2}^s - c \cdot DCB_r - c \cdot DCB^s + \varepsilon_{L1L2}]. \quad (143)$$

Considerando que seja conhecido o desvio-padrão da pseudodistância PD_{L1} ($\sigma_{PD_{L1}}$) e da PD_{L2} ($\sigma_{PD_{L2}}$), bem como dos DCBs para a estação (σ_{DCB_r}) e para o satélite (σ_{DCB^s}), é possível realizar propagação de covariância e obter a variância do STEC:

$$\sigma_{STEC}^2 = \left(\frac{f_1^2 f_2^2}{40,3(f_1^2 - f_2^2)} \right)^2 \left(\sigma_{PD_{L1}}^2 + \sigma_{PD_{L2}}^2 + \sigma_{DCB_r}^2 + \sigma_{DCB^s}^2 \right). \quad (144)$$

O TEC também pode ser obtido a partir de medidas da pseudodistância suavizada pela fase da onda portadora (MATSUOKA; CAMARGO, 2004), o que proporciona valores mais suavizados quando comparados com o TEC advindo da pseudodistância.

Uma alternativa para obtenção de valores do TEC é a partir de um Mapa Global da Ionosfera (GIM – *Global Ionosphere Map*), os quais são disponibilizados via Internet (<http://www.aiub.unibe.ch/download/CODE/>) (acesso em dezembro de 2007) pela agência CODE (*Center for Orbit Determination for Europe*). Esses mapas possuem

estimativa do VTEC em um *grid* com dimensões de dois graus de latitude por cinco de longitude num intervalo de tempo de duas em duas horas. Além disso, os mapas também possuem uma estimativa diária para os valores dos DCBs dos satélites e de vários receptores que fazem parte da rede de estações ativas do IGS (*International GNSS Service*).

5.4.4 Função de mapeamento

A função de mapeamento tem como objetivo principal levar o efeito ionosférico inclinado para a vertical ou para o zênite e vice-versa. Além disso, utiliza-se geralmente, o conteúdo total de elétrons na vertical, ou seja, o VTEC. Assumindo a simples camada ionosférica, o mapeamento do valor inclinado para a vertical é realizado com base no ponto de mapeamento fixo denominado ponto ionosférico (*pierce point*), definido como a interseção da linha que liga o receptor ao satélite com a camada ionosférica (Figura 14) (HOFMANN-WELLENHOF; LICHTENEGGER; COLLINS, 1992; MONICO, 2000; ODIJK, 2002).

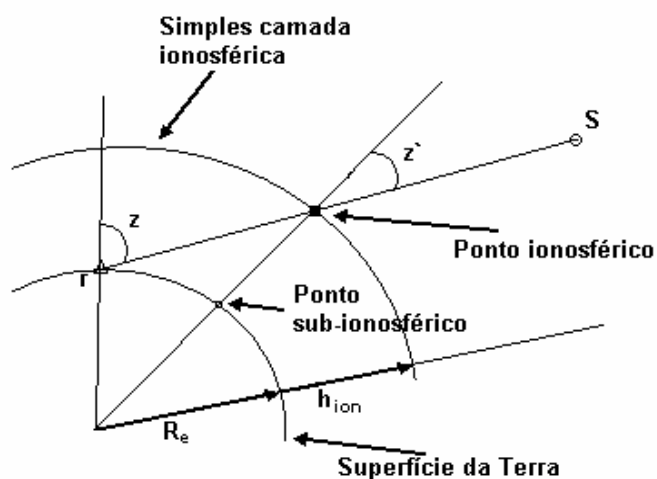


Figura 14 – Geometria para o caminho do atraso ionosférico no sinal GPS
Adaptada de Odiijk (2002)

As funções de mapeamento para a fase e para o grupo são dadas por (HOFMANN-WELLENHOF; LICHTENEGGER; COLLINS, 1992):

$$\begin{aligned} I_{\phi}^s &= -\frac{1}{\cos z'} I_{V_{\phi}}^s, \\ I_g^s &= \frac{1}{\cos z'} I_{V_g}^s, \end{aligned} \quad z' = \arcsen\left(\frac{R_e}{R_e + h_{ion}} \sin z\right), \quad (145)$$

onde:

$I_{V_{\phi}}^s$ e $I_{V_g}^s$ - efeito ionosférico na vertical para a fase e para o grupo, respectivamente;

I_{ϕ}^s e I_g^s - efeito ionosférico na direção receptor-satélite para a fase e para o grupo;

z - ângulo zenital para o receptor;

z' - ângulo zenital para o satélite na altura da camada ionosférica;

R_e - raio da Terra (geralmente 6371 km);

h_{ion} - altura da camada ionosférica acima da superfície da Terra.

O efeito ionosférico na vertical para a fase e para o grupo difere somente com relação ao sinal. As coordenadas geodésicas do ponto ionosférico (ϕ' , λ') podem ser calculadas a partir das coordenadas geodésicas do receptor (ϕ , λ) e dos ângulos zenitais e azimute (z' , z e a) (ODIJK, 2002):

$$\begin{aligned} \phi' &= \arcsen[\sin\phi \cos(z - z') + \cos\phi \sin(z - z') \cos a] \\ \lambda' &= \lambda + \arcsen\left[\frac{\sin(z - z') \sin a}{\cos\phi'}\right]. \end{aligned} \quad (146)$$

O processo de obtenção das coordenadas geomagnéticas pode ser encontrado seção 5.2.

5.5 Efeitos da troposfera no GPS

A troposfera é a camada compreendida entre a superfície terrestre até aproximadamente 50 km de altura. Ela é formada por partículas neutras e a maior concentração de gases encontra-se até uma altura de 12 km, composta por nitrogênio, oxigênio, dióxido de carbono, argônio, vapor d'água, entre outros, contendo aproximadamente 70% da massa total da atmosfera (SAPUCCI, 2001).

A propagação do sinal na troposfera depende principalmente da pressão do ar, da temperatura e do conteúdo do vapor d'água. Para frequências abaixo de 30 GHz a troposfera se comporta essencialmente como um meio não-dispersivo, isto é, a refração é independente da frequência do sinal transmitido (LEICK, 1995).

O efeito da troposfera no sinal GPS pode variar de poucos metros até aproximadamente 30 metros, dependendo da densidade da atmosfera e do ângulo de elevação do satélite. O modelo que permite estimar o atraso troposférico entre a antena de um receptor (r) e um satélite (s) tem a seguinte forma:

$$T_r^s = \int_{\text{caminho}} N_T ds, \quad (147)$$

onde, N_T é a refratividade da troposfera. A integral ao longo do caminho do sinal é solucionada quando se conhece o valor de N_T (MONICO, 2000). A expressão para a refratividade troposférica é baseada na seguinte fórmula empírica que inclui dados meteorológicos observados (LEICK, 1995):

$$N_T = \left(77,624 \frac{p}{T} - 12,92 \frac{e}{T} + 371900 \frac{e}{T^2} \right) \cdot 10^{-6}, \quad (148)$$

onde:

p - pressão atmosférica total em mbar;

e - pressão parcial do vapor d'água em mbar;

T - temperatura na superfície em Kelvin.

O atraso troposférico T_r^S pode ser aproximado pela soma dos efeitos das componentes hidrostática e úmida. Geralmente, cada uma das componentes é expressa como o produto do atraso troposférico zenital por uma função de mapeamento, a qual relaciona o atraso vertical com o atraso para ângulos de elevação, nesse caso denotado por (E), do satélite. De forma simplificada, pode ser escrita como (MONICO, 2000):

$$T_r^S = [T_{zh} mh(E) + T_{zw} mw(E)], \quad (149)$$

onde:

T_{zh} - atraso zenital da componente hidrostática;

T_{zw} - atraso zenital da componente úmida;

$mh(E)$ e $mw(E)$ - funções de mapeamento que relacionam o atraso das componentes hidrostáticas e úmida com o ângulo de elevação (E).

No ajustamento das observáveis GPS para fins de posicionamento geodésico, os efeitos da troposfera, geralmente, são calculados a partir de modelos matemáticos, dentre os quais, pode-se citar o de Hopfield e o de Saastamoinen. A formulação matemática para esses modelos pode ser encontrada em Seeber (2003), Spilker (1996), Hofmann-Wellenhof, Lichtenegger e Collins (1992), Monico (2000), entre outros.

Outras estratégias também podem ser adotadas, como a estimação do ZTD a partir do ajustamento utilizando o filtro de Kalman, ou o uso de modelos de predição com base em observações meteorológicas. A Figura 15 apresenta as componentes do ZTD em função do ângulo de elevação calculadas pelo modelo de Hopfield:

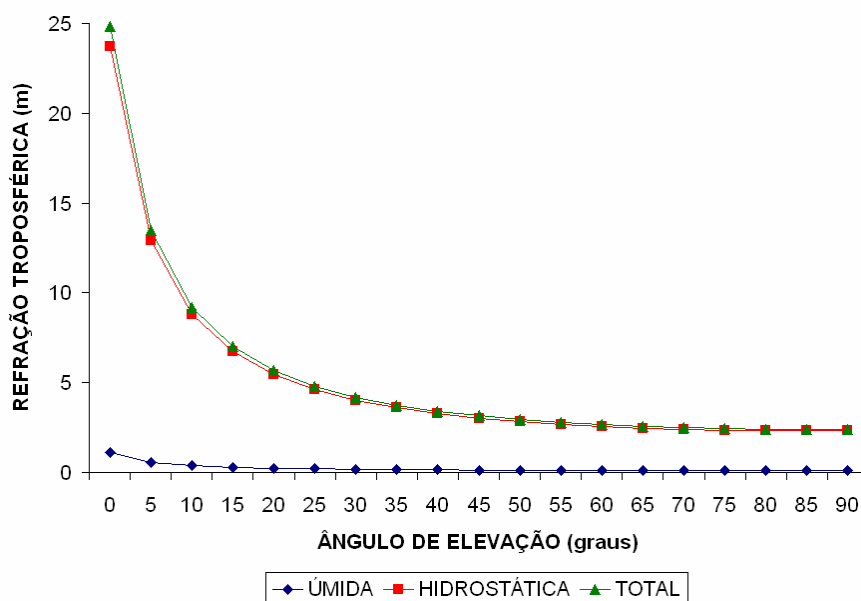


Figura 15 – Componentes da refração troposférica calculadas pelo modelo de *Hopfield*

A partir da Figura 15, verifica-se que a componente hidrostática apresenta cerca de 90% do atraso zenital troposférico total e os outros 10% fica a cargo da componente úmida. Os modelos teóricos desenvolvidos não são apropriados para aplicações em regiões do hemisfério Sul, pois foram obtidos a partir de dados que, em sua maioria, foram coletados em regiões do hemisfério Norte. Dessa forma, é muito importante que se realizem investigações sobre modelos adequados para o hemisfério Sul (SAPUCCI, 2005).

6 METODOLOGIA

Nesse trabalho, os efeitos residuais da ionosfera nas DDs foram considerados como parâmetros incógnitos no processamento de dados GPS. Esses parâmetros foram modelados a partir dos processos aleatórios *random walk* e *white noise* associados ao filtro de Kalman. Para cada DD é adicionado um parâmetro incógnito relacionado com os efeitos residuais da ionosfera, além de uma pseudo-observável com valor igual a zero e um determinado desvio-padrão. A realização dessa tarefa se deu com base nas implementações realizadas no *software* GPSeq.

Os efeitos de segunda e terceira ordem da ionosfera nos dados GPS, foram considerados a partir dos modelos matemáticos apresentados na seção 5.4.2. Foram aplicadas as correções nas observações GPS e, para a realização dessa tarefa, foi desenvolvido um *software* denominado “RINEX_HO (RINEX HIGHER-ORDER)”. Dessa forma, uma descrição dos *softwares* GPSeq e RINEX_HO é apresentada a seguir.

6.1 Implementações no GPSeq

Para o caso da estimativa residual das DDs, o *software* GPSeq foi modificado para incorporar os processos aleatórios e a adição de pseudo-observações. O GPSeq foi inicialmente desenvolvido em linguagem de programação Fortran para aplicação no processamento de linhas de base curtas, utilizando observações de simples frequência e o método LAMBDA (seção 4.6) para a solução das ambigüidades. Atualmente, o GPSeq possui o módulo DIA para realizar o controle de qualidade dos dados e, no caso da identificação de alguma observação com erro grosseiro, ele realiza a adaptação local para eliminar o efeito sistemático do vetor estado filtrado (seção 2.4) (MACHADO, 2001; SOUZA, 2004).

Para a realização dos experimentos nesse trabalho, o GPSeq foi modificado, primeiramente, para processar dados de dupla frequência, e em seguida implementou-se a estimativa dos resíduos ionosféricos das DDs com base nos processos aleatórios. Além disso, foram realizadas diversas outras melhorias no código fonte do GPSeq, o qual passou a ser compilado na linguagem de programação C++ integrado com a linguagem Fortran a partir de

DLLs (*Dynamic Links Libraries*) e a partir das bibliotecas disponíveis em <http://arnholm.org/software/index.htm> (acesso em 2007).

Considerando que o processamento é realizado com a utilização das medidas da fase, tem-se a necessidade de realizar a detecção de perdas de ciclos. Nesse caso, o GPSeq utiliza as combinações de tripla e tetra diferença para as duas frequências, as quais são calculadas em cada instante. Para a identificação de perdas de ciclos, os valores de tetra diferenças são comparados com um valor limite (limiar), o qual pode ser adotado pelo usuário ou calculado em função do comprimento da linha de base.

No caso da identificação de uma perda de ciclo, a estratégia adotada é a de “relaxar” a MVC do estado predito, ou seja, adiciona-se um valor considerado alto (1.10^6) na posição da matriz correspondente à variância da ambigüidade da DD e as correlações recebem valores nulos. A partir dessa estratégia, pode-se dizer que naquela época não se conhece informação estocástica da ambigüidade, o que faz o filtro iniciar uma nova estimativa da ambigüidade da DD, porém sem inserir novos parâmetros. Além desse procedimento, os arquivos utilizados para a obtenção de resultados dessa dissertação foram corrigidos de perdas de ciclos a partir do aplicativo “DiscFix” do conjunto de programas do GPSTK (*GPS ToolKit*) desenvolvido pela Universidade do TEXAS e disponível em <http://www.gpstk.org/> (acesso em 2007).

O fluxograma da Figura 16 fornece uma idéia aproximada de como funciona o *software* GPSeq com estimativa dos resíduos ionosféricos das DDs:

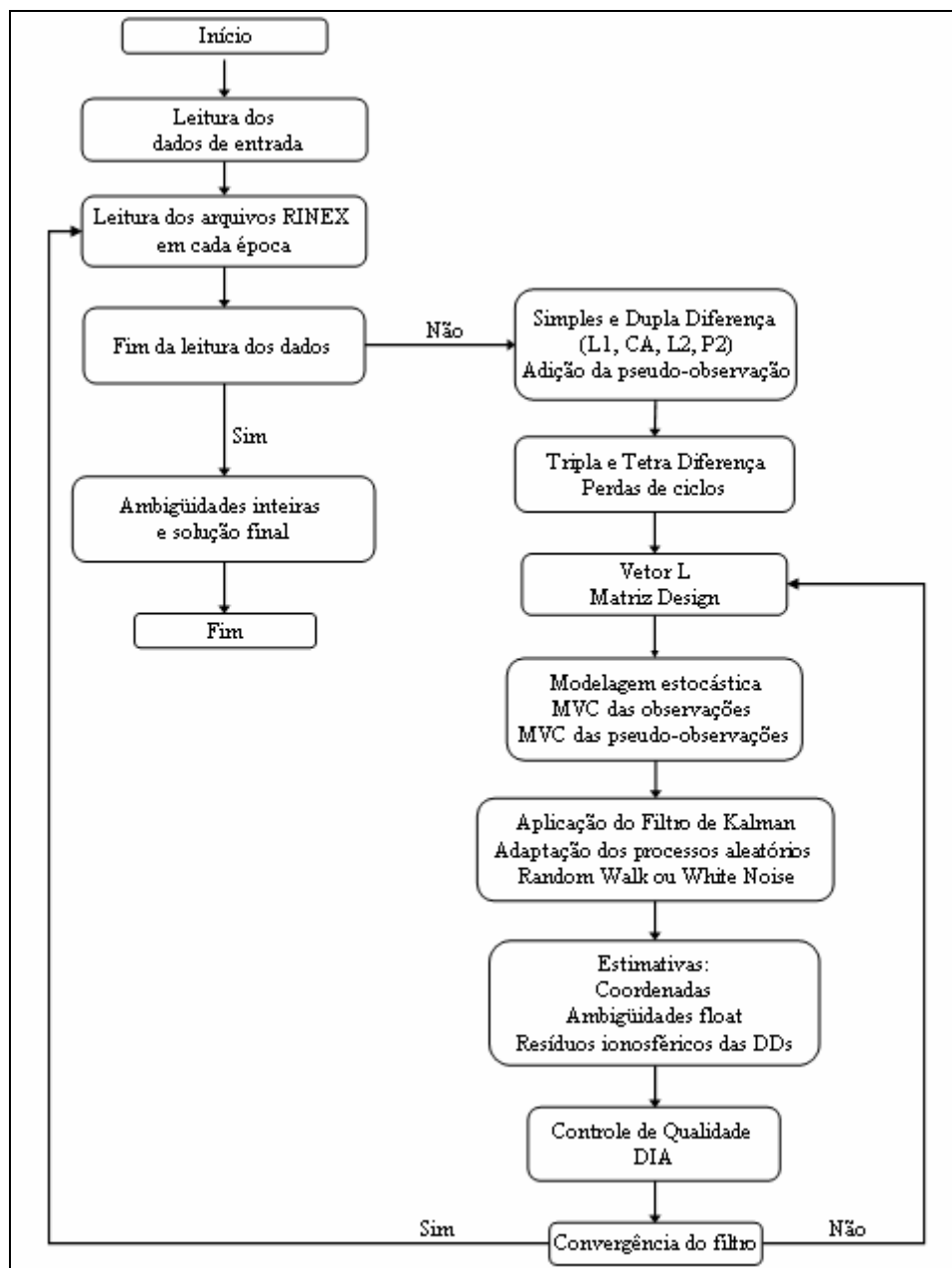


Figura 16 – Fluxograma do *software* GPSeq com estimativa dos resíduos ionosféricos das DDs

O arquivo de entrada do GPSeq possui a seguinte configuração:

```
e:\OUT //diretório para os arquivos de saída
e:\ppte2441.07o //arquivo de observação na estação 1
e:\ROSA2440.07o //arquivo de observação na estação 2
e:\ppte2441.07n //arquivo de navegação
0.25 //valor de sincronização das medidas
0.003 //desvio-padrão da fase na L1
0.004 //desvio-padrão da fase na L2
0.6 //desvio-padrão do código C/A
0.8 //desvio-padrão do código P2
0.0015 //desvio-padrão da ionosfera (m/km)
0 //satélite base
0.0 0.0 0.0 //sigma a priori para a estação remota
1 //época de inicio do processamento
100 //época final do processamento
100 //número de janelas a serem processadas
0.0 //limiar para correcao de perdas de ciclos
200 //número de amostra do teste RIA
0.25 //probabilidade de falha do teste RIA
1.5 //valor critico do teste RATIO
0 //se 1: RIA e se 0: RATIO conventional
15 //máscara de elevação em graus decimais
1 //WHITE NOISE = 1; RANDOM WALK = 2
3687624.367 -4620818.683 -2386880.382 //coord. da estação base
0.0 0.0 0.0 //coord. da estação rover
```

A partir do arquivo de entrada do GPSeq, o usuário tem a opção de configurar os desvios-padrão das observações de fase e de pseudodistâncias nas duas frequências, bem como o desvio-padrão da pseudo-observação da ionosfera, o qual é adotado como uma função da distância entre as estações, assim como descrito em Bock (1986) e Odijk (2002).

O valor a ser adotado para o desvio-padrão da pseudo-observação requer do usuário algum conhecimento a priori sobre o comportamento da ionosfera. Nesse caso, foram realizadas algumas análises para verificar o comportamento da incerteza na estimativa das coordenadas da estação e das ambigüidades em função do valor adotado para o desvio-padrão da pseudo-observação.

O usuário também pode realizar o processamento considerando diversas janelas com quantidades de épocas definidas. Nesse caso, é possível escolher a época inicial e final do processamento, bem como número de janelas a serem processadas. Além dessas, têm-se várias outras opções disponíveis no arquivo de entrada.

6.2 Desenvolvimento do aplicativo RINEX_HO

Para a consideração dos efeitos de segunda e terceira ordem da ionosfera, foi desenvolvido o aplicativo “RINEX_HO” (RINEX HIGHER-ORDER), o qual permite aplicar as correções no arquivo RINEX e gerar um novo RINEX corrigido desses efeitos. Nesse caso, foram utilizadas classes desenvolvidas em linguagens de programação C++ e disponibilizadas pelo NGS (*National Geodetic Survey*) no site <http://www.ngs.noaa.gov/gps-toolbox/rinex.htm> (último acesso em dezembro 2007). Essas classes permitem fazer a leitura do RINEX e salvar um novo arquivo RINEX. Além do uso das classes de leitura de RINEX, foram desenvolvidos outras classes em C++ que permitem calcular o STEC a partir das pseudodistâncias, interpolar o TEC a partir dos GIMs, calcular os efeitos de segunda e terceira ordem da ionosfera, aplicar nos dados GPS e posteriormente armazenar os dados corrigidos em um novo RINEX.

