



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Pós-Graduação em Engenharia Mecânica

**SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE
GRANDES ESCALAS DO ESCOAMENTO
TRANSICIONAL AO REDOR DE
CILINDROS DE BASE QUADRADA E
RETANGULAR**

Odenir de Almeida

Ilha Solteira - SP





UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE GRANDES ESCALAS DO ESCOAMENTO TRANSICIONAL AO REDOR DE CILINDROS DE BASE QUADRADA E RETANGULAR

Odenir de Almeida

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de **Mestre em Engenharia Mecânica**

Orientador: Prof. Dr. Sérgio Said Mansur

Co-orientador: Prof. Dr. Aristeu da Silveira Neto (UFU)

Ilha Solteira, Fevereiro de 2001

BCpIS - FEIS - UNESP



620.106 4 Almeida, Odenir de

A447s

Simulação numérica de grandes escalas do escoamento transicional ao redor de cilindros de base quadrada e retangular / Odenir de Almeida. -- Ilha Solteira, 2001
236p. : il.

Dissertação (mestrado)-Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, 2001

Orientador : Sérgio Said Mansur

Co-Orientador : Aristeu da Silveira Neto

Bibliografia : p. 173-179

1. Simulação numérica 2. Método dos volumes finitos 3. Escoamentos 4. Turbulência 5. Mecânica dos fluidos computacional

3050 0001

Proc. 053/2003-NRD 162

UNESP - "CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA"	
SERVIÇO TÉCNICO DE BIBLIOTECA E DOCUMENTAÇÃO	
DATA DE CHEGADA	DATA DE TOMBO
02.09.03	30.09.03
REGISTRADO POR	TOMBO
Ailza	Te. 1420
AQUISIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
Locais ant. R\$ 10,00	A447x

1210001420



Co

Sigs 207941

Sigs 55651

30500001

à Deus

à minha família

aos verdadeiros amigos

Agradecimentos

“O Senhor é quem te guarda; o Senhor é a tua sombra à tua direita...”

Salmo 121:5

Durante a realização deste trabalho, pude contar com a colaboração de várias pessoas e instituições, às quais gostaria de expressar meus sinceros agradecimentos.

- *Ao Prof. Sérgio Mansur (orientador) e sua esposa Izabel, pela amizade desfrutada nestes últimos anos;*
- *À amiga e minha primeira orientadora, Prof.^a Edmar M. Lima Lopes;*
- *Ao corpo docente do Departamento de Engenharia Mecânica, e em especial, ao Prof. Edson Del Rio pelas longas conversas que deixarão saudades;*
- *Aos professores Clóvis Raimundo Maliska e José Luiz Gasche, membros da banca examinadora, que aceitaram a incumbência de julgar esta dissertação;*
- *Ao Prof. Aristeu da Silveira Neto (co-orientador), ao qual dedico especial admiração, pela sua dedicação ao trabalho e humildade no tratar com as pessoas;*
- *Ao técnico de informática Elias, pela esforço devotado no gerenciamento da rede de computadores e contribuição na instalação do código computacional utilizado nesta dissertação;*
- *Às Secretárias Rose, Cida, Iza, Vânia e Sandra, pela dedicação e apoio;*
- *Aos colegas da pós-graduação, e em especial ao amigo Cláudio, pela amizade e co-autoria em trabalhos científicos;*
- *Ao bibliotecário João Barbosa, pela amizade e atenção dispensada no desenvolver desta dissertação;*
- *À FAPESP, pelo suporte financeiro que viabilizou a realização deste trabalho, concedido na forma de uma bolsa de mestrado (Proc. 98/12990-3). À PROPP, pelo auxílio à minha participação em eventos científicos, assim como à FUNDUNESP, pelos recursos aplicados nesta pesquisa.*

Sumário

LISTA DE TABELAS	XII
LISTA DE FIGURAS.....	XIII
NOMENCLATURA.....	XIX
RESUMO	XXI
ABSTRACT	XXIII
PREÂMBULO	XXV
 CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO.....	 1
1.1 O Escoamento ao Redor de Corpos Submersos.....	1
1.2 Aplicações e Implicações Práticas	3
1.3 Escopo e Objetivos da Pesquisa	7
 CAPÍTULO 2 - FENOMENOLOGIA DO PROBLEMA.....	 9
2.1 Introdução.....	9
2.2 Fenomenologia do Problema	10
2.2.1 Definição de Parâmetros Físicos e Geométricos	10
2.2.2 Regimes de Escoamento	12
2.2.3 Dinâmica do Escoamento Sobre as Faces do Cilindro	15
2.2.4 Influência da Razão de Forma	17
2.2.5 A Turbulência no Escoamento ao Redor de Corpos Cilíndricos	19



CAPÍTULO 3 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	21
3.1 Introdução	21
3.2 Estudos Experimentais	24
3.3 Estudos Numéricos	29
3.4 Trocadores de Calor Compactos.....	38
 CAPÍTULO 4 – SIMULAÇÃO DE GRANDES ESCALAS	43
4.1 Introdução	43
4.2 Formulação Matemática	44
4.2.1 Processo de Filtragem das Equações Governantes	45
4.2.2 Tratamento dos Termos Convectivos	47
4.2.3 Fechamento das Equações Filtradas.....	49
4.3 Modelagem Sub-malha da Turbulência.....	50
4.4 O Modelo Sub-malha de Smagorinsky.....	51
4.5 Condições Iniciais e de Contorno	54
4.5.1 Condições Iniciais	54
4.5.2 Condições de Contorno	54
 CAPÍTULO 5 – SIMULAÇÕES PRELIMINARES: AJUSTES E TESTES INICIAIS.....	57
5.1 Introdução	57
5.2 Malha Computacional	58
5.3 Testes Preliminares	60
5.3.1 Esquemas de Transporte Convectivo	60
5.3.2 Tamanho do Domínio de Cálculo	66
5.3.3 Refinamento da Malha para Cilindros de base Retangular.....	70
5.3.4 Estudo da Influência da Razão de Forma - $Re = 300$	75
5.3.5 Número de Reynolds	79
5.3.6 Monitorização dos Sinais de Velocidade para Números de Reynolds Elevados	83
5.3.7 Utilização da Metodologia de Simulação de Grandes Escalas	85
5.3.8 Transferência de Calor no Escoamento ao Redor de Cilindros Retangulares	90



Lista de Tabelas

Tabela 5-1. Descrição do domínio de cálculo utilizado	61
Tabela 5-2. Tempo de CPU e número de Strouhal para um cilindro quadrado, $Re = 100$, para os diferentes arranjos numéricos testados	62
Tabela 5-3. Descrição do domínio de cálculo utilizado	64
Tabela 5-4. Parâmetros físicos calculados para o escoamento ao redor de um cilindro quadrado, obtidos com diferentes esquemas UPWIND, ($Re = 150$)	65
Tabela 5-5. Descrições dos domínios de cálculo utilizados	67
Tabela 5-6. Influência do tamanho do domínio à montante – cilindro quadrado, $Re = 100$	68
Tabela 5-7. Influência do tamanho do domínio à jusante – cilindro quadrado, $Re = 100$	69
Tabela 5-8. Influência da razão de bloqueio – cilindro quadrado, $Re = 100$	70
Tabela 5-9. Descrição dos domínios de cálculo utilizados	71
Tabela 5-10. Números de Strouhal obtidos para os testes de malha, com $\phi = 4$, $Re = 10^3$	72
Tabela 5-11. Descrição dos domínios de cálculo utilizados	76
Tabela 5-12. Descrição do domínio de cálculo utilizado	79
Tabela 5-13. Número de Strouhal e coeficiente de arrasto para um cilindro quadrado, considerando diferentes valores da constante de Smagorinsky, $Re = 2,2 \times 10^4$	88
Tabela 5-14. Descrição do domínio de cálculo utilizado	91
Tabela 5-15. Número de Strouhal obtidos para os casos investigados com $\phi = 4$, $Re = 10^3$	93
Tabela 6-1. Descrição do tamanho de domínio utilizado	98
Tabela 6-2. Número de Strouhal ($\phi = 1$) – $Re = 1,4 \times 10^4$	101
Tabela 6-3. Número de Strouhal ($\phi = 1$) – $Re = 2,2 \times 10^4$	105
Tabela 6-4. Número de Strouhal ($\phi = 1$) – $Re = 2,2 \times 10^4$ – com transferência de calor	111
Tabela 6-5. Descrição do domínio de cálculo utilizado nas simulações sem modelagem	122
Tabela 6-6. Descrição do domínio de cálculo utilizado nas simulações com modelagem	122
Tabela 6-7. Número de Strouhal ($1 \leq \phi \leq 4$) – $Re = 5 \times 10^3$, com transferência de calor	162
Tabela 6-8. Número de Strouhal ($\phi = 4$ e 7) – $Re = 5 \times 10^3$	165
Tabela A-1. Valores comuns de θ para os esquemas de discretização	191
Tabela E-1. Funções definidas pelo código FLUENT	233
Tabela E-2. Funções definidas pelo código FLUENT	234



Lista de Figuras

Figura 1-1. escoamento ao redor de uma placa, segundo Leonardo da Vinci, 1510.....	2
Figura 1-2. escoamento ao redor de um cilindro circular.....	2
Figura 1-3. Esteira formada a jusante de pilares de um píer	4
Figura 1-4. Destruição da ponte do estreito de Tacoma devido à ação do vento natural.....	5
Figura 1-5. Trocador de calor do tipo casco-tubos danificado em virtude das vibrações induzidas pelo escoamento	5
Figura 1-6. Medidor de vazão a efeito vórtice comercial (Yokogawa Eletric Co.)	6
Figura 1-7. Trocador de calor compacto de placas paralelas, munido de aletas interrompidas dispostas em quincôncio.....	7
Figura 2-1. escoamento ao redor de um corpo cilíndrico	10
Figura 2-2. escoamento ao redor de um cilindro de base retangular.....	10
Figura 2-3. Regimes de escoamento ao redor de um cilindro quadrado	12
Figura 2-4. Regimes de escoamento ao redor de um cilindro retangular.....	14
Figura 2-5. Bolhas de recirculação sobre as faces de um cilindro retangular.....	15
Figura 2-6. Caracterização da dinâmica do escoamento sobre as faces de um cilindro retangular	16
Figura 2-7. escoamento ao redor de um cilindro retangular em função da razão de forma	18
Figura 2-8. Esquema descritivo do tipo dos vórtices – “Vórtice-L” e “Vórtice-T”	18
Figura 2-9. Ilustração representativa das instabilidades presentes no escoamento ao redor de um corpo cilíndrico.....	19
Figura 3-1. Principais fatores de influência sobre o escoamento ao redor de cilindros de base retangular	23
Figura 5-1. Dimensões características do domínio de cálculo	58
Figura 5-2. Definição dos parâmetros geométricos utilizados para a criação da malha	59
Figura 5-3. Linhas de isovorticidade representativas do escoamento ao redor de um cilindro quadrado, ($Re = 100$) – Funções de interpolação UPWIND de segunda ordem, POWER LAW e QUICK.....	63



Figura 5-4. Influência dos Esquemas UPWIND na solução do escoamento ao redor de um cilindro quadrado, ($Re = 150$) – (a) UPWIND de 1ª ordem; (b) UPWIND de 2ª ordem; (c) QUICK.....65

Figura 5-5. Comparação entre resultados numéricos e experimentais para a esteira de vórtices ao redor de um cilindro quadrado, em três instantes de tempo, ($Re = 150$).....66

Figura 5-6. Malhas computacionais empregadas no teste de refinamento, com $\phi = 4$, $Re = 10^3$ 72

Figura 5-7. Distribuição do coeficiente de pressão médio sobre as faces do cilindro com $\phi = 4$, $Re = 10^3$ 73

Figura 5-8. Distribuição do Coeficiente de pressão na face superior do cilindro com $\phi = 4$, $Re = 10^3$ 74

Figura 5-9. Contornos de Isovorticidade para o cilindro retangular com $\phi = 4$; $Re = 10^3$; $t^* = 1110,0$; com diferentes malhas computacionais.....75

Figura 5-10. Comportamento da curva de Strouhal em função da razão de forma para cilindros retangulares, $1 \leq \phi \leq 16$, $Re = 300$77

Figura 5-11. Evolução temporal das linhas de corrente para um cilindro retangular com $\phi = 7$, $Re = 300$78

Figura 5-12. Evolução dos valores do número de Strouhal vs número de Reynolds – cilindro quadrado80

Figura 5-13. Evolução dos valores do coeficiente de arrasto vs número de Reynolds – cilindro quadrado81

Figura 5-14. Configuração do escoamento ao redor de um cilindro quadrado para diferentes números de Reynolds.....82

Figura 5-15. Exemplo de um sinal tipicamente obtido durante a determinação da frequência de Strouhal, com sua respectiva distribuição de potência espectral – cilindro quadrado, $Re = 10^3$, (posição da sonda: $y/B = -1,5$ e $x/B = 1,5$)83

Figura 5-16. Posicionamento das sondas numéricas na esteira dos cilindros84

Figura 5-17. Exemplo de um sinal tipicamente obtido durante a determinação da frequência de Strouhal, com sua respectiva distribuição de potência espectral – cilindro quadrado, $Re = 10^3$ (posição da sonda: $y/B = 0$ e $x/B = 1,5$).....85

Figura 5-18. Sinais típicos de velocidade e espectros de frequência ($x/B 1,5$ e $y/B = 0$) – $Re = 2,2 \times 10^4$ 87

Figura 5-19. Distribuição de velocidade na linha de centro do domínio – $Re = 2,2 \times 10^4$	89
Figura 5-20. Distribuição da energia cinética turbulenta total (periódica + turbulenta) na linha de centro do domínio – $Re = 2,2 \times 10^4$	90
Figura 5-21. Distribuição das sondas para monitorização de parâmetros médios, $\phi = 4$, $Re = 10^3$..	92
Figura 5-22. Exemplos dos sinais de temperatura registrados na esteira do cilindro retangular com $\phi = 4$, $Re = 10^3$	94
Figura 5-23. Isovalores de temperatura do escoamento ao redor de um cilindro retangular com $\phi = 4$, $Re = 10^3$ – Sem aproximação de Boussinesq	94
Figura 5-24. Sinal de flutuação de viscosidade na esteira do cilindro retangular com $\phi = 4$, $Re = 10^3$	95
Figura 5-25. Distribuição do número de Nusselt ao redor de um cilindro retangular com $\phi = 4$, $Re = 10^3$	96
Figura 5-26. Distribuição do número de Nusselt sobre a face superior do cilindro retangular com $\phi = 4$, $Re = 10^3$	96
Figura 6-1. Sinais típicos de velocidade e espectros de frequência ($\phi = 1$) – $Re = 1,4 \times 10^4$	100
Figura 6-2. Distribuição de velocidade na linha de centro do domínio – $Re = 1,4 \times 10^4$	101
Figura 6-3. Flutuação de velocidade sobre a linha de centro do domínio – $Re = 1,4 \times 10^4$	102
Figura 6-4. Espectro de frequência do sinal adquirido na esteira do cilindro quadrado – $Re = 1,4 \times 10^4$ Com e sem modelagem.....	102
Figure 6-5. Visualização numérica da esteira de vórtices de um cilindro quadrado, obtida por diferentes modelos de turbulência – $Re = 1.4 \times 10^4$	103
Figura 6-6. Sinal de velocidade e espectro de frequência ($\phi = 1$) – $Re = 2,2 \times 10^4$	104
Figura 6-7. Distribuição de velocidade na linha de centro do domínio – $Re = 2,2 \times 10^4$	105
Figura 6-8. Distribuição da energia cinética total na linha de centro do domínio – $Re = 2,2 \times 10^4$	106
Figura 6-9. Espectro de frequência do sinal adquirido na esteira do cilindro quadrado – $Re = 2,2 \times 10^4$ Com e sem modelagem.....	107
Figura 6-10. Vetores velocidade do campo de escoamento ao redor de um cilindro quadrado – $Re = 2,2 \times 10^4$	107
Figura 6-11. Evolução temporal das linhas de isovorticidade ($\phi = 1$) – $Re = 2,2 \times 10^4$	108

Figura 6-12. Trajetória de um par de vórtices emparelhados ($\phi = 1$) – $Re = 2,2 \times 10^4$ 109

Figura 6-13. Exemplo típico do sinal de velocidade e espectro de frequência registrado na esteira de um cilindro quadrado, com transferência de calor ($T_w - T_\infty = 60\text{ K}$) – $Re = 2,2 \times 10^4$ 110

Figura 6-14. Distribuição de velocidade na linha de centro do domínio, com transferência de calor – $Re = 2,2 \times 10^4$ 111

Figura 6-15. Distribuição da energia cinética total na linha de centro do domínio, com transferência de calor – $Re = 2,2 \times 10^4$ 112

Figura 6-16. Padrão do escoamento ao redor de um cilindro quadrado, com transferência de calor – $Re = 2,2 \times 10^4$ 113

Figura 6-17. Sinais típicos de velocidade e espectros de frequência ($\phi = 1$) – modelo implementado 115

Figura 6-18. Evolução dos valores do número de Strouhal vs número de Reynolds – cilindro quadrado 116

Figura 6-19. Evolução dos valores do coeficiente de arrasto vs número de Reynolds – cilindro quadrado 117

Figura 6-20. Distribuição de velocidade na linha de centro do domínio – $Re = 1,4 \times 10^4$ 117

Figura 6-21. Flutuação de velocidade na linha de centro do domínio – $Re = 1,4 \times 10^4$ 118

Figura 6-22. Distribuição de velocidade na linha de centro do domínio – $Re = 2,2 \times 10^4$ 119

Figura 6-23. Distribuição da energia cinética total na linha de centro do domínio – $Re = 2,2 \times 10^4$ 119

Figura 6-24. Linhas de isovorticidade do escoamento ao redor de um cilindro quadrado, para diferentes números de Reynolds 120

Figura 6-25. Vetores velocidade do campo de escoamento ao redor de um cilindro quadrado – $Re = 2,2 \times 10^4$ 120

Figura 6-26. Disposição das sondas numéricas para aquisição dos sinais de velocidade e pressão 123

Figura 6-27. Sinais típicos de velocidade e espectros de frequência – $Re = 1 \times 10^3$ (continua)..... 125

Figura 6-28. Curva Strouhal vs Razão de forma para cilindros retangulares ($1 \leq \phi \leq 16$) – $Re = 1 \times 10^3$ Sem modelagem..... 127

Figura 6-29. Sinais de velocidade e espectros de frequência, LES, – $Re = 1 \times 10^3$ (continua).....	129
Figura 6-30. Curva Strouhal vs Razão de forma para cilindros retangulares – $Re = 1 \times 10^3$ Com modelagem.....	131
Figura 6-31. Evolução temporal das linhas de isovorticidade ($\phi = 4$) – $Re = 1 \times 10^3$	132
Figura 6-32. Evolução temporal das linhas de isovorticidade ($\phi = 7$) – $Re = 1 \times 10^3$	132
Figura 6-33. Evolução temporal das linhas de isovorticidade ($\phi = 10$) – $Re = 1 \times 10^3$	132
Figura 6-34. Curva Strouhal vs Razão de forma para cilindros retangulares – $Re = 1 \times 10^3$ Comparação dos resultados numéricos com e sem modelagem.....	133
Figura 6-35. Espectros de frequência para os cilindros retangulares, LES – $Re = 10^3$	134
Figura 6-36. Espectros de frequência para os cilindros retangulares, LES – $Re = 10^3$	134
Figura 6-37. Curva Strouhal vs Razão de forma para cilindros retangulares – $Re = 1 \times 10^3$ Inclusão dos cilindros nas regiões entre os degraus	135
Figura 6-38. Linhas de isovorticidade da esteira de cilindros retangulares, LES – $Re = 10^3$	136
Figura 6-39. Linhas de isovorticidade da esteira de cilindros retangulares, LES – $Re = 10^3$	136
Figura 6-40. Sinais de velocidade e espectros de frequência, LES – $Re = 5 \times 10^3$ (continua)...	138
Figura 6-41. Espectros de potência para cilindros retangulares – $Re = 5 \times 10^3$	140
Figura 6-42. Curva Strouhal vs Razão de forma para cilindros retangulares ($1 \leq \phi \leq 10$) – $Re = 5 \times 10^3$	141
Figura 6-43. Evolução temporal das linhas de isovorticidade ao redor de cilindros retangulares – $Re = 5 \times 10^3$	142
Figura 6-44. Sinais de velocidade e espectros de frequência, LES, ($\phi = 4$)	143
Figura 6-45. Curva de Strouhal vs Reynolds para um cilindro retangular com $\phi = 4$, LES	144
Figura 6-46. Linhas de isovorticidade em torno de um cilindro retangular com $\phi = 4$, LES.....	145
Figura 6-47. Sinais de velocidade e espectros de frequência, LES, ($\phi = 7$)	146
Figura 6-48. Curva de Strouhal vs Reynolds para um cilindro retangular com $\phi = 7$	147
Figura 6-49. Regimes da esteira de um cilindro retangular com $\phi = 7$, LES	147
Figura 6-50. Sinais de velocidade e espectros de frequência, LES, ($\phi = 10$)	148
Figura 6-51. Curva de Strouhal vs Reynolds para um cilindro retangular com $\phi = 10$, LES.	149
Figura 6-52. Regimes da esteira de um cilindro retangular com $\phi = 10$, LES	150
Figura 6-53. Distribuição de velocidade na esteira de cilindros retangulares – $Re = 10^3$	151



Figura 6-54. Distribuição de pressão sobre as faces de cilindros retangulares – $Re = 10^3$ Comparação dos resultados com e sem modelagem (continua).....	154
Figura 6-55. Distribuição de pressão sobre as faces laterais de cilindros retangulares – $Re = 10^3$ Comparação dos resultados com e sem modelagem.....	155
Figura 6-56. Coeficiente de pressão na base de cilindros retangulares ($1 \leq \phi \leq 10$) – $Re = 10^3$ Com e sem modelagem.....	156
Figura 6-57. Distribuição de pressão para o cilindro retangular com $\phi = 4$	157
Figura 6-58. Distribuição de pressão para o cilindro retangular com $\phi = 7$	157
Figura 6-59. Distribuição de pressão para o cilindro retangular com $\phi = 10$	158
Figura 6-60. Coeficiente de arrasto para cilindros retangulares ($1 \leq \phi \leq 10$) – $Re = 10^3$	159
Figura 6-61. Coeficiente de arrasto para cilindros retangulares ($1 \leq \phi \leq 10$) – $Re = 5 \times 10^3$	159
Figura 6-62. Sinais típicos de velocidade e espectros de frequência ($1 \leq \phi \leq 4$) – $Re = 5 \times 10^3$ Com transferência de calor.....	161
Figura 6-63. Perfis de temperatura média a jusante de cilindros retangulares ($1 \leq \phi \leq 4$) – $Re = 5 \times 10^3$ Com transferência de calor.....	162
Figura 6-64. Visualização das linhas de isoterma na esteira de cilindros retangulares – $Re = 5 \times 10^3$, com transferência de calor.....	163
Figura 6-65. Comparação dos espectros de frequência – $Re = 5 \times 10^3$	165
Figura 6-66. Distribuição do coeficiente de pressão ao redor dos cilindros retangulares – $Re = 5 \times 10^3$	166
Figura 6-67. Padrão de escoamento ao redor de cilindros retangulares – $Re = 5 \times 10^3$	167
Figura A-1. Volume de controle utilizado na discretização da equação de transporte de um escalar ϕ	187
Figura A-2. Volume de controle unidimensional relativo aos nós W, P e E.....	189
Figura A-3. Volume de Controle unidimensional.....	191
Figura A-4. Fluxograma representativo do Método de Solução Segregada.....	192
Figura C-1. Espectro e distribuição de energia nas grandes e pequenas escalas.....	216
Figura C-2. Função filtro por volume.....	217
Figura C-3. Processo de filtragem de uma função arbitrária.....	219
Figura D-1. Sinal periódico, comprimento de onda ℓ e número de onda k ,.....	225
Figura D-2. Interface do programa implementado para o cálculo da FFT dos sinais capturados.....	227



Nomenclatura

A	altura da seção transversal retangular do cilindro (maior dimensão) [m]
A_{cp}	área frontal projetada do cilindro [m ²]
A_{st}	área transversal da seção de testes [m ²]
B	base da seção transversal retangular do cilindro (menor dimensão) [m]
L	comprimento ou envergadura do cilindro [m]
f	frequência de emissão dos vórtices de um lado do cilindro [s ⁻¹]
I_t	intensidade turbulenta
n	número de vórtices sobre a superfície lateral de um cilindro retangular
N	número de malhas
N_x	número de malhas segundo x
N_y	número de malhas segundo y
Xu	comprimento do domínio de cálculo a montante do cilindro
Xd	comprimento do domínio de cálculo a jusante do cilindro
Y	altura do domínio de cálculo
t	tempo [s]
t^*	tempo adimensional
T_∞	temperatura da corrente livre [°C]
T^*	temperatura adimensional
T_w	temperatura do cilindro [°C]
U_∞	velocidade da corrente livre [m.s ⁻¹]
u_i	componentes cartesianas do vetor velocidade ($i = 1, 2$)
δ	dimensão da primeira malha adjacente ao cilindro [m]
μ	viscosidade dinâmica ou absoluta do fluido [kg.m ⁻¹ .s ⁻¹]
μ_o	viscosidade da água a 273 K [kg.m ⁻¹ .s ⁻¹]
ν	viscosidade cinemática do fluido [m ² .s ⁻¹]
ρ	densidade ou massa específica do fluido [kg.m ⁻³]
γ_u	razão de refinamento da malha a montante
γ_d	razão de refinamento da malha a jusante
γ_y	razão de refinamento da malha transversal
x, y	coordenadas cartesianas [m]
C_S	constante de Smagorinsky



Números Adimensionais

- Re número de Reynolds
- St número de Strouhal
- β razão de bloqueio sólido ou geométrico do escoamento
- ϕ razão de forma do cilindro
- Nu número de Nusselt
- C_p coeficiente de pressão
- C_{p_b} coeficiente de pressão na base
- C_{p_s} coeficiente de pressão no ponto de estagnação
- C_d coeficiente de arrasto
- C_d' valor RMS do coeficiente de arrasto
- C_l coeficiente de sustentação
- C_l' valor RMS do coeficiente de sustentação

Índices e Expoentes

- A relativo à dimensão A da altura da seção transversal retangular do cilindro
- B relativo à dimensão B da base da seção transversal retangular do cilindro
- $'$ relativo à velocidade turbulenta ou flutuação

Operadores Matemáticos

- ∂ derivada parcial
- $-$ média temporal ou propriedade filtrada

Resumo

O presente trabalho tem como objetivo fundamental o estudo numérico do escoamento em transição ao redor de cilindros de base quadrada e retangular, representando a primeira etapa de um estudo mais amplo, visando a utilização destes elementos no interior de trocadores de calor compactos. Os cálculos foram realizados com o auxílio do código computacional FLUENT 5.3, através da utilização da metodologia de simulação de grandes escalas, com o emprego do modelo clássico de Smagorinsky. A análise numérica bidimensional permitiu um estudo detalhado do processo de desprendimento dos vórtices na esteira dos cilindros. A interferência da razão de forma do obstáculo sobre a dinâmica deste tipo de escoamento foi investigada numericamente, com base em visualizações e na quantificação de variáveis representativas do campo de escoamento. A frequência de emissão dos vórtices, necessária ao cálculo do número de Strouhal, foi determinada a partir da obtenção do sinal de velocidades em um ponto previamente estabelecido da esteira turbilhonar, tal como se faz em laboratório. Diferentes regimes do escoamento foram investigados, considerando-se cilindros de base quadrada e retangular posicionados perpendicularmente à corrente livre. Imagens das linhas de isovorticidade ao redor dos cilindros permitiram estabelecer comparações com resultados experimentais de outros autores, ajudando a explicar determinados fenômenos observados na presente análise.



Abstract

This work concerns the numerical investigation of the transitional flow around cylinders with square and rectangular cross section, with views to the application of this geometry in compact heat exchangers. The calculations have been accomplished employing the computational code FLUENT 5.3, through the Large Eddy Simulation and the Smagorinsky turbulence model. The bidimensional simulations allowed a detailed study of the vortex shedding process in the wake. The effects of the rectangular cylinder side ratio on the wake dynamics have been investigated with flow field visualizations and the physical parameters calculations. The vortex shedding frequency, necessary to the Strouhal number, has been found from velocity measurements in the wake, obtained with a numerical probe, as happen in the laboratory. Several flow regimes have been studied considering the square and rectangular cylinders placed normally to the free stream. The isovorticity flow visualizations have helped to explain some quantitative results obtained.



Preâmbulo

A presente pesquisa insere-se no âmbito de um projeto mais amplo, intitulado “Estudo Numérico e Experimental do Escoamento ao Redor de Cilindros de Base Quadrada e Retangular” apoiado pela *FAPESP* (proc. 97/12249-9), e está sendo realizada no Laboratório de Visualização de Escoamentos, vinculado ao Departamento de Engenharia Mecânica da UNESP – Ilha Solteira.

A parte experimental foi integralmente conduzida no contexto da dissertação de mestrado do ex-aluno Cláudio Lindquist, também apoiada pela *FAPESP* (proc. 97/12818-3). O presente trabalho procura dar sua contribuição ao tema, mediante a utilização de uma abordagem exclusivamente numérica, com o auxílio da metodologia de simulação de grandes escalas.

O conjunto de informações que constitui o corpo principal deste trabalho encontra-se organizado em 7 capítulos. Na redação de cada um deles, procurou-se, na medida do possível, a concisão do texto, mas sem prejuízo de informações relevantes. Para não truncar o texto, as informações complementares aos assuntos principais foram remetidas para os apêndices.

Assim, o Capítulo 1 traz uma introdução sobre o assunto, apresentando uma exposição sobre algumas de suas aplicações científicas e tecnológicas, além de delimitar e definir o escopo e os objetivos deste trabalho.

O Capítulo 2 procura dar uma visão mais detalhada sobre a fenomenologia do problema em questão, identificando aspectos ainda pouco compreendidos e importantes no contexto desta pesquisa.

O Capítulo 3 apresenta uma revisão da literatura, envolvendo trabalhos de natureza numérica e experimental, estabelecendo um quadro relativamente atualizado do estado da arte sobre o assunto.

O Capítulo 4 aborda a metodologia de Simulação de Grandes Escalas, com destaque para o formalismo matemático e os conceitos sobre os quais ela está fundamentada. Neste contexto, são descritos, de maneira detalhada, os procedimentos de separação das escalas e o problema de



fechamento das equações governantes, com a apresentação do modelo sub-malha de Smagorinsky.

Os Capítulos 5 e 6 constituem a parte essencial desta dissertação, englobando a totalidade dos resultados numéricos obtidos no âmbito desta pesquisa. Em particular, no Capítulo 5 são realizados uma série de testes e ajustes no modelo e no programa de simulação, visando a obtenção de resultados fisicamente consistentes. Neste sentido, são avaliados o refinamento da malha, o tamanho do domínio de cálculo, a sensibilidade da constante do modelo de turbulência, dentre outros fatores. Considera-se, neste caso, a análise de escoamentos tanto em regime laminar como turbulento. O Capítulo 6, por sua vez, traz os resultados obtidos exclusivamente com o uso da metodologia de simulação de grandes escalas, apresentando, em uma primeira parte, o estudo do escoamento ao redor de cilindros quadrados e, em seguida, os resultados para cilindros retangulares.

Finalmente, o Capítulo 7 faz o fechamento do trabalho, abrindo novas perspectivas e apresentando recomendações para futuros trabalhos.

Após as referências bibliográficas, foram incorporados cinco apêndices contendo informações importantes no contexto do trabalho. Em síntese, o Apêndice A contém uma descrição detalhada do método numérico utilizado. O Apêndice B procura dar uma contribuição a futuros trabalhos, abordando problemas encontrados na simulação numérica de escoamentos turbulentos e, apresentando, também, outros modelos de turbulência utilizados nesta pesquisa. O Apêndice C apresenta, em maiores detalhes, o procedimento de separação das escalas e filtragem das equações de Navier-Stokes, complementando a exposição fornecida no Capítulo 4. O Apêndice D sumariza alguns conceitos relacionados ao uso da Transformada Rápida de Fourier, bem como apresenta informações sobre o programa construído para o pós-processamento dos dados obtidos nas simulações numéricas. Por fim, o Apêndice E apresenta o procedimento utilizado no código computacional para a implementação da subrotina relativa ao modelo de Smagorinsky.



INTRODUÇÃO

1.1 O ESCOAMENTO AO REDOR DE CORPOS SUBMERSOS

O escoamento ao redor de corpos submersos é freqüentemente encontrado na natureza e nas aplicações da engenharia, constituindo assunto de grande interesse científico e tecnológico. A literatura sobre o tema é rica e variada, refletindo o grande esforço de pesquisa feito nesta área do conhecimento, por muitos pesquisadores, ao longo de vários séculos.

Os registros históricos de Leonardo da Vinci, que datam do início do século XVI, apontam-no como um dos primeiros estudiosos a reconhecer que o voo das aves e o movimento das águas ao redor de pilares de ponte, embarcações e outros obstáculos constituíam fenômenos intimamente relacionados. Esta idéia encontra-se claramente explicitada em seus manuscritos, através da afirmação¹: "*Pour donner la vraie science du mouvement des oiseaux dans l'air, il est nécessaire d'établir d'abord la science des vents, laquelle explique les mouvements de l'eau et elle-même...*". Com base na observação de fenômenos naturais, da Vinci deixou como legado incontáveis esboços e ilustrações, sintetizando suas descobertas e reflexões acerca do movimento dos fluidos. A Figura 1-1 apresenta uma de suas célebres ilustrações, caracterizando, com realismo e riqueza de detalhes, o escoamento em torno de uma placa plana.

¹ "Para explicar corretamente o movimento dos pássaros no ar, é necessário, primeiramente, estabelecer a ciência dos ventos, que explica os movimentos da água e do próprio ar..."

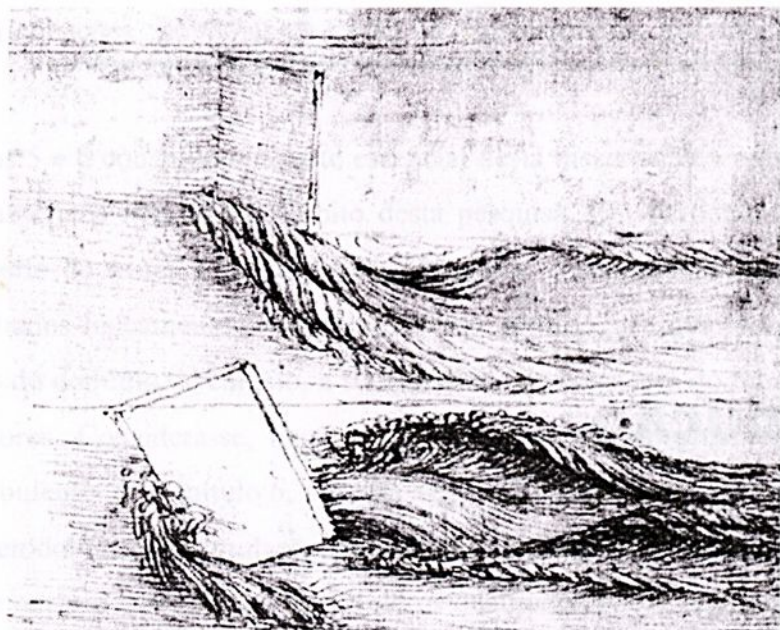


Figura 1-1. Escoamento ao redor de uma placa, segundo Leonardo da Vinci, 1510.

Séculos mais tarde, outra importante contribuição foi dada ao estudo do escoamento em torno de corpos sólidos, através do trabalho de Strouhal, por volta de 1878. Suas investigações colocaram em evidência a natureza periódica do processo de emissão de vórtices, que caracteriza determinados regimes de escoamentos externos. A Figura 1-2 mostra a esteira turbilhonar a jusante de um cilindro¹ de base circular, onde se observa a emissão de vórtices que se desprendem, alternadamente, de ambos os lados do corpo.

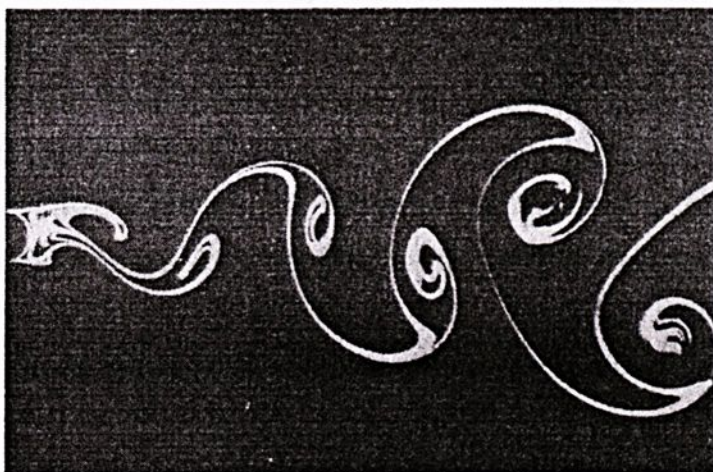


Figura 1-2. Escoamento ao redor de um cilindro circular – Retirada de M. Lesieur, 1994.

¹ Os termos “cilindros de base quadrada ou retangular” e “cilindros quadrados ou retangulares” serão utilizados indistintamente ao longo deste trabalho.

Outro célebre trabalho, voltado para a dinâmica dos vórtices na esteira de obstáculos sólidos, foi desenvolvido por von Kármán, em 1912. Além de analisar teoricamente a estabilidade das duas filas de vórtices alternados, considerando-as infinitas, o autor estabeleceu uma base teórica para uma esteira transiente obtendo uma relação entre a força de arrasto que atua sobre o corpo e as próprias características da esteira de turbilhões.

Desta época para cá, inúmeros trabalhos se sucederam, produzindo uma notável evolução do estado de conhecimento sobre o tema. Novas ferramentas foram colocadas à disposição dos pesquisadores, permitindo desvendar inúmeros aspectos do problema, que se mantiveram obscuros durante um longo período. Mais recentemente, graças aos notáveis avanços da informática, os sistemas computacionais têm assumido um papel de relevada importância neste campo, tanto no desenvolvimento de trabalhos numéricos, quanto experimentais.

Atualmente, alguns dos principais interesses científicos sobre o tema em questão voltam-se para a análise das instabilidades que se manifestam na esteira turbilhonar, nos regimes de transição ou de turbulência completamente desenvolvida. De um ponto de vista mais prático, a identificação e o controle dos mecanismos de transporte de massa, quantidade de movimento e energia ao redor de objetos sólidos constituem etapas fundamentais no desenvolvimento de veículos, aparelhos, equipamentos e outros dispositivos industriais de alta performance.

Inserido neste contexto, o presente trabalho desenvolve um estudo numérico do escoamento turbulento ao redor de cilindros de seção transversal quadrada e retangular, representando a primeira etapa de um estudo mais amplo, visando a utilização destes elementos no interior de trocadores de calor compactos, de maneira a otimizar sua eficiência térmica e hidráulica.

1.2 APLICAÇÕES E IMPLICAÇÕES PRÁTICAS

Muitas estruturas utilizadas em aplicações da engenharia apresentam forma cilíndrica, tais como pilares de pontes, edifícios e inúmeros outros obstáculos expostos à ação contínua do vento natural ou de correntes fluviais e marítimas.

A título de ilustração, a Figura 1-3 apresenta o escoamento da água do mar ao redor dos pilares de sustentação de um píer, onde se observa a nítida formação de esteiras de vórtices a jusante dos obstáculos verticais. Evidentemente, os esforços oriundos desta dinâmica turbilhonar



particularmente ativa devem ser conhecidos do projetista e levados em consideração nos cálculos estruturais.

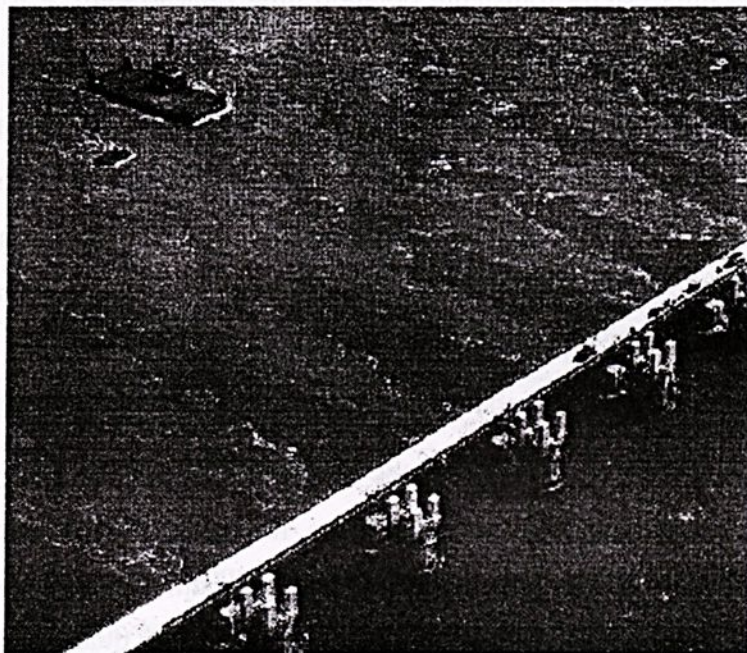


Figura 1-3. Esteira formada a jusante de pilares de um píer – retirada de <http://www.princeton.edu>.

Com efeito, no regime de desprendimento alternado de vórtices ocorrem flutuações cíclicas nas forças de arrasto e de sustentação que atuam sobre o corpo sólido, podendo causar vibrações estruturais, perturbações acústicas e ressonância, comprometendo o funcionamento, a vida útil ou a segurança de máquinas, instalações e edificações. Um dos mais célebres episódios que demonstra o poder destrutivo dessas flutuações encontra-se ilustrado na Figura 1-4. Trata-se da destruição da famosa ponte do estreito de Tacoma, ocorrida nos Estados Unidos, no ano de 1940. Neste caso, os efeitos das vibrações induzidas pelo escoamento ao redor desta estrutura complexa foram desconsiderados ou, no mínimo, subestimados pelos projetistas.

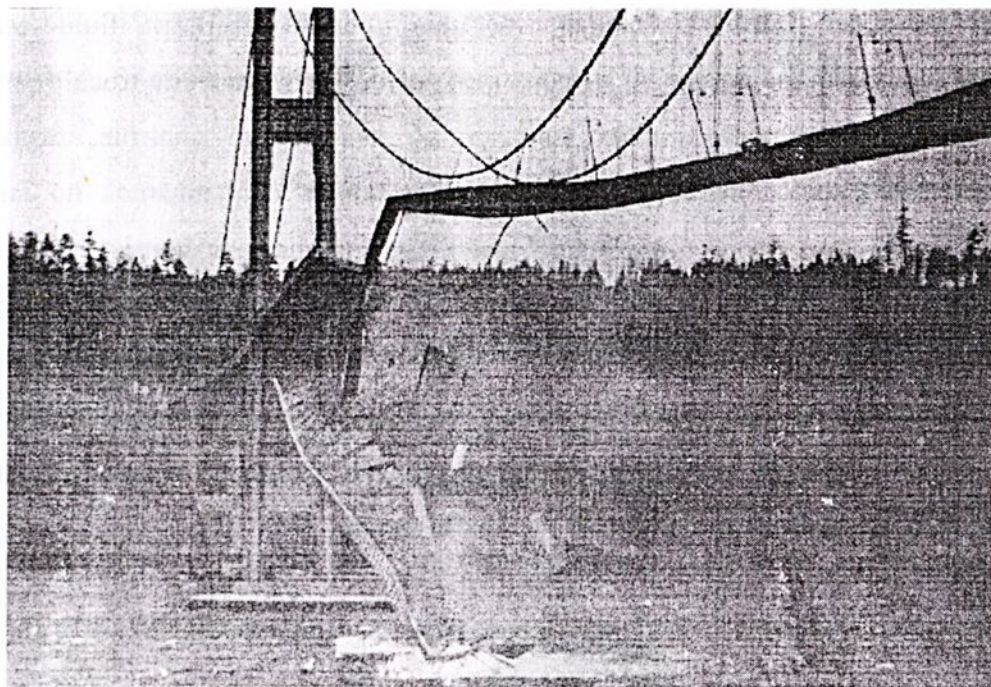


Figura 1-4. Destruição da ponte do estreito de Tacoma devido à ação do vento natural retirado de <http://www.civeng.carleton.ca>.

Em trocadores de calor do tipo casco-tubos, também, o espaçamento entre as chicanas que sustentam o feixe tubular deve ser cuidadosamente especificado, para limitar a amplitude de vibração dos tubos. A Figura 1-5 mostra os danos causados num trocador de grande porte, presumivelmente mal dimensionado, em decorrência das vibrações dos tubos, induzidas pelo desprendimento alternado de vórtices.

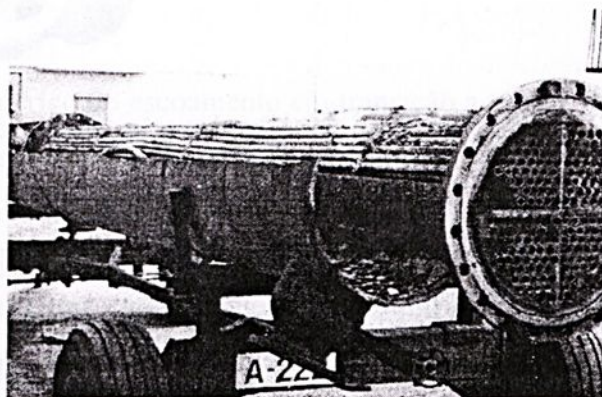
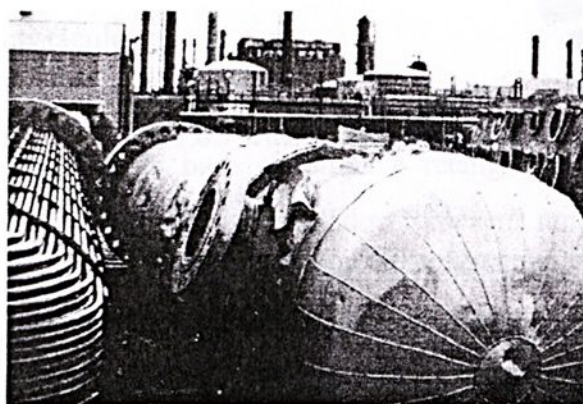


Figura 1-5. Trocador de calor do tipo casco-tubos danificado em virtude das vibrações induzidas pelo escoamento – retirada de www.chne.unm.edu/phototour.dc3/.

Apesar do poder destrutivo resultante de uma interação arbitrária fluido-estrutura, o conhecimento macroscópico da dinâmica e dos mecanismos intrínsecos de troca de massa e de calor no seio do escoamento podem conduzir ao seu efetivo controle, resultando no aprimoramento de projetos estruturais ou criação de novos equipamentos no âmbito dos processos de engenharia. Um exemplo mais recente destas aplicações consiste no medidor de vazão representado na Figura 1.6, onde um obstáculo cilíndrico é introduzido no interior do escoamento cuja vazão se pretende determinar. O sistema é dotado de sensores capazes de captar a frequência das oscilações de pequena amplitude, provocadas pelo desprendimento dos vórtices alternados. Esta frequência pode ser facilmente correlacionada à velocidade média de aproximação da corrente livre, permitindo o cálculo da vazão.

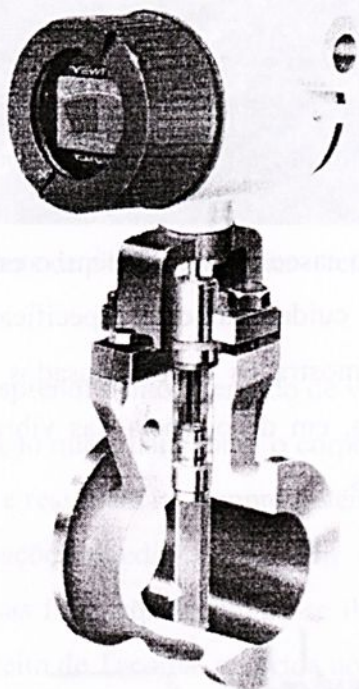


Figura 1-6. Medidor de vazão a efeito vórtice comercial (*Yokogawa Electric Co.*).

Um último exemplo de aplicação particularmente interessante no contexto deste trabalho, é ilustrado na Figura 1-7, que representa um trocador de calor compacto de placas paralelas, munido de aletas interrompidas dispostas em quincôncio. Tais equipamentos apresentam, em geral, uma elevada superfície de troca por unidade de volume e são projetados para desenvolverem altos coeficientes de transferência de calor. Evidentemente, a performance do aparelho mantém estrita dependência com as características do escoamento, que, por sua vez, é fortemente influenciado pela forma, dimensões e espaçamento entre as aletas.

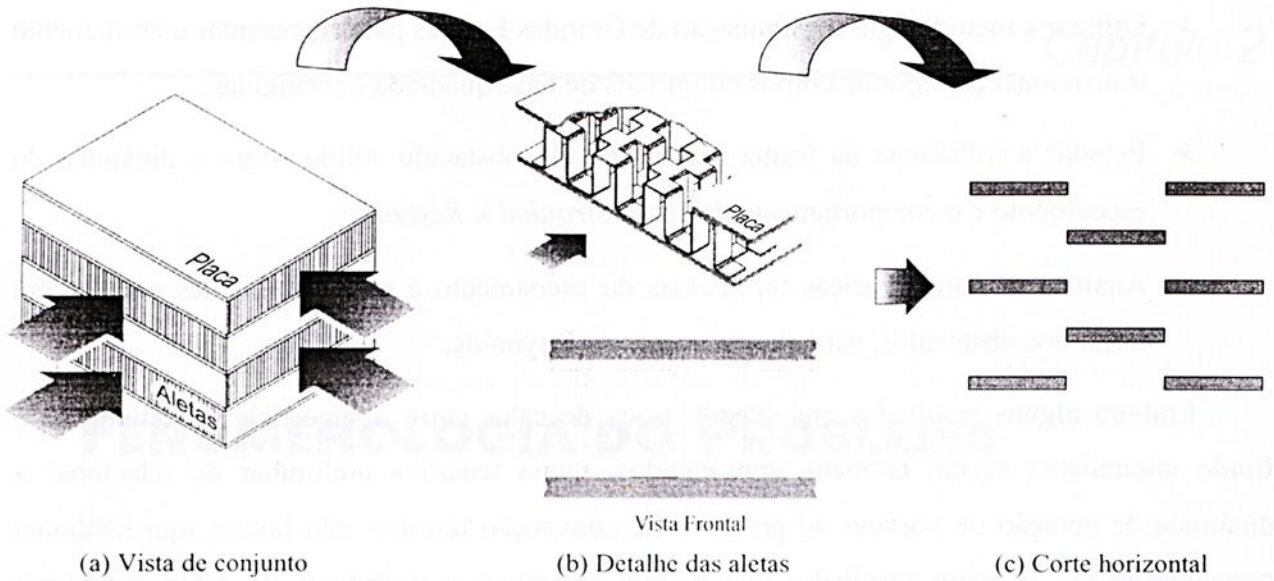


Figura 1-7. Trocador de calor compacto de placas paralelas, munido de aletas interrompidas dispostas em quincôncio.

1.3 ESCOPO E OBJETIVOS DA PESQUISA

A esmagadora maioria dos trabalhos que tratam do escoamento ao redor de corpos cilíndricos referem-se àqueles com seção transversal circular. Apenas mais recentemente, o escoamento ao redor de cilindros de base não circular passou a atrair a atenção de um número considerável de pesquisadores, com destaque para os cilindros de base quadrada. Ainda hoje, uma quantidade relativamente reduzida de trabalhos consideram o escoamento ao redor de cilindros com seção transversal retangular, apesar da grande importância prática deste tipo de obstáculo.

A presente pesquisa refere-se ao estudo numérico do escoamento em transição ao redor de cilindros de base quadrada e retangular, dispostos perpendicularmente à corrente livre. Os resultados aqui apresentados fornecem uma contribuição à compreensão dos mecanismos de geração e advecção de vórtices na esteira de corpos com esta geometria, que podem, em primeira aproximação, representar uma aleta isolada de um trocador de calor compacto, percorrida por um escoamento que incide perpendicularmente sobre ela.

Em linhas gerais, os principais objetivos específicos desta pesquisa podem ser assim resumidos:

- Utilizar a metodologia de Simulação de Grandes Escalas para representar o escoamento transicional ao redor de corpos cilíndricos de base quadrada e retangular;
- Estudar a influência da forma geométrica do obstáculo sólido sobre a dinâmica do escoamento e o comportamento da curva *Strouhal* $\times$ *Reynolds*;
- Analisar as características turbulentas do escoamento e as instabilidades geradas em torno dos obstáculos, para altos números de Reynolds;

Embora alguns resultados envolvendo troca de calor entre a superfície do cilindro e o fluido circundante sejam, também, apresentados, numa tentativa preliminar de relacionar a dinâmica de geração de vórtices ao processo de convecção térmica, não houve aqui nenhuma preocupação em se gerar resultados que fossem aplicáveis a trocadores de calor como, por exemplo, faixa de Reynolds, níveis de turbulência, dimensões geométricas dos cilindros, entre outros. A maior ênfase do trabalho concentra-se, portanto, na análise do escoamento adiabático e isotérmico ao redor de obstáculos isolados.

É importante destacar que o desenvolvimento de um programa computacional para a solução das equações que governam o problema foge ao escopo deste trabalho. Todos os resultados apresentados foram gerados com o auxílio do código computacional *FLUENT*, em sua versão 5.3, muitas vezes com a inserção de subrotinas elaboradas no âmbito desta pesquisa, para permitir o cálculo de variáveis pertinentes ao problema abordado. Para facilitar a análise dos resultados obtidos, ressalta-se, ainda, o desenvolvimento de um programa para o pós-processamento dos sinais adquiridos, através da aplicação da Transformada de Fourier e do cálculo de parâmetros estatísticos de interesse.



FENOMENOLOGIA DO PROBLEMA

2.1 INTRODUÇÃO

Do ponto de vista fenomenológico, quando um fluido escoar sobre um corpo estacionário ou, equivalentemente, quando um corpo move-se no interior de um fluido em repouso, uma região de escoamento perturbado forma-se ao redor do corpo. A extensão dessa região e a magnitude das perturbações ali presentes dependem de vários fatores, tais como a forma geométrica, a orientação e o tamanho do obstáculo, as propriedades do fluido, o regime de escoamento, além de uma grande variedade de pequenos distúrbios – Zdravkovich (1997).

Em linhas gerais, um escoamento deste tipo é caracterizado pela presença de uma região de recirculação e pela existência de uma esteira de vórtices ou turbilhões, que se formam a jusante do obstáculo. O movimento relativo entre o fluido e o sólido proporciona o aparecimento de perfis inflexionais de velocidade, gerando fenômenos altamente complicados, decorrentes da interação simultânea entre três regiões de forte cisalhamento: a camada limite, a zona de separação e a esteira turbilhonar. A Figura 2-1 ilustra o escoamento ao redor de um cilindro de seção transversal circular, onde podem ser identificadas cada uma destas três regiões.

No caso de cilindros de base quadrada e retangular, a presença de arestas vivas traz uma complexidade ainda maior ao escoamento, que sofre descolamento logo no bordo de ataque, com possíveis recolamentos nas faces laterais do cilindro.

Nas seções que se seguem, serão abordados os principais aspectos que caracterizam o comportamento dinâmico deste tipo de escoamento.

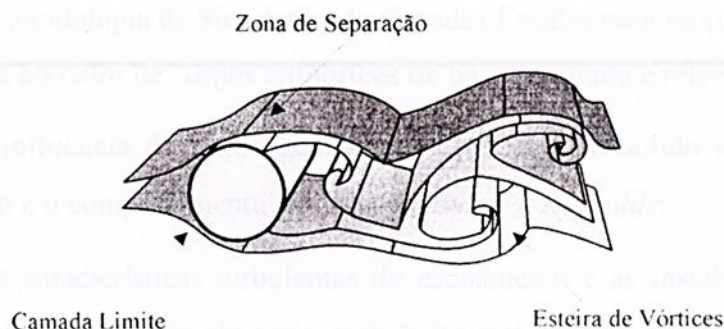


Figura 2-1. Escoamento ao redor de um corpo cilíndrico.

2.2 FENOMENOLOGIA DO PROBLEMA

2.2.1 Definição de Parâmetros Físicos e Geométricos

A Figura 2-2 apresenta, esquematicamente, um cilindro retangular exposto a ação de um fluido incidindo perpendicularmente a ele, com velocidade uniforme U_∞ . O escoamento é, neste caso, governado pelo número de Reynolds, escrito tradicionalmente como:

$$Re = U_\infty B / \nu \quad (2-1)$$

onde B é a dimensão característica do obstáculo e ν a viscosidade cinemática do fluido.

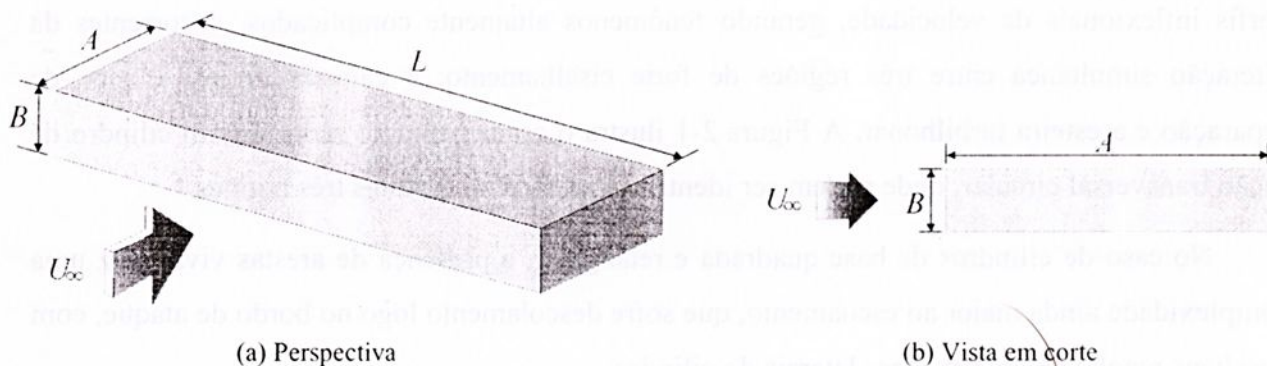


Figura 2-2. Escoamento ao redor de um cilindro de base retangular.

Dentre os fatores que exercem maior influência sobre o comportamento dinâmico do escoamento ao redor de cilindros retangulares, situa-se a razão de forma, dada pela relação:

$$\phi = A / B \quad (2-2)$$

onde A e B representam as dimensões da base do cilindro. Neste contexto, um cilindro de base quadrada pode ser visto como um cilindro retangular, com razão de forma (ϕ) igual a 1.

No regime de emissão alternada de vórtices, a frequência de desprendimento de turbilhões relaciona-se com a velocidade média do escoamento U_∞ e com a dimensão característica do obstáculo B , através do número de Strouhal, definido, na maioria das vezes, por:

$$St = fB / U_\infty \quad (2-3)$$

onde f é a frequência de desprendimento dos vórtices gerados apenas sobre uma das faces do cilindro.

Em muitas situações, torna-se mais conveniente o cálculo do número de Strouhal com base na dimensão A do cilindro, como mostra a expressão:

$$St_A = fA / U_\infty \quad (2-4)$$

valendo ressaltar que, mesmo nestes casos, o número de Reynolds é sempre calculado com base na dimensão B .



2.2.2 Regimes de Escoamento

A. Cilindros de Base Quadrada

A Figura 2-3 mostra a configuração do escoamento ao redor de um cilindro quadrado, caracterizado por diferentes regimes de escoamento, em função do número de Reynolds.

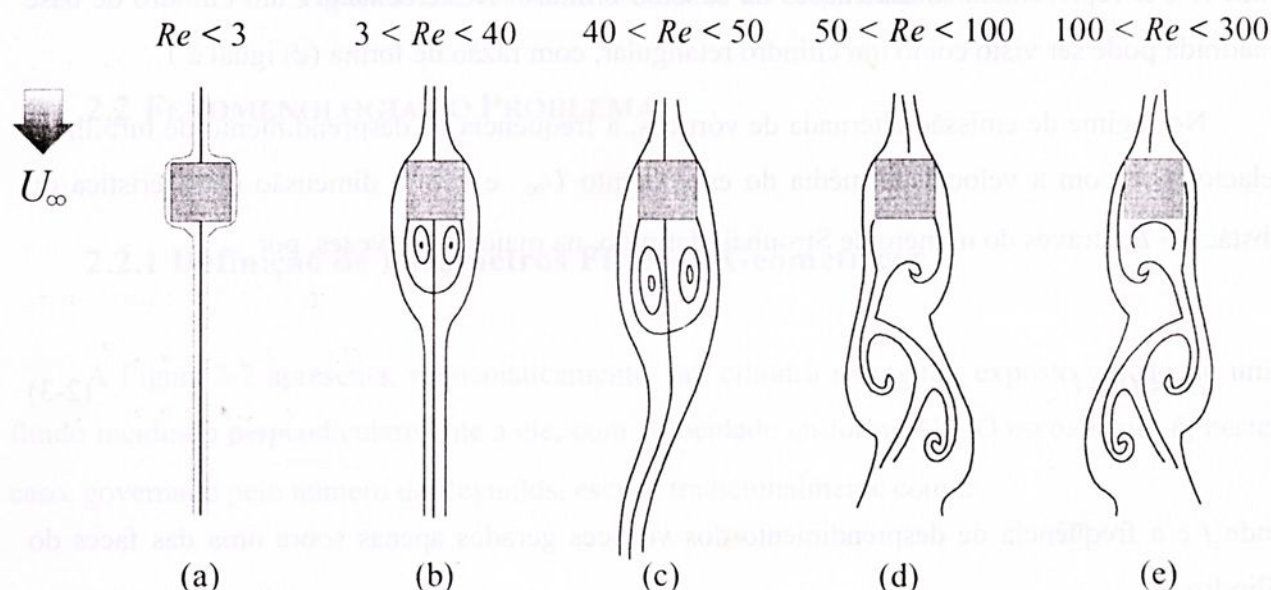


Figura 2-3. Regimes de escoamento ao redor de um cilindro quadrado. Ilustração gerada a partir dos resultados experimentais de Mansur *et al.* (1996), Lindquist (2000a) e Almeida *et al.* (2000a).

Quando o escoamento se dá a um número de Reynolds suficientemente baixo, as linhas de corrente permanecem simétricas, contornando quase que perfeitamente o corpo sólido – Figura 2-3(a). Neste regime, o descolamento das camadas limite não pode ser claramente identificado, nem mesmo sobre as arestas de ataque ou de fuga.

Na medida em que ocorre uma aumento na velocidade da corrente livre, as duas camadas cisalhantes¹ provenientes de ambos os lados do corpo descolam-se nas arestas de fuga, formando uma região de separação e recirculação, que permanece simétrica e estacionária junto à base do obstáculo – Figura 2-3(b). A jusante desta bolha de recirculação, observa-se uma esteira retilínea, cujas características permanecem invariáveis ao longo do tempo.

¹ Entende-se aqui por camada cisalhante a porção de fluido que, em contato com uma parede sólida, separa-se em algum ponto do escoamento.

Com o gradativo aumento do número de Reynolds, surgem as primeiras instabilidades nessas camadas cisalhantes, visíveis pela oscilação nas linhas de emissão após o cilindro – Figura 2-3(c). Neste ponto, as bolhas de recirculação atingem um tamanho máximo, tornam-se assimétricas e oscilantes.

Para números de Reynolds acima de 50 e menores do que 100, estas instabilidades são fortemente amplificadas e, como a região mais interna das camadas cisalhantes, que se encontra em contato com a superfície do cilindro, detém menor quantidade de movimento que a parte externa, as camadas começam a se enrolar em torno de si mesmas, dando origem ao processo de formação de vórtices. Na sequência, estes vórtices passam a se desprender alternadamente dos dois lados do obstáculo, numa frequência aproximadamente constante, dando origem à chamada esteira turbilhonar de von Kármán – Figura 2-3(d).

Quando o número de Reynolds atinge valores superiores a 100 ou 150, nota-se uma mudança importante no padrão do escoamento. As camadas limite, que antes se descolavam apenas nos bordos de fuga, passam, agora, a se descolarem já nos bordos de ataque, como sugere a Figura 2-3(e).

Aumentando-se ainda mais a velocidade da corrente livre, tem início o processo de transição à turbulência, com a presença de uma maior gama de escalas no seio do escoamento. Na medida em que se eleva o número de Reynolds a evolução deste processo conduzirá o escoamento para um regime completamente turbulento.

B. Cilindros de Base Retangular

Para cilindros retangulares, outros fenômenos se fazem presentes no seio do fluido, modificando sensivelmente a dinâmica do escoamento em relação ao caso anterior, como mostra a Figura 2-4.

Para números de Reynolds extremamente baixos, Figura 2-4(a), o escoamento ao redor de um cilindro de base retangular apresenta a mesma configuração mostrada anteriormente para o cilindro quadrado.

Um pequeno aumento na velocidade do escoamento – Figura 2-4(b) – faz com que o escoamento se separe nos cantos frontais (bordos de ataque), para, logo em seguida, se recolar

sobre a face do cilindro. Neste caso, ainda não se verifica a separação da camada limite nos cantos posteriores do cilindro (bordos de fuga).

Um subsequente aumento do número de Reynolds promove as primeiras instabilidades na esteira, de início com a formação de duas bolhas de recirculação que, em um dado momento, se tornam assimétricas e oscilantes a tal ponto de iniciar a geração dos vórtices discretos e alternados, formando a esteira de von Kármán – Figura 2-4(c).

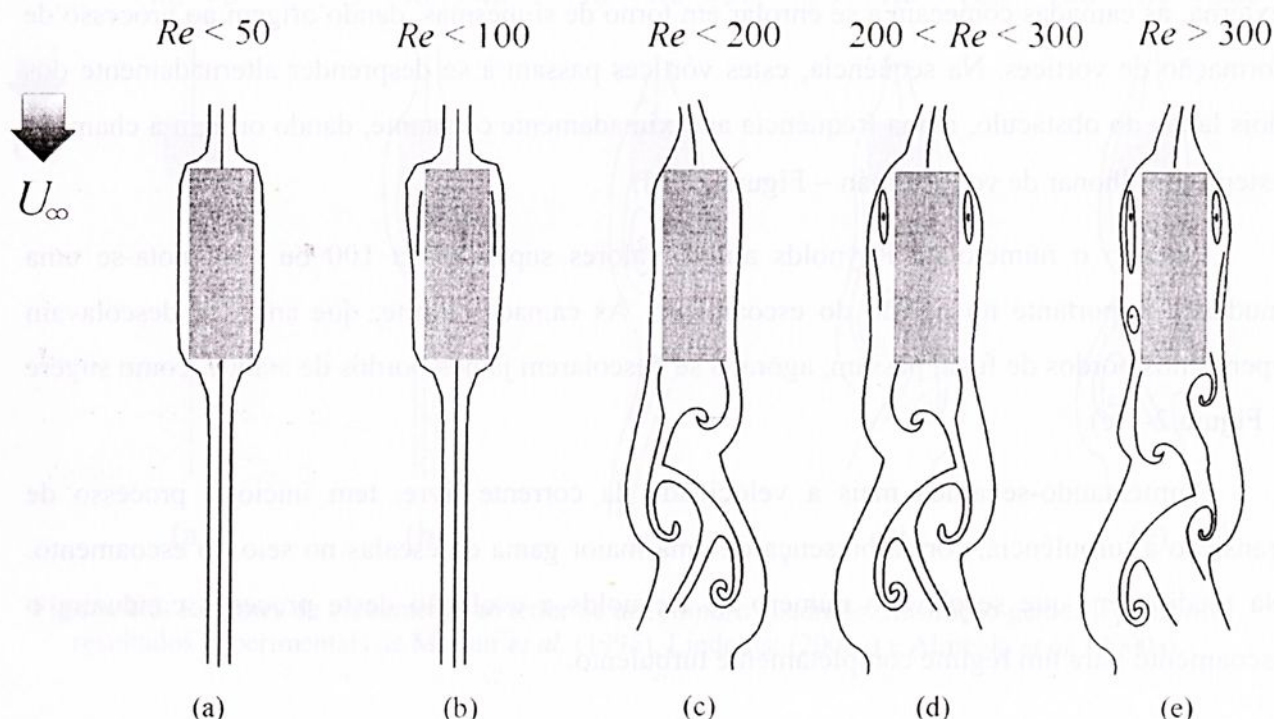


Figura 2-4. Regimes de escoamento ao redor de um cilindro retangular. Ilustração gerada a partir dos resultados Lindquist (2000a).

Para números de Reynolds entre 200 e 300, as camadas cisalhantes separadas nas arestas de ataque podem se tornar instáveis devido à presença de um canto vivo na borda de fuga do corpo cilíndrico. Neste caso, as bolhas de recirculação formadas sobre a superfície lateral do cilindro se desestabilizam e passam a oscilar – Figura 2-4(d).

Na medida em que o número de Reynolds é aumentado, os efeitos de inércia tornam-se mais importantes, convectando a região de recirculação para a jusante do perfil. Neste caso, o comprimento da região de recolamento da camada cisalhante aumenta em função do número de Reynolds. Em algum ponto sobre o cilindro, ocorre a divisão dessa camada, formando um

pequeno vórtice discreto e alternado que será advectado para o bordo de fuga do cilindro – Figura 2-4(e).

É interessante enfatizar, neste caso, que uma única camada cisalhante separada pode tornar-se instável na presença do canto vivo na borda de fuga do cilindro, introduzindo uma complexidade adicional ao campo de escoamento. Na esteira, em alguns casos, pode-se observar a interação entre os vórtices que são formados sobre a superfície do obstáculo e aqueles que são originados na esteira de von Kármán, imediatamente após o cilindro. Alguns autores têm designado este tipo de instabilidade como *Impinging Shear Layer Instability (ISLI)*, como por exemplo, Ohya *et al.* (1992), Nakamura *et al.* (1996), entre outros.

Aliados à esta complexidade inerente ao escoamento para os regimes mostrados na Figura 2-4, começam a aparecer os fenômenos de transição do escoamento, os quais ocorrem nas proximidades da superfície do cilindro à medida em que o número de Reynolds é continuamente aumentando. Consequentemente é bem provável que exista uma certa faixa do número de Reynolds onde as características do escoamento, em particular o número de Strouhal de um cilindro retangular, se altera notavelmente. Os próximos tópicos, descrevem de maneira detalhada algumas dessas características do escoamento, de acordo com trabalhos já publicados na literatura.

2.2.3 Dinâmica do Escoamento sobre as Faces do Cilindro

Nos casos onde ocorre o descolamento da camada cisalhante na aresta de ataque do cilindro, com recolamento sobre a superfície lateral do obstáculo, observa-se a formação de uma zona de recirculação de comprimento l , tal como ilustra a Figura 2-5. O tamanho e a estabilidade desta bolha são determinadas pela magnitude do número de Reynolds.

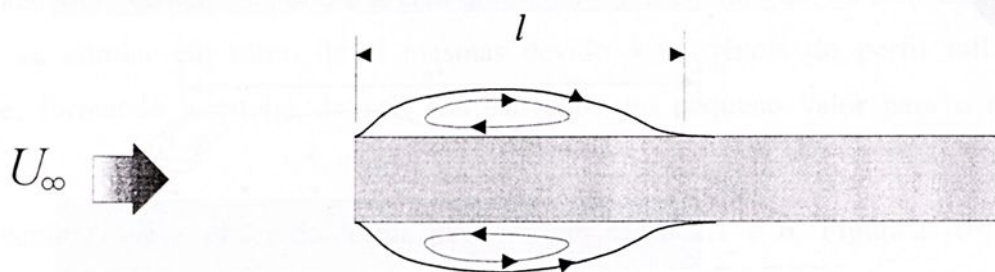


Figura 2-5. Bolhas de recirculação sobre as faces de um cilindro retangular.

Na medida em que cresce este parâmetro, as bolhas aumentam de tamanho e começam a sofrer as primeiras instabilidades. Os efeitos de inércia tornam-se mais pronunciados, advectando a bolha em direção ao bordo de fuga do cilindro, como ilustrado na Figura 2-6(a). De acordo com Ota *et al.* (1981), pode-se caracterizar este regime de escoamento pela presença de um descolamento e recolamento laminares da camada cisalhante sobre o obstáculo.

Com o aumento progressivo do número de Reynolds, concomitantemente à emissão dos rolos de vórtices na esteira, observa-se que, além do crescimento das bolhas, a camada cisalhante torna-se instável, começando a oscilar na mesma frequência de emissão dos turbilhões. Numa etapa posterior, a bolha de recirculação choca-se contra a superfície do cilindro próximo ao ponto de recolamento, dividindo-se em duas. Na sequência, a região a montante começa novamente a crescer, dando origem a uma nova bolha, enquanto que a região a jusante é, agora, advectada para o bordo de fuga do cilindro, na forma de um vórtice discreto – Figura 2-6(b). Este regime é caracterizado por um descolamento laminar e um recolamento turbulento, devido, sobretudo, às instabilidades que aparecem próximas ao ponto onde a camada se recol.

Aumentando-se ainda mais o número de Reynolds, observa-se a transição do escoamento, do regime laminar para o turbulento, que se caracteriza, macroscopicamente, pela independência do comprimento de recolamento em função de Reynolds – Figura 2-6(c). Aqui, tanto o descolamento como o recolamento são turbulentos, ocasionando fortes interações turbilhonares sobre a superfície do obstáculo.

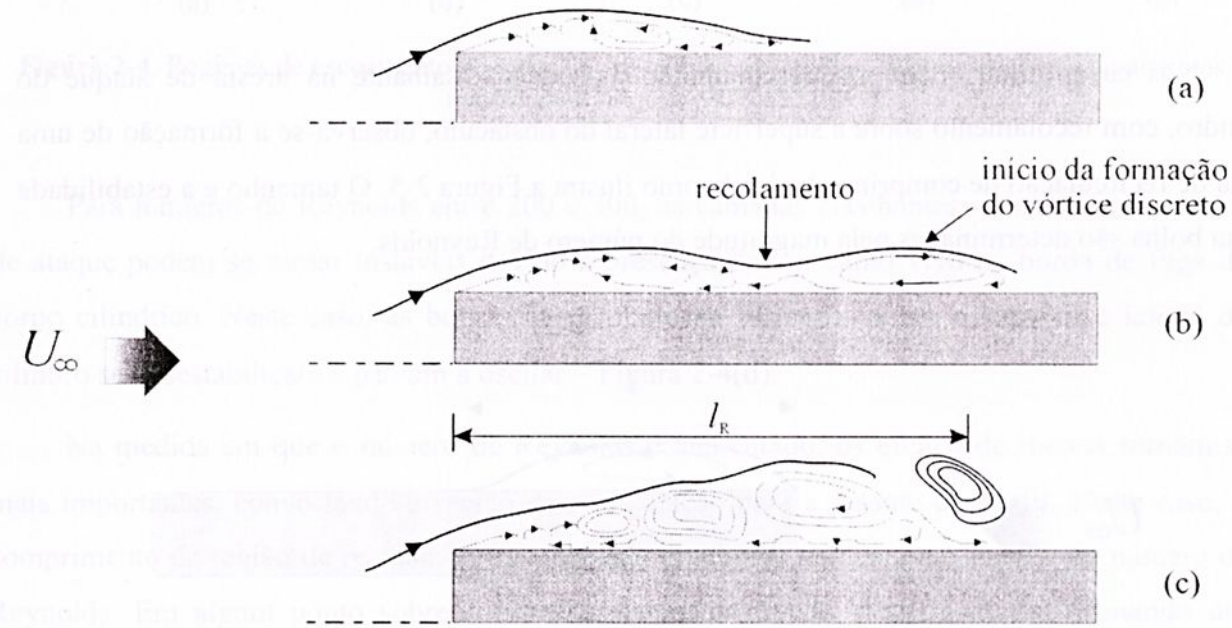


Figura 2-6. Caracterização da dinâmica do escoamento sobre as faces de um cilindro retangular.

