

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA JÚLIO DE MESQUITA FILHO
INSTITUTO DE QUÍMICA DE ARARAQUARA

Balanceamento de carteira de renda variável com base na Teoria Moderna do Portfólio

João Paulo Garcez Real

ARARAQUARA

2023

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA JÚLIO DE MESQUITA FILHO
INSTITUTO DE QUÍMICA DE ARARAQUARA

João Paulo Garcez Real

Balanceamento de carteira de renda variável com base na Teoria Moderna do Portfólio

**Trabalho de conclusão de curso apresentado
ao Instituto de Química, Universidade
Estadual Paulista, como parte dos requisitos
para obtenção do título de Bacharel em
Engenharia Química**

**Orientador: Prof. Dr. Elias de Souza
Monteiro Filho**

ARARAQUARA

2023

R288b	Real, João Paulo Garcez Balanceamento de carteira de renda variável com base na Teoria Moderna do Portfólio / João Paulo Garcez Real. -- Araraquara, 2023 60 f. Trabalho de conclusão de curso (Bacharelado - Engenharia Química) - Universidade Estadual Paulista (Unesp), Instituto de Química, Araraquara Orientador: Elias de Souza Monteiro Filho 1. Portfolio management. 2. Renda. 3. Risco. 4. Ações (Finanças). 5. Títulos imobiliários. I. Título.
-------	--

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca do Instituto de Química, Araraquara. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

João Paulo Garcez Real

Balanceamento de carteira de renda variável com base na Teoria Moderna do Portfólio

**Trabalho de conclusão de curso apresentado
ao Instituto de Química, Universidade
Estadual Paulista, como parte dos requisitos
para obtenção do título de Bacharel em
Engenharia Química**

Araraquara, 04 de janeiro de 2023

Banca examinadora

Prof. Dr. Elias de Souza Monteiro Filho
Instituto de Química – UNESP, Araraquara

Profa. Dra. Érica Regina Filetti Nascimento
Instituto de Química – UNESP, Araraquara

Prof. Dr. Ossamu Hojo
Instituto de Química – UNESP, Araraquara

RESUMO

O interesse da população brasileira por investimentos relacionados à ações e fundos imobiliários cresce a cada ano, dado o aumento de “Cadastro de Pessoa Física” CPFs registrados na B3 de mais de 10 vezes entre 2015 e 2022. O presente estudo utiliza o modelo de otimização de Markowitz para realizar a otimização de 11400 portfólios únicos compostos por três ações de diferentes setores e um fundo imobiliário. Os portfólios foram determinados a partir da combinação de 20 ações diferentes, duas de cada setor e 10 fundos imobiliários e foram realizadas 10000 simulações de pesos dos ativos para cada portfólio, além de limitar a 70% o peso máximo de um ativo. Os ativos foram escolhidos buscando atender critérios de liquidez, ausência de casos de recuperação judicial e divisão de setores. O período histórico de preços das ações utilizado para alimentar o modelo foi de 2015 à 2021. O período utilizado para medir a performance dos portfólios foi do ano de 2022 e foi calculada a valorização ou desvalorização dos portfólios considerando pagamentos de dividendos no período. Os resultados demonstraram que o modelo apresentou eficiência em mitigar o risco dos portfólios, de forma que, portfólios com maior volatilidade esperada apresentaram maior dispersão na valorização ou desvalorização da carteira. O modelo não apresentou a mesma eficiência na relação entre retorno esperado e valorização das carteiras. Também se observou, a partir da regressão linear dos resultados e do cálculo de dispersão que, quanto maior o índice de Sharpe simplificado calculado para a carteira, menor a dispersão e, dentre as 100 carteiras com maior índice calculado, apenas três apresentaram desvalorização do portfólio.

Palavras-chave: Portfolio management. Renda. Risco. Ações (Finanças). Títulos imobiliários.

ABSTRACT

The Brazilian population's engagement in investments related to stocks and real estate funds has been growing each year, given the more than 10-fold increase in registered “Cadastro de Pessoa Física” (CPF) on B3 between 2015 and 2022. This study employs the Markowitz optimization model to optimize 11,400 unique portfolios composed of three stocks from different sectors and one real estate fund. The portfolios were determined by combining 20 different stocks, two from each sector, and 10 real estate funds. A total of 10,000 simulations of asset weights were conducted for each portfolio, with a maximum limit of 70% for the weight of any single asset. Asset selection criteria included liquidity, absence of bankruptcy cases, and sector diversification. The historical stock price data used to feed the model spanned from 2015 to 2021. The performance measurement period for the portfolios was the year 2022, and the appreciation or depreciation of the portfolios was calculated, taking into account dividend payments during the period. The results demonstrated that the model effectively mitigated portfolio risk, such that portfolios with higher expected volatility exhibited greater dispersion in portfolio appreciation or depreciation. However, the model did not exhibit the same efficiency in the relationship between expected return and portfolio appreciation. Additionally, through linear regression of the results and dispersion calculation, it was observed that a higher calculated simplified Sharpe ratio for the portfolio corresponded to lower dispersion. Among the top 100 portfolios with the highest calculated index, only three experienced portfolio depreciation.

Keywords: Portfolio management. Income. Risk. Stocks (Finance). Real estate funds.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Diagrama de retorno esperado por risco	16
Figura 2. Exemplo de fronteira eficiente	17
Figura 3. Exemplo de formato impossível para a fronteira eficiente	18
Figura 4. Gráfico de fronteira eficiente para 10 mil simulações	27
Figura 5. Gráfico de fronteira eficiente para 100 mil simulações	28
Figura 6. Gráfico de fronteira eficiente para mil simulações	28
Figura 7. Variação de valor da carteira por índice de Sharpe simplificado	32
Figura 8. Variação de valor da carteira por índice de Sharpe simplificado com diferenciação para carteiras com MGLU3	33
Figura 9. Variação de valor da carteira por índice de Sharpe simplificado sem carteiras contendo MGLU3	33
Figura 10. Gráfico do primeiro segmento da figura 9	37
Figura 11. Gráfico do segundo segmento da figura 9	37
Figura 12. Gráfico do terceiro segmento da figura 9	38
Figura 13. Regressão linear no gráfico da figura 9	39
Figura 14. Variação do valor das carteiras por volatilidade esperada	40
Figura 15. Variação do valor das carteiras por volatilidade esperada com diferenciação para carteiras com MGLU3	40
Figura 16. Variação do valor das carteiras por volatilidade esperada sem as carteiras contendo MGLU3	41
Figura 17. Variação do valor das carteiras por retorno esperado	43
Figura 18. Variação do valor das carteiras por retorno com diferenciação das carteiras contendo MGLU3	43
Figura 19. Variação do valor das carteiras por retorno esperado desconsiderando carteiras contendo MGLU3	44
Figura 20. Gráfico de fronteira eficiente para a carteira 2543	45
Figura 21. Gráfico de fronteira eficiente para a carteira 9163	46
Figura 22. Gráfico de fronteira eficiente para a carteira 6272	47

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	13
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	14
2.1	AÇÕES E FUNDOS DE INVESTIMENTO IMOBILIÁRIO	14
2.2	OTIMIZAÇÃO DE MARKOWITZ	15
2.3	FRONTEIRA EFICIENTE	16
2.4	VOLATILIDADE	19
2.5	RETORNO	19
2.6	ÍNDICE DE SHARPE	20
3	METODOLOGIA DA PESQUISA	21
3.1	CONSTRUÇÃO DOS ALGORITMOS	23
4	RESULTADOS	31
5	SÍNTESE E INTEGRAÇÃO COM O CURSO	48
6	CONCLUSÃO	49
7	RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	50
8	REFERÊNCIAS	51
9	APÊNDICES	53

1 INTRODUÇÃO

O sistema financeiro consiste em um conjunto de instituições e instrumentos que permitem que recursos sejam trocados entre agentes superavitários e agentes deficitários. Dentre as instituições podemos destacar os bancos, corretoras, cooperativas de crédito, seguradoras, entre outras. Quanto aos instrumentos, podemos destacar as ações de companhias listadas, debêntures, certificados de recebíveis imobiliários, certificados de recebíveis do agronegócio, certificados de depósitos bancários, fundos de investimentos, fundos imobiliários, derivativos entre outros.

Muitos destes instrumentos financeiros podem ser negociados por investidores pessoa física a partir das instituições intermediadoras. O objetivo dos investidores, seguindo a premissa básica de que os agentes econômicos são racionais, é de obter a maior rentabilidade dos seus investimentos a partir das informações que possuem. Dessa forma, cabe aos investidores buscar métodos, modelos e dados para otimizar seus investimentos e aumentar seu patrimônio.

A partir de dados divulgados pela B3, podemos vislumbrar historicamente o cenário de investimentos de pessoa física no Brasil.

Segundo a B3, a quantidade de investidores pessoa física aumenta a cada ano desde 2015, quando haviam 557.522 CPFs cadastrados, enquanto que para 2022, esse valor chegou a 5.847.163. Além disso, o levantamento da B3 referente ao último trimestre de 2021 mostra que os primeiros investimentos em renda variável de pessoa física são feitos com valores cada vez mais baixos, sendo que para dezembro de 2021, a mediana do primeiro investimento foi de R\$ 44.

A posição total dos investimentos de pessoa física na B3 também aumenta a cada ano, sendo que em 2013 haviam R\$ 10,3 bilhões investidos, enquanto que para o 2º trimestre de 2023, o valor foi de 116,5 bilhões. O saldo mediano, por sua vez, diminui a cada ano, sendo de R\$ 23 mil em 2013 e R\$ 3,1 mil no 2º trimestre de 2023.

Esses dados sugerem que o perfil do investidor mudou com o tempo, provavelmente devido ao acesso cada vez mais facilitado e digitalizado das plataformas de investimento, à diversidade cada vez maior de produtos ofertados e a percepção de que simplesmente possuir dinheiro em caixa ou poupança incorre em um grande custo de oportunidade.

Em 2021, existiam mais de 400 empresas listadas na B3, além de mais de 100 ações estrangeiras que podem ser negociadas indiretamente, através de BDRs. Dessa forma, a quantidade de informações e possibilidades de investimento são altas, o que pode deixar os investidores impressionados com a complexidade do assunto e se sentirem desorientados sobre quais investimentos a realizar.

Uma abordagem interessante para o caso, é estabelecer uma carteira de investimentos em que o investidor possa manter uma exposição financeira à diversos tipos de fatores de risco da economia, através de investimentos em ações de empresas de setores diferentes. Dessa forma, o investidor pode minimizar suas perdas em momentos de crise em que setores específicos da economia são mais afetados do que outros.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Para o presente estudo, é de grande importância revisitar os conceitos de ações e fundos imobiliários, sendo estes os ativos utilizados para o balanceamento dos portfólios.

São apresentados os conceitos de volatilidade, retorno e índice de Sharpe para análise dos ativos. Além disso, temos a apresentação do modelo de otimização de Markowitz, utilizado para o balanceamento das carteiras.

2.1 AÇÕES E FUNDOS DE INVESTIMENTO IMOBILIÁRIO

Para o presente estudo, foram consideradas carteiras contendo ações e fundos de investimento imobiliários. Estes são ativos de renda variável, visto que seus retornos não são fixos e não estão atrelados necessariamente a um índice específico.

Ações são valores mobiliários emitidos por sociedades anônimas representativos de uma parcela do seu capital social. (B3 S.A, 2023).

Empresas emitem suas ações nas bolsas de valores para captarem recursos que podem ser utilizados para alavancar seu crescimento. Existem dois tipos de ações, com diferentes direitos atrelados à sua posse. As ações ordinárias oferecem direito do acionista a votarem em assembleias de acionistas, enquanto que as ações preferenciais possuem prioridade no recebimento de reembolso do capital e podem receber dividendos em valor superior ao das ações ordinárias.

Quando uma empresa emite ações na bolsa, o processo é conhecido como IPO, do inglês *Initial Public Offer* e, quando a empresa realiza novas ofertas após a primeira, são conhecidas como *Follow on*.

A B3 possui diferentes segmentos para segregar as ações de acordo com suas exigências de governança e regras gerais de conduta e divulgação de informações, de forma que o risco para participantes do mercado, gestores e acionistas seja reduzido. (B3 S.A, 2023).

Um fundo de investimento imobiliário (FII) é um conjunto de ativos aplicados no setor do mercado imobiliário. O gestor do fundo tem a responsabilidade de realizar a captação de

recursos e aplicá-los no mercado. Para captar recursos, o fundo pode vender cotas de participação no mesmo.

Os fundos possuem regulamentação, que determina a política de investimentos de cada fundo. Essa política pode estabelecer que o fundo invista em imóveis corporativos, galpões logísticos, certificado de recebíveis imobiliários (CRI), ações de empresas do setor imobiliário, letra de crédito imobiliário (LCI) ou até mesmo cotas de outros fundos. (B3 S.A, 2023).

Os fundos imobiliários podem obter renda através de locação, venda ou arrendamento dos imóveis que possui. Os rendimentos são distribuídos periodicamente aos cotistas na forma de dividendos.

Assim como os fundos imobiliários, algumas ações também distribuem dividendos quando decidem em assembleia o pagamento dos mesmos. Normalmente os dividendos provém dos lucros que a empresa obteve no período.

2.2 OTIMIZAÇÃO DE MARKOWITZ

Para combinar a possibilidade de retornos financeiros das ações e fundos imobiliários, podemos usar modelos para tentar estabelecer uma previsibilidade dos retornos futuros, minimizar riscos, maximizar retornos, manter perenidade para a carteira entre outros objetivos. O modelo da otimização de Markowitz é uma possibilidade para balancear um portfólio de investimentos.

O investidor em potencial que deseja aplicar seu patrimônio, deve ter o cuidado de selecionar uma cesta de ativos que atenda seu apetite e perfil de risco, evitando surpresas indesejáveis. Apesar do acesso facilitado aos investimentos ser positivo para o crescimento do mercado de capitais, o mesmo pode ser o algoz de muitos investidores leigos ou desprovidos das ferramentas mínimas para seu controle de risco financeiro.

Seguindo a diretriz de minimizar riscos e aumentar a rentabilidade de uma carteira, Harry Markowitz propôs em 1952 a Teoria Moderna do Portfólio, uma teoria que busca analisar a performance de diversos ativos de forma a otimizar a relação risco x retorno da carteira através de um modelo matemático.

O modelo estabelece uma estratégia que procura maximizar o retorno em relação à um conjunto de riscos, ou minimizar o risco para um retorno estabelecido anteriormente. O modelo também é conhecido como “Modelo média-variância” e utiliza como ponto de partida a premissa de que, para o investidor, o retorno esperado e a volatilidade dos retornos prováveis são fundamentais para definir uma carteira ótima. (OLIVEIRA, 2013).

Para Markowitz, não está nos interesses do investidor que o mesmo busque, apenas, maximizar a taxa de retorno do investimento, mas sim que minimize os riscos dos retornos dos ativos combinados de uma carteira.

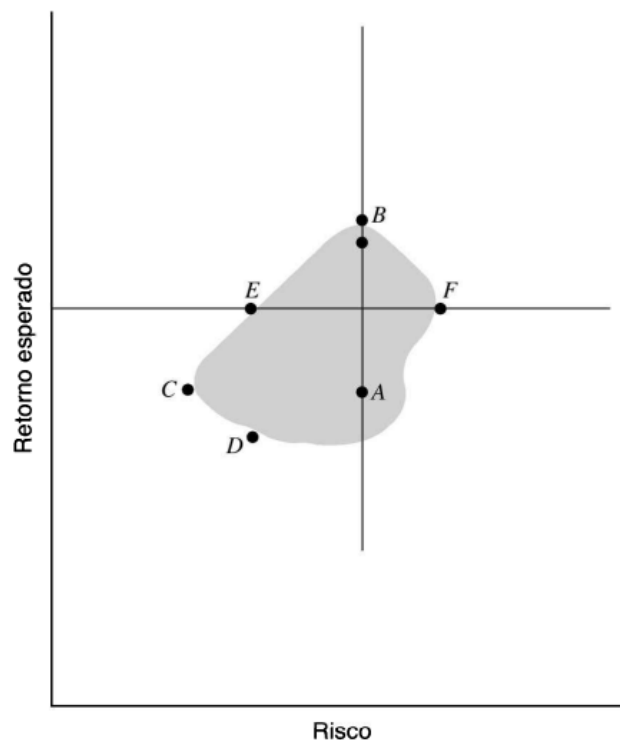
O objetivo do modelo de Markowitz busca definir o conjunto eficiente de carteiras, ou seja, a fronteira eficiente dos ativos de risco.

