

**RAFAELA MARTINS ALVARES**

**PROGRAMAÇÃO POR METAS E ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS NA  
AVALIAÇÃO DE UNIDADES DE PRODUÇÃO GLOBAL: UMA APLICAÇÃO EM  
UMA EMPRESA DO SEGMENTO QUÍMICO**

**RAFAELA MARTINS ALVARES**

**PROGRAMAÇÃO POR METAS E ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS NA  
AVALIAÇÃO DE UNIDADES DE PRODUÇÃO GLOBAL: UMA APLICAÇÃO EM  
UMA EMPRESA DO SEGMENTO QUÍMICO**

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Engenharia de Produção Mecânica da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Engenharia de Produção Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Aneirson Francisco da Silva

Guaratinguetá  
2015

A473p

Alvares, Rafaela Martins

Programação por metas e análise envoltória de dados na avaliação de unidades de produção global: uma aplicação em uma empresa do segmento químico / Rafaela Martins Alvares – Guaratinguetá, 2015.

42 f : il.

Bibliografia: f. 39-42

Trabalho de Graduação em Engenharia de Produção Mecânica –  
Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá,  
2015.

Orientador: Prof. Dr. Aneirson Francisco da Silva

Coorientador: Prof. Dr. José Roberto Dale Luche

1. Indústria química 2. Eficiência industrial 3. Otimização matemática

I. Título

CDU 66.013

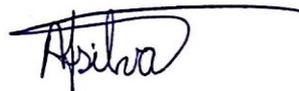
**Nome completo do autor**

ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO  
PARTE DO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE  
“GRADUADO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO MECÂNICA”

APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE  
GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO MECÂNICA

Prof. Dr<sup>a</sup>. ARMINDA EUGENIA MARQUES CAMPOS  
Coordenador

**BANCA EXAMINADORA:**



Prof. Dr. ANEIRSON FRANCISCO DA SILVA  
Orientador/UNESP-FEG



Prof. Dr. JOSÉ ROBERTO DALE LUCHE  
UNESP-FEG



Prof. Dr. FRANCISCO ALEXANDRE DE OLIVEIRA  
UNESP-FEG

**Dezembro de 2015**

## **DADOS CURRICULARES**

**Rafaela Martins Alvares**

<b>NASCIMENTO</b>	27.06.1991 – BEBEDOURO / SP
<b>FILIAÇÃO</b>	Valmir Donizete Alvares Marilda Martins
<b>2010/2015</b>	Curso de Graduação Engenharia de Produção Mecânica - UNESP

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a *Deus* por me permitir a vida e assim , com saúde, esforço e determinação, concluir este curso.

Agradeço à minha família, *Valmir Donizete Alvares, Marilda Martins, Jéssica Martins Alvares e Leonardo Martins Alvares* por me apoiarem em todos os momentos que vivemos até aqui e serem minha base fortalecedora de cada dia.

Agradeço ao meu orientador, , Prof. Dr. Aneirson Francisco da Silva por me auxiliar no desenvolvimento deste trabalho, bem como pelos ensinamentos providos por todas disciplinas nas quais tive a oportunidade de ser sua aluna.

Às minhas amigas e amigos, à *República Bela Espelunca* por me acolher como uma segunda família e em especial à *Camila Dias de Oliveira e Juliana Pissolati Sakomura* por me acompanharem todos estes anos com muito amor e amizade.

“Pensamos demasiadamente e sentimos muito pouco. Necessitamos mais de humildade que de máquinas. Mais de bondade e ternura que de inteligência. Sem isso, a vida se tornará violenta e tudo se perderá.”

Charles Chaplin

ALVARES, R. M. **Programação por metas e análise envoltória de dados na avaliação de unidades de produção global: uma aplicação em uma empresa do segmento químico.** 2015. 42f. Trabalho de Graduação (Graduação em Engenharia de Produção Mecânica) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2015.

## **RESUMO**

Considerando a alta competitividade recorrente no mercado, a aplicação de métodos quantitativos podem auxiliar na análise de eficiência entre as unidades de produção dos setores de exportação e importação de uma indústria do setor químico. Nesse sentido, este trabalho aplicará o modelo de otimização GPDEA-BCC com o objetivo de desenvolver uma análise entre as unidades de produção desta indústria química. Assim, escolheu-se as variáveis relevantes para os processos e elaborou-se uma comparação final entre os resultados obtidos pela ferramenta de otimização e os índices de desempenho fornecidos pela empresa. Estes resultados indicaram que algumas unidades de produção devem ser monitoradas com mais atenção, pois algumas delas apresentaram uma eficiência baixa quando analisadas com multicritérios.

**PALAVRAS-CHAVE:** Eficiência. GPDEA. Indústria Química

**ALVARES, R. M. Goal programming and data envelopment analysis in the evaluation of global production units: an application in a company in the chemical segment.** 2015. 42f. Graduate Work (Graduate in Mechanical Production Engineering) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2015.

### **ABSTRACT**

Considering the high competitiveness in the market, the application of quantitative methods can assist in analyzing the efficiency of production facilities of areas of export and import processes of the chemical industry sector. In this sense, this work aims to apply the model GPDEA-BCC optimization in order to develop an analysis of the production units of this chemical industry. So, were chosen variables relevant to the process and elaborated a final comparison between the results obtained by the optimization tool and performance indexes provided by the company. These results indicated that some production units should be monitored more carefully because some of them had a low efficiency when analyzed with multi criteria.

**KEYWORDS:** Efficiency. GPDEA. Chemical Industry

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Indústria química-Brasil- Projeções para 2020.....	15
Figura 2 - Tipos de pesquisa.....	16
Figura 3 - Etapas do trabalho.....	17
Figura 4 - Conjunto de Produção.....	19
Figura 5 - Rendimentos de Escala .....	20
Figura 6 - Produtividade x Eficiência.....	21
Figura 7 - DEA com orientação <i>output</i> - 2 <i>output</i> e 1 <i>input</i> .....	24
Figura 8 - Fases da pesquisa.....	31

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - DMUs e Descrição das unidades de produção .....	32
Tabela 2 - Matriz de <i>input</i> e <i>output</i> .....	34
Tabela 3 - Índices de eficiência GPDEA-BCC .....	35
Tabela 4 - Alvos das DMUs ineficientes .....	36

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABIQUIM	Associação Brasileira da Indústria Química
BCC	Retorno Variável de Escala
CCR	Retorno Constante de Escala
DEA	Análise envoltória de dados
DMU	<i>Decision Making Units</i>
GPDEA	<i>Goal Programming and Data Envelopment Analysis</i>

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>12</b>
1.2	OBJETIVOS .....	13
1.2.1	<b>Objetivo geral.....</b>	<b>13</b>
1.2.2	<b>Objetivo específico .....</b>	<b>14</b>
1.3	DELIMITAÇÃO .....	14
1.4	JUSTIFICATIVA .....	14
1.5	MATERIAIS E MÉTODOS.....	15
1.6	ESTRUTURA DO TRABALHO .....	17
<b>2</b>	<b>REFERENCIAL TEÓRICO .....</b>	<b>18</b>
2.1	TEORIA MICROECONÔMICA DE PRODUÇÃO.....	18
2.1.1	<b>Definições gerais .....</b>	<b>18</b>
2.1.2	<b>Eficiência e produtividade .....</b>	<b>20</b>
2.1.3	<b>Conceito de eficiência de koopmans e debreu-farrell.....</b>	<b>22</b>
2.2	ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS .....	23
2.3	GPDEA.....	26
<b>3</b>	<b>DESCRIÇÃO DO PROBLEMA E MODELAGEM.....</b>	<b>30</b>
3.1	CONTEXTUALIZAÇÃO .....	30
3.2	MODELAGEM .....	30
<b>4</b>	<b>CONCLUSÃO E RECOMENDAÇÃO PARA FUTURAS PESQUISAS .....</b>	<b>37</b>
4.1	VERIFICAÇÃO DOS OBJETIVOS .....	37
4.2	RECOMENDAÇÕES PARA FUTURAS PESQUISAS .....	37
	REFERÊNCIAS .....	39

## 1 INTRODUÇÃO

### 1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO E QUESTÃO DE PESQUISA

A indústria química é responsável pelo fornecimento de uma grande variedade de insumos e produtos para as diferentes cadeias produtivas (ABIQUIM,2015). Por estar presente em diversos segmentos econômicos, possui um giro intensivo de capital e o investimento no setor é constante devido à busca por novas soluções e avanços tecnológicos (ABIQUIM,2015).

As empresas que pertencem ao segmento químico caracterizam-se por uma série de variáveis as quais interferem no processo produtivo e impactam direta e indiretamente no consumidor (FREITAS,2005). Além de oferecer um preço adequado, a flexibilidade nas empresas devem ser suficientes para produzir produtos com menor tempo em relação ao concorrente. Desta forma, realizar um balanço entre produção e estoque para evitar falta de produtos no mercado e excesso no estoque, além de adaptar a produção às novas tendências do mercado (FREITAS, 2005).

