



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
JÚLIO DE MESQUITA FILHO
FACULDADE DE ENGENHARIA DE BAURU



FERNANDO DE ALMEIDA BORGES

Modelagem Dinâmica de Transformadores de Corrente para Uso em Estudos de Qualidade da Energia e Proteção do Sistema Elétrico

Bauru
2014

FERNANDO DE ALMEIDA BORGES

Modelagem Dinâmica de Transformadores de Corrente para Uso em
Estudos de Qualidade da Energia e Proteção do Sistema Elétrico

Dissertação Apresentada à Faculdade de
Engenharia Elétrica de Bauru para Obtenção
do Título de Mestre em Engenharia Elétrica

Área de Concentração:
Automação

Orientador: Prof. Dr.
José Alfredo Covolan Ulson

Bauru
2014

Borges, Fernando de Almeida.

Modelagem dinâmica de transformadores de corrente para uso em estudos de qualidade da energia e proteção do sistema elétrico / Fernando de Almeida Borges, 2014
98 f.

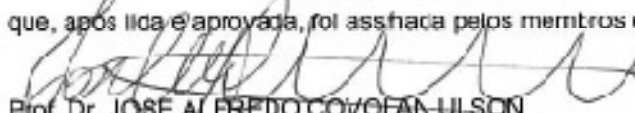
Orientador: José Alfredo Covolan Ulson

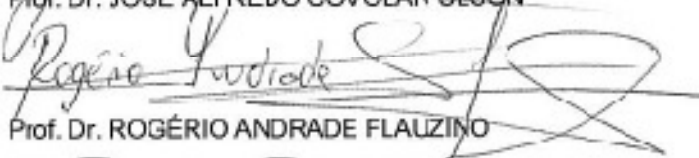
Dissertação (Mestrado)-Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia, Bauru, 2014

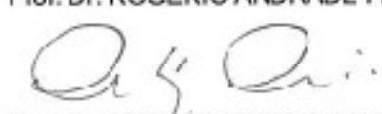
1. Resposta em frequência. 2. Transformador de corrente. 3. Vector fitting. I. Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia. II. Título.

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE FERNANDO DE ALMEIDA BORGES, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA, DO(A) FACULDADE DE ENGENHARIA DE BAURU.

Aos 27 dias do mês de janeiro do ano de 2014, às 10:00 horas, no(a) ANFITEATRO DA SEÇÃO TÉCNICA DE PÓS-GRADUAÇÃO DA FACULDADE DE ENGENHARIA DE BAURU, reuniu-se a Comissão Examinadora da Defesa Pública, composta pelos seguintes membros: Prof. Dr. JOSÉ ALFREDO COVOLAN ULSON do(a) Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Bauru, Prof. Dr. ROGÉRIO ANDRADE FLAUZINO do(a) Departamento de Engenharia Elétrica e Computação / Universidade de São Paulo, Prof. Dr. ANDRÉ LUIZ ANDREOLI do(a) Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Bauru, sob a presidência do primeiro, a fim de proceder a arguição pública da DISSERTAÇÃO DE MESTRADO de FERNANDO DE ALMEIDA BORGES, intitulado "MODELAGEM DINÂMICA DE TRANSFORMADORES DE CORRENTE PARA USO EM ESTUDOS DE QUALIDADE DE ENERGIA E PROTEÇÃO DO SISTEMA ELÉTRICO". Após a exposição, o discente foi arguido oralmente pelos membros da Comissão Examinadora, tendo recebido o conceito final: APROVADO. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que, após lida e aprovada, foi assinada pelos membros da Comissão Examinadora.


Prof. Dr. JOSÉ ALFREDO COVOLAN ULSON


Prof. Dr. ROGÉRIO ANDRADE FLAUZINO


Prof. Dr. ANDRÉ LUIZ ANDREOLI

Autorizo a reprodução e divulgação total ou parcial deste trabalho, por qualquer meio convencional ou eletrônico, para fins de estudo e pesquisa, desde que citada a fonte.

Nome: BORGES, Fernando de Almeida

Título: Modelagem Dinâmica de Transformadores de Corrente para Uso em Estudos de Qualidade da Energia e Proteção do Sistema Elétrico

Dissertação Apresentada à Faculdade de Engenharia Elétrica de Bauru para Obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica

Aprovado em: 27/01/2014

Banca Examinadora

Prof. Dr. JOSÉ A. C. ULSON _____ Instituição: __UNESP_BAURU_____
Julgamento: _____ Assinatura: _____

Prof. Dr. ROGÉRIO A. FLAUZINO__ Instituição: __USP_SÃO CARLOS_____
Julgamento: _____ Assinatura: _____

Prof. Dr. ANDRÉ L. ANDREOLI____ Instituição: __UNESP_BAURU_____
Julgamento: _____ Assinatura: _____

DEDICATÓRIA

Dedico meu trabalho a todos que buscam o aperfeiçoamento da engenharia, que buscam o conhecimento, a integridade e a ética como fonte de evolução.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais por sempre propiciarem ambiente ideal para meu estudo, desde sempre. A toda dedicação que tiveram sobre minha formação em geral.

Aos meus colegas de trabalho que me incentivaram na busca pelo aperfeiçoamento técnico e acadêmico.

À CPFL Santa Cruz que me disponibilizou tempo para que pudesse frequentar as disciplinas em horário de trabalho e compensá-lo posteriormente.

Em especial aos meus professores, sempre dispostos a fazer com que aprendamos a aprender.

Sobretudo ao Prof. Dr. Alfredo com o qual desde a graduação tenho debatido sobre questões da engenharia e tem me assistido sempre que necessário.

Também à UNESP que nos possibilita a ampliação do conhecimento em cursos de graduação e pós-graduação.

RESUMO

Os sistemas de proteção, medição e controle das concessionárias de energia elétrica utilizam transdutores eletromagnéticos de tensão e corrente para adequar as grandezas elétricas de interesse em níveis aceitáveis e necessários para relés de proteção e medidores de energia em geral. A não linearidade da corrente e a presença de frequências diferentes da fundamental provenientes de transitórios motivaram esse estudo, o qual buscou o entendimento e modelagem da função de transferência entre as correntes secundária e primária. Partindo do levantamento de dados em ensaios de laboratório de um Transformador de Corrente determinou-se a matriz de admitância proposta, como modelo, em função da frequência e em seguida a função de transferência também como função da frequência utilizando o Algoritmo “*Vector Fitting*”. Como resultado obteve-se uma função analítica que foi utilizada na estimação de correntes secundárias quando da aplicação de correntes primárias com frequências fundamental e múltiplas. O trabalho teve um resultado positivo em relação ao seu objetivo promovendo o levantamento do comportamento da relação entre as correntes primária e secundária e mostrando um método factível para a modelagem da resposta dos Transformadores de Corrente como função da frequência.

Palavras Chave: Resposta em Frequência, Transformador de Corrente, “*Vector Fitting*”

ABSTRACT

Protection systems, measurement and control of electric utilities use electromagnetic transducers for voltage and current to match the electrical quantities at acceptable levels of interest and necessary for protection relays and power meters in general. The nonlinearity of the current and the presence of frequencies different from fundamental one arising from electrical transients motivated this study which sought the understanding and modeling of the transfer function between the primary and secondary currents. Based on the survey data in laboratory testing for a current transformer, admittance matrix model proposed as a function of frequency was determined, and then the transfer function also as a function of frequency using Algorithm "*Vector Fitting*". As a result there was obtained an analytic function that was used in the estimation of secondary currents when applying primary currents at fundamental and multiple frequencies. The work had had a positive result in relation to its objective by promoting the survey of the behavior of the relationship between the primary and secondary currents and showing a feasible approach for modeling the response of Current Transformers as a function of frequency.

Key Words: Current Transformer, Frequency Response, "*Vector Fitting*"

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Representação Simplificada do Transformador de Corrente	19
Figura 2 – Circuito Equivalente do Transformador de Corrente.....	21
Figura 3 – Limites de Exatidão para TC's de Uso em Medição – Classe 0,3	24
Figura 4 – Característica de Excitação Típica de TC's Classes C e K.....	27
Figura 5 – Curva de Relação de Sobrecorrente Típica de TC's Classe T	28
Figura 6 – Circuito Elétrico Exemplo	29
Figura 7 – SLIT – Sistema Linear Invariante no Tempo	31
Figura 8 – Exemplo de Variação de uma Impedância (Módulo e Ângulo) em Função da Frequência	33
Figura 9 – Fluxograma do Trabalho.....	39
Figura 10 – Circuito Equivalente Proposto para o Transformador de Corrente - (Z_M resistência de limitação de corrente).....	40
Figura 11 – Condições Nominiais para Corrente Secundária 5A.....	43
Figura 12 – Valores Base	44
Figura 13 – Ensaio de Curto Circuito - Referência no Secundário	45
Figura 14 – Ensaio de Circuito Aberto – Referência no Secundário	46
Figura 15 – Relação V_2/V_1 em Função da Frequência – Circuito Aberto.....	50
Figura 16 – Relação V_2/V_1 em Função da Frequência – Curto Circuito.....	51
Figura 17 – Relação V_1/V_2 em Função da Frequência – Curto Circuito.....	52
Figura 18 – Relação I_2/V_2 em Função da Frequência – Curto Circuito	53
Figura 19 – Relação I_1/V_1 em Função da Frequência – Curto Circuito	54
Figura 20 – Y_{11} em Função da Frequência.....	56
Figura 21 – Y_{12} em Função da Frequência.....	57
Figura 22 – Y_{22} em Função da Frequência.....	58
Figura 23 – Circuito Equivalente Proposto para o TC com Carga Z_{carga}	59
Figura 24 – Relação I_2/I_1 em Função da Frequência	61
Figura 25 – Gráfico da Função a ser Aproximada, Curva Ajustada e Diferença entre Ambas (Módulo de I_2/I_1)	64
Figura 26 – Gráfico da Função a ser Aproximada e Curva Ajustada (Ângulo de I_2/I_1)	65
Figura 27 – Correntes Primária e Secundária – 60Hz	70
Figura 28 – Correntes Primária e Secundária – 500kHz	71
Figura 29 – Correntes Primária e Secundária – 1MHz	72
Figura 30 – Amplitude em Função da Frequência	74
Figura 31 – Fase em Função da Frequência.....	74
Figura 32 – Experimento dos Resistores Shunt.....	80
Figura 33 – Circuito Equivalente – Ponta de Prova Segundo o Fabricante	82

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Transitórios no SEP.....	16
Tabela 2 – Classes de Exatidão para TC's de Medição e Correspondentes Fatores de Correção de Transformação para Transformadores de Corrente.....	23
Tabela 3 – “ <i>Burdens</i> ” Padrão para Transformadores de Corrente com Corrente Secundária Nominal 5A Uso em Medição.....	25
Tabela 4 – “ <i>Burdens</i> ” Padrão para Transformadores de Corrente com Corrente Secundária Nominal 5A Uso em Proteção.....	26
Tabela 5 – Dados Coletados nos Ensaio – Curto Circuito.....	47
Tabela 6 – Dados Coletados nos Ensaio – Circuito Aberto.....	48
Tabela 7 – Quadro Comparativo - Rmserr X N	62
Tabela 8 – Coeficientes SERA, SERC, SERD e SERE	66
Tabela 9 – Quadro Comparativo - Valores de Ensaio X Aplicação do Modelo	67
Tabela 10 – Divisor de Tensão – Resistor Shunt 1,1 ohm	81
Tabela 11 – Divisor de Tensão – Resistor Shunt 5,6 ohm	81
Tabela 12 – Quadro Comparativo – Resistores X Ponta de Prova.....	82

LISTA DE SIGLAS

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
CC	Corrente Contínua
EMTP	ElectroMagnetic Transients Program
FCR	Fator de Correção de Relação
FCT	Fator de Correção de Transformação
IEEE	Institute of Electrical and Electronics Engineers
NBR	Norma Brasileira
SEP	Sistema Elétrico de Potência
SLIT	Sistema Linear Invariante no Tempo
STD	Standard
TC	Transformador de Corrente

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	14
1.1. JUSTIFICATIVA	15
1.2. OBJETIVOS	16
1.3. PUBLICAÇÕES OBTIDAS	18
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	19
2.1. O TRANSFORMADOR DE CORRENTE	19
2.2. NUANCES DA APLICAÇÃO	21
2.3. CLASSE DE EXATIDÃO	23
2.3.1. <i>Transformadores de Corrente para Uso em Medição</i>	23
2.3.2. <i>Transformadores de Corrente para Uso em Proteção</i>	25
2.4. MÉTODO DAS TENSÕES NODAIS	29
2.4.1. <i>Matriz de Admitância de um Transformador de Corrente</i>	30
2.5. FUNÇÕES DE TRANSFERÊNCIA NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA	31
2.6. O “ <i>VECTOR FITTING</i> ”	32
2.6.1. TÉCNICA MATEMÁTICA	34
2.6.2. OBSERVAÇÕES SOBRE O CÓDIGO “ <i>VECTOR FITTING</i> ”	36
3. DESENVOLVIMENTO.....	38
3.1. METODOLOGIA.....	38
3.1.1. <i>Fluxograma do Trabalho</i>	38
3.2. EQUIPAMENTOS EMPREGADOS	40
3.3. ASPECTOS METODOLÓGICOS	40
3.3.1. <i>Ensaio de Curto Circuito</i>	42
3.3.2. <i>Ensaio de Circuito Aberto</i>	42
3.3.3. <i>Detalhes dos Ensaios</i>	43
3.3.3.1. Ensaio de Curto Circuito - Excitação no Secundário.....	44
3.3.3.2. Ensaio de Circuito Aberto - Excitação no Secundário.....	45
3.4. RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	46
3.4.1. <i>Resultado das Coletas de Dados dos Ensaios</i>	46
3.4.2. <i>Resultado do Cálculo dos Elementos da Matriz de Admitância</i>	55
3.4.3. <i>Determinação da Função de Transferência do Transformador de Corrente</i>	59
3.4.4. <i>Aplicação do “Vector Fitting” à Relação I_2/I_1 e Resposta Temporal</i>	62
3.4.5. <i>Discussões</i>	73
4. CONCLUSÕES.....	76
5. REFERÊNCIAS	78
APÊNDICE A – MEDIÇÃO DA INDUTÂNCIA DOS RESISTORES UTILIZADOS PARA MEDIÇÃO E CONSIDERAÇÕES SOBRE O OSCILOSCÓPIO	80
ANEXO A - CÓDIGO PARA EXECUÇÃO DO ALGORITMO “<i>VECTOR FITTING</i>”.....	84

1. Introdução

Os critérios de dimensionamento dos Transformadores de Corrente (TC's) normalmente provêm de normas técnicas nas quais equações gerais de circuitos elétricos determinam e recomendam como isso deve ser realizado. Seus guias de aplicação fornecem diretrizes para a escolha da relação de transformação e tensão de saturação adequados para determinado local de instalação baseado nos valores da corrente de curto circuito, sua relação X/R e também, da carga ligada em seus terminais secundários conhecida como “*Burden*” (IEEE, 1996) e (ZCHOLL; SMAHA, 1992). Essa abordagem leva em conta o comportamento em regime permanente e transitório dos circuitos elétricos envolvidos, mas não consegue abordar diretamente as questões relacionadas a não-linearidade dos materiais empregados (por exemplo, nos transformadores de corrente) e a dependência da relação de transformação com a frequência, o que pode ser alcançado com uma análise numérica em função do tempo e um modelo computacional. A avaliação do comportamento para correntes acima a 20 vezes a corrente nominal (uso para proteção) e a alteração do “*Burden*” resultante da alteração da relação também são questões que necessitam e podem ser melhor avaliadas com o auxílio de modelos computacionais dinâmicos. Em ocorrências em que há mau funcionamento dos sistemas de proteção fica difícil a análise do comportamento de relés de proteção tendo em mãos apenas um modelo simplificado do transformador de corrente constituído por resistências e indutâncias e sem a característica do núcleo magnético. Não há como precisar a forma de onda da corrente secundária quando da ocorrência de correntes primárias distorcidas. Para estimar o comportamento da conversão de corrente por parte dos transformadores de corrente para níveis adequados, em uma larga gama de frequências, pode-se através de ensaios laboratoriais monitorar seu comportamento no domínio da frequência e através de regressão algorítmica obter um modelo elétrico mais representativo. Isso pode ser realizado com uma verredura em frequência para obter a função de transferência do TC e com o auxílio do algoritmo “*Vector Fitting*” ajustar uma função que o represente em estudos em que haja a presença de altas frequências nas grandezas elétricas, como as provenientes de transitórios no sistema de potência.

1.1. Justificativa

A utilização de um modelo simplificado de transformador de corrente é útil basicamente para seu dimensionamento, mas não é completo o suficiente para ser utilizado em análises em que haja a presença de transitórios eletromagnéticos, componentes de diferentes frequências e para prever saturação e seus efeitos com exatidão. Os métodos de classificação que determinam a tensão nominal secundária dos TC's são baseados em cargas de valores padronizados e medições de tensão e corrente em sua frequência fundamental de projeto.

Em condições reais, para os profissionais interessados em dimensionar e entender o real comportamento de tais equipamentos é necessário ir além do constante em normas e guias de aplicação. Esse comportamento é complexo uma vez que é dependente das condições de instalação em campo e difícil de ser levantado tendo em vista as grandes correntes necessárias aos ensaios referidos ao enrolamento primário.

Estudos realizados por fabricantes de relés de proteção a respeito desse comportamento, muitos em conjunto com universidades, não são divulgados (VANDIVER; APOSTOLOV, 2010). Constituem o segredo do bom funcionamento de seu produto e são utilizados na criação de algoritmos de filtragem ou compensação de distorções na corrente secundária. São informações que seriam primordiais para o entendimento e teste de relés de proteção, mas que normalmente não estão disponíveis para a maioria dos profissionais envolvidos.

Nesse contexto situa-se o trabalho em questão que buscou o entendimento básico e uma primeira modelagem dos transformadores de corrente que leva em consideração o comportamento de sua Relação de Transformação em Função da Frequência na Região Linear do Núcleo Magnético. A base para tal desenvolvimento esteve focada em uma abordagem na qual o levantamento do modelo de um dado dispositivo elétrico é realizado por ensaios em diversas frequências. Essa abordagem tem sido utilizada, por exemplo, para obtenção da matriz de admitância de transformadores de potência (GUSTAVSEN, 2003) e (GUSTAVSEN, 2004) para uso em EMTP (*“ElectroMagnetic Transients Program”*).

Dentre os fenômenos que ocorrem no SEP (Sistema Elétrico de Potência), as sobretensões transitórias se caracterizam por valores de tensão mais elevados e de natureza oscilatória e podem em ocasiões estar associadas à sobrecorrentes também com natureza oscilatória. Segundo (MAMEDE, 2005), os módulos e tempos desses transitórios residem em intervalos como o constante na Tabela 1.

Tabela 1 – Transitórios no SEP

	Intervalo de Módulo Tensão (pu)	Intervalo de Duração (s)
Sobretensão Atmosférica	6 – 4	$10^{-6} - 10^{-4}$
Sobretensão de Manobra	4 – 2	$10^{-4} - 10^{-2}$
Sobretensão Temporária	2 – 1	$10^{-2} - 10^{+4}$

Fonte: MAMEDE, 2005, p. 07

Há disponibilidade de ferramentas para esse trabalho, o “*Vector Fitting*” (GUSTAVSEN, 1999), o qual tem sido utilizado para se obter uma soma de frações parciais com pólos estáveis, criando um **Modelo Linear no Domínio da Frequência** de ordem tal que represente o objeto de estudo em uma gama de frequências de interesse. Esse método foi implementado em um programa, um algoritmo, de domínio público cujo código foi desenvolvido pelo pesquisador norueguês Bjørn Gustavsen com o intuito de subsidiar estudos de dados medidos ou calculados como função da frequência, pode ser facilmente manipulado no software Matlab e não necessita de ensaios com funções impulsionais.

1.2. Objetivos

O objetivo deste trabalho foi medir, observar e analisar qualitativamente o comportamento de um transformador de corrente quando submetido a sinais de frequências diferentes da fundamental (60 Hz) e obter sua Função de Transferência no domínio da frequência. A pesquisa não teve o intuito de estudar a saturação e não linearidade do núcleo dos TC's.

Inicialmente o trabalho esteve focado no ensaio de um transformador de corrente de uso em proteção, na coleta e processamento de tensões e correntes de forma que admitâncias equivalentes foram calculadas em função da frequência. Objetivou-se aqui obter a matriz de admitância do equipamento nas frequências fundamental e múltiplas.

Feito isso foi calculada a função de transferência entre as correntes primária e secundária em função dos elementos admitância que submetida à técnica “*Vector Fitting*” resultou uma expressão analítica, um modelo, capaz de representar o comportamento do transformador de corrente quando submetido a condições em que frequências diferentes da fundamental estejam presentes.

Com isso espera-se que o modelo e a técnica aqui desenvolvida possam ser utilizados como auxílio, uma ferramenta recorrente, em futuros trabalhos, análises e simulações de distúrbios de funcionamento de sistemas de proteção e qualidade da energia do sistema elétrico.

1.3. Publicações Obtidas

BORGES, F. de A.; ULSON, J. A. C.; SERNI, P. J. A.; CAMPOS, F. de S. **Modelagem Dinâmica de Transformadores de Corrente para o Estudo de Qualidade de Energia e Transitórios Eletromagnéticos**, The 9th Latin-American Congress on Electricity Generation and Transmission - CLAGTEE 2011.

2. Revisão Bibliográfica

2.1. O Transformador de Corrente

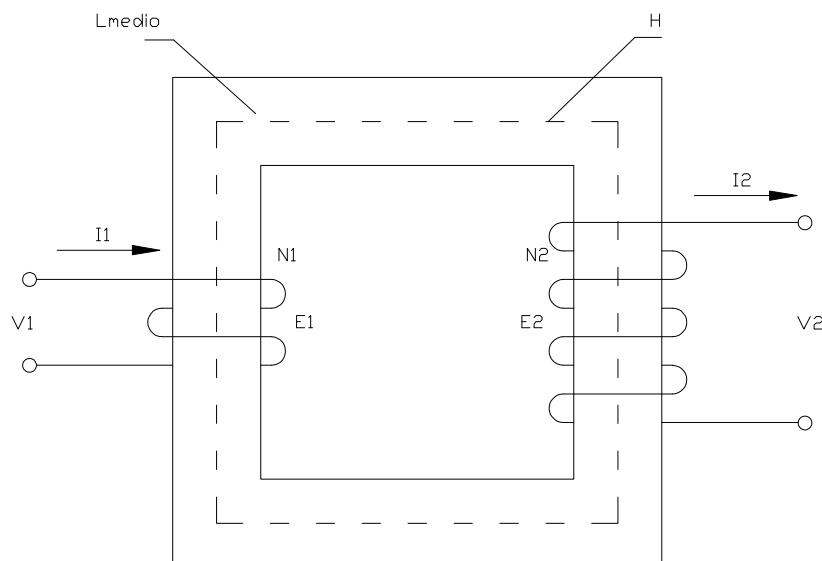
Equipamento que compõe o Sistema Elétrico de Potência, o transformador de corrente (TC) é responsável por converter correntes dos sistemas de geração, transmissão e distribuição de energia para patamares e intervalos de valor definidos com o intuito de alimentar medidores de energia elétrica em geral, relés de proteção e sistemas supervisórios.

É constituído por enrolamentos primários e secundários e, da mesma forma que os transformadores de potência, tem seu funcionamento baseado na Lei de Indução de Faraday (FITZGERALD; KINGSLEY JR; UMANS, 2008):

$$e = -\frac{d\lambda}{dt} = -N \frac{d\phi}{dt} \quad (1)$$

Aplicada a ambos os enrolamentos, primário e secundário, a Lei de Indução de Faraday estabelece a relação entre as tensões, o número de espiras em cada enrolamento e o fluxo magnético. Os índices 1 e 2 representam, respectivamente, os enrolamentos primário e secundário como mostrado na Figura 1, como o utilizado em (FITZGERALD; KINGSLEY JR; UMANS, 2008).

Figura 1 – Representação Simplificada do Transformador de Corrente



$$e_1 = -\frac{d\lambda}{dt} = -N_1 \frac{d\varphi}{dt} \quad (2)$$

$$e_2 = -\frac{d\lambda}{dt} = -N_2 \frac{d\varphi}{dt} \quad (3)$$

Como o fluxo magnético enlaça ambos os enrolamentos existe um acoplamento magnético que se traduz na relação das tensões dos transformadores, incluindo os de corrente, da seguinte forma:

$$\frac{e_2}{N_2} = \frac{e_1}{N_1} = \frac{d\varphi}{dt} \quad (4)$$

De acordo com a Lei de Ampère a relação entre as correntes no núcleo magnético se dá na seguinte forma:

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = N \cdot i \quad (5)$$

Somando-se a intensidade de campo magnético ao longo do comprimento médio ($L_{\text{médio}}$) do núcleo, tem-se que:

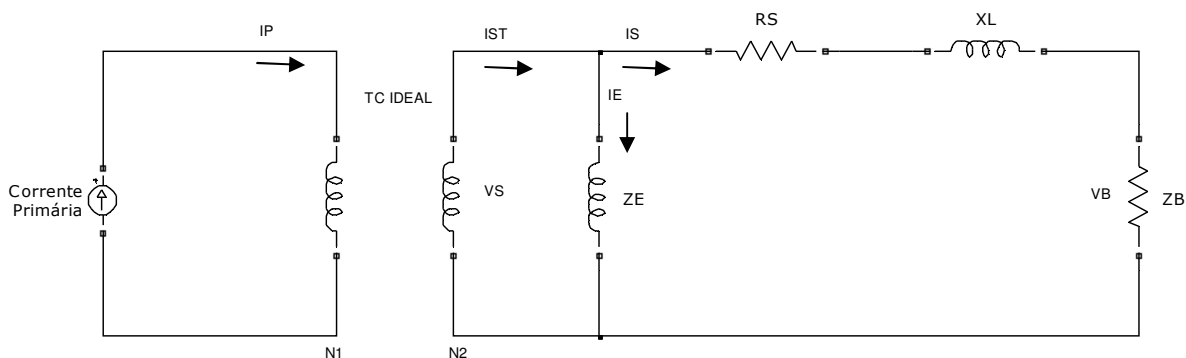
$$H \cdot L_{\text{medio}} = N_1 \cdot i_1 - N_2 \cdot i_2 \quad (6)$$

Os sentidos das correntes para uso no equacionamento estão indicados na Figura 1. Se a intensidade do campo magnético ($\mathbf{H}$) puder ser desprezada devido à alta permeabilidade do núcleo chegamos à relação bem estabelecida das correntes dos transformadores, incluindo os de corrente, com segue:

$$N_1 \cdot i_1 = N_2 \cdot i_2 \quad (7)$$

Seu comportamento em regime permanente de acordo com (IEEE, 1996) pode ser modelado na forma de um circuito equivalente, como o mostrado na Figura 2.

