

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA “JÚLIO DE MESQUITA FILHO”
FACULDADE DE ENGENHARIA
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA**

CHRISTOFFER LUCAS BEZÃO SILVEIRA

**ANÁLISE COMPARATIVA DE MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO PARA A
SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE RECONFIGURAÇÃO DE SISTEMAS DE
DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA**

Ilha Solteira

2020

CHRISTOFFER LUCAS BEZÃO SILVEIRA

**ANÁLISE COMPARATIVA DE MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO PARA A
SOLUÇÃO DO PROBLEMA DE RECONFIGURAÇÃO DE SISTEMAS DE
DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA**

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia do Câmpus de Ilha Solteira – UNESP, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de Concentração: Automação

Prof. Dr. JOHN FREDY FRANCO BAQUERO

Orientador

Ilha Solteira

2020

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

S587a Silveira, Christoffer Lucas Bezão.
Análise comparativa de métodos de otimização para a solução do problema de reconfiguração de sistemas de distribuição de energia elétrica / Christoffer Lucas Bezão Silveira. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2020
132 f. : il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de conhecimento: Automação, 2020

Orientador: John Fredy Franco Baquero
Inclui bibliografia

1. Análise comparativa. 2. Restrições substitutas. 3. Reconfiguração de sistemas de distribuição. 4. Metaheurísticas. 5. Otimização clássica.

Raiane da Silva Santos
Raiane da Silva Santos

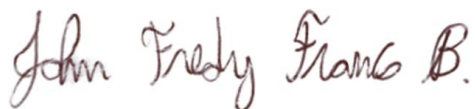
CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO: Análise comparativa de métodos de otimização para a solução do problema de reconfiguração de sistemas de distribuição de energia elétrica

AUTOR: CHRISTOFFER LUCAS BEZÃO SILVEIRA

ORIENTADOR: JOHN FREDY FRANCO BAQUERO

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em ENGENHARIA ELÉTRICA, área: Automação pela Comissão Examinadora:



Prof. Dr. JOHN FREDY FRANCO BAQUERO

Departamento de Engenharia Elétrica / Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, Câmpus Experimental Rosana - UNESP

Prof. Dr. JONATAS BOAS LEITE

Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira - UNESP

Prof. Dr. MARCOS JULIO RIDER FLORES

Departamento de Engenharia Elétrica / Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP

Ilha Solteira, 31 de julho de 2020

DEDICO

A Deus pela saúde, fé e perseverança nos momentos mais difíceis ao longo desta caminhada.

A minha mãe Fátima R. Bezão Silveira (In memoriam), Pai José Carlos S. Silveira, avó Maria F. Bezão e avô André Bezão (In memoriam) pelo amor, educação, incentivo e apoiando-me a possibilitar mais essa conquista.

A minha irmã Natacha N. Bezão Silveira e Sobrinha Maria Fernanda Bezão Silveira Lima pelo apoio e motivação.

E em especial à minha noiva Aline Rocha de Magalhães pelo amor, compreensão, apoio e incentivar me todos os dias.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, proporcionando-me o dom da vida, saúde e sabedoria sobre todas as coisas.

Aos meus pai, Fatima e José, meus avós André e Maria, Irmã Natacha, sobrinha M. Fernanda e a todos os meus familiares que apoiaram-me e ajudaram-me em todos os momentos sem me desamparar. E a todos os amigos por sempre apoiarem e incentivarem, especialmente ao Jefferson, Marcos e Moisés.

A minha noiva Aline, por todo apoio, incentivo, ajuda, e por sempre animar-me e encorajar-me em todas as minhas decisões.

Ao Prof. Dr. John Fredy Franco Baquero, pela orientação, dedicação, incentivo e contribuições em minha formação acadêmica.

A Dra. Alejandra Tabares Pozos e Prof. Dr. Lucas Teles Faria pelo apoio, ajuda e contribuição para a realização de todos os trabalhos.

A todos os colegas de trabalho do Laboratório de Planejamento de Sistemas de Energia Elétrica (LaPSEE), em especial Cindy, Cléberton, Danny, Enielma, Gabriel, Hugo, Lucas, Luiz, Norberto e Tayene compartilhando momentos bons e difíceis.

A todos os professores e técnicos do Departamento de Engenharia Elétrica que sempre estiveram à disposição.

A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoa de Nível Superior- Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001e também a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo – Brasil (FAPESP) pelo apoio financeiro e pelos projetos temáticos (Proc. 2015 / 21972-6), (Proc. 2017 / 02831-8), (Proc. 2018 / 20990-9) e (Proc. 2018 / 18659-2).

“O que é escrito sem esforço em geral é lido sem prazer.”

Samuel Johnson

RESUMO

O problema de reconfiguração de sistemas de distribuição de energia elétrica (RSDEE) consiste em modificar a topologia da rede para obter uma nova configuração radial sendo o mais comum, dentre uma diversidade de caracterizações, a função objetivo que busca minimizar as perdas de potência do sistema. Diversos métodos têm sido desenvolvidos para resolver o problema, podendo ser classificados em algoritmos heurísticos, metaheurísticos (e.g., algoritmos genéticos e busca tabu) e de otimização matemática (programação linear e programação não linear). Embora, muitos trabalhos informem o esforço computacional, nem sempre é possível fazer uma comparação direta do desempenho das distintas propostas devido às diferentes condições em que foram testados (e.g., diferentes sistemas teste, linguagem de modelamento e *solvers*, equipamento computacional). Esta Dissertação faz uma análise comparativa de diferentes métodos metaheurísticos e de otimização matemática aplicados na solução do problema de RSDEE, que permite classificar o desempenho dos métodos segundo a qualidade da solução e o esforço computacional. Em particular, é avaliado o desempenho de formulações matemáticas não lineares, cônicas, linearizadas e metaheurísticas. Também, a partir do estudo dessas diferentes propostas de modelamento matemático, será avaliada a aplicação de restrições substitutas para representar a restrição de radialidade de forma alternativa com o intuito de acelerar o processo de solução. As formulações matemáticas foram implementadas no ambiente de modelagem matemática AMPL e avaliadas sob as mesmas condições usando sistemas teste da literatura especializada de pequeno (33 e 69 barras), de médio (136 barras) e de grande porte (417 barras), segundo o número de combinações possíveis para a solução do problema. A análise feita permite concluir que as técnicas metaheurísticas são mais rápidas que os modelos matemáticos e, geralmente, obtêm a solução ótima em sistemas de pequeno e grande porte. Embora as formulações matemáticas cônicas e linearizadas precisem de maior tempo para serem resolvidas, têm como vantagem a garantia de fornecer a solução ótima. Além disso, foi observada uma redução significativa no esforço computacional quando são adicionadas restrições substitutas nas formulações matemáticas para o problema de RSDEE.

