

Trabalho de Conclusão de Curso

Curso de Graduação em Física

Sistema de Jaynes-Cummings bifotônico como uma fonte de fótons únicos

Bruno de Lima Vermes

Prof.Dr. Ricardo Paupitz Barbosa dos Santos (orientador)

Prof.Dr. Daniel Zini Rossatto (coorientador)

Rio Claro (SP)

2024

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Câmpus de Rio Claro

Bruno de Lima Vermes

Sistema de Jaynes-Cummings bifotônico como uma fonte
de fótons únicos

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Instituto de Geociências e
Ciências Exatas - Câmpus de Rio Claro, da
Universidade Estadual Paulista Júlio de
Mesquita Filho, como requisito parcial para
obtenção do grau de Bacharel em Física.

Rio Claro - SP

2024

V523s Vermes, Bruno de Lima
Sistema de Jaynes-Cummings bifotônico como uma fonte de fótons únicos / Bruno de Lima Vermes. -- Rio Claro, 2024
25 p.

Trabalho de conclusão de curso (Bacharelado - Física) - Universidade Estadual Paulista (UNESP), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro
Orientador: Ricardo Paupitz Barbosa dos Santos
Coorientador: Daniel Zini Rossatto

1. Ótica quântica. 2. Informação quântica. I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Dados fornecidos pelo autor(a).

Bruno de Lima Vermes

Sistema de Jaynes-Cummings bifotônico como uma fonte
de fótons únicos

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Instituto de Geociências e
Ciências Exatas - Câmpus de Rio Claro, da
Universidade Estadual Paulista Júlio de
Mesquita Filho, como requisito parcial para
obtenção do grau de Bacharel em Física.

Comissão Examinadora

Ricardo Paupitz Barbosa dos Santos (orientador)

Daniel Zini Rossatto

Alexandre Mesquita

Rio Claro, 21 de novembro de 2024.

Assinatura do(a) aluno(a)

assinatura do(a) orientador(a)

AGRADECIMENTOS

Aos meus queridos pais Fernanda Bonafonte Gonçalves de Lima Vermes e Pablo Eduardo Vermes, por todo o apoio e esforço que me permitiu chegar onde estou hoje.

À minha companheira Gabriela Rodrigues por me manter focado e esperançoso nos momentos mais difíceis.

Aos meus colegas de curso, que me acompanharam ao longo desses últimos anos, jamais esquecerei seu apoio e carinho.

Aos meus orientadores Daniel Zini Rossatto e Ricardo Paupitz Barbosa dos Santos, que me possibilitaram a realização desse trabalho, e por todo o aprendizado que ganhei com eles.

Aos doutores Luiz O. R. Solak e os Professores Doutores Antônio S. M. de Castro e Celso J. Villas-Boas, que colaboraram para a obtenção dos resultados e discussões trazidos neste texto.

Processo nº 2023/09215-1, Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP)

RESUMO

Fontes de fótons únicos são uma tecnologia amplamente requisitada na área de processamento de informação quântica (como computação, criptografia e comunicação quântica). No entanto, uma fonte de fótons únicos ideal é uma tecnologia ainda não alcançada, que pode ser definida por meio de três características: pureza, eficiência e indistinguibilidade. O trabalho aqui proposto visa aplicar-se um sistema composto de um átomo de dois níveis acoplado a uma cavidade ressoadora via interação de Jaynes-Cummings de dois fótons como uma fonte de fótons únicos. Tal sistema se mostra promissor quando utilizamos o regime de acoplamento forte, já que o átomo de dois níveis trunca o estado de *Fock* acessível na cavidade, permitindo que apenas um único fóton, seja absorvido por vez e, em seguida, emitido pela cavidade. Pelo átomo nunca ser populado, ineficiências relacionadas à taxa de emissão espontânea que inviabilizam outros emissores quânticos são impedidas. Tal análise foi feita por meio de soluções numéricas das equações mestras do sistema, realizadas com programação em Python e o pacote de dados QuTip, e da obtenção dos valores que caracterizam uma fonte de fótons ideal aqui já citados, mapeando, também, para quais valores dos diferentes parâmetros obtém-se um resultado ideal. Ao final da atividade, obtivemos uma indistinguibilidade de 98%, pureza de 0,037 e uma eficiência ideal. Esses resultados são altamente satisfatórios e indicam que o sistema baseado na interação Jaynes-Cummings de dois fótons é um forte candidato para se tornar uma fonte ideal de fótons únicos.

Palavras-Chave: fontes de fótons, Jaynes-Cummings, informação quântica, átomo de dois níveis

ABSTRACT

Single photon sources are a widely requested technology in the area of quantum information processing (such as quantum computing, cryptography and communication). However, an ideal single photon source is an as yet unachieved technology, that can be defined through three characteristics: purity, efficiency and indistinguishability. The work proposed here aims to apply whether a system composed of a two-level atom coupled to a resonator cavity via the two-photon Jaynes-Cummings interaction as a single photon source. Such a system shows promise when we use the strong coupling regime, in which the two-level atom truncate the *Fock* state accessible in the cavity, allowing only a single photon to be absorbed at a time, and then emitted by the cavity. Because the atom is never populated, inefficiencies related to the spontaneous emission rate that make other quantum emitters unfeasible are prevented. This analysis was performed through numerical solutions of the system's master equations, carried out using Python programming and the QuTip data package. Additionally, the values characterizing an ideal single-photon source, as mentioned earlier, were obtained, mapping the ideal results for different parameter values. By the end of the activity, we achieved an indistinguishability of 98%, a purity of 0.037, and ideal efficiency. These results are highly satisfactory and indicate that the system based on the two-photon Jaynes-Cummings interaction is a strong candidate to become an ideal single-photon source.