Figura 2 – Circuito Equivalente do Transformador de Corrente



VS	Tensão Secundária
VB	Tensão Terminal na Carga
IP	Corrente Primária
ZE	Impedância de Excitação
IST	Corrente Secundária Total
RS	Resistência Secundária do Transformador de Corrente
IS	Corrente Secundária na Carga
XL	Reatância de Dispersão Secundária do Transformador de Corrente
IE	Corrente de Excitação
N2 : N1	Relação entre Espiras Secundárias e Primárias
ZB	Impedância de Carga (Incluindo impedâncias dos fios e dispositivos ligados)

2.2. Nuances da Aplicação

Os guias de aplicação, baseados nas leis dos circuitos elétricos e nos padrões construtivos característicos dos transformadores de corrente, exprimem e indicam como eles devem ser dimensionados. São levados em consideração (IEEE GUIDE, 1996) e (ZOCHOLL; SMAHA, 1992):

- A corrente de curto circuito do ponto de instalação do TC;
- A relação X/R da corrente de curto circuito;
- A impedância total ligada ao circuito secundário, que é a soma da impedância própria secundária, a impedância dos cabos de ligação e a impedância de carga do equipamento ligado.

Para que a conversão da corrente esteja dentro da exatidão esperada e especificada, tem-se:

- Considerando a componente simétrica da corrente de curto circuito, deve-se manter o produto da corrente secundária pela impedância secundária total menor que a tensão de saturação;
- Considerando também o efeito da componente CC (corrente contínua) da corrente de curto circuito, deve-se manter o produto da corrente secundária, da impedância secundária total e do fator $(1 + X/R)$ menor que a tensão de saturação.

Toda essa discussão é válida levando em conta tensões e correntes na frequência fundamental, 60 Hz. A questão é saber qual o verdadeiro papel dos transformadores de corrente no desempenho, seja de relés de proteção ou equipamentos de medição, em condições adversas, diferentes das condições de teste ou de classificação.

Existem situações distintas a ser analisadas:

- A conversão de corrente pode estar sujeita a sinais, de corrente primária, distorcidas e com diferentes frequências, provenientes de transientes no sistema de potência. A corrente distorcida é externa (primária) e pode tomar valores que levem ou não o núcleo à saturação;
- A conversão de corrente pode estar sujeita a sinais, de corrente primária, senoidais com pouca ou muita componente CC, com valores tal que levam a ultrapassagem da tensão de saturação e geração de corrente distorcida secundária.

2.3. Classe de Exatidão

2.3.1. Transformadores de Corrente para Uso em Medição

A classe de exatidão de um TC de medição se traduz em limites pré-estabelecidos, nas normas, que delimitam os erros máximos ao qual eles estão sujeitos quando o fator de potência da carga medida está entre 0,6 e 1,0 indutivos. Os erros podem ser no módulo da relação de transformação ou no ângulo da corrente secundária.

O fator que corrige ambos os efeitos de erro de relação e ângulo é o Fator de Correção de Transformação (FCT).

A classe de exatidão estabelece diretrizes para o projeto, teste e classificação dos equipamentos fabricados. Todos os limites estabelecidos são baseados na aplicação de correntes e cargas padronizadas, na frequência de 60Hz.

A Tabela 2 mostra os limites para o erro de relação de transformação dos TC's de medição, os quais são classificados nas classes de exatidão 0,3, 0,6 e 1,2.

Tabela 2 – Classes de Exatidão para TC's de Medição e Correspondentes Fatores de Correção de Transformação para Transformadores de Corrente

Classe de Exatidão de Medição	100% da Corrente Nominal		10% da Corrente Nominal	
	Mínimo	Máximo	Mínimo	Máximo
0,3	0,997	1,003	0,994	1,006
0,6	0,994	1,006	0,988	1,012
1,2	0,988	1,012	0,976	1,024

Fonte: IEEE Std C57.13-1993(R2003), p. 14

A razão entre as correntes nominais primária e secundária é definida como:

$$K_c = \frac{I_{1n}}{I_{2n}} \quad (8)$$

Já para a razão entre as correntes reais primária e secundária define-se:

$$Kr = \frac{I1}{I2} \quad (9)$$

A razão entre Kr e Kc é o Fator de Correção de Relação (FCR):

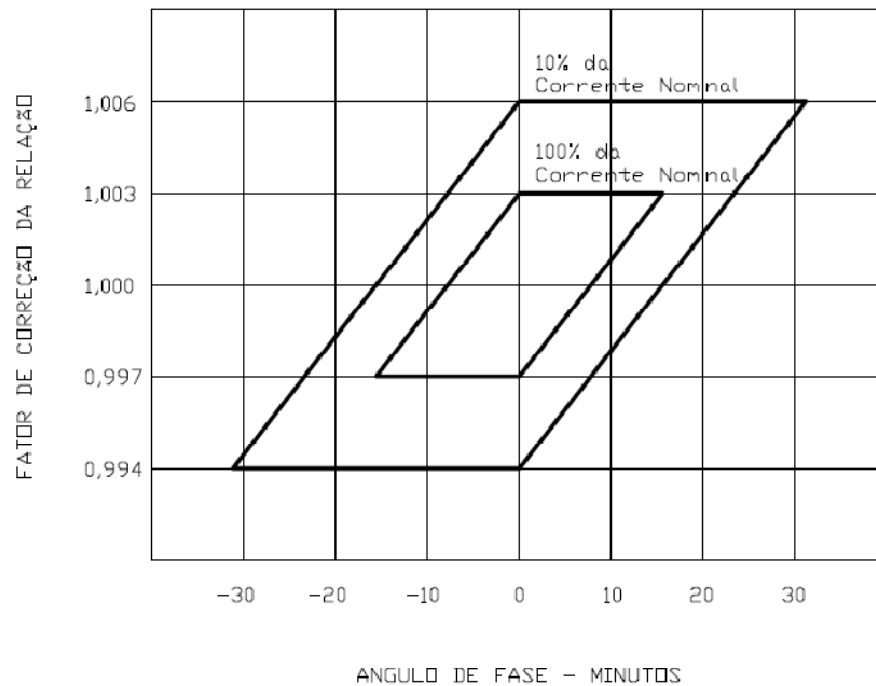
$$FCR = \frac{Kr}{Kc} \quad (10)$$

A relação entre o Fator de Correção de Transformação, o Fator de Correção de Relação e o Ângulo de Desvio (β) da corrente secundária resultam nos paralelogramos de exatidão. Esses paralelogramos estão relacionados à expressão:

$$\beta = 2600.(FCR - FCT) \quad (11)$$

Cada classe de exatidão possui seus limites estabelecidos, como apresentado na Tabela 2, e respectivos paralelogramos de exatidão para 10% e 100% da corrente nominal primária de acordo com (IEEE, 1993(R2003)). Na Figura 3 está o correspondente a classe 0,3.

Figura 3 – Limites de Exatidão para TC's de Uso em Medição – Classe 0,3



Os limites das classes de exatidão estão especificados ou definidos com base nas cargas (“*Burdens*”) padrão, correntes de 10% e 100% da corrente nominal primária e frequência industrial 60Hz. A Tabela 3 traz os “*Burdens*” padrão para TC’s de uso em medição.

**Tabela 3 – “*Burdens*” Padrão para Transformadores de Corrente com Corrente Secundária Nominal 5A
Uso em Medição**

Designação	Resistência (Ω)	Indutância (mH)	Impedância (Ω)	Volt-Ampères (em 5A)	Fator de Potência
B-0,1	0,09	0,116	0,1	2,5	0,9
B-0,2	0,18	0,232	0,2	5,0	0,9
B-0,5	0,45	0,580	0,5	12,5	0,9
B-0,9	0,81	1,040	0,9	22,5	0,9
B-1,8	1,62	2,080	1,8	45,0	0,9

Fonte: IEEE Std C57.13-1993(R2003), p. 18

TC’s de medição são fabricados para reproduzir, com baixo erro, a corrente primária quando em condições normais de carregamento dos circuitos em que estão instalados.

2.3.2. Transformadores de Corrente para Uso em Proteção

A exatidão de um transformador de corrente de proteção está limitada em 10%. Este é o maior erro que ele deve apresentar em um intervalo desde uma corrente de valor nominal até uma corrente 20 vezes a nominal.

Eles são designados pela sua classificação e tensão secundária nominal de acordo com (IEEE, 1993(R2003)):

a) Classificação

C e K ➔ TC’s cujas perdas no núcleo não têm efeito significativo nas relações de transformação. Respeitados os limites de utilização e cargas padrão.

T ➔ TC’s cujas perdas no núcleo têm efeito significativo nas relações de transformação. Respeitados os limites de utilização e cargas padrão.

b) Tensão Secundária Nominal

É a tensão terminal que o transformador de corrente entrega, sem exceder o erro de 10% na relação, quando por ele circula uma corrente igual a 20 vezes a nominal e em seu secundário está ligada uma carga padrão. O erro de relação deve ser mantido nos limites para a carga padrão ou cargas de valores inferiores.

São agrupados também, segundo a impedância do enrolamento secundário, em duas classes de acordo com (ABNT, 1992):

- a) **Classe A** ➔ TC cuja reatância de dispersão não tem valor desprezível quando comparada à impedância total secundária quando nele está ligada uma carga padrão.
- b) **Classe B** ➔ TC cuja reatância de dispersão tem valor desprezível quando comparada à impedância total secundária quando nele está ligada uma carga padrão.

A Tabela 4 apresenta as cargas padronizadas para transformadores de uso em proteção. Estes valores têm validade para operação em 60 Hz.

**Tabela 4 – “Burdens” Padrão para Transformadores de Corrente com Corrente Secundária Nominal 5A
Uso em Proteção**

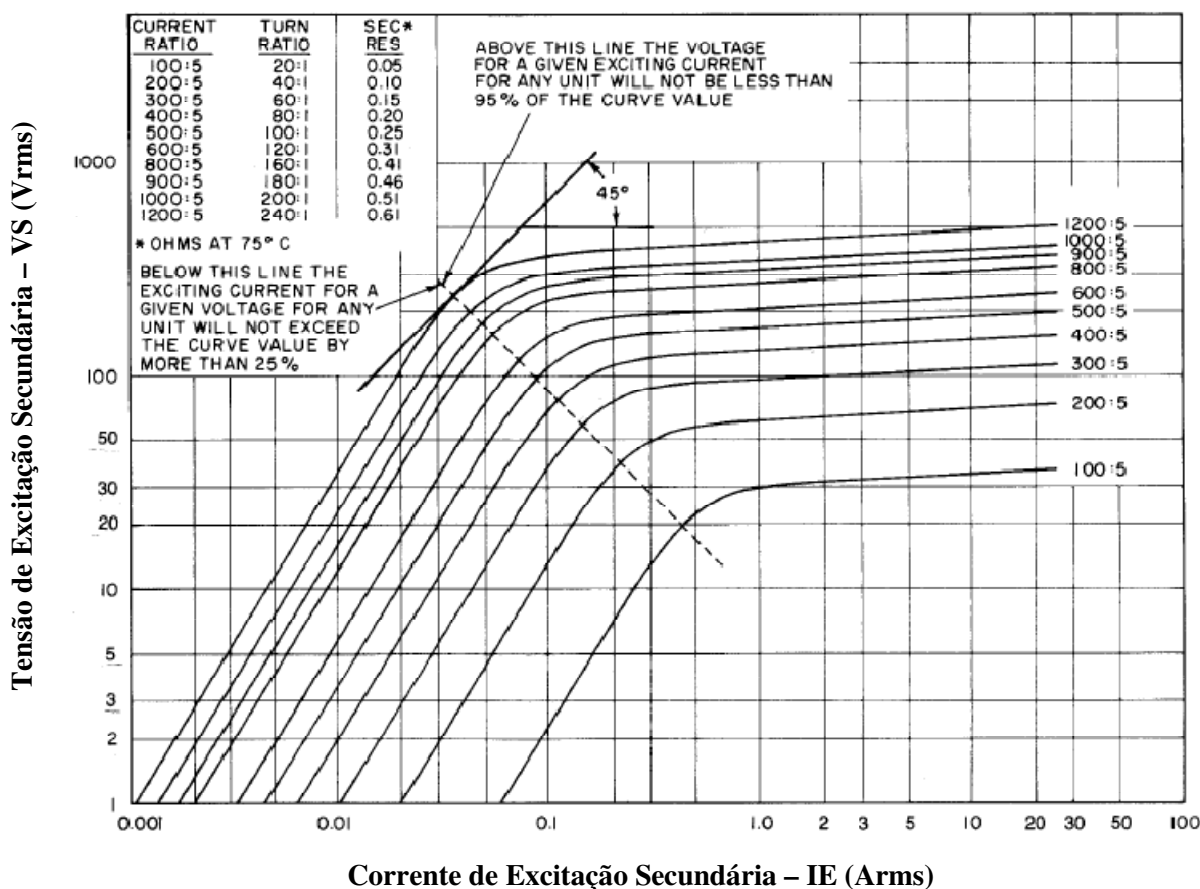
Designação	Resistência (Ω)	Indutância (mH)	Impedância (Ω)	Volt-Ampères (em 5A)	Fator de Potência
B-1	0,50	2,300	1,0	25,0	0,5
B-2	1,00	4,600	2,0	50,0	0,5
B-4	2,00	9,200	4,0	100,0	0,5
B-8	4,00	18,400	8,0	200,0	0,5

Fonte: IEEE Std C57.13-1993(R2003), p. 18

A Figura 4 mostra a característica de excitação típica de transformadores de corrente em que a reatância de dispersão é desprezível (classificação C, K). O gráfico mostra a tensão secundária (VS) em função da corrente de excitação secundária (IE).

A classe de exatidão de um TC de proteção é definida para sua relação máxima, no caso da Figura 4, 1200 - 5A. Neste caso em questão ele é classificado como C400, que significa que para um “Burden” padrão B-4 ligado aos seus terminais com uma corrente variando desde o valor nominal até 20 vezes o valor nominal ele mantém o erro de relação menor ou igual a 10%. A característica de excitação de TC's classe C e K de acordo com (IEEE, 1993(R2003)) estão na Figura 4.

Figura 4 – Característica de Excitação Típica de TC's Classes C e K

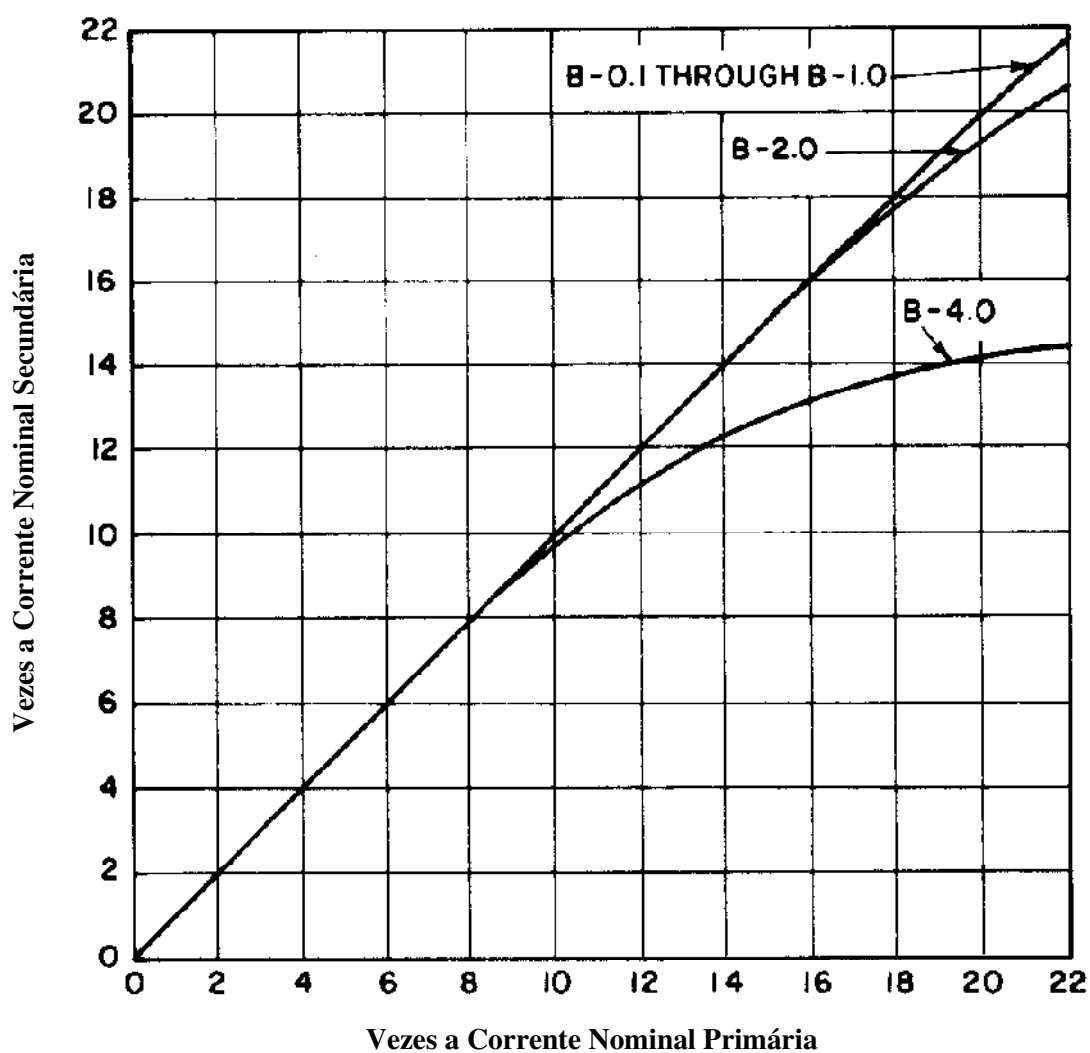


Fonte: IEEE Std C57.13-1993(R2003), p. 23

A Figura 5 mostra a relação entre os múltiplos das correntes primárias e secundárias típica de transformadores de corrente em que a reatância de dispersão não é desprezível (classificação T). Nestes casos são necessárias estas curvas para se determinar qual múltiplo da corrente haverá no secundário dado um múltiplo de corrente primária e realizar o cálculo do erro de relação.

TC's classe T com "*Burdens*" maiores que 2 ohms não podem ser classificados de acordo com o estabelecido pela tensão secundária nominal por ultrapassarem o erro de 10% para corrente secundária igual a 20 vezes a corrente secundária nominal (múltiplo de corrente igual a 20). A característica de excitação de TC's classe T de acordo com (IEEE, 1993(R2003)) estão na Figura 5.

Figura 5 – Curva de Relação de Sobrecorrente Típica de TC's Classe T



Fonte: IEEE Std C57.13-1993(R2003), p. 23

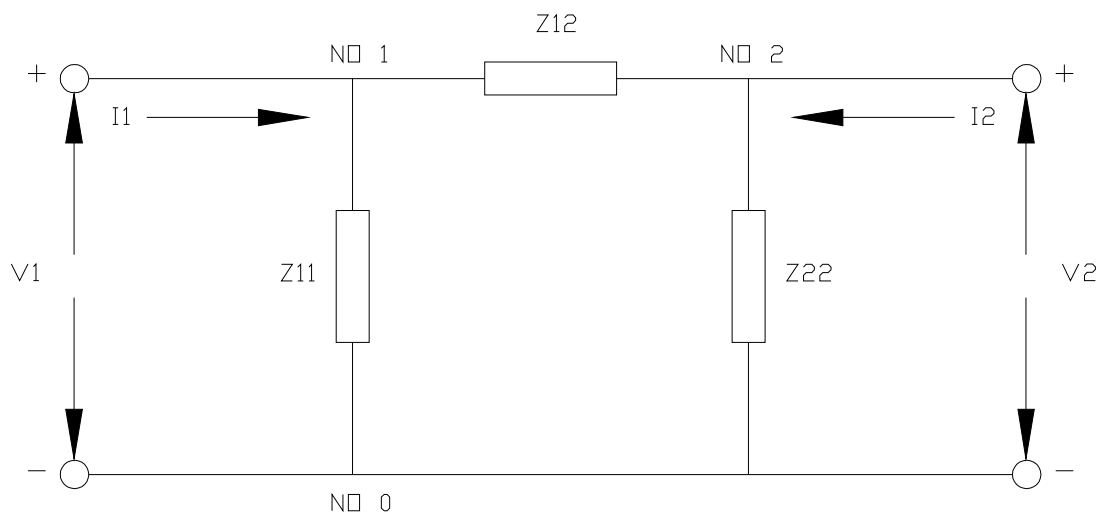
2.4. Método das Tensões Nodais

O Método das Tensões Nodais foi utilizado neste trabalho para o equacionamento do modelo do TC. É uma técnica clássica utilizada no equacionamento de circuitos elétricos juntamente com o Método das Correntes de Malha. Consiste na soma das correntes que fluem em cada nó do circuito elétrico de interesse (NILSSON; RIEDEL, 2009). O sistema de equações proveniente desse método possibilita o cálculo do valor das tensões em cada nó em relação ao nó de referência (nó 0 zero).

O Método das Correntes de Malha fornece a Matriz de Impedâncias, que é o inverso matricial da Matriz de Admitâncias (JÚNIOR, 2005). Em estudos de Sistemas de Potência são utilizadas essas duas matrizes conforme a conveniência. No cálculo de Fluxo de Potência, por exemplo, é vantajosa a utilização da Matriz de Admitância porque a mesma é, na maioria das vezes, muito esparsa, o que diminui o esforço computacional no cálculo dos fluxos entre as barras.

Para o estudo deste trabalho a utilização de ambas as técnicas (Malha e Tensão Nodal) são equivalentes uma vez que se trata de uma matriz de ordem 2 e ambas abordagens são adequadas para se alcançar o objetivo que é a Modelagem do Transformador de Corrente por uma matriz equivalente resultante do Modelo “PI” semelhante ao representado na Figura 6.

Figura 6 – Circuito Elétrico Exemplo



Baseado no circuito elétrico exemplo da Figura 6 e adotando como positiva toda corrente que sai do nó, tem-se:

$$\begin{cases} -\mathbf{I1} + \frac{\mathbf{V1}}{Z_{11}} + \frac{\mathbf{V1} - \mathbf{V2}}{Z_{12}} = 0 \\ -\mathbf{I2} + \frac{\mathbf{V2}}{Z_{22}} + \frac{\mathbf{V2} - \mathbf{V1}}{Z_{12}} = 0 \end{cases} \quad (12)$$

Onde:

Z_{11} , Z_{12} e Z_{22} são impedâncias entre os nós.

As admitâncias do circuito, que são o inverso das impedâncias, são denominadas: Y_{11} , Y_{12} e Y_{22} .

V_1 , V_2 , I_1 e I_2 são respectivamente as tensões nodais dos terminais 1 e 2 e as correntes dos terminais 1 e 2.

Substituindo os termos impedância por suas respectivas admitâncias e agrupando os termos comuns no Sistema de Equações 12, tem-se:

$$\begin{cases} \mathbf{V1} \cdot (Y_{11} + Y_{12}) + \mathbf{V2} \cdot (-Y_{12}) = \mathbf{I1} \\ \mathbf{V1} \cdot (-Y_{12}) + \mathbf{V2} \cdot (Y_{12} + Y_{22}) = \mathbf{I2} \end{cases} \quad (13)$$

No Sistema de Equações 13 as variáveis V_1 e V_2 , tensões nodais do sistema, são as grandezas que devem ser calculadas.

2.4.1. Matriz de Admitância de um Transformador de Corrente

O Sistema de Equações 13 colocado em forma matricial resulta:

$$\begin{bmatrix} Y_{11} + Y_{12} & -Y_{12} \\ -Y_{12} & Y_{12} + Y_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{V1} \\ \mathbf{V2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{I1} \\ \mathbf{I2} \end{bmatrix} \quad (14)$$

O Sistema de Equações 14 é uma forma de representar o circuito equivalente de um Transformador de Corrente, cuja Matriz de Admitância é:

$$\begin{bmatrix} Y_{11} + Y_{12} & -Y_{12} \\ -Y_{12} & Y_{12} + Y_{22} \end{bmatrix} \quad (15)$$

2.5. Funções de Transferência no Domínio da Frequência

As funções de transferência expressam a relação entre entrada e saída, ou saídas, em um sistema governado por equações diferenciais lineares invariantes no tempo.

A Figura 7 mostra um sistema genérico com entrada $u(t)$ e saída $y(t)$.