Palavras-chave: Análise comparativa. Metaheurísticas. Otimização clássica. Reconfiguração de sistemas de distribuição. Restrições substitutas.

ABSTRACT

The problem of reconfiguration of electrical energy distribution systems (RSDEE) consists of modifying the network topology to obtain a new radial configuration, the most common being, among a variety of characterizations, the objective function that seeks to minimize system power losses. . Several methods have been developed to solve the problem, which can be classified into heuristic, metaheuristic algorithms (e.g., genetic algorithms and taboo search) and mathematical optimization (linear programming and non-linear programming). Although, many works inform the computational effort, it is not always possible to make a direct comparison of the performance of the different proposals due to the different conditions in which they were tested (e.g., different test systems, modeling and solvers language, computational equipment). This Dissertation makes a comparative analysis of different metaheuristic and mathematical optimization methods applied in the solution of the RSDEE problem, which allows to classify the performance of the methods according to the quality of the solution and the computational effort. In particular, the performance of nonlinear, conical, linearized and metaheuristic mathematical formulations is evaluated. Also, from the study of these different proposals for mathematical modeling, the application of substitute restrictions to represent the radiality restriction in an alternative way will be evaluated in order to accelerate the solution process. The mathematical formulations were implemented in the AMPL mathematical modeling environment and evaluated under the same conditions using test systems from the specialized literature of small (33 and 69 buses), medium (136 buses) and large (417 buses), according to the number possible combinations to solve the problem. The analysis makes it possible to conclude that metaheuristic techniques are faster than mathematical models and, generally, obtain the optimal solution in small and large systems. Although conical and linearized mathematical formulations need more time to be solved, they have the advantage of being guaranteed to provide the optimal solution. In addition, a significant reduction in computational effort was observed when substitute restrictions are added in the mathematical formulations for the RSDEE problem.

Keywords: Classic optimization. Comparative analysis. Metaheuristics. Reconfiguration of distribution systems. Surrogate constraints.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Sistema de distribuição de energia elétrica.....	19
Figura 2 – Sistema de 14 barras: configuração inicial e configuração reconfigurada.....	25
Figura 3 – Classificação dos métodos de otimização do problema de reconfiguração de sistemas de distribuição.....	26
Figura 4 – Representação cônica convexa.....	43
Figura 5 – Área não convexa representando a expressão não linear e área convexa representando a expressão relaxada.....	44
Figura 6 – Representação gráfica da linearização da função P_{mn}^2	47
Figura 7 – Representação gráfica da linearização do limite de tensão.....	56
Figura 8 – Exemplos de topológicos considerando a presença de nós sem carga em conjunto com o uso da restrição de radialidade.....	59
Figura 9 – Topologia radial considerando o SCFC.....	61
Figura 10 – Topologia radial considerando o SCFC.....	62
Figura 11 – Topologia final e fluxo fictício obtidos com o conjunto de restrições substitutas SCFC.....	64
Figura 12 – Topologia final e fluxo fictício obtido aplicando o conjunto de restrições substitutas do MCFC.....	65
Figura 13 – Construção da topologia radial passo a passo usando o MCFC.....	67
Figura 14 – Topologia final e fluxo fictício obtido aplicando o conjunto de restrições substitutas STC.....	69
Figura 15 – Construção da topologia radial passo a passo considerando o STC.....	71
Figura 16 – Topologia inicial do sistema de distribuição radial de 33 barras.....	76
Figura 17 – Topologia inicial do sistema de distribuição radial de 69 barras.....	78
Figura 18 – Topologia inicial do sistema de distribuição radial de 136 barras.....	80
Figura 19 – Restrições substitutas aplicada aos modelos matemáticos no sistema de 33 barras: Tempo computacional.....	85
Figura 20 – Restrições substitutas aplicada aos modelos matemáticos no sistema de 33 barras: Perdas de potência ativa.....	86
Figura 21 – Restrições substitutas aplicada aos modelos matemáticos no sistema de 69 barras: Tempo computacional.....	87
Figura 22 – Restrições substitutas aplicada aos modelos matemáticos no sistema de 69 barras: Perdas de potência ativa.....	88

Figura 23 – Restrições substitutas aplicada aos modelos matemáticos no sistema de 136 barras: Tempo computacional.....	89
Figura 24 – Restrições substitutas aplicada aos modelos matemáticos no sistema de 136 barras: Perdas de potência ativa.....	89
Figura 25 – Restrições substitutas aplicada aos modelos matemáticos no sistema de 417 barras: Tempo computacional.....	90
Figura 26 – Restrições substitutas aplicada ao modelo de PCSOIM no sistema de 417 barras: GAP.....	91
Figura 27 – Restrições substitutas aplicada aos modelos matemáticos no sistema de 417 barras: Perdas de potência ativa.....	92
Figura 28 – Análise comparativa do desempenho computacional no sistema de 33 barras..	96
Figura 29 – Análise comparativa do desempenho computacional no sistema de 69 barras....	98
Figura 30 – Análise comparativa do desempenho computacional no sistema de 136 barras.....	100
Figura 31 – Análise comparativa do desempenho computacional no sistema de 417 barras.....	102