2.3 FRONTEIRA EFICIENTE

A fronteira eficiente é uma curva que representa a combinação de ativos (carteiras) com a melhor relação entre retorno e risco, ou seja, o maior retorno possível para dado risco da carteira.

Se pudéssemos, em teoria, representar todas as possibilidades de combinações de pesos de ativos em uma carteira em um plano cartesiano, com o retorno no eixo y e a volatilidade dos ativos no eixo x, teríamos uma figura como a abaixo:

Figura 1. Diagrama de retorno esperado por risco



Fonte: ELTON *et al.*, 2012.

Ao analisar a figura, notamos que entre as carteiras A e B, a primeira possui um retorno menor para um mesmo risco em relação à segunda. Dessa forma, a carteira B é preferível sobre

a carteira A. Podemos também aferir que a carteira C é preferível à carteira A, por possuir o mesmo retorno, mas com um risco menor.

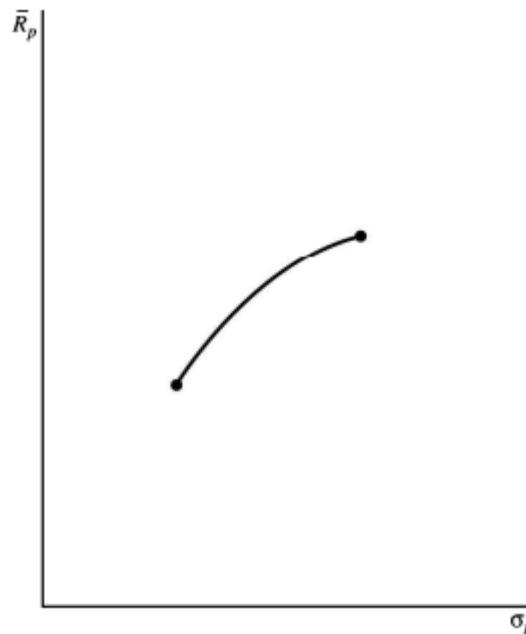
Entre as carteiras E e D, podemos perceber que a carteira E possui maior retorno para um mesmo risco, sendo preferível sobre a carteira D. A carteira E também é preferível em relação à carteira F, por possuir o mesmo retorno e menor risco.

O ponto C representa a carteira com a variância mínima global, sendo a carteira com menor risco.

Quando consideramos a curva que contém as carteiras C, E e B, temos um conjunto de carteiras conhecido como fronteira eficiente. Não podemos excluir uma carteira em relação à outra, dado que possuem a mesma relação de risco e retorno.

Podemos representar uma fronteira eficiente como a figura abaixo:

Figura 2. Exemplo de fronteira eficiente

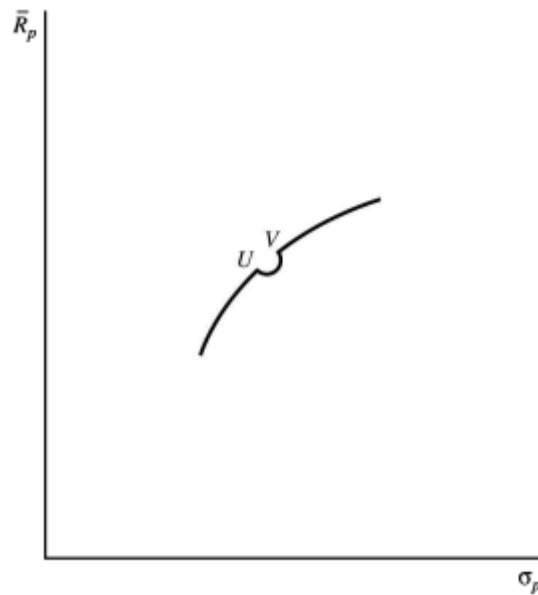


Fonte: ELTON *et al.*, 2012.

Nesse caso, apenas está ilustrada a fronteira eficiente dentre os demais conjuntos de carteiras.

A figura abaixo apresenta um formato impossível para a fronteira eficiente:

Figura 3. Exemplo de formato impossível para a fronteira eficiente



Fonte: ELTON *et al.*, 2012.

O formato é impossível, já que a fronteira eficiente deve ser uma função côncava. Isso ocorre, pois, combinações de ativos não podem ter risco maior do que o das combinações situadas na linha reta conectando os dois ativos.

Para obter a fronteira eficiente de forma matemática, precisamos encontrar os valores mínimos da equação a seguir:

$$\text{Min } V = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} \cdot X_i \cdot X_j$$

A equação acima deve estar sujeita às seguintes restrições:

$$\sum_{i=1}^n X_i = 1;$$

$$E = \sum_{i=1}^n X_i \cdot \mu_i = E_{\%};$$

$$X_i \geq 0$$

Sendo V a variância da carteira, ou seja, o risco;

X_i é a proporção do i-ésimo ativo da carteira;

X_j é a proporção do j-ésimo ativo da carteira;

σ_{ij} é a covariância do ativo i em relação ao ativo j;

$E_{\%}$ é o nível de retorno esperado;

n é o número de observações. (PEREIRA; HENRIQUE, 2016).

Dessa forma, obtemos os valores mínimos para cada conjunto de pesos dos ativos na carteira. A carteira não deve ter somatório de proporções de ativos maior que 1 e não considera posições vendidas dos ativos.

2.4 VOLATILIDADE

A volatilidade é uma medida estatística da dispersão dos retornos de um ativo ou índice. De forma geral, quanto maior a volatilidade do ativo em questão, maior o risco associado.

Para o cálculo da volatilidade, normalmente são utilizados métodos de desvio padrão ou variância entre os retornos de um mesmo ativo ou índice. (HAYES, 2023).

A variância de uma carteira pode ser calculada através da equação abaixo:

$$V = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} \cdot X_i \cdot X_j$$

O cálculo da covariância σ_{ij} pode ser realizado através da equação abaixo:

$$\sigma_{ij} = \frac{\sum_{i=1}^n (EX_i - \overline{EX}) \cdot (EY_i - \overline{EY})}{n - 1}$$

Sendo EX_i o retorno do ativo X na observação i e $\overline{EX}$ a média dos retornos do ativo X. Respectivamente, EY_i é o retorno do ativo Y na observação i e $\overline{EY}$ a média dos retornos do ativo Y.

2.5 RETORNO

O retorno de um ativo é equivalente ao valor financeiro realizado ou perdido em um investimento ao longo de um período de tempo. O retorno pode ser medido como uma variação nominal do valor do investimento sobre o tempo ou também como uma razão entre o lucro e o investimento. (HAYES, 2023).

Para o estudo, utilizamos o retorno esperado dos ativos, sendo este calculado através das médias dos retornos de um determinado ativo.

O retorno esperado pode ser calculado como na equação abaixo:

$$E = \sum_{i=1}^n X_i \cdot \mu_i$$

Sendo E igual ao retorno esperado para a carteira;

X_i é a proporção do i-ésimo ativo na carteira;

μ_i é a média de retorno do i-ésimo ativo. (PEREIRA; HENRIQUE, 2016).

2.6 ÍNDICE DE SHARPE

O índice de Sharpe compara o retorno de um investimento com o risco. Foi proposto pelo economista William F. Sharpe em 1966 e chamou-o de relação recompensa-variabilidade.

O índice é calculado através da expressão:

$$\text{Índice de Sharpe} = \frac{R_p - R_f}{\sigma_p}$$

Sendo R_p o retorno do portfólio, R_f a taxa livre de risco e σ_p é o desvio padrão do excesso de retorno do investimento.

O índice de Sharpe auxilia o investidor a identificar o retorno que pode obter com um investimento dado um nível de risco. Investimentos com perfil de risco semelhante e índice de Sharpe diferentes, vão fazer o investidor tender a escolher o investimento com maior índice de Sharpe. (FERNANDO, 2023).

3 METODOLOGIA DA PESQUISA

Para esta pesquisa, foram escolhidas 20 ações e 10 fundos imobiliários negociados na B3. O objetivo com esta seleção de ativos é obter um conjunto com de ativos diverso, de diferentes setores, com liquidez e com histórico de negociação para o período de análise.

O período de análise escolhido foi de 01/01/2015 até 30/12/2021. Dessa forma, temos um total de seis anos de retornos para serem analisados. Para determinar a performance das carteiras, foi escolhido o período de 01/01/2022 até 30/12/2022.

Foram selecionadas as ações com maior volume de negociação entre 2015 e 2021, que possuam histórico de negociação a partir do início de 2015 e que não estejam em processo de recuperação judicial. A partir dessas ações, foram escolhidas duas ações para cada setor da economia em que atuam, a fim de diversificar as carteiras obtidas.

A relação de ações escolhidas e seus respectivos setores está na tabela abaixo:

Tabela 1. Ações utilizadas e seus respectivos setores

Ação	Setor
CCRO3	Bens industriais
WEGE3	Bens industriais
TIMS3	Comunicações
VIVT3	Comunicações
MGLU3	Consumo cíclico
COGN3	Consumo cíclico
ABEV3	Consumo não cíclico
JBSS3	Consumo não cíclico
B3SA3	Financeiro
ITSA4	Financeiro
USIM5	Materiais básicos
GOAU4	Materiais básicos
PETR4	Petróleo gás e biocombustíveis
CSAN3	Petróleo gás e biocombustíveis
RADL3	Saúde
QUAL3	Saúde
TOTS3	Tecnologia da informação
POSI3	Tecnologia da informação
CMIG4	Utilidade pública
CPLE6	Utilidade pública

Fonte: De autoria própria.

Para os fundos imobiliários, a seleção foi similar. Foram selecionados os fundos que possuíam maior volume de negociação entre 2015 e 2021, que possuam histórico de negociação a partir de 2015. Os fundos escolhidos e seus respectivos tipos estão apresentados na tabela abaixo:

Tabela 2. Fundos imobiliários utilizados e seus respectivos tipos

Fundo imobiliário	Tipo
BRCR	Híbrido
BBPO	Híbrido
JSRE	Híbrido
HGRE	Lajes Corporativas
HGLG	Logística
HGBS	Shoppings
MXRF	TVM
KNCR	TVM
KNRI	TVM
BCFF	TVM

Fonte: De autoria própria.

Para a pesquisa, foram geradas todas as carteiras possíveis que combinem três ações de setores diferentes e um fundo imobiliário. Foram geradas 11400 combinações diferentes a partir do algoritmo 1 descrito no APÊNDICE - A.

Os algoritmos foram executados em um computador com as especificações: Processador *AMD Ryzen 5 5600* de 6 núcleos de 3.5 GHz e 12 *threads*. Memória *RAM* de 16 GB *DDR4 XPG D50* operando a 2666 Mhz em *dual channel*. O algoritmo 1 do apêndice A foi executado em torno de um minuto. Para o algoritmo 2 e 3 descritos no APÊNDICE – B e APÊNDICE – C respectivamente, o tempo de execução foi de aproximadamente 24 horas para cada um.

Os algoritmos foram escritos em linguagem *Python* e foram executados em um ambiente contendo a versão 3.10.11 64 bit.

As bibliotecas utilizadas foram: *pandas*, *yfinance*, *pandas_datareader*, *numpy*, *matplotlib*, *datetime*, *scipy*, *os*, *itertools*, *pathlib* e *vectorbt*.

Para a obtenção das carteiras possíveis, foram criados dicionários contendo a identificação dos ativos financeiros e seus respectivos setores. A partir disso, foi utilizada a biblioteca *itertools* para realizar combinações de três ações de setores diferentes, adicionando um fundo imobiliário por vez ao final da combinação.

O algoritmo realiza iterações até que esgote todos os fundos imobiliários para cada combinação possível de ações com setores diferentes e preenche uma planilha com as combinações obtidas.

Para obter os gráficos de otimização das carteiras contendo a fronteira eficiente, além dos pesos de cada ativo para a carteira com a maior relação risco-retorno, foi utilizado o algoritmo 2 descrito no APÊNDICE – B.

Para determinar a performance das carteiras no ano de 2022, foi utilizado o algoritmo 3 descrito no APÊNDICE - C, que obtém o número de ações que podem ser compradas,

considerando os pesos da carteira otimizada, com um capital inicial de R\$ 1 milhão de reais. O valor de investimento inicial deve ser alto o suficiente para minimizar efeitos de diferenças relevantes no valor de mercado inicial de cada carteira, visto que ações e fundos imobiliários não podem ser comprados em quantidades fracionadas.

O algoritmo também obtém a quantidade de ações e cotas de fundo que estarão na carteira ao final do período de análise de performance, considerando eventos de agrupamento e *splits* dos ativos. Além disso, obtém os dividendos pagos pelos ativos no período e o valor inicial de cada ativo. Não são realizados reinvestimentos no período.

3.1 CONSTRUÇÃO DOS ALGORITMOS

Para o algoritmo 1 descrito no APÊNDICE - A, são chamadas as bibliotecas *itertools* e *pandas*.

Também são fornecidas ao código as listas de ações e fundos imobiliários considerados no estudo, além de dicionários relacionando os ativos com seus setores.

Para indicar ao código que as ações representam um tipo de ativo diferenciado em relação aos fundos imobiliários, é criada a variável “*acoes_setores_diferentes*”, que é utilizada com o comando “*itertools.combinations*”, de forma a gerar agrupamentos de três ações de setores distintos.

Utiliza-se uma estrutura de repetição “*for*” para cada combinação de carteira, percorrendo todos os fundos imobiliários da lista e agrupando em cada carteira, além de agrupar todas as carteiras para uma tabela única. Quando o código gera todas as combinações, cria uma planilha contendo uma carteira por linha e quatro colunas com seus respectivos ativos. A tabela abaixo apresenta um exemplo de um conjunto de 20 carteiras geradas através do algoritmo.

Tabela 3. Exemplo de conjunto de 20 carteiras geradas

Ação 1	Ação 2	Ação 3	FII
PETR4.SA	MGLU3.SA	B3SA3.SA	BRCR11.SA
PETR4.SA	MGLU3.SA	B3SA3.SA	MXRF11.SA
PETR4.SA	MGLU3.SA	B3SA3.SA	HGLG11.SA
PETR4.SA	MGLU3.SA	B3SA3.SA	HGRE11.SA
PETR4.SA	MGLU3.SA	B3SA3.SA	HGBS11.SA
PETR4.SA	MGLU3.SA	B3SA3.SA	BBPO11.SA
PETR4.SA	MGLU3.SA	B3SA3.SA	KNCR11.SA
PETR4.SA	MGLU3.SA	B3SA3.SA	JSRE11.SA
PETR4.SA	MGLU3.SA	B3SA3.SA	KNRI11.SA
PETR4.SA	MGLU3.SA	B3SA3.SA	BCFF11.SA
PETR4.SA	MGLU3.SA	USIM5.SA	BRCR11.SA
PETR4.SA	MGLU3.SA	USIM5.SA	MXRF11.SA
PETR4.SA	MGLU3.SA	USIM5.SA	HGLG11.SA
PETR4.SA	MGLU3.SA	USIM5.SA	HGRE11.SA
PETR4.SA	MGLU3.SA	USIM5.SA	HGBS11.SA
PETR4.SA	MGLU3.SA	USIM5.SA	BBPO11.SA
PETR4.SA	MGLU3.SA	USIM5.SA	KNCR11.SA
PETR4.SA	MGLU3.SA	USIM5.SA	JSRE11.SA
PETR4.SA	MGLU3.SA	USIM5.SA	KNRI11.SA
PETR4.SA	MGLU3.SA	USIM5.SA	BCFF11.SA

Fonte: De autoria própria.