Figura 7 – SLIT – Sistema Linear Invariante no Tempo



Genericamente a equação diferencial que relaciona a entrada $u(t)$ com a saída $y(t)$ é da forma:

$$a_n \cdot \frac{d^n}{dt^n} y(t) + a_{n-1} \cdot \frac{d^{n-1}}{dt^{n-1}} y(t) + \dots + a_0 y(t) = b_m \cdot \frac{d^m}{dt^m} u(t) + b_{m-1} \cdot \frac{d^{m-1}}{dt^{m-1}} u(t) + \dots + b_0 u(t) \quad (16)$$

Admitindo que todas as condições iniciais são nulas, ou seja, o sistema esteja relaxado, a função de transferência é obtida tomando-se a Transformada de Laplace em ambos os lados da Equação 16:

$$\begin{aligned} a_n \cdot S^n \cdot Y(S) + a_{n-1} \cdot S^{n-1} \cdot Y(S) + \dots + a_0 Y(S) = \\ = b_m \cdot S^m \cdot U(S) + b_{m-1} \cdot S^{m-1} \cdot U(S) + \dots + b_0 U(S) \end{aligned} \quad (17)$$

Agrupando os termos comuns e rearranjando a Equação 17, tem-se:

$$G(S) = \frac{Y(S)}{U(S)} = \frac{b_m \cdot S^m + b_{m-1} \cdot S^{m-1} + \dots + b_0}{a_n \cdot S^n + a_{n-1} \cdot S^{n-1} + \dots + a_0} \quad (18)$$

A Equação 18 é uma forma genérica de uma função de transferência, representada como função de “S” em que S é uma variável frequência complexa. É uma função complexa que caracteriza o comportamento intrínseco de um sistema físico e é independente da natureza e magnitude do sinal de entrada.

Se uma função de transferência é conhecida, a saída ou resposta pode ser estudada para várias formas de entrada.

2.6. O “*Vector Fitting*”

O “*Vector Fitting*” é uma técnica, traduzida em um código de computador, de domínio público que lineariza a solução do problema de ajustar uma função de transferência no domínio da frequência pela utilização de frações parciais. É uma alternativa à utilização da convolução de grandezas terminais (por exemplo, tensões nodais) ou à resposta impulsiva (GUSTAVSEN, 1999).

Um dos problemas encontrados na modelagem de transientes, em sistemas de potência é a inclusão mais exata dos efeitos da frequência sobre seus componentes (GUSTAVSEN, 1999). Funções de transferência podem ser obtidas medindo-se a saída de um sistema quando da aplicação de um impulso em sua entrada, técnica essa aplicada em (ELHAFFAR; LEHTONEN, 2007). A função obtida caracteriza a dinâmica, do sistema medido, em uma simulação no domínio do tempo.

Sua metodologia tem sido aprimorada e aplicada em levantamentos da matriz de admitância de transformadores trifásicos (GUSTAVSEN, 2004) com intuito de colaborar em estudos de transitórios de tensão, sobretensões transferidas e ressonância. Outra aplicação significativa é a modelagem de linhas de transmissão, sua matriz de impedâncias, em casos de linhas aéreas com vários circuitos e linhas aéreas assimétricas que podem ser muito

dependentes da frequência (GUSTAVSEN, 1998). Consequentemente contribui também para a obtenção da Função de Propagação de Ondas como função da frequência eliminando os tempos de atraso da Análise Modal e resultando em funções que podem ser ajustadas com razões de polinômios de baixa ordem.

Sua técnica é um meio de aproximar a resposta em frequência (o comportamento de um sistema) por uma expressão matemática, semelhante a um ajuste polinomial para representação de um conjunto de pontos. O método fornece uma expansão de frações parciais conforme a Equação 19:

$$f(s) = \sum_{n=1}^N \frac{C_n}{s - a_n} + d + s.h \quad (19)$$

Na qual:

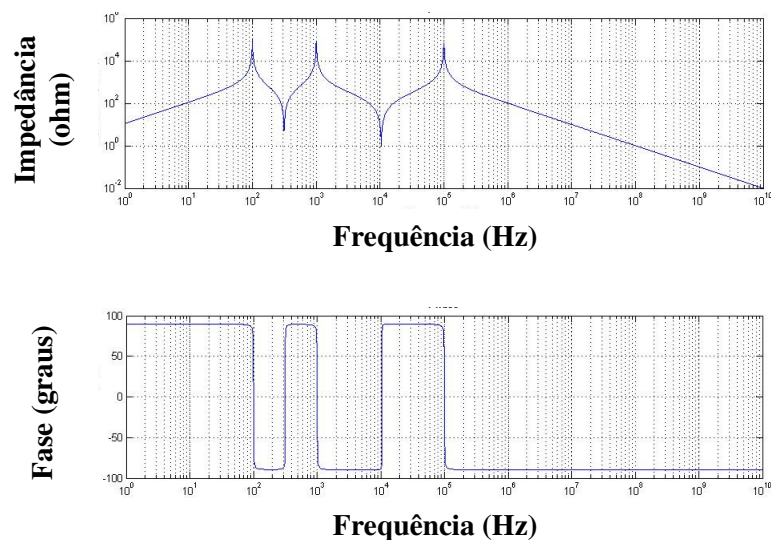
C_n e a_n são resíduos e pólos, que podem ser números reais ou pares de complexos conjugados;

d e h são números reais;

N é a ordem escolhida para o ajuste.

A Figura 8 mostra um exemplo, criado por este autor, de uma função impedância a respeito da frequência com três picos ressonantes. Ela explicita a variação do módulo e do ângulo em função da frequência.

Figura 8 – Exemplo de Variação de uma Impedância (Módulo e Ângulo) em Função da Frequência



Processo análogo foi abordado em (MORCHED; MARTI; OTTEVANGERS, 1993) de uma forma um pouco diferente a qual propõe a geração de um modelo que pode ser expresso pela soma de ramos RL, RC e RLC para cada elemento da matriz de admitância equivalente, resultando em uma ferramenta interessante para uso em EMTP.

“*Vector Fitting*” foi escolhido para realizar o ajuste pretendido por ser um método direto que não necessita de nenhuma interpretação, trata o objeto modelado como uma caixa preta, é uma alternativa à ensaios que necessitam da aplicação de impulsos de entrada, nesse caso especificamente impulsos de corrente e porque retorna uma função de transferência que pode ser avaliada utilizando métodos e códigos disponíveis no Matlab.

2.6.1. Técnica Matemática

O problema a ser resolvido é a determinação dos coeficientes da Equação 19. O processo é iniciado atribuindo valores aos pólos a_n e multiplicando $f(s)$ por uma função desconhecida $\sigma(s)$, propondo as igualdades da Equação 20:

$$\begin{bmatrix} \sigma(s)f(s) \\ \sigma(s) \end{bmatrix} \approx \begin{bmatrix} \sum_{n=1}^N \frac{C_n}{s - a_n^*} + d + sh \\ \sum_{n=1}^N \frac{C_n^*}{s - a_n} + 1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

Multiplicando a segunda linha do Sistema de Equações 20 por $f(s)$ e realizando as substituições nos leva à relação:

$$\left(\sum_{n=1}^N \frac{C_n}{s - a_n^*} + d + sh \right) \approx \left(\sum_{n=1}^N \frac{C_n^*}{s - a_n} + 1 \right) f(s) \quad (21)$$

A Equação 21 é linear em termos de C_n , C_n^* , d e h . Escrevendo-a para vários pontos tem-se um sistema linear do tipo $Ax = B$ (GUSTAVSEN; SEMLYEM, 1999) que pode ser sobredeterminado (se $k > N$), como o expresso na Equação Matricial 22 a qual mostra o

sistema para uma somatória (ordem escolhida para o ajuste) de N termos e S_k pontos (frequências) que representam uma curva de interesse.

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{S_1 - a_1^*} & \frac{1}{S_1 - a_2^*} & \dots & \frac{1}{S_1 - a_N^*} & 1 & S_1 & \frac{-f(s_1)}{S_1 - a_1^*} & \frac{-f(s_1)}{S_1 - a_2^*} & \dots & \frac{-f(s_1)}{S_1 - a_N^*} \\ \frac{1}{S_2 - a_1^*} & \frac{1}{S_2 - a_2^*} & \dots & \frac{1}{S_2 - a_N^*} & 1 & S_2 & \frac{-f(s_2)}{S_2 - a_1^*} & \frac{-f(s_2)}{S_2 - a_2^*} & \dots & \frac{-f(s_2)}{S_2 - a_N^*} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{1}{S_k - a_1^*} & \frac{1}{S_k - a_2^*} & \dots & \frac{1}{S_k - a_N^*} & 1 & S_k & \frac{-f(s_k)}{S_k - a_1^*} & \frac{-f(s_k)}{S_k - a_2^*} & \dots & \frac{-f(s_k)}{S_k - a_N^*} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \vdots \\ C_N \\ d \\ h \\ C_1^* \\ C_2^* \\ \vdots \\ C_N^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f(S_1) \\ f(S_2) \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ f(S_k) \end{bmatrix} \quad (22)$$

Esse problema pode ser resolvido como um **Problema de Mínimos Quadrados** na forma da Equação 23.

$$\mathbf{A}^T \mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{A}^T \mathbf{b} \quad (23)$$

No primeiro estágio são conhecidos os pólos a_n (valores inicialmente arbitrados), as frequências complexas S_k , e a função $f(s)$ avaliada em cada S_k . São determinados os coeficientes C_n , C_n^* , d e h .

Em um segundo estágio a Função Sigma “ $\sigma(s)$ ” é avaliada e seus **Zeros** são utilizados como novos pólos em um novo sistema $\mathbf{A} \mathbf{x} = \mathbf{B}$ que novamente resolvido retorna os novos termos C_n , C_n^* , d e h , agora solução do problema de ajuste.

A partir da Equação 21 pode-se derivar as frações constantes nas Equações 24, 25 e 26, que segundo (GUSTAVSEN; SEMLYEM, 1999) mostra que os pólos de $f(s)$ são iguais aos zeros de $\sigma(s)$.

$$\sum_{n=1}^N \frac{C_n}{s - a_n^*} + d + sh \approx h \frac{\prod_{n=1}^{N+1} (s - z_n)}{\prod_{n=1}^N (s - a_n^*)} \quad (24)$$

$$\sum_{n=1}^N \frac{C_n^*}{s - a_n^*} + 1 \approx \frac{\prod_{n=1}^N (s - z_n^*)}{\prod_{n=1}^N (s - a_n^*)} \quad (25)$$

$$f(s) = \frac{\sum_{n=1}^N \frac{C_n}{s - a_n^*} + d + sh}{\sum_{n=1}^N \frac{C_n^*}{s - a_n^*} + 1} \approx h \frac{\prod_{n=1}^{N+1} (s - z_n)}{\prod_{n=1}^N (s - z_n^*)} \quad (26)$$

A Equação 26 mostra que os pólos de $f(s)$ se tornam iguais aos zeros de $\sigma(s)$ no processo de divisão entre as Equações 24 e 25.

2.6.2. Observações Sobre o Código “*Vector Fitting*”

As entradas do software são os vetores contendo a função, que é composta por números complexos, e a frequência respectiva a cada elemento da função.

Inicialmente são atribuídos valores aos pólos de forma que eles estejam distribuídos linearmente ou logaritmicamente ao longo da faixa de frequências de interesse. Podem ser atribuídos diferentes pesos aos pólos de forma a obter maior exatidão em frequências ou intervalos em que se tenha mais interesse.

É escolhida a ordem N , que representa o número de termos da somatória das frações parciais.

Pode-se optar, também, que o algoritmo seja calculado uma única vez ou colocado em estrutura de repetição de forma a utilizar processos de ajuste anteriores como novos pontos de partida na tentativa de diminuir o erro resultante.

A aplicação do método através do seu algoritmo, de acordo com **2.6.1. Técnica Matemática**, resulta:

SERA → Pólos – a_n

SERC → Resíduos – c_n

SERD → Termo Constante - d

SERE → Termo Proporcional - h

Rmserr → Erro Médio Quadrático de Aproximação da Função

Onde:

$$Rmserr = \sqrt{\frac{1}{k} \sum_{i=1}^k e_i^2} \quad (27)$$

e_i = diferença “ i ” resultante de um processo de ajuste

k = número de pontos (frequências) no intervalo de interesse

Estes termos compõem a Equação 19, que desenvolvida, é uma função no domínio da frequência e fornece subsídios para o estudo da dinâmica do sistema a que se destina aproximar, seja pela avaliação do módulo e ângulo da função no seu intervalo, seja pela convolução entre a função e algum sinal de entrada.

O código de programa que realiza essa função está no **ANEXO A – Código Para Execução do Algoritmo “*Vector Fitting*”** e pode ser apreciado com mais detalhes.

3. Desenvolvimento

3.1. Metodologia

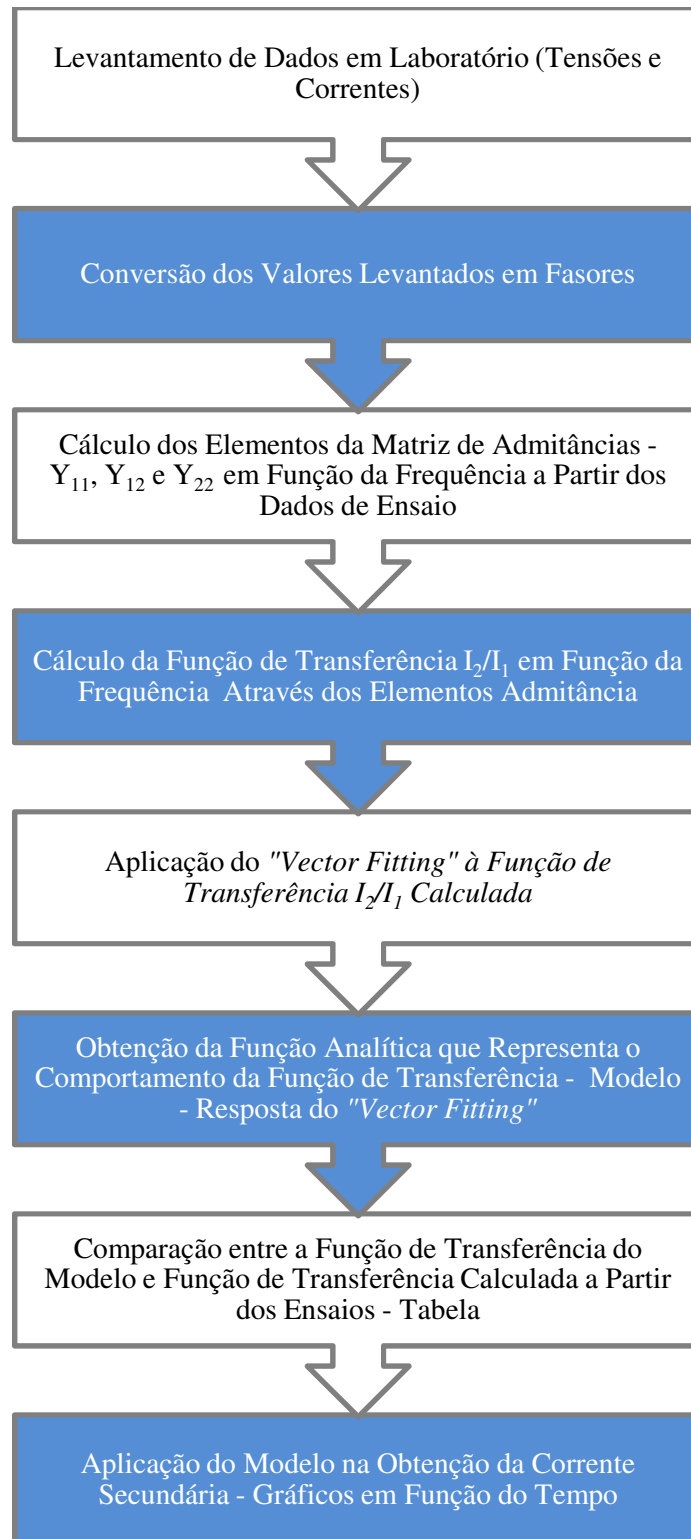
Trata-se de uma pesquisa que buscou conciliar o ensaio de laboratório e o processamento computacional com o intuito de converter as informações de interesse em um modelo dinâmico de transformadores de corrente e prover uma visão qualitativa do equipamento.

O ensaio consistiu na excitação do circuito secundário (terminal 2) de um TC para uso em proteção com as respectivas tensões e correntes, primárias e secundárias, coletadas em módulo e ângulo. Foram ensaios semelhantes aos aplicados em transformadores de potência (circuito aberto e curto circuito) repetidos entre 10 Hz e 1 MHz, distribuídos logaritmicamente, totalizando 46 frequências utilizadas. Intervalo de frequências escolhido dentro da capacidade de geração dos equipamentos do laboratório e em função da limitação imposta pela ponta de prova do osciloscópio e componente indutiva dos sensores de corrente, ver **APÊNDICE A - Medição da Indutância dos Resistores Utilizados para Medição e Considerações Sobre o Osciloscópio.**

3.1.1. Fluxograma do Trabalho

Este trabalho foi desenvolvido em etapas experimentais e etapas de processamento de dados com algoritmos. Para facilitar o entendimento consta na Figura 9 o Fluxograma mostrando como a idéia foi desenvolvida, como foi realizada passo-a-passo.

Figura 9 – Fluxograma do Trabalho



3.2. Equipamentos Empregados

Para o ensaio e coleta de dados, foram empregados os seguintes equipamentos:

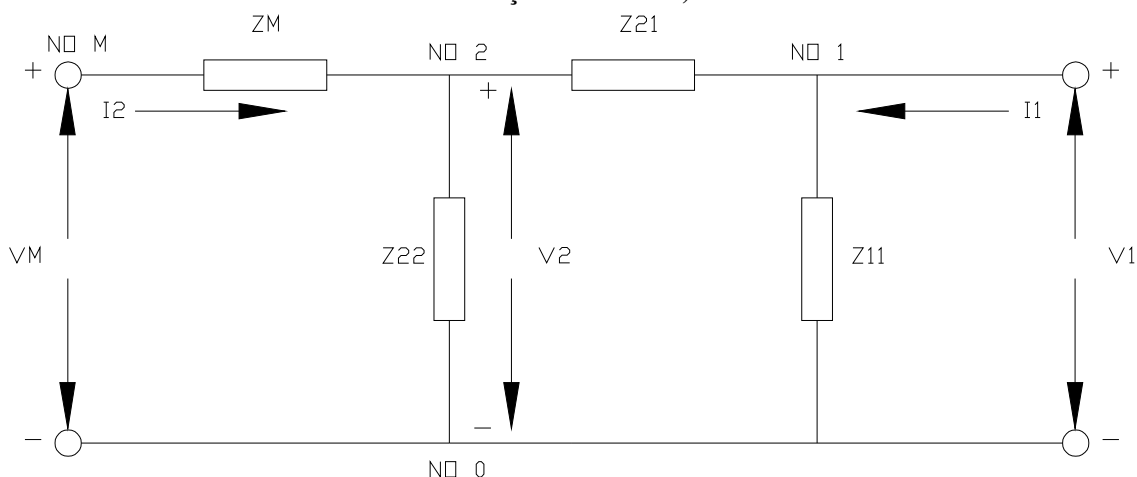
- Gerador de Funções Agilent LXI, Arbitrary Waveform Generator, 33220A, 20 MHz;
- Osciloscópio Tektronix TDS 1001B, Two Channel, Digital Storage, 40 MHz, 500 MS/s;
- Transformador de Corrente, Fabricante Soltran, 10B100, 1200 – 5A, Classe 15 kV;
- Resistor shunt para medição de corrente. Valor 1,1 ohms (sem precisão especificada);
- Resistor shunt para medição de corrente. Valor 5,6 ohms $\pm 5\%$.

Para o processamento computacional foi utilizado o Matlab/Simulink®, e o Algoritmo “*Vector Fitting*”.

3.3. Aspectos Metodológicos

A Figura 10 mostra o circuito equivalente proposto para modelar o transformador de corrente para os ensaios. Todo equacionamento e medições foram baseados em um circuito com esta topologia. Essa metodologia é utilizada na modelagem de Sistemas Elétricos de Potência, como por exemplo, programas de resolução de Fluxo de Carga.

Figura 10 – Circuito Equivalente Proposto para o Transformador de Corrente - (Z_M resistência de limitação de corrente)



Para segurança da fonte e medição de corrente durante os ensaios foi utilizado um resistor externo, denominado Z_M , para limitação da corrente no terminal 2 (secundário) escolhido para aplicação da fonte de excitação. O equacionamento para os ensaios levou em conta a inserção desse resistor.

Com a utilização do Método das Tensões Nodais o equacionamento do circuito elétrico da Figura 10 resultou:

$$\left\{ \begin{array}{l} -I_2 + \frac{V_M - V_2}{Z_M} = 0 \\ \frac{V_2}{Z_{22}} + \frac{V_2 - V_M}{Z_M} + \frac{V_2 - V_1}{Z_{21}} = 0 \\ -I_1 + \frac{V_1}{Z_{11}} + \frac{V_1 - V_2}{Z_{21}} = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} -V_2 \cdot Y_M + V_M \cdot Y_M = I_2 \\ -V_1 \cdot Y_{21} + V_2 \cdot (Y_{22} + Y_M + Y_{21}) - V_M \cdot Y_M = 0 \\ V_1 \cdot (Y_{11} + Y_{21}) - V_2 \cdot Y_{21} = I_1 \end{array} \right. \quad (28)$$

Que matricialmente é representado como a Equação 29:

$$\begin{bmatrix} 0 & -Y_M & Y_M \\ -Y_{21} & Y_{22} + Y_M + Y_{21} & -Y_M \\ Y_{11} + Y_{21} & -Y_{21} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_2 \\ 0 \\ I_1 \end{bmatrix} \quad (29)$$

Com as informações provenientes dos ensaios de curto circuito e de circuito aberto (medições das tensões e correntes) calculou-se os elementos a matriz de admitância (módulo e ângulo dos elementos) como função da frequência.

Nos itens **3.3.1 Ensaio de Curto Circuito** e **3.3.2 Ensaio de Circuito Aberto** está exposto como os ensaios ideais fornecem as grandezas necessárias para a determinação dos elementos do modelo.

Há um detalhamento a respeito dos sensores utilizados na medição das correntes, os resistores shunt, no **APÊNDICE A - Medição da Indutância dos Resistores Utilizados para Medição e Considerações Sobre o Osciloscópio**.

3.3.1. Ensaio de Curto Circuito

Excitando o circuito da Figura 10 com uma tensão $\mathbf{V}_M$, aplicando um curto circuito atribuindo $\mathbf{V}_1 = \mathbf{0}$ no Sistema de Equações 28 e medindo $\mathbf{I}_1$, $\mathbf{I}_2$ e $\mathbf{V}_2$, tem-se:

$$\left\{ \begin{array}{l} -Y_M \cdot \mathbf{V}_2 + Y_M \cdot \mathbf{V}_M = \mathbf{I}_2 \\ (Y_{22} + Y_M + Y_{21}) \cdot \mathbf{V}_2 = Y_M \cdot \mathbf{V}_M \\ -Y_{21} \cdot \mathbf{V}_2 = \mathbf{I}_1 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{V}_2 \cdot (-Y_{21}) = \mathbf{I}_1 \\ \mathbf{V}_2 \cdot (Y_{22} + Y_{21}) = \mathbf{I}_2 \end{array} \right. \quad (30)$$

De onde é possível calcular os elementos Y_{21} e Y_{22} da matriz de admitância:

$$\left\{ \begin{array}{l} Y_{21} = -\frac{\mathbf{I}_1}{\mathbf{V}_2} \\ Y_{22} = \frac{\mathbf{I}_2}{\mathbf{V}_2} - Y_{21} \end{array} \right. \quad (31)$$

3.3.2. Ensaio de Circuito Aberto

Excitando o circuito da Figura 10 com uma tensão $\mathbf{V}_M$, abrindo o circuito atribuindo $\mathbf{I}_1 = \mathbf{0}$ no Sistema de Equações 28 e medindo $\mathbf{V}_1$ e $\mathbf{V}_2$, tem-se:

$$\left\{ \begin{array}{l} -Y_M \cdot \mathbf{V}_2 + Y_M \cdot \mathbf{V}_M = \mathbf{I}_2 \\ -Y_{21} \cdot \mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2 \cdot (Y_{22} + Y_M + Y_{21}) = Y_M \cdot \mathbf{V}_M \\ (Y_{11} + Y_{21}) \cdot \mathbf{V}_1 - \mathbf{V}_2 \cdot (Y_{21}) = \mathbf{0} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} -Y_M \cdot \mathbf{V}_2 + Y_M \cdot \mathbf{V}_M = \mathbf{I}_2 \\ -Y_{21} \cdot \mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2 \cdot (Y_{22} + Y_M + Y_{21}) = Y_M \cdot \mathbf{V}_M \\ \mathbf{V}_1 \cdot (Y_{21} + Y_{11}) = Y_{21} \cdot \mathbf{V}_2 \end{array} \right. \quad (32)$$

De onde é possível calcular o elemento Y_{11} :

$$Y_{11} = Y_{21} \cdot \left(\frac{\mathbf{V}_2}{\mathbf{V}_1} - 1 \right) \quad (33)$$

3.3.3. Detalhes dos Ensaio

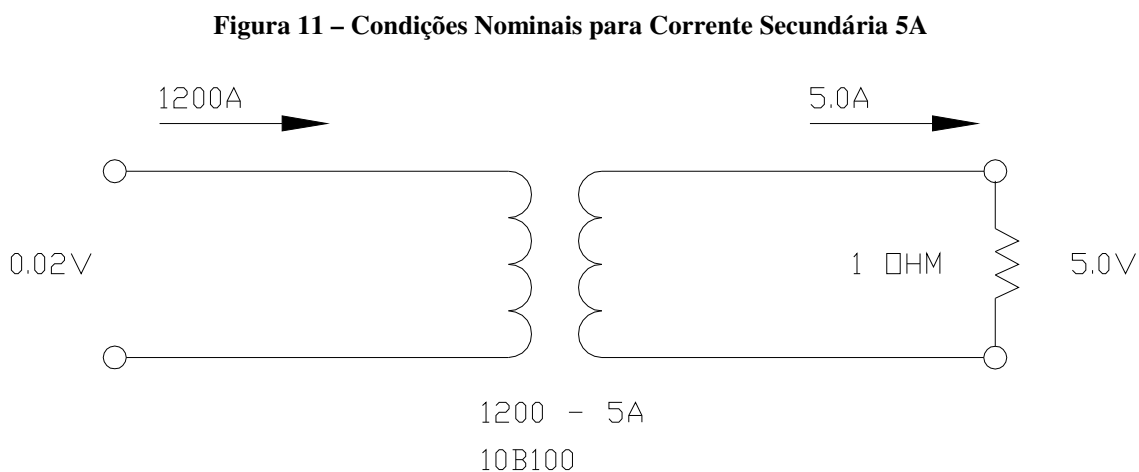
O transformador de corrente utilizado possui as seguintes características:

- Uso em proteção;
- Relação de Transformação 1200 – 5A;
- Resistência Secundária 0,6 ohm;
- Resistência Primária 0,1 ohm;
- Classe de Exatidão 10B100, segundo a ABNT NBR 6856, 1992.