É interessante ressaltar que todos estes fenômenos estão fortemente relacionados com a razão de forma ϕ do cilindro retangular. Com efeito, um aumento da razão de forma A/B , pode promover o aparecimento de mais estruturas turbilhonares sobre a superfície do obstáculo, podendo provocar turbulência local no campo de escoamento. Por outro lado, esses fenômenos podem tornar este tipo de escoamento muito mais sensível ao número de Reynolds, com mudanças significativas na frequência de emissão de vórtices.

2.2.4 Influência da Razão de Forma

A razão de forma, $\phi = A/B$, constitui, sem dúvida, o parâmetro que exerce maior influência sobre o escoamento ao redor de cilindros retangulares. Não apenas a curva Strouhal *versus* Reynolds modifica-se radicalmente em função da razão de forma, como também alguns fenômenos importantes, que definem a dinâmica de geração de vórtices, podem estar presentes numa determinada faixa de ϕ e não se manifestarem em outras.

Analisando-se exclusivamente a variação da razão de forma, pode-se estabelecer regimes bastante distintos do escoamento, onde se pode associar o número de estruturas turbilhonares, dispostas sobre a superfície lateral do obstáculo, com a mudança no valor do parâmetro (ϕ). Segundo Okajima *et al.* (1992), citado em Tochon (1993), as alterações no padrão do escoamento, para cilindros retangulares, está intrinsecamente associada à mudança na razão de forma. Em alguns casos, esse fator assume valores considerados críticos onde nota-se uma modificação radical do escoamento sobre as faces do obstáculo.

A Figura 2-7 resume, de maneira genérica, os diferentes regimes de escoamentos ao redor de um cilindro retangular em função da razão de forma. Observa-se, na Figura 2-7(a), que o escoamento ao se chocar contra o bordo de ataque do cilindro, descola-se totalmente, sem que haja um posterior recolamento sobre a face do cilindro. Nesta situação, as camadas cisalhantes passam a se enrolar em torno de si mesmas devido à existência do perfil inflexional de velocidade, formando a esteira de von Kármán com um pequeno valor para o número de Strouhal.

Aumentando-se a razão de forma para valores entre 2,1 e 6, Figura 2-7(b), ocorre o recolamento alternado das camadas cisalhantes sobre as superfícies laterais do cilindro. Observa-



se que, nesta faixa de ϕ , sempre existe um único vórtice discreto sobre a superfície do obstáculo, ora na face superior, ora na inferior. Nesta situação, o número de Strouhal já é bem maior do que no caso anterior, considerando, obviamente, um mesmo número de Reynolds.

Para valores de ϕ acima de 6, observa-se a formação de 2 ou mais vórtices, que são advectados sobre as faces do cilindro em direção ao bordo de fuga – Figura 2-7(c). Na medida em que cresce a razão de forma, observa-se, também, um aumento no valor do número de Strouhal.

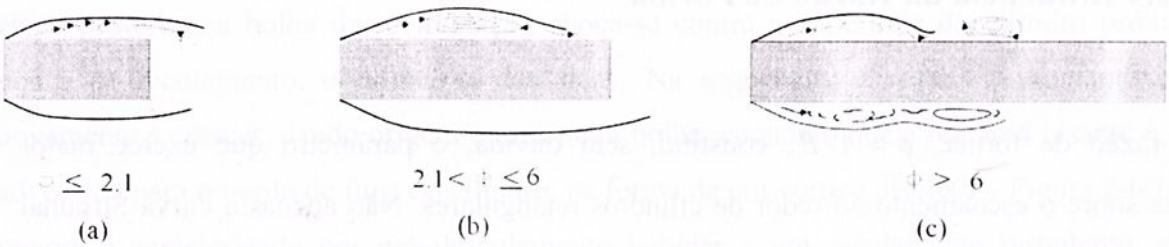


Figura 2-7. Escoamento ao redor de um cilindro retangular em função da razão de forma.

Em resumo, dois diferentes tipos de vórtices periódicos podem ser encontrados no escoamento ao redor de cilindros retangulares. Segundo a nomenclatura utilizada por Ozono *et al.* (1992), citado em Tochon (1993), os vórtices advectados sobre as faces do cilindro, originários da divisão da bolha de recirculação que se forma no bordo de ataque, são chamados de “Vórtices-L” – Figura 2-8(a), enquanto aqueles oriundos do descolamento da camada limite no bordo de fuga denominam-se “Vórtices-T” – Figura 2-8(b). Evidentemente, existe entre estes dois tipos de vórtices uma forte interação, notadamente na região imediatamente atrás do obstáculo, podendo, em alguns casos, resultar no emparelhamento de turbilhões contra-rotativos.

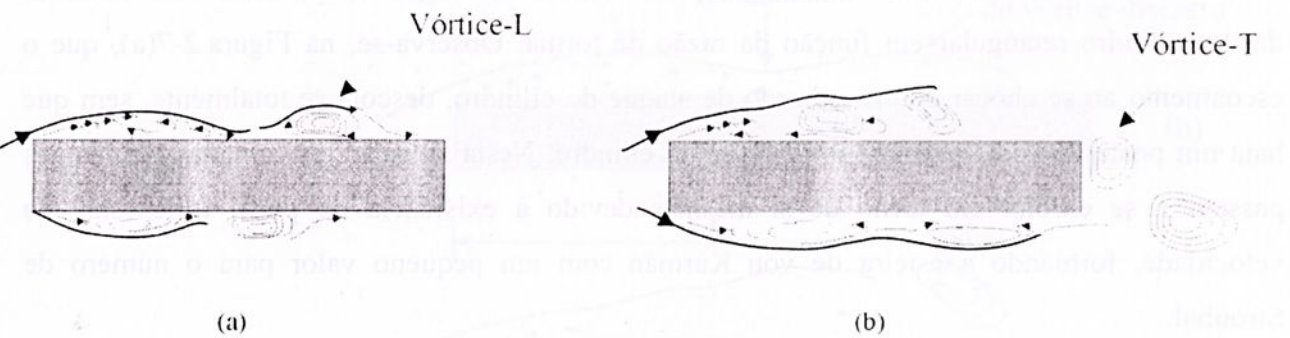


Figura 2-8. Esquema descritivo dos tipos de vórtices – “Vórtice-L” e “Vórtice-T”.

Para regimes mais severos do escoamento com o aparecimento de fenômenos turbulentos, observa-se a intensificação destes mecanismos de interação turbilhonar, com o contínuo emparelhamento destas estruturas próximos ao bordo de fuga e no próprio curso da esteira. Algumas considerações sobre a turbulência no escoamento ao redor de corpos cilíndricos serão dadas na sequência.

2.2.5 A Turbulência no Escoamento ao Redor de Corpos Cilíndricos

De maneira genérica o escoamento ao redor de cilindros, com emissão de vórtices periódicos a baixos Reynolds, constitui um fenômeno determinístico, que pode ser facilmente reproduzido, experimental ou numericamente. Por outro lado, a altos números de Reynolds, flutuações estocásticas tridimensionais sobrepõem-se ao movimento bidimensional de despreendimento dos vórtices, introduzindo efeitos que modificam de maneira importante toda a dinâmica turbilhonar. A representação numérica desses mecanismos é, ainda hoje, um grande desafio às metodologias modernas de cálculo de escoamentos.

A Figura 2-9 ilustra uma esteira formada a jusante de um obstáculo cilíndrico, onde se observa a presença de instabilidades, que se manifestam na forma de vórtices longitudinais do tipo “grampo de cabelo”, dando início ao processo de transição à turbulência.

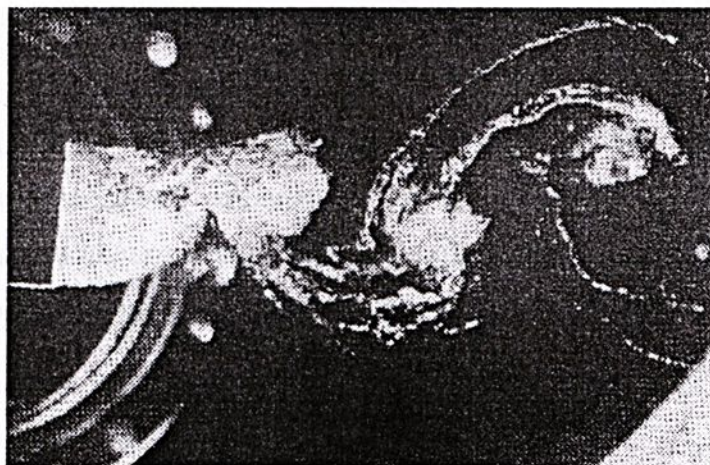


Figura 2-9. Ilustração representativa das instabilidades presentes no escoamento ao redor de um corpo cilíndrico (imagem retirada de Lesieur, 1994).

Neste contexto, uma das características mais notáveis dos escoamentos turbulentos é a presença de uma grande multiplicidade de escalas de tempo e de comprimento no seio do fluido.

Escoamentos turbulentos ao redor de corpos cilíndricos não constituem exceção à esta regra. Os maiores turbilhões apresentam baixa frequência e possuem tamanhos comparáveis às dimensões características do obstáculo. As menores estruturas turbulentas, por sua vez, são tanto menores quanto mais turbulento for o escoamento. Em outras palavras, à medida que o número de Reynolds do escoamento aumenta, as escalas dissipativas do movimento vão diminuindo proporcionalmente a $Re^{3/4}$. Se, por um lado, as grandes escalas determinam o movimento médio do fluido, os pequenos turbilhões são responsáveis pelos efeitos dissipativos e sua representação também não pode ser desprezada.

Em trabalhos de natureza numérica, a presença da multiplicidade de escalas torna extremamente difícil a modelagem de um escoamento turbulento, uma vez que as menores escalas são muitas ordens de grandeza menores que a dimensão característica do escoamento, necessitando-se o uso de malhas extremamente refinadas para a sua completa representação. Esse é, sem dúvida, ainda, o grande impasse para a solução numérica de escoamentos turbulentos em geral.

Neste campo, a predição numérica do escoamento turbulento ao redor de cilindros retangulares pode ser considerada como um dos mais difíceis problemas no âmbito da mecânica dos fluidos computacional, uma vez que este tipo de escoamento caracteriza-se pela presença de fenômenos de difícil representação numérica tais como zonas de separação sobre as arestas do obstáculo, a presença de linhas de corrente com grandes curvaturas, a formação de uma zona de recirculação atrás do cilindro e o processo de formação e desprendimento dos vórtices, além das próprias características turbulentas inerentes ao escoamento.

Consequentemente, diversos aspectos relacionados à dinâmica de geração, emissão e propagação de vórtices na esteira turbilhonar de cilindros retangulares ainda permanecem obscuros, como, por exemplo, o efeito das instabilidades tridimensionais que aparecem na esteira ao longo do comprimento do cilindro e os efeitos da turbulência nos processos de transferência de calor.

REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

3.1 INTRODUÇÃO

A experimentação foi, durante longo tempo, o principal instrumento à disposição daqueles que se dedicavam ao estudo do movimento dos fluidos e, em particular ao escoamento ao redor de corpos cilíndricos. Até a década de 50, a esmagadora maioria dos trabalhos versando sobre o fenômeno de emissão de vórtices de cilindros era de origem estritamente experimental. Até os dias atuais, inúmeros experimentos são, ainda, conduzidos, na tentativa de apresentar explicações plausíveis para vários fenômenos envolvidos neste tipo de escoamento. Na maioria das vezes, estas investigações são realizadas com o auxílio de túneis aero ou hidrodinâmicos ou, ainda, canais ou tanques d'água. Para a compreensão da dinâmica do escoamento e obtenção de informações qualitativas, faz-se necessário, ainda, o emprego de técnicas de visualização que permitam capturar imagens de detalhes refinados do escoamento. Algumas destas técnicas de visualização são bem conhecidas e difundidas, como a aplicação de traçadores de fumaça em túneis de vento, Hammache & Guarib (1991), ou a injeção de corantes líquidos no escoamento hidrodinâmico em túneis d'água, Tritton (1959).

Além da análise qualitativa do escoamento através do uso de técnicas de visualização, uma grande quantidade de medidas têm sido realizadas na esteira de cilindros, incluindo a obtenção do número de Strouhal, dos coeficientes de sustentação e de arrasto, da distribuição de pressão, dos pontos de separação, das flutuações e perfis de velocidade e do comprimento e da largura da região de formação dos vórtices. Nesta área, o uso de diferentes equipamentos e técnicas, incluindo a anemometria de fio quente, anemometria a Laser Doppler ou, ainda, a velocimetria

por imagens de partículas, têm se mostrado como ferramentas altamente capazes de fornecer resultados confiáveis e representativos da situação real do escoamento.

No que concerne explicitamente ao estudo experimental do escoamento ao redor de cilindros de base retangular, a literatura mostra-se, em alguns casos, limitada, como no conteúdo sobre escoamentos turbulentos ao redor desta geometria.

Todavia, a crescente disponibilidade de computadores e a notável evolução dos métodos numéricos permitiram a modificação deste cenário, viabilizando a implementação de programas computacionais voltados para a simulação de diferentes tipos de escoamentos. Atualmente, estes programas, também conhecidos como *CFD softwares*, se multiplicam e o hábito de utilizá-los se instala como cultura nos meios acadêmicos e industriais. Hoje, pode-se considerar os métodos numéricos e experimentais como ferramentas de trabalho equivalentes em importância, que contribuem, cada qual a seu modo, para o desenvolvimento da tecnologia moderna.

Os primeiros trabalhos voltados para simulação de escoamentos sobre cilindros datam do final da década de 20 e se estendem até a década de 50, baseando-se, principalmente, no método das diferenças finitas. Por questões de limitação computacional, a maioria dos problemas tratados naquela época restringiam-se à solução de escoamentos laminares, definidos em domínios regulares. Entre alguns trabalhos numéricos da época sobre o escoamento ao redor de cilindros circulares, destacam-se os de Thom em 1928, que obteve a primeira solução numérica das equações de Navier-Stokes, para um número de Reynolds igual a 10, e o de Kawaguti em 1953, que obteve soluções para um número de Reynolds igual a 40. Deve-se saber que, acima desse valor, a simulação do escoamento laminar permanente perde seu significado físico, devido às instabilidades inerentes à dinâmica do escoamento.

Talvez devido à questões de limitação computacional ou mesmo de metodologias numéricas capazes de fornecer resultados consistentes, as simulações do escoamento ao redor de cilindros quadrados e retangulares passaram a receber grande atenção dos pesquisadores somente a partir da década de 70. É interessante observar historicamente, que justamente nesta época, houve um grande avanço na implementação de novas metodologias de solução numérica das equações da mecânica dos fluidos. Um exemplo importante é o aparecimento da metodologia de volumes finitos – Patankar (1980).



Para uma melhor compreensão da discussão apresentada a seguir, a Figura 3-1, ilustra esquematicamente, de acordo com o observado na literatura, alguns dos principais fatores que influenciam o escoamento ao redor de cilindros de base retangular. Na literatura aberta, podem ser encontrados vários artigos, numéricos e/ou experimentais, que tratam do estudo isolado de cada um desses fatores. A revisão bibliográfica que ora se apresenta, concentra-se, quase que exclusivamente, na análise da influência da razão de forma, que constitui o principal parâmetro investigado no presente trabalho.

Para melhor organização do texto, os artigos foram classificados segundo o método de abordagem utilizado – estudos experimentais e estudos numéricos – sendo os trabalhos apresentados em ordem cronológica, dentro de cada um desses grupos. Além disso, na última subseção, é apresentada, também, uma revisão voltada para o escoamento ao redor de cilindros retangulares com aplicação em trocadores de calor compactos.

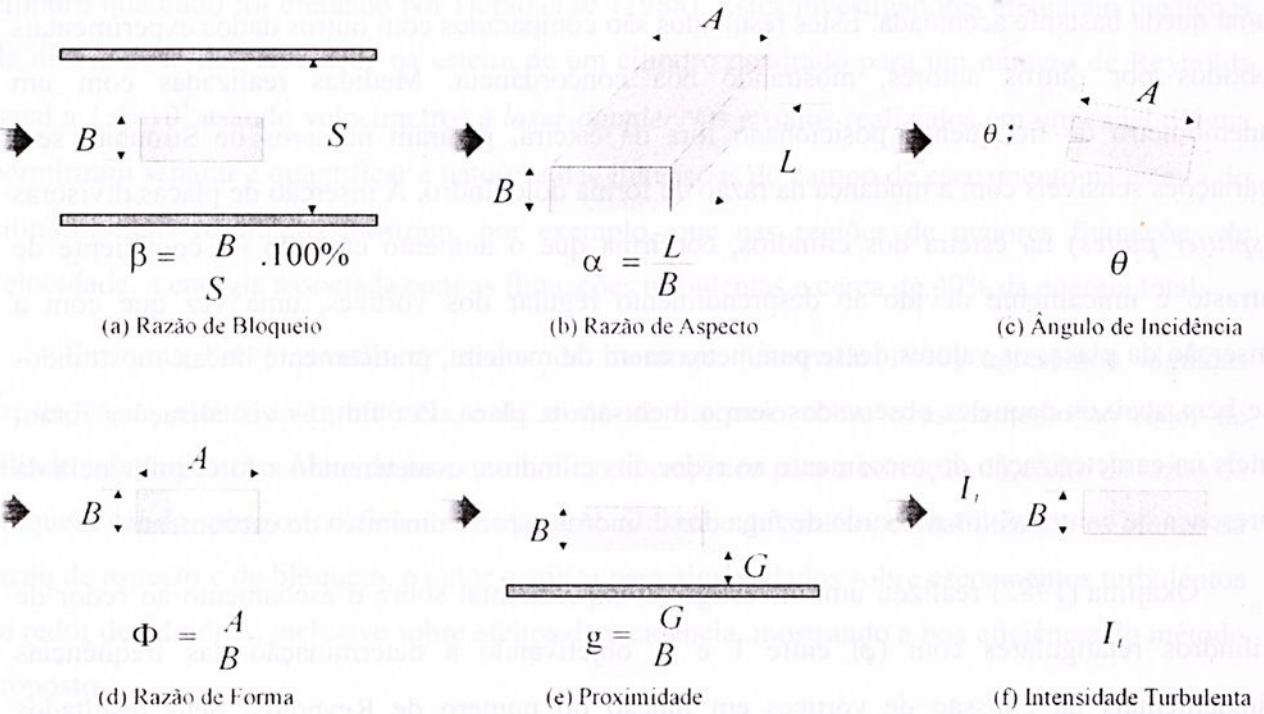


Figura 3-1. Principais fatores de influência sobre o escoamento ao redor de cilindros de base retangular.

3.2 ESTUDOS EXPERIMENTAIS

Um dos importantes trabalhos encontrados nesta área foi apresentado por Bearman & Trueman (1972), considerando a investigação do escoamento ao redor de cilindros retangulares. Neste trabalho, os autores exploram a influência da razão de forma sobre os parâmetros médios do escoamento, como os coeficientes de pressão na base do cilindro, arrasto e número de Strouhal. Para tanto, foram considerados cilindros retangulares com razão de forma entre 0,2 e 1, ensaiados em um túnel de vento com baixo nível de turbulência, para números de Reynolds na faixa de 2×10^4 a 7×10^4 .

Posterior visualizações do escoamento ao redor dos cilindros, foram obtidas em um túnel hidrodinâmico, utilizando-se a técnica de injeção de corantes líquidos. Os resultados para o coeficiente de arrasto, indicam um crescimento deste parâmetro, até um valor máximo de 3, para um cilindro com razão de forma igual a 0,62. Após este limite, o coeficiente de arrasto apresenta uma queda bastante acentuada. Estes resultados são comparados com outros dados experimentais obtidos por outros autores, mostrando boa concordância. Medidas realizadas com um anemômetro de fio quente, posicionado fora da esteira, geraram números de Strouhal, sem variações sensíveis com a mudança na razão de forma do cilindro. A inserção de placas divisoras (*splitter plates*) na esteira dos cilindros, confirma que o aumento causado no coeficiente de arrasto é unicamente devido ao desprendimento regular dos vórtices, uma vez que com a inserção da placa, os valores desse parâmetro caem de maneira, praticamente linear, mostrando-se bem abaixo daqueles observados sem a inclusão da placa. Por fim, as visualizações foram úteis na caracterização do escoamento ao redor dos cilindros, evidenciando a forte influência da presença de cantos vivos no bordo de fuga dos cilindros sobre a dinâmica do escoamento.

Okajima (1982) realizou uma investigação experimental sobre o escoamento ao redor de cilindros retangulares com (ϕ) entre 1 e 4, objetivando a determinação das frequências fundamentais da emissão de vórtices em função do número de Reynolds. Seus resultados mostram a variação do número de Strouhal em relação a razão de forma do cilindro para uma extensa faixa do número de Reynolds, desde 70 até 2×10^4 . Medidas da distribuição de velocidade e visualização na esteira dos cilindros foram realizadas para confirmar mudanças na estrutura do escoamento, que se traduzem diretamente, por descontinuidades na curva do número de Strouhal. Devido à faixa dos números de Reynolds investigados, seus experimentos foram conduzidos em um túnel de vento e num canal d'água. Neste último caso, apenas ensaios para número de



Reynolds abaixo de 300 foram realizados, envolvendo, inclusive, visualizações do escoamento através de técnicas como o uso de traçadores sólidos e precipitação eletrolítica. Os resultados experimentais de Okajima (1982) foram comparados com dados oriundos de simulações numéricas realizadas por Okajima & Sugitani em 1979 e com outros dados experimentais disponíveis na literatura aberta. As constatações do autor caracterizam com propriedade o escoamento ao redor dos cilindros, evidenciando a existência de uma faixa crítica do número de Reynolds para $\phi=2$ e 3, na qual ocorre uma mudança abrupta no padrão do escoamento, causando uma descontinuidade na curva do número de Strouhal. Esta mudança também foi confirmada por medidas da distribuição de velocidade e pelas visualizações do escoamento ao redor dos cilindros. Segundo o autor, o valor crítico do número de Reynolds, neste caso, é fortemente dependente da razão de forma do cilindro, além de ser, possivelmente, influenciado pela intensidade turbulenta do fluxo livre.

Posteriormente, um célebre trabalho considerando o escoamento turbulento ao redor de um cilindro quadrado foi efetuado por Durão *et al.* (1988). Estes investigadores efetuaram medições da distribuição de velocidade na esteira de um cilindro quadrado para um número de Reynolds igual a $1,4 \times 10^4$ usando velocímetros a *laser-doppler*. Os ensaios realizados em um canal d'água permitiram separar e quantificar a natureza das flutuações do campo de escoamento na esteira do cilindro. Seus resultados mostram, por exemplo, que nas regiões de maiores flutuações de velocidade, a energia associada com as flutuações turbulentas é cerca de 40% da energia total.

Em uma breve revisão de dados da literatura, Laneville (1990) apresentou algumas medições do efeito da turbulência e da razão de bloqueio sobre o escoamento ao redor de cilindros retangulares. Além de propor um método empírico para a correção do efeito da razão de bloqueio sólido sobre os coeficientes de pressão na base e de arrasto, contabilizando os efeitos da razão de aspecto e de bloqueio, o autor o aplica para alguns dados sobre escoamentos turbulentos ao redor de cilindros, inclusive sobre efeitos de incidência, mostrando a boa eficiência do método proposto.

Okajima (1991) novamente apresentou um estudo experimental do escoamento ao redor de cilindros com razões de forma variando entre 1 e 16, analisando as mudanças nos padrões de escoamento para números de Reynolds na faixa de 200 a $0,7 \times 10^4$. Suas observações revelam a existência de um novo valor crítico de 6,5 para o fator razão de forma a altos números de Reynolds, onde o número de Strouhal muda abruptamente. Notadamente para cilindros com razão de forma próximas ao valor crítico, duas frequências fundamentais de emissão são



capturadas no sinal de velocidade processado via FFT. O autor revela também que, para números de Reynolds abaixo de 2×10^3 , a curva Strouhal *versus* razão de forma cresce de maneira bastante irregular, assumindo a configuração de uma escada com degraus bem definidos. Ainda neste estudo, observações importantes acerca do movimento dos turbilhões são discutidas a luz dos resultados obtidos via técnica de visualização por meio de precipitação eletrolítica. Ressalta-se aqui, a qualidade dessas imagens obtidas, as quais, sem dúvida, constituem ótimas ferramentas na análise da dinâmica do escoamento.

Nakamura *et al.* (1991) empreenderam uma investigação experimental sobre o processo de emissão de vórtices ao redor de cilindros retangulares com razão de forma entre 3 e 16, considerando-se números de Reynolds na faixa de $(1-3) \times 10^3$. A experimentação consistiu em medições da frequência de emissão dos vórtices através do uso de anemômetros de fio quente e na visualização do escoamento ao redor dos cilindros, utilizando-se fumaça como traçador. Para tanto, utilizou-se um túnel de vento com uma intensidade turbulenta menor que 0,3%.

Seus resultados evidenciam, sobretudo, que o processo de emissão dos vórtices para cilindros com razão de forma acima de 3 são caracterizados por instabilidades da camada cisalhante sobre a superfície lateral do cilindro – *Impinging Shear Layer Instability (ISLI)*, onde uma única camada cisalhante torna-se instável na presença de um canto vivo na aresta de fuga do cilindro. Neste caso, os autores observaram que o número de Strouhal, baseado na corda do cilindro, é aproximadamente constante e igual a 0,6 para cilindros com razão de forma variando entre 3 e 5. Para um aumento posterior da razão de forma, até 15, os valores do número de Strouhal aumentam seguindo a relação $0,6n$, onde n é um múltiplo inteiro que significa, também, o número de vórtices discretos que são formados sobre as superfícies laterais do obstáculo. Essa tendência é refletida na curva do número de Strouhal *versus* razão de forma pela presença de patamares bastante definidos, semelhantes a degraus, para números de Reynolds acima de 300.

A visualização do escoamento, usando traçador de fumaça, indicou que o escoamento ao redor de um cilindro com $\phi = 8$ a $Re = 10^3$ é turbulento com inerentes flutuações randômicas. Consequentemente, os efeitos do número de Reynolds sobre o processo de desprendimento dos vórtices são também destacados através da análise dos sinais de flutuação de velocidade, indicando que à medida que o número de Reynolds aumenta, o pico dominante no espectro do sinal torna-se menos agudo. Para cilindros com $\phi > 12$ e $Re = 2 \times 10^3$, o espectro das flutuações possui banda larga, sem a presença de um pico dominante. No entanto, de acordo com autores,

isto não significa que a instabilidade da camada cisalhante (*ISLI*) desaparece para altos números de Reynolds.

Posteriormente, Norberg (1993) apresentou uma investigação experimental do escoamento ao redor de cilindros retangulares com ângulos de ataque variando entre 0° e 90° . A razão de forma dos cilindros foi variada entre 1 e 5, para número de Reynolds na faixa de 400 a 3×10^4 . Os ensaios foram realizados em um túnel de vento de baixa velocidade, tendo uma intensidade turbulenta da corrente livre menor que 0,06%. Através do uso de anemometria de fio quente na esteira do obstáculo, o autor encontrou a existência de múltiplas frequências, para cilindros com pequenos ângulos de ataque, restrito a certas faixas do número de Reynolds e com razão de forma igual a 2 e 3. Para ângulos de ataque intermediários, com o escoamento completamente separado, o número de Strouhal e o coeficiente de arrasto baseado na extensão do lado projetado foram aproximadamente constantes. Embora o autor não apresente nenhuma visualização do escoamento, a qual contribuiria, sobremaneira, para a compreensão dos fenômenos, identifica-se a forte influência do ângulo de ataque e da razão de forma sobre o escoamento, que o autor atribui às interações da camada cisalhante com os lados do cilindro. De maneira geral, os resultados apresentados, quando comparados com outros dados experimentais existentes, mostram uma boa concordância.

Lyn *et al.* (1995) realizaram medidas com velocímetros a *laser-doppler* do escoamento turbulento ao redor de um cilindro quadrado posicionado perpendicularmente ao fluxo livre com um número de Reynolds da ordem de 2×10^4 . Como apontado pelos autores, o escoamento turbulento ao redor de um cilindro quadrado mantém algumas características idênticas quando comparado com o de um cilindro circular. No entanto, algumas discrepâncias mostram-se evidentes para as escalas de comprimento e de velocidade, as quais estão relacionadas diretamente com as estruturas coerentes e com a natureza estocástica da turbulência.

Lindquist *et al.* (1998a) apresentaram um estudo experimental sobre o fenômeno de emissão de vórtices ao redor de um cilindro retangular com $\phi = 2$, posicionado transversalmente à corrente livre, com ângulo de ataque nulo e números de Reynolds inferiores a 10^3 . Os ensaios foram conduzidos num túnel hidrodinâmico vertical, operado em modo *blow-down* pela ação da gravidade. Os resultados quantitativos obtidos na forma da curva de Strouhal *versus* número de Reynolds, mostraram a ocorrência de uma alteração significativa no padrão do escoamento para números de Reynolds compreendidos entre 450 e 550, acompanhado de uma descontinuidade na curva de Strouhal. Utilizando-se técnicas de visualização de escoamentos em meio líquido os



autores puderam identificar, através de imagens captadas em película fotográfica, diferentes configurações do escoamento em função do número de Reynolds.

Li & Melbourne (1999) apresentaram uma investigação sobre o efeito da turbulência de grande escala na flutuação de pressão em escoamentos com separação e recolamento. Para promover estes fenômenos, os autores utilizaram cilindros retangulares com grandes razões de forma, trabalhando em uma faixa do número de Reynolds de $1,5 \times 10^4$ a 5×10^4 , em um túnel de vento com a intensidade turbulenta variando entre 0,8 a 25%. Seus resultados são expressos em gráficos da distribuição do coeficiente de pressão *versus* o comprimento do cilindro, paralelo à direção do escoamento, para diferentes intensidades e escalas turbulentas, aqui definida como (L_x/B) , onde L_x é a escala integral longitudinal turbulenta. Esses dados mostram que a distribuição média de pressão é fortemente afetada pela intensidade turbulenta da corrente livre, ao passo que não é significativamente afetada pela escala da turbulência sobre uma faixa de 0,4 a 3,6. Um aumento posterior da escala da turbulência para valores próximos a 6 indicam uma dependência da distribuição de pressão com este parâmetro. Por outro lado, flutuações de pressão e mesmo picos de pressão são ambos dependentes da intensidade e da escala turbulenta. Infelizmente, os autores não apresentam visualizações do campo de escoamento, a qual poderia servir, significativamente, na identificação e na compreensão dos efeitos da turbulência nos fenômenos de separação e recolamento das camadas cisalhantes sobre as superfícies laterais dos obstáculos.

Recentemente, Lindquist (2000) apresentou um estudo, estritamente experimental, do escoamento ao redor de cilindros de base quadrada e retangular para números de Reynolds inferiores a 10^3 . Seus resultados foram obtidos em um túnel hidrodinâmico vertical operado pela ação da gravidade, com o uso de anemometria de filme quente e de visualizações do escoamento através da técnica de geração de bolhas de hidrogênio, injeção de partículas sólidas e de corantes líquidos. Basicamente, seu interesse era investigar a influência de alguns parâmetros sobre o escoamento ao redor dos cilindros, tais como ângulo de incidência, razão de bloqueio, razão de aspecto e razão de forma dos cilindros. Para a investigação da influência deste último parâmetro, o autor utilizou-se de 8 diferentes modelos cilíndricos, com razão de forma igual a 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 e 16. É interessante ressaltar que a visualização através da injeção de corantes líquidos contribuiu de maneira significativa na compreensão dos fenômenos envolvidos, identificando, sobretudo, as instabilidades presentes nas camadas cisalhantes e detalhes da advecção dos vórtices sobre as superfícies laterais do obstáculo. Medições das flutuações de velocidade na

esteira dos cilindros permitiram a obtenção do número de Strouhal, mostrando boa concordância com outros resultados experimentais e numéricos existentes na literatura.

É interessante ressaltar que muitos dos trabalhos de natureza experimental apresentados aqui, não trazem visualizações do campo de escoamento ao redor dos cilindros. Essa deficiência é, muitas vezes, explicada pela dificuldade experimental de sua obtenção, principalmente em túneis de vento. No entanto, nos últimos anos, as técnicas de visualização de escoamentos têm-se mostrado como ferramentas extremamente importantes para auxílio à compreensão de diversos mecanismos responsáveis pela dinâmica de escoamentos complexos, como é o caso de um fluido escoando ao redor de um obstáculo.

3.3 ESTUDOS NUMÉRICOS

No contexto histórico, uma simulação transiente pioneira do desenvolvimento da esteira turbilhonar a jusante de cilindros retangulares foi apresentada por Fromm & Harlow (1963), para Reynolds variando entre 15 e 6000. Embora tenha constituído uma grande conquista para a época, o programa pecava pelo uso de diferenças centradas, gerando as (agora) bem conhecidas oscilações espaciais de velocidade à frente do corpo, não observadas na prática. Evidentemente, os resultados obtidos, gerados num computador IBM 7090, não apresentavam resolução suficiente para permitir uma análise detalhada do escoamento. No entanto, foi a primeira demonstração de que a solução das equações de Navier-Stokes transientes seriam capazes de prever o processo de desprendimento de vórtices na esteira de um obstáculo imerso no escoamento.

Posteriormente, outro importante trabalho numérico considerando o escoamento ao redor de cilindros quadrados foi apresentado por Davis & Moore (1982). A solução numérica do campo de escoamento, em domínio infinito, foi realizada empregando-se o método das diferenças finitas associado ao uso de esquemas de transporte convectivo do tipo UPWIND de terceira ordem e discretização temporal explícita. Embora os autores tenham investigado também o escoamento ao redor de cilindros com razão de forma diferente de 1, alguns resultados são apresentados para as configurações envolvendo exclusivamente cilindros quadrados. Entre esses resultados, destaca-se a curva de Strouhal *versus* número de Reynolds, para Re variando entre 100 a 2800, onde os autores apresentam diferentes curvas obtidas com o uso de malhas distintas cobrindo o domínio de cálculo. Os resultados mostraram uma boa concordância com dados



experimentais. É importante salientar, também, que os autores dedicaram especial atenção na visualização do campo de escoamento formado em torno do obstáculo. Para tanto, foi utilizado escalares passivos ao campo de escoamento em forma de partículas que eram injetadas a montante do cilindro em um dado intervalo de tempo. Essa técnica permitiu uma boa caracterização da esteira de vórtices formada atrás do cilindro.

Dando continuidade ao trabalho anterior, Davis *et al.* (1984) conduziram uma investigação numérica e experimental do escoamento confinado ao redor de cilindros quadrados e retangulares, dando, no entanto, maior atenção ao caso do cilindro de base quadrada. Os autores estavam interessados em investigar a influência da razão de bloqueio e do perfil de velocidade a montante do obstáculo, sobre o campo de escoamento e, sobretudo, no processo de emissão dos vórtices na esteira do cilindro. Seus resultados permitiram identificar que a presença das paredes laterais conduz a numerosas mudanças na característica do escoamento, incluindo o aumento do arrasto e do número de Strouhal, bem como o aparecimento de zonas de recirculação movendo-se entre a esteira e as paredes. Os autores também identificaram que a forma do perfil de velocidade a montante do obstáculo também exerce forte influência no processo de emissão dos vórtices e que, em situações práticas, não se deve corrigir somente os efeitos da razão de bloqueio sobre o escoamento. Utilizando-se da mesma técnica de injeção de marcadores passivos no campo de escoamento, foram obtidas imagens bastante detalhadas da esteira a jusante do cilindro.

De maneira geral, os estudos numéricos realizados na década de 80 eram tipicamente bidimensionais e, usualmente, a número de Reynolds suficientemente baixos, onde os efeitos da turbulência não são significativos. Em estudos posteriores, considerando o escoamento bidimensional e, ainda, sem o uso de modelos de turbulência, alguns autores passaram a obter resultados de boa qualidade a números de Reynolds mais elevados, graças à utilização de malhas mais refinadas. Destacam-se os trabalhos de Tsuboi *et al.* (1989) e Braza *et al.* (1990), que solucionaram o campo de escoamento ao redor de cilindros circulares para números de Reynolds da ordem de 10^5 e 10^4 respectivamente. Embora esses trabalhos tenham levado em conta o escoamento ao redor de cilindros circulares, tais simulações tornaram-se padrão de referência na época em que foram conduzidas, sobretudo, com as limitações computacionais existentes até então.

Na última década (1990-2000), com o intenso avanço nos equipamentos computacionais, incluindo uma maior rapidez de processamento, a solução numérica de escoamentos turbulentos



ao redor de cilindros tem sido objeto de várias pesquisas. Dentro deste contexto, o uso de diversos modelos de turbulência para prever o escoamento ao redor de cilindros com moderados e altos números de Reynolds tornou-se uma ferramenta bastante promissora, não somente para o cálculo de quantidades médias, mas também auxiliando na compreensão dos fenômenos inerentes à dinâmica deste tipo de escoamento. No entanto, os cálculos de escoamentos com desprendimento de vórtices, utilizando diferentes modelos de turbulência e esquemas de discretização, têm fornecido resultados discrepantes entre si, embora certas tendências possam ser facilmente identificadas – Rodi (1993).

Okajima (1990) apresentou resultados numéricos sobre a variação das forças de sustentação e de arrasto, pressão na base e número de Strouhal para cilindros retangulares com razão de forma variando entre 0,6 e 8, considerando números de Reynolds na faixa de 250 a 800. Seus cálculos, utilizando o método de diferenças finitas, mostraram boa concordância com resultados experimentais, sendo possível identificar uma faixa crítica do número de Reynolds, onde nota-se uma descontinuidade na curva do número de Strouhal, seguido por uma drástica mudança no padrão do escoamento. Os autores também apresentam simulações numéricas, para altos números de Reynolds, utilizando-se o método dos vórtices discretos, o qual permitiu identificar uma mudança abrupta nos valores do número de Strouhal para cilindros com razão de forma igual aos valores críticos de 2,8 ou 6. Imagens do desenvolvimento das camadas cisalhantes sobre a superfície dos cilindros e da esteira de vórtices, resultante das duas modelagens, fornecem informações qualitativas de interesse para a compreensão da dinâmica do escoamento.

Numa investigação mais recente, Okajima *et al.* (1992) apresentaram simulações numéricas dos escoamentos laminar e turbulento ao redor de cilindros retangulares com razão de forma situada entre 0,2 e 10. As equações transientes e bidimensionais de Navier-Stokes foram resolvidas utilizando-se o método de volumes finitos, com o emprego do algoritmo SIMPLE e de um esquema de transporte convectivo de terceira ordem – QUICK. Neste trabalho, foram considerados cilindros com o bordo de ataque tendo arestas com cantos vivos e também arredondadas. As simulações foram conduzidas para números de Reynolds de $(1, 4, 7) \times 10^3$, sendo utilizado o modelo $k-\varepsilon$, somente no cálculo do campo de escoamento ao redor de cilindros com razão de forma 0,6 e 2. Visualizações do campo de escoamento ao redor dos cilindros são apresentadas na forma de linhas de corrente e isovorticidade, enquanto que outros resultados, quantitativos, são expressos em gráficos representativos das séries temporais dos



coeficientes de sustentação e de arrasto. Surpreendentemente, os resultados obtidos com o modelo de turbulência foram considerados bastante inferiores quando comparados com dados experimentais. Em particular, para o cilindro com razão de forma 2, o modelo não conseguiu prever a completa separação do escoamento ao redor do obstáculo, mostrando uma esteira bastante estreita, similar a escoamentos a baixos números de Reynolds. Os resultados obtidos na simulação do escoamento ao redor de cilindros retangulares tendo o bordo de ataque arredondado, mostraram um menor tamanho das bolhas de separação formada sobre a superfície do cilindro, mantendo, contudo, alguma similaridade com o escoamento sobre um cilindro com bordo de ataque em cantos vivos. De maneira geral, alguns parâmetros médios do escoamento, como o número de Strouhal, coeficiente de arrasto e pressão na base do cilindro, mostraram-se razoavelmente próximos de dados experimentais obtidos para número de Reynolds igual a 1000.

Nesta mesma época, Ohya *et al.* (1992), empreenderam uma investigação, utilizando-se o método de diferenças finitas, sobre o escoamento ao redor de cilindros retangulares com razão de forma situada entre 3 e 9 para um número de Reynolds igual a 1000. Seus resultados permitem confirmar uma mudança no padrão de emissão dos vórtices promovida por instabilidades da camada cisalhante sobre a superfície do obstáculo. Neste tipo de instabilidade, denominada *Impinging Shear Layer Instability – (ISLI)*, uma única camada cisalhante, formada sobre uma das superfícies laterais, pode se tornar instável devido à presença de um canto vivo na borda de fuga do obstáculo. Dependendo da razão de forma do cilindro retangular, as camadas cisalhantes que se formam sobre as faces superior e inferior do obstáculo, descolam sobre as bordas de ataque do cilindro e recolam-se em algum ponto da superfície lateral, formando uma bolha de recirculação confinada entre a parede do cilindro e a própria camada cisalhante. Com o início das instabilidades dessa camada, as bolhas de recirculação começam a oscilar e, posteriormente, se fragmentam dando origem a vórtices discretos que são advectados sobre o perfil do cilindro até se mesclarem na esteira formada a jusante do corpo. Antes da bolha se romper, ela oscila em comprimento com a mesma frequência regular exibida na emissão dos vórtices. Neste processo, a bolha aumenta de tamanho até que a camada cisalhante, que a confina, se deflete sobre a superfície do cilindro, dividindo a bolha em duas partes: a anterior, que começa novamente sua fase de crescimento, e a posterior que é transportada como um turbilhão.

Ainda, de acordo com seus resultados, o gráfico do número de Strouhal contra a razão de forma dos cilindros retangulares mostra patamares bastante definidos com valores que se aproximam daqueles fornecidos pela expressão $0,6n$, onde n é um número inteiro que



corresponde ao número de vórtices formado sobre a superfície lateral do cilindro. Assim, cilindros com $\phi = 3-5$ são agrupados no primeiro degrau, com a presença de somente um vórtice sobre sua superfície lateral. Similarmente, cilindros com $\phi = 6-8$ estão situados no segundo degrau com dois vórtices formados sobre a face e, finalmente, cilindros com $\phi = 9$, situados no terceiro degrau, tendo três vórtices discretos sobre a superfície lateral. De maneira geral, a análise numérica empreendida neste trabalho, permitiu a obtenção de detalhes importantes do escoamento, sobretudo, no padrão de emissão dos vórtices e na obtenção da curva representativa do número de Strouhal. Vale a pena ressaltar, que estes resultados foram confrontados, pelos autores, com dados experimentais obtidos anteriormente por Nakamura *et al.* (1991), mostrando satisfatória concordância.

Murakami *et al.* (1993) apresentou uma das primeiras exposições do uso da metodologia de simulação de grandes escalas (*LES*) para o escoamento ao redor de um cilindro quadrado. Contando com satisfatórios recursos computacionais, os autores apresentaram comparações entre simulações bi e tridimensionais, considerando-se um número de Reynolds da ordem de 10^5 . Os resultados, para este caso, são comparados com dados experimentais, onde pode-se observar um melhor desempenho do cálculo tridimensional utilizando-se a modelagem de grandes escalas. Em uma segunda parte do trabalho, os autores apresentam resultados de testes realizados para a comparação de simulações tridimensionais empregando-se *LES* com cálculos bidimensionais envolvendo outros modelos de turbulência, como o *k-ε* padrão e aqueles baseados nas equações médias de Reynolds, também conhecidos como modelos *RANS* (*Reynolds Averaged Navier-Stokes*). Para efeito de comparação, utilizou-se um caso padrão do escoamento ao redor de um cilindro quadrado a um número de Reynolds igual a $2,2 \times 10^4$, para o qual existem dados experimentais disponíveis. De maneira geral, a simulação tridimensional com *LES* apresentou resultados bem melhores que as demais modelagens bidimensionais. Observa-se, também, que a comparação entre as simulações exclusivamente bidimensionais revela um melhor desempenho da modelagem de simulação de grandes escalas em relação as demais metodologias utilizadas.

Dando continuidade a esta análise comparativa de diferentes modelos de turbulência empregados na simulação do escoamento ao redor de cilindros quadrados, dois outros trabalhos se sucederam com as mesmas características, sendo eles Sakamoto *et al.* (1993) e Murakami & Mochida (1995).

Kondo & Yamada (1995a) apresentaram investigações numéricas bidimensionais, utilizando-se o método de elementos finitos, para a solução do campo de escoamento ao redor de



cilindros retangulares com ângulo de incidência nulo. Neste trabalho, considerou-se cilindros com razão de forma entre 0,7 e 4 expostos a uma corrente uniforme com número de Reynolds da ordem de 10^4 . O comportamento aerodinâmico dos cilindros são discutidos com base nas séries temporais dos coeficientes de sustentação e arrasto. Resultados obtidos para o coeficiente de arrasto médio indicam valores relativamente maiores do que aqueles resultantes de experimentos. No entanto, outros parâmetros médios, como o número de Strouhal e coeficiente de pressão na base, mostram-se de bom acordo com dados experimentais.

Posteriormente, em uma continuação deste trabalho, Kondo & Yamada (1995b) apresentaram resultados, utilizando-se a mesma técnica descrita no primeiro artigo, para cilindros retangulares posicionados perpendicularmente a um fluxo uniforme, com ângulo de ataque variando entre 0° e 45° e número de Reynolds igual a 10^4 . Os autores observaram que para grandes ângulos de ataque, o padrão do escoamento ao redor do cilindro torna-se bastante complicado devido a ocorrência de larga região de cisalhamento separada sobre o canto da superfície superior do obstáculo. Ainda neste trabalho, séries temporais e valores médios dos coeficientes de sustentação, arrasto e momento para os cilindros posicionados com ângulo de ataque não nulo são comparados com outros dados numéricos e experimentais disponíveis na literatura aberta, evidenciando uma razoável concordância.

Nakamura *et al.* (1996) realizaram uma investigação experimental e numérica do escoamento ao redor de cilindros retangulares com razão de forma variando entre 3 a 16, para os ensaios experimentais e de 3 a 10 nas simulações numéricas, considerando-se em ambos os casos números de Reynolds na faixa de 200 a 10^3 . Os resultados experimentais para o número de Strouhal, obtidos em um túnel de vento de baixa velocidade, foram comparados diretamente com os das simulações numéricas obtidas através do método de diferenças finitas, mostrando boa concordância. Tanto os dados experimentais como os numéricos indicam que com o aumento do número de Reynolds de 200 para 300, uma transição no modo de emissão de vórtices pode ser observada, com o aparecimento de instabilidades da camada cisalhante – (*ISLI*). Em particular, a transição ocorreu para um número de Reynolds da ordem de 250 nos ensaios experimentais e 350 na análise numérica. Para número de Reynolds mais altos, o modo de emissão de vórtices foi caracterizado exclusivamente por instabilidades do tipo (*ISLI*).

Simulações numéricas bidimensionais do escoamento ao redor de cilindros retangulares com razão de forma entre 1 e 4 são, ainda, apresentadas por Sohankar *et al.* (1997) para números de Reynolds inferiores a 200. A solução do campo de escoamento foi obtida com o uso do

método de volumes finitos, empregando-se o algoritmo SIMPLEC e um esquema de transporte convectivo de terceira ordem QUICK. Além do estudo da influência de diversos parâmetros numéricos, como passo de tempo, espaçamento da malha e extensão do domínio, seus resultados se baseiam no cálculo de diferentes quantidades físicas, como o número de Strouhal e coeficientes de sustentação, de arrasto e de momento. Para Reynolds igual a 200, uma extensa investigação da influência do ângulo de incidência do escoamento é realizada, considerando-se cilindros com razão de forma 1, 2 e 4. Neste caso, o ângulo de incidência foi variado de 0° a 90° , sendo os resultados expostos na forma de gráficos para o número de Strouhal e coeficientes de força *versus* ângulo de incidência. Não obstante os parâmetros físicos investigados, seus resultados também revelam uma forte dependência da configuração numérica, sobretudo, do passo de tempo, do tamanho do domínio e da resolução espacial da malha próxima ao obstáculo. Neste trabalho, visualizações numéricas também são apresentadas para auxiliarem na compreensão da influência da razão de forma sobre a dinâmica da separação e recolamento da camada cisalhante sobre o obstáculo, evidenciando, claramente, mudanças nos padrões de descolamento e eventual recolamento nas arestas dos cilindros.

Lee (1997) apresentou um trabalho numérico sobre a predição de forças aerodinâmicas atuantes em um cilindro quadrado, utilizando modelos de turbulência do tipo $k-\varepsilon$. Segundo o autor, o uso do modelo $k-\varepsilon$ convencional neste tipo de simulação tem provocado algumas falhas, principalmente devido à falta de cuidados na configuração numérica do cálculo a ser realizado. Sob este aspecto, o autor defende a idéia de que este modelo de turbulência deve ser empregado levando em conta parâmetros numéricos importantes, como o espaçamento da malha próximo à paredes e a escolha de esquemas de transporte convectivos adequados. Desta forma, uma sistemática investigação é levada a termo para avaliar quais fatores em uma modelagem numérica são importantes na predição de um escoamento turbulento. Para tanto, foi utilizado três diferentes tipos de modelos $k-\varepsilon$, a saber: $k-\varepsilon$ padrão, RNG - $k-\varepsilon$ e o modelo *low Reynolds* $k-\varepsilon$. Os efeitos de parâmetros numéricos como a precisão temporal e espacial, além dos esquemas de transporte convectivo são também investigados. Os resultados obtidos das diferentes simulações foram comparados com dados oriundos de uma simulação numérica tridimensional com modelagem *LES* e pontos experimentais coletados na literatura, mostrando razoável concordância. Em resumo, o autor chega a conclusão de que os resultados obtidos com modelos do tipo $k-\varepsilon$ são muito sensíveis a resolução espacial e ao tratamento dos termos convectivos, necessitando especial cuidado na configuração destes parâmetros.



Yu & Kareem (1997) investigaram numericamente o escoamento ao redor de um cilindro quadrado para um número de Reynolds igual a 10^5 , usando simulação de grandes escalas em duas e três dimensões. O esquema numérico utilizado baseou-se no método das diferenças finitas utilizando-se um arranjo desencontrado para as variáveis do escoamento. Os termos de convecção presentes nas equações de Navier-Stokes foram discretizados utilizando esquemas de diferenças centradas e de terceira ordem – QUICK. Os resultados são expressos na forma da distribuição de velocidade média na linha de centro do domínio de cálculo, onde o cilindro encontra-se posicionado, e também em gráficos da distribuição de pressão sobre as faces do obstáculo. A comparação com dados experimentais revela uma melhor aproximação dos resultados obtidos neste trabalho do que outras simulações registradas na literatura, utilizando-se diferentes modelos de turbulência.

Mais recentemente, Tan *et al.* (1998) apresentaram simulações do escoamento ao redor de cilindros retangulares com razão de forma variando entre 6 e 16, para um número de Reynolds igual a 400. Neste estudo, através do uso do método de elementos espectrais, os autores investigaram o efeito da presença de perturbações no escoamento incidente sobre os obstáculos. Tais perturbações, impostas por flutuações senoidais na componente vertical de velocidade, mostram resultados qualitativos e quantitativos aproximadamente similares aos obtidos com a imposição de um escoamento completamente uniforme. Isto é demonstrado, em particular, nas tendências de ambas as curvas de Strouhal *versus* razão de forma, que apresentam degraus bastante definidos. Visualizações numéricas, através de mapas de isovorticidade, permitem a identificação de detalhes refinados do escoamento, sobretudo, dos vórtices discretos que são convectados ao longo da superfície alongada dos cilindros.

Yu & Kareem (1998) realizaram um estudo do escoamento turbulento ao redor de cilindros retangulares com razão de forma entre 1 e 4, utilizando-se um código numérico em volumes finitos e a metodologia de simulação de grandes escalas (*Large Eddy Simulation*), com o modelo sub-malha de Smagorinsky. As simulações numéricas bidimensionais foram conduzidas para um número de Reynolds igual a 10^5 , com resultados representativos do campo de velocidade e de pressão ao redor dos obstáculos, além de parâmetros quantitativos médios, como o coeficiente de pressão sobre as faces do cilindro e o número de Strouhal. Através da distribuição do coeficiente de pressão sobre as superfícies laterais do cilindro, os autores puderam identificar, claramente, a mudança no padrão do escoamento sobre os cilindros com diferentes razões de forma, ressaltando o recolamento da camada cisalhante sobre as faces dos cilindros com $\phi = 3$ e 4.



Visualizações dos mapas de isovorticidade, linhas de corrente e do campo de pressão também são apresentados, auxiliando, sobremaneira, na compreensão dos mecanismos responsáveis pela dinâmica do escoamento. Neste contexto, a simulação de grandes escalas, possibilitou a obtenção de detalhes importantes do escoamento, corroborados, sobretudo, pela boa concordância com resultados experimentais disponíveis.

Bouris & Bergeles (1999) apresentaram um estudo numérico, envolvendo simulação de grandes escalas, da investigação do escoamento turbulento ao redor de um cilindro quadrado. As simulações bidimensionais foram conduzidas para um número de Reynolds igual a $2,2 \times 10^4$, utilizando-se uma malha bastante refinada, principalmente nas regiões próximas ao obstáculo. Um procedimento de filtragem é introduzido no espaço de frequências do sinal numérico analisado, a fim de separar as flutuações turbulentas que compõem a amostragem da flutuação de velocidade. O coeficiente de arrasto, o número de Strouhal e o espaçamento longitudinal dos vórtices na esteira são efetivamente calculados e confrontados com dados experimentais, mostrando uma boa concordância. Uma das principais contribuições deste trabalho diz respeito ao uso de malhas suficientemente refinadas associadas com a modelagem *LES* bidimensional, a qual apresentou resultados bastante próximos daqueles obtidos por Murakami *et al.* (1993) utilizando *LES* tridimensional.

Outro estudo numérico sobre o escoamento turbulento ao redor de cilindros retangulares também é apresentado, posteriormente, no trabalho de Taylor & Vezza (1999) que, fazendo-se uso do método dos vórtices discretos, calculam o campo de escoamento ao redor de cilindros quadrados e retangulares para um número de Reynolds da ordem de 2×10^4 . Neste estudo, considerou-se cilindros retangulares com razão de forma variando entre 0,25 e 3, expostos perpendicularmente ao fluxo livre com ângulo de incidência nulo. São apresentados somente resultados para o coeficiente de arrasto médio e número de Strouhal, os quais mostram-se razoavelmente em bom acordo com outros dados numéricos e experimentais utilizados para a validação do método empregado.

Ainda que na prática a maioria dos escoamentos ao redor de cilindros seja turbulento e com efeitos tridimensionais significativos, os estudos numéricos encontrados na literatura são tipicamente bidimensionais e, usualmente, a número de Reynolds relativamente baixos. Tal restrição é justificada em função do grande esforço computacional necessário à simulação de escoamentos complexos para números de Reynolds elevados, em termos de capacidade de armazenamento e tempo de processamento. Apesar dos notáveis avanços verificados no campo



da informática, a obtenção de resultados tridimensionais para este tipo de problema ainda demandará um tempo considerável, antes de se tornar corriqueira nos meios científicos e industriais, embora hoje isto já seja possível em alguns poucos centros isolados, que dispõem de recursos privilegiados para tal.

Diante desta dificuldade, metodologias numéricas têm sido criadas, aperfeiçoadas e exaustivamente utilizadas na solução de escoamentos turbulentos bidimensionais, fornecendo importantes informações sobre a fenomenologia do problema em estudo. É justamente neste sentido que o presente trabalho pretende dar a sua contribuição, utilizando a metodologia de simulação de grandes escalas aplicada ao escoamento transicional ao redor de cilindros retangulares.

3.4 TROCADORES DE CALOR COMPACTOS

Nas últimas décadas, diferentes formas de análise do escoamento no interior de equipamentos, como trocadores de calor compactos, têm sido empregadas. Uma delas consiste em estudar o escoamento ao redor das aletas considerando-as, em primeira aproximação, como cilindros de base retangular posicionados perpendicularmente ao escoamento principal.

No trabalho de Mullisen & Loehrke (1986), uma investigação experimental foi conduzida, considerando-se três diferentes arranjos de cilindros retangulares dispostos perpendicularmente ao escoamento. Os autores tiveram como objetivo principal fornecer dados quantitativos para projetistas de trocadores de calor, além de correlacionar alguns dados experimentais disponíveis na literatura. Suas medidas foram baseadas em coeficientes de transferência térmica e perda de carga, como os parâmetros adimensionais de Colburn e o fator de atrito de Fanning, respectivamente. É interessante salientar que nesta investigação os autores utilizaram-se de técnicas de visualização para identificar diferentes regimes de escoamentos sobre a disposição dos cilindros. Esses resultados de visualização confirmaram a existência de pelo menos três estados distintos de escoamentos, baseados no número de Reynolds, a saber: a) *estado permanente* (sem a emissão de vórtices na esteira dos obstáculos); b) *transiente geral* (com o aparecimento das primeiras oscilações da esteira a jusante dos cilindros); c) *transiente periódico* (onde se nota a existência de estruturas turbilhonares sendo emitidas na esteira).



Posteriormente, Joshi & Webb (1987) apresentaram outro importante trabalho, desta vez fazendo-se uso de uma abordagem analítica para prever o coeficiente de transferência de calor e o fator de atrito em trocadores de placas interrompidas. Dois regimes de escoamento são definidos – laminar e turbulento. Considerando-se as condições na esteira das placas, uma equação é desenvolvida para prever a transição entre o regime laminar e o turbulento. Para dar respaldo a esta técnica, foram realizadas visualizações do escoamento no interior das placas com o intuito de identificar as estruturas presentes no estado de transição, embora os autores não as apresente. Os modelos preveem diferentes dados já existentes na literatura dentro de uma faixa de $\pm 20\%$.

Com o advento das novas metodologias numéricas e de alguns bons resultados que se têm encontrado para o escoamento ao redor de cilindros retangulares, o estudo numérico mostra-se bastante adequado para o fornecimento de descrições detalhadas das estruturas do escoamento e, também, dos campos térmicos. No entanto, verifica-se na literatura poucos trabalhos que tratam deste assunto, com uma abordagem estritamente numérica. Sparrow & Liu (1979) examinaram a transferência de calor em uma série de aletas paralelas com espessura desprezível, resolvendo uma forma aproximada das equações de Navier-Stokes e da energia. Posteriormente, Patankar & Prakash (1981) modelaram o escoamento com transferência de calor em uma fila de aletas com espessura finita. Suzuki *et al.* (1985) apresentaram um estudo numérico e experimental de um modelo bidimensional, considerando aletas retangulares, com convecção mista a baixos números de Reynolds. Dentre as influências analisadas, destacam-se os efeitos da espessura da aleta e da intensidade turbulenta da corrente livre.

Tochon (1993) obteve resultados qualitativos e quantitativos de grande interesse do campo de escoamento em um arranjo de cilindros dispostos em quincôncio, utilizando um programa de termo-hidráulica industrial TRIO-VF, desenvolvido pelo Commissariat à l'Energie Atomique da França.

Mais recentemente, Zhang *et al.* (1997a) realizaram simulações numéricas do escoamento ao redor de aletas retangulares considerando-se os efeitos da disposição dos obstáculos em dois tipos de arranjos, alinhados e desencontrados, além de investigar a influência da espessura da aleta sobre o comportamento térmico. Uma análise de seus resultados mostra que tais efeitos possuem forte influência na predição da transferência de calor e perdas por atrito em trocadores de calor compactos, sujeitos às condições de operação típicas. Neste trabalho, os autores investigaram também a influência das estruturas turbilhonares nos mecanismos de transferência



térmica. Em ambos os arranjos investigados observou-se a formação de vórtices sobre as superfícies laterais do obstáculo, os quais são convectados ao longo da aleta até a interação final com a esteira de vórtices. Essa dinâmica de convecção dos vórtices sobre a aleta desempenha um importante papel na transferência de calor local, uma vez que os vórtices convectados arrastam parcelas do fluido frio da corrente livre em direção à superfície aquecida do obstáculo.

Zhang *et al.* (1997b), dando continuidade nesta linha de pesquisa, investigaram numericamente os efeitos das instabilidades e da tridimensionalização do escoamento em trocadores de calor de placas paralelas. Neste estudo, as equações transientes bi e tridimensionais de Navier-Stokes e da energia são resolvidas utilizando-se recursos de computação paralela, para números de Reynolds característicos das condições de operação desses equipamentos. Seus resultados indicam que a presença de flutuações de velocidade no escoamento desempenha um papel muito importante sobre o cálculo de parâmetros representativos da performance térmica do dispositivo, como o fator de Colburn e o fator de atrito. Observa-se também que a números de Reynolds mais elevados, os efeitos adicionais introduzidos pela tridimensionalidade intrínseca do escoamento também desempenha um papel fundamental na determinação da eficiência global do trocador de calor. Obviamente, esses efeitos associados devem ser compreendidos em sua íntegra para uma aplicação precisa em projetos termo-hidráulicos desses equipamentos.

Springer & Thole (1999) apresentaram uma investigação experimental e numérica voltada para o projeto de trocadores de calor com placas inclinadas em relação a direção do escoamento principal. Embora grande parte das medidas tenham sido obtidas em ensaios de laboratório, os autores realizaram simulações numéricas bidimensionais, considerando-se cilindros retangulares inclinados, com o intuito de identificar detalhadamente as regiões onde o escoamento pode ser considerado como periódico. Neste caso, os resultados qualitativos, em forma de visualizações dos vetores velocidades do campo simulado, serviram exclusivamente para o posicionamento correto das sondas experimentais. Com esta técnica, pode-se identificar pelo menos três diferentes padrões de escoamentos para os números de Reynolds investigados, $Re = 230$, $Re = 450$, e $Re = 1016$, baseando-se nas medições da flutuação de velocidade na esteira dos cilindros. Basicamente, todos os resultados apresentados reportam dados relacionados a cinemática do campo de escoamento em torno das aletas.

O trabalho numérico e experimental de Dejong *et al.* (1998) apresentou uma análise detalhada dos efeitos dos parâmetros geométricos relacionados aos arranjos das aletas no interior do trocador de calor. São comparados diversos resultados, tais como a queda de pressão, o

número de Nusselt local e os coeficientes de atrito superficiais, além da análise qualitativa das estruturas do escoamento e perfis de velocidade, para uma larga faixa de número de Reynolds. Verifica-se que as simulações numéricas bidimensionais revelam algumas importantes características do escoamento e do processo de troca de calor. No entanto, as características tridimensionais começam a se tornar importantes para números de Reynolds maiores que 1300, enquanto que condições de contorno térmicas têm relevada importância para números de Reynolds abaixo de 1000. Em síntese, seus resultados indicam que o desenvolvimento da camada limite, a separação e o recolamento do escoamento, a formação da esteira e o processo de desprendimento de vórtices estão intimamente relacionados à forma geométrica das aletas e desempenham um papel fundamental neste tipo de equipamento.

Apesar do pequeno número de citações bibliográficas, os trabalhos reunidos nesta seção traduzem o que há de mais representativo sobre a aplicação de cilindros retangulares em trocadores de calor compacto. A exemplo do que ocorre no presente trabalho, os artigos que tratam o problema do ponto de vista numérico apresentam estudos simplificados, quase sempre bidimensionais, envolvendo o escoamento ao redor de corpos isolados ou arranjos envolvendo um pequeno número de cilindros. Sem dúvida alguma, existe um longo caminho a percorrer, até que a simulação completa do escoamento no interior de um trocador de calor possa ser realizada.



SIMULAÇÃO DE GRANDES ESCALAS

Formulação Matemática

4.1 INTRODUÇÃO

As equações de Navier-Stokes representam com muita propriedade a física dos escoamentos reais para números de Mach inferiores a 15. Nestas condições, mesmo as micro-escalas de Kolmogorov são muitas ordens de grandeza superiores ao livre caminho médio molecular e a hipótese do contínuo é, portanto, totalmente respeitada – Lesieur (1994). Ocorre, porém, que a solução numérica dessas equações, sobretudo para números de Reynolds elevados, não constitui tarefa trivial e dificilmente pode ser realizada de maneira direta, devido a uma série de limitações, notadamente de ordem computacional. Dentro deste contexto, a criação e o aprimoramento de modelos de turbulência e metodologias alternativas de simulação têm recebido, ao longo das últimas décadas, grande atenção de pesquisadores que atuam na área, como atestam os inúmeros trabalhos publicados em revistas científicas do gênero.

De maneira geral, pelo menos três diferentes tipos de simulação de escoamentos turbulentos podem ser identificados, a saber:

Simulação Numérica Direta (SND) – A rigor, ela consiste na solução numérica das equações tridimensionais de Navier-Stokes, sem o emprego de nenhuma modelagem da turbulência. Este procedimento, pressupõe o uso de malhas extremamente refinadas para que todas as escalas turbulentas possam estar convenientemente representadas. Devido a questão de limitação computacional que, ainda hoje, se impõe, ela tem sido utilizada na solução de escoamentos em geometrias pouco complexas e a números de Reynolds relativamente baixos.



Como exposto em Silveira-Neto (1991), este procedimento é particularmente adequado para a geração de dados que possam corroborar experimentos ou validar outros modelos numéricos.

Simulação Clássica da Turbulência – Um procedimento alternativo para a solução direta das equações do movimento baseia-se na solução das equações de Reynolds, obtidas decompondo-se as variáveis características do escoamento na soma de um valor médio temporal e uma flutuação. Através deste procedimento, surge a necessidade da utilização de modelos de turbulência para contornar o chamado Problema de Fechamento, decorrente da presença das tensões de Reynolds, que aparecem como incógnitas adicionais à solução do problema.

Simulação de Grandes Escalas (LES) – Uma das primeiras aplicações da Simulação de Grandes Escalas em engenharia foi realizada por Deardorff (1970), citado em Silveira-Neto (1991), que investigou um escoamento turbulento no interior de um canal a altos números de Reynolds. Em termos conceituais e computacionais, esta metodologia pode ser considerada como intermediária entre a simulação direta e a simulação pelas equações médias de Reynolds. O procedimento permite a resolução numérica explícita das grandes escalas presentes no escoamento e a utilização de modelos sub-malha para representar a ação das pequenas estruturas, ou seja, aquelas que apresentam dimensões menores que o tamanho das malhas. O método tem sido bastante empregado no estudo de diversos tipos de problemas, revelando seu enorme potencial para a solução tridimensional e transiente das equações de Navier-Stokes, contribuindo para a compreensão fenomenológica de escoamentos turbulentos.

Para maior clareza e concisão do texto, detalhes adicionais sobre a solução numérica de escoamentos turbulentos estão expostos no Apêndice B. A seguir, é apresentada a formulação matemática sobre a qual repousa a metodologia de Simulação de Grandes Escalas, utilizada no presente trabalho. A descrição do método numérico empregado para a discretização das equações governantes foi incorporada no Apêndice A, também para maior concisão deste texto.

4.2 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

De maneira geral, um escoamento turbulento, incompressível e com transferência de calor pode ser matematicamente representado pelas equações de conservação da massa, da quantidade de movimento e da energia escritas, em notação indicial, da seguinte forma:



Conservação da Massa – Equação da Continuidade:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4-1a)$$

Conservação da Quantidade de Movimento – Equação de Navier-Stokes:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j u_i) = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (4-1b)$$

Conservação da Energia:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j T) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{k}{\rho_0 c_p} \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) \quad (4-1c)$$

Estas equações, acompanhadas das condições iniciais e de contorno necessárias à solução do problema, constituem um sistema de equações não-lineares fechado, composto de 5 equações e 5 incógnitas. Na metodologia de simulação de grandes escalas é realizado um processo de filtragem e de separação das escalas destas equações, como é descrito a seguir.

4.2.1 Processo de Filtragem das Equações Governantes

O processo de separação de escalas para a modelagem de um escoamento turbulento supõe o uso de uma operação de filtragem que permite decompor uma variável f qualquer em uma componente representativa das grandes escalas $\bar{f}$ e uma componente sub-malha f' , como se segue:

$$f = \bar{f} + f' \quad (4-2)$$



A componente de grandes escalas é obtida, neste caso, com o auxílio de uma integral de convolução envolvendo a função a ser filtrada, $f(\bar{x}')$, e uma função filtro, $G(\bar{x} - \bar{x}')$, definida de maneira apropriada:

$$\bar{f}(\bar{x}) = \int_V G(\bar{x} - \bar{x}') f(\bar{x}') d\bar{x}' \quad (4-3)$$

O resultado do processo de filtragem depende fortemente da escolha da função filtro G . Neste presente estudo, G é um filtro espacial baseado no volume de integração, definido como segue:

$$G(\bar{x} - \bar{x}') = \begin{cases} \frac{1}{V} & \text{se } \bar{x} - \bar{x}' \leq \ell_c \\ 0 & \text{se } \bar{x} - \bar{x}' > \ell_c \end{cases} \quad (4-4)$$

onde V é o volume de integração para a filtragem. O filtro tem um comprimento característico ℓ_c o qual determina a frequência de corte que define quais frequências permanecem no sinal filtrado e quais são eliminadas. Em outras palavras, quais frequências serão calculadas e quais serão modeladas. É interessante ressaltar que o filtro espacial baseado no volume de integração funciona como uma espécie de filtragem implícita, onde a equação (4-3) reduz diretamente a variável $\bar{f}(\bar{x})$ para $f(\bar{x}')$.

Maiores detalhes sobre o processo de filtragem, bem como sobre as propriedades associadas ao conceito de separação de escalas podem ser encontradas no Apêndice C.

Aplicando-se o processo de filtragem ao sistema de equações governantes (4-1), e observando que os operadores de diferenciação parcial e de filtragem são comutativos, obtém-se um novo sistema de equações na seguinte forma:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4-5a)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_i u_j}) = -\frac{1}{\rho_o} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (4-5b)$$

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_j T}) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{k}{\rho_o c_p} \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} \right) \quad (4-5c)$$

Nota-se que os termos não lineares se apresentam como dois produtos filtrados, o que torna impossível a solução deste sistema de equações na forma como se apresenta. Assim sendo, faz-se necessário decompor as escalas, utilizando a equação (4-2), como segue.

4.2.2 Tratamento dos Termos Convectivos

Uma vez que os termos convectivos das equações governantes apresentam produtos filtrados, faz-se necessário a decomposição de escalas através da aplicação da definição (4-2), o que resulta nos seguintes termos:

$$\overline{u_i u_j} = \bar{u}_i \bar{u}_j + L_{ij} + C_{ij} - \tau_{ij} \quad (4-6)$$

$$\overline{u_j T} = \bar{u}_j \bar{T} + L_{\theta j} + C_{\theta j} - \tau_{\theta j} \quad (4-7)$$

Observa-se que estes dois termos são escritos em função do produto das variáveis filtradas e de alguns tensores e vetores fluxos adicionais, identificados a seguir:

$$\tau_{ij} = \overline{u'_i u'_j} \quad \text{Tensor de Reynolds sub-malha} \quad (4-8)$$

$$C_{ij} = \overline{u'_i \bar{u}_j} + \overline{\bar{u}_i u'_j} \quad \text{Tensor Cruzado} \quad (4-9)$$

$$L_{ij} = \overline{\bar{u}_i \bar{u}_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j \quad \text{Tensor de Leonard} \quad (4-10)$$

$$\tau_{\theta j} = \overline{u'_j T'} \quad \text{Fluxo turbulento sub-malha} \quad (4-11)$$

$$C_{\theta j} = \overline{\bar{u}_j T'} + \overline{u'_j \bar{T}} \quad \text{Fluxo turbulento cruzado} \quad (4-12)$$

$$L_{\theta j} = \overline{\bar{u}_j \bar{T}} - \bar{u}_j \bar{T} \quad \text{Fluxo turbulento de Leonard} \quad (4-13)$$

Substituindo-se estes tensores e fluxos no sistema de equações (4-5) obtém-se, agora, as equações governantes filtradas, nas seguintes formas:

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (4-14a)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{1}{\rho_n} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - (\tau_{ij} + C_{ij} + L_{ij}) \right] \quad (4-14b)$$

$$\frac{\partial \bar{T}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_j \bar{T}) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\alpha \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} - (\tau_{\theta j} + C_{\theta j} + L_{\theta j}) \right] \quad (4-14c)$$

Observa-se que este novo sistema de equações ainda não pode ser resolvido devido à presença dos tensores e vetores fluxos adicionais, os quais precisam ser modelados para a obtenção do fechamento das equações.

4.2.3 Fechamento das Equações Filtradas

O sistema de equações (4-14), descrito na seção anterior, é composto de cinco equações, cinco variáveis primitivas ($\bar{u}_i, \bar{T}$ e $\bar{p}$), acrescidas dos três tensores (τ_{ij}, C_{ij} e L_{ij}) e dos três vetores fluxos turbulentos ($\tau_{\theta j}, C_{\theta j}$ e $L_{\theta j}$). Trata-se, então, de um sistema de equações aberto com mais incógnitas que equações.

Este problema tem sua origem no termo não linear da equação de conservação da quantidade de movimento e no termo de transporte convectivo da equação da conservação da energia. Observa-se que estes termos adicionais aparecem do processo de geração das equações que governam o transporte de momentos estatísticos de primeira ordem.

De acordo com estudos realizados, os tensores cruzado e de Leonard podem ser modelados seguindo a idéia de Clark *et al.* (1979), citado em Silveira-Neto (1991), que sugerem expressar a soma destes tensores como uma expansão de Taylor do campo de velocidade filtrado. Com base nesta idéia, Findikakis & Street (1979), citado em Silveira-Neto (1991) demonstraram que:

$$L_{ij} + C_{ij} \cong \frac{\Delta_k}{12} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_k} \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_k} \quad (4-15)$$

onde $k = 1, 2, 3$. Com esta expressão calcula-se explicitamente estes tensores em função do campo de velocidade filtrado.

Shaanan *et al.*, no ano de 1975, estimaram que, quando um esquema de transporte convectivo de até segunda ordem é utilizado, os tensores de Leonard e cruzado podem ser desprezados. Por outro lado, quando se utiliza esquemas de ordens mais elevadas ou métodos espectrais, estes tensores não podem ser desprezados. Silveira-Neto *et al.* (1993), em experiências numéricas sobre uma expansão brusca, evidenciaram que, mesmo para esquemas de terceira ordem, estes dois tensores podem ser desprezíveis face ao tensor de Reynolds sub-malha.



Analogamente, pode-se supor que os vetores fluxos turbulentos de Leonard e Cruzado, associados à parte térmica, são também desprezíveis. Considerando-se estas hipóteses simplificadoras, resta modelar o Tensor de Reynolds e o vetor fluxo turbulento sub-malha. A seção seguinte descreve a modelagem matemática destes dois termos.

