unesp UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

DETECÇÃO DE FALHAS VIA OBSERVADORES DE ESTADO EM SISTEMAS ROTATIVOS, CONSIDERANDO-SE SUAS FUNDAÇÕES.

Gilson Ferreira de Lemos

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de **Mestre em Engenharia Mecânica**

Orientador: PROF. DR. GILBERTO PECHOTO DE MELO

Ilha Solteira, Fevereiro de 2004.

Detecção de Falhas Via Observadores de Estado em Sistemas Rotativos, Considerando-se suas Fundações

Gilson Ferreira de Lemos

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA OBTENÇÃO DO TÍTULO DE

MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA

NA ÁREA DE CONCENTRAÇÃO MECÂNICA DOS SÓLIDOS E APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Prof. Dr. João Antonio Pereira
Coordenador

COMISSÃO EXAMINADORA:

Prof. Dr. Gilberto Pechoto de Melo - Orientador

Prof. Dr. Auteliano Antunes dos Santos Junior

Prof. Dr. Luiz de Paula do Nascimento

Ilha Solteira – SP, fevereiro de 2004

DEDICATÓRIA

À Deus, aos meus pais Severino Francisco de Lemos e Sofia Ferreira de Lemos, e aos meus irmãos, Edilson Ferreira de Lemos, Ana Paula Ferreira de Lemos e Stela Ferreira de Lemos.

AGRADECIMENTOS

Ao orientador Prof. Dr. Gilberto Pechoto de Melo, orientador deste trabalho, por toda a dedicação, incentivo e ensinamentos prestados durante a realização do trabalho. Excelente profissional e, acima de tudo, uma grande pessoa e um grande amigo.

Ao Prof. Dr. Luiz de Paula do Nascimento pelas idéias construtivas;

Aos colegas de república, Engenheiros Adriano, Luiz Henrique, Rogério e Sandhoerts pelo apoio, amizade e diversão nestes dois anos de convívio.

Aos técnicos e secretárias do Departamento de Engenharia Mecânica (DEM / FEIS), em especial ao técnico Carlos José Santana, pelo apoio;

Aos colegas de pós-graduação que ajudaram de forma direta e indireta na conclusão deste trabalho;

Ao meu pai Severino Francisco de Lemos e minha mãe Sofia Ferreira de Lemos pelo apoio, carinho incentivo e dedicação em todos os momentos;

Ao meu irmão Edilson Ferreira de Lemos pelo constante apoio, incentivo e cumplicidade em todos os momentos;

Aos meus avós Ana Cecília e Astério de Arruda e minhas irmãs Ana Paula e Stela;

À Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), pelo apoio financeiro;

Muito Obrigado.
Gilson Ferreira de Lemos – Fevereiro 2004

Bem feito é melhor que bem dito

Benjamim Franklin

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....1

1.1.REVISÃO DA LITERATURA.....4

1.2. JUSTIFICATIVA E RELEVÂNCIA DO PROJETO.....12

2. FUNDAMENTOS TEÓRICOS.....13

2.1.SISTEMAS DE CONTROLE.....14

2.1.1.Controlabilidade e Observabilidade.....15

2.1.2. Representação em Espaço de Estado.....19

2.2. METODOLOGIA DOS OBSERVADORES DE ESTADO.....21

2.2.1 Conceito de Observador de Estado.....22

2.2.2. Observadores Trivial.....22

2.2.3 Observadores do tipo Identidade.....23

2.2.4 Observadores de Estado de Ordem Reduzida.....25

2.2.5. Observadores de Estado Global e Robusto.....29

2.3. METODOLOGIA DE IDENTIFICAÇÃO DE PARÂMETROS.....31

2.3. 1. Funções Ortogonais.....31

2.3.2. Descrição do Método de Identificação de Parâmetros Utilizando Funções Ortogonais..... 34

2.3.3. Método de Identificação de Parâmetros Utilizando Funções de Fourier.....36

3. SISTEMAS ROTATIVOS.....43

3.1. REPRESENTAÇÃO DO SISTEMA ROTOR – SUPORTE – ESTRUTURA.....45

3.2. MÉTODO DAS IMPEDÂNCIAS MECÂNICAS.....46

3.3. MÉTODO DAS COORDENADAS MISTAS.....50

4. SIMULAÇÃO COMPUTACIONAL E RESULTADOS.....57

4.1. APLICAÇÃO I – SISTEMA MASSA-MOLA-AMORTECEDOR – 3GDL.....58

4.1.1. Método de Identificação de Parâmetros Utilizando funções de Fourier.....60

4.1.2. Método dos Observadores de Estado.....61

4.2. APLICAÇÃO II – BARRA COM DESLOCAMENTO LONGITUDINAL.....63

4.3. APLICAÇÃO III – SISTEMA DE ROTOR.....70

4.2.1. Análise Gráfica 72

4.2.2. Análise Numérica.....78

4.2.3. Tabela de tendência de falhas para um parâmetro específico.....82

5.COMPROVAÇÃO EXPERIMENTAL.....85

5.1. SISTEMA DE AQUISIÇÃO DE SINAIS.....87

5.2. MODELO MATEMÁTICO DO SISTEMA ROTATIVO.....89

5.3. ANÁLISE EXPERIMENTAL PARA UMA EXCITAÇÃO IMPULSIVA.....91

6. DISCUSSÃO E CONCLUSÃO.....103

PROPOSTA PARA TRABALHOS FUTUROS.....106

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICA.....107

APÊNDICE A.....113

APÊNDICE B.....125

LISTA DE SÍMBOLOS

[A]	Matriz dinâmica
[B]	Matriz de entrada
[C_{me}]	Matriz de medidas
[M]	Matriz de massa
[C]	Matriz de amortecimento
[K]	Matriz de rigidez
[L]	Matriz de ganho do observador de estado
{x(t)}	Vetor de estado do sistema
$\{\hat{\mathbf{x}}(\mathbf{t})\}$	Vetor de estado do observador de estado
{y(t)}	Vetor de saída
$\{\hat{\mathbf{y}}(\mathbf{t})\}$	Vetor de saída do observador de estado
{f(t)}	Vetor de excitação
[1] **RMS**	Diferença dos valores de RMS (Raiz média quadrática)
{e(t)}	Vetor erro de estimação na entrada
{e**(t)}**	Vetor de resíduo
[P]	Matriz operacional de integração

$\underline{\mathbf{F}}_{\mathbf{r}}$	Forças externas aplicadas no rotor
$\underline{\mathbf{F}}_{\mathbf{f}}$	Forças transmitidas pela fundação ao rotor
$\underline{\mathbf{x}}_{\mathbf{r}}$	Coordenadas do rotor
$\underline{\mathbf{x}}_{\mathbf{f}}$	Coordenadas da fundação
$[\mathrm{f}]$	Matriz modal
$\{\mathbf{q(t)}\}$	vetor das coordenadas modais da fundação
$\mathbf{F}_{\mathbf{z}}$	Vetor de forças
$\mathbf{Q}_{\mathbf{f}}$	Força devido ao filme de óleo dos mancais
$\mathrm{d}^{*}\mathbf{W}$	Trabalho virtual

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Sistema de Controle a malha fechada com retroação.....14

Figura 2.2 - Sistema de Controle a malha aberta.....15

Figura 2.3 - Divisões possíveis de um sistema.....18

Figura 2.4 - Definição de um observador de estado.....22

Figura 3.1 - Modelo de um sistema de rotor contendo seus elementos básicos.....46

Figura 3.2 - Esquema rotor-suportes-fundação.....47

Figura 4.1 - Sistema massa-mola-amortecedor com três graus de liberdade.....59

Figura 4.2 - Resultados Obtidos utilizando observadores de estado $x_3(t)$ – Sistema de 3graus de liberdade.....61

Figura 4.3 - Resultados Obtidos utilizando observadores de estado $x_3(t)$ – Sistema de 3graus de liberdade.....62

Figura 4.4 - Barra em deslocamento longitudinal.....63

Figura 4.5 - Sistema real simulado sem falha x Observador global.....66

Figura 4.6 - Sistema real simulado com falha x Observador global.....67

Figura 4.7 - Sistema real simulado sem falha x Observador robusto a 20% de perda de I_1.....68

Figura 4.8 - Sistema real simulado sem falha x Observador robusto a 20% de perda de I_2.....68

Figura 4.9 - Sistema real simulado sem falha x Observador robusto a 20% de perda de I_3.....69

Figura 4.10 - Sistema real simulado sem falha x Observador robusto a 20% de perda de K_m.....69

Figura 4.11 - Esquema do sistema rotativo simulado.....71

Figura 4.12 - Sistema real simulado sem falha x Observador global 73

Figura 4.13 - Sistema real simulado com falha x Observador global 74

Figura 4.14 - Sistema real simulado com falha x Observador robusto a 10% de perda de I_1 74

Figura 4.15 - Sistema real simulado com falha x Observador robusto a 10% de perda de I_2 75

Figura 4.16 - Sistema real simulado com falha x Observador robusto a 10% de perda de I_3.....75

Figura 4.17 - Sistema real simulado com falha x Observador robusto a 10% de perda de I_4.....76

Figura 4.18 - Sistema real simulado com falha x Observador robusto a 10% de perda de I_5 76

Figura 4.19 - Sistema real simulado com falha x Observador robusto a 10% de perda de rigidez do mancal 1 K_{xx1} 77

Figura 4.20 - Sistema real simulado com falha x Observador robusto a 10% de perda do mancal 2 K_{xx2} 77

Figura 4.21 - Sistema real simulado com falha x Observador robusto a 10% de perda de rigidez da fundaçãoK_{f1} 78

Figura 5.1 - Bancada de testes.....86

Figura 5.2 - Cadeia de medição.....88

Figura 5.3 - Fluxograma para aquisição de sinais.....89

Figura 5.4 - Sistema rotativo discretizado.....90

Figura 5.5 - Esquema para a determinação da rigidez da representação do conjunto mancal+fundação.....90

Figura 5.6 - Sistema mecânico montado, com acelerômetros instalados.....91

Figura 5.7 - Esquema para detecção e localização de falhas.....93

Figura 5.8 - (A) Sistema real sem falha x Observador de estado global; (B) Sistema real com falha x Observador de estado global.....95

Figura 5.9 - (A) Sistema real falho Observador de estado robusto a 5% de perda de K_{xx2}; (B) Sistema real falho x Observador de estado robusto a 10% de perda de K_{xx2}.....95

Figura 5.10 - (A) Sistema real falho Observador de estado robusto a 15% de perda de K_{xx2}; (B) Sistema real falho x Observador de estado robusto a 20% de perda de K_{xx2}.....96

Figura 5.11 - (A) Sistema real falho Observador de estado robusto a 25% de perda de K_{xx2}; (B) Sistema real falho x Observador de estado robusto a 30% de perda de K_{xx2}.....96

Figura 5.12 - (A) Sistema real falho Observador de estado robusto a 35% de perda de K_{xx2}; (B) Sistema real falho x Observador de estado robusto a 40% de perda de K_{xx2}.....97

Figura 5.13 - (A) Sistema real falho Observador de estado robusto a 45% de perda de K_{xx2}; (B) Sistema real falho x Observador de estado robusto a 50% de perda de K_{xx2}.....97

Figura 5.14 - (A) Sistema real falho Observador de estado robusto a 55% de perda de K_{xx2}; (B) Sistema real falho x Observador de estado robusto a 60% de perda de K_{xx2}.....98

Figura 5.15 - (A) Sistema real falho Observador de estado robusto a 65% de perda de K_{xx2}; (B) Sistema real falho x Observador de estado robusto a 68% de perda de K_{xx2}.....98

LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 - Valores dos parâmetros identificados teóricos – Método das séries de Fourier.....60

Tabela 4.2 - Parâmetros físicos considerados.....65

Tabela 4.3 - Parâmetros físicos do sistema.....71

Tabela 4.4 - Diferença dos valores de RMS de x_4 (t) – Falhas em I_1 e I_2.....80

Tabela 4.5 - Diferença dos valores de RMS de x_4 (t) – Falhas em I_3 e I_4.....80

Tabela 4.6 - Diferença dos valores de RMS de x_4 (t) – Falhas em I_5 e K_{XX1}.....81

Tabela 4. 7 - Diferença dos valores de RMS de x_4 (t) – Falhas em K_{XX2} e K_{F1}.....81

Tabela 4.8 - Tabela de Tendência de Falhas – Perdas de 0 a 3% do momento de inércia do elemento 3 (I_3).....82

Tabela 4.9 - Tabela de Tendência de Falhas – Perdas de 5 a 9% do momento de inércia do elemento 3 (I_3).....83

Tabela 4.10 - Tabela de Tendência de Falhas – Perdas de 11 a 15% do momento de inércia do elemento 3 (I_3).....83

Tabela 5.1 - Valores dos parâmetros físicos do sistema rotativo experimental.....92

Tabela 5.2 - Diferença dos valores de RMS do sistema real e simulado dos deslocamentos x_2(t) e x_4(t).....92

Tabela 5.3 - Diferença dos valore de RMS entre a resposta do sistema real com falha e os observadores de estado global e robusto.....100

Tabela 5.4 - Diferença dos valore de RMS entre a resposta do sistema real com falha e os observadores de estado global e robusto.....101

Lemos, G.F., 2004, *"Detecção de Falhas Via Observadores de Estado em Sistemas Rotativos, Considerando-se as suas Fundações"*. Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira – Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (FEIS/UNESP/DEM), Ilha Solteira, São Paulo, Brasil.

RESUMO

As máquinas rotativas têm grande aplicação na grande maioria dos complexos industriais, sendo que uma quebra nestes tipos de equipamentos pode provocar perdas econômicas, inconveniências em serviços, ou até mesmo pode levar a situações perigosas dependendo da gravidade da avaria sofrida pelo equipamento. Desta forma, para se evitar tais problemas, é muito importante que se possua ferramentas que possa informar sobre a existência destas falhas, bem como, sobre sua evolução ao longo do tempo. Neste contexto, tem-se observado nos últimos anos um aumento no desenvolvimento de técnicas de detecção e localização de falhas. Neste trabalho, é apresentada a metodologia dos observadores de estado para a detecção e localização de falhas em sistemas de rotativos considerando-se as fundações dos mesmos. A metodologia dos observadores de estado pode reconstruir os estados não medidos ou estimar valores provenientes de pontos de difícil acesso no sistema. Desta forma, falhas nestes pontos podem ser detectadas sem que haja a necessidade da realização de medidas diretas. A metodologia de identificação dos parâmetros utilizando funções ortogonais também foi utilizada, permitindo a verificação de possíveis variações de parâmetros em sistemas discretos, através de suas respostas. A metodologia desenvolvida foi validade através de simulações computacionais e análise experimental, com medidas provenientes de um sistema rotor-suporte-estrutura.

PALAVRAS-CHAVE: Observadores de estado, Sistema rotativo, Fundação, Detecção e localização de falhas.

Lemos, G.F., 2004, *"Faults Detection Through State Observers in Rotative Systems, Considering its Foundations"*. Master Dissertation, Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira – Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (FEIS/UNESP/DEM), Ilha Solteira, São Paulo, Brazil.

ABSTRACT

The rotating machines have a lot of application in the great majority of the industrial plants and a break-down in these types of equipments can provoke economic losses, inconvenience in service, or even they can induce to dangerous situations, depending on the gravity of the fault suffered by the equipment. This way, to avoid such problems it is very important to use tools that can inform about the existence of faults, as well as, about their evolution along the time. In this context, in the last years, it has been observed an increase in the development of techniques for detection and location of faults. In this work, it is presented the state observers methodology for detection and location of faults in rotating systems considering their foundations. The state observers' technique can reconstruct the non-measured states or can estimate the values of points of difficult access in the rotor. Thus, the faults at these points can be detected without the knowledge of measured data, monitoring them through the reconstructions of their states. The methodology of identification of the parameters using orthogonal functions was also used, allowing the verification of possible variations of parameters in the discrete system, through its responses. The developed methodology was validity through computational simulations and experimental analysis, with measures made in a system rotor-support-structure.

KEYWORDS: State Observers, Rotative system, Foundation, Faults detections and localization.

PUBLICAÇÕES GERADAS

Apresenta-se a seguir os trabalhos publicados e aguardando publicações em congressos e revistas:

- “Fault Detection of Rotor-Support-Structure Including Foundation Effects” – Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Cobem 2003, São Paulo – SP – Brasil;
- “Fault Detection of Rotor-Support-Structure including Foundation Effects Using Reduced-Order State Observer “– Cilance 2003, Ouro Preto – MG – Brasil (Participação);
- “Fault Diagnosis In Rotation System Using Well Conditioned State Observer” – Society for Experimental Mechanics, XXII IMAC (2004), Michigan USA;
- “Localização de Falhas em Sistemas Rotativos Utilizando a Metodologia dos Observadores de Estado – Análise Experimental” – III Congresso Nacional de Engenharia Mecânica – CONEM 2004, Belém – PA – Brasil;
- “Fault Detection of Rotating Machinery Including Foundation Effects Using Reduced-Order State Observers “ – Journal of Applied Mechanics;

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO E REVISÃO DA LITERATURA

1. INTRODUÇÃO

Um dos fatores do interesse das indústrias no desenvolvimento de novas técnicas de detecção e localização de falhas é a preocupação com a segurança de seus sistemas. As máquinas rotativas são equipamentos utilizados em diversos tipos de indústrias (petroquímica, aeronáutica, de geração de energia, etc.). Paradas repentinas de equipamentos acarretam perdas econômicas e podem colocar os usuários em situações perigosas, dependendo dos equipamentos em questão. Para se evitar tais problemas, é desejável que se possua ferramentas que possam informar sobre a existência de falhas nas máquinas, bem como sobre a evolução destas ao longo do tempo de

utilização dos equipamentos, monitorando-os. Desta forma, novas técnicas de detecção e localização de falhas têm surgido com a finalidade de garantir a segurança dos sistemas, realizando desta forma a chamada manutenção preditiva, evitando paradas repentinas durante operação.

A manutenção preditiva de máquinas e equipamentos consiste basicamente em monitorar parâmetros que caracterizam a condição de operação da máquina de modo que se possa detectar e prever a época da provável ocorrência, e se possível, diagnosticar o tipo de falha para que se possa planejar a operação de manutenção na ocasião mais apropriada e da forma mais conveniente. A vantagem da monitoração de vibração para diagnose de falhas consiste na riqueza de informações que podem ser extraídas da análise de vibração de máquinas rotativas, que constituem a grande maioria do conjunto de máquinas presentes em uma indústria. Na manutenção preditiva via monitoração de vibração, a condição de operação da máquina é avaliada contínua ou periodicamente. A época de revisão da máquina é determinada quando se prevê que níveis inaceitáveis de vibração serão atingidos. O planejamento de parada para a manutenção pode ser feito por análise de tendência do processo de deterioração de algum parâmetro do sistema.

A metodologia dos observadores de estado consiste em desenvolver um modelo para o sistema em análise e comparar a saída estimada com a saída medida. A diferença entre os dois sinais apresenta um resíduo, que é utilizado para análise. A idéia é montar um banco de observadores para supervisionar o processo, onde cada observador é dedicado somente a um parâmetro físico do sistema. O sistema estudado é um rotor-suportes-estrutura, onde a fundação do mesmo é considerada, pois a resposta de uma máquina rotativa pode ser significativamente afetada pelo comportamento de sua estrutura. De um modo geral, a iteração entre rotor e fundação depende das propriedades elastodinâmicas de ambos sistemas, além das características de rigidez e amortecimento dos suportes que sustentam o rotor. O sistema é discretizado pelo método dos elementos finitos e aplicado o método das impedâncias mecânicas para

desenvolvimento do modelo matemático da estrutura. No final aplica-se a metodologia dos observadores de estado e de identificação de parâmetros para detectar falhas no sistema.

Uma das etapas de grande dificuldade na análise dinâmica é a obtenção de um modelo matemático que represente a estrutura. A modelagem matemática de um sistema dinâmico é definida como um conjunto de equações diferenciais que representa a dinâmica do sistema real. O modelo matemático é desenvolvido assumindo-se um conjunto de simplificações que reduzem o sistema real ao sistema analítico, e de um conjunto de esquemas gráficos que retratam o sistema analítico. Visando uma correta estimativa do comportamento vibratório do sistema, tais modelos devem levar em consideração não só as forças atuantes entre rotor e suportes, mas também aquelas existentes entre os mesmos suportes e a estrutura de fundação.

Os observadores de estado podem reconstruir os estados não medidos ou os valores provenientes de pontos de difícil acesso no sistema. Neste caso, pode-se detectar falhas nestes pontos, podendo monitorá-los através das reconstruções de seus estados. As metodologias utilizando observadores de estado existentes são na sua maioria destinadas a resolver problemas de controle e detecção de possíveis falhas em sensores, instrumentos e sistemas mecânicos discretos.

Nas técnicas de identificação de parâmetros, procura-se determinar os valores desconhecidos pela manipulação dos sinais de entrada (excitação) e de saída (resposta) do sistema. O tratamento e análise de sinais são relativamente recentes na engenharia, sendo que seus desenvolvimentos deram-se juntamente com os dos sensores e condicionadores de sinais e mais recentemente, com os sistemas de aquisições de dados.

Deve-se ressaltar que a identificação dos parâmetros estruturais dos sistemas mecânicos (massa, rigidez e amortecimento) é considerada tarefa bastante complexa, razão pela qual tem-se dado preferência aos métodos voltados para a identificação de parâmetros modais, seja no domínio do tempo, seja no domínio da freqüência.

Conhecendo-se os parâmetros dos sistemas, pode-se acompanhar através de monitoramento e técnicas de identificação, a evolução de possíveis falhas devido à variação destes parâmetros. Para isto, há a necessidade da construção de modelos matemáticos capazes de representar o comportamento mecânico dos mais variados tipos de sistemas. Desta forma, escrevem-se as chamadas equações do movimento, com base nas leis básicas que regem os fenômenos envolvidos, sendo que a análise dinâmica, feita em seguida, depende da integração de tais equações, o que pode ser feito tanto por métodos analíticos como numéricos. Assim, passa-se a conhecer a resposta do sistema a diferentes tipos de excitação, sendo possível, daquilo que se aprendeu na análise, elaborar recomendações de projeto. É dentro deste contexto que se recorre às técnicas de identificação de parâmetros.

1.1. REVISÃO DA LITERATURA

Realizou-se uma revisão bibliográfica de trabalhos publicados sobre a temática da técnica dos observadores de estado, identificação de parâmetros para detecção e localização de falhas, bem como sobre a modelagem e análise dinâmica de sistemas de rotores considerando as fundações dos mesmos.

Luenberger (1964) Mostra neste trabalho, que os observadores de estado têm a capacidade de reconstruir um vetor de estado de um sistema linear na entrada e na saída e que o vetor de estado reconstruído pode ser incorporado no controle do sistema.

Luenberger (1971) Utiliza uma metodologia para a reconstrução de estados utilizando observadores de estado. Mostra também tópicos sobre observadores do tipo identidade e observadores de ordem reduzida, bem como as suas propriedades de estabilidade.