As equações para o cálculo do STEC a partir das pseudodistâncias foram apresentadas na seção 5.4.3. Além disso, foi dito que o VTEC também pode ser obtido a partir dos GIMs. No último caso, são disponibilizadas sub-rotinas em linguagem de programação Fortran a partir do *site* do CODE para leituras dos arquivos e extração do VTEC, restando ao usuário fazer a interpolação espacial e temporal do TEC, bem como o mapeamento para a direção inclinada (satélite-receptor) (seção 5.4.4). Para o caso desse trabalho, as leituras dos GIMs foram adaptadas no aplicativo RINEX_HO a partir do uso de DLLs. Além disso, foram desenvolvidas funções em C++ para realizar as interpolações a partir do método de interpolação bilinear.

Para realizar as transformações envolvendo o campo magnético da Terra, foram utilizadas em forma de DLLs, as sub-rotinas em Fortran disponibilizadas pelo PIM, as quais permitem aplicar o Modelo Geomagnético Corrigido na transformação de coordenadas terrestres para o sistema geomagnético (seção 5.2).

Dessa forma, o arquivo de entrada para o aplicativo RINEX_HO, possui a seguinte configuração:

```

brft2311.07o //arquivo de observação
brft2311.07n //arquivo de navegação
brft231C.07o //arquivo de observação corrigido
brft2311_gim //nome dos arquivos de saída
1 //salvar arquivos de dados (sim=1; não =0)
0 //Usar mapa CODE (sim =1; não =0)
CODG2310.07I //nome do mapa do CODE
6.898 //DCB (P1-P2) = bias do receptor em ns
P1C1_250301.DCB //DCB (P1-C1)
P1P2_250301.DCB //DCB (P1-P2) para os satélites
0.6 //sigma ca
0.8 //sigma p2
0.006 //sigma fase L1
0.008 //sigma fase L2
450000.0 //altura da camada ionosférica (m)
6371000.0 //raio equatorial da Terra (m)
3.12E-05 //indução geomagnética no equador (Tesla)
3.0E12 //Densidade Máxima de elétrons

```

A partir do arquivo de entrada do aplicativo RINEX_HO, pode-se verificar que o usuário fornece os arquivos RINEX de observação e de navegação e o nome de saída do arquivo corrigido. Além disso, entre as principais opções, o usuário pode escolher entre usar o TEC a partir do mapa do CODE ou o TEC calculado a partir das pseudodistâncias. No último caso, é necessário informar os valores das precisões das pseudodistâncias nas duas portadoras, o valor do DCB (P1-P2) do receptor, um arquivo com os DCBs (P1-P2) para cada satélite e um arquivo com os DCBs (P1-C1), os quais permitem compatibilizar o código C/A com o código P1 (ver seção 5.4.3) (IGS MAIL # 5078). O formato do arquivo de DCBs (P1-C1) e do arquivo de DCBs (P1-P2) é apresentado no quadro abaixo, considerando que as duas primeiras linhas representam apenas comentários.

| DIFFERENTIAL (P1-C1) CODE BIASES FOR SATELLITES AND RECEIVERS: CODE'S 30-DAY GPS | | |
|--|------------|----------|
| PRN / | VALUE (NS) | RMS (NS) |
| G01 | -0.477 | 0.003 |
| G02 | -0.023 | 0.004 |
| G03 | -0.514 | 0.003 |
| G04 | 1.124 | 0.003 |
| G05 | -1.226 | 0.005 |
| . | | |
| . | | |
| . | | |
| G25 | 0.385 | 0.005 |
| G26 | 0.882 | 0.006 |
| G27 | -0.451 | 0.003 |
| G28 | -0.324 | 0.003 |
| G29 | 0.394 | 0.003 |
| G30 | 1.887 | 0.004 |
| G31 | 1.696 | 0.003 |
| G32 | -0.359 | 0.055 |

A obtenção do DCB (P1-P2) do receptor, requer um procedimento de calibração do receptor como pode ser visto em Ciruolo et al. (2007), porém, no caso da utilização de receptores que fazem parte da rede IGS é possível utilizar os valores estimados pelo CODE, os quais estão disponíveis nos GIMs. Os valores dos DCBs (P1-P2) para cada satélite são estimados diariamente pelo CODE e podem ser facilmente extraídos do arquivo GIM. Os DCBs (P1-C1) que permitem compatibilizar as medidas C/A e P1 são estimados mensalmente pelo CODE para cada satélite GPS e podem ser encontrados em <ftp://ftp.unibe.ch/aiub/CODE/P1C1.DCB> (acesso em fevereiro de 2008).

6.3 Experimentos realizados

Os dados GPS utilizados nos processamentos foram obtidos a partir da RBMC (Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo), da rede do oeste do estado de São Paulo e de trabalhos realizados no PPGCC da FCT/UNESP (IBGE, 2007; ALVES, 2004; MONICO et al., 2006). Primeiramente, foram analisados os resultados com a aplicação dos efeitos de segunda e terceira ordem da ionosfera e em seguida, os resultados com o GPSeq no processamento época por época e no estático rápido utilizando linhas de base médias e longas. Os resultados envolvendo os efeitos de segunda e terceira ordem da ionosfera foram obtidos separadamente dos resultados envolvendo os processamentos com o *software* GPSeq.

No caso dos efeitos de segunda ordem, o primeiro experimento foi realizado para verificar a incerteza dos efeitos ionosféricos em função da incerteza do TEC. Dessa forma, foram realizadas propagações de covariâncias para o cálculo da incerteza do TEC e, conseqüentemente, propagações para calcular a incerteza dos efeitos de segunda ordem (seção 5.4.3).

Foram feitas análises relacionadas com a transformação de coordenadas terrestres em coordenadas geomagnéticas. Nesse caso, o objetivo foi verificar, quantitativamente, as diferenças provocadas no cálculo dos efeitos de segunda ordem da ionosfera em função das transformações usando o modelo dipolar e o CGM (ver seção 5.2).

Ainda com relação aos efeitos de segunda e terceira ordem da ionosfera, foram efetuados cálculos nos períodos de alta e baixa atividade ionosférica com o objetivo de analisar o comportamento desses efeitos. Com o uso do aplicativo RINEX_HO, foram aplicadas as correções dos efeitos de segunda e terceira ordem nos arquivos RINEX de

estações da RBMC, as quais fizeram parte dos processamentos envolvendo posicionamento relativo e PPP.

No caso do posicionamento relativo, envolvendo os efeitos de segunda e terceira ordem da ionosfera, utilizou-se o *software* Bernese – 5.0 e as linhas processadas envolveram as estações CUIB (15° S, 56° O), VICO (20° S, 42° O), PARA (25° S, 49° O), SMAR (29° S, 53° O) e UEPP (22° S, 51° O), sendo que o objetivo foi estimar as coordenadas da estação UEPP. Com relação ao PPP, foi utilizado o *software* GPSPPP do NRCan (*Natural Resources Canada*) e foram processados dados da estação UEPP para o período envolvendo os anos 2004 e 2005.

Tanto no processamento relativo quanto no PPP, foram obtidos os resultados considerando e não considerando a correção dos efeitos de segunda e terceira ordem da ionosfera. Ao final dos processamentos, foram feitas análises comparando os resultados corrigidos com os resultados sem as correções.

Com relação às análises no GPSeq com estimativa estocástica dos resíduos ionosféricos das DDs, realizou-se processamentos de linhas de base com solução época por época. Nesse caso, foram feitas algumas análises para verificar o comportamento da precisão das coordenadas e das ambigüidades em função do desvio-padrão adotado para a pseudo-observação. Dessa forma, pode-se verificar um limite para a precisão da pseudo-observação a partir do qual a precisão das coordenadas e das ambigüidades praticamente não sofre variações.

Os dados utilizados no processamento época por época foram coletados no mês de julho do ano de 2003 em um projeto de mestrado da FCT/UNESP (ALVES, 2004). Nesse caso, foi utilizado o receptor de dupla frequência Ashtech Z12 e envolveu as seguintes linhas de base: UEPP-REGENTE ($\cong 18$ km); UEPP-Venceslau ($\cong 52$ km), UEPP-FAZENDA ($\cong 103$ km) e UEPP-ASSIS ($\cong 115$ km), sendo considerada como estação base a UEPP da RBMC. No ano de 2005, a antena e o receptor da estação UEPP foram trocados e essa passou a ser denominada PPTE (IBGE, 2007).

Após os processamentos época por época, foram feitos processamentos considerando diversas épocas de dados e, como uma primeira análise, realizou-se o processamento de uma linha de base-zero com estimativa dos resíduos ionosféricos. A linha de base-zero envolve a coleta de dados a partir de dois receptores, os quais estão conectados em uma mesma antena. Nesse caso, espera-se que a estimativa do efeito residual ionosférico de cada DD apresente valor nulo.

Após o processamento da linha de base-zero, foram feitas análises para verificar o comportamento dos resíduos ionosféricos estimados, cuja linha de base utilizada foi a PPTE-ROSA da rede do oeste do estado de São Paulo. Em seguida, analisou-se a quantidade de épocas para o ajustamento se estabilizar, de forma que foram realizados processamentos considerando diversas janelas de dados.

É necessário destacar que cada seção e subseção dos experimentos e resultados (seção 7), estão acompanhadas de uma breve descrição metodológica sobre os experimentos realizados nesse trabalho.

7 EXPERIMENTOS E RESULTADOS

7.1 Efeitos de segunda e terceira ordem da ionosfera

7.1.1 Incerteza dos efeitos ionosféricos de segunda ordem em função do TEC

No caso do cálculo do STEC a partir da pseudodistância (seção 5.4.3), há a necessidade da obtenção dos DCBs, o que pode ser feito a partir de um processo de calibração do receptor (CIRAOLLO et al., 2007). O CODE também estima os valores diários dos DCBs para as estações IGS e para os satélites. Considerando então essas informações, foi realizada a propagação das incertezas das pseudodistâncias e dos DCBs no cálculo do STEC e, em seguida a propagação para os efeitos de segunda ordem da ionosfera.

Os arquivos do CODE também fornecem um valor de Erro Médio Quadrático (EMQ) para os DCBs, os quais podem ser utilizados como as incertezas dos DCBs, porém, esses valores são muito otimistas. Dessa forma, foram plotados (Figura 17) os valores, em unidade de metros, dos DCBs para dez estações da rede IGS, as quais foram escolhidas aleatoriamente. Nesse caso, foram considerados os DCBs (P1-P2) para os dias 69 a 364 do ano de 2002. É necessário lembrar que P1 e P2, referem-se aos códigos P nas portadoras L1 e L2, respectivamente, além disso, é preciso considerar que para dias anteriores ao dia 69 do ano de 2002 não havia dados disponíveis:

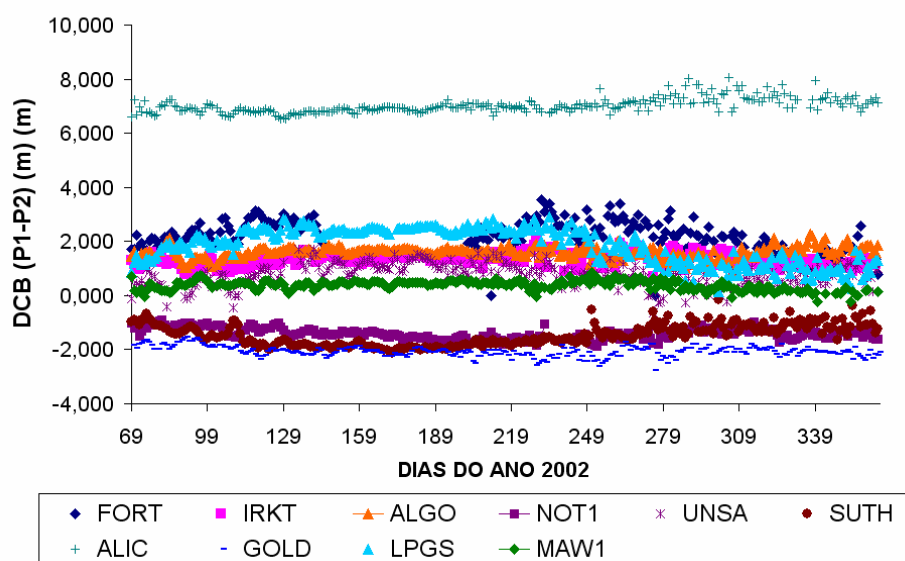


Figura 17 – DCBs para 10 estações IGS no ano de 2002

A partir da Figura 17, verifica-se que os valores dos DCBs dos receptores, no geral, sofrem poucas variações por um determinado período. A Figura 18 mostra o desvio-padrão (DP) dos DCBs em unidades de TECU para cada estação, considerando todo o período escolhido do ano de 2002. A conversão de unidades de metros para TECU foi realizada com o auxílio da Equação 130.

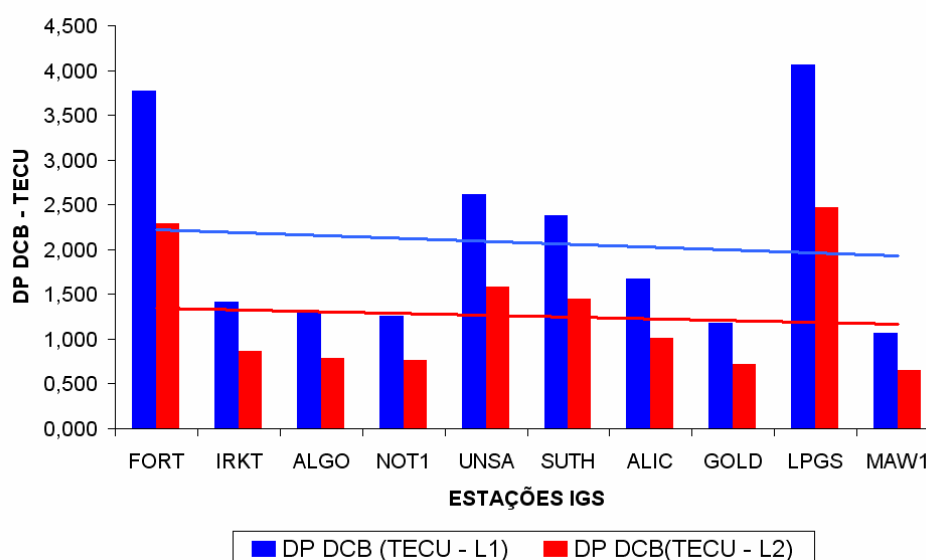


Figura 18 – Desvio-padrão para os DCBs de algumas estações IGS no ano de 2002

Os máximos valores do DP dos DCBs foram para as estações FORT e LPGS e numa média geral os valores do DP, considerando todas as estações, foram de 2,071 e 1,258 TECU para as frequências L1 e L2, respectivamente, o que corresponde a 0,336 m.

Da mesma forma que para os DCBs dos receptores, foram plotados os DCBs dos satélites durante o mesmo período do ano de 2002, porém, nesse caso foram escolhidos somente alguns satélites para facilitar a visualização gráfica como pode ser verificado na Figura 19.

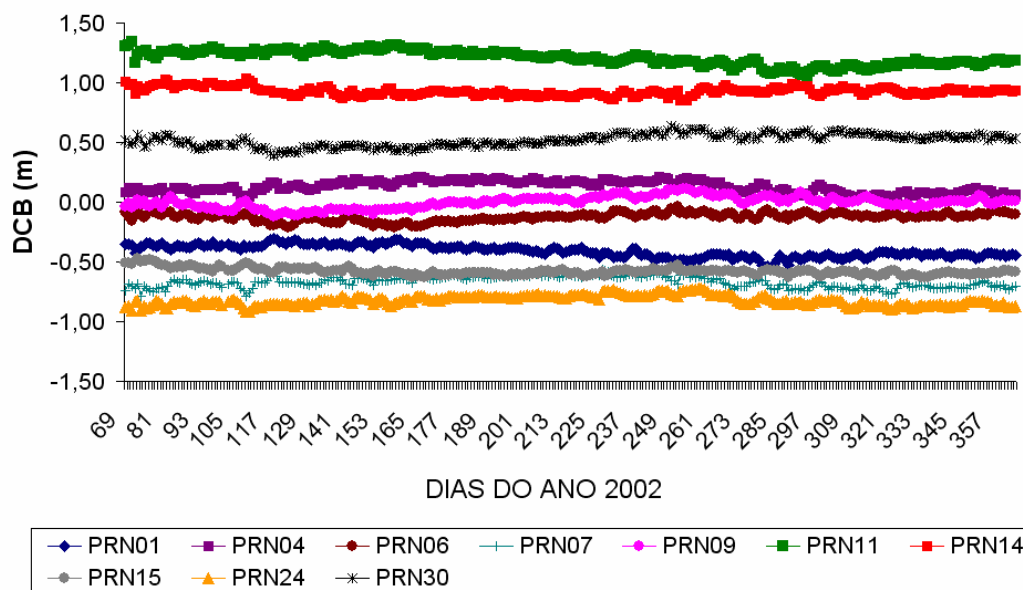


Figura 19 – DCBs para os satélites GPS no ano de 2002

O desvio-padrão dos DCBs de cada satélite GPS, considerando todo o período escolhido do ano de 2002, é apresentado na Figura 20:

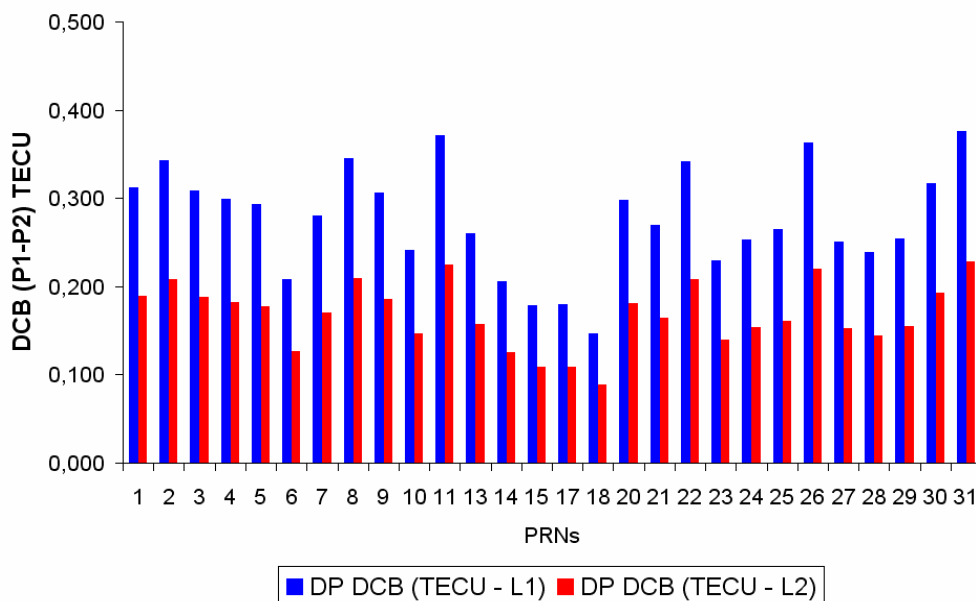


Figura 20 – Desvio-padrão para os DCBs de cada satélite GPS ano de 2002

Então, utilizando a média geral dos desvios-padrão dos DCBs de todas as estações, 0,336 m, e o desvio-padrão dos DCBs para cada satélite, foi realizada a propagação desses efeitos no cálculo do STEC a partir das pseudodistâncias usando a Equação 144. Além desses valores, adotou-se o desvio-padrão de 0,60m e 0,80 m para os códigos P1 e P2, respectivamente. A Figura 21 mostra o desvio-padrão do STEC para cada satélite, considerando que para melhor visualização dos valores para cada satélite, o eixo y do gráfico começa no valor de 10 TECU:

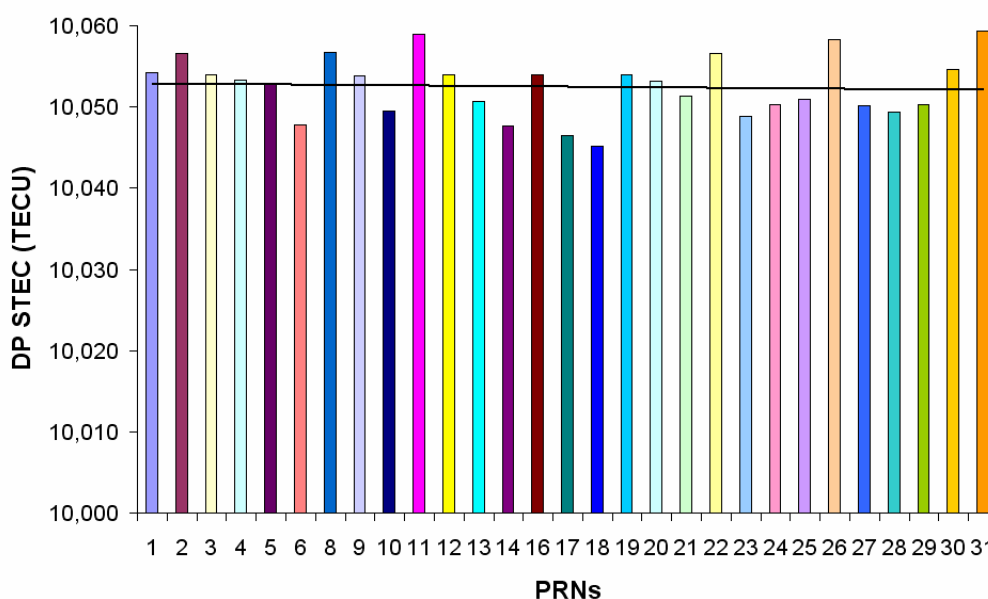


Figura 21 – Desvio-padrão do STEC propagado para cada satélite GPS

O desvio-padrão do STEC para os satélites (Figura 21) teve uma média de 10,053 TECU. Então, considerando o DP do STEC para cada satélite, foi realizada a propagação da Equação 132 para os efeitos de segunda ordem. É necessário considerar, que para a obtenção da equação de propagação considerou-se a componente do campo geomagnético como constante. A Figura 22 mostra o desvio-padrão do efeito de segunda ordem no grupo propagado em função do STEC para o satélite PRN 31:

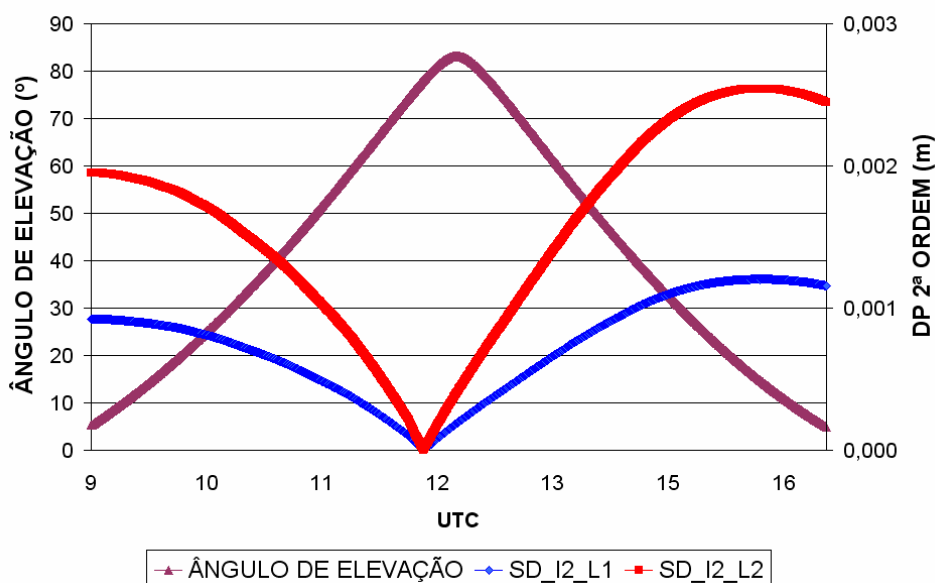


Figura 22 – Desvio-padrão do efeito de 2ª ordem em função do desvio-padrão do STEC para o satélite PRN 31

A partir da Figura 22, verifica-se que para o ângulo de elevação próximo de zero, situação em que o sinal GPS sofre maiores efeitos de refração ionosférica, o desvio-padrão do efeito de segunda ordem da ionosfera propagado em função do desvio-padrão do STEC, atinge os valores próximos de 0,001 m e 0,002 m para as portadoras L1 e L2, respectivamente.

