



**UNIVERSIDADE ESTADUAL  
PAULISTA  
“JÚLIO DE MESQUITA FILHO”  
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA  
SOLTEIRA**

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

**Aplicação da Retroanálise na identificação da  
Parcela Devida à Fluência do Concreto da Perda  
de Protensão de Vigas Pré-moldadas de Pontes**

**Eng. Hugo Alberto Calvo Echeverria**

Dissertação apresentada à Faculdade de  
Engenharia de Ilha Solteira – UNESP,  
como parte dos requisitos para obtenção  
do título de Mestre em Engenharia Civil.

**Orientador: Prof. Dr. Haroldo de Mayo Bernardes**

Ilha Solteira - SP  
Dezembro de 2005

#### FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Seção Técnica de Aquisição e Tratamento da Informação/Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação da UNESP-Ilha Solteira

- C169a Calvo Echeverria, Hugo Alberto.  
Aplicação da retroanálise na identificação da parcela devida à fluência do concreto da perda de protensão de vigas pré-moldadas de pontes / Hugo Alberto Calvo Echeverria. -- Ilha Solteira : [s.n.], 2005  
86 p. : il. (algumas color.)
- Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, 2005
- Orientador: Haroldo de Mayo Bernardes  
Bibliografia: p. 80-82
1. Identificação de sistemas. 2. Vigas de concreto protendido. 3. Concreto protendido. 4. Materiais – Deformações. 5. Deformações (Mecânica). 6. Métodos de mínimos quadrados.



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA  
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA

### CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

**TÍTULO:** Aplicação da Retroanálise na Identificação da Parcela Devida à Fluência do Concreto da Perda de Protensão de Vigas Pré-moldadas de Pontes

**AUTOR:** HUGO ALBERTO CALVO ECHEVERRIA  
**ORIENTADOR:** Prof. Dr. HAROLDO DE MAYO BERNARDES

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de MESTRE em ENGENHARIA CIVIL pela Comissão Examinadora:

Prof. Dr. HAROLDO DE MAYO BERNARDES  
Departamento de Engenharia Civil / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. RENATO BERTOLINO JUNIOR  
Departamento de Engenharia Civil / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. JOÃO CYRO ANDRÉ  
Departamento de Estruturas e Fundações - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo - EPUSP

Data da realização: 07 de dezembro de 2005.

---

Presidente da Comissão Examinadora  
Prof. Dr. HAROLDO DE MAYO BERNARDES

## **Dedicatória**

A Deus, a meus pais Hernán e Rosalba, minha irmã Jacqueline e aos meus irmãos e irmãs.

## **Agradecimentos**

Ao Prof. Dr. Haroldo de Mayo Bernardes, meu orientador, pela amizade, compreensão, confiança, incentivo e por direcionar-me em todos os passos deste trabalho, com uma forma dedicada e paciente de ensinar.

Aos professores Doutores João Cyro André e Renato Bertolino Júnior pelo prazer em tê-los como membro da banca da dissertação.

A empresa PROTENDIT, por contribuir no fornecimento da viga utilizada neste trabalho.

Ao Laboratório CESP, em Ilha Solteira, que colocou à disposição as instalações físicas e o apoio técnico, sem os quais seria mais difícil a realização deste trabalho, especialmente ao engenheiro Flávio Moreira Salles, pelas sugestões.

Aos técnicos Mário e Ronaldo do Laboratório de Engenharia Civil da Feis-Unesp e aos técnicos do Laboratório CESP em Ilha Solteira, especialmente ao José Lourival Pereira, pela atenção despendida na parte experimental.

Aos amigos e companheiros Jussara, Kéteri, Mário, Edgar, Israel, Emerson, Perón, Eduardo “Antimônio”, Carolina, Joel, Stefano, Tarso, Humberto (Linux), Marcelo, Guido, José Carlos, Fabiana e Adriana, Michele, Gilnete, Débora (A Estrela), pelo apoio e companheirismo e, em especial, ao amigo e companheiro Odilon Martins, pela primeira revisão desta dissertação e pela amizade.

Aos engenheiros Jorge Molina, Nelson Betancour e Alessandro da Costa, que forneceram as fotos e informações importantes.

Aos professores Drs. Mônica P. Barbosa, Rogério O. Rodrigues, Jorge Akasaki.

A todos, que de alguma forma, me ajudaram na realização deste trabalho.

# **Aplicação da Retroanálise na identificação da Parcela devida à Fluência do Concreto da Perda de Protensão de Vigas Pré-Moldadas de Pontes**

Eng. Hugo Alberto Calvo Echeverria

ORIENTADOR: Prof. Dr. Haroldo de Mayo Bernardes

## **Resumo**

No presente trabalho aplica-se a técnica da retroanálise para estimar a perda progressiva de protensão devida à fluência do concreto, em uma viga de concreto protendido, pré-fabricado destinada à construção de pontes. Utiliza-se a norma brasileira NBR 6118: 2003 para o cálculo determinístico das perdas de protensão, baseando-se nas propriedades prescritas dos materiais, ações e condições de temperatura e umidade. Considerando-se os deslocamentos observados em laboratório nos primeiros meses de uma viga em escala natural, estima-se a parcela devida à fluência do concreto na perda de protensão a partir da identificação dos parâmetros pelo método dos mínimos quadrados.

Palavras – Chave: Retroanálise, Protensão, Concreto, Fluência.

# **Application of back-analysis to the identification of the concrete creep parcel of prestress loss of a pre-molded bridge beam**

Eng. Hugo Alberto Calvo Echeverria

Advisor: Prof. Dr. Haroldo de Mayo Bernardes.

## **Abstract**

In this work the back-analysis technique is used to estimate the progressive prestress loss due to the concrete creep, in a prefabricated prestressed concrete beam destined to bridge construction. The brazilian code NBR 6118:2003 is used in the deterministic calculation of the prestress loss, based on the prescribed properties of materials, actions and temperature and content conditions. Taking in account the laboratory observed displacements in the early months of a beam in natural scale, the concrete creep parcel of the prestress loss is estimated from the parameters identification by the minimum squares method.

Keywords: back-analysis, prestressed, concrete, creep.

## Lista de figuras

|                                                                                             |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 1 – Ponte Galeão, aspecto do tabuleiro e lançamento de uma viga protendida.....      | 20 |
| Figura 2 - Tabuleiro da ponte utilizando barras Dywidag. ....                               | 21 |
| Figura 3 – Vigas pré fabricada com armadura pré-tracionada .....                            | 24 |
| Figura 4 – Esquema de uma peça pré-fabricada de concreto protendido.....                    | 24 |
| Figura 5 – Esquema de uma peça pré-fabricada, após a liberação dos cabos protendidos. ....  | 24 |
| Figura 6 – Vigas pré-moldada com armadura pré-tracionada e pós-tracionadas.....             | 25 |
| Figura 7 – Pátio de fabricação de vigas pré-moldadas – ponte Paulicéia. ....                | 25 |
| Figura 8 – Viga de lançamento treliçada – ponte Paulicéia.....                              | 26 |
| Figura 9 – Viga por empurramento.....                                                       | 26 |
| Figura 10 – Ponte sistema misto balanços sucessivos e vigas retas. ....                     | 27 |
| Figura 11 – Reforço exterior das vigas de uma ponte de concreto protendido. ....            | 32 |
| Figura 12 – Reforço exterior das vigas de uma ponte de concreto protendido. ....            | 33 |
| Figura 13 – Comportamento da retração do concreto ao longo do tempo. ....                   | 35 |
| Figura 14 – Fluência de um elemento de concreto em equilíbrio higroscópico com o meio. .... | 37 |
| Figura 15 – Variação de $\varepsilon_{cf}(t)$ .....                                         | 38 |
| Figura 16 – Diagrama tensão-deformação para aços de armaduras ativas.....                   | 41 |
| Figura 17 – Elementos de sistemas. ....                                                     | 46 |
| Figura 18 – Análise e identificação de sistemas.....                                        | 46 |
| Figura 19 – Análise e retroanálise.....                                                     | 47 |
| Figura 20 – Avaliação do comportamento das estruturas. ....                                 | 47 |
| Figura 21 – Processo de retroanálise abordagem direta.....                                  | 48 |
| Figura 22 – Retroanálise com abordagem direta por processo iterativo. ....                  | 49 |
| Figura 23 – Fabricação da viga.....                                                         | 55 |
| Figura 24 – Chegada viga ao laboratório .....                                               | 55 |
| Figura 25 – Seção transversal da viga tipo I .....                                          | 55 |
| Figura 26 – Reforço da viga tipo I seção transversal. ....                                  | 56 |

|                                                                                                                                                                         |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 27 – Reforço da viga tipo I seção a planta e a elevação .....                                                                                                    | 56 |
| Figura 28 – Ensaio de fluência do concreto. ....                                                                                                                        | 58 |
| Figura 29 – Aparato de ensaio de fluência .....                                                                                                                         | 59 |
| Figura 30 – Respostas do ensaio de fluência do concreto.....                                                                                                            | 60 |
| Figura 31 – Esquema da viga com as posições dos extensômetros,<br>termômetros e relógios comparadores. ....                                                             | 61 |
| Figura 32 – Locação do extensômetro elétrico a $\frac{1}{4}$ do vão .....                                                                                               | 61 |
| Figura 33 – Locação dos extensômetros elétricos a $\frac{1}{2}$ do vão.....                                                                                             | 61 |
| Figura 34 – Esquema completo em $\frac{1}{2}$ ponte com compensador de temperatura. ....                                                                                | 62 |
| Figura 35 – Obtenção das leituras do indicador portátil de deformações com o<br>compensador de temperatura.....                                                         | 62 |
| Figura 36 – Obtenção da leitura de temperatura exterior .....                                                                                                           | 62 |
| Figura 37 – Relógios comparadores para medir os deslocamentos da viga. ....                                                                                             | 63 |
| Figura 38 – Leitura da evolução das deformações dos extensômetros. ....                                                                                                 | 64 |
| Figura 39 – Leituras da evolução dos deslocamentos medidos pelos relógios<br>comparadores.....                                                                          | 64 |
| Figura 40 – Evolução das perdas de protensão calculadas para um período de<br>dois anos .....                                                                           | 65 |
| Figura 41 – Leituras de temperatura no período 11/2003 a 11/2004 .....                                                                                                  | 65 |
| Figura 42 – Seção transversal da viga I. ....                                                                                                                           | 66 |
| Figura 43 – Malha de elementos finitos.....                                                                                                                             | 66 |
| Figura 44 – Trajetória das cordoalhas e fios .....                                                                                                                      | 66 |
| Figura 45 – Decaimento da força de protensão P devido a deformação lenta. ....                                                                                          | 69 |
| Figura 46 – Ajuste por mínimos quadrados dos deslocamentos medidos<br>experimentalmente considerando a idade efetiva.....                                               | 76 |
| Figura 47 – Ajuste por mínimos quadrados dos deslocamentos medidos<br>experimentalmente considerando a idade fictícia .....                                             | 76 |
| Figura 48 – Quadro comparativo de ajuste dos valores dos deslocamentos<br>medidos, dos calculados de acordo com a NBR 6118:2003 e pela<br>técnica de retroanálise ..... | 77 |

## Lista de tabelas

|                                                                                                     |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tabela 1 – Pontes com sistema de balanços sucessivos simples. Fonte: Mattos (2002) .....            | 23 |
| Tabela 2 – Valores de $\psi_{1000}$ , em (%) Fonte: NBR 6118:2003 .....                             | 42 |
| Tabela 3– Ordem cronológica das atividades praticadas na viga .....                                 | 54 |
| Tabela 4 – Fatores que influenciam a fluência do concreto. ....                                     | 59 |
| Tabela 5– Cálculo dos deslocamentos da viga utilizando os 1º, 2º e 3º modelos, para ( $p_0$ ) ..... | 68 |

## Lista de planilhas

|                                                                        |    |
|------------------------------------------------------------------------|----|
| Planilha 1 – Cálculo das perdas de protensão de acordo com a NBR ..... | 83 |
| Planilha 2 – Medidas experimentais da viga .....                       | 85 |

## Lista de símbolos e siglas

### Letras Romanas Maiúsculas

|               |                                                                                      |
|---------------|--------------------------------------------------------------------------------------|
| $A_c$         | Área da seção transversal da peça de concreto                                        |
| $A_p$         | Área da seção transversal de armadura protendida                                     |
| $E_c$         | Módulo de Elasticidade do concreto                                                   |
| $E_{ci}$      | Módulo de elasticidade ou módulo de deformação tangente inicial do concreto          |
| $E_{cs}$      | Módulo de deformação secante do concreto                                             |
| $E_{ci}(t_0)$ | Módulo de elasticidade ou módulo de deformação inicial do concreto no instante $t_0$ |
| $E_{ci28}$    | Módulo de elasticidade ou módulo de deformação inicial do concreto aos 28 dias       |
| $E_p$         | Módulo de elasticidade do aço de armadura ativa                                      |
| $M_d$         | Momento fletor de cálculo                                                            |
| $N$           | Força normal                                                                         |
| $P_0$         | Força de protensão                                                                   |
| $P$           | Decaimento de força de protensão                                                     |
| $U_{ar}$      | Parte do perímetro externo da seção transversal da peça em contato com o ar          |

### Letras Romanas Minúsculas

|           |                                                         |
|-----------|---------------------------------------------------------|
| $e_c$     | Excentricidade                                          |
| $f_c$     | Resistência à compressão do concreto                    |
| $f_{cd}$  | Resistência de cálculo à compressão do concreto         |
| $f_{cj}$  | Resistência à compressão do concreto aos j dias         |
| $f_{ck}$  | Resistência característica do concreto à compressão     |
| $f_{cm}$  | Resistência média à compressão do concreto              |
| $f_{ct}$  | Resistência do concreto à tração direta                 |
| $f_{ptk}$ | Resistência característica do aço de protensão à tração |

|            |                                                      |
|------------|------------------------------------------------------|
| $f_{st}$   | Resistência à tração do aço de armadura passiva      |
| $f_y$      | Resistência ao escoamento do aço de armadura passiva |
| $f_{pt}$   | Resistência à tração do aço de armadura ativa        |
| $f_{py}$   | Resistência ao escoamento do aço de armadura ativa   |
| $f_{yd}$   | Resistência de cálculo do aço à tração               |
| $f_{yk}$   | Resistência característica do aço à tração           |
| $h$        | Altura total da seção transversal                    |
| $l$        | Vão da viga                                          |
| $h_{fict}$ | Altura fictícia                                      |
| $t$        | Idade fictícia, em dias                              |
| $t_0$      | Tempo inicial de intervalo fictício                  |
| $U_{ar}$   | Perímetro externo da seção em contato com o ar       |

## Letras Gregas

|              |                                                                                                            |
|--------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\alpha$     | Coeficiente que depende da velocidade de endurecimento do cimento                                          |
| $\alpha_c$   | Relação entre os módulos de deformação longitudinal dos concretos que compõem a seção                      |
| $\alpha_f$   | Coeficiente, para a fluência, que depende do tipo de cimento                                               |
| $\alpha_p$   | Relação entre os módulos de deformação longitudinal da armadura de protensão do concreto                   |
| $\beta_d(t)$ | Coeficiente relativo à deformação lenta reversível função do tempo $(t-t_0)$ decorrido após o carregamento |
| $\beta_f(t)$ | Coeficiente relativo à deformação lenta irreversível função da idade do concreto                           |
| $\gamma$     | Coeficiente dependente da umidade relativa do ambiente ( $U\%$ )                                           |
| $\gamma_c$   | Peso específico do concreto                                                                                |
| $\chi$       | Coeficiente de envelhecimento do concreto                                                                  |
| $\chi_s$     | Coeficiente de fluência para o aço de protensão                                                            |

|                            |                                                                                                                                                                 |
|----------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\sigma_{c.p0g}$           | Tensão no concreto adjacente ao cabo resultante, provocada pela protensão e pela ação permanente mobilizada no instante $t_0$ , sendo positiva se de compressão |
| $\varepsilon_c$            | Deformação específica do concreto                                                                                                                               |
| $\varepsilon_{cc}(t, t_0)$ | Deformação por fluência no concreto                                                                                                                             |
| $\varepsilon_{cca}$        | Deformação por fluência rápida no concreto                                                                                                                      |
| $\varepsilon_{ccf}$        | Deformação lenta irreversível no concreto                                                                                                                       |
| $\varepsilon_{ccd}$        | Deformação lenta reversível no concreto                                                                                                                         |
| $\varepsilon_{cu}$         | Deformação específica de ruptura do concreto                                                                                                                    |
| $\varepsilon_i$            | Deformação imediata medida no ato da aplicação da força                                                                                                         |
| $\varepsilon_t$            | Deformação total a partir da leitura de referência nos corpos-de-prova sob carregamento, na idade considerada                                                   |
| $\varepsilon_s$            | Deformação média dos corpos-de-prova complementares não submetidos a carregamento (deformação por retração).                                                    |
| $\varepsilon_p$            | Deformação específica da armadura ativa                                                                                                                         |
| $\varphi(t, t_0)$          | Coeficiente de fluência entre as idades fictícias $t_0$ e $t$                                                                                                   |
| $\varphi_a$                | Parcela rápida e irreversível do coeficiente de fluência                                                                                                        |
| $\varphi_f$                | Parcela lenta e irreversível do coeficiente de fluência                                                                                                         |
| $\varphi_d$                | Parcela lenta e reversível do coeficiente de fluência                                                                                                           |
| $\rho_p$                   | Taxa geométrica da armadura de protensão                                                                                                                        |
| $\eta$                     | Relação entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto                                                                                                   |
| $\Delta\sigma_c(t, t_0)$   | Variação da tensão do concreto adjacente ao cabo resultante entre $t_0$ e $t$                                                                                   |
| $\Delta\sigma_p(t, t_0)$   | Variação da tensão no aço de protensão entre $t_0$ e $t$                                                                                                        |
| $\Delta\sigma_{p0}$        | Tensão na armadura ativa devida à protensão e à força permanente mobilizada no instante $t_0$ , positiva se de tração                                           |
| $\psi(t, t_0)$             | Coeficiente de relaxação do aço no tempo $t$                                                                                                                    |
| $\psi_{1000}$              | Coeficiente de relaxação do aço em 1000 horas                                                                                                                   |
| $\rho_s$                   | Taxa geométrica de armadura aderente passiva                                                                                                                    |

|                 |                                                                    |
|-----------------|--------------------------------------------------------------------|
| $\sigma_c$      | Tensão no concreto provocada pela força aplicada no instante $t_0$ |
| $\sigma_{ct}$   | Tensão à tração no concreto                                        |
| $\sigma_p$      | Tensão no aço de protensão                                         |
| $\sigma_s$      | Tensão normal no aço de armadura passiva                           |
| $\varepsilon_u$ | Deformação específica do aço na ruptura                            |
| $\varepsilon_y$ | Deformação específica de escoamento do aço                         |
| $\nu$           | Coeficiente de Poisson                                             |

## Siglas

|      |                                           |
|------|-------------------------------------------|
| ABNT | ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. |
| CAD  | Concretos de Alto Desempenho.             |
| CDP  | Corpos-de-prova                           |
| MEF  | Método dos Elementos Finitos              |
| NBR  | NORMA BRASILEIRA DE REGULAMENTAÇÃO        |
| RAA  | Reações Álcali-Agregado                   |

## Lista de símbolos de retroanálise

|                          |                                                                                             |
|--------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------|
| $f_{obj}$                | função objetivo                                                                             |
| $f(\mathbf{p})$          | função a minimizar                                                                          |
| $p_i$                    | parâmetro $i$                                                                               |
| $\mathbf{p}$             | vetor dos parâmetros a identificar                                                          |
| $(\mathbf{e})$           | condição de mínima diferença                                                                |
| $\mathbf{C}_y$           | matriz de covariância dos valores medidos                                                   |
| $\nabla f(\mathbf{p})$   | gradiente da função                                                                         |
| $\mathbf{H}(\mathbf{p})$ | matriz Hessiana                                                                             |
| $\mathbf{y}^*$           | vetor dos valores (deslocamentos) medidos;                                                  |
| $\mathbf{y}(\mathbf{p})$ | vetor dos valores deslocamento calculado em função dos parâmetros $\mathbf{p}$              |
| $\mathbf{y}$             | deslocamento na iteração atual;                                                             |
| $\mathbf{y}'$            | deslocamento na iteração anterior;                                                          |
| $\mathbf{p}_0$           | vetor das estimativas iniciais dos parâmetros                                               |
| $\mathbf{p}$             | parâmetro na iteração atual                                                                 |
| $\mathbf{p}'$            | parâmetro na iteração anterior;                                                             |
| $\bar{\mathbf{p}}$       | parâmetros que minimizam as diferenças, eventualmente a ser utilizado na iteração posterior |
| $\Delta \mathbf{d}$      | diferença entre deslocamento medido e deslocamento calculado                                |
| $\mathbf{Q}$             | matriz de diferenças quadradas                                                              |
| $\mathbf{G}$             | $\{[\mathbf{L}]^T[\mathbf{L}]\}^{-1} [\mathbf{L}]^T$                                        |
| $[\mathbf{I}]$           | matriz identidade                                                                           |

# Sumário

|          |                                                                      |           |
|----------|----------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>INTRODUÇÃO.....</b>                                               | <b>17</b> |
| 1.1      | Alguns Elementos Históricos sobre Pontes de Concreto Protendido..... | 19        |
| 1.2      | Tipos de Protensão nas Pontes .....                                  | 21        |
| 1.2.1    | Sistemas de protensão .....                                          | 21        |
| 1.2.2    | Aplicações de protensão.....                                         | 22        |
| 1.2.3    | A protensão nas pontes .....                                         | 22        |
| 1.2.4    | Pontes com sistema de vigas retas pré-moldadas e pré-fabricadas....  | 23        |
| 1.3      | Descrição Sucinta dos Próximos Capítulos .....                       | 28        |
| <b>2</b> | <b>PERDAS DE PROTENSÃO.....</b>                                      | <b>29</b> |
| 2.1      | Aspectos Gerais.....                                                 | 29        |
| 2.2      | Fatores que Influenciam as Perdas.....                               | 30        |
| 2.3      | Medidas Preventivas.....                                             | 31        |
| 2.4      | Obras de Reabilitação.....                                           | 31        |
| 2.5      | Mecanismo das Perdas.....                                            | 33        |
| 2.5.1    | Perdas Imediatas .....                                               | 33        |
| 2.5.2    | Perdas progressivas .....                                            | 34        |
| 2.5.3    | Retração do concreto.....                                            | 34        |
| 2.5.4    | Fluência do concreto.....                                            | 37        |
| 2.5.5    | Relaxação do aço .....                                               | 40        |
| 2.5.6    | Expressão aproximada para estimar a perda progressiva.....           | 43        |
| <b>3</b> | <b>RETROANÁLISE.....</b>                                             | <b>45</b> |
| 3.1      | Identificação de Sistemas e Retroanálise .....                       | 45        |
| 3.2      | Critérios de Identificação.....                                      | 49        |
| 3.2.1    | Critério dos mínimos quadrados .....                                 | 50        |
| 3.3      | Técnicas de Minimização.....                                         | 50        |
| <b>4</b> | <b>RETROANÁLISE DAS PERDAS DE PROTENSÃO.....</b>                     | <b>53</b> |
| 4.1      | Observação da Estrutura .....                                        | 53        |
| 4.2      | A Viga .....                                                         | 53        |
| 4.3      | O Ensaio de Fluência do Concreto .....                               | 58        |
| 4.4      | Ensaio da Viga.....                                                  | 60        |

|          |                                                                                             |           |
|----------|---------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 4.5      | O Modelo Matemático .....                                                                   | 66        |
| 4.5.1    | Modelo numérico calculado no Software SAP2000 solicitado por<br>forças                      | 66        |
| 4.5.2    | Modelo numérico calculado no Software SAP2000 solicitado por<br>deslocamentos impostos..... | 67        |
| 4.5.3    | Modelo clássico de viga.....                                                                | 67        |
| 4.5.4    | Modelo da perda de protensão .....                                                          | 68        |
| 4.6      | Aplicação da Retroanálise .....                                                             | 72        |
| 4.7      | Resultados Obtidos.....                                                                     | 75        |
| <b>5</b> | <b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>                                                            | <b>78</b> |
| 5.1      | Visão Geral Sobre os Resultados Obtidos.....                                                | 78        |
| 5.2      | Conclusões .....                                                                            | 79        |
| 5.3      | Complementações Futuras .....                                                               | 79        |
| <b>6</b> | <b>REFERÊNCIAS .....</b>                                                                    | <b>80</b> |
|          | <b>ANEXOS .....</b>                                                                         | <b>83</b> |

## 1 INTRODUÇÃO

---

Na segunda metade do século passado observa-se um desenvolvimento e crescimento sem precedentes das infra-estruturas no âmbito mundial, o qual reflete exigências cada vez maiores geradas pela sociedade. O ritmo de progresso é mais acelerado nos países industrializados, o que motiva ainda mais o desenvolvimento da ciência e da tecnologia, trazendo consigo um crescimento na indústria da construção e na aplicação de novos métodos e técnicas.