Que significa um TC com 10% de exatidão, reatância de dispersão desprezível e tensão secundária nominal 100V.

Para auxílio no entendimento dos ensaios é preciso vislumbrar a seguinte situação:

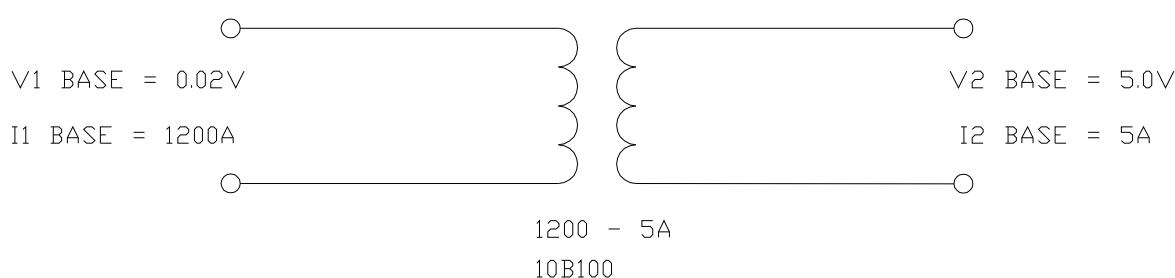
Uma corrente injetada de 1200A no terminal primário produz uma corrente refletida no terminal secundário de 5A. Um resistor de 1,0 ohm ligado a este terminal gera uma queda de tensão, também secundária, de 5V que refletida tem valor de 0,02V, em 60 Hz. A Figura 11 auxilia o entendimento desta condição.



Para o processamento proposto e modelagem pelo circuito da Figura 10 as grandezas foram normalizadas com base nas tensões e correntes nominais. O modelo “PI”

proposto tem que ser expresso em valores por unidade ou percentuais tendo em vista o efeito que a relação de transformação exerce sobre as grandezas quando referidas ao enrolamento primário (terminal das grandezas V_1 e I_1) ou secundário (terminal das grandezas V_2 e I_2). Os valores escolhidos foram os nominais citados anteriormente como pode ser visualizado novamente na Figura 12.

Figura 12 – Valores Base

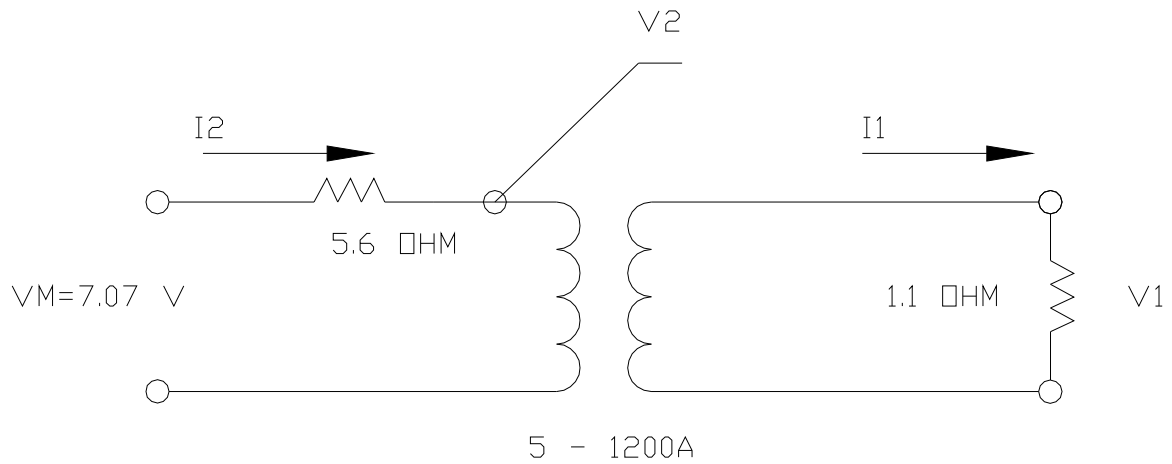


Ao todo três elementos foram determinados, sendo eles Y_{11} , Y_{12} e Y_{22} . Para isso foram realizados dois ensaios como segue. Lembrando que nestes ensaios estão envolvidas medições em uma gama de frequências entre 10 Hz e 1 MHz. Todo o desenvolvimento a seguir foi realizado através da aplicação do Sistema de Equações 28, que é válida para os ensaios referidos tanto ao primário quanto secundário.

3.3.3.1. Ensaio de Curto Circuito - Excitação no Secundário

A Figura 13 mostra o esquema de ensaio de curto circuito, com a fonte de excitação (mantida em torno de 7,07 Vrms) aplicada ao terminal denominado V_M no terminal 2 (secundário). Neste ensaio foram utilizados dois resistores. No terminal 2, resistor de valor 5,6 ohms, para proteção da fonte e medição da corrente através da medição da queda de tensão sobre o mesmo. No terminal 1, resistor de valor 1,1 ohm, para medição de corrente através da medição da queda de tensão sobre o mesmo. A inserção do resistor de 1,1 ohms descaracterizou o curto circuito ideal e o equacionamento sofreu alteração em relação ao caso ideal em que $V_1 = 0$.

Figura 13 – Ensaio de Curto Circuito - Referência no Secundário



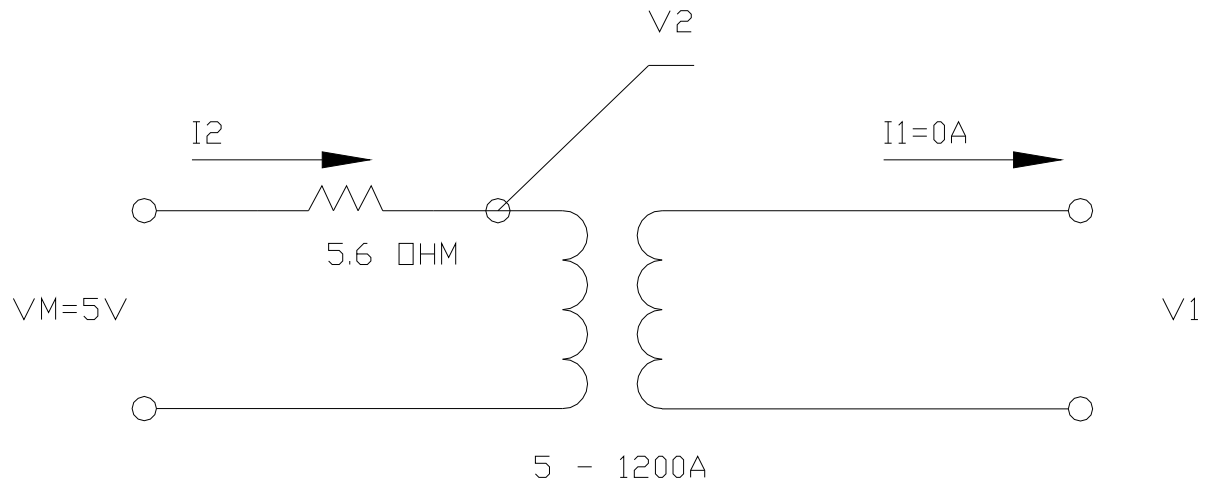
De forma análoga ao exposto em **3.3.1. Ensaio de Curto Circuito**, essa etapa propiciaria determinar as grandezas Y_{21} e Y_{22} de forma direta. Como $V_1 \neq 0$ as Equações 34 e 35, derivadas do Sistema de Equações 28, foram aplicadas.

$$Y_{11} + \left(1 - \frac{V_2}{V_1}\right) Y_{21} = \frac{I_1}{V_1} \quad (34)$$

$$\left(1 - \frac{V_1}{V_2}\right) Y_{21} + Y_{22} = \frac{I_2}{V_2} \quad (35)$$

3.3.3.2. Ensaio de Circuito Aberto - Excitação no Secundário

A Figura 14 mostra o esquema de ensaio de circuito aberto, com a fonte de excitação (mantida em torno de 5,00 Vrms) aplicada ao terminal denominado V_M no terminal 2 (secundário). Neste ensaio foi utilizado um resistor no terminal 2, valor 5,6 ohms, para proteção da fonte.

Figura 14 – Ensaio de Circuito Aberto – Referência no Secundário

Como exposto em **3.3.2. Ensaio de Circuito Aberto** tomando $I_1 = 0$, essa etapa propiciou determinar a relação expressa pela Equação 36.

$$Y_{11} + \left(1 - \frac{V_2}{V_1}\right) Y_{21} = 0 \quad (36)$$

3.4. Resultados e Discussões

3.4.1. Resultado das Coletas de Dados dos Ensaio

De acordo com o exposto anteriormente, nos ensaios foram aplicadas tensões entre 10 Hz e 1 MHz, distribuídas logaritmicamente, totalizando 46 pontos. Esses pontos compuseram vetores de 46 posições dos fasores V_1 , V_2 , I_1 e I_2 .

Para os cálculos desenvolvidos no trabalho foram utilizadas as seguintes relações entre as tensões e correntes, primárias e secundárias:

- Provenientes do Ensaio de Circuito Aberto
 - V_2/V_1

➤ Provenientes do Ensaio de Curto Circuito

- V_2/V_1
- V_1/V_2
- I_1/V_1
- I_2/V_2

Esses dados levantados no laboratório foram compilados nas Tabelas 5 e 6. Nelas há também a defasagem (em Divisões da Tela do Osciloscópio) entre as tensões V_M (grandeza de referência – ângulo zero), V_1 e V_2 (defasagens atrasadas), bem como o Tempo por Divisão das Leituras.

Tabela 5 – Dados Coletados nos Ensaio – Curto Circuito

Frequência (Hz)	VM (volts)	V1 (mvolts)	Diferença Divisões	Tempo por Divisão	V2 (volts)	Diferença Divisões	Tempo por Divisão
10	6,88	16,40	3,60	2,50E-02	6,85	0,00	2,50E-02
20	7,00	19,80	1,80	2,50E-02	6,97	0,00	2,50E-02
30	7,03	20,50	3,20	1,00E-02	7,01	0,00	1,00E-02
40	7,05	21,00	2,40	1,00E-02	7,03	0,00	1,00E-02
50	7,07	21,20	3,80	5,00E-03	7,05	0,00	5,00E-03
60	7,08	21,30	3,20	5,00E-03	7,06	0,00	5,00E-03
70	7,08	21,40	2,80	5,00E-03	7,07	0,00	5,00E-03
80	7,08	21,40	2,40	5,00E-03	7,07	0,00	5,00E-03
90	7,09	21,50	2,20	5,00E-03	7,08	0,00	5,00E-03
100	7,09	21,50	4,00	2,50E-03	7,08	0,00	2,50E-03
200	7,11	21,10	2,00	2,50E-03	7,10	0,00	2,50E-03
300	7,12	21,10	0,00	1,00E-03	7,11	0,00	1,00E-03
400	7,13	21,00	0,00	1,00E-03	7,12	0,00	1,00E-03
500	7,14	21,10	0,00	5,00E-04	7,13	0,00	5,00E-04
600	7,16	21,20	0,00	5,00E-04	7,15	0,00	5,00E-04
700	7,17	21,20	0,00	5,00E-04	7,17	0,00	5,00E-04
800	7,18	20,80	0,00	2,50E-04	7,18	0,00	2,50E-04
900	7,20	20,90	0,00	2,50E-04	7,19	0,00	2,50E-04
1000	7,21	21,00	0,00	2,50E-04	7,21	0,00	2,50E-04
2000	7,53	21,50	0,00	1,00E-04	7,53	0,00	1,00E-04
3000	7,59	21,30	0,00	1,00E-04	7,59	0,00	1,00E-04
4000	7,62	21,40	0,00	5,00E-05	7,62	0,00	5,00E-05
5000	7,63	21,30	0,00	5,00E-05	7,63	0,00	5,00E-05
6000	7,63	21,10	0,00	5,00E-05	7,63	0,00	5,00E-05
7000	7,64	21,10	0,00	5,00E-05	7,64	0,00	5,00E-05

Frequência (Hz)	VM (volts)	V1 (mvolts)	Diferença Divisões	Tempo por Divisão	V2 (volts)	Diferença Divisões	Tempo por Divisão
8000	7,65	21,50	0,00	5,00E-05	7,65	0,00	5,00E-05
9000	7,65	21,60	0,00	2,50E-05	7,65	0,00	2,50E-05
10000	7,65	21,40	0,00	2,50E-05	7,65	0,00	2,50E-05
20000	7,66	20,30	0,20	1,00E-05	7,66	0,00	1,00E-05
30000	7,66	19,50	0,20	1,00E-05	7,66	0,00	1,00E-05
40000	7,65	18,30	0,20	5,00E-06	7,65	0,00	5,00E-06
50000	7,66	17,50	0,20	5,00E-06	7,66	0,00	5,00E-06
60000	7,66	16,80	0,20	5,00E-06	7,66	0,00	5,00E-06
70000	7,68	16,50	0,40	2,50E-06	7,68	0,00	2,50E-06
80000	7,68	15,80	0,40	2,50E-06	7,68	0,00	2,50E-06
90000	7,68	15,50	0,40	2,50E-06	7,68	0,00	2,50E-06
100000	7,68	15,00	0,40	2,50E-06	7,67	0,00	2,50E-06
200000	7,64	12,60	0,40	1,00E-06	7,64	0,01	1,00E-06
300000	7,55	11,60	0,40	1,00E-06	7,53	0,01	1,00E-06
400000	7,41	11,30	0,60	5,00E-07	7,40	0,02	5,00E-07
500000	7,18	11,60	0,40	5,00E-07	7,13	0,02	5,00E-07
600000	6,92	14,00	0,40	5,00E-07	6,88	0,02	5,00E-07
700000	6,68	17,10	1,00	2,50E-07	6,61	0,03	2,50E-07
800000	6,45	17,20	1,40	2,50E-07	6,33	0,02	2,50E-07
900000	6,38	14,20	1,60	2,50E-07	6,24	0,02	2,50E-07
1000000	6,39	10,60	1,60	2,50E-07	6,25	0,02	2,50E-07

Tabela 6 – Dados Coletados nos Ensaios – Circuito Aberto

Frequência (Hz)	VM (volts)	V1 (mvolts)	Diferença Divisões	Tempo por Divisão	V2 (volts)	Diferença Divisões	Tempo por Divisão
10	4,87	20,00	0,00	2,50E-02	4,87	0,00	2,50E-02
20	4,94	20,10	0,00	2,50E-02	4,94	0,00	2,50E-02
30	4,96	20,20	0,00	5,00E-03	4,96	0,00	5,00E-03
40	4,97	20,30	0,00	5,00E-03	4,97	0,00	5,00E-03
50	4,98	20,30	0,00	5,00E-03	4,98	0,00	5,00E-03
60	4,99	20,50	0,00	2,50E-03	4,99	0,00	2,50E-03
70	4,99	20,30	0,00	2,50E-03	4,99	0,00	2,50E-03
80	4,99	20,30	0,00	2,50E-03	4,99	0,00	2,50E-03
90	4,99	20,30	0,00	2,50E-03	4,99	0,00	2,50E-03
100	5,00	20,40	0,00	2,50E-03	5,00	0,00	2,50E-03
200	5,00	20,40	0,00	1,00E-03	5,00	0,00	1,00E-03
300	5,01	20,50	0,00	1,00E-03	5,01	0,00	1,00E-03
400	5,03	20,50	0,00	5,00E-04	5,03	0,00	5,00E-04
500	5,03	20,50	0,00	5,00E-04	5,03	0,00	5,00E-04
600	5,04	20,60	0,00	2,50E-04	5,04	0,00	2,50E-04

Frequência (Hz)	VM (volts)	V1 (mvolts)	Diferença Divisões	Tempo por Divisão	V2 (volts)	Diferença Divisões	Tempo por Divisão
700	5,04	20,60	0,00	2,50E-04	5,04	0,00	2,50E-04
800	5,05	20,70	0,00	2,50E-04	5,05	0,00	2,50E-04
900	5,05	20,70	0,00	2,50E-04	5,05	0,00	2,50E-04
1000	5,06	20,70	0,00	2,50E-04	5,06	0,00	2,50E-04
2000	5,27	21,60	0,20	1,00E-04	5,27	0,00	1,00E-04
3000	5,29	21,80	0,20	5,00E-05	5,29	0,00	5,00E-05
4000	5,31	21,90	0,20	5,00E-05	5,31	0,00	5,00E-05
5000	5,31	22,00	0,20	2,50E-05	5,31	0,00	2,50E-05
6000	5,32	22,00	0,20	2,50E-05	5,32	0,00	2,50E-05
7000	5,32	22,00	0,20	2,50E-05	5,32	0,00	2,50E-05
8000	5,32	22,00	0,20	2,50E-05	5,32	0,00	2,50E-05
9000	5,31	22,00	0,20	2,50E-05	5,31	0,00	2,50E-05
10000	5,32	22,00	0,20	2,50E-05	5,32	0,00	2,50E-05
20000	5,32	22,00	0,20	1,00E-05	5,32	0,00	1,00E-05
30000	5,32	22,10	0,20	5,00E-06	5,32	0,00	5,00E-06
40000	5,31	22,20	0,20	5,00E-06	5,31	0,00	5,00E-06
50000	5,31	22,20	0,20	5,00E-06	5,31	0,00	5,00E-06
60000	5,33	22,40	0,20	2,50E-06	5,33	0,00	2,50E-06
70000	5,32	22,40	0,20	2,50E-06	5,32	0,00	2,50E-06
80000	5,33	22,50	0,20	2,50E-06	5,33	0,00	2,50E-06
90000	5,33	22,60	0,20	2,50E-06	5,33	0,00	2,50E-06
100000	5,33	22,60	0,20	2,50E-06	5,33	0,00	2,50E-06
200000	5,31	23,80	0,20	1,00E-06	5,31	0,00	1,00E-06
300000	5,26	25,70	0,20	5,00E-07	5,26	0,00	5,00E-07
400000	5,16	28,70	0,20	5,00E-07	5,16	0,00	5,00E-07
500000	5,00	34,60	0,20	5,00E-07	5,00	0,00	5,00E-07
600000	4,82	49,20	0,40	2,50E-07	4,82	0,00	2,50E-07
700000	4,63	69,20	0,60	2,50E-07	4,63	0,00	2,50E-07
800000	4,47	76,60	1,00	2,50E-07	4,47	0,00	2,50E-07
900000	4,41	69,70	1,20	2,50E-07	4,41	0,00	2,50E-07
1000000	4,43	59,00	1,20	2,50E-07	4,43	0,00	2,50E-07

Nas Figuras 15 a 19 estão apresentados os comportamentos destas relações, em módulo e ângulo, em função da frequência, para ajudar na visualização do comportamento.

Figura 15 – Relação V_2/V_1 em Função da Frequência – Circuito Aberto

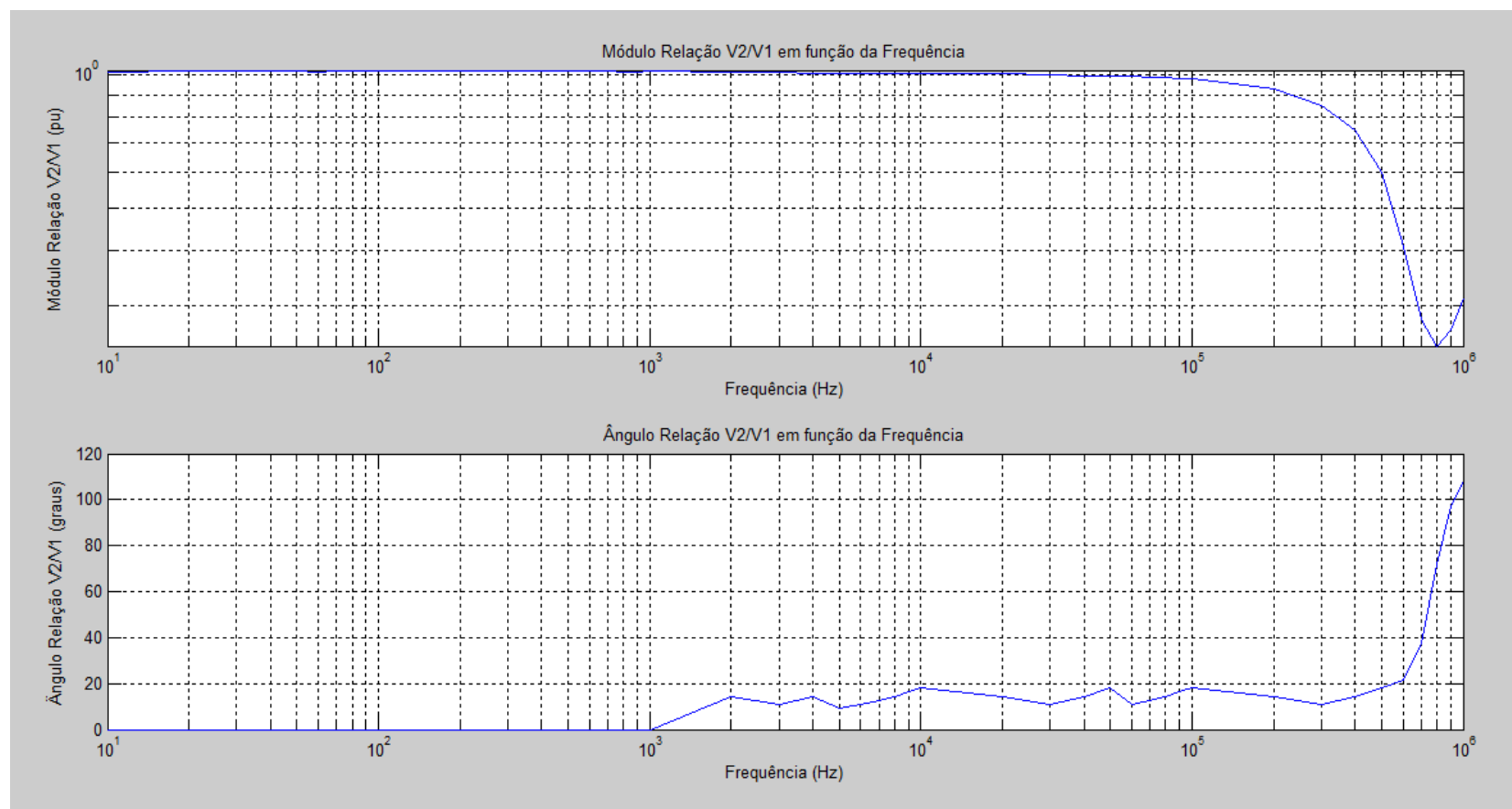


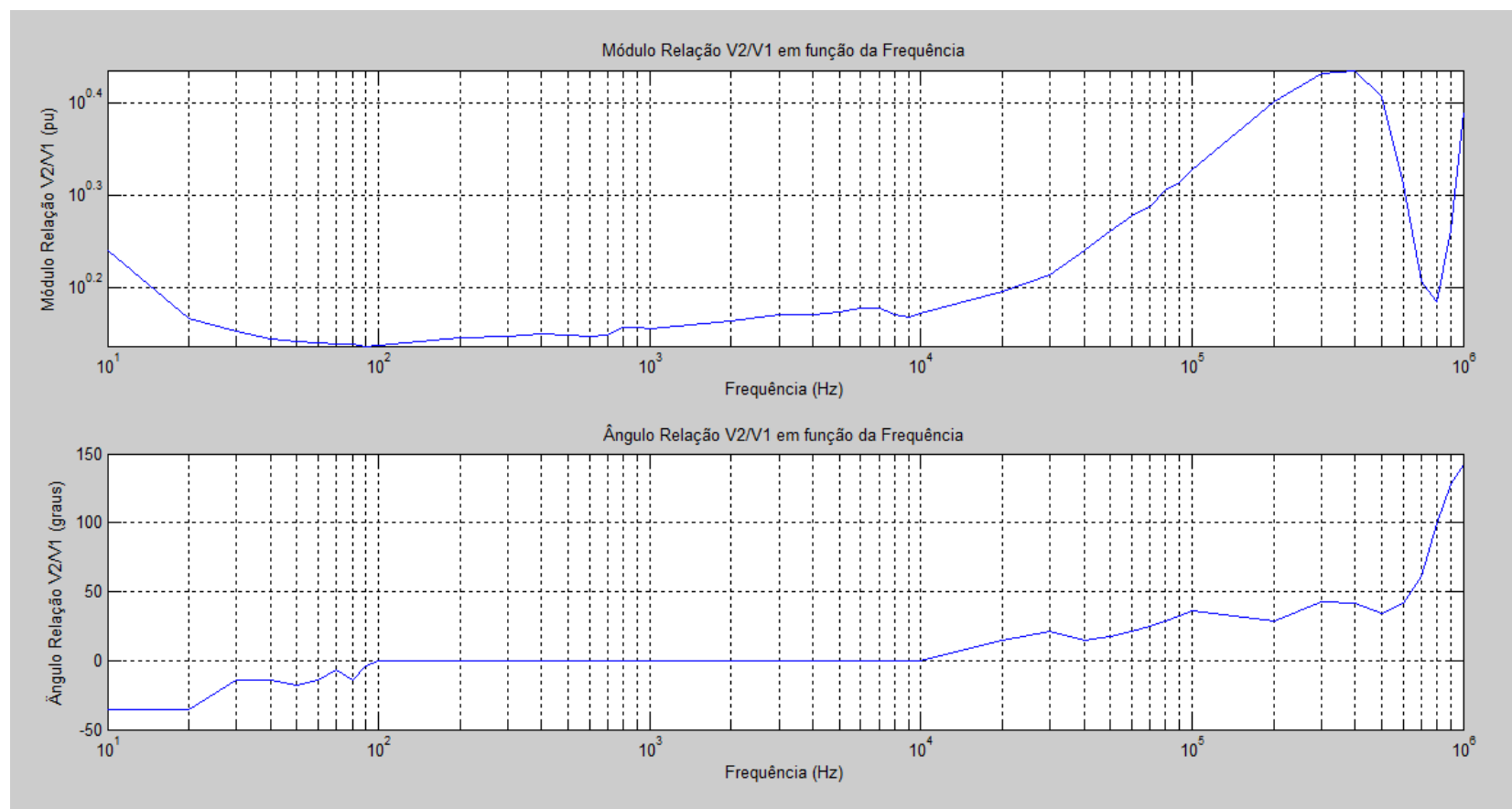
Figura 16 – Relação V_2/V_1 em Função da Frequência – Curto Circuito

