

UNESP
Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá

Guaratinguetá
2011

RAFAEL OLIVEIRA DE CARVALHO

DIMENSIONAMENTO DE SUSPENSÕES VEICULARES PARA
ISOLAMENTO DE VIBRAÇÕES EXCITADAS PELA VIA

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Engenharia Mecânica da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista como parte dos requisitos para a obtenção do diploma de Graduação em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. José Geraldo Trani Brandão

Guaratinguetá
2011

C331d Carvalho, Rafael Oliveira de
Dimensionamento de suspensões veiculares para isolamento de vibrações excitadas pela via / Rafael Oliveira de Carvalho – Guaratinguetá : [s.n], 2011.
64 f : il.
Bibliografia: f. 59

Trabalho de Graduação em Engenharia Mecânica – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2011.
Orientador: Prof. Dr. José Geraldo Trani Brandão

1. Automóveis – Vibração 2. Automóveis – Molas e suspensão
I. Título

CDU 534.1

DIMENSIONAMENTO DE SUSPENSÕES VEICULARES PARA ISOLAMENTO
DE VIBRAÇÕES EXCITADAS PELA VIA

RAFAEL OLIVEIRA DE CARVALHO

ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO
PARTE DO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE
ENGENHARIA MECÂNICA

APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE
GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Prof. Mauro Hugo Mathias
Coordenadora

BANCA EXAMINADORA:



Prof. Dr. JOSÉ GERALDO TRANI BRANDÃO

Orientador UNESP-FEG



Prof. Dr. ANGELO CAPORALLI FILHO

UNESP-FEG



Prof. Dr. TEÓFILO MIGUEL DE SOUZA

UNESP/FEG

Dezembro de 2011

DADOS CURRICULARES

RAFAEL OLIVEIRA DE CARVALHO

NASCIMENTO	28.08.1985 – SÃO PAULO / SP
FILIAÇÃO	Dilcélio de Carvalho Rafaela Peluzia Guedes de Oliveira
2004/2011	Curso de Graduação Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá – Universidade Estadual Paulista

À minha família que em todos os momentos de deu o apoio e forças para percorrer esta jornada.

AGRADECIMENTOS

Meu primeiro agradecimento vai para minha mãe, Rafaela, minha irmã, Ludmila e para meu pai, Carvalho, que durante todos estes anos me deram suporte financeiro e principalmente emocional para que pudesse alcançar este sonho,

ao Prof. Ângelo Caporalli Filho que dividiu suas experiências profissionais e pessoais e dividiu bons e maus momentos junto à equipe Piratas do Vale,

à todos meus mestres que, com muita dedicação e paixão compartilharam seus valiosos conhecimentos e amizade,

à Maria Clara Araújo Pereira que por muitos anos me deu seu amor e apoio incondicional à minha dedicação aos estudos e ao trabalho com o Baja e dividiu comigo sonhos, esperanças, alegrias,

aos meus amigos e irmãos da república Arrancabaço que dividiram comigo angustias, lágrimas, risos e formaram uma segunda família,

aos meus amigos da equipe Piratas do Vale com quem passei incontáveis horas compartilhando o aprendizado e adquiri valiosos conhecimentos para minha vida profissional e pessoal levando estas amizades para o restante de nossas vidas.

“Podemos nos defender de um ataque, mas somos indefesos a um elogio.”

Sigmund Freud

Carvalho, R.O. **Dimensionamento de suspensões veiculares para isolamento de vibrações excitadas pela via**. Guaratinguetá 2011. 63p. Monografia (Graduação em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia, Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista.

RESUMO

Este trabalho visa realizar o dimensionamento dos sistemas de suspensão do veículo Baja SAE da Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá. Para tal são revisados os sistemas de suspensão mais utilizados, limites de conforto vibracional e modelos automotivos de análise de vibrações. São descritas no decorrer do texto, as considerações feitas especificamente para o veículo alvo deste trabalho e o ensaio realizado para a determinação da rigidez do pneu utilizado. A aplicação destes conceitos, feita através de uma rotina computacional, permite realizar o dimensionamento de componentes como molas e amortecedores dos sistemas de suspensão instalados em ambos os eixos de um veículo, de forma a respeitar os critérios apresentados e visualizar o comportamento do sistema excitado em diferentes frequências. Desta maneira este trabalho mostra o dimensionamento satisfatório do projeto abordado.

PALAVRAS-CHAVE: Vibração, suspensão, conforto.

Carvalho, R.O. **Automotive Suspensions Dimensioning for Road Excited Vibrations**. Guaratinguetá 2011. 63p. Monografia (Graduação em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia, Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista.

ABSTRACT

This work intends to perform the dimensioning of the Guaratinguetá's Engineering College Baja SAE vehicle suspension system. To do so, concepts of suspension systems, human comfort limits to vibrations and automotive models for suspension vibration analyses are reviewed. On the development of this work descriptions of considerations specific for the vehicle object of this work are made as well as descriptions of the experiment made to determine the stiffness of the tire used. These concepts are applied through a computational routine that allows the dimensioning of springs and shock absorbers of both front and rear axles of a vehicle in a way to respect all the criteria showed during this work and visualize the system's behavior when excited on different frequencies.

KEYWORDS: Vibration, suspension, comfort.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Protótipo MB1011 em desenvolvimento pela Equipe Piratas do Vale.....	22
Figura 2 – Diferença de comportamento de suspensões dependentes e independentes (Barbieri, 2008).....	25
Figura 3 – Suspensão do tipo <i>Hotchkiss</i> (Gillespie 1992).....	26
Figura 4 – Suspensão do tipo <i>Four Link</i> (Barbieri, 2008).....	26
Figura 5 – Suspensão do tipo De Dion (Barbieri 2008).....	27
Figura 6 – Ilustração do sistema <i>Swing axle</i> , seu comportamento sob rolagem da carroceria e o efeito " <i>Jacking</i> " (Barbieri 2008).....	28
Figura 7 – Esquema de uma suspensão do tipo bandeja dupla (Reimpell, 2001).....	29
Figura 8 – Suspensão dianteira tipo McPherson do Toyota Corolla 2010 (Reimpell, 2001).....	30
Figura 9 – Esquemático de suspensão do tipo braço arrastado aplicado em suspensões traseiras. (Barbieri 2008).....	31
Figura 10 – Ilustração de suspensão do tipo braço arrastado utilizada na dianteira do veículo. (Barbieri, 2008).....	31
Figura 11 – Esquema básico de uma suspensão do tipo <i>Semi – Trailing</i> (Gillespie 1992).....	32
Figura 12 – Suspensão <i>multi link</i> usada na traseira do BMW série 6 de 1996 (Reimpell, 2001).....	33
Figura 13 – Sobreposição dos resultados gerais dos estudos de Goldman, Janeway e Burton-Douglas.(Gillespie 1992).....	36
Figura 14 – Limites de acelerações de vibrações verticais segundo diversas normas (Gillespie 1992).....	37
Figura 15 – Perfil da distribuição da elevação em vias pavimentadas (Gillespie, 1992).....	38
Figura 16 – Perfis de elevação, velocidade e aceleração de rodovias. (Gillespie 1992).....	39
Figura 17 – Modelo de um quarto de veículo (Gillespie 1992).....	41
Figura 18 – Respostas de ganho de aceleração dos conjuntos analisados. (Gillespie 1992).....	44
Figura 19 – Caracterização dos movimentos de <i>bounce</i> e <i>pitch</i> (Reimpell 2001).....	45
Figura 20 – Modelo para análise de <i>bounce</i> e <i>pitch</i> (Gillespie 1992).....	46
Figura 21 – Interface da planilha de cálculo de um quarto de veículo.....	49
Figura 22 – Interface da planilha de cálculo dos modos de vibração e centros de giro de <i>bounce</i> e <i>pitch</i>	50
Figura 23 – Ensaio de rigidez de um pneu Maxxis modelo Maverick 21x7x10.....	51

Figura 24 – Curvas de Força x Deformação para a determinação das rigidezes nas diferentes pressões do pneu utilizado	52
Figura 25 – Respostas em ganho do sistema de suspensão dianteiro.....	56
Figura 26 – Respostas em ganho do sistema de suspensão traseiro.....	57

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Valores determinados para os componentes das suspensões do MB1011	54
Tabela 2 - Características do protótipo obtidas a partir dos componentes definidos no projeto	55

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Classificações de destaque da Equipe Piratas do Vale	21
Quadro 2 - Matriz de decisão utilizada para a escolha do tipo de suspensão a utilizada no protótipo MB1011.....	34
Quadro 3 - Matriz de decisão utilizada para a escolha do tipo de suspensão a utilizada no protótipo MB1011.....	34
Quadro 4 - Dados para a determinação da rigidez do pneu a pressão de 1 bar.....	51
Quadro 5 - Dados para a determinação da rigidez do pneu a pressão de 0,8 bar.....	51
Quadro 6 - Dados para a determinação da rigidez do pneu a pressão de 0,6 bar.....	51
Quadro 7 - Dados para a determinação da rigidez do pneu a pressão de 0,4 bar.....	52

LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

CG	- Centro de Gravidade
ISO	- International Organization for Standardization
MB1011	- Décimo Baja SAE construído (10), desenvolvido no ano de 2011
SAE	- Society of automotive engineers
SAE Brasil	- Sociedade dos engenheiros da mobilidade
SLA	- Short long arm
VBA	- Visual Basic for Application's

LISTA DE SÍMBOLOS

b	Distância do centro de massa (CG) ao eixo dianteiro	m
c	Distância do centro de massa (CG) ao eixo traseiro	m
j	Operador complexo	
k	Raio de giração	m
m	Massa não suspensa	kg
A	Amplitude da onda senoidal	m
C	Relação entre o coeficiente de amortecimento do sistema e a massa suspensa	s^{-1}
C_C	Coeficiente de amortecimento crítico	kg/s
C_s	Coeficiente de amortecimento do sistema	kg/s
F_b	Força atuante na massa suspensa	N
F_w	Força atuante na massa não suspensa	N
I_y	Momento de inércia rotacional em torno do eixo y	Kg/m^2
K_1	Relação entre a rigidez do pneu e a massa suspensa	s^{-2}
K_2	Relação entre a rigidez da mola utilizada e a massa suspensa	s^{-2}
K_f	Rigidez equivalente da dianteira	N/m
K_r	Rigidez equivalente da traseira	N/m
K_S	Rigidez da mola da suspensão	N/m
K_t	Rigidez do pneu	N/m
M	Massa suspensa pelo sistema	kg
M_S	Massa suspensa sob a roda	kg
RR	<i>Ride Rate</i>	N/m
X	Distância percorrida	m
Z	Deslocamento da massa suspensa	m
Z_r	Deslocamento do pavimento	m
\dot{Z}	Velocidade de deslocamento da massa suspensa	m/s
\ddot{Z}	Aceleração do deslocamento da massa suspensa	m/s^2
Z_r	Elevação do perfil da via	m
Z_U	Deslocamento da massa não suspensa	m
v	Número de onda	ciclos/m
ω_n	Frequência natural do sistema	Hz
α	Relação de simplificação de cálculo	
β	Relação de simplificação de cálculo	
γ	Relação de simplificação de cálculo	
ξ	Fator de amortecimento	
θ	Ângulo de giro da carroceria	rad
θ_0	Ângulo inicial de giro da carroceria	rad
$\dot{\theta}$	Velocidade de giro da carroceria	rad/s

$\ddot{\theta}$	Aceleração do giro da carroceria	rad/s ²
χ	Razão da massa não amortecida pela amortecida	

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	20
1.1	Objetivo	20
1.2	Projeto Baja SAE	21
1.2.1	Apresentação	21
1.2.2	A equipe Piratas do Vale.....	21
1.3	Estrutura do trabalho	23
2	SUSPENSÕES	24
2.1	Tipos de suspensão existentes	24
2.1.1	Suspensões dependentes.....	24
2.1.1.1	Hotchkiss	25
2.1.1.2	Quatro Barras (<i>Four Link</i>)	26
2.1.1.3	De Dion	27
2.1.2	Suspensões Independentes	27
2.1.2.1	Semi-Eixo flutuante (<i>Swing Axle</i>).....	28
2.1.2.2	Bandeja dupla.....	29
2.1.2.3	McPherson.....	30
2.1.2.4	Braço Arrastado (<i>Trailing Arm</i>).....	30
2.1.2.5	Braço semi - arrastado (<i>Semi - trailing arm</i>)	32
2.1.2.6	Suspensão de tirantes múltiplos (<i>Multi-link</i>)	32
2.1.2.7	Escolha de um sistema de suspensão para um veículo Baja SAE	33
3	MODELOS E REQUISITOS PARA O DIMENSIONAMENTO DE UM SISTEMA DE SUSPENSÃO	35
3.1	Introdução.....	35
3.2	Limites de conforto vibracional.	35
3.3	Estudo de vibrações da via.....	38
3.4	Modelos de resposta e dimensionamento.....	40
4	DIMENSIONAMENTO DA SUSPENSÃO DO BAJA MB1011	49
4.1	Método de cálculo	49
4.2	Pneu utilizado	50

4.3	Dados do veículo.....	53
4.4	Desenvolvimento dos cálculos e resultados.....	53
4.5	Notas e comentários.....	57
5	CONCLUSÃO.....	58
	REFERÊNCIAS.....	59
	ANEXO A – Rotina VBA para realização dos cálculos de suspensão.....	60

1 INTRODUÇÃO

A invenção do automóvel no final do século XIX por Daimler e Benz e sua popularização por Henry Ford no começo do século XX revolucionaram a forma na qual vemos nossos meios de transporte e nossa liberdade. Com o desenvolvimento de carros mais potentes e velozes surgiram preocupações com o conforto e a segurança de seus ocupantes.

Este trabalho é motivado pelo desenvolvimento do sistema de suspensão do protótipo Baja SAE em desenvolvimento por alunos de engenharia da Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá da UNESP ademais a escassez de literaturas em língua portuguesa que tratem sobre temas como suspensões e seu desenvolvimento colaboraram com a motivação para a realização trabalho.