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Detalhes do levantamento bibliográfico para o problema de reconfiguração de sistema de distribuição via heurísticas.....	29
Tabela 2 – Detalhes do levantamento bibliográfico para o problema de reconfiguração de sistema de distribuição via metaheurísticas.....	31
Tabela 3 – Detalhes do levantamento bibliográfico para o problema de reconfiguração de sistema de distribuição via otimização clássica.....	35
Tabela 4 – Detalhes do levantamento bibliográfico para revisão de proposta que comparem/revisam metodologias que solucionam o problema de reconfiguração de sistema de distribuição.....	37
Tabela 5 – Resumo dos resultados da otimização clássica para o sistema de 33 barras.....	77
Tabela 6 – Resumo dos resultados da otimização clássica para o sistema de 69 barras.....	79
Tabela 7 – Resumo dos resultados da otimização clássica para o sistema de 136 barras.....	81
Tabela 8 – Resumo dos resultados da otimização clássica para o sistema de 417 barras.....	82
Tabela 9 – Resumo dos resultados das metaheurísticas para o sistema de 33, 69, 136,417 barras aplicados aos problema de RSDEE.....	94
Tabela 10 – Resumo para a comparação dos resultados obtidos para o sistema de 33 barras.....	97
Tabela 11 – Resumo para a comparação dos resultados obtidos para o sistema de 69 barras.....	98
Tabela 12 – Resumo para a comparação dos resultados obtidos para o sistema de 136 barras.....	100
Tabela 13 – Resumo para a comparação dos resultados obtidos para o sistema de 417 barras.....	102
Tabela 14 – Dados do sistema de distribuição de 33 barras.....	115
Tabela 15 – Dados do sistema de distribuição de 69 barras.....	116
Tabela 16 – Dados do sistema de distribuição de 136 barras.....	118
Tabela 17 – Dados do sistema de distribuição de 417 barras.....	122

LISTA DE ABREVIATURAS

ABC	Artificial Bee Colony
AC	<i>Alternating Current</i>
ACO	<i>Ant Colony Optimization</i>
AG	Algoritmo Genético
AGCB	Algoritmo Genético <i>Chu-Beasley</i>
AGCBE	Algoritmo Genético <i>Chu-Beasley</i> Especializado
AGE	Algoritmo Genético Especializado
AHC	Algoritmo Heurístico Construtivo
ANEEL	Agência Nacional de Energia Elétrica
BC	Balanceamento de Carga
B&B	<i>Branch & Bound</i>
BT	Busca Tabu
BVNS	<i>Basic Variable Neighborhood Search</i>
CLONALG	<i>Clonal Selection Algorithm</i>
Copt-aiNet	<i>Artificial Immune Network for Combinatorial Optimization</i>
FP	Fluxo de Potência
FPE	Fluxo de Potência Especializado
FPO	Fluxo de Potência Ótimo
GD	Geração Distribuída
GRASP	<i>Greedy Randomized Adaptive Search Procedure</i>
GVNS	<i>General Variable Neighborhood Search</i>
MAS	Método de Abertura Sequencial
MCFC	<i>Multi-Commodity Flow Constraints</i>
MPP	Minimizar Perdas de Potência
Opt-aiNet	<i>Artificial Immune Network for Optimization</i>
PCSOIM	Programação Cônica de Segunda Ordem Inteira Mista
PLIM	Problema Não Linear Inteira Mista
PLIMR	Programação Linear Inteira Mista Retangular
PNLIM	Programação Não Linear Inteira Mista
PNLIMR	Programação Não Linear Inteira Mista Retangular

PQIM	Programação Quadrática Inteira Mista
RCP	Reduzir Custos das Perdas
RSDEE	Reconfiguração de Sistema de Distribuição de Energia Elétrica
RVNS	<i>Reduced Variable Neighborhood Search</i>
SA	<i>Simulated Annealing</i>
SCFC	<i>Single-Commodity Flow Constraints</i>
SC	<i>Surrogate Constraints</i>
SDEE	Sistema de Distribuição de Energia Elétrica
ST	<i>Spanning Tree</i>
STC	<i>Spanning Tree Constraints</i>
TR	Troca de Ramos
UVDA	<i>Uniform Voltage Distribution Algorithm</i>
VND	<i>Variable Neighborhood Descent</i>
VND (Z)	<i>Variable Neighborhood Descent Zvietcovich</i>
VNS (Z)	<i>Variable Neighborhood Search Zvietcovich</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

$\overline{\Delta}^V$	Passo da discretização da magnitude de tensão quadrada do nó m
$\overline{\Delta}_{mn}^{im}$	Passo de discretização para a parte imaginária da corrente em mn
$\overline{\Delta}_{mn}^{re}$	Passo de discretização para a parte real da corrente em mn
$\Delta_{mn,r}^{im}$	Valor do r -ésimo bloco de discretização da parte imaginária da corrente
$\Delta_{mn,r}^{re}$	Valor do r -ésimo bloco de discretização da parte real da corrente
$\Delta_{mn,w}^Q$	Valor do w -ésimo bloco de discretização associado ao fluxo da potência reativa no ramo mn
$\Delta_{mn,w}^P$	Valor do w -ésimo bloco de discretização associado ao fluxo da potência ativa no ramo mn
Ω_b	Conjunto de nós diferentes da do nó fonte
Ω_c	Conjunto de mercadorias (<i>commodity</i>)
Ω_s	Conjuntos de fontes
Ω_t	Conjuntos de nós terminais
$\overline{\theta}$	Ângulo máximo de fase das tensões
$\underline{\theta}$	Ângulo mínimo de fase das tensões
c_{mn}	Peso das arestas
C_{mn}	Limite de capacidade do arco mn
f	Fluxo total de mercadorias pela rede do SCFC
f_c	Fluxo total de mercadorias pela rede do MCFC
I_{Dm}^{im}	Corrente imaginária demandada no nó m
I_{mn}^{im+}	Corrente imaginária do ramo mn na direção direta
I_{mn}^{im-}	Corrente imaginária do ramo mn na direção inversa
I_{Gm}^{im}	Corrente imaginária gerada no nó m
I_{Dm}^{re}	Corrente real demandada no nó m
I_{mn}^{re+}	Corrente real do ramo mn na direção direta
I_{mn}^{re-}	Corrente real do ramo mn na direção inversa
I_{Gm}^{re}	Corrente real gerada no nó m
\overline{I}_{mn}	Limite de corrente do ramo mn
I_{mn}^{sqr}	Quadrado da corrente no ramo mn