4.3 MODELAGEM SUB-MALHA DA TURBULÊNCIA

A modelagem clássica da turbulência apoia-se nas equações médias de Reynolds. Uma das primeiras tentativas de modelar as tensões de Reynolds é atribuída ao matemático francês Boussinesq, no ano de 1877, que, analisando um escoamento bidimensional cisalhante, estabeleceu uma analogia entre as tensões de Reynolds e as tensões viscosas:

$$\tau_{xy} = \overline{u'v'} = -\nu_t \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \quad (4-16)$$

onde ν_t é chamada viscosidade turbulenta. É interessante ressaltar, neste caso, que enquanto a viscosidade laminar é uma propriedade do fluido, ν_t é uma propriedade que varia espacialmente, de acordo com a natureza do escoamento analisado.

Embora a modelagem sub-malha não esteja fundamentada necessariamente sobre o conceito da viscosidade turbulenta (hipótese de Boussinesq), esta aproximação tem sido utilizada pela maior parte dos estudos já realizados, os quais expressam o tensor de Reynolds sub-malha em função da taxa de deformação gerada pelo campo de velocidade filtrado e da energia cinética turbulenta (k), como segue:

$$\tau_{ij} = \frac{2}{3} k \delta_{ij} - \nu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (4-17)$$

Analogamente, modela-se o fluxo turbulento de energia térmica como:

$$\overline{u'_j T'} = -\alpha_t \frac{\partial \bar{T}}{\partial x_j} \quad (4-18)$$

onde ν_t e α_t representam a viscosidade e a difusividade turbulenta, respectivamente, e que podem ser calculados via diferentes modelos numéricos. Com esta aproximação, a energia cinética turbulenta sub-malha, (k) pode ser incorporada ao termo da pressão, gerando, desta forma, uma pressão modificada:

$$\bar{P} = \bar{p} + \frac{2}{3} \rho k \quad (4-19)$$

Para esquemas onde o valor de k não é calculado explicitamente, a pressão modificada, obviamente, incorpora os efeitos provenientes da variação da energia cinética turbulenta sub-malha no campo de escoamento. Este é o caso para o presente estudo.

4.4 O MODELO SUB-MALHA DE SMAGORINSKY

Um dos mais importantes modelos para o cálculo das tensões de Reynolds sub-malha é o modelo de Smagorinsky, proposto pelo próprio meteorologista em 1963, para calcular as grandes estruturas encontradas em escoamentos atmosféricos.

Em sua essência, este modelo baseia-se na hipótese do equilíbrio local para as pequenas escalas, por intermédio do qual a produção de tensões turbulentas sub-malha é considerada igual à taxa de dissipação:

$$\mathcal{P} = \varepsilon \quad (4-20)$$

onde a produção de tensões turbulentas pode ser descrita em função da taxa de cisalhamento do campo de velocidade filtrado:



$$\phi = -\overline{u'_i u'_j} S_{ij} = 2\nu_t S_{ij} S_{ij} \quad (4-21)$$

e a taxa de dissipação, escrita em função da escala característica de velocidade e do comprimento sub-malha:

$$\varepsilon = -c_1 \overline{(u'_i u'_j)^3}^{1/2} / \ell \quad (4-22)$$

Supõe-se, ainda, que a viscosidade turbulenta sub-malha seja proporcional a estas duas escalas, conforme a equação seguinte:

$$\nu_t = c_1 \ell \overline{(u'_i u'_j)} \quad (4-23)$$

Utilizando-se este conjunto de equações pode-se exprimir a viscosidade turbulenta em função da taxa de deformação e da escala de comprimento, constituindo-se uma espécie de comprimento de mistura, através da seguinte expressão:

$$\nu_t = (C_s \ell)^2 |\overline{S}| \quad (4-24)$$

sendo C_s a constante de Smagorinsky, ℓ a escala de comprimento, calculado em função da malha de discretização e $|\overline{S}|$, o módulo do tensor taxa de deformação, definido como:

$$|\overline{S}| = (2\overline{S}_{ij}\overline{S}_{ij})^{1/2} \quad (4-25)$$

sendo $\overline{S}_{ij}$:

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (4-26)$$

No modelo de Smagorinsky utilizado pelo código computacional *FLUENT*, a viscosidade turbulenta é modelada pela seguinte expressão – Unger & Friedrich (1994), citado em Lesieur & Métais (1996):

$$\nu_t = L_s^2 |\bar{S}| \quad (4-27)$$

sendo L_s o comprimento de mistura usado para substituir $C_s \ell$, calculado como:

$$L_s = \min(kd, C_s V^{1/3}) \quad (4-28)$$

onde $k = 0,42$ é a constante de von Kármán e d é a distância à parede mais próxima.

A constante de Smagorinsky (C_s) tem um valor da ordem de 0,1. Para turbulência homogênea e isotrópica, Lilly (1967), citado em Silveira-Neto (1991), determinou analiticamente um valor $C_s = 0,23$. Posteriormente, Deardorff em 1970, propôs um valor $C_s = 0,1$, estudando o escoamento no interior de um canal. Apesar da necessidade do ajuste desta constante, o modelo de Smagorinsky tem sido largamente utilizado ao longo dos anos fornecendo considerável performance em aplicações acadêmicas e industriais, considerando-se diferentes tipos de escoamento.

Detalhes adicionais sobre a descrição do método numérico e da implementação do modelo de Smagorinsky clássico no código computacional *FLUENT* são encontrados nos Apêndices A e E, respectivamente.

4.5 CONDIÇÕES INICIAIS E DE CONTORNO

4.5.1 Condições iniciais

O cálculo é inicializado através da prescrição de um campo hidrodinâmico, $u(x,0) = U_{\infty}$ em todos os nós do domínio. A condição inicial, considerando-se transferência de calor, é análoga, com a prescrição de $T(x,0) = T_{\infty}$.

4.5.2 Condições de Contorno

A. Entrada do Domínio

Na região de entrada do domínio de cálculo é prescrito um perfil de velocidade uniforme, adotando $u = U_{\infty}$ e $v = 0$. Nas simulações com transferência de calor é imposto uma temperatura constante $T = T_{\infty}$ para o fluido.

B. Saída do Domínio

A prescrição de uma condição de contorno para a saída de um domínio de cálculo é bastante delicada, uma vez que não se conhece previamente o padrão de escoamento nesta região. Uma condição de contorno bastante empregada neste tipo de simulação é a condição de contorno do tipo Neumann, que prescreve um gradiente nulo para as variáveis u e v . Este procedimento equivale a considerar que o escoamento já se encontre completamente desenvolvido naquele ponto, o que de certa forma não é verdade, a não ser que a fronteira de saída esteja situada bem distante do obstáculo para garantir um perfil uniforme da velocidade local. Apesar dessa limitação, tal condição tem sido extensivamente usada por inúmeros pesquisadores numéricos, fornecendo resultados de boa precisão.

No presente trabalho, realizou-se uma investigação prévia para averiguar a distância mínima admissível para o uso desta condição, Almeida *et al.* (2000b).



C. Fronteiras superior e inferior do Domínio

Para simular o escoamento ao redor do cilindro em meio infinito, ou seja, sem a influência da presença de paredes que o confinam, utilizou-se nas fronteiras superior e inferior do domínio de cálculo uma condição de simetria, que impõe: $v = \partial u / \partial y = 0$.

D. Sobre o Cilindro

A condição de contorno mais natural a ser empregada na superfície sólida é a condição de não-deslizamento, ou seja, $u = v = 0$. Por outro lado, os escoamentos próximos a paredes são caracterizados por instabilidades muito finas, obviamente promovidas pela alteração do campo de velocidade que deve atender à condição prescrita de não-deslizamento. Em particular, um escoamento turbulento é muito mais afetado pela presença de uma parede do que um escoamento laminar. Neste caso, próximo à parede, os efeitos viscosos exercem forte influência sobre as flutuações de velocidade tangencial, de maneira a reduzir os gradientes na região parietal. Em contrapartida, fora desta região, a turbulência é rapidamente aumentada pela produção de energia cinética turbulenta devido aos fortes gradientes de velocidade média. A captura dessas instabilidades, através do uso da simulação numérica direta, requer o uso de malhas extremamente refinadas nas regiões próximas às paredes, inviabilizando o cálculo deste tipo de escoamento.

Uma solução alternativa para contornar este problema consiste no uso de leis de parede, as quais modelam as mudanças no campo de velocidade nas regiões parietais baseando-se, normalmente, em uma lei logarítmica – Tennekes & Lumley (1972).

No presente estudo, associado ao uso do modelo de Smagorinsky, utilizou-se duas relações matemáticas para a avaliação da velocidade próxima à parede. No primeiro caso, se a malha é fina o suficiente para resolver a sub-camada laminar, a tensão de cisalhamento na parede é obtida da seguinte relação tensão-deformação:

$$\frac{\bar{u}}{u_\tau} = \frac{\rho u_\tau y}{\mu} \quad (4-29)$$



onde y é a distância da parede e u_τ definida da seguinte forma:

$$u_\tau = \sqrt{\tau_w / \rho} \quad (4-30)$$

Caso contrário, se a malha é muito grosseira para a resolução da sub-camada laminar, assume-se que o centróide da malha adjacente à parede cai dentro da região logarítmica da camada limite e, então, a lei de parede é empregada:

$$\frac{\bar{u}}{u_\tau} = \frac{1}{k} \ln E \frac{u_\tau y}{\nu} \quad (4-31)$$

onde $k = 0,418$ (constante de Von Kármán) e $E = 9,793$.



SIMULAÇÕES PRELIMINARES: AJUSTES E TESTES INICIAIS

5.1 INTRODUÇÃO

Na elaboração de um modelo, hipóteses simplificativas são adotadas a fim de que uma situação física complexa possa ser descrita matematicamente. Adicionalmente, o próprio método de solução das equações que governam o problema contém, muitas vezes, uma série de aproximações, que acabam por distanciar os dados obtidos da representação real do fenômeno. Assim, a correta utilização de um programa de simulação de escoamentos pressupõe a cuidadosa execução de testes preliminares do problema que se deseja estudar, com o intuito de dar confiabilidade aos resultados numéricos gerados.

Este capítulo é exclusivamente dedicado à apresentação dos resultados decorrentes destes testes, obtidos com o auxílio do programa *FLUENT 5.3*, para simular o escoamento ao redor de cilindros de base quadrada e retangular. É interessante ressaltar que não se trata, aqui, somente da validação de resultados, propriamente dita. Este capítulo oferece, ainda, respostas a uma série de questões, cujo conhecimento revelava-se de suma importância para a realização das simulações definitivas. Com efeito, os primeiros testes foram realizados com o intuito de explicitar a influência de alguns parâmetros numéricos, tais como, os esquemas de transporte convectivo, os algoritmos para a solução do acoplamento pressão $\times$ velocidade, a dimensão ótima do domínio de cálculo e o refinamento da malha, dentre outros.



Em princípio, um estudo sistemático, considerando apenas simulações do escoamento ao redor de um cilindro quadrado a baixos números de Reynolds, foi realizado. Posteriormente, testes com cilindros de base retangular com razão de forma maiores que 1 foram conduzidos para baixos números de Reynolds. Para regimes mais severos, outros testes foram conduzidos, ainda para o cilindro quadrado, com e sem a inclusão do modelo de Smagorinsky, com o intuito de verificar em que ponto se faz necessário a inserção da modelagem para a turbulência. Nesta etapa, incluem-se os resultados obtidos para a análise da influência da constante *ad-hoc* imposta no modelo de Smagorinsky, para um regime completamente turbulento ao redor de um cilindro quadrado. Finalmente, um estudo inicial envolvendo transferência de calor foi levado a termo, considerando-se o escoamento ao redor de um cilindro com razão de forma igual a 4.

5.2 MALHA COMPUTACIONAL

Todas as malhas empregadas neste trabalho foram criadas com a utilização do programa *GAMBIT* em sua versão 1.2, incluso no pacote do código de simulação. A Figura 5-1 ilustra esquematicamente o domínio de cálculo, com suas dimensões características e as regiões que o compõem, para efeito de aplicação das malhas.

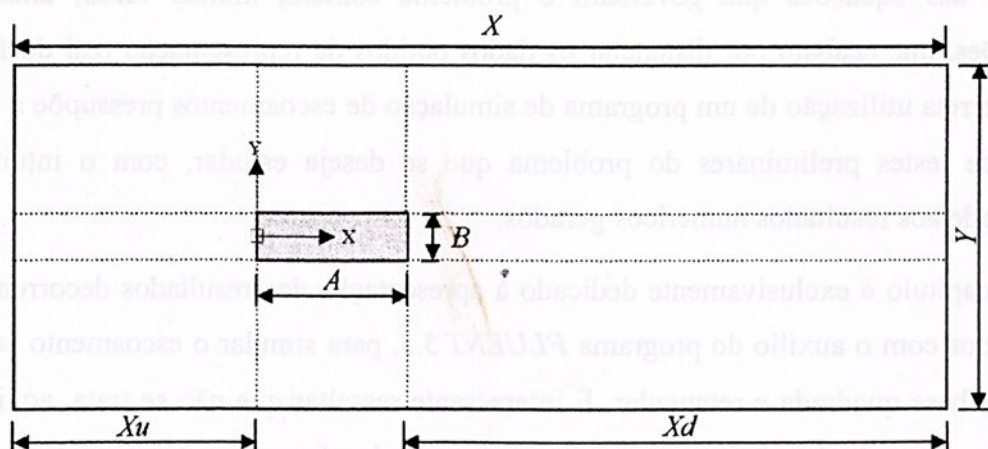


Figura 5-1. Dimensões características do domínio de cálculo.

O domínio é retangular, com comprimento total (X) e altura (Y). A distância horizontal que vai da entrada do domínio ao bordo de ataque do cilindro é definida como (Xu) e a distância do bordo de fuga à saída do domínio (Xd). Por conveniência, a origem do sistema de coordenada foi colocada no centro da face frontal do cilindro.

Uma vez demarcado o domínio, passa-se, então, à divisão de cada linha de contorno que formam as zonas de aplicação da malha. Neste caso, sobre as faces do cilindro a malha é regularmente distribuída segundo o comprimento (X) e (Y). A relação adimensional (δ/B) define a razão entre a dimensão da primeira malha adjacente ao cilindro e seu comprimento característico, como ilustrado no detalhe da Figura 5-2. Já o número de malhas (N) sobre a dimensão característica do obstáculo é dada pela relação (N/B). Os demais parâmetros geométricos empregados neste trabalho são também apresentados na Figura 5-2, ilustrando o processo de criação da malha computacional.

Para as regiões não delimitadas pelas faces do cilindro, atribuem-se quantidades de malhas segundo as direções (X) e (Y), de modo que a primeira malha externa ao cilindro, ainda tenha uma dimensão (δ/B) pré definida, sendo, a partir daí, progressivamente aumentada segundo as razões (γ_u), (γ_d) e (γ_y), as quais estabelecem a relação entre a dimensão da próxima célula da malha e a anterior, no sentido adotado na Figura 5-2. Neste caso, procurou-se manter esta relação sempre inferior a 10%, por questões de estabilidade numérica.

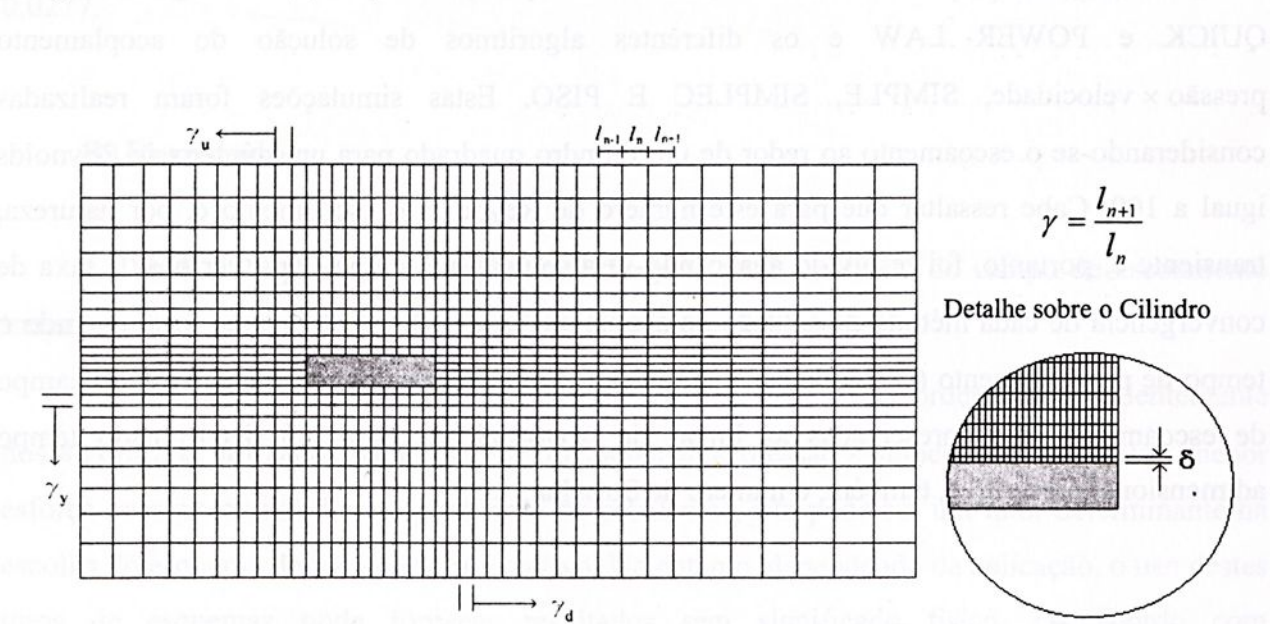


Figura 5-2. Definição dos parâmetros geométricos utilizados para a criação da malha.

Uma vez definido todos os parâmetros geométricos aqui apresentados seguidos da própria construção da malha, finaliza-se o processo com o estabelecimento das condições de contorno e a transferência da malha para o código principal.

5.3 TESTES PRELIMINARES

5.3.1 Esquemas de Transporte Convectivo

O programa de simulação utilizado permite várias opções de ajuste para a solução do campo de escoamento, como a forma de resolução do sistema linear de equações, diferentes algoritmos para a solução do acoplamento pressão $\times$ velocidade e, por fim, o tipo de função de interpolação empregada para representar os termos convectivos presentes nas equações da quantidade de movimento e energia. Entretanto, de acordo com o trabalho de Marchi (1992), a solução numérica de escoamentos de fluidos é geralmente mais afetada pelo uso dos diferentes esquemas de transporte convectivo. A influência dos demais fatores numéricos citados é sentida somente na taxa de convergência e, conseqüentemente, no esforço computacional empregado.

A fim de averiguar estas constatações, foram testadas nove combinações possíveis para os arranjos numéricos, envolvendo as funções de interpolação UPWIND de segunda ordem, QUICK e POWER LAW e os diferentes algoritmos de solução do acoplamento pressão $\times$ velocidade, SIMPLE, SIMPLEC E PISO. Estas simulações foram realizadas considerando-se o escoamento ao redor de um cilindro quadrado para um número de Reynolds igual a 100. Cabe ressaltar que para este número de Reynolds o escoamento é, por natureza, transiente e, portanto, foi resolvido avançando-se a solução no tempo. Para verificar a taxa de convergência de cada método de solução do acoplamento pressão $\times$ velocidade, foi registrado o tempo de processamento (CPU) de cada simulação. Como resultados representativos do campo de escoamento, são apresentadas as linhas de isovorticidade para um determinado tempo adimensional prescrito e, também, o número de Strouhal.

A. Configuração Numérica

Neste estudo utilizou-se um domínio com malhas estruturadas e uniformes, de resolução 288×104 . A Tabela 5-1¹ sumariza os parâmetros geométricos para a construção da malha utilizada. As condições de contorno são as mesmas estabelecidas no item 4-5 do Capítulo 4.



Tabela 5-1. Descrição do domínio de cálculo utilizado.

Malha	N/B	Xu	Xd	Y	δ/B
		5B	30B	13B	
288 × 104	8	40 malhas	240 malhas	104 malhas	0.00075
$(\Delta x = \Delta y)$					

O Número de Strouhal foi determinado com o auxílio de uma sonda numérica, capaz de registrar a evolução temporal da componente de velocidade na direção (y) em um ponto pré-fixado da esteira do cilindro, posicionado a $2,5B$ na horizontal a jusante, e a $-1,5B$ na vertical, para baixo, medidos à partir do centro da face frontal do obstáculo. Após sua obtenção, o sinal é tratado pela Transformada Rápida de Fourier (FFT), fornecendo a frequência fundamental da emissão dos vórtices.

Os resultados foram obtidos utilizando-se um passo de tempo de $\Delta t = 0,01s$, correspondendo a um tempo adimensional, definido como $\Delta t^* = \Delta t \cdot U_\infty / B$, da ordem de 0,0277.

B. Resultados

A Tabela 5-2 apresenta o tempo de CPU gasto para a solução do campo de escoamento transiente, bem como os valores obtidos para o número de Strouhal.

Pode-se verificar que, com o uso de esquemas de mais baixa ordem, independentemente dos algoritmos utilizados para resolver o acoplamento pressão × velocidade, tem-se um menor esforço computacional. Para alguns tipos de problemas, isto pode ser um fator determinante na escolha do esquema de transporte convectivo. No entanto, dependendo da aplicação, o uso destes tipos de esquemas pode fornecer resultados sem significado físico. De acordo com Maliska (1995), o uso de funções de interpolação unidimensionais – como é o caso dos esquemas POWER LAW e UPWIND de primeira ordem – em problemas de convecção dominante bi e tridimensionais, acentua a difusão numérica, uma vez que os termos convectivos são aproximados por esquemas dissipativos. Neste caso, as funções de interpolação usadas afastam-se bastante daquelas que seriam consideradas exatas.



Tabela 5-2. Tempo de CPU e número de Strouhal para um cilindro quadrado, $Re = 100$, para os diferentes arranjos numéricos testados.

Arranjo	Tempo de CPU (s)	n° de Strouhal
UPWIND 2ª ordem + SIMPLE	86.296	0,1437
UPWIND 2ª ordem + SIMPLEC	109.037	0,1437
UPWIND 2ª ordem + PISO	134.892	0,1437
POWER LAW + SIMPLE	73.495	0,1293
POWER LAW + SIMPLEC	83.756	0,1293
POWER LAW + PISO	115.508	0,1293
QUICK + SIMPLE	94.685	0,1437
QUICK + SIMPLEC	119.966	0,1437
QUICK + PISO	143.024	0,1437

Observa-se, ainda, que para um mesmo esquema de transporte convectivo usado, o algoritmo PISO demanda um maior esforço computacional, seguido pelo algoritmo SIMPLEC e, posteriormente, pelo SIMPLE. Como era de se esperar, em concordância com resultados de outros autores, o uso de diferentes algoritmos de solução para o acoplamento pressão $\times$ velocidade não afeta consideravelmente a solução final. No entanto, podem ser mais eficientes, quando aplicados a determinados tipos de escoamento, com relação à taxa de convergência e mesmos com parâmetros utilizados para avançar a solução, tais como fatores de sobre-relaxação e passo de tempo em escoamentos transientes.

A Figura 5-3 apresenta as visualizações dos campos de escoamento através das linhas de isovorticidade, considerando-se os mesmos nove arranjos, para um tempo adimensional $t^* = tU_{\infty} / B$, igual a 278,3.

Com base na visualização do campo de escoamento, pode-se verificar a discrepância entre os resultados obtidos com os diferentes esquemas de transporte convectivo utilizados. As maiores diferenças no padrão do escoamento ficaram por conta do uso do esquema de transporte convectivo POWER LAW. Com o uso deste esquema, também obtiveram-se valores inferiores do número de Strouhal na Tabela 5-2. Isso advém do fato de que esquemas de primeira ordem são altamente difusivos, suavizando fortes gradientes, inibindo, assim, o desprendimento alternado de vórtices.

É interessante observar que para os casos testados, não houve sensível alteração entre os resultados obtidos com o uso dos esquemas de transporte convectivo UPWIND de segunda ordem e o QUICK.

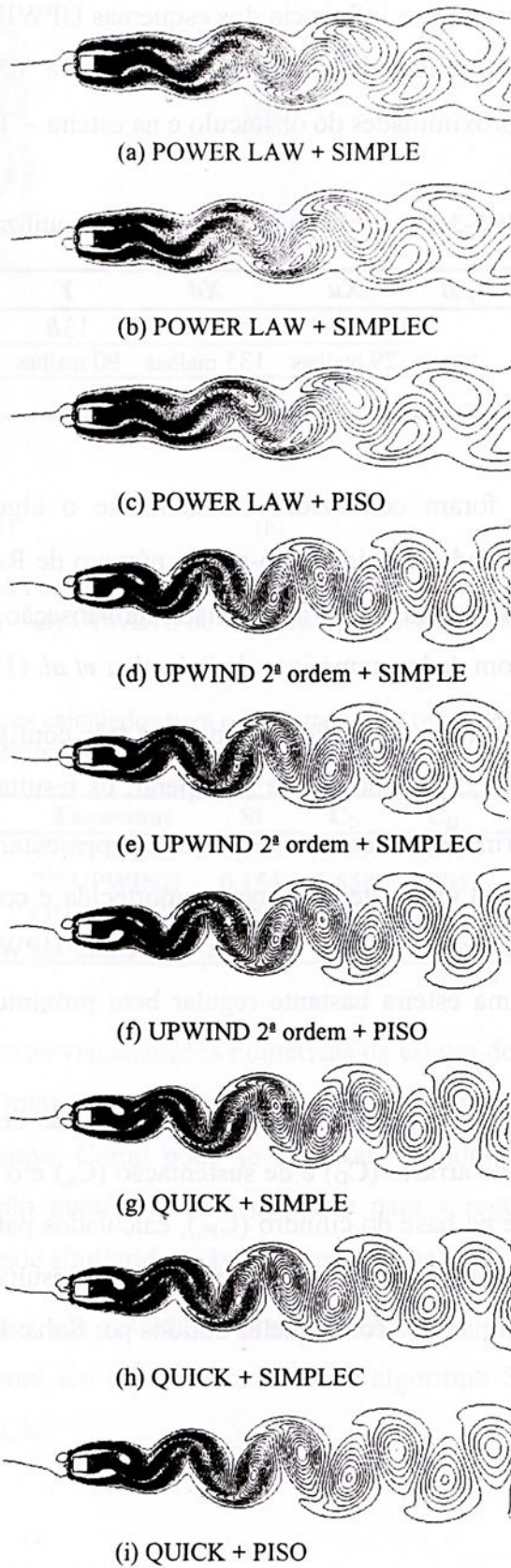


Figura 5-3. Linhas de isovorticidade representativas do escoamento ao redor de um cilindro quadrado, ($Re = 100$) – Funções de interpolação UPWIND de segunda ordem, POWER LAW e QUICK.

Para verificar especificamente a influência dos esquemas UPWIND, foram conduzidas três outras simulações adicionais utilizando-se, agora, uma malha não-uniforme de resolução 170×90 , mais refinada nas proximidades do obstáculo e na esteira – Tabela 5-3.

Tabela 5-3. Descrição do domínio de cálculo utilizado.

Malha	N_x/B	N_y/B	Xu	Xd	Y	δ_x/B	δ_y/B
			$5B$	$30B$	$13B$		
170×90	6	11	29 malhas	135 malhas	90 malhas	0.001	0.00054
$\gamma_u, \gamma_d, \gamma_y$ arbitrários							

Todas as simulações foram conduzidas utilizando-se o algoritmo SIMPLEC para o acoplamento pressão $\times$ velocidade, considerando-se um número de Reynolds de 150. O número de Strouhal foi calculado da mesma forma apresentada na subseção precedente. Os resultados obtidos foram comparados com dados numéricos de Sohankar *et al.* (1995).

A Figura 5-4 ilustra o campo de vorticidade para as três configurações testadas, para um tempo adimensional de $t^* = 225$. Como era de se esperar, os resultados obtidos com o uso de um esquema UPWIND de primeira ordem não conseguem representar convenientemente a física do escoamento real, mostrando uma esteira bastante amortecida e com vórtices completamente deformados. Este fato não acontece com o uso dos esquemas UPWIND de segunda ordem e QUICK, onde se observa uma esteira bastante regular bem próximo daquilo que acontece na prática.

A Tabela 5-4 apresenta alguns valores de quantidades físicas de interesse, como o número de Strouhal, os coeficientes de arrasto (C_D) e de sustentação (C_L) e o coeficiente de pressão nos pontos de estagnação (C_{Ps}) e na base do cilindro (C_{Pb}), calculados para os três casos em estudo. A região sombreada na tabela destaca a boa concordância dos resultados obtidos com o uso do esquema QUICK quando comparados com aqueles obtidos por Sohankar *et al.* (1995).

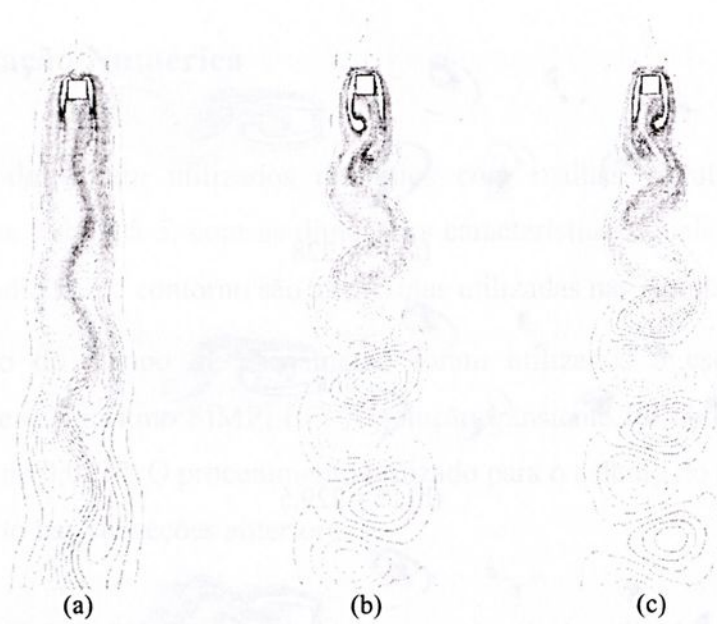


Figura 5-4. Influência dos Esquemas UPWIND na solução do escoamento ao redor de um cilindro quadrado, ($Re = 150$) – (a) UPWIND de 1ª ordem; (b) UPWIND de 2ª ordem; (c) QUICK.

Tabela 5-4. Parâmetros físicos calculados para o escoamento ao redor de um cilindro quadrado, obtidos com diferentes esquemas UPWIND, ($Re = 150$).

Casos	Esquemas	St	C_D	$C_{D'}$	$C_{L'}$	C_{ps}	$-C_{pb}$
Presente trabalho	1 st UPWIND	0,120	1,5609	0,0003	0,0468	1,10	0,60
	2 nd UPWIND	0,154	1,558	0,0057	0,1896	1,09	0,757
	QUICK	0,161	1,544	0,0045	0,1667	1,11	0,742
Sohankar <i>et al.</i> (1995)	QUICK	0,161	1,408	0,0061	0,177	1,03	0,730

A Figura 5-5 compara as visualizações numéricas da esteira de vórtices, obtidos com o uso do esquema QUICK, com imagens experimentais registradas por Almeida *et al.* (2000a), em três instantes sucessivos de tempo. Como pode se observar, o padrão do escoamento real é bem representado pela simulação numérica, com destaque para a regularidade na disposição dos vórtices emitidos, com grande similaridade às imagens obtidas experimentalmente.

Finalizando, com base nos resultados precedentes, todas as configurações numéricas a serem apresentadas, de agora em diante, farão uso do algoritmo SIMPLEC e do esquema de transporte convectivo QUICK.

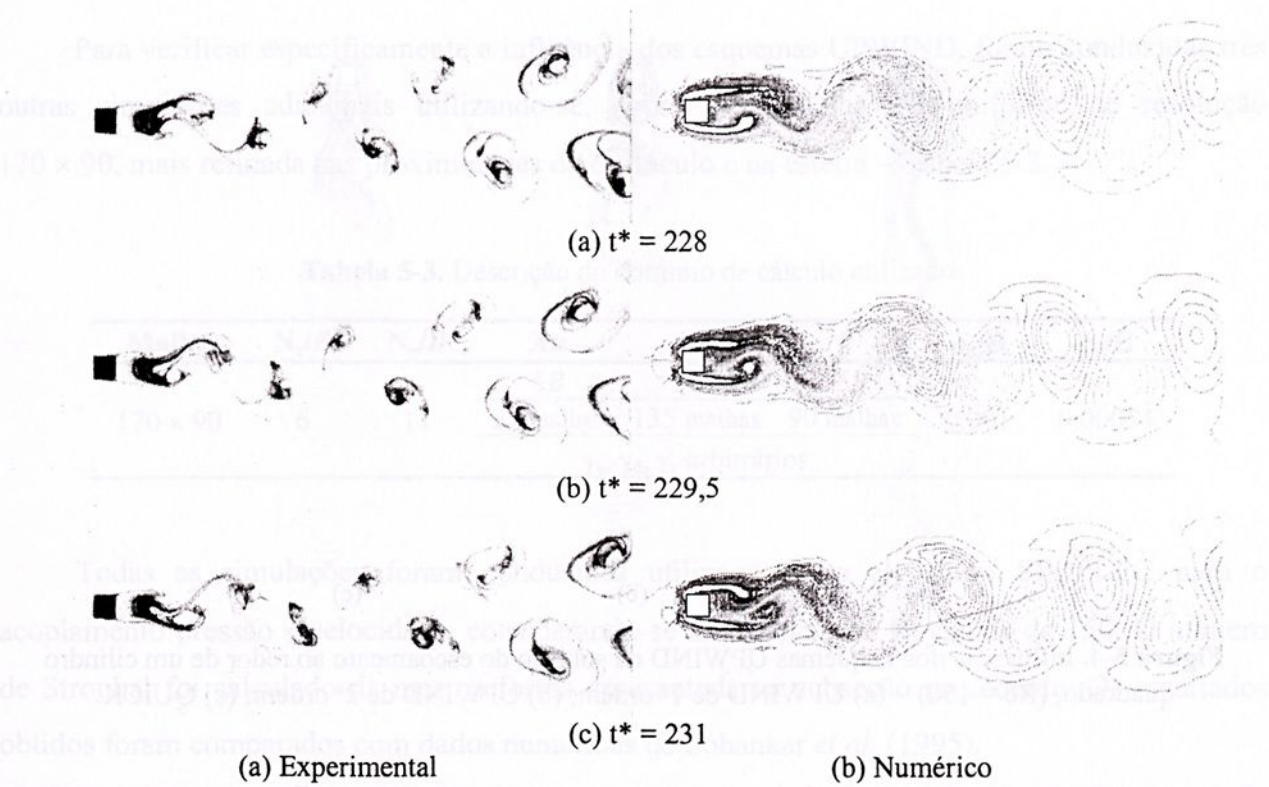


Figura 5-5. Comparação entre resultados numéricos e experimentais para a esteira de vórtices ao redor de um cilindro quadrado, em três instantes de tempo, ($Re = 150$).

5.3.2 Tamanho do Domínio de Cálculo

Os resultados numéricos apresentados nas seções precedentes foram obtidos utilizando-se domínios de cálculos arbitrários, empregados em trabalhos similares encontrados na literatura. Entretanto, como apontado por alguns autores, a extensão da fronteira de entrada a montante do cilindro, bem como a razão de bloqueio¹ e a extensão do domínio a jusante exercem forte influência sobre as variáveis calculadas na simulação – Almeida *et al.* (2000b). Com esta preocupação, um estudo sistemático do comportamento dos parâmetros registrados na esteira do cilindro, como o número de Strouhal, coeficientes de arrasto e de sustentação (valores médio e RMS), bem como os coeficientes de pressão no ponto de estagnação e na base, foi realizado para diferentes configurações do domínio de cálculo, para um número de Reynolds igual a 100.

¹ Em experimentos com a utilização de túneis de vento ou hidrodinâmicos, define-se a razão de bloqueio como a relação percentual entre a área frontal projetada do corpo de prova e a área transversal da seção de testes. Neste caso, fala-se em bloqueio sólido, uma vez que a seção de teste é limitada fisicamente por paredes. No presente estudo, a razão de bloqueio é definida de maneira análoga, no entanto, o bloqueio não é considerado sólido, pois nas fronteiras superiores e inferiores do domínio de cálculo impõe-se uma condição de simetria.

A. Configuração Numérica

Para este estudo, foram utilizados domínios com malhas estruturadas e uniformes, conforme indicado na Tabela 5-5, com as dimensões características iguais àquelas definidas na subseção 5.2. As condições de contorno são as mesmas utilizadas nas simulações anteriores.

Para a solução do campo de escoamento foram utilizados o esquema de transporte convectivo QUICK e o algoritmo SIMPLEC. A solução transiente foi obtida com um passo de tempo adimensional de 0,0277. O procedimento utilizado para o cálculo do número de Strouhal é semelhante ao descrito nas subseções anteriores.

Tabela 5-5. Descrições dos domínios de cálculo utilizados.

Caso	Malha	N/B	X_u	X_d	Y	δ/B
1	224 × 104	8	7B	20B	13B	0,00075
			56 malhas	160 malhas	104 malhas	
2	248 × 104	8	10B	20B	13B	
			80 malhas	160 malhas	104 malhas	
3	280 × 104	8	14B	20B	13B	
			112 malhas	160 malhas	104 malhas	
4	168 × 104	8	10B	10B	13B	
			80 malhas	80 malhas	104 malhas	
5	200 × 104	8	10B	14B	13B	
			80 malhas	112 malhas	104 malhas	
6	248 × 104	8	10B	20B	13B	
			80 malhas	160 malhas	104 malhas	
7	328 × 104	8	10B	30B	13B	
			80 malhas	240 malhas	104 malhas	
8	488 × 104	8	10B	50B	13B	
			80 malhas	400 malhas	104 malhas	
9	248 × 40	8	10B	20B	5B	
			80 malhas	160 malhas	40 malhas	
10	248 × 56	8	10B	20B	7B	
			80 malhas	160 malhas	56 malhas	
11	248 × 88	8	10B	20B	11B	
			80 malhas	160 malhas	88 malhas	
12	248 × 104	8	10B	20B	13B	
			80 malhas	160 malhas	104 malhas	
13	248 × 120	8	10B	20B	15B	
			80 malhas	160 malhas	120 malhas	
14	248 × 168	8	10B	20B	21B	
			80 malhas	160 malhas	168 malhas	



B. Tamanho do Domínio a Montante

A influência do tamanho do domínio a montante do cilindro, (Xu), foi investigada considerando-se três possibilidades distintas. Em todas elas, foi mantido fixo o valor da extensão do domínio a jusante do cilindro, $Xd = 20B$ e a altura, $Y = 13B$.

A Tabela 5-6 apresenta os valores obtidos para as diferentes simulações, permitindo-se verificar que, à medida que se aumenta o tamanho (Xu), há uma redução nos valores dos parâmetros apresentados. Observa-se uma exceção para isto no último valor obtido para o coeficiente de pressão na base, que, por algum motivo não identificado, teve seu valor aumentado. É interessante, ainda, observar que o número de Strouhal é insensível às mudanças na dimensão do domínio à montante do cilindro.

Tabela 5-6. Influência do tamanho do domínio à montante – cilindro quadrado, $Re = 100$.

Caso	St	C_D	$C_{D'}$	$C_{L'}$	C_{ps}	$-C_{pb}$
(1) – $Xu=7B$	0,144	1,6667	0,0038	0,1874	1,04	0,768
(2) – $Xu=10B$	0,144	1,6448	0,0037	0,1870	1,0	0,782
(3) – $Xu=14B$	0,144	1,6381	0,0037	0,1819	1,0	0,788

À guisa de conclusão, pode-se dizer que uma boa escolha para a dimensão (Xu), com base nos valores da Tabela 5-6, situa-se entre 10 e 14 B . No entanto, valores de 7 a 10 B podem, ainda ser utilizados, tomando-se as devidas precauções. Por outro lado, valores acima de 14 B penalizam a solução em termos de tempo de processamento, sem grandes benefícios na qualidade dos resultados.

C. Tamanho do Domínio a Jusante

O estudo da influência do tamanho do domínio à jusante do cilindro foi realizado fixando-se o valor de $Xu = 10B$ e a altura do domínio $Y = 13B$. A extensão (Xd) foi variada na faixa compreendida entre 10 B e 50 B . Como esperado, à medida em que (Xd) aumenta, os efeitos da condição de contorno na saída – neste caso, do tipo Neumann (derivada nula) – são menos pronunciados sobre os parâmetros registrados.

Os resultados apresentados na Tabela 5-7 mostram, novamente, que o número de Strouhal também não é afetado pela dimensão do domínio a jusante do cilindro. Isto é um indício de que o número de Strouhal não é um bom indicador para avaliar eventuais distúrbios presentes neste tipo de simulação.

Tabela 5-7. Influência do tamanho do domínio à jusante – cilindro quadrado, $Re = 100$.

Caso	St	C_D	$C_{D'}$	$C_{L'}$	C_{ps}	$-C_{pb}$
(4) – $Xd=10B$	0,144	1,6449	0,0040	0,1064	1,0	0,781
(5) – $Xd=14B$	0,144	1,6450	0,0038	0,1170	1,01	0,783
(6) – $Xd=20B$	0,144	1,6448	0,0037	0,1870	1,0	0,782
(7) – $Xd=30B$	0,144	1,6447	0,0038	0,1859	1,0	0,783
(8) – $Xd=50B$	0,144	1,6447	0,0038	0,1856	1,0	0,794

Segundo Sohankar (1998), o coeficiente de sustentação (RMS), $C_{L'}$, é bem mais sensível às influências da configuração do domínio de cálculo. Esta afirmativa é confirmada pelos resultados da Tabela 5-7. Ainda segundo este autor, a condição de contorno na saída do domínio, do tipo Neumann, nem sempre é uma boa escolha, uma vez que ela exige grandes dimensões à jusante do cilindro, o que aumenta consideravelmente o esforço computacional. Uma opção alternativa para este problema seria o uso de uma condição de contorno do tipo convectiva¹.

No caso apresentado, pode-se dizer, com base na Tabela 5-7, que uma escolha bastante razoável para a extensão (Xd) situa-se entre $20B$ e $30B$, embora valores superiores a $14B$ já produzam uma boa confiabilidade nos resultados.

D. Razão de Bloqueio

Sem dúvida, uma das maiores influências com relação à configuração do domínio de cálculo na simulação do escoamento ao redor de cilindros reside na razão de bloqueio. Deve-se lembrar que o bloqueio aqui referido não se trata do bloqueio sólido, uma vez que, neste caso, nas fronteiras superior e inferior são impostas condições de simetria.

A Tabela 5-8 exhibe os resultados destas simulações, obtidos para $Xu = 10$ e $Xd = 20B$. Observa-se que o número de Strouhal mostra-se bem mais sensível, aumentando na medida em

¹ Em geral, este tipo de condição é assumida ser da seguinte forma: $\frac{\partial u_i}{\partial t} + U_\infty \frac{\partial u_i}{\partial x} = 0$

que cresce o bloqueio, ou seja, a altura do domínio (Y) diminui. Além disso, todos os demais parâmetros variam dentro de uma faixa mais ampla, com exceção de (C_{ps}).

Tabela 5-8. Influência da razão de bloqueio – cilindro quadrado, $Re = 100$.

Caso	$\beta\%$	St	C_D	$C_{D'}$	$C_{L'}$	C_{ps}	$-C_{pb}$
(9) – $Y/B=5$	20	0,180	2,1966	0,0046	0,2519	1,0	1,380
(10) – $Y/B=7$	14.28	0,162	1,8822	0,0038	0,1980	1,0	1,050
(11) – $Y/B=11$	9.09	0,144	1,6828	0,0037	0,1865	1,0	0,830
(12) – $Y/B=13$	7.69	0,144	1,6448	0,0037	0,1870	1,0	0,782
(13) – $Y/B=15$	6.66	0,144	1,6210	0,0038	0,1846	1,0	0,763
(14) – $Y/B=21$	4.76	0,126	1,5918	0,0040	0,1871	1,03	0,700

Pode-se concluir, com base nos resultados apresentados, que uma escolha razoável para a altura do tamanho do domínio deve estar situada entre 13 e 17 B , onde os valores das variáveis de interesse sofrem menos influência da condição de contorno imposta.

Finalizando, é interessante ressaltar que, segundo exposto no trabalho de Sohankar (1998), o uso do esquema QUICK, para bloqueios menores que 3%, pode gerar oscilações não físicas no campo de escoamento.

5.3.3 Refinamento da Malha para Cilindros de Base Retangular

As simulações realizadas nessa primeira etapa, consideravam, todas elas, apenas cilindros de base quadrada, sendo o domínio de cálculo coberto com malhas sem muito critério com relação ao refinamento. Entretanto, a qualidade dos resultados depende fortemente da malha escolhida. Com efeito, vários trabalhos na literatura mostram que bons resultados podem ser obtidos com malhas de resolução moderada, com refinamento localizado, sobretudo nas proximidades do cilindro e na esteira.

Simulações efetuadas numa primeira etapa desta pesquisa mostraram que uma malha com resolução de 10 a 20 pontos nodais sobre cada uma das faces de um cilindro quadrado já seria suficiente para capturar os fenômenos envolvendo as camadas cisalhantes a números de Reynolds não muito elevados. Evidentemente, à medida que a razão de forma do cilindro aumenta e o escoamento torna-se mais complexo a números de Reynolds relativamente altos, turbilhões de pequena dimensão passam a se fazer presentes, com uma dinâmica bastante ativa,

principalmente sobre as faces do obstáculo, exigindo uma maior quantidade de malhas nas regiões próximas à parede. O trabalho de Kondo & Yamada (1995a) revela que a quantidade de malhas sobre as faces laterais de cilindros com razão de forma $\phi > 1$ exerce forte influência na precisão dos resultados numéricos.

Para verificar a questão do refinamento da malha em simulações com cilindros retangulares, quatro casos testes foram conduzidos, variando-se a quantidade de malhas sobre as faces do obstáculo. A configuração numérica utilizada e os resultados obtidos são apresentados na seqüência.

A. Configuração Numérica

O presente estudo foi realizado considerando-se um cilindro retangular com razão de forma $\phi = 4$ e um número de Reynolds igual 10^3 . A Tabela 5-9 apresenta as dimensões do domínio e suas respectivas resoluções das malhas. As dimensões X_u , X_d e Y , foram escolhidas de acordo com o estudo previamente apresentado no item 5.3.2. A quantidade de malha utilizada para cobrir o domínio foi variada apenas nas regiões que cobrem as faces do cilindro. Observa-se na tabela, que os valores percentuais para a progressão da malha para os casos 3 e 4 atingem valores superiores a 10%.

Tabela 5-9. Descrição dos domínios de cálculo utilizados.

Caso	Malha	N/B	X_u	X_d	Y	δB
1	100 × 53	5	5B	15B	13B	0,0012
			20 malhas	60 malhas	53 malhas	
			$\gamma_u=1,5\%$	$\gamma_d=0,5\%$	$\gamma_v=2\%$	
2	120 × 58	10	5B	15B	13B	0,0006
			20 malhas	60 malhas	58 malhas	
			$\gamma_u=7\%$	$\gamma_d=2\%$	$\gamma_v=5\%$	
3	160 × 68	20	5B	15B	13B	0,0003
			20 malhas	60 malhas	68 malhas	
			$\gamma_u=12\%$	$\gamma_d=5\%$	$\gamma_v=10\%$	
4	240 × 88	40	5B	15B	13B	0,00015
			20 malhas	60 malhas	88 malhas	
			$\gamma_u=20\%$	$\gamma_d=6\%$	$\gamma_v=15\%$	

A Figura 5-6 apresenta cada uma destas configurações, onde o número de volumes sobre o comprimento característico do cilindro foi duplicado a cada simulação.



Nesta etapa do trabalho, além da costumeira monitorização da velocidade para o cálculo do número de Strouhal, optou-se pela monitorização do coeficiente de pressão sobre as faces frontal, superior e posterior do cilindro. Para tanto, sondas numéricas igualmente espaçadas foram inseridas sobre toda a extensão do cilindro.

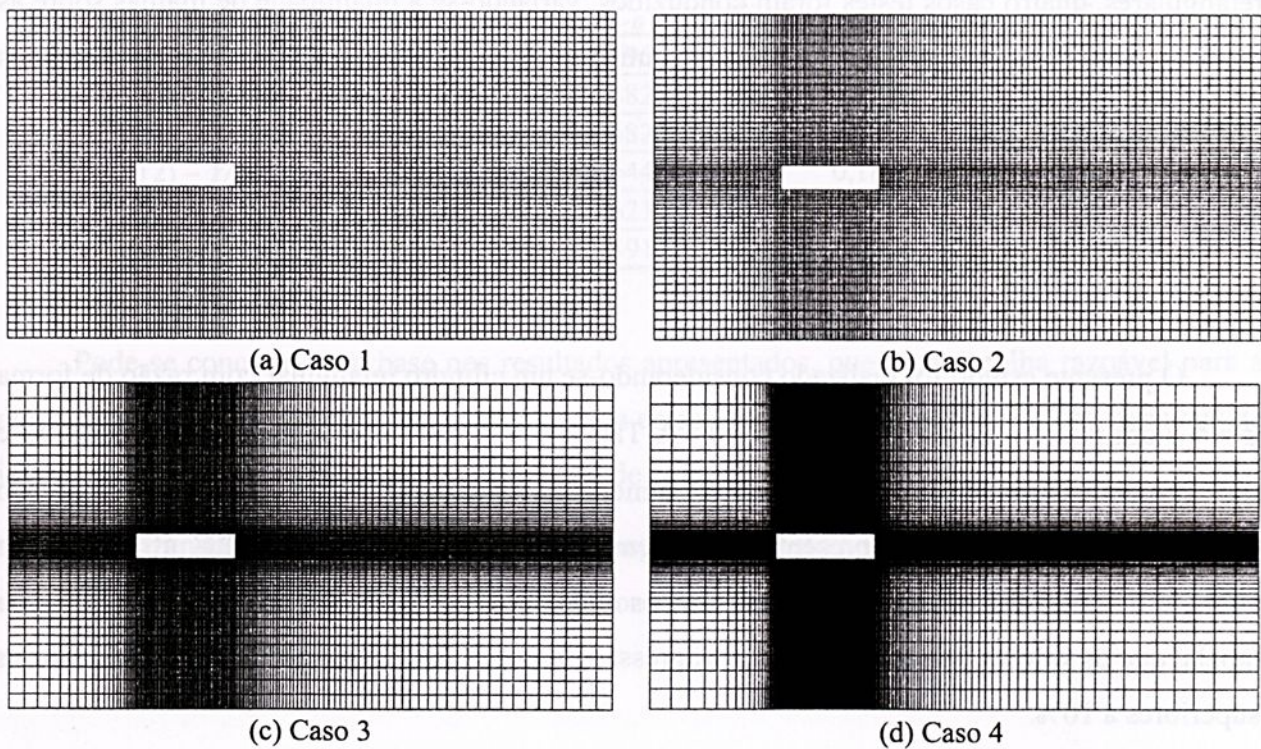


Figura 5-6. Malhas computacionais empregadas no teste de refinamento, com $\phi = 4$, $Re = 10^3$.

B. Resultados

A Tabela 5-10 apresenta o resultado do cálculo do número de Strouhal, neste caso, baseado na dimensão A do cilindro. Os resultados obtidos são comparados com os dados experimentais de Nakamura *et al.* (1996) e Lindquist (2000).

Tabela 5-10. Números de Strouhal obtidos para os testes de malha, com $\phi = 4$, $Re = 10^3$.

Caso	'Strouhal - St_A	Experimental
1	0,5149	
2	0,4741	0,5872 – Nakamura <i>et al.</i> (1996)
3	0,5542	0,5979 – Lindquist (2000a)
4	0,5977	

Os resultados da Tabela 5-10 mostram claramente que o refinamento nas regiões da esteira do cilindro garante uma melhor precisão no cálculo do número de Strouhal, que passa a se aproximar mais dos dados experimentais disponíveis na literatura.

A Figura 5-7 apresenta a distribuição do coeficiente de pressão médio sobre as faces do cilindro para os quatro casos investigados.

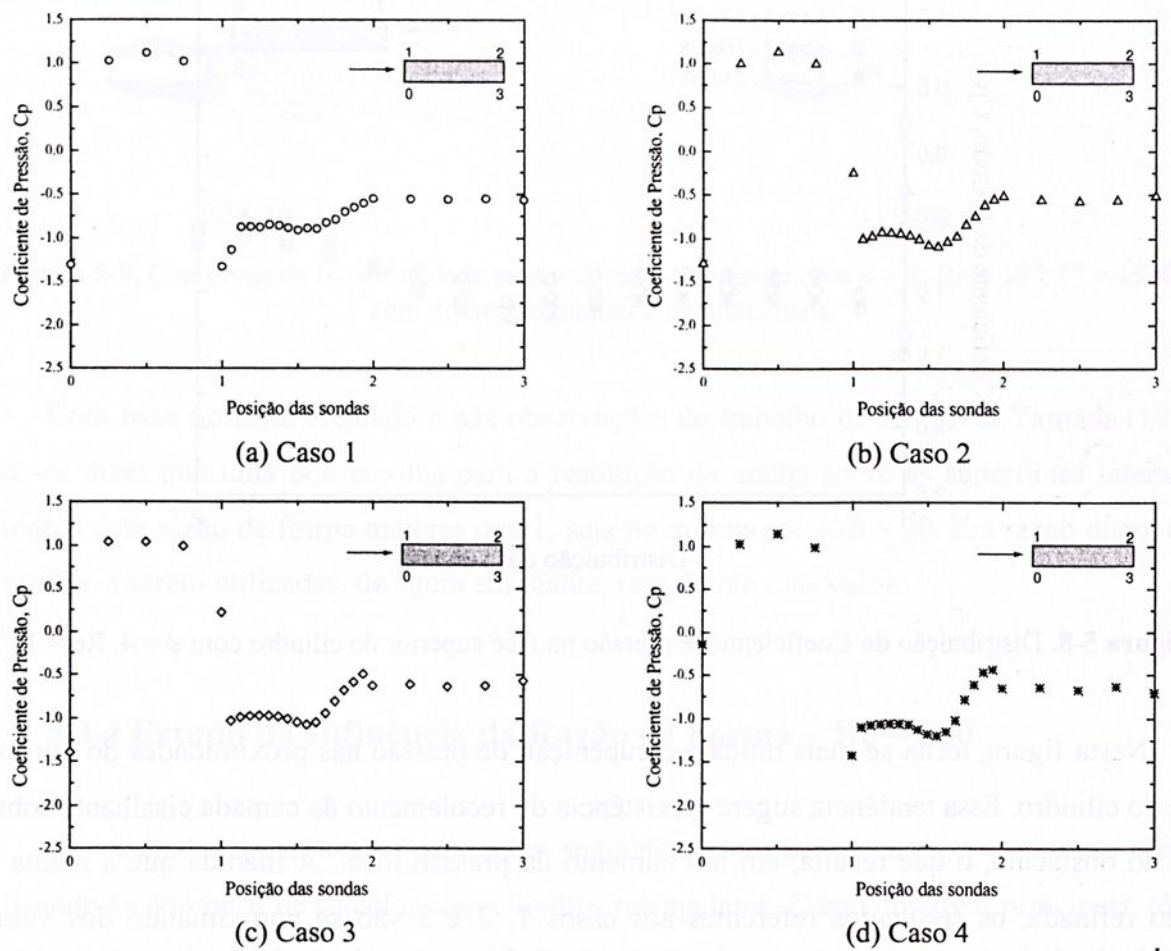


Figura 5-7. Distribuição do coeficiente de pressão médio sobre as faces do cilindro com $\phi = 4$, $Re = 10^3$.

Através da Figura 5-7 pode-se observar que à medida que a malha é refinada, acentua-se a tendência do aumento do coeficiente de pressão sobre a face superior do cilindro (1 – 2). Como era de se esperar, no ponto médio da face frontal do obstáculo, localizado entre 0 e 1, o coeficiente de pressão atinge o seu valor máximo, que é da ordem de 1,0. Na sequência, observa-se, sobre a face superior do obstáculo, uma queda no coeficiente, que atinge valores inferiores a -1,0. A partir da metade do comprimento da face superior, verifica-se a inflexão da curva, com a conseqüente retomada do nível de pressão em direção ao bordo de fuga. Na face posterior – entre

os pontos 2 e 3 – o coeficiente permanece quase que constante, atingindo um valor próximo de -0,65.

Para melhor destacar a influência do refinamento da malha sobre o coeficiente de pressão, a Figura 5-8 compara os valores registrados na face superior do cilindro, para os quatro casos analisados.

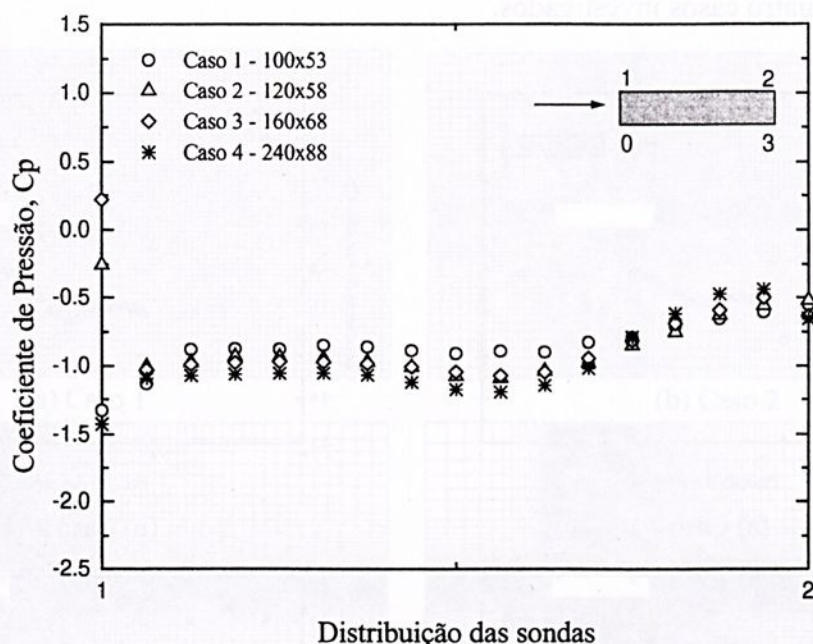


Figura 5-8. Distribuição do Coeficiente de pressão na face superior do cilindro com $\phi = 4$, $Re = 10^3$.

Nesta figura, torna-se mais nítida a recuperação de pressão nas proximidades do bordo de fuga do cilindro. Essa tendência sugere a existência do recolamento da camada cisalhante sobre a face do obstáculo, o que resulta, em um aumento da pressão local. À medida que a malha vai sendo refinada, os resultados referentes aos casos 1, 2 e 3 vão se aproximando dos valores obtidos no caso 4, com uma malha mais fina. Na região de inflexão, as quatro curvas apresentam as maiores discrepâncias, evidenciando a influência do refinamento da malha nos resultados finais.

Para ilustrar a dinâmica do escoamento, a Figura 5-9 mostra as linhas de isovorticidade, para os quatro casos, em um mesmo instante. É interessante observar que em todos os casos o escoamento apresenta configuração bastante distinta, apesar das imagens terem sido captadas para um mesmo instante. Isto é um indicativo de que a malha exerce bastante influência no processo que dá origem às instabilidades e, sobretudo, na representação do fenômeno de emissão dos vórtices na esteira.

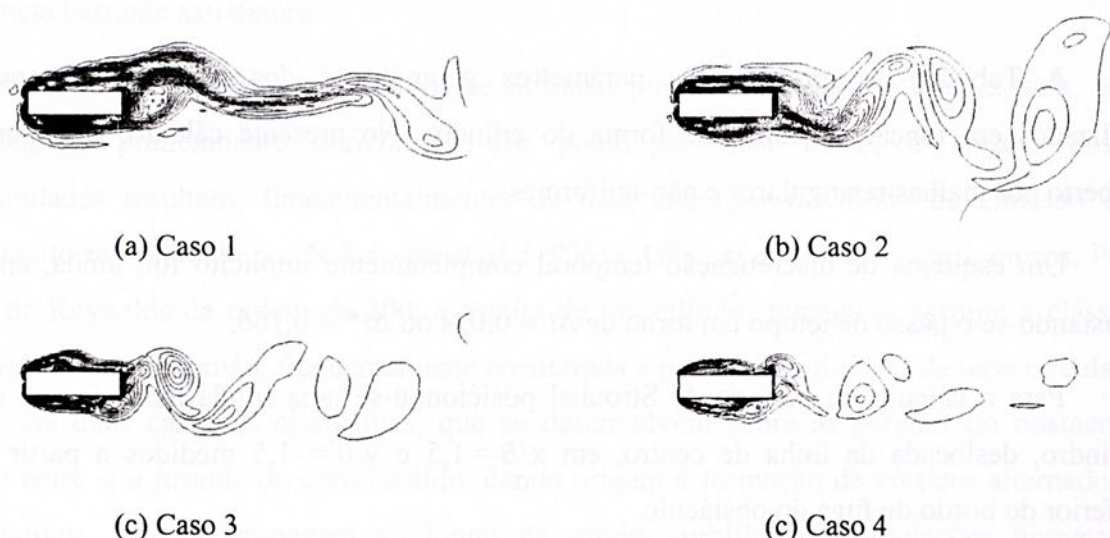


Figura 5-9. Contornos de Isovorticidade para o cilindro retangular com $\phi = 4$; $Re = 10^3$; $t^* = 1110,0$; com diferentes malhas computacionais.

Com base no teste efetuado e nas observações do trabalho de Kondo & Yamada (1995a), pode-se dizer que uma boa escolha para a resolução da malha sobre as superfícies laterais de cilindros com razão de forma maiores que 1, seja no mínimo de $N/B = 20$. Em razão disto, todas as malhas a serem utilizadas, de agora em diante, respeitarão esse valor.

5.3.4 Estudo da Influência da Razão de Forma – $Re = 300$

Os resultados apresentados nas seções seguintes fazem parte dos primeiros testes efetivos utilizando-se domínios de cálculos com cilindros retangulares. Como objetivos principais, têm-se a análise da resolução da malha e sua influência nos resultados e a própria interferência do fator razão de forma na dinâmica do escoamento. Neste caso, a resolução das malhas empregadas para este regime foi suficiente para capturar fenômenos complexos associados a este tipo de escoamento como as instabilidades do tipo *ISLI* (*Impinging Shear Layer Instability*), que puderam ser identificadas para cilindros retangulares com razão de forma igual a 5, 7, 9, 10 e 11, constituindo-se os casos investigados numericamente. Os resultados foram comparados com dados experimentais obtidos por Nakamura *et al.* (1996) e Lindquist (2000a). Uma evolução temporal das linhas de corrente foi extremamente importante na identificação e interpretação dos mecanismos responsáveis pela alteração no modo de emissão dos vórtices.

A. Configuração Numérica

A Tabela 5-11 apresenta os parâmetros geométricos dos domínios computacionais utilizados em função da razão de forma do cilindro. No presente cálculo, este domínio foi coberto por malhas retangulares e não-uniformes.

Um esquema de discretização temporal completamente implícito foi, ainda, empregado, ajustando-se o passo de tempo em torno de $\Delta t = 0,02s$ ou $\Delta t^* = 0,166$.

Para o cálculo do número de Strouhal posicionou-se uma sonda numérica na esteira do cilindro, deslocada da linha de centro, em $x/B = 1,5$ e $y/B = -1,5$ medidos a partir do canto inferior do bordo de fuga do obstáculo.

Tabela 5-11. Descrição dos domínios de cálculo utilizados.

ϕ	Malha	N/B	N/A	Xu	Xd	Y	δ/B
				10B	20B	15B	
5	250 x 90	40	100	50 malhas	100 malhas	90 malhas	0,0003
				$\gamma_u = 4\%$	$\gamma_d = 2\%$	$\gamma_y = 4\%$	
				10B	20B	15B	
7	270 x 90	40	120	50 malhas	100 malhas	90 malhas	0,00035
				$\gamma_u = 4\%$	$\gamma_d = 2\%$	$\gamma_y = 4\%$	
				10B	20B	15B	
9	290 x 90	40	140	50 malhas	100 malhas	90 malhas	0,000385
				$\gamma_u = 4\%$	$\gamma_d = 2\%$	$\gamma_y = 4\%$	
				10B	20B	15B	
10	300 x 90	40	150	50 malhas	100 malhas	90 malhas	0,0004
				$\gamma_u = 4\%$	$\gamma_d = 2\%$	$\gamma_y = 4\%$	
				10B	20B	15B	
11	310 x 90	40	160	50 malhas	100 malhas	90 malhas	0,0004125
				$\gamma_u = 4\%$	$\gamma_d = 2\%$	$\gamma_y = 4\%$	
				10B	20B	15B	

B. Resultados

A influência da razão de forma de um cilindro retangular sobre o fenômeno da emissão de vórtices, mantendo-se constante o número de Reynolds, é representada na Figura 5-10. Para possibilitar a comparação dos resultados obtidos com os dados da literatura, o número de Strouhal foi calculado com base na dimensão A da seção transversal do cilindro, enquanto que o número de Reynolds apoia-se na dimensão B . Os resultados numéricos obtidos, quando

comparados com os dados de Nakamura *et al.* (1996) e Lindquist (2000a), apresentam uma concordância bastante satisfatória.

Observa-se nitidamente que a curva de Strouhal possui o aspecto de uma escada, com quatro degraus praticamente horizontais. Do ponto de vista físico, a origem destas descontinuidades resultam, fundamentalmente, de uma alteração no modo de emissão dos vórtices, conforme relatado por Nakamura *et al.* (1996) e Ohya *et al.* (1992), dentre outros. Para números de Reynolds da ordem de 200, a esteira de um cilindro retangular assume a clássica configuração de von Kármán, freqüentemente encontrada a jusante de cilindros de base circular e quadrada. As duas camadas cisalhantes, que se desenvolvem sobre as paredes do obstáculo, interagem entre si a jusante do corpo sólido, dando origem à formação de vórtices alternados e contra-rotativos, que se propagam ao longo da esteira turbilhonar. Simulações numéricas realizadas por Nakayama *et al.* (1993), nesta mesma condição, confirmam a presença de duas bolhas de recirculação estacionárias, uma sobre cada face lateral do cilindro. Neste caso, apenas a esteira a jusante do obstáculo apresenta um comportamento periódico.

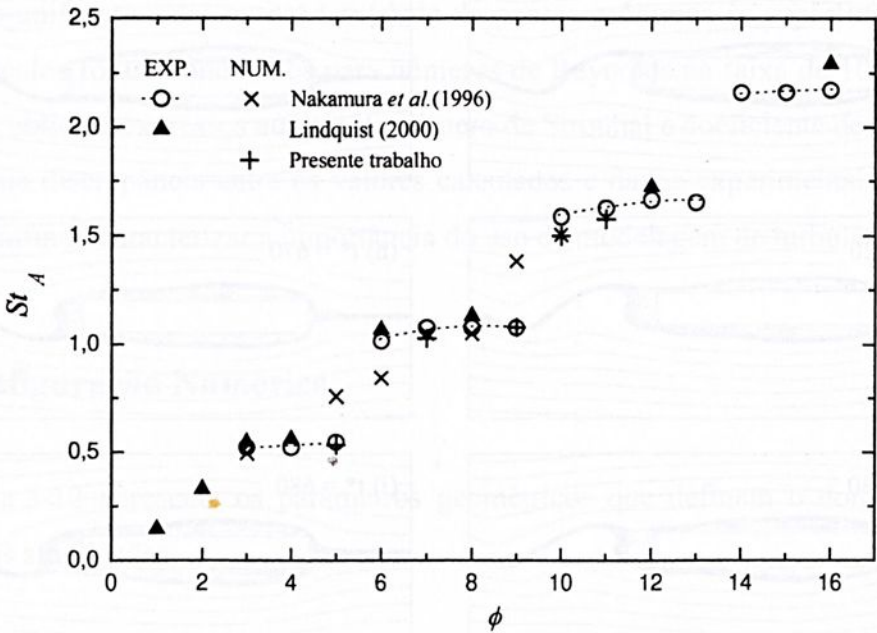


Figura 5-10. Comportamento da curva de Strouhal em função da razão de forma para cilindros retangulares, $1 \leq \phi \leq 16$, $Re = 300$.

Já para números de Reynolds superiores a aproximadamente 250, os vórtices emitidos por cilindros com seção transversal retangular alongada são caracterizados por um outro tipo de

instabilidade do escoamento, conhecida como *Impinging Shear Layer Instability (ISLI)*, quando uma única camada cisalhante separada pode tornar-se instável na presença de um canto vivo na borda de fuga do corpo cilíndrico, como descrito por Ohya *et al.* (1992). Neste caso, as bolhas de recirculação que se formam sobre as superfícies laterais do cilindro tornam-se instáveis, oscilando em comprimento e emitindo vórtices discretos e alternados, que são convectados ao longo das superfícies laterais do cilindro retangular, para, então, serem lançados, já completamente formados, na esteira a jusante.

A Figura 5-11 apresenta a evolução temporal das linhas de corrente, para o escoamento ao redor de um cilindro retangular com razão de forma $\phi = 7$ e $Re = 300$.

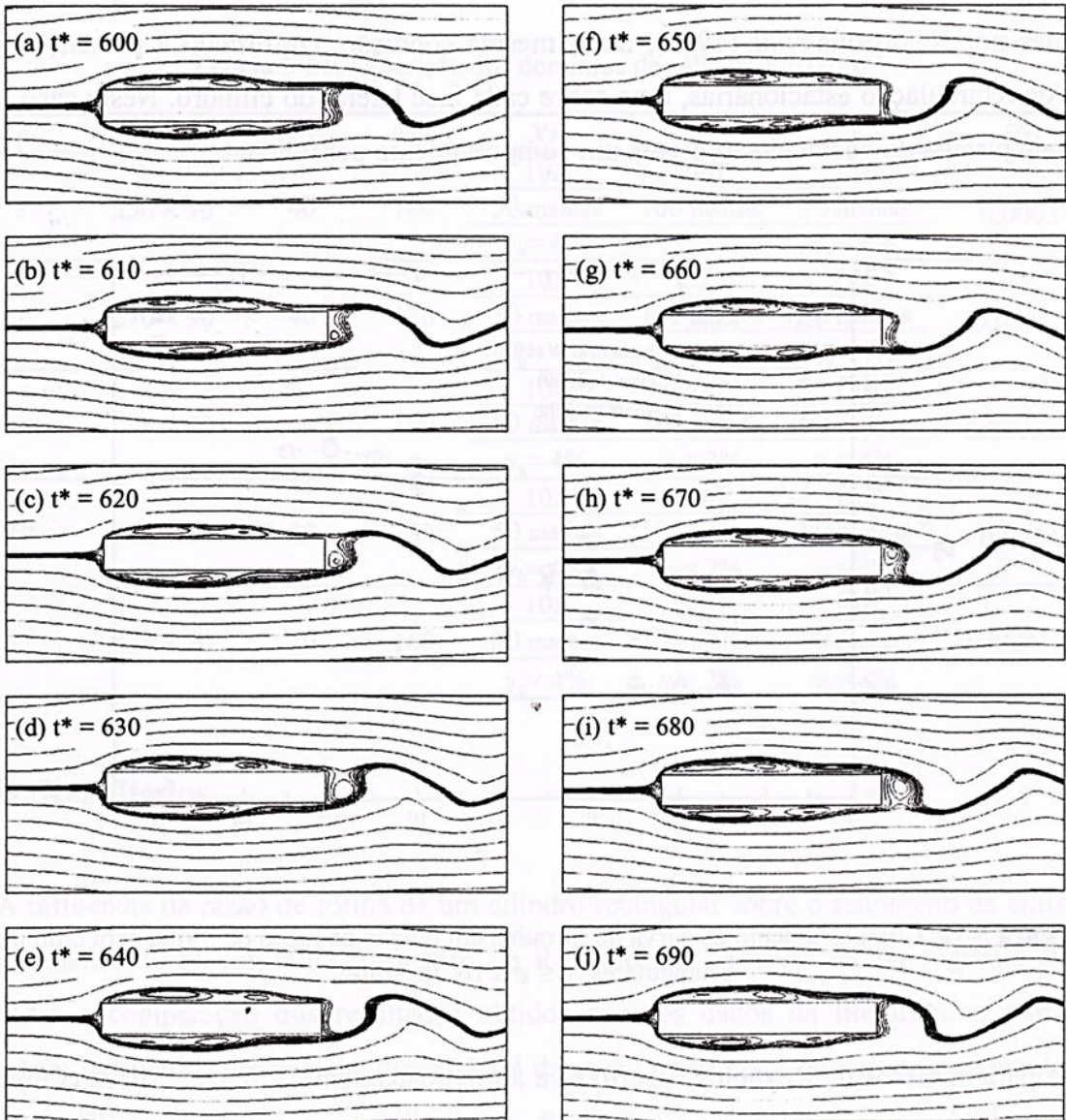


Figura 5-11. Evolução temporal das linhas de corrente para um cilindro retangular com $\phi = 7$, $Re = 300$.

Estes resultados mostram, com bom nível de detalhes, a evolução das bolhas de recirculação sobre as superfícies laterais do cilindro, para um ciclo completo de desprendimento de vórtices. Como observa-se, numericamente, a evolução e fragmentação dessas bolhas dão início ao processo de desprendimento dos vórtices discretos sobre a superfície alongada do cilindro. Verifica-se, nas Figuras 5-11(h) a 5-11(j), que estes vórtices são convectados para o bordo de fuga do cilindro, e daí em diante, passam a interagir com a esteira de von Kármán formada a jusante do obstáculo.

5.3.5 Número de Reynolds

O presente estudo teve como objetivo principal a investigação da evolução de alguns parâmetros representativos do escoamento com o aumento do número de Reynolds. Neste caso, torna-se extremamente importante verificar até que ponto é possível fazer uso da simulação, sem modelos de turbulência, para representar a física do escoamento ao redor dos cilindros de base quadrada e retangular ora em análise. Basicamente, foi escolhida uma malha relativamente refinada e não-uniforme, com maior densidade de pontos próximos às superfícies laterais e na esteira. Os cálculos foram conduzidos para números de Reynolds na faixa de 10^3 a 10^4 . Através dos resultados obtidos, expressos através do número de Strouhal e coeficiente de arrasto, pode-se verificar alguma discrepância entre os valores calculados e dados experimentais disponíveis na literatura, permitindo caracterizar a importância do uso da modelagem de turbulência.

A. Configuração Numérica

A Tabela 5-12 apresenta os parâmetros geométricos que definem o domínio de cálculo utilizado nestas simulações.

Tabela 5-12. Descrição do domínio de cálculo utilizado.

Malha	N/B	X_u	X_d	Y	δ/B
		$7B$	$15B$	$13B$	
240×160	40	50 malhas	150 malhas	160 malhas	0,00015
		$\gamma_u=4\%$	$\gamma_d=1,5\%$	$\gamma_v=4\%$	

Para números de Reynolds inferiores a 10^4 utilizou-se um passo de tempo da ordem de $\Delta t = 0,001$ s, e para Reynolds maiores $\Delta t = 0,0001$ s, demandando cerca de 90 horas de processamento para os dois últimos casos, com $Re = 1,4 \times 10^4$ e $Re = 2,2 \times 10^4$.

O procedimento para o cálculo do número de Strouhal é o mesmo descrito na subseção 5.3.1.

B. Resultados

As curvas ilustradas nas Figuras 5-12 e 5-13 mostram, respectivamente, a evolução dos valores do número de Strouhal e do coeficiente de arrasto em função do número de Reynolds. Os resultados numéricos obtidos, sem a utilização do modelo de turbulência, foram comparados com diferentes valores experimentais, os quais foram inseridos com o intuito de ressaltar a própria discrepância entre eles.