Para o desenvolvimento deste trabalho serão abordados temas como: conceitos básicos de sistemas de suspensão e os tipos mais utilizados, limites de conforto humano a vibrações, análise das fontes de vibração em automóveis, comportamento de veículos comerciais expostos a vibrações e métodos de cálculo de dimensionamento de suspensões para isolamento da carroceria das excitações da via. Assim será possível obter uma visão geral de muitos conceitos que permeiam o projeto de um sistema de suspensão.

Para a realização deste trabalho foram revisitados conceitos trabalhados durante aulas, conhecimentos adquiridos no desenvolvimento de veículos Baja SAE e pesquisas em literaturas específicas. Muitos dos conceitos aqui trabalhados, específicos do ramo automotivo e questões fisiológicas, não foram tratados durante o curso e foram pesquisados separadamente ao desenvolvimento do curso proposto pela faculdade.

1.1 Objetivo

O objetivo deste trabalho é realizar o dimensionamento do sistema de suspensão do veículo com enfoque em realizar a filtragem das vibrações que são excitadas pela via durante a marcha do mesmo.

1.2 Projeto Baja SAE

1.2.1 Apresentação

Criada nos Estados Unidos em 1905 a SAE (Society of Automobile Engineers) com o objetivo de realizar a integração de engenheiros, estudantes e empresas ligadas ao ramo automobilístico. Em 1976, criada pela SAE, ocorreu a primeira competição BAJA SAE. Com o intuito de propor a estudantes de engenharia o desafio de projetar, construir um protótipo fora de estrada, simulando o funcionamento de uma empresa e seu processo de lançamento de produtos novos. (SAE International, 2011).

Em 1991 é criada, com apoio e nos mesmos moldes da SAE Internacional, a SAE Brasil - Sociedade dos engenheiros da mobilidade. Seguindo o conceito da competição norte-americana a SAE Brasil promoveu em 1997 a 1º competição Baja SAE Brasil (na época sob o nome de Mini Baja Brasil). Atualmente a competição conta com cerca de 50 instituições de ensino de todo o Brasil com aproximadamente 70 carros e 1200 estudantes de graduação em engenharia.

1.2.2 A equipe Piratas do Vale

Criada em 1997 por alunos da Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá a Equipe Piratas do Vale teve sua primeira participação na competição Baja SAE Brasil em 1998. Já obteve classificações de destaque em competições nacionais e regionais como:

Quadro 1 - Classificações de destaque da Equipe Piratas do Vale

Ano	Classificação	Competição
2004	1º	1º Baja Rio
2010	14º	16º Petrobrás Baja SAE Brasil
	6º	2º Baja Regional Sudeste
2011	13º	17º Petrobrás Baja SAE Brasil

O recente crescimento da equipe tem se dado a aplicações de teorias mais específicas de projeto automotivo, o que tem possibilitado os protótipos melhor

desempenho. Aliado a técnicas de projetos específicas de projeto automobilístico a estruturação da equipe em departamentos de trabalho como financeiro, compras, processos, recursos humanos e projetos, têm permitido a equipe trabalhar organizadamente e com planejamento adequado.

Para a competição Baja SAE Brasil Petrobrás do ano de 2012 a equipe Piratas do Vale está desenvolvendo um novo protótipo, batizado de MB1011, mostrado na Figura 1. Este nome vem da composição das iniciais da antiga designação da SAE “Mini Baja” e o número é uma composição dos números do sequencial do protótipo desenvolvido pela equipe, sendo este o **10º**, e o ano de seu desenvolvimento, **2011**.

Este protótipo tem como objetivo ter sua massa reduzida em 15%. Para tal a equipe reduziu suas dimensões e tem no seu planejamento o uso em larga escala de materiais de peso específico reduzido, como compósitos, plásticos de engenharia e ligas de alumínio.



Figura 1 – Protótipo MB1011 em desenvolvimento pela Equipe Piratas do Vale

1.3 Estrutura do trabalho

Este trabalho é estruturado da seguinte maneira nos seguintes capítulos:

- Capítulo 1 - INTRODUÇÃO: É feita a apresentação do trabalho, são apresentados o objetivo, o projeto Baja SAE e a equipe Piratas do Vale de Baja SAE da Faculdade de engenharia de Guaratinguetá.
- CAPÍTULO 2 – SUSPENSÕES: Neste Capítulo são apresentados os principais tipos de suspensões utilizadas comercialmente, suas vantagens e desvantagens.
- CAPÍTULO 3 – MODELOS E REQUISITOS PARA O DIMENSIONAMENTO DE UM SISTEMA DE SUSPENSÃO: Onde são apresentados os modos de excitação de uma via às quais um veículo está exposto, os limites de vibração a qual o corpo humano pode ser exposto e os modelos de dimensionamento de suspensão para a filtragem das frequências.
- CAPÍTULO 4 – DIMENSIONAMENTO DA SUSPENSÃO DO BAJA MB1011: Este capítulo faz o estudo de caso das teorias apresentadas no protótipo MB1011 em desenvolvimento pela equipe Piratas do Vale.
- CAPÍTULO 5 - CONCLUSÃO: São apresentadas as conclusões do trabalho e sugestões para trabalhos futuros

2 SUSPENSÕES

Segundo Reimpell (Reimpell, 2001), os sistemas de suspensão modernos devem satisfazer diversas necessidades que visam balancear diversas condições de operação (carregamento, condições das estradas, aceleração e frenagem e manobrabilidade).

As funções básicas de um sistema de suspensão, segundo Gillespie (Gillespie, 1992) são:

- Prover liberdades verticais para que as rodas possam acompanhar os desníveis do solo, isolando o habitáculo das irregularidades das estradas.
- Manter as rodas com comportamentos corretos de esterçamento e cambagem referentes ao solo.
- Reagir às forças de controle produzidas pelos pneus – forças longitudinais (resistência a rodagem, aceleração e frenagem), forças laterais (esterçamento) e torques motores.
- Resistir à rolagem do chassi.
- Manter o contato dos pneus com o solo com variações mínimas em suas cargas aplicadas.

2.1 Tipos de suspensão existentes

Sistemas de suspensão automotivos são divididos basicamente em dois grupos: dependentes e independentes. Esta classificação se baseia na dependência do movimento das rodas de um mesmo eixo. Serão apresentados aqui os tipos mais comuns de suspensão segundo essa classificação.

2.1.1 Suspensões dependentes

Também chamadas de suspensão de eixo rígido são assim chamadas pelo fato de ambas as rodas de um eixo estarem fixadas em uma viga rígida. Desta forma o movimento de uma das rodas influi diretamente na roda axialmente oposta. Este tipo de suspensão é largamente utilizado em eixos, tanto dianteiro quanto traseiro, de caminhões, eixos traseiros de caminhonetes e alguns modelos de carros de passageiros.

Devido as rodas estarem conectadas a suspensão possui apenas dois graus de liberdade e, portanto, quatro graus de restrição, como mostrado na figura 2. (Barbieri, 2008)

Segundo Reimpell (Reimpell, 2001), suspensões de eixo rígido possuem desvantagens que devem ser cuidadosamente estudadas para veículos leves, porém são facilmente aceitas em projetos de veículos comerciais. Tais desvantagens são:

- Influencia mutua entre rodas
- O espaço requerido acima do eixo para o movimento das molas.
- Pequeno potencial para ajustes finos na cinemática.
- Massa elevada – Se o diferencial for alojado no compartimento do eixo, gerando uma tendência a oscilação vertical das rodas em estradas onduladas.
- Variação nas cargas durante tração – particularmente em veículos com rodado duplo.

Por outro lado suspensões dependentes tem a vantagem de não apresentarem variação de cambagem devido à rolagem do chassi e o alinhamento é mantida rigidamente, colaborando assim com um baixo nível de desgaste dos pneus. [Gillespie].

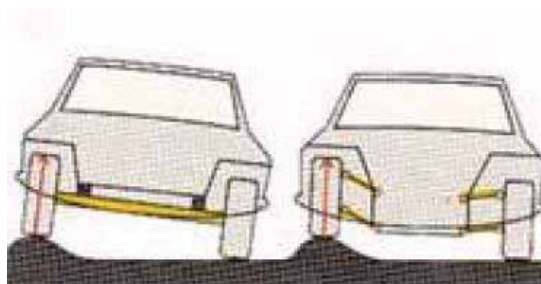


Figura 2 – Diferença de comportamento de suspensões dependentes e independentes (Barbieri, 2008).

Os principais tipos de suspensões do tipo eixo rígido são mostradas a seguir:

2.1.1.1 Hotchkiss

É o tipo mais comum de suspensão eixo rígido. O eixo é suportado por feixes de molas montados longitudinalmente ao veículo e ligadas diretamente ao chassi, como mostrado na Figura 3.

Suspensões do tipo *Hotchkiss* foram muito utilizadas na traseira de veículos de passeio até cerca dos anos 1970 e ainda hoje é a principal escolha para veículos comerciais leves ou pesados.

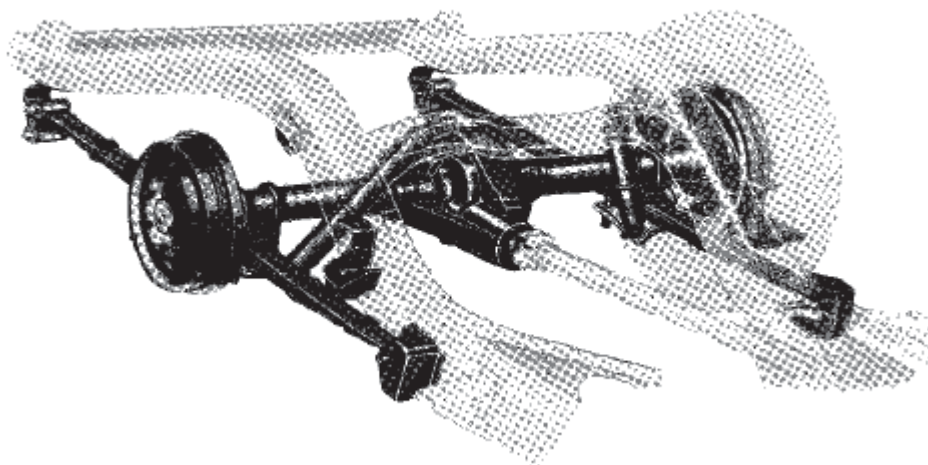


Figura 3 – Suspensão do tipo *Hotchkiss* (Gillespie 1992)

Sua principal desvantagem, que foi um dos motivos do seu desuso em carros de passeio, é a característica ruidosa inerente ao atrito entre os feixes de mola. Outro ponto negativo do seu uso é a dificuldade de se aliar estabilidade lateral com constantes de mola menores. Por outro lado molas em feixe são, talvez, o modo mais simples e econômico de se montar um sistema de suspensão.

2.1.1.2 Quatro Barras (*Four Link*)

O sistema de suspensão do tipo *Four Link* foi desenvolvido de forma a superar alguns problemas do sistema *Hotchkiss*. Sua principal diferença para o seu antecessor é o uso de molas helicoidais, que permitem atingir uma menor rigidez da mola, a eliminação do ruído incomodo inerente ao atrito entre os feixes de mola e melhora o conforto dos ocupantes.

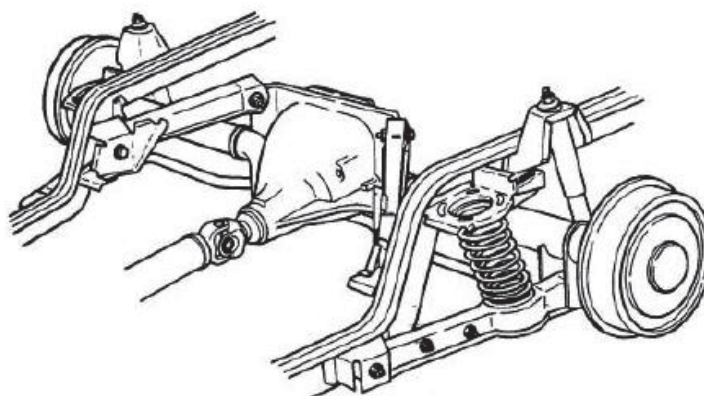


Figura 4 – Suspensão do tipo *Four Link* (Barbieri, 2008)

O uso de diversos tirantes permite um melhor controle dos parâmetros geométricos, como a posição do centro de rolagem, e auxilia na melhora da estabilidade lateral.

2.1.1.3 De Dion

Segundo Barbieri (Barbieri, 2008), este é um tipo de suspensão intermediário entre suspensões dependentes e independentes. Sua estrutura é constituída por um tubo telescópico que, como nos demais sistemas dependentes mantém as rodas paralelas porém permitem a variação na bitola durante o trabalho da suspensão, dois semi-eixos e tem o diferencial fixado à estrutura do veículo.

O fato de o diferencial estar acoplado ao chassi caracteriza a maior vantagem desse tipo de suspensão, que também permite o uso de molas helicoidais. As desvantagens de sua construção de dão pela necessidade de um tubo telescópico e semi-eixos que permitam a variação no seu comprimento, que adicionam atrito e aumentam o desgaste interno do sistema.

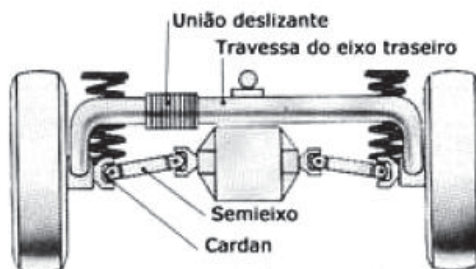


Figura 5 – Suspensão do tipo De Dion (Barbieri 2008)

2.1.2 Suspensões Independentes

Diferentemente das suspensões de eixo rígido estas suspensões permitem o movimento de cada roda sem que haja interferência no movimento da roda axialmente oposta.