K_{im}	Número de blocos da linearização por partes
L	Conjunto de ramos
$m_{mn,r}^{re}$	Inclinação do r -ésimo bloco de linearização por partes representando a parte real da corrente do ramo mn
$m_{mn,r}^{im}$	Inclinação do r -ésimo bloco de linearização por partes representando a parte imaginária da corrente do ramo mn
$m_{mn,w}^s$	Inclinação do w -ésimo bloco de discretização usado para a linearização do fluxo de potência do ramo mn
N	Conjunto de nós
n_{s0}	Número de subestação presente no sistema
P_{mn}	Fluxo de potência ativa no ramo mn
P_{mn}^+	Fluxo de potência ativa no ramo mn na direção direta
P_{mn}^-	Fluxo de potência ativa no ramo mn na direção inversa
P_m^D	Potência ativa demandada no nó m
P_m^G	Potência ativa gerada no nó m
Q_{mn}	Fluxo de potência reativa no ramo mn
Q_m^D	Potência reativa demandada no nó m
Q_m^G	Potência reativa gerada no nó m
R_{im}	Número de blocos da linearização por partes para a imaginária real da corrente
R_{re}	Número de blocos da linearização por partes para a parte real da corrente
R_{mn}	Resistência do ramo mn
Sf_{mn}	Fluxo fictício da rede para o STC
Sf_{mn}^{c+}	Fluxo fictício da rede na direção mn para o STC
Sf_{mn}^{c-}	Fluxo fictício da rede na direção nm para o STC
Sf_{ij}^r	Função objetivo do problema de STC
\bar{V}	Limite superior da tensão
\underline{V}	Limite inferior da tensão
$Vest_m$	Tensão Estimada no nó m
V_m^{im*}	Parte imaginária da tensão estimada no nó m
V_m^{im}	Parte imaginária da tensão no nó m
V_m^{re*}	Parte real da tensão estimada no nó m
V_m^{re}	Parte real da tensão no nó m

V_n^{sqr}	Quadrado da tensão no nó n
w_{mn}	Variável auxiliar usada na modelagem do estado do ramo mn
W_{mn}^{im}	Variável auxiliar utilizada no cálculo da parte imaginária da queda de tensão para o ramo mn
W_{mn}^{re}	Variável auxiliar utilizada no cálculo da parte real da queda de tensão para o ramo mn
\overline{W}_{mn}^{im}	Limite superior em relação a variável auxiliar da parte imaginária da queda de tensão
\overline{W}_{mn}^{re}	Limite superior em relação a variável auxiliar da parte real da queda de tensão
x_{mn}	Vetor do fluxo da árvore de abrangência
X_{mn}	Reatância do ramo mn
y_{mn}^l	Variável binária associada ao conjunto de restrições STC
y_{nm}^l	Variável binária associada ao conjunto de restrições STC
y_{mn}^+	Variável binária associada à direção direta do fluxo de potência no ramo mn
y_{mn}^-	Variável binária associada à direção inversa do fluxo de potência no ramo mn
Z_{mn}	Impedância do ramo mn
z_{mn}^c	Variável auxiliar utilizada em MCFC
z_{mn}	Variável auxiliar utilizada em SCFC
z_{kmn}	Valor do fluxo de mercadoria do STC

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	19
1.1	SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA	19
1.2	RECONFIGURAÇÃO DO SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA.....	20
1.3	OBJETIVOS	22
1.4	CONTRIBUIÇÕES DO TRABALHO	22
1.5	ORGANIZAÇÃO DOS CAPÍTULOS	22
2	O PROBLEMA DE RECONFIGURAÇÃO DE SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA	24
2.1	VISÃO GERAL DO PROBLEMA DE RECONFIGURAÇÃO DE SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA.....	24
2.2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	26
2.2.1	Métodos Heurísticos	26
2.2.2	Métodos Metaheurísticos	26
2.2.3	Método de Otimização Clássica	27
2.2.4	Artigos de revisão do estado da arte.....	27
2.3	CONCLUSÃO DA REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	27
3	FORMULAÇÕES MATEMÁTICAS PARA O PROBLEMA DE RECONFIGURAÇÃO DE SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA	38
3.1	MODELAGEM MATEMÁTICA PARA A OTIMIZAÇÃO	38
3.2	MODELO MATEMÁTICO DE PROGRAMAÇÃO NÃO LINEAR INTEIRA MISTA PARA O PROBLEMA DE RSDEE.....	39
3.3	MODELO DE PROGRAMAÇÃO CÔNICA DE SEGUNDA ORDEM INTEIRA MISTA.....	43
3.4	MODELO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA MISTA	45

3.5	MODELO DE PROGRAMAÇÃO NÃO LINEAR INTEIRA MISTA RETANGULAR.....	48
3.6	MODELO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA MISTA RETANGULAR	51
3.6.1	Linearização das correntes de carga	52
3.6.2	Linearização da corrente nos ramos.....	53
3.6.3	Linearização da tensão.....	55
4	RESTRIÇÕES SUBSTITUTAS APLICADAS AOS MODELOS CLÁSSICOS DE OTIMIZAÇÃO MATEMÁTICA	57
4.1	CARACTERIZAÇÃO DAS RESTRIÇÕES SUBSTITUTAS.....	57
4.2	RESTRIÇÕES SUBSTITUTAS	60
4.2.1	Single-Commodity Flow Constraints.....	60
4.2.2	Multi-Commodity Flow Constraints	64
4.2.3	Spanning Tree Constraints.....	68
5	PROPOSTA PARA A COMPARAÇÃO DO DESEMPENHO DE MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO APLICADOS NO PROBLEMA DE RECONFIGURAÇÃO DE SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO.....	72
5.1	DEFINIÇÃO DO CRITÉRIO PARA COMPARAÇÃO DOS DIFERENTES MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO	72
6	TESTES E RESULTADOS.....	75
6.1	MODELOS MATEMÁTICOS APLICADOS AO PROBLEMA DE RSDEE.....	75
6.1.1	Sistema de 33 barras	76
6.1.2	Sistema de 69 barras	77
6.1.3	Sistema de 136 barras	79
6.1.4	Sistema de 417 barras	81
6.2	RESULTADOS E TESTES APLICANDO AS RESTRIÇÕES SUBSTITUTAS AOS MODELOS MATEMÁTICOS	85
6.2.1	Conjuntos de restrições substitutas aplicadas ao sistema de 33 barras	85
6.2.2	Conjuntos de restrições substitutas aplicadas ao sistema de 69 barras	87
6.2.3	Conjuntos de restrições substitutas aplicadas ao sistema de 136 barras	88
6.2.4	Conjuntos de restrições substitutas aplicadas ao sistema de 417 barras	90