Considerando que os GIMs fornecem os valores de VTEC com uma incerteza divulgada em torno de 8 TECU, pode-se concluir com o auxílio da Figura 22, que para a obtenção dos efeitos de segunda ordem da ionosfera é possível utilizar os dados advindo desses mapas (CIRAULO et al., 2007). Sendo assim, os resultados apresentados nesse trabalho, relacionados com os efeitos de segunda e terceira ordem da ionosfera, foram obtidos usando os GIMs do CODE.

7.1.2 Coordenadas geomagnéticas corrigidas versus coordenadas dipolares

A transformação das coordenadas terrestres para coordenadas geomagnéticas pode ser realizada a partir da aproximação do campo geomagnético por um dipolo ou a partir do campo geomagnético considerado real. No primeiro caso, utilizam-se as equações da seção 5.2.1, enquanto que no segundo caso, pode-se utilizar um dos pacotes de sub-rotinas

disponíveis na Internet (seção 5.2.2). No caso desse trabalho, optou-se por utilizar o modelo geomagnético corrigido, CGM, fornecido pelo PIM (PIM, 2001).

A Figura 23 mostra as latitudes geomagnéticas corrigidas, calculadas a partir das sub-rotinas CGM do PIM, e as latitudes dipolares, ambas em função das coordenadas geodésicas:

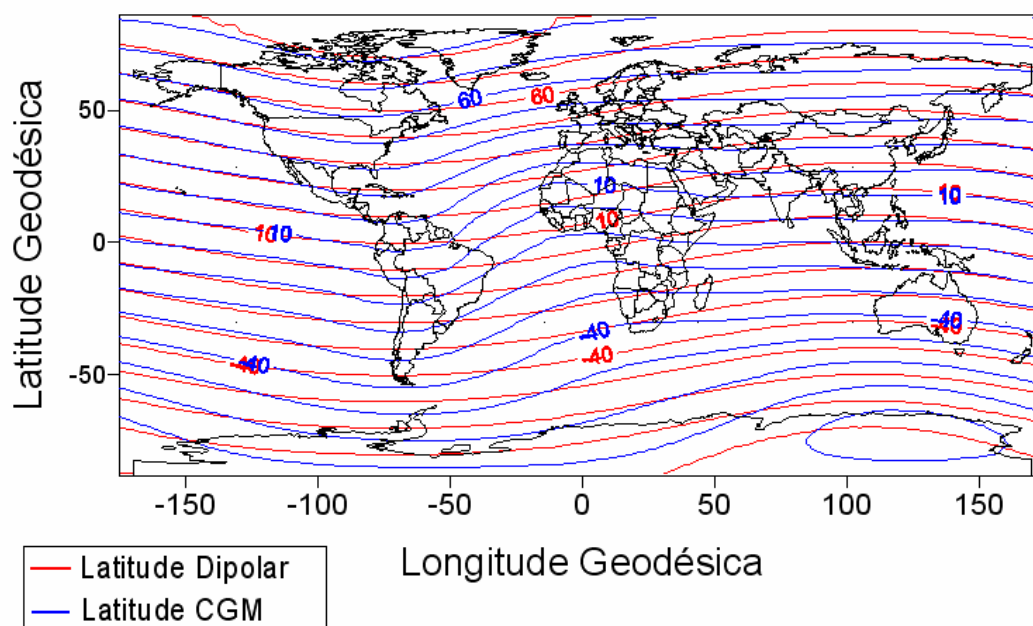


Figura 23 – Latitude geomagnética corrigida versus latitude dipolar

A Figura 23 mostra que ocorrem grandes diferenças nas latitudes geomagnéticas dipolares com relação às latitudes CGM, principalmente nas regiões equatoriais e tropicais. Dessa forma, a Figura 24 mostra as isolinhas de discrepâncias entre as duas latitudes geomagnéticas, as quais foram calculadas em função das coordenadas geodésicas:

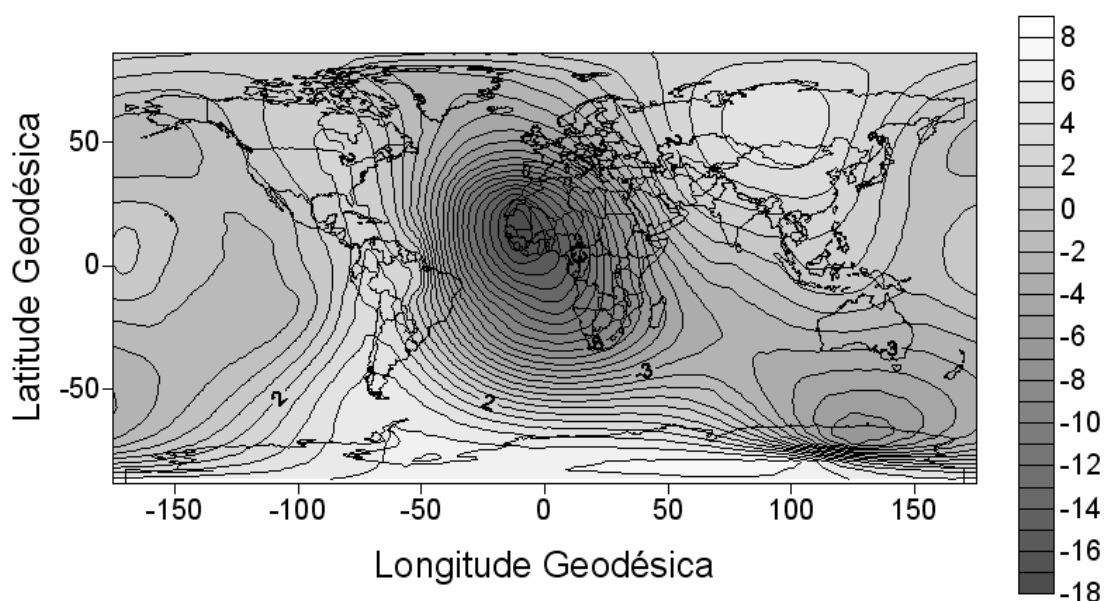


Figura 24 – Isolinhas das discrepâncias entre as latitudes geomagnéticas corrigidas e dipolares

A partir da Figura 24, verifica-se que as discrepâncias atingem até 18 graus em latitude nas regiões equatoriais e tropicais, como é o caso da região brasileira.

O próximo passo foi verificar as diferenças provocadas pelos dois modelos ao efetuar o cálculo dos efeitos de segunda ordem da ionosfera. Para isso, foram escolhidas diversas estações da rede IGS no dia 48 do ano de 2007 e foram calculados os efeitos de segunda ordem, usando o modelo CGM e o modelo dipolar.

O STEC foi obtido a partir do GIM e a Figura 25 apresenta as isolinhas de discrepâncias (unidades de metros) na frequência L1, entre os máximos valores encontrados ao longo do dia, para os efeitos de segunda ordem calculados usando os dois modelos:

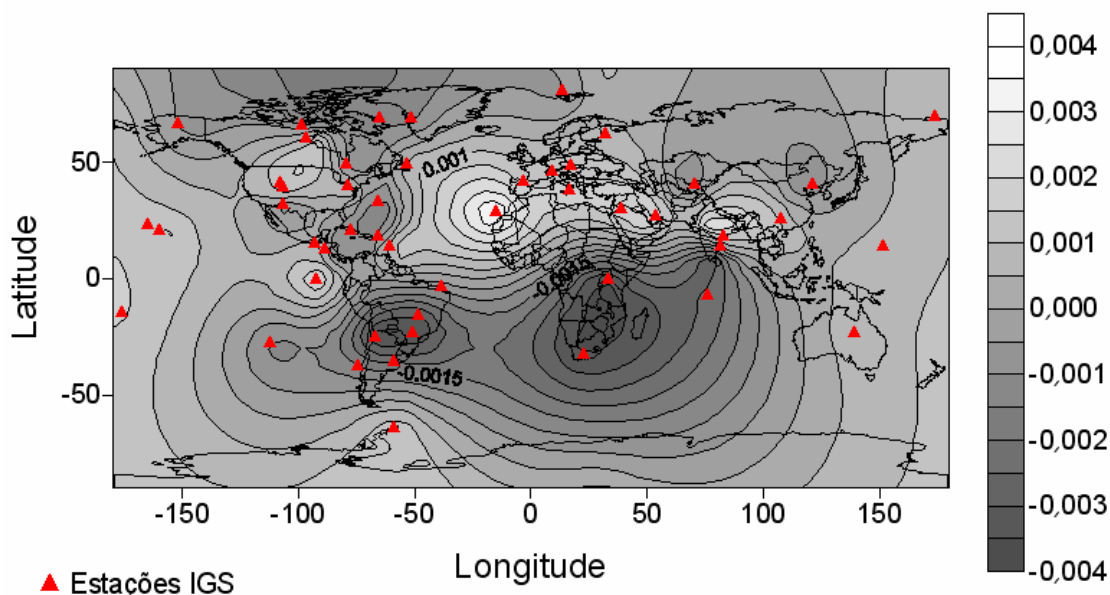


Figura 25 – Discrepâncias (m) nos efeitos de 2ª ordem usando os modelos CGM e dipolar

As discrepâncias entre os efeitos de segunda ordem, calculados usando o modelo CGM e o modelo dipolar, atingiram um intervalo de $-0,004$ a $0,004$ m como pode ser verificado na Figura 25. Considerando que a incerteza propagada (Figura 22) é da ordem de $0,001$ m para a frequência L1, pode-se concluir que há a necessidade da utilização do modelo geomagnético considerado próximo do real, como é o caso do CGM. Então, no caso dos resultados desse trabalho, utilizou-se o modelo CGM para a obtenção de resultados relacionados aos efeitos ionosféricos de segunda e terceira ordem.

7.1.3 Análise nos períodos de baixa e alta atividade ionosférica

Os efeitos de segunda e terceira ordem da ionosfera foram calculados para o ano de 2001 e para o ano de 2007, os quais representam, respectivamente, períodos de alta e baixa atividade ionosférica. Os valores máximos da densidade de elétrons ocorrem, aproximadamente, nos meses de março, abril, setembro e outubro (equinócios) e valores mínimos nos meses de solstícios de inverno e verão (MATSUOKA, 2007). Dessa forma, foi escolhida a estação BRAZ da RBMC, a qual também faz parte da rede IGS, no dia 70 do ano de 2001 e o mesmo para o ano de 2007.

Os valores do STEC para cada satélite, interpolados a partir dos GIMs, são mostrados na Figura 26 e na Figura 27, para os anos de 2001 e 2007, respectivamente:

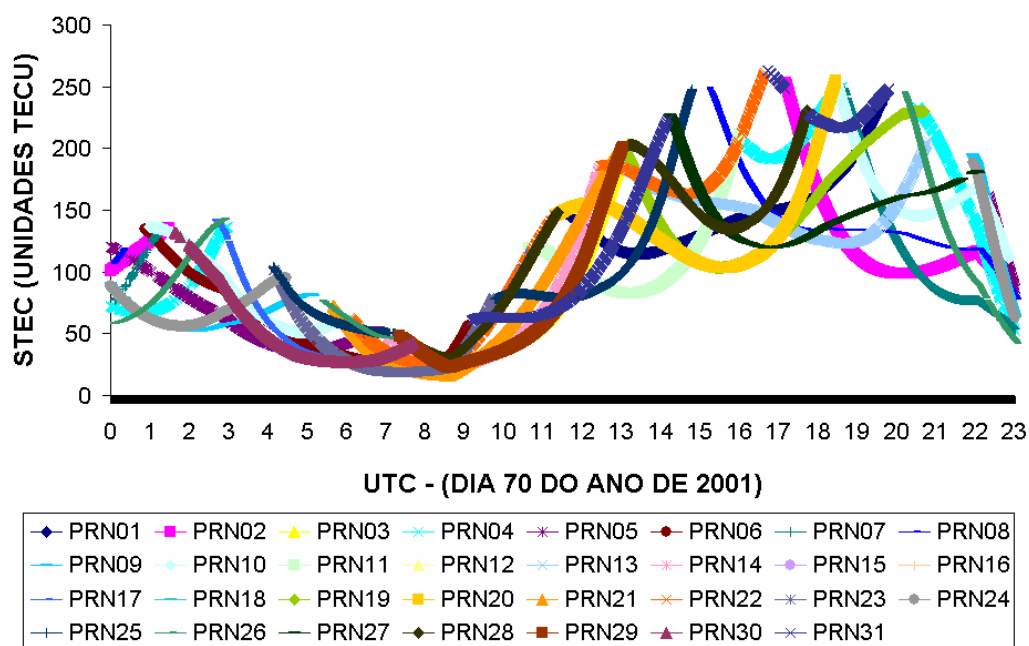


Figura 26 – STEC para todos os satélites no dia 70 do ano de 2001 (valores obtidos a partir do GIM)

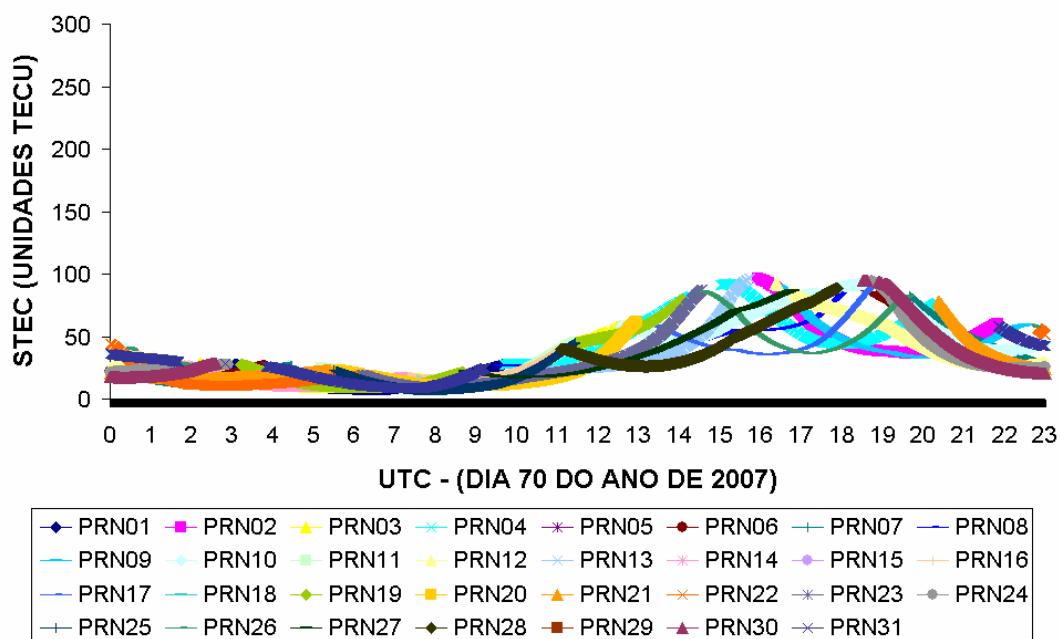


Figura 27 – STEC para todos os satélites no dia 70 do ano de 2007 (valores obtidos a partir do GIM)

Para o dia 70 do ano de 2001 (Figura 26) o TEC na direção receptor-satélite, ou seja, o STEC atinge valores máximos próximos de 260 TECU. Já para o mesmo dia do ano de 2007 (Figura 27) o STEC atinge valores máximos próximos de 100 TECU. O aumento do valor do STEC no ano de 2001 em relação ao ano de 2007, como mostrados na Figura 26 e na Figura 27, já era esperado, visto que o ano de 2001 fez parte do período de máxima atividade solar. O valor do TEC é proporcional ao aumento da atividade solar, ou seja, ao aumento do número de manchas solares. Em períodos de máxima atividade solar, quando ocorre maior

número de manchas solares, o TEC máximo diurno pode atingir valores até 50% maiores do que em períodos de mínima atividade solar (MATSUOKA, 2007).

A Figura 28 e a Figura 29 apresentam os efeitos de segunda ordem (I_2) da ionosfera para todos os satélites, considerando os dois períodos. Os efeitos foram obtidos para o caso do grupo utilizando a portadora L1 e os valores estão em unidades de metros.

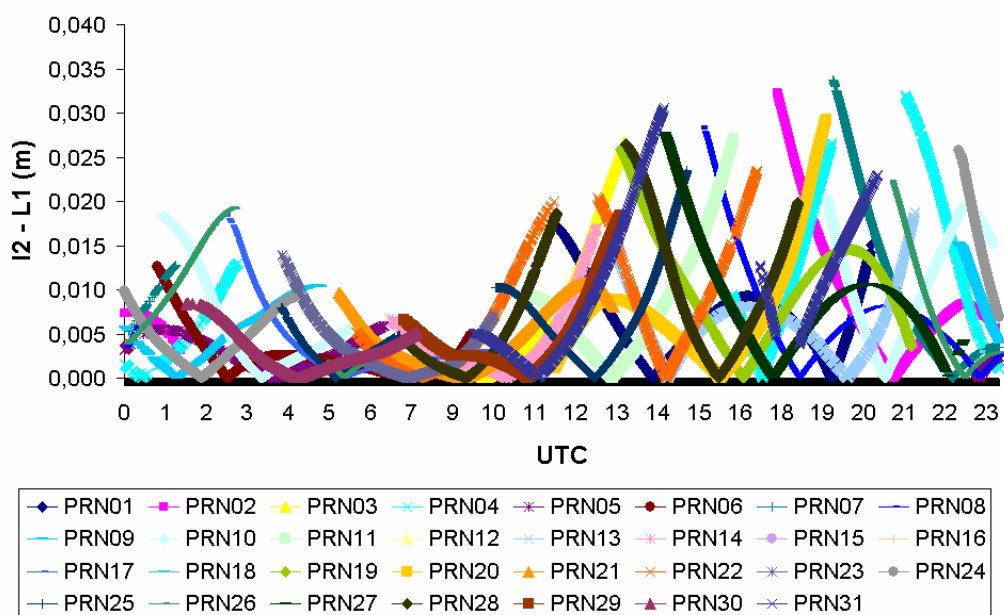


Figura 28 – Efeitos de segunda ordem na estação BRAZ para o dia 70 do ano de 2001

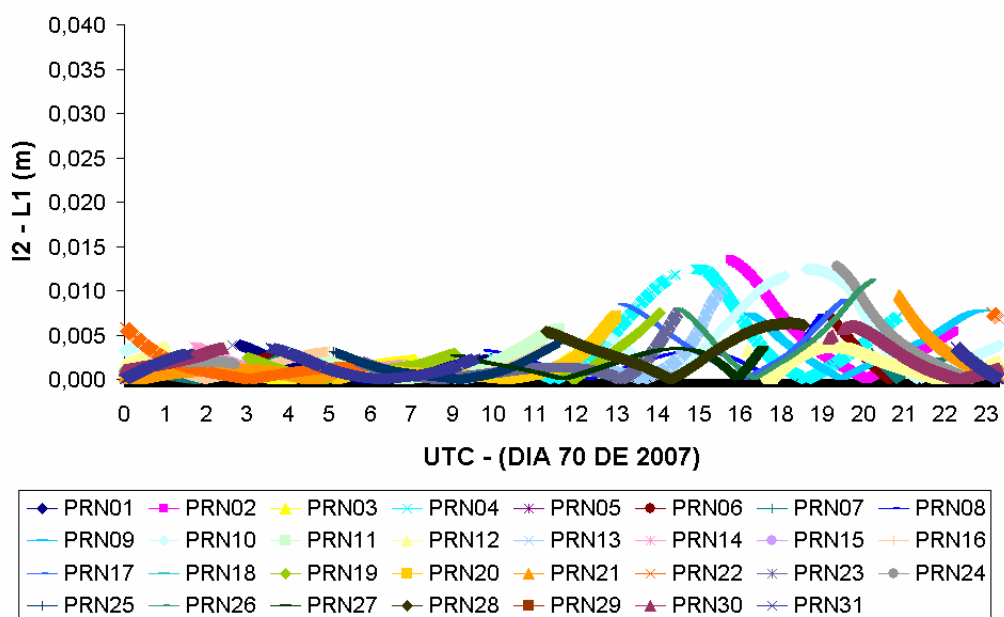


Figura 29 – Efeitos de segunda ordem na estação BRAZ para o dia 70 do ano de 2007

A partir da Figura 28 e da Figura 29, verifica-se que os efeitos chegam a atingir valores próximos de 0,035 m para o ano de 2001 e para o ano de 2007 os efeitos atingem valores da ordem de 0,015 m. Esses efeitos foram calculados para o caso do grupo, porém para a obtenção dos efeitos de segunda ordem da ionosfera na fase, basta dividir os valores pela metade com sinal invertido. Sendo assim, para o período de baixa atividade ionosférica (ano 2007), o efeito da fase atingiu valores da ordem de 0,007 m. Se levar em consideração que a incerteza na medida da fase do sinal GPS é da ordem de poucos milímetros, a correção dos efeitos de segunda ordem deve ser aplicada no posicionamento GPS, cuja acurácia de ordem milimétrica é necessária.