Uma suspensão independente permite apenas uma trajetória de deslocamento da manga de eixo, portanto podemos dizer que a suspensão possui cinco graus de restrição (Barbieri, 2008).

Devido aos menores espaços ocupados, permitindo assim maiores volumes destinados para o alojamento do motor, e a maior resistência a vibrações no conjunto

de direção as suspensões independentes equipam o conjunto dianteiro de praticamente todos os modelos de veículos de passageiros, caminhonetes e caminhões leves.

Segundo Reimpell (Reimpell, 2001), as principais vantagens das suspensões independentes são:

- Pequeno espaço ocupado.
- Possibilidade de variações cinemáticas da divergência, tendendo ao sub-esterçamento.
- Facilidade de esterção, mesmo com a existência de um eixo motriz.
- Baixo peso
- Baixa ou nenhuma influência entre as rodas

Os principais tipos de suspensão independente são:

2.1.2.1 Semi-Eixo flutuante (*Swing Axle*)

A maneira mais simples de se obter uma suspensão independente é pivotar os semi-eixos conforme a Figura 6. O crédito para a invenção desse sistema é dado à Edmund Rumpler, no início do século XX, mas sua popularização veio do seu uso no Volkswagen Fusca a partir dos anos 1930.(Gillespie, 1992)

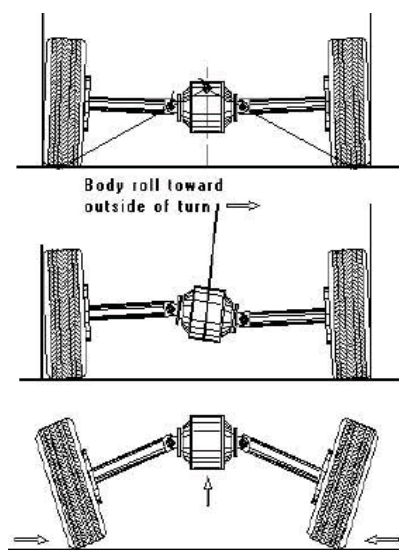


Figura 6 – Ilustração do sistema *Swing axle*, seu comportamento sob rolagem da carroceria e o efeito "Jacking" (Barbieri 2008)

Podendo ser utilizada tanto na dianteira quanto na traseira do veículo a tem como desvantagens ter a variação de cambagem limitada pelo comprimento do eixo, apresentar um conjunto ruim de respostas dinâmicas (*handling*), e apresentar de forma crítica o efeito de *Jacking*. Este efeito ocorre em curvas, quando as duas rodas estão sob efeito de forças laterais e tendem a se fechar causando elevação do veículo,

diminuição das forças laterais e possível derrapagem e capotagem. Esse efeito pode ser reduzido adicionando-se tirantes de controle, como barras estabilizadoras.

Como vantagens desse sistema pode-se citar a baixa massa agregada ao sistema e o *ride* independente .

2.1.2.2 Bandeja dupla

Conhecida nos EUA como *Short Long Arm* (SLA) e na Europa por *Double wishbone* esse sistema de suspensão é formado por duas bandejas transversais em forma de A com comprimentos desiguais, sendo exemplificado na Figura 7, podendo ser substituído por tirantes transversais.

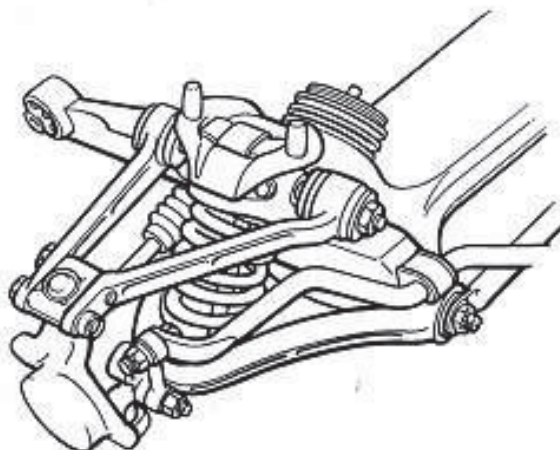


Figura 7 – Esquema de uma suspensão do tipo bandeja dupla (Reimpell, 2001).

Este tipo de suspensão, aplicada na dianteira do veículo, se adapta melhor a carros com motorização longitudinal e tração traseira, devido ao espaço reduzido liberado pela suspensão para o berço do motor.

A grande precisão na determinação dos pontos de controle cinemático, como centro de rolagem da carroceria, centro instantâneo de trabalho da suspensão é a principal vantagem desse sistema de suspensão. Outras vantagens das suspensões Bandeja Dupla são a variação de cambagem durante curvas ser favorável ao aumento das forças laterais nos pneus e o sistema ter sua construção facilmente adaptável à geometrias anti-mergulho.

2.1.2.3 McPherson

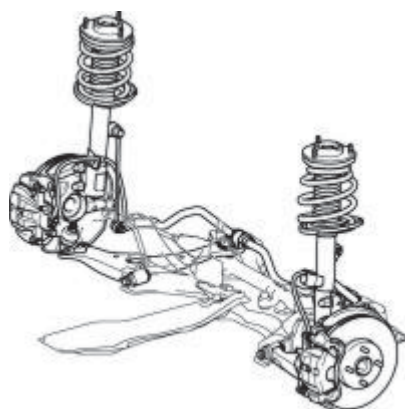


Figura 8 – Suspensão dianteira tipo McPherson do Toyota Corolla 2010 (Reimpell, 2001)

É tida como uma evolução do sistema de bandeja dupla. Neste tipo de suspensão a bandeja superior é eliminada, sendo substituída por um conjunto pivotado de amortecedor – mola ligado diretamente na manga de eixo. (Reimpell, 2001)

O sistema McPherson tem suas grandes vantagens no reduzido espaço ocupado, dissipar os esforços em uma área maior do corpo do automóvel e número reduzido de partes. Entre as desvantagens a que mais se destaca é a altura necessária para sua instalação, o que dificulta a diminuição da altura do capô. (Gillespie, 1992)

Exceto uma, as demais características são iguais às da suspensão do tipo Bandeja dupla. Esta diferença é o curso vertical da roda, que é menor neste sistema. Entretanto esta limitação não se torna uma restrição a sua aplicação.

2.1.2.4 Braço Arrastado (*Trailing Arm*)

Utilizada majoritariamente em suspensões traseiras esse sistema consiste basicamente de braços longitudinais montados de forma a girarem em torno de um eixo transversal à carroceria ou berço de montagem. (Reimpell, 2001).

Como vantagens este modelo de suspensão apresenta a sua construção simples ausência de variação na cambagem, redução da massa não suspensa, em suspensões traseiras e permitir que o estepe ou o tanque de combustível sejam localizados entre os braços da suspensão. Este modelo apresenta como desvantagens uma tendência à sobreesterção, a elevada rigidez necessária nos braços e conexões devido ao fato desse conjunto ter de suportar todos os carregamentos transversais, longitudinais e torcionais.

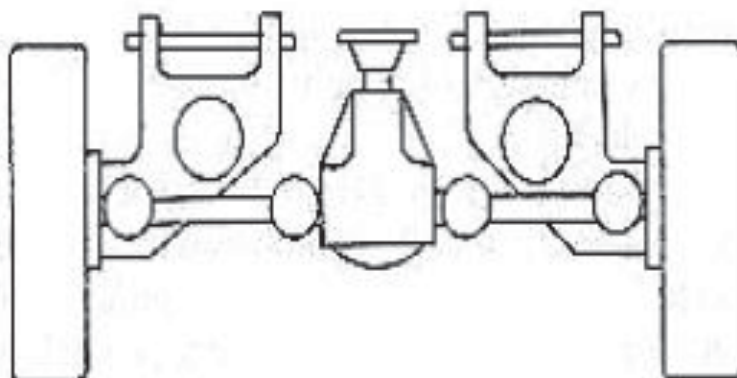


Figura 9 – Esquematico de suspensão do tipo braço arrastado aplicado em suspensões traseiras. (Barbieri 2008).

Apesar do uso deste sistema ser mais vantajoso em suspensões traseiras ele foi empregado com sucesso em veículos do começo do século XX, por exemplo o Fusca da Volkswagen. O uso de suspensões do tipo braço arrastado na dianteira de veículos modernos por influenciar negativamente no sistema de direção, gerando vibração excessiva para o condutor, grande instabilidade a altas velocidades entre outros problemas apresentados.

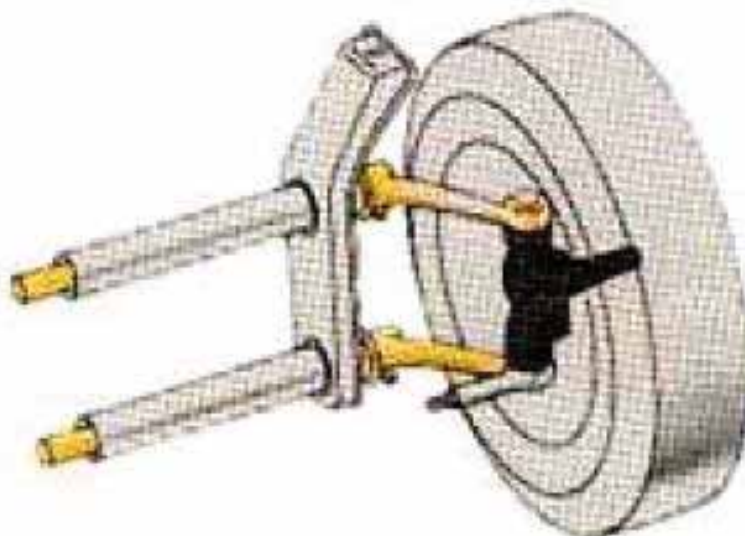


Figura 10 – Ilustração de suspensão do tipo braço arrastado utilizada na dianteira do veículo. (Barbieri, 2008).

2.1.2.5 Braço semi - arrastado (*Semi - trailing arm*)

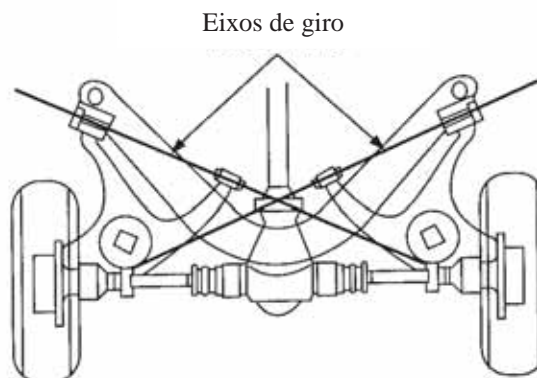


Figura 11 – Esquema básico de uma suspensão do tipo *Semi – Trailing* (Gillespie 1992).

Este é um tipo especial de braço arrastado, que é encontrado principalmente em carros de tração traseira ou com tração nas quatro rodas, mas também é encontrado em carros com tração dianteira (Reimpell, 2001). Como no Braço arrastado este tipo de suspensão consiste em um braço rígido articulado sob um eixo fixo. A diferença para as suspensões trailing arm está na posição do eixo, que se encontra na diagonal do veículo, como ilustrado na Figura 11.

Sua principal desvantagem é construtiva. Devido à movimentação das rodas os eixos de tração necessitam duas juntas com variação angular e de comprimento por roda. Entretanto este tipo de suspensão permite um ótimo trabalho de posicionamento dos pontos geométricos essenciais e sua dinâmica tende a levar à sub-esterção.

2.1.2.6 Suspensão de tirantes múltiplos (*Multi-link*)

Este sistema é composto por cinco ou mais braços articulados por juntas esféricas, usados para controlar forças e torques. Este tipo de suspensão permite uma enorme gama de variações em seu desenho e montagem, dependendo somente do espaço disponível.

Devido ao grande número de tirantes suspensões *multi-link* apresentam um grande controle por parte do projetista dos pontos geométricos e do comportamento cinemático da suspensão, porém requerem um projeto mais refinado e, conseqüentemente, mais caro. Assim este tipo de suspensão é mais comumente encontrado em veículos mais refinados e caros.



Figura 12 – Suspensão *multi link* usada na traseira do BMW Série 6 de 1996 (Reimpell, 2001)

2.1.2.7 Escolha de um sistema de suspensão para um veículo Baja SAE

Um protótipo Baja SAE, por se tratar de um veículo fora de estrada, que visa uma competição marcada principalmente por uma prova de longa duração e que tem a potência do seu motor limitada, deve apresentar algumas características como:

- Baixa massa.
- Alta resistência.
- Respostas dinâmicas rápidas e precisas.
- Oferecer conforto ao piloto.

Analisando as necessidades acima em alguns fatos, como por exemplo, a construção dos componentes ser feita por alunos da faculdade a equipe Piratas do Vale fez a escolha de suas suspensões a partir de matrizes de decisões apresentadas no Quadro 2.

Para a suspensão dianteira, devido às características do veículo como instalação aberta, necessidade de grande controle geométrico e uso fora de estrada, só é possível abrigar dois tipos de suspensão. A escolha entre elas foi decidida através da matriz de decisão mostrada no Quadro 2.

Quadro 2 - Matriz de decisão utilizada para a escolha do tipo de suspensão a utilizada no protótipo MB1011

Suspensão Dianteira			
Característica	Peso	Notas	
		McPherson	Bandeja dupla
Massa	5	3	3
Simplicidade de construção	3	4	3
Custo	4	3	2
Respostas dinâmicas	3	4	5
Controle geométrico	2	4	5
		59	57

Já para a suspensão traseira as possibilidades de suspensão são maiores, podendo ser utilizadas suspensões eixo-rígido ou independentes. Devido a análises prévias foram considerados somente as suspensões independentes, mostras no Quadro 3.