Existem alguns critérios da competitividade, como custo, qualidade e flexibilidade que devem ser avaliados de forma integrada para buscar medidas que favoreçam a cadeia de forma equilibrada (SLACK e LEWIS, 2008). Algumas técnicas podem auxiliar os gestores na tomada de decisão e como determinados assuntos são de interesse para as organizações produtivas (COOK e SEIFORD, 2009), a modelagem quantitativa é uma técnica a qual pode contribuir para um melhor desempenho do processo.

Dentre as modelagens quantitativas que auxiliam os gestores na tomada de decisão, as técnicas de Pesquisa Operacional (PO), como a Análise Envoltória de Dados (*Data Envelopment Analysis* – DEA) proposta por Charnes, Cooper e Rhodes (1978), tem sido amplamente utilizada como ferramenta para avaliar e melhorar a performance de operação de manufaturas e de serviços, permitindo um destaque no mercado (LIM, BAE e HAY, 2011). O método avalia a eficiência de cada “*Decision Making Unit*”(DMU) em relação a uma DMU semelhante (ZERAFAT *et al.* , 2015).

Um elemento importante na medida de eficiência é a função de produção que define a relação entre *input*(entrada) e *output*(saída) da tecnologia de produção. Matematicamente, a função de produção refere-se à quantidade de *output* como uma função da quantidade de *input* usada para gerar essa saída (ZERAFAT *et al.*, 2015).

Alguns problemas tem aparecido nas aplicações avançadas de DEA. Dois problemas inter-relacionados e que são bem conhecidos é a lacuna entre o poder de discriminação e a geração de pesos irrealistas (*unrealistic weight dispersion*). Em relação à discriminação, o problema ocorre quando o número de DMUs sob avaliação, não é grande suficiente quando comparado ao total de *input-output* (BANKER *et. al.*, 1989). Nestas situações, os modelos clássicos de DEA (CCR e BCC) frequentemente identificam muitas DMUs como eficientes. Existem algumas alternativas para evitar estas situações, tais como utilizar o conceito de supereficiência, modelos DEA com múltiplos critérios e também o método da eficiência cruzada, contudo, estas abordagens podem gerar problemas de inviabilidade e aumento da complexidade do modelo (BAL *et al.*, 2010).

Já quanto à geração de pesos irrealistas para o DEA, o problema ocorre quando algumas DMUs são classificadas como eficientes porque os pesos de *input* e *output* possuem valores extremos ou zero. Neste caso, há técnicas de restrição aos pesos que tem sido propostas para evitar este tipo de problema, mas também têm sido relatados casos de soluções inviáveis para os pesos, além do fato de que estes métodos acrescentam restrições ao modelo DEA tornando-o mais difícil de ser resolvido (BAL *et al.*, 2010).

Neste trabalho será utilizado o modelo GPDEA (*Goal Programming and Data Envelopment Analysis*), o qual possui uma dispersão de pesos de entradas e saídas mais equilibradas quando comparado ao modelo DEA clássico, além de reduzir o número de DMUs eficientes sem qualquer restrição adicional sobre os pesos. Estes modelos também apresentam a propriedade de serem invariantes com respeito às unidades das variáveis envolvidas (*unit invariance property*) (BAL *et al.*, 2010). Este modelo é utilizado quando a regra de ouro de Banker *et. al.* (1989) não é atendido.

Questão de pesquisa: Há vantagens na utilização da GPDEA para avaliar a eficiência de unidades de produção do segmento químico?

## 1.2 OBJETIVOS

### 1.2.1 Objetivo Geral

Avaliar a eficiência de unidades de produção global de uma empresa de segmento químico.

### 1.2.2 Objetivo Específico

- Utilizar o modelo de otimização GPDEA na avaliação da eficiência.
- Pretende-se verificar a confiabilidade do estudo fazendo uma comparação com as medições feitas pela empresa.

### 1.3 DELIMITAÇÃO

A base de dados deste estudo será fornecido por uma empresa brasileira do setor químico, existente desde 1919 a qual atua nas seguintes áreas: automobilístico, cuidados pessoais e domésticos, eletroeletrônico, têxtil, calçados, energia e meio ambiente, óleo e gás, aeronáutico, alimentos, agroquímico, tintas e vernizes, papel e celulose, etc. Esta abrangência de mercado permite uma grande variedade de dados e unidades produtivas. Como foco, serão utilizados dados de processos do setor de exportação e importação, os quais atendem por todas unidades produtivas da empresa. Os dados que serão utilizados são extraídos mensalmente do sistema utilizado pela empresa e consolidado em relatórios para análises mensais.

### 1.4 JUSTIFICATIVA

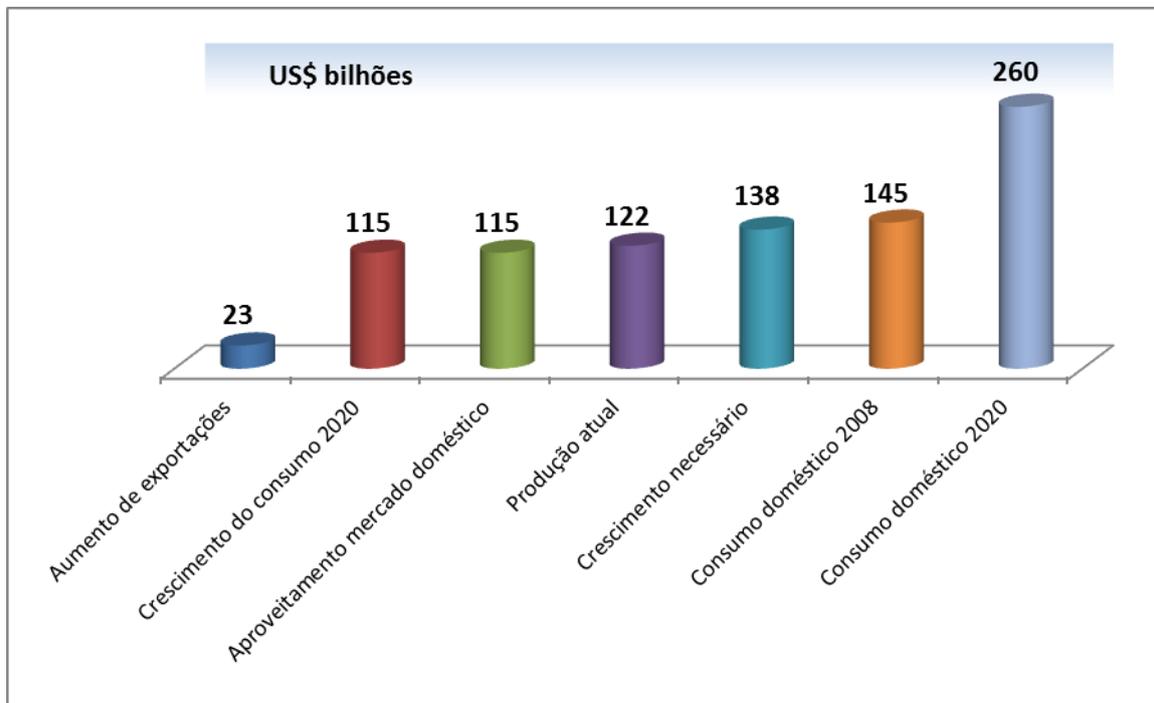
Ao observar o crescimento do setor químico, segundo a ABIQUIM (Associação Brasileira de Indústria Química), tomando-se por base os dados do consumo doméstico (produção mais importações menos exportações) de produtos químicos, que alcançou US\$ 145 bilhões em 2008, bem como as estimativas de crescimento do PIB (4% a.a.) e elasticidade de 1,25, as projeções indicam um consumo doméstico de produtos químicos da ordem de US\$ 260 bilhões em 2020, como pode ser ilustrado graficamente pela Figura 1.

Assim, no mercado industrial comparar a eficiência de uma unidade de produção em relação à outras, é um fator que pode ser determinante para garantir a competitividade. Diante disso, escolheu-se a DEA por ser um método de análise de eficiência que compara uma eficiência revelada (tida como eficiência otimizada) com a eficiência das unidades analisadas, estabelecendo um indicador de avaliação da eficiência da relação insumos/produtos dessas unidades (KASSAI, 2002).

A regra de ouro (Golden Rule) estabelecida por Banker *et al.*, (1989) diz que o número de DMU's deve ser igual a três vezes a soma total do número de variáveis (*input/output*) ou igual ao produto dessas variáveis, sendo adotado o critério que gerar a maior quantidade de DMUs. Cooper *et al.* (2007) afirma que para aplicar os modelos tradicionais de DEA (CCR e BCC), deve-se atender essa regra. Neste estudo, a regra de ouro não será atendida, sendo viável então, a aplicação do modelo GPDEA para haver uma melhor discriminação das DMU's.

Logo, aliando dados fornecidos por uma indústria brasileira do setor químico e aplicando ao GPDEA, espera-se um resultado positivo na análise e comparação de ambos.