Wauer (1990) Modela eixo de um sistema rotativo utilizando elementos de viga para os quais as propriedades de rigidez e amortecimento de uma trinca é considerado previamente com grande precisão. Assim, deduz-se o sistema obtendo-se equações de movimento, com posterior preparação das condições de contorno para a aplicação do método variacional envolvendo funções globais. Através do conjunto de equações obtidas apresenta-se uma solução aproximada para o sistema. Deve-se tomar sempre o cuidado de desconsiderar o efeito dos mancais, da fundação e algumas alterações nas propriedades da seção transversal, podendo assim obter somente a influência da trinca na modelagem do sistema.

Cheli et al (1992) Estima os parâmetros modais da fundação de uma máquina rotativa utilizando duas aproximações matemáticas. Estes métodos são uma alternativa para a identificação dos parâmetros modais, já que a função de transferência da fundação é quase sempre indisponível. Mostra também como os efeitos da fundação são incorporados no sistema de rotor, utilizando a matriz de impedâncias mecânicas, mostrando resultados analíticos e experimentais.

Melo (1992) Apresenta um método para a identificação de sistemas mecânicos discretos com vários graus de liberdade operando no domínio do tempo. A metodologia baseia-se na expansão da excitação e da resposta do sistema em séries de Fourier e na transformação das equações diferenciais do movimento em equações algébricas por meio de integrações sucessivas e da utilização de uma matriz operacional para integração das funções que formam aquelas séries.

Stephenson & Rouch (1992) Estabelece um procedimento para incluir os efeitos da fundação utilizando a técnica da análise modal e medidas da função de resposta em freqüência da

estrutura. As matrizes da fundação são por fim adicionadas ao modelo de elementos finitos do eixo do rotor, obtendo finalmente o sistema completo.

Cavalca & Bachschmid (1993) Realiza uma simulação numérica do comportamento dinâmico de um sistema de uma bomba centrífuga utilizando o método do truncamento modal. Mostra uma aproximação para a evolução da fundação na resposta dinâmica global do sistema. A técnica utilizada permite o estudo da influência dos mancais na resposta do rotor quando a interação entre o rotor e as partes estacionárias do sistema (suportes e fundação) são muito fortes. Conclui que a presença de vários mancais, o que é muito comum em bombas centrífugas de multi-estágios é muito importante no reconhecimento de velocidades críticas e no cálculo da resposta em freqüência verdadeira para sistema desbalanceado.

Dedini & Cavalca (1993) Mostra a aplicação e otimização de métodos de identificação de parâmetros da fundação de turbogeradores. Tais métodos partem dos deslocamentos, analíticos ou experimentais, dos pontos de conecção entre rotor e estrutura de suporte (mancal), bem como do modelo analítico linearizado adotado no cálculo dos coeficientes equivalentes de rigidez e amortecimento do filme de óleo presente neste suportes.

Choy et al (1995) Apresenta uma metodologia baseada na teoria de vibração que pode ser usada para detecção de falhas em sistemas modelados por elementos finitos utilizando elementos de viga suportados por uma fundação elástica. A simulação de uma falha na viga foi inserida através de uma alteração do módulo de Young do elemento de viga em particular. Tais alterações ou reduções no módulo de Young resultam em alterações ou decréscimo da freqüência natural da estrutura, assim, determina-se a localização e a magnitude da falha. No presente trabalho o autor apresenta também um método para detecção de falhas na estrutura de fundação

do sistema, utilizando uma metodologia similar a mostrada anteriormente. Após a análise dos resultados apresentados, o autor conclui que a metodologia utilizada pode ser empregada para detecção, localização e quantificação de falhas em sistemas com uma única falha ou com falhas múltiplas, sendo que para falhas múltiplas, deve-se conhecer a quantidade das mesmas.

Feng & Hahn (1995) Apresenta uma técnica para a identificação dos parâmetros de massa, rigidez e amortecimento do campo de fundação suportando máquinas rotativas desbalanceadas. Utiliza o método das impedâncias mecânicas para incorporar os efeitos da fundação no sistema de rotor.

Cavalca & Cavalcante (1997) Apresentam a metodologia das coordenadas mistas para a análise do comportamento de sistemas rotor-suportes-fundação, e a interação entre seus componentes. O sistema completo é discretizado utilizando a metodologia dos elementos finitos. Utilizando uma aproximação matemática são determinados os parâmetros modais do sistema, tais como, massa modal, fator de amortecimento e freqüências naturais. A metodologia utilizada para analisar o sistema completo consiste em separar o sistema em dois subsistemas e analisa-los separadamente, subsistema rotor-suportes e sub-sistema fundação. Após a análise dos resultados, percebe-se a influência da fundação flexível no comportamento do sistema dinâmico completo (rotor-mancais-fundação), principalmente no caso onde rotor e fundação estão fortemente acoplados, concluindo por fim que a representação da fundação no sistema completo é de fundamental importância.

Melo (1998) Desenvolveu uma metodologia para detecção e localização de falhas em sistemas mecânicos discretos usando a técnica dos observadores de estado. A metodologia tem a capacidade de reconstruir os estados não medidos do sistema ou os pontos de difícil acesso. Os

parâmetros sujeitos a falhas são escolhidos e projeta-se um observador global que analisa todo o sistema. A cada parâmetro sujeito à falha, são projetados observadores robustos que tem a capacidade de localizar e quantificar a irregularidade no sistema.

Mohiuddin & Khulief (1999) Apresenta a formulação por elementos finitos do modelo dinâmico de um sistema rotor-mancal, considerando o efeito giroscópico e a combinação entre as deformações de flexão e torção. Estabelece uma transformação modal utilizando os modos complexos e então obtén-se um modelo de ordem reduzida, que é validada numericamente.

Pacheco et al (1999) Utiliza alguns tipos de funções ortogonais para a identificação de parâmetros modais e reconstrução de forças de excitação. Utiliza a propriedade integrante destas funções ortogonais para a integração das equações de movimento no domínio do tempo. Tal integração permite transformar a equação diferencial de movimento que rege o sistema, numa equação algébrica cuja solução nos permite determinar os parâmetros desejados no sistema. A comprovação da metodologia utilizada foi realizada em uma barra de alumínio de seção transversal retangular em vibração de flexão, com condições de contorno livres, identificando finalmente as forças no sistema considerado.

Valer (1999) Implementa projetos de sistemas de controle utilizando observadores de estado. Realiza uma revisão dos principais tipos de observadores, incluindo observadores robustos. Utiliza técnicas modernas de controle robusto para melhorar as propriedades de robustez dos sistemas de controle.

Choi and Park (2000) Apresentam a aplicação do método das impedâncias mecânicas de acoplamento, propondo uma melhora no modelo do rotor, incluindo os efeitos do suporte no sistema rotor mancal. Utiliza as funções resposta em freqüência para extrair o modelo massa-mola que tem as mesmas características dinâmicas da estrutura de suporte. Para a modelagem final do sistema, são inseridas as características do suporte no rotor.

Kang et al (2000) Analisam os efeitos da fundação nas características dinâmicas de um sistema rotor-mancal, utilizando a metodologia dos elementos finitos para a modelagem e análise. Divide o sistema de rotor em cinco subsistemas: eixo, disco, mancais, fundação e suspensão. Cada subsistema é modelado e então combinados, obtendo assim o modelo completo. Mostra como aplicar um pacote comumente usado (ANSYS) na analise das características dinâmica de um sistema rotor-mancal-fundação para o qual o modelo dos elementos finitos inclui um grande número de graus de liberdade do sistema rotor-mancal e uma estrutura de fundação complexa.

Bonello & Brennan (2001) Apontam o desenvolvimento de um método analítico baseado na técnica das impedâncias mecânicas para prever a resposta desbalanceada para várias envergaduras (deflexões) de um sistema acoplada rotor mancal fundação. O trabalho divide o sistema de rotores em dois subsistemas: rotor-mancal e fundação, onde o primeiro subsistema é modelado utilizando a técnica dos elementos finitos.

Huh et al (2001) Neste trabalho, pela minimização dos fatores de mau condicionamento, os autores propõem o desenvolvimento de observadores de estado bem condicionados de modo que ele pode ser facilmente implementado para o monitoramento de sistemas em tempo real. Um índice de desempenho principal é determinado para observadores de estado discreto no tempo,

baseado na norma L_2 para representar os efeitos quantitativos dos fatores de mau condicionamento e dois métodos para o desenvolvimento do observador de estado bem condicionado discreto no tempo são propostos. A desempenho estimado do observador de estado bem condicionado é verificado em simulações, onde se pode observar que a estimação de robustez é muito próxima do melhor filtro de Kalman com estados extras.

Silveira (2001) Faz uma análise, utilizando o método dos elementos finitos, do comportamento dinâmico de rotores em eixos bobinados. Os rotores são formados por um ou dois discos acoplados à um eixo apoiado em mancais flexíveis. Os discos são considerados rígidos e um elemento do tipo viga, com módulo equivalente é utilizado para modelar o eixo do rotor. Um modelo de amortecimento interno é introduzido através de um módulo equivalente de amortecimento. Após a modelagem do sistema, determina-se a resposta a uma massa desbalanceada e as zonas de instabilidade para os modos de flexão de rotores apoiados em mancais com diferentes configurações. Nos modos de torção são determinadas as freqüências naturais e os respectivos fatores de amortecimento, bem como a resposta em freqüência. Após a análise dos resultados pode-se observar que quando se analisa o sistema de rotor com eixo de carbono/epóxi e de vidro/epóxi, percebe-se que o ângulo de bobinagem do eixo pode ter forte influência na localização das freqüências naturais, tanto nos modos de flexão quanto em torção, além disso, o amortecimento interno do material composto pode reduzir consideravelmente os picos de amplitude de vibrações, porém pode gerar instabilidade no sistema.

Bachschmid et al (2002) Apresenta um modelo baseado no método de identificação para falhas múltiplas em sistemas de rotores. A metodologia utilizada para identificação exige que se defina todos os elementos que compõem o sistema rotativo (mancais e fundação), bem como os modelos de falhas, que podem ser representados por componentes harmônicos de forças

equivalentes ou momentos. Para a identificação das falhas múltiplas faz-se por uma aproximação de ajuste dos mínimos quadrados na freqüência dominante.

Marano (2002) Utilizando observadores de estado como ferramenta, Marano desenvolveu uma metodologia para detecção e localização de falhas em sistemas discretos com variações de parâmetros.

Simões & Steffen (2002) Utiliza uma metodologia para a caracterização da presença de falhas em sistemas de rotor; consiste em avaliar a alteração da rigidez no eixo causada pela presença das falhas, e então obter as propriedades dinâmicas do rotor, utilizando suas equações de movimento, considerando a influência da rigidez modificada. Utiliza algoritmos genéticos como estratégia de identificação. A ferramenta utilizada (algoritmo genético) mostrou-se eficiente, conseguindo uma boa estimativa na identificação dos parâmetros reais.

Simões & Steffen (2003) Apresenta uma metodologia para detectar e localizar falhas em eixos de rotores, avaliando desta forma alterações nas propriedades dinâmicas de rotores flexíveis (freqüências naturais, velocidade crítica e resposta ao desbalanceamento). Utiliza como estratégia de identificação dos parâmetros falhos a técnica dos algoritmos genéticos. A presença da falha é representada pela diminuição do momento de inércia da seção transversal da parte do eixo onde a mesma está presente, alterando assim sua rigidez.

Cavalca & Tadeo (2003) Fez um estudo de um sistema rotor-acoplamento apoiado sobre mancais hidrodinâmicos, considerando uma estrutura de fundação rígida de modo a permitir a análise das vibrações transversais ou flexionais do sistema. O sistema é modelado por elementos

finitos. Assim, fez-se uma contribuição à análise e verificação experimental da potencialidade dos modelos de acoplamentos recomendados na literatura, determinando-se, conseqüentemente, quais dos modelos através do método dos elementos finitos, reproduzem melhor o comportamento dinâmico dos mesmos. Após a simulação numérica, constatou-se que as considerações relativas à modelagem dos acoplamentos flexíveis dos sistemas influenciam nas seguintes respostas: Freqüências naturais do sistema, FRDs devido ao desbalanceamento e FRFs devido a uma excitação aleatória. Assim, conclui-se que é preciso um conhecimento prévio do acoplamento utilizado, para melhor escolher o modelo fisicamente mais representativo do mesmo.

1.2. JUSTIFICATIVA E RELEVÂNCIA DO PROJETO

O desenvolvimento de novas técnicas de detecção de falhas em sistemas mecânicos submetidos a carregamentos dinâmicos é devido ao aumento da demanda da indústria em termos de segurança e desempenho de suas máquinas e equipamentos. Com o auxílio de modelos teóricos bem definidos e métodos de detecção e localização de falhas é possível monitorar os parâmetros dos sistemas, fazendo-se assim uma supervisão periódica evitando possíveis falhas ou sanando-as o mais rápido possível. Em alguns sistemas mecânicos, há a necessidade de um monitoramento constante, devido às suas particularidades e probabilidades de falhas maiores.

A principal contribuição científica deste trabalho é a utilização de observadores de estado para detectar e localizar falhas em sistemas contínuos que são discretizados pela metodologia dos elementos finitos.

CAPÍTULO II

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Inicialmente será feita uma revisão de conceitos fundamentais para o entendimento da teoria dos observadores de estado, iniciando-se com os conceitos de controlabilidade e observabilidade.

Os sistemas de controle modernos desempenham um papel vital no avanço da engenharia e da ciência. Além de sua aplicação em veículos espaciais e sistemas de guiamento de mísseis, ultimamente vem se tornando uma parte essencial dos processos industriais e da manufatura modernos, bem como para algumas operações industriais, tais como: controle de pressão, temperatura, umidade, etc, (Ogata, 1998).

De acordo com Dorf e Bishop (1980) sistema de controle é uma interconexão de componentes formando uma configuração de sistemas que produzirá uma resposta desejável do sistema, no qual a base para a análise de um sistema é formada pelos fundamentos fornecidos pela teoria dos sistemas lineares, que supõe uma relação de causa efeito para os componentes de um sistema, no qual a relação entrada – saída representa a relação causa efeito do processo.

A primeiro trabalho significativo em controle automático, segundo Ogata (1998) foi de James Watt, que construiu um controlador centrífugo para o controle de velocidade de uma máquina a vapor. Desta forma, utilizaremos uma ferramenta essencial da área de controle (Observadores de Estado) para detectar e localizar falhas em sistemas mecânicos.

2.1. SISTEMAS DE CONTROLE

Um sistema de controle que mantém uma relação preestabelecida entre a grandeza de saída e a grandeza de referência, comparando-as e utilizando a diferença como meio de controle, é dito de sistema de controle com retroação ou sistema de controle a malha fechada (figura 2.1) (Ogata, 1998). Em sistemas de controle a malha fechada, o sinal atuante de erro, que é a diferença entre o sinal de entrada e o sinal de retroação, excita o controlador de modo a reduzir o erro e trazer o valor do sinal de saída para um valor desejado.

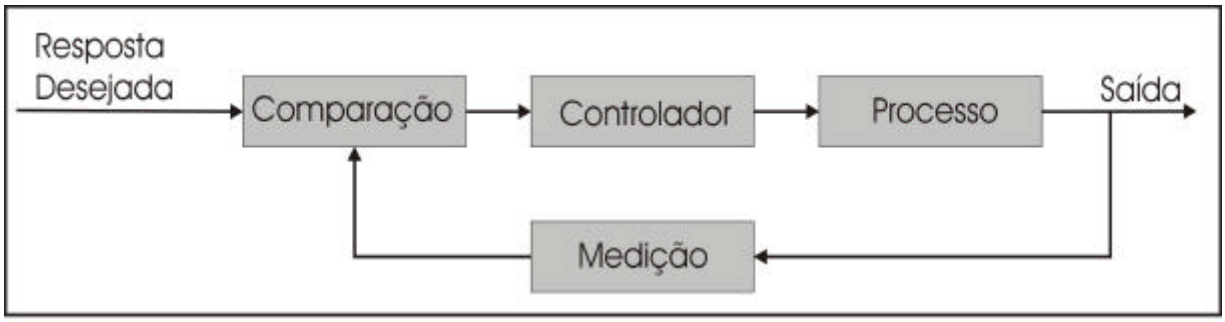


Figura 2.1 - Sistema de controle a malha fechada com retroação.

Os sistemas nos quais o sinal de saída não influencia na ação de controle são chamados de sistemas de controle a malha aberta. De uma forma geral, nos sistemas de controle a malha aberta, o sinal de saída do sistema não é medido nem enviado de volta para a comparação com o sinal de entrada; este tipo de controlador usa um atuador de controle para obter a resposta desejada, como mostrado na figura 2.2.

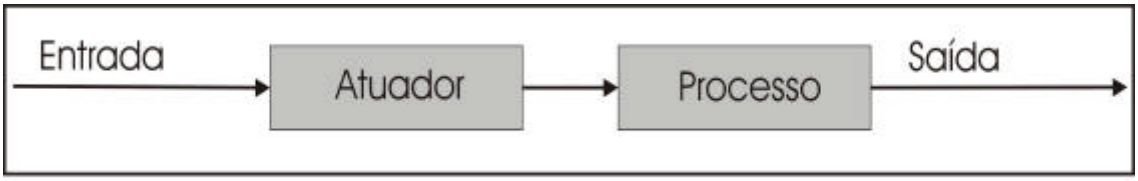


Figura 2.2 - Sistema de controle a malha aberta.

2.1.1. Controlabilidade e Observabilidade

Os conceitos de controlabilidade e observabilidade são de grande importância no estudo de controle e na estimação de sistemas dinâmicos. O conceito de controlabilidade está relacionado à existência de uma possível lei de controle capaz de transferir o estado inicial de um sistema para um outro estado num tempo finito. De maneira similar, o conceito de observabilidade está relacionado à existência de um algoritmo possível para estimar as variáveis de estado a partir das variáveis disponíveis.

Controlabilidade

<u>Definição</u>: Um sistema é dito completamente controlável no instante t_0 se é possível por meio de uma excitação $\{u(t)\}$ não restrito, transferir o sistema do estado inicial $\{x(t_0)\}$ a qualquer outro estado $\{x(t_f)\}$ num tempo finito $t_f > t_0$. Além disso, se o sistema é controlável para qualquer instante t_0 e estado inicial $\{x(t_0)\}$, então o sistema é dito completamente controlável

(Meirovitch, 1990). Um vetor de excitação de controle é dito não restrito quando não há limitações quanto a sua amplitude. Assim, pode-se concluir que {u(t)} é capaz de influenciar cada uma das variáveis de estado na expressão:

$$\{x(t)\} = [\Phi(t - t_0)]\{x(t_0)\} + \int_{t_0}^{t} [\Phi(t - \tau)][B]\{u(\tau)\}d\tau \qquad (2.1)$$

Na qual,

[ϕ] é a matriz de transição de estado do sistema.

Isto requer que:

$$\text{Posto } [M] = \text{Posto de } [\ [B] \quad [A][B] \ldots\ldots\ldots\ldots [A]^{n-1}[B] \ \ ] = n \qquad (2.2)$$

Na qual:

[A] é a matriz dinâmica do sistema.

[B] é a matriz de entradas do sistema.

n é a ordem do sistema.

Observabilidade

<u>Definição:</u> Um sistema é dito observável no instante t_0 se e somente se é possível determinar o estado inicial $\{x(t_0)\}$ a partir da resposta {y(t)} do sistema durante um intervalo de tempo $t_0 \leq t \leq t_f$ (Meirovitch, 1990).

Isto implica que todas as variáveis de {(x)t} influenciam a resposta {y(t)}:

$$\{y(t)\} = [C_{me}]\{x(t)\} = [C_{me}][\Phi(t - t_0)]\{x(t_D)\} + [C_{me}]\int_{t_0}^{t}[\Phi(t - \tau)][B]\{u(\tau)\}d\tau \qquad (2.3)$$

na qual:

$[C_{me}]$ é a matriz de medidas e o estado inicial $\{x(t_0)\}$ é o resultado das excitações de controle aplicadas antes de t_0.

Existem diferentes critérios para determinar se um sistema é controlável e observável, tais como, os testes do posto de Popov, Belevitch e Hautus (Testes PBH) que avaliam a controlabilidade e observabilidade modal do sistema (Valer, 1999).

Um sistema é completamente observável se pelo menos uma das seguintes condições são satisfeitas :

1. Matriz de observabilidade

Um sistema linear com *r* saídas é completamente observável se e somente se a matriz r*n*x*n* :

$$O = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{N-1} \end{bmatrix} \qquad (2.4)$$

tem rank *n*.

2. A Matriz Graminiano de observabilidade W_0:

Para sistemas com dimensões pequenas, o teste citado anteriormente funciona adequadamente, no entanto, para sistemas com ordens mais elevadas, o primeiro teste não funciona. Assim, recorre-se à formulação em termos de graminianos de observabilidade, como se pode ver a seguir (Gawronski, 1998):

$$[W_0] = \int_0^{\infty} e^{A^T\lambda}[C_{me}]^T[C_{me}]e^{A\lambda}d\lambda \tag{2.5}$$

é definido positiva para todo t>0.

Os conceitos de observabilidade e controlabilidade podem ser mostrados pela figura 2.3.

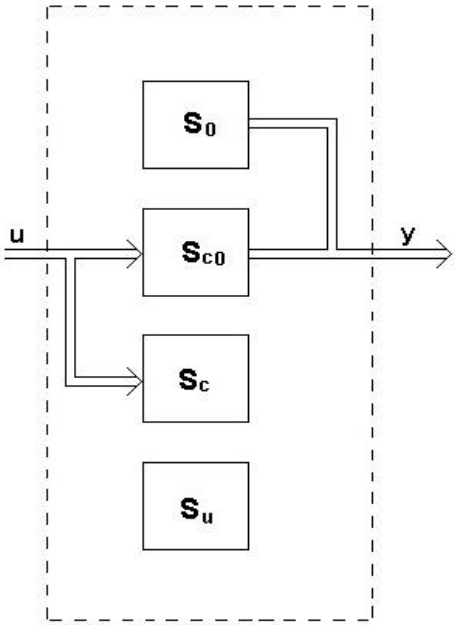


Figura 2.3 - Divisões possíveis de um sistema

Na qual:

S_{co} = Subsistema completamente controlável e observável;

S_o = Subsistema completamente observável e não controlável;

S_c = Subsistema completamente controlável e não-observável;

S_u = Subsistema não-controlável e não-observável.

2.1.2. Representação em Espaço de Estado

O estado de um sistema, utilizado nos projetos de um sistema de controle no domínio do tempo, é um conjunto de variáveis tal que o conhecimento dos valores destas variáveis e das funções de entrada, com as equações que descrevem a dinâmica, fornecem os estados futuros e a saída futura do sistema (Dorf & Bishop, 1998). O estado de um sistema num instante *t* é descrito em termos de um conjunto de valores das variáveis de estado $[x_1(t), x_2(t),....,x_n(t)]$ de um sistema.

O estado de um sistema é descrito por um conjunto de equações diferenciais de primeira ordem escrito em função das variáveis de estado (equação 2.8).

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1(t) &= a_{11}x_1(t) + a_{12}x_2(t) + ... + a_{1n}x_n(t) + b_{11}u_1(t) + ... + b_{1m}u_m(t) \\
\dot{x}_2(t) &= a_{21}x_1(t) + a_{22}x_2(t) + ... + a_{2n}x_n(t) + b_{21}u_1(t) + ... + b_{2m}u_m(t) \\
&\vdots \\
\dot{x}_n(t) &= a_{n1}x_1(t) + a_{n2}x_2(t) + ... + a_{nn}x_n(t) + b_{n1}u_1(t) + ... + b_{nm}u_m(t)
\end{aligned} \tag{2.8}$$

Na qual,

$\{\dot{x}(t)\} = dx/dt$

Este sistema de equações diferenciais pode ser apresentado na forma matricial de acordo com a equação 2.9.