Keywords: single photon sources, Jaynes-Cummings, quantum information, two-level atom

SUMÁRIO

II. INTRODUÇÃO	8
III. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	9
A. O hamiltoniano de Jaynes-Cummings	9
B. Equações mestras	13
C. Caracterização da fonte	14
IV. METODOLOGIA	15
V. RESULTADOS E DISCUSSÃO	16
A. Fonte campo constante	16
B. Fonte campo pulsado	19
VI. CONCLUSÃO	22
Referências	24

II. INTRODUÇÃO

A utilização ampla de tecnologias quânticas para desenvolvimentos na área da ciência da computação no começo do século vinte é o marco da "revolução quântica 2.0". A teoria quântica possibilitou um avanço que a física clássica não conseguia lidar, superando a barreira de miniaturização, permitindo uma maior otimização para a transmissão, processamento e armazenamento de informação [1]. O desenvolvimento de um computador quântico é uma das grandes promessas dessa área, possibilitando um grande aumento na capacidade de resolução de problemas, como a fatoração de números inteiros grandes e simulações de sistemas quânticos [2].

Um dos passos mais importantes a ser dado para alcançar tal objetivo é a obtenção de uma fonte de fótons únicos [3, 4], visto que, um emissor quântico de fótons é um dispositivo que emite pacotes de luz (fótons), de maneira discreta e com uma alta taxa de repetição, onde tais fótons são utilizados como célula fundamental que carrega informações para as operações computacionais (qubit). O fóton é um candidato promissor como qubit devido a sua capacidade de ser utilizado em troca de informação a longa distância [5].

Tais fontes de fótons únicos são usualmente produzidas de duas maneiras distintas, a primeira se utiliza de um processo de conversão de frequências em um cristal não linear. Já a segunda se utiliza de emissão espontânea de um único emissor quântico, como um átomo ou uma molécula. Tal emissor é acoplado a uma cavidade ressoadora que permite canalizar fótons que serão emitidos em uma única direção, aumentando a eficiência de coleta e restringindo a faixa espectral de emissão, além de aprimorar a sua taxa de emissão espontânea via efeito Purcell [3, 6], onde tempo de vida de um estado excitado do átomo é alterado devido ao acoplamento com a cavidade

No entanto, uma fonte de fótons únicos ideal ainda é algo que não foi alcançado, visto que, para caracterizar tal fonte utiliza-se de três características [3, 4] fundamentais. A primeira é a pureza, em que para cada pulso de excitação apenas um fótons deve ser emitido por vez. A segunda é a eficiência, em que a probabilidade de se ter apenas um

fóton após a excitação do sistema deve ser máxima. A terceira é a indistinguibilidade, em que os fótons emitidos devem ser idênticos entre si para qualquer grau de liberdade.

Com isso em mente, este trabalho visa propor uma fonte de fótons únicos regida pela interação de Jaynes-Cummings de dois fótons (JC2), que descreve a interação de um átomo de dois níveis ressonantemente acoplado a um modo de uma cavidade. Esse sistema já havia sido estudado na literatura, mas novas tecnologias que permitem trabalharmos em regimes de acoplamentos fortes (interação é dominante em relação a dissipação), trazem uma nova física não intuitiva que trás uma nova luz a tal sistema [6, 7].

Dentro de tal regime, o sistema JC2 apresenta uma característica de bloqueio de fótons, onde a presença do átomo trunca o espaço de Fock acessível do modo do campo intracavidade, espaço esse que descreve as possíveis configurações de partículas em um sistema, no nosso caso, essa partícula é o fóton. Ou seja, apenas um fóton por vez será absorvido pela cavidade e, até que este seja emitido, os outros serão refletidos pela mesma, funcionando como um filtro quântico. Dessa forma, a fonte proposta neste texto se difere das tradicionais por não excitar o átomo dentro da cavidade para que esse emita em seu modo excluindo assim ineficiências associadas a emissão espontânea do mesmo.

Para caracterizar tal fonte, foram utilizados os três valores de caracterização de uma fonte ideal já citados: eficiência, pureza e indistinguibilidade. Também podemos alterar os parâmetros que caracterizam a cavidade para otimizar a resposta do sistema. Tais resultados fora, analisados tanto para um feixe constante quanto para um pulso do tipo gaussiano.

III. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A. O hamiltoniano de Jaynes-Cummings

Primeiramente, precisamos do hamiltoniano de Jaynes-Cummings, que descreve a dinâmica do sistema composto pelo átomo de dois níveis dentro da cavidade (qubit).

Para tal, somamos os hamiltonianos relacionados à dinâmica do átomo de dois níveis, o modo do campo intracavidade e a interação entre ambos, onde a parte do qubit pode ser descrita como [8]

$$H_A = \frac{1}{2}\hbar\omega_q\sigma_z, \quad (1)$$

onde ω_q é a frequência de transição do qubit, que representa a diferença de energia entre o estado fundamental $|g\rangle$ e o excitado $|e\rangle$, e $\sigma_z = |e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|$ é uma matriz de Pauli. Já para modo do campo intracavidade, a solução é a de um oscilador harmônico quântico de massa unitária

$$H_C = \frac{1}{2}(\hat{p}^2 + \omega_c^2\hat{q}^2), \quad (2)$$

em que \hat{q} e \hat{p} são, respectivamente, os operadores posição e momento e ω_c frequência do modo da cavidade. Podemos reescrever a Equação (2) como

$$\hat{H}_C = \hbar\omega_c \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right), \quad (3)$$

onde iremos desprezar o termo de energia zero $\frac{1}{2}$ e a e a^\dagger são, respectivamente, os operadores destruição e criação definidos por [9]