Figura 1 Indústria química-Brasil- Projeções para 2020

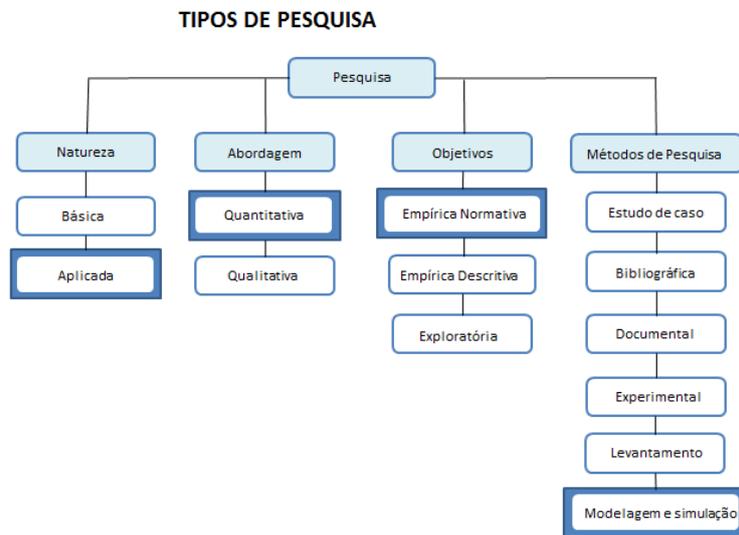


Fonte: Adaptado de Abiquim

## 1.5 MATERIAIS E MÉTODOS

Quanto à classificação do estudo, segundo Bertrand e Fransoo (2002), esta pesquisa é classificada com uma pesquisa aplicada com objetivos empíricos normativos, já que está interessada no desenvolvimento de ações e estratégias no intuito de melhorar a situação atual. A forma de abordar o problema é quantitativa e o método de pesquisa é a modelagem, como está destacado na Figura 2, onde consta os tipos de pesquisa que podem ser seguidos

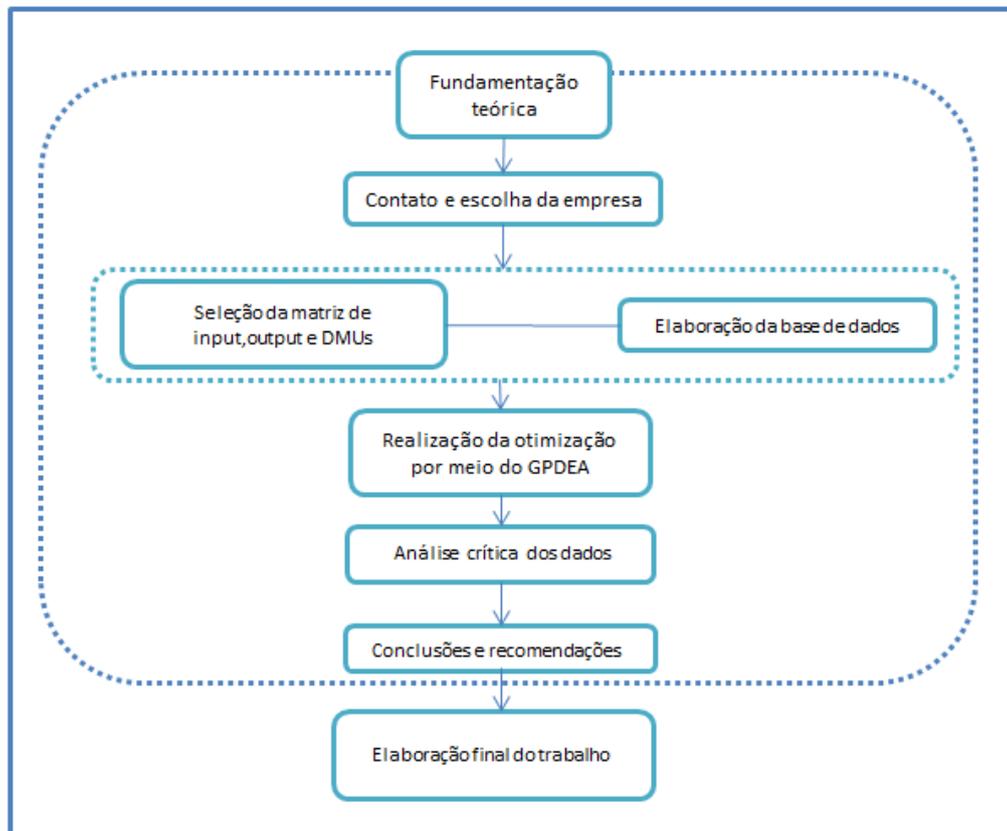
Figura 2 Tipos de pesquisa



Fonte: Adaptado de Bertrand e Fransoo (2002)

A Figura 3 representa as etapas do trabalho a ser desenvolvido, desde a escolha do tema, estudo e consolidação da fundamentação teórica, escolha e contato com a empresa, elaboração das matrizes de *input* e *output* e coleta na base de dados, análise dos resultados e conclusões finais.

Figura 3 Etapas do trabalho



Fonte: o Autor (2015)

## 1.6 ESTRUTURA DO TRABALHO

O presente trabalho está estruturado em 4 capítulos. O primeiro capítulo, abordou as considerações iniciais, os objetivos, delimitação da pesquisa, material e métodos, justificativa e a estrutura do trabalho. O segundo capítulo apresenta a fundamentação teórica de microeconomia e o modelo GP DEA. O terceiro capítulo apresenta a descrição e modelagem do problema e a análise dos dados. O quarto capítulo traz conclusões e recomendações para futuras pesquisas e por fim seguem as referências bibliográficas.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

### 2.1 TEORIA MICROECONÔMICA DE PRODUÇÃO

A Microeconomia preocupa-se com a eficiência na alocação dos fatores de produção, as quantidades de bens e serviços ofertadas e demandadas, os preços absolutos e relativos dos bens e serviços, e a otimização dos recursos orçamentários de cada um dos agentes econômicos (LACOMBE, 2004).

Assim, é importante a análise da área a ser estudada para que haja uma tomada de decisão no intuito de melhorar um processo. O próximo tópico aborda conceitos importantes da teoria de produção que são relevantes para o estudo da eficiência.

#### 2.1.1 Definições Gerais

De acordo com Varian (2010), *input* ou insumos na produção são chamados de fatores de produção como terra, trabalho, capital e matéria-prima. No âmbito da tecnologia considera-se não o tipo de *input* e *output*, mas sim na quantidade destes. Em outras palavras, para efeito de estudos em empresas, por exemplo, o valor de cada entrada e saída é o que agrega para o desenvolvimento do trabalho.

A natureza impõe algumas limitações para as empresas, ou seja, somente certas combinações de *input* são possíveis para produzir uma determinada quantidade de *output* e a empresa deve se limitar a planos de produção tecnologicamente possíveis (VASCONCELLOS, OLIVEIRA E BARBIERI, 2011). A maneira mais fácil de descrever planos de produções viáveis é listá-los. Isto é, pode-se listar todas as combinações de *input* e *output* que são tecnologicamente possíveis. O conjunto de combinações de *input* e *output* que compreendem uma forma tecnologicamente viável para produzir é chamado conjunto de produção (VARIAN, 2010).

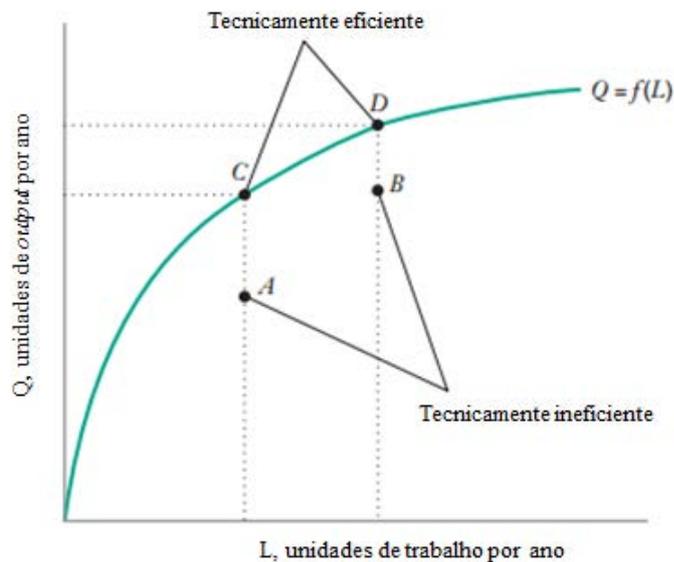
A relação de *input* no processo de produção e resultados, *output*, é descrita pela função de produção. A função de produção mapeia as entradas em relação às saídas (FIORETTI, 2008) e é uma representação matemática de várias receitas tecnológicas a partir do qual uma empresa pode configurar seu processo de produção. Esta função indica o mais alto valor de *output* que a empresa pode produzir para cada combinação específica de *input* (BESANKO e BRAEUTIGAM, 2011).

Podemos escrever a função de produção segundo a equação  $Q = f(L, K)$ , sendo  $Q$  a quantidade de *output*,  $L$  a quantidade de trabalho utilizado e  $K$  a quantidade de capital empregado. Esta função diz a saída máxima que uma empresa poderia começar a partir de uma determinada combinação de trabalho e capital (BESANKO e BRAEUTIGAM, 2011).

Supondo, por exemplo, somente uma entrada, medida por  $x$ , e uma saída, medida por  $y$ , deste modo, o conjunto de produção deve ter uma forma indicada pela Figura 4. Para dizer que o ponto  $(x, y)$  é um conjunto de produção, basta dizer que ele é tecnologicamente viável para produzir  $y$  quantidade de *output* se temos  $x$  quantidade de *input*. Em outras palavras, a função de produção descreve o que é tecnicamente viável quando a empresa opera eficientemente, isso é, a empresa usa cada combinação de *input* de forma tão eficaz quanto possível (PINDYCK e RUBINFELD, 2002).