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1m} \\ \vdots & & \vdots \\ b_{n1} & \cdots & b_{nm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1(t) \\ \vdots \\ u_m(t) \end{bmatrix} \tag{2.9}$$

Na qual:

$\{x(t)\} = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{bmatrix}$ é o vetor de estado ;

$\{u(t)\}$ é o vetor dos sinais de entrada.

Desta forma, a equação de estado pode ser representada de acordo com a equação 2.10.

$$\{\dot{x}(t)\} = [A]\{x(t)\} + [B]\{u(t)\} \tag{2.10}$$

Na qual,

[A] é uma matriz quadrada *n* x *n* chamada de matriz de estado ou matriz dinâmica *;*

[B] é uma matriz *n x m*, chamada de matriz de entradas;

As saídas de um sistema linear podem ser relacionados com as variáveis de estado e com os sinais de entrada pela equação de saída (equação 2.11).

$$\{y(t)\} = [C]\{x(t)\} + [D]\{u(t)\} \tag{2.11}$$

Na qual:

{y(t)} é o conjunto dos sinais de saída;

[C] é a matriz de saída;

[D] é a matriz de transmissão direta.

2.2. METODOLOGIA DOS OBSERVADORES DE ESTADO

Muitos sistemas de controle são baseados na suposição de que todo o vetor de estado está disponível para medição direta, mas na prática, nem todas as variáveis de estado estão disponíveis diretamente, necessitando assim estimar as variáveis não medidas.

No projeto de sistemas de controle utilizando observadores de estado, os mesmos podem reconstruir os estados não medidos ou os valores provenientes de pontos de difícil acesso no sistema a partir das variáveis de estado disponíveis, contudo, a exigência para esta reconstrução é que todos os estados sejam observáveis (Meirovitch, 1990).

2.2.1 Conceito de Observador de Estado

Um observador de estado para um sistema dinâmico com estado {x(t)}, saída {y(t)} e entrada {u(t)} é um sistema dinâmico auxiliar ou melhor, uma cópia do sistema original que possui a mesma entrada deste sistema e que tem a capacidade de estimar os estados desconhecidas do sistema a partir de estados conhecidos (figura 2.4).

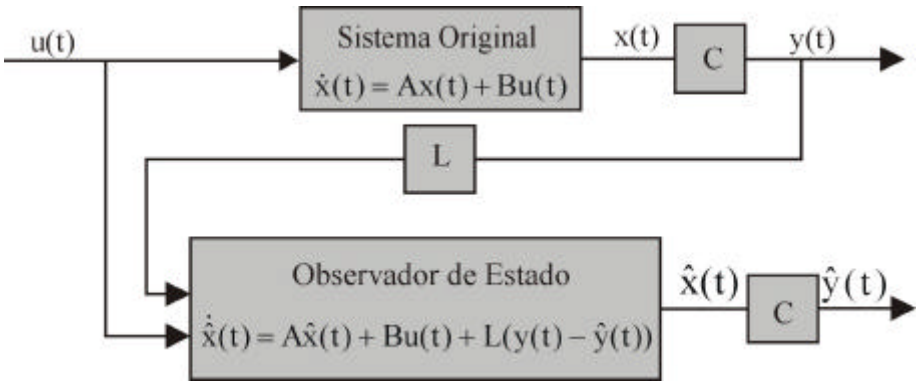


Figura 2.4 - Definição do Observador de Estado

A construção deste observador de estado é possível somente se o sistema dinâmico for observável.

2.2.2. Observadores Trivial

Uma solução trivial para o problema de estimação de estado de um sistema é construir uma cópia do sistema original. Por exemplo, se o sistema original é:

$$\{\dot{x}(t)\} = [A]\{x(t)\} + [B]\{u(t)\} \tag{2.12}$$

O observador deveria ser:

$$\left\{\dot{\hat{x}}(t)\right\} = [A]\{\hat{x}(t)\} + [B]\{u(t)\} \tag{2.13}$$

Se $\{x(0)\} = \{\hat{x}(0)\}$, o modelo seguirá exatamente o sistema original. O problema com esta técnica é que o erro não reduz rapidamente. Pode-se verificar que:

$$\left[\{\quad\}\ \{\quad\}\right]\ [\ ]\{\quad\}\ \{\quad\}$$

Foram utilizados 1024 pontos amostrados em um intervalo de tempo total de 0.4 segundo. Os valores das condições iniciais foram:

$$x_1(0) = 0.025 \text{ m}; \quad \dot{x}_1(0) = 3.0 \text{ m/s};$$

$$x_2(0) = 0.000 \text{ m}; \quad \dot{x}_2(0) = 0.0 \text{ m/s};$$

$$x_3(0) = 0.000 \text{ m}; \quad \dot{x}_3(0) = 0.0 \text{ m/s}.$$

4.1.1. Método de Identificação de Parâmetros Utilizando funções de Fourier

Os valores dos parâmetros físicos teóricos e identificados são apresentados na tabela 4.1, juntamente com os parâmetros identificados quando é simulado uma redução de 10% na rigidez K_2. A diferença relativa é referente aos valores teóricos e o método com falha na rigidez.

Tabela 4.1 - Valores dos parâmetros identificados teóricos – Método das séries de Fourier.

	Teórico	**Fourier sem falhas**	**Fourier 90% k_2**	**Dif. Relativa %**
Freq. Nat. f_1(Hz)	51.28	51.11	50.83	0.01
Freq. Nat. f_2(Hz)	31.89	31.92	31.00	2.79
Freq. Nat. f_3(Hz)	15.52	15.48	15.32	1.28
k_1 (N/m)	35877.00	35422.21	35678.44	0.05
K_2 (N/m)	**49711.00**	**50016.54**	**44877.32**	**9.72**
K_3 (N/m)	56628.00	57137.88	57117.97	0.08
C_1 (Ns/m)	40.00	38.95	39.01	2.47
C_2 (Ns/m)	70.00	68.26	69.03	1.38
C_3 (Ns/m)	30.00	29.68	29.59	1.37

Através da tabela 4.1 percebe-se que a metodologia de identificação de parâmetros conseguiu identificar e localizar a redução de rigidez presente no sistema (6º linha e 4º coluna).

4.1.2. Método dos Observadores de Estado

A equação de medidas para o sistema analisado é $[C_{me}]=[1\ 0\ 0]$, com $x_2(t)$ e $x_3(t)$ não mensuráveis. Considerando assim, os valores de $x_1(t)$ como sendo o único valor existente e $x_2(t)$ e $x_3(t)$ reconstruídos através dos observadores de estado. Neste caso são considerados elementos sujeitos a falhas: k_1, k_2, k_3, C_1, C_2 e C_3. Provocando uma falha em k_2, através de uma diminuição de 10% de sua rigidez, obtém-se os resultados apresentados nas figuras 4.2 e 4.3. Nas ordenadas das curvas são apresentados os valores de $x_3(t)$ (deslocamento da massa 3 em metros) e nas abscissas o tempo em segundos.

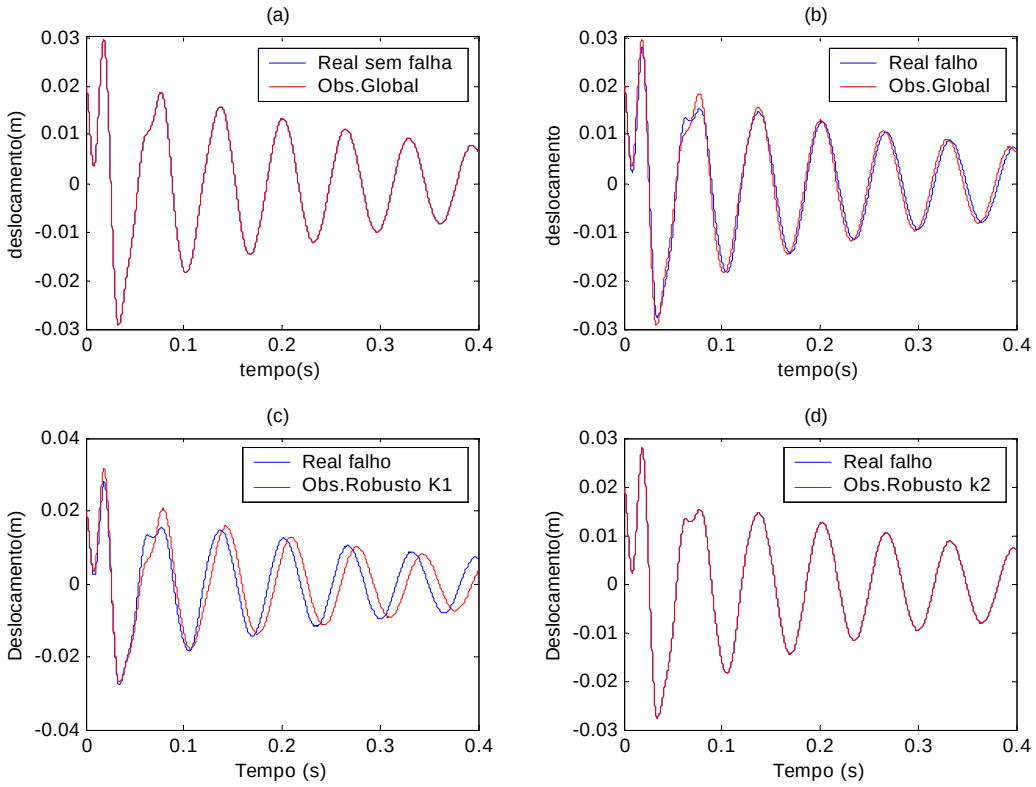


Figura 4.2 - Resultados obtidos utilizando observadores de estado $x_3(t)$ – sistema de 3 graus de liberdade.

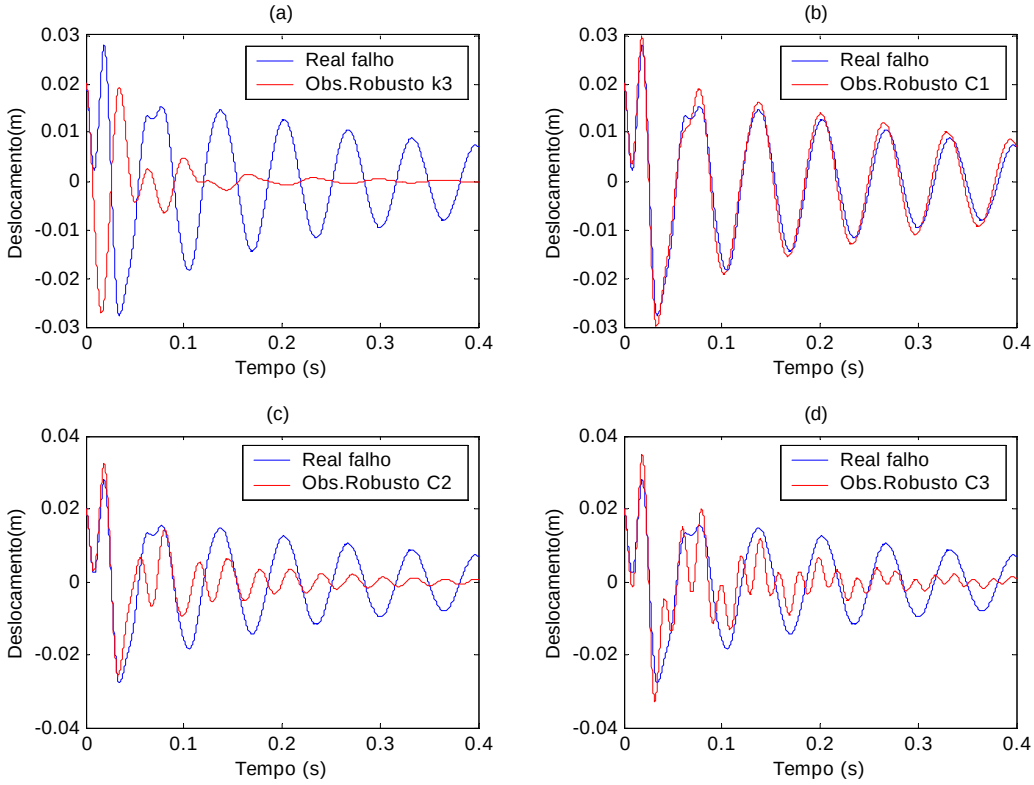


Figura 4.3 - Resultados obtidos utilizando observadores de estado $x_3(t)$ – sistema de 3gdl.

Na figura 4.2(a) tem-se a curva da resposta do sistema real sem falhas e a curva de resposta do observador global. Neste caso, ambas são coincidentes, comprovando o fato de não haver nenhuma irregularidade com o sistema.

Na figura 4.2(b) apresentam-se as curvas de resposta do sistema real global quando 10% da rigidez k_2 é retirada do sistema para simular uma possível falha e a curva de resposta do observador global. Como as curvas se distanciaram, pode-se detectar uma possível falha, mas sem condições de localizar a mesma.

Para localizar a falha, a análise é feita através figuras 4.2(c), 4.2(d), 4.3(a), 4.3(b), 4.3(c) e 4.3(d). Sabe-se que quando existem indícios de falhas no sistema, a curva do observador robusto ao parâmetro do sistema com possível falha começa a se aproximar da curva do sistema

real, pois na montagem do observador robusto a um parâmetro específico, é retirado porcentagem deste mesmo parâmetro da matriz dinâmica do sistema, antes da montagem do observador.

Assim, pode-se verificar que o gráfico onde houve coincidência de valores nas curvas foi o gráfico da figura 4.2(d), com o observador robusto ao parâmetro k_2, localizando-se, desta forma, a falha.

4.2. APLICAÇÃO II – BARRA COM DESLOCAMENTO LONGITUDINAL

Utiliza-se agora uma barra em movimento longitudinal e engastada em uma das extremidades (Figura 4.4). O sistema contínuo foi obtido utilizando-se a metodologia dos elementos finitos. Não foi considerado amortecimento interno da estrutura e o deslocamento do nó 1 ($x_1(t)$) foi considerado nulo.

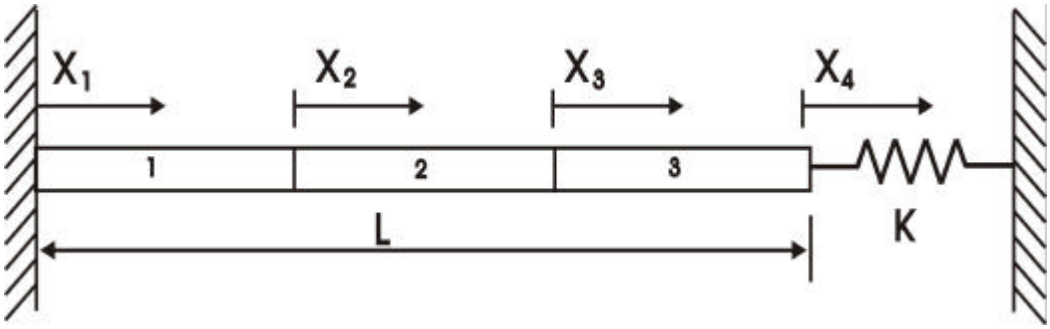


Figura 4.4 - Barra em deslocamento longitudinal.

Utilizando as matrizes de massa e rigidez para cada elemento finito da viga, pode-se obter as matrizes de massa e rigidez do sistema completo (Equações (4.2) e (4.3)).

$$M = \frac{3ES}{L}\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \tag{4.2}$$

$$K = \frac{\rho SL}{18}\begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \tag{4.3}$$

Na qual:

E, S, L e ρ, representam respectivamente, o módulo de elasticidade do material, a área da seção transversal, o comprimento da barra e o peso específico do material.

Assim, o sistema pode ser representado pelo seguinte conjunto de equações diferenciais mostrados na sua forma matricial:

$$[M]\begin{Bmatrix} \ddot{X}_2(t) \\ \ddot{X}_3(t) \\ \ddot{X}_4(t) \end{Bmatrix} + [K_{barra} + K_{mola}]\begin{Bmatrix} X_2(t) \\ X_3(t) \\ X_4(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_2(t) \\ F_3(t) \\ F_4(t) \end{Bmatrix} \tag{4.4}$$

Na qual:

$X_1(t)$, $\ddot{X}_i(t)$ – são os deslocamentos e acelerações de cada nó da viga;

$F_i(t)$ – são as forças aplicadas em cada nó da viga.

O sistema foi excitado harmonicamente por uma força $F_2(t)$= A sen(ω(t)) de amplitude igual a 10 N e freqüência igual a 100 rd/s.

O intervalo de tempo utilizado foi de 0 a 3 segundos, sendo 1024 o número de pontos amostrados. Neste caso, os parâmetros considerados sujeitos a falhas foram as rigidez de cada elemento finito da viga, bem como a rigidez da mola situada no final da viga. A simulação de perda de rigidez da viga é apresentada através da redução percentual do momento de inércia do elemento.

Através da simulação de uma falha mediante a redução percentual de 10% no valor do momento de inércia do terceiro elemento, podendo assim construir um banco de observadores de estado para a detecção e localização da falha.

O sistema excitado harmonicamente possui os seguintes parâmetros físicos (tabela 4.2).

Tabela 4.2 - Parâmetros físicos considerados

Elementos	***Valores***
Massa específica (ρ)	ρ = 7850 kg/m^3
Módulo de Elasticidade do Material (E)	E = 2 E11 N/m^2
Comprimento (L)	L = 0,6 m
Excitação (F(t))	$F_1(t) = 0$; $F_2(t) = 0$; $F_3(t) = 0$; $F_4(t) = 10*\sin(100(t))$
Área (S)	S=0,004 m^2
Rigidez da mola auxiliar (K_m)	K_m= 30 KN/m

Os resultados apresentados a seguir, mostram na ordenada os valores do deslocamento $\{x_2(t)\}$ do sistema real simulado e os valores reconstruídos $\{\hat{x}_2(t)\}$ para o observador de estado, e nas abscissas, o tempo em segundos.

Nos gráficos mostrados a seguir, as curvas em azul são as respostas do sistema real simulado com e sem falhas, e as curvas em vermelho são as respostas dos observadores de estado (global e robustos aos parâmetros sujeitos a falhas).

A figura 4.5 apresenta a resposta do sistema real simulado sem falha (curva em azul) e a resposta do observador global (cura em vermelho). Pode-se notar que ambas as curvas são coincidentes, ou seja, não existe nenhuma irregularidade no sistema.

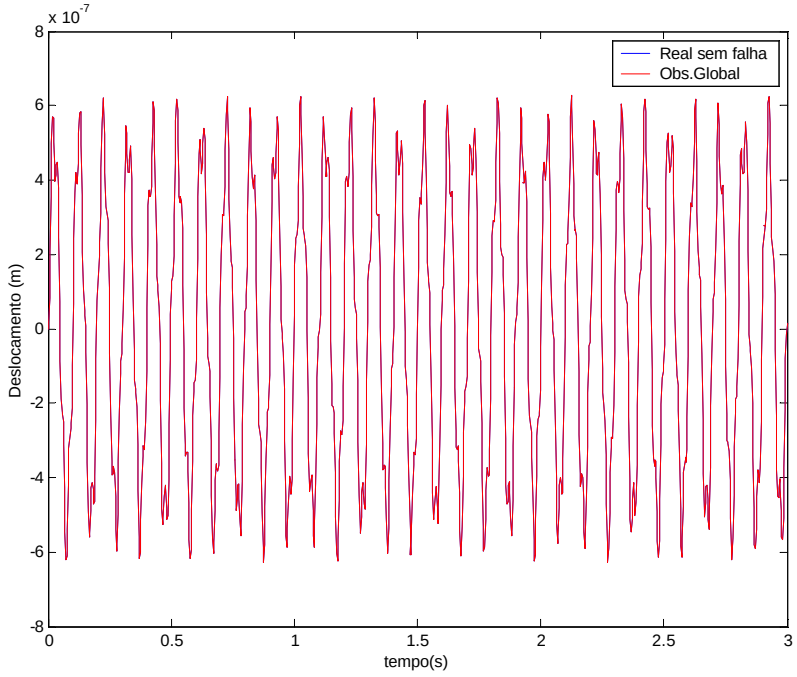
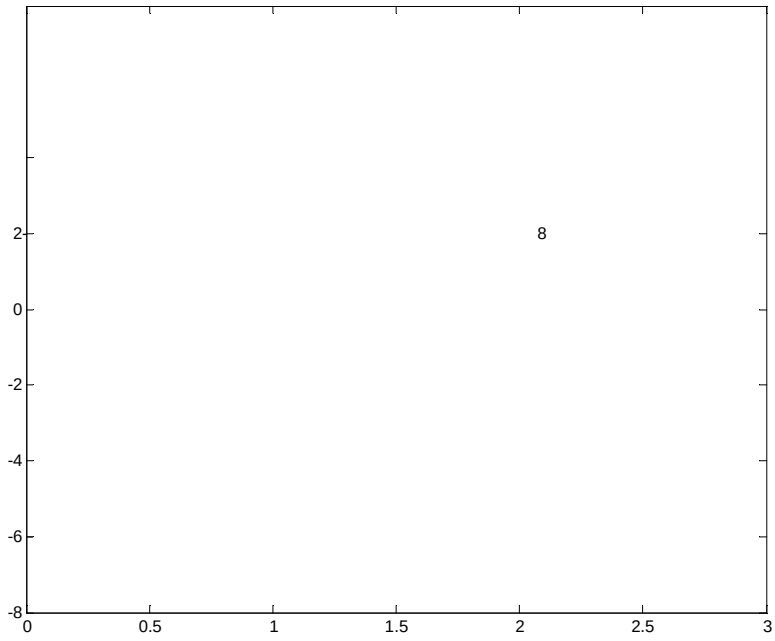


Figura 4.5 - Sistema real simulado sem falha x Observador global.

Ao retirar10% do valor real do momento de inércia do terceiro elemento da viga, nota-se na figura 4.6 que as curvas entre o sistema real simulado com falha (curva em azul) e o observador global (curva em vermelho) não são mais coincidentes, ou seja, o observador global detecta uma possível falha no sistema.



0

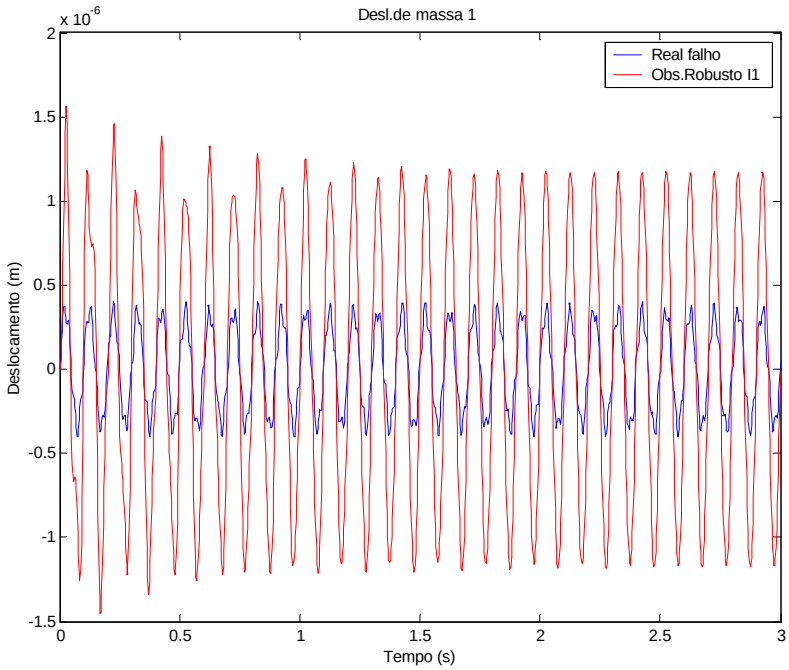


Figura 4.7 - Sistema real simulado com falha x Observador Robusto a 10% de perda de I_1.