A Figura 30 e a Figura 31 apresentam os efeitos de terceira ordem da ionosfera para todos os satélites, considerando os dois períodos. Da mesma forma que para os efeitos de segunda ordem, os de terceira (I3) foram obtidos para o caso do grupo e utilizando a portadora L1.

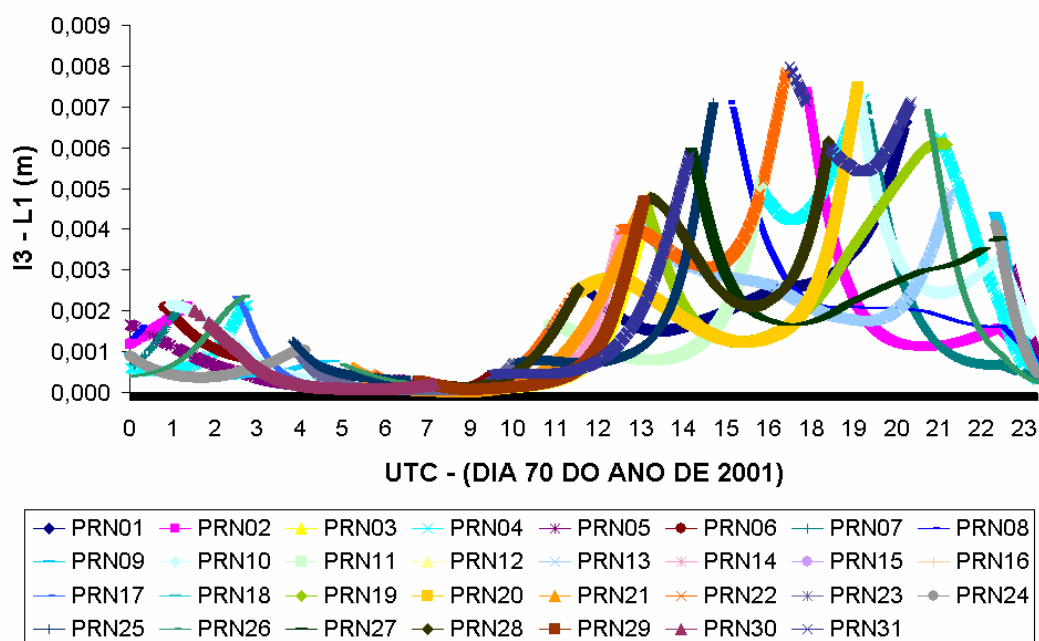


Figura 30 – Efeitos de terceira ordem na estação BRAZ para o dia 70 do ano de 2001

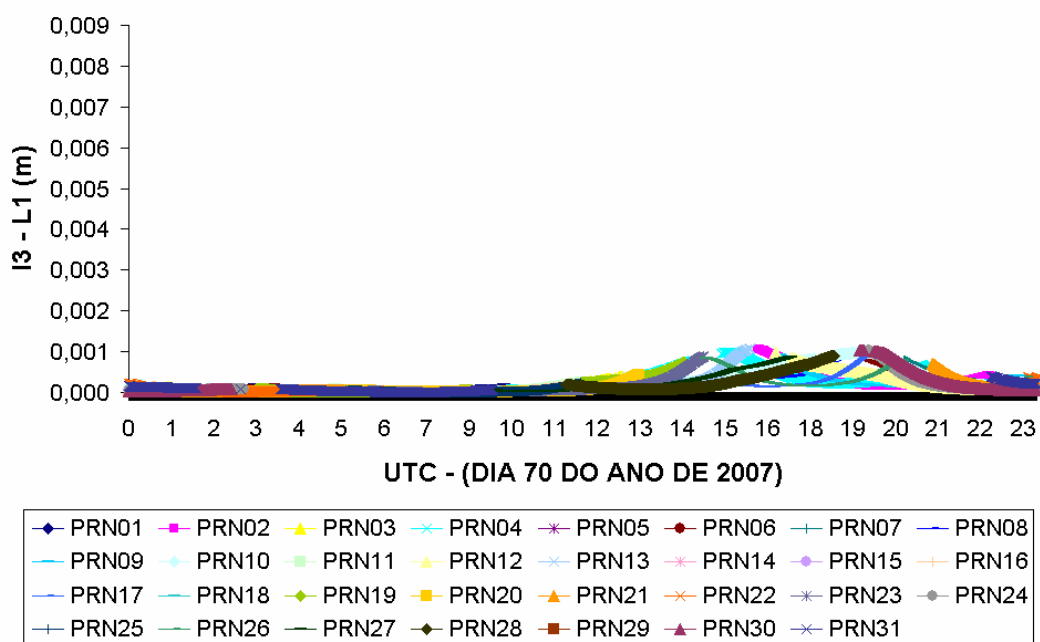


Figura 31 – Efeitos de terceira ordem na estação BRAZ para o dia 70 do ano de 2007

Para o período de baixa atividade ionosférica (ano 2007) os efeitos de terceira ordem ficaram abaixo de 0,001 m, porém para o ano de 2001, esses efeitos atingiram valores próximos de 0,008 m, mostrando que em casos como esse, também se faz necessária a consideração desses efeitos no posicionamento GPS que requer alta acurácia.

Uma observação importante no que se refere aos efeitos de segunda e terceira ordem, é que o comportamento desses efeitos ao longo do dia é muito semelhante ao comportamento do TEC. No caso dos efeitos de terceira ordem, essa semelhança no comportamento com relação ao TEC é mais notável, como pode ser visto, por exemplo, na Figura 26 e na Figura 30, lembrando que o efeito de terceira ordem é diretamente proporcional ao TEC e a máxima densidade de elétrons (seção 5.4.2). Porém, no caso dos efeitos de segunda ordem, apesar do comportamento ao longo do dia ser semelhante ao do TEC, nota-se uma pequena diferença, considerando que esse efeito é dependente do campo magnético da Terra e sofre variações dependentes do ângulo de elevação e azimute do satélite, da localização da estação e da época do ano.

7.1.4 Aplicação dos efeitos de segunda e terceira ordem no posicionamento relativo

Com o objetivo de analisar a influência dos efeitos de segunda e terceira ordem no posicionamento relativo GPS, foram escolhidas algumas estações da RBMC para o dia 60 de 2005. O processamento foi realizado no *software* Bernese - 5.0, disponível na FCT/UNESP. Foram utilizadas efemérides precisas corrigidas dos efeitos de segunda ordem (FRITSCHÉ et al., 2005). As estações utilizadas podem ser vistas na Figura 32:

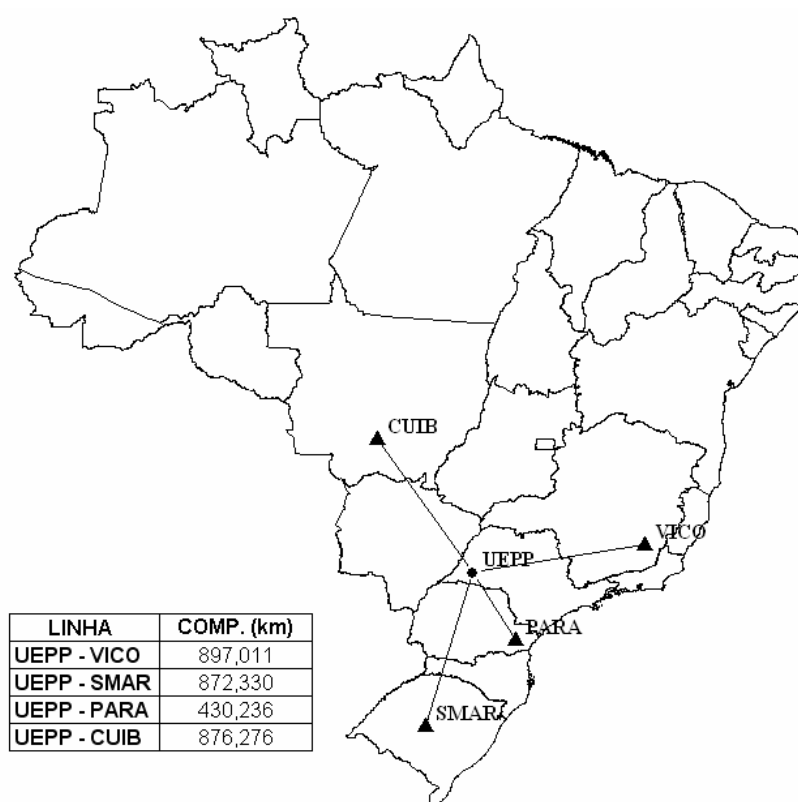


Figura 32 – Estações utilizadas no processamento relativo

As estações CUIB, VICO, PARA e SMAR tiveram suas coordenadas injuncionadas como fixas, com o objetivo de determinar as coordenadas da estação UEPP. Foram realizados dois tipos de processamento: um considerando os dados sem as correções dos efeitos ionosféricos e outro considerando os arquivos RINEX corrigidos dos efeitos ionosféricos pelo aplicativo RINEX_HO.

Todos os resultados dos processamentos realizados estão no sistema SIRGAS 2000 (Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas - 2000). Após os processamentos, as coordenadas da estação UEPP advindas do processamento corrigido foram

comparadas com as coordenadas advindas do processamento sem as correções, o que se denominou de erro devido a não consideração dos efeitos de segunda e terceira ordem da ionosfera. A Tabela 1 apresenta os erros em coordenadas cartesianas (ERRO 3D) e os erros em altitude (ERRO H). Os valores são apresentados em unidades de mm para melhor visualização.

Tabela 1 – Erro devido a não consideração dos efeitos de 2ª e 3ª ordem no processamento relativo GPS

| LINHA | COMPR. (km) | ERRO 3D (mm) | ERRO H (mm) |
|--------------------|--------------------|---------------------|--------------------|
| UEPP - VICO | 897,011 | 0,300 | 0,200 |
| UEPP - SMAR | 872,330 | 1,700 | -1,600 |
| UEPP - PARA | 430,236 | 1,500 | -1,500 |
| UEPP - CUIB | 876,276 | 2,800 | 2,400 |

O máximo erro encontrado foi para a linha UEPP-CUIB, com valores de 2,8 e 2,4 mm para as componentes 3D e altimétrica, respectivamente. Os menores erros foram para a linha UEPP-VICO com valores de 0,30 e 0,20 mm para as componentes 3D e altimétrica, respectivamente.

Uma observação importante se refere às linhas de base UEPP-VICO e UEPP-CUIB. Ambas possuem aproximadamente o mesmo comprimento e, enquanto o erro 3D foi de 0,3 mm para a linha UEPP-VICO, na linha UEPP-CUIB atingiu o valor de 2,8 mm, o que corresponde a uma diferença de aproximadamente 10 vezes. Uma explicação para tal ocorrência se deve ao sentido em que se encontram localizadas as linhas de base. Enquanto a linha UEPP-VICO está situada aproximadamente no sentido Leste-Oeste, a linha UEPP-CUIB está situada aproximadamente no sentido Norte-Sul, sendo que nesse último, o campo geomagnético provoca os maiores efeitos (BASSIRI; HAJJ, 1993).

7.1.5 Aplicação dos efeitos de segunda e terceira ordem no PPP

Para analisar os efeitos de segunda e terceira ordem da ionosfera no PPP, foram processados os dados da estação UEPP para os anos de 2004 e 2005. O *software* utilizado foi o “GPSPPP” desenvolvido pelo NRCan e disponível na FCT/UNESP.

Da mesma forma que o posicionamento relativo, foram realizados dois tipos de processamentos: um com os arquivos RINEX corrigidos pelo aplicativo RINEX_HO dos

efeitos de segunda e terceira ordem da ionosfera e outro com os arquivos RINEX sem as correções. Os resultados corrigidos foram comparados com os não corrigidos e a Figura 33 mostra os erros nas componentes DE, DN e DU do SGL (MONICO, 2005):

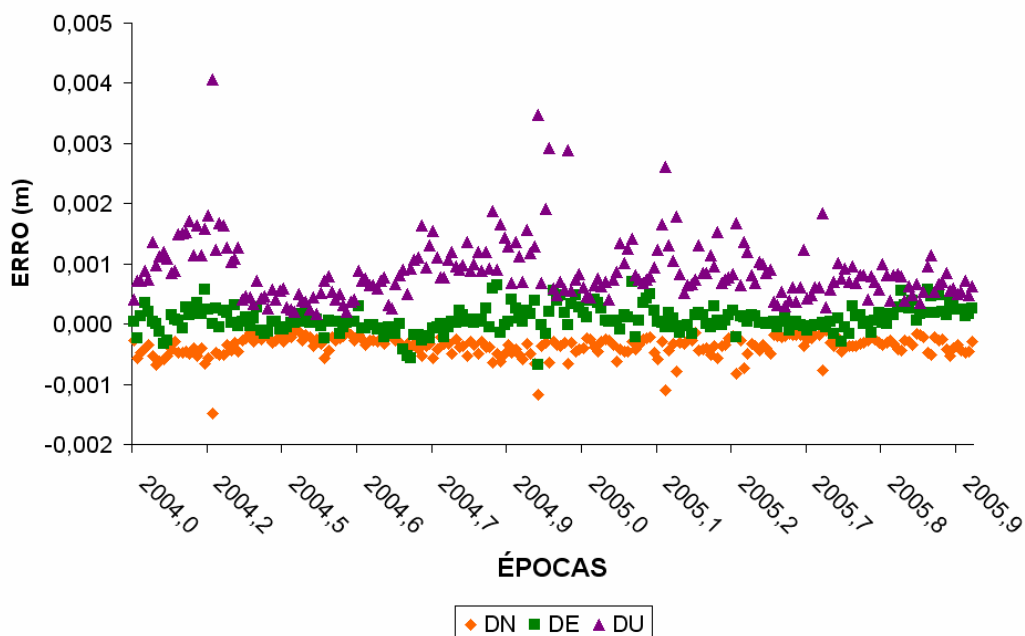


Figura 33 – Erro (DE, DN e DU) ionosférico de 2ª e 3ª ordem no PPP da estação UEPP

A partir da Figura 33 pode-se confirmar que os maiores erros encontrados foram na componente DU, sendo que em alguns casos chegaram a atingir valores em torno de 0,003 e 0,004 m. No caso das componentes DE e DN, os valores ficaram em torno de 0,001 m.

A Tabela 2 apresenta algumas estatísticas do PPP na estação UEPP. Os valores então em unidades de mm.

Tabela 2 – Estatísticas do PPP na estação UEPP

| | DN (mm) | DE (mm) | DU (mm) |
|--------------------|----------------|----------------|----------------|
| ERRO MÉDIO | -0,371 | 0,075 | 0,889 |
| DESV PADRÃO | 0,173 | 0,207 | 0,522 |
| EMQ | 0,409 | 0,221 | 1,031 |

O maior valor de EMQ foi para a componente DU com valor de 1,031 mm, enquanto que para as componentes DN e DE, os valores foram, respectivamente, de 0,409 e 0,221 mm, como pode ser visto na Tabela 2.

7.2 Estimativa dos resíduos ionosféricos das DDs

A estimativa dos resíduos ionosféricos das DDs foi implementada, primeiramente na versão do *software* GPSeq que realiza o processamento época por época. Nesse caso, foram processadas algumas linhas de base, cujos levantamentos ocorreram no mês de julho do ano de 2003 (ver seção 6.3).

Nos processamentos realizados com o GPSeq não se considerou as correções dos efeitos de segunda e terceira ordem da ionosfera. Como um primeiro experimento, foi realizada uma análise do comportamento da precisão das coordenadas estimadas e da precisão da ambigüidade da DD, ambas em função do valor adotado para a precisão da pseudo-observável dos resíduos ionosféricos das DDs. Posteriormente, com base nos valores obtidos para a precisão da pseudo-observável, foram realizados processamentos das linhas de base com estimativa dos resíduos ionosféricos.

7.2.1 Análise da precisão da pseudo-observação

Para realizar a análise da precisão da pseudo-observável dos resíduos ionosféricos, foi processada a linha de base UEPP-ASSIS, com comprimento de aproximadamente 115 km. No caso, a estação UEPP teve suas coordenadas injuncionadas como fixas e as coordenadas da estação ASSIS foram estimadas no ajustamento. Os dados dessa linha de base foram coletados no dia 15 de julho de 2003 e os valores dos índices Kp e K para o dia do processamento são apresentados na Figura 34. O índice Kp é um dos índices geomagnéticos que visam descrever em escala planetária a atividade geomagnética ou alguns de seus componentes (MATSUOKA, 2007).

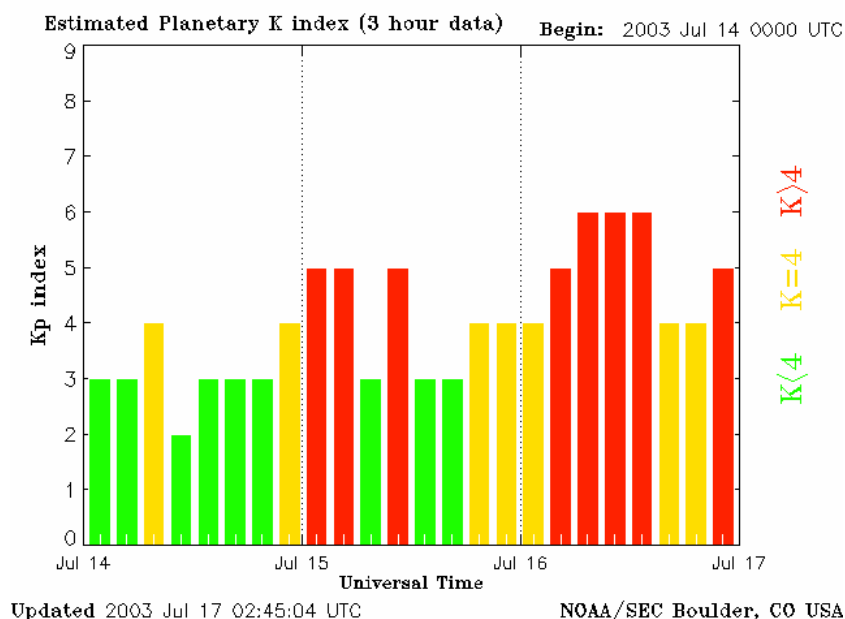


Figura 34 – Índices Kp e K para o dia 15 de julho de 2003 (processamento UEPP-ASSIS)

O processamento da linha de base foi realizado próximo às 12 horas UTC (*Universal Time Coordinate*), cujo índice Kp atingiu o valor de cinco e o valor da média diária foi igual a quatro, de forma que a ionosfera pode ser classificada como ativa (MATSUOKA, 2007).

Como foi dito na seção 4.4.1, o valor da precisão da pseudo-observável pode assumir valores extremos (zero ou infinito), ou pode-se adotar um valor intermediário, o que requer algum conhecimento por parte do usuário. Dessa forma, a estratégia adotada foi a de realizar processamentos época por época no GPSeq adotando diversos valores para a precisão da pseudo-observação.

Para cada valor de precisão adotado para a pseudo-observação, realizou-se processamento época por época considerando 1000 épocas de dados com intervalo de coleta de 15 segundos, o que corresponde a aproximadamente quatro horas de dados. Para cada época processada no GPSeq, cuja solução foi com ambigüidade fixa (seção 4.5), calculou-se a precisão resultante, ou seja, a resultante das precisões nas componentes X, Y e Z. Ao final do processamento, obteve-se uma média da precisão resultante considerando as 1000 épocas.