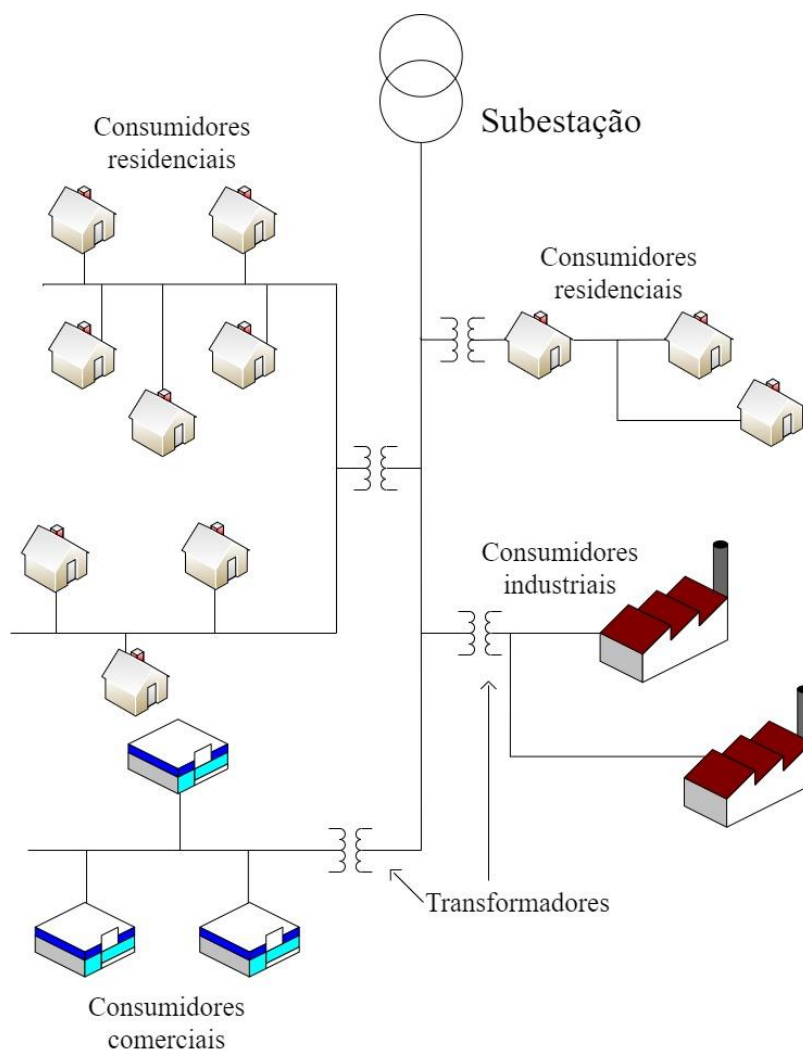
6.3	LEVANTAMENTO DOS RESULTADOS APLICANDO METAHEURÍSTICAS AO PROBLEMA DE RSDEE	93
6.4	ANÁLISE COMPARATIVA DOS MÉTODOS METAHEURÍSTICOS E DE MODELAGEM MATEMÁTICA	96
6.4.1	Resultados apresentados pelas metaheurísticas utilizando o sistema teste de 33 barras.....	96
6.4.2	Resultados apresentados pelas metaheurísticas utilizando o sistema teste de 69 barras.....	98
6.4.3	Resultados apresentados pelas metaheurísticas utilizando o sistema teste de 136 barras.....	99
6.4.4	Resultados apresentados pelas metaheurísticas utilizando o sistema teste de 417 barras.....	101
7	CONCLUSÕES	105
	REFERÊNCIAS	107
	APÊNDICE A – DADOS DOS SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO SIMULADOS	115
	SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO DE 33 BARRAS	115
	SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO DE 69 BARRAS	116
	SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO DE 136 BARRAS	118
	SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO DE 417 BARRAS	122

1 INTRODUÇÃO

1.1 SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

O sistema de distribuição de energia elétrica (SDEE) é uma rede fracamente malhada e tem como atribuição transportar energia elétrica até os consumidores, a partir de uma subestação, propagando-se por meio de seus alimentadores e alcançando os transformadores que transmitem energia até o destino final, como mostra a **Figura 1**. Embora possuam topologia malhada, esses sistemas são comumente operados de forma radial (PEREIRA, 2010). A operação do SDEE deve beneficiar os usuários nas redes de baixa e média tensão, fornecendo um serviço de forma econômica, confiável e com qualidade, conforme o

Figura 1 – Sistema de distribuição de energia elétrica.



Fonte: Elaboração do autor.

estabelecido pela Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL) (BUENO, 2005).

O operador do SDEE executa a operação de forma radial no estado normal em regime permanente e busca sua otimização, seja em termos das perdas de potência, de energia, dos desvios de tensão, do carregamento dos alimentadores ou dentre outros objetivos. Isto é, o operador da rede almeja alcançar seu máximo desempenho reduzindo os custos operacionais no sistemas (CAVELLUCCI, 1998).

Como alternativa de solucionar tal problema do SDEE, a estratégia de reconfiguração do sistema de distribuição de energia elétrica (RSDEE) define a topologia do SDEE por meio da abertura e/ou fechamento de circuitos com desígnio de otimizar a operação do sistema, torna-se uma solução viável e atrativa. Devido ao fato de utilizar somente recursos efetivos da rede, privando-se de altos e novos investimentos de modernização do sistema, é um método de baixo custo na implantação e possui altíssima qualidade de operação (PEREIRA, 2010).