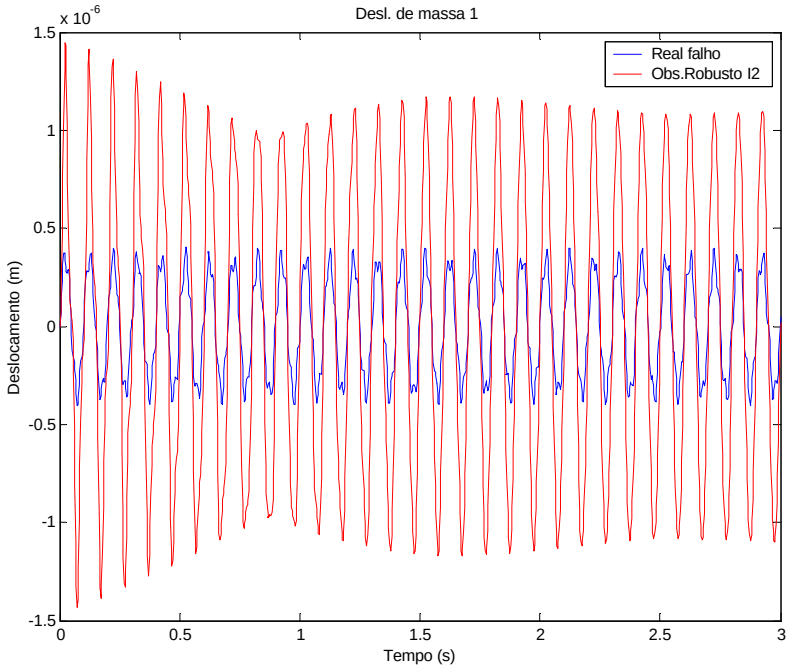


Figura 4.8 - Sistema real simulado com falha x Observador Robusto a 10% de perda de I_2.

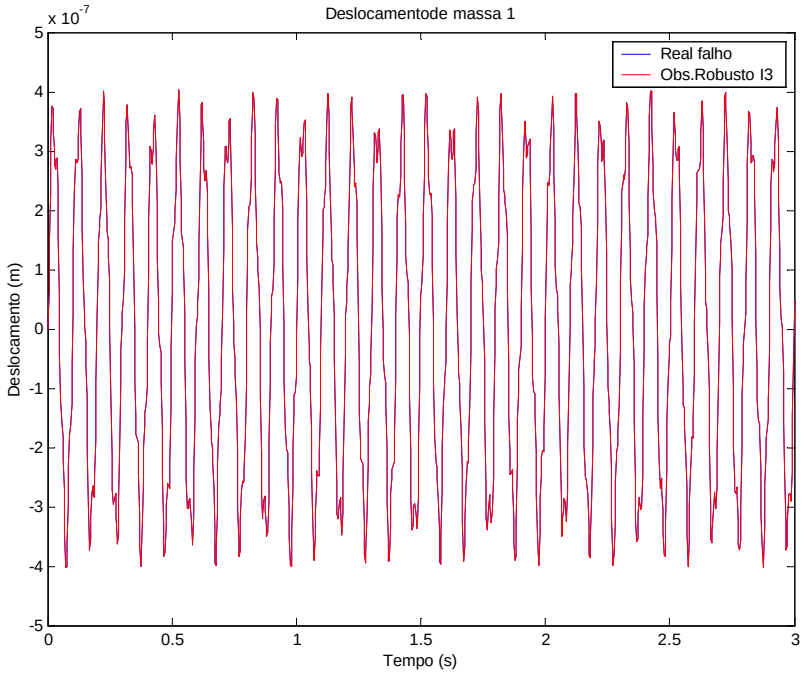


Figura 4.9 - Sistema real simulado com falha x Observador Robusto a 10% de perda de I_3.

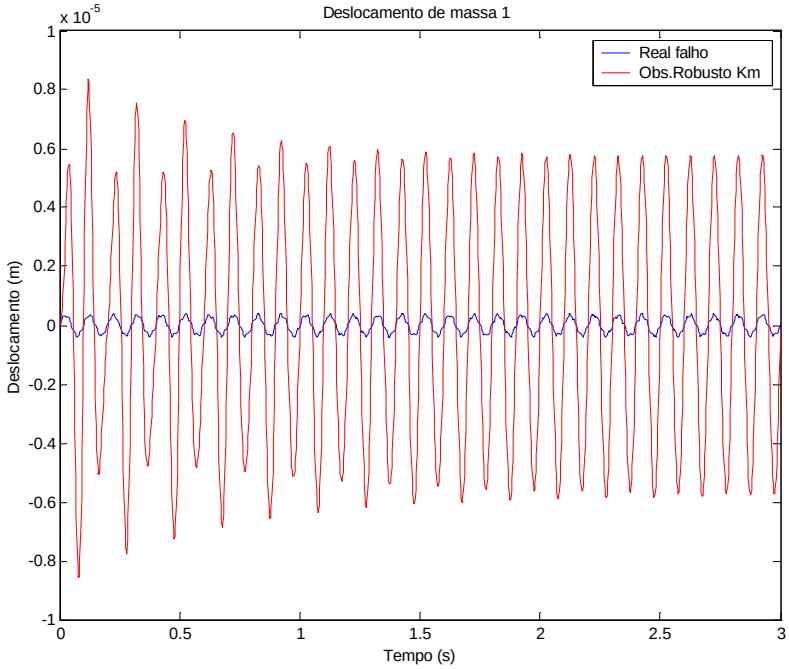


Figura 4.10 - Sistema real simulado com falha x Observador Robusto a 10% de perda de K_m.

Verifica-se uma coincidência de curvas na figura 4.9, podendo-se concluir que a falha está em I_3 e com 10% de perda. Normalmente faz-se curvas de tendências com variações de 1 em 1 % em todos os parâmetros sujeitos a falhas, podendo desta forma, monitorar o sistema e interrompê-lo quando a falha atingir valores críticos.

4.3. APLICAÇÃO III – SISTEMA DE ROTOR

Um exemplo numérico é determinado nesta seção a partir da metodologia dos observadores de estado.

Considerando um sistema de rotores, modelado pela técnica dos elementos finitos usando elementos de viga. O disco é levado em conta como massa adicional, negligenciando sua rigidez e considerando apenas o efeito inercial de massa. O efeito de giroscópico é considerado (ver apêndice A). A figura 4.11 apresenta um esquema do modelo de rotor considerado, mostrando a localização dos mancais e da fundação.

Conforme comentado anteriormente a falha é caracterizada por sua localização ao longo eixo, por sua severidade (fração da seção transversal que está comprometida pela presença da falha, ou seja, tem seu momento de inércia reduzido) e pelo comprimento deste elemento ou através de alterações na rigidez dos mancais e da fundação.

O sistema foi excitado com condições iniciais de deslocamento e velocidade. O amortecimento interno do sistema foi desprezado. Os valores dos parâmetros físicos considerados são mostrados na tabela 4.3 (Kang et al, 2000).

Tabela 4.3 - Parâmetros físicos do sistema.

Elementos	***Valores***
Mancais	K_{xx1}= K_{xx2}=1 E9 N/m; C_{xx}=1E4 N.s/m
Disco	M_d=0.4 kg, I_d=1.6E-04 kgm^2
Eixo	E=2E11 N/m^2, I=4E-12 m^4, L_1= $L_{2=}$ $L_{3=}$ $L_{4=}$ L_5=0.1m, ρ=7850 kg/m^3
Fundação	K_{f1} = 1E9 N/m; M_f = 50 kg.
Rotação	Ω = 2000 rpm
Cond. Iniciais	$x_1(0)$=0.035 m; $\dot{x}_4(0) = 3.0 m/s$

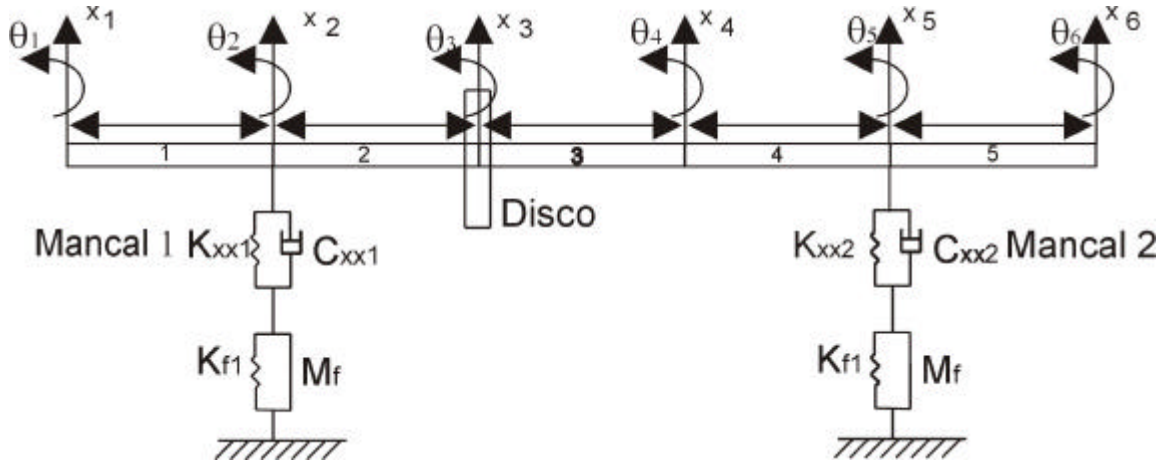


Figura 4.11- Esquema do sistema rotativo simulado.

Os elementos do sistema rotativo sujeitos a falha são o rotor (eixo), os mancais e a fundação. Para a simulação de alguma irregularidade no rotor, considerou-se uma redução dos momentos de inércia de cada elemento finito do rotor, simulando assim a presença de uma trinca

que provoca perda de rigidez do elemento. O intervalo de tempo usado para a simulação do sistema foi de 0.4 segundos, e utilizou-se o número de pontos amostrais iguais a 512.

Utilizando a metodologia dos observadores de estado desenvolvida neste trabalho para sistemas contínuos, falhas podem ser detectadas e localizadas. Através de uma falha inserida no sistema mediante a redução de 10% do valor do momento de inércia do terceiro elemento (I_3), será mostrada a eficácia da metodologia desenvolvida.

Para a análise é construído um observador de estado global que tem a finalidade de realizar uma varredura no sistema detectando alguma irregularidade no mesmo, mas sem a capacidade de indicar o local onde está ocorrendo a falha.

Para a localização da irregularidade é construído um conjunto de observadores de estado dedicados a cada elemento do rotor (observadores de estado robusto), podendo desta forma localizar a falha. Assim, são construídos observadores robustos dedicados a redução do momento de inércia de cada um dos 5 elementos finitos do rotor, bem como a redução de rigidez dos mancais e da fundação.

4.2.1. Análise Gráfica

Os resultados apresentados a seguir, mostram na ordenada, os valores de deslocamento $\{x_4(t)\}$ do sistema (simulado) e os valores reconstruídos $\{\hat{x}_4(t)\}$ para os observadores estado, e nas abscissas, o tempo em segundos.

Nos gráficos mostrados, as curvas em azul são as respostas do sistema real simulado com ou sem falha, e as curvas em vermelho são as respostas dos observadores de estado (global e robustos aos parâmetros sujeitos a falhas).

A figura 4.12 apresenta a resposta do sistema real “simulado” sem falha (curva em azul) e a resposta do observador global (curva em vermelho). Pode-se notar que ambas as curvas são coincidentes, ou seja, não existem irregularidades no sistema.

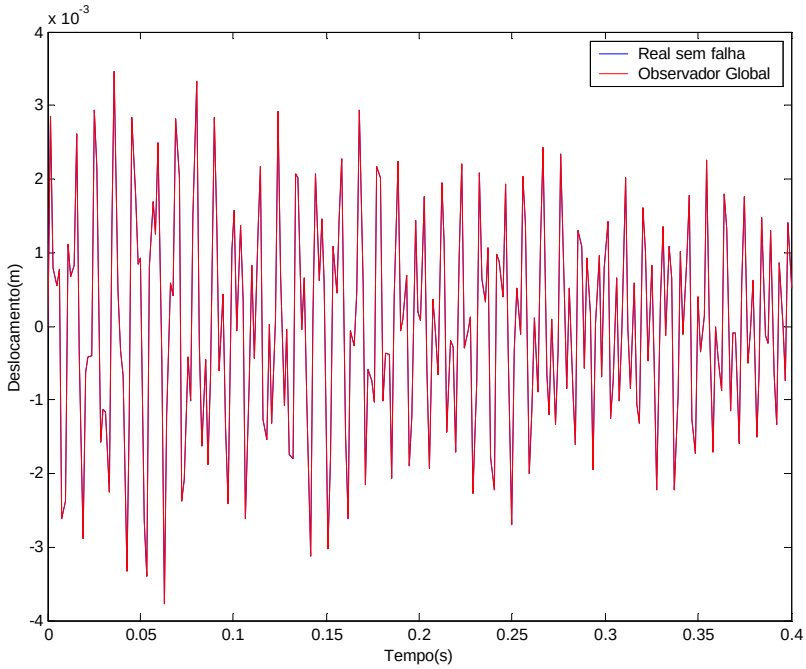


Figura 4.12 - Sistema real simulado sem falha x Observador global.

Ao retirar 10% do valor real do momento de inércia do terceiro elemento do sistema rotativo, nota-se na figura 4.13 que as curvas entre o sistema real simulado com falha (curva em azul) e o observador global (curva em vermelho), não são mais coincidentes, ou seja, o observador global consegue detectar uma possível irregularidade no sistema.

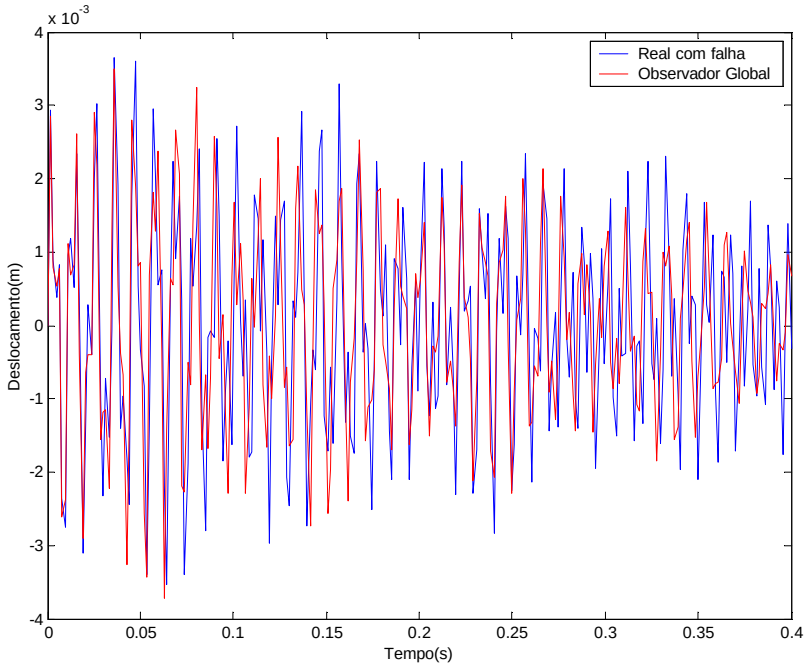


Figura 4.13 - Sistema real simulado falho x Observador global.

O próximo passo após a detecção da irregularidade no sistema é tentar localizar a falha. Para isto monta-se um banco de observadores robustos aos parâmetros sujeitos a falhas, conforme mostrado nas figuras 4.14 a 4.21.

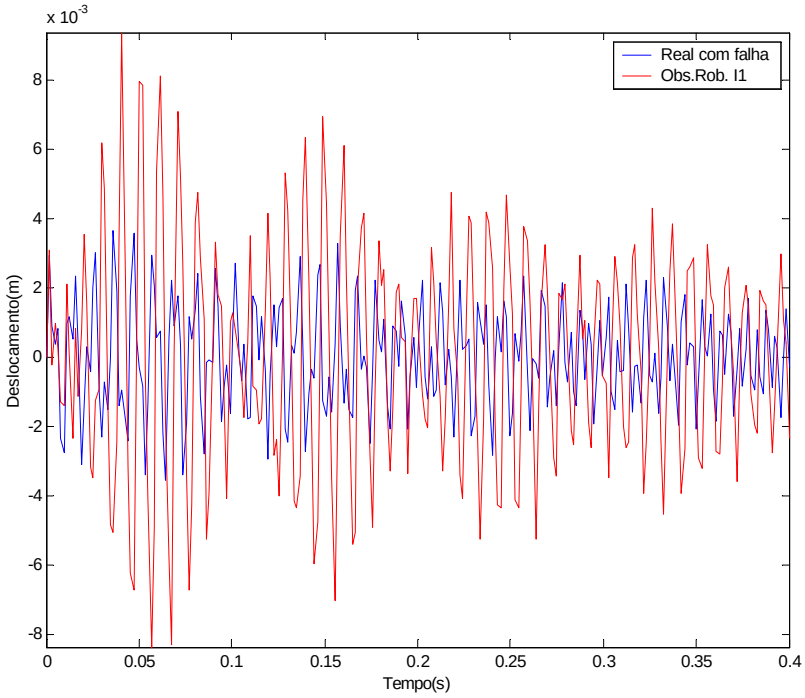


Figura 4.14 - Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 10% de perda de I_1.

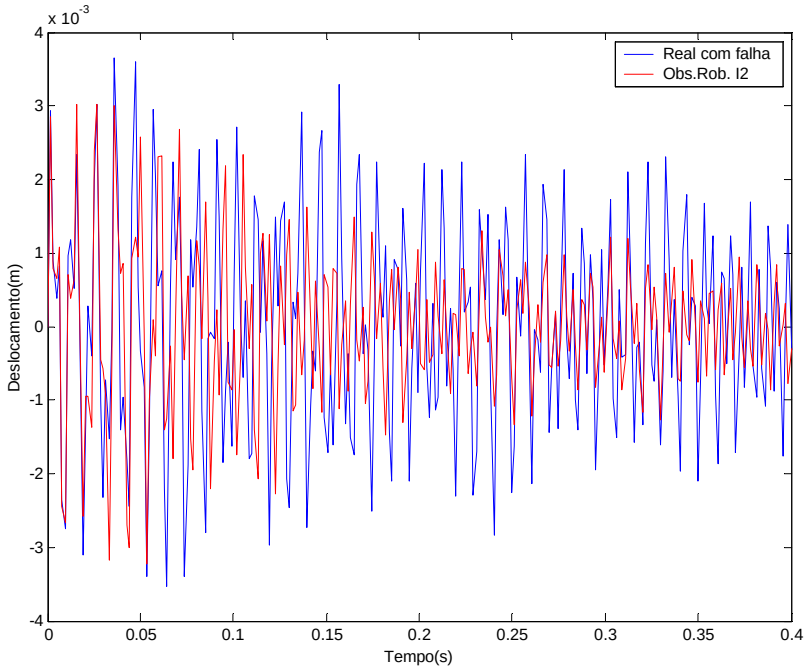


Figura 4.15 - Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 10% de perda de I_2.

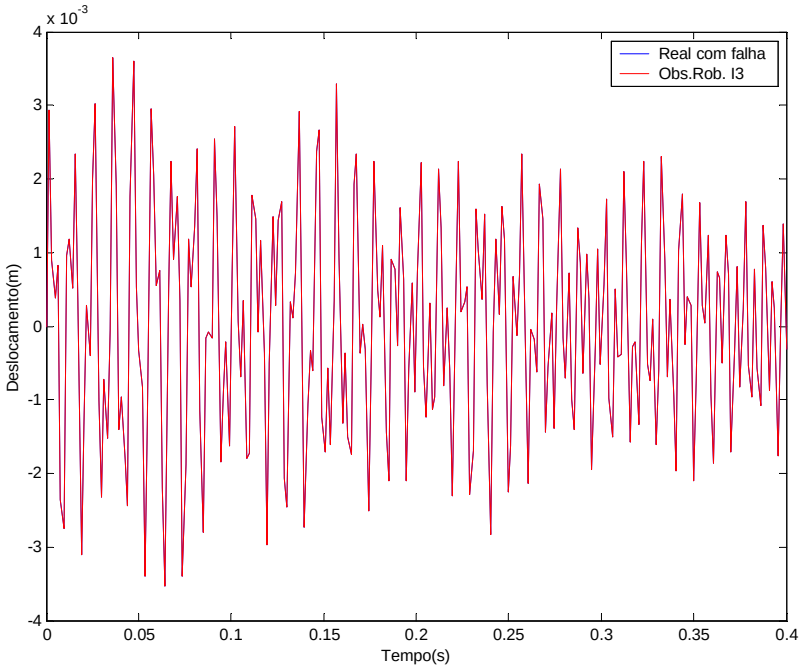


Figura 4.16 - Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 10% de perda de I_3.

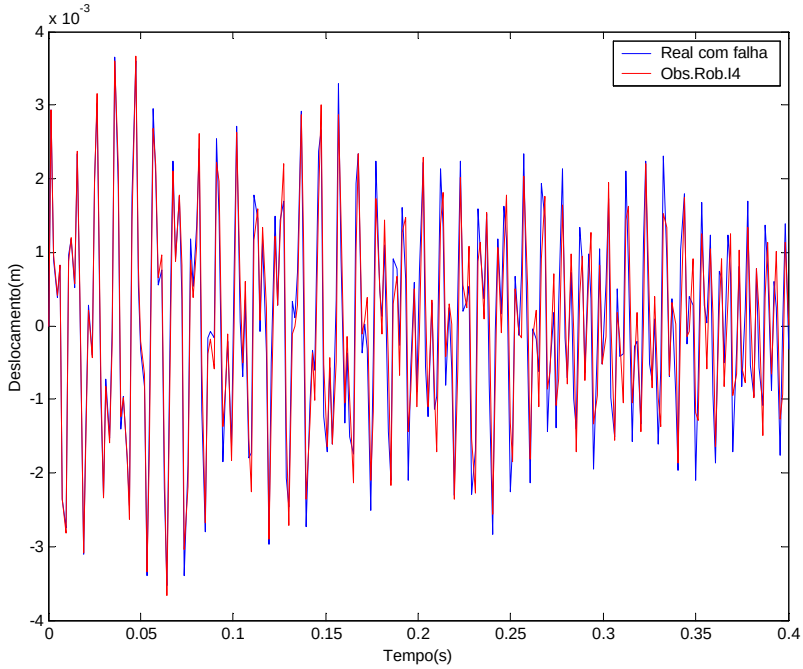


Figura 4.17 - Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 10% de perda de I_4.