Nas últimas décadas tem sido dada atenção à criação de programas de manutenção, reabilitação, proteção de grandes estruturas e diminuição de prazos na execução das obras civis, nas quais não só a segurança é priorizada, como também os aspectos, de durabilidade, estético, econômico e ambiental.

O envelhecimento das estruturas no âmbito mundial tem motivado muitos pesquisadores a procurar materiais alternativos e técnicas para recuperar estruturas deterioradas. Algumas estruturas tem-se mostrado sem possibilidade de recuperação porque o custo de manutenção geralmente é muito alto.

As pontes são pontos importantes em uma rede de vias para o transporte em geral e tem por consequência o desenvolvimento social. Preservar este patrimônio da degradação prematura é uma importante tarefa de uma administração, seja ela pública ou privada.

Os elementos estruturais de uma ponte são: tabuleiros, vigas e pilares, os quais estão submetidos a diversas ações. Em especial a superestrutura está submetidas a solicitações variadas, como flexão, cortante e torção.

O emprego de instrumentos de medição, capazes de fornecer deformações e deslocamentos, levam à análise de como a estrutura vem se comportando devido às ações permanentes, e acidentais.

Após a aplicação da força de protensão em vigas de pontes, ocorrem perdas progressivas de tensão na armadura ao longo do tempo, decorrentes da retração e fluência do concreto, somadas à relaxação do aço. O conhecimento dos valores parciais e totais das perdas de protensão é fundamental para avaliar a segurança da estrutura e estes podem ser calculados de acordo com as especificações das normas técnicas.

No entanto, devido ao grande número de hipóteses adotadas no cálculo, freqüentemente surgem dúvidas sobre o real comportamento da estrutura, e em algumas situações a verificação experimental pode se tornar necessária. Entre as dificuldades técnicas para obtenção das perdas de protensão, destacam-se os detalhes de instalação de instrumentos, aplicação de elevadas forças concentradas e coleta de dados.

O emprego da instrumentação permite acompanhar a execução e monitorar o desempenho e a segurança da obra, fornecendo informações importantes sobre seu real comportamento. A interpretação dos resultados é de vital importância, uma vez que se os modelos e parâmetros estabelecidos estiverem de acordo com as grandezas observadas reduzem-se as incertezas acerca do comportamento da estrutura.

As medidas de algumas grandezas, tais como os deslocamentos, são geralmente mais confiáveis que as deformações por este motivo no presente trabalho se propõe para estimar as perdas de protensão a partir de medidas dos deslocamentos ao longo do tempo.

A retroanálise com base científica tem se mostrado uma poderosa ferramenta para: interpretar as medidas de campo, avaliar a adequação do projeto original e o procedimento de construção, monitorar a obra durante a construção, identificar o modelo matemático e os parâmetros que melhor representem uma estrutura.

Nesse contexto, os problemas de retroanálise que se inserem no âmbito da metodologia de identificação de sistemas, consistem em identificar modelos ou parâmetros que melhor representem um processo observado. De sua solução são obtidos valores que quando introduzidos nas equações que regem o processo,

conduzem a resultados tão próximos quanto possível dos correspondentes valores observados.

O presente trabalho propõe uma metodologia para identificar a parcela de perda progressiva de protensão devido à fluência do concreto em uma viga pré-moldada destinada à construção de pontes, a partir dos experimentos efetuados em laboratório no período de um ano, utilizando relógios comparadores para medir deslocamentos e extensômetros elétricos de resistência (strain-gages) para medir deformações, por meio da técnica de retroanálise.

## **1.1 Alguns Elementos Históricos sobre Pontes de Concreto Protendido**

Segundo Vasconcelos (1992), datam do final do século XIX, as primeiras experiências de uso do concreto protendido. Foram tentativas fracassadas provocadas pelas perdas provenientes da retração e fluência do concreto que praticamente anularam as forças iniciais de protensão. Eugene Freyssinet em 1928 na França, utilizou arames treilados de alta resistência resolvendo o problema gerado pela perda progressiva de protensão.

Hoyer na Alemanha fez as primeiras aplicações práticas do concreto protendido com o sistema de aderência inicial utilizando fios de alta resistência. A primeira ponte de concreto protendido foi construída na Alemanha, projetada por Dischinger em 1936 com o sistema de protensão sem aderência. Com os equipamentos e as ancoragens de protensão fabricados inicialmente por Freyssinet na França em 1939 e Magnel na Bélgica em 1940, difundiu-se o uso do concreto protendido nas obras.

Ulrich Finsterwalder desenvolveu em 1959 a aplicação do concreto protendido às pontes construídas em balanços sucessivos, processo originalmente utilizado por Emílio Henrique Baumgart no projeto e construção da ponte de concreto armado sobre o Rio do Peixe em Herval, Santa Catarina em 1930.

A utilização de armaduras protendidas em estruturas de concreto se consagrou como técnica construtiva no Brasil em meados do século XX, incluindo hoje obras com mais de 50 anos.

A primeira obra em concreto protendido no Brasil foi a ponte do Galeão, no Rio de Janeiro que, na época, foi considerada a mais extensa ponte em concreto protendido do mundo, construída em 1948 utilizando o sistema Freyssinet. Para esta obra foram importados da França: o aço, as ancoragens, os equipamentos e até o projeto. Atualmente a ponte está fora de serviço. A Figura 1 mostra como foi feito o desenvolvimento da construção da ponte.

Em 1952 a Companhia Siderúrgica Belgo-Mineira iniciou a fabricação do aço de protensão no Brasil. A segunda obra brasileira, a ponte de Juazeiro foi feita com aço brasileiro.



**Figura 1 – Ponte Galeão, aspecto do tabuleiro e lançamento de uma viga protendida.**  
**Fonte: Vasconcelos (1992)**

Na segunda metade do século XX, o concreto protendido passou a ser utilizado em maior escala, alguns estudiosos desenvolveram processos de protensão. Aumentou-se a demanda por equipamentos e aperfeiçoou-se o próprio processo de protensão. O sistema Freyssinet, por exemplo, utiliza cordoalhas de fios e cunhas metálicas para a ancoragem dos cabos protendidos. No processo Dywidag, os cabos são constituídos de barras laminadas com roscas e a ancoragem é feita através de porcas metálicas, como pode ser observado na Figura 2.



**Figura 2 - Tabuleiro da ponte utilizando barras Dywidag.**

## **1.2 Tipos de Protensão nas Pontes**

Segundo Pfeil (1984), a protensão é um artifício que consiste em introduzir numa estrutura um estado prévio de tensões capaz de melhorar sua resistência ou seu comportamento, sob diversas condições de ações.

O artifício da protensão, aplicado ao concreto, consiste em introduzir ações que anulem ou limitem drasticamente as tensões de tração do concreto, de modo a eliminar a abertura das fissuras como condição determinante do dimensionamento da viga.

O concreto protendido é um material obtido a partir do concreto armado convencional, aplicando-se solicitações de compressão que melhoram o comportamento do concreto. Na prática, as solicitações de compressão são aplicadas por meio de barras, fios ou cabos de aço tracionados e ancorados no próprio concreto.

### **1.2.1 Sistemas de protensão**

Segundo Pfeil (1984), o sistema de aplicação da força de protensão do concreto protendido é classificado em duas categorias: Sistemas com armaduras pré-tracionadas e sistemas com armaduras pós-tracionadas.

No sistema com armaduras pré-tracionadas os cabos de aço na forma de fios ou cordoalhas, são protendidos e posteriormente fixados nas suas extremidades por sistemas de ancoragens. As peças de concreto são então moldadas, envolvendo os cabos. Após o endurecimento do concreto, os cabos das extremidades são cortados. A força de protensão é transmitida à peça pela aderência do concreto à armadura.

No sistema com armaduras pós-tracionadas ou de pós-tração, a protensão dos cabos é feita após o endurecimento do concreto, sendo que a própria peça é utilizada como apoio definitivo para ancoragem dos cabos. Os sistemas com armaduras pós-tracionadas apresentam variações, que se dão de acordo com critérios tais como a ligação entre os cabos e o concreto e a posição relativa dos cabos e da peça de concreto.

### **1.2.2 Aplicações de protensão**

O emprego do concreto protendido está muito difundido, podemos encontrá-lo em obras tais como: pontes, edifícios, reservatórios de água, estruturas nucleares, plataformas petrolíferas, estruturas de contenção marítimas, torres de transmissão, silos, etc.

O emprego das lajes protendidas implica numa grande economia de custos, devido ao fato de estas possuírem formas mais delgadas, permitindo maiores vãos. Na reabilitação de estruturas, a protensão tem-se mostrado um sistema bastante útil.

### **1.2.3 A protensão nas pontes**

O principal sucesso do concreto protendido é devido ao seu emprego em construção de pontes, pois estas exigem funções tais como: grandes vãos, ações de impactos e forças externas. No entanto, o emprego do concreto protendido envolve outros custos de materiais, operários especializados e melhores controles de qualidade, o que pode nem sempre resultar mais econômico.

Podem-se classificar as pontes de concreto protendido de acordo com os sistemas construtivos empregados para sua execução. Alguns sistemas construtivos empregados são: a) vigas retas pré-moldadas e pré-fabricadas, b) por

empurramentos, c) balanços sucessivos simples e c) estaiada com aduelas pré-moldadas.

O concreto protendido também pode ser empregado na infra-estrutura das pontes, algumas das aplicações mais comuns são: estacas, sapatas de fundações, pilares, painéis e travessas pré-moldadas.

A Tabela 1 relaciona algumas pontes com maiores vãos com o sistema de balanços sucessivos simples.

**Tabela 1 – Pontes com sistema de balanços sucessivos simples. Fonte: Mattos (2002)**

| <b>Ponte</b>    | <b>País</b> | <b>Vão(m)</b> | <b>Ano</b> |
|-----------------|-------------|---------------|------------|
| Stolmasundet    | Noruega     | 301           | 1998       |
| Raftsundet      | Noruega     | 298           | 1998       |
| Humen           | China       | 279           | 1998       |
| Boca Tigris - 2 | China       | 279           | 1997       |
| Varodd          | Noruega     | 260           | 1994       |
| Gateway         | Austrália   | 260           | 1986       |
| Skie            | Reino Unido | 250           | 1995       |

#### **1.2.4 Pontes com sistema de vigas retas pré-moldadas e pré-fabricadas**

Geralmente os comprimentos dos vãos são da ordem de 20m a 45m. As vigas pré-fabricadas diferem das vigas pré-moldadas principalmente quanto ao local de fabricação. As vigas pré-fabricadas são produzidas em uma fábrica, com instalações fixas. Já as vigas pré-moldadas são executadas em canteiros temporários e específicos para uma obra.

As principais vantagens do uso das vigas pré-fabricadas são: rígido controle de qualidade das peças, redução do canteiro de obras, rapidez de execução, perfeito acabamento obtido pelo uso de fôrmas metálicas, uso de protensão aderente dispensando as operações de protensão no canteiro e injeção das bainhas.

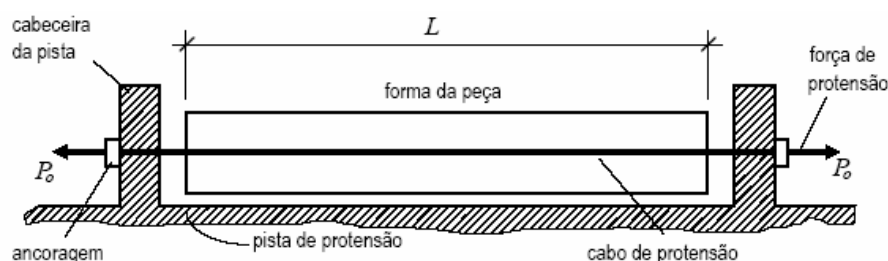
As principais vantagens do uso das vigas pré-moldadas são: permite a construção de grandes vãos, ausência de transporte da viga, uma vez que esta necessita ser somente içada.

A produção de vigas pré-fabricadas em pistas de protensão, emprega a protensão com aderência inicial, utilizado-se fios ou cordoalhas de aços especiais, estirados ao ar livre com o auxílio de macacos hidráulicos, que se apóiam em blocos na cabeceira da pista de protensão.

Para o estudo experimental realizado neste trabalho utilizou-se viga pré-fabricada, com armaduras pré-tracionadas, fabricada pela empresa Protendit. As peças são concretadas e, após o suficiente ganho de resistência do concreto, os fios ou cordoalhas são liberados, ficando aderidos ao concreto apenas pelo atrito, como mostram as Figuras 3, 4 e 5.

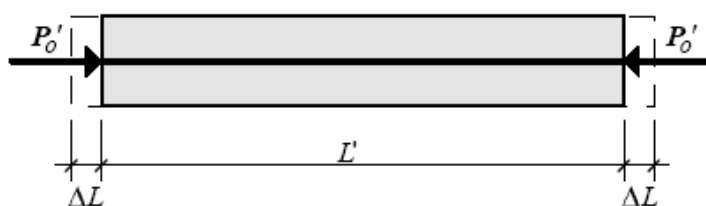


**Figura 3 – Vigas pré fabricada com armadura pré-tracionada**



$L$  = comprimento original da peça e da armadura ativa aderida ao concreto

**Figura 4 – Esquema de uma peça pré-fabricada de concreto protendido.**  
**Fonte: Veríssimo (1998)**



**Figura 5 – Esquema de uma peça pré-fabricada, após a liberação dos cabos protendidos.**  
**Fonte: Veríssimo (1998)**

A fabricação das vigas pré-moldadas se dá em canteiros temporários e específicos para uma obra. Tendo como característica elevado peso próprio e utilização nas grandes obras, como se pode observar nas Figuras 6 e 7.



**Figura 6 – Vigas pré-moldada com armadura pré-tracionada e pós-tracionadas**



**Figura 7 – Pátio de fabricação de vigas pré-moldadas – ponte Paulicéia.**

Para o lançamento de vigas pré-fabricadas e pré-moldadas podem ser empregadas guias ou viga de lançamento treliçada, instaladas na mesma estrutura da ponte, como apresentado na Figura 8.



**Figura 8 – Viga de lançamento treliçada – ponte Paulicéia.**

- **Pontes com sistema de vigas por empurramento**

Este método foi desenvolvido em 1961 pelos engenheiros Leonhardt e Andrae, sendo utilizado pela primeira vez na construção da ponte sobre o Rio Caroni, na Venezuela, realizada entre 1962 e 1964.

Nesse método, a superestrutura é fabricada às margens e empurrada para sua posição ao longo dos vãos, funcionando em balanço à medida que avança até encontrar o próximo apoio, conforme a Figura 9. Cada segmento é executado sobre fôrmas metálicas fixas, sendo concretado junto ao anterior já concluído, o que permite a continuidade da armadura na região das juntas. A estrutura é empurrada por macacos hidráulicos e sobre aparelhos de apoio de teflon deslizantes colocados sob os pilares, que podem ser permanentes ou provisórios, dependendo do tamanho do vão.



**Figura 9 – Viga por empurramento**

- **Pontes em sistema de balanços sucessivos**

Este sistema construtivo é empregado principalmente para vãos extensos, geralmente entre 60m e 300m, e para pontes curvas. Foi estudado pelo engenheiro brasileiro Emilio Baumgart, para a construção do vão central da Ponte de Herval sobre o rio Peixe em Santa Catarina, em 1930 (MATTOS, 2001).

O processo consiste da construção da obra em segmentos, denominados de aduelas, que podem ser pré-moldadas ou moldadas no local, constituindo balanços que avançam sobre o obstáculo a ser vencido. As aduelas pré-moldadas são fabricadas no canteiro e transportadas por meio de treliças metálicas até a extremidade do balanço, onde são protendidas longitudinalmente.

Na Figura 10, o sistema de construção da ponte é misto, com balanço sucessivo moldado no local e vigas retas pré-moldadas suspensas.



**Figura 10 – Ponte sistema misto balanços sucessivos e vigas retas.**

### **1.3 Descrição Sucinta dos Próximos Capítulos**

A dissertação encontra-se dividida em seis capítulos. No capítulo 1 apresenta-se a introdução na qual se expõe o assunto, justificando o interesse do tema e apresentando os objetivos do trabalho.

No capítulo 2 traça-se um roteiro do cálculo das perdas progressivas de protensão, procurando tratar de questões globais sobre sua natureza, e descrever alternativas de combate ao fenômeno, incluindo algumas obras de reabilitação.

No capítulo 3 apresentam-se os fundamentos da técnica da retroanálise, aplicando as bases matemáticas do método proposto para a caracterização de parâmetros da modelagem matemática das perdas progressivas de protensão ao longo do tempo.

No capítulo 4 são mostradas as técnicas experimentais para determinar os deslocamentos na viga, através da instrumentação e de procedimentos específicos para a aplicação da retroanálise na caracterização das perdas de protensão progressiva.

No capítulo 5, serão apresentadas algumas considerações finais, com uma análise geral dos resultados obtidos, as principais conclusões e questões propostas para trabalhos futuros. As referências são descritas no capítulo 6.

## 2 PERDAS DE PROTENSÃO

---

### 2.1 Aspectos Gerais

A estimativa das perdas de protensão é de fundamental importância para o projeto e dimensionamento econômico de estruturas protendidas. Nesta pesquisa, o estudo das perdas é abordado experimentalmente. A formulação apresentada segue as prescrições da “Norma Brasileira de Regulamentação” para projeto de estruturas de concreto protendido, a NBR 6118:2003, que consideram os efeitos de diversos fenômenos que afetam a protensão.

Segundo Veríssimo (1998), a protensão introduz na peça uma força inicial  $p_0$  que está diretamente relacionada com o alongamento ocorrido na armadura ativa. O acionamento dos macacos, a liberação dos cabos e a transferência da força de protensão são fatores que influem na magnitude da força de protensão inicialmente aplicada. Estes fatores são responsáveis por perdas de protensão imediatas e por perdas progressivas que se desenvolvem ao longo da vida útil da estrutura, originando uma série de efeitos que conduzem a uma diminuição da força de protensão.

Durante o cálculo de uma peça protendida, a partir da estimativa das perdas é possível determinar uma sobretensão que deve ser aplicada à peça, de tal forma que após as perdas, a força de protensão efetivamente atuante seja a força considerada, suficiente para neutralizar as tensões de tração.

## 2.2 Fatores que Influenciam as Perdas

Elementos de concreto protendido podem ter sua capacidade resistente reduzida em consequência de várias formas de deterioração do concreto e da incorreta avaliação de certos fenômenos já bastante conhecidos e quantificados. Os fatores que contribuem para a deterioração podem ser classificados em três grupos: propriedades dos materiais (aço, agregados, água e cimento), influências externas (umidade, temperatura, uso), e o tempo.

As principais causas da deterioração no concreto são os ataques químicos e os vazios e, no aço, a corrosão é a causa mais importante. A deterioração das propriedades mecânicas dos materiais e, conseqüentemente, das estruturas provoca fissuração e possíveis fraturas.

Até recentemente não se consideravam os problemas de durabilidade do concreto de forma criteriosa. Um dos fatores que podem provocar a deterioração das estruturas é o excesso de perdas de protensão.

Segundo Carrión *et al.* (2001) uma fissura define-se como uma separação incompleta em uma ou mais partes do maciço. A vida útil do concreto depende da variação da magnitude e da abertura devida à fissura ao longo do tempo.

A fissuração pode favorecer a ocorrência de reações químicas entre os agregados minerais do concreto, denominadas reações alcalís-agregado (RAA). As reações entre os álcalis do cimento com alguns agregados que contêm sílica-amorfa, produzem a carbonatação do concreto e a formação de silicatos alcalinos, provocando a diminuição da resistência do concreto.

Os autores afirmam também que os metais processados têm a tendência a regressar a seu estado natural ou a seu estado mineral original. Portanto o aço está sujeito a este fenômeno, já que em presença de oxigênio e com o tempo, tende a oxidar-se em compostos similares a seus minerais.

Se a superfície do aço oxidado se desprende totalmente, novos átomos de oxigênio reagirão com a nova superfície de aço e o voltarão a oxidar perdendo-se então seção efetiva do metal. Em contrapartida, se a superfície do aço oxidado se desprende parcialmente, podem proteger e manter passiva a ação degradante do oxigênio, já que impede a formação de novos óxidos ou da penetração da capa oxidada através da seção do componente metálico.

Se o concreto não permitir o acesso de umidade com contaminantes através da porosidade ou das fissuras, a aderência do aço envolto nele não sofrerá dano algum, já que a ação corrosiva se manterá passiva. Caso contrário, se o concreto tiver porosidade e microfissuras relativamente grandes, a permeabilidade em seu interior é inevitável, logo a probabilidade de danificar o aço é grande, permitindo portanto, a ação ativa.

## **2.3 Medidas Preventivas**

Para as medidas preventivas é importante monitorar e observar a possível presença da corrosão, os ensaios não destrutivos são amplamente empregados para este propósito, mas geralmente de forma limitada e dificilmente proporcionam dados diretos sobre os processos corrosivos presentes. Recentemente desenvolveram-se sensores magnéticos e radar de penetração para estudar a corrosão em estruturas de concreto armado, no entanto, sua aplicação é limitada e seu desenvolvimento encontra-se em etapa experimental.

As medições de vibração e análise modal se empregam cada vez mais como métodos de inspeção não destrutiva, particularmente em pontes, no entanto, pouca informação pode ser obtida de maneira direta do grau de corrosão de uma estrutura.

A corrosão afeta diretamente o nível da força de protensão dos cabos de aço e, portanto, seu desempenho e integridade, estabelecendo conseqüentemente uma relação entre a corrosão e o esforço presente aos cabos de aço, pode-se obter uma conexão com a dinâmica da estrutura, a fim de compreender a relação que guarda o comportamento vibratório de uma estrutura com respeito ao grau de corrosão que o aço de protensão pode ter.

## **2.4 Obras de Reabilitação**

Para os casos de pontes que apresentam danos como consequência de perdas de protensão excessivas, a reparação e reforço das pontes podem produzir um aumento da capacidade portante da estrutura, garantindo a vida útil prevista.

Atualmente tem-se valorizado o uso da protensão exterior aplicada às diversas estruturas. Este tipo de sistema de reforço pode ser utilizado em estruturas de

concreto armado, protendido e também de aço. A Figura 11 mostra o reparo de uma ponte de concreto protendido.



**Figura 11 – Reforço exterior das vigas de uma ponte de concreto protendido.**

A conservação de estruturas pode ser definida como o conjunto de operações e trabalhos necessários para que uma obra se mantenha com as características funcionais, resistentes e inclusive estéticas conforme foi projetada e construída. Este conjunto de operações pode ser dividido em três fases que são: Inspeção, Avaliação e Manutenção.

O objetivo fundamental é garantir que a inspeção e a avaliação dos projetos de reparação das pontes sejam o mais criterioso possível e a manutenção seja priorizada, hierarquizando as necessidades dos projetos de reabilitação e da conservação das obras, contando com pessoal técnico qualificado. A Figura 12 mostra reparo em uma ponte de concreto.