O conceito de função de produção aplica-se igualmente bem se existem mais de uma *input*. Se, por exemplo, considerarmos o caso de duas *input*, a função de produção  $f = x_1, x_2$  mediria a máxima quantidade de *output*  $y$  que poderíamos ter se tivéssemos  $x_1$  unidades do fator 1 e  $x_2$  unidades do fator 2 (VARIAN, 2010).

Figura 4 Conjunto de Produção

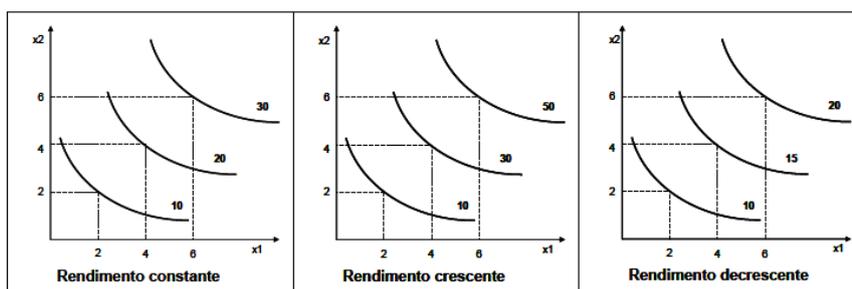


Fonte: Besanko e Braeutigam (2011)

Em caso de dois *input*, uma maneira conveniente de descrever a relação de produção é conhecida como isoquanta. A isoquanta é um conjunto de combinações possíveis de *input* 1 e 2 que são suficientes para produzir uma determinada quantidade de *output* (VARIAN, 2010).

Assim, de acordo com a definição de Pindyck e Rubinfeld (2002), as isoquantas são curvas nas quais são apresentadas todas as possibilidades de combinações de insumos que produzem o mesmo produto. Estes mesmo autores conceituaram os rendimentos de escala como a taxa de crescimento do produto à medida que os insumos crescem proporcionalmente, por exemplo, ao duplicar a quantidade de insumos, pode-se duplicar o volume do produto. A Figura 5 mostra alguns exemplos de rendimento de escala.

Figura 5 Rendimentos de Escala



Fonte: Adaptado de Pindyck e Rubinfeld (2002)

Assim, se o *output* é mais que o dobro quando os *inputs* são dobrados, tem-se um retorno de escala crescente. Quando há um aumento nos *inputs* e ocorre o mesmo aumento proporcional nos *outputs*, tem-se um retorno constante de escala. Outro caso é que o *output* pode ser menos que o dobro quando todos os *input* dobram. Esse é o caso de retorno de escala decrescente (PINDYCK e RUBINFELD, 2002).

### 2.1.2 Eficiência e Produtividade

Eficácia define-se como a capacidade da unidade produtiva atingir a meta de produção, portanto, ligada somente ao que é produzido, sem considerar os recursos utilizados. Já a produtividade é a razão entre o que foi produzido e o que foi gasto para produzir. Basicamente temos (FRIED, LOVELL e SCHMIDT, 2008):

$$\text{Produtividade} = \frac{\text{Saída}}{\text{Entrada}} \quad (2)$$

Normalmente, uma boa produtividade provém de alguma decisão tomada. Assim, as unidades tomaram decisões, e portanto, denominadas “Unidades de Tomada de Decisão” (

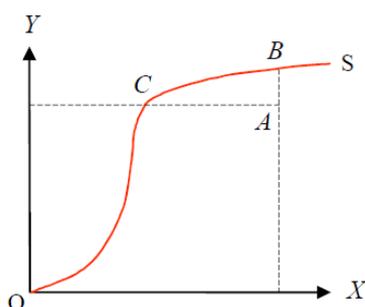
DMU-*Decision Making Unit*). Assim, uma DMU será eficiente quando possuir maior produtividade comparada à outra (VARIAN, 2010).

Entretanto, a eficiência é um conceito relativo, já que compara o que foi produzido a partir dos recursos disponíveis e o que poderia ser produzido utilizando os mesmos recursos.

Na Figura 6, o eixo X representa os Recursos; Y representa a Produção; a curva S, chamada Fronteira de Eficiência, indica o máximo que foi produzido para cada nível de recurso. A região abaixo da curva é chamada de Conjunto Viável de Produção (SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, 2005).

Ao atribuir ganhos a uma entrada ou saída que seriam resultantes de outros fatores não contemplados na análise, os quais podem avaliar o desempenho de uma maneira errada, tem-se uma medida de produtividade parcial (COOPER, SEIFORD e TONE, 2006).

Figura 6 Produtividade x Eficiência



Fonte: Batista (2009)

Idealmente, para evitar essa análise errônea, seria uma medida de produtividade total em que se considera todos os insumos e produtos. O desafio está em como agregar diferentes fatores como trabalho e capital em um único índice. Uma solução proposta é fazer a soma ponderada dos produtos e dividir pela soma ponderada dos recursos utilizados. Considerando um processo que utilize 3 entradas para produzir 2 saídas, a medida de produtividade total será (BATISTA, 2009):

$$Produtividade = \frac{saída_1 \cdot u_1 + saída_2 \cdot u_2}{entrada_1 \cdot v_1 + entrada_2 \cdot v_2 + entrada_3 \cdot v_3} \quad (1)$$

Sendo as variáveis

$u_1$  e  $u_2$  = pesos atribuídos às saídas e

$v_1$ ,  $v_2$  e  $v_3$  = pesos atribuídos às entradas.

É interessante então que a escolha das variáveis que irão fazer parte do índice tenham utilidade. Essa utilidade pode ser incorporada através de pesos que representem o impacto no mercado, gerando assim, um índice econômico de produtividade.

### 2.1.3 Conceito De Eficiência De Koopmans E Debreu-Farrell

Segundo Fried, Lovell e Schmidt (2008) a eficiência econômica possui dois tipos de componentes: o técnico e o alocativo. O primeiro refere-se à capacidade de evitar o desperdício tanto produzindo *output* como tecnologia, quanto evitando desperdício de *input* disponível para o uso. O componente técnico também pode ser entendido como o uso do mínimo de *input*, conforme necessário pela tecnologia e produção de *output*. Assim, a análise de eficiência técnica poder ser orientada para o aumento de *output* ou conservação de *input*. O segundo componente, o alocativo, refere-se à capacidade de combinar *input* e/ou *output* em ótimas proporções na função de prevalecer os preços. Ótimas proporções significa satisfazer as condições de primeira ordem para o problema de otimização atribuído à unidade de produção.

Na linha de conceitos destes dois componentes, Koopmans (1951) providenciou uma definição formal de eficiência técnica, sendo ela: um produto é tecnicamente eficiente se um aumento de qualquer *output* requer a redução de outro *output* ou um aumento de uma *input*, no mínimo. A mesma ideia é válida para as entradas, a redução de qualquer *input* requer um aumento de no mínimo outra *input* ou a redução de no mínimo uma *output*.

A partir da definição de Koopmans (1951), Debreu (1951) e Farrell (1957) introduziram a medida de eficiência técnica. A primeira medida de eficiência técnica surgiu do trabalho de Debreu (1951), pois era necessário medir a ineficiência relativa em um grupo de DMU's em comparação a um conjunto de DMU's eficientes. Esta medida introduzida por Debreu foi denominada *medida radial de eficiência técnica* (FERREIRA e GOMES, 2009).

Baseado no trabalho de Debreu, Farrell construiu uma fronteira linear por partes onde decompôs a medida em dois componentes, a técnica e alocativa.

Førsund e Sarafoglou (2005) comentam sobre o trabalho de Farrell, o qual considera desde aplicações de engenharia até melhores práticas observadas. Assim, empregou-se o conceito de envelopamento “linear por partes” dos dados como estimação mais pessimista da fronteira de eficiência, para que assim, a função fosse a mais próxima possível das observações.

Embora o trabalho de Farrel tenha ficado restrito a casos de somente um produto (mesmo com a tentativa de estender à casos de mais produtos), possibilitou a análise de desempenho das unidades de produção em relação às saídas e entradas utilizadas (COOPER, SEIFORD e ZHU, 2004).

Assim, a medida de Debreu-Farrell traz um novo conceito de eficiência técnica: é a máxima redução (nas entradas) ou expansão (nas saídas) possível dentro da tecnologia mantendo a mesma produção ou o mesmo consumo, dependendo da orientação. Embora seja utilizada com frequência, a definição de eficiência técnica de Debreu-Farrell não coincide com a definição de eficiência técnica de Pareto-Koopmans. A eficiência técnica Debreu-Farrell é necessária, mas não é suficiente para se obter a eficiência técnica segundo Pareto-Koopmans (FRIED, LOVELL e SCHMIDT, 2008). Desta maneira, Charnes, Cooper e Rhodes (1978) partiram da medida de Farrell para sua análise e desenvolvimento da Análise Envoltória de Dados.