$$a = (2\hbar\omega_c)^{-1/2}(\omega_c\hat{q} + i\hat{p}), \quad (4)$$

$$a^\dagger = (2\hbar\omega_c)^{-1/2}(\omega_c\hat{q} - i\hat{p}). \quad (5)$$

Considerando agora o hamiltoniano de interação, queremos descrever um dipolo elétrico \hat{d} exposto a um campo elétrico \hat{E} , ou seja $\hat{H}_I = -\hat{d} \cdot \hat{E}$, onde podemos reescrever ambos os termos do hamiltoniano como

$$\hat{d} = d(|e\rangle\langle g| + |g\rangle\langle e|) = d(\sigma_+ + \sigma_-), \quad (6)$$

$$\hat{E} = \sqrt{\frac{\omega_c\hbar}{V\epsilon_0}} \sin(kz)(a + a^\dagger) = -\frac{g\hbar}{d}(a + a^\dagger), \quad (7)$$

onde $\sigma_+ = |e\rangle\langle g|$, $\sigma_- = |g\rangle\langle e|$, V o volume da cavidade, k o número de onda, z a posição do átomo dentro da cavidade e g é o acoplamento entre o qubit e o modo da cavidade. Substituindo as Equações (6) e (7) em \hat{H}_I , obtemos

$$\hat{H}_I = g\hbar(a + a^\dagger)(\sigma_+ + \sigma_-) \stackrel{\text{RWA}}{\approx} g\hbar(a\sigma_+ + a^\dagger\sigma_-), \quad (8)$$

em que os termos $a\sigma_+$ e $a^\dagger\sigma_-$ representam, respectivamente, a excitação do átomo as custas da absorção de um fóton dentro da cavidade e a deexcitação do átomo as custas da emissão de um fóton na cavidade. Notemos que os termos $a\sigma_-$ e $a^\dagger\sigma_+$ são desprezados por não contribuem substancialmente para a dinâmica quando o acoplamento g é um parâmetro perturbativo perante as frequências livres do sistema w_q e ω_c [9], onde essa consideração é chamada de aproximação da onda girante (rotating-wave approximation - RWA).

A generalização do hamiltoniano JC para o caso de dois fótons é dada por ($\hbar = 1$):

$$\hat{H}_{JC2} = \underbrace{\omega_c(a^\dagger a) + \frac{1}{2}w_q\sigma_z}_{H_0} + g(a^2\sigma_+ + a^{\dagger 2}\sigma_-), \quad (9)$$

onde temos agora que o átomo é excitado às custas da absorção simultânea de dois fótons.

Em seguida, queremos fazer um estudo do espectro das autoenergias do modelo, para isso, temos que obter a matriz \mathbf{H}_{JC2} no subespaço de $n + 2$ excitações (com $n = 0, 1, \dots$), onde cada elemento da matriz é dado por $H_{ij} = \langle\psi_i|\hat{H}_{JC2}|\psi_j\rangle$, em que $|\psi_1\rangle = |e, n\rangle$ e $|\psi_2\rangle = |g, n + 2\rangle$, que representam os possíveis estados do sistema nesse subespaço, resultando na matriz

$$\mathbf{H}_{JC2} = \begin{bmatrix} n\omega_c + \frac{1}{2}\omega_q & g\sqrt{n^2 + 3n + 2} \\ g\sqrt{n^2 + 3n + 2} & (n + 2)\omega_c - \frac{1}{2}\omega_q \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Já as autoenergias A são dadas pelos autovalores da Equação (10), ou seja

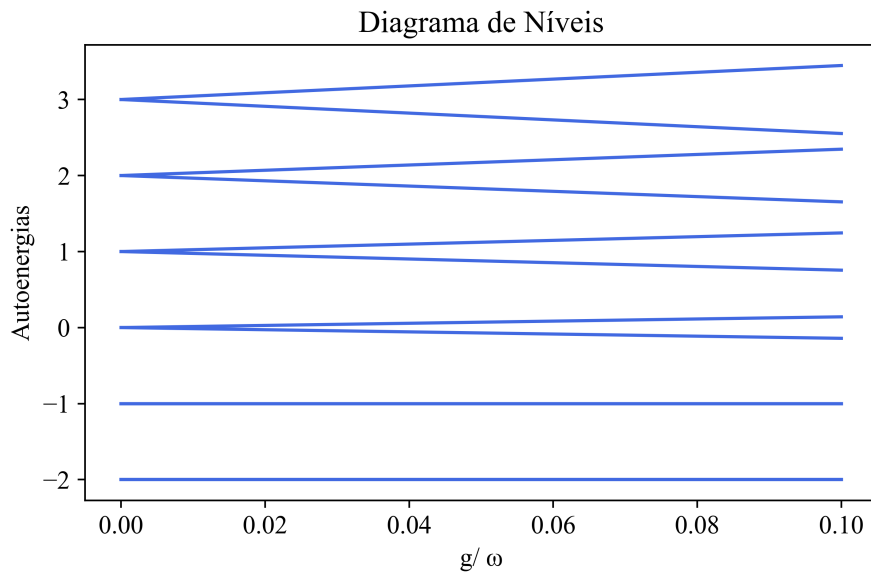


Figura 1. Espectro de energia (E/ω_c) do modelo JC bifotônico ressonante ($\omega = \omega_c = \omega_q/2$) em função de g/ω .

$$\begin{vmatrix} n\omega_c + \frac{1}{2}\omega_q - A & g\sqrt{n^2 + 3n + 2} \\ g\sqrt{n^2 + 3n + 2} & (n + 2)\omega_c - \frac{1}{2}\omega_q - A \end{vmatrix} = 0, \quad (11)$$

o que resulta em

$$A_{\pm} = \omega_c(n + 1) \pm \sqrt{\left(\omega_c - \frac{\omega_q}{2}\right)^2 + g^2(n + 1)(n + 2)}. \quad (12)$$

Na Figura 1 podemos observar os resultados da na Equação (12), com o estado fundamental obtém-se $|g, 0\rangle$ (energia $-\omega_q/2$) e com o primeiro estado excitado $|g, 1\rangle$ (energia $\omega_c - \omega_q/2$). Também é possível observar a quebra na escada harmônica introduzida pelo átomo nos estados subsequentes, que cresce junto do acoplamento g e é representada pela distância entre os dupletos $|\pm, n + 2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|g, n + 2\rangle \pm |e, n\rangle)$ para $\omega_q = 2\omega_c$ (ressonância), e $n \geq 0$ [10]. E é aqui que a função de bloqueio de fótons desse sistema

fica evidente, visto que, ao incidir um campo de bombeio externo ressonantemente à cavidade, este será capaz de injetar um fóton nesta, porém um segundo fóton injetado no sistema será menos provável à medida que g cresce, pois a transição do primeiro para os segundos estados excitados ficará cada vez mais dissonante.