Quadro 3 – Matriz de decisão utilizada para a escolha do tipo de suspensão a utilizada no protótipo MB1011

Suspensão Traseira					
Característica	Peso	Notas			
		McPherson	Swing axle	Bandeja dupla	Semi-trailing
Massa	5	3	5	3	2
Simplicidade de construção	3	4	5	3	2
Custo	4	3	4	2	3
Respostas dinâmicas	3	4	2	5	4
Controle geométrico	2	4	2	5	3
		59	66	57	46

3 MODELOS E REQUISITOS PARA O DIMENSIONAMENTO DE UM SISTEMA DE SUSPENSÃO

3.1 Introdução

O conforto dos ocupantes de um automóvel tem grande influência das vibrações e seus modos. Vibrações em veículos automotores têm variadas fontes, como forças aerodinâmicas, vibrações do sistema de transmissão, folgas e desgastes de componentes, entre outras. Dentro dessa grande variação de fontes de vibrações, excitações causadas pela via se destacam.

O ambiente vibracional é um dos critérios mais importantes pelo qual as pessoas avaliam a qualidade de um carro. Sendo um julgamento é algo naturalmente subjetivo, o que gera grandes dificuldades em se determinar objetivamente parâmetros para determinação do *ride* como um parâmetro de performance do veículo. (Gillespie, 1992)

Devido à grande amplitude de velocidades e flexibilidade de traficar em inúmeros tipos de pavimento automóveis estão expostos a um amplo espectro de vibrações que podem ser classificadas como táteis, visuais ou auditivas, sendo essa última considerada somente como ruído e é estudada separadamente. O conforto dos ocupantes depende da capacidade do sistema de suspensão de isolar a carroceria do veículo das vibrações impostas pelo percurso.

3.2 Limites de conforto vibracional.

Ao se lidar com reações humanas a vibrações não é possível determinar precisamente limites de conforto, sendo estes derivados da interpretação dos dados experimentais disponíveis. O problema é complicado pela variação da sensibilidade de cada pessoa e pela diversidade de métodos de testes e níveis de aceitação estipulados pelos diversos pesquisadores. (Janeway, 1948)

Apesar dos diversos estudos realizados não há um consenso absoluto sobre os limites humanos à vibrações verticais. Estes limites variam de acordo com o tipo de experimento realizado, suas condições. Porém o fator que mais influencia nesta variação de resultados são as grandes diferenças existentes de sensibilidade entre os mais diversos voluntários.

Na Figura 13 estão mostrados de forma sobreposta resultados de três estudos realizados com focos diferenciados. O estudo de Goldman tem um enfoque fisiológico já o estudo de Burton-Douglas está voltado à análise de passageiros de aeronaves e o estudo de Janeway tem como enfoque passageiros de automóveis e trens. A partir

desta sobreposição podemos perceber que dependendo da finalidade do estudo os limites podem variar. Contudo os estudos de Janeway e de Goldman guardam maior semelhança em seus resultados.

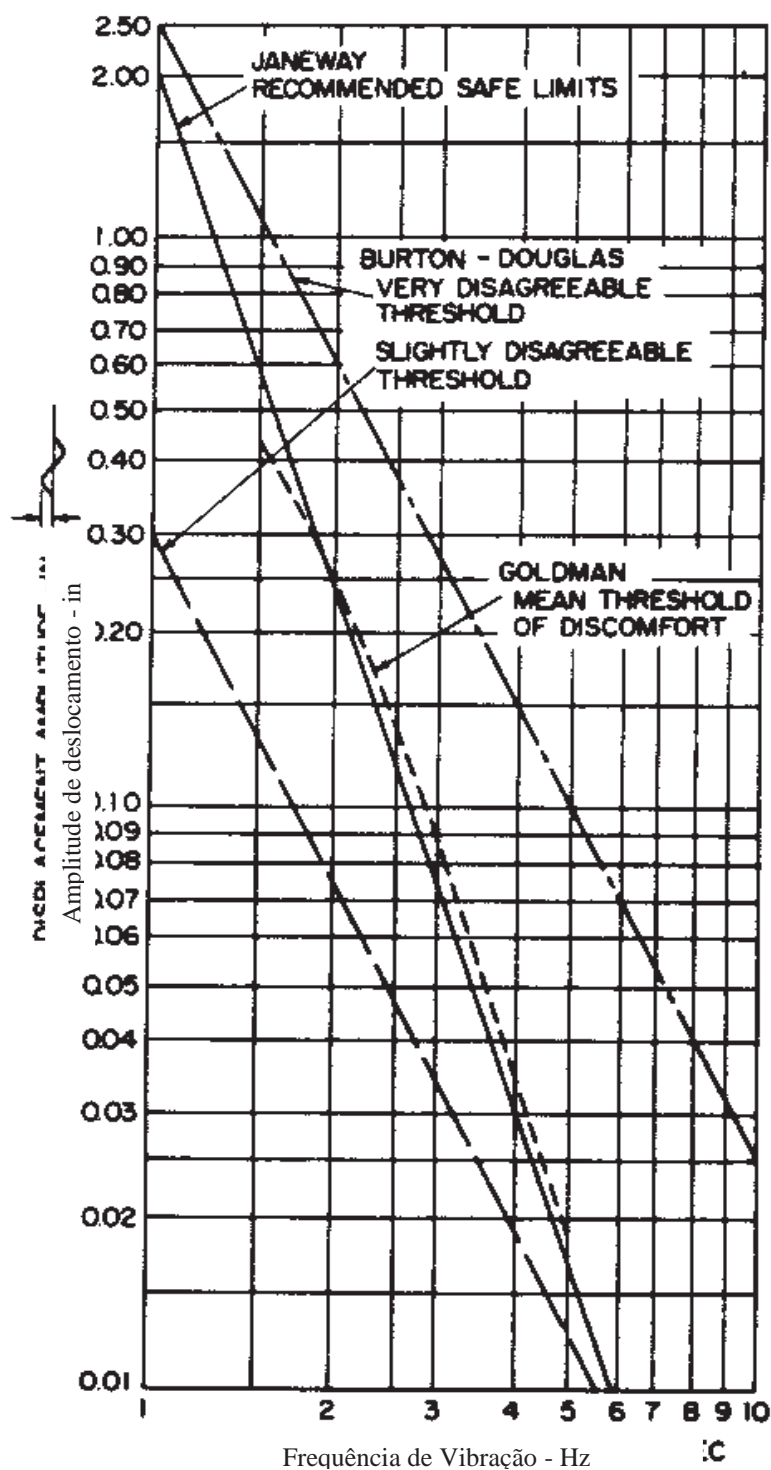


Figura 13 – Sobreposição dos resultados gerais dos estudos de Goldman, Janeway e Burton-Douglas.(Gillespie 1992)

Apesar das divergências podem-se tomar alguns resultados como comuns nos diferentes estudos. A similaridade mais notável é a existência de um limite inferior no limiar de desconforto que varia de 4 Hz a 8 Hz para vibrações verticais. Isto se dá pela sensibilidade dos conjuntos da cavidade abdominal sendo que o tempo de exposição à vibração também é um fator que tem influência nos limites de conforto

A partir das similaridades dos diversos resultados diferentes normas determinam limites recomendáveis de vibrações verticais, como pode ser visto na Figura 14. Como é possível observar existem duas curvas limites proposta pela ISO, uma curva para vibrações de um minuto e outra para uma hora.

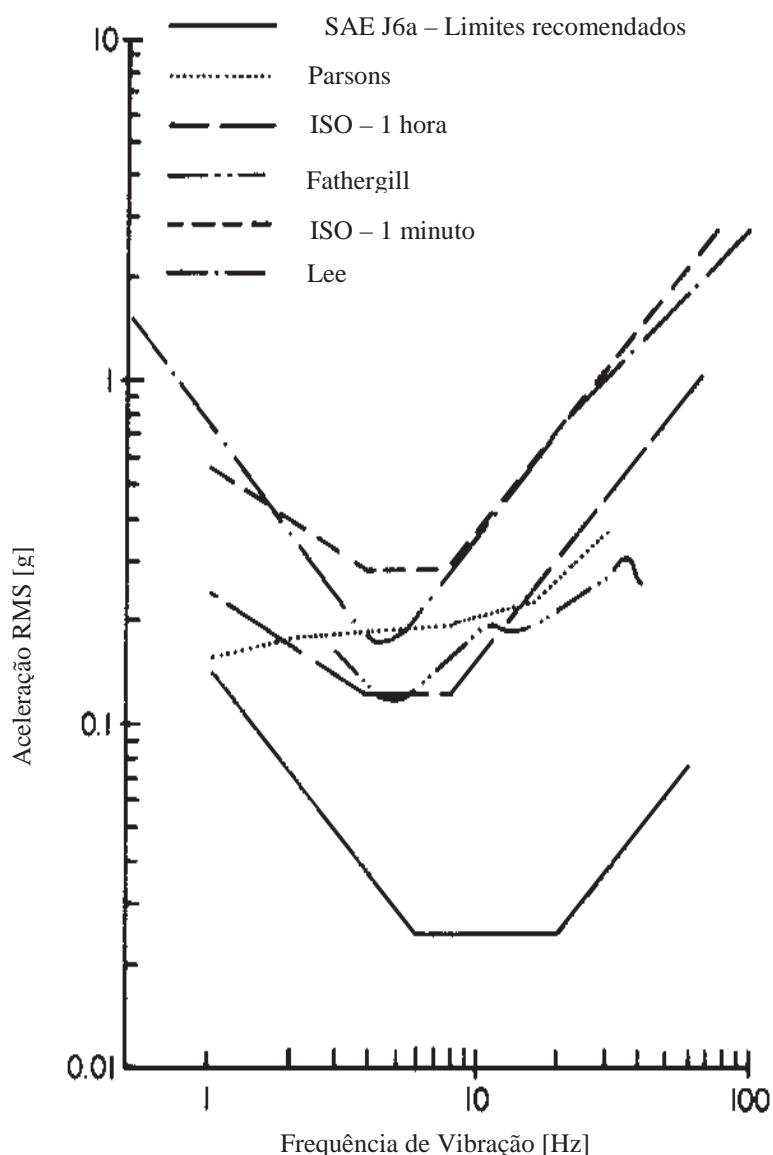


Figura 14 – Limites de acelerações de vibrações verticais segundo diversas normas (Gillespie 1992)

3.3 Estudo de vibrações da via.

Como visto na seção anterior o controle das vibrações a qual os passageiros são expostos é de grande importância. Para podermos controlá-las é necessário entender suas fontes, sendo que no dimensionamento de um sistema de suspensão a principal fonte é a via sobre a qual o automóvel trafega.

Uma via qualquer, pavimentada ou não, possui um perfil de elevação aleatório. A Figura 15 nos mostra o perfil de elevação média em estradas pavimentadas, podendo ser extrapolada para estradas não pavimentadas. Como se pode observar a densidade espectral de elevações com menores amplitudes e acelerações são altas e decrescem com o aumento das amplitudes. Isto nos mostra que quanto maiores as irregularidades, como buracos e pedras, menos sua incidência em determinado espaço. Assim pode assumir-se que a aspereza do pavimento serve de fonte excitadora.

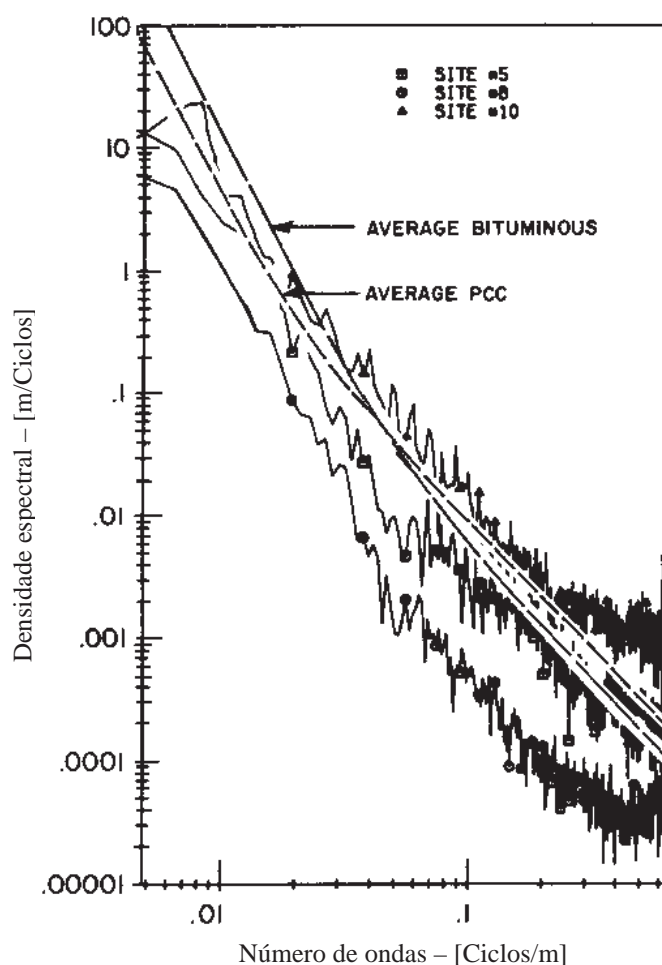


Figura 15 – Perfil da distribuição da elevação em vias pavimentadas (Gillespie, 1992)

Como um perfil aleatório pode ser tratado matematicamente como uma transformada de Fourier, é possível fazer a integração deste perfil. Na Figura 16 estão mostrados os resultados da primeira e da segunda integração das curvas de elevação que resultam nos perfis de velocidade e aceleração encontrados nas estradas. A partir da análise do gráfico da aceleração pode-se notar que, em frequências acima de 10Hz, há uma elevação rápida da densidade espectral da intensidade das vibrações. Com isso, é possível concluir que a aspereza da via atua de forma mais intensa em altas frequências, podendo gerar altas frequências de marcha. Estas vibrações de alta frequência, se não isoladas devidamente pelo sistema de suspensão, podem vir a se tornar responsáveis por uma má avaliação no conforto de marcha do veículo.