A Figura 35 mostra a precisão das coordenadas em função da precisão adotada para a pseudo-observável dos resíduos ionosféricos das DDs. A precisão da pseudo-observável variou num intervalo de 0,0005 m até 100 m, considerando que a precisão é adotada em função do comprimento da linha de base, ou seja, o valor de 0,0005 m é

multiplicado pelo comprimento da linha de base em unidades de quilômetros, correspondendo a uma incerteza de 0,0005 m por km.

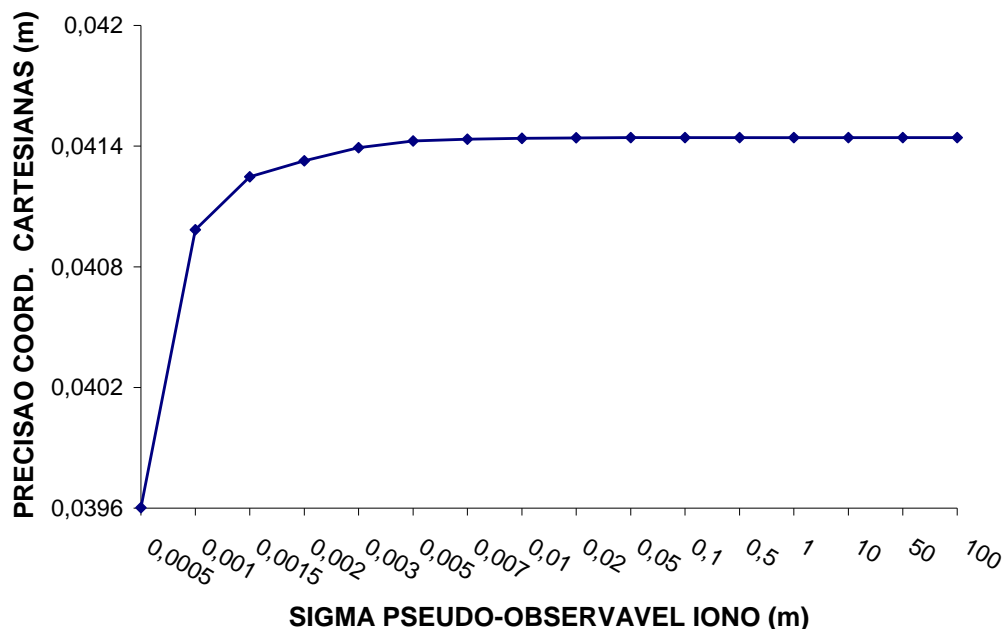


Figura 35 – Precisão resultante das coordenadas em função da precisão da pseudo-observável ionosférica

Na Figura 35 verifica-se que o valor da precisão das coordenadas sofre poucas variações a partir do valor de 0,007 m adotado para a pseudo-observável. A escolha do valor de 0,0005 m por km para a pseudo-observável, gerou um valor médio de 0,0396 m para a precisão das coordenadas da estação ASSIS. Porém, é necessário lembrar que a escolha de um valor muito baixo para a precisão da pseudo-observável implica dizer que se conhecem praticamente todas as informações estocásticas a respeito dessa observável. Por outro lado, a escolha de um valor muito alto para a precisão da pseudo-observável implica dizer que não se conhece praticamente nenhuma informação estocástica dessa observável.

A estratégia de adotar um valor muito baixo para a pseudo-observável é ideal para os casos em que se realiza o processamento de linhas de base curtas, no qual praticamente todos os efeitos da ionosfera são eliminados no processo de diferenciação das observações GPS (seção 4). No outro caso, em que se adota um valor muito alto para a precisão da pseudo-observável, pode-se pensar no processamento de linhas de base longas, onde os resultados esperados são iguais aos do processamento considerando a combinação *ion-free* com solução das ambigüidades *float* (KIM; LANGLEY, 2007).

Com relação às ambigüidades das DDs, foi escolhido aleatoriamente o satélite PRN 05, cujo satélite base foi o PRN 29. Nesse caso, foram processadas 864 épocas

de 15 segundos, tempo em que o satélite PRN 05 esteve visível no período da coleta dos dados. Para cada época foi obtida a precisão da ambigüidade na portadora L1 e, ao final do processamento foi calculada uma média das precisões das ambigüidades. Vale ressaltar que para cada época processada obteve-se a solução inteira das ambigüidades. A Figura 36 mostra a precisão da ambigüidade da DD em função da precisão da pseudo-observável ionosférica, considerando que os valores das ambigüidades estão em unidades de metros:

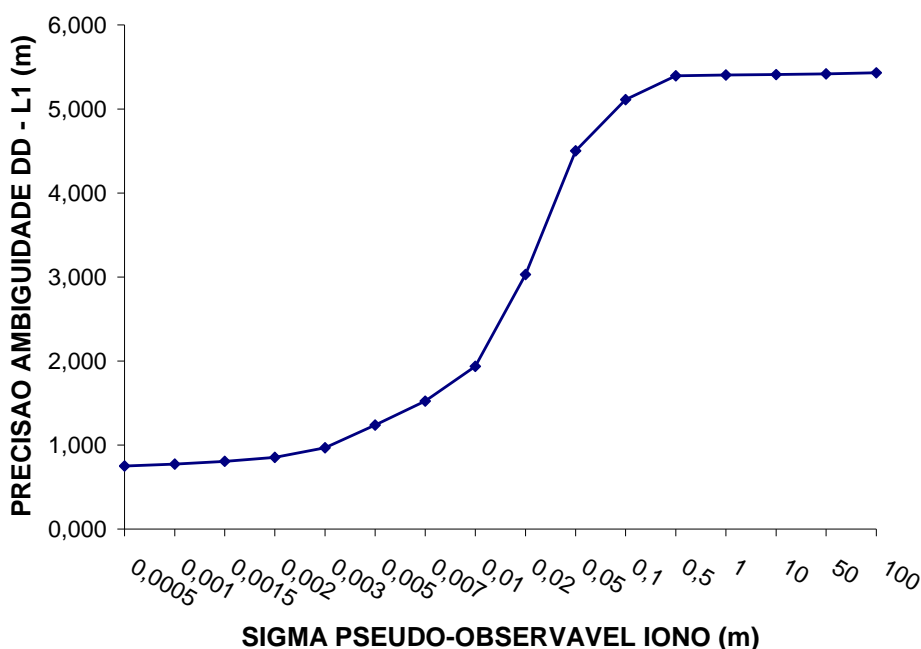


Figura 36 – Precisão das ambigüidades (PRN 05) em função da precisão da pseudo-observável ionosférica

Considerando o intervalo de 0,0005 até 0,003 m para a precisão da pseudo-observável, a precisão da ambigüidade na L1 (Figura 36) apresentou valores que variaram de aproximadamente 0,75 m até 0,96 m. A partir do valor de 0,003m da precisão da pseudo-observável, o valor da precisão das ambigüidades sofre mudanças bruscas atingindo o valor de aproximadamente 5,30 metros e ficando praticamente estável nesse valor a partir da precisão de 0,50 m para a pseudo-observável.

Com base nos resultados apresentados na Figura 35 e na Figura 36 é possível definir um intervalo geral para a adoção do valor da pseudo-observável da ionosfera ($0 < \sigma_i < 0,007$ m). Porém, o usuário GNSS precisa levar em consideração o valor do comprimento da linha de base, as condições da ionosfera no período da coleta de dados e o fato de que esse valor é adotado empiricamente, requerendo testes adicionais para ajustar a um valor adequado.

7.2.2 Processamento época por época no GPSeq

Após a análise da precisão a ser adotada para a pseudo-observável dos resíduos ionosféricos das DDs (seção 7.1.1), foram realizados dois tipos de processamentos com o GPSeq para cada linha de base: um considerando somente a correção da troposfera pelo modelo de Hopfield, denominado “processamento padrão”, e o outro considerando essa correção, além da estimativa dos resíduos ionosféricos da DD (seção 4.4.1), denominado “processamento íono”.

As precisões adotadas para as observáveis no momento do processamento com o GPSeq foram de 0,600 m e 0,003 m, respectivamente, para o código e para a fase na frequência L1. No caso da frequência L2, as precisões adotadas foram de 0,800 m e 0,004 m, respectivamente para o código e para a fase. Com relação à precisão das pseudo-observações, foram testados alguns valores com o objetivo de ajustar o valor do desvio-padrão. Após alguns experimentos, adotou-se o valor de 0,003 m por quilômetro. A máscara de elevação adotada foi de dez graus.

Os valores das coordenadas advindas do processamento com o GPSeq foram comparadas com as coordenadas advindas do processamento utilizando a combinação *ion-free* a partir do *software* TGO (*Trimble Geomatics Office*) da Trimble. O processamento dos dados GPS com o TGO foi realizado com o objetivo de obter as coordenadas das estações, as quais foram adotadas como valores de referência. É necessário ressaltar que a escolha do TGO, nessa fase de análises, foi devida a ocorrência de problemas com a instalação do *software* Bernese.

A Figura 37 e a Figura 38 apresentam as discrepâncias em altitude (DH) para o processamento da menor e da maior linha de base, ou seja, UEPP-REGENTE e UEPP-ASSIS, respectivamente. No caso, tentou-se a solução da ambigüidade em todas as épocas, ou seja, o valor crítico para o teste *ratio* (seção 4.7) foi adotado com valor unitário.

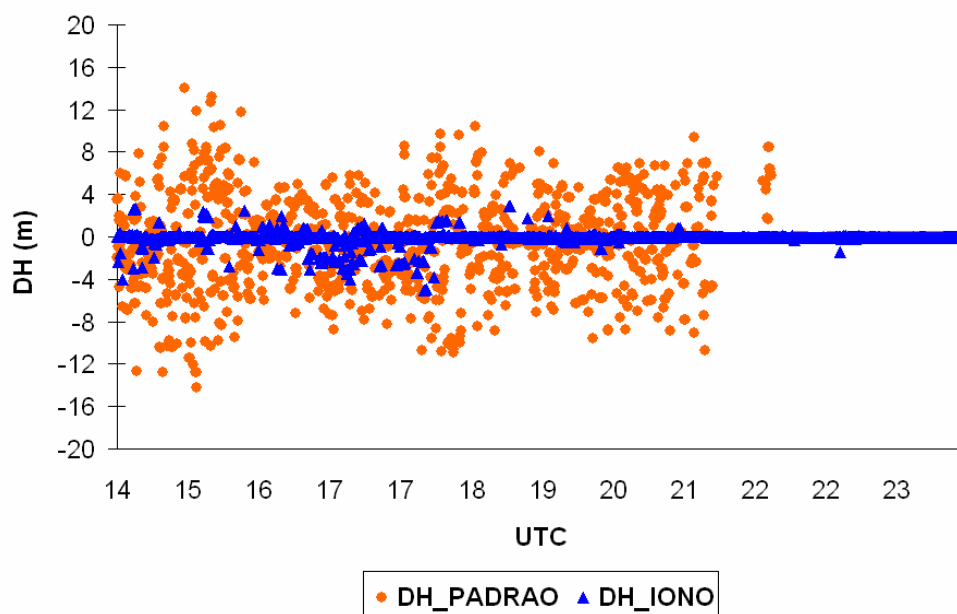


Figura 37 – Erro na componente altimétrica para a linha UEPP-REGENTE (época por época ~ 18 km)

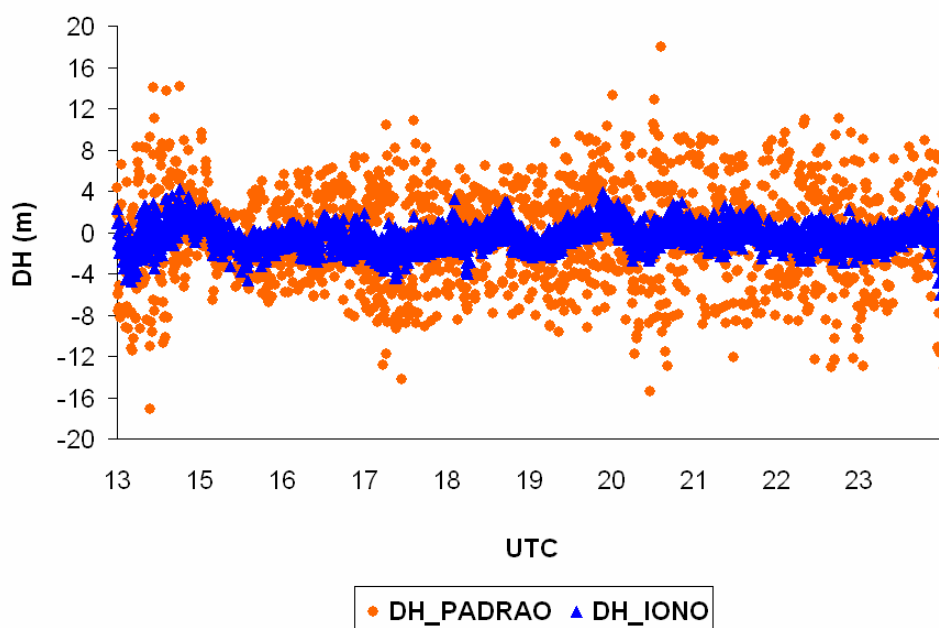


Figura 38 – Erro na componente altimétrica para a linha UEPP-ASSIS (época por época ~ 115 km)

A partir da Figura 37 e da Figura 38, verifica-se que os erros em altitude para o caso padrão alcançaram valores acima de dez metros. Porém, quando se aplica a estimativa dos resíduos ionosféricos das DDs, os valores melhoram consideravelmente.

No caso da linha de base UEPP-REGENTE, cujo comprimento é de aproximadamente 18 km, verifica-se que no período noturno (a partir das 21 horas) o erro na componente altimétrica apresentou os mesmos resultados (na ordem de 10 cm) para o caso padrão e para o caso com aplicação da estimativa ionosférica. Uma explicação para tal fato, é

que nesse período, onde a atividade ionosférica foi menos intensa que no decorrer do dia, o processo de diferenciação das observáveis GPS praticamente eliminou os efeitos da ionosfera. Para o caso da linha de base UEPP-ASSIS, o mesmo efeito não foi observado. Porém, é necessário levar em consideração o comprimento dessa linha que é de aproximadamente 115 km.

Os resíduos ionosféricos das DDs para alguns satélites, os quais foram estimados no processamento da linha de base UEPP-ASSIS, são apresentados na Figura 39. Os valores estão em unidades de metros e se referem à portadora L1, considerando que a obtenção dos valores na portadora L2, requer o uso do escalar β como definido na Equação 88. A Figura 40 apresenta o histograma dos resíduos ionosféricos para os satélites escolhidos, o qual foi gerado a partir do *software* MiniTab (MINITAB, 2005).

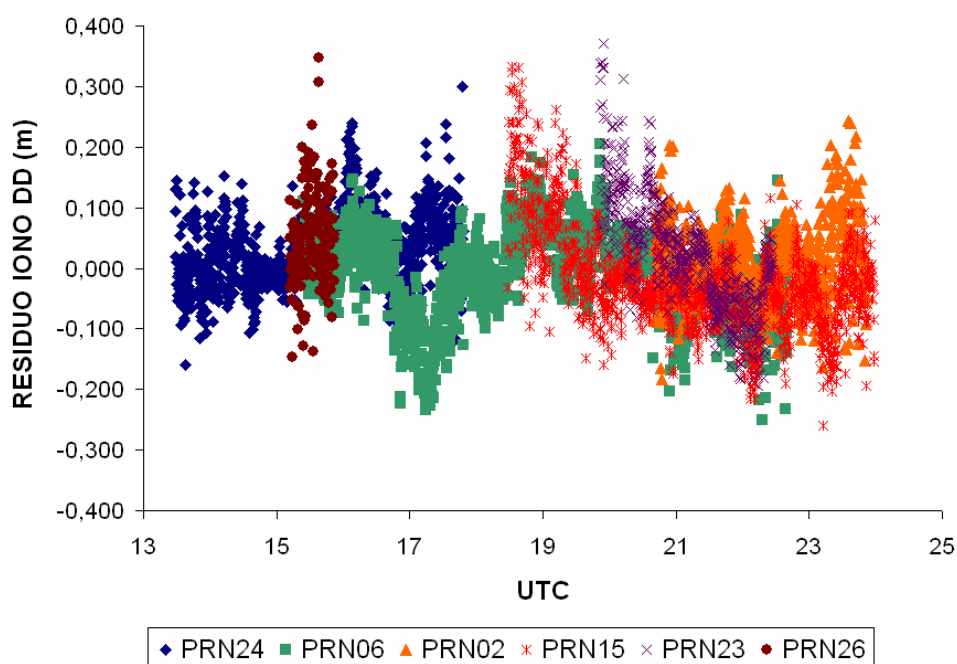


Figura 39 – Resíduos ionosféricos das DDs (L1) estimados para a linha UEPP-ASSIS (época por época)

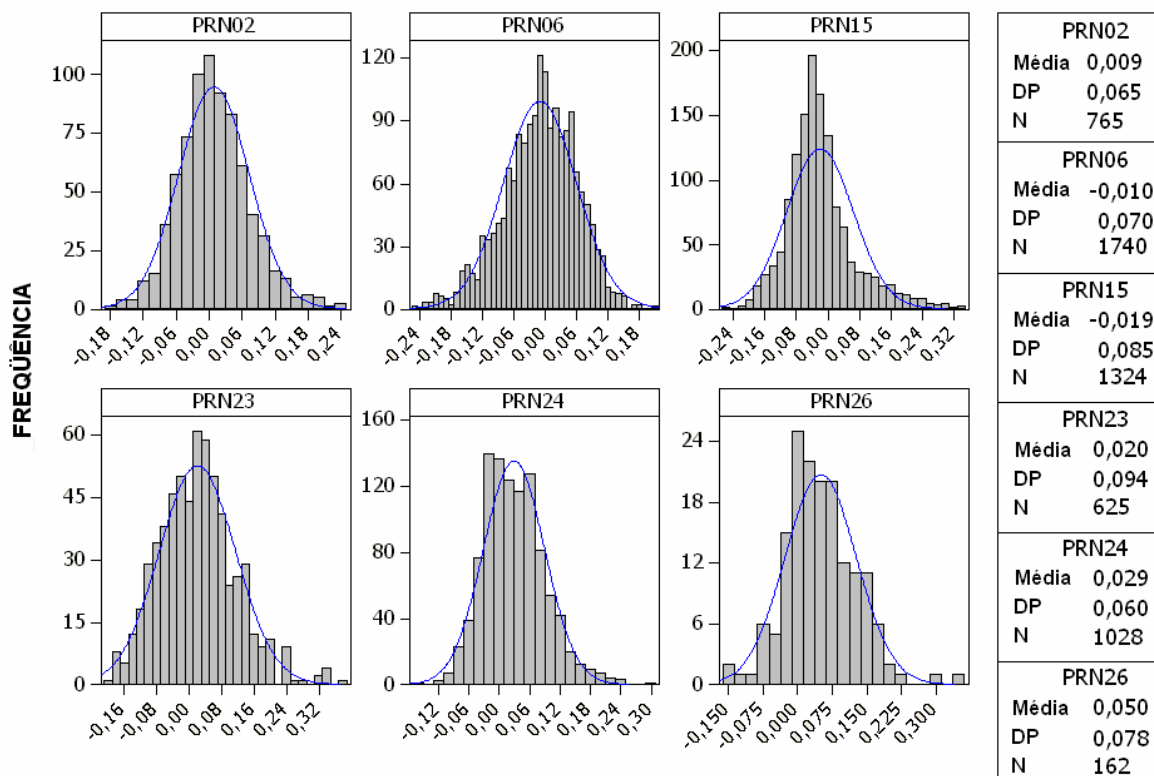


Figura 40 – Histograma dos resíduos ionosféricos estimados para a linha UEPP-ASSIS (época por época)

Os resíduos relacionados com a estimativa dos efeitos da ionosfera nas DDs, no geral, ficaram num intervalo de mais ou menos 0,300 m, com média variando de 0,009 a 0,050 m e desvio-padrão variando de 0,060 m a 0,094 m. Visualmente, verifica-se que os valores se aproximam da curva de distribuição normal como pode ser visto nos histogramas da Figura 40.

A Tabela 3 apresenta o EMQ para as discrepâncias em altitude de todas as linhas de base processadas época por época no GPSeq, considerando o caso padrão e o caso com a estimativa dos resíduos ionosféricos da DD. Nessa tabela, também são mostradas as melhorias percentuais em altitude do processamento com a estimativa do resíduo ionosférico em relação ao caso padrão.