**Figura 12 – Reforço exterior das vigas de uma ponte de concreto protendido.**

## **2.5 Mecanismo das Perdas**

A NBR 6118:2003 prescreve dois procedimentos simplificados e o método geral de cálculo das perdas progressivas de protensão, decorrentes da retração, fluência do concreto e da relaxação do aço de protensão, indicados para as fases únicas de operação de concretagem, das ações permanentes e de protensão.

Os processos de deformação do concreto protendido são fortemente influenciados pelas perdas verificadas nas ações aplicadas aos cabos de protensão. Esta pesquisa tem o intuito de calcular a parcela devida à fluência do concreto e à perda de protensão e esta relacionada com as perdas progressivas. Há dois tipos principais de perdas de protensão: perdas imediatas e perdas progressivas.

### **2.5.1 Perdas Imediatas**

Ocorrem no ato da protensão dos cabos, e podem ser subdivididas basicamente em perdas por atrito do cabo com a bainha, por encunhamento ou acomodação das ancoragens e por encurtamento elástico, devido ao escalonamento da operação de protensão.

## 2.5.2 Perdas progressivas

Ocorrem ao longo do tempo sob a ação dos agentes climáticos (umidade relativa do ar, temperatura, tipo de cimento, histórico construtivo) e devido às ações permanentes aplicadas (protensão e ação externa permanente). Podem ser subdivididas basicamente em retração e fluência do concreto e relaxação do aço de protensão.

Segundo Neville (1997), no concreto as deformações tem parcelas reversíveis, consistindo de uma fase viscosa e de outra elástica e plástica, não reversível.

A fluência do concreto é o aumento da deformação ao longo do tempo, sob ação constante, enquanto a relaxação do aço é a diminuição da tensão ao longo do tempo, sob as ações de cálculo constantes.

## 2.5.3 Retração do concreto

O concreto usado em estruturas de concreto protendido em geral tem maior resistência do que o usado em concreto armado. A resistência usual do concreto protendido ( $f_{ck}$ ) atualmente varia de 24MPa a 50MPa. Essas elevadas resistências são desejáveis por vários motivos:

- a necessidade de se introduzir uma força de protensão, provoca solicitações prévias elevadas, freqüentemente mais altas que as ações de cálculo;
- possibilidade de se obter uma significativa redução das dimensões das peças, bem como o seu peso próprio, o que é considerável no caso de elementos pré-moldados, por exemplo;
- aumento do Módulo de Elasticidade do concreto, o qual é importante em estruturas de concreto protendido, devido à influência nas deformações da estrutura e na estimativa das perdas da força de protensão, e também pelo modo como afeta outras propriedades do concreto, tais como: retração, resistência a tração, fluência e na formação de fissuras, que também influem na deformabilidade das estruturas.

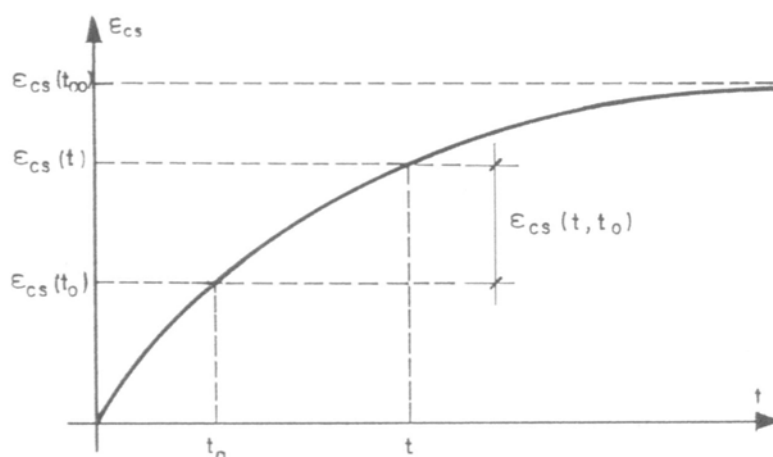
O concreto fresco apresenta grande quantidade de água, e o excesso que não é usado na hidratação do cimento, evapora. Esta evaporação depende das condições de umidade, temperatura ambiente, área e forma da seção transversal da peça. Este processo proporciona uma redução do volume. A variação do volume é inicialmente

alta, decrescendo com o tempo. A retração provoca perdas progressivas da força de protensão, e seu efeito não pode ser desprezado.

Segundo Veríssimo (1998), retração do concreto é a diminuição de volume devido à evaporação de água não consumida na reação química durante a pega do concreto, sendo uma deformação que independe do carregamento. O efeito da retração do concreto nas perdas de protensão ocorre pelo fato de que devido ao encurtamento da peça o cabo aderido ao longo de seu comprimento se contrai, e a força de protensão é então reduzida.

A NBR 6118:2003 considera que valor da retração do concreto depende da umidade relativa do ambiente, consistência do concreto no lançamento, espessura fictícia da peça.

Dessa forma, considerando o tempo inicial  $t_0$  a idade do concreto quando se aplica a protensão, a retração ocorre ao longo do tempo  $t$ , tendendo a um valor constante, conforme mostrado no gráfico da Figura 13.



**Figura 13 – Comportamento da retração do concreto ao longo do tempo.**  
Fonte: Veríssimo (1998).

O valor da retração entre os instantes  $t_0$  e  $t$  é dada por:

$$\epsilon_{cs}(t, t_0) = \epsilon_{cs\infty} [\beta_s(t) - \beta_s(t_0)] \quad (2.1)$$

sendo:

$$\epsilon_{cs\infty} = \epsilon_{1S} \epsilon_{2S}$$

$\epsilon_{cs\infty}$  é o valor final da retração

$\epsilon_{1S}$  é o coeficiente dependente da umidade relativa do ambiente e da consistência do concreto

$\epsilon_{2S}$  é o coeficiente dependente da espessura fictícia da valor final da retração

$$\epsilon_{2S} = \frac{33 + 2h_{fic}}{20.8 + 3h_{fic}} \quad (2.2)$$

A NBR 6118:2003, define como espessura fictícia  $h_{fic}$ , o seguinte valor:

$$h_{fic} = \gamma \frac{2A_c}{\mu_{ar}}$$

$\beta_s(t)$  ou  $\beta_s(t_0)$  é o coeficiente relativo á retração, no instante  $t$  ou  $t_0$

$t$  é a idade fictícia do concreto no instante considerado, em dias;

$t_0$  é a idade fictícia do concreto no instante em que o efeito da retração na peça começa a ser considerado, em dias.

$$\beta_s = \frac{\left(\frac{t}{100}\right)^3 + A\left(\frac{t}{100}\right)^2 + B\left(\frac{t}{100}\right)}{\left(\frac{t}{100}\right)^3 + C\left(\frac{t}{100}\right)^2 + D\left(\frac{t}{100}\right) + E} \quad (2.3)$$

sendo,

$$A = 40 \quad (2.4)$$

$$B = 116h^3 - 282h^2 + 220h - 4,8 \quad (2.5)$$

$$C = 2,5h^3 - 8,8h + 40,7 \quad (2.6)$$

$$D = -75h^3 + 585h^2 + 496h - 6,8 \quad (2.7)$$

$$E = -169h^4 + 88h^3 + 584h^2 - 39h + 0,8 \quad (2.9)$$

$h$  é a espessura fictícia, em metros ( $0,05 \leq h \leq 1,6$ ), para valores de  $h$  fora deste intervalo, adotam-se os extremos correspondentes.

$t$  é o tempo, em dias ( $t \geq 3$ ).

### 2.5.4 Fluência do concreto

A fluência é definida como aumento gradual na deformação ao longo do tempo, sob um certo nível de tensão constante como mostra a Figura 14

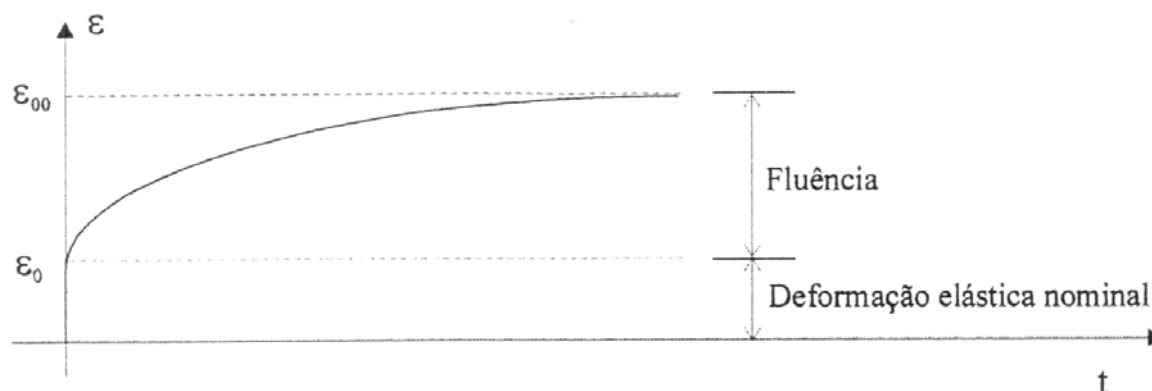


Figura 14 – Fluência de um elemento de concreto em equilíbrio higroscópico com o meio.

A NBR 6118:2003, divide a deformação por fluência no concreto  $\epsilon_{cc}$  em duas parcelas, sendo uma rápida e outra lenta. A fluência rápida  $\epsilon_{cca}$  é irreversível e ocorre durante as primeiras 24 horas após a aplicação da ação que a originou. A fluência lenta é, por sua vez, composta por duas outras parcelas: a deformação lenta irreversível  $\epsilon_{ccf}$  e a deformação lenta reversível  $\epsilon_{ccd}$ .

$$\epsilon_{cc} = \epsilon_{cca} + \epsilon_{ccf} + \epsilon_{ccd} \quad (2.10)$$

$$\epsilon_{c,tot} = \epsilon_c + \epsilon_{cc} = \epsilon_c (1 + \varphi) \quad (2.11)$$

$$\varphi = \varphi_a + \varphi_f + \varphi_d \quad (2.12)$$

Para o cálculo dos efeitos de fluência, quando as tensões no concreto são as de serviço, admitem-se as seguintes hipóteses:

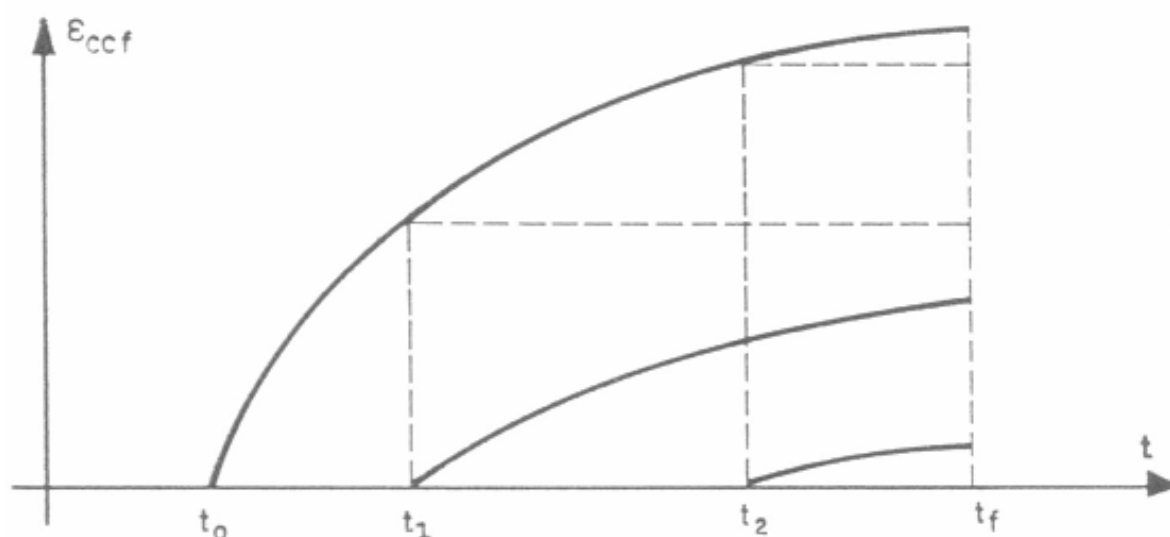
A deformação por fluência  $\epsilon_{cc}$  varia linearmente com a tensão aplicada, para acréscimos de tensão aplicados em instantes distintos, os respectivos efeitos de fluência se superpõem.

A deformação rápida produz deformações constantes ao longo do tempo; os valores do coeficiente  $\varphi_a$  são função da relação entre a resistência do concreto no momento da aplicação da ação e a sua resistência final.

O coeficiente de deformação lenta reversível  $\varphi_d$  depende apenas da duração do carregamento; o seu valor final e o seu desenvolvimento ao longo do tempo são independentes da idade do concreto no momento da aplicação da ação.

O coeficiente de deformação lenta irreversível  $\varphi_f$  depende de: umidade relativa do ambiente ( $U$ ), consistência do concreto no lançamento, espessura fictícia da peça  $h_{fic}$ , idade fictícia do concreto no instante ( $t_0$ ) da aplicação da ação, idade fictícia do concreto no instante considerado ( $t$ ).

Para o mesmo concreto, as curvas de deformação lenta irreversível em função do tempo, correspondentes a diferentes idades do concreto no momento do carregamento, são obtidas, umas em relação às outras, por deslocamento paralelo ao eixo das deformações conforme a Figura 15.



**Figura 15 – Variação de  $\varepsilon_{ccf}$  (t)**

**Fonte: NBR 6118:2003**

No instante  $t$  a deformação devida á fluência é dada por:

$$\varepsilon_{cc}(t, t_0) = \varepsilon_{cca} + \varepsilon_{ccf} + \varepsilon_{ccd} = \frac{\sigma_c}{E_{c28}} \varphi(t, t_0) \quad (2.13)$$

$\sigma_c$  = tensão no concreto

Com  $E_{c28}$  calculado, para  $j = 28$  dias, pela expressão

$$E_{c28} = E_{ci,28} = 5600 f_{ck}^{1/2} \quad (2.14)$$

O coeficiente de fluência  $\varphi(t, t_o)$ , válido também para a tração, é dado por:

$$\varphi(t, t_o) = \varphi_a + \varphi f_{\infty} [\beta_f(t) - \beta_f(t_o)] + \varphi d_{\infty} \beta_d \quad (2.15)$$

$t$  = idade fictícia do concreto no instante considerado, em dias.

$t_o$  = idade fictícia do concreto ao ser feito o carregamento único, em dias.

$t_{oi}$  = idade fictícia do concreto ao ser feito o carregamento, em dias.

$$\varphi_a = 0,8 \left[ 1 - \frac{f_c(t_o)}{f_c(t_{\infty})} \right] \quad (2.16)$$

A função de crescimento da resistência do concreto com a idade, é dada por.

$$\frac{f_c(t_o)}{f_c(t_{\infty})} \quad (2.17)$$

$\varphi_{f\infty}$  é o valor final do coeficiente de deformação lenta irreversível.

$$\varphi_{f\infty} = \varphi_{1c} \varphi_{2c} \quad (2.18)$$

$\varphi_{1c}$  = coeficiente dependente da umidade relativa do ambiente  $U$ , em porcentagem, e da consistência do concreto.

$\varphi_{2c}$  = coeficiente dependente da espessura fictícia  $h_{fic}$  da peça

$$\varphi_{2c} = \frac{42 + h_{fic}}{20 + h_{fic}} \quad (2.19)$$

onde,

$h_{fic}$  é a espessura fictícia, em centímetros.

$$h_{fic} = \gamma \frac{2A_c}{\mu_{ar}} = \left[ 1 + e^{(-7,8+0,1U)} \right] \frac{2A_c}{\mu_{ar}} \quad (2.20)$$

$\gamma$  = coeficiente dependente da umidade relativa do ambiente.

$\varphi_{d\infty}$  = valor final do coeficiente de deformação lenta reversível que é considerada igual a 0,4.

$\beta_d(t)$  é o coeficiente relativo à deformação lenta reversível, função do tempo  $(t-t_0)$  decorrido após o carregamento.

$$\beta_d(t) = \frac{t - t_0 + 20}{t - t_0 + 70} \quad (2.21)$$

$$\beta_f(t) = \frac{t^2 + At + B}{t^2 + Ct + D} \quad (2.22)$$

sendo,

$$A = 42h^3 - 350h^2 + 588h + 113 \quad (2.23)$$

$$B = 768h^3 - 3060h^2 + 3234h - 23 \quad (2.24)$$

$$C = -200h^3 + 13h^2 + 1090h + 183 \quad (2.25)$$

$$D = 7579h^3 - 31916h^2 + 35343h + 1931 \quad (2.26)$$

$h$  é a espessura fictícia, em metros ( $0,05 \leq h \leq 1,6$ ), para valores de  $h$  fora deste intervalo, adotam-se os extremos correspondentes.

$t$  é o tempo, em dias ( $t \geq 3$ )

### 2.5.5 Relaxação do aço

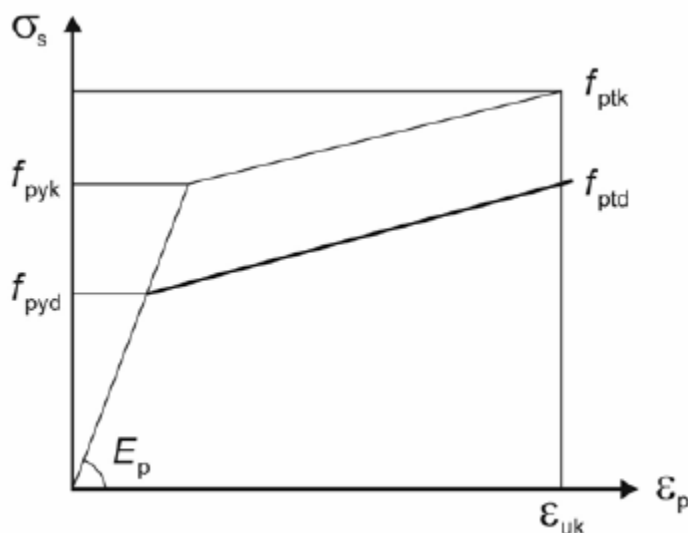
Segundo a NBR 6118:2003, Para os aços de armadura ativa, os valores de resistência característica à tração, diâmetro e área dos fios das cordoalhas, bem como a classificação quanto à relaxação, a serem adotados em projeto, são os nominais indicados na NBR 7482 e na NBR 7483, respectivamente.

O diagrama tensão-deformação, resistência ao escoamento e à tração deve ser fornecido pelo fabricante ou obtido através de ensaios realizados segundo a NBR 6349.

Os valores característicos da resistência de escoamento convencional  $f_{pyk}$ , da resistência à tração  $f_{ptk}$  e o alongamento após ruptura  $\varepsilon_{uk}$  das cordoalhas devem satisfazer os valores mínimos estabelecidos na NBR 7483. Os valores de  $f_{pyk}$ ,  $f_{ptk}$  e do

alongamento após ruptura  $\varepsilon_{uk}$  dos fios devem atender ao que é especificado na NBR 7482.

Para cálculo nos estados limites de serviço e último pode-se utilizar o diagrama simplificado preconizado pela NBR 6118:2003, conforme mostrado na Figura 16.



**Figura 16 – Diagrama tensão-deformação para aços de armaduras ativas.**  
**Fonte: NBR 6118:2003**

Pode-se adotar para massa específica do aço de armadura ativa o valor 7850 kg/m<sup>3</sup>. O valor 10<sup>-5</sup>/°C pode ser considerado para coeficiente de dilatação térmica do aço, para intervalos de temperatura entre – 20°C e 100°C.

O módulo de elasticidade deve ser obtido em ensaios ou fornecido pelo fabricante. Na falta de dados específicos, pode-se considerar o valor de 200 GPa para fios e cordoalhas.

O aço submetido a tensões permanentes elevadas sofre um alongamento denominado fluência lenta, originando uma diminuição de tensão denominada relaxação. Este fenômeno equivale à queda de tensão ao longo do tempo, da resposta elástica das armaduras alongadas, mantidas sob força constante (relaxação pura).

As peças de concreto sofrem um encurtamento pela retração e fluência, e como o cabo de aço encontra-se aderido ou solidarizado ao concreto, ele também sofre este encurtamento e, conseqüentemente, não ocorre à relaxação pura e sim

uma relaxação relativa, provocando uma perda de tensão de menor intensidade. Conforme a seguinte expressão:

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_p \quad (2.27)$$

A intensidade da relaxação do aço é determinada pelo coeficiente  $\psi(t, t_0)$ . A relaxação na armadura de protensão (com relaxação baixa) pode ser estimada através da seguinte expressão:

$$\psi(t, t_0) = \frac{\Delta\sigma_{pr}(t, t_0)}{\sigma_{pi}} \quad (2.28)$$

onde,

$\Delta\sigma_{pr}(t, t_0)$  é a perda de tensão por relaxação pura desde o instante  $t_0$  do estiramento da armadura até o instante  $t$  considerado.

$\sigma_{pi}$  é a tensão na armadura no ato da protensão após as perdas imediatas.

Segundo a norma NBR 6118:2003, a relaxação de fios e cordoalhas, após 1000 h a 20°C ( $\psi_{1000}$ ) e para tensões variando de  $0,5 f_{ptk}$  a  $0,8 f_{ptk}$ , obtida em ensaios descritos na NBR 7484, não deve ultrapassar os valores dados na NBR 7482 e na NBR 7483, respectivamente. Para efeito de projeto, os valores de  $\psi_{1000}$  da tabela 2 podem ser adotados.

$f_{ptk}$  é tensão de ruptura característica do aço

**Tabela 2 – Valores de  $\psi_{1000}$ , em (%) Fonte: NBR 6118:2003**

| $\sigma_{po}$                                                | Cordoalhas |     | Fios |     |
|--------------------------------------------------------------|------------|-----|------|-----|
|                                                              | RN         | RB  | RN   | RB  |
| $0,5 f_{ptk}$                                                | 0          | 0   | 0    | 0   |
| $0,6 f_{ptk}$                                                | 3,5        | 1,3 | 2,5  | 1,0 |
| $0,7 f_{ptk}$                                                | 7,0        | 2,5 | 5,0  | 2,0 |
| $0,8 f_{ptk}$                                                | 12,0       | 3,5 | 8,5  | 3,0 |
| Onde:<br>RN é a relaxação normal;<br>RB é a relaxação baixa. |            |     |      |     |

Segundo a norma NBR 6118:2003, os valores correspondentes a tempos diferentes de 1000 h, sempre a 20°C, podem ser determinados a partir da seguinte expressão, onde o tempo deve ser expresso em dias:

$$\psi(t, t_0) = \psi_{1000} \left( \frac{t - t_0}{41,67} \right)^{0,15} \quad (2.28)$$

Para tensões inferiores a  $0,5 f_{ptk}$  admite-se que não haja perda de tensão por relaxação.

Para tensões intermediárias entre os valores fixados, pode ser feita interpolação linear.

Pode-se considerar que para o tempo infinito o valor de  $\psi(t, t_0)$  é dado por  $\psi(t, t_\infty) \cong 2,5 \psi_{1000}$ .