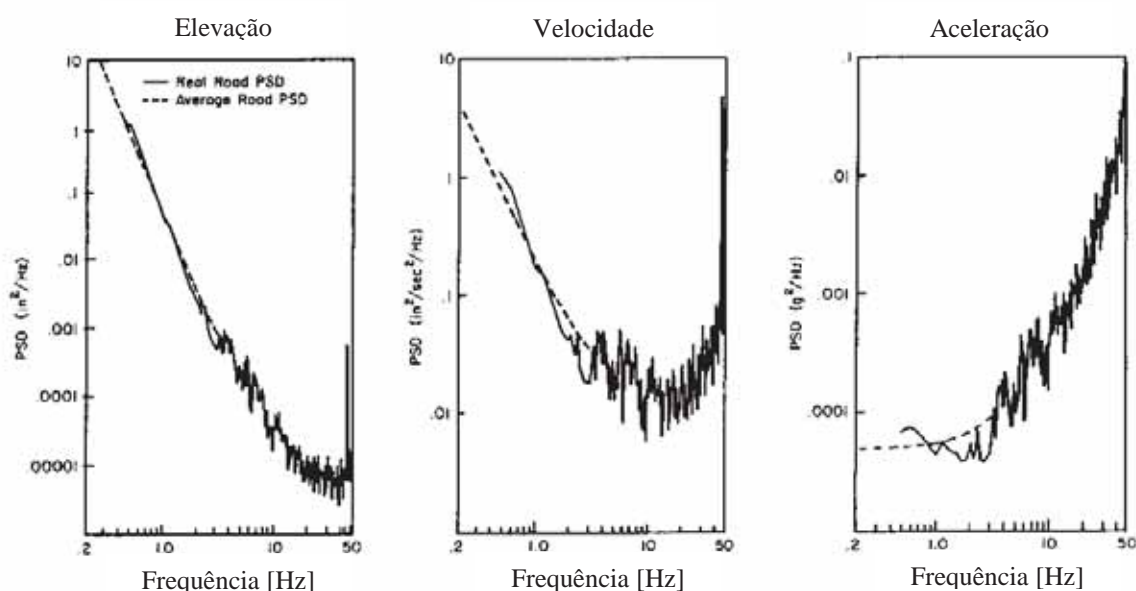


Figura 16 – Perfis de elevação, velocidade e aceleração de rodovias. (Gillespie 1992)

Um dos marcos iniciais dos projetos de suspensão de veículos modernos é o isolamento de vibrações de alta frequência. Isso devido a capacidade dos veículos modernos de atingir altas velocidade e, conseqüentemente, as altas frequências de excitação das vias geradas nos veículo, e o conhecimento destas características comuns das ruas e rodovias.

Com o objetivo de estudar a influência da velocidade de deslocamento do veículo no comportamento das excitações de vibrações no veículo e no conforto trataremos a aspereza como uma excitação em aceleração. Para se fazer um tratamento matemático dos sinais de excitação gerados pela via faremos a análise a partir de um sinal senoidal simples, uma vez que a partir deste é possível desenvolver séries de Fourier apropriadas, como ditas anteriormente. Assim temos:

$$Z_r = A \sin(2\pi v X)$$

Onde:

Z_r = Elevação do perfil da via

A = Amplitude da onda senoidal

v = Número de onda (ciclos/m)

X = Distância percorrida

Porém podemos substituir a distancia percorrida pela velocidade vezes o tempo, assim temos:

$$Z_r = A \sin(2\pi v V t) \quad (1)$$

Para chegarmos a equação da aceleração em função da velocidades derivamos duas vezes, logo temos:

$$\ddot{Z}_r = -(2\pi v V)^2 A \sin(2\pi v V t) \quad (2)$$

Como podemos ver através da equação (2), a aceleração vertical é uma função da velocidade do veículo elevada ao quadrado. Isto implica que o aumento da velocidade de deslocamento irá aumentar rapidamente o coeficiente de aceleração, Esse aumento pode ser notado na Figura 16 através do aumento da frequência de excitação, que está diretamente relacionada à velocidade do veículo.

Esta análise nos comprova que desde pequenas elevações, como a aspereza do pavimento, até grandes desníveis, como lombadas ou buracos, podem ser fontes de oscilações verticais. Essas excitações se não forem devidamente isoladas podem provocar oscilações incômodas, podendo os modos de vibração ser alternados entre os eixos (*pitch*) ou sincronizados entre os eixos (*bounce*). Entretanto esta análise não considera variações alternadas entre os lados direito e esquerdo do veículo. Apesar da aleatoriedade dos traçados em ambos os lados do veículo a razão entre as diferentes elevações tende a um. Oscilações alternadas entre o lado direito e esquerdo são mais profundamente estudadas dentro de estudos de rolagem e capotamento.

3.4 Modelos de resposta e dimensionamento.

Como foi visto anteriormente o conforto dos ocupantes de um veículo depende do correto isolamento das acelerações provenientes do pavimento das vias. Estas

acelerações são potencialmente mais incômodas a altas frequências e estão diretamente relacionadas com a velocidade de deslocamento do veículo.

Um projeto adequado de suspensão automotiva, e o isolamento das vibrações a qual este sistema é submetido, envolve o conhecimento do comportamento dos principais componentes envolvidos e como estes influenciam na resposta em aceleração para os ocupantes.

O modelo mais utilizado no dimensionamento de suspensões é o modelo de um quarto de veículo (*quarter car model*). Este modelo consiste na simplificação do sistema como um conjunto massa mola com a associação de duas massas, duas molas e um amortecedor, ilustrado na Figura 17. Neste modelo as massas dos veículos são divididas em massas suspensas e massas não suspensas. Massas suspensas são todas aquelas que são direta ou indiretamente sustentadas pelo sistema de suspensão do veículo, como carroceria, cargas, passageiros, entre outros. Massas não suspensas são as massas dos componentes que não são suportados pela suspensão como pneus, rodas, discos e pinças de freios. Alguns componentes, entretanto, têm influência tanto no sistema de massas suspensas como no conjunto de massas não suspensas. Por exemplo: amortecedores, molas e braços de suspensão. Esses componentes tem, para propósitos de cálculo, uma porcentagem de sua massa associada a um dos grupos, sendo o restante atribuído ao outro grupo.

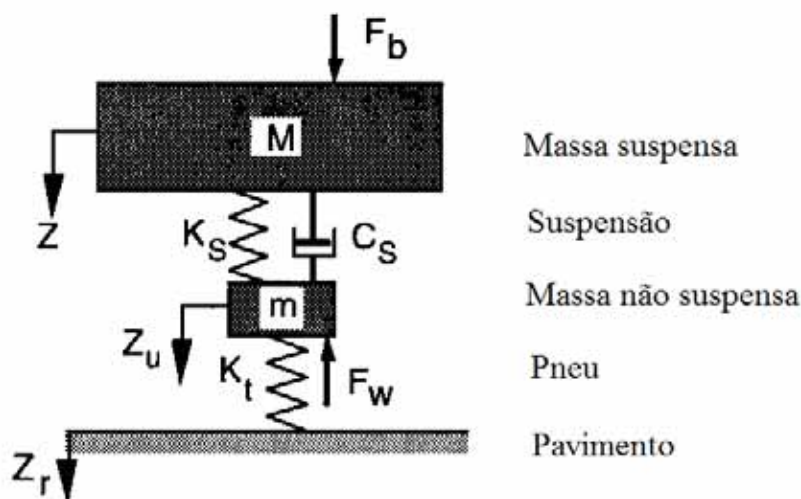


Figura 17 – Modelo de um quarto de veículo (Gillespie 1992)

Para fins de equacionamento e dimensionamento do sistema usaremos o termo suspensão para o conjunto de uma roda, ou um quarto do veículo.

Como a analogia do sistema é um sistema massa mola a característica básica de uma suspensão é sua rigidez, mais conhecida como *Ride Rate*. O *Ride Rate* da suspensão de um automóvel é calculado por:

$$RR = \frac{K_S \cdot K_T}{K_S + K_T} \quad (3)$$

Onde:

RR = Ride Rate.

K_S = Rigidez da mola da suspensão

K_t = Rigidez do pneu.

Com isso calculamos a frequência natural do sistema:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{RR}{M_S}} \quad (4)$$

Onde:

ω_n = Frequência natural do sistema [rad/s]

M_S = Massa suspensa sob a roda. [kg]

Entretanto toda suspensão veicular é um conjunto massa mola amortecido assim temos que o sistema amortecido é calculado por:

$$C_C = 2M\omega_n \quad (5)$$

$$\xi = \frac{C_s}{C_C}$$

C_s = Coeficiente de amortecimento do sistema

C_C = Coeficiente de amortecimento crítico

Assim a frequência natural de um sistema de suspensão é dada por.

$$\omega_a = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} \quad (6)$$

Como visto anteriormente as faixas de vibração a qual o corpo humano suporta por longos períodos estão abaixo dos 4 Hz. Para uma otimização de um projeto de suspensão deve-se buscar o ideal de 1 Hz.

Um estudo mais profundo das respostas dos componentes da suspensão deve ser feito utilizando-se o equacionamento de Newton aplicado para os conjuntos massa mola. Onde temos:

Para a massa suspensa:

$$M \ddot{Z} + C_S \dot{Z} + K_S Z = C_U \dot{Z} + K_S Z_U + F_b \quad (7)$$

Para a massa não suspensa temos:

$$m\ddot{Z}_U + C_s \dot{Z}_U + (K_s + K_T)Z_U = C_s \dot{Z} + K_s Z + K_T y + F_w \quad (8)$$

Onde:

M = Massa suspensa pelo sistema;

m = Massa não suspensa;

Z_U = Deslocamento da massa não suspensa;

Z = Deslocamento da massa suspensa;

Z_r = Deslocamento do pavimento;

F_b = Força atuante na massa suspensa;

F_w = Força atuante na massa não suspensa.

As equações mostradas acima podem ser usadas de forma geral e para diversas variações de sistemas. Entretanto para os modelos mais comuns utilizados em automóveis equações mais convenientes são propostas.

Estes equacionamentos relacionam o ganho de intensidade das acelerações atuantes nos diferentes componentes de uma suspensão nas diferentes frequências a qual o veículo estará submetido durante sua marcha.

Assim temos:

$$\frac{\ddot{Z}}{Z_r} = \frac{K_1 K_2 + [K_1 C \omega]j}{[\chi \omega^4 - (K_1 + K_2 \chi + K_2) \omega^2 + K_1 K_2] + [K_1 C \omega - (1 + \chi) C \omega^3]j} \quad (10)$$

$$\frac{\ddot{Z}}{F_w/M} = \frac{K_2 \omega^2 + (K_1 C \omega)j}{[\chi \omega^4 - (K_1 + K_2 \chi + K_2) \omega^2 + K_1 K_2] + [K_1 C \omega - (1 + \chi) C \omega^3]j} \quad (11)$$

$$\frac{\ddot{Z}}{F_b/M} = \frac{[\chi \omega^4 - (K_1 + K_2 \chi + K_2) \omega^2] + [C \omega^2]j}{[\chi \omega^4 - (K_1 + K_2 \chi + K_2) \omega^2 + K_1 K_2] + [K_1 C \omega - (1 + \chi) C \omega^3]j} \quad (12)$$

Onde:

$$\chi = \frac{m}{M} = \text{razão da massa não amortecida pela amortecida} \quad (13)$$

$$C = \frac{C_s}{M} \quad (14)$$

$$K_1 = \frac{K_t}{M} \quad (15)$$

$$K_2 = \frac{K_s}{M} \quad (16)$$

j = operador complexo

As equações acima mostram a reação do conjunto e das massas, suspensas e não suspensas, de forma individual. Os ganhos de aceleração podem ser observados na Figura 18.

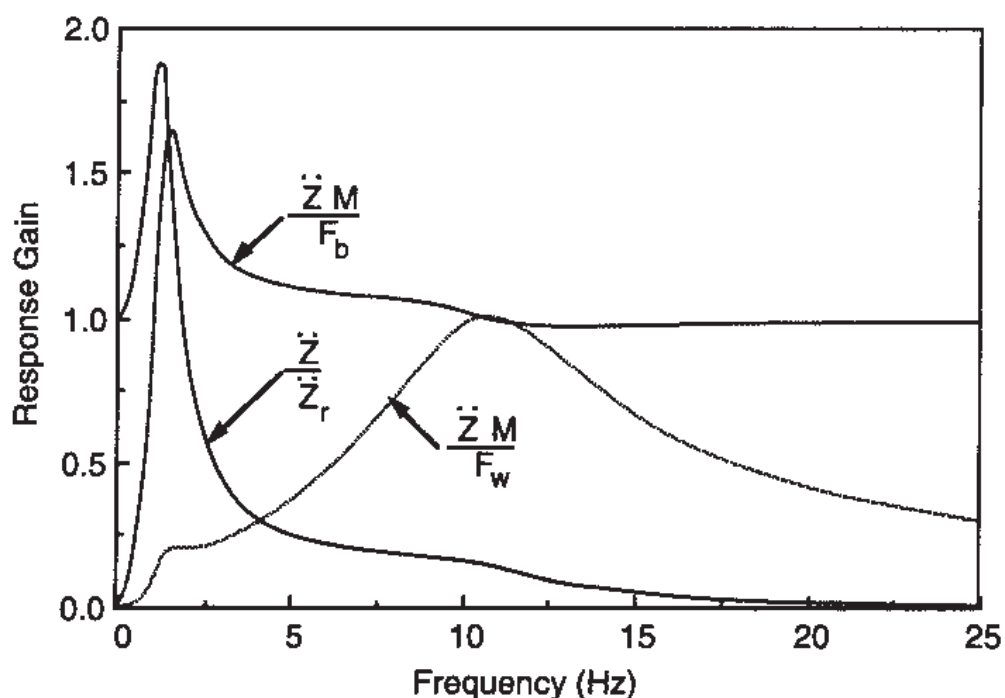


Figura 18 – Respostas de ganho de aceleração dos conjuntos analisados. (Gillespie 1992)

Como pode-se observar o ganho em resposta do conjunto tem seu pico na de aceleração vertical na frequência natural amortecida de projeto e decai rapidamente tendendo à nulidade em altas frequências. Também é notável a diferença entre os comportamentos da massa suspensa e não suspensa. A massa suspensa, assim como o conjunto tem seu pico de aceleração próximo á frequência natural e decai, tendendo á unidade, já a massa não suspensa tem uma crescente, atingindo seu máximo em frequências intermediárias e decai, também tendendo à estabilidade.