B. Equações mestras

Com o hamiltoniano de JC2 já bem definido, queremos saber agora como tal sistema evolui no tempo. No entanto, precisamos considerar os efeitos dissipativos resultantes do contato da cavidade com o ambiente a sua volta e, portanto, não podemos simplesmente usar a equação de Schrödinger ($i\hbar \frac{d}{dt} |\psi\rangle = H |\psi\rangle$). Ao invés disso, utilizaremos o formalismo de equação mestra, mais especificamente a equação mestra de Lindblad, que considera tais dissipações [1, 11]

$$\dot{\rho} = -i[H, \rho] + \sum_n \frac{1}{2}(2C_n \rho C_n^\dagger - \rho C_n^\dagger C_n - C_n^\dagger C_n \rho), \quad (13)$$

em que $\rho = |\psi\rangle \langle \psi|$ representa a matriz densidade do sistema e C_n são os seus n operadores de colapso, onde os operadores que iremos utilizar são especificamente: $C_1 = \sqrt{2\kappa}a$, sendo κ a taxa de decaimento da amplitude do campo intracavidade, $C_2 = \sqrt{2\gamma}\sigma_-$, sendo γ a taxa de decaimento da polarização atômica e $C_3 = \sqrt{\gamma_\phi}\sigma_z$, em que γ_ϕ é a taxa de decaimento da defasagem atômica.

No entanto ainda temos H que é o hamiltoniano total do sistema, que no nosso caso é composto pela somatória de H_{JC2} mais o hamiltoniano do laser de bombeio, que pode ser tanto um feixe contínuo H_{C_o} ou um pulsado H_{P_u}

$$H_{C_o} = \epsilon(ae^{i\omega t} + a^\dagger e^{-i\omega t}), \quad (14)$$

$$H_{P_u} = \frac{\epsilon}{\sqrt{\eta\sqrt{\pi}}} e^{-\frac{1}{2}\frac{(t-t_0)^2}{\eta^2}} (ae^{i\omega t} + a^\dagger e^{-i\omega t}), \quad (15)$$

em que η é a largura da gaussiana, t_0 o seu centro e ϵ é a amplitude do campo, que na Equação 15 pode ser escrita como $\epsilon = \sqrt{n_0\kappa}$, com n_0 sendo o número médio de fótons dentro do pulso gaussiano.

C. Caracterização da fonte

A primeira e mais simples forma de caracterização da fonte proposta é a eficiência, que quantifica a probabilidade de encontrar o campo de saída no estado de um fóton. Para pulsos de excitação incapazes de produzir mais de um fóton no sistema (nosso caso), é dada pela integral no tempo do número médio de fótons que, se tratando de uma fonte de fótons únicos, deve ser idealmente 1, ou seja [6]

$$\kappa \int \langle a^\dagger a \rangle dt \rightarrow 1, \quad (16)$$

também podemos fazer essa análise através da projeção dos estados de Fock $|n\rangle$, que resulta na probabilidade do modo intracavidade estar nesse mesmo estado, onde esperamos obter valores significativos apenas para $n = 1$.

No entanto, ainda há a probabilidade de se ter projeções do estado de vácuo e componentes multifotônicas no campo de saída, o que descaracterizaria uma fonte ideal. Logo, para complementar a eficiência, introduzimos a pureza que caracteriza a emissão de somente um único fóton no máximo. Para analisá-la, precisamos introduzir a função de correlação de segunda ordem

$$g^{(2)}(\tau) = \int \frac{\langle a^\dagger(t) a^\dagger(t+\tau) a(t+\tau) a(t) \rangle}{\langle a^\dagger(t) a(t) \rangle^2} dt, \quad (17)$$

tal função está associada à probabilidade de se detectar dois fótons sendo transmitidos pela cavidade, um em um tempo t e o outro em $t + \tau$ [6], se tal função tender a zero em $\tau = 0$, significa que o campo transmitido apresenta antiagrupamento de fótons (emissão individual de fótons), pois isso significaria que a probabilidade de se medir dois fótons

sendo transmitidos simultaneamente é nula, o que define uma alta pureza. Contudo, os valores de $g^{(2)}(0)$ dependerão de uma competição entre o acoplamento g , da amplitude do laser ϵ e dos operadores de colapso $(\gamma, \gamma_\phi, \kappa)$, onde faremos uma parametrização em κ , com $\gamma = \gamma_\phi = 0.5\kappa$, limitando os nossos parâmetros a serem variados a g e ϵ .

Por fim, temos a indistinguibilidade que caracteriza o quão idênticos entre si são os fótons emitidos pela cavidade caso ela seja estimulada por uma sequência de pulsos. Podendo ser definida pelo quociente da área do pico de em torno de $\tau = 0$ pela área dos pontos de decoerência em que $g^{(2)}(\tau)$ é máximo e subtraindo esse numero por um [12], o que resulta em

$$I = \frac{\int dt \int d\tau |\langle a^\dagger_{(t+\tau)} a^\dagger_{(t)} \rangle|^2}{\int dt \int d\tau \langle a^\dagger_{(t+\tau)} a_{(t+\tau)} \rangle \langle a^\dagger_{(t)} a_{(t)} \rangle} \quad (18)$$

onde tal valor deve ser igual a um um para caracterizar uma fonte de fótons únicos ideal.