Para o algoritmo 2 descrito no APÊNDICE - B, são chamadas as bibliotecas *yfinance* e *pandas_datareader* para obter dados de mercado. A biblioteca *matplotlib* é utilizada para gerar os gráficos de fronteira eficiente e demais bibliotecas como *pandas*, *numpy*, *datetime* e os são utilizadas para tratar os dados e realizar os cálculos necessários.

São passados para o código as informações de data de início da obtenção dos retornos e data final, além de informações quanto aos caminhos de geração dos gráficos e da planilha contendo as carteiras para o estudo.

Utiliza-se o comando *pd.read_excel* para formar uma tabela contendo as carteiras do estudo e cria-se as listas para ações e resultados da otimização das carteiras. Também se utiliza um contador com valor inicial igual à 1 para acompanhar as carteiras calculadas. A cada carteira calculada adiciona-se uma unidade a esse contador. Essa variável se tornou importante para executar o algoritmo em bateladas, dado que ocorreram problemas de vazamento de memória durante execuções muito longas. O arquivo de carteiras foi separado em 19 agrupamentos para agilizar o processo e evitar interrupções, que levariam à necessidade de executar o código novamente.

A primeira estrutura de repetição “*for*” do algoritmo repete todo algoritmo a seguir para cada linha da planilha fornecida. A partir disso, alimenta a lista *lista_acoes* com os ativos

utilizados para a otimização, incluindo os fundos imobiliários (a nomenclatura foi utilizada de forma a generalizar os ativos calculados). O algoritmo então busca os preços de fechamento ajustados para cada ativo no período desejado. O preço de fechamento ajustado (“Adj Close” para a biblioteca *yfinance*) possui as devidas correções de preço devido à eventos como agrupamentos, *splits* e pagamento de dividendos.

Tendo a carteira com os ativos B3SA3, BRCR11, CMIG4 e COGN3 como exemplo, temos a tabela abaixo contendo um exemplo dos preços ajustados das ações para o primeiro mês de 2015.

Tabela 4. Exemplo de preços para uma carteira no primeiro mês de 2015

Date	B3SA3.SA	BRCR11.SA	CMIG4.SA	COGN3.SA
02/01/2015	2.307307005	91.50175476	4.254051208	13.18550777
05/01/2015	2.244225264	91.87606049	4.144376755	12.22332096
06/01/2015	2.266060591	91.16902924	4.10781908	11.40367985
07/01/2015	2.355830193	91.90101624	4.10781908	11.23440742
08/01/2015	2.324289799	91.33539581	4.07458353	12.11641026
09/01/2015	2.263634682	91.08584595	3.931672573	11.83131981
12/01/2015	2.198127747	92.00086212	3.802058458	10.79786205
13/01/2015	2.202979565	92.74951935	3.855234146	11.52840805
14/01/2015	2.246652365	93.1654129	3.875174761	11.58186531
15/01/2015	2.236946821	93.963974	3.951615334	11.22549725
16/01/2015	2.304880381	93.5896759	4.117787838	11.97386551
19/01/2015	2.178718567	93.58135223	3.855234146	11.71549892
20/01/2015	2.222389936	92.66632843	3.888468504	11.61750126
21/01/2015	2.324289799	93.15709686	3.908408642	12.14313889
22/01/2015	2.423763752	93.9307251	3.928350925	11.27004433
23/01/2015	2.382519007	93.1654129	3.792087793	11.1542263
26/01/2015	2.353404045	92.74951935	3.73891139	11.61750126
27/01/2015	2.397075891	91.59325409	3.808704853	11.71549892
28/01/2015	2.343700409	90.17082214	3.898438692	11.18986034
29/01/2015	2.389797449	90.63663483	4.117787838	11.53731918

Fonte: De autoria própria.

São calculados os retornos e a média dos mesmos. A matriz de covariância é calculada a partir da função `.cov()`. Segue a matriz de covariância para a carteira do exemplo anterior.

Tabela 5. Matriz de covariância da carteira

	B3SA3.SA	BRCR11.SA	CMIG4.SA	COGN3.SA
B3SA3.SA	5.6987E-04	5.6362E-05	3.3954E-04	3.8069E-04
BRCR11.SA	5.6362E-05	1.5130E-04	6.6597E-05	7.7195E-05
CMIG4.SA	3.3954E-04	6.6597E-05	8.3586E-04	4.0893E-04
COGN3.SA	3.8069E-04	7.7195E-05	4.0893E-04	1.1686E-03

Fonte: De autoria própria.

O número de carteiras é fornecido ao código através da variável “numero_carteiras”. Para o estudo foram geradas 10 mil carteiras com diferentes pesos para cada ativo. Para auxiliar, são geradas as tabelas “tabela_retornos_esperados”, “tabela_volatilidades_esperadas”, “tabela_sharpe” e “tabela_pesos” com os tamanhos necessários e preenchidas com valores nulos utilizando a função “*numpy.zeros*”.

É feita outra estrutura de repetição “*for*” para gerar os pesos aleatórios de cada ativo na carteira. Para isso, utilizou-se a função “*numpy.random*” para gerar números aleatórios entre 0.1 e 0.7, para a quantidade de ativos necessários. A partir disso é feita a normalização dos pesos dos ativos para que a soma de todos eles sejam iguais à 1. Para evitar que após a normalização existam pesos maiores que 0.7, é feita outra estrutura de repetição, dessa vez com “*while*” para continuar o processo até que todos os ativos tenham peso menor que 0.7. Essa estrutura se mostrou necessária para o estudo, já que o algoritmo estava gerando carteiras demasiadamente concentradas em um ativo e o objetivo é gerar carteiras equilibradas e diversificadas.

A tabela de retornos esperados é preenchida com a soma da média dos retornos multiplicada pelo peso de cada ativo e pela quantidade de dias úteis em um ano. A tabela de volatilidade é preenchida a partir da raiz quadrada da multiplicação das matrizes de covariância pelo número de dias úteis do ano com os pesos transpostos de cada ativo.

A tabela com o índice de Sharpe é preenchida com os valores de retorno esperados divididos pelos valores de volatilidades esperadas. Nota-se que essa é uma simplificação do índice de Sharpe, visto que não é considerada uma taxa livre de risco. Para o presente estudo, o índice de Sharpe é na verdade uma relação simples entre retorno e volatilidade e não tem propósito de comparar seu valor de Sharpe com valores calculados no mercado ou na literatura, já que estes considerariam taxas de risco básicas para descontar o retorno que poderia ser obtido com ativos com risco mínimo.

O algoritmo continua de forma a estabelecer o número de pontos para o eixo y do gráfico de fronteira eficiente, de forma a possuir 50 pontos entre o retorno aritmético mínimo e máximo da carteira.

Duas funções são criadas para auxiliar no cálculo da fronteira eficiente. As funções “pegando_retorno” e “pegando_vol” são utilizadas para calcular o valor dos componentes do eixo x da fronteira eficiente através da função “*minimize*” da biblioteca *scipy*. A otimização encontra os menores valores possíveis de volatilidade dado o retorno possível das carteiras, considerando que o somatório dos pesos das carteiras deve ser igual a 1.

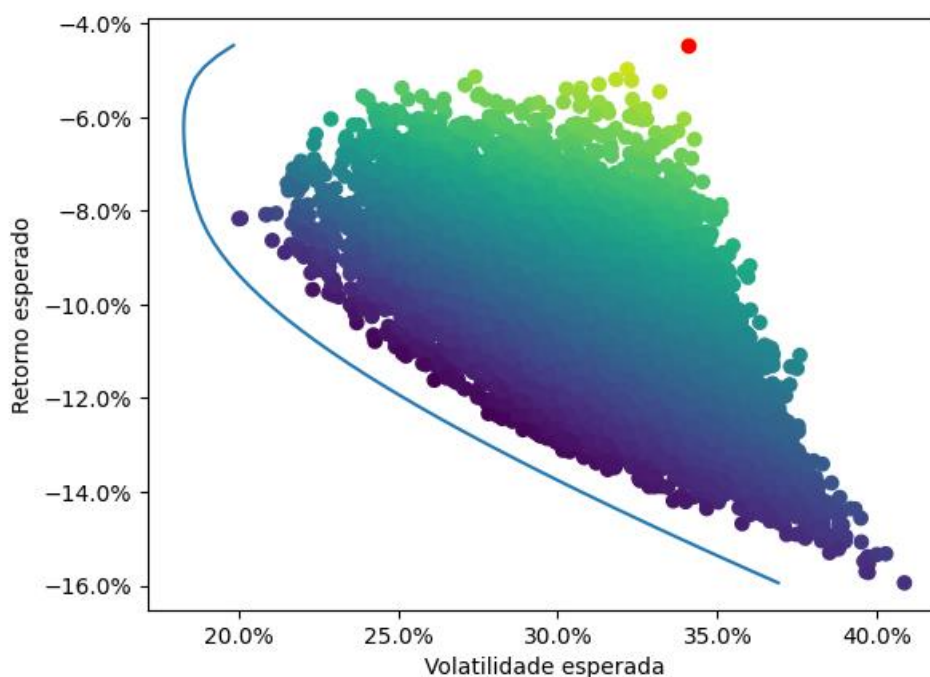
Devido à existência de um limite de 70% para o peso dos ativos na geração das carteiras simuladas, é possível que a fronteira eficiente calculada esteja descolada à esquerda dos pontos das carteiras simuladas. Isso ocorre quando a fronteira eficiente existe para carteiras com peso maior que 70% para algum ativo da carteira.

O método para minimizar a função da volatilidade utilizado foi o “SLSQP”, que para a biblioteca *scipy* é o método dos mínimos quadrados.

No algoritmo é utilizado o comando “`matplotlib.use('Agg')`” como maneira de evitar vazamentos de memória na geração dos gráficos.

As próximas linhas do algoritmo definem os nomes dos eixos dos gráficos gerados, além de formatação dos valores nos eixos. É definido que os gráficos contenham um eixo y chamado “Retorno esperado”, um eixo x chamado “Volatilidade esperada” e um ponto vermelho no gráfico representa a posição da carteira com índice de Sharpe máximo calculado. Abaixo tem-se o gráfico para a carteira exemplo:

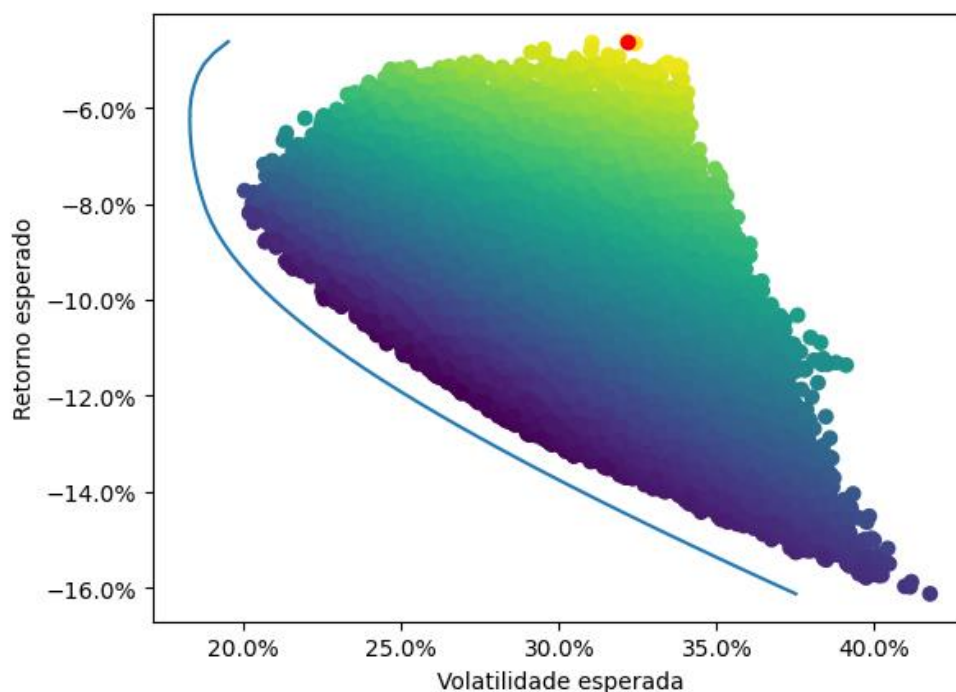
Figura 4. Gráfico de fronteira eficiente para 10 mil simulações



Fonte: De autoria própria.

Deve-se notar que a cada execução do algoritmo, uma carteira contendo os mesmos quatro ativos podem apresentar um gráfico diferente. Isso ocorre devido à quantidade de carteiras simuladas. Quanto maior a quantidade de carteiras simuladas, maior a probabilidade de o algoritmo testar diferentes cenários de combinações de pesos e mais homogêneos se tornam os gráficos. Abaixo tem-se a otimização da mesma carteira com o parâmetro do número de simulações estipulado para cem mil carteiras diferentes:

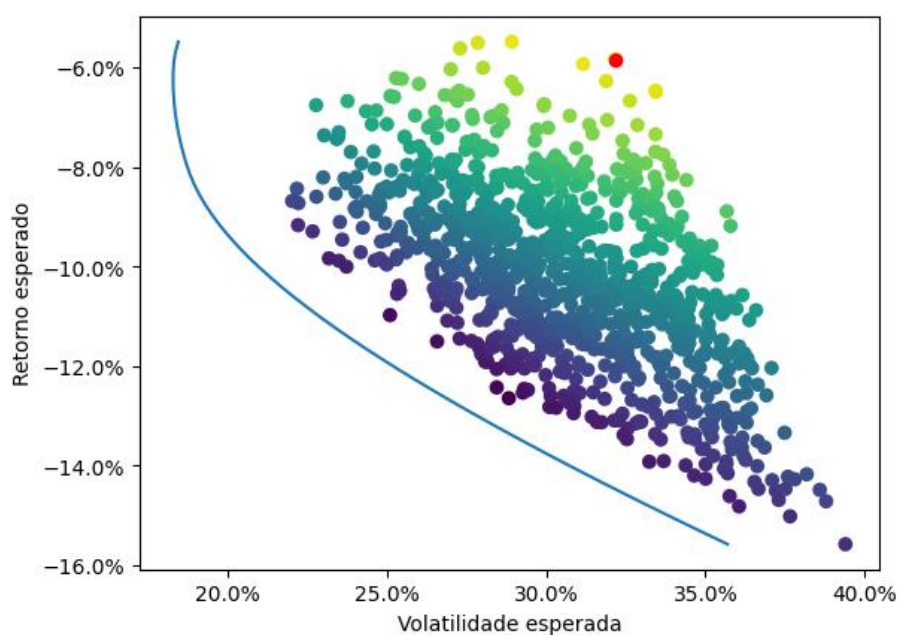
Figura 5. Gráfico de fronteira eficiente para 100 mil simulações



Fonte: De autoria própria.

É possível também executar o algoritmo para realizar apenas mil simulações. Nota-se que a quantidade de carteiras simuladas se torna muito pequena para cobrir efetivamente os cenários possíveis, de forma a existirem muitas lacunas de possíveis carteiras com otimização superior. Abaixo tem-se o gráfico obtido para a carteira exemplo com mil simulações:

Figura 6. Gráfico de fronteira eficiente para mil simulações



Fonte: De autoria própria.

A performance do algoritmo é diretamente impactada pelo número de simulações requisitadas. Para manter um tempo de execução viável, sem perder muita qualidade dos resultados, optou-se por utilizar dez mil simulações para cada carteira.

É definido no código um dicionário para preenchimento da planilha contendo os pesos dos ativos nas carteiras com maior índice de Sharpe calculado, além da volatilidade e retorno da carteira e os nomes das ações e fundo imobiliário da carteira.

Os resultados para cada otimização são empilhados em uma planilha e exportados para um caminho na memória do computador.

Segue abaixo, a tabela gerada com os pesos de cada ativo e os valores de volatilidade esperada e retorno com maior Sharpe para o processo de otimização da carteira exemplo:

Tabela 6. Pesos dos ativos, volatilidade e retorno calculados

Ativo 1	Ativo 2	Ativo 3	Ativo 4	Volatilidade Sharpe Máximo	Retorno Sharpe Máximo
0.49592310	0.10799135	0.30158235	0.09450321	0.31784049	0.11184337

Fonte: De autoria própria.