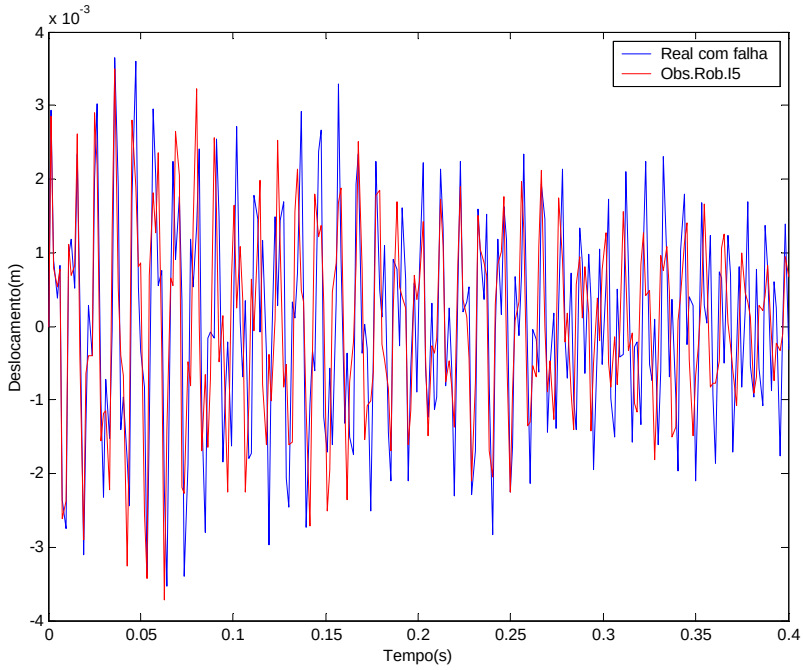


Figura 4.18 - Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 10% de perda de I_5.

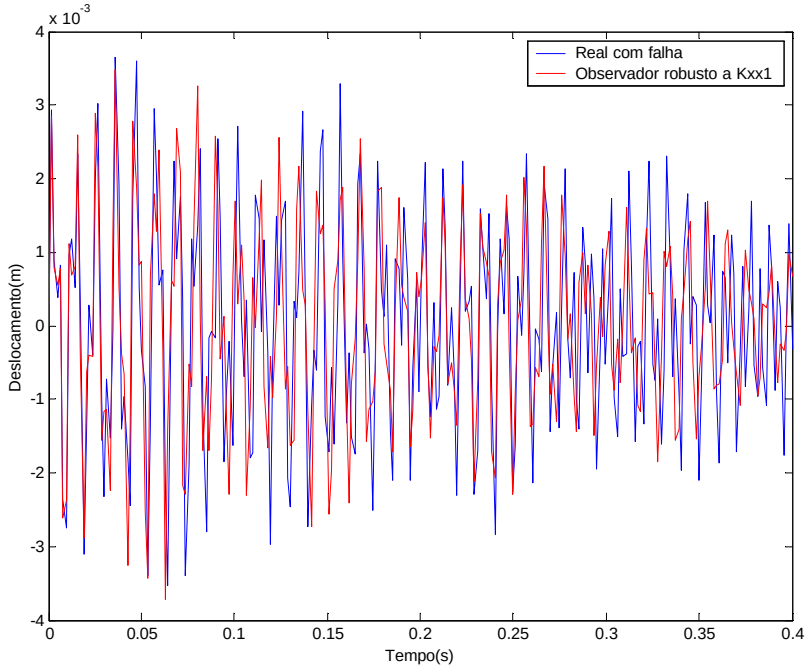


Figura 4.19 - Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 10% de perda de rigidez do mancal 1 K_{xx1}.

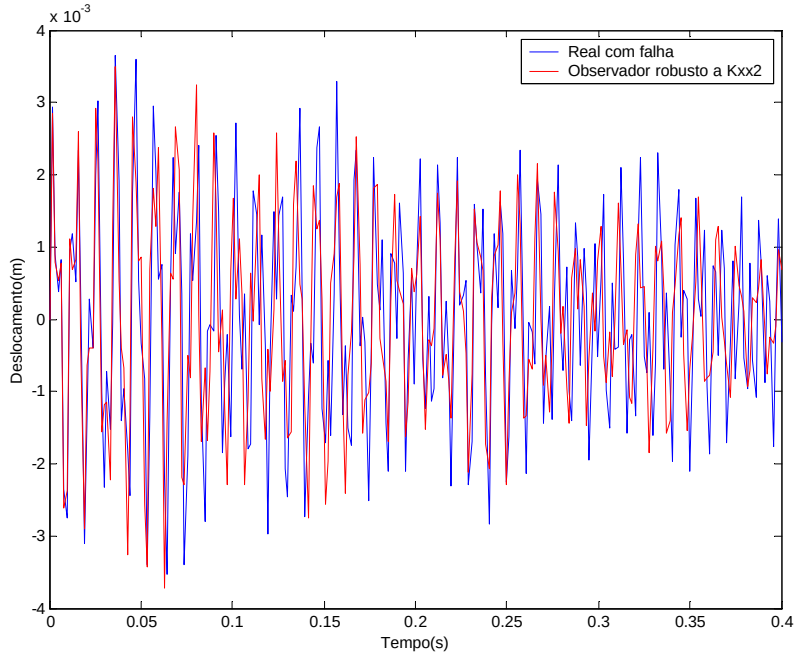


Figura 4.20 - Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 10% de perda de rigidez do mancal 2 K_{xx2}.

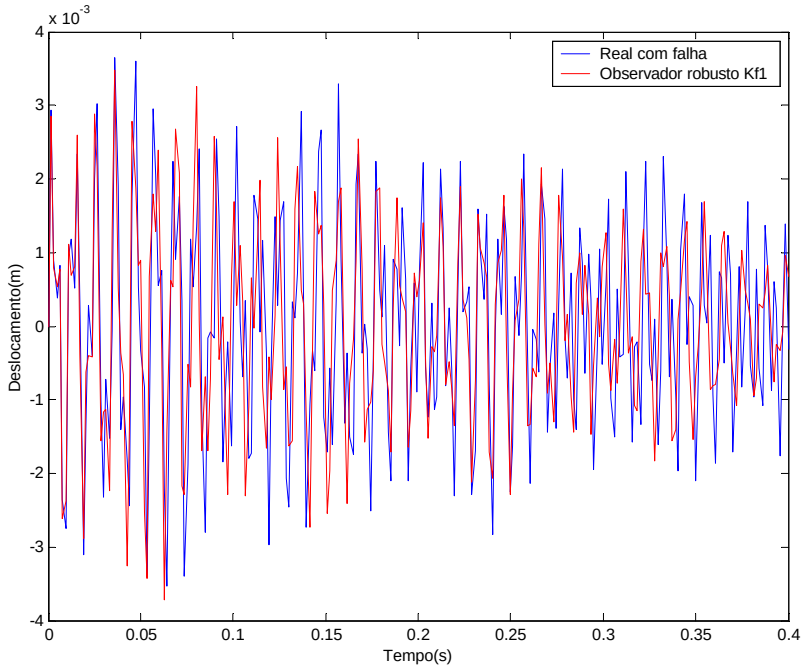


Figura 4.21 - Sistema real simulado falho x Observador Robusto a 10% de perda de rigidez da fundação.

Analisando as figuras 4.14 a 4.21, é possível localizar a irregularidade no sistema. Nota-se que somente na figura 4.16 ambas as curvas são coincidentes, ou seja, a curva do sistema real global com 10 % de perda no momento de inércia do terceiro elemento (em azul) coincide com a curva do observador robusto a 10% de perda de I_3 (em vermelho), localizando assim a falha no sistema em estudo.

4.2.2. Análise Numérica

Até o momento foi realizada apenas uma análise visual do processo, havendo a necessidade de uma análise mais precisa através da utilização de valores numéricos.

As tabelas 4.4, 4.5, 4.6 e 4.7 mostram os resultados de uma seqüência de falhas provocadas em cada elemento finito do rotor (redução do momento de inércia), bem como falhas inseridas no sistema mediante a redução de rigidez dos mancais e da fundação. Os valores mostrados nas tabelas a seguir são as diferenças dos valores de RMS das curvas do sistema real e dos observadores global e robusto aos parâmetros específicos.

Inicialmente a análise é feita com o parâmetro I_1 em falha (terceira coluna da tabela 4.4 – sistema real com redução de 10% de I_1). Na 2ª coluna e 2º linha da tabela 4.4, verifica-se que a diferença dos valores de RMS de $x_4(t)$ entre o observador global e o sistema real sem falha é da ordem de 10^{-11}, aumentando para 10^{-03} quando provocada falha no parâmetro I_1. Neste caso, há um distanciamento de curvas e consegue-se somente detectar que existe alguma irregularidade no sistema, mas não se consegue localizar a mesma.

Na 3ª linha da tabela 4.4 (2ª e 3ª colunas), a diferença dos valores de RMS de $x_4(t)$ entre o observador robusto a I_1 e o sistema real sem falhas é da ordem de 10^{-04}, caindo para 10^{-11} quando comparado com o sistema real com redução de 10% do momento de inércia do primeiro elemento I_1. Quando é analisado o observador robusto a I_2, verifica-se que a ordem de grandeza permaneceu a mesma (10^{-03}). A análise continua da mesma forma até a verificação de todos os parâmetros sujeitos a falhas (I_2, I_3, I_4, I_5, K_{xx1}, K_{xx2}, K_{f1}). No caso específico, foi encontrado somente o parâmetro I_1 com aproximação tão significativa de curvas, pois nos outros parâmetros as diferenças dos valores de RMS entre os observadores robustos a I_2, I_3, I_4 , I_5, K_{xx1}, K_{xx2}, K_{f1} e o sistema real permaneceram praticamente inalterados, quando comparados com os valores obtidos com o sistema real com falha em I_1.

Continuando a análise, quando provocada uma falha no parâmetro I_2 (4ª coluna da tabela 4.4), verifica-se que houve uma aproximação das curvas somente no observador robusto a I_2. Quando provocada falha nos demais parâmetros (I_3, I_4 , I_5, K_{xx1}, K_{xx2}, K_{f1}), as falhas conseguem ser localizadas, como se pode verificar nas tabelas 4.5, 4.6 e 4.7.

Tabela 4.4 - Diferença dos valores de RMS de x_4 (t) – Falhas em I_1 e I_2.

Banco de Observadores	**Sistema Real sem Falha (^{1} RMS)**	**Sistema Real com Falha de 10% I_1 (^{1} RMS)**	**Sistema Real com Falha de 10% I_2 (^{1} RMS)**
Observador Global	**1.423792E-11**	**7.017752E-03**	**8.292164E-05**
Observador Robusto a I_1	2.156104E-04	**1.171227E-11**	1.914118E-03
Observador Robusto a I_2	3.811695E-03	3.596085E-03	**1.356448E-11**
Observador Robusto a I_3	6.748698E-03	6.533088E-03	1.318171E-04
Observador Robusto a I_4	6.305951E-03	6.090341E-03	9.832174E-05
Observador Robusto a I_5	6.960187E-03	6.744577E-03	8.635563E-05
Observador Robusto a k_{XX1}	7.344426E-03	7.128816E-03	8.617497E-05
Observador Robusto a k_{XX2}	7.234845E-03	7.019234E-03	8.100784E-05
Observador Robusto a k_{F1}	7.341860E-03	7.126249E-03	8.813681E-05

Tabela 4.5 - Diferença dos valores de RMS de x_4 (t) – Falhas em I_3 e I_4.

Banco de Observadores	**Sistema Real sem Falha (^{1} RMS)**	**Sistema Real com Falha de 10% I_3 (^{1} RMS)**	**Sistema Real com Falha de 10% I_4 (^{1} RMS)**
Observador Global	**1.423792E-11**	**1.356927E-04**	**9.395952E-05**
Observador Robusto a I_1	2.156104E-04	1.734798E-04	1.740888E-03
Observador Robusto a I_2	3.811695E-03	4.243526E-04	4.226506E-04
Observador Robusto a I_3	6.748698E-03	**9.502544E-12**	3.685190E-05
Observador Robusto a I_4	6.305951E-03	6.011601E-05	**1.473439E-11**
Observador Robusto a I_5	6.960187E-03	1.476239E-04	1.051398E-04
Observador Robusto a k_{XX1}	7.344426E-03	1.328444E-04	9.222041E-05
Observador Robusto a k_{XX2}	7.234845E-03	1.335034E-04	9.155009E-05
Observador Robusto a k_{F1}	7.341860E-03	1.351089E-04	9.470533E-05

Tabela 4.6 - Diferença dos valores de RMS de x_4 (t) – Falhas em I_5 e K_{XX1}.

Banco de Observadores	**Sistema Real sem Falha (^{1} RMS)**	**Sistema Real com Falha de 10% I_5 (^{1} RMS)**	**Sistema Real com Falha de 10% K_{XX1} (^{1} RMS)**
Observador Global	**1.423792E-11**	**1.025261E-05**	**2.850147E-05**
Observador Robusto a I_1	2.156104E-04	1.836801E-03	1.839560E-03
Observador Robusto a I_2	3.811695E-03	2.861470E-04	3.012515E-04
Observador Robusto a I_3	6.748698E-03	2.003636E-04	2.143156E-04
Observador Robusto a I_4	6.305951E-03	2.567813E-04	2.716260E-04
Observador Robusto a I_5	6.960187E-03	**2.310378E-11**	1.329830E-05
Observador Robusto a k_{XX1}	7.344426E-03	1.300971E-05	**1.472697E-11**
Observador Robusto a k_{XX2}	7.234845E-03	1.213258E-05	9.671566E-05
Observador Robusto a k_{F1}	7.341860E-03	1.106974E-05	1.943980E-05

Tabela 4. 7 - Diferença dos valores de RMS de x_4 (t) – Falhas em K_{XX2} e K_{F1}.

Banco de Observadores	**Sistema Real sem Falha (^{1} RMS)**	**Sistema Real com Falha de 10% K_{XX2} (^{1} RMS)**	**Sistema Real com Falha de 10% K_{F1} (^{1} RMS)**
Observador Global	**1.423792E-11**	**1.874743E-04**	**8.887024E-05**
Observador Robusto a I_1	2.156104E-04	1.822426E-03	1.841921E-04
Observador Robusto a I_2	3.811695E-03	2.995118E-04	2.991125E-04
Observador Robusto a I_3	6.748698E-03	2.136154E-04	2.121177E-04
Observador Robusto a I_4	6.305951E-03	2.709153E-04	2.692740E-04
Observador Robusto a I_5	6.960187E-03	1.230368E-05	1.131494E-05
Observador Robusto a k_{XX1}	7.344426E-03	1.012360E-04	1.943949E-05
Observador Robusto a k_{XX2}	7.234845E-03	**1.406189E-11**	9.944785E-05
Observador Robusto a k_{F1}	7.341860E-03	9.234344E-04	**2.227035E-11**

4.2.3. Tabela de tendência de falhas para um parâmetro específico

Para um acompanhamento da evolução de possíveis falhas de um parâmetro específico considera-se o momento de inércia do elemento 3 (I_3) como sendo o parâmetro (região) mais solicitado neste sistema mecânico.

Assim, constrói-se um banco de observadores de estado robustos a determinados percentuais de perda do parâmetro I_3, estabelecendo-se tabelas de tendências para este parâmetro específico sujeito a falha. Por fim um sistema de alarme pode ser acionado quando a perde de I_3 atingir 15%.

Tabela 4.8 - Tabela de Tendência de Falhas – Perdas de 0 a 3% do momento de inércia do elemento 3 (I_3).

Banco de Observadores	**Sistema Real sem Falha (^{1} RMS)**	**Sistema Real com Falha de 1% I_3 (^{1} RMS)**	**Sistema Real com Falha de 3% I_3 (^{1} RMS)**
Observador Global	**1.423791E-11**	1.271157E-05	8.244015E-05
Observ. Rob. a 1% I_3	4.157104E-05	**1.425070E-11**	8. 187022E-04
Observ. Rob. a 3% I_3	1.811625E-05	7.623145E-05	**9.451975E-12**
Observ. Rob. a 5% I_3	5.044638E-05	2.136154E-05	2.129112E-04
Observ. Rob. a 7% I_3	5.365421E-04	2.709218E-05	1.825740E-04
Observ. Rob. a 9% I_3	1.876960E-05	5.625931E-05	1.131949E-05
Observ. Rob. a 11% I_3	4.367424E-04	8. 101244E-04	1. 494943E-05
Observ. Rob. a 13% I_3	2.837454E-05	4. 640189E-05	3.215413E-05
Observ. Rob. a 15% I_3	1. 834601E-05	3.342344E-04	2.227035E-05

Tabela 4.9 - Tabela de Tendência de Falhas – Perdas de 5 a 9% do momento de inércia do elemento 3 (I_3).

Banco de Observadores	**Sistema Real com Falha de 5% I_3 (^{1} RMS)**	**Sistema Real com Falha de 7% I_3 (^{1} RMS)**	**Sistema Real com Falha de 9% I_3 (^{1} RMS)**
Observador Global	**1.364608E-04**	**1.3954515E-04**	**1.338125E-04**
Observ. Rob. a 1% I_3	5.698774E-05	6.9451450E-05	6.911284E-05
Observ. Rob. a 3% I_3	1.215383E-05	4. 112184E-05	3.411825E-05
Observ. Rob. a 5% I_3	**1.392082E-11**	4.155196E-05	3.101426E-05
Observ. Rob. a 7% I_3	1.625414E-05	**2.735034E-13**	3.456471E-05
Observ. Rob. a 9% I_3	2.658932E-04	3. 864437E-04	**1.282619E-12**
Observ. Rob. a 11% I_3	7.045601E-05	2.275189E-04	3.321634E-05
Observ. Rob. a 13% I_3	7.023354E-05	1.638788E-04	7.307585E-04
Observ. Rob. a 15% I_3	4.322444E-04	8.317803E-05	1.553386E-05

Tabela 4.10 - Tabela de Tendência de Falhas – Perdas de 11 a 15% do momento de inércia do elemento 3 (I_3).

Banco de Observadores	**Sistema Real com Falha de 11% I_3 (^{1} RMS)**	**Sistema Real com Falha de 13% I_3 (^{1} RMS)**	**Sistema Real com Falha de 15% I_3 (^{1} RMS)**
Observador Global	**1.353792E-04**	**1.079657E-04**	**1.243297E-04**
Observ. Rob. a 1% I_3	2.778455E-05	5.230869E-04	7.063531E-04
Observ. Rob. a 3% I_3	3.006409E-05	4.868319E-04	6.234154E-05
Observ. Rob. a 5% I_3	4.481052E-04	3.695410E-05	2.657861E-06
Observ. Rob. a 7% I_3	7.187096E-05	7.456242E-05	5.342740E-06
Observ. Rob. a 9% I_3	**2.233707E-12**	2.621041E-05	6.913128E-05
Observ. Rob. a 11% I_3	4.845825E-05	6.970181E-05	3.412182E-05
Observ. Rob. a 13% I_3	2.678591E-04	**1.298513E-11**	3.454641E-05
Observ. Rob. a 15% I_3	6.532653E-05	4.325018E-05	**7.524020e-12**

Analisando as tabelas 4.8, 4.9 e 4.10, verificam-se em todas as colunas que o observador de estado global conseguiu detectar a irregularidade no sistema, assim como a mesma foi localizada para qualquer valor a partir de 1% de falha.

Foram apresentadas somente resultados referentes a redução do momento de inércia do terceiro elemento (I_3), no entanto, resultados referentes aos outros parâmetros (demais momentos de inércia e rigidez dos mancais e da fundação) sujeitos a falhas também apresentaram resultados bastante satisfatórios.

Desta forma, após esta última análise se pode verificar que a metodologia empregada consegue detectar falhas no sistema a partir de uma variação de 1% do momento de inércia, mostrando que a mesma possui um bom desempenho na localização de falhas.

CAPÍTULO V

COMPROVAÇÃO EXPERIMENTAL

Com o objetivo de verificar a eficácia da metodologia desenvolvida para detecção e localização de falhas em sistemas rotativos, construiu-se um sistema de rotor no Departamento de Engenharia Mecânica (DEM/FEIS). O sistema rotativo é constituído por dois discos acoplados a um eixo de seções variadas.

Para a simulação da rigidez dos mancais e da fundação, montou-se o sistema rotativo sobre barras perpendiculares ao eixo do rotor que proporcionarão futuramente a possibilidade de alteração de rigidez do conjunto mancal e fundação para a simulação de uma possível falha. A montagem experimental pode ser visualizada de acordo com a figura 5.1.

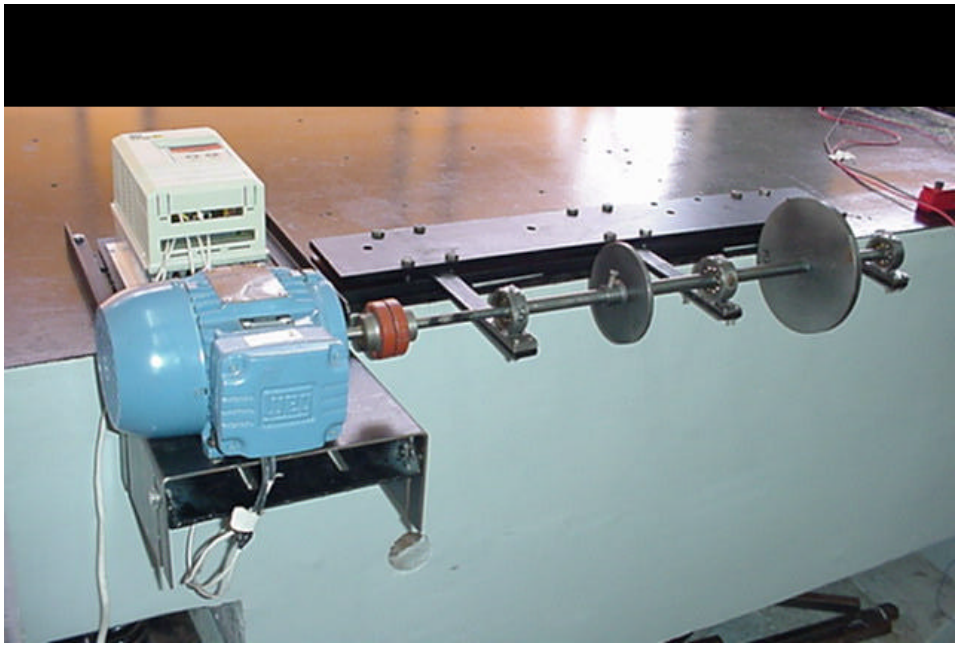


Figura 5.1 - Bancada de testes.

A bancada de testes utilizada para a comprovação experimental apresenta os seguintes componentes:

- 2 discos;
- 3 barras de aço (representa a rigidez do conjunto mancal + fundação);
- 3 rolamentos;
- Motor elétrico ¼ CV (Weg motores elétricos);
- Variador de freqüência;
- Parafusos para acoplamento dos componentes;
- Mesa inercial.