IV. METODOLOGIA

Apesar de termos as equações necessárias para a caracterização de uma fonte ideal, elas não possuem soluções analíticas, logo, são necessários métodos numéricos para conseguirmos extrair resultados físicos. Para tanto, utilizaremos a biblioteca de software de física *QuTiP - Quantum Toolbox in Python*, que possui funções pré-estabelecidas que podem resolver as equações até este momento introduzidas, sendo que, as funções que utilizaremos são:

- *steadystate()*: ao colocar o hamiltoniano e os operadores de colapso dentro dos parênteses, retorna uma matriz que representa o estado estacionário do sistema, ou seja, acha o valor da matriz densidade ρ quando Equação 13 é nula.
- *mesolve()*: ao colocar o hamiltoniano, os operadores de colapso, o estado inicial do sistema e um conjunto de pontos em um intervalo de tempo t , retorna uma lista que contém em cada linha uma matriz densidade $\rho(t)$ para cada valor de t do

intervalo introduzido. Também é possível obter uma lista com o valor esperado de um conjunto de operadores ao incluí-los no parêntese dentro de um colchete e usar o comando `.expect[]` ao final da função, com um número dentro do colchete indicando o respectivo operador.

- *correlation()*: ao colocar dois operadores A e B dentro do parêntese, assim como o conjunto de pontos que representa o intervalo de tempo t e τ , retorna uma lista com os valores da função de correlação do tipo $\langle A_t B_{t+\tau} \rangle$ ou $\langle B_{t+\tau} A_t \rangle$ para cada combinação de t e τ . Também é possível introduzir mais operadores, mudando ligeiramente a escrita da função [11].

Vale dizer que as integrações foram feitas pelo pacote de dados de computação científica *Numpy*, onde utilizamos o método de integração do trapézio.

Dessa forma, pretende-se obter os valores da pureza, indistinguibilidade e eficiência que caracterizam uma fonte de fótons únicos, valores esses que devem ser apresentados em função da amplitude do campo de entrada ϵ e do acoplamento g , verificando para quais desses valores que desejamos. Tais etapas serão realizadas primeiramente para um feixe constante como campo de entrada (Equação 14), e em seguida para um pulso (Equação 15).

V. RESULTADOS E DISCUSSÃO

A. Fonte campo constante

Começamos pelo campo de entrada de formato mais simples, o de valor constante descrito pela Equação 14. Sua maior facilidade vem do fato de que podemos mudar o referencial do nosso sistema para que ele gire com uma frequência ω do laser, assim eliminando a dependência em temporal do hamiltoniano de bombeio. Dessa forma, trabalharemos no regime estacionário ($t \rightarrow \infty$), onde a Equação 13 se torna muito mais simples de se resolver, também tomaremos como padrão $\gamma = \gamma_\phi = 0.5\kappa$.

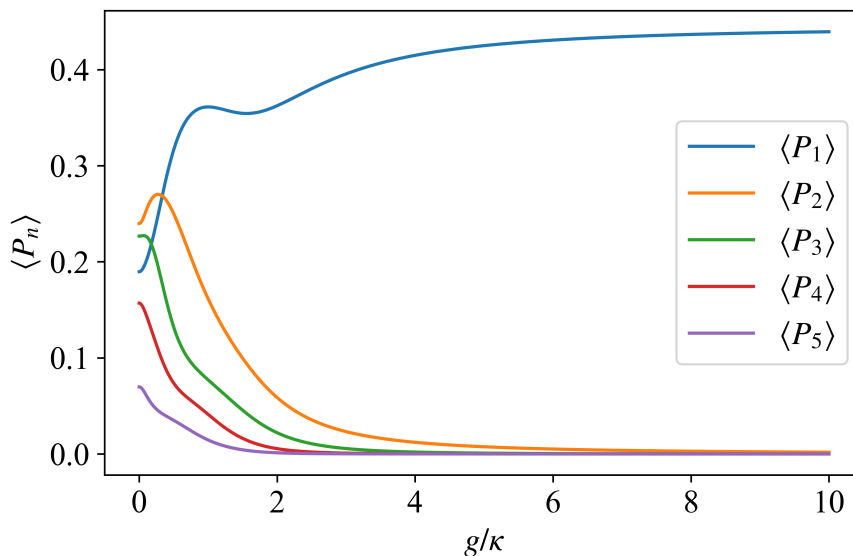


Figura 2. Gráfico com a probabilidade de encontrar o modo da cavidade em diferentes estados de Fock $|n\rangle$.

Dessa forma, aplicando a função *steadystate()* [11] no hamiltoniano total desse sistema ($H_{JC2} + H_{Co}$), podemos calcular a probabilidade do modo da cavidade estar no estado de Fock $|n\rangle$, onde a Figura 2 apresenta tais resultados para diferentes valores do acoplamento átomo-cavidade g , considerando $\epsilon = \kappa$. Notemos que a probabilidade de se encontrar um fóton na cavidade P_1 é a única que converge para um valor maior que zero conforme g/κ cresce, o que está de acordo com o esperado para uma pureza ideal, visto que a probabilidade de se ter mais de um fóton na cavidade é desprezível. Ressaltamos que os valores restantes para que o somatório das probabilidades seja 1 vem de P_0 , que representa o vácuo não interagente e por isso é desprezado.