Os ativos de 1 a 4 são, respectivamente, B3SA3, CMIG4, COGN3 e BRCR11.

Para a construção do algoritmo 3 descrito no APÊNDICE - C, utilizou-se as bibliotecas *yfinance* e *vectorbt* para obter os dados de mercado. As demais bibliotecas, *pathlib*, *datetime* e *pandas* são utilizadas para tratar os dados e variáveis.

Neste algoritmo, inserimos as datas iniciais e finais do período de análise de performance das carteiras, além do valor do investimento inicial. É criado também uma variável para contar a quantidade de carteiras analisadas pelo código, para, novamente, facilitar a execução em bateladas do código.

Inicialmente são obtidos os valores da quantidade de ações que são possíveis de serem compradas com o valor de investimento inicial, considerando o peso de cada ativo na carteira. São obtidos os preços no início e final do período através das variáveis “*precos*” e “*precos_finais*” respectivamente. A variável “*alocacao*” representa o valor alocado para cada ativo, multiplicando o capital inicial pelo peso de cada ação. A “variável *acoes_compradas_inicial*” armazena a quantidade, em número inteiro, de ação para cada ativo.

Posteriormente é feita uma estrutura de repetição “*for*” para percorrer todos os ativos e verificar se existiram eventos de *split* ou agrupamento de ações. Caso ocorra, é multiplicada a quantidade de ações pelo fator de *split*.

É criada uma função para obter os dividendos pagos por cada ativo desde o início do período analisado. Os dividendos obtidos são multiplicados pela quantidade comprada do ativo e considera-se os eventos de *split*.

A função “*iterar_excel*” executa o algoritmo para todas as carteiras previamente calculadas com o algoritmo 2 descrito no APÊNDICE - B. É fornecida uma planilha com todos os ativos de cada carteira separados por vírgula, assim como os seus respectivos pesos.

Posteriormente são armazenadas as informações de dividendos totais, valores iniciais e finais de cada ativo e suas quantidades.

Abaixo tem-se as informações anteriormente mencionadas após a execução do algoritmo para a carteira exemplo:

Tabela 7. Dividendos, valores iniciais e finais de cada ação

Ticker	Dividendos Totais	Ações Iniciais	Ações Finais	Preços Iniciais	Preços Finais
B3SA3.SA	R\$ 37,888.82	44,517	44,517	R\$ 11.14	R\$ 13.21
CMIG4.SA	R\$ 102,949.56	29,905	38,877	R\$ 10.08	R\$ 11.14
COGN3.SA	R\$ 0.00	38,415	38,415	R\$ 2.46	R\$ 2.12
BRCR11.SA	R\$ 12,889.80	1,485	1,485	R\$ 72.69	R\$ 59.22

Fonte: De autoria própria.

A partir das informações acima, pode-se calcular o valor inicial da carteira a partir do produto entre a quantidade de ações iniciais e seus respectivos preços, obtendo o valor de R\$ 999,945.35. Para o valor da carteira ao final do período, deve-se multiplicar a quantidade de ações finais pelos respectivos preços e adicionar o somatório dos dividendos pagos, obtendo o valor de R\$ 1,344,263.47.

Novamente, por motivos de vazamento de memória e dificuldades técnicas relacionadas à performance do algoritmo, foi feita uma condição para verificar a contagem de carteiras calculadas e exportar a planilha com os resultados a cada 100 execuções.

4 RESULTADOS

O objetivo do estudo é analisar se, o modelo de otimização de Markowitz adaptado para linguagem *Python*, foi capaz de encontrar carteiras com risco reduzido enquanto mantém um retorno satisfatório para o investidor.

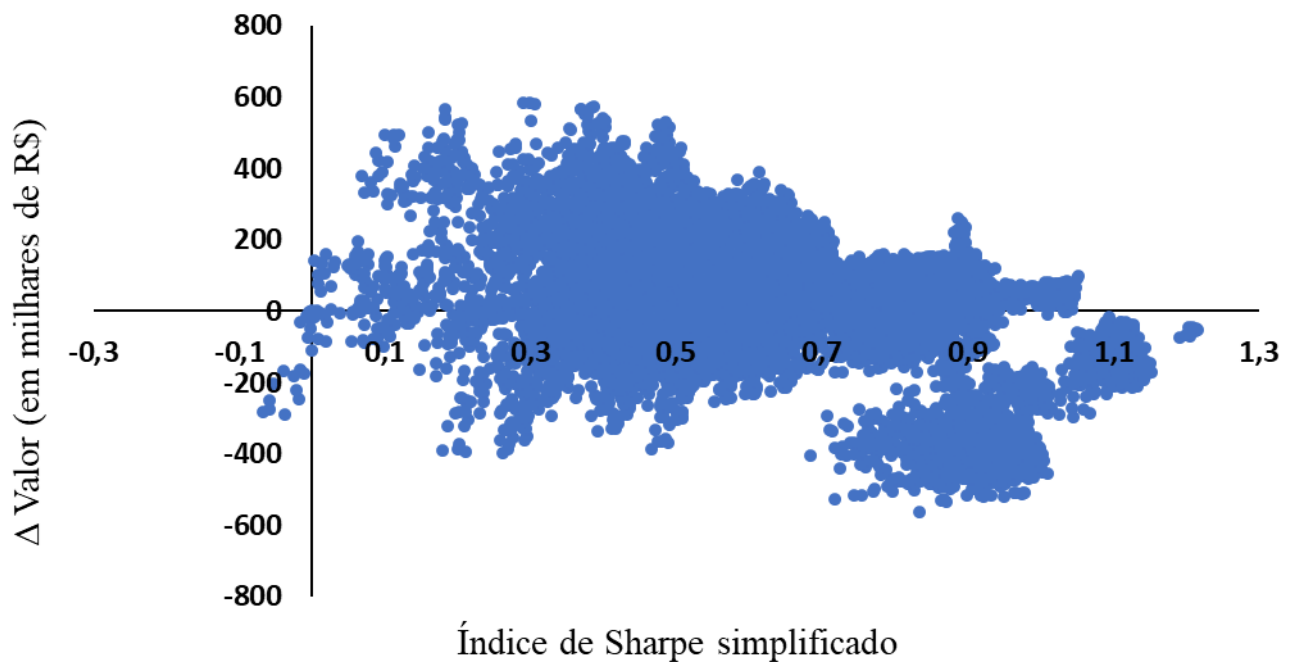
Dado que o mercado de investimentos em ações e fundos imobiliários é provido de grande complexidade e está sujeito às variações aleatórias de preços, é difícil estimar a precisão e validade de um modelo. Para tornar a análise tão assertiva quanto possível, serão comparados os retornos obtidos para cada carteira em relação à performance do índice IBOVESPA do período analisado, além de comparar a correlação entre a probabilidade de retorno positivo da carteira e um índice de Sharpe simplificado maior. O índice de Sharpe simplificado foi calculado como a razão entre o retorno esperado e a volatilidade esperada de cada carteira. Para o cálculo do índice de Sharpe, deve-se considerar uma taxa de retorno de referência, mas, no caso deste estudo, como o índice foi utilizado apenas para comparar as carteiras obtidas exclusivamente pelo algoritmo, não há necessidade da adoção de uma taxa de retorno de referência.

Espera-se que, carteiras com índice maior tenham uma probabilidade de perda ao final do período menor, além de retornos com menor variância, podendo existir retornos menores. Os retornos menores não são um objetivo do investidor, mas fazem parte do processo de redução de risco. Ao mesmo tempo que os retornos de algumas carteiras seja menor em relação à outras, se for observado um risco menor associado, talvez a carteira faça mais sentido ao investidor.

Para analisar os resultados, foram agrupadas as carteiras obtidas através do algoritmo 3 descrito no APÊNDICE - C, para medir a performance de cada carteira no ano de 2022. A partir disso, cria-se uma chave de texto para identificar cada carteira única e relaciona-se cada carteira com a diferença de valor obtida para a mesma entre o final de 2022 e início do ano. Esta diferença calculada foi chamada de Δ Valor para a discussão de resultados.

Abaixo tem-se o gráfico que representa o Δ Valor de cada carteira no eixo y e seu índice de Sharpe simplificado no eixo x:

Figura 7. Variação de valor da carteira por índice de Sharpe simplificado



Fonte: De autoria própria.

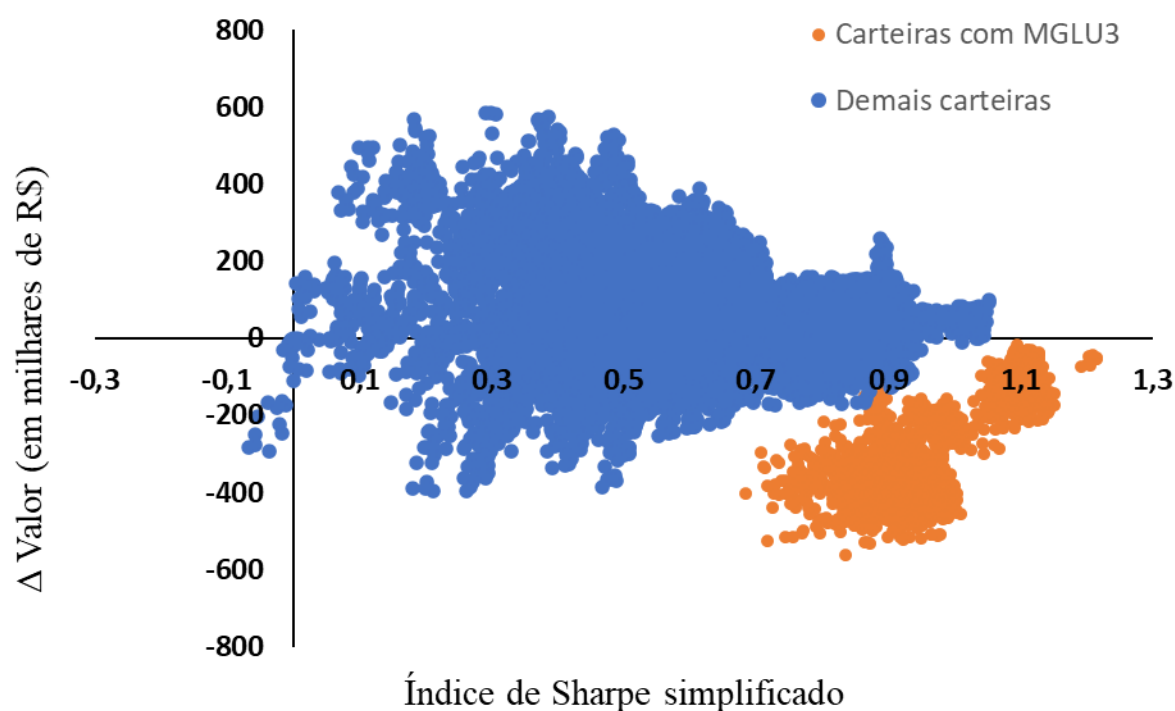
Ao analisar o gráfico, percebe-se que existe um conjunto de pontos com índice de Sharpe simplificado entre 0,7 e 1 e Δ Valor negativo. O fator em comum destes pontos é que todos possuem o ativo MGLU3 em sua carteira.

Nota-se que existem pontos do índice de Sharpe simplificado negativos. Isso ocorre dado que o retorno esperado de algumas carteiras foi negativo, logo, a relação entre um retorno negativo e volatilidades sempre positivas, o índice apresentou-se negativo em alguns casos.

Também é interessante notar que 95% das carteiras com índice de Sharpe simplificado negativo tiveram prejuízo no período de performance.

Abaixo tem-se o mesmo gráfico acima, mas diferenciando as carteiras que contém MGLU3 e as demais carteiras, que não contém o ativo em questão.

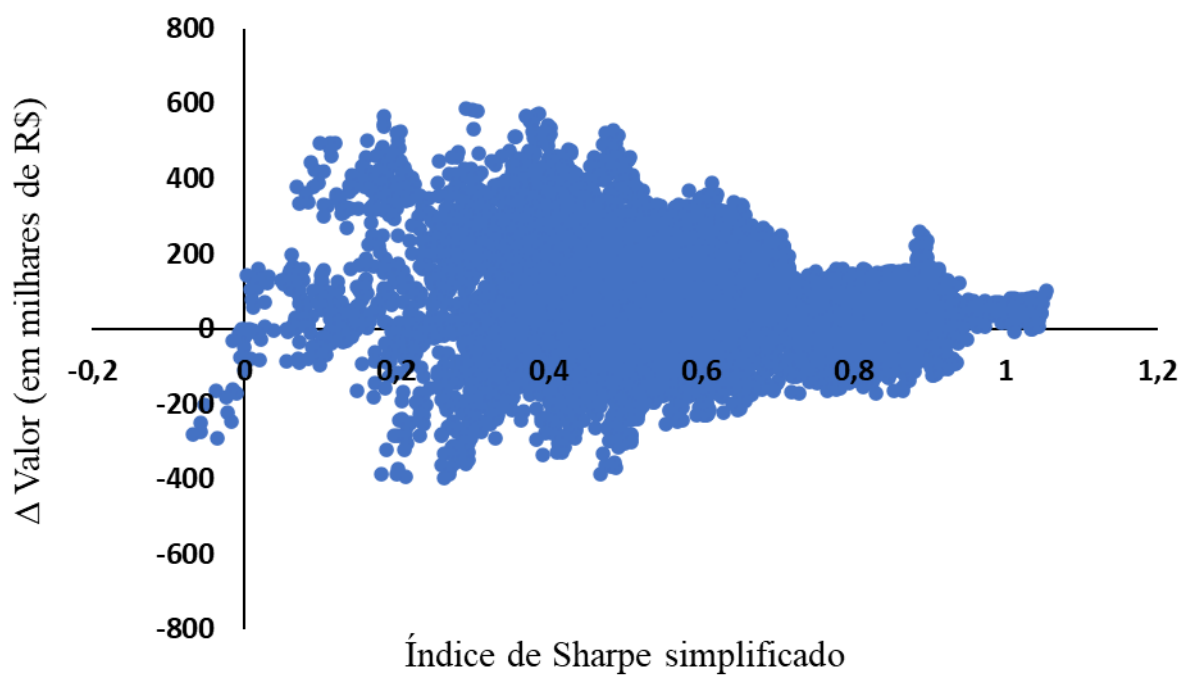
Figura 8. Variação de valor da carteira por índice de Sharpe simplificado com diferenciação para carteiras com MGLU3



Fonte: De autoria própria.

Ao retirar as carteiras que contém MGLU3, obtém-se o gráfico abaixo:

Figura 9. Variação de valor da carteira por índice de Sharpe simplificado sem carteiras contendo MGLU3



Fonte: De autoria própria.

A partir da análise do gráfico contendo todas as carteiras, fica claro que o modelo, apesar de fornecer um alto valor relativo para o índice de Sharpe simplificado, todos os retornos das carteiras foram negativos. Isso ocorreu devido à boa performance das ações MGLU3 durante o período de análise, de 2015 à 2021. Neste período, as ações MGLU3 que custavam cerca de R\$ 0,23, chegaram a ultrapassar o valor de R\$ 27,00 em 2020. Ao final do período analisado, as ações MGLU3 estavam na casa de R\$ 6,20 enquanto que para o final do período de performance das carteiras, a ação havia retornado ao patamar de R\$ 2,60.

Visto que as ações MGLU3 performaram bem no período analisado para otimização, estas possuem um índice de Sharpe simplificado alto em relação aos demais ativos, sendo em média de 0.9492 para as carteiras que possuem o ativo em seu portfólio.