5.1. SISTEMA DE AQUISIÇÃO DE SINAIS

Para a aquisição de sinais do sistema rotativo mostrado na figura 5.1, utilizou-se os seguintes equipamentos:

- Software DasyLab 4.0 for windows;
- Sistema de aquisição de sinais A/D Iotech DaqBook/112 bit, placa DBK 17 com 4 canais de entrada;
- Condicionador/Amplificador de sinais Nexus Conditioning Amplifier Z6040 da Bruel & Kjaer, com 4 canais de entrada e 4 Canais de saída;
- Acelerômetros:
  - Metra Meb KS50, Nº 2079, Sensibilidade de 2.36 mV/ms^{-2};
  - Metra Meb KS50, Nº 2042, Sensibilidade de 2.29 mV/ms^{-2};
- Martelo de impacto para força impulsiva do tipo PCB 086C04 (Range de freqüência: 80 kHz; Range do martelo (5V saída)): 4400 N; Sensibilidade do martelo: 1.2 mV/N);

Um esquema da cadeia de medição montada pode ser visualizada através da figura 5.2, onde se pode observar a montagem do experimento.

Figura 5.2 - Cadeia de medição utilizada.

Para a análise da estrutura mostrada na figura 5.1, utilizou-se o sistema de aquisição de dados A/D Iotech DaqBook/112 bit, placa DBK 17 com o software Dasylab. A figura 5.3 apresentada a seguir mostra o fluxograma montado para a aquisição dos valores de deslocamentos utilizados nos observadores de estado.

Figura 5.3 - Fluxograma para aquisição de sinais.

5.2 - MODELO MATEMÁTICO DO SISTEMA ROTATIVO

Considerou-se a montagem experimental da Fig. 5.1 como um sistema de rotores discretizado com 5 elementos finitos, onde cada elemento possui dois nós, sendo dois graus de liberdade por nó (rotação e deslocamento), como pode ser visualizado na figura 5.4. A rigidez do conjunto mancal + fundação é representada por um conjunto de barras engastadas em uma das extremidades e fixadas ao eixo do rotor em sua outra extremidade, como pode ser observado na figura 5.1.

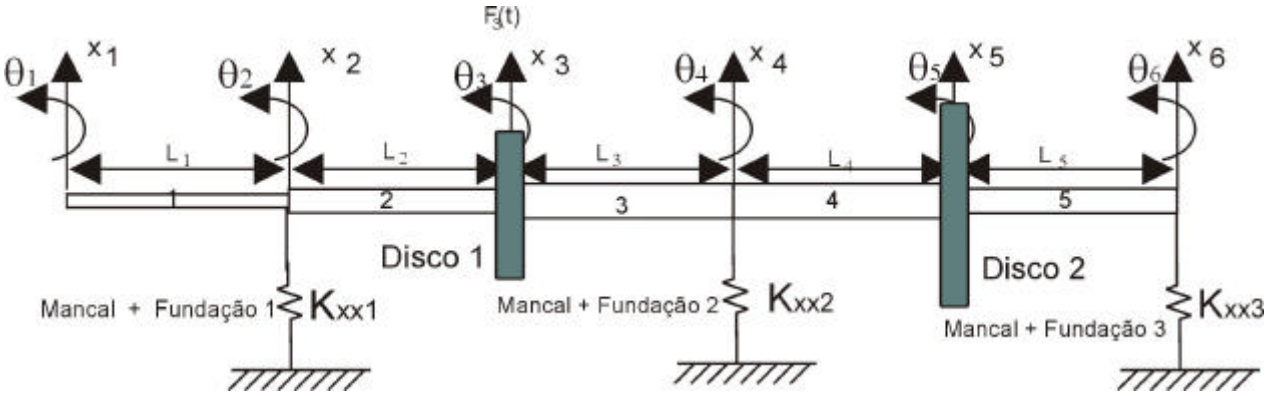


Figura 5.4 - Sistema rotativo discretizado.

A determinação dos parâmetros de rigidez das barras que representam o conjunto mancal + fundação foi realizada utilizando-se um relógio comparador juntamente com um conjunto de massas, como pode ser observado na figura 5.5, onde, primeiramente mede-se o deslocamento da viga quando submetida a uma força externa conhecida e posteriormente, determina-se o valor da rigidez.

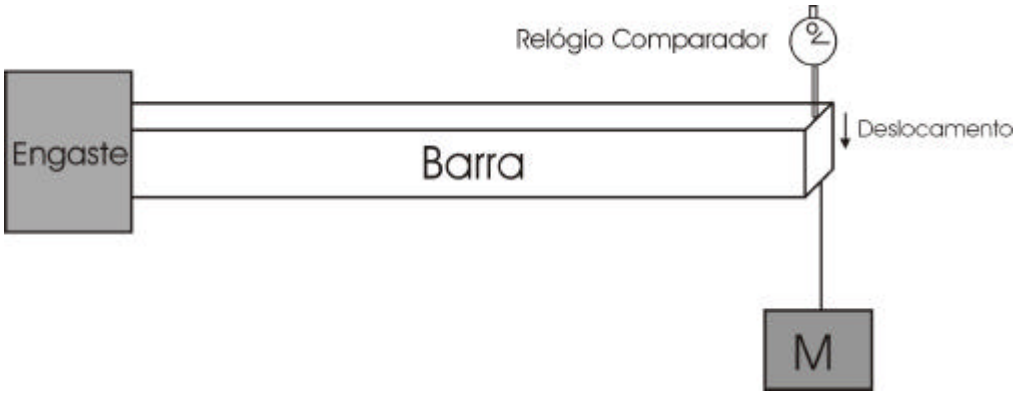


Figura 5.5 - Esquema para a determinação da rigidez da representação do conjunto mancal+fundação.

5.3 - ANÁLISE EXPERIMENTAL PARA UMA EXCITAÇÃO IMPULSIVA

Considerando-se o sistema mostrado na figura 5.6, excitado com o martelo de impacto, gerando uma força impulsiva de velocidade inicial de 3.5 m/s aplicada no nó 3, medem-se os deslocamentos dos nó 2 e 4. O valor da velocidade inicial gerado pelo impacto do martelo é determinado através de uma conversão de unidades, considerando a sensibilidade do martelo de impacto e a duração do impacto retirado da curva de força impulsiva.

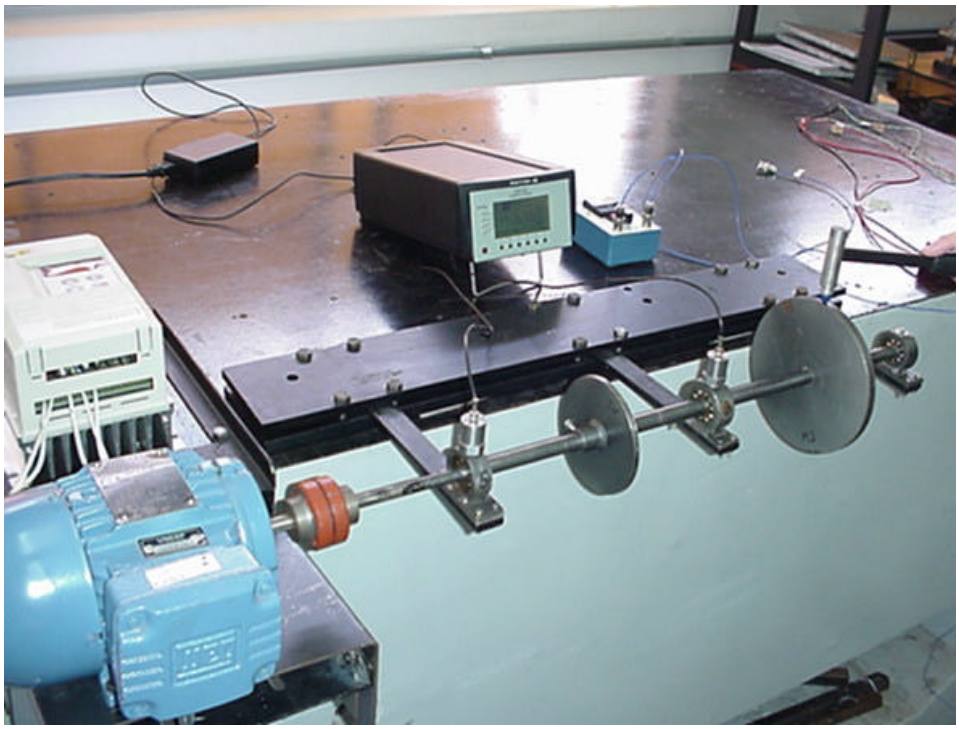


Figura 5.6 - Sistema mecânico montado, com acelerômetros instalados.

O valor numérico dos parâmetros físicos do sistema rotativo isento de falhas são mostrados a seguir (Tabela 5.1).

Tabela 5.1 - Valores dos parâmetros físicos do sistema rotativo experimental.

Elementos	***Valores numéricos***
Mancais + Fundação	Kxx1 = 4.5047E^{04}N/m; Kxx2 = 4.1692E^{04} N/m; Kxx3 = 4.0613E^{04} N/m;
Discos	M_1 = 0,32 kg; M_2 = 1,4 kg; d_1=100mm; d_2= 150.00mm; e_1=5.00mm; e_2=10.00mm.
Eixo	L_1=10.90mm; L_2=11.83mm; L_3=12.77mm; L_4=11.32mm; L_5=11.98mm; d_1=10.0mm; d_2=14.0mm; d_3=15.0mm; d_4=15.0mm; d_5=14.0mm.
Rolamentos	m_1=0.15 kg; m_2=0.20 kg; m_3=0.15 kg.

Com o propósito de verificar a qualidade do modelo experimental, mediu-se os deslocamentos $x_2(t)$ e $x_4(t)$ do sistema experimental e comparou-se com o valor simulado do modelo teórico construído. As diferenças relativas dos valores de RMS do sistema real e do sistema simulado são apresentados na tabela 5.2.

Tabela 5.2 - Diferença dos valores de RMS do sistema real e simulado dos deslocamentos $x_2(t)$ e $x_4(t)$.

	Valor RMS do sistema experimental	**Valor RMS do sistema simulado**	**% Diferença Percentual**
$x_2(t)$	1.64604E-03	1.52776E-03	7.18%
$x_4(t)$	1.52074E-03	1.43202E-03	5.83%

Analisando a tabela 5.2, verifica-se uma coerência entre os valores medidos experimentalmente e os simulados, já que a diferença percentual entre os valores de RMS apresenta valores aceitáveis.

Considerou-se no modelo do sistema, um amortecimento gerado pelo efeito giroscópico devido à rotação. Para a inclusão deste efeito no sistema utilizou-se a matriz de Coriolis (Ver Apêndice A)

Para a simulação de uma irregularidade no sistema, substituiu-se a barra que representava o mancal 2 por uma de menor rigidez, desta forma, pode-se aplicar a metodologia dos observadores de estado para a detecção desta alteração de rigidez.

Como estratégia de identificação da falha, montou-se um observador de estado global para monitorar todo o sistema, identificando assim a irregularidade. Para a localização da falha, montou-se um conjunto de observadores de estado dedicados a reduções gradativas de rigidez do parâmetro sujeito a falha (rigidez do mancal 2). A figura 5.7 mostra um esquema desta estratégia de identificação.

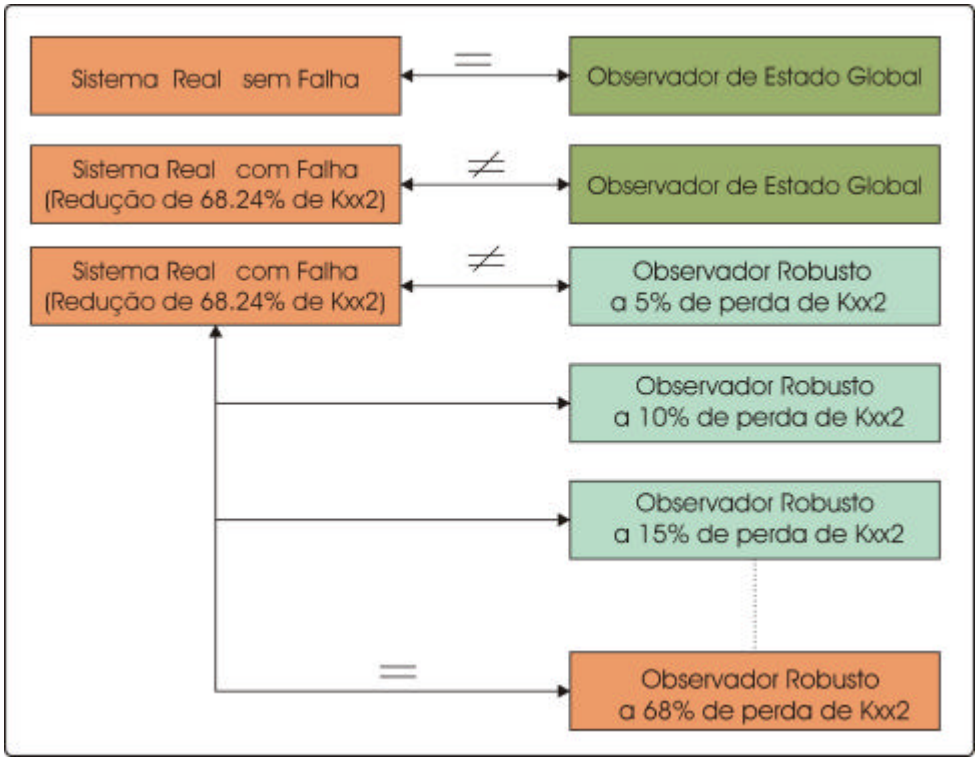


Figura 5.7 - Esquema para detecção e localização de falha.

De acordo com a figura 5.7, para a detecção da falha, compara-se primeiramente os valores do sistema real com falha com os valores obtidos do observador de estado global. O observador de estado global, que é uma cópia do sistema real, sente a influência da falha no sistema, pois o mesmo apresenta a mesma resposta do sistema real desde que este esteja funcionando adequadamente. Nesta primeira etapa, consegue-se detectar a irregularidade no sistema.

Em uma segunda etapa, comparam-se os valores do sistema real falho com cada um dos observadores de estado robustos, desta forma, quando a resposta do sistema real coincidir com a resposta de um dos observadores de estado robustos, pode-se saber o percentual falho e o parâmetro falho.

O valor numérico da rigidez do mancal 2 sem falhas pode ser visualizado na tabela 5.1. Para a representação da falha, o mancal 2 foi substituído por um de rigidez igual a K_{xx2} = 1.3241E04 N/m (redução de 68.24% de K_{xx2} sem falha (4.1692E04)).

Para a aplicação da metodologia para detecção e localização de falhas empregada neste trabalho, há a necessidade de se dispor de um número adequado de medidas para posteriormente reconstruir as demais, desta forma, utilizou-se os valores $x_2(t)$ e $x_4(t)$ medidos experimentalmente no sistema e os valores de $x_3(t)$ e $\theta_3(t)$ simulados como sendo os valores existentes, reconstruindo-se assim os valores de $x_1(t)$, $x_5(t)$, $\theta_2(t)$, $\theta_1(t)$, $\theta_4(t)$ e $\theta_5(t)$ e suas respectivas velocidades através da metodologia dos observadores de estado.

Primeiramente realizaremos uma análise gráfica do processo de detecção e localização da irregularidade do sistema. A figura a seguir apresenta o gráfico do deslocamento $x_1(t)$ do sistema real sem falhas (Figura 5.8 (A)) juntamente com a curva resposta do observador de estado global e a figura 5.8 (B) apresenta a curva do sistema real falho com a do observador de estado global.

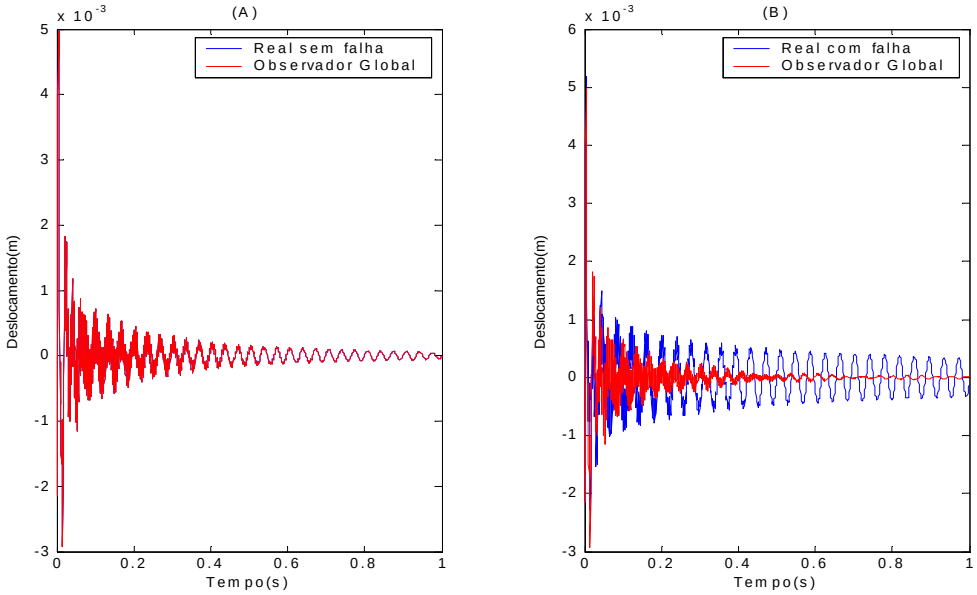


Figura 5.8 - (A) Sistema real sem falha x Observador de estado global; (B) Sistema real com falha x Observado de estado global.

A seguir são apresentados os gráficos onde se compara a resposta do sistema real falho com as respostas dos observadores de estados robustos a percentuais de rigidez do mancal 2.

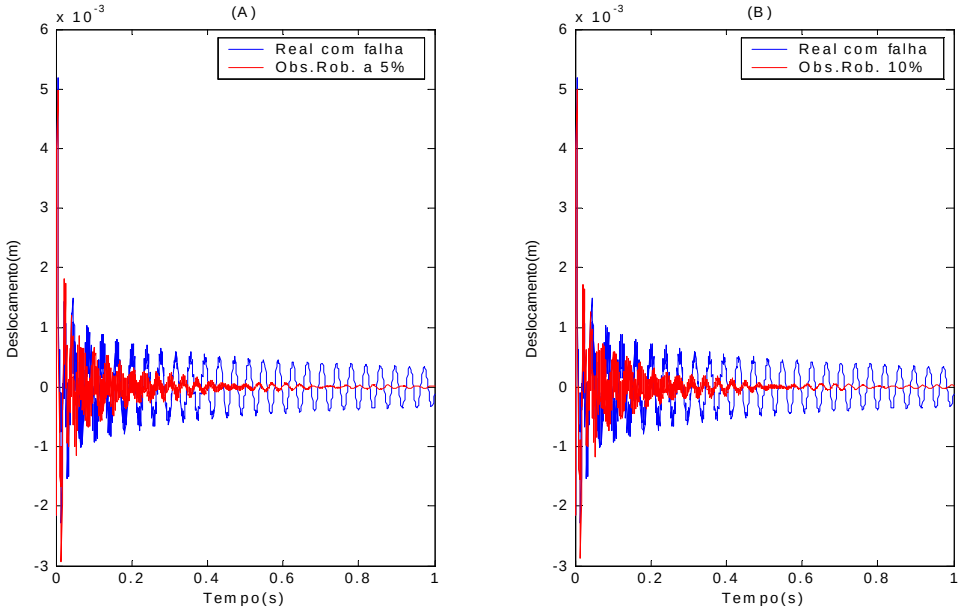


Figura 5.9 - (A) Sistema real falho x Observador robusto a 5% de K_{xx2}; (B) Sistema real falho x Observador robusto a 10% de K_{xx2}.

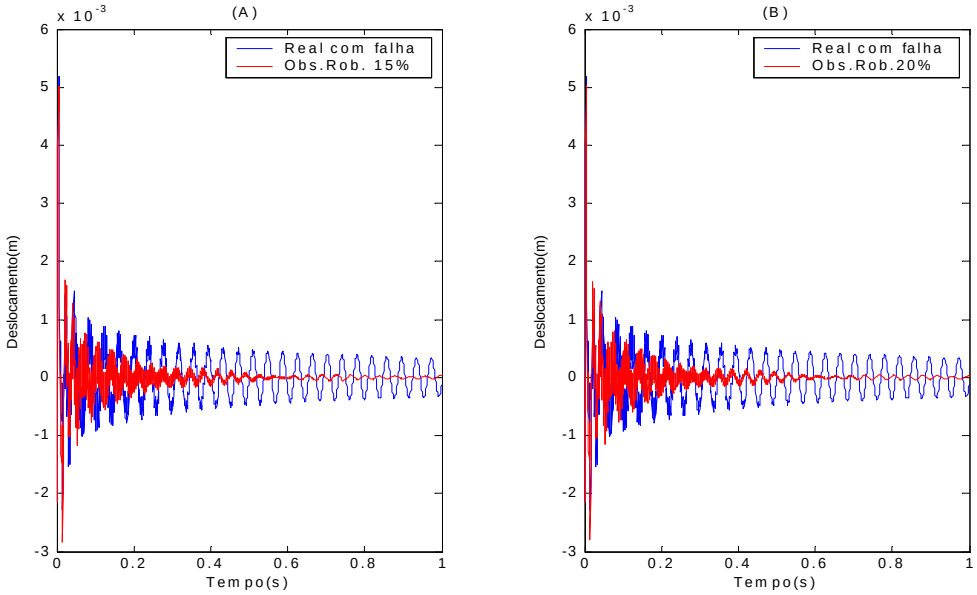


Figura 5.10 - (A) Sistema real falho x Observador robusto a 15% de K_{xx2}; (B) Sistema real falho x Observador robusto a 20% de K_{xx2}.

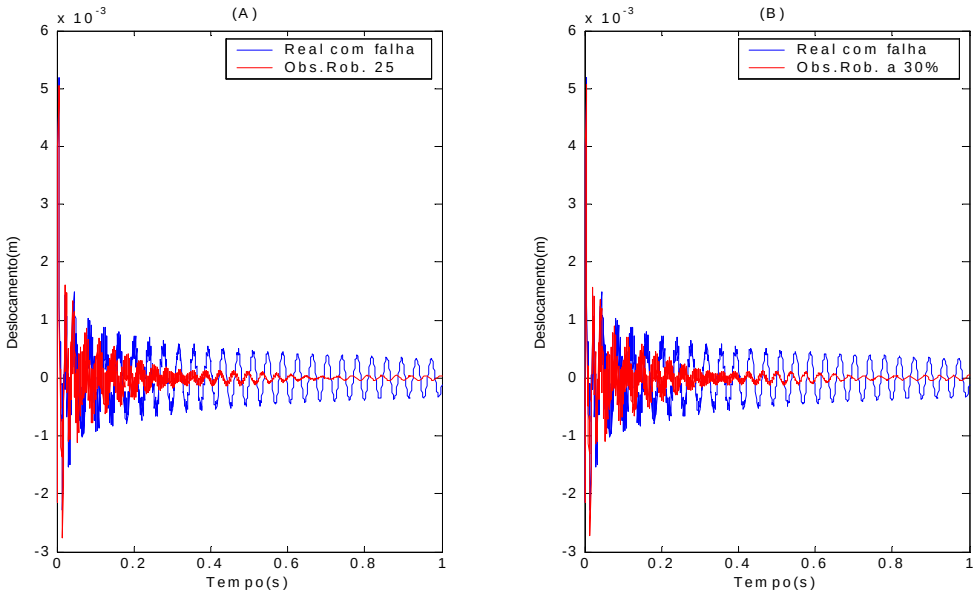


Figura 5.11 - (A) Sistema real falho x Observador robusto a 25% de K_{xx2}; (B) Sistema real falho x Observador robusto a 30% de K_{xx2}.