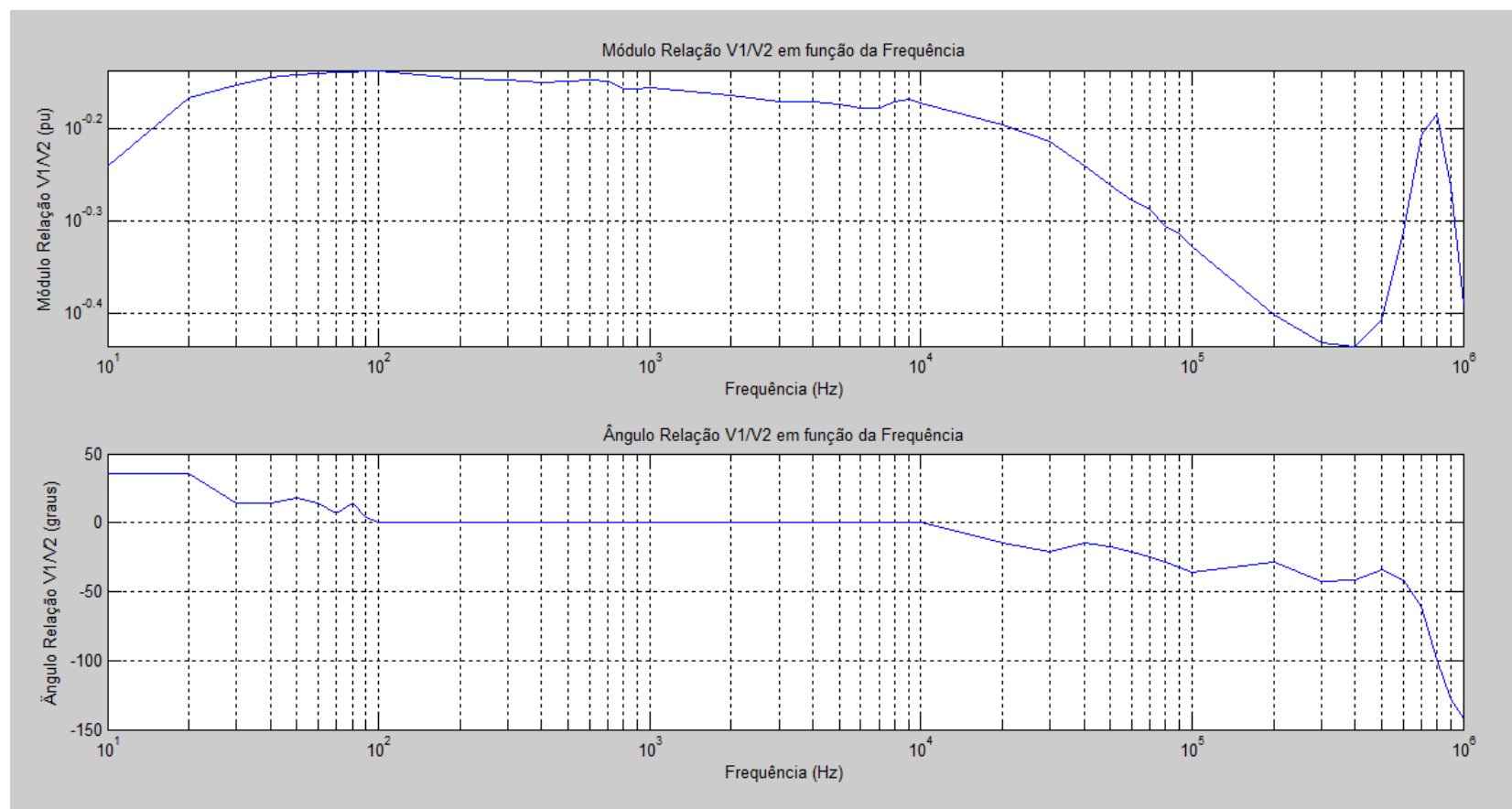
Figura 17 – Relação V_1/V_2 em Função da Frequência – Curto Circuito

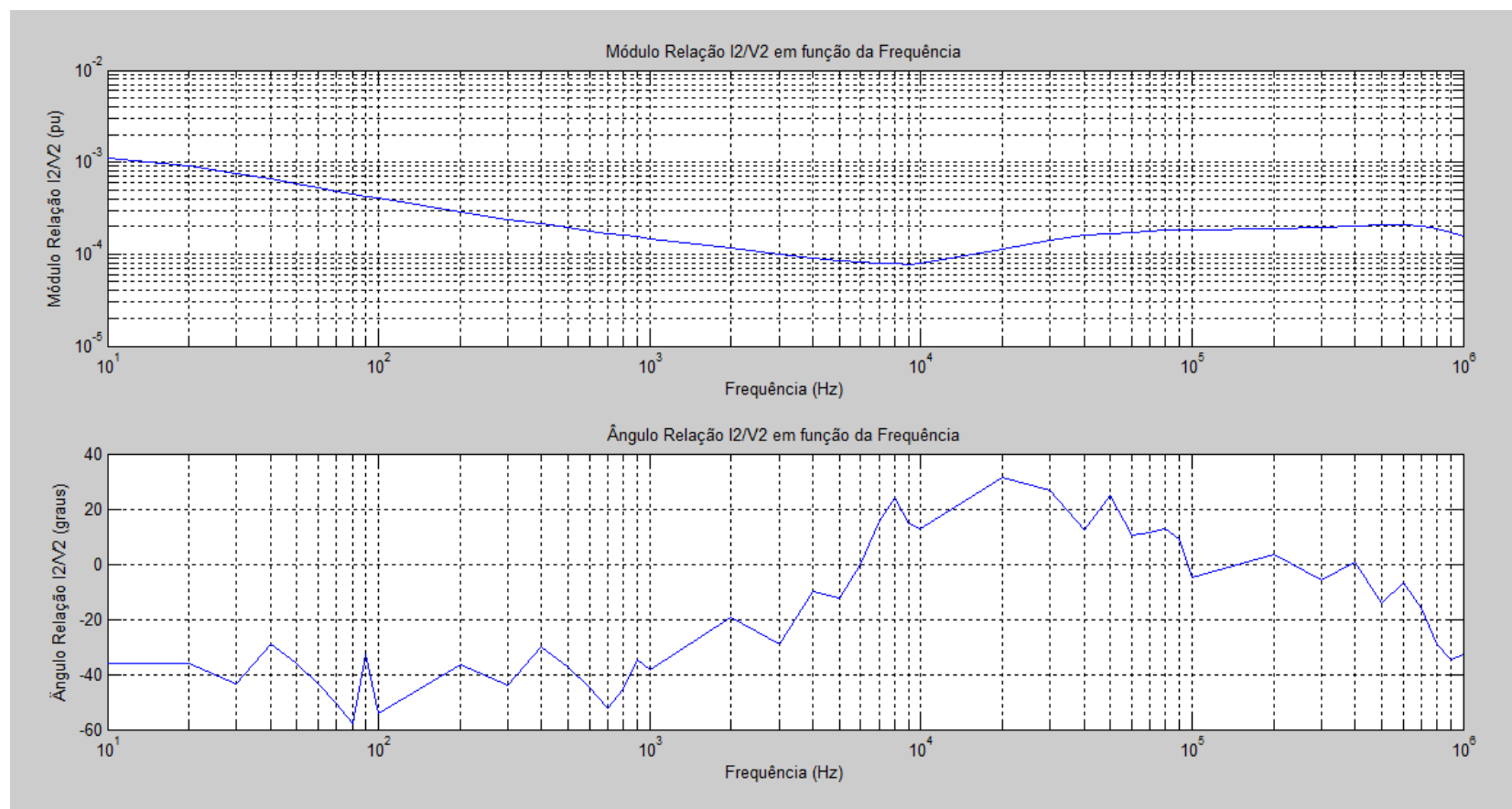
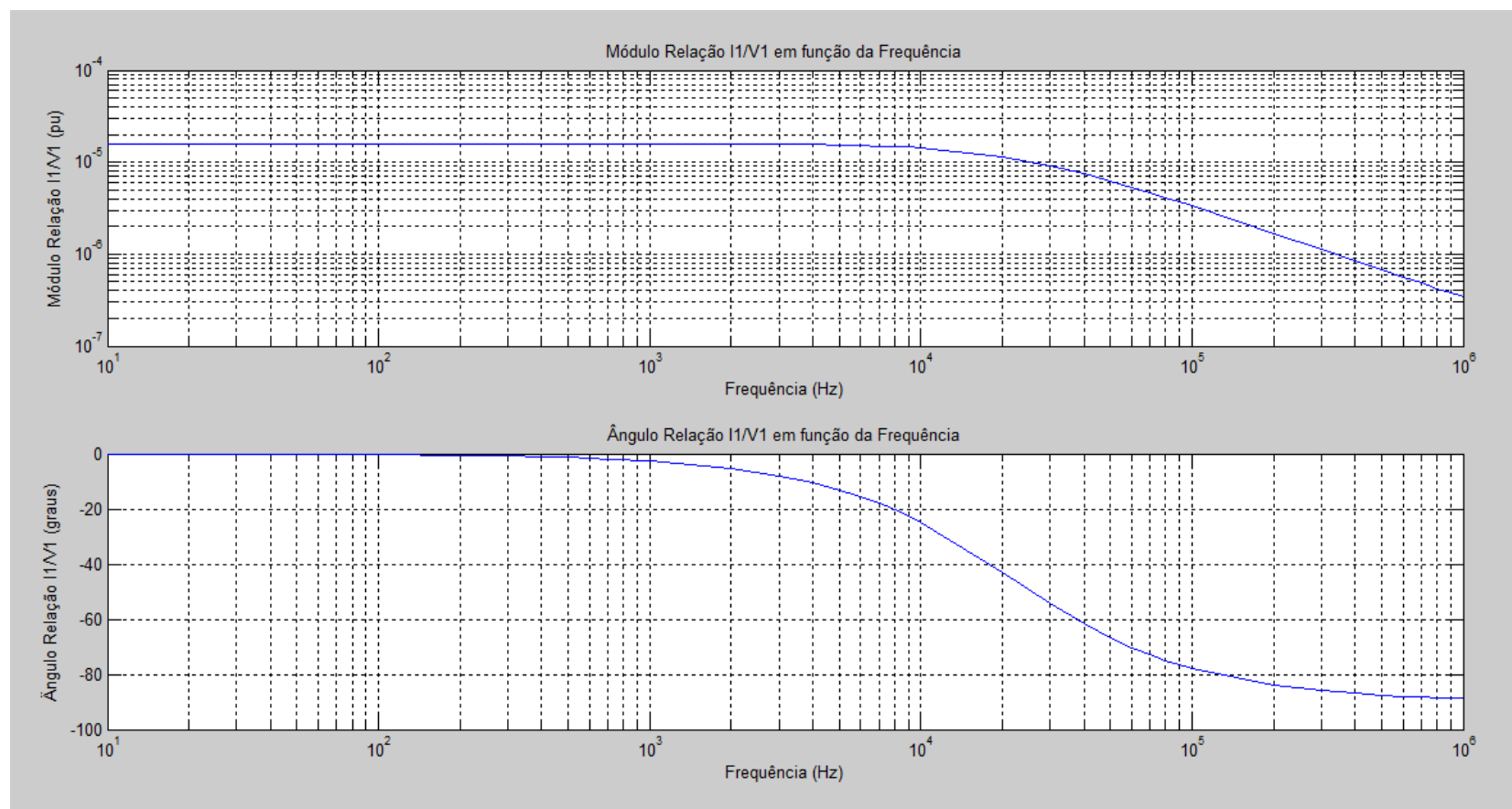
Figura 18 – Relação I_2/V_2 em Função da Frequência – Curto Circuito

Figura 19 – Relação I_1/V_1 em Função da Frequência – Curto Circuito

3.4.2. Resultado do Cálculo dos Elementos da Matriz de Admitância

A partir das Equações 34, 35 e 36 procedeu-se o cálculo dos elementos Y_{11} , Y_{12} e Y_{22} , como pode ser visto no Sistema de Equações 37. As admitâncias Y_{12} e Y_{21} são elementos iguais com os índices trocados devido à referência a um ou outro terminal. Ambas representam o elemento entre os nós 1 e 2.

$$\begin{cases} Y_{11} + \left(1 - \frac{V_2}{V_1}\right) Y_{21} = 0 \implies \text{Ensaio de Circuito Aberto} \\ \left(1 - \frac{V_1}{V_2}\right) Y_{21} + Y_{22} = \frac{I_2}{V_2} \implies \text{Ensaio de Curto Circuito} \\ Y_{11} + \left(1 - \frac{V_2}{V_1}\right) Y_{21} = \frac{I_1}{V_1} \implies \text{Ensaio de Curto Circuito} \end{cases} \quad (37)$$

Que matricialmente resulta:

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 - \frac{V_2}{V_1} & 0 \\ 0 & 1 - \frac{V_1}{V_2} & 1 \\ 1 & 1 - \frac{V_2}{V_1} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Y_{11} \\ Y_{12} \\ Y_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{I_2}{V_2} \\ \frac{I_1}{V_1} \end{bmatrix} \quad (38)$$

O sistema linear expresso na Equação Matricial 38, resolvido frequência a frequência retornou os elementos que compõem parte do objeto de estudo deste trabalho, o vetor com Y_{11} , Y_{12} e Y_{22} .

Nas Figuras 20, 21 e 22 estão os gráficos que mostram estes elementos, em módulo e ângulo, em função da frequência.

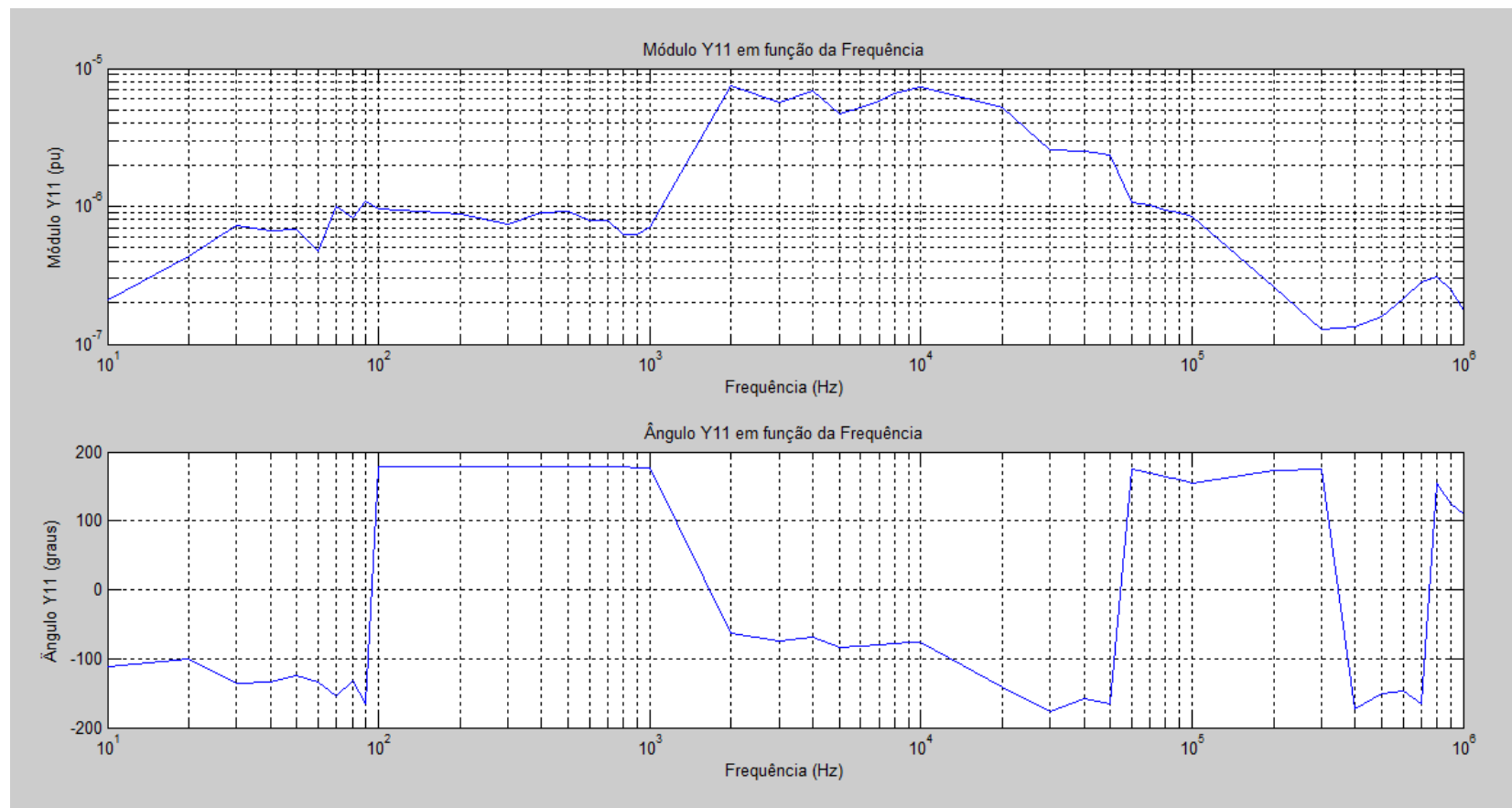
Figura 20 – Y_{11} em Função da Frequência

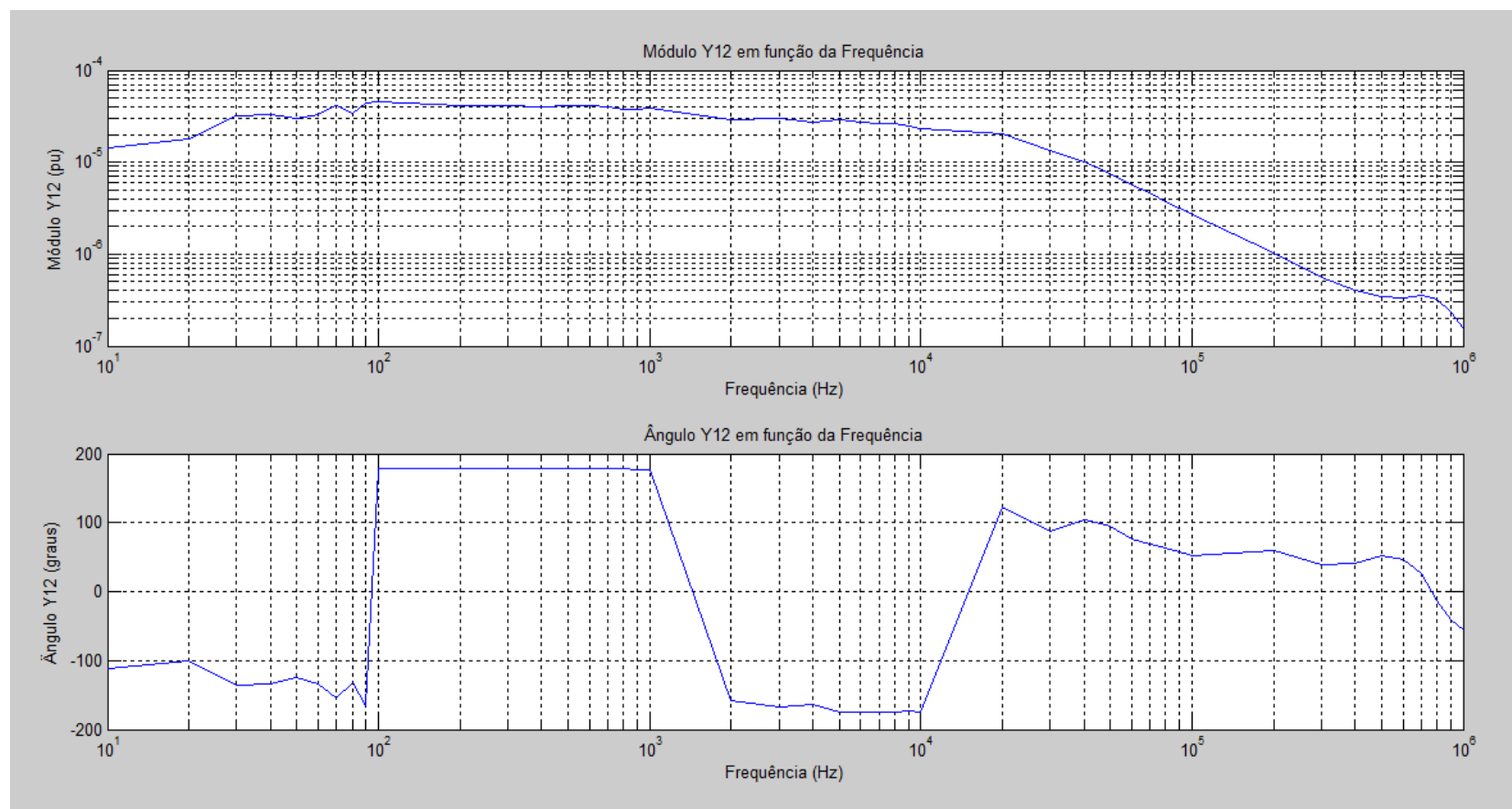
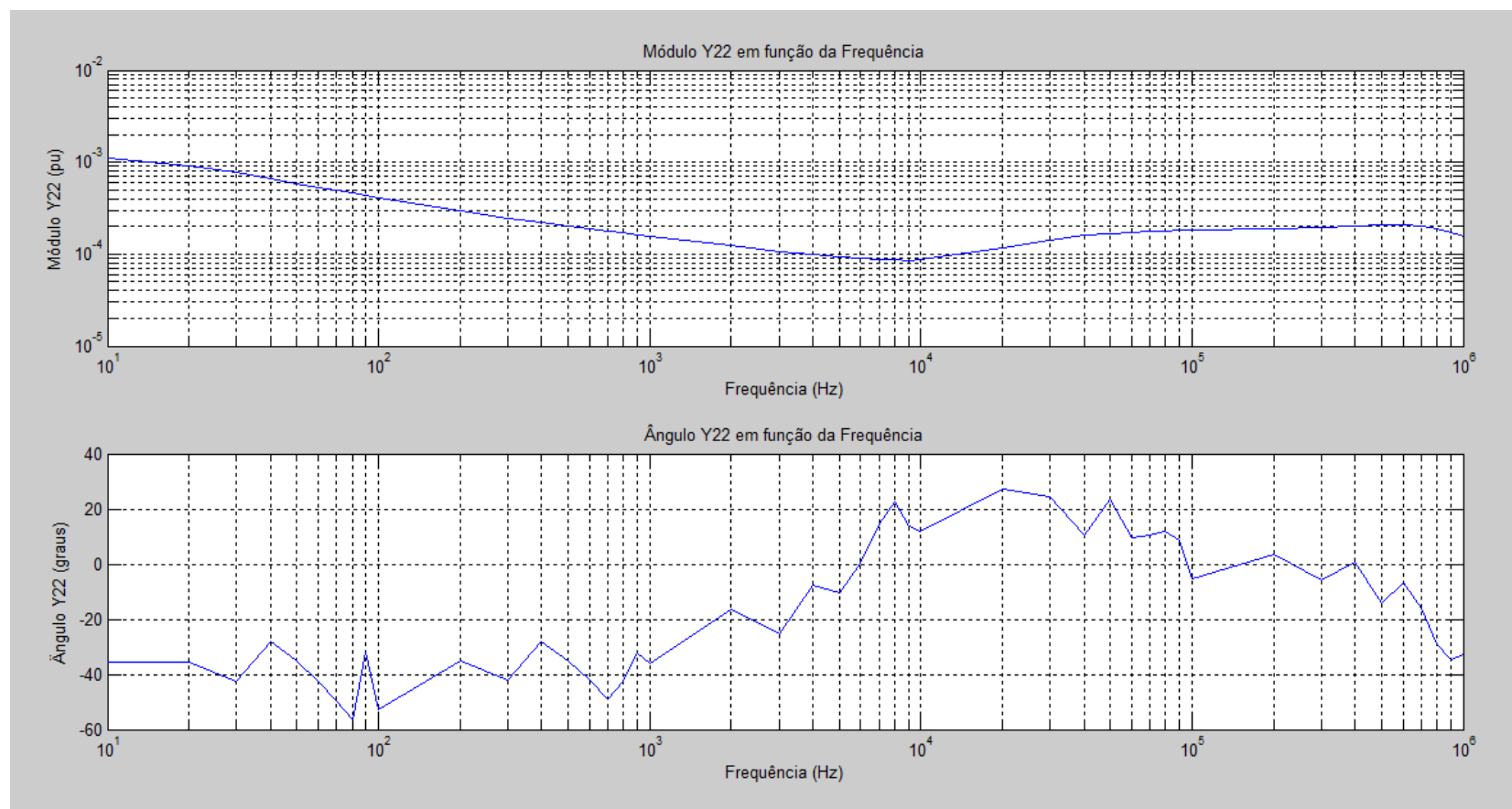
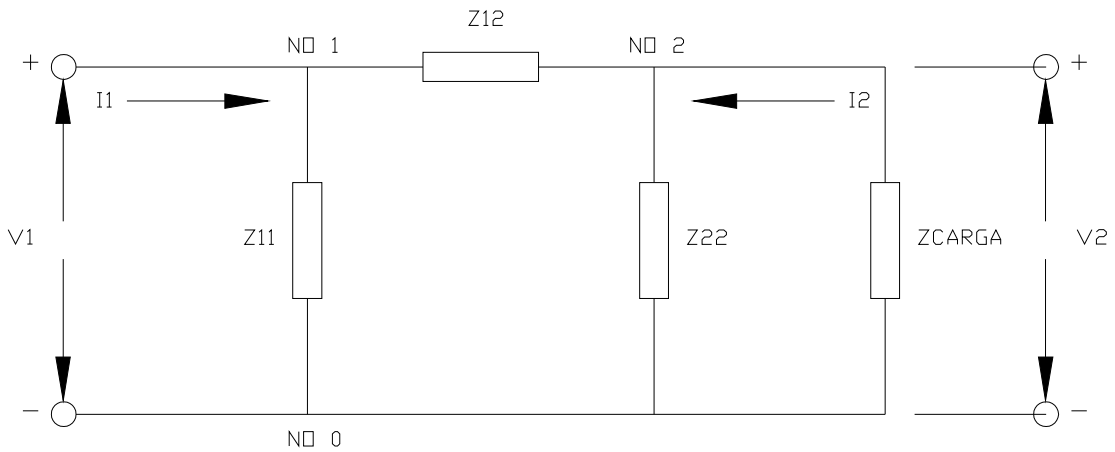
Figura 21 – Y_{12} em Função da Frequência

Figura 22 – Y_{22} em Função da Frequência

3.4.3. Determinação da Função de Transferência do Transformador de Corrente

Com os elementos da matriz de admitância procedeu-se o equacionamento e cálculo da função de transferência como segue. A Figura 23 mostra o circuito equivalente proposto para o TC alimentando uma carga denominada Z_{carga} .