A performance ruim da ação MGLU3 em 2022 não é único na bolsa de valores brasileira. As ações relacionadas ao setor varejista apresentaram grande desvalorização a partir do terceiro trimestre de 2021 e seguem desvalorizando até o ano de 2023. O fenômeno acompanha as ações VIIA3, que mudou para BHIA3 após sair do patamar de R\$ 20 por ação em 2020 para R\$ 10 em agosto de 2021 e segue desvalorizando, chegando à R\$ 0,50 em 2023. Outra empresa do setor que teve má performance no período foi a Americanas, em que foram detectadas fraudes fiscais em seus balanços, levando a empresa para um processo de recuperação judicial. O cenário macroeconômico brasileiro com altas taxas de juros, inflação diminuindo o poder de compra do consumidor e o aumento da concorrência devido às empresas de comércio eletrônico são fatores importantes que contribuíram para a desvalorização das ações MGLU3. (SANCHES, 2023).

É possível que as ações do setor varejista se recuperem, porém, tendo em vista o comportamento diferenciado da ação MGLU3 em relação às outras ações do estudo, entende-se que é interessante analisar os resultados considerando a ação e desconsiderando-a.

Abaixo tem-se o índice de Sharpe médio para as carteiras que contém cada ativo do estudo:

Tabela 8. Índice de Sharpe médio para as carteiras que contém cada ativo

Ativo	Índice de Sharpe médio
MGLU3	0.9492
WEGE3	0.8474
RADL3	0.8408
B3SA3	0.7023
CSAN3	0.6681
JBSS3	0.6600
HGLG	0.6586
BCFF	0.6486
POSI3	0.6473
KNRI	0.6459
MXRF	0.6371
HGBS	0.6331
CPLE6	0.6219
KNCR	0.6217
HGRE	0.6201
JSRE	0.6164
BBPO	0.6123
PETR4	0.6091
VIVT3	0.6086
TOTS3	0.6084
BRCR	0.5959
USIM5	0.5823
ITSA4	0.5818
CMIG4	0.5509
ABEV3	0.5469
TIMS3	0.5444
GOAU4	0.5285
CCRO3	0.5204
QUAL3	0.5183
COGN3	0.4431

Fonte: De autoria própria.

Dessa forma, as carteiras que contém o ativo MGLU3 provavelmente possuem índice de Sharpe superior as demais, de forma que sejam previamente consideradas as melhores carteiras. Porém, dada a performance do ativo no período de 2022, as carteiras contendo MGLU3 tiveram todas prejuízo.

Não é possível prever se as ações de MGLU3 irão recuperar a boa performance do período de otimização e o período de apenas um ano para análise de performance de uma carteira é relativamente curto, considerando que investidores que buscam reduzir os riscos de seus portfólios, também buscam um horizonte longo de tempo para seus investimentos.

É possível formar uma tabela com os dados de índice de Sharpe simplificado para cada carteira e se cada uma apresentou lucro ao final do período de performance ou não. Assim, tem-

se que cada carteira que apresentou prejuízo recebe um valor igual a 0 e as carteiras que apresentaram lucro recebem um valor igual a 1.

A correlação de Pearson mede a correlação entre duas variáveis de escala métrica e pode nos dizer se existe alguma correlação entre o aumento do índice de Sharpe simplificado calculado e o fato da carteira ter apresentado lucro ou não ao final do período de performance.

A correlação calculada para todas as carteiras foi de -0.28121146, enquanto que para todas as carteiras exceto as que contém MGLU3, a correlação foi de -0.0047506525. Ou seja, o índice de Sharpe simplificado calculado não possui uma correlação relevante com o fato de a carteira ter performado positivamente ou não. Considerando as carteiras com MGLU3, a correlação apresenta uma leve correlação para que, quanto maior o índice de Sharpe simplificado, maior a probabilidade de prejuízo da carteira, influenciado pelo desempenho negativo da ação no período.

Apesar da correlação não oferecer a relação esperada para as carteiras, isto não significa que o modelo falhou em otimizar carteiras buscando alto retorno e menor risco.

Voltando à figura 9, temos que a maioria das carteiras apresentaram lucro no período. O número de carteiras que apresentaram lucro foi de 6363 contra 5037 carteiras que apresentaram prejuízo. Se desconsiderarmos as carteiras com MGLU3, temos 6363 carteiras com lucro e 3327 carteiras com prejuízo.

Considerando que o índice IBOVESPA apresentou uma valorização de 4,69% no ano de 2022, temos que 5060 carteiras apresentaram valorização maior que o índice. (LANZA, 2023).

Ao analisar a figura 9, podemos notar que a dispersão dos resultados das carteiras parece diminuir com o aumento do índice de Sharpe Simplificado. Para verificar a hipótese, separamos o gráfico em três segmentos a partir do eixo X, que tem o número -0.067108218 como valor mínimo e o número 1.21452437 como valor máximo. A separação em três segmentos foi realizada utilizando os intervalos como na tabela abaixo:

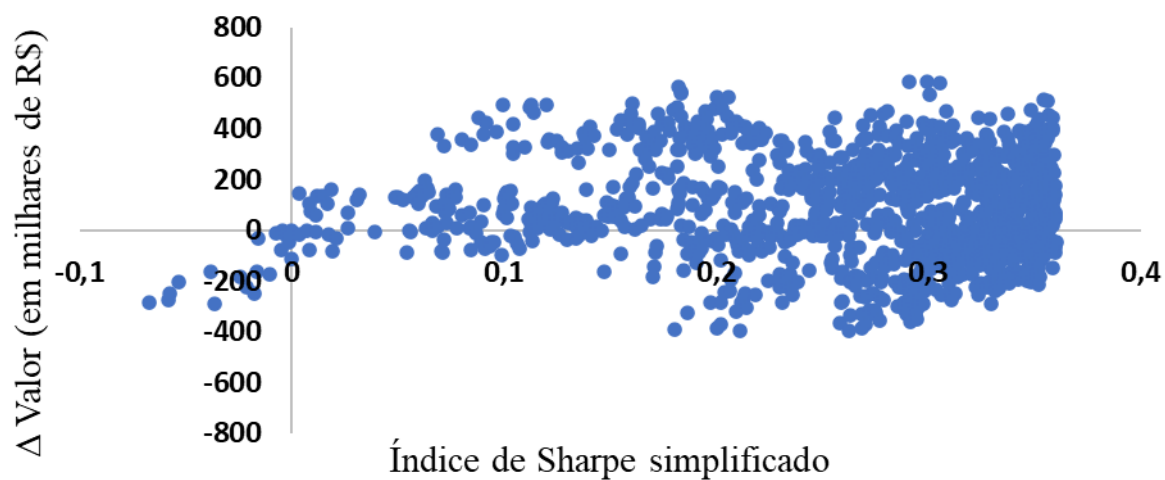
Tabela 9. Separação de segmentos do gráfico da figura 9

Segmento	Início	Fim
1	-0.06710822	0.36010265
2	0.36010265	0.78731351
3	0.78731351	1.21452438

Fonte: De autoria própria.

Para o primeiro segmento tem-se o gráfico abaixo:

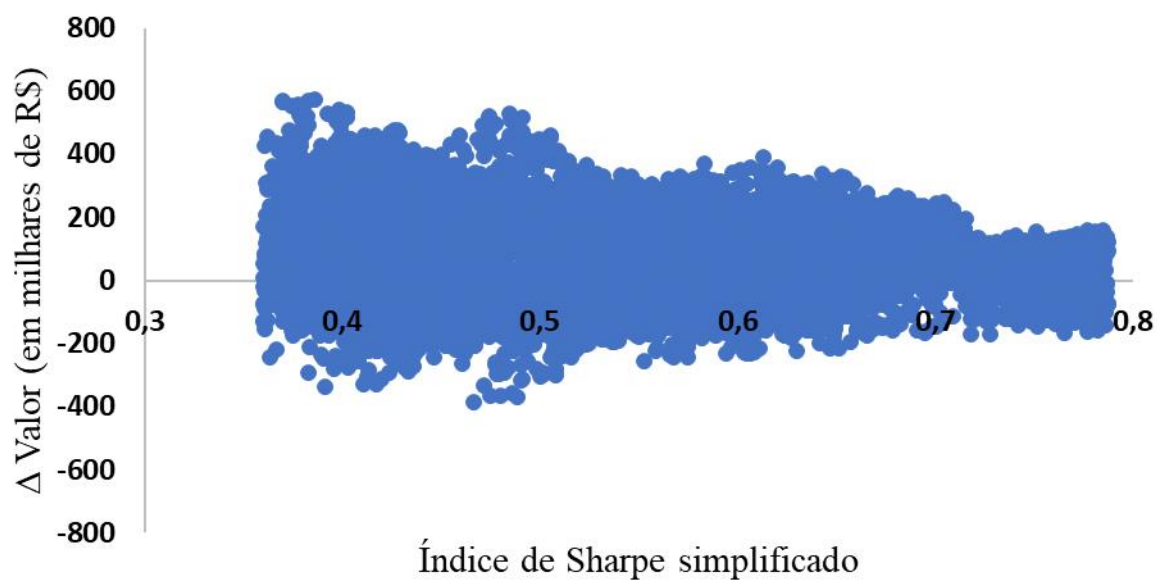
Figura 10. Gráfico do primeiro segmento da figura 9



Fonte: De autoria própria.

Para o segundo segmento tem-se o gráfico abaixo:

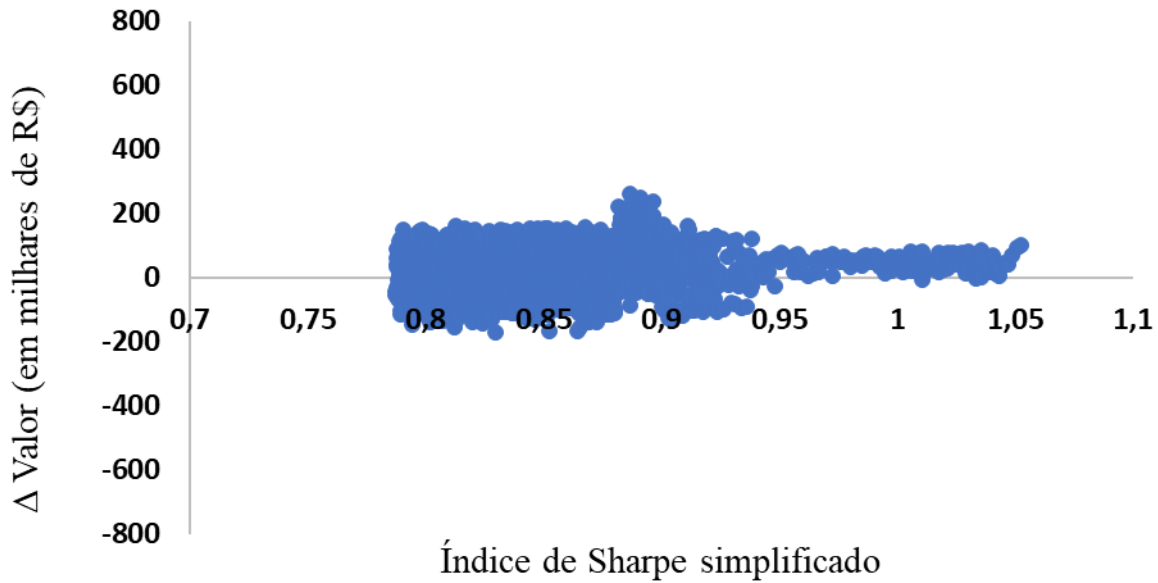
Figura 11. Gráfico do segundo segmento da figura 9



Fonte: De autoria própria.

Finalmente, para o terceiro segmento, tem-se o gráfico abaixo:

Figura 12. Gráfico do terceiro segmento da figura 9



Fonte: De autoria própria.

Dessa forma, é possível notar de forma facilitada a menor dispersão dos dados. O desvio padrão para a performance das carteiras obtido segue na tabela abaixo:

Tabela 10. Desvio padrão de cada segmento sem considerar carteiras contendo MGLU3

Segmento	Desvio padrão
1	R\$ 197,199.29
2	R\$ 145,973.20
3	R\$ 72,805.98

Fonte: De autoria própria.

Percebe-se que a performance das carteiras do segmento 2 tiveram desvio padrão menor em relação às carteiras do segmento 1, enquanto que o desvio padrão para o segmento 3 foi menor do que em relação ao segmento 2. Isso confirma a hipótese de que a dispersão reduziu com o aumento do índice de Sharpe simplificado.

Considerando o ativo MGLU3 nas análises, temos um cenário diferente. Segue na tabela abaixo o desvio padrão da performance das carteiras para cada segmento considerando todas as carteiras:

Tabela 11. Desvio padrão de cada segmento considerando todas carteiras

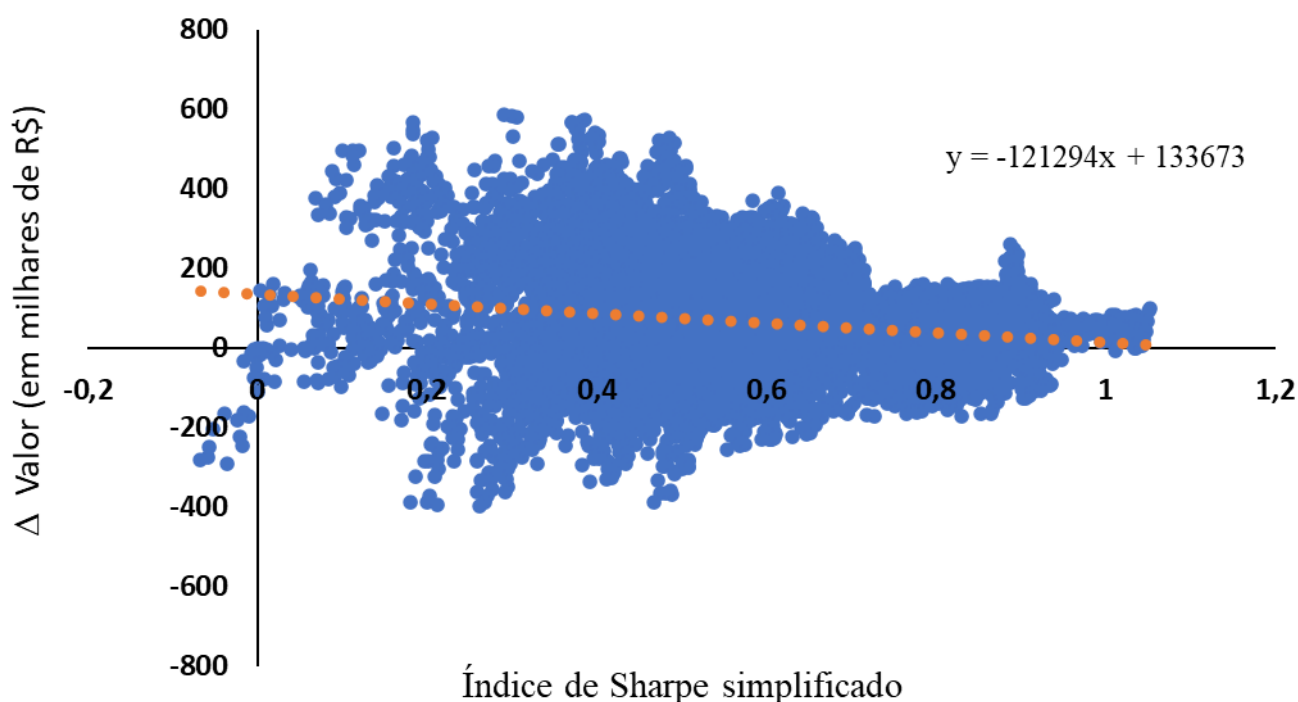
Segmento	Desvio padrão
1	R\$ 197,199.29
2	R\$ 151,674.02
3	R\$ 192,327.36

Neste caso, o desvio padrão do segmento 3 foi maior do que em relação ao segmento 2, devido à maioria das carteiras contendo MGLU3 estarem no último segmento.

A partir dos dados de performance das carteiras em relação ao índice de Sharpe simplificado, podemos verificar que a média de Δ Valor das cem carteiras com maior índice é de R\$ 46.877,35, além de apenas três carteiras apresentarem valorização negativa no período.