### 2.5.6 Expressão aproximada para estimar a perda progressiva

Valor dos demais parâmetros

$$\chi(t, t_0) = -\ln[1 - \psi(t, t_0)] \quad (2.29)$$

$$\chi_c = 1 + 0,5\varphi(t, t_0) \quad (2.30)$$

$$\chi_p = 1 + \chi(t, t_0) \quad (2.31)$$

$$\rho_p = \frac{Ap}{Ac} \quad (2.32)$$

$$\eta = 1 + ep^2 \frac{Ac}{Ic} \quad (2.33)$$

$$\alpha_p = \frac{E_p}{E_{ci28}} \quad (2.34)$$

Para o cálculo da variação da tensão de protensão segundo a norma NBR:6118:2003, admite-se que no tempo  $t$  as perdas e deformações progressivas do concreto e do aço de protensão, na posição do cabo resultante, com as tensões no concreto  $\sigma_{c,p0g}$  positivas para compressão e as tensões no aço  $\sigma_{p0}$  positivas para tração, sejam dadas pela seguinte expressão, que leva em conta a interdependência entre as parcelas de fluência e retração do concreto e relaxação do aço:

$$\Delta\sigma_p(t, t_0) = \frac{\varepsilon_{cs}(t, t_0)E_p - \alpha_p\sigma_{c.p0}g\varphi(t, t_0) - \sigma_{p0}\chi(t, t_0)}{\chi_p + \chi_c\alpha_p\eta\rho_p} \quad (2.35)$$

Uma vez constatada as perdas protensão excessivas em uma ponte, é importante determinar a região afetada, o impacto sobre a segurança da estrutura, a forma que as perdas de protensão deverão evoluir e controlar seus efeitos sobre a estrutura.

### **3 RETROANÁLISE**

---

No presente estudo foi utilizada a técnica da retroanálise, que consiste na identificação dos parâmetros de um modelo numérico representativo das perdas de protensão de uma viga, devido à fluência, a partir de dados obtidos das leituras de instrumentos. Nesta técnica, são comparadas quantidades calculadas e observadas, procurando minimizar as diferenças encontradas.

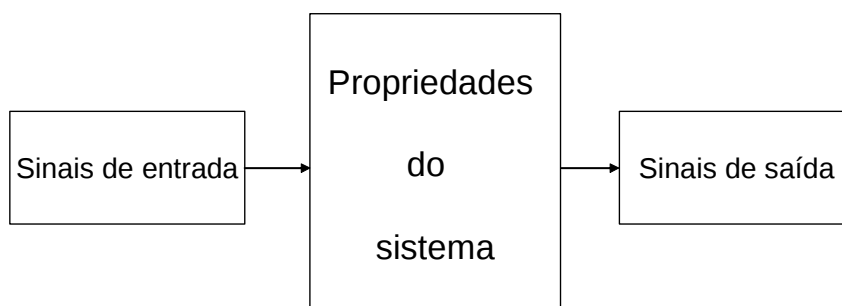
#### **3.1 Identificação de Sistemas e Retroanálise**

A teoria de sistemas considera procedimentos genéricos que, independentemente de cada área científica particular, podem ser utilizados na maioria das ciências aplicadas. Atualmente o conceito de sistema é fundamentado na observação e na modelagem, e tem como problema básico a relação entre a realidade e sua representação. Muitos fenômenos físicos podem ser representados por sistemas e interpretados como conjuntos organizados segundo uma determinada lei ou lógica.

Um sistema é um modelo que representa os aspectos essenciais do seu comportamento em certas condições de utilização. Conforme Eykhoff (1974), modelo é uma representação de uma forma utilizável, dos aspectos essenciais do comportamento de um dado sistema, existente ou em concepção.

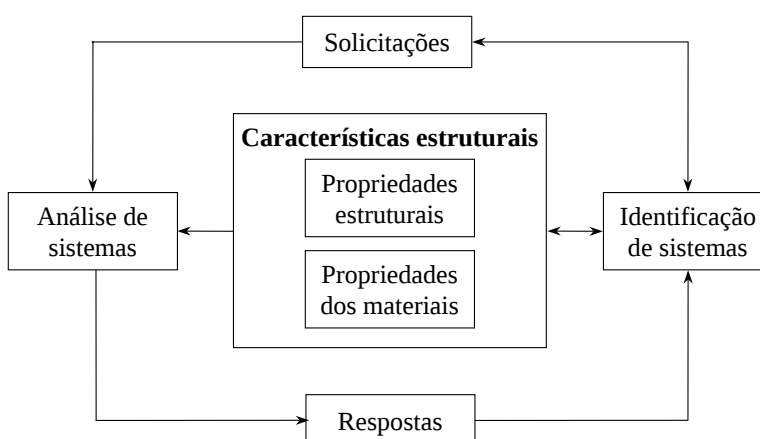
Dentro do contexto de sistemas estruturais, há aspectos da geometria da estrutura e das propriedades reológicas dos materiais que nem sempre são necessários. Sendo assim, em cada situação considerada podem ser introduzidas simplificações no modelo conceitual, que dão origem aos modelos derivados. Segundo Zagottis (1976).

De acordo com Castro (1997), a definição de um modelo de um sistema consiste no estabelecimento de relações dos sinais de entrada, propriedades do sistema e sinais de saída. Em geral têm-se os elementos correspondentes a dois destes três grupos e pretende-se determinar os elementos do terceiro. Ilustrado na Figura 17.



**Figura 17 – Elementos de sistemas.**  
**Fonte: Castro (1997)**

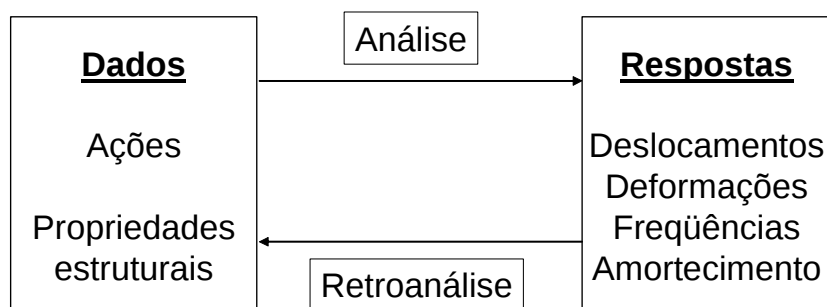
Na identificação de sistemas utilizam-se as medições de respostas do sistema e de algumas propriedades ou sinais de entrada. A Figura 18 ilustra o processo.



**Figura 18 – Análise e identificação de sistemas.**  
**Fonte: Bernardes (2000)**

A análise de sistemas compreende a entrada de dados, o processamento da informação e a saída dos resultados. Contrariamente, os problemas de retroanálise

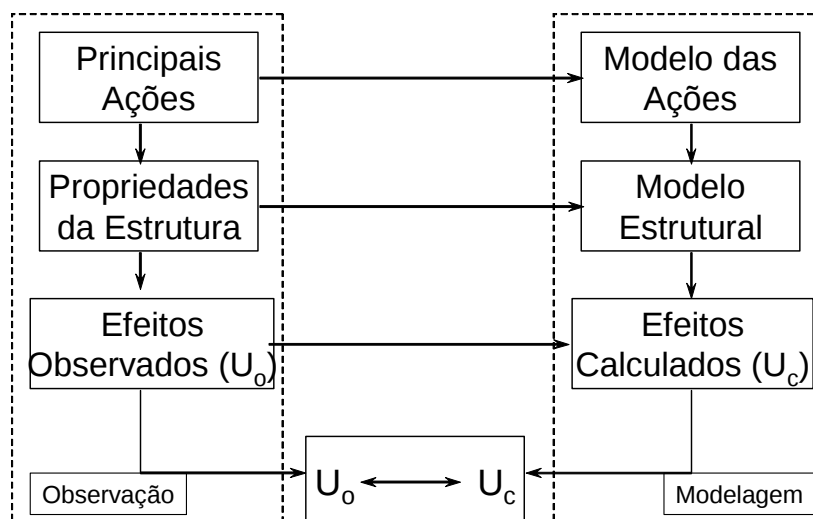
são resolvidos a partir de variáveis observadas, correspondentes aos resultados da análise, pela qual são conhecidos como problemas inversos. (Figura 19).



**Figura 19 – Análise e retroanálise.**  
**Fonte: Bernardes (2000)**

A metodologia de identificação de sistemas pode ser aplicada a dois tipos de problemas: um associado a identificação do modelo, ou seja, a definição das relações entre os sinais de entrada e os sinais de saída, e outro relacionado com a identificação dos parâmetros dessas relações.

Na retroanálise estabelecem-se correlações entre as respostas observadas e as propriedades estruturais, com base em modelos de comportamento estrutural ilustrado na Figura 20.



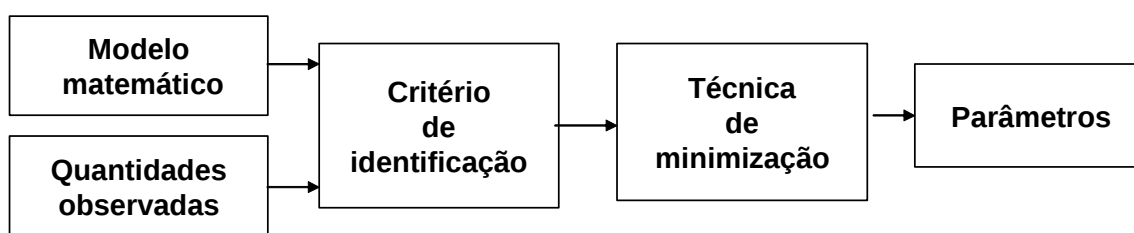
**Figura 20 – Avaliação do comportamento das estruturas.**  
**Fonte: Castro (1997)**

Em engenharia de estruturas os modelos são, normalmente, bem conhecidos, assim o problema de identificação de sistemas se reduz a um problema de identificação de parâmetros do modelo, que melhor adaptam sua medida e suas

previsões, sejam eles relacionados com a geometria da estrutura, com as propriedades dos materiais, com as leis que o regem ou com a caracterização das ações.

Nesses termos, o processo de identificação de parâmetros corresponde a um problema matemático, usualmente um problema de minimização de uma dada função, cuja solução seja o valor desses parâmetros, os quais tornam mínima a diferença entre os valores medidos e calculados.

A resolução do processo da retroanálise pode ser resumida em duas fases fundamentais. A primeira consiste na escolha de um critério de identificação que define a função a minimizar, denominada função objetivo, representante do ajuste entre os valores medidos e calculados. A segunda refere-se à solução numérica do problema de minimização. A Figura 21 ilustra o processo.



**Figura 21 – Processo de retroanálise abordagem direta.**  
**Fonte: Castro (1997)**

A formulação da retroanálise pode ser estabelecida por duas abordagens distintas: abordagem inversa e abordagem direta. Adota-se esta nomenclatura por ser amplamente empregada na bibliografia consultada.

A abordagem inversa é baseada na formulação oposta à adotada em análise estrutural. As equações que governam o modelo são reescritas de modo que alguns sinais de entrada são desconhecidos (parâmetros a identificar), e alguns dados de saída são dados do problema (medidas experimentais).

A utilização da abordagem inversa requer uma relação explícita entre os parâmetros a identificar e as grandezas observadas. A solução do sistema de equação obtida é baseada em um método de minimização adequado.

Na abordagem direta, recorre-se a um modelo matemático em que são calculadas as grandezas correspondentes com as observadas em função dos parâmetros  $\mathbf{p}$  a estimar, estabelecendo-se a função objetivo  $f_{obj}$  que é a função dos valores medidos,  $\mathbf{y}^*$ , e dos valores calculados pelo modelo,  $\mathbf{y}(\mathbf{p})$ .

$$f_{obj} = f [y^* - y(p)] \quad (3.1)$$

Os parâmetros podem ser obtidos por uma técnica de minimização baseada em um processo iterativo, partindo de uma estimativa inicial,  $p_0$ . A convergência do processo iterativo é testada em termos do mínimo da função objetivo, como se pode observar na Figura 22.

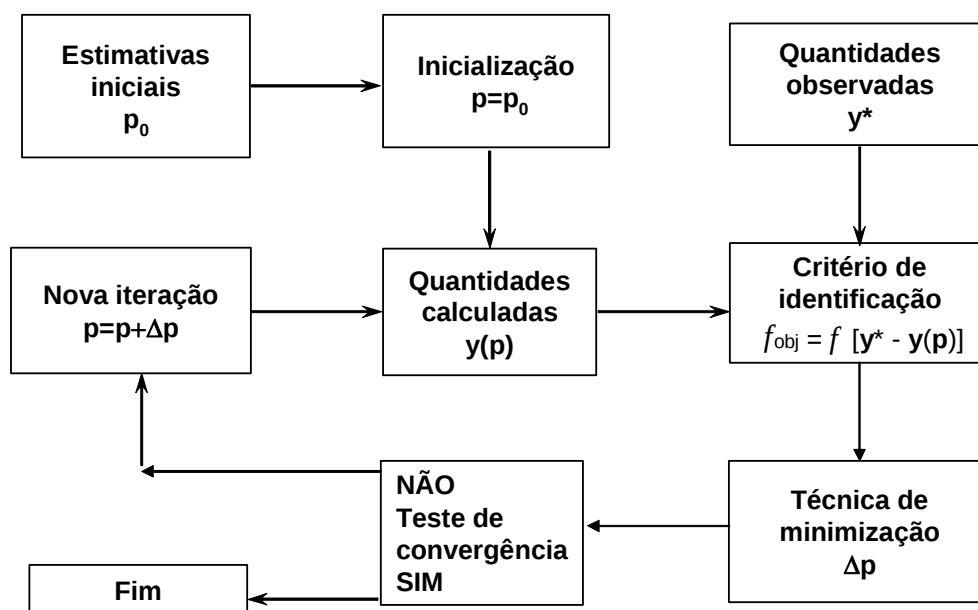


Figura 22 – Retroanálise com abordagem direta por processo iterativo.  
Fonte: Bernardes (2000)

Existe outro procedimento de retroanálise baseado na tentativa e erro, que constitui uma sequência de cálculos em que são atribuídos valores aos parâmetros a identificar, até alcançar um ajuste satisfatório entre os resultados numéricos e experimentais.

Será utilizada a abordagem direta na identificação dos parâmetros. Segundo esta abordagem, as análises são repetidas iterativamente, sendo alterados repetidamente os valores dos parâmetros até os valores medidos, aproximarem-se dos calculados, Conforme mostrado nas Figuras 21 e 22.

### 3.2 Critérios de Identificação

Os cinco critérios mais utilizados são de mínimos quadrados, de Markov, de máxima verossimilhança, de máxima verossimilhança com informação prévia e de

mínimo risco. As diferenças entre estes critérios dizem a respeito do grau de informações necessárias para sua aplicação, que é crescente na ordem apresentada.

Os critérios mais gerais exigem maior número de informações prévias, cabendo, em cada caso estudado, decidir qual é o critério mais adequado.

### 3.2.1 Critério dos mínimos quadrados

O método dos mínimos quadrados, utilizado por Gauss no século XIX, consiste em impor a condição de mínima diferença (**e**) entre os valores das grandezas medidas **y\*** e as calculadas em função dos parâmetros **y(p)**.

$$\mathbf{e} = \mathbf{y}^* - \mathbf{y}(\mathbf{p}) \quad (3.2)$$

Numericamente, desde que haja mais de uma solução para o problema, podem existir várias combinações de parâmetros que conduzam a respostas relacionadas aos fatores, ambientais, materiais, geométricos, mecânicos.

O critério dos mínimos quadrados é aplicado com a utilização de planilhas Excel, devido à facilidade em se programar, instrumentar, processar e arquivar um grande número de dados.

## 3.3 Técnicas de Minimização

As técnicas a adotar para a minimização de uma dada função objetivo dependem: do tipo de problema a resolver, com ou sem restrições, das propriedades da função, tais como a convexidade, diferenciabilidade e continuidade e também da convexidade do domínio desse problema.

A maioria das aplicações de retroanálise traduz-se em problemas de minimização de distâncias entre pontos do espaço dos parâmetros, envolvendo, em regra, restrições.

Segundo Bernardes (2000) os problemas tratam de encontrar um conjunto de parâmetros **p**, do modelo escolhido, que minimize a função objetiva **J**, normalmente dependente, de forma não-linear, das observações e dos parâmetros:

O processo de minimização pode envolver certas restrições. Por exemplo, sabe-se que a maioria dos parâmetros relativos às propriedades dos materiais apresentam valores positivos. Além disso, considerando os conhecimentos teóricos ou experimentais é possível definir um intervalo que contenha a solução do problema.

Neste trabalho serão citadas algumas técnicas de minimização e introduzidos alguns conceitos matemáticos que fundamentarão estas metodologias.

Seja  $f(\mathbf{p})$  contínua e derivável até segunda ordem no seu domínio  $D$ , a função a minimizar e  $\mathbf{p}$  o vetor dos  $n$  parâmetros que tomam mínima a função.

Matematicamente, se

$$\bar{P} \in D \text{ e } f(\mathbf{p}) \geq f(\bar{P}), \forall \mathbf{p} \in D \quad (3.3)$$

então  $\bar{P}$  é um mínimo de  $f(\mathbf{p})$ .

Para a existência de um mínimo é necessário e suficiente que se satisfaçam as duas seguintes condições, segundo (LEDESMA 1987).

Condição de primeira ordem

$$\nabla f(\mathbf{p}) = 0 \quad (3.4)$$

em que  $\nabla f(\mathbf{p})$  é o gradiente da função

Condição de segunda ordem

$$\mathbf{H}(\mathbf{p}) \text{ é positiva definida} \quad (3.5)$$

em que  $\mathbf{H}(\mathbf{p})$  é a matriz Hessiana da função

O gradiente  $\nabla$  é uma matriz constituída pelos vetores de derivadas parciais da função  $f(\mathbf{p})$  em relação aos parâmetros  $p_i$ , ou seja

$$\nabla f(\mathbf{p}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f(\mathbf{p})}{\partial p_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial f(\mathbf{p})}{\partial p_n} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Esta matriz é chamada matriz de sensibilidade L.

A matriz Hessiana  $\mathbf{H}(\mathbf{p})$  é uma matriz simétrica formada pelas derivadas parciais de segunda ordem da função  $f(\mathbf{p})$  em relação aos parâmetros  $p_i$ , ou seja:

$$\mathbf{H}(\mathbf{p}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 f(\mathbf{p})}{\partial p_1^2} & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{\partial^2 f(\mathbf{p})}{\partial p_1 p_n} \\ \cdot & \cdot & & & \cdot \\ \cdot & & \cdot & & \cdot \\ \cdot & & & \cdot & \cdot \\ \frac{\partial^2 f(\mathbf{p})}{\partial p_n p_1} & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{\partial^2 f(\mathbf{p})}{\partial p_n^2} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

As técnicas de minimização mais simples, empregadas na obtenção do mínimo da função objetivo, partem da imposição das próprias condições de mínimo.

Os métodos numéricos aplicados na minimização da função objetivo, baseados em um processo iterativo partindo de uma estimativa inicial, podem ser classificados em dois grupos: métodos do gradiente, que exigem o cálculo do gradiente da função, e os métodos de busca direta, que dispensam esse cálculo.

A técnica de minimização adotada neste trabalho consiste em definir por iteração, o conjunto de parâmetros " $\mathbf{p}$ " do modelo que minimiza a função objetivo  $f_{obj}$ , suposta contínua e derivável.

No método dos mínimos quadrados, a função objetivo a minimizar é a equação:

$$f_{obj} = \mathbf{e}^T \mathbf{e} = [\mathbf{y}^* - \mathbf{y}(\mathbf{p})]^T [\mathbf{y}^* - \mathbf{y}(\mathbf{p})] \quad (3.8)$$

## **4 RETROANÁLISE DAS PERDAS DE PROTENSÃO**

---

### **4.1 Observação da Estrutura**

A observação das perdas de protensão numa viga de ponte foi obtida, neste estudo estabelecendo-se um programa de investigação que compreendeu a realização de ensaios físicos da viga, em laboratório, medindo-se os deslocamentos, deformações e temperaturas.

Par tanto, uma viga protendida foi ensaiada no laboratório da Companhia Energética de São Paulo CESP, localizada na cidade de Ilha Solteira SP.

Os valores de deslocamentos medidos foram correlacionados por meio da técnica de retroanálise com os deslocamentos calculados permitindo identificar parâmetros das perdas de protensão indiretamente, a partir dos deslocamentos.

Antes da fabricação da viga protendida foi elaborado o plano de observação, que definiu os instrumentos utilizados, discriminando tipos, características, localização, instruções de montagem e programas de leituras.

No ensaio da viga utilizaram-se: extensômetros elétricos de resistência, para medir as deformações, medidor de temperatura ambiente, extensômetro compensador de temperatura, relógios comparadores para medir os deslocamentos absolutos.

### **4.2 A Viga**

A viga foi fabricada de acordo com a NBR, pela empresa PROTENDIT, localizada em São José do Rio Preto - SP, a qual dedica-se na fabricação de pré-fabricados de concreto protendido. Fundada no ano de 1958, utiliza-se dos

conhecimentos adquiridos pelo professor Augusto Carlos Vasconcelos, pós-graduado na Alemanha com ênfase em concreto protendido pré-fabricado.

De acordo com a NBR, quando os elementos pré-moldados são produzidos segundo um controle de qualidade rigoroso, estes são chamados de elementos pré-fabricados. A NBR 9062:1985 Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado especifica claramente o padrão de controle de qualidade mínimo a ser atendido na produção destes dois tipos de elementos. No presente trabalho utiliza-se a definição de pré-fabricação como sendo a produção em série de elementos pré-moldados sob rigoroso controle de qualidade.

A ordem cronológica das atividades praticadas na viga é mostrada na Tabela 3.

**Tabela 3– Ordem cronológica das atividades praticadas na viga**

| <b>DATA</b>  | <b>ATIVIDADE</b>                                                      |
|--------------|-----------------------------------------------------------------------|
| 05 - 11 – 03 | Fabricação e instrumentação da viga com os extensômetros strain gages |
| 11 - 11 – 03 | Recepção da viga no laboratório da CESP em Ilha Solteira - SP         |
| 13- 11 – 03  | Confecção de amostras do concreto para os ensaios.                    |
| 18- 11 – 03  | Instrumentação da viga                                                |
| 19 - 11- 03  | Início dos ensaios dinâmicos, utilizados para os cálculos             |
| 27 - 11 - 03 | Início das leituras dos deslocamentos e deformações                   |
| 04 – 01- 05  | Finalização das leituras das medidas dos deslocamentos                |
| 11 - 04 - 05 | Finalização das leituras das deformações                              |

As Figuras 23 e 24 mostram a fabricação da viga nas instalações da fábrica PROTENDIT e a chegada da viga ao laboratório da CESP, em Ilha Solteira.



**Figura 23 – Fabricação da viga**



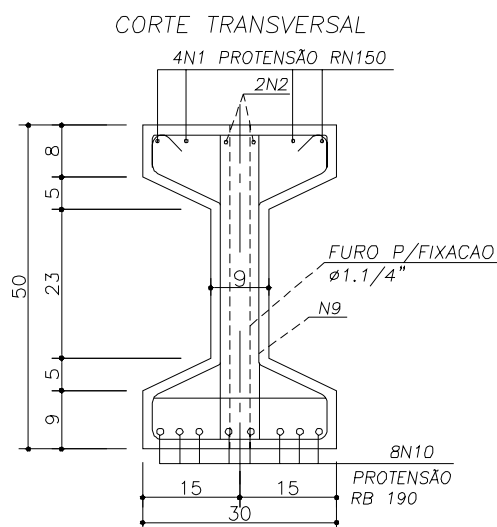
**Figura 24 – Chegada viga ao laboratório**

Nesta pesquisa utilizou-se para estudo, uma viga isostática, em concreto protendido e utilizada em ponte rodoviária. A viga tem uma seção tipo I, com vão de 10m entre os aparelhos de apoio e uma altura de 0.5m, como mostra a Figura 25.