Os modelos de resposta de um quarto de veículo reproduzem satisfatoriamente o comportamento de cada roda de um carro. Entretanto este modelo não é suficiente para descrever completamente o comportamento de um veículo.

Para complementar a análise do movimento vertical do conjunto de suspensão de um veículo é necessária a análise dos movimentos oscilatórios, conjuntos (*bounce*) e de alternados ou de arfagem (*pitch*) e suas combinações.

Estes movimentos surgem devido à diferença temporal da excitação das rodas dianteiras e das rodas traseiras. Esta diferença por sua vez é resultado da distância entre os eixos e os perfis da pista. Normalmente ocorre a sobreposição destes movimentos, porém em casos extremos estes movimentos ocorrem isolados e da forma que serão mostrados a seguir.

O fenômeno da oscilação conjunta ou *bounce* pode ser descrita como a tendência do carro saltar verticalmente. Este fenômeno ocorre quando o veículo é excitado em comprimentos de onda iguais, submúltiplos inteiros da distância entre eixos ou muito maiores que este comprimento. Já a oscilação alternada entre os eixos, conhecida por *pitch* é caracterizada pelo movimento de balanço da carroceria. Ocorre sob excitações em comprimentos de onda duas vezes maiores ou seus submúltiplos não inteiros.

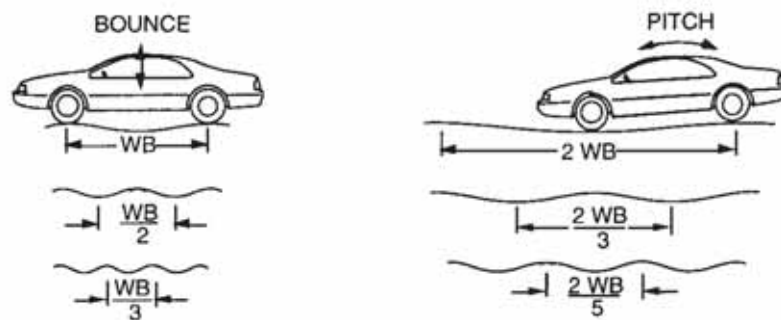


Figura 19 – Caracterização dos movimentos de *bounce* e *pitch* (Reimpell 2001)

Desta forma é possível perceber que em um trajeto qualquer e ordinário estas condições tem suas ocorrências isoladas altamente improváveis, assim é necessário determinar as reações do carro para as combinações destes fenômenos.

O modelo de um quarto de veículo descreve com grande precisão o movimento vertical do conjunto de um veículo em altas velocidades, feita a consideração que as vias que permitem tráfego a tais velocidades tendem a ser planificadas e apresentarem grandes comprimentos de onda. A partir deste fato podemos dizer que os movimentos de *bounce* e *pitch* ocorrem de forma sensível aos passageiros a baixas velocidades.

Uma vez que a ocorrência dos fenômenos de *bounce* e *pitch* isoladamente é altamente improvável é necessário determinar o comportamento, em termos de frequências, da interferência mútua de ambos os fenômenos.

Para tal estudo devemos considerar o veículo como um corpo rígido, ilustrado na Figura 20, sendo os pneus e a suspensão substituídos por molas simples de constante

equivalente (*ride rate*). Nesta análise efeitos de amortecimentos e outras deformações são considerados desprezíveis.

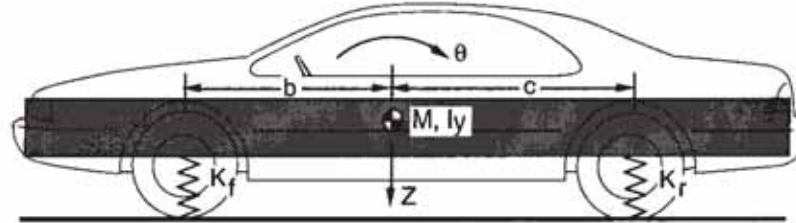


Figura 20 – Modelo para análise de bounce e pitch (Gillespie 1992)

De forma a simplificar os cálculos são definidas as variáveis

$$\alpha = \frac{(K_f + K_r)}{M} \quad (17)$$

$$\beta = \frac{(K_r \cdot c - K_f \cdot b)}{M} \quad (18)$$

$$\gamma = \frac{(K_f \cdot b^2 + K_r \cdot c^2)}{(K \cdot k^2)} \quad (19)$$

Sendo:

K_f = Rigidez equivalente da dianteira;

K_r = Rigidez equivalente da traseira;

b = Distância do centro de massa (CG) ao eixo dianteiro;

c = Distância do centro de massa (CG) ao eixo traseiro;

k = Raio de giração ($k = \sqrt{I_y / M}$);

I_y = Momento de inércia rotacional em torno do eixo y.

Assim temos as equações diferenciais:

$$\ddot{Z} + \alpha \cdot Z + \beta \cdot \theta = 0 \quad (20)$$

$$\ddot{\theta} + \beta \cdot \frac{Z}{k^2} + \lambda \cdot \theta = 0 \quad (21)$$

Entre as variáveis determinadas previamente β é a única que aparece em ambas as equações, portanto será chamada de coeficiente de acoplamento. Isto implica que

quando temos $\beta=0$ os efeitos ocorrem separadamente e o centro de rotação do veículo se encontra em seu centro de massa. O efeito dessa separação é a ocorrência de oscilações verticais devido a forças verticais aplicadas no CG e rotações da carroceria devido a torques ou forças verticais deslocadas do centro de massa. Uma vez que neste modelo os efeitos de amortecimento são desconsiderados pode-se adotar as soluções:

$$Z = Z \cdot \text{sen} \omega t \quad (22)$$

$$\dot{Z} = Z \cdot \cos \omega t \quad (23)$$

$$\ddot{Z} = -Z \cdot \text{sen} \omega t \quad (24)$$

$$\theta = \theta_0 \cdot \text{sen} \omega t \quad (25)$$

$$\dot{\theta} = \theta_0 \cdot \cos \omega t \quad (26)$$

$$\ddot{\theta} = -\theta_0 \cdot \text{sen} \omega t \quad (27)$$

Aplicando as soluções na equação diferencial temos:

$$-Z \cdot \omega^2 - \text{sen} \omega t + \alpha \cdot Z \cdot \text{sen} \omega t + \beta \cdot \theta \cdot \text{sen} \omega t = 0 \quad (28)$$

Para encontrarmos os centros de giro separadamente os termos das funções devem ser iguais a zero. Assim temos:

$$Z/\theta = -\beta / (\alpha - \omega^2) \quad (29)$$

$$Z/\theta = -k^2 (\gamma - \omega^2) / \beta \quad (30)$$

Igualando as equações temos:

$$\omega^4 - (\alpha + \lambda) \cdot \omega^2 + \alpha \cdot \lambda - \beta^2 / k^2 \quad (31)$$

Sendo esta equação de quarto grau sabe-se que duas de suas raízes serão imaginárias, podendo ser negligenciadas. Assim as raízes são dadas por

$$\omega_{1,2} = \sqrt{\frac{(\alpha + \gamma)}{2} \pm \sqrt{(\alpha - \gamma)^2 / 4 + \beta^2 / k^2}} \quad (32)$$

Assim como as frequências naturais obtidas pelo modelo de um quarto de veículo as frequências de *bounce* e *pitch* devem apresentar valores próximos a 1 Hz. Estes valores normalmente são diferentes dos encontrados pelos cálculos do modelo de um quarto de veículo.

Ao aplicarmos as frequências encontradas na equação 19 encontramos as posições relativas dos centros de giros em relação ao centro de massa. Ao termos a relação com valor positivo encontramos o centro de oscilação afrente do CG a uma distância igual a Z/θ , analogamente o centro de giro estará atrás do centro de massa de um valor igual a Z/θ quando o valor desta relação for negativo.

Assim podemos determinar analiticamente alguns pontos chave no dimensionamento de suspensões automotivas, principalmente no que tange a determinação do conforto dos ocupantes.

Na década de 1930, Maurice Olley definiu algumas regras práticas para o dimensionamento de suspensões para o conforto de seus ocupantes. Apesar de os métodos terem evoluído significativamente desde então estas regras ainda são válidas como critérios em uma primeira aproximação no dimensionamento, sendo assim serão utilizadas como critérios a serem atendidos no dimensionamento alvo deste trabalho. Estas regras são:

A rigidez equivalente da suspensão dianteira deve ser cerca de 70% da rigidez da suspensão traseira.

As frequências naturais de *bounce* e *pitch* não devem divergir entre si mais do que 1,2 vezes, sendo que nenhuma destas duas frequências naturais devem exceder 1,3 Hz.

4 DIMENSIONAMENTO DA SUSPENSÃO DO BAJA MB1011

4.1 Método de cálculo

O dimensionamento da suspensão tem um papel vital no desenvolvimento do veículo e para o atingimento da meta proposta pela equipe. Com este correto dimensionamento é possível construir os menores conjuntos mola-amortecedor possíveis, evitando assim o aumento desnecessário de massa. Para realizar os cálculos das molas, de *bounce* e *pitch* foi desenvolvido um programa computacional em VBA, dentro do Microsoft Excel. Para este desenvolvimento foram utilizados os conceitos e critérios apresentados no capítulo 3 deste trabalho.

A apresentação dos dados e resultados do dimensionamento considerado foi dividida em duas planilhas básicas. Uma planilha, mostrada na Figura 21, de cálculos de *ride rate* e frequências naturais de vibração, associadas ao modelo de um quarto de veículo. A segunda planilha, mostrada na Figura 22, realiza os cálculos de determinação das frequências de oscilação e os afastamentos dos centros de giro associados aos movimentos de *bounce* e *pitch*. Os dados de entrada do programa para o dimensionamento da suspensão são: Massa total do veículo, distribuição de massa entre os eixos dianteiros e traseiros, massa não suspensa em cada roda, as rigidezes do pneu utilizado e das molas a serem utilizadas na suspensão, o fator de amortecimento (ζ), o momento de inércia em relação ao eixo y do carro (I_y), e as distancias entre os eixos do carro e o centro de massa (b e c).

Dimensionamento de molas e amortecedores para o baja (Modelo 26L para 1/4 de veículo)										
Massas e distribuição	M_{tot}		kg					K_{spr}		N/m
	$M_{s,diam}$		kg	$M_{s,diam}$	41,1	kg		$K_{s,diam}$		N/m
	$M_{s,tras}$		kg	$M_{s,tras}$	60,1	kg		$K_{s,tras}$		N/m
	% dianteira							RR_{diam}	19331,03	N/m
	% traseira							RR_{tras}	20764,61	N/m
										Calcular suspensão
Coeficientes de amortecimento	Críticos	CC_{diam}	2398,75	(N.s)/m	Frequencias Naturais	Naturais	$\omega_{s,diam}$	rad/s	0,00	Hz
		CC_{tras}	3100,97	(N.s)/m		Naturais	$\omega_{s,tras}$	rad/s	0,00	Hz
	Fator de amortecimento	ζ_{diam}				De vibração da massa suspensa (carroceria)	$\omega_{s,diam}$	rad/s	0,00	Hz
		ζ_{tras}					$\omega_{s,tras}$	rad/s	0,00	Hz
	Nominal $_{diam}$	$C_{s,diam}$	1439,25	(N.s)/m						
Nominal $_{tras}$	$C_{s,tras}$	2170,677	(N.s)/m							

Figura 21 – Interface da planilha de cálculo de um quarto de veículo.

Análise de Boce e Pitch							
Momento de inercia de massa em torno do eixo y	$I_y =$		[Kg.m ²]	$\omega_1 =$	19,83 [rad/s]	3,16 Hz	
Raio de giração	$k =$	0,477	[m]	$Z/\theta 1 =$	0,098	m/rad	
Distância do eixo dianteiro até o cg	$b =$		[m]	$\omega_2 =$	12,27 [rad/s]	1,95 Hz	
Distância do eixo traseiro até o cg	$c =$		[m]	$Z/\theta 2 =$	-2,332	m/rad	
	$\alpha =$	160,383					
	$\beta =$	22,762					
	$\gamma =$	383,437					

Figura 22 – Interface da planilha de cálculo dos modos de vibração e centros de giro de bounce e pitch

4.2 Pneu utilizado

Como já visto anteriormente a rigidez do pneu utilizado tem influência direta na rigidez do sistema de suspensão e no conforto dos ocupantes. De forma a determinar a rigidez do pneu utilizado realizou-se um ensaio do mesmo, ilustrado na Figura 24. O pneu utilizado, da marca Maxxis, modelo Maverick 21x7x10, foi ensaiado usando-se a máquina de ensaios de tração/compressão do departamento de materiais e tecnologia da Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá. Este ensaio consistiu em aplicar forças compressivas no pneu e medir sua deformação e, aplicando a lei de Hooke, calculou-se a rigidez do pneu. As forças foram aplicadas diretamente na banda de rodagem, com isso houve deformação tanto na superfície de contato entre o pneu e a placa do cabeçote móvel da máquina quanto na superfície de contato entre o pneu e o apoio com a placa inferior, fixa. Assim para podermos aplicar corretamente a lei de Hooke, a deformação obtida é dividida por dois. Esse procedimento foi realizado para o pneu em diferentes pressões. Os resultados são mostrados nos Quadro 4, Quadro 5, Quadro 6 e Quadro 7 e Figura 23.



Figura 23 – Ensaio de rigidez de um pneu Maxxis modelo Maverick 21x7x10

Quadro 4 - Dados para a determinação da rigidez do pneu a pressão de 1 bar.