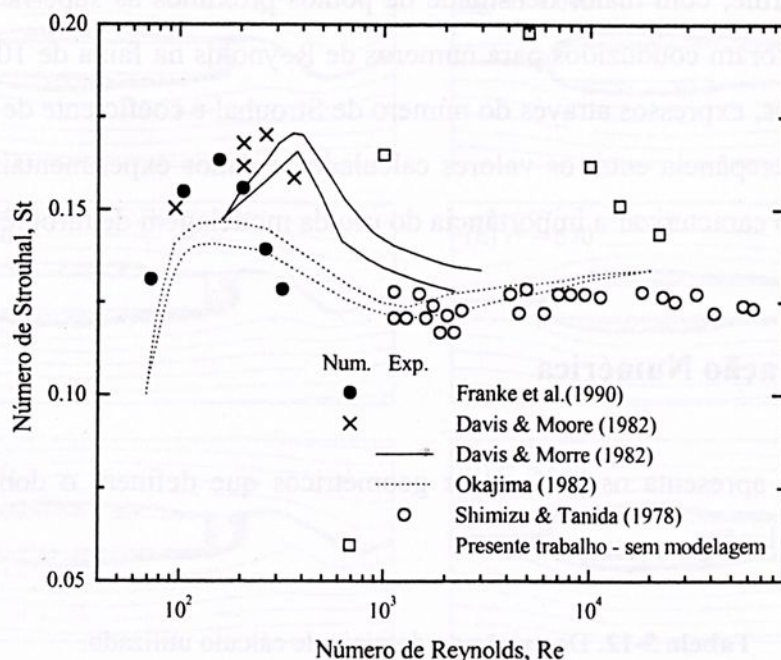


Figura 5-12. Evolução dos valores do número de Strouhal vs número de Reynolds – cilindro quadrado.

Apesar dos resultados obtidos até o presente momento para regimes com baixos números de Reynolds terem sido satisfatórios, observa-se da Figura 5-12 que isto já não acontece para regimes mais severos do escoamento onde se concentrará o presente estudo. Mesmo com o uso

de uma malha relativamente refinada não foi possível representar a tendência dos pontos experimentais na curva Strouhal vs Reynolds, onde os valores numéricos obtidos foram razoavelmente superiores aos experimentais. Verifica-se, ainda, uma melhor aproximação para números de Reynolds mais elevados, o que de certa forma, não era esperado. No entanto, mesmo na experimentação, observa-se uma maior discrepância nos resultados para baixos números de Reynolds e uma maior uniformidade à medida que este parâmetro aumenta.

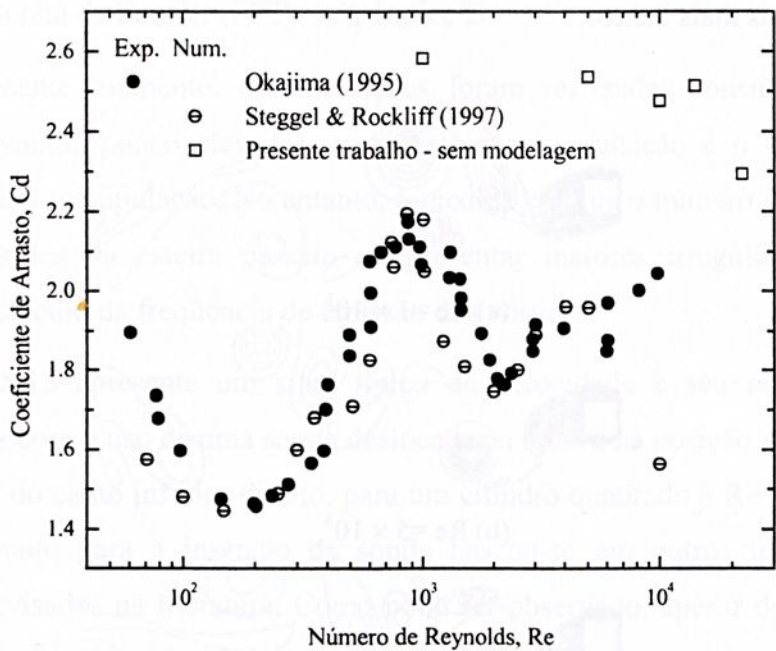


Figura 5-13. Evolução dos valores do coeficiente de arrasto vs número de Reynolds – cilindro quadrado.

Das Figuras 5-12 e 5-13, pode-se verificar que os dados numéricos obtidos para o número de Strouhal comparam-se melhor com os resultados experimentais do que para o coeficiente de arrasto. Nota-se que os valores registrados para este último parâmetro são superiores àqueles encontrados em ensaios experimentais e mesmo numéricos.

Na presente análise, verifica-se que para números de Reynolds acima de 10^3 , os resultados, tanto para o número de Strouhal como para o coeficiente de arrasto, não mostram a verdadeira tendência dos dados experimentais. Isto é um indício de que é necessário um maior refinamento da malha para representar todas as escalas envolvidas na dinâmica do escoamento, ou a utilização de modelos de turbulência que permitam simular diretamente as grandes escalas e modelar as pequenas, como no modelo de Smagorinsky.

A título de ilustração, a Figura 5-14 mostra o padrão de escoamento, visualizado através das linhas de isovorticidade, para os diferentes números de Reynolds investigados, considerando-se diferentes instantes.

Visualizando o comportamento da esteira a jusante dos obstáculos, pode-se observar uma maior irregularidade no processo de desprendimento de vórtices, inclusive com o emparelhamento de algumas dessas estruturas ao longo do domínio, não observado para regimes a números de Reynolds mais baixos.

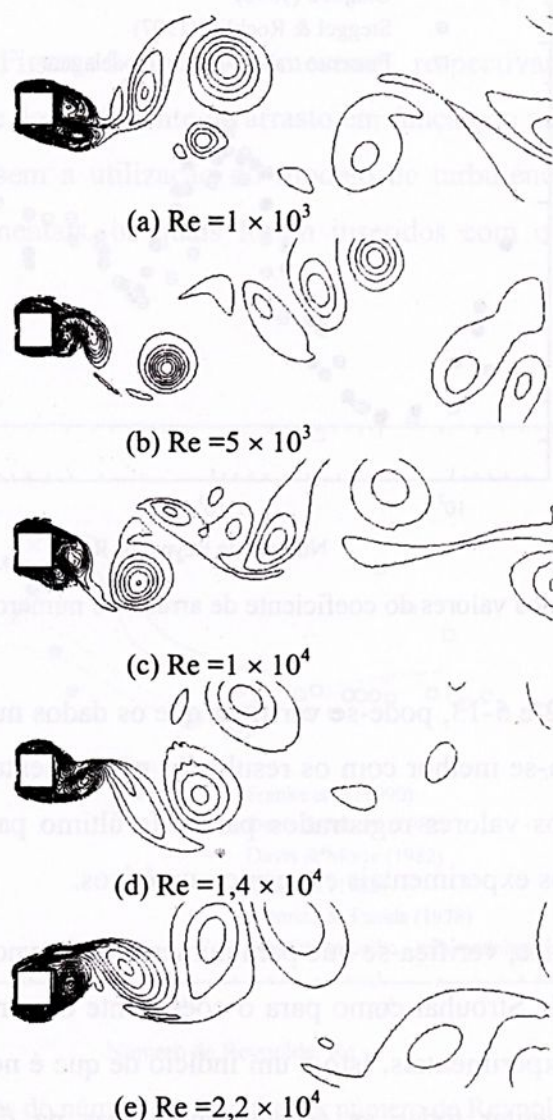


Figura 5-14. Configuração do escoamento ao redor de um cilindro quadrado para diferentes números de Reynolds.

5.3.6 Monitorização dos Sinais de Velocidade para números de Reynolds Elevados

A inserção de sondas numéricas na esteira do cilindro permite a obtenção de um registro da evolução temporal das variáveis que se deseja monitorar. Em particular, para a determinação da frequência de Strouhal, o sinal de velocidade registrado é processado através da aplicação da transformada discreta de Fourier (FFT) – Apêndice D.

Até o presente momento, as simulações foram realizadas considerando-se regimes a números de Reynolds pouco elevados, para os quais a aquisição e o tratamento dos sinais mostrou-se de fácil manipulação. No entanto, à medida em que o número de Reynolds aumenta, os sinais adquiridos na esteira passam a apresentar maiores irregularidades, dificultando, sobremaneira o cálculo da frequência de emissão dos vórtices.

A Figura 5-15 apresenta um sinal típico de velocidade e seu respectivo espectro de potência, obtidos com o uso de uma sonda deslocada na esteira na posição $x/B = 1,5$ e $y/B = -1,5$, medidos a partir do canto inferior direito, para um cilindro quadrado a $Re = 10^3$. Basicamente, a escolha deste ponto para a inserção da sonda baseou-se em outros trabalhos numéricos e experimentais revisados na literatura. Como pode ser observado, apesar do sinal de velocidade não apresentar muitas irregularidades, o espectro de potência mostra duas ou mais frequências que podem predominar na determinação do número de Strouhal, com valores bastante distintos.

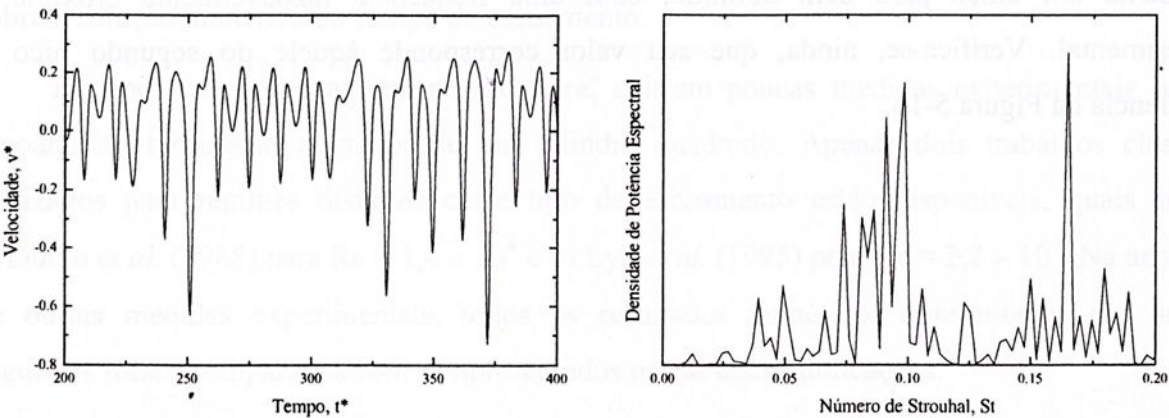


Figura 5-15. Exemplo de um sinal tipicamente obtido durante a determinação da frequência de Strouhal, com sua respectiva distribuição de potência espectral – cilindro quadrado, $Re = 10^3$, (posição da sonda: $y/B = -1,5$ e $x/B = 1,5$).

Assim sendo, para números de Reynolds mais elevados optou-se pelo uso de uma segunda sonda também posicionada na esteira, mas agora sobre a linha de centro do domínio, ou seja, na posição $y/B = 0$, como indica a Figura 5-16.

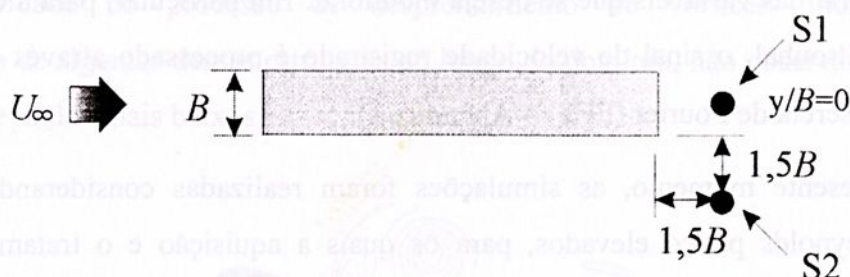


Figura 5-16. Posicionamento das sondas numéricas na esteira dos cilindros.

À medida que a sonda é aproximada da linha de centro da esteira, espera-se que o espectro de potência processado capture o dobro da frequência fundamental de emissão, uma vez que os dois vórtices alternados, que se desprendem dos dois lados do corpo, passam próximos a ela. Isto realmente acontece em alguns casos mas, de maneira geral e sem explicação aparente, observa-se a presença de um único pico no espectro, correspondente àquela frequência de emissão de um único vórtice.

A Figura 5-17 apresenta o sinal de velocidade e seu respectivo espectro de potência para o mesmo caso descrito anteriormente, porém agora monitorado com uma sonda posicionada na linha de centro da esteira. Observa-se nitidamente que, neste caso, o espectro de potência apresenta um único pico bem definido, com uma frequência razoavelmente próxima da experimental. Verifica-se, ainda, que seu valor corresponde àquele do segundo pico de frequência da Figura 5-15.

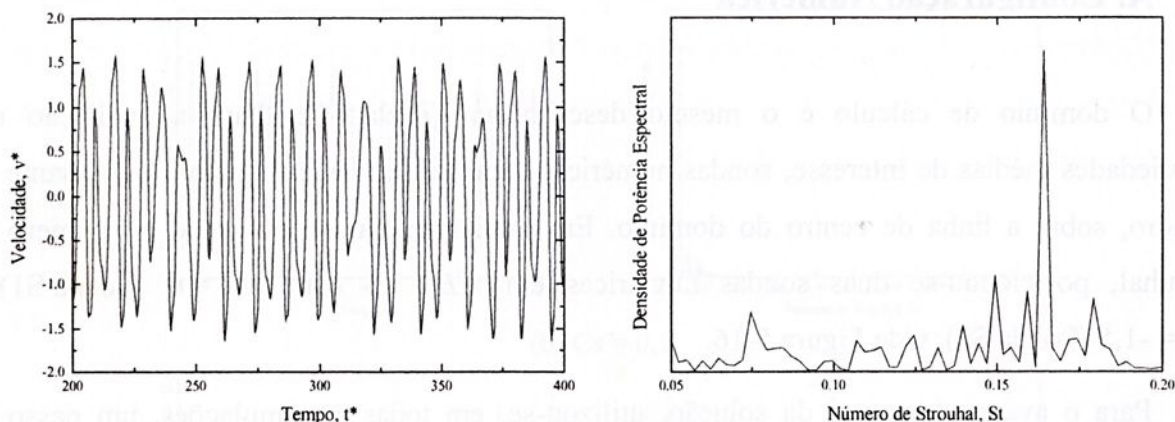


Figura 5-17. Exemplo de um sinal tipicamente obtido durante a determinação da frequência de Strouhal, com sua respectiva distribuição de potência espectral – cilindro quadrado, $Re = 10^3$, (posição da sonda: $y/B = 0$ e $x/B = 1,5$).

Ao longo deste trabalho, este procedimento foi utilizado toda vez que houve dificuldade na obtenção da frequência fundamental, com a utilização de uma única sonda.

5.3.7 Utilização da Metodologia de Simulação de Grandes Escalas

Nesta etapa do trabalho são apresentados os primeiros testes realizados com a utilização da metodologia de simulação de grandes escalas, empregando-se o modelo de Smagorinsky, disponível no código computacional *FLUENT*. Na análise que se segue, especial atenção foi dispensada à influência que a constante *ad-hoc*, que integra o modelo de Smagorinsky, exerce sobre a solução numérica do campo de escoamento.

É importante salientar que na literatura, existem poucas medidas experimentais para o escoamento turbulento ao redor de um cilindro quadrado. Apenas dois trabalhos clássicos realizados para regimes distintos deste tipo de escoamento estão disponíveis, quais sejam: a) Durão *et al.* (1988) para $Re = 1,4 \times 10^4$ e b) Lyn *et al.* (1995) para $Re = 2,2 \times 10^4$. Na ausência de outras medidas experimentais, todos os resultados numéricos apresentados nas seções seguintes foram comparados com os apresentados nestas duas publicações.

A. Configuração Numérica

O domínio de cálculo é o mesmo descrito na Tabela 5-12. Para a avaliação das propriedades médias de interesse, sondas numéricas foram inseridas a montante e a jusante do cilindro, sobre a linha de centro do domínio. Em particular, para a obtenção do número de Strouhal, posicionou-se duas sondas numéricas em $x/B = 1,5$ com $y/B = 0$ (Sonda S1) e $y/B = -1,5$ (Sonda S2), vide Figura 5-16.

Para o avanço temporal da solução, utilizou-se, em todas as simulações, um passo de tempo de $\Delta t = 1 \times 10^{-4}$, correspondendo a um passo adimensional de $\Delta t^* = 0,061$. Os cálculos foram iniciados e conduzidos até a obtenção de um regime estatisticamente estabelecido, caracterizado por uma variação periódica das propriedades médias do escoamento. Nesta situação, pode-se dizer que a solução numérica torna-se completamente independente das condições iniciais do problema.

B. Análise de Sensibilidade da Constante de Smagorinsky

O modelo de Smagorinsky contém uma constante (C_s), que deve ser ajustada antes do início dos cálculos. Sua magnitude influi diretamente no cálculo da viscosidade turbulenta, assumida ser proporcional ao quadrado do comprimento de escala associado ao filtro e ao tensor taxa de deformação. Como exposto em Rodi (1998), algumas teorias sugerem para a turbulência isotrópica o valor de C_s igual a 0,2. No entanto, em simulações do escoamento ao redor de cilindros, é comum o uso de valores na faixa de 0,1 à 0,2.

A fim de avaliar explicitamente a influência da constante de Smagorinsky nos cálculos do presente trabalho, cinco diferentes configurações foram simuladas, considerando-se valores da constante C_s igual a 0,05, 0,1, 0,15, 0,2 e 0,25, para o caso de um cilindro quadrado a um número de Reynolds igual a $2,2 \times 10^4$.

Os resultados numéricos apresentados são baseados no número de Strouhal e na distribuição de velocidade e energia cinética turbulenta na linha de centro do domínio de cálculo. A Figura 5-18 mostra exemplos do sinal de velocidade adquirido na esteira do cilindro, para a sonda S1, bem como suas respectivas distribuições de potência espectral.

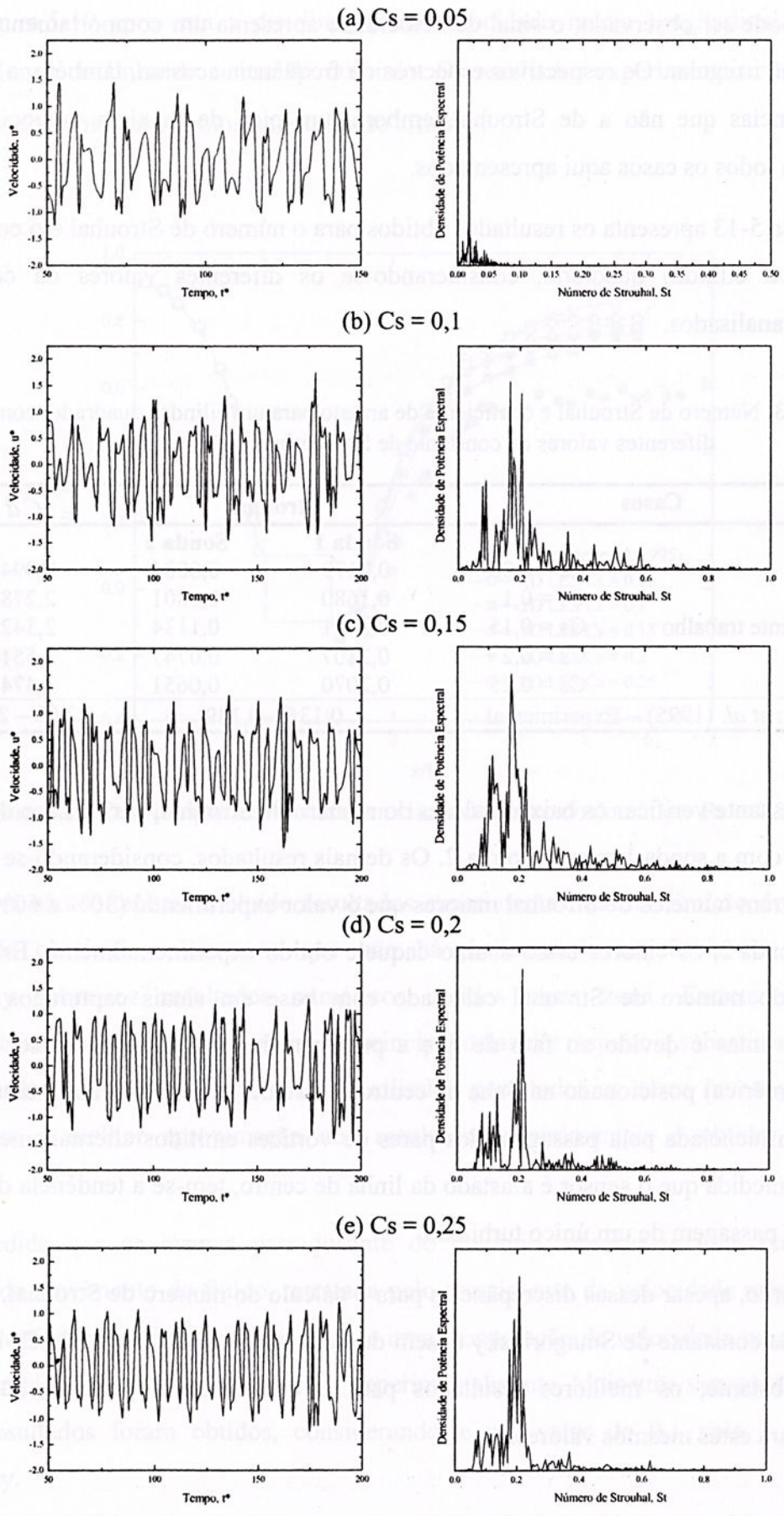


Figura 5-18. Sinais típicos de velocidade e espectros de frequência (x/B 1,5 e $y/B = 0$) – $Re = 2,2 \times 10^4$.

Como pode ser observado, o sinal de velocidade apresenta um comportamento periódico, porém bastante irregular. Os respectivos espectros de frequência acusam, também, a presença de outras frequências que não a de Strouhal, embora, um pico de máxima potência possa ser discernido em todos os casos aqui apresentados.

A Tabela 5-13 apresenta os resultados obtidos para o número de Strouhal e o coeficiente de arrasto para o cilindro quadrado, considerando-se os diferentes valores da constante de Smagorinsky analisados.

Tabela 5-13. Número de Strouhal e coeficiente de arrasto para um cilindro quadrado, considerando diferentes valores da constante de Smagorinsky, $Re = 2,2 \times 10^4$.

Casos		Strouhal		$\overline{Cd}$
		Sonda 1	Sonda 2	
Presente trabalho	$C_s = 0,05$	0,0179	0,0084	2,0947
	$C_s = 0,1$	0,1680	0,0801	2,2789
	$C_s = 0,15$	0,1751	0,1134	2,3429
	$C_s = 0,2$	0,2107	0,0747	2,5514
	$C_s = 0,25$	0,2070	0,0651	2,4741
Lyn <i>et al.</i> (1995) – Experimental		0,135 – 0,139		2,05 – 2,23

É interessante verificar os baixos valores do número de Strouhal, para o caso de $C_s = 0,05$, obtidos tanto com a sonda 1 quanto com a 2. Os demais resultados, considerando-se os sinais da sonda 1, mostram números de Strouhal maiores que o valor experimental (30% a 60%), enquanto que para a sonda 2, os valores estão abaixo daquele obtido experimentalmente. Essa diferença nos valores do número de Strouhal calculado com base em sinais capturados por sondas numéricas distintas é devido ao fato de que a presença de um elemento sensor (mesmo na simulação numérica) posicionado na linha de centro da esteira, pode vir a captar uma frequência de emissão influenciada pela passagem dos pares de vórtices emitidos alternadamente atrás do obstáculo. À medida que o sensor é afastado da linha de centro, tem-se a tendência de registrar a frequência da passagem de um único turbilhão.

No entanto, apesar dessas discrepâncias para o cálculo do número de Strouhal, nota-se que a influência da constante de Smagorinsky é, sem dúvida, menor para valores de C_s igual a 0,1 e 0,15. Não obstante, os melhores resultados para o coeficiente de arrasto, são, também, registrados para estes mesmos valores.

A Figura 5-19 apresenta a distribuição da velocidade média longitudinal normalizada, $\bar{u}/U_\infty$, ao longo da linha de centro do domínio. Os resultados experimentais são, neste caso, apresentados somente para pontos na esteira do cilindro.

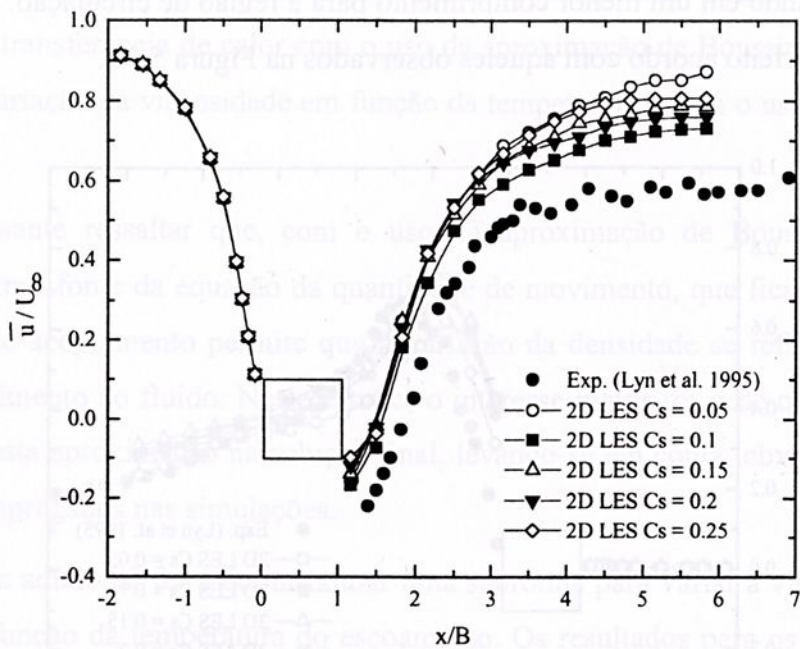


Figura 5-19. Distribuição de velocidade na linha de centro do domínio – $Re = 2,2 \times 10^4$.

Embora não se tenham incluído resultados experimentais da distribuição de velocidade a montante do obstáculo, observa-se que não há praticamente influência da constante de Smagorinsky sobre os resultados numéricos obtidos nesta zona. Entretanto, diferenças significativas são identificadas na esteira. A principal delas diz respeito a subestimação da região de recirculação que se forma logo atrás do cilindro, para todos os casos investigados. É fácil observar que a melhor aproximação aos resultados experimentais é obtida assumindo-se $C_s = 0,1$.

À medida que se avança para jusante do domínio, observa-se uma recuperação da quantidade de movimento do fluido, retratada pelo crescimento da velocidade média. Em todos os casos investigados numericamente, nota-se uma recuperação de velocidade na esteira, porém muito mais rápida do que aquela registrada experimentalmente. Mais uma vez, observa-se que os melhores resultados foram obtidos, considerando-se um valor de 0,1 para a constante de Smagorinsky.

A Figura 5-20 mostra a distribuição da energia cinética total (periódica + turbulenta), $k = (\overline{u'^2} + \overline{v'^2})/2$, ao longo da linha de centro do domínio. É interessante verificar que todos os resultados numéricos aproximam-se bastante dos dados experimentais da literatura. Na região logo atrás do cilindro observa-se que os valores numéricos apresentam uma maior flutuação de velocidade, acarretando em um menor comprimento para a região de circulação. Estes resultados encontram-se em perfeito acordo com aqueles observados na Figura 5-19.

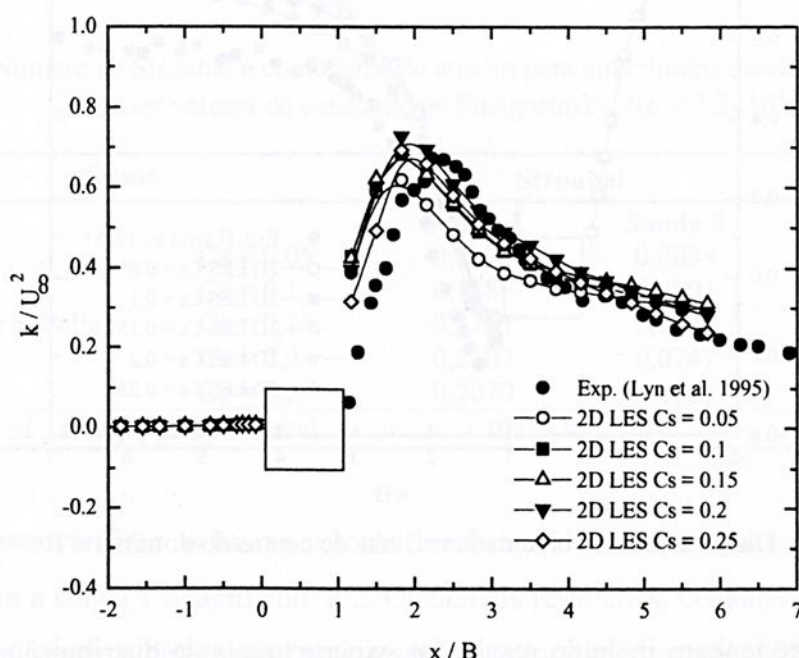


Figura 5-20. Distribuição da energia cinética turbulenta total (periódica + turbulenta) na linha de centro do domínio – $Re = 2,2 \times 10^4$.

De maneira geral, os resultados apresentados sugerem que uma boa escolha para o valor da constante de Smagorinsky é 0,1. Deste ponto em diante, nas simulações conduzidas com o modelo de Smagorinsky utilizar-se-á este valor como referência, salvo exceções onde será feita menção explícita ao valor adotado.

5.3.8 Transferência de Calor no Escoamento ao Redor de Cilindros Retangulares

Finalizando esta etapa da pesquisa, foram realizados alguns testes considerando-se a transferência de calor entre o obstáculo e a corrente livre, com a única preocupação de criar

ferramentas e colher subsídios para futuras investigações que possam vir a ser conduzidas nesta área.

Como ponto de partida, adotou-se uma geometria arbitrária, no caso um cilindro retangular com razão de forma igual a 4, exposto a um escoamento a $Re = 10^3$. Basicamente, três casos teste foram investigados, quais sejam: a) transferência de calor sem o uso da aproximação de Boussinesq; b) transferência de calor com o uso da aproximação de Boussinesq; c) transferência de calor com variação da viscosidade em função da temperatura e sem o uso da aproximação de Boussinesq.

É interessante ressaltar que, com o uso da aproximação de Boussinesq, tem-se uma alteração no termo fonte da equação da quantidade de movimento, que fica acoplada à equação da energia. Esse acoplamento permite que a variação da densidade se reflita sobre o empuxo, induzindo movimento ao fluido. Neste estudo, o interesse maior foi o de quantificar o nível de interferência desta aproximação na solução final, levando-se em conta, obviamente, os números de Reynolds empregados nas simulações.

Uma idéia adicional foi a de introduzir uma subrotina para variar a viscosidade molecular do fluido, em função da temperatura do escoamento. Os resultados para os três casos teste são descritos nas seções seguintes.

A. Configuração Numérica

O domínio de cálculo utilizado é descrito na Tabela 5-14. Além das condições de contorno padrões utilizadas até o presente momento, incorporam-se, agora, as seguintes condições de contorno para o campo térmico: temperatura prescrita para o fluido de entrada do domínio ($T_{\infty} = 300\text{ K}$) e para as paredes do obstáculo ($T = 400\text{ K}$).

Tabela 5-14. Descrição do domínio de cálculo utilizado.

ϕ	Malha	N/B	X_u	X_d	Y	δ/B
4	280 × 160	20	5B	15B	13B	0,0003
			50 malhas	150 malhas	160 malhas	
			$\gamma_u=4\%$	$\gamma_d=0,8\%$	$\gamma_v=2\%$	

Para avançar a solução no tempo, utilizou-se um passo de $\Delta t = 0,001s$, equivalente a $\Delta t^* = 0,0277$.

Sobre as faces do cilindro, foram dispostas 40 sondas eqüidistantes, monitorando o coeficiente de pressão e o número de Nusselt. Na posição da sonda numérica inserida na esteira, foram monitoradas, também, as flutuações de velocidade, de temperatura e de viscosidade. A Figura 5-21 ilustra esquematicamente a disposição das sondas sobre as faces do cilindro e na esteira.

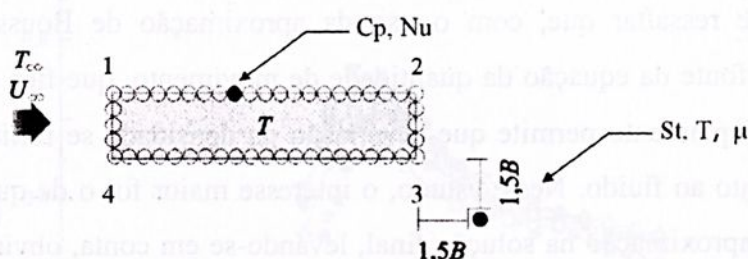


Figura 5-21. Distribuição das sondas para monitorização de parâmetros médios, $\phi = 4$, $Re = 10^3$.

B. Variação da Viscosidade

A subrotina implementada para calcular a variação da viscosidade, como uma função da temperatura é apresentada no Apêndice E, assim como os detalhes sobre o processo de inserção da subrotina e as funções pré-definidas pelo usuário. A fórmula utilizada para avaliar esta variação foi obtida de White (1986), escolhendo-se as propriedades do fluido como iguais a da água.

Existem na literatura diversas correlações bem estabelecidas para a viscosidade absoluta da água em função da temperatura. Mais especificamente, o cálculo da viscosidade cinemática da água, foi obtida através da correlação:

$$\ln\left(\frac{\mu}{\mu_o}\right) = -1,704 - 5,306Z + 7,003Z^2 \quad [\text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}] \quad (5-1)$$

onde $Z = 273/T(K)$ e $\mu_o = 1,788 \times 10^{-3}$. Esta correlação representa dados que lhe deram origem com um desvio máximo da ordem de $\pm 0,2\%$.

C. Resultados

Os resultados quantitativos para o presente estudo são baseados em parâmetros representativos do campo de escoamento como o número de Strouhal (St_A) e o número de Nusselt (Nu). São apresentadas, ainda, as variações temporais de viscosidade e temperatura, capturadas pela sonda numérica na esteira do cilindro.

A Tabela 5-15 apresenta os números de Strouhal obtidos para os casos teste investigados. Para efeito de comparação foi adicionado à tabela o valor experimental obtido por Lindquist (2000a) mesmo que seus resultados tenham sido obtidos em condições isotérmicas e adiabáticas. Embora os três casos apresentem valores distintos, a maior variação percentual entre eles é de apenas 7,3%.

Tabela 5-15. Número de Strouhal obtidos para os casos investigados com $\phi = 4$, $Re = 10^3$.

Caso	Strouhal - St_A	Experimental
Sem aproximação	0,6172	0,5979 – Lindquist (2000)*
Com aproximação	0,5824	
$\mu(T)$	0,5748	

* Escoamento Isotérmico e adiabático.

A Figura 5-22 mostra as flutuações de temperatura, registradas com o auxílio da sonda numérica, posicionada na esteira do obstáculo. Os pequenos picos ao longo da curva de temperatura sugerem a passagem de vórtices sobre a posição da sonda numérica. Esse fato é confirmado pela análise do campo de temperatura do escoamento, o qual indica regiões de maior temperatura no interior das estruturas turbilhonares. Essa característica é ilustrada pela Figura 5-23, através das linhas de iso-temperatura do campo de escoamento. A amplitude deste pico depende, obviamente, da intensidade de energia que é convectada pelo vórtice.

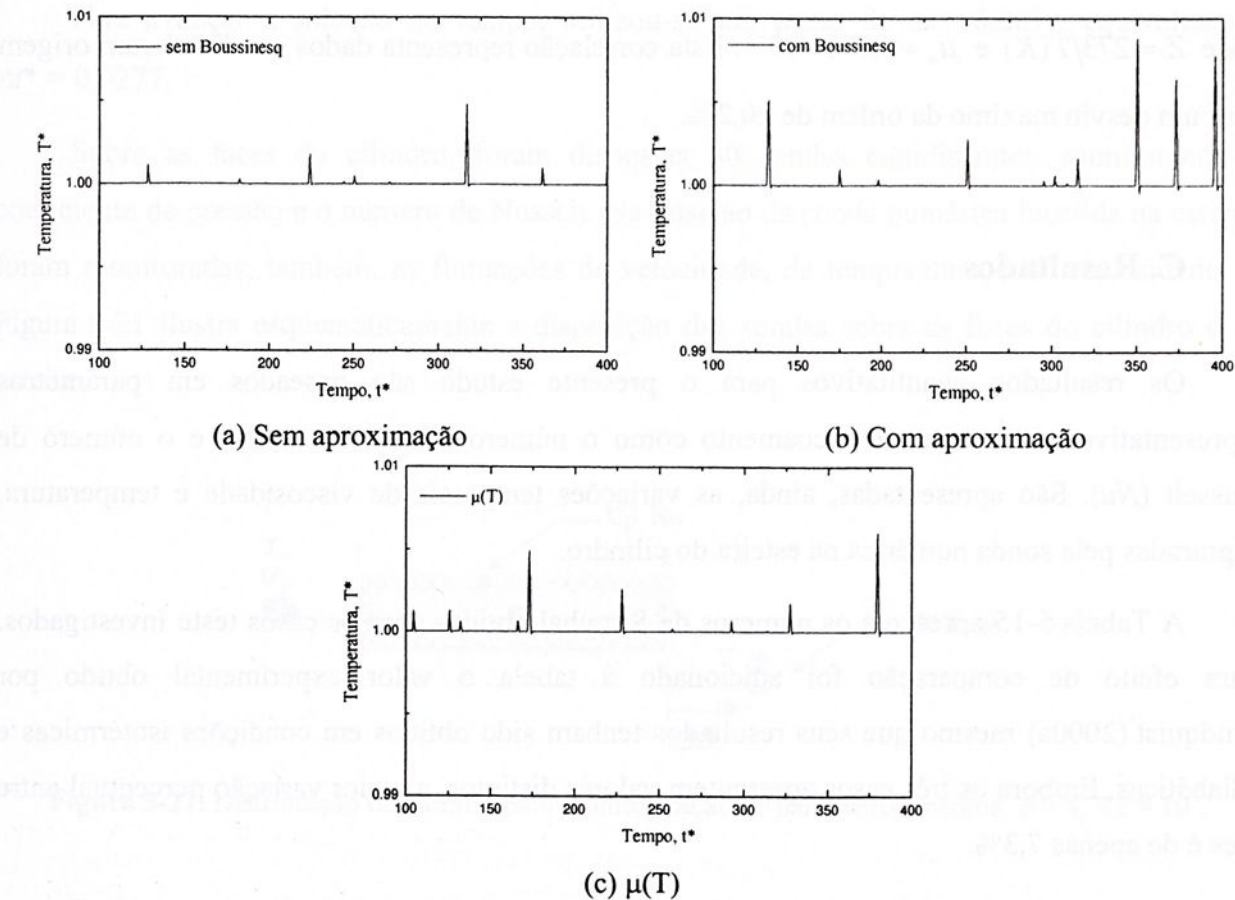


Figura 5-22. Exemplos dos sinais de temperatura registrados na esteira do cilindro retangular com $\phi = 4$, $Re = 10^3$.

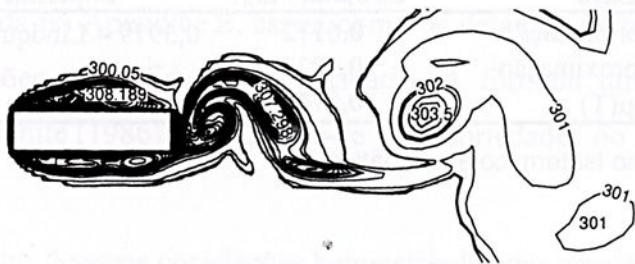


Figura 5-23. Isovalores de temperatura do escoamento ao redor de um cilindro retangular com $\phi = 4$, $Re = 10^3$ – Sem aproximação de Boussinesq.

A Figura 5-24 apresenta o sinal de flutuação de viscosidade registrado para $\mu(T)$. Neste caso, como era de se esperar, os picos de viscosidade são invertidos com relação aos da Figura 5-22, uma vez que o aumento da temperatura implica em uma queda da viscosidade. Verifica-se, ainda, que este sinal também se constitui em um bom indicador da passagem dos vórtices sobre a sonda, pelos mesmos motivos descritos anteriormente.

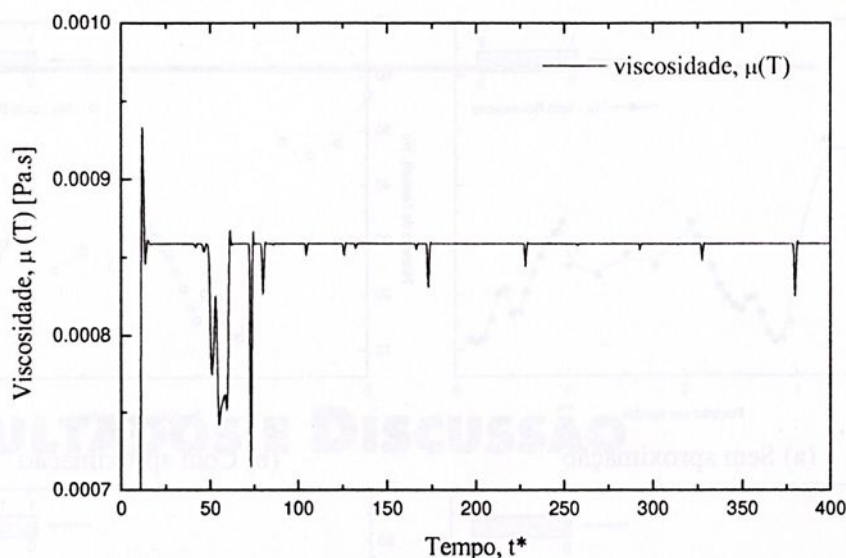


Figura 5-24. Sinal de flutuação de viscosidade na esteira do cilindro retangular com $\phi = 4$, $Re = 10^3$.

A Figura 5-25 ilustra as curvas de distribuição do número de Nusselt sobre as faces do cilindro retangular com razão de forma igual a 4. Nos casos sem Boussinesq e com Boussinesq, respectivamente, verifica-se pouca discrepância entre os resultados, mostrando, mais uma vez, que o uso da aproximação de Boussinesq, como era de se esperar, para números de Reynolds razoavelmente altos não influi de forma considerável nos valores dos parâmetros calculados.

Já na Figura 5-25(c) observa-se nitidamente uma maior sensibilidade deste parâmetro com relação à variação da viscosidade molecular do fluido em função da temperatura. Verifica-se que a curva, neste caso, mostra-se bastante simétrica e que as variações sobre as faces superior e inferior do cilindro são mais intensas.

A Figura 5-25 (d) compara as três curvas obtidas, onde se verifica uma sensível alteração na curva oriunda de $\mu(T)$ em todas as regiões ao redor do obstáculo. Pode-se concluir que a variação da viscosidade em função da temperatura é “correspondida” por um aumento relevante do número de Nusselt sobre as faces do cilindro. Este fato é ainda realçado através da comparação das curvas sobre a face superior do obstáculo, ilustrado pela Figura 5-26.

Com base nestes resultados, pode-se dizer que as análises do escoamento ao redor de cilindros de base retangular podem ser conduzidas, considerando ou não a aproximação de Boussinesq, sem alteração significativa nos resultados. No entanto, para o caso em que a viscosidade varia sensivelmente em função da temperatura, deve-se ter um cuidado adicional.

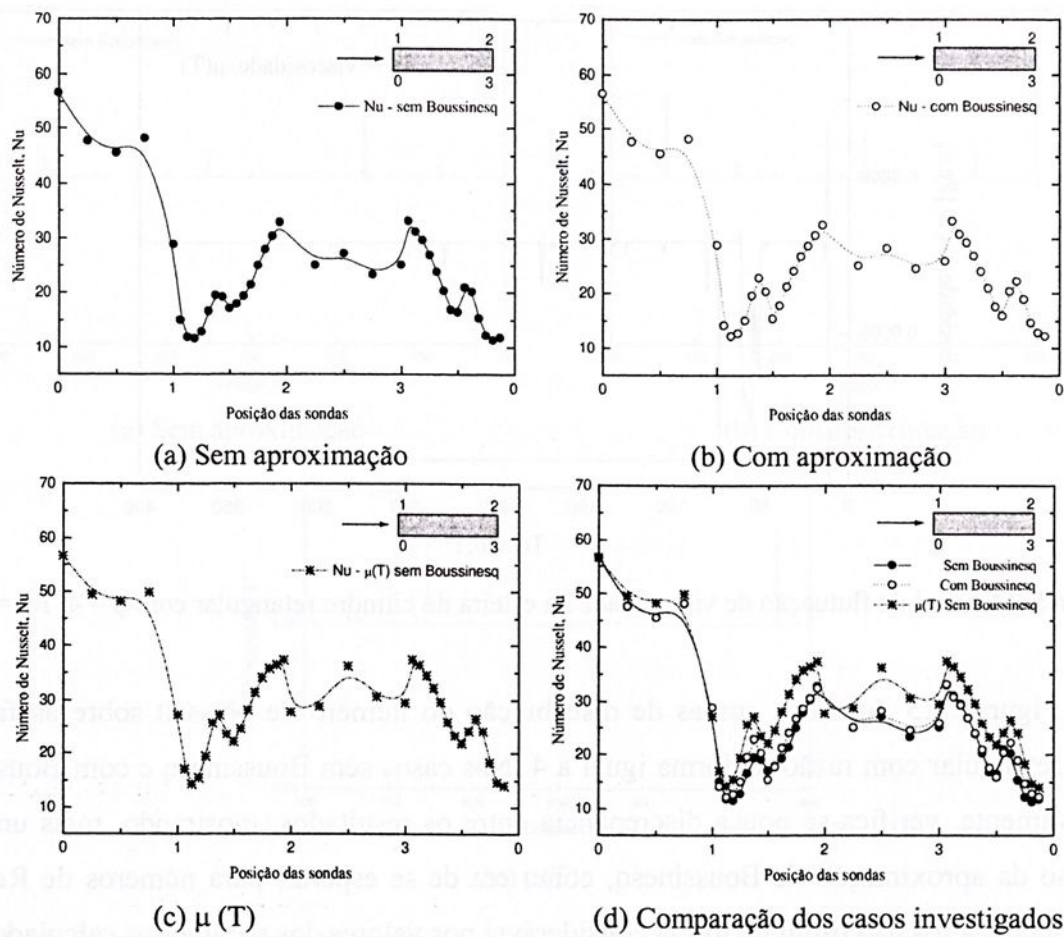


Figura 5-25. Distribuição do número de Nusselt ao redor de um cilindro retangular com $\phi = 4$, $Re = 10^3$.

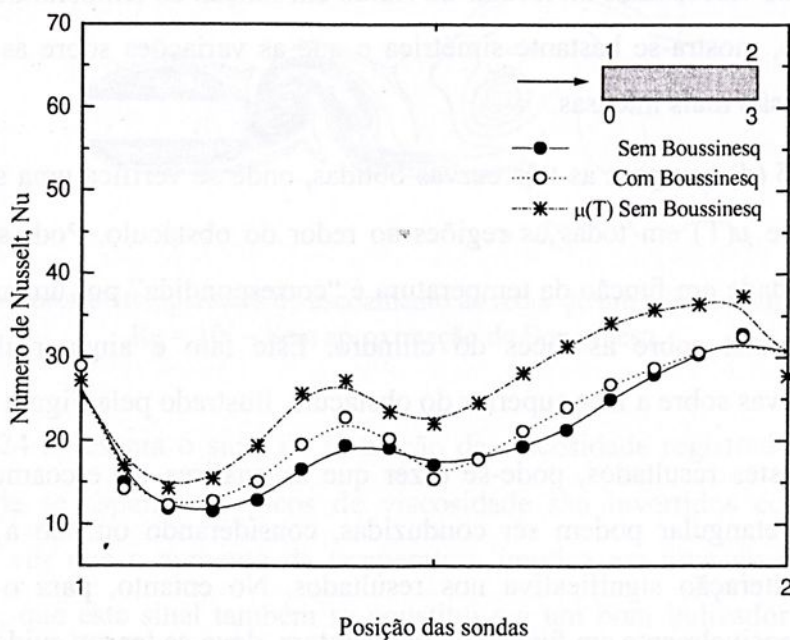


Figura 5-26. Distribuição do número de Nusselt sobre a face superior do cilindro retangular com $\phi = 4$, $Re = 10^3$.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

6.1 INTRODUÇÃO

Após os ajustes e os testes iniciais apresentados no capítulo anterior, simulações definitivas foram levadas a termo, mediante a utilização da metodologia de simulação de grandes escalas, para o escoamento turbulento ao redor de cilindros de base quadrada e retangular.

Os resultados assim obtidos são apresentados, neste capítulo, em duas partes distintas. A primeira delas é dedicada exclusivamente à investigação do escoamento turbulento ao redor de cilindros de base quadrada, e atribui especial atenção ao uso do modelo de Smagorinsky. A segunda parte, por sua vez, aborda o escoamento ao redor de cilindros de base retangular, com destaque para o estudo da dinâmica da geração de vórtices ao redor desta geometria e, sobretudo, da influência da razão de forma sobre o número de Strouhal.

Em ambas as partes, são apresentados resultados obtidos com o modelo clássico de Smagorinsky, introduzido no solver principal através de subrotina especialmente elaborada para esta finalidade. Neste caso, nenhum tipo de lei de parede ou de amortecimento para os cálculos das velocidades e viscosidade turbulenta nas proximidades da parede foi empregado. Os resultados oriundos destas simulações são comparados com aqueles gerados diretamente com o modelo sub-malha disponível no próprio programa *FLUENT*, que utiliza, além de uma lei de parede, uma função de amortecimento para a viscosidade turbulenta. Outras comparações são, ainda, efetuadas, com base em dados experimentais e numéricos da literatura.

6.2 ESTUDO DO ESCOAMENTO AO REDOR DE CILINDROS DE BASE QUADRADA

6.2.1 Configuração Numérica

Duas configurações numéricas bastante semelhantes foram utilizadas nesta etapa do estudo, diferindo apenas no comprimento de entrada do domínio (X_u). A Tabela 6-1 sumariza as dimensões utilizadas, bem como a correspondente resolução da malha para a primeira configuração. A segunda configuração é aquela já apresentada na Tabela 5-12 do Capítulo 5. Em ambos os casos, as condições de contorno são idênticas e iguais àquelas utilizadas no capítulo anterior.

Para melhorar a precisão dos cálculos, as malhas foram mais refinadas nas regiões próximas ao obstáculo e na região a jusante, cobrindo toda a esteira até o fim do domínio. Para o avanço da solução transiente utilizou-se um passo de tempo $\Delta t = 10^{-4}$ s, demandando cerca de 200 horas de processamento em uma máquina PC com 0,53 Gflops de performance, até a obtenção de um regime estatisticamente estabelecido para as variáveis de interesse.

Tabela 6-1. Descrição do tamanho de domínio utilizado.

Configuração	Malha	N/B	X_u	X_d	Y	δ/B
1	240 × 160	40	5B	15B	13B	0.00015
			70 M	150 M	160 M	
			$\gamma_u = 4\%$	$\gamma_d = 0.8\%$	$\gamma_v = 2\%$	

6.2.2 Cilindro Quadrado – $Re = 1,4 \times 10^4$

Os resultados apresentados nesta seção foram obtidos com a utilização do modelo de Smagorinsky disponível no código *FLUENT* que, de acordo com o exposto no Capítulo 4, aciona automaticamente a lei de parede quando a malha não é refinada o suficiente para resolver a sub-camada laminar. É interessante observar, ainda, que este modelo utiliza uma espécie de comprimento de mistura no cálculo da viscosidade turbulenta, a fim de amortecer-la nas regiões próximas à parede. Para efeito de comparação foram, também, realizadas simulações numéricas sem a inclusão do modelo e, ainda, com a utilização de dois outros modelos clássicos de

turbulência, o k- ϵ padrão e o k- ϵ *realizable*. Maiores detalhes sobre estes dois modelos, podem ser encontrados no Apêndice B.

B. Resultados

Duas simulações foram conduzidas com o modelo de Smagorinsky, utilizando-se dois valores para a constante C_s , 0,1 e 0,15. Embora os resultados evidenciem uma melhor performance com o uso da constante igual a 0,1, ambas simulações tiveram um comportamento bastante estável com resultados considerados satisfatórios quando comparados com os dados experimentais e superiores àqueles resultantes das outras simulações.

A Figura 6-1 apresenta os sinais típicos de velocidade registrados na esteira do cilindro e seus respectivos espectros de potência para os casos sem e com o emprego do modelo sub-malha, além, é claro, dos resultados obtidos com os modelos k- ϵ . É fácil verificar que os modelos do tipo k- ϵ amortecem os sinais de velocidade, proporcionando um pico bem definido no seu espectro de potência. Para estes casos, a frequência fundamental é facilmente identificada, apresentando um valor muito próximo daquela registrada experimentalmente.

A Tabela 6-2 apresenta todos os resultados obtidos para o número de Strouhal, considerando-se as diferentes simulações. Mais uma vez, é importante salientar que a frequência de Strouhal foi calculada utilizando-se o procedimento descrito no item 5.3.6 do Capítulo 5 e que todos os resultados apresentados para este parâmetro, nesta seção, foram obtidos com o registro da série temporal de velocidade na sonda posicionada na linha de centro da esteira.

Embora a utilização da modelagem k- ϵ tenha fornecido um resultado mais próximo do valor experimental do número de Strouhal, deve-se ressaltar que o mesmo não acontece com o cálculo de outras variáveis de interesse, como a distribuição de velocidade média e respectivas flutuações, medidas na linha de centro do domínio.

A Figura 6-2 mostra a distribuição de velocidade longitudinal média normalizada, $\bar{u}/U_\infty$, na linha de centro do domínio, a montante e a jusante do cilindro. Na entrada do domínio de cálculo, observa-se que todas as simulações apresentam resultados bastante próximos, subestimando a quantidade de movimento em aproximadamente 10%. Logo em seguida, nota-se um rápido decaimento da velocidade, bem representado numericamente.

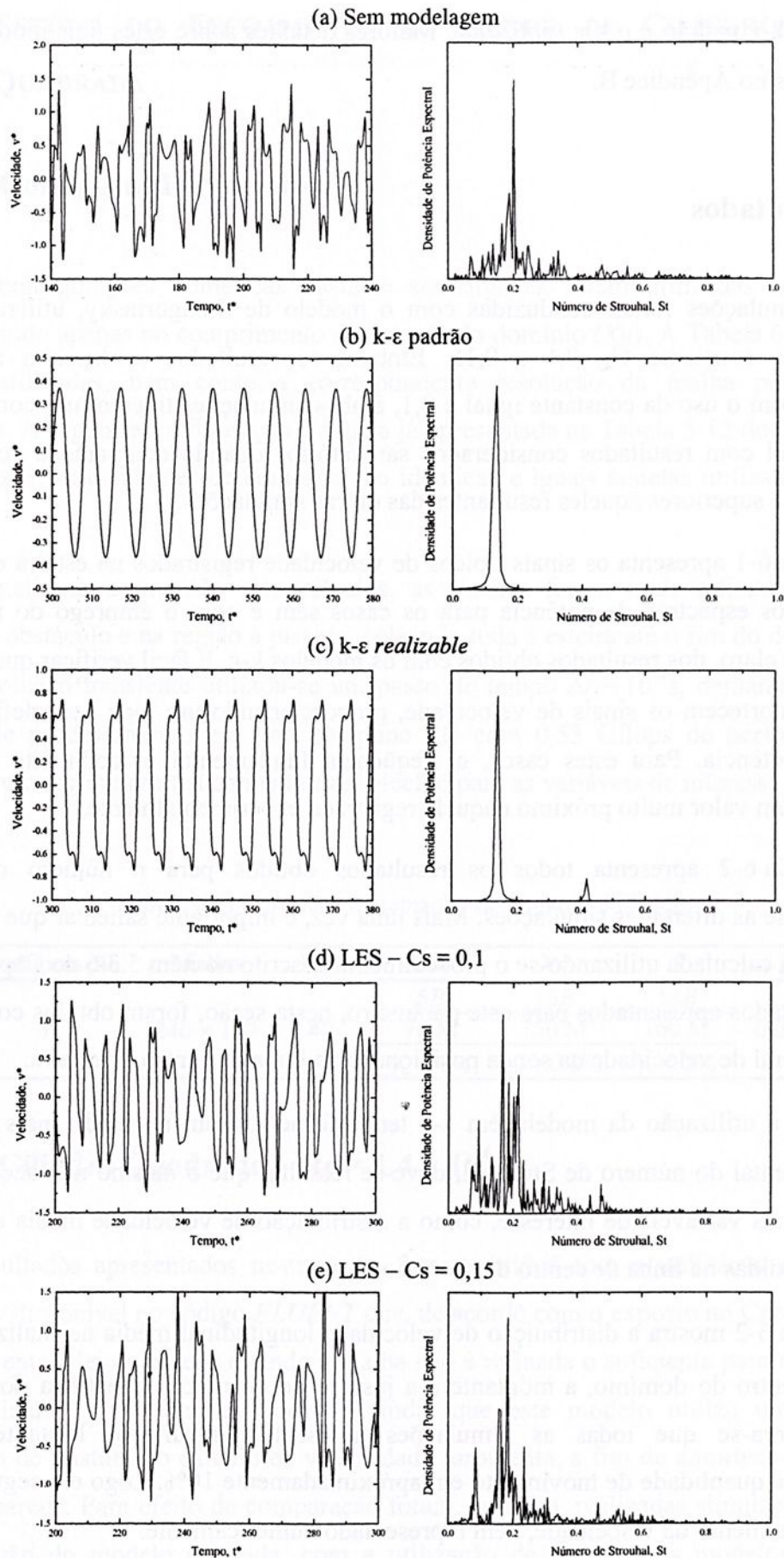


Figura 6-1. Sinais típicos de velocidade e espectros de frequência ($\phi = 1$) – $Re = 1,4 \times 10^4$.

Tabela 6-2. Número de Strouhal ($\phi = 1$) – $Re = 1,4 \times 10^4$.

Casos		Strouhal
Presente trabalho	Sem modelagem	0,2015
	k - ϵ padrão	0,1359
	k - ϵ <i>realizable</i>	0,1425
	LES - $C_s = 0,1$	0,1668
	LES - $C_s = 0,15$	0,1834
Durão <i>et al.</i> (1988) – Experimental		0,1390

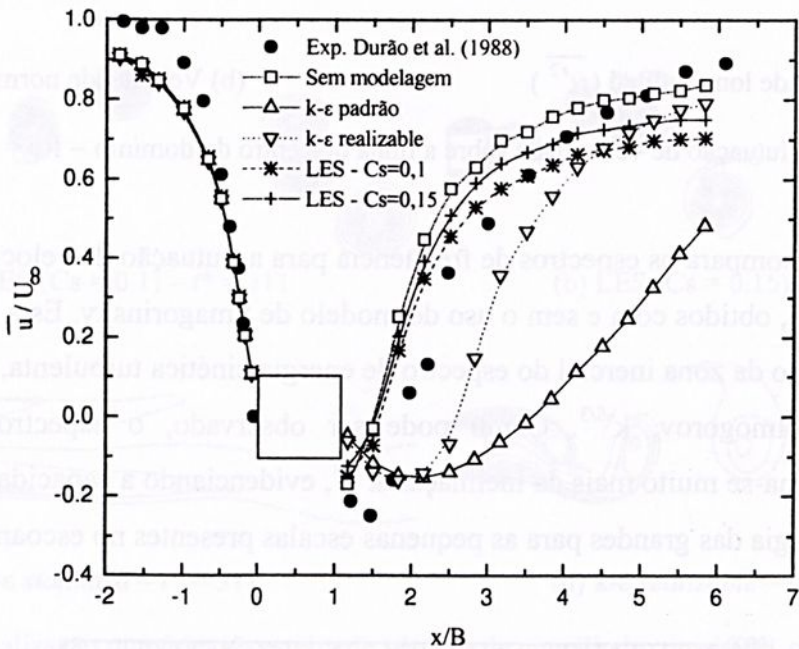


Figura 6-2. Distribuição de velocidade na linha de centro do domínio – $Re = 1,4 \times 10^4$.

As maiores discrepâncias entre os diferentes resultados numéricos e o experimental, entretanto, situam-se na zona de recirculação e ao longo da esteira. Estes resultados mostram que os modelos k - ϵ foram incapazes de prever satisfatoriamente o comprimento da região de recirculação e a recuperação de velocidade a jusante do obstáculo. Em contrapartida, observa-se uma melhor performance do modelo de Smagorinsky, principalmente para o caso cujo o valor da constante C_s é 0,1.

A Figura 6-3 apresenta a magnitude das flutuações de velocidade longitudinal ($\overline{u'^2}$) e normal ($\overline{v'^2}$), na linha de centro, a jusante do cilindro. Aqui, torna-se ainda mais evidente a melhor predição dos fenômenos presentes na esteira através do uso da metodologia de simulação de grandes escalas, que consegue representar razoavelmente bem as tendências observadas nas curvas experimentais.

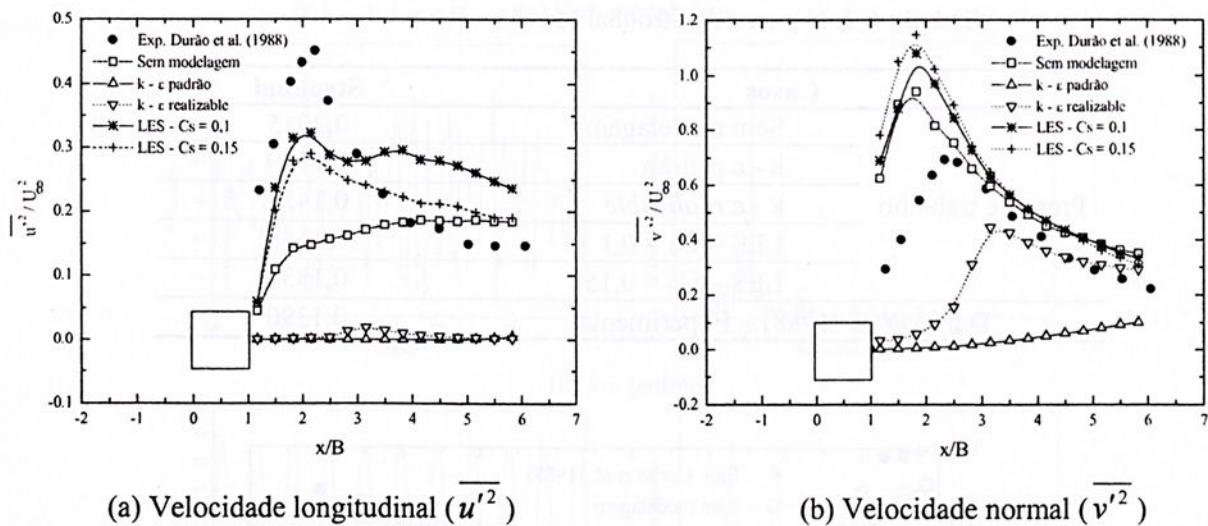


Figura 6-3. Flutuação de velocidade sobre a linha de centro do domínio – $Re = 1,4 \times 10^4$.

A Figura 6-4 compara os espectros de frequência para a flutuação de velocidade normal v' , registrada na esteira, obtidos com e sem o uso do modelo de Smagorinsky. Esta figura apresenta, também, a inclinação da zona inercial do espectro de energia cinética turbulenta, segundo a lei de decaimento de Kolmogorov, $k^{-5/3}$. Como pode ser observado, o espectro obtido com a modelagem aproxima-se muito mais da inclinação $k^{-5/3}$, evidenciando a capacidade do modelo na distribuição da energia das grandes para as pequenas escalas presentes no escoamento.

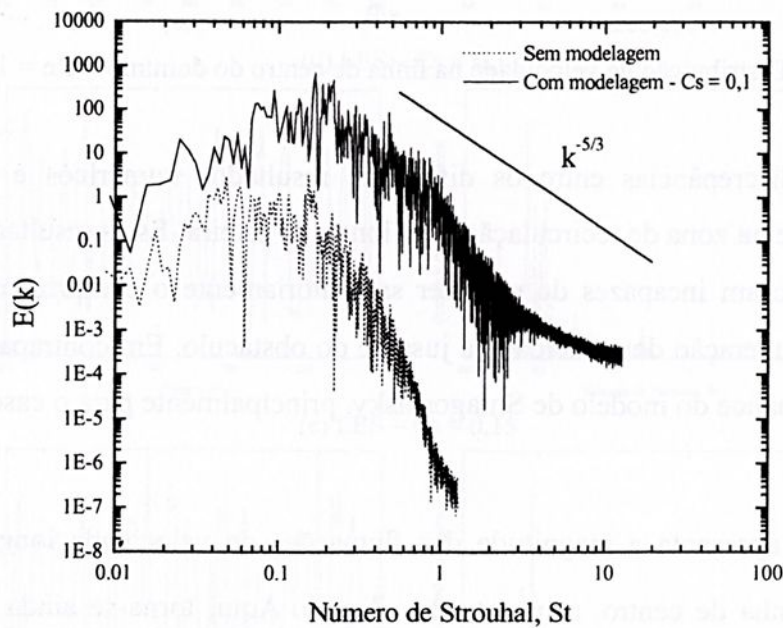


Figura 6-4. Espectro de frequência do sinal adquirido na esteira do cilindro quadrado – $Re = 1,4 \times 10^4$
Com e sem modelagem.

Visualizações das esteiras de vórtices, obtidas com os diferentes modelos de turbulência, e para um mesmo instante, são apresentadas na Figura 6-5. Observa-se, de início, que os resultados obtidos com a modelagem $k-\varepsilon$ mostram uma esteira bastante amortecida, sem a formação de vórtices alternados. Por outro lado, a esteira de turbilhões para as simulações com o modelo de Smagorinsky é bastante irregular, apresentando, inclusive, emparelhamento de vórtices. Isto talvez explique a discrepância observada no cálculo da frequência de Strouhal, pois nem sempre os vórtices emitidos passam sobre a posição da sonda inserida na esteira.

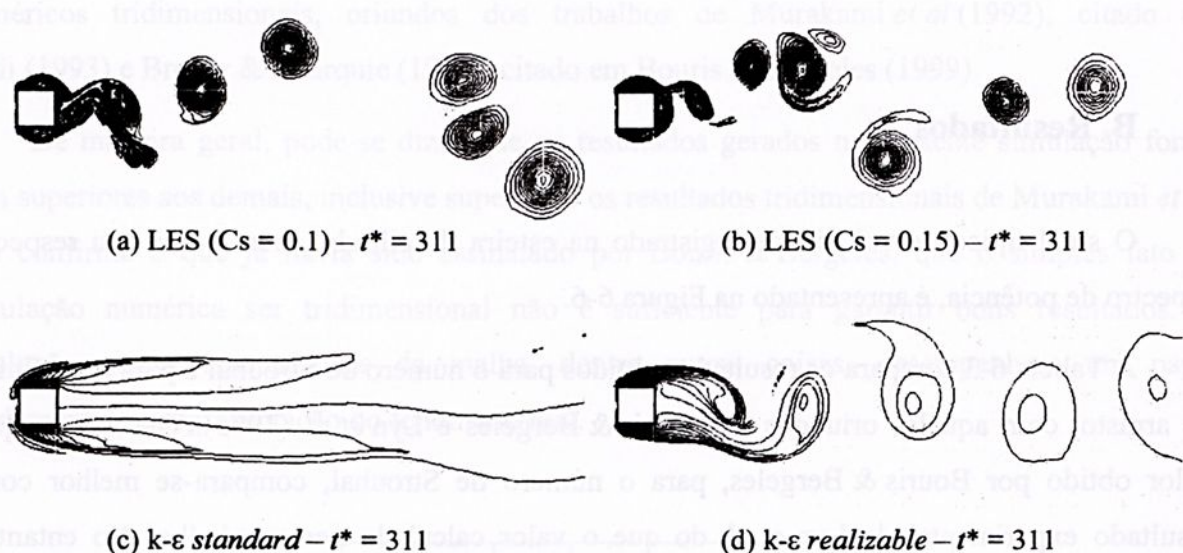


Figure 6-5. Visualização numérica da esteira de vórtices de um cilindro quadrado, obtida por diferentes modelos de turbulência – $Re = 1.4 \times 10^4$.

Por último, deve-se, ainda, observar que os resultados obtidos com a metodologia de simulação de grandes escalas indicam a presença de uma pequena recirculação a jusante do obstáculo, concordando com os resultados da Figura 6-2.

6.2.3 Cilindro Quadrado – $Re = 2,2 \times 10^4$

Esta seção apresenta a simulação numérica do escoamento ao redor de um cilindro quadrado para um número de Reynolds de $2,2 \times 10^4$. A fim de se compreender melhor a natureza das flutuações turbulentas presentes no escoamento, uma análise qualitativa da esteira de vórtices foi realizada, concomitantemente à obtenção dos resultados da distribuição de velocidade e energia cinética na esteira. Os resultados aqui apresentados foram comparados com os dados

experimentais de Lyn *et al.* (1995), obtidos com anemômetros a laser *doppler*, e com os resultados numéricos contidos no trabalho de Bouris & Bergeles (1999), que também utilizaram o modelo de Smagorinsky com uma malha bidimensional.

A. Configuração Numérica

A configuração numérica utilizada é a mesma apresentada na seção anterior. Neste caso, utilizou-se o modelo de Smagorinsky, com $C_s = 0,1$.

B. Resultados

O sinal típico de velocidade registrado na esteira do cilindro, bem como seu respectivo espectro de potência, é apresentado na Figura 6-6.

A Tabela 6-3 compara os resultados obtidos para o número de Strouhal e para o coeficiente de arrasto, com aqueles oriundos de Bouris & Bergeles e Lyn *et al.* (1995). Observa-se que o valor obtido por Bouris & Bergeles, para o número de Strouhal, compara-se melhor com o resultado experimental de Lyn *et al.* do que o valor calculado neste trabalho. No entanto, a presente simulação foi capaz de prever melhor o comportamento geral do campo de escoamento, apesar de Bouris & Bergeles utilizarem uma malha mais refinada, com resolução de 300×350 .

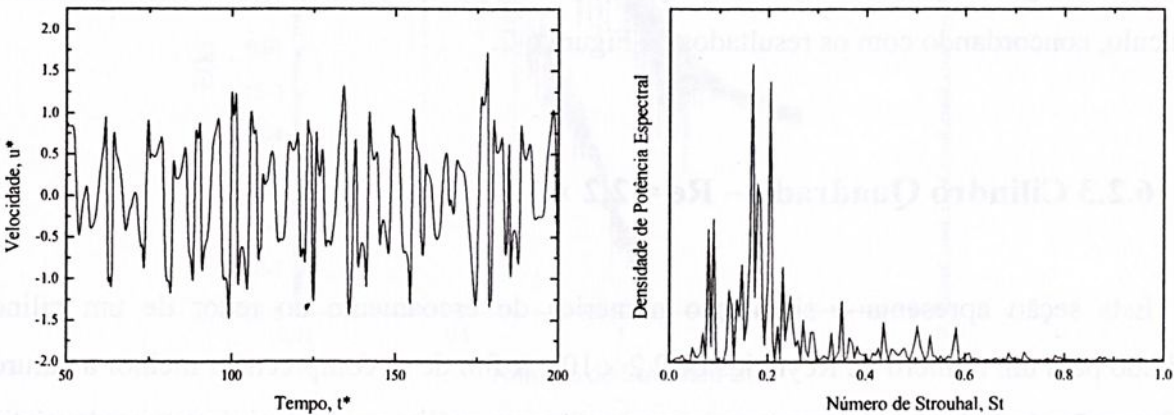


Figura 6-6. Sinal de velocidade e espectro de frequência ($\phi = 1$) – $Re = 2,2 \times 10^4$.

Tabela 6-3. Número de Strouhal ($\phi = 1$) – $Re = 2,2 \times 10^4$.

Casos		Strouhal	$\overline{Cd}$
Bouris & Bergeles (1999)	LES – $C_s = 0,1$	0,134	2,18
Presente trabalho	LES – $C_s = 0,1$	0,1680	2,28
Lyn <i>et al.</i> (1995) – Experimental		0,135 – 0,139	2,05 – 2,23

A Figura 6-7 mostra a distribuição da velocidade longitudinal média a jusante do cilindro e sobre a linha de centro do domínio. Nesta figura, foram inseridos, para efeito de comparação, outros resultados numéricos obtidos com o uso do modelo de Smagorinsky, incluindo resultados numéricos tridimensionais, oriundos dos trabalhos de Murakami *et al* (1992), citado em Rodi (1993) e Breuer & Pourquie (1996), citado em Bouris & Bergeles (1999).

De maneira geral, pode-se dizer que os resultados gerados na presente simulação foram bem superiores aos demais, inclusive superando os resultados tridimensionais de Murakami *et al.* Isto confirma o que já havia sido assinalado por Bouris & Bergeles, que o simples fato da simulação numérica ser tridimensional não é suficiente para garantir bons resultados. A resolução e as características da malha, dentre outras coisas, desempenham um papel fundamental na representação do fenômeno real.

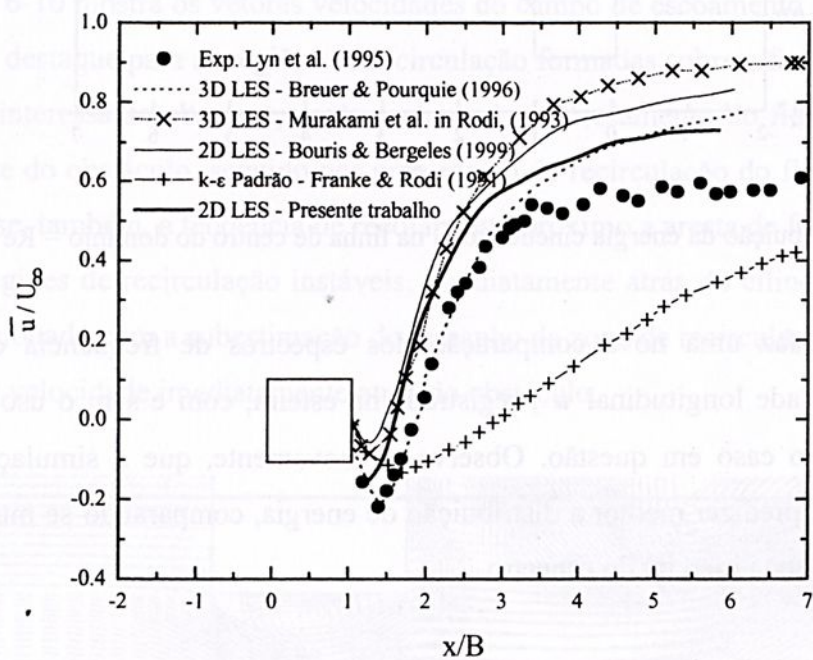


Figura 6-7. Distribuição de velocidade na linha de centro do domínio – $Re = 2,2 \times 10^4$.