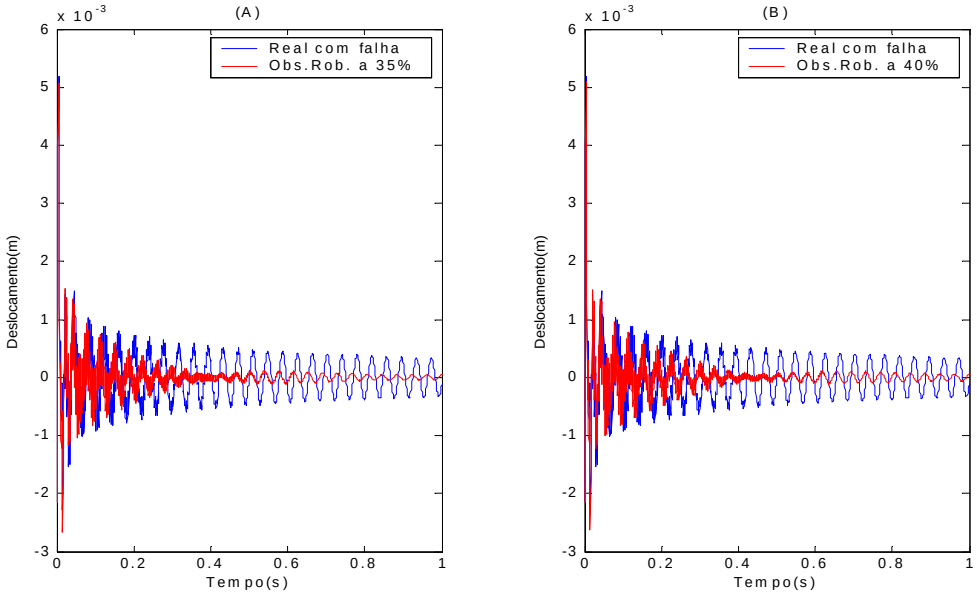


Figura 5.12 - (A) Sistema real falho x Observador robusto a 35% de K_{xx2}; (B) Sistema real falho x Observador robusto a 40% de K_{xx2}.

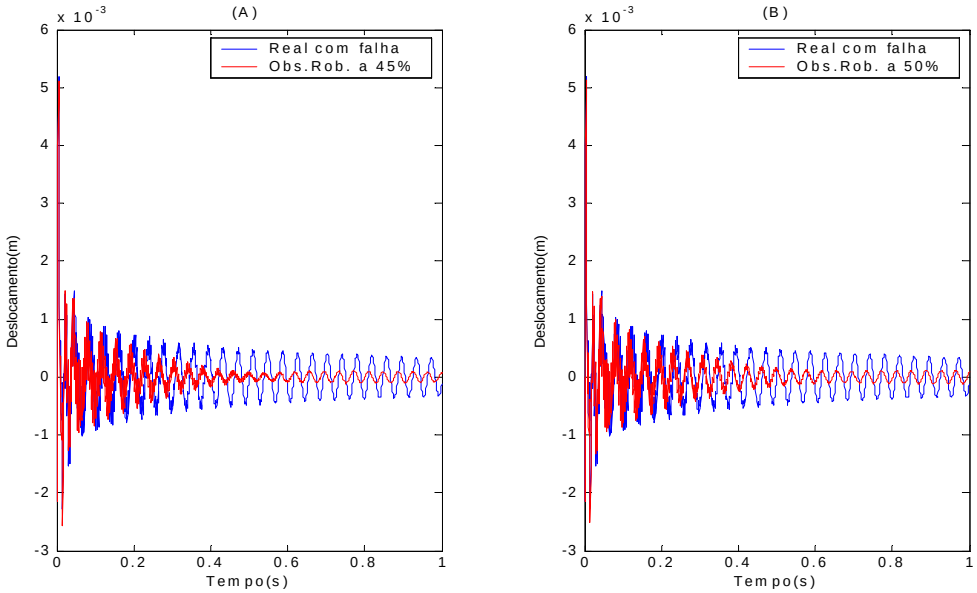


Figura 5.13 - (A) Sistema real falho x Observador robusto a 45% de K_{xx2}; (B) Sistema real falho x Observador robusto a 50% de K_{xx2}.

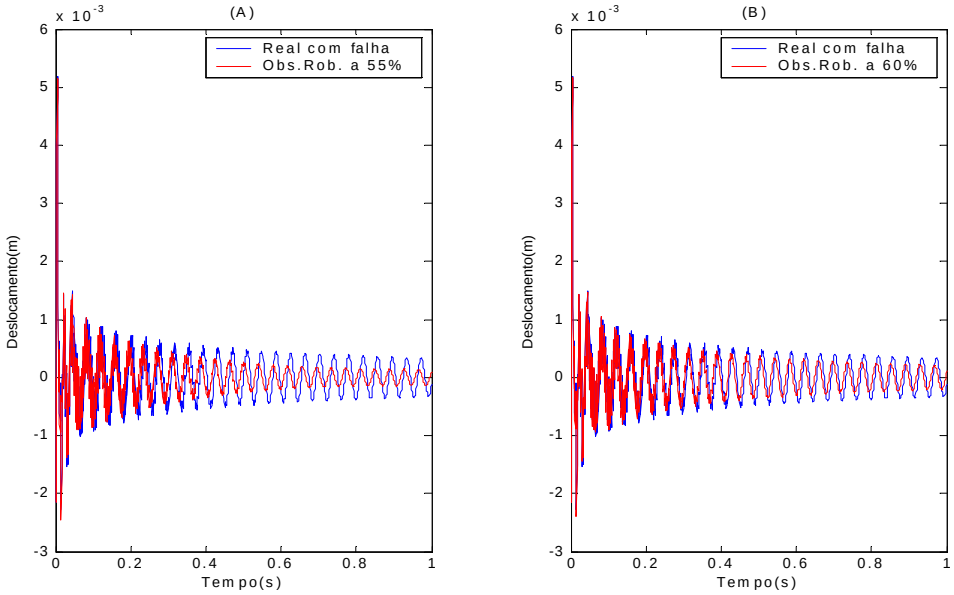


Figura 5.14 - (A) Sistema real falho x Observador robusto a 55% de K_{xx2}; (B) Sistema real falho x Observador robusto a 60% de K_{xx2}.

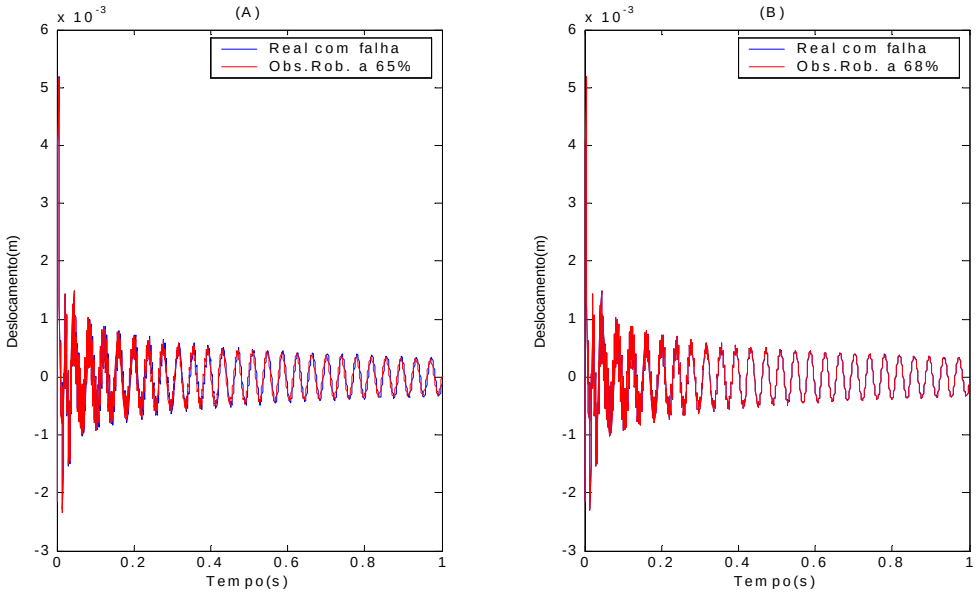


Figura 5.15 - (A) Sistema real falho x Observador robusto a 65% de K_{xx2}; (B) Sistema real falho x Observador robusto a 68% de K_{xx2}.

Após analisar os gráficos, percebe-se que a figura 5.15 (B) apresenta a resposta do observador de estado robusto que mais se aproxima da curva do sistema real com falha, localizando desta forma a irregularidade e a severidade da mesma. Esta análise deveria ser feita com observadores de estados robustos aos mancais 1 e 3, como pode ser visualizado na tabelas 5.3 e 5.4.

As tabelas 5.3 e 5.4 apresentam os valores das diferenças de RMS entre a resposta do sistema real e os observadores de estado global e robustos. Através destas tabelas, pode-se realizar uma análise numérica mais detalhada do processo de detecção e localização de falha e comprovar que somente o observador de estado robusto ao parâmetro falho consegue detectar a irregularidade do sistema.

Tabela 5.3 - Diferença dos valores de RMS entre a resposta do sistema real com e sem falha e os observadores de estado robustos.

Banco de Observadores (1)	**Sist. Real Falho (-68.21% de K_{xx2})**	**Banco de Observadores (2)**	**Sist. Real Falho (-68.21% de K_{xx2})**
Observador Global	**1.21058E-03**	**Observador Global**	**1.21058E-03**
Obs. Rob. a 5% de k_{xx1}	4.57465E-04	**Obs. Rob. a 5% de k_{xx2}**	1.01058E-03
Obs. Rob. a 10% de k_{xx1}	1.09857E-03	**Obs. Rob. a 10% de k_{xx2}**	1.00721E-03
Obs. Rob. a 15% de k_{xx1}	1.98717E-04	**Obs. Rob. a 15% de k_{xx2}**	1.00446E-03
Obs. Rob. a 20% de k_{xx1}	3.77197E-04	**Obs. Rob. a 20% de k_{xx2}**	1.00016E-03
Obs. Rob. a 25% de k_{xx1}	6.87198E-03	**Obs. Rob. a 25% de k_{xx2}**	9.93727E-03
Obs. Rob. a 30% de k_{xx1}	8.29135E-04	**Obs. Rob. a 30% de k_{xx2}**	9.84896E-03
Obs. Rob. a 35% de k_{xx1}	5.34848E-03	**Obs. Rob. a 35% de k_{xx2}**	9.70464E-03
Obs. Rob. a 40% de k_{xx1}	6.74363E-04	**Obs. Rob. a 40% de k_{xx2}**	9.44639E-03
Obs. Rob. a 45% de k_{xx1}	4.61621E-04	**Obs. Rob. a 45% de k_{xx2}**	9.03694E-03
Obs. Rob. a 50% de k_{xx1}	7.68865E-03	**Obs. Rob. a 50% de k_{xx2}**	8.32541E-03
Obs. Rob. a 55% de k_{xx1}	5.98116E-04	**Obs. Rob. a 55% de k_{xx2}**	6.85157E-03
Obs. Rob. a 60% de k_{xx1}	5.71861E-04	**Obs. Rob. a 60% de k_{xx2}**	4.27840E-03
Obs. Rob. a 65% de k_{xx1}	7.17711E-03	**Obs. Rob. a 65% de k_{xx2}**	1.32609E-03
Obs. Rob. 68% de k_{xx1}	1.98798E-04	**Obs. Rob. a 68% de k_{xx2}**	**6.93745E-10**
Obs. Rob. 70% de k_{xx1}	4.63171E-03	**Obs. Rob. a 70% de k_{xx2}**	3.37789E-05
Obs. Rob. 75% de k_{xx1}	2.09898E-04	**Obs. Rob. a 75% de k_{xx2}**	6.32564E-04

Tabela 5.4 - Diferença dos valore de RMS entre a resposta do sistema real com falha e os observadores de estado global e robusto.

Banco de Observadores (3)	**Sist. Real Falho (-68.21% de K_{xx2})**
Observador global	**1.21058E-03**
Obs. Rob. a 5% de k_{xx3}	2.36659E-04
Obs. Rob. a 10% de k_{xx3}	3.61865E-04
Obs. Rob. a 15% de k_{xx3}	9.65217E-04
Obs. Rob. a 20% de k_{xx3}	8.32544E-04
Obs. Rob. a 25% de k_{xx3}	6.61288E-04
Obs. Rob. a 30% de k_{xx3}	1.63254E-04
Obs. Rob. a 35% de k_{xx3}	4.69874E-04
Obs. Rob. a 40% de k_{xx3}	7.45846E-04
Obs. Rob. a 45% de k_{xx3}	1.65497E-04
Obs. Rob. a 50% de k_{xx3}	2.65471E-04
Obs. Rob. a 55% de k_{xx3}	6.48741E-04
Obs. Rob. a 60% de k_{xx3}	3.61868E-04
Obs. Rob. a 65% de k_{xx3}	5.63256E-04
Obs. Rob. a 68% de k_{xx3}	1.07911E-04
Obs. Rob. a 70% de k_{xx3}	6.25497E-04
Obs. Rob. a 75% de k_{xx3}	6.45123E-04

A primeira parte da análise consiste em verificar a diferença dos valores de RMS entre o sistema real sem falha e o observador global. Após a obtenção dos resultados, percebe-se que este valor é da ordem de 10E-13, ou mais precisamente 1.52211E-13, mostrando que o sistema não possui nenhuma irregularidade, no entanto, quando se reduz o valor da rigidez do conjunto mancal + fundação, percebe-se um aumento da diferença de RMS entre o sistema real e o observador de estado global (2º linha e 2º coluna da tabela 5.3), este aumento evidencia a detecção da falha.

Para detectar a irregularidade e a severidade da mesma, projeta-se um banco de observadores de estado com perdas progressivas de rigidez para cada parâmetro sujeito a falha (K_{xx1}, K_{xx2} e K_{xx3} – tabelas 5.3 e 5.4). Quando se compara a diferença dos valores de RMS entre o sistema com falha e os observadores de estado robustos aos parâmetros K_{xx1}, K_{xx2} e K_{xx3}, percebe-se que o menor valor encontrado (6.937455E-10 – 16º linha e 4º coluna da tabela 5.3) coincide com o observador de estado robusto projetado com mesmo percentual que a falha do sistema real, desta forma, consegue-se saber qual é o parâmetro falho e a severidade da falha.

Nesta etapa do trabalho foram apresentados resultados somente para falhas em um dos mancais, sendo que, para os demais mancais os resultados foram também, bastante satisfatórios.

CAPÍTULO VI

DISCUSSÃO E CONCLUSÃO

6. DISCUSSÃO E CONCLUSÃO

O trabalho de pesquisa foi proposto mediante a realização de 5 etapas, sendo que na primeira etapa realizou-se um levantamento bibliográfico estudando as teorias básicas

envolvendo a metodologia dos observadores de estado e identificação de parâmetros, seguido de um estudo mais aprofundado destas metodologias e verificando qual a mais adequada para a detecção de falhas em sistemas rotativos. As etapas finais do trabalho tratam da implementação computacional, comprovação experimental e publicações em congressos e revistas.

Após a revisão da literatura, observou-se que a técnica dos observadores de estado vem sendo bastante utilizada na estimação de estados para projetos de sistemas de controle com realimentação. Verificou-se também trabalhos ligados a detecção de falhas em sistemas mecânicos discretos e com variações de parâmetros. Desta forma, a proposta do trabalho foi o desenvolvimento de uma metodologia para a detecção e localização de falhas em sistemas contínuos (sistemas de rotores) que podem apresentar trincas (no eixo) bem como podem apresentar variações de rigidez de mancais. Após a revisão da literatura, notou-se também que os estudos realizados em sistemas de rotores não levavam em conta os efeitos da fundação deste sistema, no entanto a desconsideração deste componente na modelagem do sistema afeta significativamente a resposta dinâmica do sistema global.

Analisando as simulações computacionais realizadas, verificou-se primeiramente a necessidade de se escolher parâmetros sujeitos a falhas para a construção de observadores de estados robustos a estes parâmetros, pois existem certos componentes ou regiões do sistema que necessitam de um acompanhamento constante devido a suas solicitações, ou constantes falhas.

Na primeira análise (item 4.1), utilizou-se um sistema mecânico discreto de três graus de liberdade, e através da simulação de uma falha, utilizou-se a metodologia dos observadores de estado e a de identificação de parâmetros para detectar e localizar a falha. Notou-se que a metodologia dos observadores de estado apresenta maior rapidez na análise e no acompanhamento da falha, tendo em vista que pequenas alterações de rigidez provocam alterações significativas na amplitude do movimento. No entanto, percebe-se que ambas as

metodologias utilizadas conseguiram detectar e localizar a falha. A metodologia de identificação de parâmetros não foi aplicada nos mancais, pois a alta rigidez dos mesmos associados a pequenos valores de massa acarretou em erros de ordem numérica muito elevados.

Numa segunda etapa, utilizou-se a metodologia dos observadores de estado para detectar falhas em sistemas contínuos, primeiramente aplicou-se a referida metodologia em uma barra com deslocamento longitudinal (item 4.2), e em seguida aplicou-se a mesma metodologia em um sistema de rotores (item 4.3).

Para o sistema contínuo com deslocamento longitudinal, fez-se a análise gráfica para detecção e localização de uma falha inserida no sistema através da redução de um percentual do momento de inércia de um dos elementos finitos da barra. A metodologia utilizada conseguiu detectar com sucesso a falha.

Para o sistema rotativo proposto (sistema de rotor) foram simuladas falhas nos mancais e fundação (redução de rigidez) e em um determinado elemento finito do rotor através da redução do momento de inércia (simulação de uma trinca). Para este sistema foram realizadas análises gráficas e numéricas. Através da análise gráfica pode-se detectar uma falha no eixo do rotor (simulação de uma trinca), como mostrados nos gráficos 4.12 a 4.21.

Através de uma análise numérica (tabelas 4.4 a 4.7) pode-se verificar a eficácia da metodologia para a detecção e localização de falhas em todos os componentes do rotor (eixo, mancal e fundação).

Por fim, construiu-se uma tabela de tendência de falhas para acompanhar a evolução de falha em uma dada região do sistema considerado mais solicitada (tabelas 4.8 a 4.10).

Foi realizada uma análise transiente do sistema rotativo para a comprovação experimental da metodologia proposta. Nesta etapa, definiu-se primeiramente os parâmetros

sujeitos a falhas (mancais) e posteriormente montou-se observadores de estado robustos a perdas gradativas destes parâmetros. Após uma análise gráfica é possível detectar e localizar uma irregularidade presente no sistema (perda de rigidez do mancal 2), como pode ser visualizado nas figuras 5.8 a 5.15. Uma outra forma de análise é mostrada nas tabelas 5.2 e 5.3, onde se pode verificar que somente o observador de estado robusto dedicado ao parâmetro falho consegue detectar a irregularidade presente.

Portanto, analisando os resultados obtidos através de simulações computacionais e através da análise experimental, pode-se dizer que a metodologia desenvolvida para detecção e localização de falhas em sistemas mecânicos contínuos (sistemas rotativos) obteve resultados satisfatórios, mostrando desta forma a eficácia da metodologia desenvolvida.

PROPOSTA PARA TRABALHOS FUTUROS

- Análise de sensibilidade dos parâmetros possíveis a falhas no sistema, com a construção de curvas de tendências de falhas;
- Utilização de métodos estatísticos para verificação de probabilidade de falha nos parâmetros;
- Comparação da metodologia desenvolvida neste trabalho para sistemas contínuos (sistemas rotativos) e metodologias tais como redes neurais e algoritmo genético.
- Aplicação de métodos de otimização na identificação de parâmetros para reduzir os erros de ordem numérica.

CAPÍTULO VII

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICA

Bonello P., & Brennan, M. J., " Modelling The Dynamic Behaviour Of A Supercritical Rotor On A Flexible Foundation Using The Mechanical Impedance Technique", Journal of Sound and Vibration, vol. 239, nº 2, pp. 445-466, 2001.

Cavalca, K. L. & Bachschmid, N., "Dynamic Behaviour Analysis of Multistage Centrifugal Pumps with Interstage Seals by a Modal Turnction Method", Journal of The Brazilian Society of Mechanical Sciences, Vol. XV, n.3, pp. 263-280,1993.

Bachschmid, N., Pennacchi & Vania, A., “Identification of Multiple Faults in Rotor Systems”, Jouranl of Sound and Vibration, Vol. 245, n.2, pp. 327-366, 2002.

Cavalca, K. L. & Cavalcante, P. F., “Interação Rotor-Estrutura de Fundação Através de Mancais Hidrodinâmicos”, XIV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica,- Bauru – SP-Brasil, 1997.

Cavalca, K. L. & Tadeo, A. T., “Ajuste de Parâmetros e Modelos: Aplicação em Dinâmica de Rotores”, 2º Congresso Temático de Dinâmica e Controle da SBMAC (DINCOM 2003), Anais, vol. 2, pp. 982-1013, São José dos campos – SP, Brasil

Cavalcante, P. F. & Cavalca, K. L., “Representation of a Foundation in a Complete Rotating Machinery Through its Impedance Matrix”, DINAME, 1997.

Cheli, F., Cavalca, K. L., Dedine, F. G. & Vania, A., “Suppoting structure effects on rotating machinery vibrations”, Imeche - Procedings of the institution of mechanical engenners, 1992.

Cheng, L. M., and Ku, D. M., “Whirl Speeds and Unbalance Response of a Shaft-Disk System with Flaws” the International Journal of Analytical And Experimental Modal Analysis,Vol 6, No 4, pp. 279-289, 1991.

Choi, B. L. & Park, J.M., “An Improved Rotor Model With Equivalent Dynanic Effects of the Support Structure”, Journal of Sound and Vibration, vol. 244, nº4, pp.569-581, 2001.

Choy, F. K., Liang, R., Xu, P., “Fault Identfication of Beams on Elastic Foundation”, Computers and Geotechnics, vol. 17, pp. 157-176, 1995.

Cooper, J. E. & Desforges, M. J., “Physical Parameter Identification using an Unknown Random Imput”, ISMA19 – Tools for Noise and Vibration Analysis, pp.1123-1128, 1996.

Davies, W. G. R. and Mayes, I.W., “The vibrational behaviour of a multi-shaft, multi-bearing system in the presence of a propagating transverse crack”. *J. Vibr. Acoust. Stress Rel. Design*, p.106, 1984.

D'azzo, J.J. & Houpis, C. H., "Linear Control System Analysis and Design", São Paulo, McGraw-Hill, Inc, 660 p., 1988.

Dedini, G. F., & Cavalca, K. L., **"**Aplicação de Métodos de Identificação Teórico-Experimentais na Análise de um Turbogerador com Sete Mancais", in: XII Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica – Brasília –Brasil, 1993.

Dorf, R.C. & Bishop, R.H., "Modern Control Systems" Editora LTC , 493 p, 1980.

Feng, N. S. & Hahn, E. J., "Including Foundation Effects on the Vibration Behaviour of Rotating Machinery", Mechanical Systems and Signal Processing, vol 9, nº 3, pp. 243-256, 1995.