É possível realizar uma regressão linear com os dados da figura 9, obtendo o gráfico abaixo:

Figura 13. Regressão linear no gráfico da figura 9



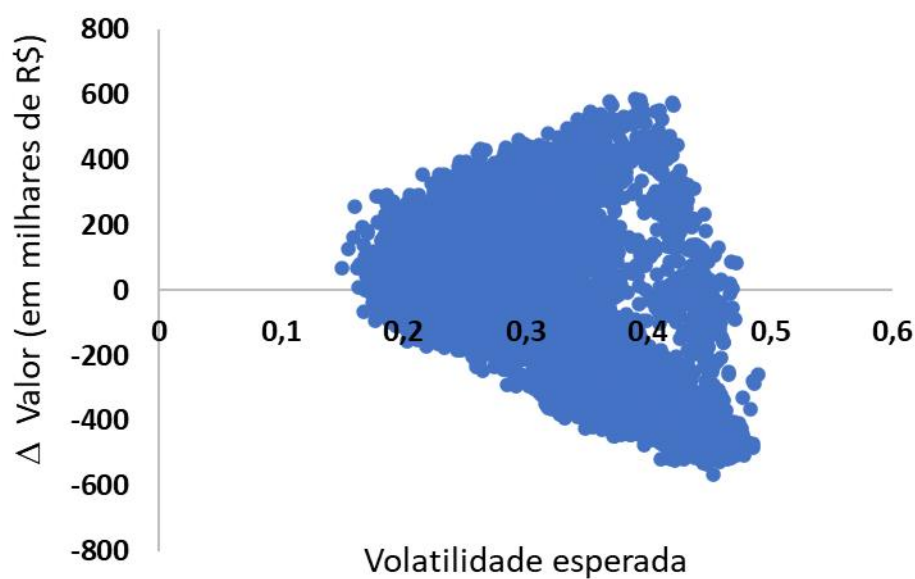
Fonte: De autoria própria.

A partir da equação da regressão linear, percebe-se que o retorno tende a diminuir com o aumento do índice de Sharpe simplificado, mantendo-se positiva por quase todo eixo x.

É possível também analisar os resultados a partir da volatilidade esperada no eixo x, ou o retorno no eixo y. Para o caso da volatilidade, espera-se que, quanto maior a volatilidade esperada da carteira, maior a dispersão dos retornos.

Abaixo tem-se o gráfico para os retornos das carteiras e volatilidade esperada.

Figura 14. Variação do valor das carteiras por volatilidade esperada

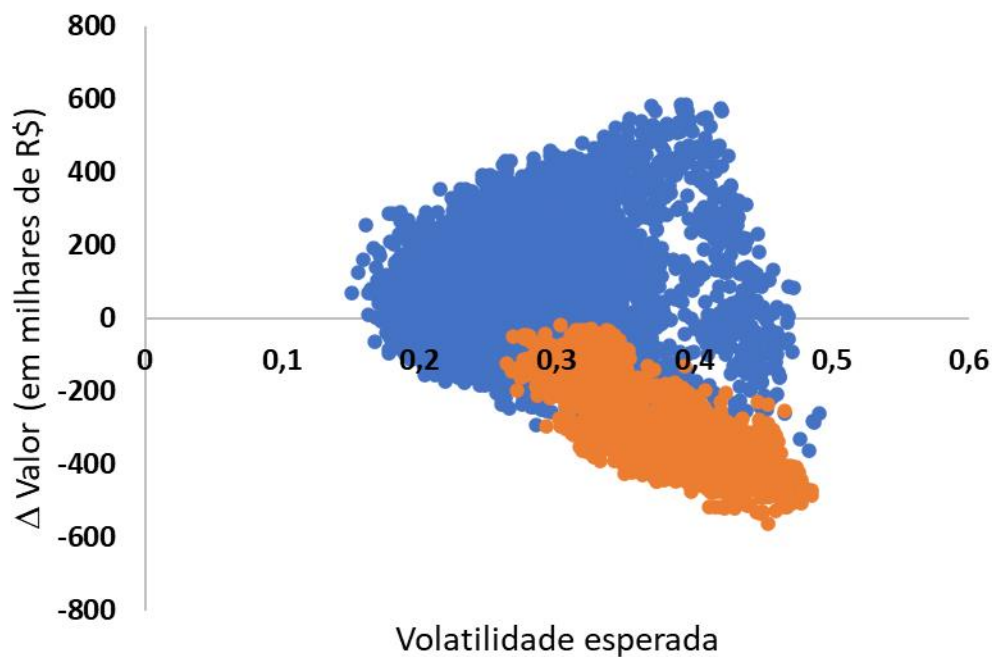


Fonte: De autoria própria.

Como esperado, tem-se que para volatilidades esperadas menores, as carteiras tiveram uma amplitude de retorno menor em relação aos retornos para volatilidades esperadas maiores.

Podemos visualizar as carteiras contendo MGLU3 como indicado no gráfico abaixo:

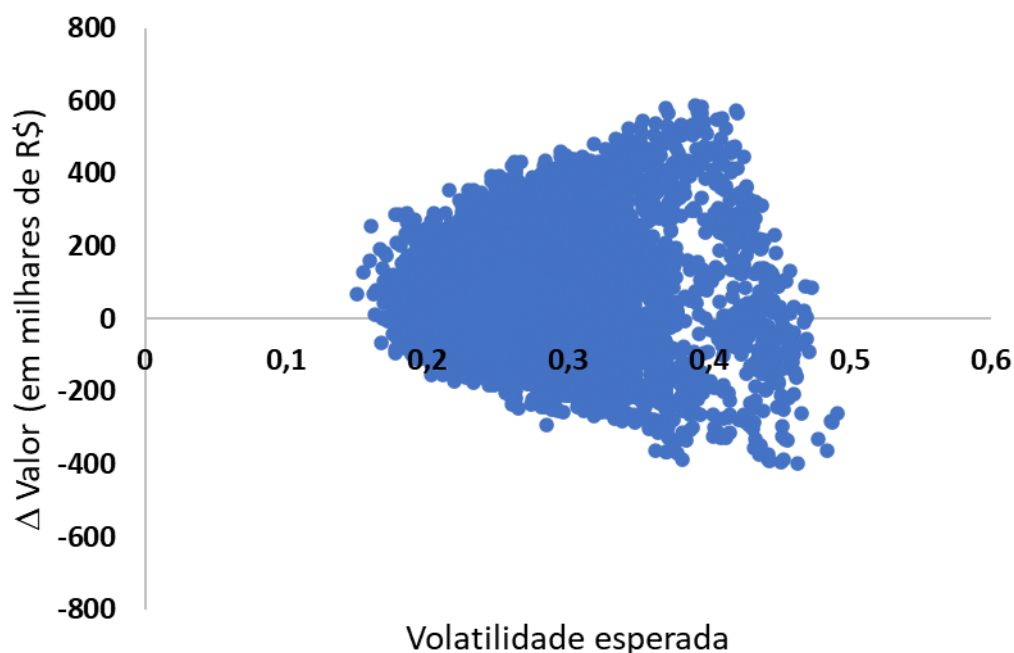
Figura 15. Variação do valor das carteiras por volatilidade esperada com diferenciação para carteiras com MGLU3



Fonte: De autoria própria.

Retirando as carteiras com MGLU3 temos o gráfico abaixo:

Figura 16. Variação do valor das carteiras por volatilidade esperada sem as carteiras contendo MGLU3



Fonte: De autoria própria.

Podemos analisar a dispersão dos dados da mesma forma feita com a relação retorno e índice de Sharpe simplificado. Neste caso, o menor valor de volatilidade esperada calculada é de 0.15003194 e o maior valor de 0.49049039. A separação dos segmentos foi realizada como a tabela abaixo:

Tabela 12. Separação de segmentos do gráfico da figura 14

Segmento	Início	Fim
1	0.15003194	0.26351810
2	0.26351810	0.37700425
3	0.37700425	0.49049040

Fonte: De autoria própria.

Considerando todas as carteiras do estudo, tem-se o desvio padrão para cada segmento como demonstrado na tabela abaixo:

Tabela 13. Desvio padrão para cada segmento considerando todas as carteiras

Segmento	Desvio padrão
1	R\$ 106,573.35
2	R\$ 190,812.03
3	R\$ 257,587.35

Fonte: De autoria própria.

Percebe-se que o desvio padrão aumenta conforme o segmento analisado como esperado.

Para a mesma análise removendo as carteiras com MGLU3 temos:

Tabela 14. Desvio padrão para cada segmento desconsiderando carteiras com MGLU3

Segmento	Desvio padrão
1	R\$ 106,556.24
2	R\$ 161,293.90
3	R\$ 251,066.12

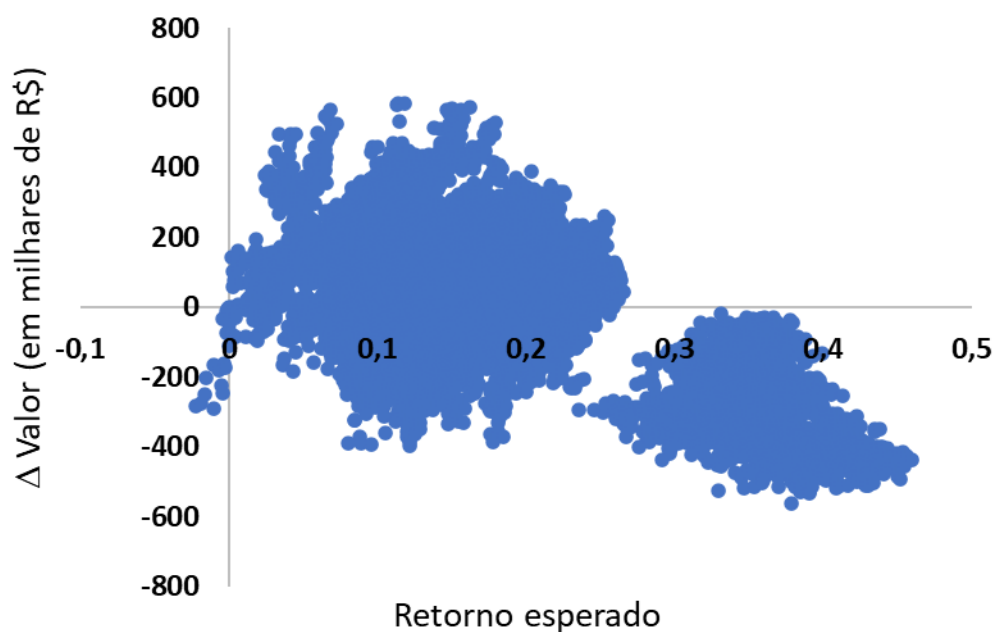
Fonte: De autoria própria.

O desvio padrão dos retornos obtidos com as carteiras diminuiu retirando as carteiras com MGLU3 e mantém o comportamento de aumentar o desvio padrão com o aumento da volatilidade esperada.

Com isso, o modelo de otimização de Markowitz demonstrou ser eficiente em estabelecer quais as carteiras com maior volatilidade e consequentemente mais risco. As carteiras com volatilidade esperada menor tiveram dispersão consideravelmente menor nos retornos obtidos. Este é um resultado muito interessante para investidores que buscam reduzir o risco de suas carteiras, mesmo com investimentos em ativos de renda variável.

De forma similar à análise da volatilidade esperada, podemos verificar o comportamento do gráfico com o retorno esperado no eixo x, como no gráfico abaixo:

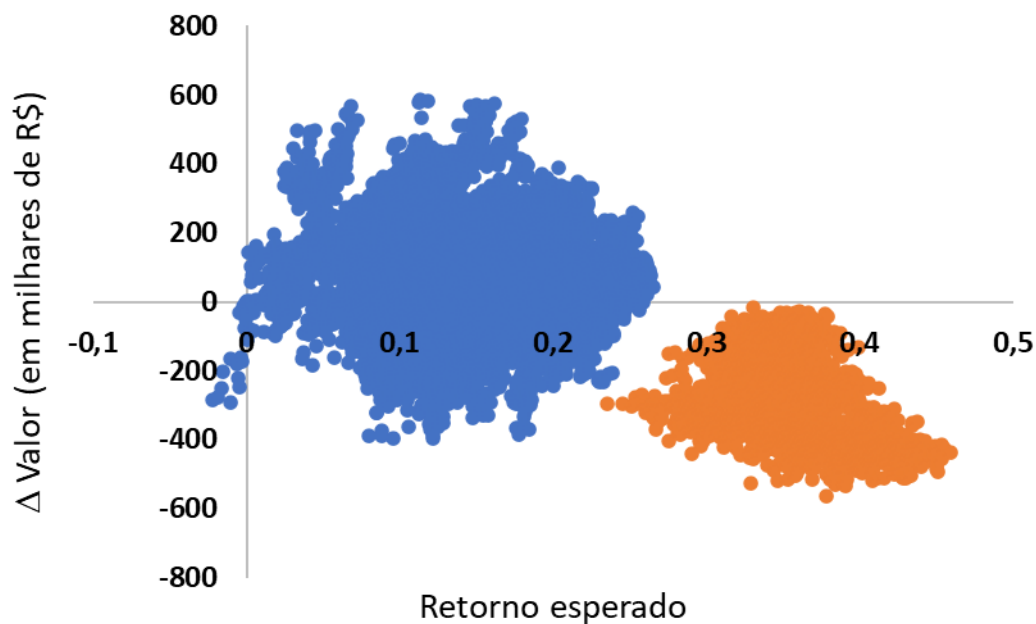
Figura 17. Variação do valor das carteiras por retorno esperado



De autoria própria.

Ao verificar quais carteiras contém MGLU3 no gráfico acima temos o seguinte resultado:

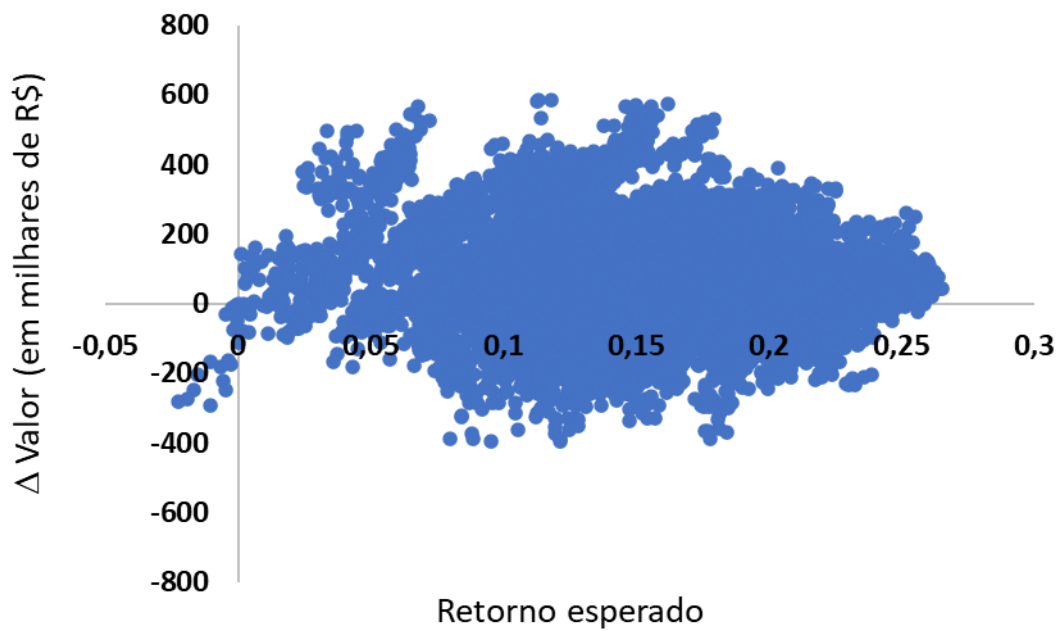
Figura 18. Variação do valor das carteiras por retorno com diferenciação das carteiras contendo MGLU3



Fonte: De autoria própria.