Pressão [bar]	1	
Força [N]	Deslocamento [mm]	Rigidez
25	0,53	47,35 N/mm
50	1,34	37,40 N/mm
76	1,62	46,93 N/mm
100	2,44	41,05 N/mm
	Rigidez média	43,18 N/mm

Quadro 5 - Dados para a determinação da rigidez do pneu a pressão de 0,8 bar.

Pressão [bar]	0,8	
Força [N]	Deslocamento [mm]	Rigidez
25	0,61	40,72 N/mm
50	1,34	37,40 N/mm
75	2,12	35,39 N/mm
100	2,69	37,14 N/mm
	Rigidez média	37,66 N/mm

Quadro 6 - Dados para a determinação da rigidez do pneu a pressão de 0,6 bar.

Pressão [bar]	0,6	
Força [N]	Deslocamento [mm]	Rigidez
25	0,68	37,04 N/mm
48	1,39	34,57 N/mm
75	2,05	36,63 N/mm
100	2,93	34,13 N/mm
	Raigidez média	35,59 N/mm

Quadro 7 - Dados para a determinação da rigidez do pneu a pressão de 0,4 bar.

Pressão [bar]	0,4		
Força [N]	Deslocamento [mm]	Rigidez	
25	0,88	28,38	N/mm
50	1,58	31,75	N/mm
79	2,77	28,56	N/mm
100	3,54	28,28	N/mm
	Rigidez média	29,24	N/mm

A partir dos pontos de força-deslocamento coletados, com o auxílio do Excel, foram traçadas as retas de caracterização da rigidez, mostradas na Figura 23. Como a rigidez do pneu tem relação direta com a frequência de resposta do sistema, foi determinada a utilização da rigidez média máxima obtida de forma a se obter a maior frequência de resposta possível nas condições dadas.

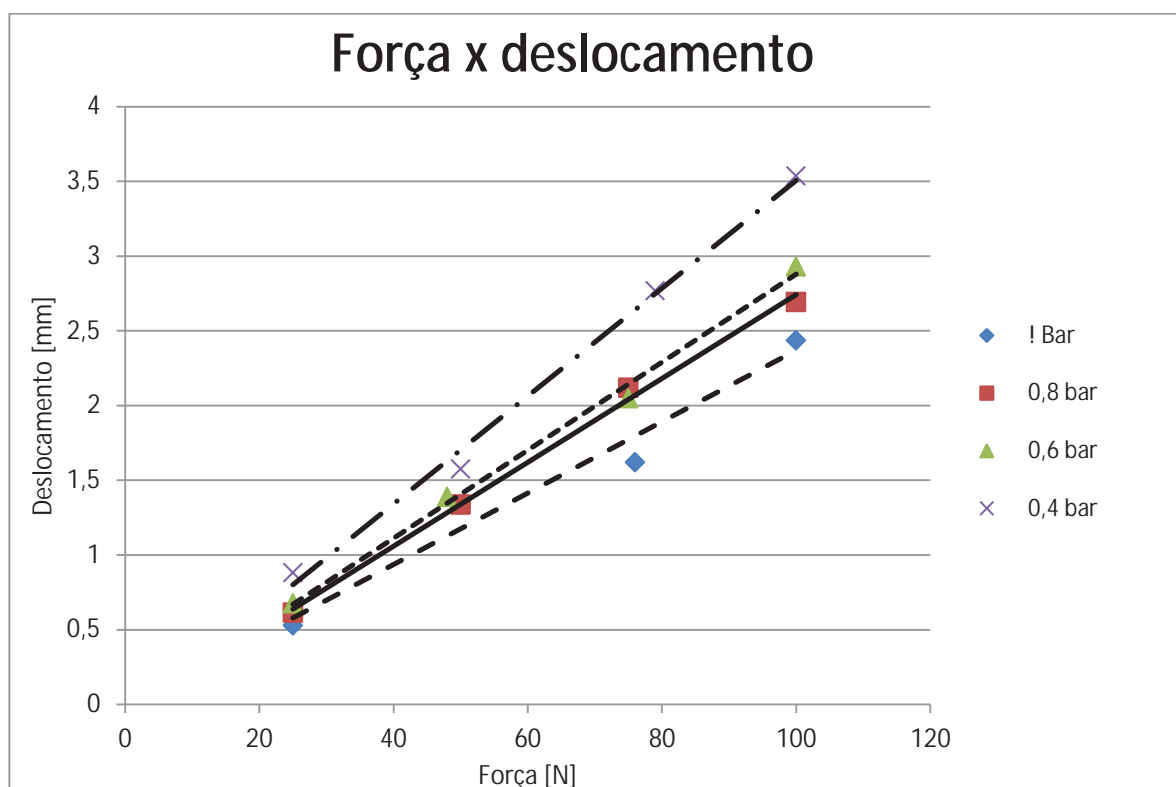


Figura 24 – Curvas de Força x Deformação para a determinação das rigidezes nas diferentes pressões do pneu utilizado

A rigidez de um pneu é influenciada pela sua estrutura e pela pressão na qual este trabalha. A análise das curvas levantadas nos mostra a influência da variação da pressão no pneu. O aumento da pressão interna no pneu leva a um aumento na rigidez deste.

O pneu ensaiado é utilizado originalmente em quadrículos e tem como principal característica o regime de trabalho a baixas pressões internas. Por este motivo durante o ensaio a pressão máxima analisada foi de 1 bar. Foi nesta pressão de trabalho que obteve-se a maior rigidez média, sendo esta de 43,18 [N/mm]. Este o valor foi o adotado para este dimensionamento.

4.3 Dados do veículo

Devido ao fato de o protótipo MB1011 estar atualmente em fase de desenvolvimento os cálculos aqui apresentados são utilizam dados retirados dos modelos computacionais parciais e dados adotados e definidos a partir da experiência da equipe e as metas que foram traçadas pela mesma.

A partir da meta de redução de 15% na massa do veículo a massa total do veículo foi definida como 250 kg, sendo 160 kg a massa atribuída ao protótipo e 90 kg a massa atribuída ao piloto.

Através do modelo 3D gerado com o software *SolidWorks* foi possível determinar o momento de inércia em torno do eixo Y que passa pelo centro de massa do veículo e a distribuição de massa sobre os eixos. O momento de inércia fornecido pelo software é de 57 kg.m². Por experiências anteriores e, devido ao estágio incompleto do modelo, este valor será corrigido para 65 kg.m². A distribuição de massa do veículo no modelo virtual se aproxima satisfatoriamente do obtido em protótipos anteriores fornecendo uma proporção de 42% e 58% da massa sendo sustentadas pelos eixos dianteiros e traseiros respectivamente.

Os valores das massas não suspensas são 11,4 kg para as rodas dianteiras e 12,6 kg para as rodas traseiras. Estes valores foram obtidos através da pesagem dos componentes que compõe as massas não suspensas no protótipo anterior batizado de “Red Jack”. Como não houve mudanças significativas no projeto destes componentes estas massas podem ser usadas com segurança.

4.4 Desenvolvimento dos cálculos e resultados

Os valores de rigidez das molas utilizadas nos eixos dianteiros e traseiros e os valores do fator de amortecimento devem ser determinados pelo projetista de acordo com as necessidades e aplicações do veículo. Uma vez que o veículo Baja tem como objetivo o uso fora de estrada em uma competição se faz necessário que sua suspensão seja capaz de suportar fortes impactos e dissipar o máximo da energia destes para

evitar possíveis danos na estrutura devido à transmissão destas forças. Assim, enquanto em carros comerciais o fator de amortecimento fica em torno de 0,4 e 0,5 no projeto Baja os fatores de amortecimentos a serem adotados estão entre 0,60 e 0,80. Esta faixa de valores é indicada para veículos onde a importância do comportamento dinâmico sobrepõe-se à do conforto de seus ocupantes.

Desta forma através da rotina em VBA variou-se os valores das rigidezes das molas e os fatores de amortecimento. Assim chegou-se em fatores de amortecimento de 60% para a suspensão dianteira e 70% para a suspensão traseira. As rigidezes das molas foram fixadas com os valores de 30000 N/m para os conjuntos frontais e 40000 N/m para os sistemas traseiros. Resumos dos valores de rigidez, fatores de amortecimento e coeficientes de amortecimento dos amortecedores a serem aplicados no projeto estão resumidos na Tabela 1. Já os resultados de rigidez das suspensões, frequências naturais afastamentos dos centros de giro de bounce e pitch e suas respectivas frequências associadas são resumidas na Tabela 2.

Tabela 1 - Valores determinados para os componentes das suspensões do MB1011

Rigidez das molas dianteiras	30 kN/m
Rigidez das molas traseiras	40 kN/m
Fator de amortecimento dianteiro	60%
Coeficiente de amortecimento dianteiro	1332,5 N.s/m
Fator de amortecimento traseiro	70%
Coeficiente de amortecimento traseiro	2167,1 N.s/m

Tabela 2 - Características do protótipo obtidas a partir dos componentes definidos no projeto

Rigidez equivalente dianteira	17,7 kN/m
Rigidez equivalente traseira	20,8 kN/m
Frequência natural da suspensão dianteira	2,64 Hz
Frequência natural da suspensão traseira	2,12 Hz
Afastamento do centro de giro de bounce	-1,826 m
Frequência natural associada a bounce	1,88 Hz
Afastamento do centro de giro de pitch	0,142 m
Frequência natural associada a pitch	2,94 Hz

Analisando a Tabela 2 nota-se que as frequências naturais amortecidas em ambos os sistemas dianteiro e traseiro são ficam entre 2 Hz e 3 Hz, ficando dentro da faixa de conforto. Também nos é fornecido o afastamento de 0,142 m do centro de giro de *pitch* afrente do CG e uma frequência característica de 2,94 Hz associada a este movimento e um afastamento do centro de giro de 1,826 m atrás do CG, com uma frequência característica de 1,88 Hz para o módulo de oscilação *bounce*.

Os ganhos de amplitude de oscilação e ganhos de aceleração das massas suspensas e não suspensas dos sistemas dianteiro e traseiro são ilustrados na Figura 25 e na Figura 26. Em ambos os gráficos as curvas azuis mostram a variação do ganho de amplitude de oscilação da massa suspensa, ou carroceria do veículo, em função da frequência de excitação. As curvas vermelhas representam a variação do ganho de forças atuantes nas massas não suspensas em função da frequência, e as curvas em amarelo mostram a variação em função da frequência de excitação dos ganhos de forças atuantes na massa suspensa.