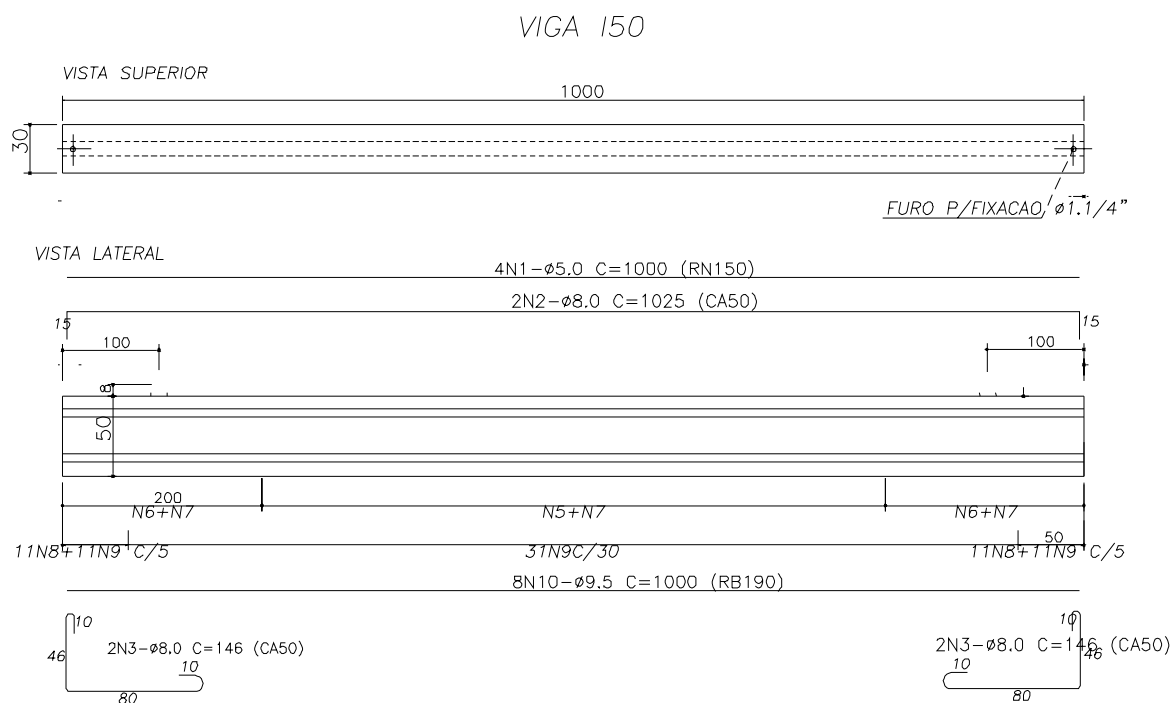
**Figura 25 – Seção transversal da viga tipo I**

A peça é protendida, tem armaduras ativas composta de oito cabos na parte inferior e 4 fios na parte superior, como mostra a Figura 26.



**Figura 26 – Reforço da viga tipo I seção transversal.**

A Figura 27 mostra a planta e a elevação da viga e a armadura.



**Figura 27 – Reforço da viga tipo I seção a planta e a elevação**

Características dos materiais concreto e aço de protensão:

**Concreto:**

Resistência característica,  $f_{ck} = 35\text{MPa}$

Módulo de Elasticidade longitudinal,  $E_c = 33,13\text{GPa} = 33130\text{MPa}$

Coeficiente de Poisson,  $\nu = 0,20$

Peso específico,  $\gamma_c = 25\text{kN} / \text{m}^3$

**Aço de protensão:**

CP-190-RB

Resistência característica à ruptura,  $f_{ptk} = 1900\text{MPa}$

Módulo de Elasticidade longitudinal,  $E_p = 195\text{GPa} = 195000\text{MPa}$

Cordoalha utilizada:

Diâmetro,  $\phi = 9\text{mm}$

Área nominal,  $A = 7.0888218\text{E-}05\text{m}^2$

Fio utilizado:

Diâmetro,  $\phi = 5\text{mm}$

Área nominal,  $A = 1.9633454\text{E-}05\text{m}^2$

Composição das armaduras ativas:

8 cordoalhas,  $\phi = 9\text{mm}$  e  $A = 5,670574\text{E-}04\text{m}^2$

4 fios,  $\phi = 5\text{mm}$  e  $A = 7,853981\text{E-}05\text{m}^2$

Área total das cordoalhas e fios,  $A_t 6,455973\text{E-}04\text{m}^2 = 6,456\text{cm}^2$

$P_0$  = Força de protensão inicial, aplicada nas ancoragens:

Armadura ativa superior,  $P_{0,s} = 4 \times 22\text{kN} = 88\text{kN}$

Armadura ativa inferior,  $P_{0,i} = 8 \times 80\text{kN} = 640\text{kN}$

Força total de protensão,  $P_{0t} = 728\text{kN}$

### 4.3 O Ensaio de Fluência do Concreto

O ensaio de fluência do concreto consiste em submeter um corpo de prova de concreto fabricado no instante  $t_c$ , a uma tensão constante  $\sigma_0$  a partir do instante  $t_0$ , como mostra a Figura 28. Imediatamente após a aplicação da tensão é observada a deformação imediata, aqui denotada por  $\varepsilon_0^e$ , e ao longo do tempo são observadas deformações indicadas por  $\varepsilon(t)$ . Estas tendem assintoticamente para  $\varepsilon_\infty$  quando  $t \rightarrow \infty$ .

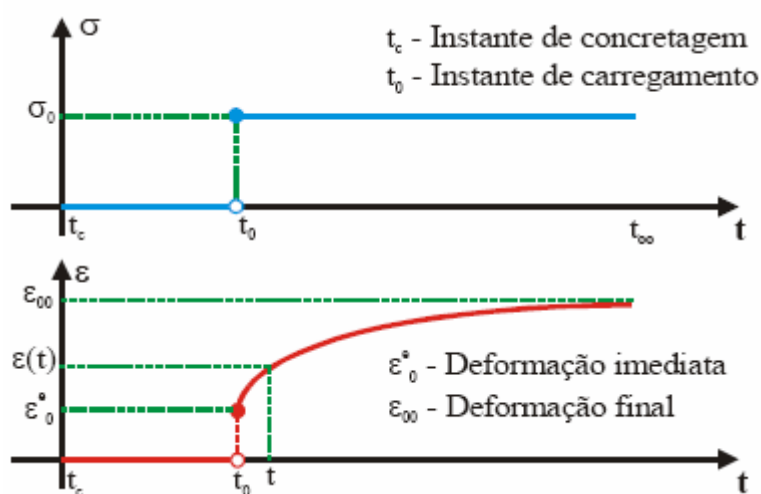


Figura 28 – Ensaio de fluência do concreto.

A deformação do concreto  $\varepsilon_t$  observada no ensaio de fluência depende de diversos fatores físicos e são agrupados resumidamente na Tabela 4, que não pretende ser exaustiva. Os fatores ambientais e geométricos têm, na verdade, a ver com os problemas de difusão de umidade e calor no concreto. Note-se também que os fatores ambientais são funções do tempo, isto é,  $A = A(t)$ , pode-se então, escrever que em geral a deformação no concreto ao longo do tempo é dada por:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon(A, M, G, \zeta, \zeta_0, t - t_0, \sigma) \quad (4.1)$$

**Tabela 4 – Fatores que influenciam a fluência do concreto.**

| Grupos              | Fatores                                                                         | Símbolos                                                |
|---------------------|---------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| Fatores ambientais  | Umidade relativa do ar, Temp. do ar, Ventilação e Radiação solar                | $A(t)$                                                  |
| Fatores materiais   | Tipo de cimento, relação A/C, % de pasta, aditivos, agregados e $f_{ck}$        | $M$                                                     |
| Fatores geométricos | Forma e espessura média                                                         | $G$                                                     |
| Fatores mecânicos   | Intensidade do carregamento                                                     | $\sigma_0$                                              |
| Fatores temporais   | Idade do concreto<br>Idade do concreto no carregamento<br>Tempo de carregamento | $\zeta = t - t_c$<br>$\zeta_0 = t_0 - t_c$<br>$t - t_0$ |

Os ensaios de fluência foram realizados de acordo com a NBR - 8224: Concreto Endurecido – Determinação da Fluência 1993.

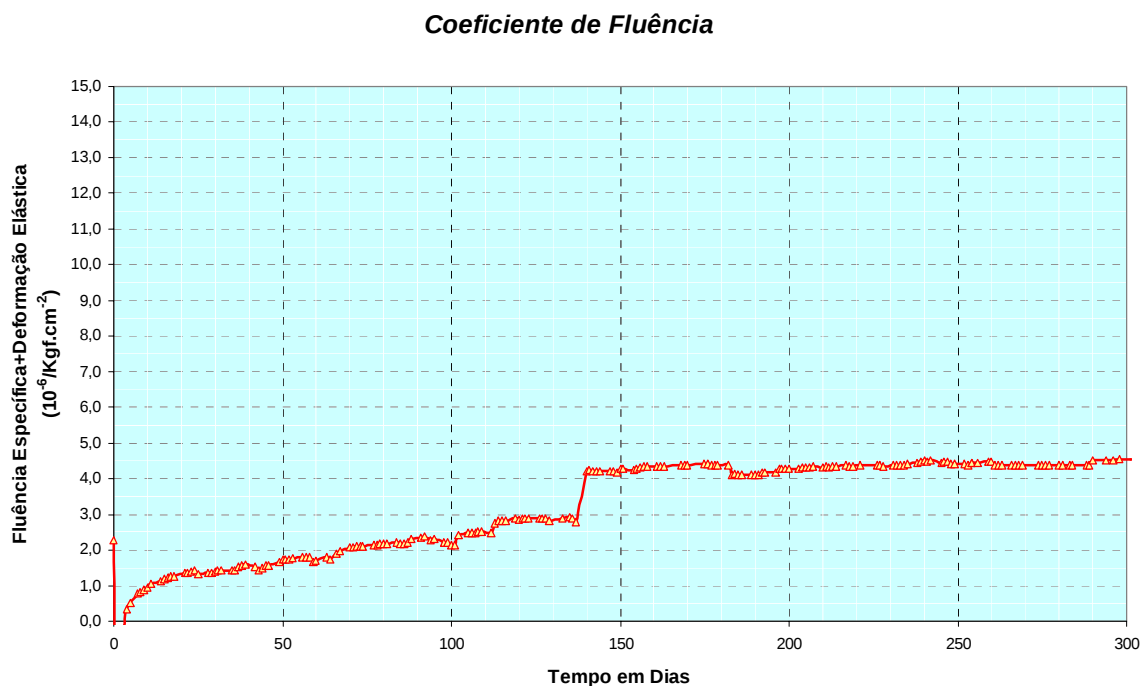
A deformação por fluência em qualquer idade será calculada pela expressão:

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_t - \varepsilon_i - \varepsilon_s \quad (4.2)$$

Na Figura 29 observa-se o ensaio de fluência feito no laboratório da CESP de Ilha Solteira com o corpo de prova do concreto com o mesmo traço utilizado na fabricação da viga I.

**Figura 29 – Aparato de ensaio de fluência**

A Figura 30 mostra os resultados obtidos dos corpo-de-prova de concreto do mesmo traço utilizado na fabricação da viga.

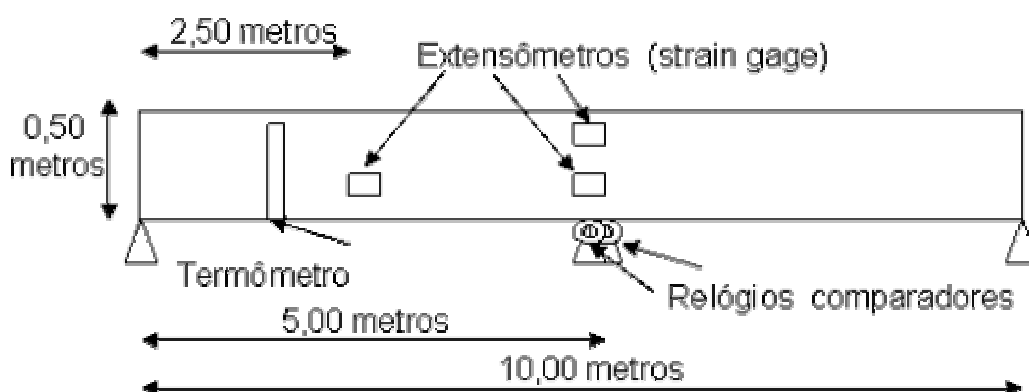


**Figura 30 – Respostas do ensaio de fluência do concreto.**

#### **4.4 Ensaio da Viga**

A coleta de medidas foi feita a partir da realização do ensaio da viga de concreto protendido devidamente instrumentada. Ao longo de um ano, foram observados deslocamentos e deformações. Os dados foram tomados a partir do dia 27-11-2003 até o dia 11-04-2005.

Os relógios comparadores e extensômetros elétricos foram posicionados, conforme o esquema da Figura 31.



**Figura 31 – Esquema da viga com as posições dos extensômetros, termômetros e relógios comparadores.**

A Figura 32 mostra o extensômetro colocado na parte inferior da base da viga, a uma altura de 3,5cm e a uma distância de 2,50m do vão da viga. A Figura 33 mostra os extensômetros colocados na parte superior da viga, a uma altura 46,5cm e inferior da viga, situado da base da viga a 3,5cm e a uma distância de 5,00m do vão da viga.



**Figura 32 – Localização do extensômetro elétrico a  $\frac{1}{4}$  do vão**

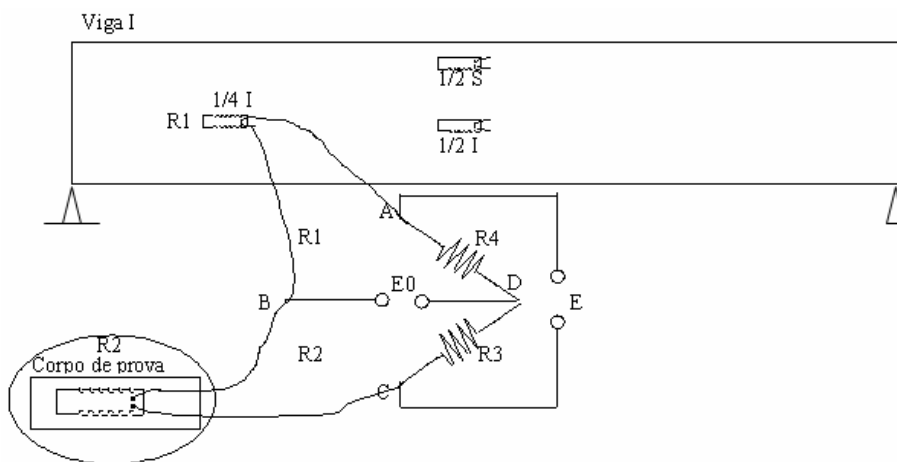


**Figura 33 – Localização dos extensômetros elétricos a  $\frac{1}{2}$  do vão**

O levantamento da temperatura foi realizado como forma de garantir que os efeitos térmicos não interferissem nos resultados, conforme o Anexo B planilha 2.

Para reduzir o efeito da temperatura nas medições dos extensômetros elétricos, utilizou-se um “compensador” na ponte de Wheatstone, que é uma amostra do material com o mesmo traço usado na viga. Esta ligação de meia ponte de

Wheatstone é feita diretamente na amostra, sem atuar nenhum carregamento. O arranjo da compensação é mostrado nas Figuras 34, 35 e 36.



**Figura 34 – Esquema completo em 1/2 ponte com compensador de temperatura.**

Esquema completo em 1/2 ponte com compensador de temperatura.

onde:

R1 = Extensômetro ativo colado em barra de acrílico e posicionado na viga I.

R2 = Compensador de temperatura colado em barra de acrílico e posicionado em corpo de prova

R3 e R4 = resistores de precisão ligados internamente no aparelho de leitura.



**Figura 35 – Obtenção das leituras do indicador portátil de deformações com o compensador de temperatura**



**Figura 36 – Obtenção da leitura de temperatura exterior**

Análise

O extensômetro R1, conhecido com extensômetro ativo, é posicionado no local onde se desejam obter informações sobre as deformações da viga.

O extensômetro R2, conhecido como “compensador” de temperatura, é idêntico ao R1 e deve ser colado no mesmo material em que está colado o extensômetro R1 e posicionado dentro do corpo de prova com o mesmo material usado na Viga. O extensômetro R2 está sujeito as mesmas variações de temperatura, porém sem solicitações mecânicas.

O extensômetro R3 e R4 completam a ponte de Wheatstone.

Foram instalados dois extensômetros elétricos (strain gages) KYOWA, de alta precisão de medida.

A Figura 37 mostra os relógios comparadores utilizados para medir os deslocamentos ao longo de um ano.

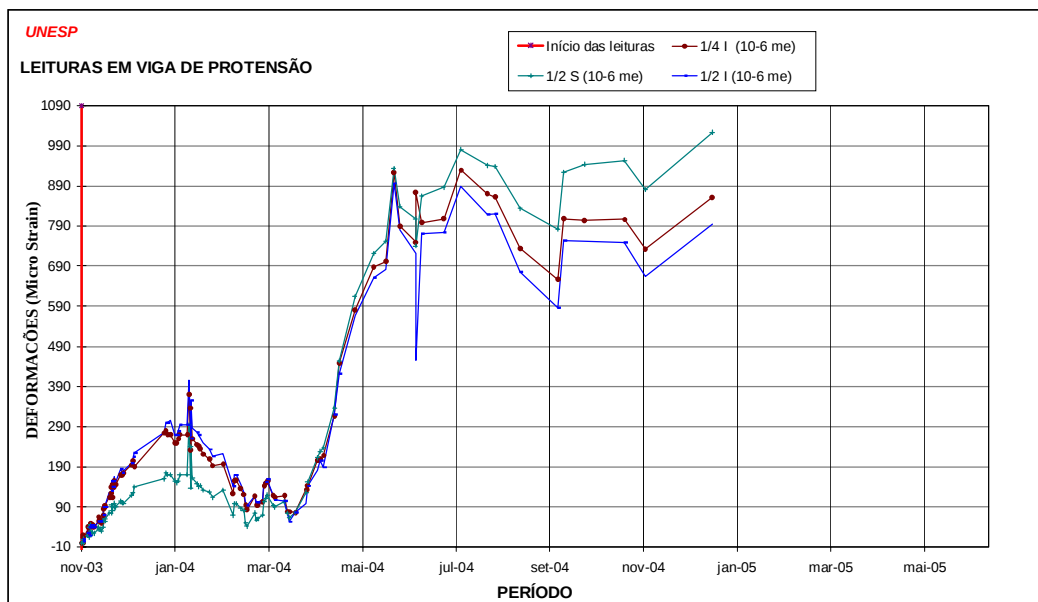


**Figura 37 – Relógios comparadores para medir os deslocamentos da viga.**

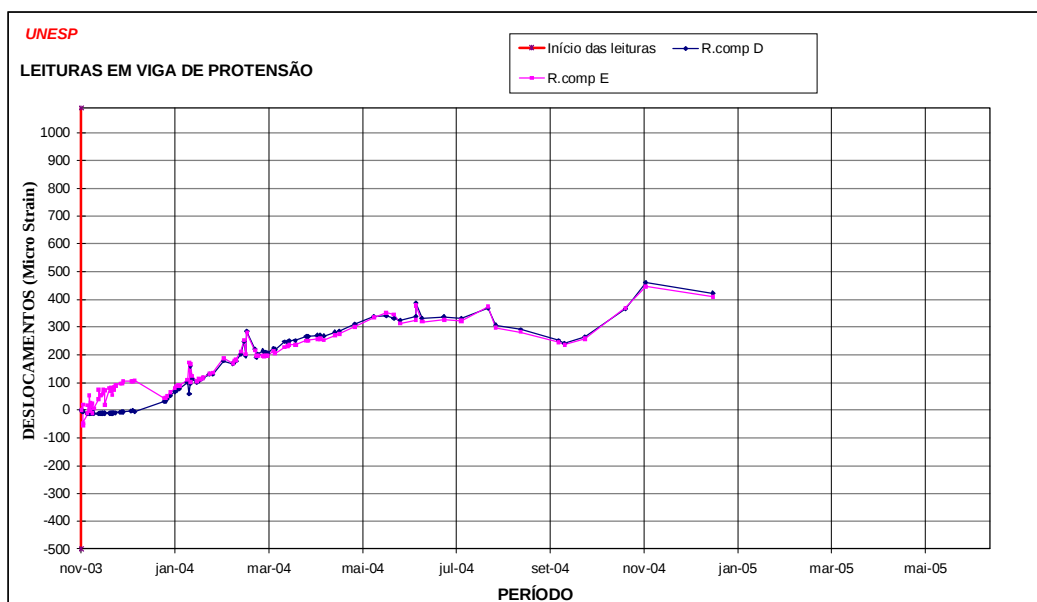
Os 4 ensaios realizados foram:

1. ensaio de fluência do concreto
2. ensaio de resistência do concreto
3. ensaio estático da viga visando obter deformações e os deslocamentos
4. ensaio dinâmico da viga visando obter freqüências naturais

Os resultados obtidos no ensaio, através da instrumentação, ou seja, pelo indicador portátil de deformações de cada um dos extensômetros e pelos relógios comparadores, são apresentados nos gráficos das Figuras 38 e 39, mostrando a evolução das deformações e deslocamentos, realizadas no período de novembro de 2003 até janeiro de 2005.



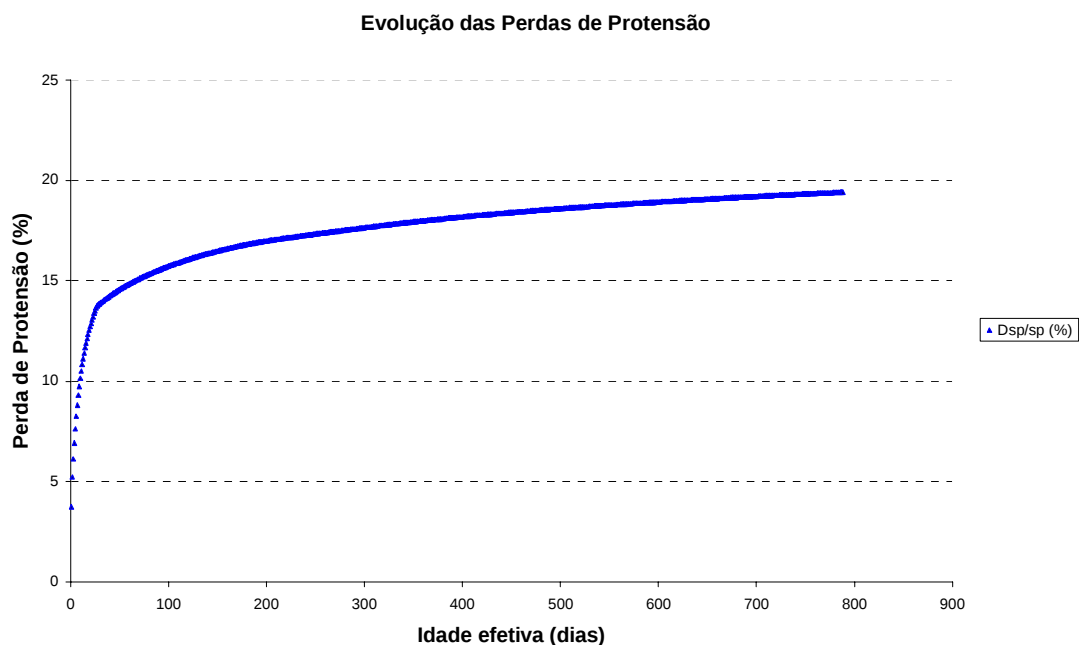
**Figura 38 – Leitura da evolução das deformações dos extensômetros.**



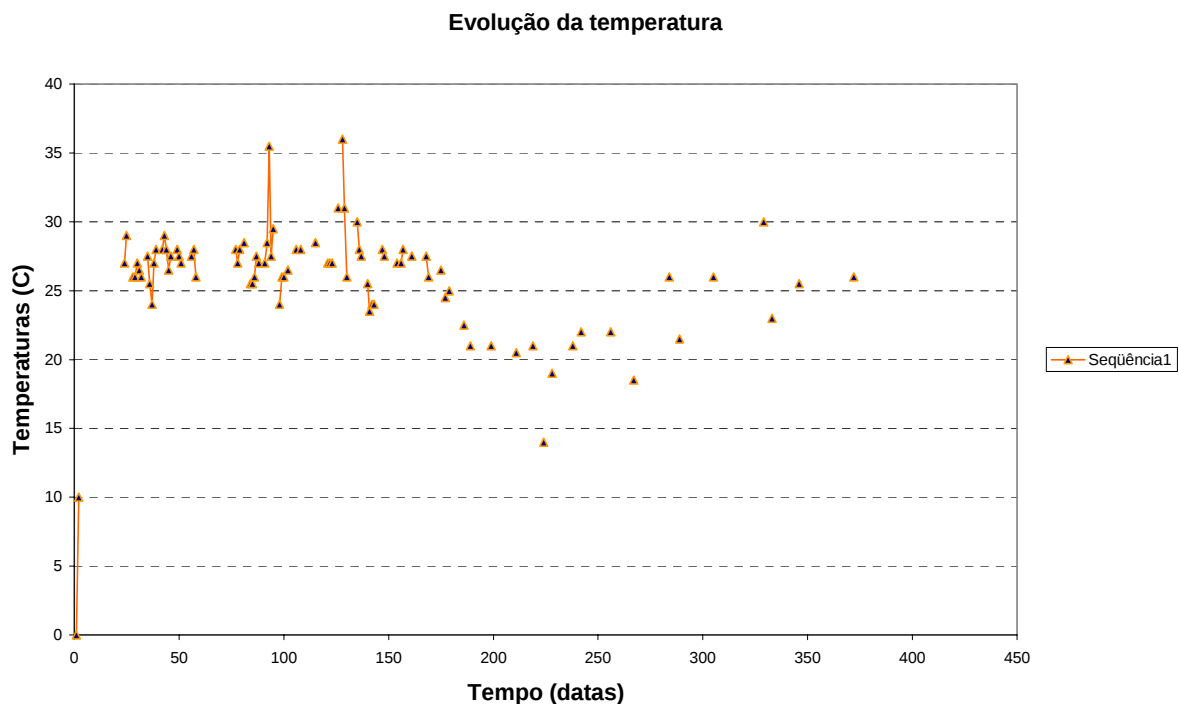
**Figura 39 – Leituras da evolução dos deslocamentos medidos pelos relógios comparadores.**

A Figura 40 mostra a evolução das perdas de protensão para um período de dois anos. O cálculo foi feito em uma planilha Excel, de acordo com a expressão que

define a variação da tensão no aço de protensão, citada pela NBR 6118:2003. A Figura 41 mostra as leituras de temperatura no período de um ano, e no Anexo A da planilha 1 mostra os cálculos das perdas progressivas de protensão para diferentes tempos.