Tabela 3 – EMQ em metros e melhoria em % das discrepâncias em altitude (época por época)

| EST. / DIST. (km) | EMQ DH PADRÃO | EMQ DH IONO | MELHORIA (%) |
|------------------------------|--------------------------|------------------------|-------------------------|
| Regente/18 | 3,252 | 0,606 | 81,359 |
| Venceslau/52 | 4,537 | 1,071 | 76,401 |
| Fazenda/103 | 4,187 | 1,057 | 74,757 |
| Assis/115 | 4,322 | 1,301 | 69,983 |

Na Tabela 3 verifica-se que a linha que apresentou a máxima melhoria em altitude foi a UEPP-REGENTE com 81,359% e, à medida que o comprimento da linha aumenta o nível de melhoria diminui e, o mesmo ocorre para as coordenadas cartesianas, o que pode ser visto na Tabela 4:

Tabela 4 – EMQ em metros e melhoria em % das discrepâncias em coordenadas cartesianas (época por época)

| EST. / DIST. (km) | EMQ 3D PADRÃO | EMQ 3D IONO | MELHORIA (%) |
|------------------------------|--------------------------|------------------------|-------------------------|
| Regente/18 | 3,630 | 0,669 | 81,579 |
| Venceslau/52 | 5,084 | 1,078 | 78,800 |
| Fazenda/103 | 4,807 | 1,290 | 73,166 |
| Assis/115 | 4,822 | 1,384 | 71,308 |

Novamente, a linha de base que apresentou a máxima melhoria foi a UEPP-REGENTE com 81,579%. No geral, o EMQ, considerando a correção da ionosfera, ficou num intervalo de 0,600 a 1,400 m. Para as discrepâncias em altitude (Tabela 3) e em coordenadas cartesianas (Tabela 4).

Apesar das melhorias quando se aplica a estimativas dos resíduos ionosféricos das DDs no processamento época por época, variando num intervalo de 69% a 82%, os valores de EMQ foram da ordem métrica. Levando em consideração que os erros esperados para o processamento utilizando a fase são da ordem de centímetros, os resultados indicam que as ambigüidades, no geral, não foram solucionadas corretamente, principalmente para o caso padrão. Dessa forma, é necessário levar em consideração, que se trata de linhas de base médias e longas, cujos efeitos da ionosfera são muito intensos. Além disso, a solução é obtida época por época, na qual a MVC dos valores ajustados em cada época é altamente correlacionada (seção 4.6), o que dificulta a solução do vetor das ambigüidades como valores inteiros pelo método LAMBDA.

7.2.3 Processamento no GPSeq utilizando o Filtro de Kalman

Considerando que os resultados apresentados na seção anterior no processamento época por época com o *software* GPSeq, atingiram erros da ordem do metro, a estimativa dos resíduos ionosféricos da DD foi implementada na versão do GPSeq que utiliza o filtro de Kalman.

Nessa versão, o *software* permite a realização do processamento de uma linha de base estática, o que é possível fazendo a matriz de transição ser igual a uma matriz identidade. Trata-se, portanto, do ajustamento recursivo. Porém, a estimativa dos resíduos ionosféricos foi implementada considerando o caso do filtro de Kalman discreto. Nesse caso, eles também são tratados como pseudo-observações, as quais recebem informações a priori a respeito de sua precisão. Além disso, a MVC dos resíduos preditos é adaptada pelos modelos de correlação dos processos aleatórios descritos na seção 3.

7.2.3.1 Linha de base-zero com estimativa dos resíduos ionosféricos da DD

O processamento de uma linha de base zero foi realizado para verificar os resultados do *software* GPSeq com a estimativa dos resíduos ionosféricos da DD. Nesse caso, dois receptores HIPER, da TOPCON, coletaram dados de uma mesma antena, a qual foi instalada sobre o laboratório LGE (Laboratório de Geodésia Espacial) da FCT/UNESP. Dessa forma, quando se realiza o posicionamento relativo, os erros são iguais para as duas estações, pois, trata-se da mesma antena. Então, espera-se que a estimativa dos resíduos ionosféricos das DDs, sejam nulos.

O processamento envolveu 400 épocas de 15 de segundos, o que corresponde a aproximadamente uma hora e quarenta minutos, tendo início às 13 horas e 27 minutos. O processamento foi realizado com máscara de elevação de 10 graus, precisões de 0,003 e 0,600 m para o código e fase na L1, respectivamente. No caso da L2, as precisões foram, respectivamente, de 0,004 e 0,800 m para o código e para a fase. Para os resíduos ionosféricos, adotou-se o valor da precisão de 0,003 m por km e utilizou-se o processo aleatório *random walk*. A Figura 41 mostra os erros num SGL, bem como o ERRO 2D e o ERRO 3D em cada época envolvida no processamento.

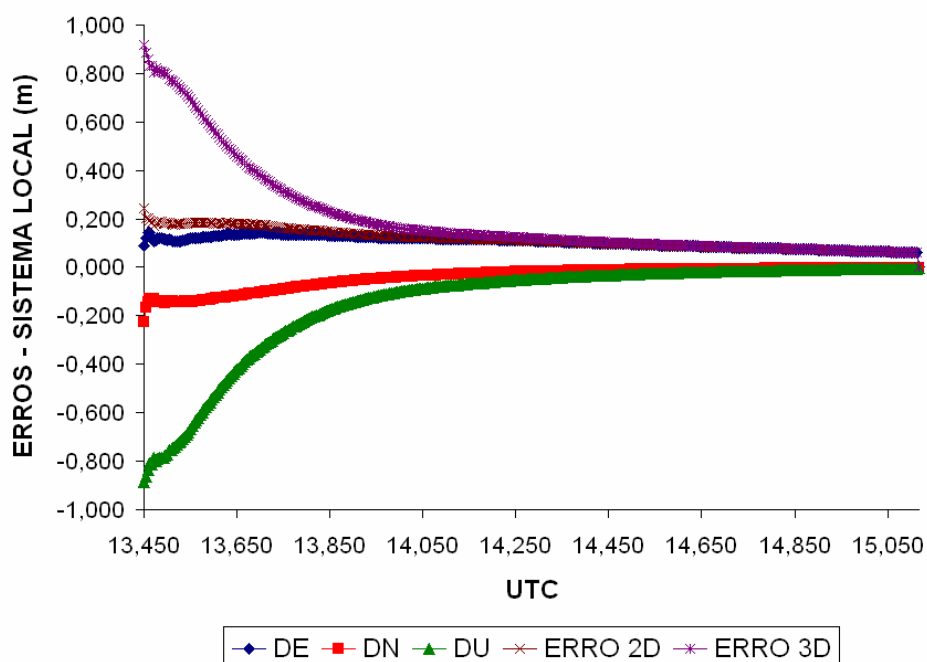


Figura 41 – Erros no sistema local da linha de base zero (processo *random walk*)

Ao final do processamento de 400 épocas envolvendo os dados da linha de base zero, os erros obtidos foram de 0,002, -0,001 e -0,001 m para as componentes DE, DN e DU, respectivamente.

A Tabela 5 mostra os erros em coordenadas cartesianas, bem como as precisões das coordenadas no processamento da linha de base zero ao final do processamento.

Tabela 5 – Resultados do processamento da linha de base zero

| | DX (m) | σ_X (m) | DY (m) | σ_Y (m) | DZ (m) | σ_Z (m) | ERRO 3D (m) |
|---------------------------|---------------|----------------------------------|---------------|----------------------------------|---------------|----------------------------------|--------------------|
| LINHA DE BASE ZERO | 0,000 | 0,002 | -0,002 | 0,002 | 0,001 | 0,002 | 0,002 |

Na Tabela 5 verifica-se que o processamento da linha de base zero apresentou ao final do processamento um ERRO 3D de 0,002 m. Verifica-se na Figura 41 que após a solução das ambigüidades (última época), os erros que eram da ordem de centímetros, reduziram para milímetros, em razão de se solucionar as ambigüidades corretamente. Nesse caso, o valor do *ratio* foi 44,58 e o GOM teve valor de 0,06.

A Figura 42 mostra os resíduos ionosféricos da DD estimados para alguns satélites envolvidos no processamento da linha de base zero:

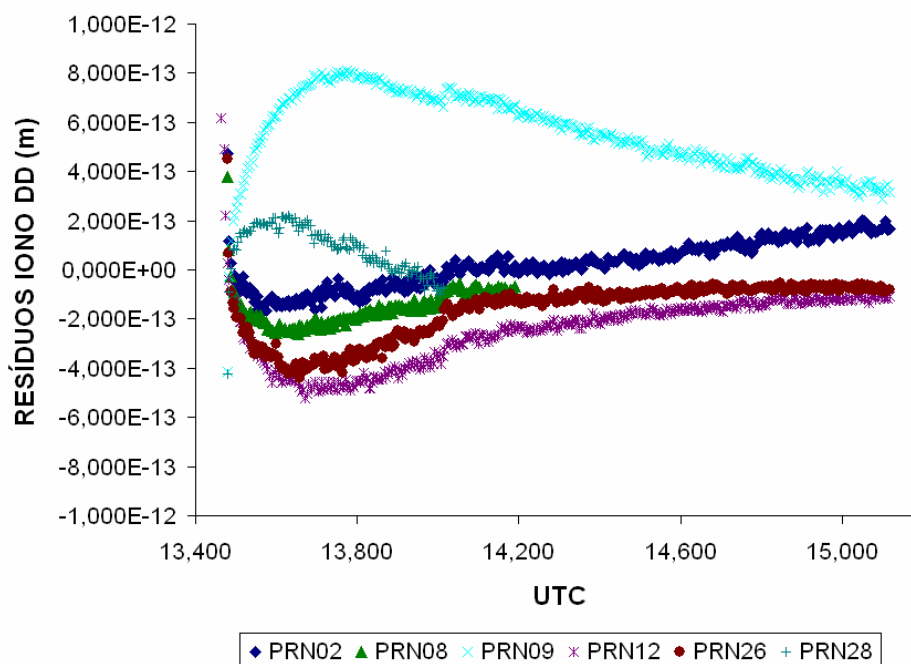


Figura 42 – Resíduos ionosféricos da linha de base zero (processo *random walk*)

No caso da linha de base zero, espera-se que os resíduos ionosféricos sejam nulos. No caso desse processamento, os valores atingiram, no máximo, a ordem de 1.10^{-12} m. Comparando com os resultados finais advindos dos processamentos que apresentaram erros da ordem de poucos milímetros, pode-se dizer que esses resíduos são praticamente nulos.

O processamento desta linha de base também serviu para ratificar a validação do programa computacional sendo desenvolvido e a aplicabilidade do método sendo proposto.

7.2.3.2 Quantidade de épocas para o posicionamento estático rápido

Considerando o caso do ajustamento recursivo da linha de base com a estimativa dos resíduos ionosféricos, foi realizado o processamento da linha de base UEPP-ASSIS, com o objetivo de verificar a quantidade de épocas necessárias para a precisão das coordenadas estimadas no ajustamento se estabilizarem.

O valor adotado para a precisão da pseudo-observação foi de 0,02 m por km, após alguns experimentos, e para a MVC do estado predito foi atribuído um valor de variância alto (1.10^6), ou seja, um peso pequeno, na primeira iteração de cada época do processamento. Não foram levadas as informações estimadas desses parâmetros de uma época para a outra, o

que faz com que os parâmetros ionosféricos sejam estimados em cada época. Dessa forma, fica caracterizado um processamento utilizando o processo aleatório *white noise* (seção 3.2.3). A Figura 43 apresenta a precisão nas componentes X, Y e Z da linha UEPP-ASSIS e a Figura 44 mostra os erros num SGL, considerando que foram adotadas como coordenadas de referência, aquelas estimadas com o *software* TGO (seção 7.2.2).

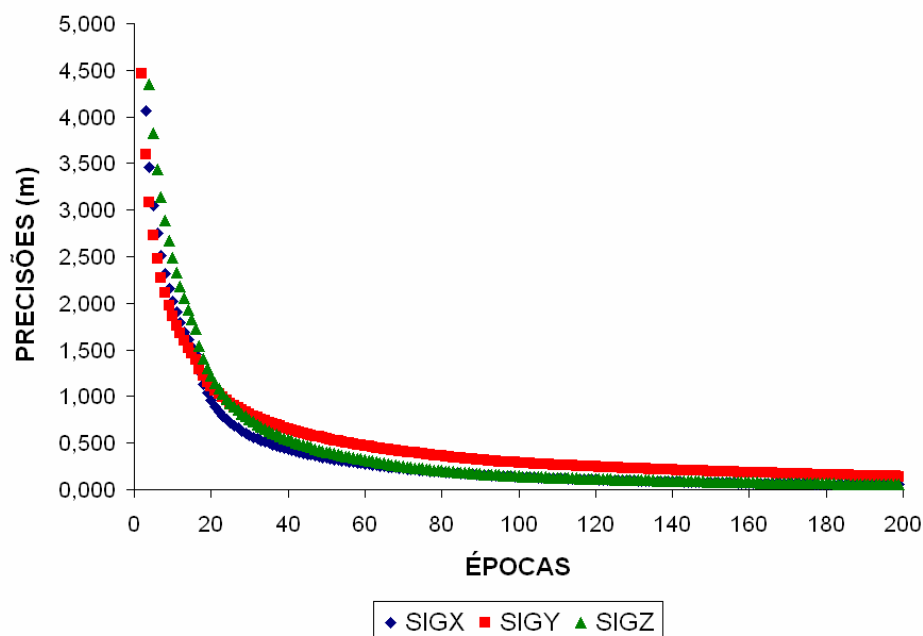


Figura 43 – Precisão nas coordenadas UEPP-ASSIS (processo *white noise*)

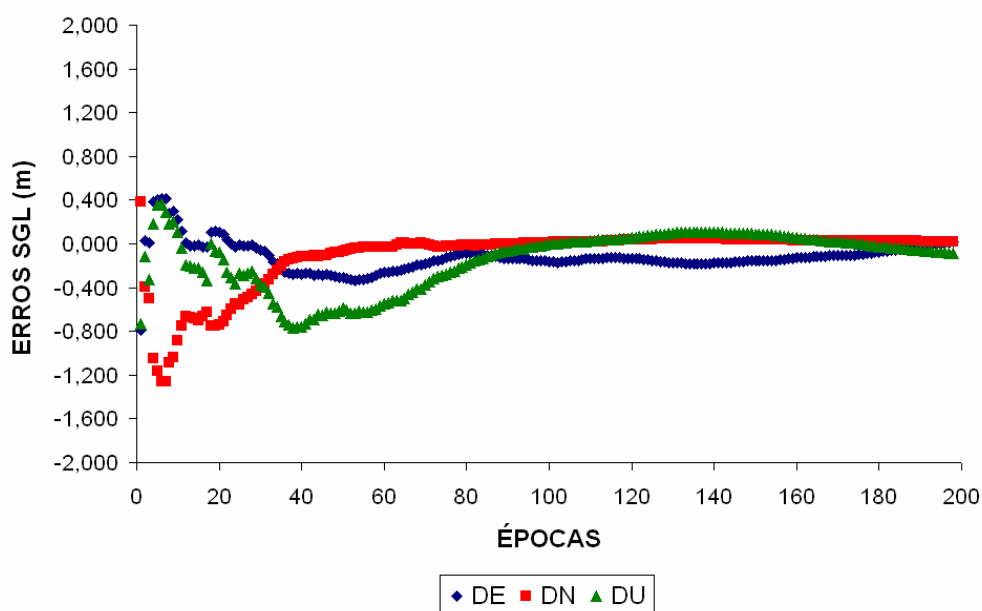


Figura 44 – Erros no SGL UEPP-ASSIS (processo *white noise*)

A partir da Figura 43 verifica-se que a precisão advinda do processamento se estabiliza em valores da ordem de poucos centímetros próximo da época 100 e, o mesmo ocorre para os erros no sistema local como pode ser visto na Figura 44. Ao final do processamento os valores foram de -0,025, 0,022 e -0,092 m para as componentes DE, DN e DU, respectivamente.

A linha de base UEPP-ASSIS, também foi processada utilizando o processo *random walk*, cujas informações estocásticas adotadas foram as mesmas que para o caso da utilização do processo *white noise*. Nesse caso, o objetivo é verificar se ocorrem diferenças significativas nos dois processamentos. A Figura 45, apresenta os erros no sistema local para o processamento *random walk*:

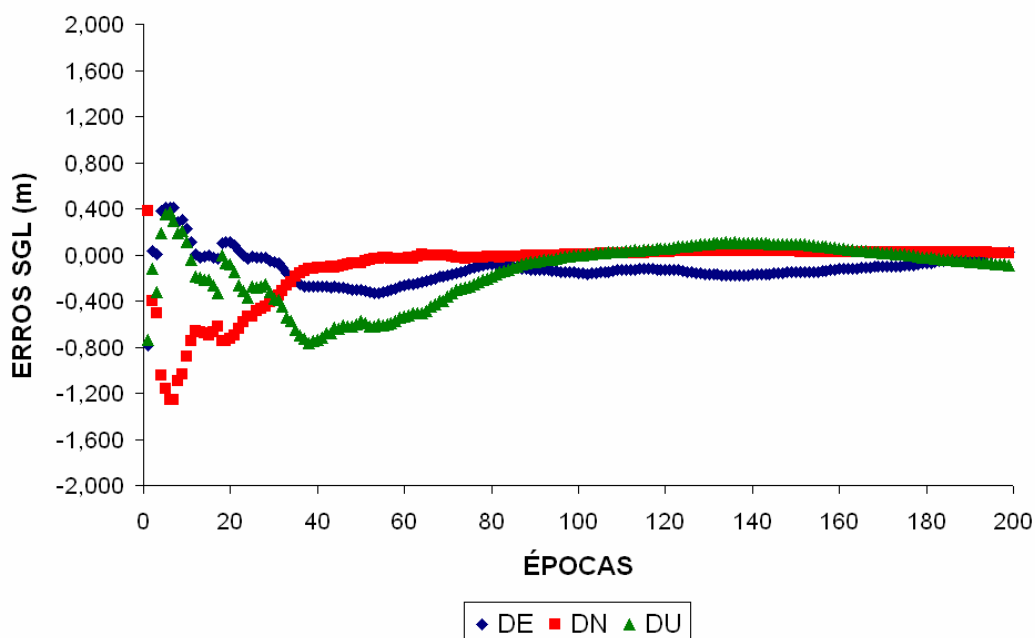


Figura 45 – Erros no SGL UEPP-ASSIS (processo *random walk*)

A partir da Figura 44 e da Figura 45, pode-se verificar que os resultados do processamento da linha de base UEPP-ASSIS, utilizando o processo aleatório *random walk*, foi idêntico aos resultados do processamento utilizando o processo *white noise*.

A Tabela 6 mostra os erros em coordenadas cartesianas, bem como as precisões das coordenadas ao final dos processamentos utilizando os dois processos aleatórios:

Tabela 6 – Erros em cartesianas e precisões UEPP-ASSIS ao final do processamento

| LINHA | DX (m) | σ_x (m) | DY (m) | σ_y (m) | DZ (m) | σ_z (m) | ERRO 3D (m) |
|-------------------------------------|-------------------|--------------------------------------|-------------------|--------------------------------------|-------------------|--------------------------------------|------------------------|
| UEPP-ASSIS (WHITE NOISE) | 0,030 | 0,052 | -0,075 | 0,141 | -0,056 | 0,054 | 0,098 |
| UEPP-ASSIS (RANDOM WALK) | 0,029 | 0,051 | -0,076 | 0,138 | -0,052 | 0,053 | 0,096 |

Em termos de coordenadas cartesianas o maior erro foi na componente Y com valor de -0,075 e -0,076 m, para os resultados considerando os processos *white noise* e *random walk*, respectivamente. No geral, as diferenças entre os resultados utilizando esses dois processos apresentaram diferenças da ordem de um a dois milímetros, sendo que o ERRO 3D foi de 0,098 e 0,096 m, para os resultados considerando os processos *white noise* e *random walk*, respectivamente. O valor do *ratio* ao final dos processamentos foi de 1,02 e o GOM teve valor de 0,08.

Considerando que essa é uma linha de base longa, com comprimento de aproximadamente 115 km, e que os dados estão inseridos em um período de ionosfera ativa, adotou-se para as outras linhas de base esse mesmo número de épocas. Dessa forma, foram realizados processamentos envolvendo janelas com aproximadamente 100 épocas a uma taxa de coleta de 15 segundos, o que corresponde a um tempo de coleta de aproximadamente 25 minutos. Portanto, pode-se dizer que se trata de um ajustamento estático rápido com a estimativa estocástica dos resíduos ionosféricos das DDs.

7.2.3.3 Análise dos resíduos ionosféricos da DD

A estimativa dos resíduos ionosféricos da DD implica na adição de um parâmetro incógnito para cada DD em cada época. Dessa forma, foi realizado o processamento de uma linha de base para verificar o comportamento dos valores estimados dos resíduos ionosféricos da DD.

O processamento foi realizado para o dia 01 de setembro de 2007 e envolveu as estações PPTE e ROSA, as quais fazem parte da rede do oeste do estado de São Paulo e possui aproximadamente 165 km de distância (MONICO et al., 2006). Nestas estações estão instalados os receptores Trimble NetRS. Neste caso, a estação PPTE teve suas coordenadas injuncionadas como fixas, de forma que as coordenadas da estação ROSA foram estimadas.

A precisão adotada para as observáveis foi de 0,003, 0,600, 0,004 e 0,800 m para a fase na L1, código C/A, fase na L2 e código P2, respectivamente. Para a precisão da pseudo-observação ionosférica, adotou-se o valor de 0,00015 m por km, levando em consideração que se trata de um período de baixa atividade ionosférica (MATSUOKA, 2007).

Foram processadas 700 épocas de dados e ao final do processamento, os valores das coordenadas da estação ROSA foram comparados com os valores de suas coordenadas oficiais, o que se denominou de ERRO do processamento. A Figura 46 mostra os erros num SGL, bem como as precisões em cada época envolvida no processamento. Já a Tabela 7 mostra os erros ao final do processamento.