## 2.2 ANÁLISE ENVOLTÓRIA DE DADOS

O principal objetivo da análise envoltória de dados é avaliar a eficiência de unidades produtivas que possuem funções similares, chamadas de DMU (como citado acima). Essas unidades são comparadas entre elas e diferenciadas pela quantidade de recursos (*input*) que consomem e os bens que produzem (*output*) (SILVA, PAMPLONA e SALOMON, 2015).

O modelo DEA, além de analisar as DMU's eficientes, também permite medir e localizar a ineficiência e estimar uma função linear de produção que fornece o benchmark para as DMU's classificadas como ineficientes. O *benchmark* pode ser estabelecido pela projeção de DMU's ineficientes na fronteira de eficiência (SILVA, PAMPLONA e SALOMON, 2015).

Toda combinação possível de *input* gera o máximo possível de *output* (orientação para *output*) ou todo *output* é produzido usando o mínimo possível de combinação de *input* (orientação para *input*) (ZERAFAT *et al.*, 2015).

Alguns critérios devem ser atendidos para as variáveis de entrada e saída de cada DMU como proposto por Cooper, Seiford e Tone (2006), seguem abaixo:

- A escolha das variáveis e DMUs devem representar os interesses dos gestores;
- Deve-se preferir um uso menor do número de variáveis de entradas comparado ao número das variáveis de saídas;

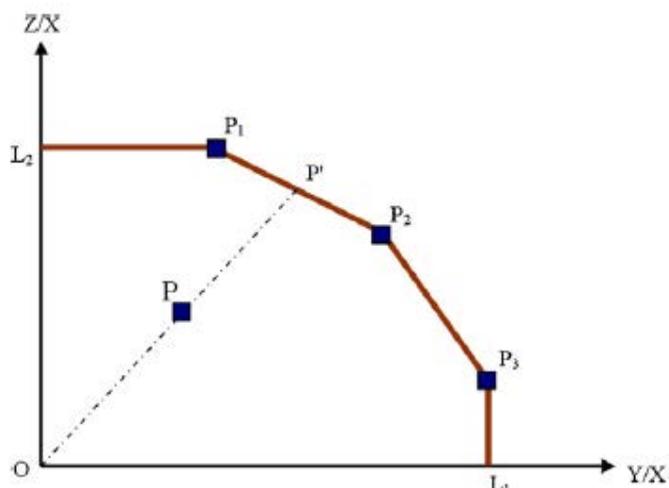
- Quando o número de DMUs for igual ou maior que três vezes a soma do número de variáveis de entrada e de saída, recomenda-se aplicar os modelos clássicos CCR e BCC.

Para proporcionar uma boa discriminação de eficiência entre as DMUs, os modelos clássicos do DEA – CCR (Retorno Constante de Escala), de Charnes, Cooper e Rhodes (1978), e BCC (Retorno Variável de Escala), de Banker, Charnes e Cooper (1984) – devem atender ao terceiro critério (SILVA, MARINS e SANTOS, 2014).

Pode-se demonstrar graficamente o conceito de fronteira de eficiência como sendo uma curva limítrofe que abrange todos os pontos estudados, sendo aqueles situados na própria curva os de maior grau de eficiência. Esse comportamento de envolver os dados dentro de uma região de estudo por meio de uma fronteira é o que dá ao método o nome de DEA.

Tomando o exemplo, tem-se na isoquanta L1-L2 uma fronteira de eficiência DEA contendo DMU's com grau máximo de eficiência (identificadas como  $P_1$ ,  $P_2$  e  $P_3$ ), relativamente ao conjunto de DMUs analisadas. A DMU P, localizada fora da fronteira de eficiência e envolvida pela mesma, como demonstrada na Figura 7, é considerada ineficiente em relação a  $P_1$ ,  $P_2$  e  $P_3$  (OLIVEIRA, 2013).

Figura 7 DEA com orientação *output* - 2 *output* e 1 *input*



Fonte: Hatami-Marbini, Emrouznejad e Tavana (2011)

Os modelos de DEA diferem entre si na forma de apresentar a fronteira de eficiência e no posicionamento das unidades não eficientes em relação à fronteira. O modelo CCR, por depender da premissa de que os retornos de escala sejam constantes, tem sua aplicação

limitada a problemas de seleção de uma dentre várias DMUs. Já o modelo BCC, por admitir retornos de escala variáveis, é utilizado para comparação de eficiência entre as DMUs e para a identificação das melhores práticas (BANKER, CHARNES e COOPER, 1984).

A formulação típica do modelo de Programação Fracionária:

$$E_j = \max \frac{\sum_{r=1}^s u_r Y_{r0}}{\sum_{i=1}^m v_i X_{i0}} \quad (2)$$

S. a.

$$\frac{\sum_{r=1}^s u_r Y_{rj}}{\sum_{i=1}^m v_i X_{ij}} \leq 1, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

$$u_r \geq 0, \quad r = 1, 2, \dots, s \quad (4)$$

$$v_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (5)$$

Considerando que  $DMU_0$  seja a DMU sob avaliação,  $E_j$  é a eficiência relativa de  $DMU_0$ ;  $y_{r0}$  e  $x_{i0}$  são os *input* e *output* de  $DMU_0$ ;  $j$  o índice da DMU (variando de 1 até  $n$  DMUs);  $r$  é o índice do *output* (variando de 1 até  $s$  *output*);  $i$  é o índice do *input* (variando de 1 até  $m$  *input*);  $y_{rj}$  é o valor do  $r$ -ésimo *output* para a  $j$ -ésima DMU;  $x_{ij}$  é o valor do  $i$ -ésimo *input* para a  $j$ -ésima DMU;  $u_r$  é o peso associado ao  $r$ -ésimo *output*;  $v_i$  é o peso associado ao  $i$ -ésimo *input*. A resolução do problema de DEA atua na obtenção de valores para os pesos  $u_r$  e  $v_i$  que, multiplicados respectivamente pelas quantidades de *input* e *output*, retornem a máxima eficiência ( $E_j = 1$ ) para o conjunto das DMUs analisadas.

Essa formulação de múltiplas soluções pode ser linearizada transformando-se o denominador da equação (3) numa restrição fixada no valor 1. Cabe mencionar que estes modelos são primais, ou seja, são conhecidos como modelos dos multiplicadores com orientação ao *input*.

$$E_j = \max \sum_{r=1}^s u_r Y_{r0} \quad (6)$$

Sujeito a:

$$\sum_{i=1}^m v_i X_{i0} = 1 \quad (7)$$

$$\sum_{r=1}^s u_r Y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i X_{ij} \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (8)$$

$$u_r \geq 0, \quad r = 1, 2, \dots, s \quad (9)$$

$$v_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (10)$$

Já a formulação do modelo DEA BCC é dada por:

$$E_j = \max \sum_{r=1}^s u_r Y_{r0} + c_0 \quad (11)$$

S. a. 
$$\sum_{i=1}^m v_i X_{i0} = 1 \quad (12)$$

$$\sum_{r=1}^s u_r Y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i X_{ij} + c_0 \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (13)$$

$$u_r \geq 0, \quad r = 1, 2, \dots, s \quad (14)$$

$$v_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (15)$$

$$c_0 \text{ irrestrita} \quad (16)$$

Comparando os dois modelos, CCR e BCC, nota-se que a diferença entre ambos é a variável irrestrita  $c_0$ , a qual representa os retornos variáveis de escala do modelo BCC.

### 2.3 GPDEA

No intuito de homogeneizar a distribuição de pesos de *input* e *output* e melhorar o poder de discriminação do DEA, Bal, Örkücü e Çelebioğlu (2010) agregaram os conceitos de Programação por Metas (*Goal Programming-GP*) proposta por Charnes e Cooper (1961), na análise envoltória de dados.

A partir de um alvo estabelecido, os gestores devem associar metas (ou goals) para decidir qual é a penalização mais adequada para as variáveis de desvio. Estas variáveis estão associadas à obtenção de valores acima ( $d_i^+$ ) ou abaixo ( $d_i^-$ ) do valor alvo estabelecido. Afim de melhorar o desempenho dos modelos até então existentes do DEA e assim possibilitar uma melhor discriminação das DMU's eficientes, Bal, Örkücü e Çelebioğlu (2010) idealizaram a aplicação do *Goal Programming* criando assim, o *Goal Programming and Data Envelope*

*Analysis* – GPDEA). Diferentemente dos modelos clássicos do DEA, estes “novos” modelos evitam a ponderação excessiva.

O modelo GPDEA proposto por Bal, Örkücü e Çelebioğlu (2010) é derivado de um modelo multiobjetivo DEA, e foi escrito e proposto por Li e Reeves (1999). Segue o modelo nas expressões de (18) a (24):

$$\min d_0 \left( \text{or } \max \sum_{r=1}^s u_r \cdot y_{r0} \right) \quad (17)$$

$$\min M$$

$$\min \sum_{j=1}^n d_j$$

$$\sum_{i=1}^m v_i \cdot x_{i0} = 1 \quad (18)$$

$$\text{s.a. : } \sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + d_j = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (19)$$

$$M - d_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (20)$$

$$u_r \geq 0, \quad r = 1, 2, \dots, s \quad (21)$$

$$v_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (22)$$

$$d_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (23)$$

Considerando as variáveis como:

- $d_j$  a variável de desvio para a DMU  $j$ ;
- $M = \max \{d_j\}$  o valor máximo de variação das variáveis de desvio;
- $d_0$  o valor da eficiência para a DMU que está sendo analisada.