Em seguida, utilizamos a função *correlation()* [11] no mesmo hamiltoniano para obter a probabilidade de se detectar dois fótons sendo emitidos simultaneamente por meio da Equação 17 em $\tau = 0$. Tais valores estão apresentados na Figura 3 onde, semelhante aos resultados observados na figura anterior, obtemos valores ideais conforme g/κ cresce, com $g^{(2)}(0) \rightarrow 0$, o que caracteriza uma alta pureza. Já o último parâme-

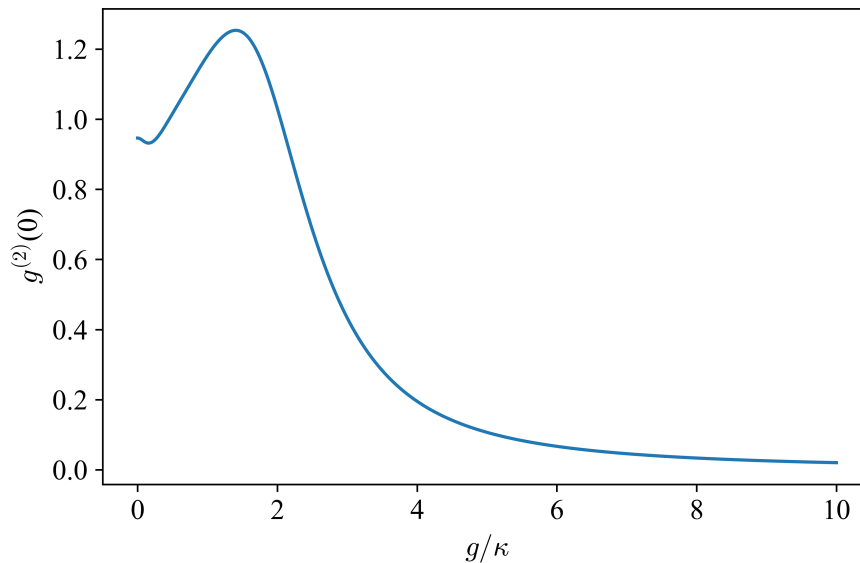


Figura 3. Função de correlação de segunda ordem do campo transmitido pela cavidade $g^{(2)}(0)$, relacionado à probabilidade de detectar dois fótons simultaneamente sendo transmitidos.

tro que caracteriza uma fonte ideal, a indistinguibilidade, não é calculado por não fazer sentido para uma fonte com campo intracavidade constante, visto que seu cálculo depende da área de picos e decoerências, tais operações só fazem sentido para uma fonte em pulsos, com uma taxa de repetição bem definida.

Além disso, os resultados até aqui só consideraram g como uma variável, com a amplitude do campo de entrada sendo tomada como $\epsilon = \kappa$, onde, para maiores valores ϵ o comportamento de ambas as Figuras 2 e 3 mantém as mesmas propriedades mas necessitando de maiores valores de g para chegar nos mesmos resultados. Portanto, para sabermos qual a relação entre ϵ , g e κ deve ser obedecida para se manter a eficiência e pureza da fonte, calculamos os máximos que ϵ pode ter para que a função $g^{(2)}(0)$ tenda a, pelo menos 0,01 (alta pureza). Como pureza tem um aumento mais significativo com o aumento de ϵ do que a eficiência, esse resultado deve ser suficiente para qualificar ambas. A Figura 4 ilustra esses resultados, mostrando a menor razão g/ϵ necessária para se atingir o limite $g^{(2)}(0) = 0,01$ para um valor específico de ϵ , onde observamos

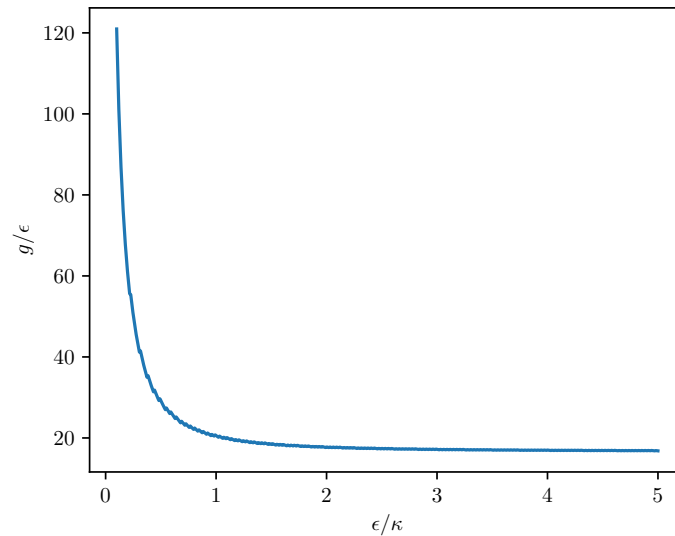


Figura 4. Menor razão g/ϵ em função da amplitude do campo de excitação ϵ para que $g^{(2)}(0)$ se mantenha menor que 0.01.

que g converge para um valor cerca de 20 vezes maior que ϵ para manter a qualidade da fonte.

Assim finalizamos a caracterização de uma fonte de fótons únicos regida pela interação JC2 com um campo intracavidade constante com resultados muito satisfatórios. No entanto, vale ressaltar que devido a natureza de um campo constante, não há controle evidente da taxa de produção dos fótons, o que ocasiona em uma deficiência desse sistema. A etapa seguinte com uma campo incidente no formato de um pulso gaussiano visa obter esse maior controle, com um único fóton sendo emitido por pulso de excitação.