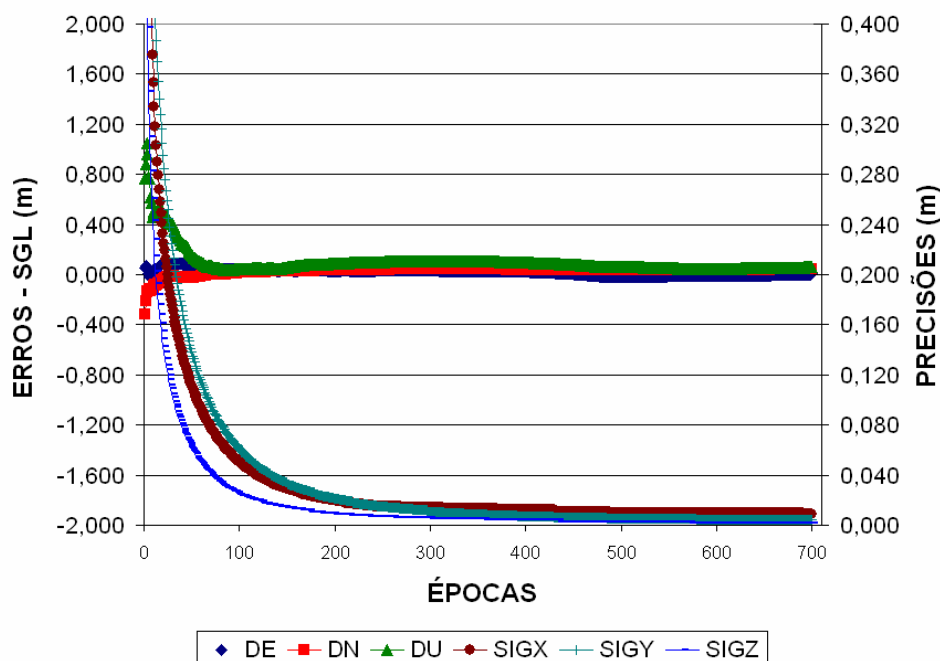


Figura 46 – Erros no SGL e precisão das coordenadas cartesianas PPTE-ROSA

Tabela 7 – Erros do processamento da linha de base PPTE-ROSA (700 épocas)

| LINHA | DE (m) | DN (m) | DU (m) | ERRO 2D (m) | ERRO 3D (m) |
|-----------|-----------|-----------|-----------|----------------|----------------|
| PPTE-ROSA | 0,005 | 0,040 | 0,061 | 0,040 | 0,073 |

Na Tabela 7 verifica-se que os erros foram de 0,005, 0,04 e 0,061 m para as componentes DE, DN e DU, respectivamente. No caso, o ERRO 2D foi de 0,04 m e o ERRO 3D foi de 0,073 m. O valor do *ratio* foi de 1,030 com solução da ambigüidade fixa e o valor do GOM foi de 0,130.

A Figura 47 mostra a estimativa dos resíduos ionosféricos da DD para alguns satélites envolvidos no processamento. Os valores estão em unidade de metros e se referem aos resíduos na portadora L1:

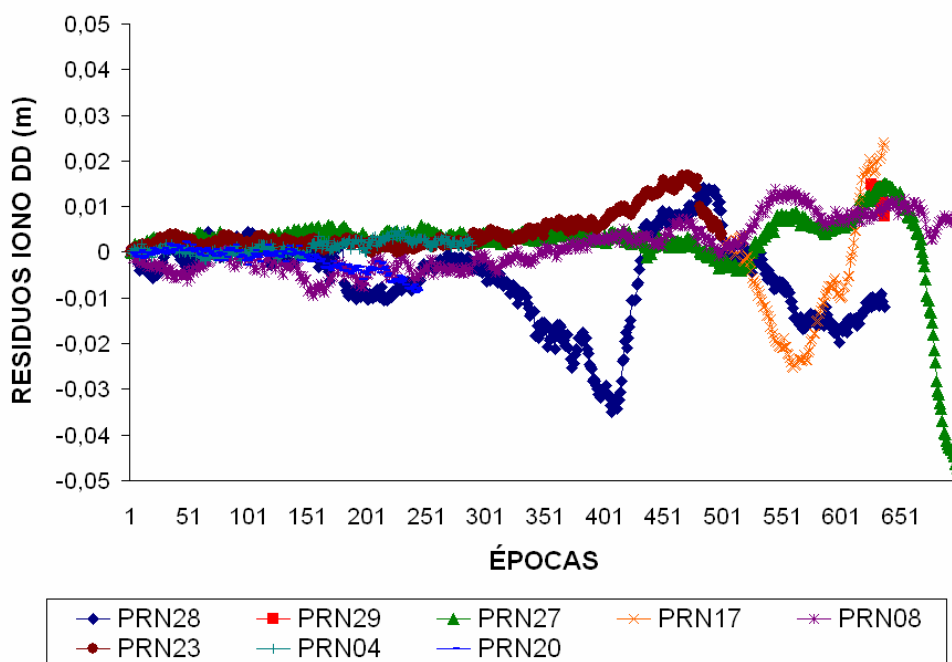


Figura 47 – Resíduos ionosféricos da DD (L1) da linha PPTÉ-ROSA

Na Figura 47, pode-se notar que nas primeiras épocas do processamento, o comportamento dos resíduos ionosféricos da DD praticamente se mantém sem muitas variações e apresentam praticamente o mesmo comportamento. Porém, a partir da época 300 não se pode fazer tal afirmação. Mesmo assim, não se nota muitas variações bruscas nos valores ao longo da série temporal de cada DD. Isso abre perspectivas de se investigar a estimação desses resíduos por intervalos de tempo, ao invés da estimativa por época; ou até mesmo utilizar algum polinômio interpolador durante certos intervalos de tempo. Porém, esse assunto requer investigações adicionais e não será abordado nesse trabalho.

7.2.3.4 Posicionamento estático rápido com estimativa dos resíduos ionosféricos da DD

Levando em consideração a análise da quantidade de épocas para o posicionamento estático rápido apresentado na seção 7.2.3.2, foi realizado o processamento com janelas de 100 épocas para a linha de base PPTE-ROSA para o dia 01 de setembro de 2007 por um período de 24 horas (0h às 23h45min).

A linha de base PPTE-ROSA tem comprimento de aproximadamente 165 km e pode-se dizer que é uma linha de base longa, porém, os dados do ano de 2007 estão inseridos num período que representa baixa atividade ionosférica, considerando que o índice K_p para o dia 01 de setembro de 2007 não ultrapassou o valor de 3 (MATSUOKA, 2007). De qualquer forma, pode-se pensar em adotar um valor muito alto (denominado de sigma “infinito”) para a incerteza da pseudo-observação, o que implica em dizer que não se conhece nada sobre esse parâmetro. Sendo assim, a Figura 48 apresenta os erros no SGL do processamento da linha UEPP-ROSA com valor de 1.10^6 m/km adotado para a pseudo-observação ionosférica (solução “iono *float*”) (ver seção 4.4.1). É necessário considerar que cada ponto plotado para DE, DN e DU, na Figura 48, corresponde a uma janela com 100 épocas de dados processados.

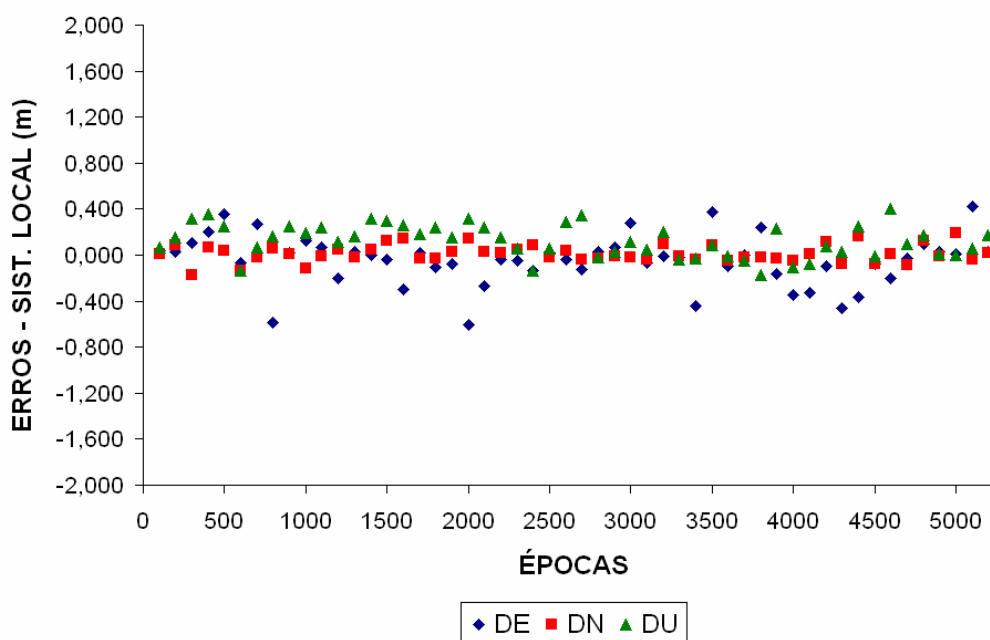


Figura 48 – Erros no SGL da linha PPTE-ROSA com $\sigma_{\text{iono}} = 10^6$ m/km (∞)

Os valores dos erros nas componentes DE, DN e DU (Figura 48), no geral, ficaram compreendidos num intervalo de mais ou menos 0,400 m.

A linha PPTE-ROSA também foi processada com o valor de 0,003 m/km adotado para a pseudo-observação ionosférica, o que se denominou de solução “iono com peso”. Nesse caso, a Figura 49 apresenta os erros no SGL e da mesma forma que na Figura 48, cada ponto plotado para DE, DN e DU, corresponde a uma janela com 100 épocas de dados processados.

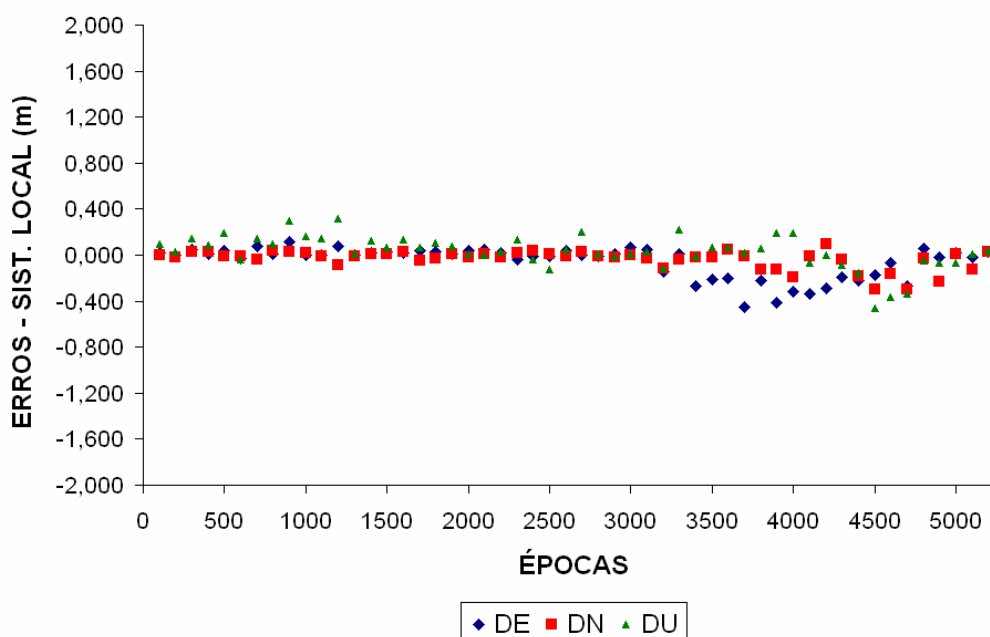


Figura 49 – Erros no SGL da linha PPTE-ROSA com $\sigma_{\text{iono}} = 0,003$ m/km

A partir da Figura 49, nota-se que os valores dos erros nas componentes DE, DN e DU também ficaram, no geral, num intervalo de mais ou menos 0,400 m, porém, os valores ficaram menos dispersos quando comparados com os resultados apresentados na Figura 48. Além disso, os maiores erros se concentraram próximo da época 4000, a qual corresponde aproximadamente às 16 horas UTC do dia. A Figura 50 mostra os valores do teste da razão (*ratio*) ao final do processamento de cada janela. No caso da solução “iono com peso”, denominou-se RATIO_PESO e no caso da solução “iono *float*”, denominou-se RATIO_FLOAT.

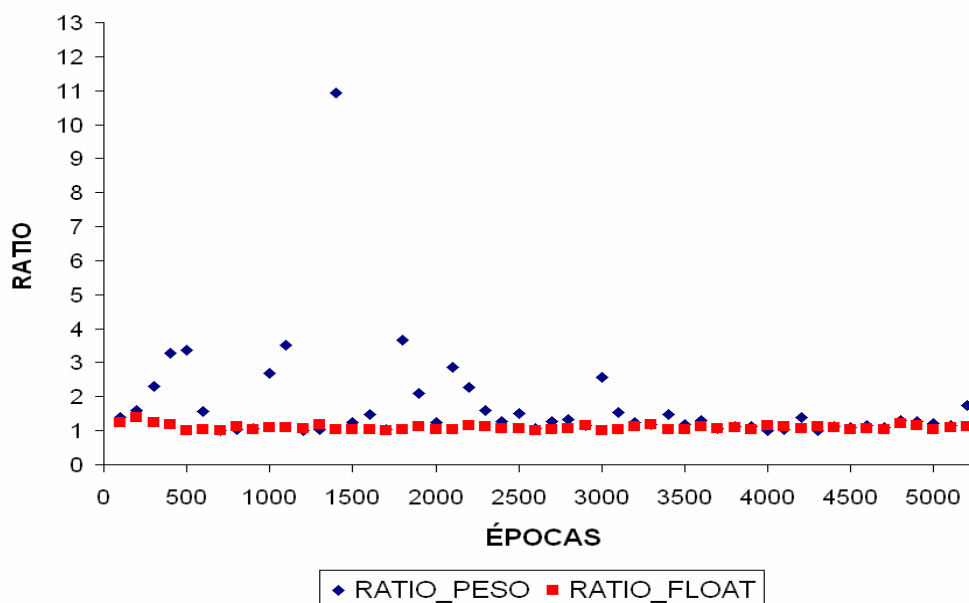


Figura 50 – Teste *Ratio* para os dois processamentos (PTE-ROSA)

Os maiores valores obtidos para o *ratio* foram para a solução “iono com peso”, o que indica que as ambigüidades foram melhores solucionadas nesse caso (ver seção 4.7).

A Figura 51 e a Figura 52 mostram a dispersão dos resíduos ionosféricos das DDs em cada época para todos os satélites, nos casos com solução “iono *float*” e “iono com peso”, respectivamente.

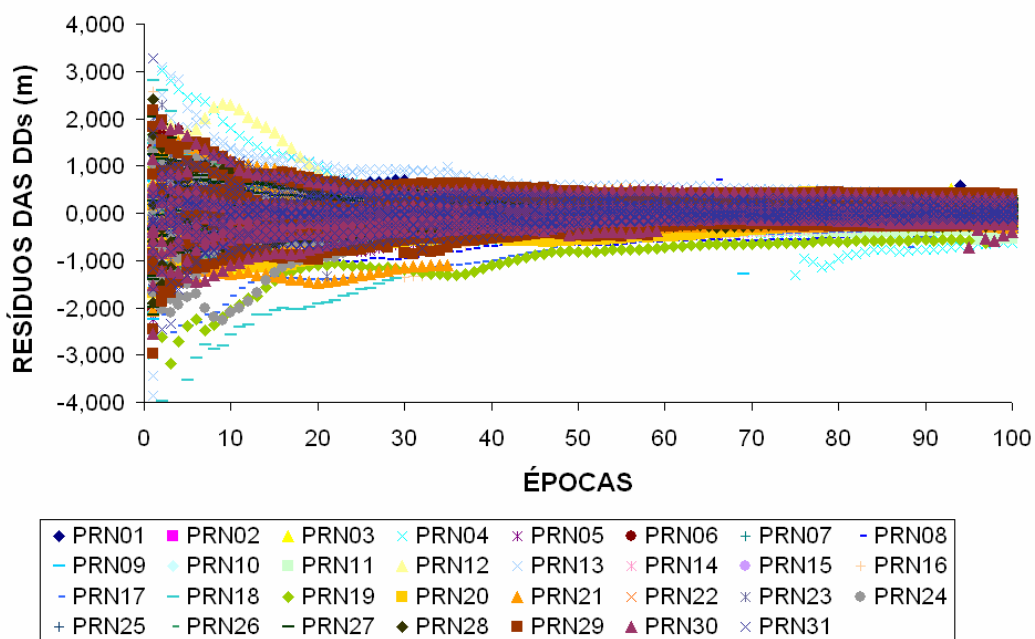


Figura 51 – Dispersão dos resíduos ionosféricos das DDs (solução “iono *float*”)

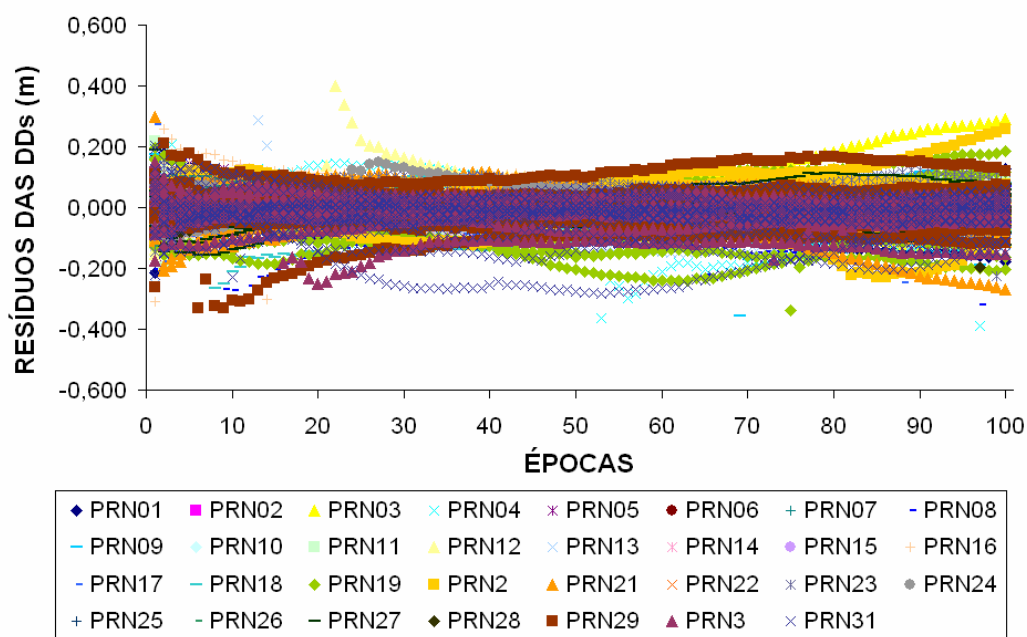


Figura 52 – Dispersão dos resíduos ionosféricos das DDs (“iono com peso”)

A Figura 53 apresenta a dispersão dos resíduos ionosféricos das DDs para o satélite PRN 08, tendo como satélite base o PRN 25, nos casos com solução “iono *float*” e “iono com peso”.

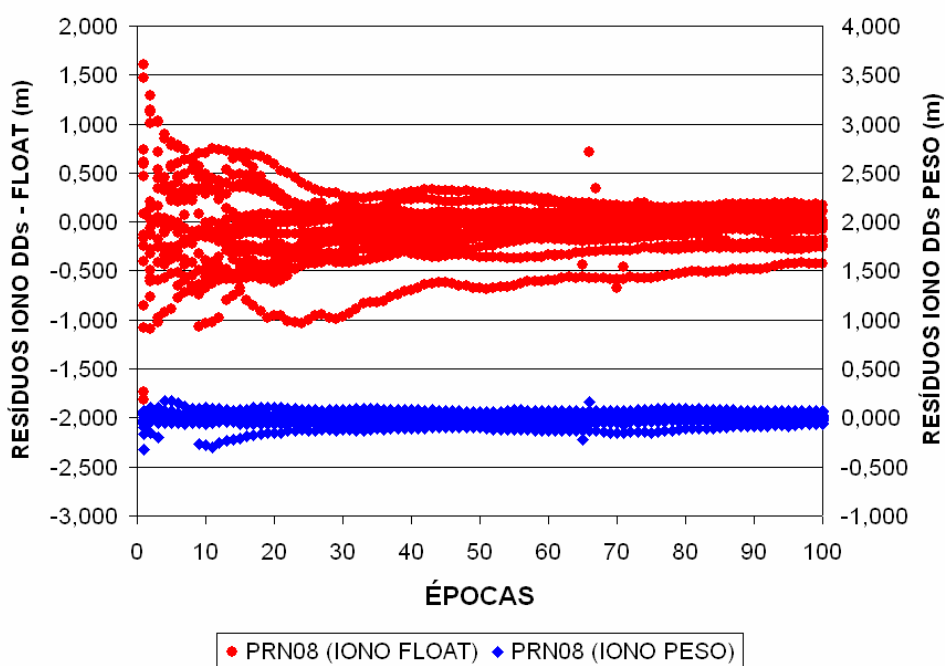


Figura 53 – Dispersão dos resíduos ionosféricos das DDs para o satélite PRN 08

Na solução “*iono float*” (Figura 51), verifica-se que a estimativa dos resíduos das DDs começa com valores em torno de mais ou menos 3 metros e ao final do processamento (100 épocas) os valores ficam próximos de mais ou menos 0,50 metro. Já para o caso da solução “*iono com peso*” (Figura 52), a estimativa dos resíduos ionosféricos das DDs apresenta um comportamento um pouco diferente, sendo que os valores ficaram próximos de vinte centímetros, o que também pode ser confirmado na Figura 53.