Figura 23 – Circuito Equivalente Proposto para o TC com Carga Z_{carga}



Com a utilização do Método das Tensões Nodais, o equacionamento do circuito elétrico da Figura 23 resulta:

$$\begin{cases} -I1 + \frac{V1}{Z11} + \frac{V1 - V2}{Z12} = 0 \\ \frac{V2}{ZCARGA} + \frac{V2}{Z22} + \frac{V2 - V1}{Z12} = 0 \end{cases} \quad (39)$$

Isolando V_1 na segunda equação do Sistema de Equações 39 e utilizando os termos admitância, tem-se:

$$V1 = V2 \cdot \left(\frac{Y12 + Y22 + YCARGA}{Y12} \right) \quad (40)$$

Substituindo a Equação 40 no primeiro termo do Sistema de Equações 39, tem-se:

$$V_2 \cdot \frac{[(Y_{12} + Y_{22} + Y_{CARGA}) \cdot (Y_{11} + Y_{12}) - Y_{12}^2]}{Y_{12}} = I_1 \quad (41)$$

Identificando V_2 em termos da queda de tensão na admitância de carga, tem-se:

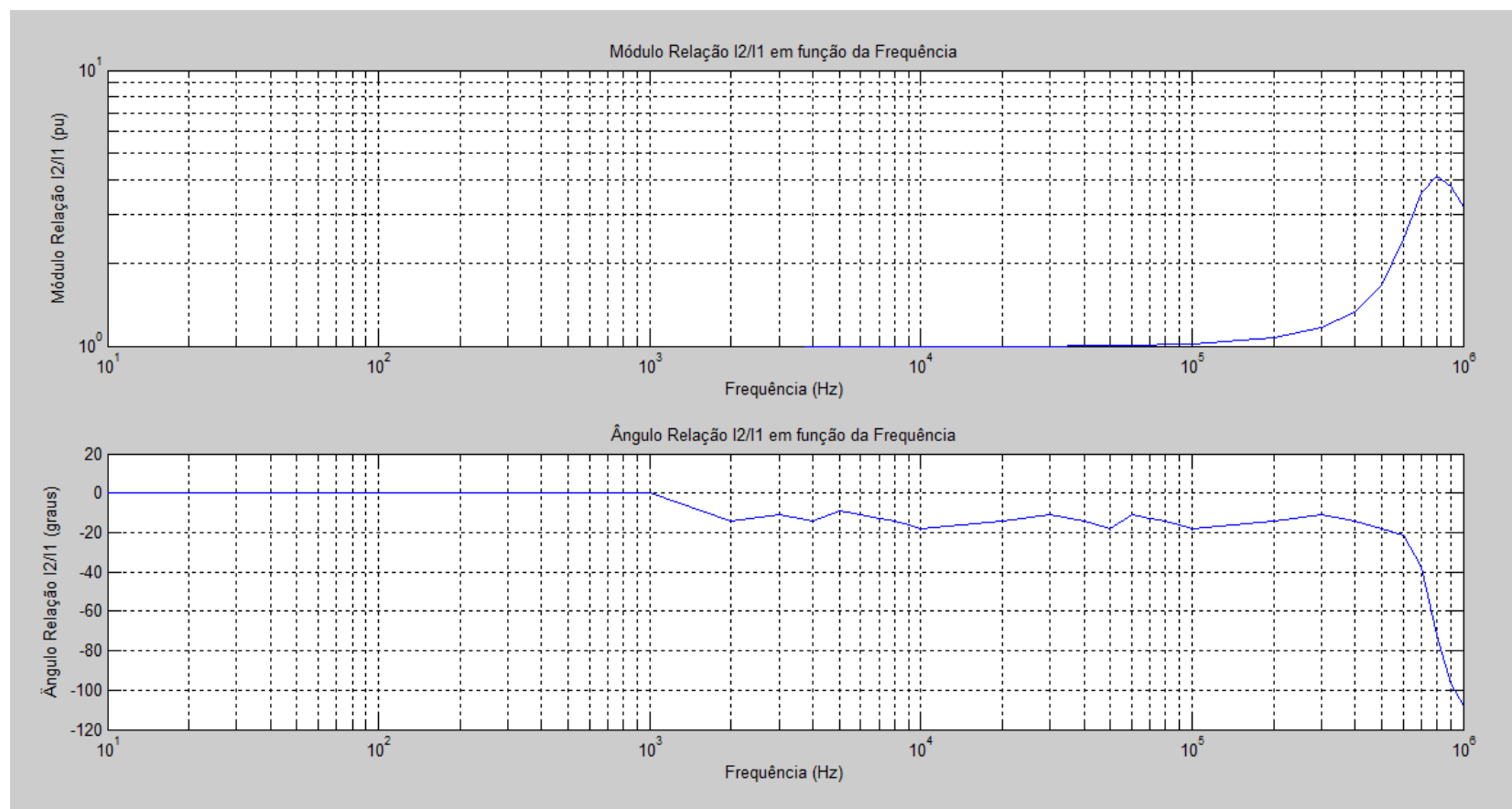
$$V_2 = \frac{I_2}{Y_{CARGA}} \quad (42)$$

E, substituindo a Equação 42 na Equação 41:

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{Y_{CARGA} \cdot Y_{12}}{[(Y_{12} + Y_{22} + Y_{CARGA}) \cdot (Y_{11} + Y_{12}) - Y_{12}^2]} \quad (43)$$

A Equação 43 é a função de transferência (com carga) objeto do estudo em questão e que representa a conversão da corrente primária em corrente secundária no TC como função da frequência. Ela é função das admitâncias propostas para o TC, da admitância da carga e também função da frequência.

O resultado da aplicação da Equação 43 e dos dados obtidos em laboratório está apresentado graficamente na Figura 24, em módulo e ângulo em função da frequência, com carga aplicada de valor $Y_{carga} = 1 \text{ Siemens}$.

Figura 24 – Relação I_2/I_1 em Função da Frequência

3.4.4. Aplicação do “*Vector Fitting*” à Relação I_2/I_1 e Resposta Temporal

O conjunto de fasores obtidos (vetores com os fasores) que compõem a Função de Transferência I_2/I_1 foram submetidos ao algoritmo “*Vector Fitting*” cuja expansão de frações parciais resultante pode ser utilizada para estudar a dinâmica do Transformador de Corrente, ensaiado no laboratório, em função do tempo.

Toda a parametrização do código do ajuste por expansão de frações parciais pode ser escolhida de acordo com o interesse da aplicação. Nesse caso do Transformador de Corrente o interesse foi o estudo do comportamento da conversão da corrente de valores “primários” para valores padronizados ou “secundários”, entre frequências de 10 Hz a 1 MHz (todo o intervalo medido em laboratório). De acordo com o interesse, os dados podem ser estudados em intervalos menores dentro de um espectro de frequências que se queira ter um maior enfoque.

O código do programa foi ajustado para adotar pesos iguais para todas as frequências e com isso ajustar uma função aplicável em todo o intervalo de estudo.

Foi escolhido valor 30 para a ordem do ajuste (**N**), que determina quantos termos há na somatória de frações parciais. A relação entre o Erro Quadrático Médio (**Rmserr**) e a Ordem (**N**) pode ser vista na Tabela 7.

Tabela 7 – Quadro Comparativo - Rmserr X N

Ordem do Ajuste (N)	Erro Quadrático Médio (Rmserr)
2	3,71E-01
4	3,68E-01
6	2,81E-01
8	2,75E-01
10	1,38E-01
14	1,22E-01
16	1,21E-01
20	1,20E-01
24	1,07E-01
30	9,86E-02

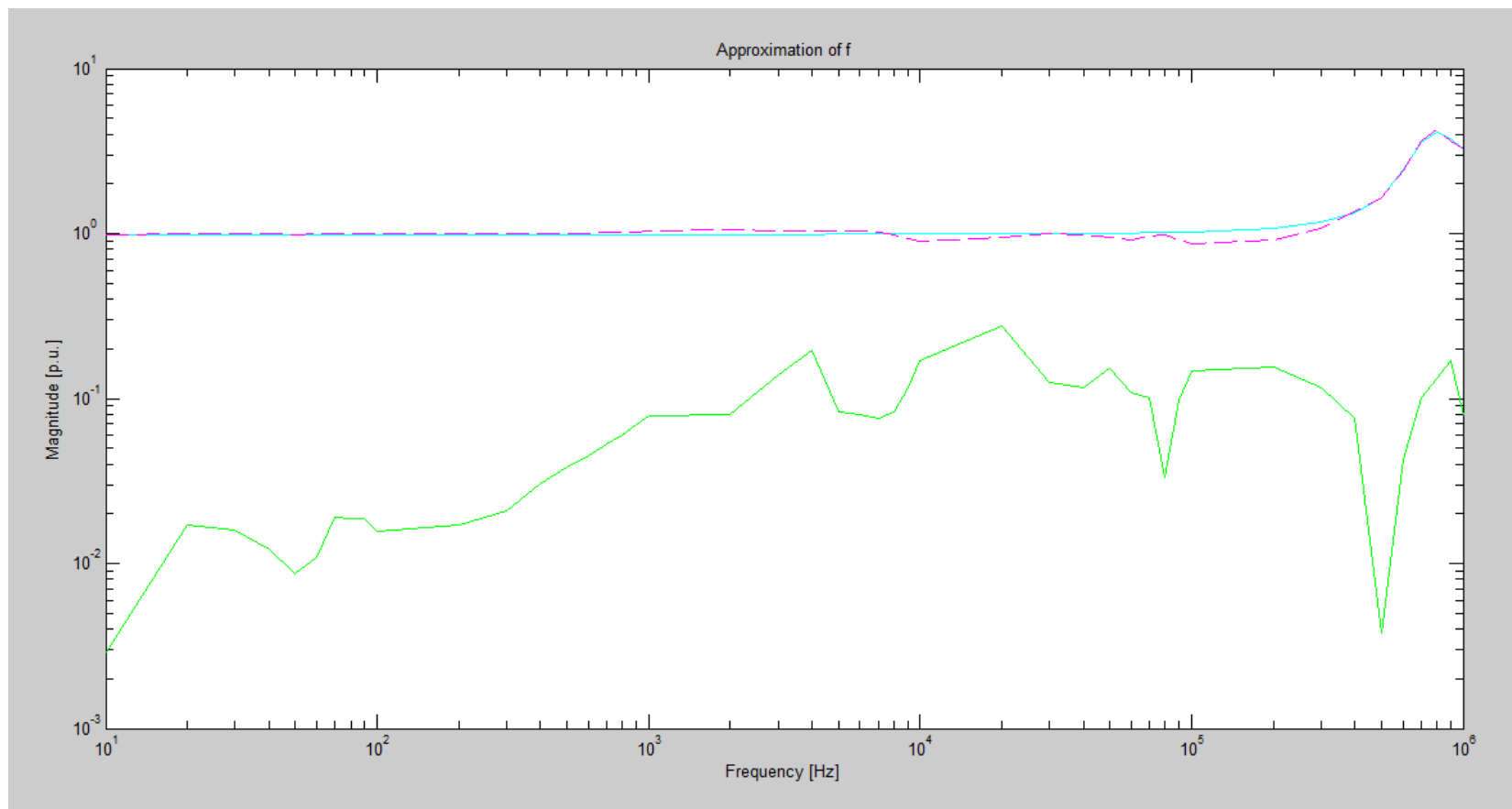
O erro é expresso na mesma unidade da função que se deseja aproximar, que nesse caso está em pu. A escolha da ordem da somatória foi realizada para que se obtivesse Erro Quadrático Médio menor ou igual a $1,00\text{e-}1$ pu e para que a função resultante pudesse ser utilizada para estudo do comportamento do sistema no domínio do tempo de forma satisfatória com menor grau possível dentro do erro admitido. A tentativa de obter um valor ainda menor para o **Rmserr** resultou em funções de ordens superiores a 30.

A função responsável pela determinação dos termos da Equação 19 foi calculada uma única vez, sem a utilização de estrutura de repetição. A tentativa de diminuir o erro por essa parametrização não surtiu efeito.

O comportamento com relação à frequência pode ser observado diretamente nos gráficos da Figura 24 e o resultado da regressão dessa função propicia a simulação do comportamento, no domínio do tempo, quando da aplicação de entradas em diferentes frequências à Função de Transferência I_2/I_1 .

Os gráficos das Figuras 25 e 26 são referentes ao ajuste da Função de Transferência I_2/I_1 , do comportamento expresso em função da frequência. Nelas estão apresentadas curvas de referência a serem aproximadas e as curvas resultantes da aplicação do algoritmo “*Vector Fitting*”.

Figura 25 – Gráfico da Função a ser Aproximada, Curva Ajustada e Diferença entre Ambas (Módulo de I_2/I_1)

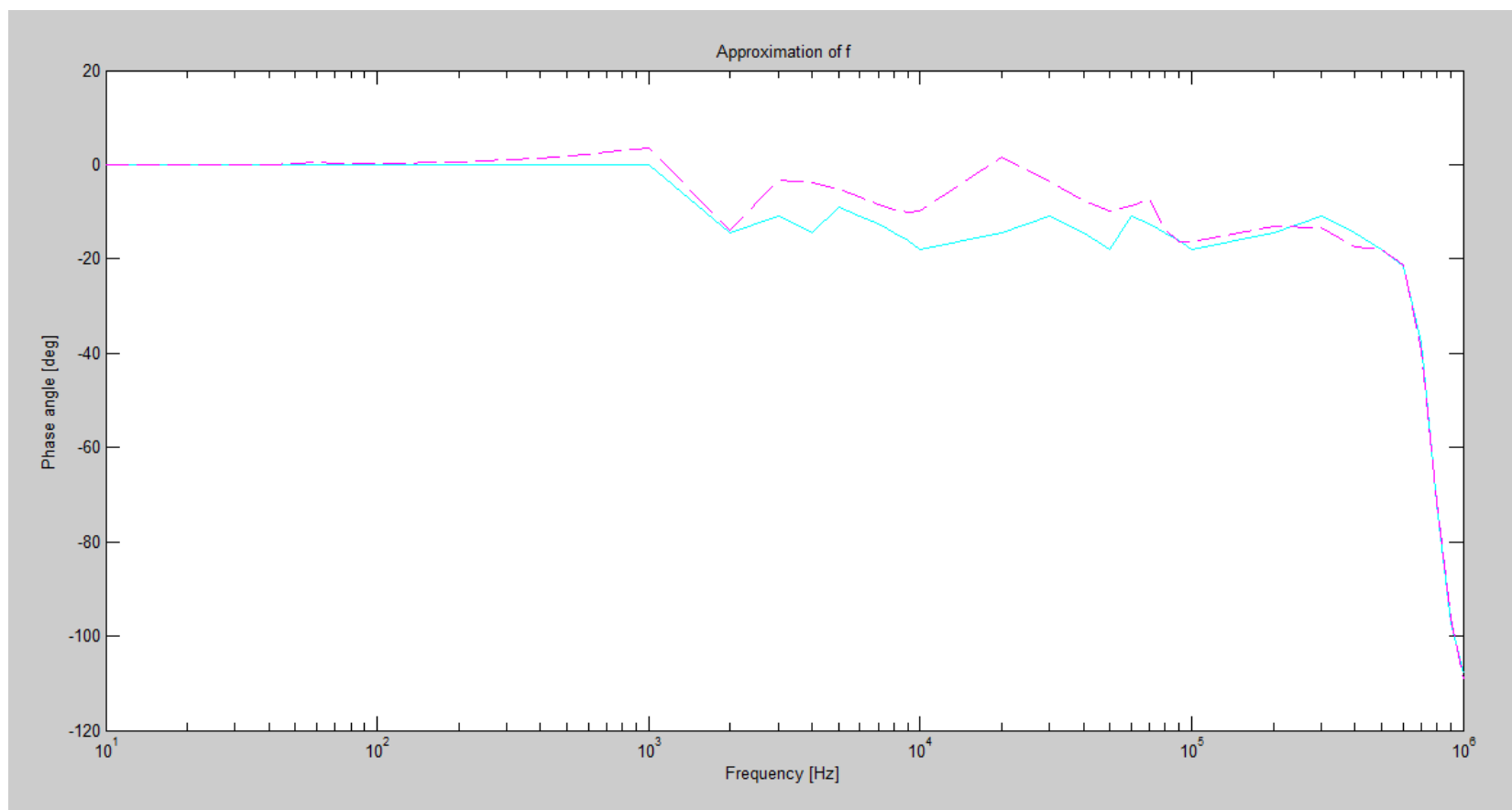


Curva de Traço Contínuo Cyan → Função de Referência a ser Aproximada

Curva Tracejada Magenta → Curva Resultante do Processo de Ajuste

Curva de Traço Contínuo Verde → Diferença entre as Curvas

Figura 26 – Gráfico da Função a ser Aproximada e Curva Ajustada ($\hat{\text{Ângulo de } I_2/I_1}$)



Curva de Traço Contínuo Cyan → Função de Referência a ser Aproximada

Curva Tracejada Magenta → Curva Resultante do Processo de Ajuste

A Tabela 8 mostra os coeficientes resultantes do processo de ajuste. Estes coeficientes são responsáveis por traduzir o comportamento da função de forma algébrica em uma equação analítica (observar a Equação 19). São a tradução do comportamento exposto graficamente nas Figuras 25 e 26.

Lembrar novamente que:

SERA → Pólos – a_n

SERC → Resíduos – c_n

SERD → Termo Constante - d

SERE → Termo Proporcional - h

Tabela 8 – Coeficientes SERA, SERC, SERD e SERE

SERA Real	SERA Imaginário	SERC Real	SERC Imaginário	SERD	SERE
-1,57E+03	0,00E+00	1,71E+01	0,00E+00	0	0
-8,64E+03	0,00E+00	-7,67E+02	0,00E+00		
-4,50E+04	0,00E+00	-8,81E+03	0,00E+00		
-6,83E+05	0,00E+00	1,65E+06	0,00E+00		
-1,78E+06	0,00E+00	-3,54E+07	0,00E+00		
-2,57E+06	0,00E+00	8,06E+07	0,00E+00		
-8,53E+06	0,00E+00	-6,40E+08	0,00E+00		
-3,30E+09	0,00E+00	3,87E+18	0,00E+00		
-3,32E+09	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00		
-1,71E+10	0,00E+00	-6,58E+20	0,00E+00		
-1,72E+10	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00		
-8,90E+10	0,00E+00	1,78E+22	0,00E+00		
-4,59E+11	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00		
-4,61E+11	0,00E+00	-7,50E+22	0,00E+00		
-6,07E+00	6,03E+01	-4,18E-02	-3,47E-02		
-6,07E+00	-6,03E+01	-4,18E-02	3,47E-02		
-2,68E+01	3,31E+02	-2,11E-01	1,23E-01		
-2,68E+01	-3,31E+02	-2,11E-01	-1,23E-01		
-4,58E+02	1,15E+04	2,80E+02	-1,20E+02		

SERA Real	SERA Imaginário	SERC Real	SERC Imaginário	SERD	SERE
-4,58E+02	-1,15E+04	2,80E+02	1,20E+02		
-3,96E+04	6,57E+04	-1,14E+04	-9,65E+03		
-3,96E+04	-6,57E+04	-1,14E+04	9,65E+03		
-7,07E+04	4,46E+05	7,61E+03	9,65E+03		
-7,07E+04	-4,46E+05	7,61E+03	-9,65E+03		
-7,99E+05	1,88E+06	-2,15E+05	4,26E+05		
-7,99E+05	-1,88E+06	-2,15E+05	-4,26E+05		
-6,08E+05	4,74E+06	1,99E+05	1,34E+05		
-6,08E+05	-4,74E+06	1,99E+05	-1,34E+05		
-9,66E+05	4,78E+06	1,89E+06	-3,21E+06		
-9,66E+05	-4,78E+06	1,89E+06	3,21E+06		

Para comparar o resultado alcançado com o modelo a Tabela 9 traz as diferenças entre os valores calculados de I_2/I_1 (Base do Modelo – Dados dos Ensaios) e os valores resultantes da avaliação do modelo (Função Analítica).