Gasch, R., Dynamic Behaviour of a simple rotor with a cross-sectional crack. In: *Vibrations in Rotating Machinery*, p. 123. The institutionof Mechanical Engineers, Suffolk ,1976.

Henry, T. A. & Okah-Avae, B.E., Vibrations in Cracked Shafts. In *Vibrations of Rotating Machinery*, p. 15. The institution of Mechanical Engineers, Suffolk ,1976.

Huh, K. & Stein, J.L., Well-Conditioned Observer Design for Observer-Based Monitoring System, Transactions of the ASME, vol. 117, pp. 592-599, 1995.

Inman, D. J., "Engeneering Vibration", 2nd Edition, Virginia Polytechnic Institute and State University, Editora Prentice Hall, New Jersey, 621p, 2000.

Kang, Y., Chang, Y. -P., Tsai, J.-W., Mu, L.-H. and Chang, Y. - F., "An Investigation in Stiffness Effects on Dynamics of Rotor-Bearing-Foundation Systems", Journal of Sound and Vibration 231(2) pp. 343-374, (2000).

Lalanne, M., & Ferraris, G., "Rotordynamics Prediction in Engineering," 2nd Edition, John Wiley and Sons, New York, 1997.

Luenberger, D. G., "An Introduction to Observers", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol AC16, nº. 6, pp. 596-602, 1971.

Luenberger, D. G., "Introduction to Dynamic Systems". Theory, Models, & Applications, New York, Chichester, Toronto, John Wiley & Sons, 445p, 1979.

Luenberger, D.G., “Observers for Multivariable Systems”, IEEE Transactions on Automatic Control, Vol AC11, pp. 190-197, 1966.

Luenberger, D. G., “Observing the State of a Linear System”, IEEE Military Electronics, Vol MIL-8, pp. 74-80, 1964.

Marano, J. H., “Localização de Falhas Via Observadores de Estado em Sistemas com Variação de Parâmetros”, Universidade Estadual Paulista – Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, 130p. (Tese de Mestrado), 2002.

Mayes, I. W., and Davies, W. G. R., “ The Vibration Behaviour of a Rotating shaft System Containing a Transverse Crack,” Institution of Mechanical Engineers Conference Publication,Vibration in Rotating Machinery, Paper No. C178/76, pp. 53-64, 1976.

Meirovitch, L, “Dynamics and Control of Structures”, Departament of Engeneering Science and Mechanics Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, Virginia, 1990.

Melo, G.P., “Detecção e Localização de Falhas via Observadores de Estado de Ordem Reduzida, Campinas, Faculdade de Engenharia Mecânica”, Universidade Estadual de Campinas, 125p. (Tese Doutorado), 1998.

Melo, G. P., “Identificação de Sistemas Mecânicos Através do Método das Séries de Fourier – Um Método no Domínio do Tempo”, U.F.U. Uberlândia 114p, 1992.

Melo, G.P. & Steffen Jr., V., “Mechanical Systems Identification Through Fourier Series Time-Domain Technique”, Journal of The Brazilian Society of Mechanical Sciences, Vol. XV, n.2, pp. 124-135,1993.

Melo, G.P., Turra, A. E. & Steffen Jr., V., “Utilização de Método de Identificação de Parâmetros do Domínio do Tempo para Detecção de Falhas em Sistemas Mecânicos”, Jornadas Internacionales de Mecânica Computacional y Cad/Cam Orlando, Comcepcion, Chile, pp 169-175,1995.

Mohiuddin, M. A. & Khulief, Y. A., “Coupled Bending Torsional Vibration of Rotors Using Finite Element”, Journal of Sound and Vibration, vol. 223, nº2, pp.297-316, 1999.

Nelson, H. D. and Natarj, C. The dynamic of a rotor system with a cracked shaft. *J. Vibr. Acoust. Stress Rel*. In Design, vol. 108, p. 189-196

Ogata, K., "Engenharia de Controle Moderno", Universidade de Minessota, Editora Prentice-Hall do Brasil LTDA,813p., 1998.

Pacheco, R. P., Steffen Jr., V. & D.A., "Identificação de Parâmetros e Reconstrução de Forças Através do Método das Funções Ortogonais", XV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Águas de Lindóia – SP, 1999.

Pacheco, R. P., "Identificação de Sistemas Mecânicos Através de Métodos no Domínio do Tempo, Uberlândia, Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia", 127p., Tese de Doutorado, 2001.

Pacheco, R. P., Steffen Jr., V., Alves, D. A., "Identificação de Parâmetros e Reconstrução de força Através do Método das Funções Ortogonais", in XV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, Águas de Lindóia – SP, 1999.

Simões, R. C. & Steffen Jr., V., "Sobre o Problema da Identificação de Falhas em Máquinas Rotativas", in: II Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, João Pessoa - PB, 2002.

Simões, R. C. & Steffen Jr., V., "Optimization Techniques for Fault Identification in Rotor Dynamics", in: XVII International Congress of Mechanical Engineering, COBEM 2003, São Paulo, SP, Brasil, 2003.

Silveira, M. E., "Análise do Comportamento Dinâmico de rotores em Eixos Bobinados", Universidade Federal de Santa Catarina, Departamento de Engenharia Mecânica, Dissertação de Mestrado, Florianópolis, Brasil, 2001.

Stephenson, R. W. & Rouch, K. E., "Generating Matrices of the Foundation Structure of a Rotor System From Test Data", Journal of Sound and Vibration, vol. 154, nº3, pp.467-484, 1992.

Wauer, J., "Modeling and Formulation of Equations of Motion for Cracked Rotating Shafts", Int. Journal Solids Structures, vol. 26, nº 8, pp. 901-914, 1990.

Valer, C. E. I., “Uma Introdução ao Controle Robusto com Aplicações a Estruturas Flexíveis”, Dissertação de Mestrado, PUC-RJ – Depto. de Engenharia Mecânica, 1999.

APÊNDICE A

A - MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS PARA A MODELAGEM DE SITEMAS DE ROTORES – OBTENÇÃO DAS EQUAÇÕES DE MOVIMENTO DO ROTOR.

Uma das etapas de grande dificuldade na análise dinâmica é a idealização de um modelo matemático que possa represente a estrutura que se pretende analisar. Tal modelo consiste basicamente de:

- Um conjunto de suposições que reduzem o sistema real ao modelo analítico;
- Um conjunto de esquemas gráficos que retratem o sistema analítico;
- Um conjunto de parâmetros de projeto.

Os deslocamentos e rotações, independentes, necessárias para representar o modelo matemático do sistema são chamados de graus de liberdade. O modelo matemático do sistema consiste de um conjunto de equações diferenciais de segunda ordem em relação ao tempo, que descrevem o comportamento dinâmico da estrutura em estudo (equações de movimento).

O modelo de elementos finitos para o rotor é composto por elementos de viga do tipo Euler - Bernoulli e elementos rígidos para representar o eixo e o disco respectivamente. O sistema de rotor gira com uma velocidade angular **Ω.** Dois sistemas de coordenadas são utilizados para descrever o movimento do rotor, o sistema fixo XYZ e o sistema móvel xyz.

O disco é considerado rígido e as propriedades de rigidez e amortecimento dos mancais são introduzidas nas matrizes elementares correspondentes.

Os elementos básicos dos rotores são: discos rígidos, elementos de eixo e mancais. Para cada elemento, são determinadas suas energias potencial e cinética, utilizando-se posteriormente as equações de Lagrange (A.1) para cada coordenada generalizada independente, obtendo-se as equações de movimento.

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} = Q_i \qquad \text{(A.1)}$$

T e U são as energias cinéticas e potencial do sistema, q_i são as coordenadas generalizadas e Q_i são as forças generalizadas correspondentes a Q_i.

A.1. O EIXO

O eixo é representado com elementos de viga de sessão circular, e é caracterizado por sua energia cinética e de deformação. O elemento finito utilizado possui dois nós, assim as matrizes são de quarta ordem, incluindo quatro deslocamentos e quatro rotações (figura A.1).

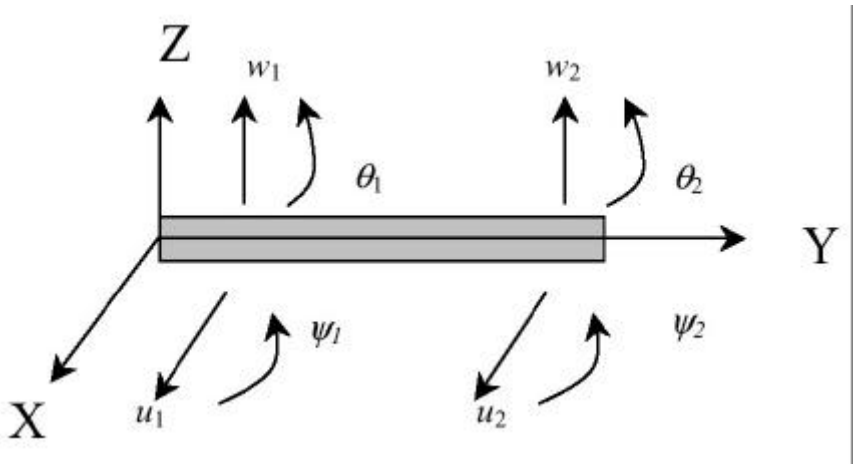


Figura A.1 - Graus de Liberdade do modelo F.E.M.

Utilizando a formulação padrão de elementos finitos, o vetor de deslocamentos para um elemento é definido como:

$$\delta u = [u_1, w_1, \theta_1, \phi_1, u_2, w_2, \theta_2, \phi_2]^T \tag{A.2}$$

que incluem os deslocamentos δu e δw correspondentes aos movimentos nas direções X e Z, que são dadas por:

$$\delta u = [u_1, w_1, \theta_1, \phi_1]^T \tag{A.3a}$$

$$\delta w = [u_2, w_2, \theta_2, \phi_2]^T \tag{A.3b}$$

Os deslocamentos u e w podem ser aproximados por:

$$u = N_1(y)\delta u \tag{A.4a}$$

$$w = N_2(y)\delta w \tag{A.4b}$$

Sendo:

$N_1(y)$ e $N_2(y)$ são funções de interpolação dadas por:

$$N_1 = \left[1 - \frac{3y^2}{L^2} + \frac{2y^3}{L^3}; -y + \frac{2y^2}{L} - \frac{y^3}{L^2}; \frac{3y^2}{L^2} - \frac{2y^3}{L^3}; \frac{y^2}{L} - \frac{y^3}{L^2}\right] \tag{A.5.a}$$

$$N_2 = \left[1 - \frac{3y^2}{L^2} + \frac{2y^3}{L^3}; y - \frac{2y^2}{L} + \frac{y^3}{L^2}; \frac{3y^2}{L^2} - \frac{2y^3}{L^3}; -\frac{y^2}{L} + \frac{y^3}{L^2}\right] \tag{A.5.b}$$

As rotações são dadas por:

$$\dot{u} = -\frac{\partial u}{\partial y} = \psi \tag{A.6.a}$$

$$\dot{w} = -\frac{\partial w}{\partial y} = \theta \tag{A.6.b}$$

A.1.1. Energia de Deformação de um Elemento de Eixo

De acordo com Lalani & Ferraris (1997) a energia de deformação de um elemento de eixo de comprimento L, é dada pela seguinte equação:

$$U = \frac{EI}{2}\int_0^L \left\{(\ddot{u})^2 + (\ddot{w})^2\right\}dy + \frac{F_0}{2}\int_0^L \left\{(\dot{u})^2 + (\dot{w})^2\right\}dy \qquad (A.7)$$

Desprezando-se os esforços axiais, a equação acima pode ser simplificada da seguinte forma:

$$U = \frac{EI}{2}\int_0^L \left\{(\ddot{u})^2 + (\ddot{w})^2\right\}dy \qquad (A.8)$$

Substituindo-se as derivadas das equações (A.4a) e (A.4b) na equação. (A.8) e integrando-se, posteriormente, tem-se:

$$U = \frac{1}{2}\delta u^T K_1 \delta u + \frac{1}{2}\delta w^T K_2 \delta w \qquad (A.9)$$

Na qual,

K_1 e K_2 são matrizes de dimensões 4x4.

Aplicando a equação de Lagrange (equação. A.1) na equação. (A.8), resulta:

$$\frac{\partial U}{\partial S} = K_c \delta \tag{A.10}$$

Sendo que:

K_c é a matriz de rigidez clássica, dada por:

$$K = \frac{EI}{L^3}\begin{bmatrix} 12 & 0 & 0 & -6L & -12 & 0 & 0 & -6L \\ 0 & 12 & 6L & 0 & 0 & -12 & 6L & 0 \\ 0 & 6L & 4L^2 & 0 & 0 & -6L & 2L^2 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & 4L^2 & 6L & 0 & 0 & 2L^2 \\ -12 & 0 & 0 & 6L & 12 & 0 & 0 & 6L \\ 0 & -12 & -6L & 0 & 0 & 12 & -6L & 0 \\ 0 & -6L & -2L^2 & 0 & 0 & -6L & 4L^2 & 0 \\ -6L & 0 & 0 & 2L^2 & 6L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \tag{A.11}$$

Na qual I representa o momento de inércia de área da seção transversal, E representa o módulo de Young do material do eixo.

A.1.2. Energia de Cinética de um Elemento de Eixo

A energia cinética de um elemento de eixo é dada por Lalane (1997):

$$T = \frac{\rho I}{2}\int_0^L \left\{(\dot{\theta})^2 + (\dot{\psi})^2\right\}dy + \frac{\rho S}{2}\int_0^L \left\{(\dot{u})^2 + (\dot{w})^2\right\}dy - 2\rho I\Omega\int_0^L \dot{\psi}\theta dy + \rho IL\Omega^2 \qquad (A.12)$$

Substituindo-se as derivadas das equações (A.4a), (A.4b), (A.6a) e (A.6b) na equação. (A.12) e integrando-se, tem-se, após a aplicação da equação de Lagrange, a equação seguinte:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\delta}}\right) - \left(\frac{\partial T}{\partial \delta}\right) = (M + M_S)\ddot{\delta} + C\dot{\delta} \qquad (A.13)$$

Na qual:

M, M_S, e C são respectivamente a matriz de massa clássica, a matriz de inércia rotativa e a matriz giroscópica, mostradas abaixo (Lalane 1997).

$$M = \frac{\rho SL}{420}\begin{bmatrix} 156 & 0 & 0 & -22L & 54 & 0 & 0 & 13L \\ 0 & 156 & 22L & 0 & 0 & 54 & -13L & 0 \\ 0 & 22L & 4L^2 & 0 & 0 & 13L & -3L^2 & 0 \\ -22L & 0 & 0 & 4L^2 & -13L & 0 & 0 & -3L^2 \\ 54 & 0 & 0 & -13L & 156 & 0 & 0 & 22L \\ 0 & 54 & 13L & 0 & 0 & 156 & -22L & 0 \\ 0 & -13L & -3L^2 & 0 & 0 & -22L & 4L^2 & 0 \\ 13L & 0 & 0 & -3L^2 & 22L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \qquad (A.14)$$

$$M_S = \frac{\rho I}{30L}\begin{bmatrix} 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & 4L^2 & 3L & 0 & 0 & -L^2 \\ 36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \\ -3L & 0 & 0 & -L^2 & 3L & 0 & 0 & 4L^2 \end{bmatrix} \qquad (A.15)$$

$$C = \frac{\rho I \Omega}{15L}\begin{bmatrix} 0 & -36 & -3L & 0 & 0 & 36 & -3L & 0 \\ 36 & 0 & 0 & -3L & -36 & 0 & 0 & -3L \\ 3L & 0 & 0 & -4L^2 & -3L & 0 & 0 & L^2 \\ 0 & 3L & 4L^2 & 0 & 0 & -3L & -L^2 & 0 \\ 0 & 36 & 3L & 0 & 0 & -36 & 3L & 0 \\ -36 & 0 & 0 & 3L & 36 & 0 & 0 & 3L \\ 3L & 0 & 0 & L^2 & -3L & 0 & 0 & -4L^2 \\ 0 & 3L & -L^2 & 0 & 0 & -3L & 4L^2 & 0 \end{bmatrix} \qquad (A.16)$$

A.2. O DISCO

O disco é considerado rígido. Suas correspondentes matrizes de massa e giroscópica (ou de Coriolis) são obtidas a partir do cálculo da sua energia cinética

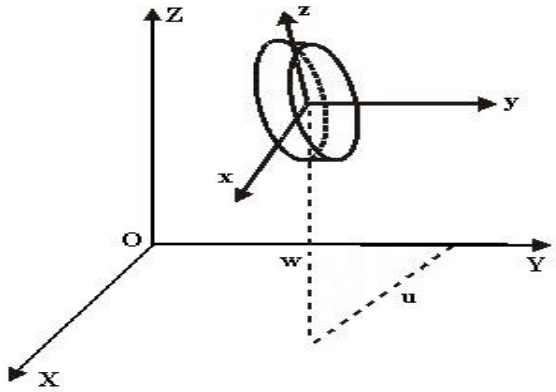


Figura A.2 - Elemento de disco

As matrizes de massa e de efeito giroscópico (ou de Coriolis) são obtidas a partir do cálculo da sua energia cinética. De acordo com Lalanne (1997), a energia cinética para o disco pode ser expressa pela seguinte expressão:

$$T_D = \frac{1}{2} M_D (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) + \frac{1}{2} I_{Dx} (\dot{\theta}^2 + \dot{\psi}^2) + I_{Dy} \Omega \dot{\psi} \theta + \frac{1}{2} I_{Dy} \Omega^2 \qquad \text{(A.17)}$$

Sendo que M_D é a massa do disco e I_{Dx} e I_{Dy} são os momentos de inércia de massa em torno dos eixos x e y respectivamente. O último termo do segundo membro da equação acima é uma constante, que representa a energia de rotação do disco se todos os outros deslocamentos forem nulos. O terceiro termo do segundo membro da equação representa o efeito giroscópico (Coriolis). Os graus de liberdade necessários para descrever a posição de um nó da estrutura são duas translações u e w, e duas rotações θ e ϕ, como mostrado abaixo.

$$\{q^t\} = \{u,\ w,\ \theta,\ \phi\} \qquad \text{(A.18)}$$

Aplicando as equações de Lagrange (equação A.1), obtém-se as matrizes de massa e giroscópica do disco (G_D).

$$\frac{d}{dT}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\delta}}\right)-\frac{\partial T}{\partial \delta}=\begin{bmatrix} M_D & 0 & 0 & 0 \\ 0 & M_D & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{Dx} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{Dx} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \ddot{u} \\ \ddot{w} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix}+\Omega\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -I_{Dy} \\ 0 & 0 & I_{Dy} & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} \qquad (A.19)$$

A primeira matriz da equação. (A.19) representa a matriz clássica de massa do disco (M_D) e a segunda matriz representa a matriz de efeito giroscópico (G_D).

A.3. MANCAIS

Os mancais são elementos do sistema rotativo que estabelece ligações entre os graus de liberdade de translação de nós. O primeiro nó pertence sempre a um elemento de eixo, o segundo pode ser fixo, engastado, ou apoiado sobre uma fundação elástica (Cavalca & Cavalcante,1997).

A rigidez e o amortecimento viscoso dos mancais são assumidos como conhecidos. A figura A.3 mostra graficamente o modelo, na qual:

K_{xx}, K_{zz}, C_{xx}, C_{zz} – são as rigidezes e o amortecimento nas direções Z e Z do eixo;

K_{xz}, C_{xz} – são a rigidez e o amortecimento aplicados na direção Z porém com efeitos na direção X;

K_{zx}, C_{zx} – são a rigidez e o amortecimento aplicados na direção Z porém com efeitos na direção X.

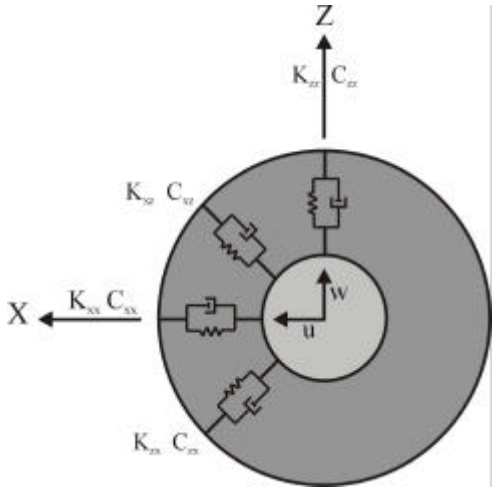


Figura A.3 - Rigidez e amortecimento dos mancais

O trabalho virtual δW das forças agindo sobre o eixo pode ser escrito como (Lalanne & Ferraris, 1997):

$$\delta W = -k_{xx} u\delta u - k_{xz} w\delta u - k_{zz} w\delta w - c_{xx} \dot{u}\delta u - \\ - c_{xz} \dot{w}\delta u - c_{zz} \dot{w}\delta w - c_{zx} \dot{u}\delta w \tag{A.20}$$

ou

$$\delta W = F_u \delta u + F_w \delta w \tag{A.21}$$

Reescrevendo as equações (A.20) e (A.21) na forma matricial, tem-se:

$$\begin{bmatrix} F_u \\ F_w \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} K_{xx} & K_{xz} \\ K_{zx} & K_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u \\ w \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xz} \\ c_{zx} & c_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u} \\ \dot{w} \end{bmatrix} \tag{A.22}$$

APÊNDICE B

B – SOLUÇÃO DAS EQUAÇÕES DE ESTADO – TÉCNICA NUMÉRICA PARA OBTENÇÃO DA RESPOSTA NO TEMPO

Existem um grande número de métodos para se obter a solução das equações no espaço de estado, no entanto, os comandos do Matlab® (impulse, step, initial e lsim) utilizados para a obtenção da resposta no tempo empregam a matriz de transição de estado na forma discreta para resolver sistemas lineares durante um intervalo de tempo.

Sendo o vetor de controle dado por:

$$u(t) = u(k) \text{ , para } kT<t<(k+1)T \tag{B.1}$$

Sendo T o período, u(k) a magnitude do vetor de entrada entre o k-ésimo e o (k+1)-ésimo instante. O interesse é obter um algoritmo na forma recursiva, ou seja, obter a resposta de k+1 utilizando a informação de k. A resposta continua do sistema, envolvendo a matriz de transição de estados $[\Phi(t)]$ e a integral de convolução pode ser dada por:

$$\{x(t)\} = [\Phi(0)]\{x(0)\} + \int_0^T [\Phi(\sigma - t)][B]\{u(\sigma)\}d\sigma \tag{B.2}$$

O primeiro termo da equação (B.2) esta relacionado a resposta as condições iniciais (transiente) e o segundo a resposta permanente (Ogata, 1998). A equação (B.2) não esta na forma recursiva, mais através de algumas passagens, omitidas aqui por fugirem do interesse do trabalho, mas que podem ser vistas em detalhes em Meirovitch (1990), conduzem ao seguinte algoritmo recursivo:

$$\{x(k+1)\} = [\Phi]\{x(k)\} + [\Gamma]u\{k\} \qquad \text{(B.3)}$$

Sendo:

$$[\Phi] = e^{[A]T} \quad e \quad [\Gamma] = [A]^{-1}([\Phi] - [I])[B]$$