B. Fonte campo pulsado

Para a fonte com campo pulsado, o hamiltoniano total será a soma de H_{JC2} , considerando um regime de acoplamento forte ($g = 10\kappa$) e com um fóton em média por pulso de excitação ($\epsilon = \kappa$). A Equação 15, podendo ser resolvida por meio da função

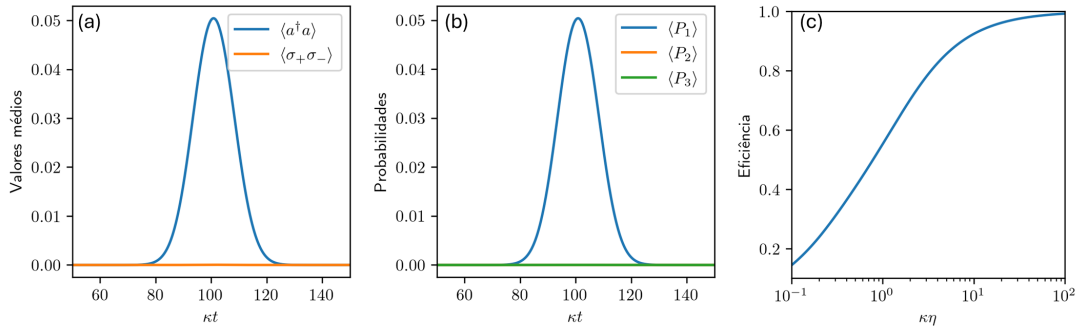


Figura 5. (a) Número de fótons na cavidade $\langle a^\dagger a \rangle$ e probabilidade de se encontrar o átomo no estado excitado $\langle \sigma_+ \sigma_- \rangle$ durante um ciclo de excitação do sistema, considerando $\epsilon = \kappa$ e $g = 10\kappa$. (b) Probabilidade de encontrar o modo intracavitário no estado de Fock $|n\rangle$. (c) Dependência da eficiência da fonte de fótons em função da largura do pulso.

mesolve() [11], que nos permite extrair diversos resultados, como o número médio de fótons $\langle a^\dagger a \rangle$, valor esse que aparece na Figura 5(a) assim como a probabilidade de encontrar o átomo no estado excitado $\langle \sigma_+ \sigma_- \rangle$, onde notamos que o átomo se mantém no estado fundamental, o que está de acordo com o bloqueio de fótons discutidos na Figura 1.

Já a Figura 5(b) atua de maneira complementar a Figura 5(a), nos retornando a probabilidade $\langle P_n \rangle$ de encontrar o modo da cavidade no estado de Fock $|n\rangle$, onde notamos novamente que apenas o termo $\langle P_1 \rangle$ é relevante. Ao integrar em t o número médio de fótons e a probabilidade de ocupar o estado de Fock $|1\rangle$, obtemos um mesmo valor para eficiência, com $\kappa \int \langle a^\dagger a \rangle dt \approx 92,4\%$. Esse valor não atinge o nosso objetivo de 100% devido a largura do pulso (η), que não é longo o suficiente no tempo (ou estreito suficiente em frequência), para se adequar a largura de linha da cavidade (κ), onde a parte que não se encaixa é diretamente refletida pelo espelho da cavidade. A Figura 5(c) mostra como o aumento da eficiência depende da largura do pulso e que conseguimos alcançar o valor ideal, no entanto, ao custo da diminuição da taxa de repetição da fonte devido ao aumento do ciclo de excitação do sistema.

Já para o cálculo da pureza, usamos um método análogo ao da Figura 3, com os

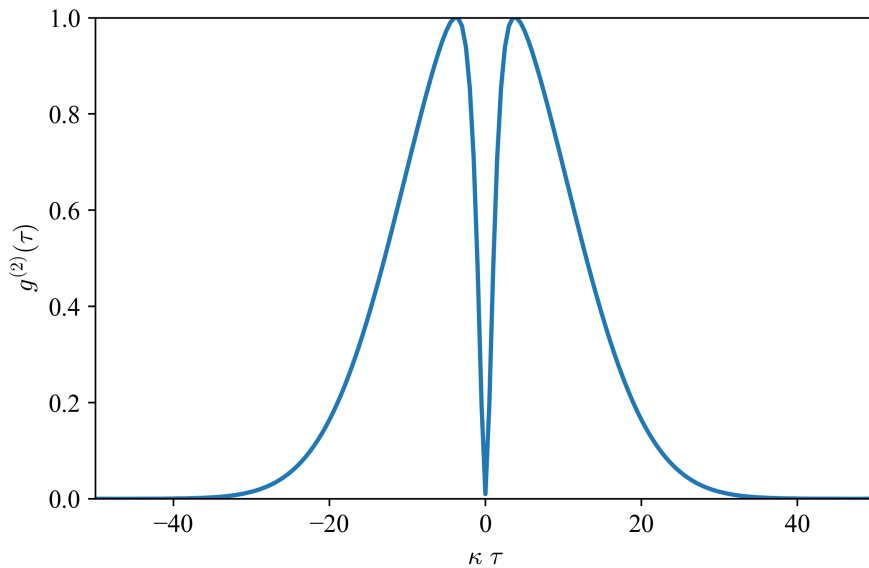


Figura 6. Função de correlação de segunda ordem integrada e normalizada, $g^{(2)}(\tau)$, em função de $\kappa\tau$ para $\epsilon = \kappa$ e $g = 10\kappa$.

mesmos parâmetros da Figura 5(a), o que resulta na Figura 6, que nos retorna o comportamento da função de correlação de segunda ordem normalizada e integrada $g^{(2)}(\tau)$ com um valor de $g^{(2)}(0) \approx 0,037$ o que caracteriza uma alta pureza. Já a Figura 7 demonstra como $g^{(2)}(0)$ varia em função dos parâmetros ϵ e g , que até agora tomamos como $\epsilon = \kappa$ e $g = 10\kappa$, onde percebamos que, ao aumentar o valor de ϵ , é necessário também aumentar o valor do acoplamento átomo-campo g para manter a mesma pureza desejada. Isso ocorre pois, quanto maior a intensidade do campo de bombeio, maior a probabilidade de se ocupar estados de maior energia, e portanto, precisa-se de um maior valor g para que os estados de maior energia fiquem cada vez mais destoantes.