1.2 RECONFIGURAÇÃO DO SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

A RSDEE é um problema clássico de otimização que consiste na alteração da topologia inicial por meio da abertura e fechamento de interruptores de interconexão, também conhecidos como chaves de manobra, que são posicionados em pontos estratégicos da rede a fim de manter a radialidade do sistema.

O mecanismo de reconfiguração pode ter como principal objetivo minimizar as perdas de potência ativa, enquanto satisfaz restrições operacionais (fornecimento dos consumidores e restrições físicas da rede como limites de corrente e tensão). Além disso, é possível melhorar o perfil de tensão preestabelecido por agentes reguladores, aumentar a confiabilidade e isolar possíveis faltas de energia (AMASIFEN; ROMERO; MONTOVANI, 2005).

As diversas abordagens existentes na literatura que tratam do problema de RSDEE diferem entre si em relação ao tipo de estratégia utilizada na solução do problema, além das diferentes características da função objetivo. O problema permite otimizar uma função objetivo com características como as perdas de potência ativa, os custos de perdas, a magnitude de queda de tensão, entre outras características que podem ser avaliadas e consideradas. Além disso, métodos que apresentam mais de um objetivo podem ser caracterizados como um problema multiobjetivo (CARDONA, 2016).

Estes métodos podem ser divididos em dois tipos de técnicas: a) técnicas de computação relaxada, do inglês *Soft Computing*, com os métodos heurísticos e metaheurísticos; b) otimização clássica, com os modelos matemáticos de otimização.

Os métodos *Soft Computing* aplicam conjuntos de regras e métodos destinados à resolução do problema de otimização, na qual permitem muitas vezes encontrar soluções de boa qualidade com esforço computacional reduzido, embora não garantam atingir a solução de ótimo global em alguns problemas pois, podem ficar estagnados em alguma solução de ótimo local encontrado.

Sob outra perspectiva, há também técnicas de otimização matemática clássica, segundo o modelo matemático de otimização, como por exemplo: Programação Não Linear (PNL), Programação Cônica (PC), Programação Linear (PL), dentre outras formulações capazes de solucionar problemas relacionados a otimização (BORGES; FRANCO; RIDER, 2014).

Apesar da diversidade dos métodos existentes para a resolução do problema de RSDEE, nem sempre é possível fazer uma comparação direta do desempenho entre essas técnicas. Mesmo que os trabalhos informem o esforço computacional exigido, a avaliação entre diferentes métodos apresenta uma grande dificuldade em relação às condições distintas na sua aplicação. Isto é, diferentes sistemas testes, habilidade do programador, linguagens de programação, *solvers* além de equipamentos computacionais utilizado nas simulações.

Nesse contexto, nesta Dissertação é realizada uma análise comparativa do desempenho de diferentes formulações matemáticas de PNL, PC e PL, assim como de métodos metaheurísticos aplicados ao problema de RSDEE, permitindo classificar o desempenho desses métodos segundo a qualidade da solução e levando em conta também o correspondente esforço computacional exigido.

A fim de realizar a análise sob as mesmas condições e avaliar o desempenho para sistemas teste com diferentes níveis de complexidade, os métodos são aplicados em sistemas testes de pequeno (33 e 69 barras), de médio (136 barras) e de grande porte (417 barras), comumente utilizados na literatura especializada.

Também, a partir da análise de diferentes propostas de modelagem matemática, é estudada a aplicação das chamadas Restrições Substitutas (RSs), do inglês *Surrogate Constraints*, nos modelos matemáticos de Programação Não Linear Inteira Misto (PNLIM), Programação Cônica de Segunda Ordem Inteira Mista (PCSOIM) e Programação Linear Inteira Mista (PLIM). Esta análise permite que sejam identificadas conjuntos de restrições que possibilitem acelerar o processo de solução do problema de RSDEE (JABR, 2013).

As formulações foram implementadas na linguagem de modelagem *AMPL* e resolvidas utilizando os *solvers* comerciais *CPLEX* para os modelos lineares e cônicos, *KNITRO* e *BONMIN* para modelos não lineares.

1.3 OBJETIVOS

Esta Dissertação de Mestrado tem como objetivo geral de realizar uma análise comparativa, em termos de qualidade da solução e esforço computacional, de diferentes métodos de otimização aplicados na solução do problema de RSDEE.

Em particular, será avaliado o desempenho de formulações matemáticas de Programação Não Linear, Programação Cônica e Programação Linear, além de analisar alguns algoritmos metaheurísticos aplicados em solucionar o problema de RSDEE em sistemas teste de pequeno, médio e grande porte da literatura especializada.

Também, de modo inovador é estudado a aplicação de diferentes conjuntos de RS aos modelos matemáticos, visando acelerar o processo de solução do problema de otimização para os diferentes sistemas testes abordados.

1.4 CONTRIBUIÇÕES DO TRABALHO

As principais contribuições do trabalho podem ser caracterizadas por:

- Comparar o desempenho computacional de diferentes formulações matemáticas aplicadas em solucionar o problema de otimização de RSDEE;
- Avaliar e analisar a aplicação dos conjuntos de restrições substitutas nas formulações matemáticas, buscando a garantia da radialidade do sistema e melhorar o desempenho computacional do processo de solução;
- Realizar uma análise comparativa do desempenho de diferentes métodos (modelos metaheurísticos e modelos matemáticos) de solução do problema de RSDEE, com o objetivo de reduzir as perdas de potência ativa e ponderar o esforço computacional do processo de solução de cada técnica;

1.5 ORGANIZAÇÃO DOS CAPÍTULOS

Esta Dissertação está organizada em 7 capítulos e um Apêndice.

No capítulo 2, descreve-se o problema de RSDEE e é feita uma revisão dos principais trabalhos encontrados na literatura que o resolvem.

No capítulo 3 são apresentadas duas formulações de programação não linear inteira mista para o problema de RSDEE, assim como outras formulações convexas derivadas dessas formulações originais.

No capítulo 4 são definidos os três conjuntos de RS aplicados aos modelos de otimização clássica para a solução do problema de reconfiguração, buscando a garantia da radialidade das soluções e reduzir o tempo de processamento das modelagens matemáticas.