A Figura 6-8 mostra a distribuição da energia cinética total (periódica + turbulenta) a jusante do cilindro. Da mesma forma que no caso anterior, e até surpreendentemente, os resultados bidimensionais aqui obtidos também foram melhores do que os obtidos na simulação tridimensional de Murakami *et al.* Verifica-se, ainda, que a distribuição da energia cinética total, em todos os trabalhos numéricos, mostra um pico em $x/B \leq 2$, enquanto que os valores experimentais acusam um pico em $x/B > 2$. De acordo com Rodi (1998), excessivas flutuações de velocidade, logo atrás do cilindro, que aparecem em várias simulações numéricas, causam a subestimação do comprimento da região de recirculação.

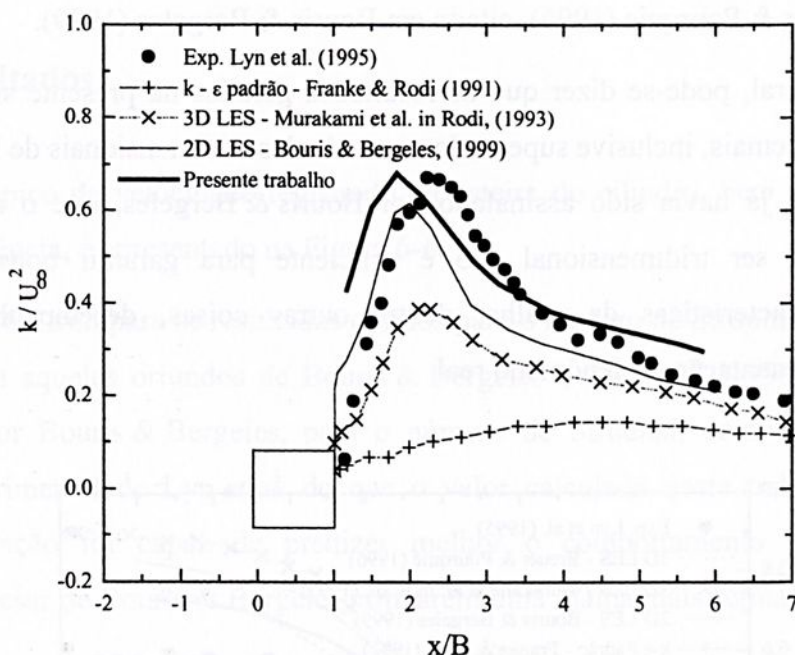


Figura 6-8. Distribuição da energia cinética total na linha de centro do domínio – $Re = 2,2 \times 10^4$.

A Figura 6-9 faz uma nova comparação dos espectros de frequência obtidos para a flutuação de velocidade longitudinal u' , registrada na esteira, com e sem o uso do modelo de Smagorinsky, para o caso em questão. Observa-se, novamente, que a simulação de grandes escalas foi capaz de prever melhor a distribuição de energia, comparando-se muito bem com a inclinação ($k^{-5/3}$) da zona inercial do espectro.

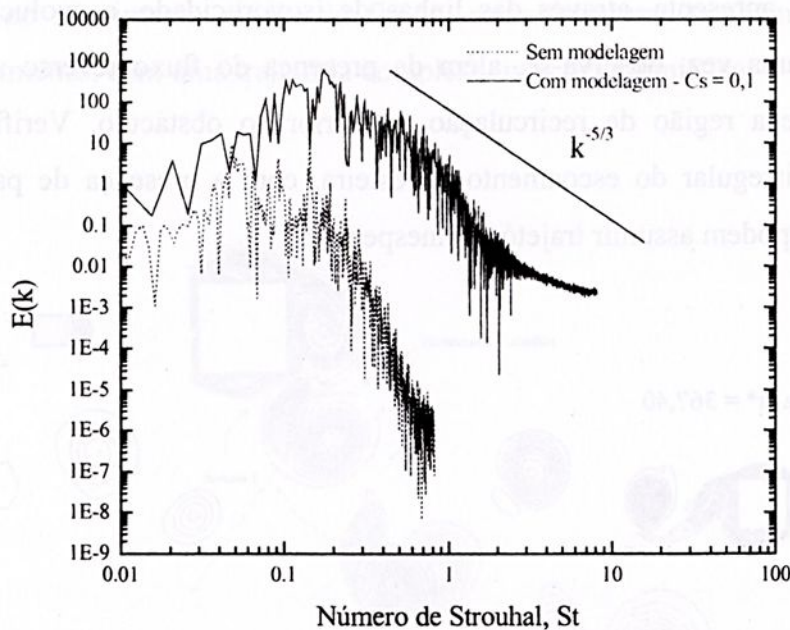


Figura 6-9. Espectro de frequência do sinal adquirido na esteira do cilindro quadrado – $Re = 2,2 \times 10^4$
Com e sem modelagem.

A fim de tentar explicar as discrepâncias obtidas entre o resultado numérico aqui apresentado e os dados experimentais, algumas visualizações numéricas do campo de escoamento, principalmente para as regiões próximas ao obstáculo, foram efetuadas.

A Figura 6-10 mostra os vetores velocidades do campo de escoamento ao redor do cilindro quadrado, com destaque para as regiões de recirculação formadas sobre a face lateral e logo atrás do cilindro. É interessante observar, neste caso, que o descolamento do fluxo acontece sobre a aresta de ataque do obstáculo, seguido por uma região de recirculação do fluido sobre a face do cilindro. Nota-se, também, a tendência de recolamento próximo a aresta de fuga, com a formação de pequenas regiões de recirculação instáveis, imediatamente atrás do cilindro. Acredita-se que isto esteja relacionado com a subestimação do tamanho da zona de recirculação e com o aumento da flutuação de velocidade imediatamente atrás do obstáculo.

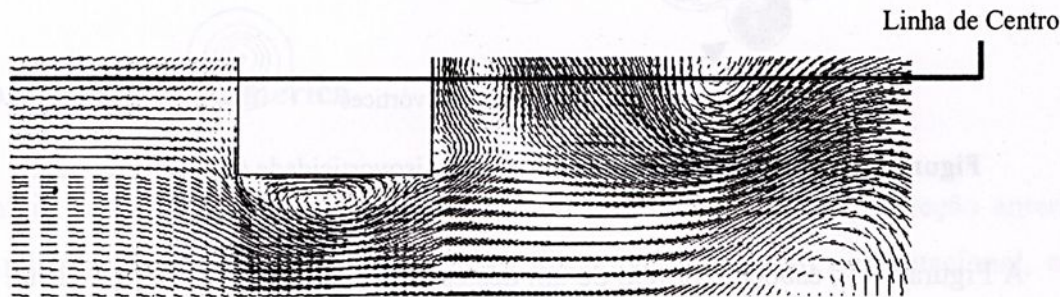


Figura 6-10. Vetores velocidade do campo de escoamento ao redor de um cilindro quadrado –
 $Re = 2,2 \times 10^4$.

A Figura 6-11 apresenta, através das linhas de isovorticidade, a evolução temporal do escoamento. Mais uma vez, observa-se, além da presença do fluxo reverso sobre a face do cilindro, uma pequena região de recirculação, posterior ao obstáculo. Verifica-se, ainda, a natureza altamente irregular do escoamento na esteira, com a presença de pares de vórtices contra-rotativos que podem assumir trajetórias inesperadas.

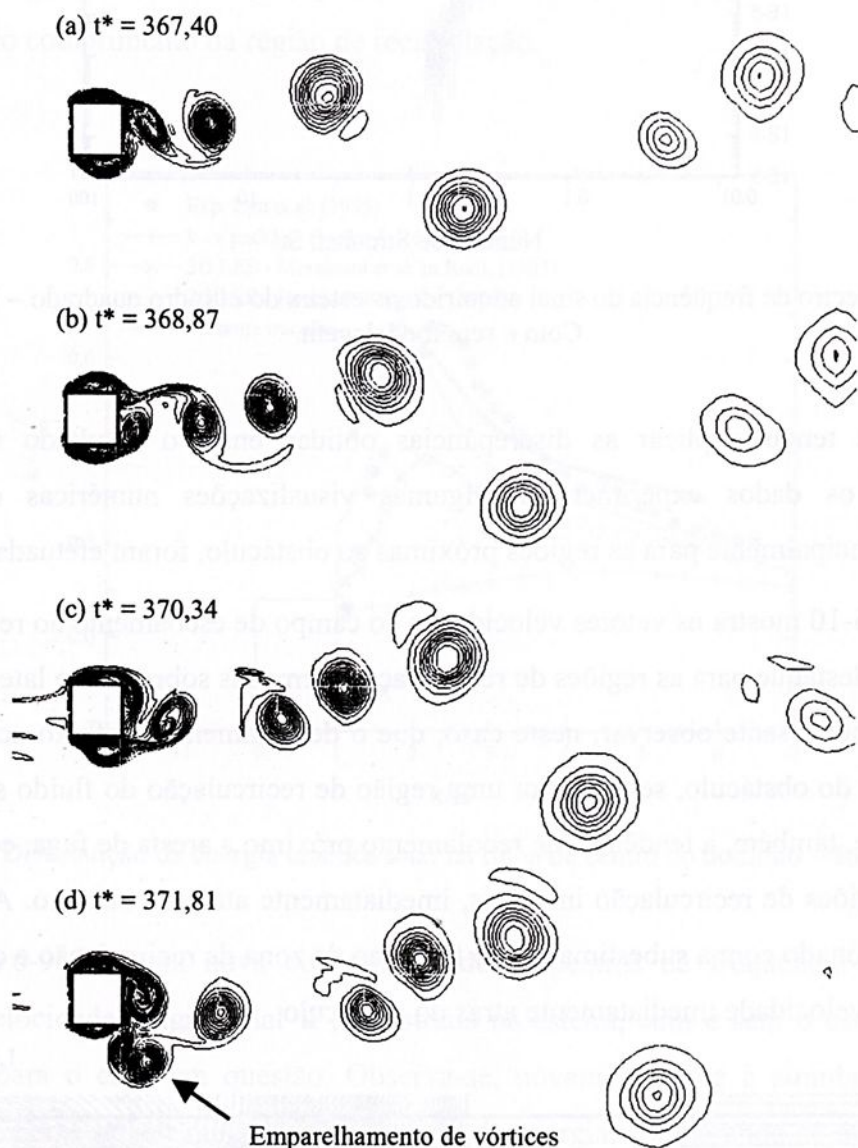


Figura 6-11. Evolução temporal das linhas de isovorticidade ($\phi = 1$) – $Re = 2,2 \times 10^4$.

A Figura 6-12, esboça o trajeto de um destes pares de vórtices, que, depois de formados na proximidade da aresta de fuga do cilindro, tendem a se deslocar no sentido de bombeamento do

fluido. Devido ao movimento médio do fluido, estas estruturas também são advectadas no sentido do escoamento, com uma trajetória complexa, mas determinística.

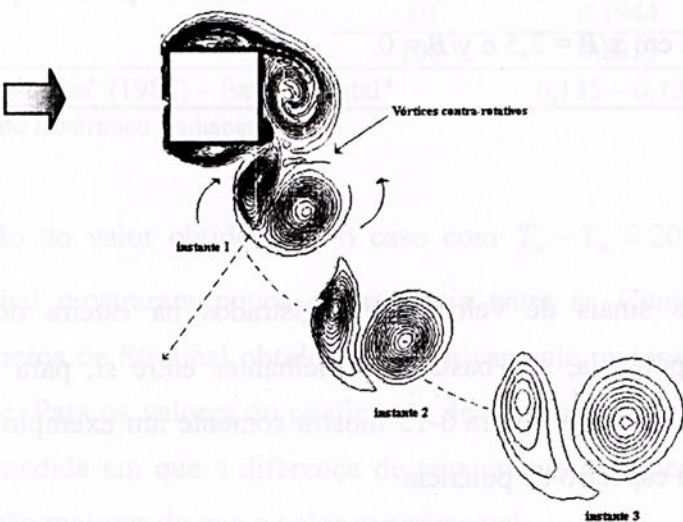


Figura 6-12. Trajetória de um par de vórtices emparelhados ($\phi = 1$) – $Re = 2,2 \times 10^4$.

6.2.4 Análise Global da Transferência de Calor

Esta subseção apresenta algumas simulações numéricas do escoamento ao redor de um cilindro quadrado para $Re = 2,2 \times 10^4$, considerando-se a transferência de calor entre o cilindro e a corrente livre. Basicamente, o interesse maior foi o de quantificar a influência do aumento de temperatura na superfície do obstáculo sobre a dinâmica do escoamento. As imagens obtidas através das linhas de isoterma fornecem informações qualitativas sobre o campo de escoamento, abrindo perspectivas para uma futura análise dos mecanismos de transferência de calor ao redor do cilindro e na esteira de vórtices.

A. Configuração Numérica

O domínio de cálculo utilizado neste estudo é o mesmo apresentado na seção anterior. Neste caso, utilizou-se o modelo de Smagorinsky disponível no código computacional, com $C_S = 0,1$ e um número de Prandtl turbulento de 0,85.

As condições de contorno para o campo térmico são: temperatura prescrita para o fluido de entrada (T_{∞}) e nas paredes do obstáculo (T_w). Vários casos foram estudados, com a diferença de temperatura ($T_w - T_{\infty}$) variando entre 20 e 100 K.

Para o cálculo do número de Strouhal, uma sonda numérica para a aquisição do sinal de velocidade foi posicionada em $x/B = 2,5$ e $y/B = 0$.

B. Resultados

Qualitativamente, os sinais de velocidade registrados na esteira do cilindro e seus respectivos espectros de potência, são bastante semelhantes entre si, para os diversos casos analisados. A título de ilustração, a Figura 6-13 mostra somente um exemplo típico do sinal de velocidade registrado e seu espectro de potência.

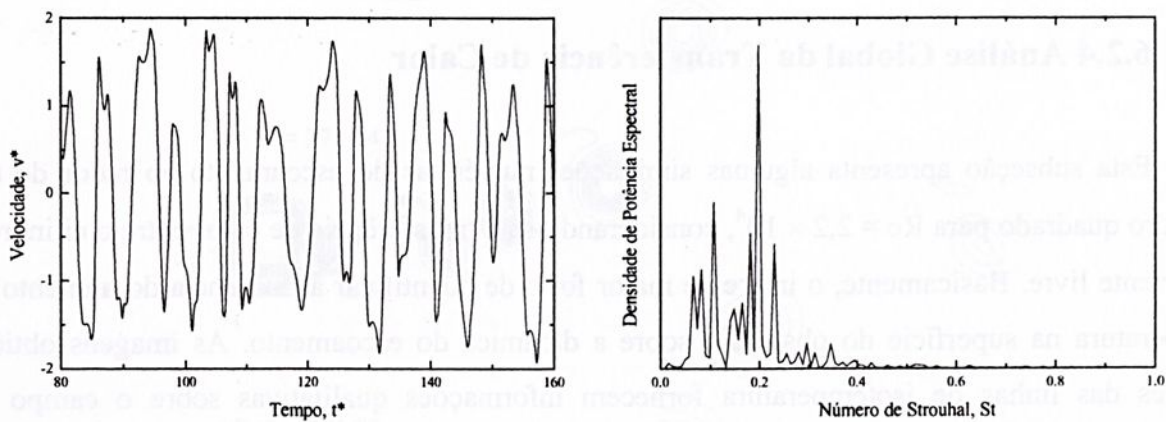


Figura 6-13. Exemplo típico do sinal de velocidade e espectro de frequência registrado na esteira de um cilindro quadrado, com transferência de calor ($T_w - T_{\infty} = 60$ K) – $Re = 2,2 \times 10^4$.

A Tabela 6-4 apresenta os resultados obtidos para o cálculo do número de Strouhal e para o coeficiente de arrasto, em função do aumento na diferença de temperatura entre a parede do cilindro e a corrente livre.

Tabela 6-4. Número de Strouhal ($\phi = 1$) – $Re = 2,2 \times 10^4$ – com transferência de calor.

Casos	$T_w - T_\infty$ (K)	Strouhal	$\overline{Cd}$
Presente trabalho	20	0,1653	2,51
	40	0,2057	2,55
	60	0,1977	2,43
	80	0,1944	2,38
	100	0,2013	2,34
Lyn <i>et al.</i> (1988) – Experimental*		0,135 – 0,139	2,05 – 2,23

*Escoamento Isotérmico e adiabático

Com exceção do valor obtido para o caso com $T_w - T_\infty = 20\text{ K}$, os demais valores do número de Strouhal mostraram pouca discrepância entre si. Como já observado em casos anteriores, os números de Strouhal obtidos são relativamente maiores do que aquele registrado experimentalmente. Para os valores do coeficiente de arrasto, entretanto, observa-se uma queda no seu valor, na medida em que a diferença de temperatura é aumentada. Novamente, nota-se que estes valores são maiores do que o valor experimental.

As Figuras 6-14 e 6-15 mostram, respectivamente, as distribuições da velocidade na linha de centro do domínio e da energia cinética total a jusante do cilindro, para os cinco casos em questão.

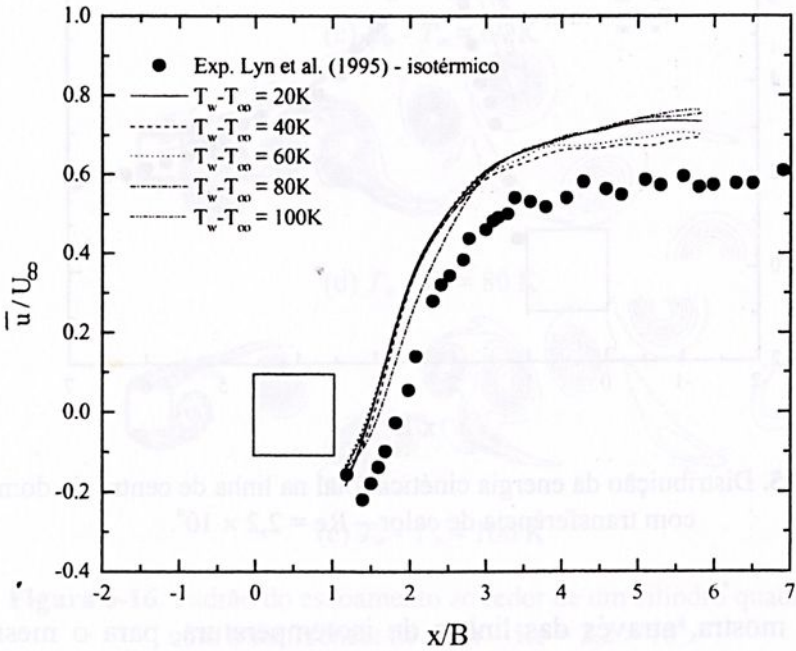


Figura 6-14. Distribuição de velocidade na linha de centro do domínio, com transferência de calor – $Re = 2,2 \times 10^4$,

Na Figura 6-14 observa-se que um aumento na diferença de temperatura entre o obstáculo e o fluido praticamente não influi na distribuição de velocidade longitudinal. No entanto, a Figura 6-15 revela uma diminuição na intensidade da energia cinética total na região de recirculação. Aparentemente, o aumento da temperatura nesta região atenua a produção das tensões turbulentas e, conseqüentemente, a energia cinética total.

Apesar da ausência de dados experimentais para confirmar as tendências observadas, pode-se dizer, com base unicamente nos resultados aqui apresentados, que, para altos números de Reynolds, o aumento da temperatura da superfície do cilindro não tem efeito significativo sobre a dinâmica global do escoamento, influenciando apenas localmente nas regiões próximas ao corpo sólido e, sobretudo, na região de recirculação.

Evidentemente, estes resultados devem ser interpretados com a devida cautela, posto que não passaram por um processo de validação adequado, devido à ausência de dados desta natureza na literatura.

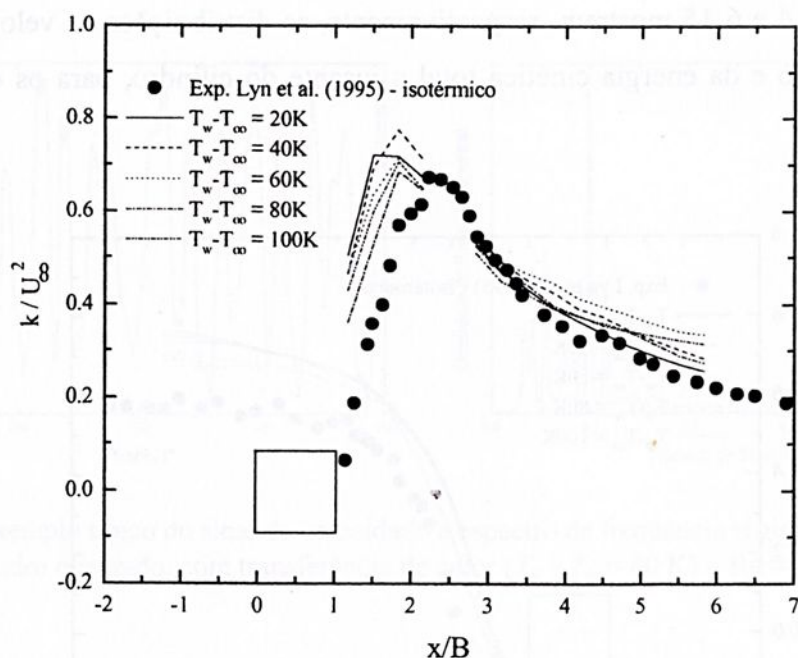


Figura 6-15. Distribuição da energia cinética total na linha de centro do domínio, com transferência de calor – $Re = 2,2 \times 10^4$.

A Figura 6-16 mostra, através das linhas de isoterma, para o mesmo instante, as configurações do escoamento ao redor do cilindro quadrado, considerando-se um mesmo número de Reynolds e diferentes valores de $(T_w - T_\infty)$. Observa-se que as linhas de isoterma fornecem uma imagem detalhada do processo de emissão de vórtices na esteira, assim como

fazem as linhas de isovorticidade. Verifica-se claramente que os maiores valores de temperatura situam-se nos centros dos turbilhões. Tal como ocorre no escoamento isotérmico, a esteira de vórtices, neste caso, também se mostra bastante irregular, sendo fácil visualizar o emparelhamento de estruturas turbilhonares contra-rotativas.

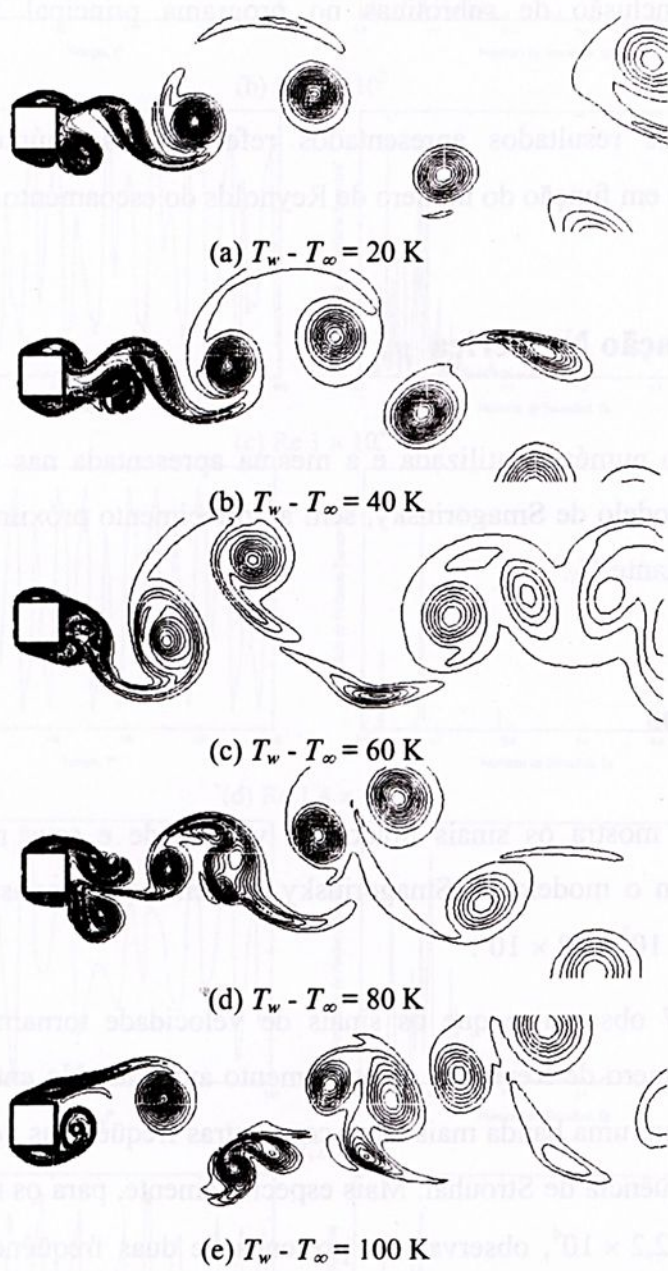


Figura 6-16. Padrão do escoamento ao redor de um cilindro quadrado, com transferência de calor – $Re = 2,2 \times 10^4$.

6.2.5 Resultados com o Modelo Implementado

As subseções seguintes sintetizam os resultados obtidos através do modelo de Smagorinsky, implementado no código computacional *FLUENT*, como parte do presente trabalho. Para maior concisão do texto, o programa fonte e detalhes adicionais sobre os procedimentos de inclusão de subrotinas no programa principal foram incorporados no Apêndice E.

Basicamente, os resultados apresentados referem-se ao número de Strouhal, e ao coeficiente de arrasto em função do número de Reynolds do escoamento.

A. Configuração Numérica

A configuração numérica utilizada é a mesma apresentada nas seções anteriores. Neste caso, utilizou-se o modelo de Smagorinsky, sem amortecimento próximo à parede, atribuindo o valor 0,1 para a constante C_S .

B. Resultados

A Figura 6-17 mostra os sinais típicos de velocidade e seus respectivos espectros de potência obtidos com o modelo de Smagorinsky implementado, considerando-se números de Reynolds na faixa de 10^3 a 22×10^3 .

Na Figura 6-17 observa-se que os sinais de velocidade tornam-se mais irregulares na medida em que o número de Reynolds do escoamento aumenta. No entanto, todos os espectros de potência apresentam uma banda mais larga com outras frequências dominantes, além daquela que representa a frequência de Strouhal. Mais especificamente, para os números de Reynolds de 5×10^3 , $1,4 \times 10^4$ e $2,2 \times 10^4$, observa-se a presença de duas frequências características, uma mais próxima do valor encontrado experimentalmente e um harmônico, com metade do valor obtido.

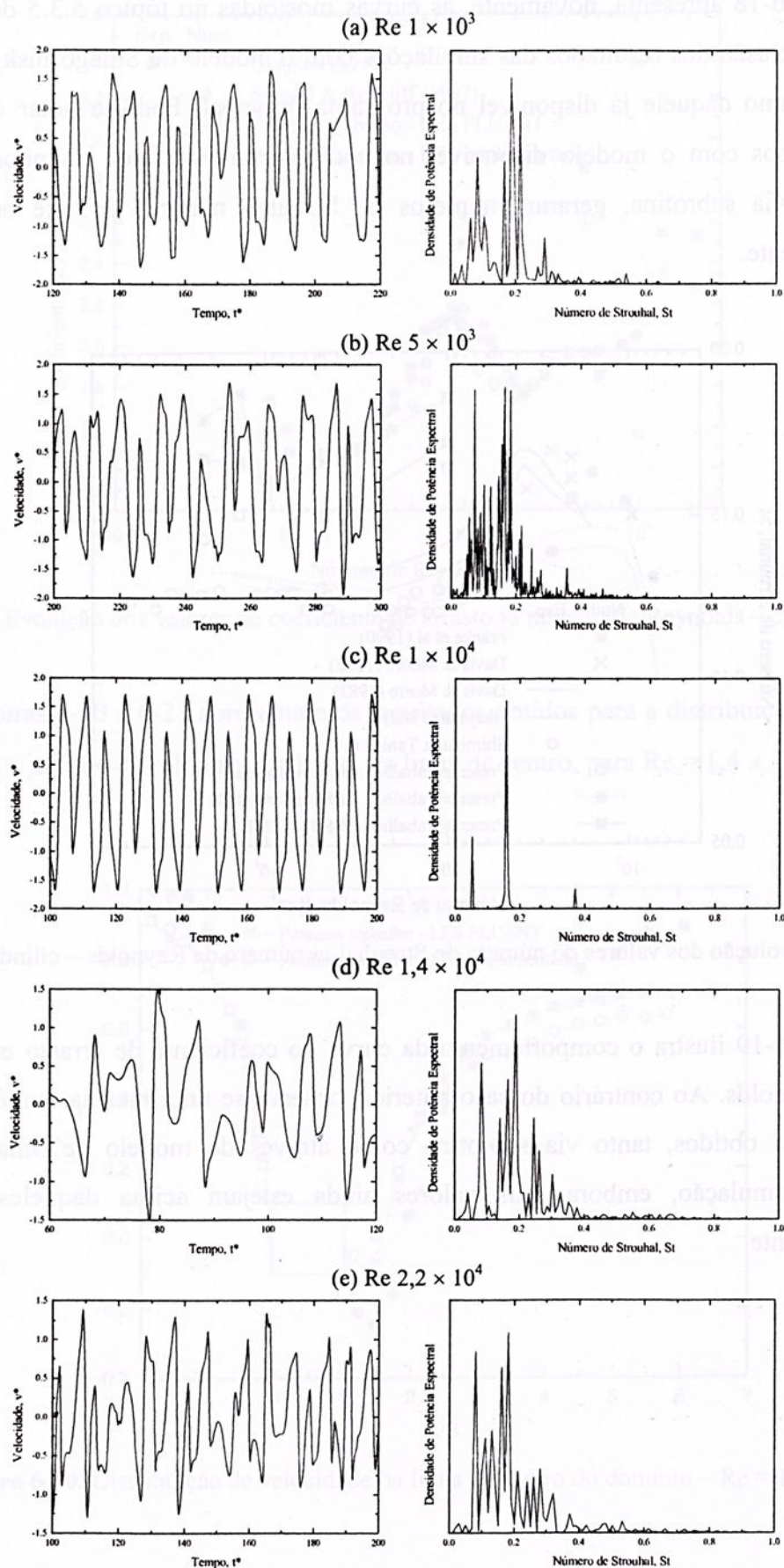


Figura 6-17. Sinais típicos de velocidade e espectros de frequência ($\phi = 1$) – modelo implementado.

A Figura 6-18 apresenta, novamente, as curvas mostradas no tópico 5.3.5 do Capítulo 5, agora com a inclusão dos resultados das simulações com o modelo de Smagorinsky inserido no código, bem como daquele já disponível no programa principal. Pode-se notar que, tanto os resultados obtidos com o modelo disponível no código, como aqueles oriundos do modelo implementado via subrotina, geraram números de Strouhal maiores do que os registrados experimentalmente.

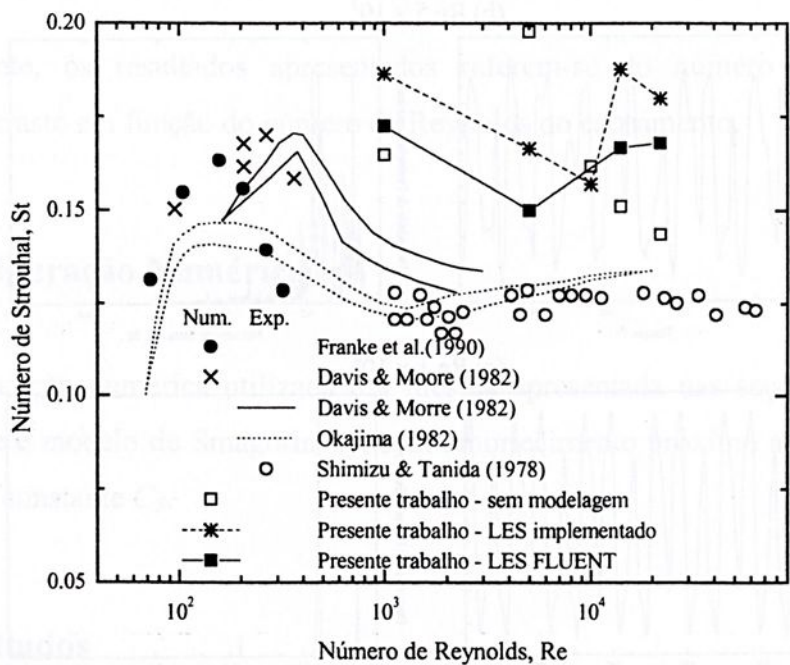


Figura 6-18. Evolução dos valores do número de Strouhal vs número de Reynolds – cilindro quadrado.

A Figura 6-19 ilustra o comportamento da curva do coeficiente de arrasto em função do número de Reynolds. Ao contrário do caso anterior, observa-se uma mesma tendência para os pontos da curva obtidos, tanto via subrotina como através do modelo de Smagorinsky do programa de simulação, embora seus valores ainda estejam acima daqueles registrados experimentalmente.

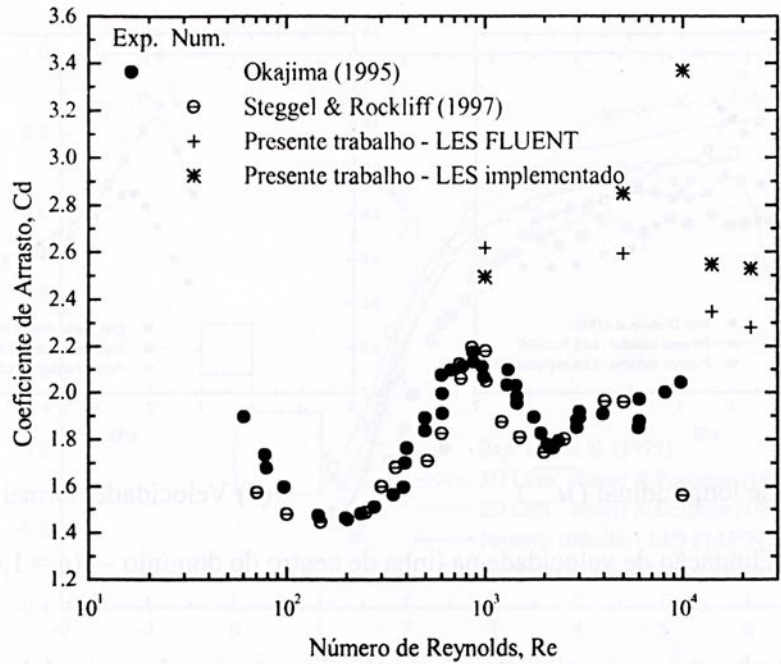


Figura 6-19. Evolução dos valores do coeficiente de arrasto vs número de Reynolds – cilindro quadrado.

As Figuras 6-20 e 6-21 apresentam os resultados obtidos para a distribuição de velocidade a montante e a jusante do cilindro quadrado, na linha de centro, para $Re = 1,4 \times 10^4$.

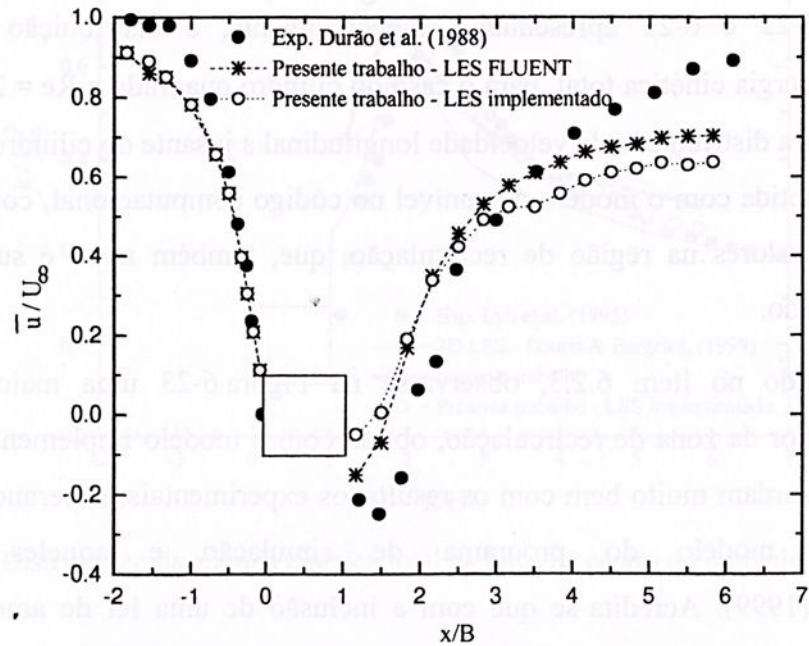
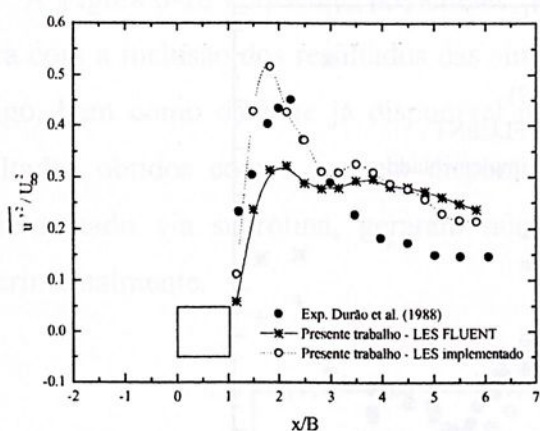
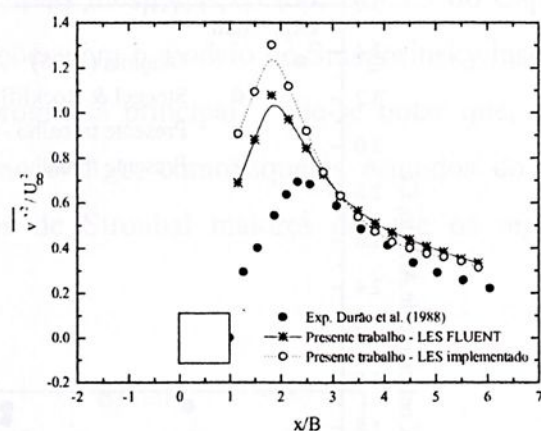


Figura 6-20. Distribuição de velocidade na linha de centro do domínio – $Re = 1,4 \times 10^4$.

(a) Velocidade longitudinal ($\overline{u'^2}$)(b) Velocidade normal ($\overline{v'^2}$)**Figura 6-21.** Flutuação de velocidade na linha de centro do domínio – $Re = 1,4 \times 10^4$.

Na Figura 6-20 observa-se uma certa discrepância entre as duas modelagens sub-malha, sobretudo na região de recirculação e na de recuperação de velocidade na esteira. Esta diferença é observada, também, nas flutuações de velocidade representadas na Figura 6-21. Pode-se, em um primeiro momento, dizer que estas discrepâncias são decorrentes do uso do amortecimento junto à parede, para o modelo do código *FLUENT*, o qual não foi incorporado na subrotina implementada.

As Figuras 6-22 e 6-23 apresentam, respectivamente, a distribuição de velocidade longitudinal e da energia cinética total, para o caso do cilindro quadrado a $Re = 2,2 \times 10^4$. Como pode ser observado, a distribuição de velocidade longitudinal a jusante do cilindro é praticamente a mesma daquela obtida com o modelo disponível no código computacional, com uma pequena diferença para os valores na região de recirculação, que, também aqui, é subestimada pelo modelo implementado.

Como discutido no item 6.2.3, observa-se na Figura 6-23 uma maior flutuação de velocidade no interior da zona de recirculação, obtida com o modelo implementado. Os pontos mais a jusante concordam muito bem com os resultados experimentais, superando os resultados obtidos com o modelo do programa de simulação e aqueles obtidos por Bouris & Bergeles (1999): Acredita-se que com a inclusão de uma lei de amortecimento nas proximidades da parede, (do tipo van Driest, por exemplo), possa contribuir para melhorar os resultados na região de recirculação.

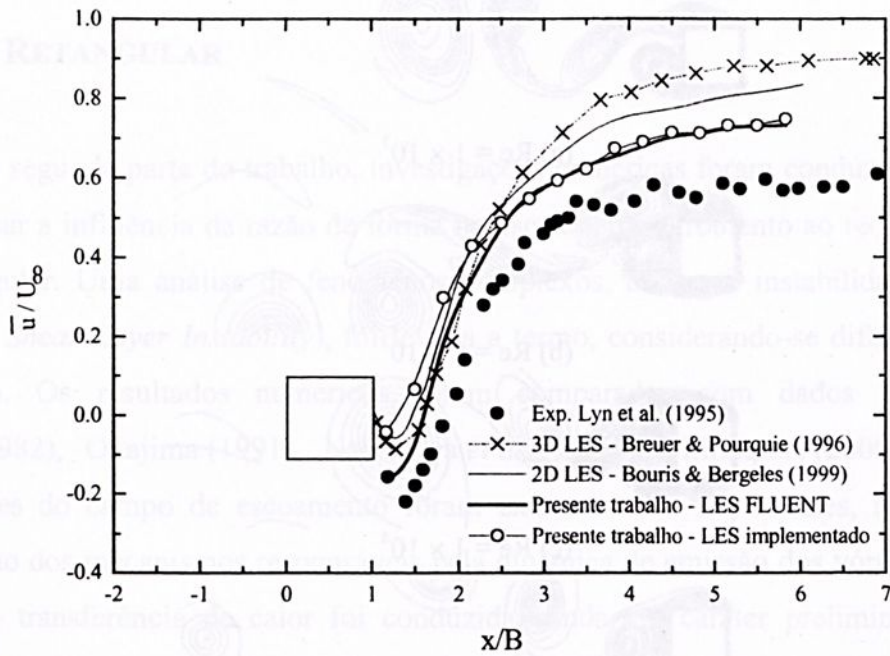


Figura 6-22. Distribuição de velocidade na linha de centro do domínio – $Re = 2,2 \times 10^4$.

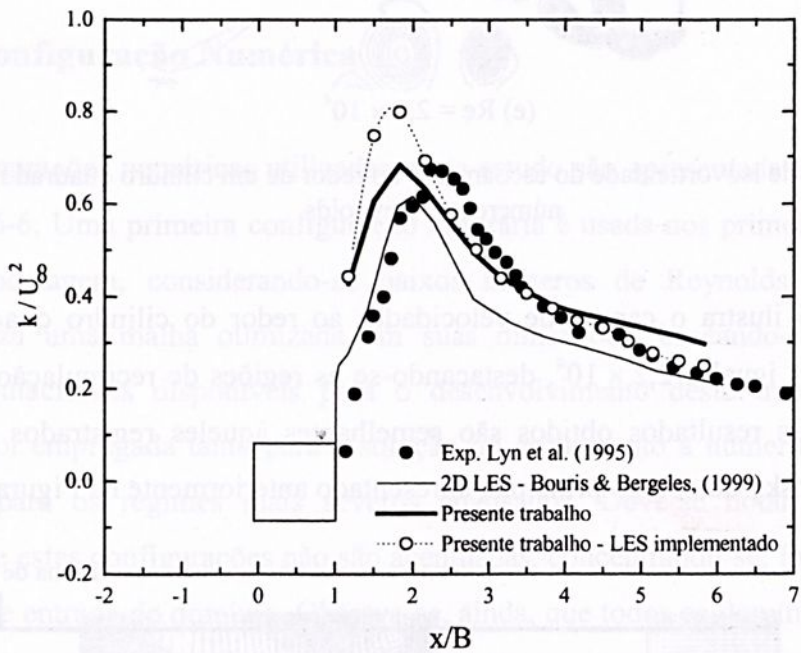


Figura 6-23. Distribuição da energia cinética total na linha de centro do domínio – $Re = 2,2 \times 10^4$.

A Figura 6-24 mostra o campo de escoamento ao redor de um cilindro quadrado, obtidos com o modelo de Smagorinsky implementado, para diferentes regimes de escoamento, num mesmo instante.

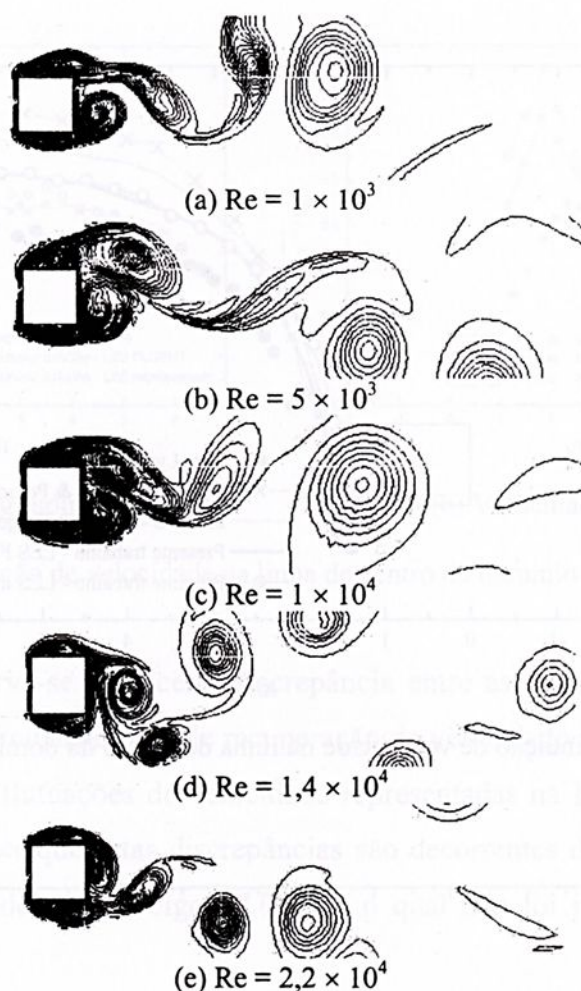


Figura 6-24. Linhas de isoverticidade do escoamento ao redor de um cilindro quadrado, para diferentes números de Reynolds.

A Figura 6-25 ilustra o campo de velocidades ao redor do cilindro quadrado, para um número de Reynolds igual a $2,2 \times 10^4$, destacando-se as regiões de recirculação sobre a face e atrás do cilindro. Os resultados obtidos são semelhantes àqueles registrados com o uso do modelo de Smagorinsky do código principal, apresentado anteriormente na Figura 6-10.

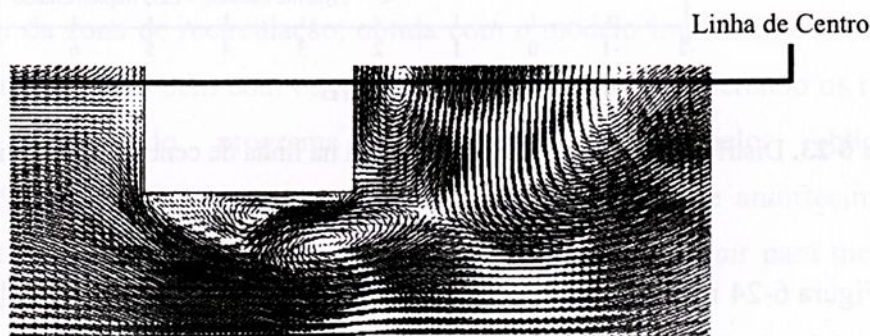


Figura 6-25. Vetores velocidade do campo de escoamento ao redor de um cilindro quadrado – $Re = 2,2 \times 10^4$.

6.3 ESTUDO DO ESCOAMENTO AO REDOR DE CILINDROS DE BASE RETANGULAR

Nesta segunda parte do trabalho, investigações numéricas foram conduzidas com o intuito de se analisar a influência da razão de forma no escoamento turbulento ao redor de cilindros de base retangular. Uma análise de fenômenos complexos, como as instabilidades do tipo *ISLI* (*Impinging Shear Layer Instability*), foi levada a termo, considerando-se diferentes regimes do escoamento. Os resultados numéricos foram comparados com dados experimentais de Okajima (1982), Okajima (1991), Nakamura *et al.* (1996) e Lindquist (2000a). Nesta etapa, visualizações do campo de escoamento foram extremamente importantes, na identificação e interpretação dos mecanismos responsáveis pela dinâmica de emissão dos vórtices. Uma análise envolvendo transferência de calor foi conduzida, ainda em caráter preliminar, considerando cilindros aquecidos, com razões de forma distintas. Finalizando esta seção, são apresentados alguns resultados obtidos com o modelo de Smagorinsky introduzido no código principal.

6.3.1 Configuração Numérica

As configurações numéricas utilizadas neste estudo são apresentadas, separadamente, nas Tabelas 6-5 e 6-6. Uma primeira configuração arbitrária é usada nos primeiros testes realizados ainda sem modelagem, considerando-se baixos números de Reynolds. Uma configuração posterior, utiliza uma malha otimizada em suas dimensões, baseando-se na limitação dos recursos computacionais disponíveis para o desenvolvimento deste trabalho. Esta segunda configuração foi empregada tanto para a solução do escoamento a números de Reynolds mais baixos como para os regimes mais severos analisados. Deve-se notar, entretanto, que as diferenças entre estas configurações não são acentuadas, concentrando-se, fundamentalmente, no comprimento de entrada do domínio. Observa-se, ainda, que todos os domínios de cálculo foram reduzidos para valores mínimos das dimensões X_u , X_d e Y , de acordo com o estudo previamente efetuado na etapa de validação do programa.



Tabela 6-5. Descrição do domínio de cálculo utilizado nas simulações sem modelagem.

ϕ	Malha	N/A	Xu	Xd	Y	δ/B
1	240 × 160	40				
2	240 × 160	40				
3	260 × 160	60				
4	280 × 160	80				
5	300 × 160	100	5B 50 malhas	15B 150 malhas	13B 160 malhas	0,00075
6	320 × 160	120	$\gamma_u=2\%$	$\gamma_d=0,8\%$	$\gamma_d=4\%$	
7	340 × 160	140				
8	360 × 160	160				
9	380 × 160	190				
10	400 × 160	200				

Tabela 6-6. Descrição do domínio de cálculo utilizado nas simulações com modelagem.

ϕ	Malha	N/A	Xu	Xd	Y	δ/B
1	240 × 160	20				
2	260 × 160	40				
3	280 × 160	60				
4	300 × 160	80				
5	320 × 160	100	7B 70 malhas	15B 150 malhas	13B 160 malhas	0,00075
6	340 × 160	120	$\gamma_u=2\%$	$\gamma_d=0,8\%$	$\gamma_d=4\%$	
7	360 × 160	140				
8	380 × 160	160				
9	400 × 160	190				
10	420 × 160	200				

Os parâmetros médios, como o número de Strouhal e o coeficiente de pressão, foram obtidos através da aquisição dos valores instantâneos de velocidade e de pressão ao longo do tempo, mediante o emprego de sondas numéricas dispostas na esteira e sobre as faces do obstáculo. A Figura 6-26 ilustra, esquematicamente a distribuição dessas sondas. Vale ressaltar que, sobre as faces, as sondas encontram-se igualmente espaçadas, na proporção de cinco por comprimento característico.

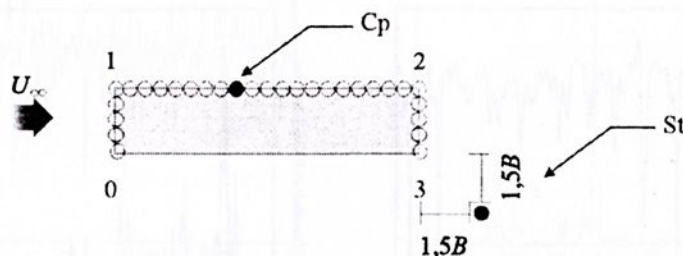


Figura 6-26. Disposição das sondas numéricas para aquisição dos sinais de velocidade e pressão.

Os cálculos foram iniciados e conduzidos até a obtenção de um regime estatisticamente estabelecido, com o uso de um passo de tempo de 10^{-3} s, para todos os casos investigados.

6.3.2 Influência da Razão de Forma

Na seqüência, são apresentados os resultados obtidos considerando-se dois regimes do escoamento ao redor de cilindros com razão de forma entre 1 e 10. No primeiro caso, simulações numéricas, com e sem a inclusão do modelo de Smagorinsky foram realizadas, fixando-se o número de Reynolds em 10^3 . Apesar deste ser ainda um regime de transição, o uso da metodologia de simulação de grandes escalas pode evidenciar, com detalhes, a dinâmica turbilhonar do escoamento. Em seguida, considerou-se um escoamento com um número de Reynolds igual a 5×10^3 , que reflete um regime já completamente turbulento.

A Figura 6-27 apresenta exemplos típicos do sinal capturado pela sonda numérica introduzida na esteira de vórtices a jusante do obstáculo, bem como suas respectivas distribuições de potência espectral, obtidos via Transformada Rápida de Fourier (*FFT*), para os 10 casos investigados numericamente, sem a inclusão do modelo de Smagorinsky.

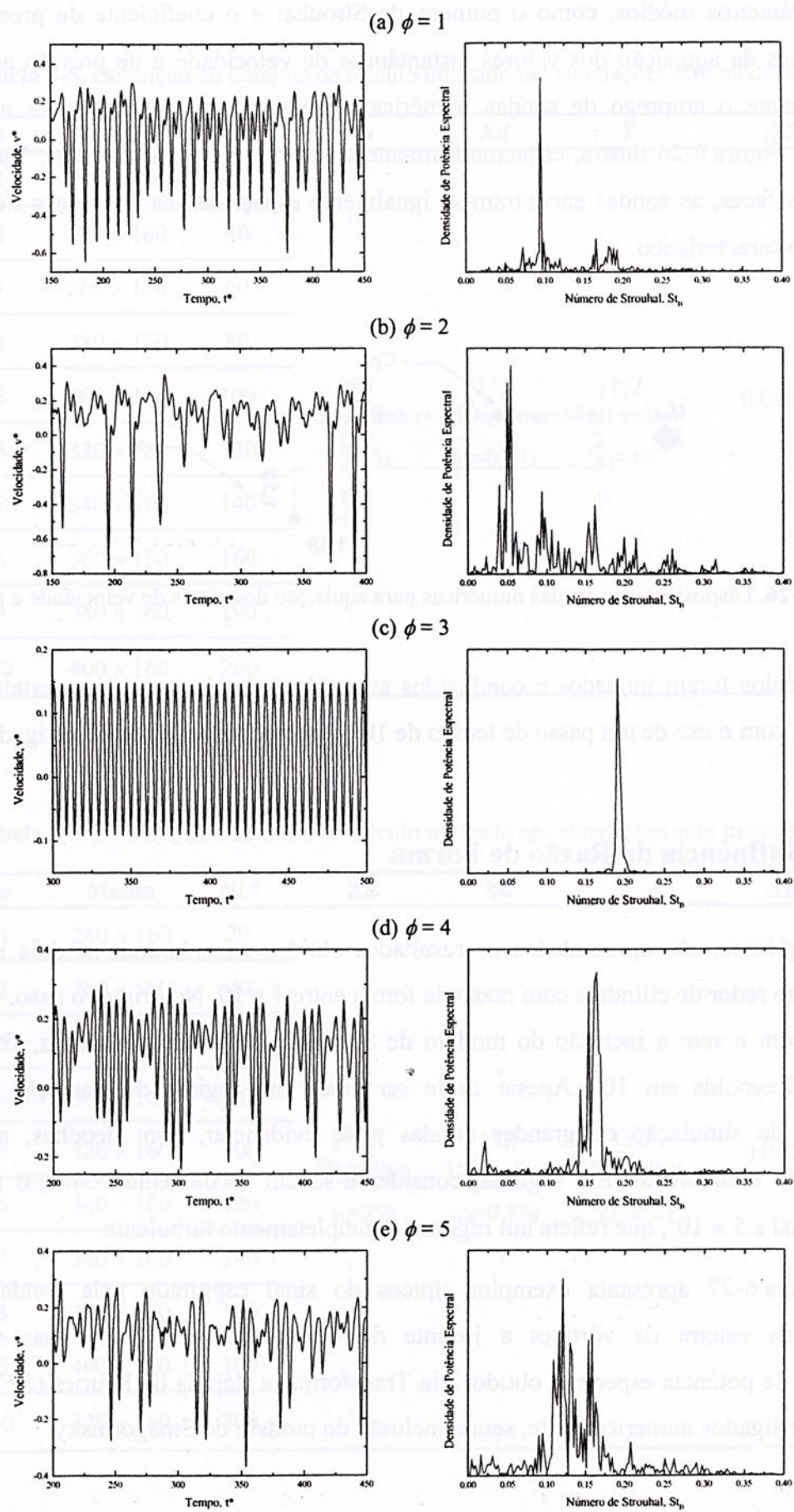


Figura 6-27. Sinais típicos de velocidade e espectros de frequência – $Re = 1 \times 10^3$ (continua)

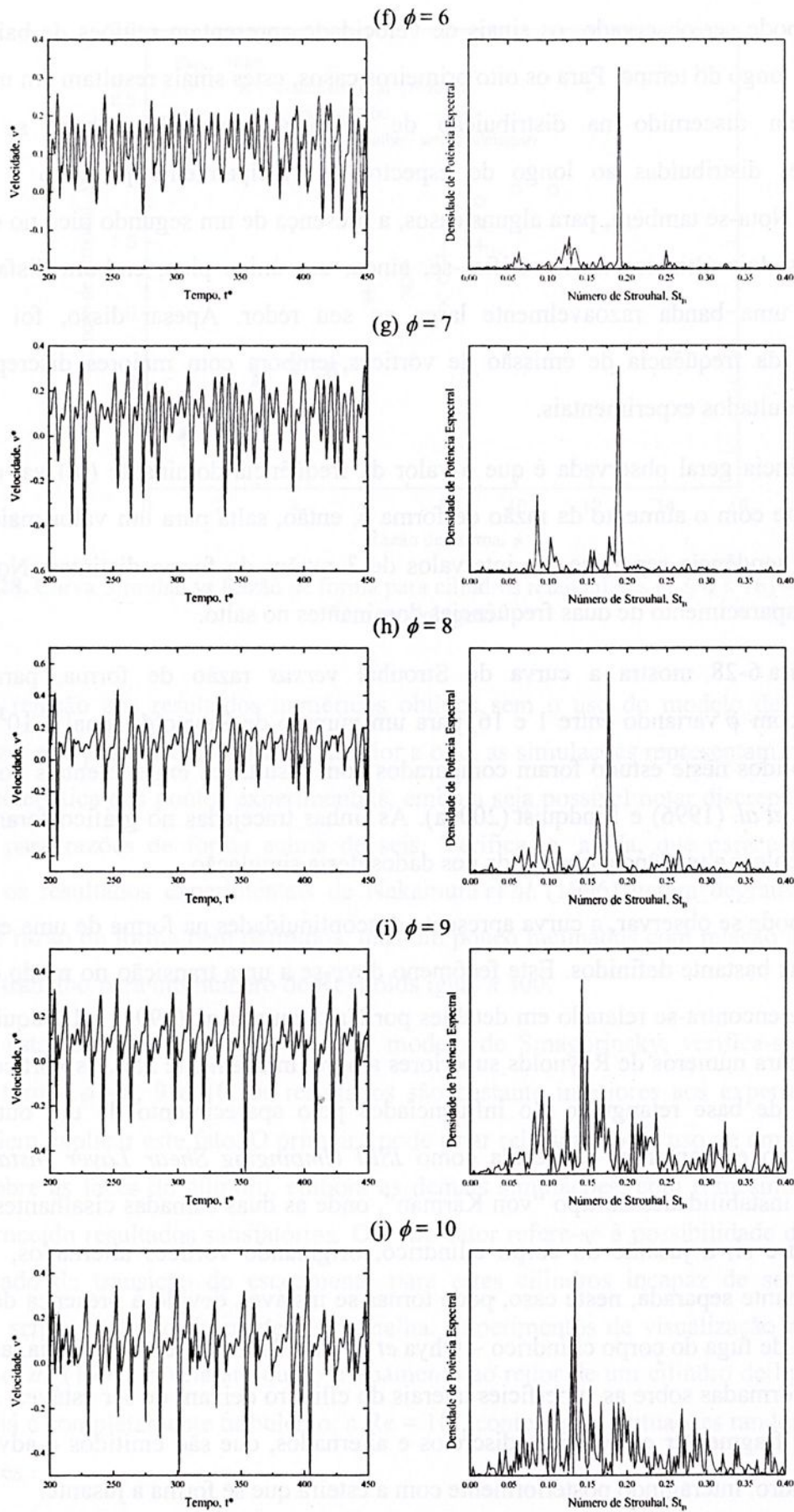


Figura 6-27. Sinais típicos de velocidade e espectros de frequência – $Re = 1 \times 10^3$ (continuação).

Como pode ser observado, os sinais de velocidade apresentam regiões de baixas e altas flutuações ao longo do tempo. Para os oito primeiros casos, estes sinais resultam em um pico que pode ser bem discernido na distribuição de potência espectral, embora se observem irregularidades distribuídas ao longo do espectro e principalmente próximo à frequência fundamental. Nota-se também, para alguns casos, a presença de um segundo pico no espectro de potência. Nos dois últimos casos, verifica-se, ainda, um único pico, embora disfarçado pela presença de uma banda razoavelmente larga ao seu redor. Apesar disso, foi possível a determinação da frequência de emissão de vórtices, embora com maiores discrepâncias em relação aos resultados experimentais.

A tendência geral observada é que o valor da frequência dominante (f) vai diminuindo gradativamente com o aumento da razão de forma e , então, salta para um valor maior com um dado ϕ . Essa tendência repete-se em intervalos de 3 razões de forma distintas. Notadamente, observa-se o aparecimento de duas frequências dominantes no salto.

A Figura 6-28 mostra a curva de Strouhal *versus* razão de forma, para cilindros retangulares com ϕ variando entre 1 e 16, para um número de Reynolds igual a 10^3 . Os dados numéricos obtidos neste estudo foram comparados com resultados experimentais dos trabalhos de Nakamura *et al.* (1996) e Lindquist (2000a). As linhas tracejadas no gráfico foram inseridas apenas para realçar a tendência observada nos dados desta simulação.

Como pode se observar, a curva apresenta descontinuidades na forma de uma escada, com quatro degraus bastante definidos. Este fenômeno deve-se a uma transição no modo de emissão dos vórtices e encontra-se relatado em detalhes por Nakamura *et al.* (1996) e Lindquist (2000a). Em resumo, para números de Reynolds superiores a aproximadamente 250, os vórtices emitidos por cilindros de base retangular são influenciados pelo aparecimento de um outro tipo de instabilidade do escoamento, conhecida como *ISLI* (*Impinging Shear Layer Instability*). Ao contrário das instabilidades do tipo “von Kármán”, onde as duas camadas cisalhantes separadas interagem entre si, a jusante do corpo cilíndrico, originando vórtices alternados, uma única camada cisalhante separada, neste caso, pode tornar-se instável, devido à presença de um canto vivo na borda de fuga do corpo cilíndrico – Ohya *et al.* (1992). Como consequência, as bolhas de recirculação formadas sobre as superfícies laterais do cilindro deixam de ser estáveis e passam a oscilar e a se fragmentar em vórtices discretos e alternados, que são emitidos e advectados ao longo do cilindro, interagindo posteriormente com a esteira que se forma a jusante.

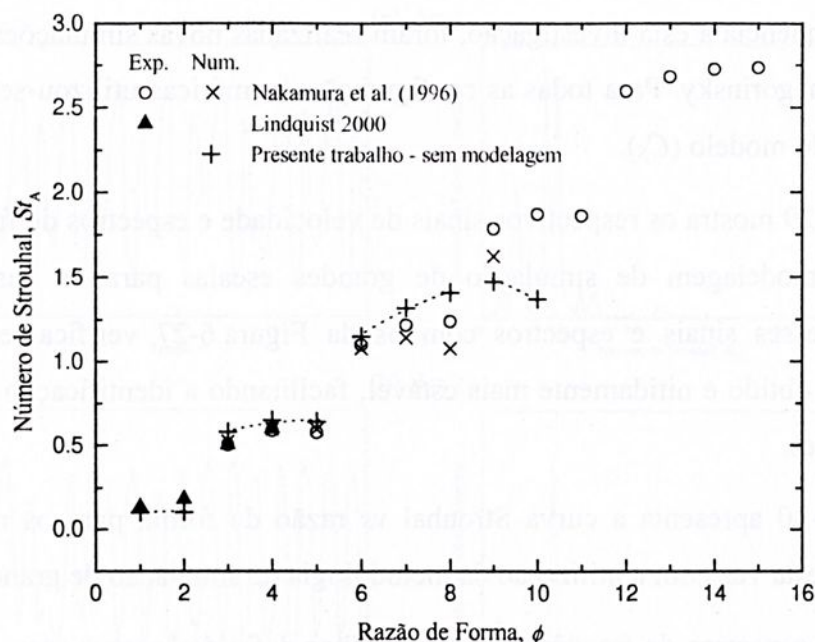


Figura 6-28. Curva Strouhal vs Razão de forma para cilindros retangulares ($1 \leq \phi \leq 16$) – $Re = 1 \times 10^3$ Sem modelagem.

Com relação aos resultados numéricos obtidos sem o uso do modelo de Smagorinsky, pode-se dizer que para razões de forma inferior a oito, as simulações representam razoavelmente bem a característica dos pontos experimentais, embora seja possível notar discrepâncias entre os resultados para razões de forma acima de seis. Verifica-se, ainda, que para este número de Reynolds, os resultados experimentais de Nakamura *et al.* (1996) geram degraus na curva de Strouhal vs razão de forma bem definidos, mas um pouco inclinados com relação à curva obtida no mesmo trabalho para um número de Reynolds igual a 300.

Para estas simulações, sem o uso do modelo de Smagorinsky, verifica-se que para as razões de forma $\phi = 8, 9$ e 10 , os resultados são bastante inferiores aos experimentais. Dois fatores podem explicar este fato. O primeiro pode estar relacionado ao uso de uma malha pouco refinada sobre as faces do cilindro, embora as demais simulações, com o mesmo refinamento, tenham fornecido resultados satisfatórios. O outro fator refere-se à possibilidade do surgimento de um estado de transição do escoamento para estes cilindros incapaz de ser predita pela simulação, sem a inclusão do modelo sub-malha. Experimentos de visualização realizados por Nakamura *et al.* (1991) revelaram que o escoamento ao redor de um cilindro de base retangular com $\phi = 8$ já é completamente turbulento, a $Re = 10^3$, contendo as flutuações randômicas que lhe são inerentes.

Para dar seqüência a esta investigação, foram realizadas novas simulações, com a inclusão do modelo de Smagorinsky. Para todas as configurações numéricas utilizou-se um valor de 0,1 para a constante do modelo (C_S).

A Figura 6-29 mostra os respectivos sinais de velocidade e espectros de freqüência obtidos com o uso da modelagem de simulação de grandes escalas para os casos investigados. Comparando-se esses sinais e espectros com os da Figura 6-27 verifica-se que o sinal de velocidade agora obtido é nitidamente mais estável, facilitando a identificação da freqüência de emissão de vórtices.

A Figura 6-30 apresenta a curva Strouhal vs razão de forma para os mesmos cilindros tratados acima, desta vez com a utilização da metodologia de simulação de grandes escalas.

Apesar dos espectros de freqüência serem melhor definidos para o caso com modelagem, nota-se que, nos extremos superiores dos degraus, o modelo de turbulência foi capaz de prever a flutuação nos valores da freqüência fundamental, ora deslocando o ponto para o próximo degrau, ora trazendo-o para o degrau inferior, assim como acontece na experimentação.

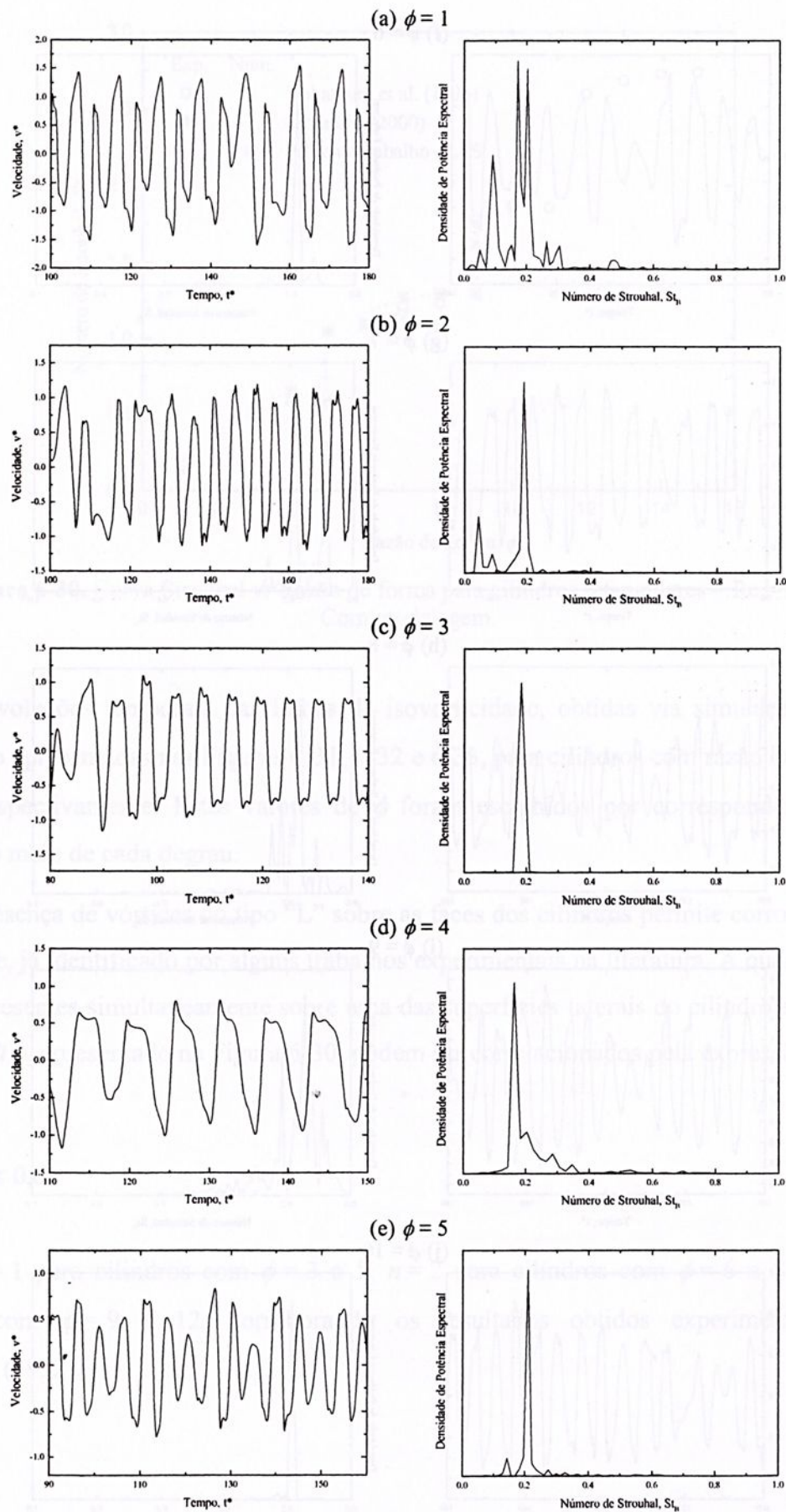


Figura 6-29. Sinais de velocidade e espectros de frequência, *LES*, $-Re = 1 \times 10^3$ (continua)

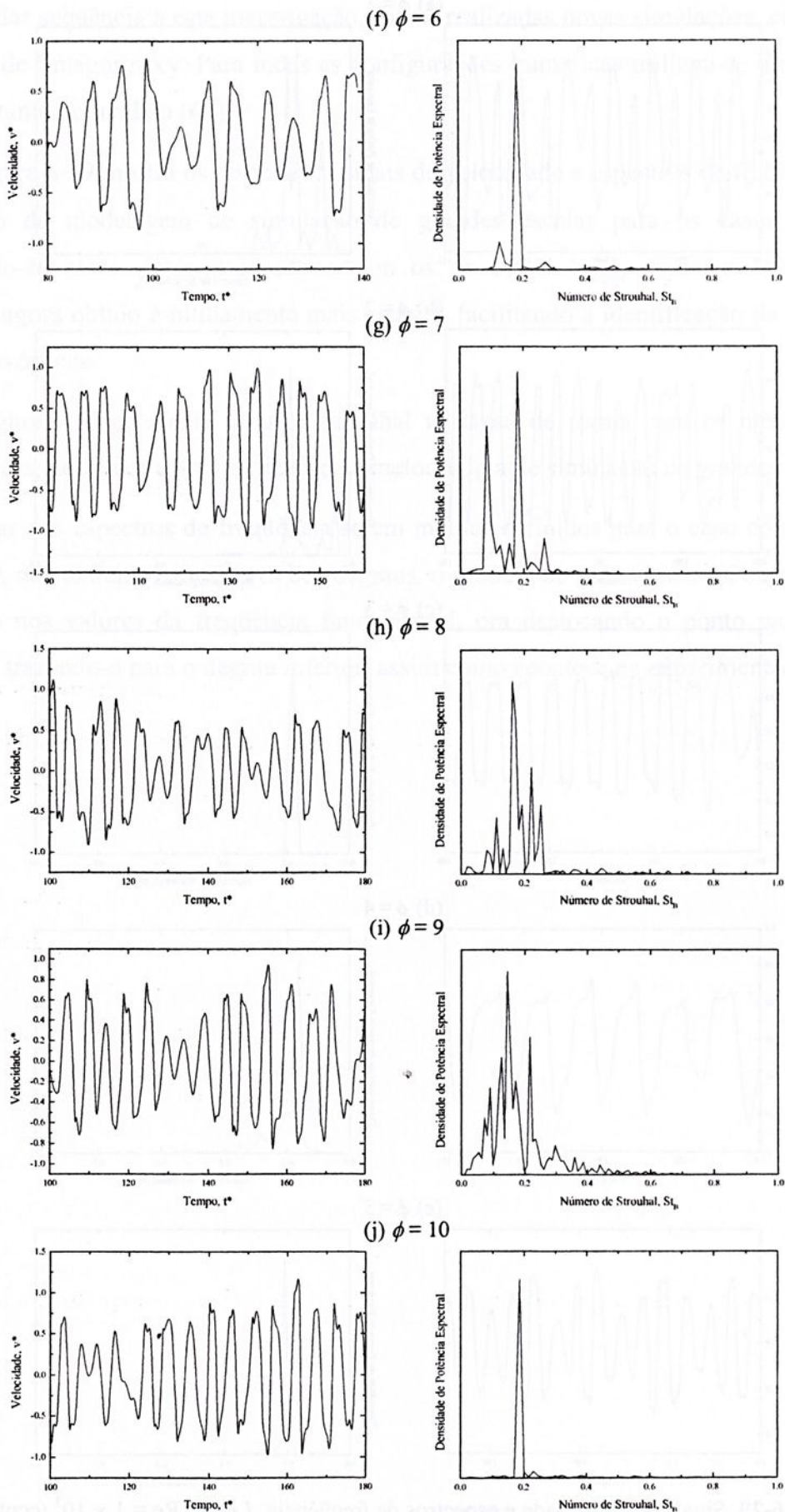


Figura 6-29. Sinais de velocidade e espectros de frequência, *LES*, – $Re = 1 \times 10^3$ (continuação).