**Figura 40 – Evolução das perdas de protensão calculadas para um período de dois anos**



**Figura 41 – Leituras de temperatura no período 11/2003 a 11/2004**

## 4.5 O Modelo Matemático

Para o cálculo das perdas progressivas para um período de um ano, utilizou-se de uma viga isostática de ponte rodoviária em concreto protendido, com aderência inicial, de 10 m de comprimento por 0,5 m de altura e de seção transversal I mostrada na Figura 42, de características geométricas e mecânicas a seguir:

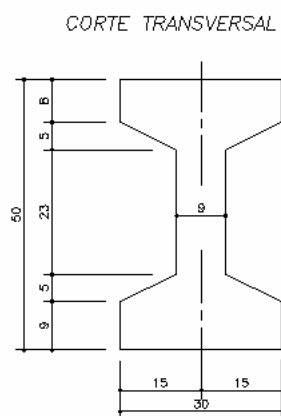


Figura 42 – Seção transversal da viga I.

### 4.5.1 Modelo numérico calculado no Software SAP2000 solicitado por forças

Para verificar e analisar os deslocamentos registrados nos ensaios da viga foi utilizado o programa SAP2000 - Métodos dos Elementos Finitos (MEF). As análises estruturais foram realizadas utilizando-se a discretização da viga em uma malha de elementos finitos tridimensionais. A trajetória das cordoalhas e cabos da armadura ativa são mostradas conforme as Figuras 43 e 44.

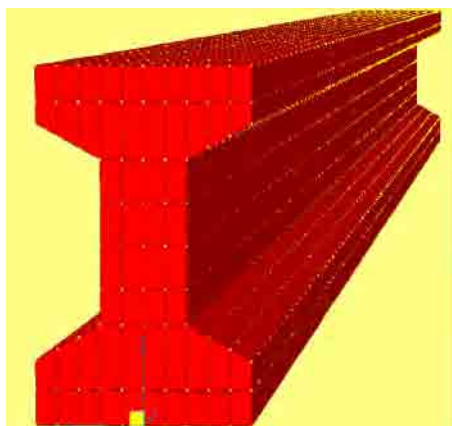


Figura 43 – Malha de elementos finitos

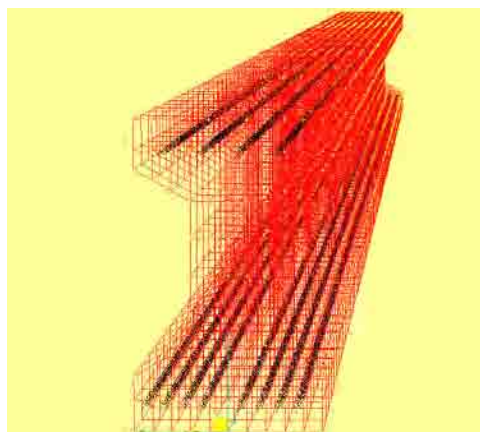


Figura 44 – Trajetória das cordoalhas e fios

Foram estudados quatro modelos a partir da geometria da viga.

No primeiro modelo numérico pelo MEF, utilizou-se o elemento sólido combinado com elemento de barra. Na simulação, foram definidos os nós na interface das cordoalhas e fios das armaduras de protensão, atuando em cada nó forças de 2,0kN e 0,55kN, nas armaduras ativa na parte inferior e superior da viga, respectivamente.

#### **4.5.2 Modelo numérico calculado no Software SAP2000 solicitado por deslocamentos impostos**

No segundo modelo numérico, utilizou-se o elemento sólido combinado com o elemento de barra (Frame). Nos elementos hexaédricos, foram impostos encurtamentos às cordoalhas e fios, das armaduras ativas, à partir da variação negativa da temperatura nos elementos da viga, forças equivalentes de -594 °C e -590 °C, sendo na parte inferior e superior da viga, respectivamente.

#### **4.5.3 Modelo clássico de viga**

No terceiro modelo numérico utilizou-se a fórmula estudada por Euler, para calcular os deslocamentos na viga, sendo a seguinte expressão:

$$\delta = \frac{5ql^4}{384EI} - \frac{Pe_c l^2}{8EI} \quad (4.3)$$

O primeiro e o segundo modelo são considerados modelos auxiliares, e são usados para calcular os deslocamentos das forças iniciais ( $p_0$ ) e das forças em diferentes tempos.

O terceiro modelo também é utilizado para calcular os deslocamentos, a partir da fórmula de Euler de forma simples sem nenhuma substituição, conforme a equação (4.3). A Tabelas 5 mostra os resultados obtidos pelos 1º, 2º e 3º modelos, considerando as forças iniciais ( $p_0$ ).

Tabela 5– Cálculo dos deslocamentos da viga utilizando os 1º, 2º e 3º modelos, para ( $p_0$ )

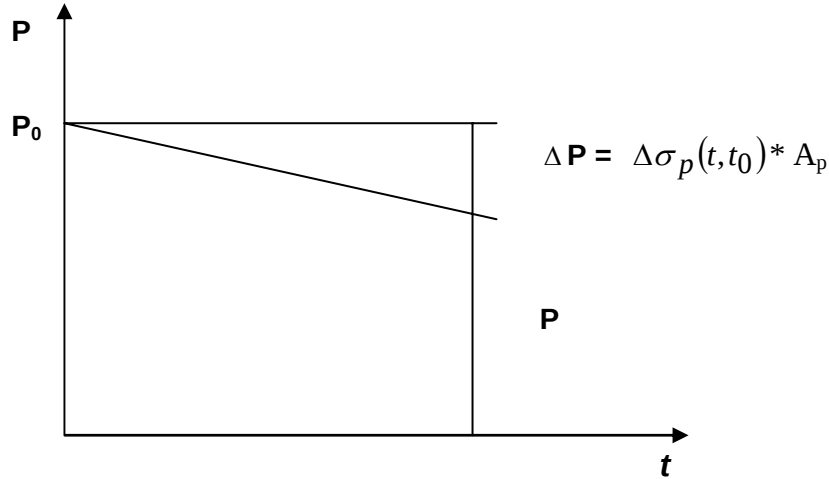
| MODELO                                          | Valores dos deslocamentos em metros<br>(pp + força de tensão) |
|-------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|
| 1º MODELO<br>SAP2000 (Forças)                   | 0,00642 m                                                     |
| 2º MODELO<br>SAP2000 (deformações impostas)     | 0,01006 m                                                     |
| 3º MODELO<br>Euler ( aplicando a fórmula (4.3)) | 0,01840 m                                                     |

#### 4.5.4 Modelo da perda de protensão

Para o cálculo das forças em diferentes tempos, os valores de  $t_1$ ,  $t_2$ ,  $t_3$  são dados inseridos na equação (2.35) da variação da tensão do aço de protensão entre  $t_0$  e  $t$ , possibilitando efetuar comparações entre o modelo principal calculado e o analisado por intermédio da retroanálise.

As cordoalhas ao longo da vida útil da peça se encurtam gradativamente à medida que o concreto se deforma, devido à tensão de protensão. Conseqüentemente a força de protensão, que é uma das causas da fluência diminui, ou seja, a deformação lenta influencia a força de protensão, e esta por sua vez, influencia a deformação lenta atuando uma sobre a outra.

Para formular uma expressão que traduza este fenômeno, admite-se a hipótese simplificadora de que a tensão na armadura de protensão cai linearmente durante o período no qual a fluência ocorre. A Figura 45 mostra o decaimento da força de protensão ( $P$ ) ao longo do tempo.



**Figura 45 – Decaimento da força de protensão P devido a deformação lenta.**

No quarto modelo, que é o modelo principal deste trabalho, foi considerada a expansão da equação (4.3) de Euler, através da substituição da força de protensão ao longo do tempo (P), pela diferença entre a força de protensão inicial ( $P_0$ ) e o produto da variação da tensão no aço de protensão entre  $t_0$  e  $t$   $\Delta \sigma_p(t, t_0)$  pela área do aço ( $A_p$ ), ou seja:

$$P = P_0 - \Delta \sigma_p(t, t_0) * A_p \quad (4.4)$$

$$E = \frac{E_0}{1 + \varphi} \quad (4.5)$$

Expandindo a equação (4.3) através das equações (4.4) e (4.5), temos:

$$\delta = \frac{5ql^4(1 + \varphi)}{384E_0I} - \frac{(P_0 - \Delta \sigma A_p)e_c l^2(1 + \varphi)}{384E_0I} \quad (4.6)$$

temos que:

$$\Delta \sigma_p(t, t_0) = \frac{\varepsilon_{cs}(t, t_0)E_p - \alpha_p \sigma_{c,p0} \varphi(t, t_0) - \sigma_{p0} \chi(t, t_0)}{\chi_p + \chi_c \alpha_p \eta \rho_p} \quad (3.35)$$

Logo expandindo a equação (2.35), temos:

$$\Delta\sigma_p(t, t_0) = \frac{\varepsilon_{cs}(t, t_0)E_p}{\chi_p + \{1 + 0.5\varphi(t, t_0)\}\alpha_p\eta\rho_p} - \frac{\alpha_p\sigma_{cpog}\varphi(t, t_0)}{\chi_p + \{1 + 0.5\varphi(t, t_0)\}\alpha_p\eta\rho_p} - \frac{\sigma_{p0}\chi(t, t_0)}{\chi_p + \{1 + 0.5\varphi(t, t_0)\}\alpha_p\eta\rho_p} \quad (4.7)$$

Portanto temos que:

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_p(t, t_0) = & \frac{\varepsilon_{cs}(t, t_0)E_p}{\chi_p + \{1 + 0.5(\varphi_a + \varphi_{f\infty}[\beta_f(t) - \beta_f(t_0)] + \varphi_{d\infty}\beta_d)\}\alpha_p\eta\rho_p} - \\ & - \frac{\alpha_p\sigma_{cpog}(\varphi_a + \varphi_{f\infty}[\beta_f(t) - \beta_f(t_0)] + \varphi_{d\infty}\beta_d)}{\chi_p + \{1 + 0.5(\varphi_a + \varphi_{f\infty}[\beta_f(t) - \beta_f(t_0)] + \varphi_{d\infty}\beta_d)\}\alpha_p\eta\rho_p} - \\ & - \frac{\sigma_{p0}\chi(t, t_0)}{\chi_p + \{1 + 0.5(\varphi_a + \varphi_{f\infty}[\beta_f(t) - \beta_f(t_0)] + \varphi_{d\infty}\beta_d)\}\alpha_p\eta\rho_p} \end{aligned} \quad (4.8)$$

Substituindo a equação (2.35) na equação (4.5), temos:

$$\begin{aligned} \delta = & \frac{5ql^4(1+\varphi)}{384E_0I} - \frac{(P_0 - \Delta\sigma A_p)e_c l^2(1+\varphi)}{384E_0I} = \\ & \frac{5ql^4\{1 + (\varphi_a + \varphi_{f\infty}[\beta_f(t) - \beta_f(t_0)] + \varphi_{d\infty}\beta_d)\}}{384E_0I} - \\ & - \frac{\left\{P_0 - \left(\frac{\varepsilon_{cs}(t, t_0)E_p - \alpha_p\sigma_{cpog}(\varphi_a + \varphi_{f\infty}[\beta_f(t) - \beta_f(t_0)] + \varphi_{d\infty}\beta_d) - \sigma_{p0}(t, t_0)}{\chi_p + \{1 + 0.5(\varphi_a + \varphi_{f\infty}[\beta_f(t) - \beta_f(t_0)] + \varphi_{d\infty}\beta_d)\}\alpha_p\eta\rho_p}\right)\right\}}{8E_0I} \times \\ & \times \frac{A_p\{e_c l^4\{1 + (\varphi_a + \varphi_{f\infty}[\beta_f(t) - \beta_f(t_0)] + \varphi_{d\infty}\beta_d)\}\}}{1} \end{aligned} \quad (4.9)$$

Onde o modelo é  $\beta_f(t)$  ou  $\beta_f(t_0)$  sendo o coeficiente relativo à deformação lenta irreversível, função da idade fictícia do concreto, é dada pela equação (2.22),

Substituindo o termo  $\beta_f(t)$  coeficiente relativo à deformação função da idade fictícia do concreto, dada pela equação (2.22) na equação (4.8) temos:

$$\begin{aligned}
 \delta = & \frac{5ql^4 \left\{ 1 + \left( \varphi_a + \varphi_{f\infty} \left[ \frac{t^2 + At + B}{t^2 + ct + D} \right] + \varphi_{d\infty} \beta_d \right) \right\}}{384E_0I} - \\
 & \left\{ \frac{P_0 \left( \chi_p + \left\{ 1 + 0.5 \left( \varphi_a + \varphi_{f\infty} \left[ \frac{t^2 - At + B}{t^2 + ct + D} \right] + \varphi_{d\infty} \beta_d \right) \right\} \alpha_p \eta \rho_p \right)}{8E_0I \left( \chi_p + \left\{ 1 + 0.5 \left( \varphi_a + \varphi_{f\infty} \left[ \frac{t^2 + At + B}{t^2 + ct + D} \right] + \varphi_{d\infty} \beta_d \right) \right\} \alpha_p \eta \rho_p \right)} - \right. \\
 & \left. \frac{\left[ \varepsilon_{cs}(t, t_0) E_p - \alpha_p \sigma_{cpog} \left( \varphi_a + \varphi_{f\infty} \left[ \frac{t^2 + At + B}{t^2 + ct + D} \right] + \varphi_{d\infty} \beta_d \right) - \sigma_{p0} \chi(t, t_0) \right] A_p}{8E_0I \left( \chi_p + \left\{ 1 + 0.5 \left( \varphi_a + \varphi_{f\infty} \left[ \frac{t^2 + At + B}{t^2 + ct + D} \right] + \varphi_{d\infty} \beta_d \right) \right\} \alpha_p \eta \rho_p \right)} \times \right. \\
 & \left. \times \frac{e_c l^4 \left\{ 1 + \left( \varphi_a + \varphi_{f\infty} \left[ \frac{t^2 + At + B}{t^2 + ct + D} \right] + \varphi_{d\infty} \beta_d \right) \right\}}{1} \right\} \quad (4.10)
 \end{aligned}$$

Fazendo as derivadas dos deslocamentos com respeito em relação aos parâmetros, que em neste caso são valores constantes calculados A, B, C e D, da equação (4.10), encontra-se os valores para formar a matriz de sensibilidade:

$$\frac{\partial \delta}{\partial A} = \frac{\varphi_{f\infty} l^4}{4E_0I} \left[ \frac{t}{t^2 + ct + D} \right] \left[ \frac{5q}{96} - \frac{P_0 e_c}{2} + \frac{\sigma_{cpog} e_c A_p}{\eta \rho_p} \right] \quad (4.11)$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial B} = \frac{\varphi_{f\infty} l^4}{AE_0I} \left[ \frac{1}{t^2 + ct + D} \right] \left[ \frac{5q}{96} - \frac{P_0 e_c}{2} + \frac{\sigma_{cpog} e_c A_p}{\eta \rho_p} \right] \quad (4.12)$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial C} = -\frac{\varphi f_{\infty} l^4}{AE_0 I} \left[ \frac{t^3 + At^2 + Bt}{(t^2 + ct + D)^2} \right] \left[ \frac{5q}{96} - \frac{P_0 e_c}{2} + \frac{\sigma_{cpog} e_c A_p}{\eta \rho_p} \right] \quad (4.13)$$

$$\frac{\partial \delta}{\partial D} = -\frac{\varphi f_{\infty} l^4}{AE_0 I} \left[ \frac{t^2 + At + B}{(t^2 + ct + D)^2} \right] \left[ \frac{5q}{96} - \frac{P_0 e_c}{2} + \frac{\sigma_{cpog} e_c A_p}{\eta \rho_p} \right] \quad (4.14)$$

## 4.6 Aplicação da Retroanálise

Conforme a metodologia descrita nos itens anteriores deste capítulo, considerou-se a matriz de sensibilidade variável ao longo do tempo. Para calcular os parâmetros A, B, C, e D do modelo da equação, sendo o coeficiente  $\beta_f(t)$  relativo à deformação lenta irreversível em função da idade fictícia do concreto, dada pela equação (2.22).

A matriz de sensibilidade é:

$$L = \begin{bmatrix} \frac{\partial \delta}{\partial p_1} & \frac{\partial \delta}{\partial p_2} & \frac{\partial \delta}{\partial p_3} & \frac{\partial \delta}{\partial p_4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \delta}{\partial A} & \frac{\partial \delta}{\partial B} & \frac{\partial \delta}{\partial C} & \frac{\partial \delta}{\partial D} \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

As derivadas de primeira ordem das equações(4.11) a (4.14) são substituídas na matriz de sensibilidade.

Para o desenvolvimento da retroanálise foi utilizada a abordagem direta, fazendo uso do método dos mínimos quadrados, através de planilhas do programa Microsoft Excel, devido à facilidade do mesmo em se programar o tratamento de um grande número de dados.

A seguir, tem-se a dedução do método dos mínimos quadrados, utilizada para este caso matricial, partindo-se da condição de busca da mínima diferença entre o valor medido e o valor calculado. Em continuidade ao item citado em (2.3) deste trabalho, temos:

$y^*$  = deslocamento medido;

$y(p)$  = deslocamento calculado em função dos parâmetros “p”;

$y$  = deslocamento na iteração atual;

$y'$  = deslocamento na iteração anterior;

$p$  = parâmetro na iteração atual;

$p'$  = parâmetro na iteração anterior;

$\bar{p}$  = parâmetros que minimizam as diferenças, eventualmente a ser utilizado na iteração posterior.

$\Delta d$  = diferença entre deslocamento medido e deslocamento calculado (erro);

$$\text{Onde: } \Delta d = y^* - y(p) \quad (4.16)$$

$$L = \text{matriz de sensibilidade} = \frac{\partial y}{\partial p} \rightarrow \left( \frac{\partial y}{\partial p} \rightarrow \text{função linear} \right) \quad (4.17)$$

$$L = \frac{\Delta y}{\Delta p} = \frac{y - y'}{p - p'} \rightarrow (p - p') L = \Delta y \rightarrow y = L (p - p') + y' \quad (4.18)$$

$Q$  = matriz de diferenças quadradas;

$$Q = [y^* - y(p)]^T [y^* - y(p)]$$

$$Q = [y^* - (y' + L(p - p'))]^T [y^* - (y' + L(p - p'))]$$

$$Q = [(y^* - y' + Lp') - (Lp)]^T [(y^* - y' + Lp') - (Lp)]$$

$$Q = [y^* - y' + Lp']^T [y^* - y' + Lp'] + [Lp]^T [Lp] - [y^* - y' + Lp']^T [y^* - y' + Lp']^T [Lp]$$

$$[Lp]^T [y^* - y' + Lp']$$

Derivando “ $Q$ ” em relação a “ $p$ ” e igualando a função a zero, tem-se um caso de mínima diferença e “ $p$ ” neste caso passa a ser  $\bar{p}$  igual aos parâmetros que minimizam as diferenças deltas.

$$\frac{\partial Q}{\partial p} = 0 = 0 + [L]^T [Lp] - 0 - [L]^T [y^* - y' + Lp'] \rightarrow [L]^T [L] = [L]^T [y^* - y' + Lp']$$

$$\bar{p} = \{ [L]^T [L] \}^{-1} [L]^T [y^* - y' + Lp'] \quad (4.19)$$

Somando  $(Lp - Lp)$  à parcela:

$$[y^* - y' + Lp']$$

tem-se:

$$[y^* - (y' - Lp') + (Lp - Ap)];$$

Portanto:

$$[y^* - y' + Lp'] = y^* - [y' + L(p - p') - Ap]$$

Da equação (4.16) e (4.18), temos:

$$\Delta d = y^* - y(p) \quad \text{e} \quad u = L(p - p') + y'$$

tem-se:

$$y^* - [y' + L(p - p') - Lp] = y^* - y + Lp = \Delta d + Lp \quad (4.20)$$

Da equação (4.19) e substituindo:

$$\bar{p} = \{ [L]^T [L] \}^{-1} [L]^T [Lp + Ld]$$

Adotando:

$$G = [L]^T [L] \}^{-1} [L]^T$$

tem-se:

$$\bar{p} = G \Delta d + [L]^T [L] \}^{-1} [L]^T Lp = G \Delta d + [I]p \quad (4.21)$$

onde:  $[I]$  é uma matriz identidade, logo:

$$G \Delta d + p \rightarrow -p = G \Delta d$$

portanto:

$$\bar{\Delta_p} = G \Delta d = \{ [L]^T [L] \}^{-1} [L]^T \Delta d \quad (4.22)$$

Da matriz de sensibilidade (4.17), temos:

$$L = \frac{\partial y}{\partial p}$$

Como já visto das equações (4.11) a (4.14) e substituindo na equação (4.17) da matriz de sensibilidade, temos:

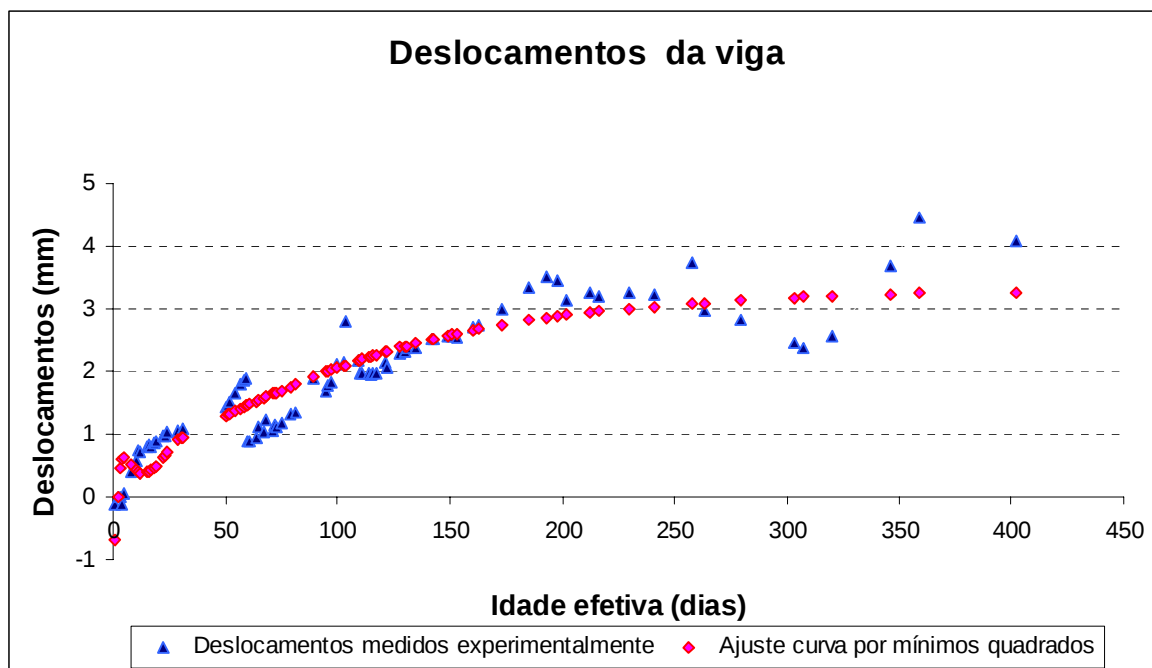
$$L = \begin{bmatrix} \frac{\partial \delta}{\partial p_1} & \frac{\partial \delta}{\partial p_2} & \frac{\partial \delta}{\partial p_3} & \frac{\partial \delta}{\partial p_4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \delta}{\partial A} & \frac{\partial \delta}{\partial B} & \frac{\partial \delta}{\partial C} & \frac{\partial \delta}{\partial D} \end{bmatrix}$$

Descrevendo o processo, temos os valores  $p_n$  de uma estimativa inicial, os quais proporcionaram um primeiro deslocamento calculado. A diferença entre os deslocamentos medidos e os calculados, obtém-se “ $\Delta d$ ”. A inversa do produto da matriz transposta de sensibilidade, pela matriz de sensibilidade, multiplicada pela matriz transposta de sensibilidade tem-se a matriz “G”. A soma do produto da matriz “G” multiplicada a matriz “ $\Delta d$ ”, pelo multiplicação do parâmetro de iteração, tem-se os parâmetros “p”, que minimizam os deltas, e por iteração, vai-se acurando os resultados dos “p”, se bem que pode ocorrer o contrário, ou seja, os valores influírem nos deslocamentos em sentido inverso, casos em que se aplicam outras rotas de tentativas.