Os demais parâmetros e variáveis já foram definidos anteriormente.

Os modelos GPDEA-CCR (Retorno Constante de Escala) e GPDEA-BCC (Retorno Variável de Escala) foram obtidos por Bal, Örkücü e Çelebioğlu (2010) por meio da associação

de metas (SILVA, MARINS e MONTEVECHI, 2013) e múltiplas funções objetivos do modelo de Li e Reeves (1999), como demonstrado nas expressões abaixo:

GPDEA-CCR

$$\min a = \left( d_1^- + d_1^+ + d_2^- + \sum_{j=1}^n d_{3j}^- + \sum_{j=1}^n d_j \right) \quad (24)$$

$$\text{s.a.:} \quad \sum_{i=1}^m v_i x_{io} + d_1^- - d_1^+ = 1 \quad (25)$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{ro} + d_2^- - d_2^+ = 1 \quad (26)$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + d_j = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (27)$$

$$M - d_j + d_{3j}^- - d_{3j}^+ = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (28)$$

$$u_r \geq 0, \quad r = 1, 2, \dots, s \quad (29)$$

$$v_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (30)$$

$$d_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (31)$$

$$d_1^+, d_1^-, d_2^+, d_2^- \geq 0, \quad d_{3j}^-, d_{3j}^+ \geq 0 \quad (32)$$

GPDEA-BCC

Segue nas expressões de (34) a (42) o modelo GPDEA- BCC:

$$\min a = \left( d_1^- + d_1^+ + d_1^- + \sum_{j=1}^n d_{3j}^- + \sum_{j=1}^n d_j \right) \quad (33)$$

$$\text{s.a.:} \quad \sum_{i=1}^m v_i x_{i0} + d_1^- - d_1^+ = 1 \quad (34)$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{r0} + c_0 + d_2^- - d_2^+ = 1 \quad (35)$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m v_i x_{ij} + c_0 + d_j = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (36)$$

$$M - d_j + d_{3j}^- - d_{3j}^+ = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (37)$$

$$u_r \geq 0, \quad r = 1, 2, \dots, s \quad (38)$$

$$v_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (39)$$

$$d_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (40)$$

$$d_1^+, d_1^-, d_2^+, d_2^- \geq 0, \quad d_{3j}^-, d_{3j}^+ \geq 0 \quad (41)$$

Sendo:

- $d_1^-, d_1^+$ , as variáveis de desvio indesejáveis para a meta que restringe a soma ponderada das entradas ao valor de 1 (100%);
- $d_2^+$  a variável de desvio indesejável para a meta que restringe a soma ponderada das saídas a ser menor ou igual a 1(100%);
- $d_2^-$  a variável de desvio desejável para a meta que restringe a soma ponderada das saídas a ser menor ou igual a 1 (100%);
- $d_{3j}^-$  a variável de desvio indesejável, da DMU  $j$ , para a meta que tem M como o desvio máximo;
- $d_{3j}^+$  as variáveis de desvio desejável, da DMU  $j$ , para a meta que tem M como o desvio máximo;

- $d_j$  a variável de desvio indesejável, da DMU  $j$ , com relação ao desvio máximo  $M$  que é desvio máximo;
- E  $c_0$  a variável irrestrita de sinal que determina o retorno variável de escala.

### 3 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA E MODELAGEM

#### 3.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

O cenário é uma empresa do setor químico na área de logística de importação e exportação. A matriz de entradas e saídas foi obtida a partir de dados que são analisados mensalmente pela área.

Os dados são ajustados em uma base com o nome “Consolidado”. Os consolidados são documentos com informações de todos os processos realizados no mês de referência tanto para importação quanto para exportação.

Estes consolidados são a chave para a elaboração do chamado “Flash”. Neste relatório elaboram-se diversos gráficos onde se permite analisar de maneira clara o resultado dos processos do mês, como, por exemplo, a quantidade de não-conformidades para cada unidade de produção e os principais motivos relacionados a cada processo.

A partir da elaboração do *Flash* de cada área, as informações são resumidas com os principais indicadores, como por exemplo: quantidade de processos do mês, faturamento, quantidade de não-conformidades, etc, no BSC (*Balanced Scorecard*). Desta maneira, é possível uma análise geral de cada área, comparando-se com os meses anteriores e até mesmo a média do ano anterior.

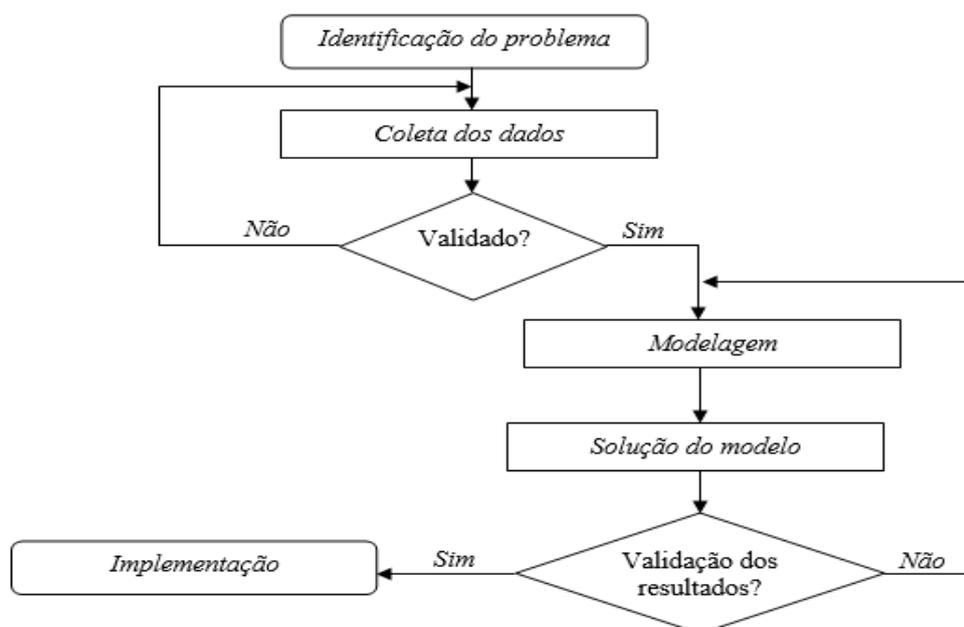
Os processos considerados para estes trabalho foram de modais marítimos e rodoviários e desconsiderados os casos de embarque a granel.

#### 3.2 Modelagem

A partir das informações fornecidas pela empresa, foi possível desenvolver a modelagem do estudo. A modelagem pode ser vista como a etapa da pesquisa na qual define-se as variáveis determinantes e as relações matemáticas que descrevem o sistema estudado (SILVA, MARINS e MONTEVECHI, 2013).

Neste trabalho foi aplicado o modelo GPDEA-BCC com orientação para *input* com o intuito de medir e comparar a eficiência 15 unidades de produção. A Figura 8 ilustra as fases da pesquisa realizada.

Figura 8 Fases da pesquisa



Fonte: Silva, Marins e Montevechi (2013)

**Etapa (a) – Identificação do problema** – O problema consiste em avaliar a eficiência de 15 unidades de produção de uma indústria química por meio da ferramenta de otimização GPDEA.

**Etapa (b) - Coleta dos dados** – O estudo foi realizado com informações de um período de um ano, desde o mês de agosto de 2014 a agosto de 2015. Para todos os parâmetros de análise utilizados na matriz, foi feita uma média do período.

As DMU's são unidades produtivas da empresa química em estudo, e cada uma possui características e produtos diferentes na fabricação. As DMUs de números 1,3,5,7,9,11,13 e 15 referem-se à processos de exportação. As DMUs de números 2,4,6,8,10,12 e 14 referem-se à processos de importação. A Tabela 1 descreve a área de fabricação de cada DMU.

Tabela 1 DMUs e Descrição das unidades de produção

<b>DMUs</b>	<b>Descrição das unidades de produção</b>
1 e 2	Unidade de produção que desenvolvem solventes oxigenados e fabrica produtos à base de fenol e derivados
3 e 4	Desenvolve surfactantes especiais e soluções baseadas em polímeros para cosméticos, detergentes, agroquímicos, revestimentos, petrolífera e outras aplicações de mercado industrial.
5 e 6	Desenvolve fios de poliamida para o mercado latino-americano.
7 e 8	Oferece plásticos de engenharia à base de poliamida de alta performance para a indústria automotiva, elétrica, eletrônica, artigos esportivos, e mercado de lazer.
9 e 10	Produz polímeros e intermediários derivados da cadeia de valor da Poliamida 6.6
11 e 12	Oferece sílicas de alto desempenho para fabricantes de pneus a nível mundial
13	Produtos químicos farmacêuticos
14 e 15	É um produtor global de “filter tow”, matéria-prima utilizada na confecção de filtros de cigarros.