Tabela 9 – Quadro Comparativo - Valores de Ensaio X Aplicação do Modelo

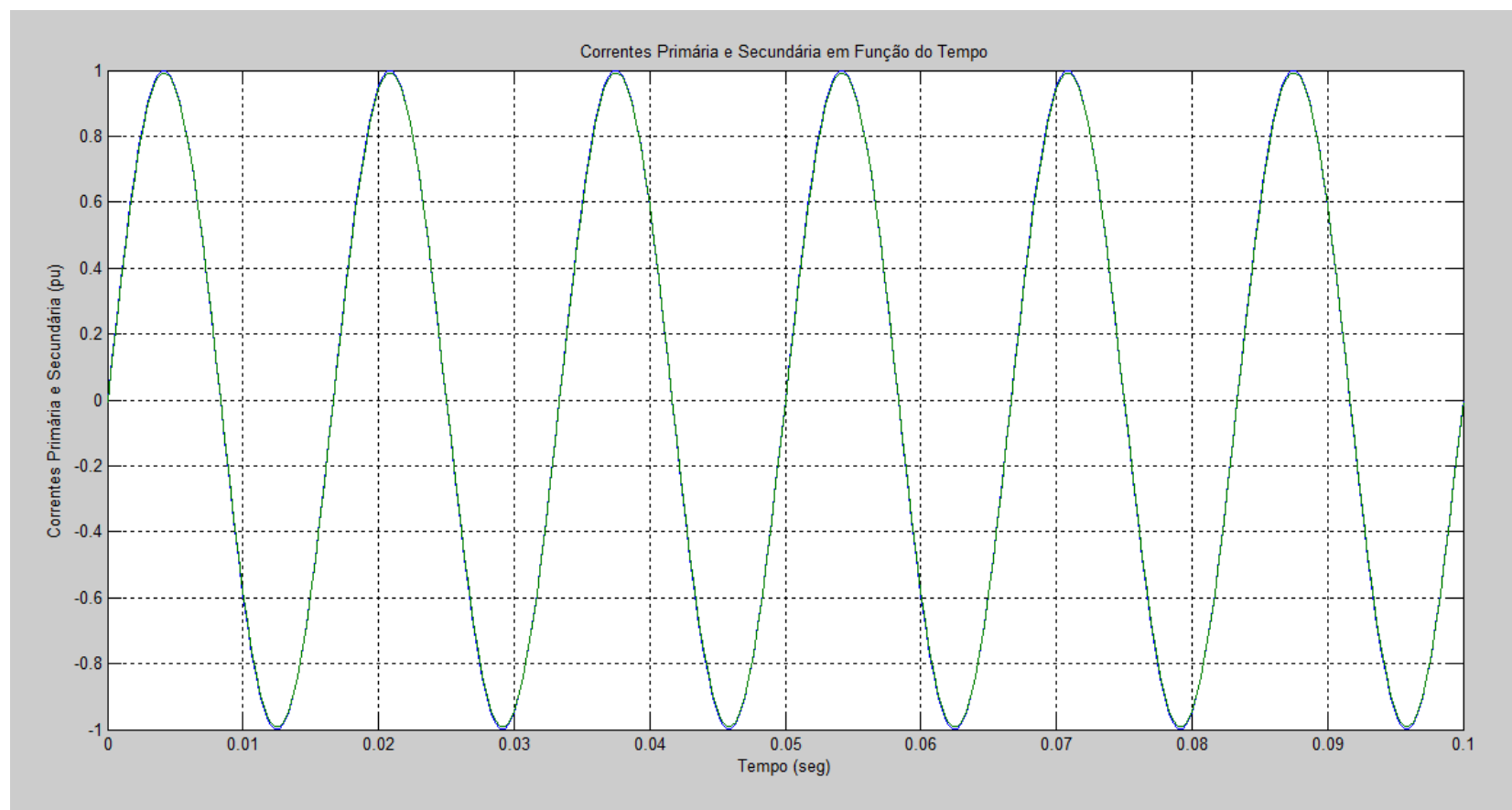
Frequência (Hz)	Módulo I_2/I_1 Ensaio (pu)	Módulo I_2/I_1 Modelo (pu)	Diferença Módulo (%)	Ângulo I_2/I_1 Ensaio (graus)	Ângulo I_2/I_1 Modelo (graus)	Diferença Ângulo (graus)
10	0,98	0,99	-0,14	0,04	-0,10	0,14
20	0,98	0,99	-1,78	0,03	0,06	-0,03
30	0,98	0,99	-1,65	0,03	0,04	-0,01
40	0,98	0,99	-1,25	0,02	0,01	0,01
50	0,98	0,99	-0,88	0,02	0,10	-0,08
60	0,99	0,99	-0,82	0,02	0,42	-0,40
70	0,98	0,99	-1,87	0,02	0,30	-0,28
80	0,98	0,99	-1,84	0,02	0,28	-0,26
90	0,98	0,99	-1,84	0,01	0,29	-0,28
100	0,98	0,99	-1,51	0,02	0,30	-0,28
200	0,98	0,99	-1,39	0,01	0,62	-0,61
300	0,98	0,99	-1,15	0,01	1,04	-1,03

Frequência (Hz)	Módulo I_2/I_1 Ensaio (pu)	Módulo I_2/I_1 Modelo (pu)	Diferença Módulo (%)	Ângulo I_2/I_1 Ensaio (graus)	Ângulo I_2/I_1 Modelo (graus)	Diferença Ângulo (graus)
400	0,98	1,00	-1,80	0,01	1,47	-1,46
500	0,98	1,00	-2,18	0,01	1,87	-1,86
600	0,98	1,00	-2,36	0,01	2,24	-2,23
700	0,98	1,01	-2,93	0,01	2,59	-2,58
800	0,98	1,02	-3,27	0,01	2,91	-2,91
900	0,98	1,02	-3,97	0,01	3,23	-3,23
1000	0,98	1,03	-4,96	0,01	3,56	-3,56
2000	0,98	1,06	-8,12	-14,40	-14,00	-0,40
3000	0,99	1,03	-4,62	-10,80	-3,34	-7,45
4000	0,99	1,05	-5,63	-14,40	-3,90	-10,50
5000	0,99	1,04	-5,05	-9,00	-5,26	-3,73
6000	0,99	1,03	-4,07	-10,80	-6,86	-3,94
7000	0,99	1,01	-1,77	-12,60	-8,42	-4,18
8000	0,99	0,98	1,64	-14,40	-9,65	-4,75
9000	0,99	0,93	6,02	-16,20	-10,21	-6,00
10000	0,99	0,89	10,24	-18,00	-9,75	-8,25
20000	0,99	0,95	4,15	-14,40	1,69	-16,09
30000	1,00	1,01	-1,01	-10,80	-3,63	-7,17
40000	1,00	0,99	1,71	-14,40	-7,73	-6,68
50000	1,00	0,94	6,12	-18,00	-9,74	-8,27
60000	1,01	0,91	10,10	-10,80	-8,72	-2,08
70000	1,01	0,96	4,55	-12,60	-7,34	-5,26
80000	1,01	0,98	2,93	-14,40	-13,62	-0,78
90000	1,02	0,92	9,54	-16,20	-16,39	0,19
100000	1,02	0,87	14,10	-18,00	-16,48	-1,52
200000	1,08	0,92	14,39	-14,40	-12,97	-1,43
300000	1,17	1,07	9,08	-10,80	-13,23	2,43
400000	1,33	1,35	-0,92	-14,40	-17,57	3,17
500000	1,66	1,66	0,18	-18,00	-18,08	0,08
600000	2,45	2,41	1,71	-21,60	-21,37	-0,23
700000	3,59	3,61	-0,56	-37,80	-39,37	1,58
800000	4,11	4,23	-2,95	-71,99	-71,25	-0,75
900000	3,79	3,64	4,03	-97,19	-96,06	-1,13
1000000	3,20	3,24	-1,44	-108,00	-109,12	1,12

A abordagem adotada neste trabalho para mostrar a resposta temporal contribui para a observação da resposta em regime permanente. Para o estudo dinâmico mais completo que aborde também o regime transitório deve ser realizada a convolução entre o sinal de entrada I_1 e a Função de Transferência.

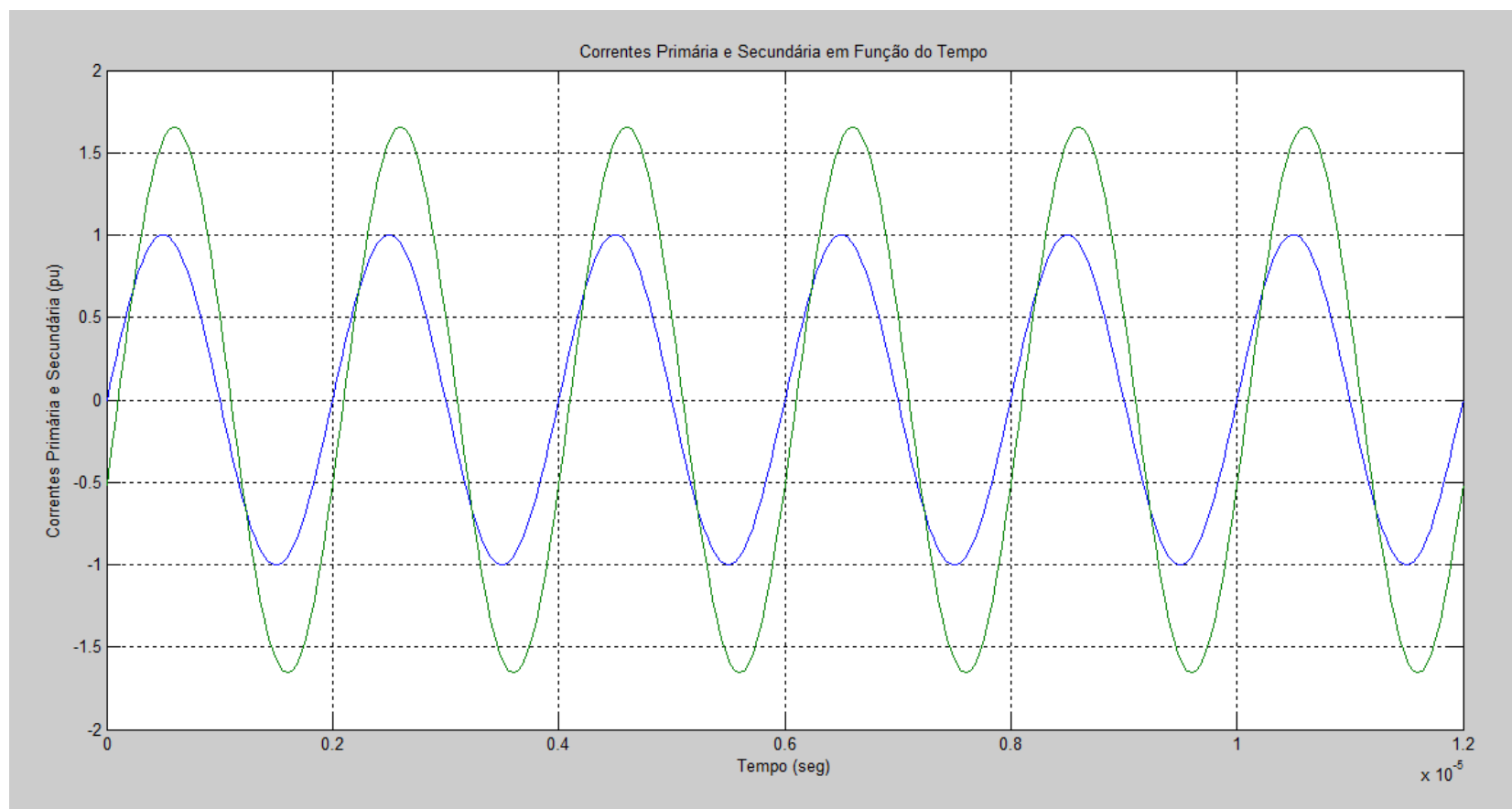
O estudo de sinais mais complexos, que contenham mais de uma frequência, podem utilizar essa técnica na simulação do comportamento de um TC desde que possam ser decompostos em suas componentes harmônicas e tenham essas componentes aplicadas de uma só vez ao modelo, dentro do intervalo de frequência no qual o modelo foi criado.

Nas Figuras 27, 28 e 29 estão os gráficos da saída I_2 resultante da aplicação de uma entrada I_1 na Função de Transferência I_2/I_1 , função analítica resultante do processo de ajuste, nas frequências 60 Hz, 500 kHz e 1 MHz. Esses três pontos constam da Tabela 9 e ilustram graficamente I_1 e I_2 , superpostos na mesma figura, em função do tempo. As correntes de entrada I_1 utilizadas nos três casos possuem amplitudes de 1 pu. As correntes I_2 resultantes possuem suas amplitudes e defasagens iguais aos ganhos e ângulos que a Função de Transferência possui na respectiva frequência.

Figura 27 – Correntes Primária e Secundária – 60Hz

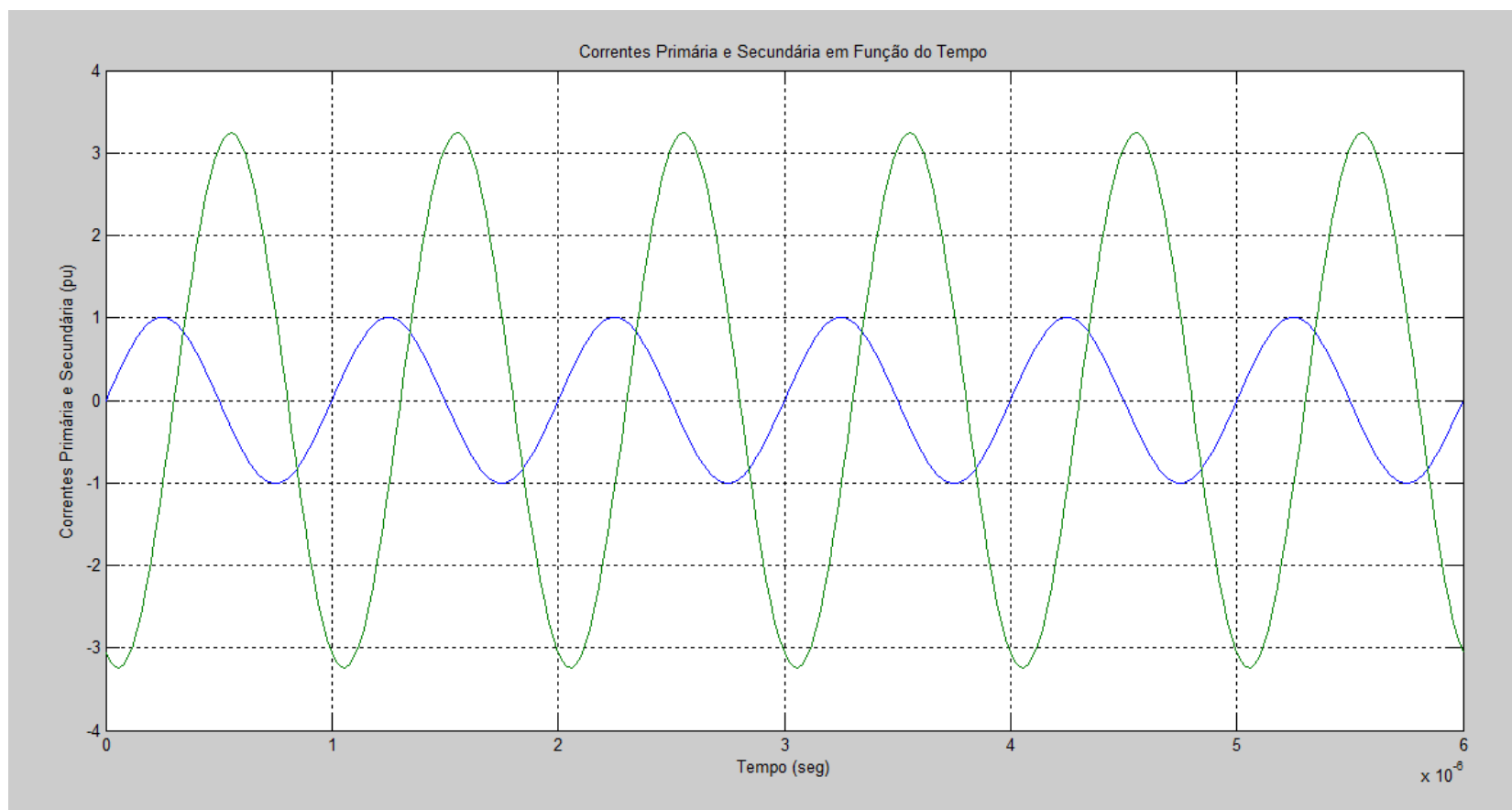
Corrente Primária Azul – Corrente Secundária Vermelha
Do Modelo Em 60Hz – Módulo = 0,99 e Ângulo = 0,42 graus

Figura 28 – Correntes Primária e Secundária – 500kHz



Corrente Primária Azul – Corrente Secundária Vermelha
Do Modelo Em 500kHz – Módulo = 1,66 e Ângulo = -18,08 graus

Figura 29 – Correntes Primária e Secundária – 1MHz



Corrente Primária Azul – Corrente Secundária Vermelha
Do Modelo Em 1MHz – Módulo = 3,24 e Ângulo = -109,12 graus

3.4.5. Discussões

Com grau da expansão de frações parciais ou grau do ajuste $N = 30$ foi alcançado um Erro Quadrático Médio de $9,86e-2$ pu no processo de ajuste. Ordens superiores à escolhida causaram erro na simulação, da resposta no tempo, resultante do modelo.

Dependendo do intervalo de dados no qual haja interesse de estudo pode-se optar por ajustar uma função apenas para esse intervalo, que mesmo com um menor grau da expansão de frações parciais pode apresentar erro dentro do admitido. Uma função de menor grau pode ser notadamente mais fácil de manipular, menos custosa computacionalmente.

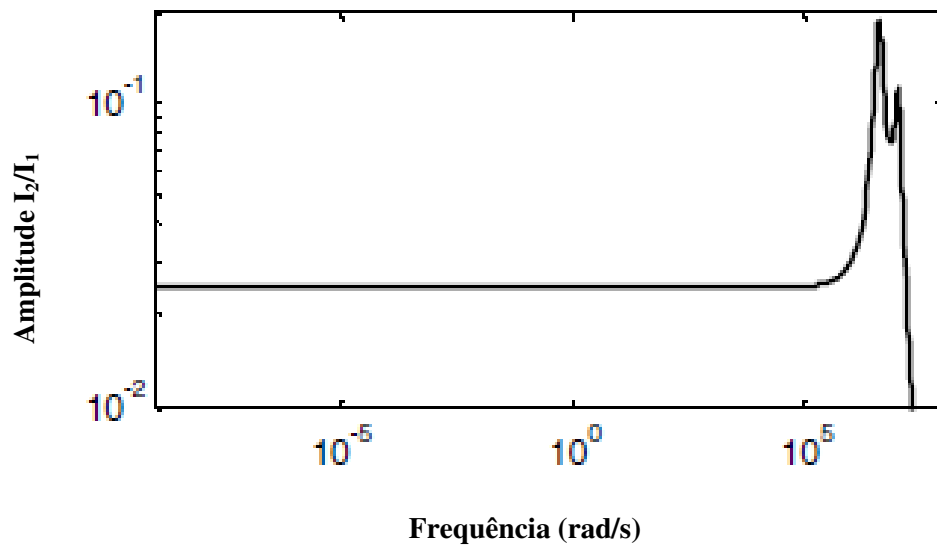
Os elementos da matriz de admitância Y_{11} , Y_{12} e Y_{22} calculados a partir dos dados de laboratório mostraram que a dependência entre seus módulos e ângulos em relação à frequência não é constante em toda a faixa analisada.

A função de transferência I_2/I_1 do transformador de corrente também se mostrou não constante em todo o intervalo. Com o aumento da frequência pode ser observado que módulo e ângulo se mantiveram praticamente constantes entre 10 Hz e 100 kHz (módulo) e 10 Hz e 1 KHz (ângulo) e apresentaram variação no restante do intervalo estudado, de acordo com a Figura 24.

Esse resultado mostrou que para componentes de frequência acima de 1 kHz pode-se esperar que o sinal de corrente secundária não seja uma representação fiel à corrente primária, sofrendo alteração em módulo e/ou ângulo em relação ao nominal.

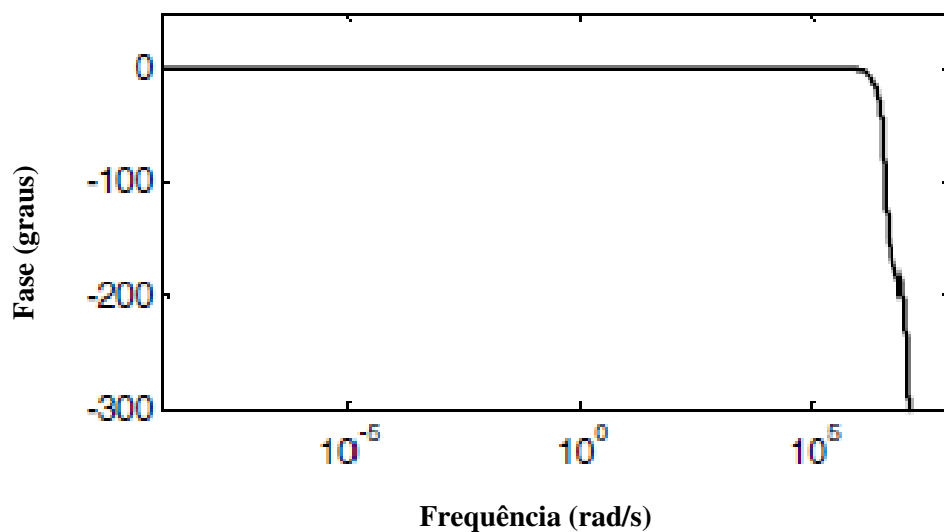
No trabalho de (ELHAFFAR; LEHTONEN, 2007) resultado análogo pode ser visto, conforme Figuras 30 e 31. Nesse trabalho foi utilizada uma abordagem que utilizou ensaio no domínio do tempo através de aplicação impulso de corrente I_1 medição de I_2 e identificação de sistemas para encontrar a Função de Transferência correspondente. Observar que o intervalo de frequências utilizado foi diferente e a relação I_2/I_1 não está em pu. O TC utilizado possuía tensão nominal 110 kV e relação 200-5A.

Figura 30 – Amplitude em Função da Frequência



Fonte: ELHAFFAR; LEHTONEN, 2007, p. 05

Figura 31 – Fase em Função da Frequência



Fonte: ELHAFFAR; LEHTONEN, 2007, p. 05

Apesar dos equipamentos eletrônicos atuais (relés de proteção e medidores) apresentarem a possibilidade de filtragem, que os tornam menos suscetíveis aos sinais distorcidos, esse resultado pode auxiliar no entendimento das perturbações inerentes aos Sistemas Elétricos de Potência e do impacto das correntes harmônicas nos sistemas de medição.

As técnicas e o procedimento adotados neste trabalho não se destinaram a obter qualquer informação a respeito das não linearidades do equipamento em questão. O resultado aqui descrito pode compor, juntamente com outro modelo do núcleo magnético, um modelo mais completo nesse sentido.

O ensaio foi realizado em apenas um TC para uso em proteção. Este mesmo procedimento pode ser realizado para um TC para uso em medição para a verificação do seu comportamento com relação à frequência. Se comportamento análogo for verificado para TC's de uso em medição ficará mais claro se os mesmos interferem ou não de forma significativa na medição das correntes elétricas.

4. Conclusões

O objetivo do trabalho foi alcançado no que tange a medição, observação e análise qualitativa do comportamento do transformador de corrente em função da frequência, bem como a utilização do “*Vector Fitting*” para a obtenção de uma função analítica que representasse o Transformador de Corrente em uma dada gama de frequências. Ele teve característica correlacional e também um tanto exploratória na busca pelo entendimento e modelagem propostos.

A função de transferência entre as correntes primária e secundária, a expressão analítica, foi elaborada a partir dos dados de laboratório e o estudo da resposta no domínio do tempo mostrou que esta função é capaz de reproduzir o comportamento levantado nos ensaios.

Notou-se que para frequências acima de 100 kHz houve um aumento na relação entre as correntes secundária e primária, o que pode ser entendido como um acoplamento entre os enrolamentos cujo comportamento é dependente da frequência. A fase, que é o ângulo entre as correntes primária e secundária, mostrou sofrer alteração acima de 1 kHz contribuindo para que a relação de transformação para componentes harmônicas seja diferente das especificações em 60 Hz.

Para se conseguir uma análise mais quantitativa é necessário avançar mais no levantamento dos dados em laboratório, bem como criar uma amostra com mais equipamentos.

Algumas observações podem ser feitas a respeito da aplicação da metodologia abordada neste trabalho. Para complementação, trabalhos futuros podem vir a aplicar essa técnica em transformadores:

- De outros fabricantes
- Com outras relações de transformação, outras correntes nominais primárias
- Com outras tensões de saturação
- De outras classes de tensão
- De uso em medição

Outras correntes de ensaio, com uma fonte de maior potência, também podem ser utilizadas para excursionar a curva de saturação em diversos conjuntos de ensaios, cada conjunto separadamente mapeando o comportamento do TC em um ponto quiescente de sua curva de excitação.

Ensaio de mais equipamentos e de maneiras diferentes criariam uma base de dados na qual se poderia aplicar análises estatísticas e estimar valores médios e intervalos de confiança nos quais residem características típicas e realizar uma classificação dessas características com função, por exemplo, das classes de tensão, tensões nominais secundárias e tipos de TC's.

5. Referências

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6856: Transformador de Corrente**, Abril 1992.
- ELHAFFAR, A.; LEHTONEN, M.; **High Frequency Current Transformer Modeling for Traveling Waves Detection**, IEEE, 2007.
- FITZGERALD, A. E; KINGSLEY JR, C; UMANS, S. D. **Máquinas Elétricas Com Introdução à Eletrônica de Potência**, 6ª edição, Bookman, 2008.
- GUSTAVSEN, B. **Application of Vector Fitting to High Frequency Transformer Modeling**, International Conference on Power Systems Transients, New Orleans, USA, 2003.
- GUSTAVSEN, B.; SEMLYEN, A. **Rational Approximation of Frequency Domain Responses by Vector Fitting**, IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 14, n. 3, pp. 1052-1061, July 1999.
- GUSTAVSEN, B.; SEMLYEN, A. **Simulation of Transmission Line Using Vector Fitting and Modal Decomposition**, IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 13, n. 2, April 1998.
- GUSTAVSEN, B. **Wide Band Modeling of Power Transformers**, IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 19, n. 1, January 2004.
- INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERS. **Std C37.110: IEEE Guide for the Application of Current Transformers Used for Protective Relaying Purposes**, 1996.
- INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERS. **Std C57.13: IEEE Standard Requirements for Instrument Transformers**, 1993(R2003).
- JÚNIOR, L. C. Z. **Fundamentos de Sistemas Elétricos de Potência**, 1ª edição, Editora Livraria da Física, 2005.
- MAMEDE, J. F. **Manual de Equipamentos Elétricos**, 3ª edição, Editora LTC, 2005.
- MORCHED, A.; MARTI, L; OTTEVANGERS, J.A. **High Frequency Transformer Model for the EMTP**, IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 8, n. 3, July 1993.
- NILSSON, J. W.; RIEDEL, S. A. **Circuitos Elétricos**, 8ª edição, Pearson Prentice Hall, 2009.

VANDIVER, B; APOSTOLOV, A; MEINHARDT, P. **An Improved CT Testign Method for Enhancing Protective Relay Performance**, IEEE, 2010.

ZOCHOLL, S. E.; SMAHA, D. W. **Current Transformer Concepts**, Schweitzer Engineering Laboratories, Inc., Pullman, WA USA, 1992.

APÊNDICE A – Medição da Indutância dos Resistores Utilizados para Medição e Considerações Sobre o Osciloscópio

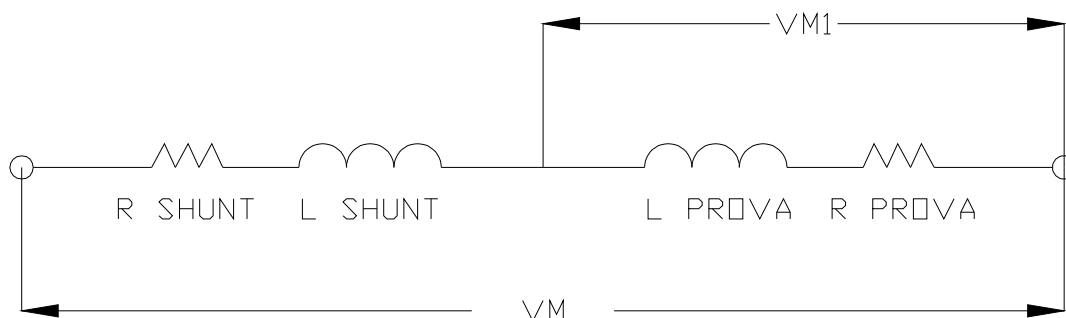
Os resistores utilizados como sensores na determinação das correntes passantes nos circuitos secundário e primário, nos ensaios, foram objetos de ensaio separado para determinação de sua componente indutiva como segue.