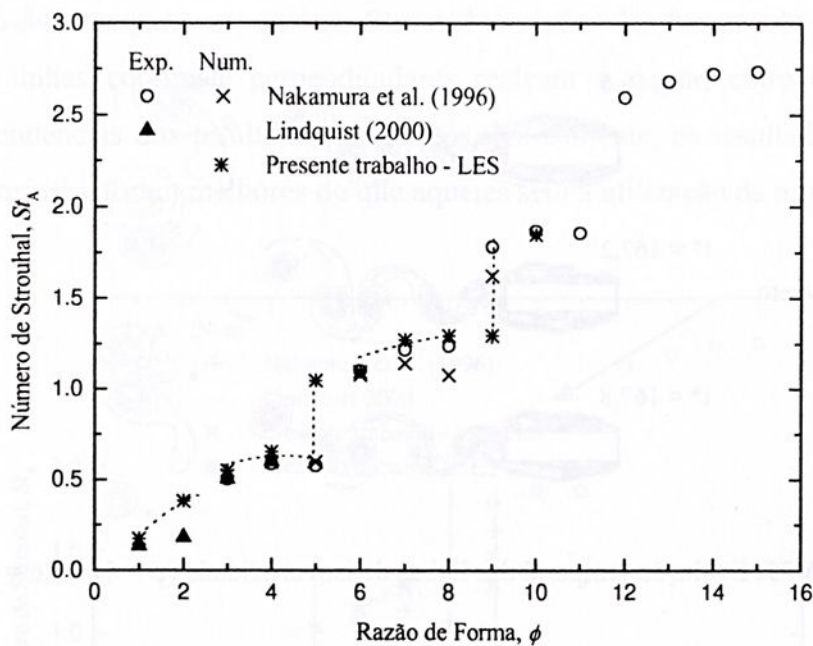


Figura 6-30. Curva Strouhal vs Razão de forma para cilindros retangulares – $Re = 1 \times 10^3$ Com modelagem.

As evoluções temporais das linhas de isovorticidade, obtidas via simulação de grandes escalas, são apresentadas nas Figuras 6-31, 6-32 e 6-33, para cilindros com razão de forma $\phi = 4$, 7 e 10, respectivamente. Estes valores de ϕ foram escolhidos por corresponderem a pontos situados no meio de cada degrau.

A presença de vórtices do tipo “L” sobre as faces dos cilindros permite corroborar um fato interessante, já identificado por alguns trabalhos experimentais na literatura. A quantidade (n) de vórtices, presentes simultaneamente sobre uma das superfícies laterais do cilindro e o número de Strouhal (St_A), apresentado na Figura 6-30, podem ser correlacionados pela expressão:

$$St_A \cong 0,6n$$

(6-1)

Assim, $n = 1$ para cilindros com $\phi = 3$ a 5, $n = 2$ para cilindros com $\phi = 6$ a 8 e $n = 3$ para cilindros com $\phi = 9$ a 12, corroborando os resultados obtidos experimentalmente por Ohya *et al.* (1992).

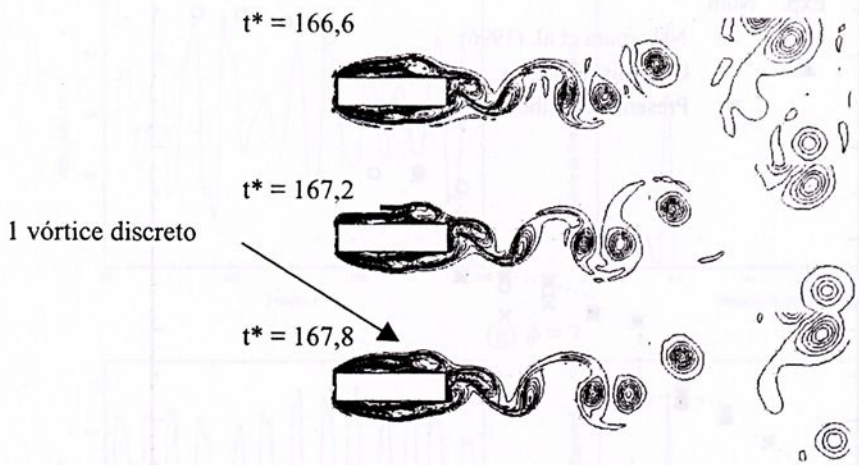


Figura 6-31. Evolução temporal das linhas de isovorticidade ($\phi = 4$) – $Re = 1 \times 10^3$.

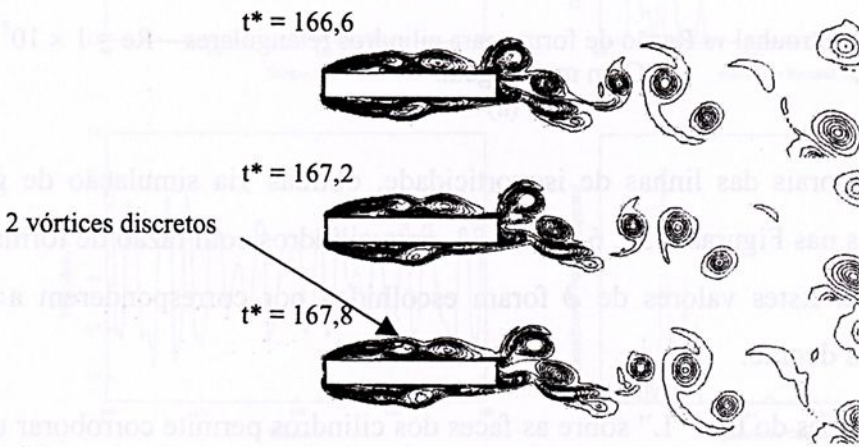


Figura 6-32. Evolução temporal das linhas de isovorticidade ($\phi = 7$) – $Re = 1 \times 10^3$.

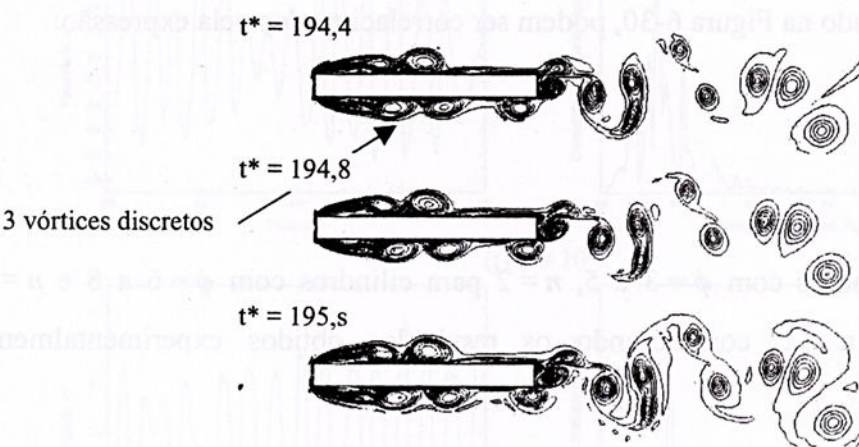


Figura 6-33. Evolução temporal das linhas de isovorticidade ($\phi = 10$) – $Re = 1 \times 10^3$.

A Figura 6-34 compara as curvas Strouhal vs razão de forma obtidas com e sem modelagem. As linhas contínuas perpendiculares realçam a região entre os degraus e, as pontilhadas, as tendências dos resultados numéricos. Nitidamente, os resultados obtidos com o modelo de Smagorinsky foram melhores do que aqueles sem a utilização da modelagem.

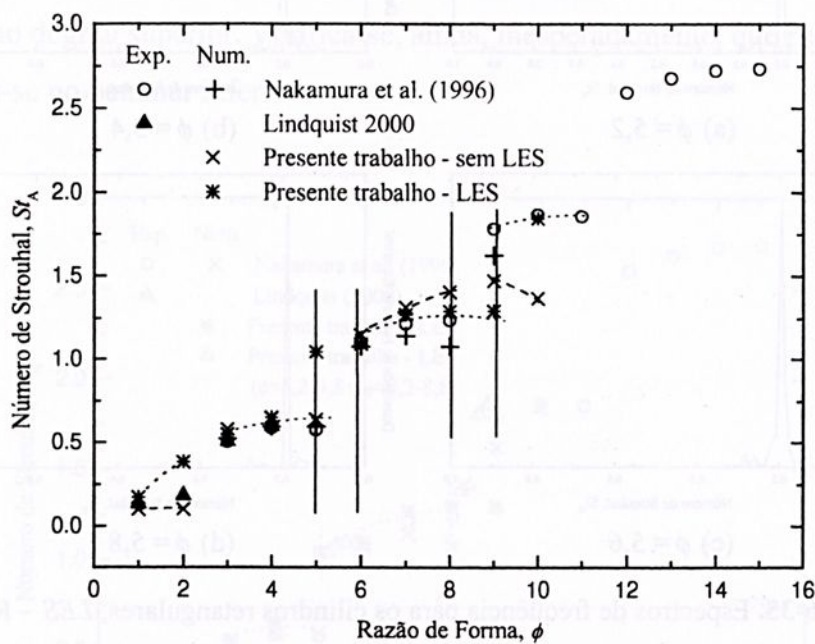


Figura 6-34. Curva Strouhal vs Razão de forma para cilindros retangulares – $Re = 1 \times 10^3$
Comparação dos resultados numéricos com e sem modelagem.

Numa tentativa de identificar mais precisamente onde ocorre o salto entre dois degraus consecutivos, simulações numéricas com o modelo de Smagorinsky foram conduzidas para cilindros retangulares com $\phi = 5,2, 5,4, 5,6$ e $5,8$ e $\phi = 8,2, 8,4, 8,6$ e $8,8$.

As Figuras 6-35 e 6-36 mostram os espectros de potência obtidos para as simulações em questão, permitindo observar que, para os cilindros com razão de forma entre 5,2 e 5,8, os espectros revelam-se bastante regulares e com uma frequência fundamental praticamente igual para todos os casos. Já para os cilindros com razão de forma entre 8,2 e 8,8, nota-se o aparecimento de um segundo pico no espectro de potência, para os casos 8,2 e 8,6.

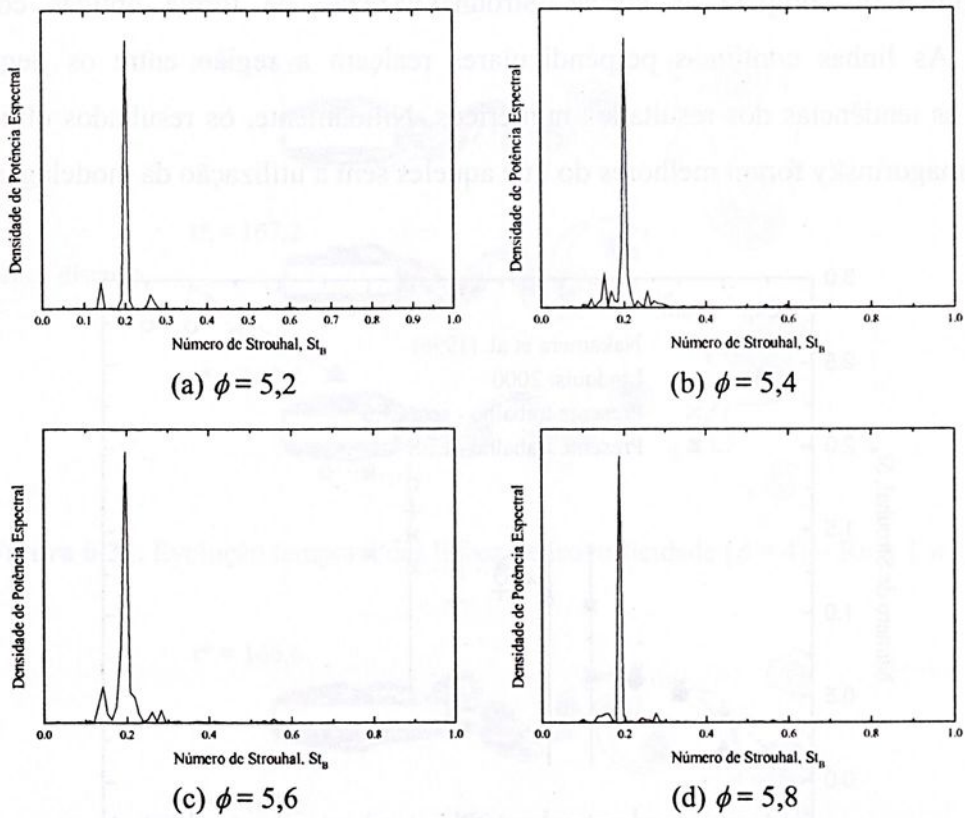


Figura 6-35. Espectros de frequência para os cilindros retangulares, $LES - Re = 10^3$.

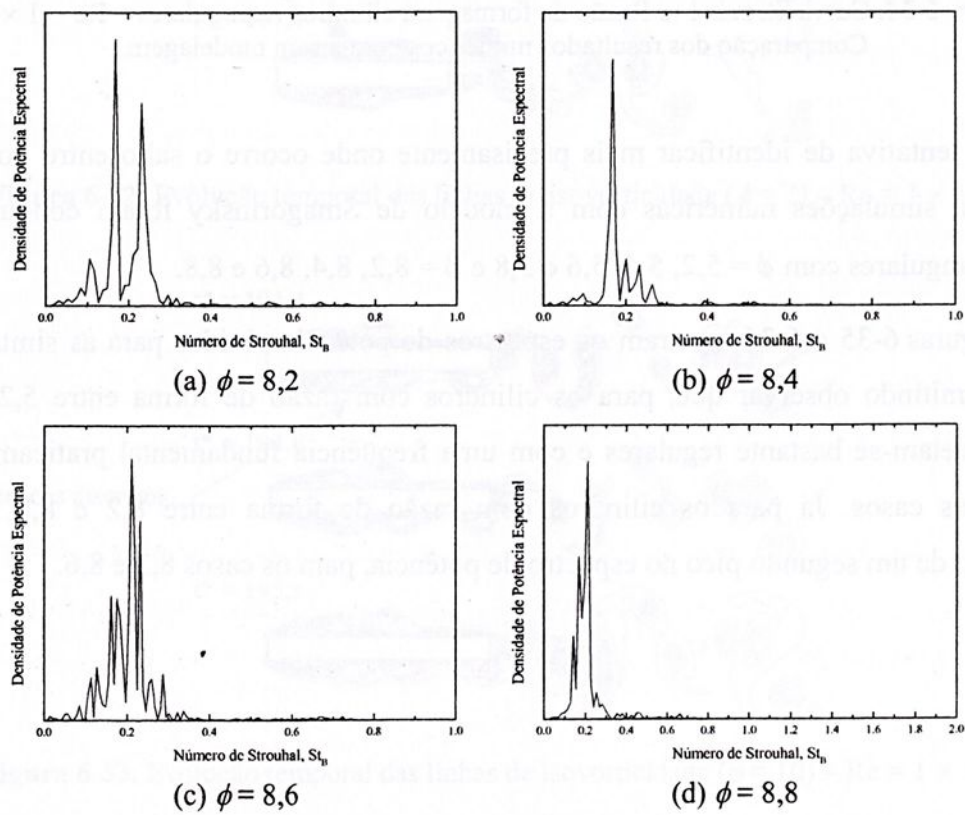


Figura 6-36. Espectros de frequência para os cilindros retangulares, $LES - Re = 10^3$.

A Figura 6-37 mostra a nova curva Strouhal *versus* razão de forma, agora, com a inclusão dos resultados para os cilindros na região entre os degraus. Como pode ser observado todas as simulações no intervalo $5,2 \leq \phi \leq 5,8$ resultam praticamente no mesmo valor de Strouhal, que se situa no patamar superior da curva. Já para os cilindros com $8,2 \leq \phi \leq 8,8$, observa-se que os números de Strouhal para os cilindros com razão de forma 8,2 e 8,4 situam-se no degrau inferior e para 8,6 e 8,8 no degrau superior. Verifica-se, ainda, inesperadamente, que para $\phi = 9$ o número de Strouhal situa-se no patamar inferior.

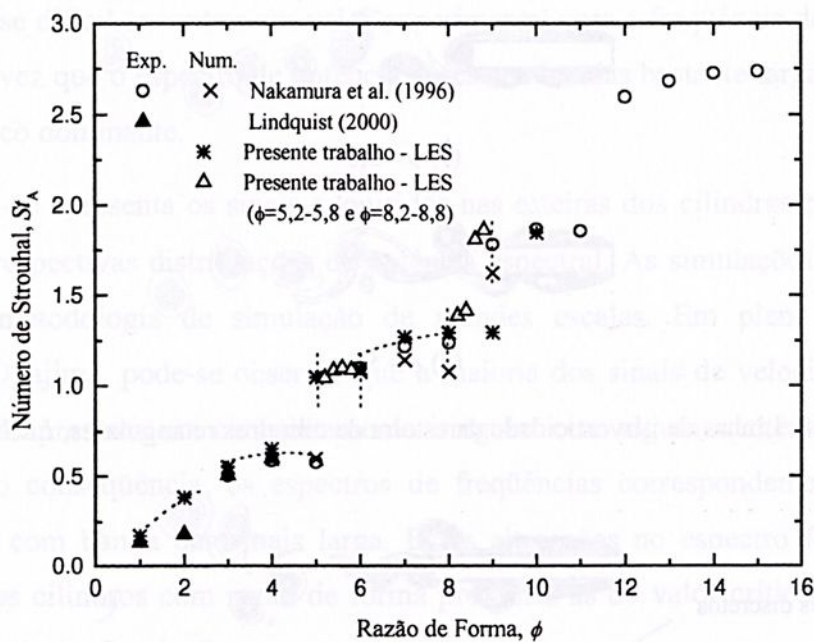


Figura 6-37. Curva Strouhal vs Razão de forma para cilindros retangulares – $Re = 1 \times 10^3$
Inclusão dos cilindros nas regiões entre os degraus.

As Figuras 6-38 e 6-39 apresentam imagens da esteira de vórtices para os casos investigados, considerando-se tempos computacionais arbitrários. A visualização, neste caso, permite identificar o porquê do aumento no número de Strouhal. Observa-se da Figura 6-38 (a), a nítida presença de dois vórtices discretos sobre a face do cilindro. Neste caso, o número de Strouhal cai no patamar superior da curva apresentada na Figura 6-37. O mesmo acontece com o cilindro com razão de forma igual a 8,6, onde novamente se percebe a formação de um terceiro vórtice discreto, acarretando um aumento do número de Strouhal, levando-o para o terceiro patamar da curva Strouhal *versus* razão de forma.

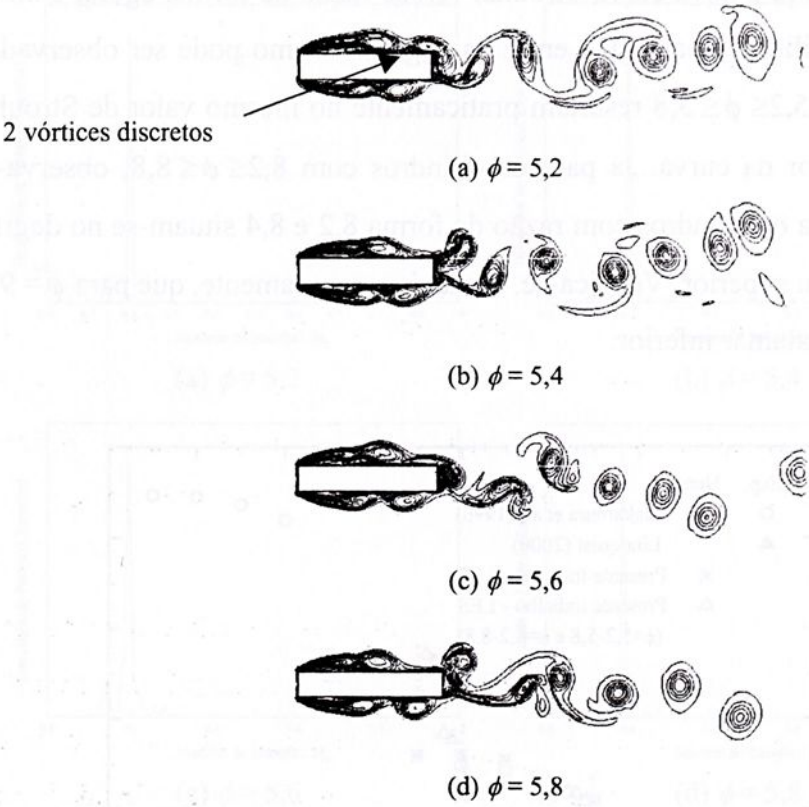


Figura 6-38. Linhas de isovorticidade da esteira de cilindros retangulares, *LES* – $Re = 10^3$.

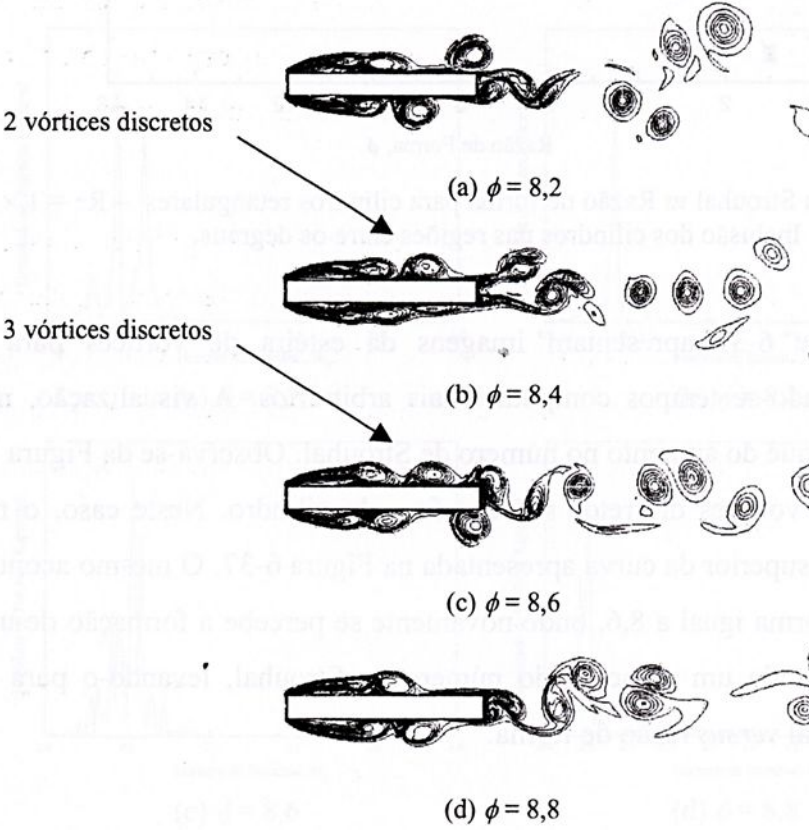


Figura 6-39. Linhas de isovorticidade da esteira de cilindros retangulares, *LES* – $Re = 10^3$.

É interessante ressaltar aqui que este fenômeno ainda não é muito bem compreendido pelos pesquisadores desta área, gerando, inclusive, algumas divergências de natureza conceitual como por exemplo, a determinação de regimes do escoamento em função do número de Reynolds. Nesse âmbito, procura-se ainda estabelecer o estado de transição e o regime de turbulência completamente desenvolvida. Os artigos mais célebres nesta área foram utilizados como fonte de referência para este trabalho.

De acordo com Okajima (1991), o escoamento ao redor de cilindros retangulares transiciona do laminar para o turbulento para números de Reynolds acima de 3×10^3 . Nessas condições, torna-se difícil encontrar um valor experimental para a frequência de desprendimento de vórtices, uma vez que o espectro de potência apresenta bandas bastante largas, na maioria das vezes, sem um pico dominante.

A Figura 6-40 apresenta os sinais adquiridos nas esteiras dos cilindros para $Re = 5 \times 10^3$, bem como suas respectivas distribuições de potência espectral. As simulações foram realizadas utilizando-se a metodologia de simulação de grandes escalas. Em pleno acordo com os comentários de Okajima, pode-se observar que a maioria dos sinais de velocidade medidos no interior da esteira apresenta um comportamento irregular com algumas alterações sensíveis na amplitude. Como consequência, os espectros de frequências correspondentes mostram picos menos agudos e com banda bem mais larga. Essas alterações no espectro foram registradas, sobretudo, para os cilindros com razão de forma próximas às do valor crítico, ou seja, para os cilindros com $\phi = 4$, $\phi = 5$ e $\phi = 7$.

Outro fato interessante a ser observado refere-se aos espectros de potência obtidos por uma sonda colocada próxima à superfície superior do cilindro, que registra frequências muito próximas daquela que seria a frequência característica de Strouhal. Neste caso, tudo indica que a dinâmica de emissão de vórtices sobre a face do cilindro, promovida pelas instabilidades da camada cisalhante, está em sincronia com o processo de desprendimento de vórtices no bordo de fuga do obstáculo.



Figura 6-40. Sinais de velocidade e suas respectivas distribuições de potência espectral para o número de Reynolds $Re = 5 \times 10^3$ (continua). Os $\phi = 2$ e $\phi = 7.33$ apresentam sinais mais regulares e distribuições de potência mais agudas.

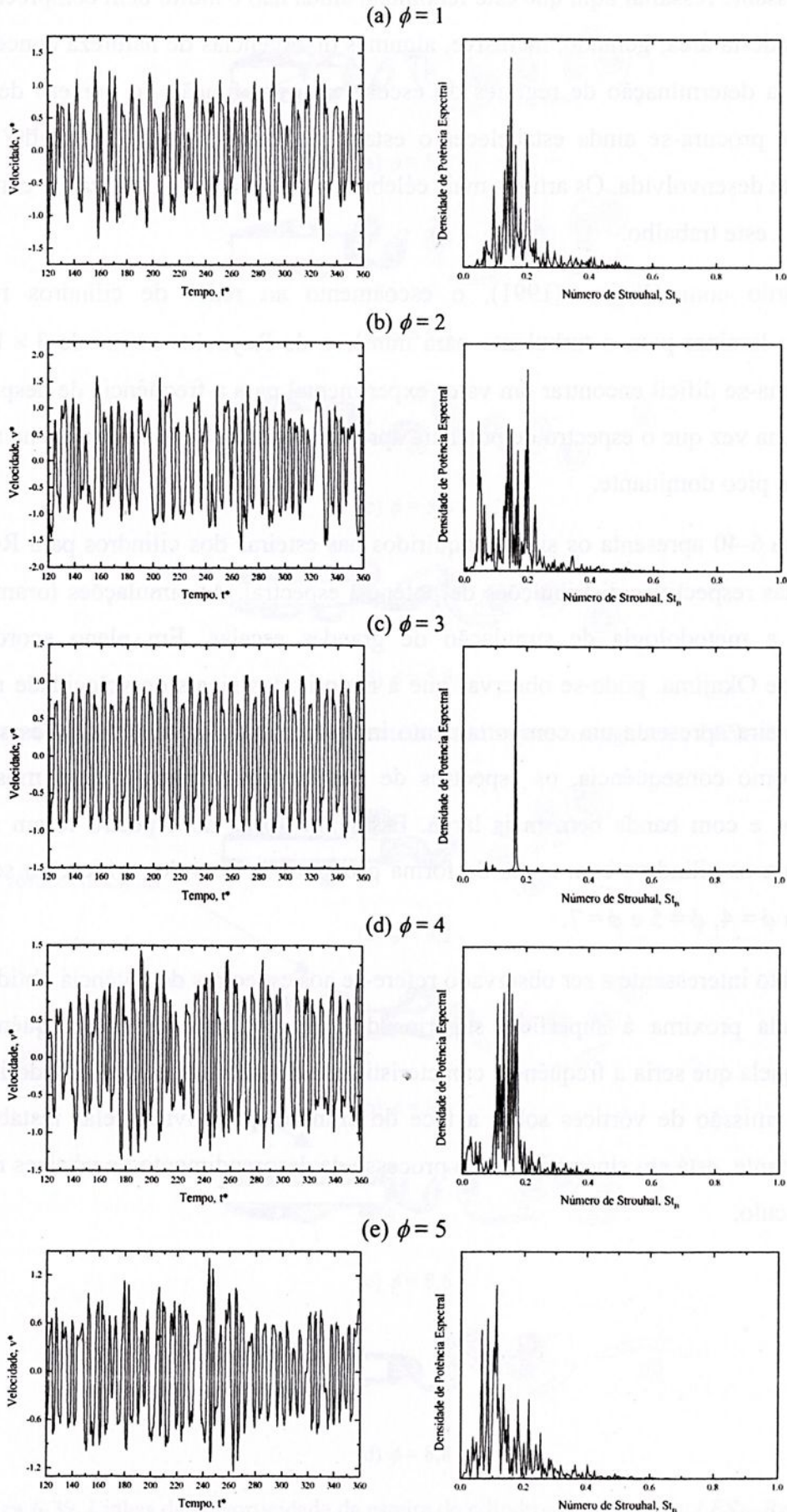


Figura 6-40. Sinais de velocidade e espectros de frequência, $LES - Re = 5 \times 10^3$ (continua)

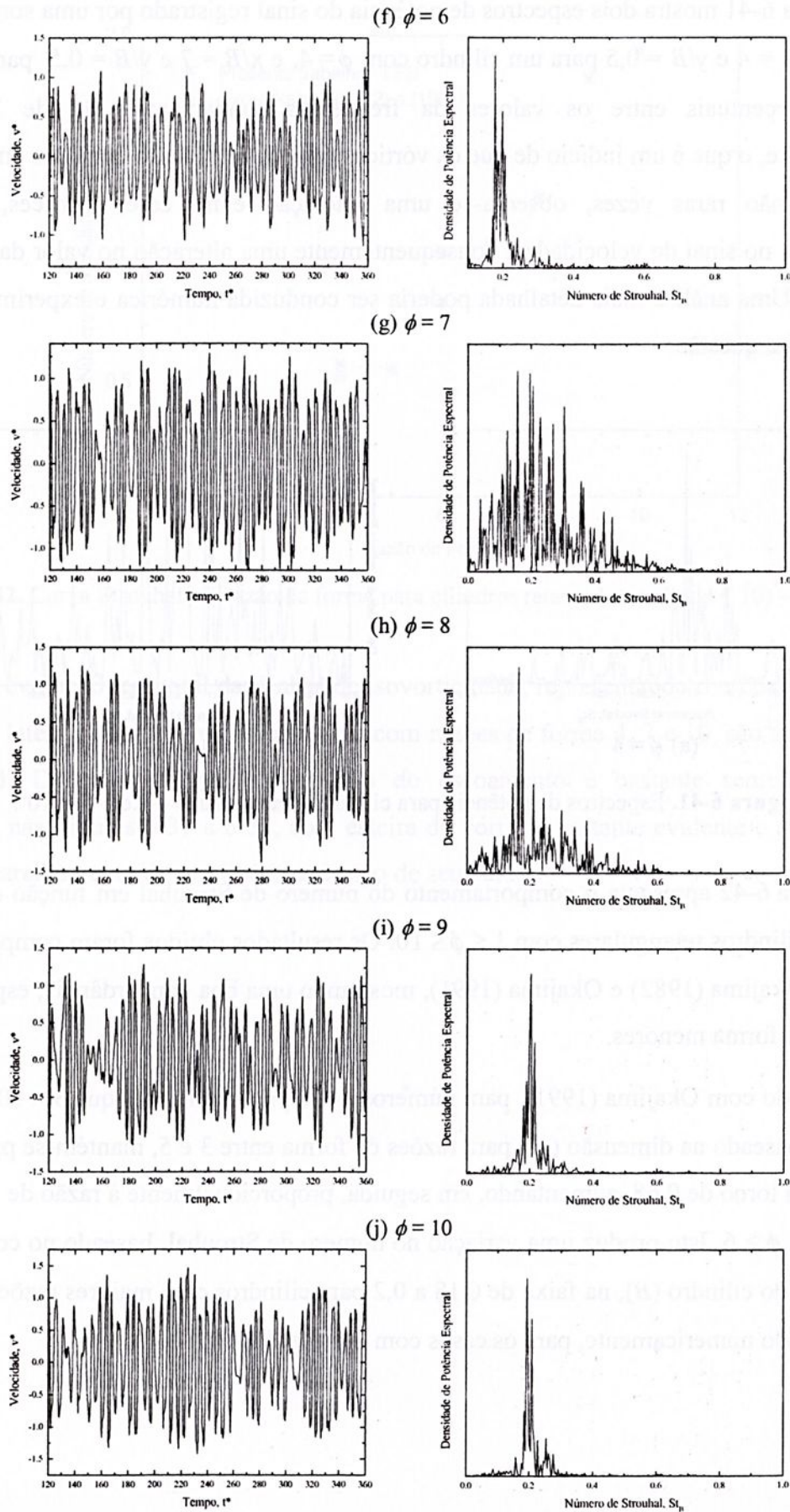


Figura 6-40. Sinais de velocidade e espectros de frequência, $LES - Re = 5 \times 10^3$ (continuação).

A Figura 6-41 mostra dois espectros de potência do sinal registrado por uma sonda inserida na posição $x/B = 4$ e $y/B = 0,5$ para um cilindro com $\phi = 4$, e $x/B = 7$ e $y/B = 0,5$ para $\phi = 7$. As diferenças percentuais entre os valores da frequência fundamental são de 7% e 1% respectivamente, o que é um indício de que os vórtices tipo “L” e “T” são emitidos em sincronia. No entanto, não raras vezes, observa-se uma interação entre esses vórtices, refletindo irregularidades no sinal de velocidade e consequentemente uma alteração no valor da frequência fundamental. Uma análise mais detalhada poderia ser conduzida numérica e experimentalmente para avaliar esta questão.

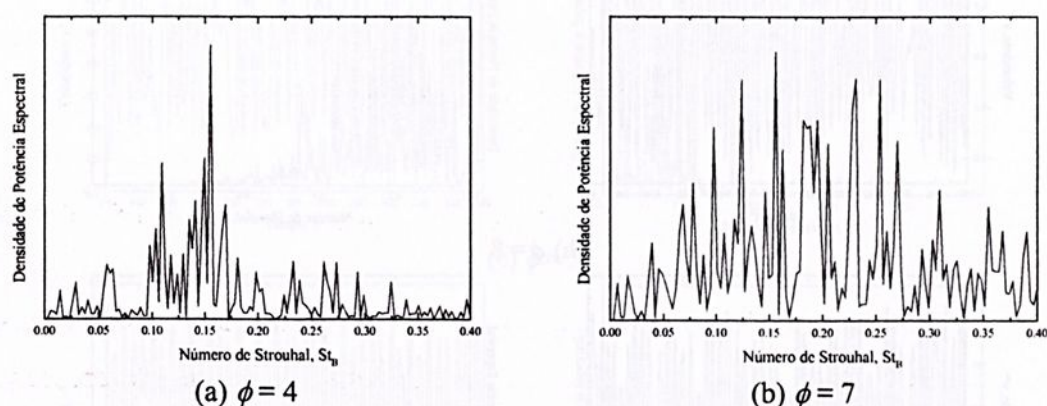


Figura 6-41. Espectros de potência para cilindros retangulares – $Re = 5 \times 10^3$.

A Figura 6-42 apresenta o comportamento do número de Strouhal em função da razão de forma, para cilindros retangulares com $1 \leq \phi \leq 10$. Os resultados obtidos foram comparados com os dados de Okajima (1982) e Okajima (1991), mostrando uma boa concordância, especialmente para razões de forma menores.

De acordo com Okajima (1991), para números de Reynolds maiores que 3×10^3 o número de Strouhal, baseado na dimensão (A), para razões de forma entre 3 e 5, mantém-se praticamente invariável, em torno de 0,68, aumentando, em seguida, proporcionalmente à razão de forma, para cilindros com $\phi > 6$. Isto produz uma variação no número de Strouhal, baseado no comprimento característico do cilindro (B), na faixa de 0,18 a 0,2 para cilindros com maiores razões de forma, como observado numericamente, para os casos com $\phi = 9$ e $\phi = 10$.

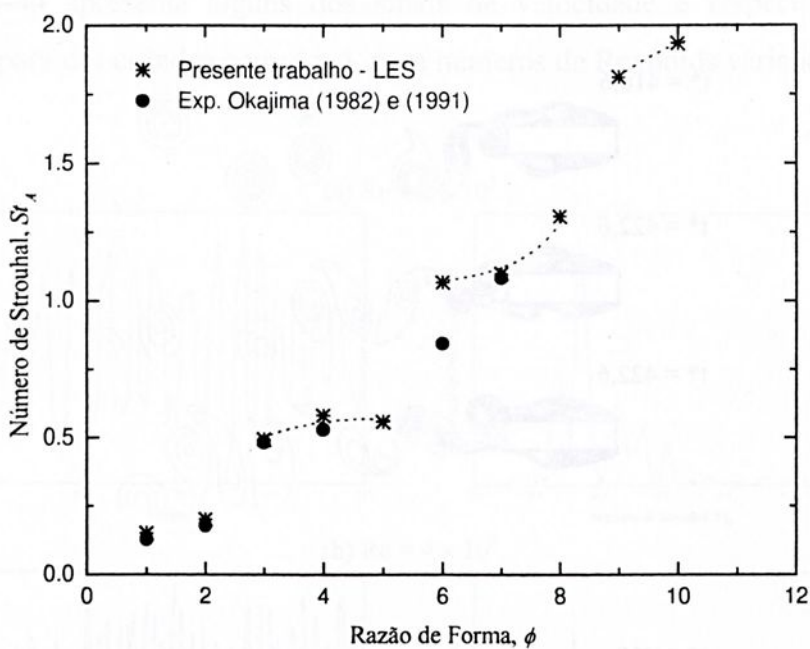


Figura 6-42. Curva Strouhal vs Razão de forma para cilindros retangulares ($1 \leq \phi \leq 10$) – $Re = 5 \times 10^3$.

Uma evolução temporal das linhas de isovorticidade, representando o escoamento sobre as superfícies laterais de cilindros retangulares com razões de forma 4, 7 e 10, são apresentadas na Figura 6-43. De maneira geral, o padrão do escoamento é bastante semelhante àqueles registrados nas Figuras 6-31 a 6-33, com esteira de vórtices bastante evidente e ativa, inclusive com o emparelhamento de turbilhões ao longo de seu curso.

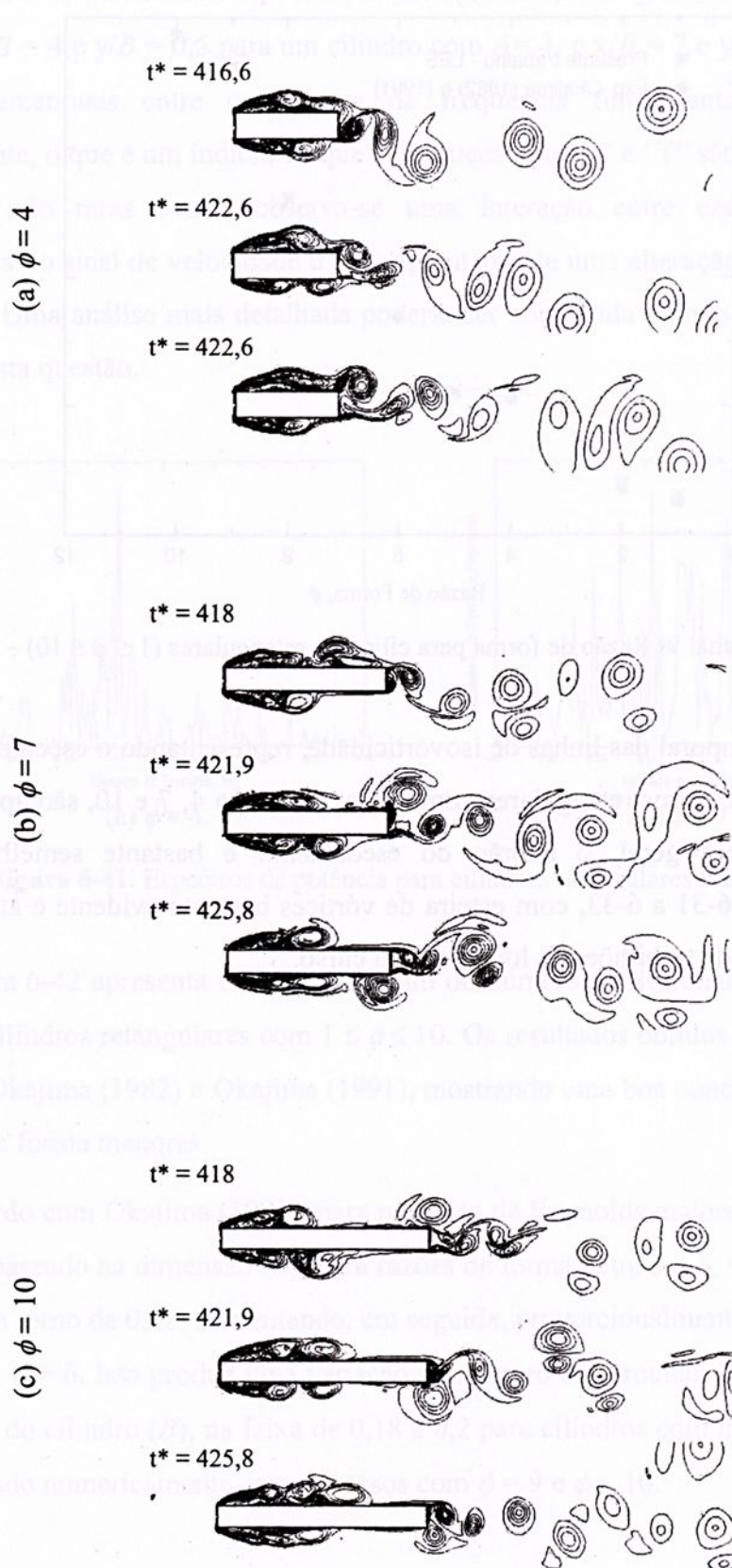


Figura 6-43. Evolução temporal das linhas de isovorticidade ao redor de cilindros retangulares – $Re = 5 \times 10^3$.

A Figura 6-44 apresenta alguns dos sinais de velocidade e respectivos espectros de potência obtidos para um cilindro com $\phi = 4$, para números de Reynolds variando na faixa de 10^3 a 10^4 .

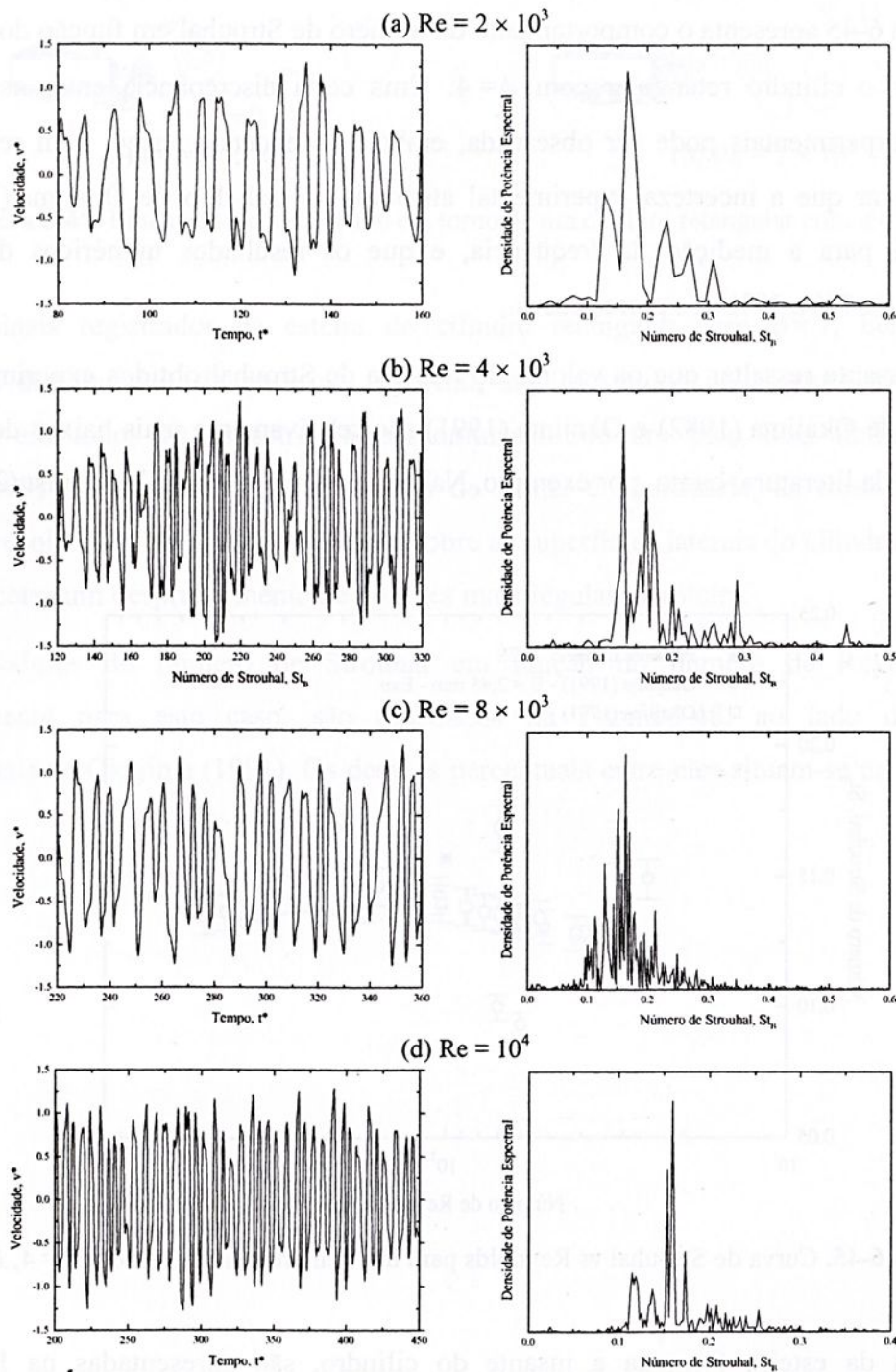


Figura 6-44. Sinais de velocidade e espectros de frequência, LES, ($\phi = 4$).

Da Figura 6-44, é fácil observar que, para números de Reynolds mais baixos, os espectros mostram-se um pouco mais irregulares, com o surgimento de pelo menos um pico secundário. À

medida que o número de Reynolds aumenta, os espectros vão ganhando regularidade, com a formação de um pico bastante definido. Em todos os casos foi possível determinar uma frequência dominante de emissão de vórtices.

A Figura 6-45 apresenta o comportamento do número de Strouhal em função do número de Reynolds para o cilindro retangular com $\phi=4$. Uma certa discrepância entre os resultados numéricos e experimentais pode ser observada, embora a tendência esteja bem representada. Deve-se ressaltar que a incerteza experimental atribuída ao trabalho de Okajima (1991) é da ordem de 5% para a medição da frequência, e que os resultados numéricos diferem dos experimentais de 7% a 18% nos piores casos.

É interessante ressaltar que os valores do número de Strouhal obtidos experimentalmente nos trabalhos de Okajima (1982) e Okajima (1991) são relativamente mais baixos do que os de outros autores da literatura, como, por exemplo, Nakamura *et al.* (1996) e Lindquist (2000a).

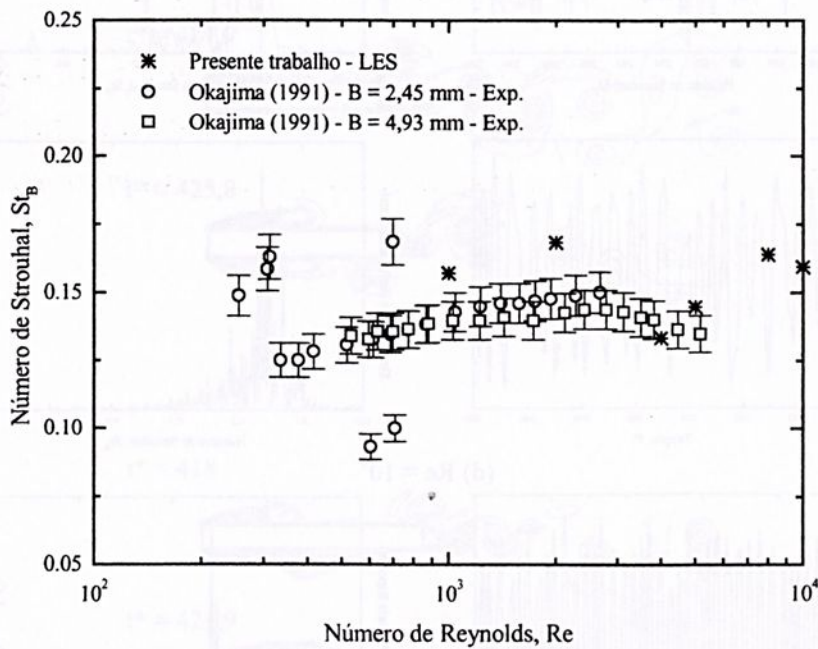


Figura 6-45. Curva de Strouhal vs Reynolds para um cilindro retangular com $\phi=4$, *LES*.

Imagens da esteira formada a jusante do cilindro, são apresentadas na Figura 6-46, considerando-se os distintos regimes do escoamento. Indiferente à evolução do número de Reynolds, a dinâmica de geração dos vórtices sobre a superfície do cilindro parece ser praticamente a mesma, em todos os casos, com a formação de um único turbilhão discreto sobre a superfície do obstáculo, o qual é advectado em direção à esteira.

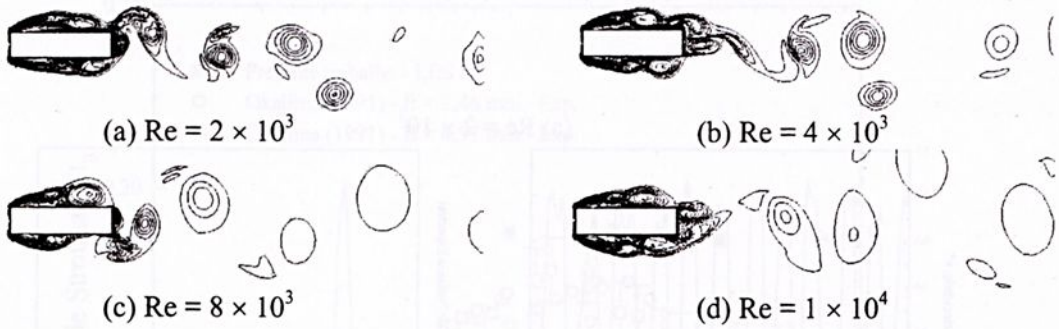


Figura 6-46. Linhas de isovorticidade em torno de um cilindro retangular com $\phi = 4$, LES.

Os sinais registrados na esteira do cilindro retangular com $\phi = 7$, bem como suas respectivas distribuições de potência espectral, são mostrados na Figura 6-47. Neste caso, observa-se em todos os espectros a predominância de um pico bem definido. Segundo Okajima (1991), à medida em que a razão de forma é aumentada, as camadas cisalhantes separadas recolam-se com maior facilidade sobre as superfícies laterais do cilindro, contribuindo para que ocorra um desprendimento de vórtices mais regular na esteira.

Os valores do número de Strouhal em função do número de Reynolds, obtidos numericamente para este caso, são mostrados na Figura 6-48, ao lado dos resultados experimentais de Okajima (1991). Os desvios percentuais entre eles situam-se na faixa de 8% a 18%.

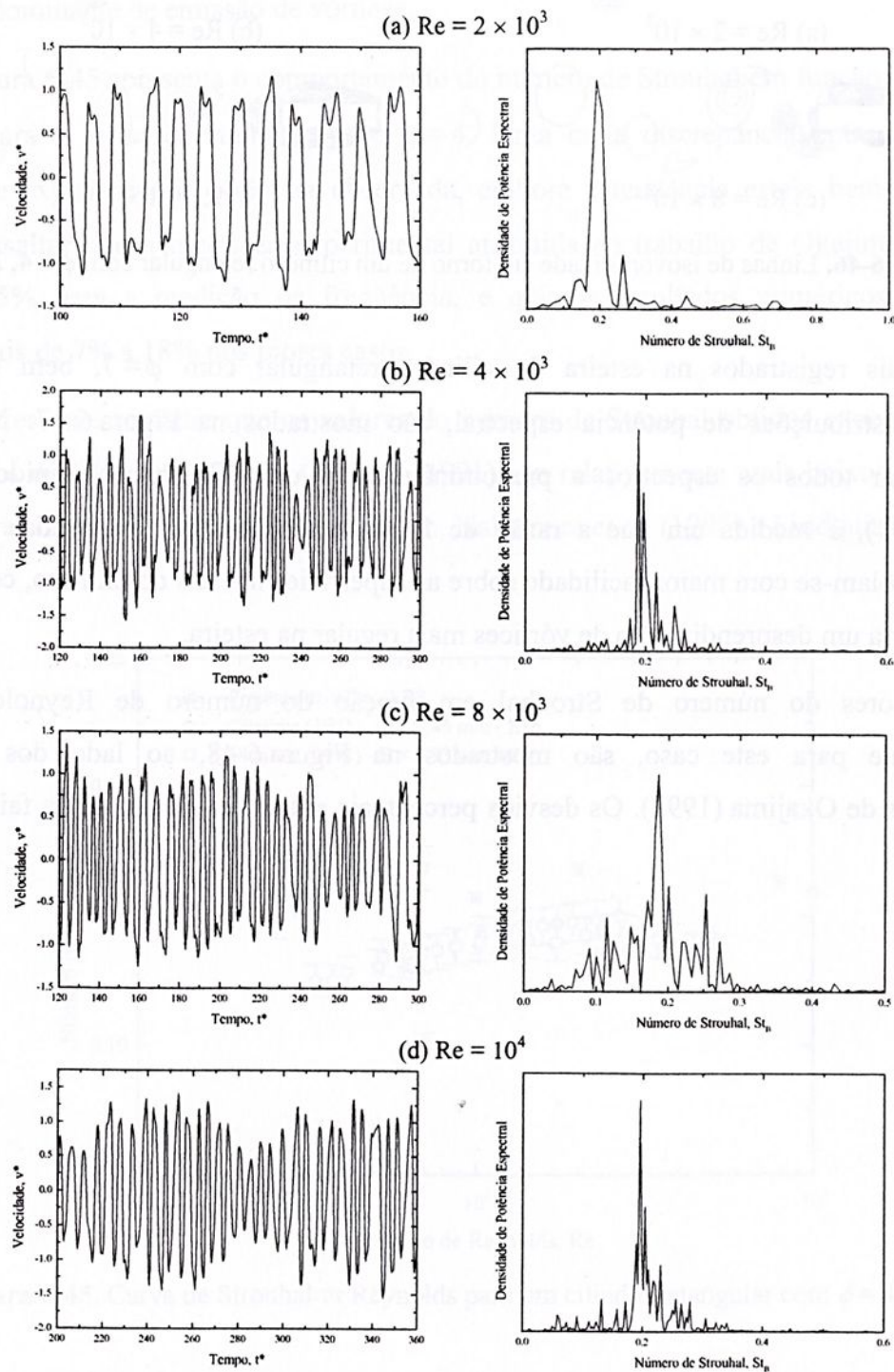


Figura 6-47. Sinais de velocidade e espectros de frequência, *LES*, ($\phi = 7$).

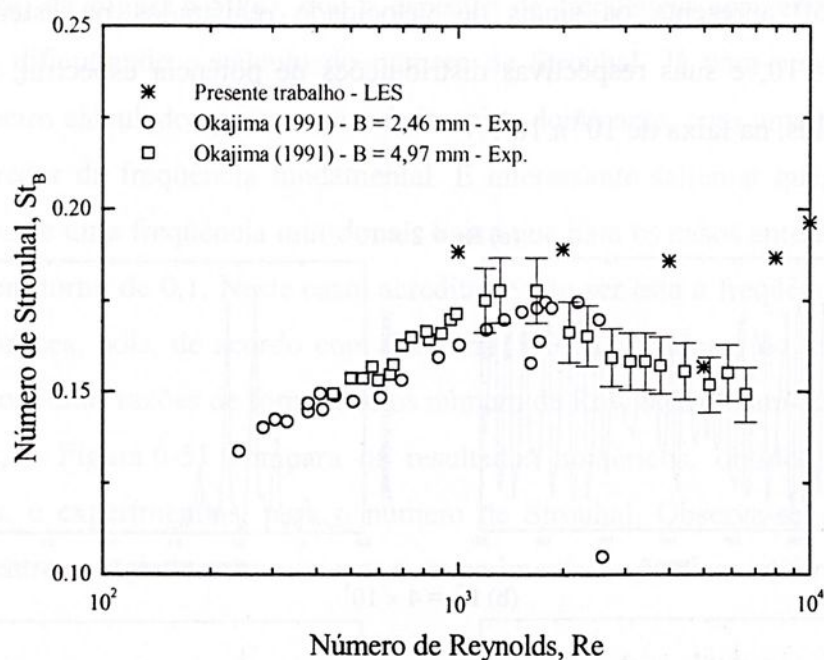


Figura 6-48. Curva de Strouhal vs Reynolds para um cilindro retangular com $\phi = 7$.

Imagens da esteira formada a jusante de um cilindro com $\phi = 7$, são apresentadas na Figura 6-49, através dos contornos de isovorticidade, considerando-se os diferentes regimes do escoamento. Novamente, observa-se que o aumento do número de Reynolds não influi significativamente sobre a dinâmica de geração e propagação dos vórtices na superfície do obstáculo, verificando-se em todos os casos, a presença de dois turbilhões discretos sobre cada uma das faces laterais do cilindro.

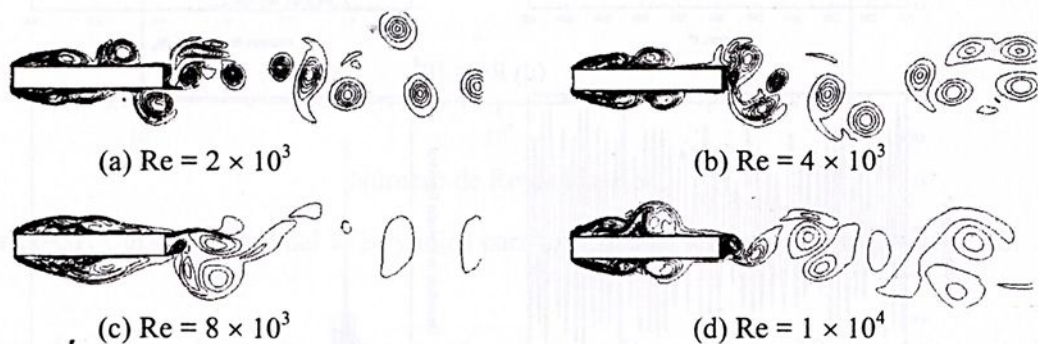


Figura 6-49. Regimes da esteira de um cilindro retangular com $\phi = 7$, LES.

A Figura 6-50 apresenta os sinais de velocidade registrados na esteira do cilindro retangular com $\phi=10$, e suas respectivas distribuições de potência espectral, para diferentes números de Reynolds, na faixa de 10^3 a 10^4 .

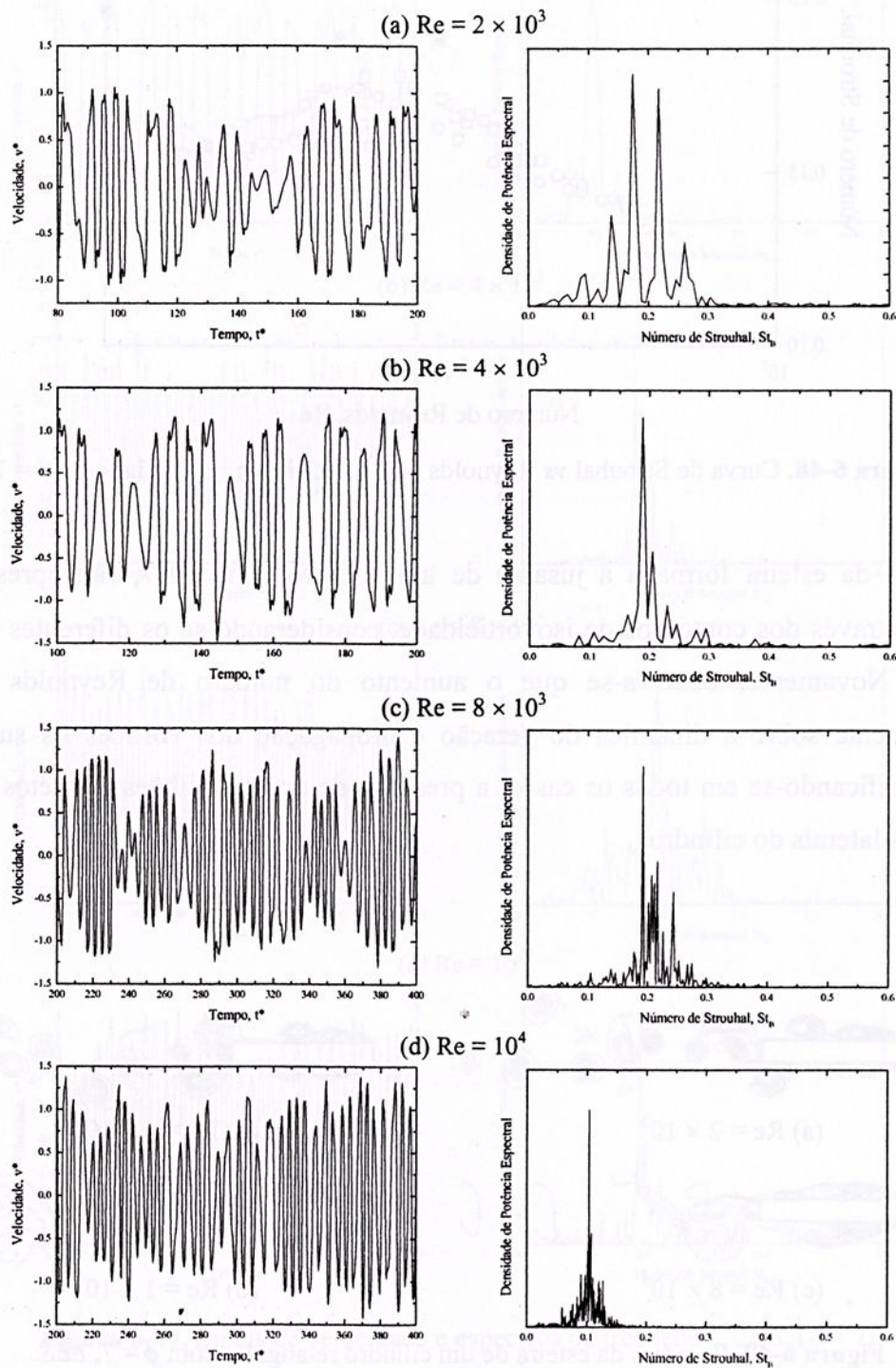


Figura 6-50. Sinais de velocidade e espectros de frequência, *LES*, ($\phi = 10$).

Observa-se, da Figura 6-50(a), que o espectro de frequência apresenta duas frequências predominantes, dificultando o cálculo do número de Strouhal. Já para números de Reynolds maiores, o espectro calculado apresenta um único pico dominante, com uma banda ligeiramente distribuída ao redor da frequência fundamental. É interessante salientar que, para o caso com $Re = 10^4$, obteve-se uma frequência muito mais baixa que para os casos anteriores, com um pico bem definido, em torno de 0,1. Neste caso, acredita-se não ser esta a frequência fundamental de emissão dos vórtices, pois, de acordo com Okajima (1991), os valores do número de Strouhal para cilindros com altas razões de forma e altos número de Reynolds situam-se na faixa de 0,18 a 0,2. Entretanto, a Figura 6-51 compara os resultados numéricos, obtidos via simulação de grandes escalas, e experimentais, para o número de Strouhal. Observa-se, aqui, uma melhor concordância entre os pontos numéricos e experimentais, para os diferentes regimes do escoamento.

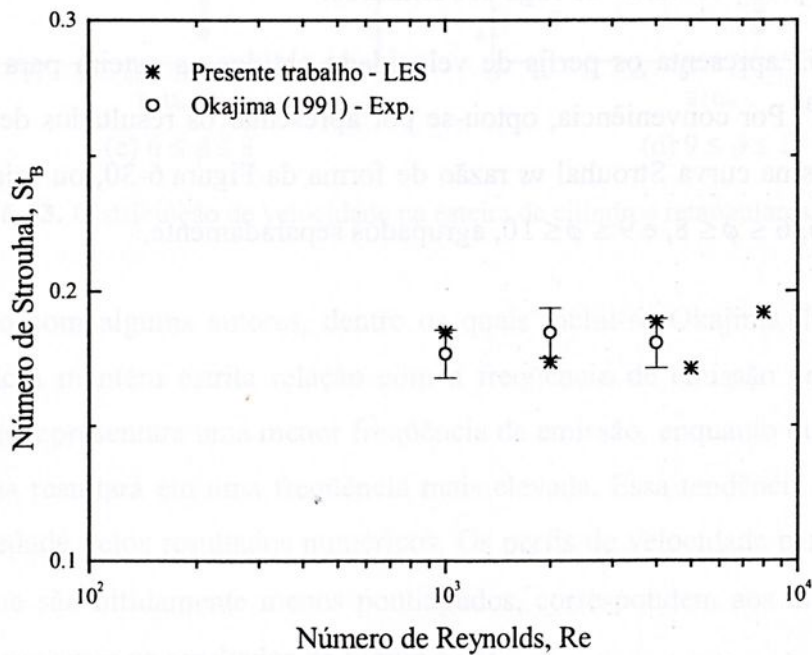


Figura 6-51. Curva de Strouhal vs Reynolds para um cilindro retangular com $\phi = 10$, LES.

Imagens da esteira formada a jusante de um cilindro com $\phi = 10$ são apresentadas na Figura 6-52, através dos contornos de isovorticidade, para os distintos regimes de escoamento.

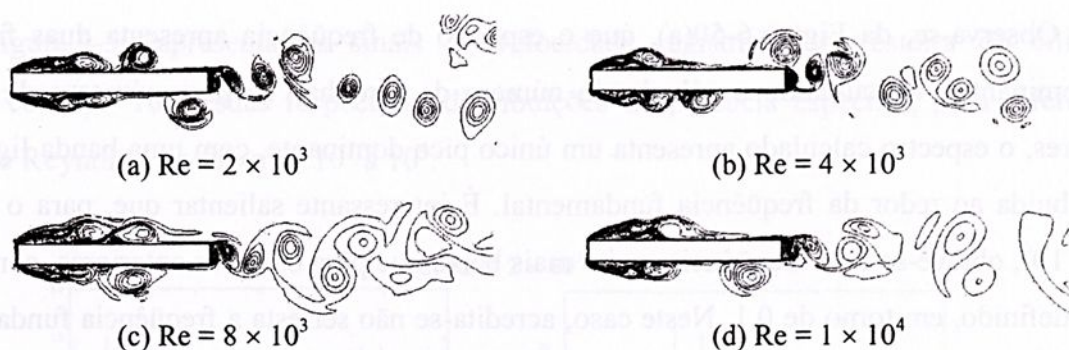


Figura 6-52. Regimes da esteira de um cilindro retangular com $\phi = 10$, LES.

6.3.3 Perfis de Velocidade na Esteira

Medidas da distribuição de velocidade longitudinal ($\bar{u}$) na esteira foram realizadas, com o uso da metodologia de simulação de grandes escalas, para cilindros com razão de forma entre 1 e 10, para diferentes números de Reynolds. Os perfis de velocidade foram levantados na posição $x/B = 5$, medidos a partir do bordo de fuga dos cilindros.

A Figura 6-53 apresenta os perfis de velocidade obtidos na esteira para um número de Reynolds igual 10^3 . Por conveniência, optou-se por apresentar os resultados de acordo com os degraus observados na curva Strouhal vs razão de forma da Figura 6-30, ou seja, cilindros com $1 \leq \phi \leq 2$, $3 \leq \phi \leq 5$, $6 \leq \phi \leq 8$, e $9 \leq \phi \leq 10$, agrupados separadamente.

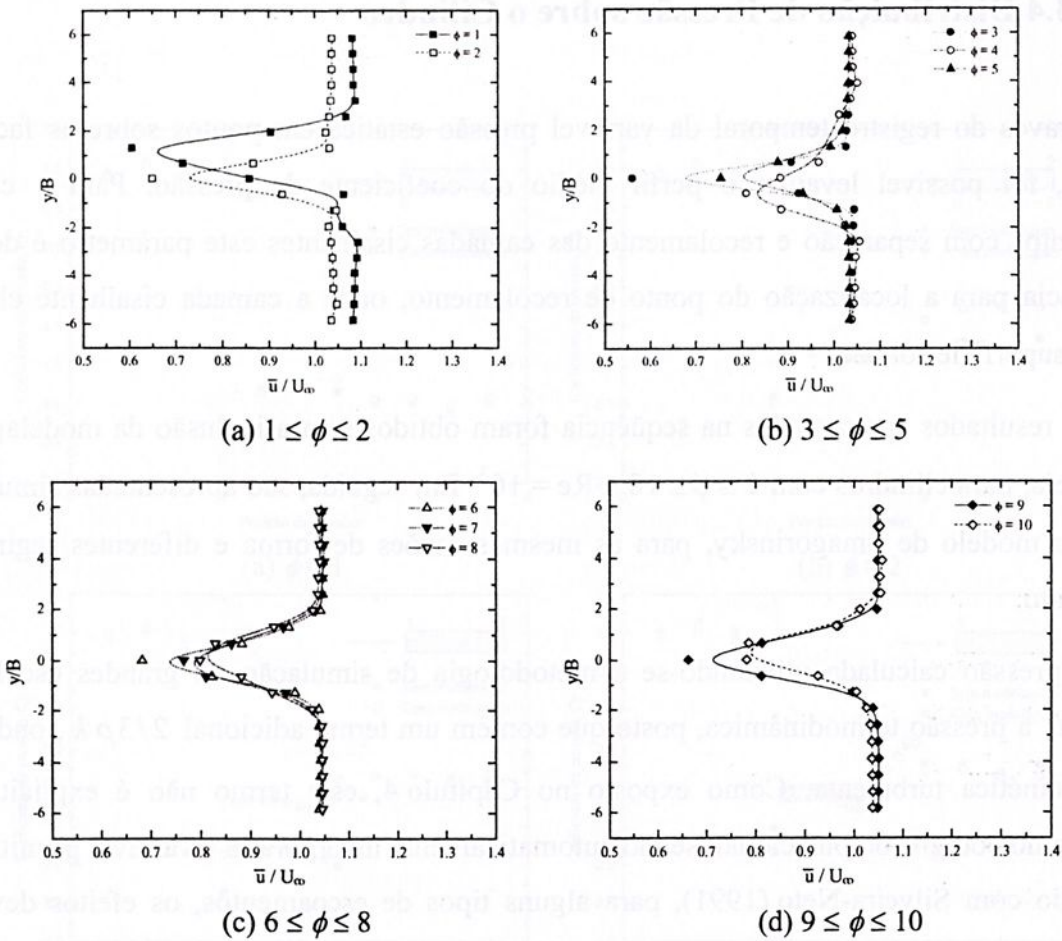


Figura 6-53. Distribuição de velocidade na esteira de cilindros retangulares – $Re = 10^3$.

De acordo com alguns autores, dentre os quais inclui-se Okajima (1982), a largura da esteira de vórtices mantém estrita relação com a frequência de emissão dos turbilhões. Uma esteira mais larga apresentará uma menor frequência de emissão, enquanto que uma esteira mais regular e estreita resultará em uma frequência mais elevada. Essa tendência é reproduzida com bastante propriedade pelos resultados numéricos. Os perfis de velocidade para os cilindros com $\phi = 1, 4$ e 9 , que são nitidamente menos pontiagudos, correspondem aos menores números de Strouhal, como mostram os resultados da Figura 6-30.

O mesmo teste foi realizado para outros números de Reynolds, até o limite de 10^4 . Os resultados obtidos são absolutamente análogos aos da Figura 6-53, sendo, portanto, excluídos deste contexto.

6.3.4 Distribuição de Pressão sobre o Cilindro

Através do registro temporal da variável pressão estática em pontos sobre as faces dos cilindros, foi possível levantar o perfil médio do coeficiente de pressão. Para o caso de escoamentos com separação e recolamento das camadas cisalhantes este parâmetro é de suma importância para a localização do ponto de recolamento, onde a camada cisalhante choca-se contra a superfície sólida.

Os resultados apresentados na sequência foram obtidos sem a inclusão da modelagem de turbulência, para cilindros com $1 \leq \phi \leq 10$ a $Re = 10^3$. Em seguida, são apresentadas simulações, já com o modelo de Smagorinsky, para as mesmas razões de forma e diferentes regimes do escoamento.

A pressão calculada utilizando-se a metodologia de simulação de grandes escalas não representa a pressão termodinâmica, posto que contém um termo adicional $2/3 \rho k$, onde k é a energia cinética turbulenta. Como exposto no Capítulo 4, este termo não é explicitamente calculado no código computacional, sendo automaticamente incorporado à variável primitiva (p). De acordo com Silveira-Neto (1991), para alguns tipos de escoamentos, os efeitos devidos a variação da energia cinética turbulenta são praticamente desprezíveis, como no caso em questão.

A Figura 6-54 apresenta a comparação dos resultados obtidos com e sem o emprego da metodologia de simulação de grandes escalas.

Como era de se esperar, o comportamento médio na distribuição de pressão sobre a face frontal do obstáculo teria que ser o mesmo, uma vez que a dimensão característica perpendicular ao fluxo manteve-se constante. De maneira geral, sobre a face do obstáculo, com exceção dos cilindros com $\phi = 3$ e $\phi = 8$, os resultados obtidos com e sem modelagem concordaram razoavelmente bem. Algumas discrepâncias significativas no coeficiente de pressão podem ser observadas sobre a face posterior do cilindro.