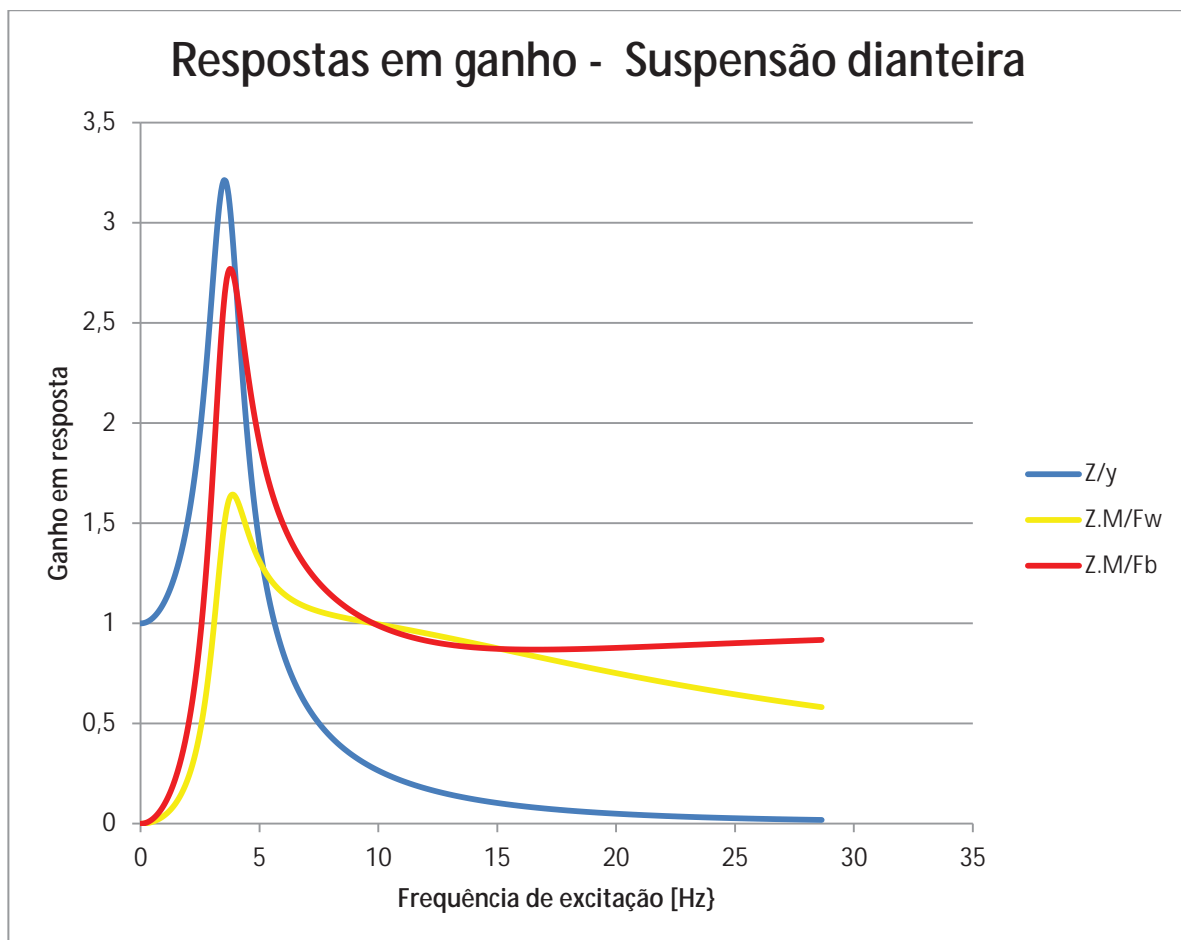


Figura 25 – Respostas em ganho do sistema de suspensão dianteiro

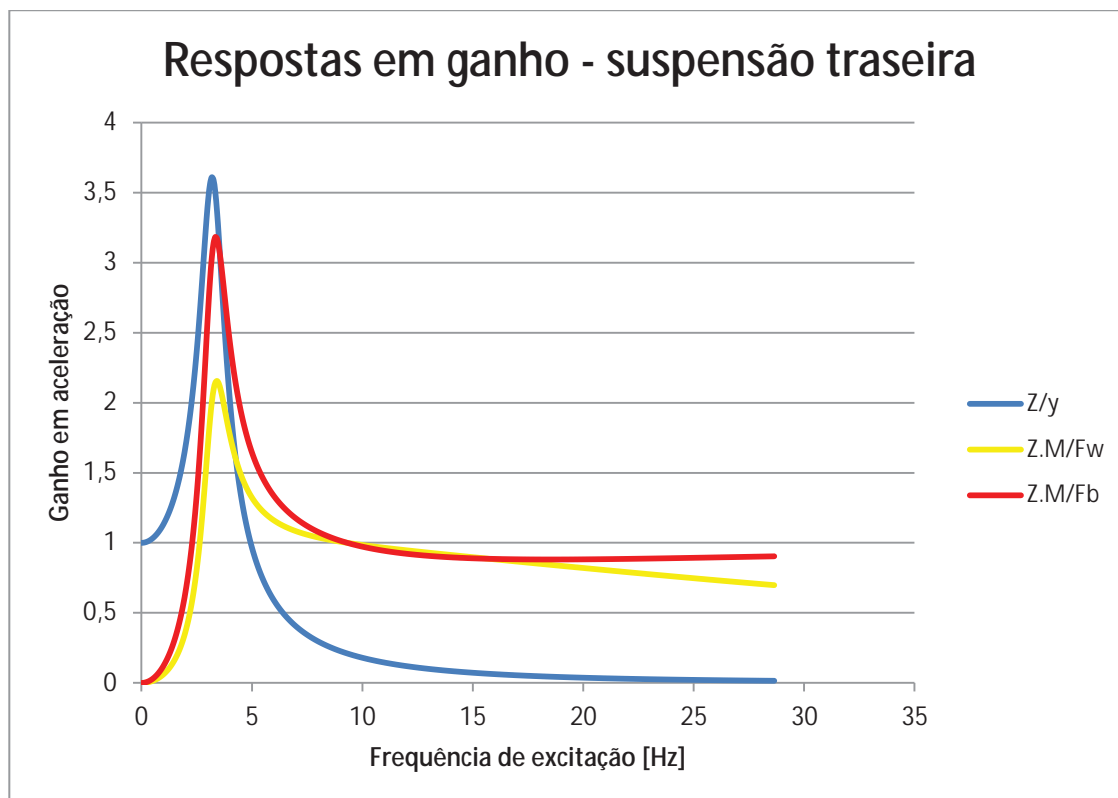


Figura 26 – Respostas em ganho do sistema de suspensão traseiro.

4.5 Notas e comentários

É notável a contribuição da, relativamente, baixa rigidez do pneu utilizado para que a rigidez equivalente dos sistemas analisados apresente frequências naturais na faixa de conforto humano, de 1 Hz a 4 Hz atendendo assim o principal quesito de conforto para o ocupante e permite o uso de fatores de amortecimento adequados à proposta do veículo. Entretanto pode-se notar que esta baixa rigidez dos pneus contribuem para, quando excitado em suas frequências de ressonância, houve um maior ganho nas amplitudes analisadas. Vale ainda ressaltar ainda que, por se tratar de um veículo que tem por objetivo a participação em uma competição em terrenos acidentados alguns critérios de conforto foram não foram atendidos por necessidades de desempenho não tratadas neste texto.

O presente trabalho apresenta um dos aspectos do dimensionamento de sistemas de suspensão automotiva. Nos mostra também que o desenvolvimento de um sistema de suspensão automotivo envolve inúmeros fatores que se influenciam mutuamente e devem ser estudados com maior profundidade. Alguns desses temas como estudo mais profundo das propriedades elásticas de pneus, influência da rigidez da suspensão na dinâmica veicular, rolagem lateral e uso de barras de rolagem, são sugestões para futuros pontos do desenvolvimento de suspensões a serem estudados.

5 CONCLUSÃO

A partir da proposta foram feitas análises físicas, virtuais e matemáticas do protótipo em desenvolvimento e de projetos anteriormente desenvolvidos. Os resultados destas análises tornaram-se dados de entrada no desenvolvimento dos cálculos. Comparando os resultados com os critérios apresentados conclui-se que o projeto proposto é adequado para o uso em um protótipo Baja SAE.

REFERÊNCIAS

BARBIERI, FREDERICO Apostila Curso de suspensões automotivas. São Paulo: SAE Brasil, 2008, Não paginado.

BOSCH GmbH, R. Automotive handbook 4.ed, Stuttgart: SAE International, 2004, 892p.

BRANDÃO, J. G. Dinâmicas de máquinas e vibrações, Guaratinguetá: DME/UNESP/FEG (Notas de aula do curso de Dinâmica de Máquinas e Vibrações).

DIXON, J. C.; Tires, Suspension and Handling. London: SAE International, 1996. 621p.

GILLESPIE, T. D. Fundamentals of vehicle dynamics. Warrendale: SAE International, 1992. 470p.

GOLDMAN, D.E. The effects of shocks and vibration on man. Nova Iorque; American Standard Association, 1963.

JANEWAY, J. R.; Vehicle vibration limits to fit passengers. Warrendale: SAE International. 1948.

MICHELINI, J.E. Considerações no projeto de suspensão de caminhões leves. Guaratinguetá: DME/UNESP/FEG (Monografia de Graduação em Engenharia Mecânica), 2000. 44p.

MILLIKEN, F.W.; MILLIKEN, D.L. Race car vehicle dynamics. Warrendale: SAE International, 1995. 890p.

OLLEY, M.; Independent wheel suspension – Its whys and wherefores. Warrendale, 1934.

REIMPELL, J.; STOLL, H.; BETZLER, J.W. The automotive chassis: Engineering principles 2.ed. Oxford: Butterworth-Heinemann, 2001. 444p.

ANEXO A – Rotina VBA para realização dos cálculos de suspensão.

Public Sub suspensao()

Dim mt, mud, mutr As Double 'Massa Total (mt), massa não suspensa dianteira (mud) , massa não suspensa traseira (mutr)

Dim pmd, pmtr, msd, mstr As Double 'porcentagem de massa dianteira (pmd), porcentagem de massa traseira(pmtr)

'massa suspensa dianteira(msd), massa suspensa traseira(mstr)

Dim kp, kd, ktr As Double 'rigidez do pneu (kp), rigidez da mola dianteira (kd) rigidez da mola traseira (ktr)

Dim rrd, rrtr As Double 'Ride Rate dianteiro (rrd), ride rate traseiro (rrtr)

Dim ccd, cctr As Double 'Coeficientes de amortecimento criticos

Dim xd, cad, xtr, catr As Double 'fatores de amortecimento e coeficientes de amortecimento

'variaveis de frequencia

Dim wn_d, wntr As Double 'frequencias naturais livres

Dim wnatr As Double 'Frequencia natural amortecida

Dim wna_d As Double 'Frequencia natural amortecida

'Variáveis para o Cálculo de bounce e pitch

Dim iy, k, b, C As Double 'Momento de inércia (iy), razão K, distâncias de eixos e CG "b" e "c"

Dim zt1, zt2 As Double

Dim alfa, beta, gama, w1, w2 As Double

'variáveis para a plotagem do gráfico

Dim freq_limite As Integer

Dim k1_d, k2_d, chi_d, c_d As Double 'variáveis para a plotagem do gráfico na suspensão dianteira

Dim k1_t, k2_t, chi_t, c_t As Double 'variáveis para a plotagem do gráfico na suspensão traseira

Dim curv1_d, curv2_d, curv3_d As Double

Dim curv1_t, curv2_t, curv3_t As Double ' variaveis que definem as curvas de amplitudes das oscilações

'curv1 = Z/y curv2 = Z*M/Fw curv3 = Z*M/Fb

Dim i, v, hz As Double

```

mt = cells(3, 4).Value
mud = cells(4, 4).Value
mutr = cells(5, 4).Value
pmd = cells(6, 4).Value

```

'Porcentagens de massa da massa dianteira

```

pmtr = 1 - pmd
cells(7, 4) = pmtr

```

```

msd = mt * pmd / 2 - mud
cells(4, 7) = msd
mstr = mt * pmtr / 2 - mutr
cells(5, 7) = mstr

```

' Leitura das rigidezes do pneu e das molas

```

kp = cells(3, 11).Value
kd = cells(4, 11).Value
ktr = cells(5, 11).Value

```

'Cálculo das rigidezes de suspensão equivalentes

```

rrd = (kp * kd) / (kp + kd)
rrtr = (kp * ktr) / (kp + ktr)
  cells(6, 11) = rrd
  cells(7, 11) = rrtr

```

'Calculo dos coeficientes criticos de amortecimento

```

ccd = 2 * Sqr(kd * msd)
  cells(9, 5) = ccd

```

```

cctr = 2 * Sqr(ktr * mstr)
  cells(10, 5) = cctr

```

' leitura dos xsi

```

xd = cells(11, 5).Value
xtr = cells(12, 5).Value
cad = xd * ccd

```

```

  cells(13, 5) = cad
  catr = xtr * cctr

```

```
cells(14, 5) = catr
```

'calculo das frequencias naturais não amortecidas e amortecidas

```
wn_d = Sqr(rrd / mt)
```

```
wna_d = (wn_d) * Sqr(1 - (xd ^ 2))
```

```
cells(9, 10) = wn_d
```

```
cells(11, 10) = wna_d
```

```
wntr = Sqr(rrtr / mt)
```

```
wnatr = wntr * Sqr(1 - (xtr ^ 2))
```

```
cells(10, 10) = wntr
```

```
cells(13, 10) = wnatr
```

'Calculo das frequências e centros de giro de bouce e pitch

```
iy = cells(19, 5).Value
```

```
k = Sqr(iy / mt)
```

```
cells(20, 5) = k
```

```
b = cells(21, 5).Value
```

```
C = cells(22, 5).Value
```

```
alfa = (rrd + rrtr) / mt
```

```
beta = (rrtr * C - rrd * b) / mt
```

```
gama = (rrd * b ^ 2 + rrtr * C ^ 2) / (mt * k ^ 2)
```

```
cells(23, 5) = alfa
```

```
cells(24, 5) = beta
```

```
cells(25, 5) = gama
```

```
w1 = Sqr((alfa + gama) / 2 + Sqr((alfa - gama) ^ 2 / 4 + (beta ^ 2 / k ^ 2)))
```

```
w2 = Sqr((alfa + gama) / 2 - Sqr((alfa - gama) ^ 2 / 4 + (beta ^ 2 / k ^ 2)))
```

```
cells(19, 8) = w1
```

```
cells(21, 8) = w2
```

```
zt1 = -beta / (alfa - w1 ^ 2)
```

```
zt2 = -beta / (alfa - w2 ^ 2)
```

```
cells(20, 8) = zt1
```

```
cells(22, 8) = zt2
```

```
k1_d = kp / msd
k2_d = kd / msd
```

```
k1_t = kp / mstr
k2_t = ktr / mstr
```

```
'MsgBox "k1_d= " & k1_d & " k1_t= " & k1_t _
& "k2_d= " & k2_d & " k2_t= " & k2_t
```

```
chi_d = mud / msd
chi_t = mutr / mstr
```

```
c_d = cad / msd
c_t = catr / mstr
```

```
freq_limite = 190 'rad/s
'freq_limite = InputBox("Determine a frquencia limite do gráfico em [rad/s]", ,
"Dados de entrada")
i = 0
v = 3
```

```
Do While i <= freq_limite
```

```
deno_d = Sqr((chi_d * i ^ 4 - (k1_d + k2_d + k2_d * chi_d) * i ^ 2 + k1_d *
k2_d) ^ 2 + (c_d * k1_d * i - (1 + chi_d) * c_d * i ^ 3) ^ 2)
num1_d = Sqr((k1_d * k2_d) ^ 2 + (k1_d * c_d * i) ^ 2)
'MsgBox "numerador 1 = " & num1_d & " Denominador geral = " & deno_d
```

```
curv1_d = num1_d / deno_d
cells(v, 20) = curv1_d
```

```
num2_d = Sqr((k2_d * i ^ 2) ^ 2 + (c_d * i ^ 3) ^ 2)
curv2_d = num2_d / deno_d
cells(v, 21) = curv2_d
```

```
num3_d = Sqr((chi_d * i ^ 4 - (k1_d + k2_d) * i ^ 2) ^ 2 + (c_d * i ^ 3) ^ 2)
curv3_d = num3_d / deno_d
cells(v, 22) = curv3_d
```

```
deno_t = Sqr((chi_t * i ^ 4 - (k1_t + k2_t + k2_t * chi_t) * i ^ 2 + k1_t * k2_t) ^
2 + (c_t * k1_t * i - (1 + chi_t) * c_t * i ^ 3) ^ 2)
```

```
num1_t = Sqr((k1_t * k2_t) ^ 2 + (k1_t * c_t * i) ^ 2)
```

```
curv1_t = num1_t / deno_t
```

```
cells(v, 23) = curv1_t
```

```
num2_t = Sqr((k2_t * i ^ 2) ^ 2 + (c_t * i ^ 3) ^ 2)
```

```
curv2_t = num2_t / deno_t
```

```
cells(v, 24) = curv2_t
```

```
num3_t = Sqr((chi_t * i ^ 4 - (k1_t + k2_t) * i ^ 2) ^ 2 + (c_t * i ^ 3) ^ 2)
```

```
curv3_t = num3_t / deno_t
```

```
cells(v, 25) = curv3_t
```

```
i = i + 0.5
```

```
v = v + 1
```

```
cont = cont + 1
```

```
Loop
```

```
End Sub
```