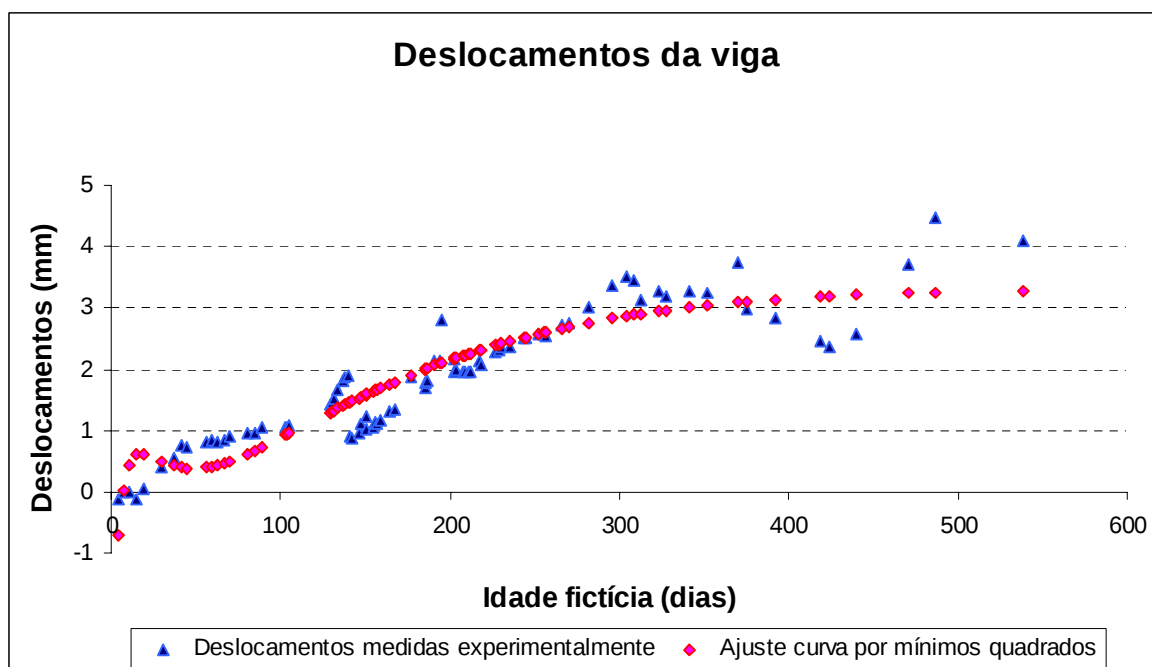
## 4.7 Resultados Obtidos

Os resultados obtidos indicaram que a aplicação da retroanálise permitiu identificar os deslocamentos coincidentes com os dados observados nos relógios comparadores.

A Figura 46 mostra o ajuste da curva dos mínimos quadrados dos deslocamentos medidos experimentalmente com os deslocamentos calculados, considerando a idade efetiva. A Figura 47 mostra o ajuste dos mínimos quadrados, considerando a idade fictícia. A idade fictícia consiste em valorar a idade do concreto dependendo dos parâmetros da umidade relativa, temperatura, relação água cimento e os tipos de materiais.

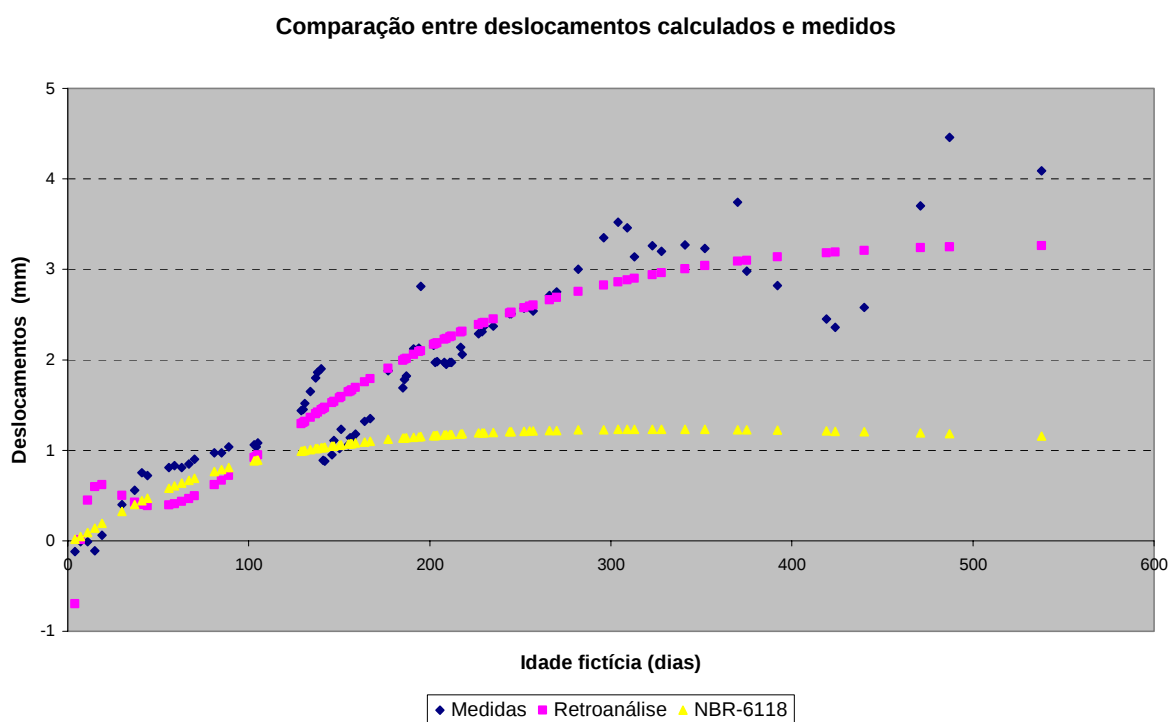


**Figura 46 – Ajuste por mínimos quadrados dos deslocamentos medidos experimentalmente considerando a idade efetiva**



**Figura 47 – Ajuste por mínimos quadrados dos deslocamentos medidos experimentalmente considerando a idade fictícia**

A Figura 48 mostra os valores dos deslocamentos medidos, dos calculados de acordo com a NBR 6118:2003 e pela técnica de retroanálise. Observa-se a diferença dos valores, dos quais, a aplicação dos mínimos quadrados da retroanálise, mostrou melhores valores aproximados dos medidos.



**Figura 48 – Quadro comparativo de ajuste dos valores dos deslocamentos medidos, dos calculados de acordo com a NBR 6118:2003 e pela técnica de retroanálise**

## **5 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

---

### **5.1 Visão Geral Sobre os Resultados Obtidos**

Esta dissertação visou apresentar uma metodologia de interpretação de resultados dos efeitos da parcela devida à fluência do concreto das perdas progressivas, a partir de deslocamentos obtidos por meio da instrumentação. Proporcionou a identificação dos parâmetros envolvidos no processo da perda de protensão em vigas pré-moldadas de pontes, ao longo do tempo.

A abordagem do problema da interpretação de resultados da observação da perda de protensão devida à fluência do concreto em vigas de pontes, potencializa o controle sobre as operações que visam a manutenção da estrutura, através de uma adequada identificação de sistemas, condizente com as mais modernas tendências da era da informação.

A utilização de modelos do comportamento estrutural permite uma maior interação das atividades de manutenção com as de projeto, tendo importância tanto na execução de obras de reabilitação e reparo das estruturas existentes, quanto na geração de conhecimentos úteis para as novas construções. A retroanálise tem a ampla possibilidade de adaptar a metodologia proposta nesse trabalho na aplicação de outros tipos de estruturas.

## **5.2 Conclusões**

Com base nos resultados obtidos, esta análise demonstrou que os deslocamentos na viga pode ser diferentes para diferentes condições ambientais. Esta variabilidade pode ser identificada desde que se disponha de um projeto de instrumentação coerente tecnicamente, de um histórico com dados confiáveis e de um apoio computacional adequado.

Um projeto de engenharia apresenta incertezas relacionadas ao modelo e aos parâmetros não sendo possível eliminar todas as incertezas relacionadas, mas é possível diminuí-las. Este trabalho proporcionou um levantamento sobre o assunto e atingiu os objetivos a que se propôs apresentando uma aplicação prática de retroanálise.

## **5.3 Complementações Futuras**

Para uma futura continuidade deste trabalho, no desenvolvimento de outros modelos, sugere-se:

Análise das deformações obtidas da peça, através de extensômetros

Estudo dinâmico da peça

Análise com ações externas, além do peso próprio

Análise com outros métodos de retroanálise

## 6 REFERÊNCIAS

---

ALMEIDA, S. M.; FERREIRA, S. P. **Superestruturas de pontes rodoviárias**. Niterói: EDUFF, 1986.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Projeto de estruturas de concreto – Procedimento**. – NBR 6118:2003. Rio de Janeiro, 2003.

NBR – 6349 – **Fios, barras e cordoalhas de aço destinados à armaduras de protensão – Ensaio de tração**.

NBR – 7197 – **Projeto de estruturas de concreto protendido**.

NBR – 8224 – **Concreto endurecido – Determinação da fluência**.

NBR – 9607 – **Prova de carga em estruturas de concreto armado e protendido**.

NBR – 6349 – **Fios, barras e cordoalhas de aço para armaduras de protensão – Ensaio de tração – Método de ensaio**.

NBR – 7482 – **Fios de aço para concreto protendido – Especificação**.

NBR – 7483 – **Cordoalhas de aço para concreto protendido - Especificação**.

NBR – 7484 – **Fios, barras e cordoalhas de aço destinados a armaduras de protensão – Ensaio de relaxação isotérmica – Método de ensaio**.

NBR – 9062 – **Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado – Procedimento**..

BERNARDES, H. M. **Retroanálise do efeito estrutural das reações álcali-agregado em barragens de concreto.** 2000, 142f Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia Civil. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2000.

CASTRO, A. T. **Métodos de retroanálise na interpretação do comportamento de barragens de betão.** 1997, 244f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Instituto Superior Técnico. Universidade Técnica de Lisboa. Lisboa, 1997.

CARRIÓN, F. J.; HERNÁNDEZ, J.; ACOSTA, M. A. **Estudios de corrosión en puentes de concreto pre-esforzado cables de pre-esfuerzo.** Secretaria de Comunicaciones y Transportes de México ISSN 0188-7297, Publicación Técnica No. 122 Sanfandila, Qro, 1999.

COSTA, A. **Aplicação das técnicas de retroanálise em obras civis.** 2000, 96f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia Civil, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2000.

LEDESMA, V. A. **Identificación de parámetros en geotecnia, aplicación a la excavación de túneles.** 1987, 331f. Tesis (Doctor en Ingeniería de Caminos) – Facultad de Ingeniería de Caminos, Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Barcelona, Universitat Politècnica de Catalunya.

LIN, T. Y. **Diseño de estructuras de concreto pre-esforzado.** 5.ed. New York: John Wiley., 1978.

MATTOS, T. S. **Programa para análise de superestruturas de pontes de concreto armado e protendido** 2001, 167f. Tese (Mestrado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia Civil. Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2001.

MENEGATTI, M. **A Protensão como um conjunto de cargas equivalentes** 2004, 126f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia Civil. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004.

NAWY, E. G. **Prestressed concrete a fundamental approach**. Third edition, Prentice Hall Inc., New Jersey, 2000.

NEVILLE, A. M. **Propiedades do concreto**; 2<sup>a</sup> edição – PINI; São Paulo, 1997.

PFEIL, W. **Concreto Protendido**. Rio de Janeiro: LTC Livros Técnicos e Científicos, 1983, v.1, v.2.

VERÍSSIMO, G. S. **Concreto protendido perdas de protensão**. Viçosa, 1998. ( Notas de aula – Universidade Federal de Viçosa, 1998).

VASCONCELOS, A.C. **O concreto no Brasil**. recordes – realizações – história. 2 ed. São Paulo, PINI: 1992. v.1.

## ANEXOS

---

### Anexo A.

#### Análise das perdas de protensão

Cálculo das perdas progressivas para um período de um ano, de uma viga isostática de ponte rodoviária, em concreto protendido, com aderência inicial, cujas características físicas e geométricas foram mencionadas no sub-item 4.4.

A planilha 1 mostra as respostas obtidas e a porcentagem das perdas progressivas de protensão, considerando diferentes tempos de acordo com a NBR 6118:2003.

**Planilha 1 – Cálculo das perdas progressivas de protensão de acordo com a NBR**

|                           |           |           |           |           |            |           |           |
|---------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|-----------|-----------|
| $t_{efetiva}$ (dias)      | 1         | 231       | 540       | 844       | 1454       | 2062      | 2976      |
| Data                      | 5/11/2003 | 14/7/2004 | 19/5/2005 | 19/3/2006 | 19/11/2007 | 19/7/2009 | 19/1/2012 |
| Longitud (m)              | 10        |           |           |           |            |           |           |
| Temperat.                 | 27        | 22        | 26        | 26        | 26         | 26        | 26        |
| $t_{ficticia}$ (dias)     | 4         | 365       | 730       | 1095      | 1827       | 2557      | 3653      |
| $\mu$                     | 186,52    | 186,52    | 186,52    | 186,52    | 186,52     | 186,52    | 186,52    |
| $h_{fic\ m}$              | 0,1466867 | 0,1466867 | 0,146687  | 0,1466867 | 0,1466867  | 0,146687  | 0,146687  |
| A (retração)              | 40        | 40        | 40        | 40        | 40         | 40        | 40        |
| B (retração)              | 21,769407 | 21,769407 | 21,76941  | 21,769407 | 21,769407  | 21,76941  | 21,76941  |
| C (retração)              | 39,417048 | 39,417048 | 39,41705  | 39,417048 | 39,417048  | 39,41705  | 39,41705  |
| D (retração)              | 78,30731  | 78,30731  | 78,30731  | 78,30731  | 78,30731   | 78,30731  | 78,30731  |
| E (retração)              | 7,844644  | 7,844644  | 7,844644  | 7,844644  | 7,844644   | 7,844644  | 7,844644  |
| $\beta_s(t)$              | 0,0796847 | 0,7618961 | 0,873133  | 0,9193278 | 0,9591109  | 0,975897  | 0,987575  |
| $\beta_s(t_0)$            | 0,0796847 | 0,0796847 | 0,079685  | 0,0796847 | 0,0796847  | 0,079685  | 0,079685  |
| $E_p$ (MPa)               | 195000    | 195000    | 195000    | 195000    | 195000     | 195000    | 195000    |
| $E_c$ (MPa)               | 33130     | 33130     | 33130     | 33130     | 33130      | 33130     | 33130     |
| $f_c(t)/f_c(t_{00})$ 6118 | 0,5829807 | 0,9561625 | 0,971825  | 0,9788296 | 0,9859241  | 0,989706  | 0,993098  |
| $\varphi_a$ 6118          | 0,3336155 | 0,03507   | 0,02254   | 0,0169364 | 0,0112607  | 0,008235  | 0,005521  |

|                                                  |           |           |          |           |           |          |          |
|--------------------------------------------------|-----------|-----------|----------|-----------|-----------|----------|----------|
| $\Phi_{f00}$                                     | 2,4518681 | 2,4518681 | 2,451868 | 2,4518681 | 2,4518681 | 2,451868 | 2,451868 |
| A (fluência)                                     | 191,85339 | 191,85339 | 191,8534 | 191,85339 | 191,85339 | 191,8534 | 191,8534 |
| B (fluência)                                     | 387,96677 | 387,96677 | 387,9668 | 387,96677 | 387,96677 | 387,9668 | 387,9668 |
| C (fluência)                                     | 342,53695 | 342,53695 | 342,537  | 342,53695 | 342,53695 | 342,537  | 342,537  |
| D (fluência)                                     | 6452,5326 | 6452,5326 | 6452,533 | 6452,5326 | 6452,5326 | 6452,533 | 6452,533 |
| A retr (fluência)                                | 1794,7799 | 1794,7799 | 1794,78  | 1794,7799 | 1794,7799 | 1794,78  | 1794,78  |
| B retr (fluência)                                | 6125,6852 | 6125,6852 | 6125,685 | 6125,6852 | 6125,6852 | 6125,685 | 6125,685 |
| C retr (fluência)                                | 2521,7881 | 2521,7881 | 2521,788 | 2521,7881 | 2521,7881 | 2521,788 | 2521,788 |
| D retr (fluência)                                | 75954,234 | 75954,234 | 75954,23 | 75954,234 | 75954,234 | 75954,23 | 75954,23 |
| $\beta_f(t)$                                     | 0,1498274 | 0,7032324 | 0,754883 | 0,7854779 | 0,8257055 | 0,85233  | 0,879581 |
| $\beta_f(t_0)$                                   | 0,1498274 | 0,1498274 | 0,149827 | 0,1498274 | 0,1498274 | 0,149827 | 0,149827 |
| $\Phi_f$                                         | 0         | 1,3568761 | 1,483516 | 1,5585311 | 1,6571639 | 1,722445 | 1,78926  |
| $\Phi_{d00}$                                     | 0,4       | 0,4       | 0,4      | 0,4       | 0,4       | 0,4      | 0,4      |
| $\beta_d$                                        | 0,2857143 | 0,8840131 | 0,937231 | 0,9569473 | 0,973592  | 0,980938 | 0,986558 |
| $\Phi_d$                                         | 0,1142857 | 0,3536053 | 0,374892 | 0,3827789 | 0,3894368 | 0,392375 | 0,394623 |
| $\Phi$                                           | 0,4479012 | 1,7455514 | 1,880948 | 1,9582463 | 2,0578615 | 2,123055 | 2,189404 |
| $\sigma_{cg}$                                    | 2248      | 2248      | 2248     | 2248      | 2248      | 2248     | 2248     |
| $\sigma_{cP}$                                    | -20328    | -20328    | -20328   | -20328    | -20328    | -20328   | -20328   |
| $\sigma_c$ (kN/m <sup>2</sup> )                  | -18080    | -18080    | -18080   | -18080    | -18080    | -18080   | -18080   |
| $\alpha_e$                                       | 5,885904  | 5,885904  | 5,885904 | 5,885904  | 5,885904  | 5,885904 | 5,885904 |
| $A_p$ (m <sup>2</sup> )                          | 0,000645  | 0,000645  | 0,000645 | 0,000645  | 0,000645  | 0,000645 | 0,000645 |
| $\sigma_{p0}$ (kN/m <sup>2</sup> )               | 1128668,2 | 1128668,2 | 1128668  | 1128668,2 | 1128668,2 | 1128668  | 1128668  |
| $\sigma_{p0}/f_{ptk}$                            | 0,5940359 | 0,5940359 | 0,594036 | 0,5940359 | 0,5940359 | 0,594036 | 0,594036 |
| $\Psi_{1000}$                                    | 0,0122843 | 0,0122843 | 0,012284 | 0,0122843 | 0,0122843 | 0,012284 | 0,012284 |
| $\Psi$                                           | 0         | 0,0169834 | 0,018861 | 0,0200483 | 0,0216528 | 0,022774 | 0,024028 |
| $\chi$                                           | 0         | 0,0171292 | 0,019042 | 0,020252  | 0,0218906 | 0,023037 | 0,024322 |
| $\chi_p$                                         | 1         | 1,0171292 | 1,019042 | 1,020252  | 1,0218906 | 1,023037 | 1,024322 |
| $e_c^2$                                          | 0,0441    | 0,0441    | 0,0441   | 0,0441    | 0,0441    | 0,0441   | 0,0441   |
| $A_c$ (m <sup>2</sup> )                          | 0,0912    | 0,0912    | 0,0912   | 0,0912    | 0,0912    | 0,0912   | 0,0912   |
| $I_c$ (m <sup>4</sup> )                          | 0,0027258 | 0,0027258 | 0,002726 | 0,0027258 | 0,0027258 | 0,002726 | 0,002726 |
| $\eta$                                           | 2,4754739 | 2,4754739 | 2,475474 | 2,4754739 | 2,4754739 | 2,475474 | 2,475474 |
| $\rho$                                           | 0,0070725 | 0,0070725 | 0,007072 | 0,0070725 | 0,0070725 | 0,007072 | 0,007072 |
| $\chi_c$                                         | 1,2239506 | 1,8727757 | 1,940474 | 1,9791232 | 2,0289307 | 2,061527 | 2,094702 |
| $\Delta\sigma_p$                                 | 42325,948 | -195915,7 | 212356,8 | -221060,8 | 231474,47 | -237930  | -244332  |
| $\Delta\sigma_p/\sigma_p$ (%)                    | 3,750079  | 17,35813  | 18,81481 | 19,585987 | 20,508638 | 21,08063 | 21,6478  |
| $\sigma_p - \Delta\sigma_p$ (kN/m <sup>2</sup> ) | 1086342,2 | 932752,48 | 916311,4 | 907607,37 | 897193,7  | 890737,8 | 884336,3 |

## Anexo B

A planilha 2 mostra as leituras experimentais da viga, realizadas no laboratório da CESP.