Ao remover os dados das carteiras contendo MGLU3 temos o gráfico abaixo:

Figura 19. Variação do valor das carteiras por retorno esperado desconsiderando carteiras contendo MGLU3



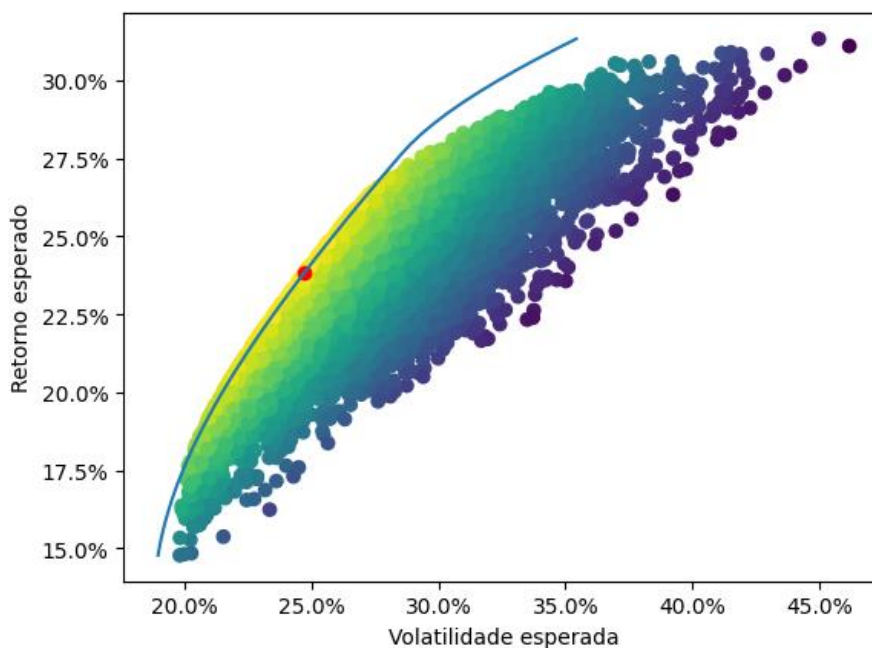
Fonte: De autoria própria.

A partir dos gráficos com o retorno esperado no eixo x, não se percebe um aumento do retorno realizado conforme o aumento do retorno esperado. Dessa forma, não temos uma relação entre o comportamento esperado do modelo com o realizado.

Para as carteiras contendo MGLU3, o modelo previu o maior retorno esperado dentre todas as carteiras para aquelas que continham este ativo. Entretanto, como já visto anteriormente, todas estas carteiras tiveram desempenho negativo no período de performance.

Dada a análise dos dados gerais, podemos verificar algumas carteiras em específico. A carteira de número 2543 do estudo é a carteira com o maior índice de Sharpe simplificado calculado. Temos o diagrama da fronteira eficiente desta carteira como abaixo:

Figura 20. Gráfico de fronteira eficiente para a carteira 2543



Fonte: De autoria própria.

A carteira apresentou os seguintes pesos e ativos como na tabela abaixo:

Tabela 15. Pesos, volatilidade e retorno calculados para a carteira 2543

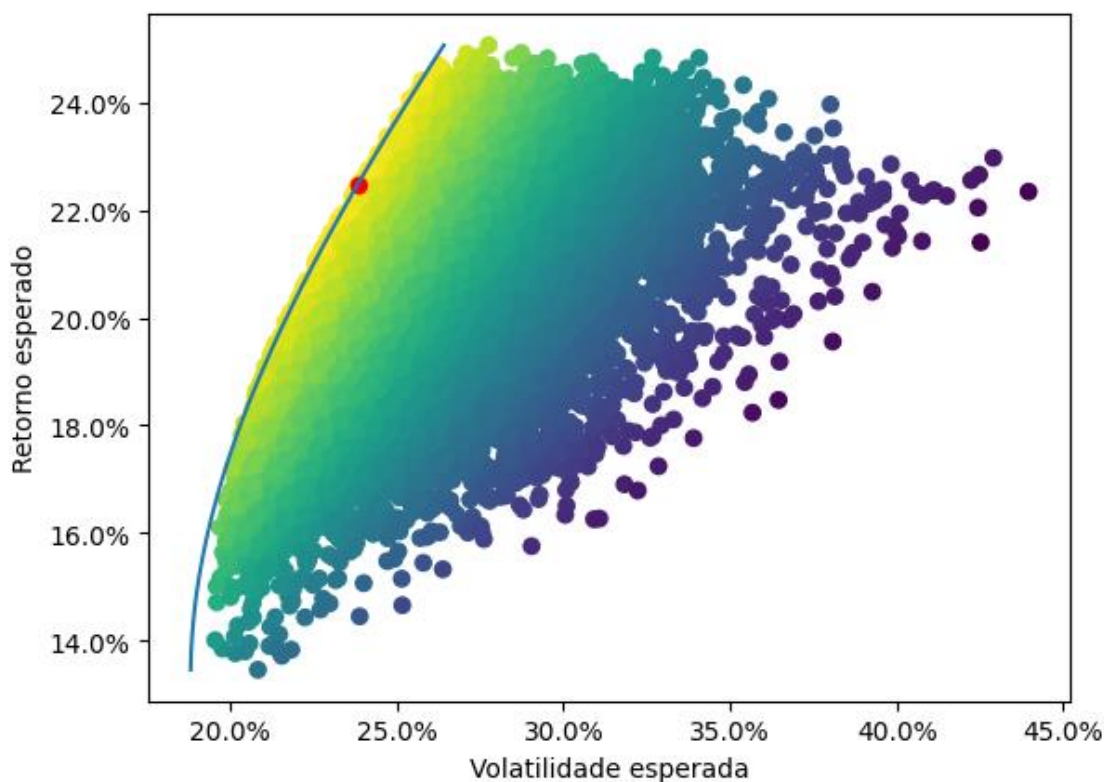
Ativo 1	Ativo 2	Ativo 3	Ativo 4	Volatilidade Sharpe Máximo	Retorno Sharpe Máximo
0.08676808	0.21969436	0.39026217	0.30327537	0.27528802	0.33434401

Fonte: De autoria própria.

Os ativos 1, 2, 3 e 4 são respectivamente: MGLU3, RADL3, WEGE3 e HGLG11. O desempenho da carteira para o ano de 2022 gerou uma variação do valor investido de R\$ - 52.697,39. O índice de Sharpe simplificado calculado foi de 1.21452437.

Considerando que o investidor busque evitar carteiras com MGLU3 e busque a carteira com maior índice de Sharpe calculado, temos a carteira 9163. Esta carteira tem o diagrama de fronteira eficiente como demonstrado abaixo:

Figura 21. Gráfico de fronteira eficiente para a carteira 9163



Fonte: De autoria própria.

Os pesos desta carteira foram calculados como a tabela a seguir:

Tabela 16. Pesos, volatilidade e retorno calculados para a carteira 9163

Ativo 1	Ativo 2	Ativo 3	Ativo 4	Volatilidade Sharpe Máximo	Retorno Sharpe Máximo
0.11072386	0.08443542	0.42379483	0.38104587	0.2463089	0.2592238

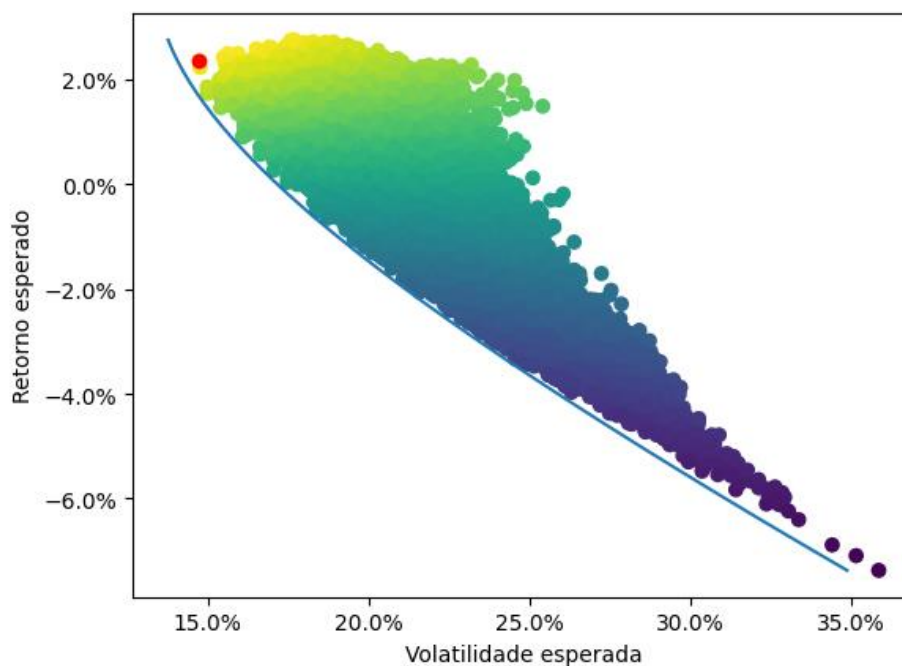
Fonte: De autoria própria.

Os ativos 1, 2, 3 e 4 são respectivamente: RADL3, WEGE3, POSI3 e HGLG11. O desempenho da carteira para o ano de 2022 gerou uma variação do valor investido de R\$ 100.473,92. O índice de Sharpe simplificado calculado foi de 1.05243375.

Podemos verificar também a carteira com menor índice de Sharpe simplificado calculado. Esta é a carteira 8231 e possui diagrama de fronteira eficiente como demonstrado abaixo:

O investidor também pode decidir utilizar o critério de volatilidade esperada do modelo, dado que este parâmetro apresentou aderência ao modelo. A carteira com menor volatilidade esperada calculada foi a de número 6272. Esta carteira tem o diagrama de fronteira eficiente como demonstrado abaixo:

Figura 22. Gráfico de fronteira eficiente para a carteira 6272



Fonte: De autoria própria.

Os pesos desta carteira foram calculados como a tabela a seguir:

Tabela 17. Pesos, volatilidade e retorno calculados para a carteira 6272

Ativo 1	Ativo 2	Ativo 3	Ativo 4	Volatilidade Sharpe Máximo	Retorno Sharpe Máximo
0.12791474	0.61790742	0.09811134	0.15606649	0.15003194	0.03132658

Fonte: De autoria própria.

Os ativos 1, 2, 3 e 4 são respectivamente ABEV3, TIMS3, QUAL3 e MXRF11. O desempenho da carteira para o ano de 2022 gerou uma variação do valor investido de R\$ 69.424,06. O índice de Sharpe simplificado calculado foi de 0.20879944.

Percebe-se através do gráfico da fronteira eficiente que a carteira em questão apresenta um valor baixo de volatilidade esperada. Além disso, o retorno de R\$ 69.424,06 foi baixo em relação às demais carteiras citadas anteriormente, mas esta carteira possui risco consideravelmente menor. A mitigação do risco ocorre por conta da correlação entre os pesos dos ativos que compõe o portfólio. Apesar disso, a carteira teve rendimento superior ao do índice IBOVESPA no período.

O investidor interessado em montar a carteira de menor risco pode analisar melhor, em um segundo momento, as carteiras com menor volatilidade esperada, reproduzindo novamente o algoritmo para um número maior de ativos e simulações, além de realizar um ajuste desejado nos limites de pesos dos ativos.

5 SÍNTESE E INTEGRAÇÃO COM O CURSO

O curso de engenharia química forneceu as bases matemáticas e lógicas que foram fundamentais para a criação do presente estudo. As matérias de estatística, cálculo numérico e cálculos em geral permitiram o entendimento das medidas de dispersão, funções de minimização e análise dos dados obtidos.

As aulas de engenharia econômica tiveram grande contribuição na apresentação de diversos temas utilizados no presente estudo, como o conceito de ações e fundos imobiliários e serviram de base para análise da performance das carteiras calculadas.

Também houve contribuição do curso para introdução à construção dos algoritmos através das disciplinas de introdução à computação e as diversas disciplinas em que foram utilizadas o software *Scilab*.

6 CONCLUSÃO

O modelo de otimização de Markowitz implementado via *Python* demonstrou ser preciso e robusto para obter portfólios de risco reduzido em carteiras de renda variável.

A relação entre a volatilidade esperada calculada e os retornos das carteiras no ano de análise de performance ocorreu de tal forma que, quanto maior a volatilidade esperada, maior a dispersão dos retornos obtidos, como esperado.

A relação entre o retorno esperado e o retorno obtido não apresentou correlação. Assim, não foi possível observar um aumento no retorno obtido das carteiras com base em um maior valor de retorno esperado. O parâmetro das carteiras não se comportou conforme o esperado pelo modelo. Isso pode ser atribuído ao curto período de análise de desempenho das carteiras, que foi de apenas um ano. Especialmente no caso de ativos de renda variável, como ações, é importante considerar um horizonte de investimento mais longo. Isso ocorre porque os investimentos e melhorias nas empresas demandam tempo para se consolidar.

Quanto à relação do índice de Sharpe simplificado e o retorno das carteiras, temos que este é um bom parâmetro para encontrar carteiras com boa combinação de retornos e mitigação de risco. Temos que o parâmetro de volatilidade se comportou como o esperado, mas o de retornos nem tanto. A análise a partir do índice de Sharpe simplificado não apresenta uma relação tão clara quanto da volatilidade, mas possui valor para o investidor. As carteiras com maior índice de Sharpe simplificado apresentaram menor desvio padrão em seu valor final de mercado, além de apresentarem, na maioria das vezes, retorno positivo.

As carteiras com o ativo MGLU3 apresentaram desempenho distinto devido às adversidades no setor varejista da economia brasileira a partir de 2021. Os resultados foram analisados em cenários com e sem esse ativo. Embora MGLU3, BHIA3 e AMER3 possam gerar retornos futuros positivos, a alta volatilidade das carteiras com MGLU3 sugere cautela ao investidor ao considerar essa posição.

É crucial observar que, dada a análise de apenas um ano de desempenho em comparação com seis anos de dados históricos, a projeção futura dos resultados deve ser abordada com cautela. Resultados e retornos passados não garantem o desempenho futuro. Os investidores que utilizam o modelo devem ter consciência disso e considerar os resultados como indicativos, lembrando que prever o futuro sempre envolve incertezas.

O estudo mostra que existem indícios matemáticos a favor do modelo ser eficiente em balancear carteiras de forma a reduzir o risco inerente à exposição em ações e fundos imobiliários.

7 RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Para trabalhos futuros, podemos citar alguns pontos de melhorias. Primeiramente, a performance dos códigos deixa a desejar tanto no quesito de velocidade de processamento quanto em relação a falhas que podem interromper a execução dos mesmos. Uma das fontes de erro que causam interrupção dos algoritmos está na requisição dos dados de mercado através das bibliotecas *vectorbt* e *yfinance*. Para contornar problema, seriam necessárias estruturas de repetição caso as requisições encontrassem erros, ou retornassem dados vazios. Problemas de vazamento de memória e performance são comuns quando grande quantidade de dados são tratados utilizando linguagem *python* e algumas bibliotecas com grande processamento em segundo plano. Para contornar estes problemas, reescrever os algoritmos em linguagem C pode ser uma solução, apesar de potencialmente aumentar a complexidade dos mesmos.

Melhorias também podem ser aplicadas no quesito de atendimento de expectativas do investidor. Os algoritmos utilizados necessitam que o usuário forneça uma planilha contendo os códigos dos ativos que deseja analisar. Um ponto de melhoria seria um algoritmo que busca ativos que satisfaçam condições desejadas pelo investidor como, por exemplo, serem ativos que pagam dividendos de forma recorrente, que possa analisar previamente se existem problemas de liquidez ou judiciais envolvendo os ativos ou fazer as conversões cambiais necessárias para analisar ativos *offshore*. Um investidor interessado em uma carteira de renda passiva, provavelmente teria um interesse maior por um algoritmo que considerasse ativos pagadores de dividendos e apresentasse a performance da carteira através dos dividendos pagos no período.

Outro fator de melhoria para o algoritmo de otimização de carteiras seria a criação de uma funcionalidade para adicionar uma taxa de retorno livre de risco adequada para a análise dos ativos em questão. Dessa forma, o investidor poderia comparar de forma mais assertiva a relação de retorno e volatilidade de sua carteira com outros tipos de portfólios, como por exemplo, carteiras de criptomoedas e de renda fixa.