Por fim temos a indistinguibilidade, dada pela Equação 18 e que pode ser calculada pela mesma função *correlation()*, tomando os valores anteriores de $\epsilon = \kappa$ e $g = 10\kappa$, obtém-se $I \simeq 98\sqrt{0.5}\kappa$, obtendo assim $I \simeq 99,2\%$. Havia a intenção de fazer uma análise análoga a da Figura 4 para a fonte de campo pulsado, no entanto o tempo necessário para efetuar os cálculos referentes a indistinguibilidade e a correlação de segunda ordem

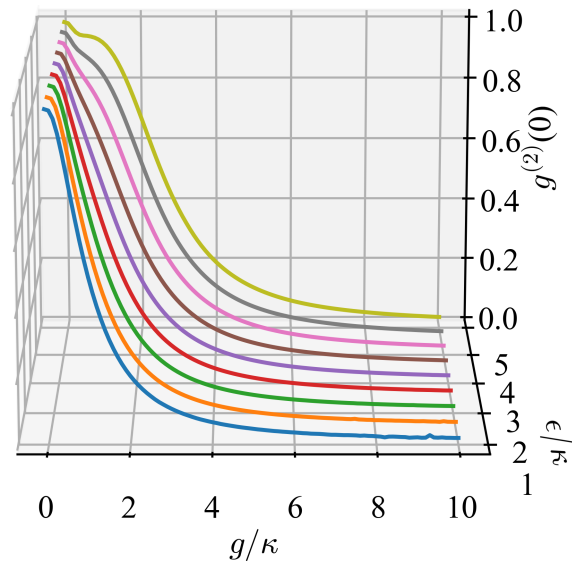


Figura 7. Dependência de $g^{(2)}(0)$ em relação à amplitude do campo de excitação do sistema (ϵ/κ) e da constante de acoplamento átomo-campo (g/κ).

foi muito maior do que o esperado, o que impossibilitou a obtenção de tal resultado.

VI. CONCLUSÃO

Este trabalho buscou uma forma alternativa de se gerar fótons únicos a partir do contexto de emissores quânticos, utilizando um sistema o qual a interação se dá a partir do modelo de Jaynes-Cummings de dois fótons, que, no regime de acoplamento forte, apresenta uma propriedade de bloqueio de fótons devido ao truncamento do espaço de Fock acessível ao modo intracavidade, onde desconsideramos etapas intermediárias na produção de fótons únicos em comparação com os métodos tradicionais [13], o que torna o processo mais robusto contra mecanismos dissipativos atômicos, por exemplo.

Consideramos duas fontes com campos de bombeio diferentes: uma com o formato de um pulso gaussiano e outra com uma amplitude constante. A caracterização de ambas foi realizada por meio de três figuras de mérito: eficiência, pureza e indistinguibilidade. Para a fonte de amplitude constante, obtivemos resultados muito próximos dos ideais,

além de um mapeamento dos parâmetros que regem o sistema, necessários para manter a qualidade da fonte, embora isso implique na perda do controle sobre a taxa de repetição da fonte. Já para a fonte com campo de bombeio em pulsos, obtivemos uma indistin-
guibilidade de 98%, pureza de 0,037 e eficiência ideal. Novamente, esses são valores muito satisfatórios, mas o mapeamento dos parâmetros que proporcionariam um melhor resultado geral não foi possível devido ao longo tempo necessário para a obtenção de resultados.

-
- [1] H.-P. Breuer and F. Petruccione, *The theory of open quantum systems* (Oxford University Press, USA, 2002).
- [2] E. Knill, R. Laflamme, and G. J. Milburn, A scheme for efficient quantum computation with linear optics, *nature* **409**, 46 (2001).
- [3] S. Thomas and P. Senellart, The race for the ideal single-photon source is on, *Nature Nanotechnology* **16**, 367 (2021).
- [4] M. E. Reimer and C. Cher, The quest for a perfect single-photon source, *Nature Photonics* **13**, 734 (2019).
- [5] S. Shi, B. Xu, K. Zhang, G.-S. Ye, D.-S. Xiang, Y. Liu, J. Wang, D. Su, and L. Li, High-fidelity photonic quantum logic gate based on near-optimal rydberg singlephoton source, *Nature Communications* **13**, 4454 (2022).
- [6] J. Peng, J. Tang, P. Tang, Z. Ren, J. Tian, N. Barraza, G. A. Barrios, L. Lamata, E. Solano, and F. Albarrán-Arriagada, Deterministic single-photon source in the ultrastrong-coupling regime, *Physical Review A* **108**, L031701 (2023).
- [7] W. Salmon, C. Gustin, A. Settineri, O. Di Stefano, D. Zueco, S. Savasta, F. Nori, and S. Hughes, Gauge-independent emission spectra and quantum correlations in the ultrastrong coupling regime of open system cavity-qed, *Nanophotonics* **11**, 1573 (2022).
- [8] D. Walls and G. J. Milburn, Quantum information, in *Quantum Optics* (Springer, 2008).
- [9] C. C. Gerry and P. L. Knight, *Introductory quantum optics* (Cambridge university press, 2023).
- [10] C. J. Villas-Boas and D. Z. Rossatto, Multiphoton Jaynes-Cummings Model: Arbitrary Rotations in Fock Space and Quantum Filters, *Phys. Rev. Lett.* **122**, 123604 (2019).
- [11] P. D. Nation and J. Johansson, Qutip: Quantum toolbox in python, online at <http://qutip.org> (2011).
- [12] P. Kaer, N. Gregersen, and J. Mork, The role of phonon scattering in the indistinguishability

of photons emitted from semiconductor cavity qed systems, *New Journal of Physics* **15**, 035027 (2013).

[13] B. Lounis and M. Orrit, Single-photon sources, *Rep. Prog. Phys.* **68**, 1129 (2005).