Foi utilizado o modelo GPDEA BCC para modelar o problema e tem-se como entradas e saídas as seguintes variáveis:

#### Entradas

- OTIF - Carregamento: mede se a carga foi carregada dentro da data prevista. Exemplo: delta entre data de carregamento x previsão de carregamento. A régua é de sete dias.
- Quantidade de ordens: quantidade de processos (ordens) embarcadas no mês de referência.
- Registro de Faturas: mede o tempo de entrega a partir do transportador para a equipe que registra essas faturas (régua de sete dias). Impacta diretamente na eficiência da exportação.
- Desembaraço: mede em quanto tempo a carga foi desembaraçada. Conceitualmente, é a liberação da mercadoria pela alfândega depois da documentação ser verificada.

## Saídas

- OTIF - Destino: mede se a carga foi entregue dentro da data prevista. Exemplo: delta entre data de chegada ao porto de destino x previsão de chegada ao porto de destino. A régua é de sete dias.
- Faturamento: Faturamento mensal dos processos embarcados. O valor do faturamento foi normalizado e posteriormente multiplicado por  $10^6$ .
- Registro de Faturas: mede o tempo entre o recebimento da fatura pela a equipe e o registro desta no sistema (régua de 5 dias).
- Não-Conformidades Internas: mede a ineficiência do Business.

**Etapa (c) - Modelagem** – Utilizou-se o *software General Algebraic Modeling System* (GAMS) na versão 24.5.4 e SOLVER CPLEX na versão 12.6. Os resultados foram obtidos em planilha de Excel geradas pelo GAMS.

### **Índices:**

$j$  é o índice de DMU,  $j \in J$ ,  $J = \{1, 2, 3, \dots, 15\}$ ;

$r$  é o índice de output,  $r \in R$ ,  $R = \{1, 2, 3\}$ ;

$i$  é o índice de input,  $i \in I$ ,  $I = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ .

Tem-se então uma matriz com 15 DMUs, 5 *inputs* (sendo um deles um *output* indesejavél, portanto considerado *input*) e 3 *outputs*. Na Tabela 2 são apresentados os valores médios do período dos *inputs* e *outputs* para cada DMU.

Tabela 2 Matriz de *input* e *output*

DMU/ <i>Input</i>	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	Y <sub>4</sub>	Y <sub>1</sub>	Y <sub>2</sub>	Y <sub>3</sub>
1	0,92	111,15	9,13	18	79,82	1,68	67.047,4	5,72
2	0,33	13,15	14,3	5,67	0,67	2,56	32.032,9	5,47
3	0,83	21,23	7,53	3,93	10,67	0,82	56.763,7	5,58
4	2	76,69	4,4	1,51	19,58	2,11	13.566,5	3,48
5	1,03	16,69	7,86	2,67	13,33	1,03	77.223,5	6,7
6	1,51	24,15	4,6	1,57	0,67	1,68	10.105,3	3,3
7	2,13	13,51	6,84	4,53	14,08	1,54	10.6468	5,33
8	2,8	10,77	4,6	1,46	1,5	0,87	14.746,9	3,12
9	1,57	9,92	9,35	3,62	10,17	1,23	54.524,5	5,04
10	-0,23	3,3	9,9	5,23	0,25	1,09	48.571,5	4,82
11	0,98	27,23	7,42	3,95	15	1,63	26.597,7	5
12	1,63	5,83	4,4	2,64	4,08	1,31	43.070,5	3,95
13	0,2	15,23	5,04	4,44	8,83	1,71	66.029	4,27
14	2,71	12,85	5,73	3,97	0,42	2,82	199.822	6,82
15	2,75	14,23	6,6	1,96	6,58	1,46	95.321,2	3,79

A ferramenta demonstrou as DMU's 2, 4, 5, 13 e 14 com eficiência de 100%, como pode ser avaliado na Tabela 4. As DMU's 2 e 4 são unidades de importação sendo que cada uma possui uma representatividade na área. A área de fabricação representada pela DMU 2, possui uma quantidade de processos que representa em torno de 5% a 6% das importações. Por ser uma quantidade relativamente pequena mensalmente, há uma facilidade relativa no controle dessa unidade, apresentando-se eficiente.

Quanto à DMU 4, deve-se destacar que esta unidade de produção representa em torno de 50% dos processos mensais de importação, ou seja, sob o ponto de vista dos *inputs* e *outputs* estudados, esta unidade fabril apresenta um bom monitoramento e controle de seus processos.

Para as DMU's 5, 13 e 14, tem-se situações similares. A DMU 5 representa 6% dos processos mensais de exportação, a DMU 13, 7% e a DMU 14 representa 5% dos processos. Percebe-se então que a pequena representatividade destes setores nos processos de exportação, garantem uma eficiência, quando na verdade esta eficiência deveria ser garantida para processos com maior relevância no setor de exportação.

Tabela 3 Índices de eficiência GPDEA-BCC

DMU	GPDEA-BCC
1	0,365
2	1
3	0,749
4	1
5	1
6	0,960
7	0,684
8	0,507
9	0,703
10	0,791
11	0,889
12	0,765
13	1
14	1
15	0,655

A partir da matriz de *inputs* e *outputs* e os índices de eficiência, foi possível gerar uma segunda matriz com os alvos que deveriam ser atingidos em cada parâmetro. Em outras palavras, quais deveriam ser as médias esperadas no período de um ano no qual foi realizado o estudo. A Tabela 4 apresenta os valores esperados.

Deve-se atentar para os parâmetros de entrada pois, como o desenvolvimento foi pelo método GPDEA BCC orientado para *input*, os resultados apresentados podem ser metas futuras adotada pela empresa.

O cálculo do valor alvo é realizado para a *input*  $X_1$  e DMU 1, por exemplo, utilizando  $0,92$  (valor médio)  $\times$   $0,365$  (índice para DMU 1) =  $0,336$ . Este valor encontrado significa que, de uma média de  $0,92$  encontrada neste estudo, deveria ser de  $0,336$  a partir do cálculo com o valor de ineficiência. Para o caso da *output*  $Y_2$  e DMU 1, utiliza-se a divisão do valor encontrado no estudo pelo índice de eficiência encontrado, por exemplo,  $67.047,4 / 0,365 = 183.617,054$ , o que representa um aumento no faturamento.

A DMU 1 representa em torno de 50% dos processos mensais de exportação. Ao analisar esta unidade, nota-se um baixo índice de eficiência quando deveria apresentar um bom desempenho no monitoramento e desenvolvimento dos processos devido à relevância desta unidade. Nota-se também, um valor médio alto para não-conformidades (representado pelo parâmetro  $Y_4$ ) no período estudado, sendo em torno de 80 motivos com esta unidade de

produção. O valor alvo indica que, para um melhor desempenho, deveria ser em torno de 29 não-conformidades, o que ainda é relativamente alto.

Tabela 4 Alvos das DMUs ineficientes

DMU/ <i>Input</i>	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	X <sub>4</sub>	Y <sub>4</sub>	Y <sub>1</sub>	Y <sub>2</sub>	Y <sub>3</sub>
1	0,336	40,586	3,334	6,573	29,146	4,601	183.617,054	15,665
2	0,330	13,150	14,300	5,670	0,670	2,560	32.032,900	5,470
3	0,622	15,909	5,643	2,945	7,996	1,094	75.749,876	7,446
4	2,000	76,690	4,400	1,510	19,580	2,110	13.566,500	3,480
5	1,030	16,690	7,860	2,670	13,330	1,030	77.223,500	6,700
6	1,450	23,193	4,418	1,508	0,643	1,749	10.522,058	3,436
7	1,456	9,238	4,677	3,098	9,628	2,252	155.702,319	7,795
8	1,420	5,464	2,334	0,741	0,761	1,715	29.068,699	3,120
9	1,104	6,975	6,575	2,545	7,151	1,749	77.541,875	7,168
10	-0,182	2,610	7,830	4,137	0,198	1,378	61.408,599	6,094
11	0,871	24,198	6,594	3,510	13,330	1,449	29.930,120	5,626
12	1,248	4,463	3,368	2,021	3,123	1,711	56.268,135	5,160
13	0,200	15,230	5,040	4,440	8,830	1,710	66.029,000	4,270
14	2,710	12,850	5,730	3,970	0,420	2,820	199.822,000	6,820
15	1,801	9,321	4,323	1,284	6,580	2,229	145.521,884	5,786

## 4 CONCLUSÃO E RECOMENDAÇÃO PARA FUTURAS PESQUISAS

### 4.1 VERIFICAÇÃO DOS OBJETIVOS

Este trabalho visou avaliar a eficiência de unidades de produção global de uma empresa de segmento químico por meio do modelo de otimização GPDEA. Verifica-se a possibilidade em utilizar o mesmo como ferramenta de tomada de decisão no qual é possível medir a eficiência de múltiplas DMU's quando a regra de ouro não é atendida.

Após as análises desenvolvidas em conjunto dos parâmetros estudados, nota-se que as DMU's consideradas eficientes para o setor de importação tem garantido um bom desenvolvimento e monitoramento de setores essenciais, assegurando um atendimento ao cliente apropriado. Isto pode ser verificado pelo índice de eficiência de 100% da DMU 4, a qual representa 50% dos processos deste setor.