Considerando que foi adotado janelas de 100 épocas para cada estimativa, ao final do processamento obtiveram-se diversas coordenadas estimadas. Dessa maneira, foi calculada a estimativa final das coordenadas cartesianas a partir da média de todas as soluções. Em seguida, os valores das coordenadas estimadas foram comparados com os valores das coordenadas oficiais da estação ROSA, os quais foram tomados como valores de referência. A Tabela 8 apresenta os erros, bem como as precisões das coordenadas cartesianas.

Tabela 8 – Erros em cartesianas no processamento estático rápido da linha PPTE-ROSA

| LINHA | DX (m) | σ_X (m) | DY (m) | σ_Y (m) | DZ (m) | σ_Z (m) |
|--|--------|----------------|--------|----------------|--------|----------------|
| PPTE-ROSA $\sigma_{\text{iono}} = 0,003 \text{ m /km}$ | 0,003 | 0,031 | 0,091 | 0,034 | 0,069 | 0,023 |
| PPTE-ROSA $\sigma_{\text{iono}} = \infty$ | -0,058 | 0,043 | 0,179 | 0,047 | 0,063 | 0,031 |

Para o caso do processamento com solução “*iono com peso*”, os erros nas componentes cartesianas foram menores que os erros do processamento com solução “*iono float*”, com exceção da componente DZ. A precisão para ambos os processamentos, apresentaram valores que variaram de três a cinco centímetros, sendo que o processamento com solução “*iono com peso*” apresentou melhores resultados. A Tabela 9 apresenta os erros no SGL para os dois processamentos (solução “*iono com peso*” e “*iono float*”) apresentados acima:

Tabela 9 – Erros no SGL no processamento estático rápido da linha PPTE-ROSA

| LINHA | DE (m) | DN (m) | DU (m) | ERRO 2D (m) | ERRO 3D (m) |
|--|--------|--------|--------|-------------|-------------|
| PPTE-ROSA $\sigma_{\text{iono}} = 0,003 \text{ m /km}$ | 0,058 | 0,037 | -0,092 | 0,068 | 0,114 |
| PPTE-ROSA $\sigma_{\text{iono}} = \infty$ | -0,010 | 0,062 | -0,188 | 0,063 | 0,199 |

A partir da Tabela 8 e da Tabela 9 pode-se ver que os resultados foram melhores para o caso do processamento com solução “iono com peso”, ou seja, com $\sigma_{\text{iono}} = 0,003$ m/km. O processamento com solução “iono *float*” apresentou melhor resultado, em valor absoluto, somente na componente DE, cujo valor foi de -0,010 m. Em ambos os processamentos, a componente DU apresentou os piores resultados e, para o caso “iono *float*” o valor foi de 0,188 m contra -0,092 m para o caso “iono com peso”. O ERRO 3D foi de 0,114 m para o processamento “iono com peso” enquanto que o ERRO 3D para o processamento com solução “iono-*float*” foi de 0,199 m.

8 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Nesse trabalho de mestrado foram pesquisados e implementados métodos para estimar os efeitos residuais das DDs das observáveis GPS, levando em consideração suas propriedades estocásticas. Foram considerados os processos aleatórios *random walk* e *white noise*, com a adição de pseudo-observações para os efeitos residuais das DDs e a aplicação no filtro de Kalman. Nesse caso, as implementações foram realizadas no *software* GPSeq que se encontra em desenvolvimento na FCT/UNESP.

Além disso, foi investigado o assunto relacionado com os efeitos de segunda e terceira ordem da ionosfera. Para tanto, além das investiações teóricas, foi desenvolvido o *software* RINEX_HO que permite aplicar as correções no arquivo RINEX, gerando um novo arquivo corrigido, o que proporciona realizar o processamento dos dados GPS em qualquer *software* de processamento que aceite o formato RINEX. Para avaliar a performance do método, os dados foram processados utilizando o Posicionamento por Ponto Preciso e o posicionamento relativo GPS na região brasileira, considerando linhas de base médias e longas e os períodos de alta e baixa atividade ionosférica.

Com relação aos efeitos de segunda e terceira ordem da ionosfera, foi analisada a incerteza desses efeitos em função da incerteza do STEC calculado a partir das pseudodistâncias. Considerando uma incerteza da ordem de dez TECUs no cálculo do STEC, a propagação mostrou que a incerteza dos efeitos de segunda ordem atinge valores máximos em torno de um e dois milímetros para as frequências L1 e L2, respectivamente. Dessa forma, pode-se concluir que os efeitos de segunda e terceira ordem da ionosfera podem ser obtidos utilizando o STEC calculado a partir das pseudodistâncias.

Além disso, levando em consideração que o VTEC advindo dos Mapas Globais da Ionosfera, apresenta uma incerteza divulgada da ordem oito TECUs, pode-se concluir que para o cálculo dos efeitos de segunda e terceira ordem da ionosfera, é possível a utilização dos dados advindo dos desses mapas.

No caso das transformações das componentes terrestres para o sistema geomagnético, verifica-se que as diferenças na utilização do sistema dipolar versus o sistema geomagnético corrigido (CGM) são consideráveis, atingindo valores máximos da ordem de quatro milímetros para a frequência L1. Esses valores estão acima da incerteza do próprio efeito de segunda ordem, o qual apresentou valores máximos da ordem de um milímetro e foi

calculado em função da incerteza do STEC. Dessa forma, recomenda-se o uso de modelos geomagnéticos considerados próximo do real, tais como os modelos fornecidos pelo IGRF.

A aplicação dos efeitos de segunda e terceira ordem da ionosfera no posicionamento GPS, quer seja relativo quer absoluto, provocou diferenças que alcançaram a ordem de quatro milímetros nas coordenadas ajustadas. Logo, para o posicionamento que requer alta acurácia, tal como na determinação de redes geodésicas, é necessário aplicar tais correções. Como exemplo, atualmente, todas as estações da RBMC fazem parte da Rede de Referência SIRGAS, cujas coordenadas finais têm precisão da ordem de ± 5 mm, configurando-se como uma das redes mais precisas do mundo (IBGE, 2007). Porém, as correções dos efeitos de segunda e terceira ordem da ionosfera não foram consideradas no ajustamento da rede SIRGAS, o que provavelmente deve gerar efeitos sistemáticos.

Com relação à estimativa dos resíduos ionosféricos da DD, primeiramente tentou-se a solução época por época para os dados de linhas de base médias e longas, as quais foram coletadas no ano de 2003. Os resultados, com a aplicação da estimativa dos resíduos ionosféricos, apresentaram melhorias da ordem de 80 % com relação aos resultados sem essas correções, considerando que a solução em cada época foi a fixa. Contudo, apesar das melhorias, a solução nesse caso apresentou erros da ordem do metro.

Dessa forma, foi realizada a estimativa no GPSeq, considerando o ajustamento recursivo para as coordenadas incógnitas da linha de base. Nesse caso a matriz de transição do filtro de Kalman relacionada com as coordenadas assume a forma de matriz identidade. Os resíduos ionosféricos das DDs foram estimados com a adoção das pseudo-observações e os processos aleatórios *random walk* e *white noise*, cujos modelos de correlação são adaptados pela matriz de transição e pela adição de ruídos a MVC do estado predito. A solução pelos dois processos utilizados (*random walk* e *white noise*) apresentou resultados idênticos, com diferenças de poucos milímetros ao final do processamento.

A solução do ajustamento recursivo com estimativa dos resíduos ionosféricos das DDs, envolveu diversas janelas com cem épocas de dados. Ao final do processamento, considerando um período de vinte e quatro horas, foi obtida uma solução final pela média de todas as coordenadas processadas em cada janela de dados. No caso dos dados da RBMC ou da rede do oeste do Estado de São Paulo, cuja taxa de coleta é de quinze segundos, cem épocas correspondem a vinte e cinco minutos, portanto, trata-se do posicionamento estático rápido. Então, foi realizado o processamento para a linha de base PPTE-ROSA, cujo comprimento é de aproximadamente 165 km, e a solução ao final do dia apresentou erros da ordem de poucos centímetros.

Sendo assim, pode-se concluir que a estimativa dos resíduos ionosféricos das DDs no processamento dos dados GPS é uma técnica que proporciona bons resultados, com a grande vantagem de preservar as características inteiras das ambigüidades das DDs, fato que não ocorre quando se faz a combinação linear *ion-free*.

Como recomendações para trabalhos futuros, podem ser realizadas investigações mais aprofundadas sobre as transformações envolvendo o campo magnético da Terra. Além disso, valores mais acurados dos efeitos de segunda e terceira ordem da ionosfera podem ser alcançados ao realizar a calibração de receptores para a obtenção de valores mais acurados do DCB e, conseqüentemente, do TEC. Uma outra solução que pode ser investigada é o cálculo do TEC a partir da pseudodistância suavizada pela fase da onda portadora.

Com relação aos parâmetros incógnitos da troposfera, estes podem ser inseridos no ajustamento, tal como descrito na seção 4.4.2. Nesse caso, pode haver deficiência de *rank*, o que requer tratamento adequado no sentido de removê-la.

No caso dos processamentos realizados nesse trabalho, foram utilizadas linhas de base médias e longas, de forma que se recomenda também o processamento de linhas de base curtas para análise dos resultados. Quando se trata de linhas de base curtas, espera-se que o processo de diferenciação elimine os efeitos de primeira ordem da ionosfera, porém, é preciso levar em consideração o comportamento da ionosfera no período em que os dados foram coletados.

Finalmente, recomenda-se verificar a possibilidade da estimativa dos resíduos das DDs em determinados intervalos de tempo utilizando um polinômio interpolador. Outra possibilidade é a estimativa de apenas um parâmetro por época com mapeamento para a direção vertical. Com isso, o modelo matemático pode apresentar menor número de incógnitas e, conseqüentemente, soluções mais robustas.

9 REFERÊNCIAS

AGUIAR, C. R. **Modelo regional da ionosfera (Mod_Ion)**: Implementação em Tempo Real. 2005. 158 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Cartográficas) - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente.

ALVES, D. B. M. **Método dos Mínimos Quadrados com penalidades**: Aplicação no posicionamento relativo GPS. 2004. 131 p. Dissertação (Mestrado em Ciências Cartográficas) - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente, 2004.

BASSIRI, S.; HAJJ, G. A. Higher-order ionospheric effects on the global positioning systems observables and means of modeling them, **Manuscr. Geod.**, 18, 280– 289, 1993.

BEUTLER, G.; WEBER, R.; BROCKMANN, E.; ROTACHER, M. SCHAER, S.; VERDUN, A. The GPS as a tool in global Geodynamics. In TEUNISSEN, P. J. G.; KLEUSBERG, A. **GPS for Geodesy**. 2nd ed. Berlin: Springer-Verlag, 1998. cap.14, p.569-596.

BLEWITT, G. Advances in Global Positioning System technology for Geodynamics investigations: 1978-1992. In **An Introduction to GIPSY/OASIS II** JPL 4800 Oak Grove Drive, Pasadena, CA 91109, 1997.

BOCK, Y.; GOUREVITCH, S. A.; COUNSELMAN III, C. C.; KING, R. W.; ABBOT, R. I. Interferometric analysis of GPS phase observations. **Manuscr. Geod.**, v. 11, p. 282-288, 1986.

BROWN, R. G.; HWANG, P. Y. C. **Introduction to random signals and applied Kalman filtering**. 2. ed. USA: John Wiley & Sons, Inc., 1992. 502p.

BRUNNER, F.; GU, M. An improved model for the dual frequency ionospheric correction of GPS observation, **Manuscr. Geod.**, v. 16, p. 205-214, jan. 1991.

CAMARGO P. O. **Controle de qualidade aplicado ao filtro de Kalman**, Curitiba, 1992. 94 p. Dissertação (Mestrado) – Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

_____. **Modelo regional da ionosfera para uso em receptores de uma frequência**. 1999. 191 f. Tese (Doutorado em Ciências Geodésicas) – Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal do Paraná, Curitiba.

CIRAULO, L.; AZPILICUETA, F.; BRUNINI, C.; MEZA, A.; RADICELLA, S. M. Calibration errors on experimental slant total electron content (TEC) determined with GPS. **Journal of Geodesy**. v. 81, n. 2, p. 111-120, fev. 2007.

DAVIES, K. **Ionospheric radio**. London: Peter Peregrinus Ltd., 1990. 580p.

DE JONGE, P.; TIBERIUS, C. C. J. M. **The LAMBDA method for integer ambiguity estimation**: implementation aspects, T.U. Delft-internal report, Delft, 1996.

FRITSCHÉ, M.; DIETRICH, R.; KNÖFEL, C.; RÜLKE, A.; VEY, S.; ROTACHER, M.; STEIGENBERGER, P. Impact of higher-order ionospheric terms on GPS estimates, **Geophysical Research Letters**, v. 32, L23311, doi:10.29/2005GL024342, dez. 2005.

GELB, A.; KASPER JR., J. F.; NASH JR., R. A.; PRICE, C. F.; SUTHERLAND JR., A. A. **Applied optimal estimation**. Cambridge, Massachusetts: The M.I.T. Press, 1974. 374p.

GEMAEL C. **Introdução ao ajustamento de observações**: Aplicações Geodésicas. Curitiba, PR: UFPR, 1994. 319 p.

GOAD, C. Surveying with the Global Positioning System. In PARKINSON, B. W.; SPILKER JR., J. J. **Global Positioning System**: Theory and applications. Washington: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1996. v. 1, Cap. 18.

GREGORIUS THIERRY. **How it works...GIPSY OASIS II**. Department of Geomatics University of Newcastle upon Tyne, 1996.

HAPGOOD, M. A. Space physics coordinate transformations: A user guide. **Planetary Space Science**, Great Britain, v. 40, n. 5, p. 711-717, 1992.

HERNÁNDEZ-PAJARES, M.; JUAN, J. M.; SANZ, J.; ORÚS, R.; SALAZAR, D. **Impact and implementation of the second order ionospheric term in GPS positioning (Summary)**. Barcelona, Spain. Research group of Astronomy and Geomatics - Technical University of Catalonia, 2005.

HOFMANN-WELLENHOF, B.; LICHTENEGGER, H. COLLINS, J. **GPS**: Theory and practice. 4th. ed. Austria: Springer-Verlag Wien, 1992. 389p.

HOQUE, M. M.; JAKOWSKI, N. Higher order ionospheric effects in precise GNSS positioning. **J. Geodesy**, DOI 10.1007/s00190-006-0106-0, set. 2006.

IBGE, 2007. Fundação Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística.
<<http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/default.shtm>>. Acesso em fevereiro de 2008

IGS Mail # 5078 (2004). **P1C1**. Disponível em
<<http://igscb.jpl.nasa.gov/mail/igsmail/2005/msg00001.htm>>. Acesso em fevereiro de 2008.

JONKMAN, N. F. **Integer GPS-ambiguity estimation without the receiver satellite geometry**. 1998. 95 f. Thesis. Faculty of Civil Engineering and Geosciences, Delft of Technology University, The Netherlands.

KALMAN, R. E. A new approach to linear filtering and prediction problems. **Transactions of the ASME – Journal of Basic Engineering**, v.82, p.35-45, 1960.

KEDAR, S.; HAJJ, A.; WILSON, B. D.; HEFLIN, M. B. The effect of the second order GPS ionospheric correction on receiver positions, **Geophys. Res. Lett.**, v. 30, n. 16, 2003.

KIM, B. C.; TININ, M. V. Contribution of ionospheric irregularities to the error of dual-frequency GNSS positioning. **J. Geodesy**, DOI: 10.1007/s00190-006-0099-8, set. 2006.

KIM, D.; LANGLEY, R. B. Ionosphere-nullification technique for long-baseline real-time kinematic applications. **Journal of The Institute of Navigation**, v. 54, n. 3, jun. 2007.

KLOBUCHAR J. A., C. Ionospheric effects on GPS. In PARKINSON, B. W.; SPILKER JR., J. J. **Global Positioning System: Theory and applications**. Washington: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1996. v. 2, Cap. 12.

LANGLEY, R.B. Propagation of the GPS signals. In: TEUNISSEN, P. J. G.; KLEUSBERG, A. **GPS for Geodesy**. 2nd. ed. Berlin: Springer-Verlag, 1998. cap.3, p.111-149.

LEICK, A. **GPS satellite surveying**. New York: John Wiley & Sons, 1995. 560p.

_____. **GPS satellite surveying**. 3rd. ed.: New York: John Wiley & Sons, 2004. 435p.

LIU, G. C. **Ionosphere weighted global positioning system carrier phase ambiguity resolution**. 2001 157 f. M.Sc. dissertation. Department of Geomatics Engineering - The University of Calgary, Calgary, Alberta, Canada.

MACHADO, W. C. **Solução rápida das ambigüidades GPS para aplicações no posicionamento relativo de linhas de base curtas**. 2001. 121 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Cartográficas) - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente, 2002.

MATSUOKA, M. T. **Avaliação de funções para modelagem do efeito da refração ionosférica na propagação dos sinais GPS**. 2003. 164 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Cartográficas) - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente.

_____. **Influência de diferentes condições da ionosfera no posicionamento por ponto com GPS: Avaliação na região brasileira**. 2007. 263 f. Tese (Doutorado em Ciências Cartográficas) - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente.

MATSUOKA, M. T.; CAMARGO, P. O. Cálculo do TEC usando dados de receptores GPS de dupla frequência para a produção de mapas da ionosfera para a região brasileira. **Revista Brasileira de Cartografia**. Rio de Janeiro, n. 56/01, p. 14-27, jul. 2004.

MCNAMARA, L. F. **The ionosphere: Communications, surveillance, and direction finding**. Florida: Krieger Publishing Company, 1991. 237p.

MINITAB. MINITAB QUALITY COMPANION. 2005: **MINITAB – Statistical software**. Disponível em: <<http://www.minitab.com>>. Acesso em: janeiro de 2008.

MONICO, J. F. G. **High precision inter-continental GPS network**, PhD. Thesis, University of Nottingham, 1995.

_____. **Posicionamento pelo NAVSTAR-GPS: Descrição, Fundamentos e Aplicações**. São Paulo: Unesp, 2000. 287p.

_____. **Ajustamento das observáveis GPS no contexto de posicionamento geodésico**. 2005 Tese de Livre Docência, - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente.

MONICO, J. F. G, CAMARGO, P. O., SAPUCCI, L. F., ALVES, D. B. M., SOUZA, E. M., FAUSTINO, R. C., DALBELLO, L. F. POLEZEL, W. C. **Rede GPS ativa do Estado de São Paulo: Suporte ao posicionamento geodésico**. Relatório Científico N° 01. FAPESP – Auxílio à Pesquisa, Processo 04/03384-5. 2006.

ODIJK D. **Fast precise GPS positioning in the presence of ionospheric delays**. 2002. 242 f. PhD dissertation, Faculty of Civil Engineering and Geosciences, Delft University of Technology, Delft.

PIM, **Parametrized ionospheric model**: User guide, 2001. Disponível em: <www.cpi.com>. Acesso em: dezembro de 2007.

SAPUCCI, L. F. **Estimativa do vapor d'água atmosférico e avaliação da modelagem do atraso zenital troposférico utilizando GPS**. 2001. 167 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Cartográficas) - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente.

_____. **Estimativas do IWV utilizando receptores GPS em bases terrestres no Brasil: Sinergia entre Geodésia e Meteorologia**. 2005. 200 f. Tese (Doutorado em Ciências Cartográficas) - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente.

SCHUNK, R. W.; NAGY, A. F. **Ionosphere**: Physics, plasma and chemistry. New York: Cambridge University Press. 2000. 554p.

SEEBER, G. **Satellite Geodesy**: Foundations, methods, and applications. 2nd. ed. Berlin, New-York: Walter de Gruyter, 2003. 589p.

SOUZA, E. M. **Efeito de multicaminho de alta frequência no posicionamento relativo GPS estático**: Detecção e atenuação utilizando wavelets, 2004. 140 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Cartográficas) - Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente.

SPIPKER Jr., J. J. Tropospheric effects on GPS. . In PARKINSON, B. W.; SPIPKER JR., J. J. **Global Positioning System**: Theory and applications. Washington: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1996. v. 2, Cap. 13.

STRANG, G.; BORRE, k. **Linear Algebra, Geodesy and GPS**. Wellesley-Cambridge Press, 1997, 624p.

TEUNISSEN, P. J. G. The least-squares ambiguity decorrelation adjustment: a method for fast GPS integer ambiguity estimation, **Journal of Geodesy**, v. 70, p. 65-82, nov. 1994.

_____. Quality control and GPS. In: TEUNISSEN, P. J. G.; KLEUSBER, A. **GPS for Geodesy**, 2nd. Ed. Berlin: Springer-Verlag, 1998a. p.271-318.

_____. GPS carrier ambiguity fixing concepts. In: TEUNISSEN, P. J. G.; KLEUSBER, A. **GPS for Geodesy**, 2nd ed. Berlin: Springer-Verlag, 1998b. p.319-383.

_____. **Dynamic data processing**: Recursive least-squares. Delft University Press, 2001.

_____. Towards a unified theory of GNSS ambiguity resolution. **Journal of Global Positioning System**, Delft, v. 2, n. 1, p 1-12 nov. 2003.

TSYGANENKO, N. A. **GEOPACK**: A set of fortran subroutines for computations of the geomagnetic field in the Earth's Magnetosphere. Universities Space Research Association, 2005.