**Planilha 2 – Medidas experimentais da viga**

| Seq. | Data                                                                                         | Horário | Temp (°C) | Δt (°C) | Extensômetro (με)           |     |                             |     |                             |     | Relógio (10 <sup>-2</sup> mm) |     |          |     |         |     |
|------|----------------------------------------------------------------------------------------------|---------|-----------|---------|-----------------------------|-----|-----------------------------|-----|-----------------------------|-----|-------------------------------|-----|----------|-----|---------|-----|
|      |                                                                                              |         |           |         | 1/4 I (10 <sup>-6</sup> με) |     | 1/2 S (10 <sup>-6</sup> με) |     | 1/2 I (10 <sup>-6</sup> με) |     |                               |     |          |     |         |     |
|      |                                                                                              |         |           |         | Leitura                     | ΔL  | Leitura                     | ΔL  | Leitura                     | ΔL  | R.comp D                      | ΔD  | R.comp E | ΔE  | bpz 646 | ΔD  |
| 1    | 27/11/2003                                                                                   | 16:00   | 27,0      | 0,0     |                             | 0   |                             | 0   |                             | 0   | 700                           | 0   | 500      | 0   |         |     |
| 2    | 28/11/2003                                                                                   | 11:05   | 29,0      | 2,0     | 345                         | 0   | 60                          | 0   | 880                         | 0   | 705                           | -5  | 479      | 21  |         |     |
| 3    | 28/11/2003                                                                                   | 14:15   | 32,0      | 3,0     | 360                         | 15  | 65                          | 5   | 885                         | 5   | 705                           | -5  | 555      | -55 |         |     |
| 4    | 28/11/2003                                                                                   | 16:35   | 33,0      | 1,0     | 365                         | 20  | 70                          | 10  | 890                         | 10  | 704                           | -4  | 546      | -46 |         |     |
| 5    | 1/12/2003                                                                                    | 7:45    | 26,0      | -7,0    | 370                         | 25  | 80                          | 20  | 905                         | 25  | 713                           | -13 | 512      | -12 |         |     |
| 6    | 1/12/2003                                                                                    | 16:35   | 28,0      | 2,0     | 385                         | 40  | 80                          | 20  | 910                         | 30  | 714                           | -14 | 481      | 19  |         |     |
| 7    | 2/12/2003                                                                                    | 08:15   | 26,0      | -2,0    | 370                         | 25  | 75                          | 15  | 900                         | 20  | 713                           | -13 | 501      | -1  |         |     |
| 8    | 2/12/2003                                                                                    | 16:37   | 33,0      | 7,0     | 385                         | 40  | 100                         | 40  | 920                         | 40  | 712                           | -12 | 446      | 54  |         |     |
| 9    | 3/12/2003                                                                                    | 07:38   | 27,0      | -6,0    | 385                         | 40  | 105                         | 45  | 920                         | 40  | 712                           | -12 | 501      | -1  |         |     |
| 10   | 3/12/2003                                                                                    | 16:40   | 30,0      | 3,0     | 395                         | 50  | 90                          | 30  | 925                         | 45  | 712                           | -12 | 474      | 26  |         |     |
| 11   | 4/12/2003                                                                                    | 07:50   | 26,5      | -3,5    | 385                         | 40  | 85                          | 25  | 920                         | 40  | 703                           | -3  | 511      | -11 |         |     |
| 12   | 4/12/2003                                                                                    | 16:50   | 29,5      | 3,0     | 390                         | 45  | 85                          | 25  | 925                         | 45  | 712                           | -12 | 476      | 24  |         |     |
| 13   | 5/12/2003                                                                                    | 08:08   | 26,0      | -3,5    | 385                         | 40  | 85                          | 25  | 920                         | 40  | 712                           | -12 | 494      | 6   |         |     |
| 14   | 8/12/2003                                                                                    | 08:32   | 27,5      | 1,5     | 400                         | 55  | 95                          | 35  | 935                         | 55  | 711                           | -11 | 460      | 40  |         |     |
| 15   | 8/12/2003                                                                                    | 16:50   | 30,5      | 3,0     | 410                         | 65  | 100                         | 40  | 945                         | 65  | 711                           | -11 | 425      | 75  |         |     |
| 16   | 9/12/2003                                                                                    | 16:40   | 25,5      | -5,0    | 405                         | 60  | 95                          | 35  | 935                         | 55  | 710                           | -10 | 446      | 54  |         |     |
| 17   | 10/12/2003                                                                                   | 08:15   | 24,0      | -1,5    | 395                         | 50  | 90                          | 30  | 930                         | 50  | 710                           | -10 | 444      | 56  |         |     |
| 18   | 11/12/2003                                                                                   | 07:50   | 27,0      | 3,0     | 415                         | 70  | 100                         | 40  | 950                         | 70  | 710                           | -10 | 425      | 75  |         |     |
| 19   | 11/12/2003                                                                                   | 16:45   | 35,0      | 8,0     | 430                         | 85  | 115                         | 55  | 970                         | 90  | 710                           | -10 | 440      | 60  |         |     |
| 20   | 12/12/2003                                                                                   | 08:00   | 28,0      | -7,0    | 435                         | 90  | 115                         | 55  | 970                         | 90  | 710                           | -10 | 428      | 72  |         |     |
| 21   | 12/12/2003                                                                                   | 16:50   | 31,5      | 3,5     | 440                         | 95  | 120                         | 60  | 975                         | 95  | 710                           | -10 | 480      | 20  |         |     |
| 22   | 15/12/2003                                                                                   | 07:40   | 28,0      | -3,5    | 460                         | 115 | 135                         | 75  | 1005                        | 125 | 710                           | -10 | 419      | 81  |         |     |
| 23   | 16/12/2003                                                                                   | 07:35   | 29,0      | 1,0     | 470                         | 125 | 135                         | 75  | 1010                        | 130 | 710                           | -10 | 417      | 83  |         |     |
| 24   | 16/12/2003                                                                                   | 16:53   | 36,0      | 7,0     | 485                         | 140 | 155                         | 95  | 1035                        | 155 | 710                           | -10 | 430      | 70  |         |     |
| 25   | 17/12/2003                                                                                   | 07:40   | 28,0      | -8,0    | 460                         | 115 | 140                         | 80  | 1020                        | 140 | 710                           | -10 | 419      | 81  |         |     |
| 26   | 17/12/2003                                                                                   | 16:45   | 36,0      | 8,0     | 490                         | 145 | 150                         | 90  | 1035                        | 155 | 710                           | -10 | 445      | 55  |         |     |
| 27   | 18/12/2003                                                                                   | 07:35   | 26,5      | -9,5    | 485                         | 140 | 150                         | 90  | 1030                        | 150 | 709                           | -9  | 415      | 85  |         |     |
| 28   | 18/12/2003                                                                                   | 16:50   | 35,5      | 9,0     | 500                         | 155 | 160                         | 100 | 1045                        | 165 | 709                           | -9  | 424      | 76  |         |     |
| 29   | 19/12/2003                                                                                   | 07:35   | 27,5      | -8,0    | 490                         | 145 | 150                         | 90  | 1030                        | 150 | 709                           | -9  | 410      | 90  |         |     |
| 30   | 22/12/2003                                                                                   | 07:47   | 28,0      | 0,5     | 515                         | 170 | 165                         | 105 | 1065                        | 185 | 708                           | -8  | 403      | 97  |         |     |
| 31   | 23/12/2003                                                                                   | 07:40   | 27,5      | -0,5    | 515                         | 170 | 160                         | 100 | 1055                        | 175 | 707                           | -7  | 403      | 97  |         |     |
| 32   | 24/12/2003                                                                                   | 07:35   | 27,0      | -0,5    | 520                         | 175 | 160                         | 100 | 1060                        | 180 | 707                           | -7  | 396      | 104 |         |     |
| 33   | 29/12/2003                                                                                   | 07:45   | 27,5      | 0,5     | 540                         | 195 | 180                         | 120 | 1080                        | 200 | 703                           | -3  | 394      | 106 |         |     |
| 34   | 30/12/2003                                                                                   | 07:55   | 28,0      | 0,5     | 550                         | 205 | 185                         | 125 | 1095                        | 215 | 702                           | -2  | 396      | 104 | 500     | 0   |
| 35   | 31/12/2003                                                                                   | 08:35   | 26,0      | -2,0    | 535                         | 190 | 200                         | 140 | 1105                        | 225 |                               |     | 392      | 108 | 506     | -6  |
| 36   | 19/1/2004                                                                                    | 08:45   | 28,0      | 2,0     | 620                         | 275 | 220                         | 160 | 1155                        | 275 |                               |     | 456      | 44  | 469     | 31  |
| 37   | 20/1/2004                                                                                    | 08:10   | 27,0      | -1,0    | 625                         | 280 | 235                         | 175 | 1180                        | 300 |                               |     | 455      | 45  | 468     | 32  |
| 38   | 21/1/2004                                                                                    | 09:50   | 28,0      | 1,0     | 615                         | 270 | 230                         | 170 | 1180                        | 300 |                               |     | 448      | 52  | 459     | 41  |
| 39   | 23/1/2004                                                                                    | 09:06   | 28,5      | 0,5     | 615                         | 270 | 230                         | 170 | 1185                        | 305 |                               |     | 435      | 65  | 447     | 53  |
| 40   | 26/1/2004                                                                                    | 07:40   | 25,5      | -3,0    | 595                         | 250 | 215                         | 155 | 1150                        | 270 |                               |     | 420      | 80  | 432     | 68  |
| 41   | 27/1/2004                                                                                    | 08:00   | 25,5      | 0,0     | 595                         | 250 | 210                         | 150 | 1150                        | 270 |                               |     | 414      | 86  | 428     | 72  |
| 42   | 28/1/2004                                                                                    | 07:45   | 26,0      | 0,5     | 605                         | 260 | 215                         | 155 | 1160                        | 280 |                               |     | 410      | 90  | 422     | 78  |
| 43   | 29/1/2004                                                                                    | 08:40   | 27,5      | 1,5     | 615                         | 270 | 230                         | 170 | 1175                        | 295 |                               |     | 411      | 89  | 422     | 78  |
| 44   | A partir desta data as leituras foram realizadas com compensador e mesmo aparelho de leitura |         |           |         |                             |     |                             |     |                             |     |                               |     |          |     |         |     |
| 45   | 29/1/2004                                                                                    | 08:45   | 27,5      | 1,5     | 2650                        | 270 | 2395                        | 170 | 2495                        | 295 |                               |     | 411      | 89  | 422     | 78  |
| 46   | 29/1/2004                                                                                    | 16:50   | 32,5      | 5,0     | 2665                        | 285 | 2405                        | 180 | 2495                        | 295 |                               |     | 372      | 128 | 384     | 116 |
| 47   | 30/1/2004                                                                                    | 08:15   | 27,0      | -5,5    | 2650                        | 285 | 2385                        | 160 | 2490                        | 290 |                               |     | 412      | 88  | 421     | 79  |
| 48   | 2/2/2004                                                                                     | 07:45   | 27,0      | 0,0     | 2625                        | 260 | 2355                        | 130 | 2465                        | 265 |                               |     | 405      | 95  | 406     | 94  |
| 49   | APARTIR DESTA DATA AS LEITURAS FORAM FEITAS COM APARELHO TRANSDUTEC T-832                    |         |           |         |                             |     |                             |     |                             |     |                               |     |          |     |         |     |
| 50   | 3/2/2004                                                                                     | 09:20   | 28,5      | 0,0     | 47901                       | 270 | 48155                       | 170 | 48145                       | 295 |                               |     | 389      | 111 | 399     | 101 |
| 51   | 4/2/2004                                                                                     | 16:45   | 35,5      | 7,0     | 48002                       | 371 | 48280                       | 295 | 48256                       | 406 |                               |     | 328      | 172 | 441     | 59  |
| 52   | 5/2/2004                                                                                     | 07:45   | 27,5      | -8,0    | 47863                       | 232 | 48123                       | 138 | 48111                       | 261 |                               |     | 398      | 102 | 404     | 96  |
| 53   | 5/2/2004                                                                                     | 16:35   | 34,0      | 6,5     | 47968                       | 337 | 48225                       | 240 | 48205                       | 355 |                               |     | 334      | 166 | 341     | 159 |
| 54   | 6/2/2004                                                                                     | 09:55   | 29,5      | -4,5    | 47891                       | 260 | 48148                       | 163 | 48136                       | 286 |                               |     | 377      | 123 | 387     | 113 |

| Seq. | Data       | Horário | Temp (°C) | Δt (°C) | Extensômetro (με)           |     |                             |      |                             |     | Relógio (10 <sup>-2</sup> mm)             |    |          |     |         |     |
|------|------------|---------|-----------|---------|-----------------------------|-----|-----------------------------|------|-----------------------------|-----|-------------------------------------------|----|----------|-----|---------|-----|
|      |            |         |           |         | 1/4 I (10 <sup>-6</sup> με) |     | 1/2 S (10 <sup>-6</sup> με) |      | 1/2 I (10 <sup>-6</sup> με) |     |                                           |    |          |     |         |     |
|      |            |         |           |         | Leitura                     | ΔL  | Leitura                     | ΔL   | Leitura                     | ΔL  | R.comp D                                  | ΔD | R.comp E | ΔE  | bpz 646 | ΔD  |
| 55   | 9/2/2004   | 07:40   | 24,0      | -5,5    | 47876                       | 245 | 48133                       | 148  | 48126                       | 276 |                                           |    | 394      | 106 | 399     | 101 |
| 56   | 10/2/2004  | 09:25   | 26,0      | 2,0     | 47873                       | 242 | 48126                       | 141  | 48120                       | 270 |                                           |    | 386      | 114 | 394     | 106 |
| 57   | 11/2/2004  | 08:06   | 26,0      | 0,0     | 47866                       | 235 | 48129                       | 144  | 48110                       | 260 |                                           |    | 388      | 112 | 390     | 110 |
| 58   | 13/2/2004  | 08:05   | 26,5      | 0,5     | 47853                       | 222 | 48117                       | 132  | 48099                       | 249 |                                           |    | 382      | 118 | 382     | 118 |
| 59   | 17/2/2004  | 07:40   | 28,0      | 1,5     | 47840                       | 209 | 48112                       | 127  | 48084                       | 234 |                                           |    | 368      | 132 | 371     | 129 |
| 60   | 19/2/2004  | 08:10   | 28,0      | 0,0     | 47824                       | 193 | 48099                       | 114  | 48066                       | 216 |                                           |    | 365      | 135 | 371     | 129 |
| 61   | 26/2/2004  | 08:50   | 28,5      | 0,5     | 47828                       | 197 | 48117                       | 132  | 48072                       | 222 |                                           |    | 312      | 188 | 322     | 178 |
| 62   | 3/3/2004   | 07:40   | 27,0      | -1,5    | 47755                       | 124 | 48054                       | 69   | 47991                       | 141 |                                           |    | 331      | 169 | 332     | 168 |
| 63   | 4/3/2004   | 07:45   | 27,0      | 0,0     | 47786                       | 155 | 48083                       | 98   | 48020                       | 170 |                                           |    | 322      | 178 | 326     | 174 |
| 64   | 5/3/2004   | 08:25   | 27,0      | 0,0     | 47787                       | 156 | 48084                       | 99   | 48020                       | 170 |                                           |    | 318      | 182 | 322     | 178 |
| 65   | 8/3/2004   | 10:30   | 31,0      | 4,0     | 47767                       | 136 | 48072                       | 87   | 47996                       | 146 |                                           |    | 288      | 212 | 297     | 203 |
| 66   | 10/3/2004  | 16:40   | 36,0      | 5,0     | 47752                       | 121 | 48066                       | 81   | 47975                       | 125 |                                           |    | 246      | 254 | 252     | 248 |
| 67   | 11/3/2004  | 09:50   | 31,0      | -5,0    | 47727                       | 96  | 48035                       | 50   | 47953                       | 103 |                                           |    | 297      | 203 | 303     | 197 |
| 68   | 12/3/2004  | 08:50   | 26,0      | -5,0    | 47714                       | 83  | 48027                       | 42   | 47944                       | 94  |                                           |    | 219      | 281 | 215     | 285 |
| 69   | 17/3/2004  | 09:30   | 30,0      | 4,0     | 47748                       | 117 | 48060                       | 75   | 47968                       | 118 |                                           |    | 284      | 216 | 278     | 222 |
| 70   | 18/3/2004  | 08:05   | 28,0      | -2,0    | 47727                       | 96  | 48043                       | 58   | 47952                       | 102 |                                           |    | 303      | 197 | 308     | 192 |
| 71   | 19/3/2004  | 09:05   | 27,5      | -0,5    | 47727                       | 96  | 48046                       | 61   | 47952                       | 102 |                                           |    | 302      | 198 | 297     | 203 |
| 72   | 22/3/2004  | 07:45   | 25,5      | -2,0    | 47734                       | 103 | 48055                       | 70   | 47958                       | 108 |                                           |    | 303      | 197 | 284     | 216 |
| 73   | 23/3/2004  | 08:10   | 23,5      | -2,0    | 47774                       | 143 | 48089                       | 104  | 48000                       | 150 |                                           |    | 305      | 195 | 292     | 208 |
| 74   | 24/3/2004  | 07:55   | 24,0      | 0,5     | 47780                       | 149 | 48096                       | 111  | 48003                       | 153 |                                           |    | 303      | 197 | 291     | 209 |
| 75   | 25/3/2004  | 07:40   | 24,0      | 0,0     | 47786                       | 155 | 48105                       | 120  | 48009                       | 159 |                                           |    | 303      | 197 | 294     | 206 |
| 76   | 29/3/2004  | 08:35   | 28,0      | 4,0     | 47749                       | 118 | 48079                       | 94   | 47966                       | 116 |                                           |    | 286      | 214 | 276     | 224 |
| 77   | 30/3/2004  | 07:45   | 27,5      | -0,5    | 47746                       | 115 | 48075                       | 90   | 47957                       | 107 |                                           |    | 294      | 206 | 281     | 219 |
| 78   | 5/4/2004   | 07:55   | 27,0      | -0,5    | 47750                       | 119 | 48089                       | 104  | 47955                       | 105 |                                           |    | 271      | 229 | 252     | 248 |
| 79   | 7/4/2004   | 08:00   | 27,0      | 0,0     | 47709                       | 78  | 48059                       | 74   | 47924                       | 74  |                                           |    | 269      | 231 | 255     | 245 |
| 80   | 8/4/2004   | 08:20   | 28,0      | 1,0     | 47709                       | 78  | 48048                       | 63   | 47904                       | 54  |                                           |    | 263      | 237 | 250     | 250 |
| 81   | 12/4/2004  | 08:00   | 27,5      | -0,5    | 47708                       | 77  | 48062                       | 77   | 47927                       | 77  |                                           |    | 263      | 237 | 249     | 251 |
| 82   | 19/4/2004  | 08:10   | 27,5      | 0,0     | 47765                       | 134 | 48111                       | 126  | 47949                       | 99  |                                           |    | 249      | 251 | 234     | 266 |
| 83   | 20/4/2004  | 08:25   | 26,0      | -1,5    | 47775                       | 144 | 48138                       | 153  | 47993                       | 143 |                                           |    | 249      | 251 | 234     | 266 |
| 84   | 26/4/2004  | 07:40   | 26,5      | 0,5     | 47837                       | 206 | 48198                       | 213  | 48032                       | 182 |                                           |    | 243      | 257 | 229     | 271 |
| 85   | 28/4/2004  | 08:10   | 24,5      | -2,0    | 47840                       | 209 | 48213                       | 228  | 48055                       | 205 |                                           |    | 242      | 258 | 229     | 271 |
| 86   | 30/4/2004  | 08:20   | 25,0      | 0,5     | 47849                       | 218 | 48222                       | 237  | 48039                       | 189 |                                           |    | 246      | 254 | 232     | 268 |
| 87   | 7/5/2004   | 08:00   | 22,5      | -2,5    | 47947                       | 316 | 48321                       | 336  | 48170                       | 320 |                                           |    | 229      | 271 | 219     | 281 |
| 88   | 10/5/2004  | 08:05   | 21,0      | -1,5    | 48079                       | 448 | 48439                       | 454  | 48273                       | 423 |                                           |    | 225      | 275 | 214     | 286 |
| 89   | 20/5/2004  | 07:45   | 21,0      | 0,0     | 48212                       | 581 | 48600                       | 615  | 48417                       | 567 |                                           |    | 200      | 300 | 190     | 310 |
| 90   | 1/6/2004   | 08:05   | 20,5      | -0,5    | 48320                       | 689 | 48707                       | 722  | 48511                       | 661 |                                           |    | 165      | 335 | 163     | 337 |
| 91   | 9/6/2004   | 07:45   | 21,0      | 0,5     | 48333                       | 702 | 48737                       | 752  | 48532                       | 682 |                                           |    | 148      | 352 | 159     | 341 |
| 92   | 14/6/2004  | 08:15   | 14,0      | -7,0    | 48555                       | 924 | 48919                       | 934  | 48747                       | 897 |                                           |    | 154      | 346 | 168     | 332 |
| 93   | 18/6/2004  | 07:40   | 19,0      | 5,0     | 48421                       | 790 | 48824                       | 839  | 48631                       | 781 |                                           |    | 186      | 314 | 174     | 326 |
| 94   | 28/6/2004  | 07:35   | 21,0      | 2,0     | 48381                       | 750 | 48794                       | 809  | 48572                       | 722 |                                           |    | 174      | 326 | 162     | 338 |
| 95   | 28/6/2004  | 14:55   | 27,5      | 6,5     | 48505                       | 874 | 48725                       | 740  | 48305                       | 455 |                                           |    | 122      | 378 | 114     | 386 |
| 96   | 2/7/2004   | 08:00   | 22,0      | -5,5    | 48430                       | 799 | 48850                       | 865  | 48621                       | 771 |                                           |    | 180      | 320 | 169     | 331 |
| 97   | 16/7/2004  | 07:45   | 22,0      | 0,0     | 48439                       | 808 | 48872                       | 887  | 48625                       | 775 |                                           |    | 173      | 327 | 164     | 336 |
| 98   | 27/7/2004  | 08:25   | 18,5      | -3,5    | 48561                       | 930 | 48966                       | 981  | 48739                       | 889 |                                           |    | 177      | 323 | 168     | 332 |
| 99   | 13/8/2004  | 13:45   | 26,0      | 7,5     | 48502                       | 871 | 48926                       | 941  | 48670                       | 820 |                                           |    | 126      | 374 | 131     | 369 |
| 100  | 18/8/2004  | 08:00   | 21,5      | -4,5    | 48494                       | 863 | 48924                       | 939  | 48671                       | 821 |                                           |    | 202      | 298 | 192     | 308 |
| 101  | 3/9/2004   | 09:05   | 26,0      | 4,5     | 48365                       | 734 | 48819                       | 834  | 48526                       | 676 |                                           |    | 218      | 282 | 209     | 291 |
| 102  | 27/9/2004  | 08:50   | 30,0      | 4,0     | 48288                       | 657 | 48768                       | 783  | 48437                       | 587 |                                           |    | 255      | 245 | 249     | 251 |
| 103  | 1/10/2004  | 08:05   | 23,0      | -7,0    | 48439                       | 808 | 48909                       | 924  | 48605                       | 755 |                                           |    | 264      | 236 | 258     | 242 |
| 104  | 14/10/2004 | 08:00   | 25,5      | 2,5     | 48436                       | 805 | 48929                       | 944  | 48601                       | 751 |                                           |    | 242      | 258 | 236     | 264 |
| 105  | 9/11/2004  | 08:30   | 26,0      | 0,5     | 48438                       | 807 | 48939                       | 954  | 48599                       | 749 |                                           |    | 130      | 370 | 134     | 366 |
| 106  | 22/11/2004 | 14:50   | 33,0      | 7,0     | 48364                       | 733 | 48866                       | 881  | 48513                       | 663 |                                           |    | 54       | 446 | 40      | 460 |
| 107  | 4/1/2005   | 08:20   | 25,0      | -8,0    | 48492                       | 861 | 49009                       | 1024 | 48644                       | 794 |                                           |    | 91       | 409 | 78      | 422 |
| 108  | 14/2/2005  | 07:55   | 25,0      | 0,0     | 48379                       | 748 | 48900                       | 915  | 48517                       | 667 | Os Relógios Comparadores foram removidos. |    |          |     |         |     |