No capítulo 5, apresenta-se o levantamento do desempenho dos diferentes métodos de otimização empregada em resolver o problema de RSDEE. Estes resultados são tabulados e comparados indiretamente mostrando o esforço computacional e a qualidade da solução encontrada por diferentes estratégias com o auxílio de uma estratégia de comparação desenvolvida considerando um fluxo de potência equivalente.

Capítulo 6, mostra-se os resultados obtidos utilizando os modelos matemáticos sem considerar as RS, após a aplicação das RS e por fim a comparação das diferentes estratégias de solução do problema abordado, esta comparação é feita utilizando os sistemas teste de 33, 69, 136 e 417 barras.

No capítulo 7 são apresentadas as conclusões.

No Apêndice A, encontra-se os dados que caracterizam as redes durante a simulação dos sistemas testes de 33, 69, 136 e 417 barras.

2 O PROBLEMA DE RECONFIGURAÇÃO DE SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

Neste capítulo serão discutidas a visão geral do problema de RSDEE e uma revisão bibliográfica sobre os principais trabalhos que retratam o tema dissertado.

2.1 VISÃO GERAL DO PROBLEMA DE RECONFIGURAÇÃO DE SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

O SDEE, embora disponha de uma estrutura fracamente malhada, opera com topologia radial correspondendo a uma configuração eficiente, confiável e permite a redução das correntes de curto-circuito do sistema além de simplificar a proteção e coordenação.

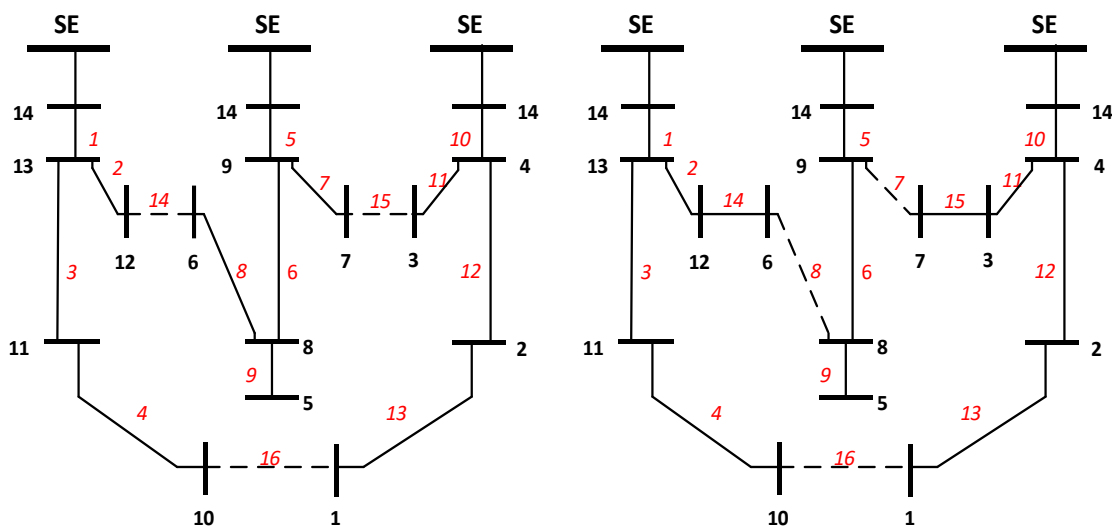
Matematicamente, a complexidade do problema está diretamente ligada à quantidade de chaves de interconexão e o estado de cada comutador. Assim, dado um sistema com N chaves de manobra, esse fornecerá 2^N configurações possíveis; a maior parte destas configurações são inviáveis, pois não atendem às restrições de radialidade ou pelo fato de possuírem barras desconectadas no sistema (SCHMIDT *et al.*, 2005). A combinação do número e os estados dos dispositivos caracteriza o problema como de natureza combinatória complexa e de crescimento exponencial. Portanto, quanto maior o número de chaves de manobras presentes no sistema elétrico, maior será a dificuldade e a complexidade para encontrar uma topologia radial que seja a solução ótima para o problema de RSDEE.

A alteração da topologia do SDEE neste trabalho é feita com a finalidade da minimização as perdas de potência ativa, sujeita a restrições como o balanço de potência (leis de Kirchhoff), limites de tensão nas barras, limites de corrente nos ramos, além da condição de radialidade, entre outras restrições que complementam a representação do problema. A RSDEE também pode oferecer a melhoria do perfil de tensão e o aumento da confiabilidade do sistema (GUIMARAES, 2005).

Sintetizando, neste trabalho o problema de RSDEE fundamenta-se em encontrar uma configuração radial da rede dentro do conjunto de configurações possíveis, que apresente o menor valor de perdas de potência ativa, sendo que se espera que a técnica empregada forneça a solução no menor tempo possível.

A fim de exemplificar o que acontece na RSDEE apresentado na dissertação, a **Figura 2** ilustra o caso de uma topologia radial em um sistema de 14 barras comumente empregado na literatura especializada.

Figura 2 – Sistema de 14 barras: configuração inicial e configuração reconfigurada.



Fonte: Adaptado de Civanlar et al. (1988).