Em relação às DMU's eficientes para o setor de exportação, o resultado já não se apresentou tão positivo. As três DMU's em questão possuem pouca relevância nos processos mensais, enquanto a DMU 1, a qual detém 50% das exportações, quando analisada em conjunto, possuem um baixo índice de eficiência. Este valor indica a necessidade de maior atenção no andamento dos processos, como analisar as causas de altas quantidades de não-conformidades, pois este parâmetro mede indiretamente a eficiência deste negócio.

Ao comparar estes resultados com as medições realizadas pela empresa, nota-se que, individualmente, ao estudar as unidades de produção, cada uma em seu parâmetro, no geral todas apresentam um bom desempenho. Entretanto, analisando-se o conjunto de entradas e saídas do setor, a eficiência apresentada não é a mesma, principalmente para os casos de exportação.

Assim, a avaliação dos dados por meio do GPDEA foi extremamente válido para uma visão geral das áreas de importação e exportação de uma empresa com presença de produtos em diversos setores químicos. A aplicação da ferramenta foi apropriada para levantar os dados e desta maneira a equipe do setor estudado poderá transformar as informações e aplicar em diversos segmentos no intuito de promover uma melhoria nos indicadores como um todo.

### 4.2 Recomendações para Futuras Pesquisas

- Recomenda-se realizar o trabalho para maiores quantidades de *inputs* e *outputs* para assim poder envolver uma maior quantidade de parâmetros importantes na

tomada de decisão e desta forma proporcionar uma análise mais detalhada das áreas estudadas.

- Utilizar o modelo *Fuzzy* GPDEA para tratar as incertezas contidas nas informações.

## REFERÊNCIAS

ABIQUIM Associação Brasileira da Indústria Química. Disponível em: <<http://canais.abiquim.org.br/pacto/desafio.asp>>. Acesso em: 2 jun. 2015.

BAL, H; ÖRKÇÜ, H. H.; ÇELEBIOĞLU, S. Improving the discrimination power and weights dispersion in the data envelopment analysis. **Computers & Industrial Engineering**, Los Angeles, v. 37, n. 1, p. 99-107, out. 1999.

BANKER, R. D.; CHARNES, A.; COOPER. W. W. Some models for estimating technical and scale inefficiencies in data envelopment analysis. **Management Science**, Linthicum, v. 30, n. 9, p. 1078-1092, set. 1984.

BANKER, R. D. et al. An introduction to data envelopment analysis with some of its models and their uses. **Research in governmental and non-profit accounting**, New York, v. 5. p. 125-163. 1989.

BATISTA, F. D. **Metodologia para o uso da análise por envoltória de dados no auxílio à decisão**. 2009. 107 f. Trabalho de pós graduação em Engenharia de Produção – Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2009.

BERTRAND, J.W.M.; FRANSOO, J.C. Modeling and simulations: operations management research methodologies using quantitative modeling. **International Journal of Operations & Production Management**, Eindhoven, v.22, n.2, p.241-264,2002.

BESANKO, D; BRAEUTIGAM, R. R. **Microeconomics**. 4th. ed. Jefferson City: John Wiley & Sons Inc., 2011.

CHARNES, A.; COOPER, W. W.; RHODES, E. Measuring the efficiency of decision making units. **European Journal of Operational Research**, v. 2, n. 6, p. 429-444, nov. 1978. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0377221778901388>>. Acesso em: 3 jun 2015.

COOK, W. D.; SEIFORD, L. M. Data Envelopment Analysis (DEA)—Thirty years on. **European Journal of Operational Research**, v. 192, p. 1-17, 2009. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221708001586>>. Acesso em: 3 jun 2015.

COOPER, W. W.; SEIFORD. L. M.; TONE, K. **Introduction to data envelopment analysis and its uses: with DEA-Solver software and references**. 2nd. ed. New York: Springer, 2006.

COOPER, W. W.; SEIFORD, L. M.; ZHU, J. **Handbook on Data Envelopment Analysis**. Boston: Kluwer Academic Publishers, 2004.

DEBREU, G. The coefficient of resource utilization. **Econometrica**, Oxford, v. 19. n.3. p. 273-92. 1951.

OLIVEIRA, C.A. **Análise da eficiência das Companhias Docas brasileiras utilizando o modelo fuzzy DEA BCC**. 22 f. 2013. Trabalho de conclusão de curso(Graduação em Engenharia de Produção) - Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2013.

FARRELL, MJ. The measurement of production efficiency. **Journal of Royal Statistical Society**, London, v. 120, p. 253-290, mar. 1957.

FERREIRA, C.M. DE C.; GOMES. A.P. **Introdução à análise envoltória de dados: teoria, modelos e aplicações**. Viçosa: UFV, 2009.

FIORETTI, G. **The Production Function**. University of Bologna. 2008. Disponível em: <<http://arxiv.org/pdf/physics/0511191.pdf>> . Acesso em: 20 out. 2015

FØRSUND, F.R.; SARAFOGLOU, N. The tale of two research communities: the diffusion of research on productive efficiency. **International Journal of Production Economics**. v.98. n.1.p.17-40, 2005. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0925527304003287>>. Acesso em: 5 jul. 2015

SILVA, A. F. ; MARINS, F. A. S. ; SANTOS, M. V. B. **Programação por metas, análise por envoltória de dados e teoria fuzzy na avaliação da eficiência sob incerteza** : aplicação em minifábricas do segmento de autopeças. *Revista Gestão & Produção*, v 2, no3, p 1–12, 2014. Disponível em: < [http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0104-530X2014000300008&script=sci\\_arttext](http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0104-530X2014000300008&script=sci_arttext)>. Acesso em: 20 jul. 2015.

FREITAS, A. L. P. A. Qualidade em serviços no contexto da competitividade. **Revista Produção Online**, v.5, no 1, p. 1-24 , Florianópolis, 2005. Disponível em: <<http://producaoonline.org.br/rpo/article/viewFile/321/418>>. Acesso em: 20 ago. 2015.

FRIED, H. O.; LOVELL, K. C.A.; SCHMIDT, S. S. **The measurement of productive efficiency and productivity growth**. New York: Oxford University Press., 2008.

HATAMI-MARBINI, A.; EMROUZNEJAD, A.; TAVANA, M. A taxonomy and review of the fuzzy data envelopment analysis literature: two decades in the making. **European Journal of Operational Research**, v. 214(3), p. 457–472., 2011. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221711001329>>. Acesso em: 22 ago. 2015.

LACOMBE, F. J. M. **Dicionário de Administração**. São Paulo: Saraiva, 2004.

LI, X-B.; REEVES, G. R. A multiple criteria approach to data envelopment analysis. **European Journal of Operational Research**, v. 115, n. 3, p. 507-517, 1999. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221798001301>>. Acesso em: 22 ago. 2015.

KASSAI, S. **Utilização da análise por envoltória de dados (DEA) na análise de demonstrações contábeis**. 2002. 318 f. Tese de doutorado - Faculdade de Economia. Administração e Contabilidade, São Paulo, 2002.

KOOPMANS, T. Activity analysis of production and allocation. **The Economic Journal**, v. 62, no. 247, p. 625-628. New York: John Wiley & Sons, 1951

LIM, S.; BAE, H.; HAY, L. a study on the selection of benchmarking paths in dea. **Expert systems with applications**, v. 38(6), 7665–7673, 2011. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0957417410015113>>. Acesso em: 24 ago. 2015.

MIRANDA, R. D. C.; MONTEVECHI, J. A. B.; SILVA, A. F.; MARINS, F. A. S. **A new approach to reducing search space and increasing efficiency in simulation optimization problems via the fuzzy-dea-bcc**. Hindawi Publishing Corporation, 2014. Disponível em: <<http://www.hindawi.com/journals/mpe/2014/450367/>>. Acesso em: 15 set. 2015.

PINDYCK, R. S.; RUBINFELD, D. L. **Microeconomia**. 5 ed. São Paulo: Prentice Hall, 2002.

SILVA, A.F.; MARINS, F. A. S.; SANTOS, M. V.B.. **Avaliação da eficiência sob incerteza por meio da programação por metas. análise por envoltória de dados e teoria fuzzy: aplicação em minifábricas do segmento de autopeças**. 2013. Disponível em: <[http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0104-530X2014000300008&script=sci\\_arttext](http://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0104-530X2014000300008&script=sci_arttext)>. Acesso em: 15 set. 2015

SLACK, N.; LEWIS, M. **Operations Strategy**. 2nd ed. England: Prentice Hall, 2008.

SIMPÓSIO BRASILEIRO DE PESQUISA OPERACIONAL, 37, 2005, Gramado. **Curso de análise envoltória de dados**. Gramado: Sobrapo, 2005. 2520-47p.

VARIAN. H. R. **Intermediate microeconomics**. 8nd ed. New York: Norton&Company, 2010.

VASCONCELLOS, M. A. S; OLIVEIRA, R.G.; BARBIERI, F. **Manual de microeconomia**. 3 ed. São Paulo: Atlas, 2012.

ZERAFAT, M.; ANGIZ. L.; MUSTAFA, A.; GHADIRI, M.; TAJADDINI, A. Relationship between efficiency in the traditional data envelopment analysis and possibility sets. **Computers & Industrial Engineering**. v. 81, p. 140–146, 2015. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360835215000108>>. Acessado em: 5 ago. 2015.