Foi utilizado um indutor como corpo de prova com as seguintes características:

- Resistência do indutor de prova → 1,6 ohm
- Indutância do indutor de prova → 10 uH

Colocando o indutor de prova em série com um resistor shunt (um por vez) e medindo-se o divisor de tensão calculou-se a indutância dos resistores shunt (um por vez). A Figura 32 ilustra o experimento realizado para essa finalidade. O intervalo de ensaio esteve entre 10 Hz e 20 MHz, distribuído logaritmicamente em 8 pontos.

Figura 32 – Experimento dos Resistores Shunt



As Tabelas 10 e 11 mostram a compilação das medições do Divisor de Tensão em função da frequência para os resistores de 1,1 ohm e 5,6 ohm, respectivamente. Nelas há também a defasagem (em Divisões da Tela do Osciloscópio) entre as tensões V_M (grandeza de referência – ângulo zero) e V_{M1} (defasagem atrasada), bem como o Tempo por Divisão das Leituras.

Tabela 10 – Divisor de Tensão – Resistor Shunt 1,1 ohm

f (Hz)	VM (mvolts)	VM1 (mvolts)	Diferença Divisões	Tempo por Divisão
1,00E+01	98,50	54,30	0,00	2,50E-02
1,00E+02	98,80	54,50	0,00	2,50E-03
1,00E+03	100,00	54,90	0,00	2,50E-04
1,00E+04	115,00	62,30	0,00	2,50E-05
1,00E+05	348,00	249,00	3,80	2,50E-06
1,00E+06	821,00	718,00	0,00	2,50E-07
f (Hz)	VM (volts)	VM1 (volts)	Diferença Divisões	Tempo por Divisão
1,00E+07	1,08	1,05	0,00	2,50E-08
2,00E+07	1,07	1,17	0,00	1,00E-08

Tabela 11 – Divisor de Tensão – Resistor Shunt 5,6 ohm

f (Hz)	VM (mvolts)	VM1 (mvolts)	Diferença Divisões	Tempo por Divisão
1,00E+01	500,00	103,00	0,00	2,50E-02
1,00E+02	500,00	103,00	0,00	2,50E-03
1,00E+03	509,00	104,00	0,00	2,50E-04
1,00E+04	536,00	119,00	3,80	2,50E-05
1,00E+05	719,00	482,00	3,60	2,50E-06
f (Hz)	VM (volts)	VM1 (volts)	Diferença Divisões	Tempo por Divisão
1,00E+06	3,18	3,09	0,00	2,50E-07
1,00E+07	2,17	2,12	0,00	2,50E-08
2,00E+07	2,12	2,07	0,00	1,00E-08

Com as informações das resistências e da indutância de prova calculou-se as indutâncias dos resistores shunt, resultando nos valores:

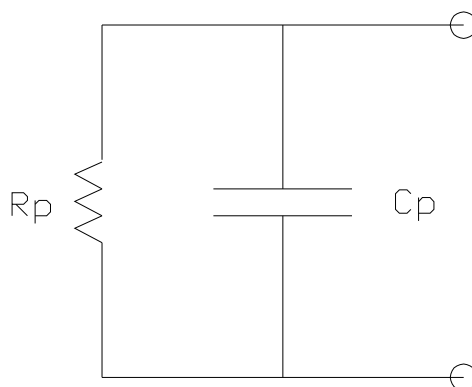
- Indutância do resistor shunt 1,1 ➔ 8,14 μ H
- Indutância do resistor shunt 5,6 ➔ 38,54 μ H

A componente indutiva dos sensores foi um fator limitante para os ensaios pretendidos nos quais se queria obter medidas de corrente devido ao fato de que a reatância indutiva associada cresce com o aumento da frequência. Em contrapartida a reatância capacitiva da ponta de prova do osciloscópio diminui com o aumento da frequência, o que a leva a interferir de forma significativa nas medidas a partir de 1 MHz.

De acordo com o manual do fabricante do osciloscópio a ponta de prova se comporta como uma associação em paralelo de um resistor e um capacitor. A Figura 33 ilustra seu circuito equivalente. Os elementos equivalentes das pontas são:

- Resistência da Ponta de Prova **R_p** (atenuação 10X) ➔ 10 Mohm
- Capacitância da Ponta de Prova **C_p** (atenuação 10X) ➔ 16 pF

Figura 33 – Circuito Equivalente – Ponta de Prova Segundo o Fabricante



A Tabela 12 mostra o quadro comparativo das componentes resistivas e reativas (*equivalente série*) dos resistores shunt e da ponta de prova.

Tabela 12 – Quadro Comparativo – Resistores X Ponta de Prova

Frequência (Hz)	Resistor 1,1 ohm		Resistor 5,6 ohm		Ponta de Prova	
	Resistência (ohm)	Reatância (ohm)	Resistência (ohm)	Reatância (ohm)	Resistência (ohm)	Reatância (ohm)
10	1,10E+00	5,11E-04	5,60E+00	2,42E-03	1,00E+07	-1,01E+05
100	1,10E+00	5,11E-03	5,60E+00	2,42E-02	9,90E+06	-9,95E+05
1000	1,10E+00	5,11E-02	5,60E+00	2,42E-01	4,97E+06	-5,00E+06
10000	1,10E+00	5,11E-01	5,60E+00	2,42E+00	9,80E+04	-9,85E+05
100000	1,10E+00	5,11E+00	5,60E+00	2,42E+01	9,89E+02	-9,95E+04
1000000	1,10E+00	5,11E+01	5,60E+00	2,42E+02	9,89E+00	-9,95E+03
10000000	1,10E+00	5,11E+02	5,60E+00	2,42E+03	9,89E-02	-9,95E+02
20000000	1,10E+00	1,02E+03	5,60E+00	4,84E+03	2,47E-02	-4,97E+02

Para que fosse possível medir frequências maiores e com maior exatidão seria necessária a utilização de uma ponta de prova e um osciloscópio capazes de atingir fator de atenuação **100X** cuja capacitância pode ser menor que 1 pF.

ANEXO A - Código para Execução do Algoritmo “*Vector Fitting*”

Function

```
[SERA,SERC,SERD,SERE,rmserr]=vectfit2(f,s,SERAstart,weight,kill,asymptflag,spy1,spy2,logx,logy,skip);
```

```
% =====
% = Version 1.0 =
% = Last revised: 25.01.98 =
% = Bjorn Gustavsen =
% = SINTEF Energy Research, N-7034 Trondheim, NORWAY =
% =====
%
%function
[SERA,SERB,SERC,SERD,SERE,order,rmserr]=vectfit(f,s,SERAstart,weight,kill,asymptflag,spy1,spy2,logx,logy,skip);
%
% PURPOSE : Calculate the rational approximation  $f(s)=C*(s*I-A)^{-1}*B + D + s*E$ 
%           where A is diagonal and B is a column of ones.
%%
% INPUT :
%
% f(s) : function (vector) to be fitted.
%       dimension : (Ncond,Nw)
%       Ncond : number of elements in vector
%       Nw : number of frequency points
%
% s : vector of frequency points [rad/sec]
%
% SERAstart : vector of starting poles [rad/sec]
%
% weight: the rows in the system matrix are weighted using this array. Can be used for
```

```

%      achieving high accuracy at given frequency points.
%      If no weighting desired, use: weight=ones(Nw,1) --> Equal weight for all points
%
% kill=0 --> unstable poles are kept unchanged
% kill=1 --> unstable poles are deleted
% kill=2 --> unstable poles are 'flipped' into the left half plane
%      (kill=2 is the recommended choice)
%
% asympflag=1 --> order(numerator)=order(denominator)-1 ('Strictly proper')
% asympflag=2 --> order(numerator)=order(denominator) ('Proper')
% asympflag=3 --> order(numerator)=order(denominator)+1 ('Improper')
%
% spy1=1 --> Plotting, after first stage in vector fitting
%      figure(1): magnitude functions
%      cyan trace : (sigma*f)fit
%      red trace  : (sigma)fit
%      green trace : f*(sigma)fit - (sigma*f)fit
%
% spy2=1 --> Plotting, after second stage in vector fitting
%      figure(2): magnitude functions
%      figure(3): phase angles
%      cyan trace  : f
%      magenta trace : (f)fit
%      green trace  : f - (f)fit
%
% logx=1 --> Plotting using logarithmic abscissa axis
%
% logy=1 --> Plotting using logarithmic ordinate axis
%
% skip=1 --> Second stage in vector fitting is skipped. I.e., only the poles
%      are returned (reduces computation time)
%
% OUTPUT :
%
```

```

% f(s)=SERC*(s*I-diag(SERA))^(1)*B +SERD +s.*SERE
% SERA : poles
% SERC : residues
% SERD : constant term (is produced if asympflag=2 or 3)
% SERE : proportional term (is produced if asympflag=3)
% rmserr : root-mean-square error of approximation for f(s)

%%*****

% NOTE: This program is in the public domain and may be used by anyone. If the *
% program code (or a modified version) is used in a scientific work, or *
% in a commercial program, then reference should be made to the following:*
% B. Gustavsen and A. Semlyen, "Rational approximation of frequency *
% domain responses by Vector Fitting", IEEE paper PE-194-PWRD-0-11-1997. *
%*****

figure(1); %##### IF YOU USE Matlab v5 : delete this statement!! #####

if (s(1)==0 & SERAstart(1)==0) SERAstart(1)=1; end
if length(SERAstart)>1
    if (s(1)==0 & SERAstart(2)==0) SERAstart(2)=1; end
end

rmserr=[];SERC=[];
[a,b]=size(s);
if a<b s=s.'; end % Ensuring that s is a column vector
[a,b]=size(f);
if a>b f=f.'; end % Ensuring that the columns represent frequency

set(0,'DefaultLineLineWidth',0.5) ; set(0,'DefaultLineMarkerSize',4) ;
clear b; clear C;
LAMBD=diag(SERAstart);
Nw=length(s); N=length(LAMBD); Ncond=min(size(f));
B=ones(N,1); I=diag(ones(1,N));
SERD=zeros(Ncond,1);SERE=zeros(Ncond,1);

```

```

if asympflag==1
    A=zeros(2*Nw*Ncond,(N)*Ncond+N); b=zeros(Nw*Ncond,1);
elseif asympflag==2
    A=zeros(2*Nw*Ncond,(N+1)*Ncond+N); b=zeros(Nw*Ncond,1);
else
    A=zeros(2*Nw*Ncond,(N+2)*Ncond+N); b=zeros(Nw*Ncond,1);
end

%=====
% Finding out which starting poles are complex :
%=====
cindex=zeros(1,N);
for m=1:N
    if imag(LAMBD(m,m))~=0
        if m==1
            cindex(m)=1;
        else
            if cindex(m-1)==0 | cindex(m-1)==2
                cindex(m)=1; cindex(m+1)=2;
            else
                cindex(m)=2;
            end
        end
    end
end
end

%=====
% Building system - matrix :
%=====
I3=diag(ones(1,Ncond)); I3(:,Ncond)=[];
Dk=zeros(Nw,N);
for m=1:N
    if cindex(m)==0 %real pole
        Dk(:,m)=weight./(s-LAMBD(m,m));
    end
end

```

```

elseif cindex(m)==1 %complex pole, 1st part
    Dk(:,m) =weight./(s-LAMBD(m,m)) + weight./(s-LAMBD(m,m)');
    Dk(:,m+1)=i.*weight./(s-LAMBD(m,m)) - i.*weight./(s-LAMBD(m,m)');
end
end

Bblokk=zeros(Nw,1);
for m=1:Ncond
    if asympflag==1
        Bblokk=weight.*f(m,:).';
        Ablokk=zeros(Nw,(N)*Ncond+N);
        ind1=(m-1)*(N)+1; ind2=m*(N);
        Ablokk(1:Nw,ind1:ind2)=Dk(1:Nw,:);
        for col=1:N
            Ablokk(1:Nw,Ncond*(N)+col)=-(Dk(1:Nw,col).*f(m,1:Nw).');
        end
    elseif asympflag==2
        Bblokk=weight.*f(m,:).';
        Ablokk=zeros(Nw,(N+1)*Ncond+N);
        ind1=(m-1)*(N+1)+1; ind2=m*(N+1);
        Ablokk(1:Nw,ind1:ind2-1)=Dk(1:Nw,:);
        Ablokk(1:Nw,ind2)=weight.*ones(Nw,1);
        for col=1:N
            Ablokk(1:Nw,Ncond*(N+1)+col)=-(Dk(1:Nw,col).*f(m,1:Nw).');
        end
    elseif asympflag==3
        Bblokk=weight.*f(m,:).';
        Ablokk=zeros(Nw,(N+2)*Ncond+N);
        ind1=(m-1)*(N+2)+1; ind2=m*(N+2);
        Ablokk(1:Nw,ind1:ind2-2)=Dk(1:Nw,:);
        Ablokk(1:Nw,ind2-1)=weight.*ones(Nw,1);
        Ablokk(1:Nw,ind2)=weight.*s;
        for col=1:N
            Ablokk(1:Nw,Ncond*(N+2)+col)=-(Dk(1:Nw,col).*f(m,1:Nw).');
        end
    end
end

```

```

    end
else
    'ERROR1!!!!'
end

ind1=(m-1)*Nw+1;ind2=m*Nw;
A(ind1:ind2,:)=Ablokk;
b(ind1:ind2,:)=Bblokk;
end

xb =real(b); xxb =imag(b);

if asympflag==1
    Nrow=Nw*Ncond; Ncol=(N)*Ncond+N;
elseif asympflag==2
    Nrow=Nw*Ncond; Ncol=(N+1)*Ncond+N;
else
    Nrow=Nw*Ncond; Ncol=(N+2)*Ncond+N;
end

b=zeros(2*Nrow,1);
A(Nrow+1:2*Nrow,1:Ncol) = imag(A(1:Nrow,1:Ncol));
A(1:Nrow,1:Ncol) = real(A(1:Nrow,1:Ncol));
b(1:Nrow,1)      = xb;
b(Nrow+1:2*Nrow,1)  = xxb;

clear xb; clear xxb;

for col=1:length(A(1,:));
    Escale(col)=norm(A(:,col),2); %Euclidian norm
    A(:,col)=A(:,col)/Escale(col);
end
if Ncond>3
    A=sparse(A);

```

```

end
x=A\b;    % Solving system. x is the solution vector
x=x./Escale.';

clear A;
if asympflag==1
    for j=1:Ncond
        C(:,j)=x((j-1)*(N)+1:j*(N));
    end
    C(:,Ncond+1)=x(Ncond*(N)+1:Ncond*(N)+N);
    C=C.';
elseif asympflag==2
    for j=1:Ncond
        C(:,j)=x((j-1)*(N+1)+1:j*(N+1)-1);
        SERD(j,1)=x(j*(N+1));
    end
    C(:,Ncond+1)=x(Ncond*(N+1)+1:Ncond*(N+1)+N);
    C=C.';
else
    for j=1:Ncond
        C(:,j)=x((j-1)*(N+2)+1:j*(N+2)-2);
        SERD(j,1)=x(j*(N+2)-2+1);
        SERE(j,1) =x(j*(N+2)-2+2);
    end
    C(:,Ncond+1)=x(Ncond*(N+2)+1:Ncond*(N+2)+N);
    C=C.';
end

%We now change back to make C complex :
% *****
for m=1:N
    if cindex(m)==1
        for n=1:Ncond+1

```

```

    r1=C(n,m); r2=C(n,m+1);
    C(n,m)=r1+i*r2; C(n,m+1)=r1-i*r2;
end
end
end
% *****
if spy1==1
    Dk=zeros(Nw,N);
    for m=1:N
        Dk(:,m)=1./(s-LAMBD(m,m));
    end
    for n=1:Ncond
        RES1(:,n)=Dk*C(n,:).';
        if asympflag==2
            RES1(:,n)=RES1(:,n)+SERD(n);
        elseif asympflag==3
            RES1(:,n)=RES1(:,n)+SERD(n)+s.*SERE(n); % (sigma*f)approx
        end
        RES2(:,n)=(1+Dk*C(Ncond+1,:)).'*f(n,:).'; % f*(sigma)approx
    end
    RES3(:,1)=1+Dk*C(Ncond+1,:).'; % (sigma)approx

    if logx==1
        if logy==1
            figure(1),loglog(s./(2*pi*i),abs(RES1'),'c');hold on
            figure(1),loglog(s./(2*pi*i),abs(RES3'),'r');
            figure(1),loglog(s./(2*pi*i),abs(RES2.'-RES1'),'g');hold off;
        else %logy=0
            figure(1),semilogx(s./(2*pi*i),abs(RES1'),'c');hold on
            figure(1),semilogx(s./(2*pi*i),abs(RES3'),'r');
            figure(1),semilogx(s./(2*pi*i),abs(RES2.'-RES1'),'g');hold off; pause(0.1);
        end
    else %logx=0
        if logy==1

```

```

figure(1),semilogy(s./(2*pi*i),abs(RES1'),'c');hold on
figure(1),semilogy(s./(2*pi*i),abs(RES3.),'r');
figure(1),semilogy(s./(2*pi*i),abs(RES2.'-RES1.'),'g');hold off;
else %logy=0
figure(1),plot(s./(2*pi*i),abs(RES1'),'c');hold on
figure(1),plot(s./(2*pi*i),abs(RES3.),'r');
figure(1),plot(s./(2*pi*i),abs(RES2.'-RES1.'),'g');hold off;
end
end
figure(1),xlabel('Frequency [Hz]'); ylabel('Magnitude [p.u.]');
figure(1), title('Sigma and sigma*f')
drawnow;
end

%=====
% We now calculate the zeros for sigma :
%=====
oldLAMBD=LAMBD;oldB=B;oldC=C;
m=0;
for n=1:N
m=m+1;
if m<N
if( abs(LAMBD(m,m))>abs(real(LAMBD(m,m))) ) %complex number?
LAMBD(m+1,m)=-imag(LAMBD(m,m)); LAMBD(m,m+1)=imag(LAMBD(m,m));
LAMBD(m,m)=real(LAMBD(m,m));LAMBD(m+1,m+1)=LAMBD(m,m);
B(m,1)=2; B(m+1,1)=0;
koko=C(Ncond+1,m); C(Ncond+1,m)=real(koko); C(Ncond+1,m+1)=imag(koko);
m=m+1;
end
end
end

ZER=LAMBD-B*C(Ncond+1,:)/1;
roetter=eig(ZER).';

```

```

unstabes=real(roetter)>0;
if kill==1
    roetter(unstabes)=[]; %Deleting unstable zeros (they become poles later...)
elseif kill==2
    roetter(unstabes)=roetter(unstabes)-2*real(roetter(unstabes)); %Forcing unstable poles to
    be stable...
end
roetter=sort(roetter); N=length(roetter);

%=====
%Sorterer polene s.a. de reelle kommer først:
for n=1:N
    for m=n+1:N
        if imag(roetter(m))==0 & imag(roetter(n))~=0
            trans=roetter(n); roetter(n)=roetter(m); roetter(m)=trans;
        end
    end
end
N1=0;
for m=1:N
    if imag(roetter(m))==0 N1=m; end
end
if N1<N roetter(N1+1:N)=sort(roetter(N1+1:N)); end % N1: n.o. real poles
N2=N-N1; % N2: n.o. imag.poles

roetter=roetter-2*i*imag(roetter); %10.11.97 !!!
SERA=roetter.';

if skip~=1

```

```

%=====
% We now calculate SER for f, using the modified zeros of sigma as new poles :
%=====
clear LAMBD A A1 xA1 xxA1 A2 xA2 xxA2 b xb xxb C RES1 RES2;

LAMBD=roetter;
B=ones(N,1);

% Finding out which poles are complex :
cindex=zeros(1,N);
for m=1:N
    if imag(LAMBD(m))~=0
        if m==1
            cindex(m)=1;
        else
            if cindex(m-1)==0 | cindex(m-1)==2
                cindex(m)=1; cindex(m+1)=2;
            else
                cindex(m)=2;
            end
        end
    end
end
end

%=====
% We now calculate the SER for f (new fitting), using the above calculated
% zeros as known poles :
%=====
if asympflag==1
    A=zeros(2*Nw,N); BB=zeros(2*Nw,Ncond);
elseif asympflag==2
    A=zeros(2*Nw,N+1); BB=zeros(2*Nw,Ncond);
else
    A=zeros(2*Nw,N+2); BB=zeros(2*Nw,Ncond);

```

```

end
I3=diag(ones(1,Ncond));I3(:,Ncond)=[];
Dk=zeros(Nw,N);
for m=1:N
    if cindex(m)==0    %real pole
        Dk(:,m)=weight./(s-LAMBD(m));
    elseif cindex(m)==1 %complex pole, 1st part
        Dk(:,m) =weight./(s-LAMBD(m)) + weight./(s-LAMBD(m)');
        Dk(:,m+1)=i.*weight./(s-LAMBD(m)) - i.*weight./(s-LAMBD(m)');
    end
end

if asympflag==1
    A(1:Nw,1:N)=Dk;
elseif asympflag==2
    A(1:Nw,1:N)=Dk; A(1:Nw,N+1)=weight;
else
    A(1:Nw,1:N)=Dk; A(1:Nw,N+1)=weight; A(1:Nw,N+2)=weight.*s;
end

for m=1:Ncond
    BB(1:Nw,m)=weight.*f(m,:).';
end

A(Nw+1:2*Nw,:)=imag(A(1:Nw,:));
A(1:Nw,:)=real(A(1:Nw,:));
BB(Nw+1:2*Nw,:)=imag(BB(1:Nw,:));
BB(1:Nw,:)=real(BB(1:Nw,:));

if asympflag==2
    A(1:Nw,N+1)=A(1:Nw,N+1);
elseif asympflag==3
    A(1:Nw,N+1)=A(1:Nw,N+1);
    A(Nw+1:2*Nw,N+2)=A(Nw+1:2*Nw,N+2);
end

```

```

clear Escale;
for col=1:length(A(1,:));
    Escale(col)=norm(A(:,col),2);
    A(:,col)=A(:,col)./Escale(col);
end
X=A\BB;
for n=1:Ncond
    X(:,n)=X(:,n)./Escale.';
end

```

```

clear A;
X=X.';
C=X(:,1:N);
if asympflag==2
    SERD=X(:,N+1);
elseif asympflag==3
    SERE=X(:,N+2);
    SERD=X(:,N+1);
end

```

```

%=====

```

```

%We now change back to make C complex.

```

```

for m=1:N
    if cindex(m)==1
        for n=1:Ncond
            r1=C(n,m); r2=C(n,m+1);
            C(n,m)=r1+i*r2; C(n,m+1)=r1-i*r2;
        end
    end
end
end

```

```

% *****

```

```

B=ones(N,1);
I=ones(N,1);

```

```

%=====

SERA = LAMBD.';
SERB = B;
SERC = C.';
order = N;

Dk=zeros(Nw,N);
for m=1:N
    Dk(:,m)=1./(s-SERA(m));
end
for n=1:Ncond
    RES1(:,n)=Dk*SERC(:,n);
    if asympflag==2
        RES1(:,n)=RES1(:,n)+SERD(n);
    elseif asympflag==3
        RES1(:,n)=RES1(:,n)+SERD(n)+s.*SERE(n);
    end
end
diff=RES1-f.'; rmserr=norm(diff,2)/sqrt(Ncond*Nw);
if spy2==1
    if logx==1
        if logy==1
            figure(2),loglog(s./(2*pi*i),abs(f.),'c');hold on
            figure(2),loglog(s./(2*pi*i),abs(RES1),'m--');
            figure(2),loglog(s./(2*pi*i),abs(f.-RES1),'g');hold off;
        else %logy=0
            figure(2),semilogx(s./(2*pi*i),abs(f.),'c');hold on
            figure(2),semilogx(s./(2*pi*i),abs(RES1),'m--');
            figure(2),semilogx(s./(2*pi*i),abs(f.-RES1),'g');hold off;
        end
        figure(3),semilogx(s./(2*pi*i),180*unwrap(angle(f.))/pi,'c');hold on
        figure(3),semilogx(s./(2*pi*i),180*unwrap(angle(RES1))/pi,'m--');hold off
    else %logx=0
        if logy==1

```

```

figure(2),semilogy(s./(2*pi*i),abs(f.),'c');hold on
figure(2),semilogy(s./(2*pi*i),abs(RES1),'m--');
figure(2),semilogy(s./(2*pi*i),abs(f.-RES1),'g');hold off;
else %logy=0
figure(2),plot(s./(2*pi*i),abs(f.),'c');hold on
figure(2),plot(s./(2*pi*i),abs(RES1),'m--');
figure(2),plot(s./(2*pi*i),abs(f.-RES1),'g');hold off;
end
figure(3),plot(s./(2*pi*i),180*unwrap(angle(f.))/pi,'c');hold on
figure(3),plot(s./(2*pi*i),180*unwrap(angle(RES1))/pi,'m--');hold off
end %logy=0
figure(2),xlabel('Frequency [Hz]'); ylabel('Magnitude [p.u.]');
figure(2), title('Approximation of f')
figure(3),xlabel('Frequency [Hz]'); ylabel('Phase angle [deg]');
figure(3), title('Approximation of f')
drawnow;
end
end

```