Pode estar no interesse do investidor que exista uma funcionalidade de *benchmark* das carteiras otimizadas obtidas em relação à índices como IBOVESPA, IMAB-5, CDI ou IPCA. Dessa forma, o investidor poderá ter mais informações sobre o desempenho das carteiras, comparado à diversos fatores de risco.

Por fim, podem ser criadas melhorias para permitir a análise de outros tipos de ativos além de ações e fundos imobiliários, como por exemplo, debêntures, certificados de recebíveis imobiliários, certificados de recebíveis agrários e certificados de depósitos bancários.

8 REFERÊNCIAS

B3 S.A, Brasil, Bolsa, Balcão. **Ações**. Disponível em: https://www.b3.com.br/pt_br/produtos-e-servicos/negociacao/renda-variavel/acoes.htm. Acesso em: 16 nov. 2023.

B3 S.A, Brasil, Bolsa, Balcão. **Fundos de Investimento Imobiliário (FII)**. Disponível em: https://www.b3.com.br/pt_br/produtos-e-servicos/negociacao/renda-variavel/fundos-de-investimento-imobiliario-fii.htm. Acesso em: 16 nov. 2023.

ELTON, Edwin J. *et al.* **MODERNA TEORIA DE CARTEIRAS E ANÁLISE DE INVESTIMENTOS**. 8. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2012.

FERNANDO, Jason. **Sharpe Ratio: Definition, Formula, and Examples**. Disponível em: <https://www.investopedia.com/terms/s/sharperatio.asp>. Acesso em: 16 nov. 2023.

HAYES, Adam. **Volatility: Meaning In Finance and How it Works with Stocks**. 2023. Disponível em: <https://www.investopedia.com/terms/v/volatility.asp#toc-what-is-volatility>. Acesso em: 16 nov. 2023.

HAYES, Adam. **What Are Returns in Investing, and How Are They Measured?** 2023. Disponível em: <https://www.investopedia.com/terms/r/return.asp>. Acesso em: 16 nov. 2023.

LANZA, Luíza. **Ibovespa fica na frente das bolsas internacionais em 2022; entenda**: no meio de várias instabilidades pelo mundo, o brasil se tornou uma espécie de “porto seguro” improvável. Disponível em: <https://einvestidor.estadao.com.br/videos/papo-cafe-lucros/ibovespa-desempenho-2022-supera-bolsas-internacionais/>. Acesso em: 16 nov. 2023.

OLIVEIRA, Felipe Augusto Santana de. **DESEMPENHO DA OTIMIZAÇÃO ROBUSTA DE CARTEIRAS NO MERCADO ACIONÁRIO BRASILEIRO**. 2013. 115 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Administração, Faculdade de Ciências Econômicas da UFMG, Belo Horizonte, 2013.

PEREIRA, Leonardo Boechat Tavares; HENRIQUE, Daniel Christian. Otimização de Investimentos pelo Modelo de Markowitz via Desenvolvimento de uma Ferramenta em Excel. **Revista Iberoamericana de Engenharia Industrial**, Florianópolis, v. 8, n. 16, p. 167-195, 25 dez. 2016. Disponível em: https://docs.ufpr.br/~mattioli/minhahome/arquivos/Artigomodelo_com_Excel.pdf. Acesso em: 16 nov. 2023.

SANCHES, Antonio. **Por que a ação do Magazine Luiza (MGLU3) caiu tanto?** Disponível em: <https://ricconnect.rico.com.vc/analises/por-que-a-acao-do-magazine-luiza-mglu3-caiu-tanto/>. Acesso em: 16 nov. 2023.

9 APÊNDICES

APÊNDICE – A

ALGORITMO 1.

#selecionando as carteiras possíveis

import itertools

import pandas as pd

acoes =

```
["PETR4","MGLU3","B3SA3","USIM5","ABEV3","CMIG4","CCRO3","RADL3","TIMS3",
,"TOTS3","CSAN3","COGN3","ITSA4","GOAU4","JBSS3","CPLE6","WEGE3","QUAL3",
,"VIVT3","POSI3"]
```

```
setores_acoes = {"PETR4": "Petróleo gás e biocombustíveis", "MGLU3": "Consumo
cíclico", "B3SA3": "Financeiro", "USIM5": "Materiais básicos", "ABEV3": "Consumo não
cíclico", "CMIG4": "Utilidade pública", "CCRO3": "Bens
industriais", "RADL3": "Saúde", "TIMS3": "Comunicações", "TOTS3": "Tecnologia da
informação", "CSAN3": "Petróleo gás e biocombustíveis", "COGN3": "Consumo
cíclico", "ITSA4": "Financeiro", "GOAU4": "Materiais básicos", "JBSS3": "Consumo não
cíclico", "CPLE6": "Utilidade pública", "WEGE3": "Bens
industriais", "QUAL3": "Saúde", "VIVT3": "Comunicações", "POSI3": "Tecnologia da
informação"}
```

```
fiis = ["BRCR", "MXRF", "HGLG", "HGRE", "HGBS", "BBPO", "KNCR", "JSRE",
,"KNRI", "BCFF"]
```

```
setores_fiis = {"BRCR": "Híbrido", "MXRF": "TVM", "HGLG": "Logística", "HGRE": "Lajes
corporativas", "HGBS": "Shoppings", "BBPO": "Híbrido", "KNCR": "TVM", "JSRE":
"Híbrido", "KNRI": "TVM", "BCFF": "TVM"
}
```

```
acoes_setores_diferentes = [acao for acao in acoes if setores_acoes[acao] != "FII"]
```

```
fiis_setores_diferentes = [fii for fii in fiis if setores_fiis[fii] != "AÇÃO"]
```

Gerar todas as combinações de 3 ações e 1 FII com setores diferentes

```
comb = list(itertools.combinations(acoes_setores_diferentes, 3))
```

```

carteiras = []
for c in comb:
    for fii in fiis_setores_diferentes:
        carteira = list(c)
        carteira.append(fii)
        carteiras.append(carteira)

for i, carteira in enumerate(carteiras):
    print(f"Carteira {i + 1}: {carteira}")

df = pd.DataFrame(carteiras, columns=["Ação 1", "Ação 2", "Ação 3", "FII"])
output_path = 'C:\\Users\\dados'
output_final = f'{output_path}\\carteiras.xlsx'
df.to_excel(output_final, index=False)

```

APÊNDICE – B

ALGORITMO 2.

```

#obter fronteira eficiente e testar carteiras
import yfinance as yf
from pandas_datareader import data as pdr
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import matplotlib
import datetime as dt
import pandas as pd
from scipy.optimize import minimize
import matplotlib.ticker as mtick
import os

yf.pdr_override()
inicio = dt.date(2015, 1, 1)
final = dt.date(2021, 12, 30)
output_graficos = 'C:\\Users\\ graficos'
excel_carteiras = 'C:\\Users\\ carteiras.xlsx'
df = pd.read_excel(excel_carteiras)

```

```

contador = 1
lista_acoes = []
resultados_carteras = []
for index, row in df.iterrows():
    lista_acoes.append(row.tolist())
    precos = yf.download(lista_acoes[index], inicio, final)['Adj Close']
    retornos = precos.pct_change().apply(lambda x: np.log(1 + x)).dropna()
    media_retornos = retornos.mean()
    matriz_cov = retornos.cov()
    numero_carteras = 10000
    tabela_retornos_esperados = np.zeros(numero_carteras)
    tabela_volatilidades_esperadas = np.zeros(numero_carteras)
    tabela_sharpe = np.zeros(numero_carteras)
    tabela_pesos = np.zeros((numero_carteras, len(lista_acoes[index])))

    for k in range(numero_carteras):
        pesos = np.random.uniform(0.1, 0.7, len(lista_acoes[index]))
        pesos /= np.sum(pesos)
        while np.any(pesos > 0.7):
            pesos = np.random.uniform(0.1, 0.7, len(lista_acoes[index]))
            pesos /= np.sum(pesos)
        tabela_pesos[k, :] = pesos
        tabela_retornos_esperados[k] = np.sum(media_retornos * pesos * 252)
        tabela_volatilidades_esperadas[k] = np.sqrt(np.dot(pesos.T, np.dot(matriz_cov * 252,
pesos)))
        tabela_sharpe[k] = tabela_retornos_esperados[k] / tabela_volatilidades_esperadas[k]

indice_do_sharpe_maximo = tabela_sharpe.argmax()
tabela_retornos_esperados_arit = np.exp(tabela_retornos_esperados) - 1
eixo_y_frenteira_eficiente = np.linspace(tabela_retornos_esperados_arit.min(),
tabela_retornos_esperados_arit.max(), 50)
def pegando_retorno(peso_teste):
    peso_teste = np.array(peso_teste)
    retorno = np.sum(media_retornos * peso_teste) * 252
    retorno = np.exp(retorno) - 1

```

```

    return retorno

def pegando_vol(peso_teste):
    peso_teste = np.array(peso_teste)
    vol = np.sqrt(np.dot(peso_teste.T, np.dot(matriz_cov * 252, peso_teste)))
    return vol

peso_inicial = [1 / len(lista_acoes[index])] * len(lista_acoes[index])
limites = tuple([(0, 1) for _ in lista_acoes[index]])
eixo_x_frenteira_eficiente = []
for retorno_possivel in eixo_y_frenteira_eficiente:
    restricoes = ({'type': 'eq', 'fun': lambda w: np.sum(w) - 1},
                  {'type': 'eq', 'fun': lambda w: pegando_retorno(w) - retorno_possivel})
    result = minimize(pegando_vol, peso_inicial, method='SLSQP', bounds=limites,
constraints=restricoes)
    eixo_x_frenteira_eficiente.append(result['fun'])

matplotlib.use('Agg')
fig, ax = plt.subplots()
ax.scatter(tabela_volatilidades_esperadas, tabela_retornos_esperados_arit,
c=tabela_sharpe)
ax.set_xlabel("Volatilidade esperada")
ax.set_ylabel("Retorno esperado")
ax.set_title(f"Gráfico {contador}")
ax.xaxis.set_major_formatter(mtick.PercentFormatter(1.0))
ax.yaxis.set_major_formatter(mtick.PercentFormatter(1.0))
ax.tick_params(axis='x', colors="white")
ax.tick_params(axis='y', colors="white")
ax.scatter(tabela_volatilidades_esperadas[indice_do_sharpe_maximo],
           tabela_retornos_esperados_arit[indice_do_sharpe_maximo], c="red")
ax.plot(eixo_x_frenteira_eficiente, eixo_y_frenteira_eficiente)
plt.xlabel("Volatilidade esperada")
plt.ylabel("Retorno esperado")
nome_arquivo_grafico = os.path.join(output_graficos, f'gráfico{contador}.png')
plt.savefig(nome_arquivo_grafico, dpi=300)
plt.clf()
contador += 1
print(contador)

```

```

dados_para_excel = {
    'Ativo 1': tabela_pesos[indice_do_sharpe_maximo][0],
    'Ativo 2': tabela_pesos[indice_do_sharpe_maximo][1],
    'Ativo 3': tabela_pesos[indice_do_sharpe_maximo][2],
    'Ativo 4': tabela_pesos[indice_do_sharpe_maximo][3],
    'Volatilidade Sharpe Máximo':
tabela_volatilidades_esperadas[indice_do_sharpe_maximo],
    'Retorno Sharpe Máximo': tabela_retornos_esperados_arit[indice_do_sharpe_maximo],
    'Ação 1': lista_acoes[index][0],
    'Ação 2': lista_acoes[index][1],
    'Ação 3': lista_acoes[index][2],
    'FII': lista_acoes[index][3]
}
resultados_carteiras.append(dados_para_excel)
df_resultados = pd.DataFrame(resultados_carteiras)

caminho_arquivo_excel = 'C:\\Users\\ resultado.xlsx'
df_resultados.to_excel(caminho_arquivo_excel, index=True)

```

APÊNDICE – C

ALGORITMO 3.

#obter performance das carteiras. Valores iniciais e finais das ações e dividendos.

```

import pandas as pd
from pathlib import Path
import yfinance as yf
import datetime as dt
import vectorbt as vbt

data_inicio = dt.date(2021, 12, 30)
data_final = dt.date(2022, 1, 3)
capital_inicial = 1000000
contador = 1

def obter_acoes_compradas(tickers, data, data_final, capital_inicial, pesos, splits_totais):
    precos = yf.download(tickers, start=data, end=data_final)['Close']
    precos_finais = yf.download(tickers, start='2022-12-29', end='2023-01-02')['Close']

```

```

alocacao = list(map(lambda x: x * capital_inicial, pesos))
acoes_compradas_inicial = (alocacao / precos).astype(int)
acoes_compradas = acoes_compradas_inicial.copy()

```

```

for ticker in tickers:

```

```

    splits = splits_totais[ticker]

```

```

    for split_data, split_ratio in splits.items():

```

```

        if pd.to_datetime(split_data).date() >= data:

```

```

            acoes_compradas[ticker] = acoes_compradas[ticker] * split_ratio

```

```

return acoes_compradas_inicial, acoes_compradas, precos, precos_finais

```

```

def verificar_splits(tickers):

```

```

    splits_totais = {}

```

```

    for ticker in tickers:

```

```

        splits = yf.Ticker(ticker)

```

```

        splits_totais[ticker] = splits.splits

```

```

    return splits_totais

```

```

def obter_dividendos(tickers, acoes_compradas):

```

```

    dados_dividendos = vbt.YFData.download(tickers, start='2022-01-01')

```

```

    dividendos = dados_dividendos.get('Dividends')

```

```

    dividendos_totais = {}

```

```

    acoes_finais = {}

```

```

    for ticker in tickers:

```

```

        quantidade_comprada = acoes_compradas[ticker]

```

```

        total_dividendos = dividendos[ticker].sum() * quantidade_comprada

```

```

        dividendos_totais[ticker] = total_dividendos

```

```

        acoes_finais[ticker] = quantidade_comprada

```

```

    return dividendos_totais, acoes_finais

```

```

def iterar_excel(caminho_excel, contador):

```

```

    dfs_resultados = []

```

```

df_excel = pd.read_excel(caminho_excel)

for _, linha in df_excel.iterrows():
    tickers = linha['tickers'].split(',')
    pesos_das_acoes = list(map(float, linha['pesos_das_acoes'].split(',')))

    splits_totais = verificar_splits(tickers)
    acoes_compradas_inicial, acoes_compradas, precos, precos_finais =
obter_acoes_compradas(tickers, data_inicio, data_final, capital_inicial, pesos_das_acoes,
splits_totais)
    dividendos_totais, acoes_finais = obter_dividendos(tickers, acoes_compradas)

    df_dividendos_totais = pd.DataFrame(list(dividendos_totais.items()), columns=['Ticker',
'Dividendos Totais'])
    df_dividendos_totais['Dividendos Totais'] = df_dividendos_totais['Dividendos
Totais'].apply(lambda x: x.iloc[0])
    df_dividendos_totais['Acoes Iniciais'] = df_dividendos_totais['Ticker'].apply(lambda x:
acoes_compradas_inicial.get(x, 0))
    df_dividendos_totais['Acoes Finais'] =
df_dividendos_totais['Ticker'].map(acoes_finais).apply(lambda x: x.iloc[0])
    df_dividendos_totais['Preços Iniciais'] =
df_dividendos_totais['Ticker'].map(precos.mean())
    df_dividendos_totais['Preços Finais'] =
df_dividendos_totais['Ticker'].map(precos_finais.mean())

    dfs_resultados.append(df_dividendos_totais)
    print(contador)
    contador += 1
    if contador % 100 == 0:
        caminho_arquivo_excel_output = Path(f'C:\\Users\\resultado_{contador}.xlsx')
        resultado_parcial = pd.concat(dfs_resultados, ignore_index=True)
        resultado_parcial.to_excel(caminho_arquivo_excel_output, index=False)
        dfs_resultados = []
    else:
        continue

```

```
return pd.concat(dfs_resultados, ignore_index=True)
```

```
caminho_arquivo_excel_input = Path('C:\\\\Users\\excel_input.xlsx')
```

```
resultado_final = iterar_excel(caminho_arquivo_excel_input, contador)
```