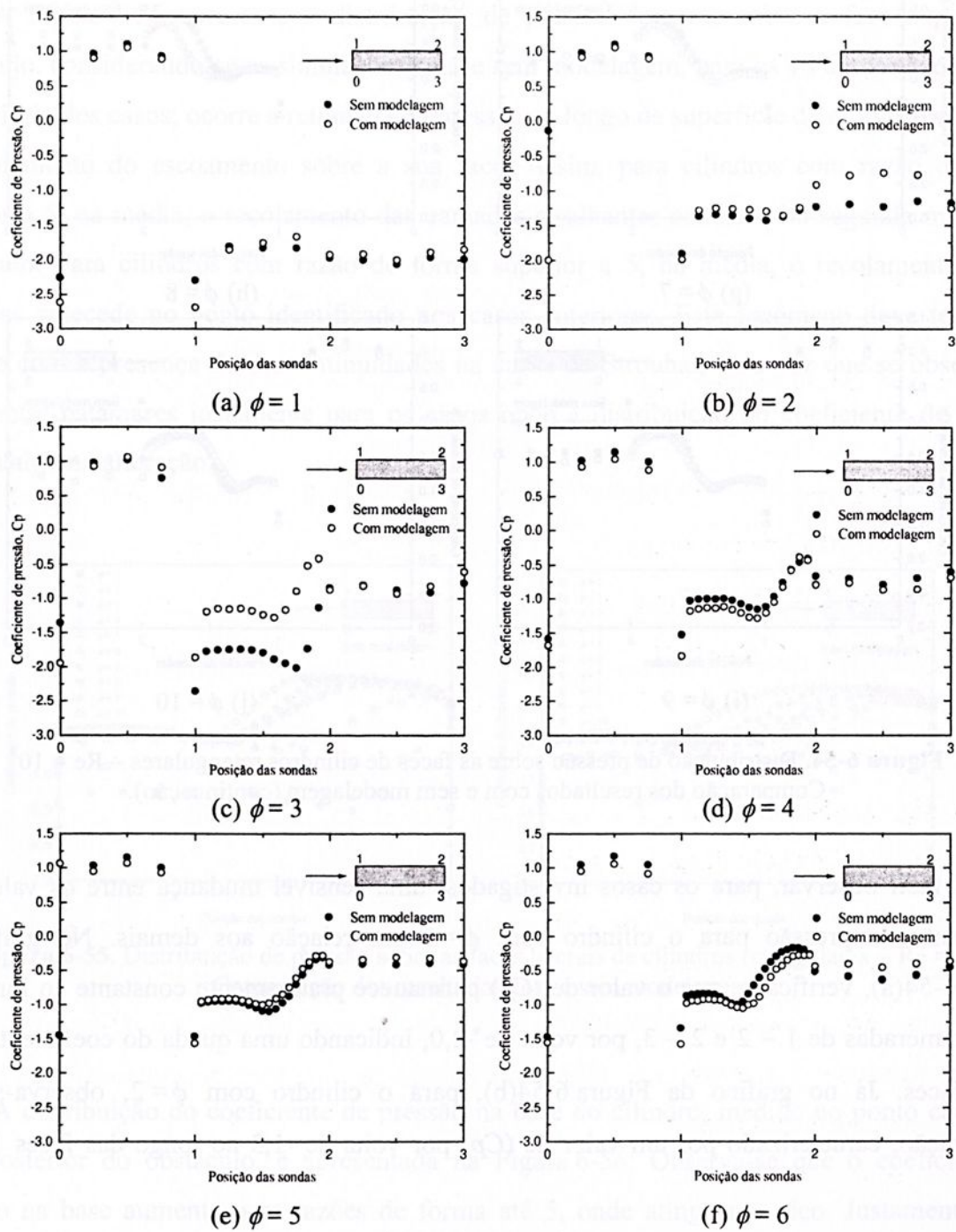


Figura 6-54. Distribuição de pressão sobre as faces de cilindros retangulares – $Re = 10^3$
Comparação dos resultados com e sem modelagem (continua)

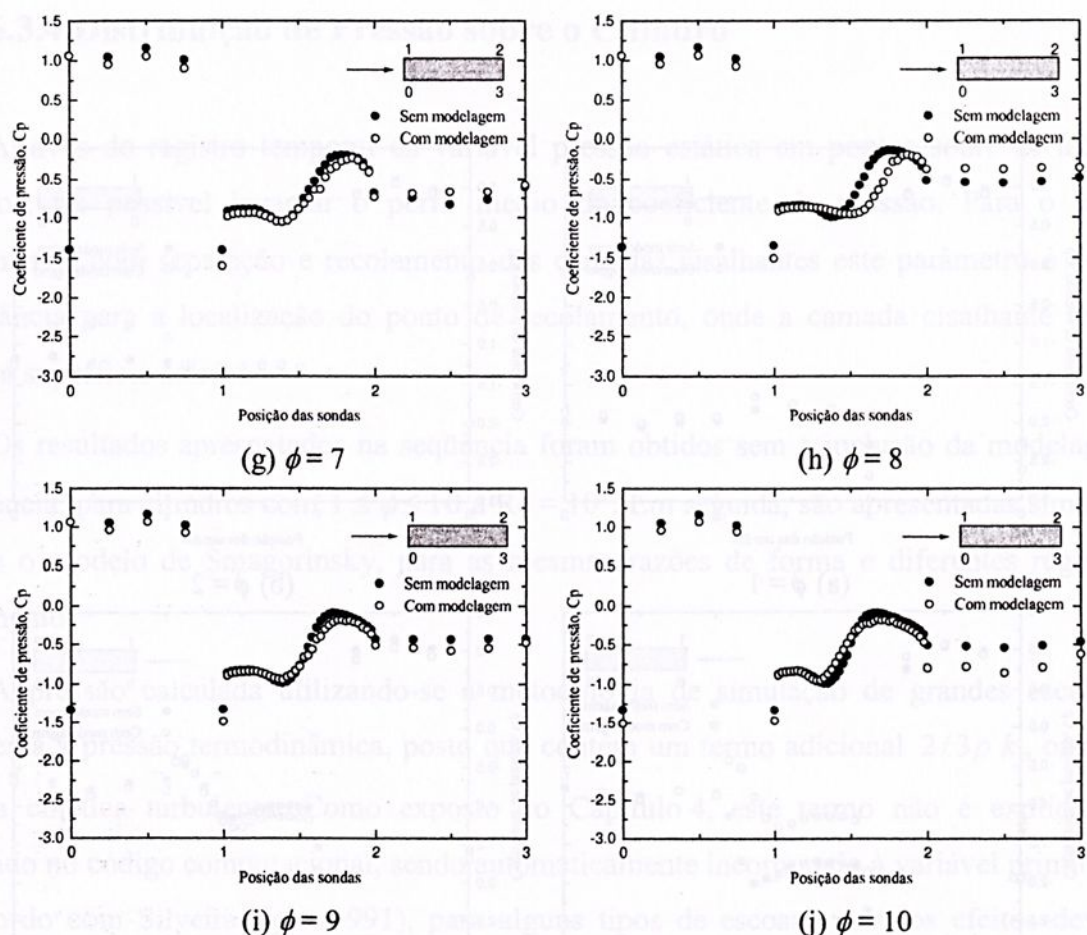


Figura 6-54. Distribuição de pressão sobre as faces de cilindros retangulares – $Re = 10^3$
 Comparação dos resultados com e sem modelagem (continuação).

É fácil observar, para os casos investigados, uma sensível mudança entre os valores do coeficiente de pressão para o cilindro com $\phi = 1$ em relação aos demais. No gráfico da Figura 6-54(a), verifica-se que o valor de (C_p) permanece praticamente constante ao longo das faces numeradas de 1 – 2 e 2 – 3, por volta de -2,0, indicando uma queda do coeficiente sobre essas faces. Já no gráfico da Figura 6-54(b), para o cilindro com $\phi = 2$, observa-se uma recuperação, caracterizado por um valor de (C_p) por volta de -1,3 ao longo das faces 1 – 2 a 2 – 3.

Aumentando-se a razão de forma para valores acima de 2, observa-se nitidamente uma abrupta mudança no comportamento da distribuição de pressão sobre as faces do obstáculo, particularmente sobre a face superior do cilindro, que vai do ponto 1 ao ponto 2. Para cilindros com $3 \leq \phi \leq 10$ observa-se uma nítida recuperação de pressão, em alguns casos bastante acentuada, sobre a face superior do cilindro. Verifica-se, também, que para cilindros com $3 \leq \phi \leq 5$, essa retomada de pressão acontece na região próxima ao bordo de fuga do obstáculo.

Já para cilindros com $6 \leq \phi \leq 10$, a retomada de pressão acontece na primeira metade do obstáculo.

A Figura 6-55 apresenta a distribuição de pressão somente sobre a face superior do obstáculo, considerando-se as simulações com e sem modelagem, para os 10 casos investigados. Na maioria dos casos, ocorre a retomada de pressão ao longo da superfície do cilindro, sugerindo o recolamento do escoamento sobre a sua face. Assim, para cilindros com razão de forma inferior a 5, na média, o recolamento das camadas cisalhantes acontece na segunda metade do obstáculo. Para cilindros com razão de forma superior a 5, na média, o recolamento dessas camadas antecede no ponto identificado nos casos anteriores. Este fenômeno deve ter íntima relação com a presença de descontinuidades na curva de Strouhal, uma vez que se observa um salto entre patamares justamente para os casos onde a distribuição do coeficiente de pressão mostra alguma alteração.

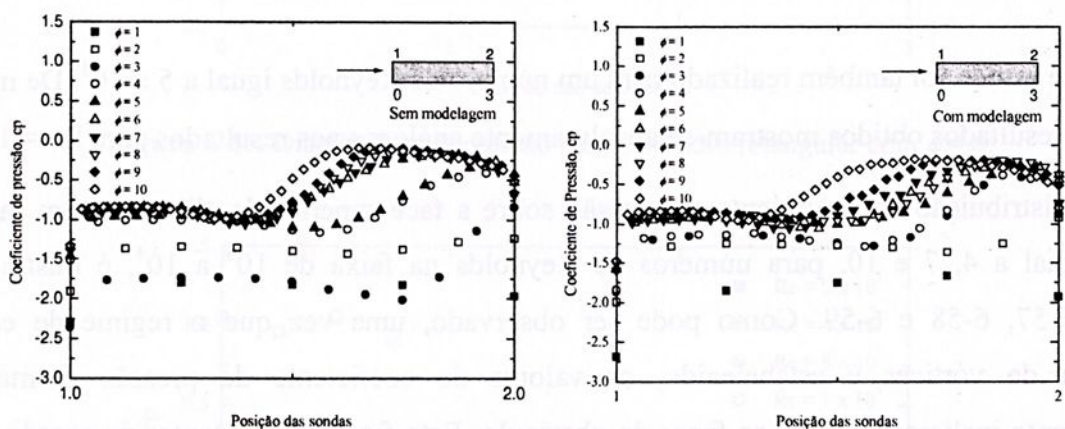


Figura 6-55. Distribuição de pressão sobre as faces laterais de cilindros retangulares – $Re = 10^3$
Comparação dos resultados com e sem modelagem.

A distribuição do coeficiente de pressão na base do cilindro, medido no ponto central da face posterior do obstáculo, é apresentada na Figura 6-56. Observa-se que o coeficiente de pressão na base aumenta para razões de forma até 5, onde atinge um pico. Justamente neste ponto, observa-se o primeiro degrau ($3 \leq \phi \leq 5$) na curva Strouhal *versus* razão de forma. A partir deste valor, o coeficiente de pressão vai reduzindo, sofre uma inflexão e apresenta novo máximo local em torno de $\phi = 8$, correspondendo ao ponto de extremo do 2º degrau ($6 \leq \phi \leq 8$) na curva de Strouhal.

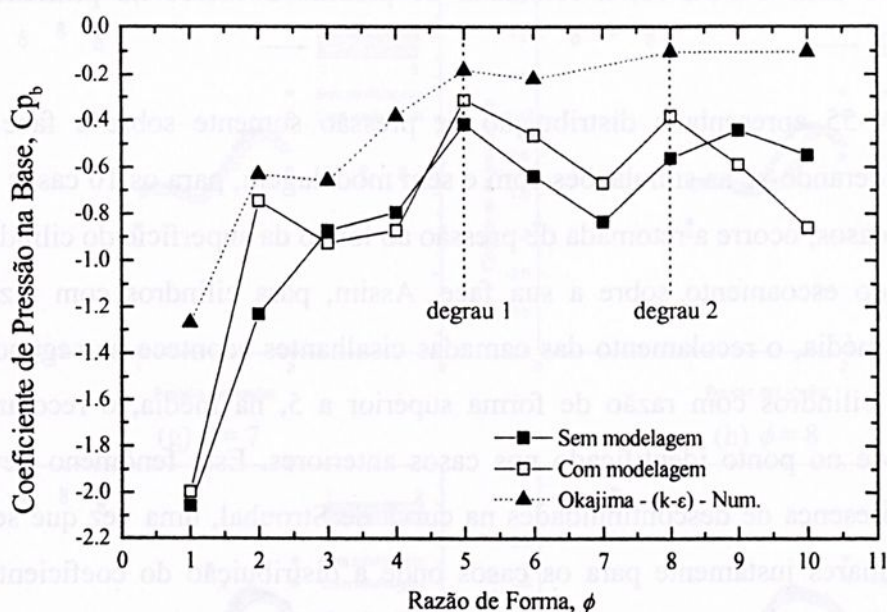


Figura 6-56. Coeficiente de pressão na base de cilindros retangulares ($1 \leq \phi \leq 10$) – $Re = 10^3$
Com e sem modelagem.

Este estudo foi também realizado para um número de Reynolds igual a 5×10^3 . De maneira geral, os resultados obtidos mostram-se absolutamente análogos aos resultados para $Re = 10^3$.

A distribuição do coeficiente de pressão sobre a face superior de cilindros com razão de forma igual a 4, 7 e 10, para números de Reynolds na faixa de 10^3 a 10^4 , é ilustrada nas Figuras 6-57, 6-58 e 6-59. Como pode ser observado, uma vez que o regime de emissão periódica de vórtices é estabelecido, os valores do coeficiente de pressão permanecem praticamente inalterados sobre as faces do obstáculo. Este fato está, portanto, de acordo com o observado por Ota *et al.* (1981), que afirma uma independência do comprimento da região de recolamento com o número de Reynolds, em regimes mais severos do escoamento. Estes resultados mostram, também, uma sensível alteração nos valores do coeficiente de pressão registrado na base dos cilindros.

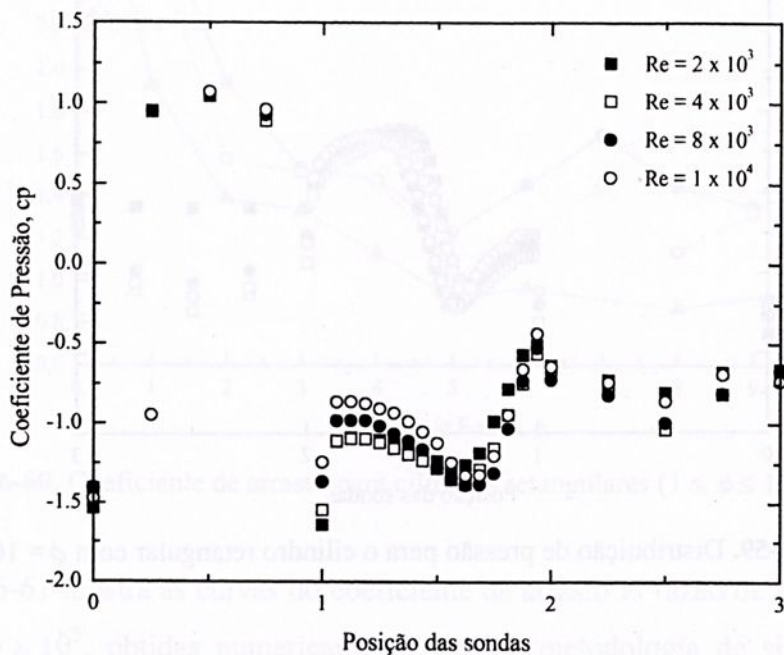


Figura 6-57. Distribuição de pressão para o cilindro retangular com $\phi = 4$.

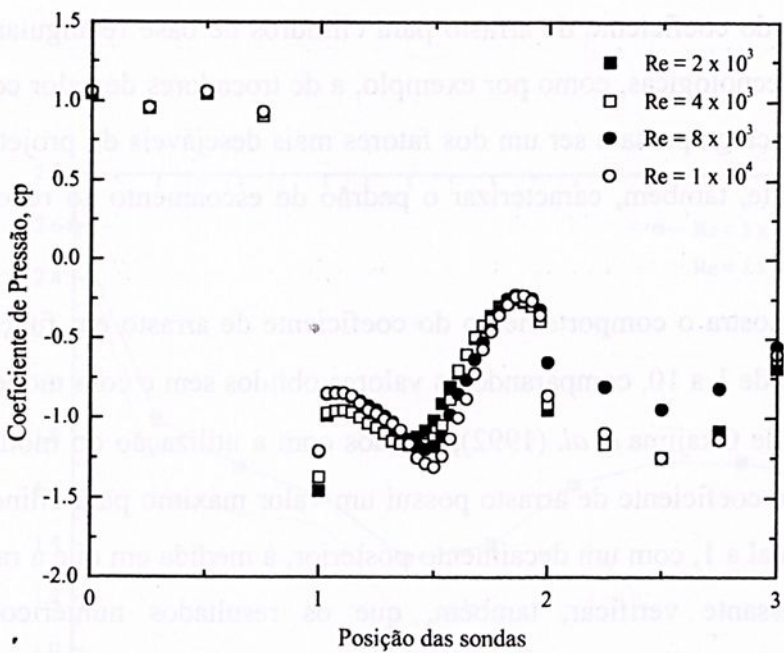


Figura 6-58. Distribuição de pressão para o cilindro retangular com $\phi = 7$.

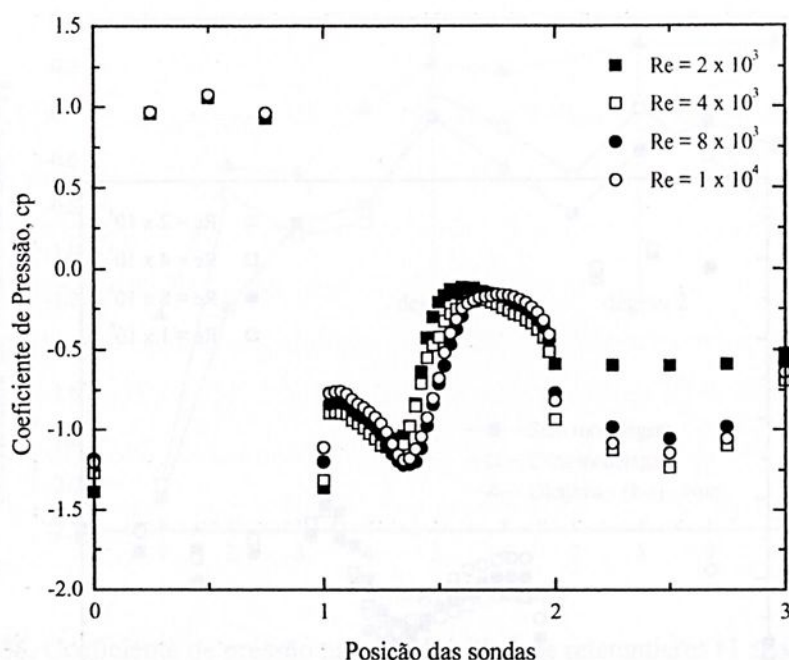


Figura 6-59. Distribuição de pressão para o cilindro retangular com $\phi = 10$.

6.3.5 Coeficiente de Arrasto

A determinação do coeficiente de arrasto para cilindros de base retangular é de interesse em várias aplicações tecnológicas, como por exemplo, a de trocadores de calor compactos, onde a redução da perda de carga passa a ser um dos fatores mais desejáveis do projeto. Uma análise deste parâmetro permite, também, caracterizar o padrão do escoamento ao redor do obstáculo sólido.

A Figura 6-60 mostra o comportamento do coeficiente de arrasto em função da razão de forma para ϕ variando de 1 a 10, comparando os valores obtidos sem e com modelagem, com os resultados numéricos de Okajima *et al.* (1992), obtidos com a utilização do modelo k- ϵ padrão. Neste caso, a curva do coeficiente de arrasto possui um valor máximo para cilindros com razão de forma menor ou igual a 1, com um decaimento posterior, à medida em que a razão de forma é aumentada. É interessante verificar, também, que os resultados numéricos obtidos por Okajima *et al.* (1992) não apresentam o valor deste parâmetro para o cilindro com razão de forma igual a 7, justamente para o ponto onde as simulações realizadas neste trabalho indicam que há um aumento do coeficiente de arrasto.

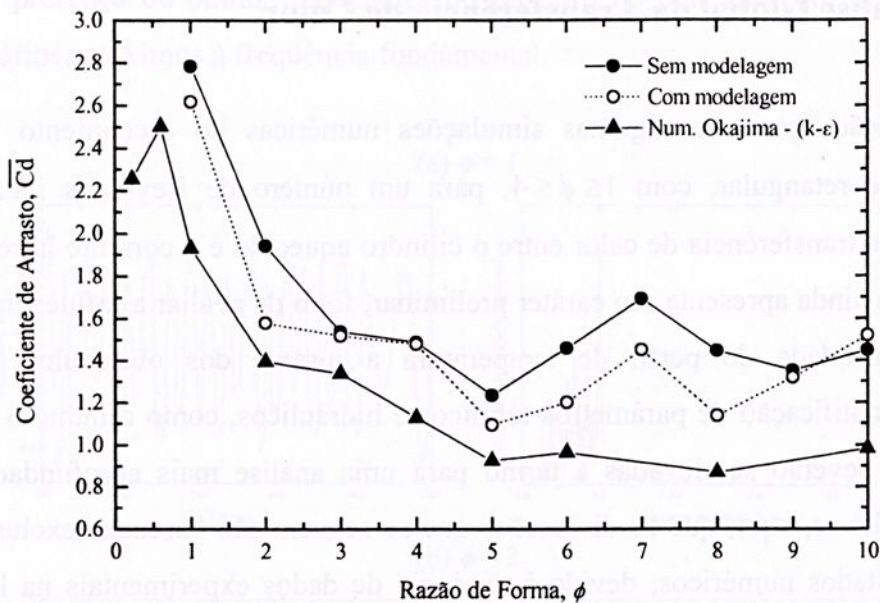


Figura 6-60. Coeficiente de arrasto para cilindros retangulares ($1 \leq \phi \leq 10$) – $Re = 10^3$.

A Figura 6-61 mostra as curvas do coeficiente de arrasto vs razão de forma, para Reynolds igual a 10^3 e 5×10^3 , obtidas numericamente, com a metodologia de simulação de grandes escalas. Nota-se que ambas as curvas seguem a mesma tendência para fatores de forma menores que 7. A partir daí, os padrões de comportamento tornam-se, sem explicação aparente, bastante distintos.

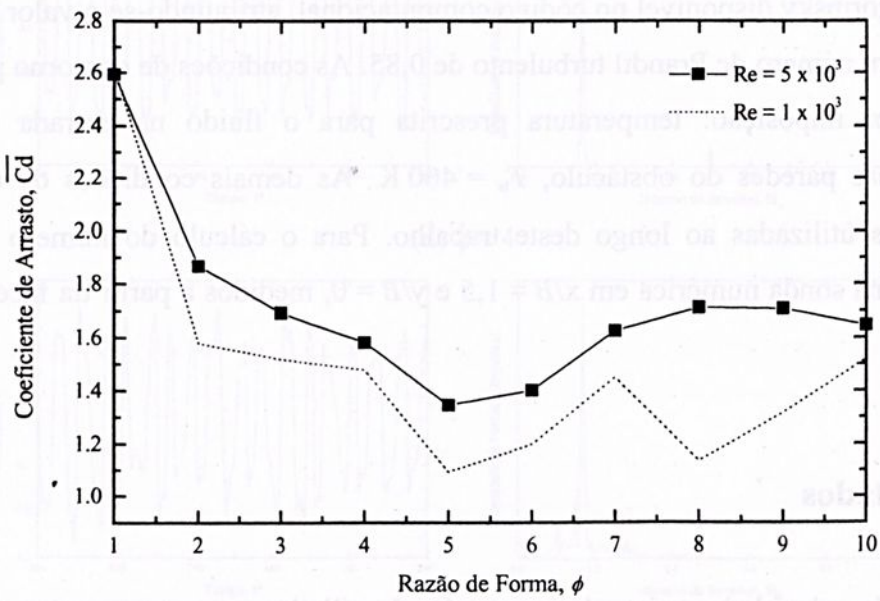


Figura 6-61. Coeficiente de arrasto para cilindros retangulares ($1 \leq \phi \leq 10$) – $Re = 5 \times 10^3$.

6.3.6 Análise Global da Transferência de Calor

Esta subseção apresenta algumas simulações numéricas do escoamento ao redor de cilindros de base retangular, com $1 \leq \phi \leq 4$, para um número de Reynolds igual a 5×10^3 , considerando-se a transferência de calor entre o cilindro aquecido e a corrente livre. O interesse neste estudo, que ainda apresenta um caráter preliminar, foi o de avaliar a influência da razão de forma na uniformidade do perfil de temperatura a jusante dos obstáculos. Em estudos posteriores, a quantificação de parâmetros térmicos e hidráulicos, como o número de Nusselt e perda de carga, deverão ser levadas a termo para uma análise mais aprofundada acerca do problema. Ressalta-se, aqui, que as discussões que se seguem são baseadas exclusivamente na análise dos resultados numéricos, devido à ausência de dados experimentais na literatura que pudessem ser utilizados como elementos de comparação.

Ao final, são apresentadas imagens obtidas através das linhas de isotemperatura da esteira de vórtices, para os quatro casos considerados.

A. Configuração Numérica

As configurações numéricas utilizadas nesta investigação, consideram cilindros com razões de forma entre 1 e 4, sendo iguais às apresentadas na Tabela 6-6. Neste caso, utilizou-se o modelo de Smagorinsky disponível no código computacional, atribuindo-se o valor de 0,1 para a constante C_S e um número de Prandtl turbulento de 0,85. As condições de contorno para o campo térmico são, por imposição: temperatura prescrita para o fluido na entrada do domínio, $T_\infty = 300$ K, e nas paredes do obstáculo, $T_w = 400$ K. As demais condições de contorno são idênticas aquelas utilizadas ao longo deste trabalho. Para o cálculo do número de Strouhal, posicionou-se uma sonda numérica em $x/B = 1,5$ e $y/B = 0$, medidos a partir da face posterior de cada cilindro.

B. Resultados

Os sinais de velocidade registrados na esteira do cilindro, e seus respectivos espectros de potência, são apresentados na Figura 6-62, mostrando-se bastante semelhantes àqueles obtidos para o caso isotérmico e adiabático – mostrado na Figura 6-40. Para os cilindros com $\phi = 1$ e 2,

observa-se a presença de outras frequências no espectro de potência com o aparecimento de picos secundários, próximos à frequência fundamental.

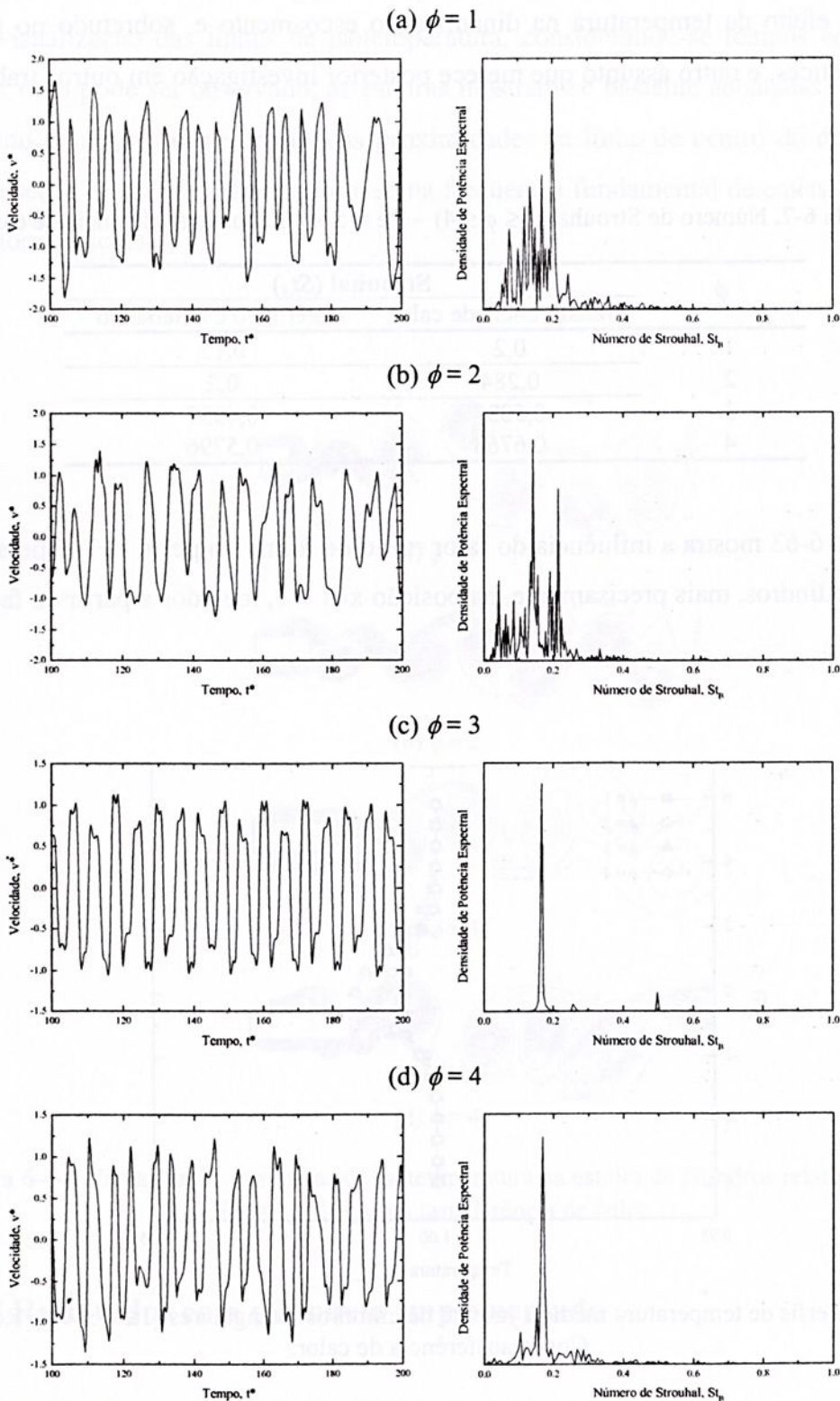


Figura 6-62. Sinais típicos de velocidade e espectros de frequência ($1 \leq \phi \leq 4$) – $Re = 5 \times 10^3$
Com transferência de calor.

A Tabela 6-7 apresenta os resultados obtidos para o número de Strouhal, comparando-os com aqueles oriundos das simulações sem transferência de calor, do item 6.3.2. Observa-se, que os valores do número de Strouhal são relativamente maiores do que aqueles obtidos para o caso isotérmico. O efeito da temperatura na dinâmica do escoamento e, sobretudo no processo de emissão de vórtices, é outro assunto que merece posterior investigação em outros trabalhos desta natureza.

Tabela 6-7. Número de Strouhal ($1 \leq \phi \leq 4$) – $Re = 5 \times 10^3$, com transferência de calor.

ϕ	Strouhal (St_A)	
	Transferência de calor	Isotérmico e adiabático
1	0,2	0,15
2	0,284	0,2
3	0,5037	0,4937
4	0,6768	0,5796

A Figura 6-63 mostra a influência do fator razão de forma no perfil de temperatura média, a jusante dos cilindros, mais precisamente, na posição $x/B = 5$, medidos a partir da face posterior do obstáculo.

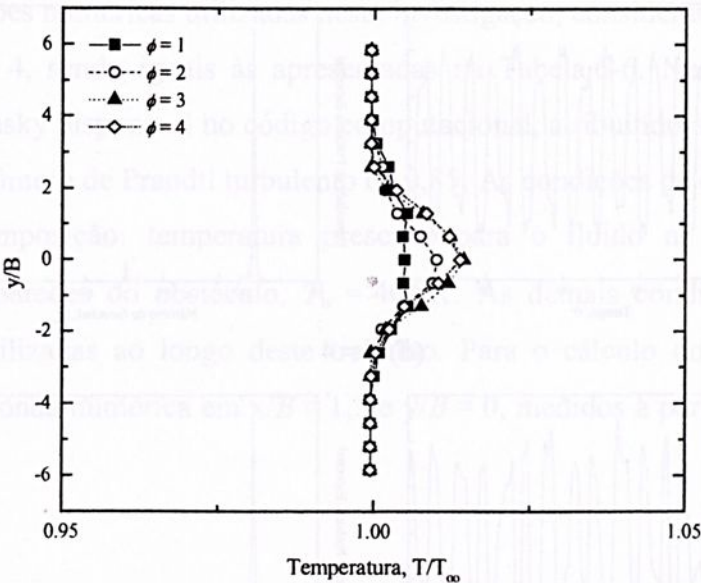


Figura 6-63. Perfis de temperatura média a jusante de cilindros retangulares ($1 \leq \phi \leq 4$) – $Re = 5 \times 10^3$
Com transferência de calor.

Observa-se, neste caso, que o perfil de temperatura é mais homogêneo para os cilindros com razão de forma 1 e 2, com a temperatura no centro da esteira praticamente igual àquela da

corrente livre. Para os cilindros com $\phi = 3$ e 4, nota-se uma pequena alteração da temperatura próximo a linha de centro do domínio.

A Figura 6-64 apresenta imagens dos padrões de escoamento ao redor dos cilindros, através da visualização das linhas de isoterma, considerando-se tempos computacionais arbitrários. Como pode ser observado, as esteiras mostram-se bastante achatadas, inclusive com o alinhamento de alguns dos vórtices nas proximidades da linha de centro do domínio. Como discutido na seção 6.4.3, esse efeito reflete-se na frequência fundamental de emissão, que passa a assumir maiores valores.

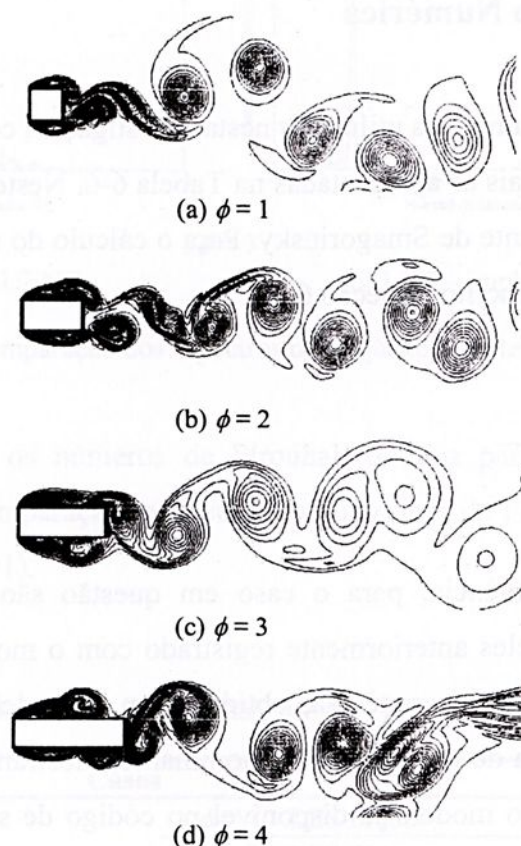


Figura 6-64. Visualização das linhas de isoterma na esteira de cilindros retangulares – $Re = 5 \times 10^3$, com transferência de calor.

6.3.7 Resultados com o Modelo Implementado

Finalizando este capítulo de resultados, duas simulações do escoamento ao redor de cilindros de base retangular, foram realizadas, fazendo-se uso do modelo de Smagorinsky, sem

lei de parede e amortecimento para viscosidade turbulenta, que foi implementado no código de simulação. Basicamente, teve-se como objetivo validar, para o caso de cilindros retangulares, a subrotina implementada, baseando-se nos resultados por ela gerados.

Os dois casos escolhidos para este teste consideram o escoamento ao redor de cilindros com $\phi = 4$ e 7 a um número de Reynolds igual a $Re = 5 \times 10^3$. Os resultados, na forma do número de Strouhal e da distribuição do coeficiente de pressão sobre as faces do cilindro, foram comparados com os resultados numéricos apresentados na seção 6.3.2, utilizando-se o modelo de Smagorinsky disponível no programa *FLUENT*.

A. Configuração Numérica

As configurações numéricas utilizadas nesta investigação, consideram cilindros com razões de forma 4 e 7, sendo iguais às apresentadas na Tabela 6-6. Neste caso, atribuiu-se, também, um valor de 0,1 para a constante de Smagorinsky. Para o cálculo do número de Strouhal, utilizou-se o mesmo procedimento descrito na seção 6.3.2.

B. Resultados

Os espectros de potência, para o caso em questão são apresentados na Figura 6-65, comparando-os com aqueles anteriormente registrado com o modelo do *FLUENT*. Como pode ser observado, os espectros de potência, obtidos com o modelo implementado, são bastante regulares, com a presença de um único pico dominante, mostrando-se absolutamente diferentes daqueles registrado com o modelo já disponível no código de simulação, os quais apresentam uma banda bem larga ao redor da frequência fundamental.

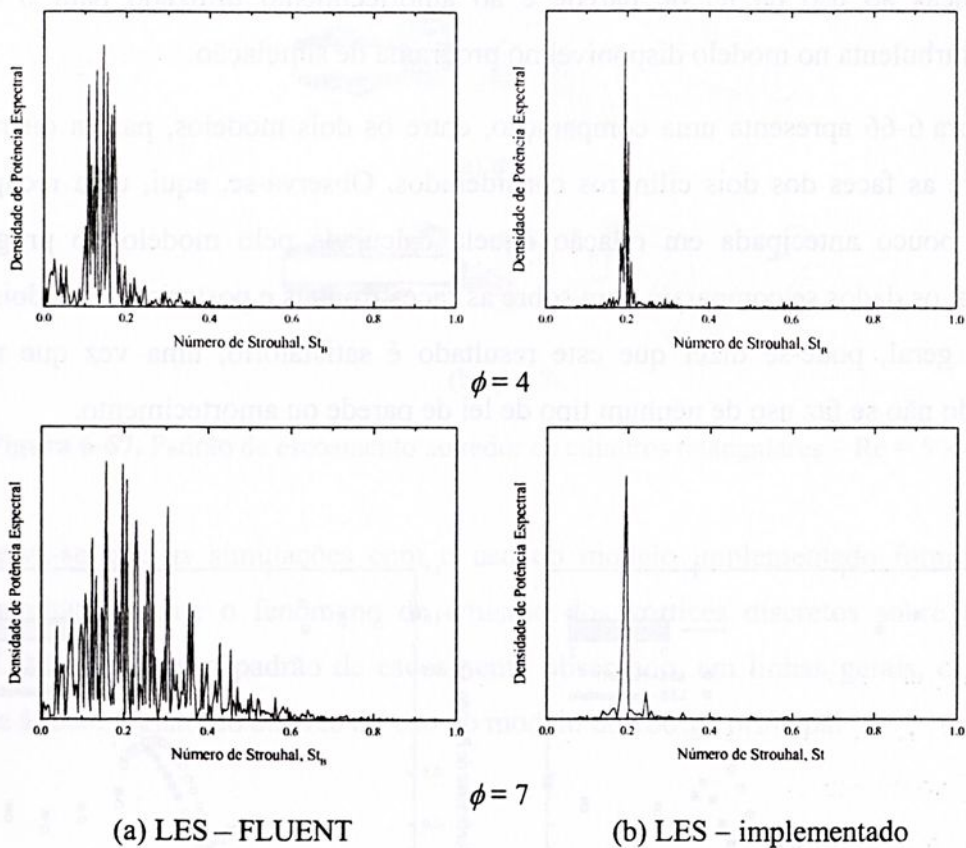


Figura 6-65. Comparação dos espectros de freqüência – $Re = 5 \times 10^3$.

A Tabela 6-8 apresenta os números de Strouhal, obtidos para os casos investigados, utilizando-se, para efeito de comparação, os resultados numéricos da Figura 6-40 e os resultados experimentais de Okajima (1991).

Tabela 6-8. Número de Strouhal ($\phi = 4$ e 7) – $Re = 5 \times 10^3$.

Casos		Strouhal
Presente trabalho	$\phi = 4$ – LES Fluent	0,5796
	$\phi = 7$ – LES Fluent	1,0986
	$\phi = 4$ – LES implementado	0,7786
	$\phi = 7$ – LES implementado	1,3674
Okajima (1991) – Experimental	$\phi = 4$	0,528
	$\phi = 7$	1,0828

Assim, como no caso das simulações para o cilindro quadrado, os resultados para o número de Strouhal, obtidos com o uso do modelo implementado, apresentam valores relativamente superiores àqueles registrados com o modelo do código computacional. Neste caso, atribuem-se

essas diferenças ao uso da lei de parede e ao amortecimento utilizado para o cálculo da viscosidade turbulenta no modelo disponível no programa de simulação.

A Figura 6-66 apresenta uma comparação, entre os dois modelos, para a distribuição de pressão sobre as faces dos dois cilindros considerados. Observa-se, aqui, uma recuperação de pressão um pouco antecipada em relação àquela calculada pelo modelo do programa. Em contrapartida, os dados se comparam bem sobre as faces frontais e posteriores dos dois cilindros. De maneira geral, pode-se dizer que este resultado é satisfatório, uma vez que no modelo implementado não se faz uso de nenhum tipo de lei de parede ou amortecimento.

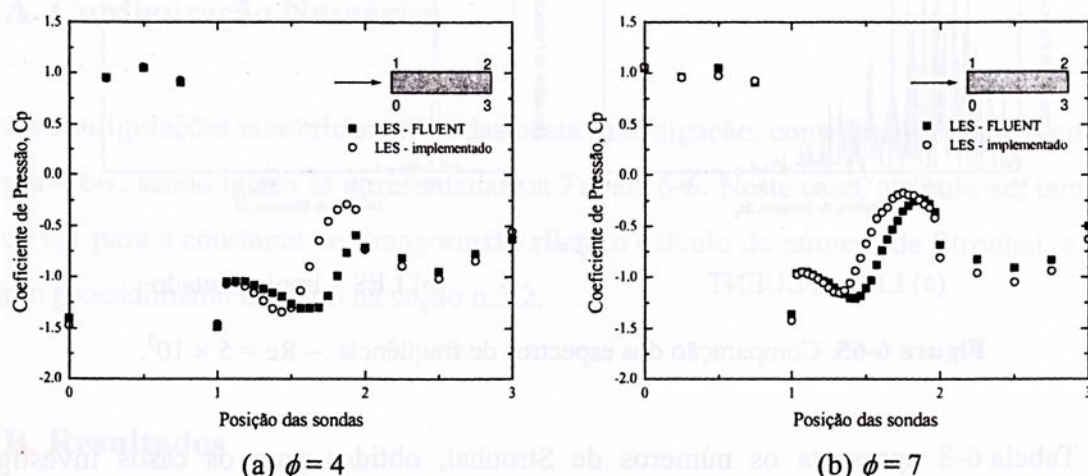


Figura 6-66. Distribuição do coeficiente de pressão ao redor dos cilindros retangulares – $Re = 5 \times 10^3$.

Para finalizar, a Figura 6-67 mostra as visualizações numéricas do padrão de escoamento ao redor dos cilindros com $\phi = 4$ e 7, através das linhas de isovorticidade, considerando-se tempos computacionais arbitrários.

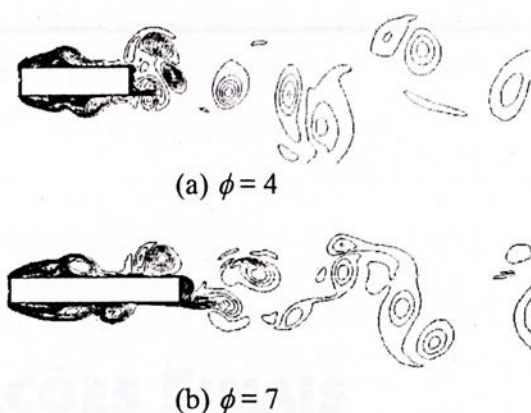


Figura 6-67. Padrão de escoamento ao redor de cilindros retangulares – $Re = 5 \times 10^3$.

Observa-se que as simulações com o uso do modelo implementado foram capazes de prever qualitativamente o fenômeno de emissão dos vórtices discretos sobre as faces dos obstáculos. Nitidamente, o padrão de escoamento observado, em linhas gerais, é praticamente semelhante àquele registrado através do uso do modelo do código principal.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, foi apresentada uma investigação numérica do escoamento turbulento ao redor de cilindros de base quadrada e retangular, posicionados perpendicularmente à ação de uma corrente livre, utilizando, como principal ferramenta, a metodologia de simulação de grandes escalas. Dentre os objetivos principais, destacam-se o estudo da influência da razão de forma na dinâmica deste tipo de escoamento e a análise das instabilidades presentes no seio fluido.

Antecedendo as simulações que geraram os principais resultados desta pesquisa, uma etapa de validação do programa computacional foi levada a termo. Mais precisamente, um estudo minucioso foi conduzido para definir o tamanho do domínio computacional a ser utilizado, refinamento da malha, o esquema de transporte convectivo, o valor da constante do modelo de Smagorinsky, entre outros. Em síntese, esta etapa foi extremamente importante para o conhecimento da ferramenta numérica aqui empregada, atribuindo confiabilidade aos resultados numéricos para os quais não foram possíveis comparações com dados experimentais.

Após a validação do programa de simulação, passou-se efetivamente ao estudo da dinâmica do escoamento ao redor dos cilindros de base quadrada e retangular, utilizando-se a metodologia proposta, tanto com o uso do modelo de Smagorinsky disponível no código principal, como o implementado via subrotina. Em ambos os casos, os resultados obtidos foram, sempre que possível, comparados com outros dados numéricos e experimentais disponíveis na literatura aberta.

Os resultados deste estudo levaram a algumas conclusões importantes sobre o tema, dentre as quais destacam-se:

- O cálculo do número de Strouhal para moderados e altos números de Reynolds mostrou-se sensível ao posicionamento de sondas numéricas a jusante do cilindro. Neste caso, a irregularidade da esteira, com o eventual emparelhamento de vórtices, é o principal fator responsável pela alteração no valor da frequência fundamental;
- A curva do número de Strouhal *versus* razão de forma para cilindros retangulares a $Re = 10^3$ é formada por patamares bastante definidos, assemelhando-se a uma escada com 4 degraus. Este efeito está intimamente relacionado à presença de instabilidades do tipo *Impinging Shear Layer* (ISLI), onde uma única camada cisalhante pode se tornar instável na presença de uma aresta no bordo de fuga do obstáculo. No presente estudo, a metodologia de simulação de grandes escalas foi capaz de prever com detalhes essa dinâmica particularmente ativa no seio fluido.
- Uma análise mais detalhada considerando-se cilindros com razões de forma críticas entre 5 e 6 e 8 e 9, permitiu, respectivamente, a identificação de dois e três vórtices discretos sobre as superfícies laterais dos cilindros.
- A análise dos espectros de potência para cilindros com razão de forma situados nos extremos dos degraus da curva Strouhal *versus* razão de forma mostrou a presença de dois picos predominantes. Nestes casos, a frequência fundamental passa a oscilar no extremo do degrau, ora situando-se no degrau superior ora caindo para o degrau inferior, assim como acontece na experimentação;
- Para regimes mais severos do escoamento ao redor de cilindros retangulares a presença das instabilidades na camada cisalhante ainda se fazem presentes e a dinâmica de geração de vórtices sobre as faces do cilindro e na esteira mostra-se bastante semelhante àquela identificada para moderados números de Reynolds;
- De maneira geral, o uso da simulação de grandes escalas e, em particular, do modelo de turbulência de Smagorinsky, mostrou-se bastante satisfatório e versátil para a análise deste tipo de escoamento fornecendo, em geral, resultados melhores do que aqueles obtidos por outros modelos de turbulência.

É interessante enfatizar, neste ponto, que, a complexidade do escoamento ao redor de um cilindro de base quadrada ou retangular e a gama de parâmetros numéricos que podem exercer influência significativa sobre os resultados finais, tornam o estudo numérico deste tipo de problema bastante abrangente e de difícil abordagem.

A principal dificuldade encontrada no desenvolvimento deste trabalho refere-se ao tempo de processamento das simulações, sobretudo para os casos com cilindros retangulares a número de Reynolds relativamente elevados. Essa condição, impõe o emprego de passos de tempo menores e o uso de malhas bastante refinadas sobre o comprimento do cilindro, exigindo um grande esforço computacional para a obtenção de um regime de escoamento estatisticamente estabelecido. Em específico, simulações ao redor de um cilindro com razão de forma igual a 10 a $Re = 5 \times 10^3$, exigiu cerca de 52 horas de processamento em uma máquina PC AMD-K7 700 MHz – 512Mb (0,88 Gflops).

Por fim, no decorrer desta pesquisa algumas sugestões foram sendo registradas para direcionar futuros trabalhos nesta área como extensão dos estudos aqui apresentados. Destacam-se entre elas:

- Investigar, em maiores detalhes, a existência de razões de forma críticas para cilindros retangulares, considerando-se diferentes regimes de escoamento e verificando, com maior precisão, onde ocorrem as mudanças de patamares na curva de Strouhal;
- Estudar a influência do ângulo de ataque para cilindros retangulares, uma vez que este tipo de escoamento tem grande interesse em aplicações práticas, como no caso de trocadores de calor compactos;
- Avaliar alguns parâmetros turbulentos de possível interesse, como a intensidade turbulenta na esteira e correlações para os sinais de velocidade registrados em posições distintas do domínio computacional;
- Estudar com maior profundidade os mecanismos de transferência de calor, com enfoque na obtenção de perfis de temperatura na esteira e sobre o obstáculo, além de parâmetros globais como o número de Nusselt;
- A fim de melhor aproveitar as capacidades de implementação computacional no programa de simulação, subrotinas poderiam ser inseridas para o cálculo de quantidades de interesse, ou mesmo para avaliar funções específicas, como por exemplo, leis de parede ou funções filtros para metodologia de simulação de grandes escalas.

Referências Bibliográficas

- Almeida, O., Lindquist, C., Vieira, E. D. R., Mansur, S. S., & Silveira-Neto, A., Numerical and experimental flow visualization of square cylinder wakes, CD-ROM *Anais do Congresso Nacional de Engenharia Mecânica*, Natal, Brasil, paper code IC9552, 2000a.
- Almeida, O., Mansur, S. S., & Silveira-Neto, A., Numerical study of influence domain size on computation of unsteady flow around a square cylinder at low-Reynolds number, CD-ROM *Anais VIII Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciências Térmicas*, Porto Alegre, Brasil, paper code S10P07, 2000b.
- Almeida, O., Lindquist, C., Mansur, S. S., & Silveira-Neto, A., Estudo numérico e experimental do escoamento ao redor de cilindros quadrados: influência da razão de bloqueio, CD-ROM *Anais VIII Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciências Térmicas*, Porto Alegre, Brasil, paper code S16P19, 2000c.
- Almeida, O., Mansur, S. S., & Silveira-Neto, A., Investigation of numerical parameters in computation of flow past around square cylinders, CD-ROM *Anais IX Congreso Chileno de Ingeniería Mecánica y IV Congreso Nacional de Energía*, Valparaíso, Chile, 2000d.
- Almeida, O., Mansur, S. S., & Silveira-Neto, A., Numerical analysis of the 2D turbulent vortex shedding flow around a square cylinder, *Anais da II Escola Brasileira de Primavera Transição e Turbulência*, Uberlândia, Brasil, p. 422-33, 2000e.
- Bearman, P. W. & Trueman, D. M., An investigation of the flow around rectangular cylinders, *Aeronautical Quarterly*, vol.23, p.229-37, 1972.
- Bouris, D. & Bergeles, G., 2D LES of vortex shedding from a square cylinder, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol.80, p.31-46, 1999.
- Braza, M., Chassaing, P. & Minh, H. Ha., Prediction of large-scale transition features in the wake of a circular cylinder, *Physics of Fluids*, vol.A, n°2, p.1461-471, 1990.
- Davis, R. W., Moore, E.F. & Purtell, L.P., A numerical-experimental study of confined flow around rectangular cylinders, *Physics of Fluids*, vol.27, n.1, p.46-59, 1984.

- Davis, R. W. & Moore, E.F., A numerical study of vortex shedding from rectangles, *Journal of Fluid Mechanics*, vol.116, p.475-506, 1982.
- Dejong, N. C., Zhang, L. W., Jacobi, A. E., Balachandar, S. & Tafti, D. K., A complementary experimental and numerical study of the flow and heat transfer in offset-strip-fin heat exchangers, *Transactions of the ASME*, vol.120, p.690-98, 1998.
- Durão, D. F. G., Heitor, M. V. & Pereira, J. C. F., Measurements of turbulent and periodic flows around a square cross-section cylinder, *Experiments in Fluids*, vol.6, p.298-304, 1988.
- Ferziger, J. H., Simulation of incompressible turbulent flows, *Journal of Computational Physics*, vol.69, p.1-48, 1987.
- Figliola, R. S. & Beasley, D. E., Theory and design for mechanical measurements, *John Wiley & Sons*, 2d, 1991.
- Fluent 5 User's Guide, *Fluent Incorporated*, vol. 1-4, 1998.
- Franke, R. & Rodi, W., Calculation of vortex shedding past a square cylinder with various turbulence models, in: *Proc. 8th Symp. on Turbulent Shear Flows*, p.189, 1991.
- Fromm, J.E. & Harlow, F.H., Numerical solution of the problem of vortex street development, *Physics of Fluids*, vol.6, n.7., p.975-82, 1963.
- Hammache, M. & Gharib, M., An experimental study of the parallel and oblique vortex shedding from circular cylinders, *Journal of Fluid Mechanics*, vol.232, p.567-90, 1991.
- Jones, N. B., & Watson, J. D. Mck., Digital signal processing: principles, devices and applications, *Peter Peregrinus Ltd*, Londres, 1990.
- Jones, W. P., & Launder, B. G., The prediction of laminarization with a two-equation model of turbulence, *Int. Journal Heat Mass Transfer*, vol.15, p.301, 1972.
- Joshi, H. M. & Webb, R. L., Heat transfer and friction in the offset strip-fin heat exchanger, *Journal of Heat Mass Transfer*, vol.30, p.69-84, 1987.
- Kondo, N. & Yamada, S., Third-order upwind finite element computation of the incompressible Navier-Stokes equations Part I. computation of flow around rectangular cylinders, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, vol.127, p.87-97, 1995a.

- Kondo, N. & Yamada, S., Third-order upwind finite element computation of the incompressible Navier-Stokes equations Part II. Aerodynamic characteristics of a rectangular cylinder with an angle of attack, *Comput. Methods Appl. Mech. Eng.*, vol.127, p.99-113, 1995b.
- Laneville, A., Turbulence and blockage effects on two dimensional rectangular cylinders, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, n°33, p.11-20, 1990.
- Launder, B. E., Reece, G. J. & Rodi, W., Progress in the development of a Reynolds-stress turbulence closure, *Journal of Fluid Mechanics*, vol.68(3), p.537-66, 1975.
- Lee, S., Unsteady aerodynamic force prediction on a square cylinder using k- ϵ turbulence models, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol.67/68, p.79-90, 1997.
- Leonard, B. P., A stable and accurate convective modelling procedure based on quadratic upstream interpolation, *Comp. Methods Applied Mech. Eng.*, vol.19, p.59-97, 1979.
- Lesieur, M. & Métais, O., New trends in large-eddy simulation of turbulence, *Ann. Ver. Fluid Mech.*, vol.28, p.45-82, 1996.
- Lesieur, M., La turbulence, *Presses Universitaires de Grenoble*, France, 1994.
- Li, Q, S., & Melbourne, W, H., The effect of large-scale turbulence on pressure fluctuations in separated and reattaching flows, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol.83, p.159-69, 1999.
- Lindquist, C., Estudo experimental do escoamento ao redor de cilindros de base quadrada e retangular, *dissertação de mestrado*, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira – UNESP, Ilha Solteira, Brasil, 188p, 2000a.
- Lindquist, C., Almeida, O., Mansur, S. S. & Silveira-Neto, A., Estudo numérico e experimental do escoamento ao redor de cilindros retangulares: influência da razão de forma, CD-ROM *Anais VIII Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciências Térmicas*, Porto Alegre, Brasil, paper code S16P20, 2000b.
- Lindquist, C., Mansur, S.S. & Vieira, E.D.R., Visualização experimental do escoamento em torno de cilindros retangulares para aplicação em trocadores de calor compactos, *Anais do VII Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciências Térmicas*, Vol.1, Rio de Janeiro, Brasil, p.557-61, 1998a.



- Lyn, D. A., Einav, S., Rodi, W. & Park, J. H., A laser-doppler velocimetry study of ensemble-averaged characteristics of the turbulent near wake of a square cylinder, *Journal of Fluid Mechanics*, vol.304, p.285-319, 1995.
- Maliska, C. R., Transferência de calor e mecânica dos fluidos computacional - fundamentos e coordenadas generalizadas, Livros Técnicos e Científicos Editora S. A., Rio de Janeiro, 1995.
- Mansur, S.S., Vieira, E.D.R., Saito, M. & Esperança, G.A.S., Visualização experimental do escoamento ao redor de cilindros de base quadrada posicionados transversalmente ao fluxo livre, in: *Anais do III ENCIT'96/LATCYM'96*, vol.1, p.1103-108, Florianópolis, 1996.
- Marchi, C. H., Esquemas de alta ordem para a solução de escoamentos de fluidos sem dispersão numérica, *Revista Brasileira de Ciências Mecânicas*, vol.XV, nº3, p.231-249, 1993.
- Mullisen, R. S., & Loehrke, R. I., A study of the flow mechanisms responsible for heat transfer enhancement in interrupted-plate heat exchangers, *Journal of Heat Transfer*, vol.108, p.377, 1986.
- Murakami, S. & Mochida, A., On turbulent vortex shedding flow past 2D square cylinder predicted by CFD, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol.54/55, p.191-211, 1995.
- Murakami, S., Rodi, W., Mochida, A. & Sakamoto, S., Large eddy simulation of turbulent vortex shedding flow past 2D square cylinders, in: *Proc. Symp. on Engineering Applications of Large Eddy Simulations*, ASME, p.113, 1993.
- Nakamura, Y., Ohya, Y., Ozono, S. & Nakayama, R., Experimental and numerical analysis of vortex shedding from elongated rectangular cylinders at low Reynolds numbers $200-10^3$, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol.65, p.301-08, 1996.
- Nakamura, Y., Ohya, Y. & Tsuruta, H., Experiments on vortex shedding from flat plates with square leading and trailing edges, *Journal of Fluid Mechanics*, Vol.222, p.437-47, 1991.
- Norberg, C., Flow around rectangular cylinders: pressure forces and wake frequencies, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol.49, p.187-96, 1993.



- Ohya, Y., Nakamura, Y., Ozono, S., Tsuruta, H. & Nakayama, R., A Numerical study of vortex shedding from flat plates with square leading and trailing edges, *Journal of Fluid Mechanics*, vol.236, p.445-60, 1992.
- Okajima A., Ueno H. & Sakay H., Numerical simulation of laminar and turbulent flows around rectangular cylinders, *Internationl Journal for Numerical Methods in Fluids*, vol.15, p.999-1012, 1992.
- Okajima, A., Change of flow about an elongated rectangular cylinder in a range of Reynolds numbers of 200 to 0.7×10^4 , *Forum on Turbulent Flows ASME*, vol.112, p.107-13, 1991.
- Okajima, A., Numerical simulation of flow around rectangular cylinders, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol.33, p.171-80, 1990.
- Okajima, A., Strouhal numbers of rectangular cylinders, *Journal of Fluid Mechanics*, vol.123, p.379-98, 1982.
- Ota, T., Asano, Y. & Okawa, J., Reattachment length and transition of the separated flow over blunt flat plates, *Bulletin of the JSME*, vol.24, p.941-47, 1981.
- Patankar S.V., Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Ed. Hemisphere, 1980.
- Patankar, S. V. & Prakash, C, An analysis of the effect of plate thickness on laminar flow and heat transfer in interrupted-plate passages, *Int. Journal Heat Mass Transfer*, vol.24, p.1801-810, 1981.
- Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T. & Flannery, B. P., Numerical recipes in fortran 77 - The art of scientific computing, *Cambridge University Press*, 2d, 1992.
- Rodi, W., Large eddy simulations of the flow past bluff bodies: state-of-the-art, *JSME International Journal*, vol.41, n°2, p.361-74, 1998.
- Rodi, W., On the simulation of turbulent flow past bluff bodies, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol.46/47, p.3-19, 1993.
- Sakamoto, S., Murakami, S. & Mochida, A., Numerical study on flow past 2D square cylinder by large eddy simulation: comparison between 2D and 3D computations, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol.50, p.61-8, 1993.



- Silveira-Neto, A., 1991, Simulation numérique des grandes échelles d'un écoulement turbulent décollé en aval d'une marche, *Tese de Doutorado* – INPG – França.
- Silveira-Neto, A., Grand, D., Métais, O. & Lesieur, M., A numerical investigation of the coherent structures of turbulence behind a backward-facing step, *Int. Journal of Fluid Mech.*, vol.256, p.1-25, 1993.
- Shih, T. H., Liou, W. W, Shabbir A., & Zhu, J., A new k- ϵ eddy-viscosity model for high Reynolds number turbulent flows - model development and validation, *Computers Fluids*, 24(3), p.227-38, 1995.
- Sohankar, A. E., Numerical study of laminar transitional and turbulent flow past rectangular cylinders, *Tese de Doutorado* – Gothenburg, 1998.
- Sohankar, A., Davidson, L., & Norberg, C., Numerical simulation of unsteady flow around a square two-dimensional cylinder, *Proceedings: 12th Australasian Fluid Mechanics Conference*, p.517-520, 1995.
- Sohankar, A., Norberg, C. & Davidson, L., Numerical simulation of unsteady low-Reynolds number flow around rectangular cylinders at incidence, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, Vol.69-71, p.189-201, 1997.
- Sparrow, E. M. & Liu, C. H., Heat transfer, pressure-drop, and performance relationships for in-line, staggered, and continuous plate heat exchangers, *Int. Journal Heat Mass Transfer*, vol.22, p.1613-625, 1979.
- Springler, M. E. & Thole, K. A., Entry region of louvered fin heat exchangers, *Experimental Thermal and Fluid Sciences*, vol.19, p.223-32, 1999.
- Suzuki, K., Hirai, E. & Miyake, T., Numerical and experimental studies on a two-dimensional model of an offset-strip-fin type compact heat exchanger used at low Reynolds number, *Int. Journal Heat Mass Transfer*, vol.28, n°4, p.813-36, 1985.
- Tan, B. T., Thompson, M. C. & Hourigan, K., Simulated flow around long rectangular plates under cross flow perturbations, *International Journal of Fluid Dynamics*, vol.2, 1998.

- Taylor, I., & Vezza, M., Prediction of unsteady flow around square and rectangular section cylinders using a discrete vortex method, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol.82, p.247-69, 1999.
- Tennekes, H., & Lumley, J. L., A first course in turbulence, *MIT Press*, 1972.
- Tochon, P., Simulations Numeriques Directes d'écoulements dans des Echangeurs avec le Logiciel de Thermohydraulique Trio-VF, *Mémoire de D.E.A*, Ecole Doctorale en Sciences d'Ingénieur de Grenoble - INPG, 1993.
- Tritton, D. J., Experiments on the flow past a circular cylinder at low Reynolds numbers, *Journal of Fluid Mechanics*, vol.6, p.547-67, 1959.
- Tsuboi, K., Tamura, T. & Kuwahara, K., Numerical study for vortex-induced vibration of a circular cylinder in high reynolds number flow, *AIAA*, paper n°89-0294, Reno, Nv, 1989.
- Yakhot, V. & Orszag, S. A., Renormalization group analysis of turbulence: I. Basic theory, *Journal of Scientific Computing*, 1(1), p.1-51, 1986.
- Yu, D. & Kareem, A., Numerical simulation of flow around rectangular prism, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol.67/68, p.195-208, 1997.
- Yu, D. & Kareem, A., Parametric study of flow around rectangular prisms using LES, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol.77/78, p.653-62, 1998.
- Zdravkovich, M. M., 1997, Flow around circular cylinders, *Oxford University Press*, volume 1.
- Zhang, L. W., Balachandar, S. & Tafti, D. K., Effect of three-dimensionality on predicting flow and heat transfer in parallel-plate fin heat exchangers, *Num. Heat Transfer*, part A, vol.31, p.327-53, 1997a.
- Zhang, L. W., Tafti, D. K., Balachandar, S. & Najjar, F. M., Computation of flow and heat transfer in parallel-plate fin heat exchangers on the CM-5: effects of flow unsteadiness and three dimensionality, *Int. Journal Heat and Mass Transfer*, vol.40, n°6, p.1325-1341, 1997b.



DESCRIÇÃO DO MÉTODO NUMÉRICO

A.1 INTRODUÇÃO

De maneira geral, o escoamento com transferência de calor ao redor de cilindros de base quadrada ou retangular pode ser bem representado pelas equações de conservação – da massa ou continuidade, da quantidade de movimento ou Equações de Navier-Stokes e pela equação da energia. Estas equações escritas em sua forma conservativa, para um sistema de coordenadas cartesianas bidimensionais e sob a hipótese de fluido viscoso e escoamento incompressível, são:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = S_m \quad (\text{A-1})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \rho g_i + F_i \quad (\text{A-2})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (T) + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j T) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\alpha \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) \quad (\text{A-3})$$

sendo, respectivamente, S_m o termo fonte da equação da conservação da massa, p a pressão estática, ρg_i e F_i as forças gravitacionais e de corpo, τ_{ij} o tensor das tensões definido da seguinte forma:

$$\tau_{ij} = \left[\mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial u_l}{\partial x_l} \delta_{ij} \quad (\text{A-4})$$

e, ainda, α o coeficiente de difusão térmica, definido por $k/(\rho c_p)$, sendo k a condutividade térmica do fluido, ρ a densidade específica e c_p o calor específico.

Este conjunto de equações, quando resolvido de maneira direta, constitui um sistema determinado, com o mesmo número de incógnitas e equações. No entanto, devido à forte não-linearidade dos termos convectivos presentes na Equação (A-2), faz-se necessário o emprego de técnicas e modelagens numéricas para a obtenção das variáveis que representam a dinâmica do escoamento.

Neste estudo, esse sistema de equações é resolvido com o emprego do código computacional *FLUENT*, na sua versão 5.0. O programa *FLUENT* usa uma técnica baseada em volumes de controle para converter as equações governantes em equações algébricas, as quais podem ser resolvidas numericamente através de um método adequado de solução. Esta técnica, mais classicamente chamada de volumes finitos (Patankar, 1980), consiste em integrar as equações governantes sobre cada volume de controle, resultando em equações discretas que conservam cada quantidade transportada em um volume de controle elementar.

A.2 EQUAÇÕES DA SIMULAÇÃO DE GRANDES ESCALAS

As equações governantes empregadas na simulação de grandes escalas (*LES*) são obtidas através de um processo de filtragem. Este processo de filtragem, efetivamente separa as maiores escalas, cuja dimensão excede o tamanho característico da malha utilizada na discretização espacial das menores escalas. As menores escalas, por sua vez, são numericamente modeladas através do uso de uma formulação, dita sub-malha, que garante o efeito de dissipação do espectro de energia.

Desta forma, sob a hipótese de um escoamento incompressível e realizando o processo de filtragem, pode-se escrever as equações governantes da seguinte maneira:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \bar{u}_i) = 0 \quad (\text{A-5})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \bar{u}_i \bar{u}_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} - \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (\text{A-6})$$

sendo τ_{ij} denominado tensor sub-malha definido por:

$$\tau_{ij} \equiv \overline{\rho u_i u_j} - \rho \bar{u}_i \bar{u}_j \quad (\text{A-7})$$

Obviamente, as tensões sub-malhas resultantes do processo de filtragem são incógnitas adicionais e, conseqüentemente, necessitam de modelagem. A maioria dos modelos sub-malhas em uso, atualmente, são baseados no conceito da viscosidade turbulenta sub-malha através da hipótese de Boussinesq, seguindo a expressão:

$$\tau_{ij} - \frac{1}{3} \tau_{kk} \delta_{ij} = -2 \mu_t \bar{S}_{ij} \quad (\text{A-8})$$

sendo μ_t a viscosidade turbulenta sub-malha e $\bar{S}_{ij}$ o tensor taxa de deformação, definido da seguinte forma:

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (\text{A-9})$$



Neste estudo, para o cálculo da viscosidade turbulenta sub-malha, utilizou-se o modelo de Smagorinsky, no qual esse parâmetro é modelado segundo a expressão:

$$\mu_t = \rho L_s^2 |\overline{S}| \tag{A-10}$$

sendo L_s o comprimento de mistura para as escalas sub-malha e $|\overline{S}| \equiv \sqrt{(2\overline{S}_{ij}\overline{S}_{ij})}$. Neste caso, o comprimento de mistura é calculado da seguinte maneira:

$$L_s = \min(kd, C_s V^{1/3}) \tag{A-11}$$

onde $k = 0,42$ é denominada a constate de von Kármán, d é a distância à primeira linha de malha, com condição de contorno de não-deslizamento, e V é o volume da malha computacional utilizada. O parâmetro C_s é a constante de Smagorinsky que recebe o valor de aproximadamente 0,2, determinado analiticamente por Lilly em 1967.

A.3 DISCRETIZAÇÃO NO TEMPO

A discretização temporal, para representar os termos transientes, envolve a integração de todos os termos das equações diferenciais sobre um passo de tempo Δt .

Uma expressão genérica para a evolução temporal de uma variável arbitrária ϕ é dada por:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = F(\phi) \tag{A-12}$$

onde a função F incorpora qualquer discretização espacial.

Neste caso, duas formulações foram empregadas na discretização temporal dos termos transientes. Na primeira delas, a solução é avançada no tempo através do uso de uma formulação totalmente implícita, conhecida como esquema de Euler, como descrito na Equação (A-13).

$$\phi^{n+1} = \phi^n + \Delta t \cdot F(\phi^{n+1}) \quad (\text{A-13})$$

sendo:

ϕ = quantidade escalar

$n+1$ = instante seguinte de tempo, $t + \Delta t$

n = instante atual de tempo, t

Desta forma, a aproximação para uma derivada temporal de uma variável qualquer fica definida como segue:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} \cong \frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\Delta t} \quad (\text{A-14})$$

Um esquema totalmente implícito, como o utilizado, tem a vantagem de ser incondicionalmente estável com relação ao tamanho do passo de tempo utilizado para avançar a solução, no entanto garante uma precisão temporal de primeira ordem.

Para elevar a ordem de precisão foi utilizado uma discretização temporal de segunda ordem como descrito na equação (A-15):

$$\frac{3\phi^{n+1} - 4\phi^n + \phi^{n-1}}{2\Delta t} = F(\phi) \quad (\text{A-15})$$

Este esquema tem a vantagem de resultar em boa precisão, no entanto pode se tornar instável com a presença de oscilações no campo de escoamento se o passo de tempo não for pequeno o suficiente.

A.4 DISCRETIZAÇÃO NO ESPAÇO

A discretização das equações governantes pode ser ilustrada mais facilmente considerando a equação de conservação para o transporte de uma quantidade escalar ϕ , para o caso permanente. Este procedimento é demonstrado através da Equação (A-16), escrita na forma integral para um volume de controle arbitrário V , como segue:

$$\oint \rho \phi \mathbf{v} \cdot d\mathbf{A} = \oint \Gamma_{\phi} \nabla \phi \cdot d\mathbf{A} + \int_{\phi} S_{\phi} dV \quad (\text{A-16})$$

sendo:

ρ = densidade

$\mathbf{v}$ = vetor velocidade ($= u \mathbf{i} + v \mathbf{j}$ no caso 2D)

$\mathbf{A}$ = vetor perpendicular à área

Γ_{ϕ} = coeficiente de difusão do escalar ϕ

$\nabla \phi$ = gradiente de ϕ ($= \partial \phi / \partial x \mathbf{i} + \partial \phi / \partial y \mathbf{j}$ no caso 2D)

S_{ϕ} = termo fonte de ϕ por unidade de volume

A Equação (A-16) é aplicada para cada volume de controle do domínio computacional. Uma malha bidimensional regular é apresentada na Figura 3 como exemplo de um volume de controle.



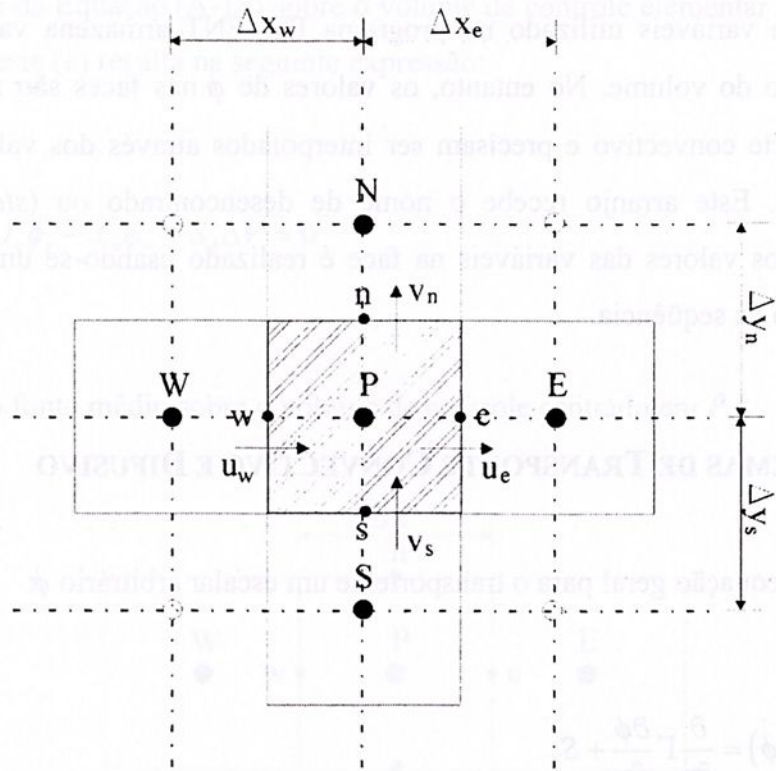


Figura A-1. Volume de controle utilizado na discretização da equação de transporte de um escalar ϕ .

A discretização da Equação (A-16) em um dado volume resulta em:

$$\sum_f^{N_{\text{faces}}} v_f \phi_f A_f = \sum_f^{N_{\text{faces}}} \Gamma_\phi (\nabla \phi)_n A_f + S_\phi V \tag{A-17}$$

sendo:

N_{faces} = número de faces da célula

ϕ_f = valor de ϕ convectado através da face f

v_f = fluxo de massa através da face

A_f = área da face f , $|A| (= |A_x i + A_y j|$ no caso 2D)

$(\nabla \phi)_n$ = módulo de $\nabla \phi$ normal a face f

V = Volume da célula

O arranjo de variáveis utilizado no programa FLUENT armazena valores discretos do escalar ϕ no centro do volume. No entanto, os valores de ϕ nas faces são requeridos para os termos de transporte convectivo e precisam ser interpolados através dos valores residentes no centro do volume. Este arranjo recebe o nome de desencontrado ou (*staggered grids*). A interpolação para os valores das variáveis na face é realizado usando-se um esquema do tipo UPWIND, descrito na sequência.

A.5 ESQUEMAS DE TRANSPORTE CONVECTIVO E DIFUSIVO

Considere a equação geral para o transporte de um escalar arbitrário ϕ :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u \phi) = \frac{\partial}{\partial x} \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} + S_{\phi} \quad (\text{A-18})$$

sendo ρ a densidade, u a velocidade, Γ o coeficiente de difusão e S_{ϕ} o termo fonte por unidade de volume de ϕ . A variável ϕ pode representar as velocidades, u , v e w , além de outro escalar qualquer como, por exemplo, a temperatura ou concentração.

A Equação (A-18) descreve o balanço entre os fluxos convectivos e difusivos da propriedade ϕ , enquanto S_{ϕ} representa os mecanismos de geração ou de destruição da grandeza transportada. Em se considerando a equação de Navier-Stokes, pode-se incluir o gradiente de pressão neste termo fonte. Com este procedimento o fluxo convectivo-difusivo combinado de ϕ , na direção x , é dado pela seguinte equação, de acordo com Patankar 1980:

$$J_x = \rho u \phi - \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (\text{A-19})$$

A Figura A-2 ilustra um volume de controle unidimensional, onde se identifica os pontos nodais relativos ao centro do volume (P , W e E) e os situados na face (w e e), do volume de controle central.



A integração da Equação (A-18) sobre o volume de controle elementar P , delimitado pelas faces oeste (w) e leste (e) resulta na seguinte expressão:

$$\frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\Delta t} + J_e \phi_e - J_w \phi_w + S_\phi \Delta V = 0 \quad (\text{A-20})$$

onde S_ϕ é o termo fonte médio sobre o volume de controle centrado em P .

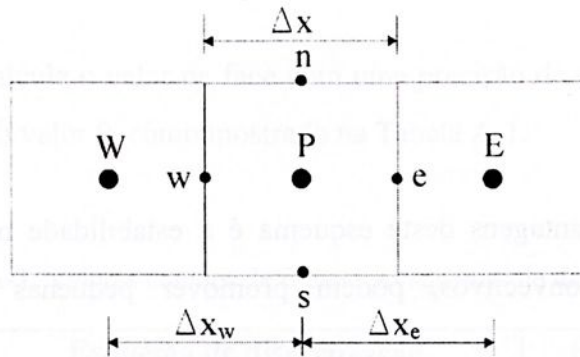


Figura A-2. Volume de controle unidimensional relativo aos nós W , P e E .

É interessante ressaltar que, na integração da Equação (A-18), considera-se as variáveis primitivas constantes ao longo do tempo e do espaço. Além disso, vale a pena notar que no esquema totalmente implícito, todas as incógnitas ϕ e suas derivadas são avaliadas no nível de tempo $t + \Delta t$, exceto o termo ϕ^n que é considerado conhecido e avaliado no nível de tempo t .

Generalizando, pode-se escrever o fluxo sobre a face e da seguinte maneira:

$$J_e = \rho u_e \phi_e - \Gamma \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e \quad (\text{A-21})$$

o que implica na necessidade do uso de uma função de interpolação para calcular o valor da propriedade transportada ϕ_e e de sua derivada sobre a face do volume de controle. Na seção seguinte, será apresentada as funções de interpolação utilizadas no contexto deste trabalho.

A.5.1 Esquema de diferenças centradas – Fluxo Difusivo

O esquema de diferenças centradas constitui-se em uma dos mais simples esquemas de interpolação, freqüentemente utilizados para representar os fluxos difusivos das equações de transporte. Neste caso, admite-se um perfil linear para a variável ϕ entre os volumes de controle P e E , ilustrados na Figura (A-3).

Desta forma, a derivada espacial da variável transportada é descrita como segue:

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e = \frac{\phi_E - \phi_P}{\Delta x} \quad (\text{A-22})$$

Uma das grandes vantagens deste esquema é a estabilidade numérica, embora quando aplicadas aos termos convectivos, podem promover pequenas oscilações (*wiggles*) – Maliska (1995).

A.5.2 Esquema QUICK – Fluxo Convectivo

O esquema QUICK (*Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics*) consiste, basicamente, na utilização de um polinômio quadrático para obter o valor da variável ϕ nas faces dos volumes de controle. Para tanto, dois volumes à montante e um à jusante da face em consideração são empregados – Leonard (1979).

Para uma malha genérica, regular ou irregular, ilustrada na Figura A-3, o valor na face pode ser escrito em termos dos valores vizinhos como:

$$\phi_e = \theta \left[\frac{\Delta x_D}{\Delta x_C + \Delta x_D} \phi_P + \frac{\Delta x_C}{\Delta x_C + \Delta x_D} \phi_E \right] + (1 - \theta) \left[\frac{\Delta x_U + 2\Delta x_C}{\Delta x_U + \Delta x_C} \phi_P - \frac{\Delta x_C}{\Delta x_U + \Delta x_C} \phi_W \right] \quad (\text{A-23})$$



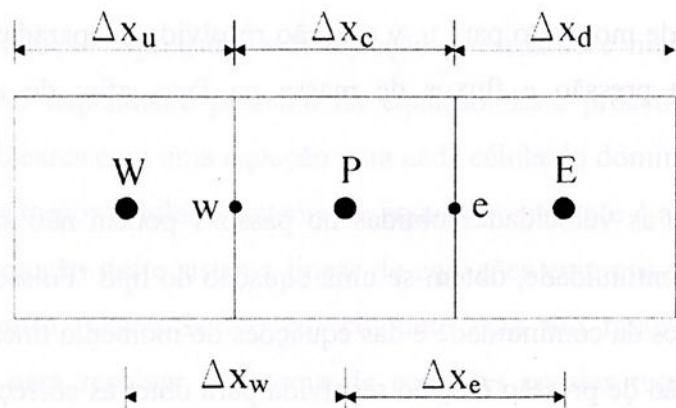


Figura A-3. Volume de Controle unidimensional.

A Equação A-23 calcula o valor na face com uma precisão de segunda ou terceira ordem, dependendo da escolha do valor θ , como mostrado na Tabela A-1.

Tabela A-1. Valores comuns de θ para os esquemas de discretização.

Esquema de discretização	θ
Segunda ordem – Diferença Central	1
Segunda ordem – UPWIND	0
QUICK	1/8

A.6 SOLUÇÃO DO SISTEMA LINEAR

O método de solução segregada consiste na utilização de um algoritmo que resolve sequencialmente as equações governantes (ou seja, de forma segregada uma das outras). Devido a não-linearidade e ao forte acoplamento entre as variáveis destas equações, o processo iterativo requer várias iterações até a obtenção da solução convergida. Cada iteração consiste basicamente dos passos ilustrados na Figura A-4, e resumidos na sequência abaixo:

1. As propriedades do fluido são atualizadas, baseando-se na solução corrente (se o cálculo já foi inicializado, as propriedades do fluido serão atualizadas baseadas na solução inicial).

- 2. As equações de momento para u , v e w são resolvidas, separadamente, usando valores atuais para a pressão e fluxos de massa na face, afim de atualizar o campo de velocidade.
- 3. Uma vez que as velocidades obtidas no passo 1 podem não satisfazer localmente a equação da continuidade, obtém-se uma equação do tipo "Poisson" para a correção de pressão através da continuidade e das equações do momento linearizadas. Esta equação para a correção de pressão é então resolvida para obter as correções necessárias para o campo de pressão, de velocidades e os fluxos de massa na face, de maneira tal que a equação da continuidade passe a ser satisfeita.
- 4. Nesta etapa, outras equações de transporte para escalares tais como a turbulência, energia, espécies químicas e radiação são resolvidas usando os valores previamente atualizados das outras variáveis.
- 5. Quando existe acoplamento entre fases (para modelagem de fase discreta), os termos fontes nas equações para a fase contínua devem ser atualizados levando-se em conta o cálculo da trajetória da fase discreta.
- 6. É feito a verificação da convergência para o conjunto de equações.

Estes passos são prosseguidos até que o critério de convergência seja atingido.

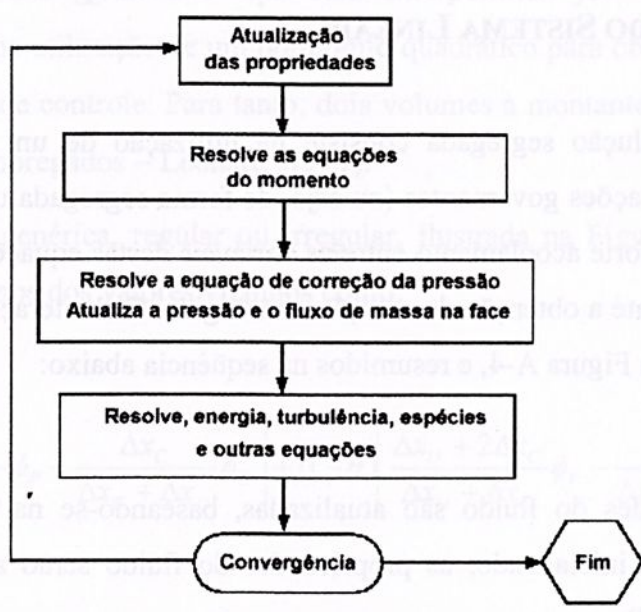


Figura A-4. Fluxograma representativo do Método de Solução Segregada.

No método de solução segregada cada equação governante é linearizada implicitamente com relação a variável dependente presente na equação. Este procedimento resulta em um sistema de equações lineares com uma equação para cada célula do domínio. Devido a existência de somente uma equação por célula, o sistema de equação resultante é algumas vezes chamado de "escalar". Para a solução deste sistema linear de equações emprega-se um método iterativo implícito **ponto a ponto** (Gauss-Seidel) em conjunto com um método algébrico multigrid (AMG) que é usado para resolver o sistema de equações escalar resultante para a variável dependente em cada célula. Por exemplo, a equação da quantidade de movimento na direção x é linearizada para produzir um sistema de equações na qual a velocidade u é a incógnita. Soluções simultâneas deste sistema de equações (usando o método algébrico multigrid – AMG) resulta em um campo de velocidade para a variável u .

Em resumo, o método segregado resolve para um único campo variável (por exemplo, p) considerando todas as células no mesmo nível de tempo. Resolve então para o próximo campo variável considerando novamente todas as células no mesmo nível de tempo e assim sucessivamente. Devido a isto, não há nenhuma opção explícita para o método de solução segregado.

A.7 ACOPLAMENTO PRESSÃO – VELOCIDADE

As equações da continuidade e da quantidade de movimento, em três dimensões, fornecem quatro equações para a solução das quatro incógnitas: u , v , w e p . Soluções simultâneas para este conjunto de equações (linearizadas) fornecem uma solução na qual todas as quatro incógnitas satisfazem cada uma das equações (linearizadas) de massa e momento. Devido esta abordagem ser computacionalmente intensiva, busca-se um método alternativo para a solução dessas equações de modo sequencial. Neste processo de solução, faz-se necessária uma equação de correção da pressão, a qual não é obtida explicitamente via os balanços de massa ou momento. Neste contexto, a família de algoritmos SIMPLE se baseia no uso de uma relação entre velocidade e correções de pressão, a fim de reconstruir a equação da continuidade em termos do cálculo de correção para a pressão.



A.7.1 O algoritmo SIMPLE

O algoritmo SIMPLE inicia-se com a substituição de um campo de pressão estimado, p^* , nas equações do momento linearizadas, a qual pode ser então resolvida para obter um campo de velocidade estimado, u^* :

$$A_p u_p^* = \sum_{NB} A_{NB} u_{NB}^* + (p_w^* - p_e^*)A + S \quad (\text{A-24})$$

A Equação do momento é então resolvida para o campo de velocidade "estimado".

Os campos de velocidade e pressão reais são relacionados com os valores estimados u_p^* e p_e^* , e:

$$\begin{aligned} u_p &= u_p^* + u_p' \\ p_e &= p_e^* + p_e' \end{aligned} \quad (\text{A-25 a e b})$$

onde u_p' e p_e' são as correções para a velocidade e pressão, respectivamente.

A substituição das Equações A-25(a e b) na equação do momento, seguida pela subtração de (A-24), resulta em um balanço de momento em termos da correção de velocidade e pressão:

$$A_p u_p' = \sum_{NB} A_{NB} u_{NB}' + (p_w' - p_e')A + S \quad (\text{A-26})$$

A Equação A-26 é então usada para relacionar as correções de pressão e velocidade como:

$$u_p' = \frac{1}{A_p} (p_w' - p_e')A \quad (\text{A-27})$$

onde o termo contendo as influências vizinhas $(\sum_{NB} A_{NB} u'_{NB})$ é simplesmente desprezado por conveniência (e será zero na convergência desde que envolva somente correções de velocidade nos pontos vizinhos).

Equações similares a Equação (A-27) são utilizadas para lançar a equação da continuidade em termos de uma equação para a correção da pressão.

O balanço de massa,

$$(\rho u A)_e - (\rho u A)_w = 0 \quad (\text{A-28})$$

é primeiro escrito em termos da velocidade $u^* + u'$:

$$(\rho A u^*)_e - (\rho A u^*)_w + (\rho A)_e \frac{1}{(A_p)_e} (p'_p - p'_E) - (\rho A)_w \left(\frac{1}{A_p} \right)_w (p'_w - p'_p) = 0 \quad (\text{A-29})$$

A equação acima pode agora ser resolvida através de uma correção para o campo de pressão a qual é então usada para calcular a correção de velocidade via a Equação A-27. Finalmente, a velocidade e pressão são atualizadas pelas equações (A-25 a e b).

A.7.2 O algoritmo SIMPLEC

O algoritmo SIMPLEC é uma variante do algoritmo SIMPLE padrão, descrito acima. A derivação do SIMPLEC é a mesma do SIMPLE descrita pelas equações (A-24) e (A-25).

Neste caso, a Equação (A-25) é usada para relacionar a correção de velocidade e pressão, após a subtração de um novo termo, $\sum_{NB} A_{NB} u'_p$, de ambos os lados da equação:

$$\left(A_p - \sum_{NB} A_{NB} \right) u'_p = \sum_{NB} A_{NB} (u'_{NB} - u'_p) + (p'_w - p'_e) A \quad (\text{A-30})$$



Em seguida, o termo envolvendo a diferença $(u'_{NB} - u'_p)$ é desprezado, sob o argumento de que este termo é muito pequeno e que se anulará na convergência quando as correções são zero. A relação resultante entre a correção de pressão e velocidade torna-se:

$$u'_p = \frac{1}{A_p - \sum_{NB} A_{NB}} (p'_w - p'_e) A \quad (\text{A-31})$$

A equação acima pode ser comparada com a relação de correção no algoritmo SIMPLE (Equação A-27) notando que aqui o termo vizinho o qual é desprezado envolve um termo de diferenças $(\sum_{NB} A_{NB} (u'_{NB} - u'_p))$ o qual é pequeno comparado com o termo vizinho $\sum_{NB} A_{NB} u'_{NB}$ desprezado no SIMPLE.

Equações similares a Equação A-31 são usadas para montar a equação da continuidade em termos de uma equação para a correção da pressão.

A equação do balanço de massa (na forma unidimensional) é primeiro escrita em termos da velocidade $u^* + u'$:

$$(\rho A)_e (u^* + u')_e - (\rho A)_w (u^* + u')_w = 0 \quad (\text{A-32})$$

Usando equações similares a Equação A-31, esta equação da continuidade pode ser reconstruída em termos da correção da pressão como:

$$(\rho A u^*)_e - (\rho A u^*)_w + (\rho A)_e \frac{1}{(A_p - \sum_{NB} A_{NB})_e} (p'_p - p'_e) - (\rho A)_w \frac{1}{(A_p - \sum_{NB} A_{NB})_w} (p'_w - p'_p) \quad (\text{A-33})$$

A Equação A-33 pode agora ser resolvida através de uma correção do campo de pressão, a qual é então usada para calcular a equação da correção da velocidade Equação A-31. Finalmente, usando as Equações (A-25 a e b), as correções para a velocidade e pressão, desta forma obtidas, são usadas para atualizar os campos de velocidade e pressão.

SIMULAÇÃO NUMÉRICA DE ESCOAMENTOS TURBULENTOS

B.1 INTRODUÇÃO

Desde o pioneiro trabalho de Osborne Reynolds em 1883 a turbulência nos fluidos tem sido um dos assuntos mais investigados no século XX. De fato, diferentes abordagens ao longo dos anos foram empregadas no estudo de escoamentos turbulentos. Com o advento de computadores cada vez mais rápidos e na impossibilidade de se resolver analiticamente as não linearidades presentes nas Equações de Navier-Stokes, as metodologias numéricas têm contribuído, sobremaneira, nas últimas décadas, na representação e identificação dos fenômenos presentes em diferentes tipos de escoamentos turbulentos.

Na literatura recente identificam-se pelo menos três tipos diferentes de simulação de escoamentos turbulentos, a saber:

Simulação Numérica Direta (DNS): A rigor, consiste na solução numérica das equações transientes de Navier-Stokes – cuja dedução baseia-se, fundamentalmente, na hipótese do contínuo – sem o emprego de modelos de turbulência. Este tipo de simulação pressupõe que todas as escalas turbulentas sejam resolvidas diretamente, exigindo a utilização de malhas suficientemente refinadas para que mesmo as menores estruturas presentes no escoamento possam ser convenientemente representadas. Evidentemente, esta exigência torna o método demasiadamente penalizante em termos de espaço de memória e tempo de *CPU* necessários, limitando sua aplicação a problemas com números de Reynolds moderados.

No entanto, o aumento contínuo da capacidade dos computadores tem permitido a utilização crescente deste método, cujos resultados servem como padrão de referência para a validação de modelos numéricos e, até mesmo, de alguns tipos de dados experimentais. No que se refere ao escoamento em torno de corpos submersos, este tipo de simulação tem sido utilizado por alguns autores na solução do escoamento ao redor de cilindros de seção transversal circular e quadrada, ainda a baixos números de Reynolds.

Simulação Clássica da Turbulência: Baseia-se na solução das equações médias de Reynolds, obtidas decompondo-se as variáveis características do escoamento na soma de um valor médio temporal e uma flutuação em torno desta média. De acordo com este método, qualquer propriedade do escoamento pode ser decomposta na soma de uma quantidade média e uma flutuação associada à turbulência.

Aplicando esta definição para todas as variáveis representativas do escoamento, pode-se deduzir uma equação para a descrição do escoamento médio, através de uma média temporal das equações de Navier-Stokes. A aplicação dessa média temporal funciona como uma espécie de filtro, que remove as flutuações das variáveis dependentes, permitindo o uso de malhas bem menos refinadas e o emprego de hipóteses simplificativas, tais como escoamento bidimensional, regime permanente, etc.

Após a aplicação da média temporal, o único termo relacionado à turbulência que permanece na equação de Navier-Stokes é $\overline{u_i u_j}$, denominado Tensor de Reynolds. A questão que se coloca, agora, é a obtenção de um método para a determinação de $\overline{u_i u_j}$ que possa representar adequadamente diferentes tipos de escoamentos. Alguns modelos bastante utilizados para este fim tornaram-se bastante difundidos e se enquadram dentro das classes de modelos que utilizam equações de transporte adicionais para o cálculo das tensões de Reynolds, como, por exemplo:

Modelos a zero equação;

Modelos a uma equação;

Modelos a duas equações;

Modelos das tensões de Reynolds.



As primeiras três classes de modelos baseiam-se na idéia proposta por Boussinesq em 1877 de se estudar o escoamento turbulento como sendo laminar, modificando-se a viscosidade molecular, via conceito de viscosidade turbulenta. Seu trabalho se baseou na suposição de tensões turbulentas de Reynolds proporcionais às taxas de deformação. A viscosidade turbulenta ν_t , a ser determinada, relaciona a quantidade $\overline{u_i u_j}$ com os gradientes de velocidade do escoamento médio. Estes modelos são também conhecidos como modelos de viscosidade turbulenta.

Os modelos de turbulência baseados no conceito de viscosidade turbulenta ainda são bastante aplicados na solução de diversos tipos de escoamentos externos. Este método, porém, apresenta algumas deficiências quando aplicado à modelagem de escoamentos internos, principalmente naqueles associados à presença de efeitos de curvatura, regiões de separação e aceleração, onde a hipótese de Boussinesq torna-se pouco apropriada.

Na tentativa de contornar este problema, modelos mais sofisticados de turbulência utilizam equações de transporte para o cálculo das componentes de $\overline{u_i u_j}$. Em princípio, poderia parecer óbvio esta alternativa, no entanto, o novo sistema de equações gerado surge com novas incógnitas, tais como correlações triplas de flutuações de velocidade, bem como outras envolvendo flutuações de pressão. Novas equações de transporte para essas correlações representam o surgimento de outras de ordem ainda superior e, conseqüentemente, um aumento considerado no número de equações diferenciais a serem resolvidas. O problema assim colocado recebe o nome de problema de fechamento da turbulência, pois não é possível igualar o número de equações ao número de incógnitas. Desta forma, uma metodologia alternativa emprega a equação de transporte para $\overline{u_i u_j}$ com aproximações para os termos desconhecidos.

Além de modelos baseados na hipótese de Boussinesq, um outro modelo bastante utilizado foi desenvolvido por Prandtl em 1925, através da hipótese do comprimento de mistura. Esta hipótese baseia-se na análise de um escoamento turbulento nas proximidades de uma parede, onde porções de fluido se juntam e se movimentam através de um determinado comprimento l_m , sem alterar sua quantidade de movimento na direção x . A hipótese de Prandtl do comprimento de mistura calcula a distribuição da viscosidade turbulenta, relacionado-a com o gradiente da velocidade média. Esta relação envolve um único parâmetro desconhecido, que é o comprimento de mistura l_m , cuja distribuição no campo de escoamento deve ser prescrito com a

ajuda de informações empíricas adicionais. Basicamente, este modelo tem sido utilizado para escoamentos de camada limite e camada cisalhante livre.

Os modelos a uma equação requerem a solução de uma equação para a energia cinética turbulenta k . Esta equação para a energia cinética pode ser derivada diretamente das equações de Navier-Stokes, onde a viscosidade turbulenta é modelada por $\nu_t = C_\mu k^{1/2} l$, sendo l o comprimento de escala. Este parâmetro, por sua vez, é especificado algebricamente e mantém estrita dependência com as características do escoamento, sendo, na maioria das vezes, de difícil avaliação empírica para escoamentos complexos – rotacionais, com separação ou curvatura nas linhas de corrente.

Os modelos a duas equações constituem uma das classes mais largamente utilizadas nos cálculos de engenharia. Estes modelos foram primeiramente desenvolvidos por Harlow & Hirt no ano de 1969 e posteriormente modificados por Jones & Launder (1972). Embora empreguem o conceito de viscosidade turbulenta de Boussinesq, a evolução das escalas de velocidade e comprimento é obtida pela solução de outras equações diferenciais adicionais. Assim, a escala de velocidade é obtida a partir de uma equação para a energia cinética turbulenta. Esta equação, por sua vez, mostra a relação entre termos convectivos, de produção, dissipação e difusão, onde os termos de dissipação e difusão necessitam ser modelados. Um expediente bastante aceito na teoria da turbulência é que a dissipação, ε , relaciona-se com o comprimento de escala, l , através da expressão: $\varepsilon = Cq^3/l$, onde q é a escala de velocidade turbulenta. Desta forma, pode-se deduzir uma equação de transporte para a dissipação, correlacionando os termos de convecção, de difusão de produção e de destruição da dissipação. Aqui, o termo convectivo pode ser avaliado diretamente, mas todos os demais requerem uma modelagem específica. Um dos modelos mais conhecidos, que utilizam esta forma de abordagem, é o $k - \varepsilon$, proposto por Jones & Launder (1972).

No entanto, o uso de modelos a duas equações tem algumas limitações práticas nos cálculos de engenharia. Uma das principais limitações reside na hipótese da viscosidade turbulenta isotrópica, onde os mesmos valores de ν_t são encontrados para diferentes tensões de Reynolds ($\overline{u_i u_j}$). Além disso, algumas vezes, modelos baseados no conceito de viscosidade turbulenta produzem mudanças abruptas nas tensões de Reynolds quando uma nova tensão é aplicada ao escoamento médio. Na tentativa de eliminar tais inconsistências, foram desenvolvidos os modelos baseados nas tensões de Reynolds. Estes modelos, que empregam

equações de transporte para $\overline{u_i u_j}$, são conhecidos, também, como modelos de fechamento de segunda ordem.

Entre os diversos esquemas de fechamento propostos na literatura, um dos modelos mais bem testados dentro desta categoria foi apresentado por Launder *et al.* (1975). A equação de transporte para o tensor de Reynolds é obtida através dos mesmos procedimentos empregados para a obtenção da equação para a energia cinética turbulenta e apresenta os mesmos termos, exceto aquele de redistribuição, responsável pelas transferências entre as componentes do tensor de Reynolds. Neste modelo, todos os termos são tensores, o que torna a modelagem consideravelmente mais difícil. Além disso, apresenta mais constantes que os modelos anteriores, cuja determinação não constitui tarefa trivial.

Os modelos das tensões de Reynolds têm sido aplicados em poucos escoamentos de engenharia. Algumas aplicações para este modelo são citadas no trabalho de Ferziger (1987), que faz uma revisão sobre simulações numéricas de escoamentos turbulentos. Neste estudo é apontado que o uso de tais modelos de turbulência apresenta algumas deficiências, como o alto custo computacional de sua aplicação e performance relativamente baixa quando comparados com outros modelos.

Simulação de Grandes Escalas – LES (Large Eddy Simulation): Paralelamente às demais metodologias, desenvolveu-se a Simulação de Grandes Escalas (SGE ou LES), proposta pelo meteorologista Smagorinsky em 1963. Sua principal motivação concentrava-se no cálculo de escoamentos atmosféricos, onde escalas da ordem de milhares de quilômetros e de alguns poucos centímetros coexistem. Hoje, esta metodologia tem sido exaustivamente empregada em vários outros tipos de aplicações. Em linhas gerais, ela pode ser considerada como intermediária entre as duas metodologias anteriores – DNS e simulação clássica –, na medida em que permite a simulação explícita das grandes escalas turbulentas e utiliza modelos sub-malha para representar a ação das pequenas estruturas, que apresentam dimensões menores que o tamanho das malhas.

O modelo sub-malha de Smagorinsky em 1963 baseia-se, fundamentalmente, na hipótese do equilíbrio local para as pequenas escalas, ou seja, a produção de tensões turbulentas sub-malha é considerada igual à dissipação. Uma das limitações deste modelo está na presença de uma constante de proporcionalidade *ad-hoc* imposta, o que restringe a performance do modelo em escoamentos em transição e nas proximidades de paredes.



Considerando-se que as menores estruturas tendem a ser mais homogêneas, isotrópicas e menos afetadas pelas condições de contorno, espera-se que os modelos resultantes sejam mais universais e independentes dos diferentes tipos de escoamento quando comparados com a metodologia clássica. Uma vez que solução direta das equações de Navier-Stokes só é possível para números de Reynolds pouco elevados, uma alternativa para a solução de escoamentos a altos números de Reynolds é o processo de filtragem e separação das escalas. Para tanto, as variáveis presentes nestas equações são separadas, por um processo de média, em uma parte dita de grandes escalas e em outra parte dita sub-malha. Neste caso, define-se uma função filtro que determinará uma frequência de corte característica. Através deste procedimento, obtém-se equações similares ao modelo das tensões de Reynolds, onde as tensões sub-malhas são produzidas pelo processo de filtragem ou de média.

Conforme descrito em Rodi (1998), as tensões sub-malhas representam as interações entre as maiores escalas, resolvidas diretamente, e as menores escalas, que dependem de uma modelagem para serem efetivamente avaliadas. O principal efeito das tensões sub-malhas é a dissipação, ou seja, retirar energia da parte do espectro que pode ser resolvido.

Seja qual for o modelo a ser adotado para a simulação de um escoamento turbulento, deseja-se que o modelo seja matematicamente simples, envolva o menor número possível de conceitos físicos, seja capaz de prever uma grande variedade de escoamentos sem a necessidade de ajustes nas suas constantes ou equações e por fim, que o modelo seja numericamente estável. Em vista disso, a SGE tem se constituído numa importante ferramenta de análise de escoamentos turbulentos, contribuindo sobremaneira para compreensão de diversos fenômenos associados à mecânica da turbulência.

Finalizando este apêndice, uma descrição resumida da formulação matemática dos principais modelos de turbulência, implementados no código computacional, e utilizados no corpo deste trabalho, é apresentada nas seções seguintes.

B.2 MODELO K- ϵ PADRÃO

Um dos mais simples e robustos modelos de turbulência é o modelo k- ϵ . Desde o seu surgimento e aplicação em escoamentos – Jones & Launder (1972), este modelo tem sido utilizado em uma vasta quantidade de diferentes tipos de escoamentos, mostrando, na maioria



das vezes, robustez, economia e razoável precisão, expondo de forma clara sua popularidade em aplicações industriais. Neste modelo, duas equações de transporte permitem a avaliação separada das escalas de velocidade e comprimento, constituindo-se em um modelo semi-empírico, devido a derivação dessas equações se basear em considerações fenomenológicas e empirismo.

O intenso uso deste modelo nas últimas décadas, expôs claramente algumas de suas limitações. Em contrapartida, para solucionar esses defeitos, muitas melhorias foram incorporadas ao modelo original. Duas dessas variantes, dizem respeito ao modelo k - ϵ RNG – Yakhot & Orszag (1986) e o k - ϵ *Realizable* – Shih *et al.* (1995).

B.2.1 Equações de Transporte para o Modelo k - ϵ Padrão

O modelo k - ϵ padrão é um modelo semi-empírico baseado em equações de transporte para a energia cinética turbulenta (k) e sua taxa de dissipação (ϵ). A energia cinética turbulenta e a taxa de dissipação são obtidas das seguintes equações de transporte:

$$\rho \frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] + G_k + G_b - \rho \epsilon - Y_M \quad (\text{B-1})$$

$$\rho \frac{D\epsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_i} \right] + C_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} (G_k + C_{3\epsilon} G_b) - C_{2\epsilon} \rho \frac{\epsilon^2}{k} \quad (\text{B-2})$$

Nas equações acima, G_k representa a geração da energia cinética turbulenta devido aos gradientes de velocidade média, G_b é a geração de energia cinética devido aos efeitos de empuxo e Y_M representa a contribuição da dilatação flutuante na turbulência compressível para a taxa de dissipação global. As constantes são $C_{1\epsilon}$, $C_{2\epsilon}$ e $C_{3\epsilon}$, σ_k e σ_ϵ são os números de Prandtl turbulentos para k e ϵ , respectivamente.

B.2.2 Viscosidade Turbulenta

A viscosidade turbulenta do modelo, μ_t , é calculada combinando k e ε como segue:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (\text{B-3})$$

onde C_μ é uma constante.

B.2.3 Modelagem da Produção Turbulenta nos Modelos k- ε

O termo G_k , representando a produção da energia cinética turbulenta, é modelado de maneira idêntica, para os modelos k- ε padrão, RNG e *realizable*. Da equação exata para o transporte de k , este termo pode ser definido como:

$$G_k = -\overline{\rho u_i u_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad (\text{B-4})$$

Para avaliar G_k de uma maneira consistente com a hipótese de Boussinesq,

$$G_k = \mu_t S^2 \quad (\text{B-5})$$

onde S é o módulo do tensor taxa de deformação.



B.2.4 Efeitos de Empuxo sobre a Turbulência nos Modelos k-ε

Quando um campo de gravidade não nulo e gradientes de temperatura estão presentes simultaneamente, os modelos k-ε contabilizam os efeitos do empuxo sobre a geração de k e a correspondente contribuição para a produção de ε .

A geração da turbulência devido ao empuxo é dada por:

$$G_b = \beta g_i \frac{\mu_t}{Pr_t} \frac{\partial T}{\partial x_i} \quad (\text{B-6})$$

onde Pr_t é o número de Prandtl turbulento. Para os modelos k-ε padrão e *realizable*, o valor padrão é assumido ser de 0,85. No caso do modelo k-ε RNG, $Pr_t = 1/\alpha$, onde α é dado pela equação:

$$\left| \frac{\alpha - 1,3929}{\alpha_0 - 1,3929} \right|^{0,6321} \left| \frac{\alpha - 2,3929}{\alpha_0 - 2,3929} \right|^{0,3679} = \frac{\mu_{mol}}{\mu_{eff}} \quad (\text{B-7})$$

mas com $\alpha_0 = 1/Pr = k/\mu c_p$. O coeficiente de expansão térmica, por definição é descrito como:

$$\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (\text{B-8})$$

Para gases ideais, a Equação (B-6) se reduz a:

$$G_b = -g_i \frac{\mu_t}{\rho Pr_t} \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \quad (\text{B-9})$$



O efeito do empuxo sobre ε é determinado pela constante $C_{3\varepsilon}$. Neste caso, essa constante não é especificada, mas de fato calculada de acordo com a seguinte relação:

$$C_{3\varepsilon} = \tanh \left| \frac{\nu}{u} \right| \quad (\text{B-10})$$

onde ν é a componente da velocidade do escoamento paralela ao vetor gravitacional e u é a componente de velocidade perpendicular.

B.2.5 Efeitos da Compressibilidade na Turbulência nos Modelos k- ε

Para escoamentos a altos números de Mach, a compressibilidade afeta a turbulência através do então chamado efeito “dilatação dissipação”, a qual é normalmente desprezada na modelagem de escoamentos incompressíveis. Para contabilizar estes efeitos nos modelos k- ε , o termo de “dilatação dissipação” é incluído na equação do transporte de k . Este termo é modelado de acordo com a proposta de Sarkar & Balakrishnan.

$$Y_M = \rho \varepsilon 2M_t^2 \quad (\text{B-11})$$

onde M_t é o número de Mach turbulento, definido como:

$$M_t = \sqrt{\frac{k}{a^2}} \quad (\text{B-12})$$

onde a é a velocidade do som.

B.2.6 Constantes do Modelo

As constantes definidas para o modelo k-ε padrão são:

$$C_{1\varepsilon} = 1,44, \quad C_{2\varepsilon} = 1,92, \quad C_\mu = 0,09, \quad \sigma_k = 1,0, \quad \sigma_\varepsilon = 1,3 \quad (\text{B-13})$$

B.3 MODELO K-ε RNG

O modelo de turbulência k-ε RNG é derivado das equações de Navier-Stokes usando uma técnica matemática denominada método do “grupo de renormalização” (RNG). Essa derivação analítica resulta em um modelo com constantes diferentes daquelas do modelo k-ε padrão além de termos adicionais e funções nas equações de transporte para k e ε .

B.3.1 Equações de Transporte para o Modelo k-ε RNG

O modelo k-ε RNG tem uma forma similar ao modelo k-ε padrão:

$$\rho \frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\alpha_k \mu_{eff} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M \quad (\text{B-14})$$

$$\rho \frac{D\varepsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\alpha_\varepsilon \mu_{eff} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} - R \quad (\text{B-15})$$

As quantidades α_k e α_ε são os números de Prandtl efetivos inversos para k e ε , respectivamente, calculados através da fórmula B-7, a qual foi derivada analiticamente da teoria RNG. Neste caso $\alpha_0 = 1,0$. No limite de altos números de Reynolds ($\mu_{mol} / \mu_{eff} \ll 1$), $\alpha_k = \alpha_\varepsilon \approx 1.393$.

B.3.2 Modelagem da Viscosidade Efetiva

O procedimento de eliminação em escala na teoria RNG resulta em uma equação diferencial para a viscosidade turbulenta:

$$d\left(\frac{\rho^2 k}{\sqrt{\varepsilon \mu}}\right) = 1,72 \frac{\hat{\nu}}{\sqrt{\hat{\nu}^3 - 1 + C_v}} d\hat{\nu} \quad (\text{B-16})$$

onde

$$\hat{\nu} = \mu_{\text{eff}} / \mu \quad (\text{B-17})$$

$$C_v \approx 100 \quad (\text{B-18})$$

A Equação (B-16) é integrada para obter uma precisa descrição de como o transporte turbulento efetivo varia com o número de Reynolds efetivo (ou escala turbulenta), permitindo uma melhor performance do modelo em escoamentos a baixos números de Reynolds e próximos à paredes.

No limite, a altos números de Reynolds, a Equação (B-16) resulta em:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (\text{B-19})$$

com $C_\mu = 0,0845$, derivada através da teoria RNG. É interessante notar que este valor de C_μ é muito próximo do valor 0,09 determinado empiricamente e usado no modelo k- ε padrão.

B.3.3 O Termo R na Equação para ε

A principal diferença entre os modelos k- ε padrão e RNG está no termo adicional que aparece na equação para ε , dado por:

$$R = \frac{C_\mu \rho \eta^3 (1 - \eta / \eta_0)}{1 + \beta \eta^3} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (\text{B-20})$$

onde $\eta = Sk / \varepsilon$, $\eta_0 = 4,38$, $\beta = 0,012$.

Os efeitos deste termo na equação para ε pode ser melhor visto inserindo-se a Equação (B-20) na Equação (B-15), resultando na seguinte expressão:

$$\rho \frac{D\varepsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\alpha_k \mu_{eff} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} (G_k + C_{3\varepsilon} G_b) - C_{2\varepsilon}^* \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (\text{B-21})$$

onde

$$C_{2\varepsilon}^* \equiv C_{2\varepsilon} + \frac{C_\mu \rho \eta^3 (1 - \eta / \eta_0)}{1 + \beta \eta^3} \quad (\text{B-22})$$

Nas regiões onde $\eta < \eta_0$, o termo R tem uma contribuição positiva, e $C_{2\varepsilon}^*$ torna-se maior que $C_{2\varepsilon}$. Na camada logaritmica, por exemplo, pode-se mostrar que $\eta \approx 3$, dando $C_{2\varepsilon}^* \approx 2,0$, o qual é um valor muito próximo ao de $C_{2\varepsilon}$ no modelo k- ε padrão.

Em regiões de grandes taxas de deformação ($\eta > \eta_0$), no entanto, o termo R tem uma contribuição negativa, fazendo o valor de $C_{2\varepsilon}^*$ ficar menor que $C_{2\varepsilon}$. Em comparação com o modelo k- ε padrão, uma menor destruição de ε aumenta, obviamente, ε , reduzindo k e eventualmente a viscosidade efetiva.

B.3.4 Constantes do Modelo

As constantes $C_{1\varepsilon}$ e $C_{2\varepsilon}$ na Equação (B-15) tem seus valores derivados analiticamente pela teoria RNG. Seus valores padrões são:

$$C_{1\varepsilon} = 1,42 \text{ e } C_{2\varepsilon} = 1,68 \quad (\text{B-23})$$

B.4 MODELO K- ε *REALIZABLE*

O modelo k- ε *realizable*, proposto por Shih *et al.* (1995) tem como objetivo suprir algumas deficiências encontradas nos modelos k- ε tradicionais, adotando as seguintes melhorias:

- Uma nova fórmula para a viscosidade turbulenta envolvendo a variável C_μ , originalmente proposta por Reynolds (1987);
- Um novo modelo para a equação de dissipação (ε) baseado na equação dinâmica média quadrática da flutuação de vorticidade.

O termo *realizable* significa que o modelo satisfaz certas restrições matemáticas com relação às tensões normais, consistente com a física de escoamentos turbulentos. Detalhes adicionais sobre estas restrições são encontradas no trabalho de Shih *et al.* (1995).

B.4.1 Equações de Transporte no Modelo k- ε *Realizable*

As equações de transporte para k e ε no modelo k- ε *realizable* são, respectivamente:

$$\rho \frac{Dk}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] + G_k + G_b - \rho \varepsilon - Y_M \quad (\text{B-24})$$

$$\rho \frac{D\varepsilon}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right] + \rho C_1 S \varepsilon - \rho C_2 \frac{\varepsilon^2}{k + \sqrt{\nu \varepsilon}} + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} C_{3\varepsilon} G_b \quad (\text{B-25})$$

onde

$$C_1 = \max \left[0,43, \frac{\eta}{\eta + 5} \right] \quad (\text{B-26})$$

com $\eta = Sk / \varepsilon$.

C_1 e C_2 são constantes e σ_k e σ_ε são os números de Prandtl turbulentos para k e ε respectivamente.

É interessante observar que a Equação (B-24) é a mesma que a Equação (B-14), exceto as constantes do modelo. Entretanto, a forma da equação para ε é bem diferente da Equação (B-15). Uma das características que vale a pena ressaltar, neste modelo, é que o termo de produção na equação para ε não envolve a produção de k , ou seja, não contém o mesmo termo G_k como nos outros modelos k- ε . Essa característica pode representar melhor a transferência de energia no espectro.

B.4.2 Viscosidade Turbulenta

Como nos outros modelos k- ε , a viscosidade turbulenta é calculada de:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (\text{B-27})$$

A diferença entre o modelo k- ε *realizable* e o modelo k- ε padrão e RNG é que C_μ deixa de ser uma constante e passa a ser calculada através da seguinte relação:

$$C_\mu = \frac{1}{A_0 + A_s \frac{U^* k}{\varepsilon}} \quad (\text{B-28})$$



onde

$$U^* = \sqrt{S_{ij}S_{ij} + \tilde{\Omega}_{ij}\tilde{\Omega}_{ij}} \tag{B-29}$$

e

$$\tilde{\Omega}_{ij} = \Omega_{ij} - 2\varepsilon_{ijk}w_k \tag{B-30}$$

$$\Omega_{ij} = \overline{\Omega}_{ij} - \varepsilon_{ijk}w_k \tag{B-31}$$

onde $\overline{\Omega}_{ij}$ é o tensor médio taxa de rotação visto em um referencial rotacionando com velocidade angular w_k . As constantes do modelo A_0 e A_s são dadas por:

$$A_0 = 4,04, \qquad A_s = \sqrt{6} \cos \phi \tag{B-32}$$

onde

$$\phi = \frac{1}{3} \arccos(\sqrt{6}W), \qquad W = \frac{S_{ij}S_{jk}S_{ki}}{\tilde{S}}, \qquad \tilde{S} = \sqrt{S_{ij}S_{ij}} \tag{B-33}$$

B.4.3 Constantes do Modelo

As constantes do modelo, C_2 , σ_k e σ_ε , foram estabelecidas para assegurar uma boa performance do modelo para uma certa quantidade de escoamentos. As constantes são:

$$C_{1\varepsilon} = 1,44, \qquad C_2 = 1,9, \qquad \sigma_k = 1,0, \qquad \sigma_\varepsilon = 1,2 \tag{B-34}$$

B.5 COMENTÁRIO FINAL

De maneira geral, ao se usar um modelo de turbulência qualquer, deve-se ter a consciência de que as equações governantes como a da conservação da quantidade de movimento, massa e energia foram manipuladas matematicamente por um processo de média ou filtragem, muitas vezes empregado para remover o efeito das pequenas escalas presentes no escoamento que se deseja simular. De fato, tal procedimento é a essência dos muitos modelos existentes, sendo considerados globais aqueles que são matematicamente mais simples e envolvem o maior número possível de conceitos físicos. Alia-se a isso a qualidade de se ajustar a uma grande variedade de escoamentos sem a necessidade de correções matemáticas internas, como constantes ou equações de transporte adicionais.



SEPARAÇÃO DAS ESCALAS DA TURBULÊNCIA E FILTRAGEM DAS EQUAÇÕES DE NAVIER-STOKES

C.1 INTRODUÇÃO

Na impossibilidade de resolver numericamente todos os graus de liberdade de um escoamento a altos números de Reynolds, surgiu a idéia de separação ou decomposição das escalas da turbulência. Neste sentido, Osborne Reynolds, em 1884, foi o precursor na proposição de uma filosofia de modelagem na qual as variáveis do escoamento turbulento podem ser separadas em uma parte média e nas respectivas flutuações.

Pode-se dizer que esse processo de decomposição de escalas deu origem a dois grupos de equações para a turbulência. O primeiro diz respeito ao tratamento clássico, baseado nas equações médias de Reynolds, nas quais as escalas da turbulência são separadas nas escalas relativa ao comportamento médio e nas escalas relativas às flutuações em relação a esta média. No segundo grupo, destaca-se uma mais recente filosofia proposta por Smagorinsky (1963), na qual as escalas da turbulência são separadas em duas partes, ou seja, as grandes escalas e as pequenas escalas denominadas sub-malha.

Nas seções seguintes são apresentados o processo de separação das escalas, via conceito da filtragem e separação das altas e baixas frequências e a obtenção das equações filtradas de Navier-Stokes com o emprego da modelagem de Simulação de Grandes Escalas (LES).



C.2 PROCESSO DE SEPARAÇÃO DAS ESCALAS

No processo de separação das escalas, separa-se um sinal genérico $f(\bar{x}, t)$ na sua parte filtrada $\bar{f}(\bar{x})$ e na sua parte flutuante, dita sub-malha $f'(\bar{x}, t)$:

$$f(\bar{x}, t) = \bar{f}(\bar{x}) + f'(\bar{x}, t) \quad (\text{C-1})$$

Na expressão (C-1) $\bar{f}(\bar{x}, t)$ corresponde a parte filtrada da variável $f(\bar{x}, t)$, que representa fisicamente as menores frequências do escoamento ou as maiores estruturas turbilhonares. As maiores frequências associadas às menores estruturas do escoamento são fisicamente representadas pela flutuação $f'(\bar{x}, t)$ em relação à sua parte filtrada.

A Figura C-1 ilustra a repartição do espectro de energia em relação à frequência ou ao número de onda de corte. Naturalmente, tanto a frequência quanto o número de onda determina o processo de filtragem e a separação das escalas.

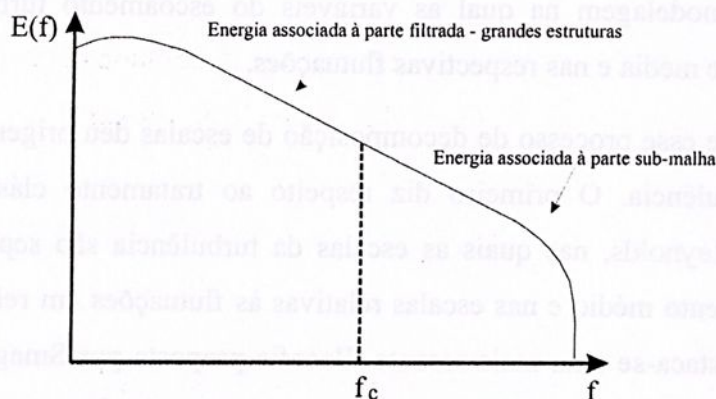


Figura C-1. Espectro e distribuição de energia nas grandes e pequenas escalas.

Neste espectro tem-se a distribuição de energia sobre as estruturas turbilhonares do escoamento, em diferentes escalas. Intuitivamente, as maiores estruturas (menores frequências) são as portadoras de maior quantidade de energia. Quanto maior a frequência, menor a estrutura turbilhonar e menor a quantidade de energia transportada por ela.

O processo de filtragem das escalas passa necessariamente pelo conceito de filtros que, dependendo do tipo, exerce importante influência na caracterização da frequência de corte do espectro.

C.2.1 Conceito de filtros

Qualquer distribuição de uma função no tempo ou no espaço podem ser submetidas a processos de filtragem, seja por meio de um filtro temporal, seja por meio de um filtro espacial. No contexto da dedução das equações de Reynolds filtradas utiliza-se somente filtros espaciais, uma vez que a solução das equações filtradas avança no tempo de forma parabólica. Desta forma, limitar-se-á a comentar sobre filtros espaciais.

O processo de filtragem pode ser definido como sendo a integral de convolução envolvendo a função a ser filtrada e uma função filtro apropriada; como ilustra a equação abaixo.

$$\bar{f}(\bar{x},t)=\int_V G(\bar{x}-\bar{x}')f(\bar{x}',t)d\bar{x}' \tag{C-2}$$

A função G pode ser uma função temporal ou espacial, definida de diversas formas, entre as quais uma das mais utilizadas, é a função filtro “caixa” ou *top hat filter*, esquematizado na Figura C-2.

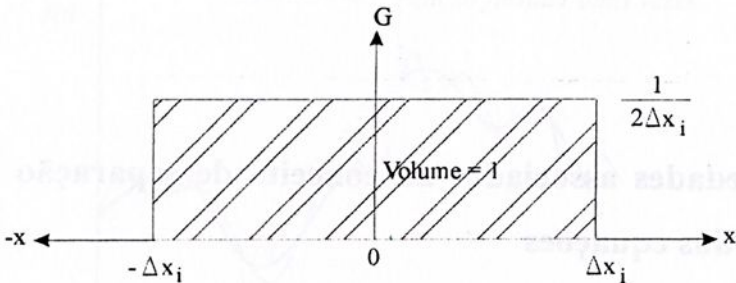


Figura C-2. Função filtro por volume.

O filtro, neste caso, é definido como:

$$G(\bar{x} - \bar{x}') = \begin{cases} \frac{1}{\Delta x_i} & \text{se } \bar{x}_i - \bar{x}'_i \leq \Delta x_i \\ 0 & \text{se } \bar{x}_i - \bar{x}'_i > \Delta x_i \end{cases} \quad (\text{C-3})$$

Como pode se observar, a largura do filtro em x_i é da ordem de Δx_i , e se a flutuação for maior que o tamanho do filtro ela assume um valor, caso contrário sua contribuição é nula.

Desta forma o comprimento característico Δx_i determina a frequência de corte a qual, por sua vez, determina quais frequências permanecem no sinal filtrado e quais são eliminadas. Em outras palavras, quais frequências serão calculadas e quais serão modeladas.

Se o comprimento do filtro assumir o tamanho do volume de controle, a aplicação deste filtro sobre uma função resulta em uma função filtrada que assume o valor médio da função no interior do volume de integração, da seguinte forma:

$$\bar{f}(\bar{x}, t) = \frac{1}{V} \int_V f(\bar{x}, t) dV \quad (\text{C-4})$$

Antes da aplicação do processo de filtragem às equações governantes, é interessante conhecer as propriedades associadas a este processo. Estas serão devidamente apresentadas na seção seguinte.

C.2.2 Propriedades associadas ao conceito de separação de escalas por meio de filtragem das equações

Com base na equação de decomposição, pode-se associar ao processo de separação de escalas pelo menos três propriedades fundamentais, quais sejam:

1. Uma flutuação filtrada não é nula:

$$\begin{cases} f(\bar{x},t) = \bar{f}(\bar{x}) + f'(\bar{x},t) \Rightarrow f'(\bar{x},t) = f(\bar{x},t) - \bar{f}(\bar{x}) \Rightarrow \\ \bar{f}'(\bar{x}) = \bar{f}(\bar{x}) - \bar{\bar{f}}(\bar{x}) \neq 0 \end{cases} \tag{C-5}$$

Esta propriedade se deve ao fato que uma variável filtrada pela segunda vez não é, forçosamente, igual à mesma variável filtrada pela primeira vez – Figura C-3.

2. O produto filtrado de uma variável média por uma flutuação de uma variável é diferente de zero:

$$\overline{\bar{f} f'} \neq \bar{f} \bar{f'} \neq 0 \tag{C-6}$$

3. O produto de duas variáveis filtradas, filtrado novamente é diferente do produto das duas variáveis filtradas separadamente :

$$\overline{\bar{f} \bar{f}} \neq \bar{f} \bar{f} \tag{C-7}$$

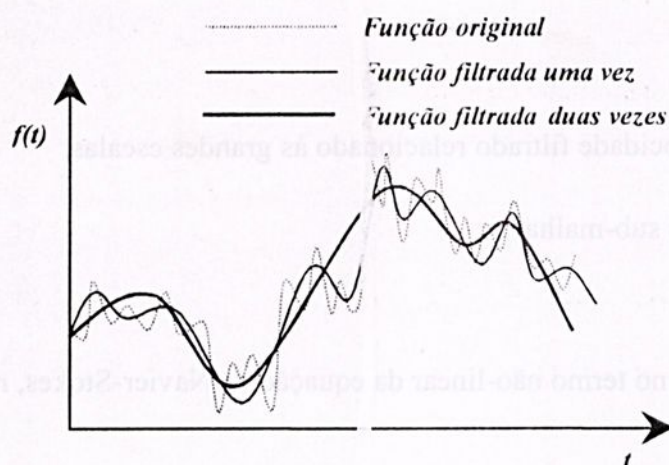


Figura C-3. Processo de filtraç ão de uma função arbitrária

(Retirada de Silv ira-Neto 2000).

C.3 EQUAÇÕES DE NAVIER-STOKES FILTRADAS

Considera-se a equação de conservação da quantidade de movimento – Navier Stokes, sob a hipótese de escoamento incompressíveis e fluido Newtoniano, escrita em notação tensorial. Aplicando-se o filtro à equação, e observando que os operadores de derivada parcial e de filtragem são comutativos, tem-se a equação filtrada:

Conservação da quantidade de movimento

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{u_i u_j}) = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (\text{C-8})$$

Observa-se que esta equação não é solúvel na forma como ela está escrita. Trata-se de uma equação de transporte para $\bar{u}_i$, no entanto, no termo não linear aparece o produto filtrado e não o produto das variáveis filtradas como deveria ser. Assim, para resolver este problema, utiliza-se a equação da decomposição, analogamente ao processo de média estabelecido por Reynolds:

$$u_i = \bar{u}_i + u'_i \quad (\text{C-9})$$

sendo:

$\bar{u}_i$ o campo de velocidade filtrado relacionado às grandes escalas;

u'_i as componentes sub-malha.

Substituindo (C-9) no termo não-linear da equação de Navier-Stokes, resulta em:

$$\overline{u_i u_j} = \overline{(\bar{u}_i + u'_i)(\bar{u}_j + u'_j)} = \underbrace{\overline{\bar{u}_i \bar{u}_j}}_1 + \underbrace{\overline{\bar{u}_i u'_j}}_2 + \underbrace{\overline{\bar{u}_j u'_i}}_3 + \underbrace{\overline{u'_i u'_j}}_4 \quad (\text{C-10})$$

De acordo com as propriedades definidas para o processo de filtragem, fica claro que o termo $\overline{u'_i u'_j} \neq 0$. Contrariamente, ao processo de média de Reynolds, neste caso, todos os quatro termos do lado direito da igualdade (C-10) devem ser modelados. Em particular, os termos numerados 2, 3 e 4 contêm os efeitos das pequenas escalas, devido às componentes u'_i , as quais devem ser modeladas. Novamente tem-se um sistema de equações com mais incógnitas que equações, onde aparece o problema de fechamento da turbulência.

Em simulação de grandes escalas, o termo 1 da Equação C-10, é inteiramente definido em termos das quantidades passíveis de serem resolvidas, introduzindo-se as tensões de Reynolds sub-malha:

$$\tau_{ij} = \overline{u_i u_j} + \overline{u'_i u'_j} \quad (\text{C-11})$$

TRANSFORMADA RÁPIDA DE FOURIER

FFT

D.1 INTRODUÇÃO

Em geral, quando algum tipo de dado é gerado de maneira contínua, na forma de sinais, tem-se uma grande quantidade de detalhes a respeito do sistema em estudo. Invariavelmente, antes que informações úteis possam ser extraídas, armazenadas e transmitidas para efeito de controle do sistema, é necessário, de alguma maneira reduzir essa quantidade de dados mantendo necessariamente a informação contida no sinal. Essa tarefa, atualmente, é desenvolvida através do uso de bases matemáticas como transformadas lineares, implementadas em sofisticados algoritmos e acoplados em dispositivos de medição e controle de processos e máquinas.

Transformadas lineares do tipo *Fourier* e *Laplace* são largamente empregadas em diversas áreas da engenharia. De fato, principalmente no campo experimental, esse tipo de metodologia tem-se constituído em uma poderosa ferramenta na análise e extração de informações codificadas em sinais dos mais diferentes tipos. Não obstante, com o avanço das tecnologias relacionadas ao campo da informática, pode-se, atualmente, instrumentar pequenos computadores para a aquisição e processamento de dados oriundos dos mais diferentes tipos de experimentos, passando da análise de vibração em máquinas à aquisição de dados em sistemas químicos.

Nas próximas seções será apresentado, de maneira sucinta, informações fundamentais sobre a transformada linear de Fourier e suas aplicações. No fim dessas seções, são apresentados detalhes sobre a interface criada para o processamento dos sinais adquiridos no presente estudo.



D.2 A TRANSFORMADA DE FOURIER

O Teorema de Fourier declara que uma função periódica, com período de repetição T , pode ser decomposta em uma série infinita de senos e cossenos, os quais são harmônicos do intervalo fundamental de repetição. Maiores detalhes sobre a teoria de Fourier podem ser encontradas em Jones & Watson (1990).

A Transformada de Fourier, ou espectro, de uma função $f(\vec{x}, t)$ periódica qualquer, é definida como segue:

$$\hat{f}(\vec{k}, t) \equiv \left(\frac{1}{2\pi} \right)^3 \int_V e^{-i\vec{k} \cdot \vec{x}} f(\vec{x}, t) d\vec{x} \quad (D-1)$$

onde $\vec{k} = 2\pi / \vec{\ell}$, é o número de onda, ou frequência espacial e $\vec{\ell}$ é o vetor comprimento de onda ou período espacial, conforme ilustrado na Figura D-1. O vetor número de onda tem três componentes correspondente às três direções coordenadas:

$$\vec{k} = (k_1, k_2, k_3) \quad (D-2)$$

A transformada inversa é definida da seguinte forma:

$$f(\vec{x}, t) \equiv \int_V e^{i\vec{k} \cdot \vec{x}} \hat{f}(\vec{k}, t) d\vec{k} \quad (D-3)$$

A propriedade básica da Transformada de Fourier constitui-se na sua habilidade para distinguir ondas de diferentes frequências que são combinadas aditivamente. Como exposto em Jones & Watson (1990), na terminologia de processamento de sinais, a Transformada de Fourier representa um sinal no domínio de frequência, e k é denominada a frequência angular.

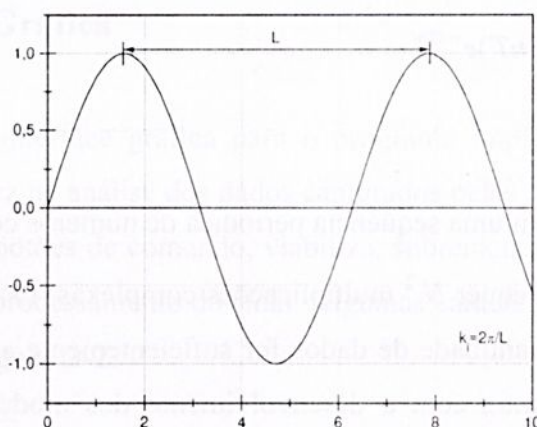


Figura D-1. Sinal periódico, comprimento de onda ℓ e número de onda k_i .

D.2.1 A Transformada Discreta de Fourier (DFT)

A Transformada Discreta de Fourier (DFT) constitui-se em uma aproximação da Transformada de Fourier de um sinal discreto. Este procedimento se faz necessário, uma vez que os computadores digitais, utilizados para o processamento dos sinais capturados em situações reais, trabalham somente com dados discretos.

Para a obtenção da Transformada Discreta, deve-se representar uma função contínua $f(\vec{x}, t)$, como uma seqüência de N amostras $f(\vec{x}, n \cdot T)$, onde $0 \leq n \leq N-1$ e T é o intervalo entre amostras. A função no tempo é dada por:

$$f_s(\vec{x}, t) = \sum_{n=0}^{N-1} f(\vec{x}, nT) \delta(t - nT) \quad (\text{D-4})$$

onde $\delta(t)$ é a função delta de Kronecker que representa um impulso $f_s(\vec{x}, t)$ cuja amplitude é modulada por $f(\vec{x}, t)$ nos intervalos de T .

De maneira similar, considera-se o espectro $\hat{f}(\vec{k}, t)$ representado por $\hat{f}(j \cdot \vec{k}, t)$, com $0 \leq j \leq N-1$ e $\vec{k}$ escolhido como o incremento entre as amostras no domínio de frequência. A DFT pode ser escrita como:

$$\hat{f}(j \cdot \bar{k}, t) \equiv \left(\frac{1}{2\pi} \right)^3 \sum_{n=0}^{N-1} f(\bar{x}, nT) e^{-ikTnj} \quad (D-5)$$

A expressão D-5 resulta em uma sequência periódica de números com período N .

O cálculo direto da DFT requer N^2 multiplicações complexas. Este procedimento pode se tornar dispendioso quando a quantidade de dados for suficientemente alta, requerendo tempo e esforço computacional. Entretanto, com o desenvolvimento dos modernos computadores e o intenso avanço na classe de algoritmos, os esforços anteriormente gastos com a DFT foram minimizados pelo surgimento da Transformada Rápida de Fourier (FFT).

D.2.2 A Transformada Rápida de Fourier (FFT)

O algoritmo da Transformada Rápida de Fourier (FFT), desenvolvido por Tukey & Cooley em 1965, é uma técnica matemática utilizada para separar as frequências fundamentais de um sinal capturado em função do tempo. O algoritmo da FFT (com complexidade $O(N \log_2 N)$) calcula o espectro muito mais rapidamente que o algoritmo DFT (com complexidade $O(N^2)$), se constituindo este o motivo pelo qual é largamente empregado em aplicações práticas.

Detalhes adicionais sobre os algoritmos da DFT e FFT podem ser encontrados em Figliola & Beasley (1991) e *Numerical Recipes in Fortran* (1992).

D.3 DESCRIÇÃO DO PROGRAMA PARA O CÁLCULO DA FFT

Nas seções seguintes são apresentados alguns detalhes do programa construído para o processamento dos sinais adquiridos com a utilização de sondas numéricas. Basicamente, o programa apresenta 3 módulos distintos, incorporados em uma interface gráfica, quais sejam: a) Transformada de Fourier; b) Dados estatísticos e c) Quantidades turbulentas. Com estes 3 módulos é possível calcular a transformada de Fourier do sinal analisado, calcular a média, desvio padrão e valor RMS do sinal além da visualização do espectro de energia para os sinais de velocidade capturados.

D.3.1 Interface Gráfica

A criação de uma interface gráfica para o programa implementado visou, entre outras coisas, uma melhor rapidez na análise dos dados capturados pelas sondas numéricas. A opção de ferramentas na forma de botões de comando, viabiliza, sobremaneira, o manuseio da interface e agiliza o carregamento e processamento do sinal. Algumas características da interface podem ser visualizadas através da Figura D-2.

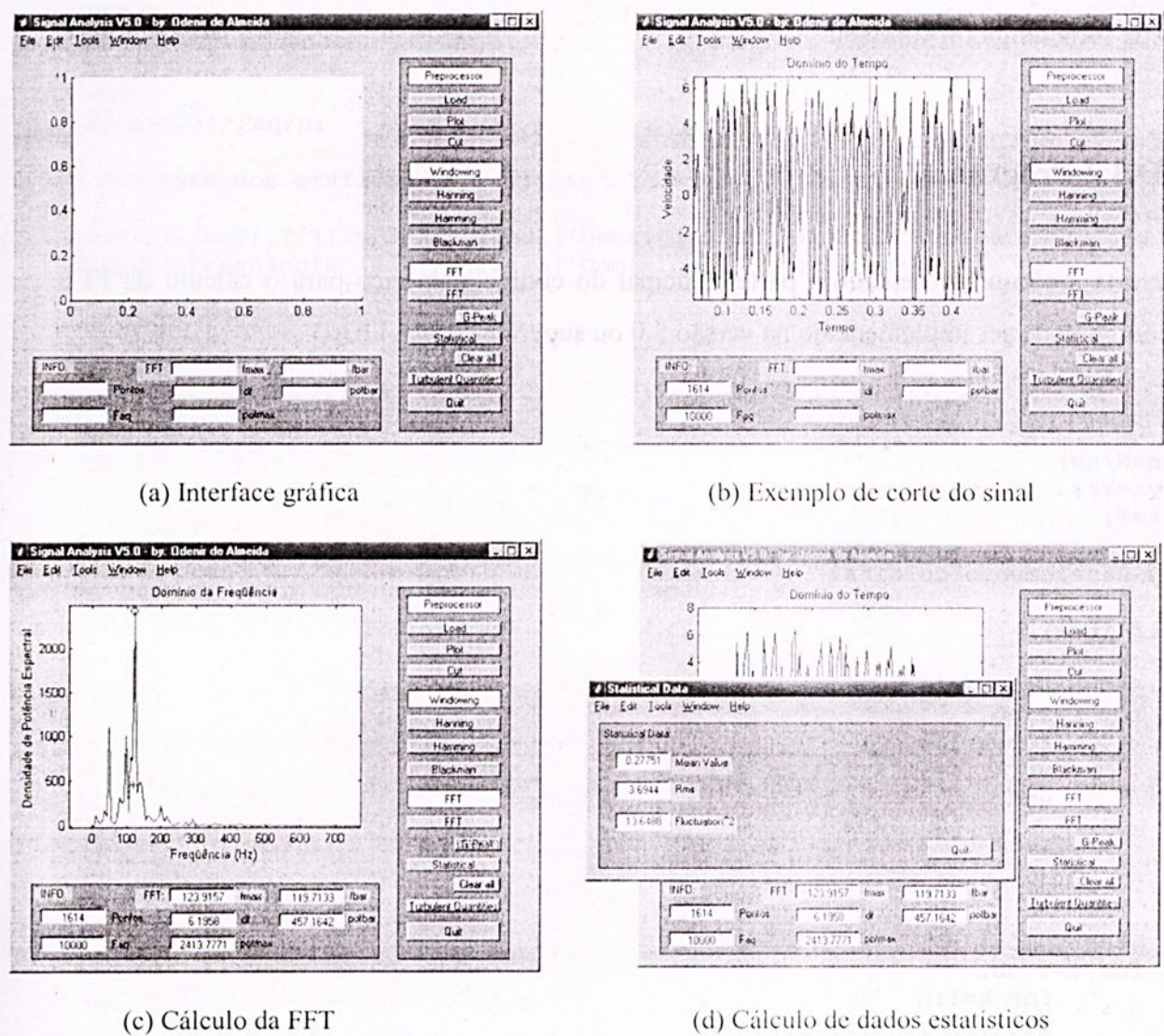


Figura D-2. Interface do programa implementado para o cálculo da FFT dos sinais capturados.

É interessante ressaltar, que o sinal originalmente adquirido é composto por uma parte transiente que antecede o estabelecimento de um regime estatisticamente estabelecido. Este transiente não corresponde à verdadeira física do problema, uma vez que é representativo dos primeiros níveis de iteração da solução do sistema linear. No entanto, é interessante monitorar toda a série temporal da variável de interesse, pois com isso é possível se ter uma idéia do tempo necessário para o estabelecimento total do regime periódico completamente estabelecido. Não obstante, após a aquisição deste sinal, faz-se necessário efetuar um corte com o propósito de eliminar esse transiente do sinal. Para tanto, foi implementado na interface, um botão de comando para este procedimento. Um intervalo distinto para a análise, pode então, ser escolhido dentro da série temporal completa.

D.3.2 Programa

Nesta seção é apresentado a parte principal do código numérico para o cálculo da FFT. Esse código pode ser implementado na versão 5.0 ou superior do MATLAB.

```
n=N/nb;
yt=Yt;
t=T;

% Janelamento do Sinal

if jt==1,

    jan=hanning(n);
    for i=1:nb,
        for k=1:n
            yt(k,i)=yt(k,i)*jan(k);
        end
    end

elseif jt==2,

    jan=hamming(n);
    for i=1:nb,
        for k=1:n
            yt(k,i)=yt(k,i)*jan(k);
        end
    end

elseif jt==3,

    jan=blackman(n);
    for i=1:nb,
```



```
        for k=1:n
            yt(k,i)=yt(k,i)*jan(k);
        end
    end
end

% Transformada de Fourier - Densidade de Potência Espectral

yf=fft(yt);
d=size(yf);
for i=1:nb,
    yf(:,i)=yf(:,i).*conj(yf(:,i))/n;
end

% Elimina os primeiros nc pontos em frequência

nc=2;
for m=1:nc,
    Yf(m)=0.;
end
f=(0:n/2)*Faq/n;

% Plotagem dos gráficos (P x f)

plot(f(1:n/2),Yf(1:n/2)), ylabel('Densidade de Potência Espectral');
xlabel('Frequência (Hz)'), title('Domínio da Frequência')
```



MODELO DE SMAGORINSKY

IMPLEMENTADO

E.1 INTRODUÇÃO

Este apêndice descreve a implementação do modelo de Smagorinsky clássico no código computacional *FLUENT*. Este modelo foi implementado através da inserção de uma subrotina, escrita em linguagem C, acoplada ao *solver* numérico do programa, utilizando o método de *Funções Definidas pelo Usuário* – UDF's, disponível neste pacote. Maiores detalhes sobre o processo de inclusão de subrotinas no código *FLUENT* podem ser encontrados no manual do usuário (FLUENT 5 UDF User's guide 1998).

Basicamente, o modelo adicionado via subrotina calcula uma viscosidade turbulenta, através da formulação de Smagorinsky e retorna este valor para ser acrescentado à viscosidade laminar do fluido. Neste caso, a pressão calculada pelo código principal não é a pressão estática termodinâmica e, sim, uma pressão modificada pelos efeitos da energia cinética turbulenta. Os resultados gerados através deste procedimento foram comparados com resultados experimentais da literatura e dados numéricos oriundos de simulações com o modelo de Grandes Escalas disponível neste código computacional.



Os gradientes para o campo de velocidade, bem como o volume de cada malha computacional, foram calculados através de funções definidas pelo código principal resumidas nas Tabelas E-1 e E-2. As funções utilizadas foram destacadas em cada tabela.

Tabela E-1. Funções definidas pelo código FLUENT

(Retirada de FLUENT 5 UDF User's guide 1998)

Name(Arguments)	Argument Types	Returns	Source
C_R(c,t)	cell t c, Thread *t	density	mem.h
C_P(c,t)	cell t c, Thread *t	pressure	
C_U(c,t)	cell t c, Thread *t	u velocity	
C_V(c,t)	cell t c, Thread *t	v velocity	
C_W(c,t)	cell t c, Thread *t	w velocity	
C_T(c,t)	cell t c, Thread *t	temperature	
C_H(c,t)	cell t c, Thread *t	enthalpy	
C_K(c,t)	cell t c, Thread *t	turbulent kinetic energy	
C_D(c,t)	cell t c, Thread *t	turbulent energy dissipation	
C_YI(c,t,i)	cell t c, Thread *t, int i	species mass fraction	
C_UDSI(c,t,i)	cell t c, Thread *t, int i	user-defined scalar	
C_DUDX(c,t)	cell t c, Thread *t	velocity derivatives	
C_DUDY(c,t)	cell t c, Thread *t	velocity derivatives	
C_DUDZ(c,t)	cell t c, Thread *t	velocity derivatives	
C_DVDX(c,t)	cell t c, Thread *t	velocity derivatives	
C_DVDY(c,t)	cell t c, Thread *t	velocity derivatives	
C_DVDZ(c,t)	cell t c, Thread *t	velocity derivatives	
C_DWDX(c,t)	cell t c, Thread *t	velocity derivatives	
C_DWDY(c,t)	cell t c, Thread *t	velocity derivatives	
C_DWDZ(c,t)	cell t c, Thread *t	velocity derivatives	
C_MU L(c,t)	cell t c, Thread *t	laminar viscosity	
C_MU T(c,t)	cell t c, Thread *t	turbulent viscosity	
C_MU EFF(c,t)	cell t c, Thread *t	effective viscosity	
C_K L(c,t)	cell t c, Thread *t	thermal conductivity	
C_K T(c,t)	cell t c, Thread *t	turbulent thermal conductivity	
C_K EFF(c,t)	cell t c, Thread *t	effective thermal conductivity	
C_CP(c,t)	cell t c, Thread *t	Specific heat	
C_RGAS(c,t)	cell t c, Thread *t	gas constant	
C_DIFF L(c,t,i)	cell t c, Thread *t, int i	laminar species difusivity	
C_DIFF EFF(c,t,i)	cell t c, Thread *t, int i	effective species difusivity	

Tabela E-2. Funções definidas pelo código *FLUENT*
(Retirada de *FLUENT 5 UDF User's guide* 1998)

Name(Arguments)	Argument Types	Returns	Source
C_CENTROID(x,c,t)	real x[ND ND], cell t c, Thread *t	x (cell centroid)	metric.h
F_CENTROID(x,f,t)	real x[ND ND], face t f, Thread *t	x (face centroid)	metric.h
F_AREA(A,f,t)	A[ND ND], face t f, Thread *t	A (area vector)	metric.h
NV_MAG(A)	A[ND ND]	area magnitude	metric.h
C_VOLUME(c,t) for 2D e 3D	cell t c, Thread *t	cell volume	mem.h
C_VOLUME 2D(c,t) for axisymmetric	cell t c, Thread *t	cell volume	mem.h

E.3 SUBROTINA

A seguir, é apresentado o código fonte utilizado para o cálculo da viscosidade turbulenta, implementado no programa *FLUENT*. Esta subrotina foi incorporada ao *solver* principal de maneira *interpreted* – maiores detalhes consultar (FLUENT 5 UDF User's guide 1998).

```

/*****
-
/* Modelo de Smagorinsky */
-
/* */
-
/* lesmag.c */
/* */
/* Esta subrotina retorna uma viscosidade turbulenta para o código */
/* principal */
/* Data: 11/09/2000 */
*****/

#include "udf.h"

DEFINE_PROPERTY(cell_viscosity, cell, thread)
{
/*****
/* Variáveis */
*****/

real mu_lam, ni_tur, mu_ef, delta, cs, delta13;
real Sbar, S2;
real DUX, DUY, DVX, DVY, DUX2, DVY2, DUDV2;

```



```

/*****
/* Viscosidade Molecular */
*****/

mu_lam = 1e-3;

/*****
/* Constante de Smagorinsky */
*****/

cs = 0.1;

/*****
/* Tensor Taxa de Deformação */
*****/

/*****
/* Gradientes
/* As variáveis reais são definidas em cada malha */
*****/

DUX = C_DUDX(cell, thread);
DUY = C_DUDY(cell, thread);
DVX = C_DVDX(cell, thread);
DVE = C_DVDY(cell, thread);

DUX2 = DUX * DUX;
DVE2 = DVE * DVE;
DUDV2 = (DUY + DVX) * (DUY + DVX);

S2 = 2 * (DUX2 + DVE2) + DUDV2;

/*****
/* Módulo do Tensor Taxa de Deformação */
*****/

Sbar = sqrt(S2);

/*****
/* Largura do filtro */
*****/

delta = C_VOLUME(cell, thread);
delta13 = pow(delta, 0.5);

/*****
/* Viscosidade Turbulenta */
*****/

ni_tur = (cs * delta13) * (cs * delta13) * Sbar;

/*****
/* Viscosidade Efetiva */
*****/

mu_ef = mu_lam + ni_tur * (1000);

```



```

/*****
/* Viscosidade Molecular */
*****/

mu_lam = 1e-3;

/*****
/* Constante de Smagorinsky */
*****/

cs = 0.1;

/*****
/* Tensor Taxa de Deformação */
*****/

/*****
/* Gradientes */
/* As variáveis reais são definidas em cada malha */
*****/

DUX = C_DUDX(cell, thread);
DUY = C_DUDY(cell, thread);
DVX = C_DVDX(cell, thread);
DVE = C_DVDY(cell, thread);

DUX2 = DUX * DUX;
DVE2 = DVE * DVE;
DUDVE = (DUY + DVX) * (DUY + DVX);

S2 = 2 * (DUX2 + DVE2) + DUDVE;

/*****
/* Módulo do Tensor Taxa de Deformação */
*****/

Sbar = sqrt(S2);

/*****
/* Largura do filtro */
*****/

delta = C_VOLUME(cell, thread);
delta13 = pow(delta, 0.5);

/*****
/* Viscosidade Turbulenta */
*****/

ni_tur = (cs * delta13) * (cs * delta13) * Sbar;

/*****
/* Viscosidade Efetiva */
*****/

mu_ef = mu_lam + ni_tur * (1000);

```




```

/*****
/* Retornando a Viscosidade Efetiva */
/*****

return mu_ef;

}

```

E.4 SUBROTINA PARA A VARIAÇÃO DA VISCOSIDADE

A seguir, é apresentado o código fonte utilizado para o cálculo da viscosidade em função da temperatura, implementado no programa *FLUENT* e utilizado no Capítulo 5. Esta subrotina foi incorporada ao *solver* principal de maneira *interpreted* – maiores detalhes consultar (FLUENT 5 UDF User's guide 1998).

Subrotina Implementada

```

/*****
/* viscosity.c */
/* Esta subrotina calcula v(T) */
/* date: 00/00/00 */
/*****

#include "udf.h"

DEFINE_PROPERTY(cell_viscosity, cell, thread)
{
    real mu_lam;
    real temp = C_T(cell, thread);
    real z, z1, p1;

    z = 273 / temp;
    z1 = -1.704 - 5.306 * z + 7.003 * z * z;
    p1 = exp(z1);

    mu_lam = 0.001788 * p1;
    return mu_lam;
}

```

A subrotina acima descrita foi compilada internamente à interface do programa. A linha `real temp = C_T(cell, thread)` define a variável `temp` e ao mesmo tempo retorna, dentro do *loop* sobre as malhas do domínio, a respectiva temperatura no centro de cada malha, a qual é utilizada como entrada na equação para avaliação da viscosidade.



**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"**

Câmpus de Ilha Solteira

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica

Av. Brasil Centro, 56

15385-000 Ilha Solteira - SP

www.dem.feis.unesp.br