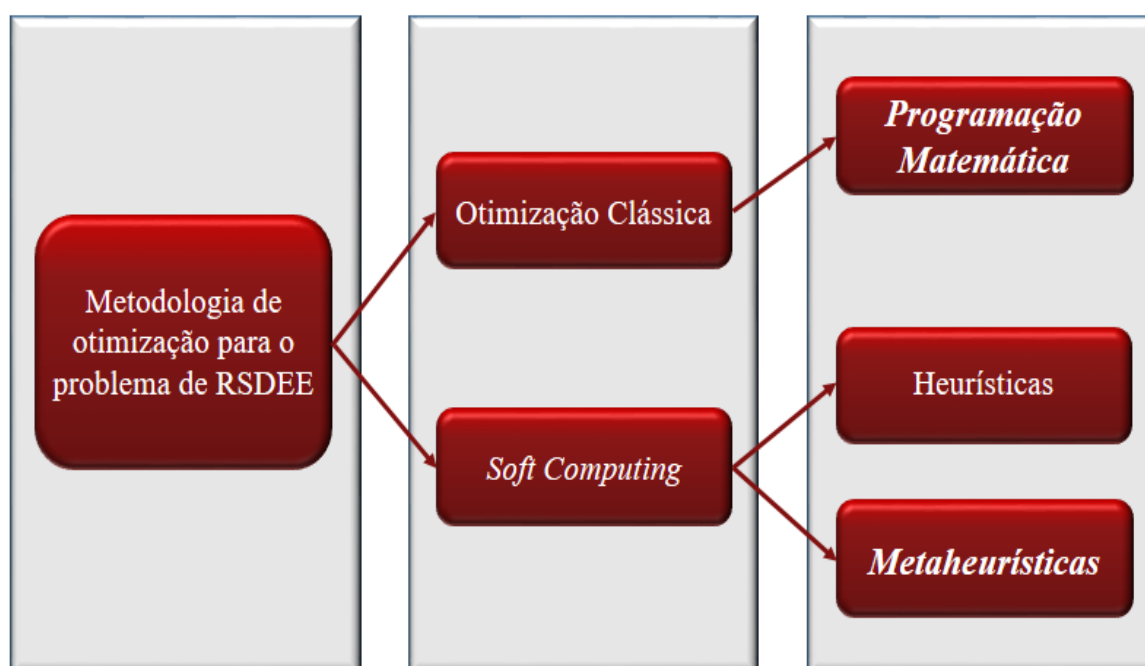
A do lado esquerdo da **Figura 2**, mostra a configuração inicial do SDEE de 14 barras de Civanlar *et al.* (1988), em que todas as barras estão conectadas pelas linhas contínuas (chaves fechadas) e os ramos 14, 15 e 16 estão desligados (fora de operação), produzindo perdas de potência ativa no total de 511,43 kW.

Após a reconfiguração da rede, mostrada no lado direito da figura, a nova topologia mantém ligadas todas as barras e apresenta os ramos 7, 8 e 16 desligados (chaves abertas, representados pelas linhas tracejadas), mantendo a radialidade do sistema. Além disso, a nova topologia tem o menor valor das perdas, resultando em 466,12 kW.

2.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.3 Diferentes abordagens têm sido propostas para resolver o problema de RSDEE com o objetivo de reduzir as perdas potência no sistema. Neste capítulo, apresenta-se uma revisão concisa de diversos trabalhos que foram publicados sobre o tema que utilizam métodos heurísticos, metaheurísticos e de otimização matemática para sua solução.

Figura 3 – Classificação dos métodos de otimização do problema de reconfiguração de sistemas de distribuição.



Fonte: Elaboração do autor.

2.3.1 Métodos Heurísticos

Os algoritmos heurísticos são fundamentados frequentemente em abordagens de experiências operacionais dos sistemas de distribuição, tornando-se um dos métodos de grande destaque aplicados ao problema de otimização, como ilustrado na **Tabela 1**. Essas estratégias baseiam-se em conhecimentos de acordo com princípios e regras heurísticas estabelecidas, a partir de estratégias com simples formulação, sendo efetivas para encontrarem soluções de boa qualidade.

2.3.2 Métodos Metaheurísticos

Os métodos metaheurísticos são atualmente muito utilizados na solução de problemas de otimização, em especial a RSDEE, devido ao fato de que existe equilíbrio entre a

intensificação e a diversificação no processo de busca e obtém-se resultados de boa qualidade, muitas vezes em um tempo computacional relativamente baixo.

Diversos autores aplicaram diferentes metaheurísticas na solução do problema de RSDEE, entre estes métodos estão Recozimento Simulado (SA do inglês, *Simulated Annealing*), Algoritmo Genético (AG), Busca Tabu (BT), GRASP (do Inglês, *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure*), Colônia de Formigas (ACO do Inglês, *Ant Colony Optimization*), Enxame de Partículas (PSO do inglês, *Particle Swarm Optimization*), Busca por Vizinhança Variável (VNS do inglês, *Variable Neighborhood Search*) e seus derivados, entre outras metaheurísticas como apresenta a **Tabela 2**.

2.3.3 Método de Otimização Clássica

As distintas técnicas de métodos clássicos de otimização (Programação Matemática) para resolver o problema de RSDEE são caracterizadas como complexas, devido exposição à possível explosão combinatória e formulações rigorosas que gradativamente foram desenvolvidas a fim de encontrar a melhor solução para o problema, como apresentado na **Tabela 3**.

2.3.4 Artigos de revisão do estado da arte

Na literatura há uma ampla diversidade de métodos aplicados ao problema de RSDEE, com diferente nível de eficiência e robustez. Vários autores têm feito levantamentos e/ou comparações de diferentes técnicas aplicadas ao problema de otimização, como apresentado na **Tabela 4**, buscando mostrar a eficiência de cada método, bem como suas diferentes características e resultados.

2.4 CONCLUSÃO DA REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Devido à pluralidade de métodos aplicados ao problema de RSDEE, certifica-se que essas estratégias correspondem a um processo evolutivo gradativo quanto aos métodos de otimização. Adicionalmente o número de trabalhos que utilizam modelagem matemática (otimização clássica) é inferior quando comparado à quantidade de métodos heurísticos e metaheurísticos; a modelagem matemática teve uma maior ascensão após a evolução tecnológica, em que pesquisadores puderam ter mais acessos a dispositivos altamente eficientes e modernos para intensificarem seus estudos. Também, é possível constatar que o número de trabalhos que fazem algum tipo de comparação ou até mesmo uma análise crítica do desempenho é ínfimo.

Genericamente, os métodos de otimização apresentam diferenças na estratégia de solução do problema. Os métodos heurísticos e metaheurísticos precisam da calibragem de parâmetros e não garantem a convergência à solução ótima do problema. Por outro lado, os modelos matemáticos podem fornecer um indicador de distância, conhecido como GAP, até a solução de ótima global; porém, podem precisar esforços computacionais proibitivos para sistemas-teste complexos devido à explosão combinatória.

Tabela 1 – Detalhes do levantamento bibliográfico para o problema de reconfiguração de sistema de distribuição via heurísticas.

Autores	Objetivos principais	Metodologia	Descrições adicionais
Merlin e Back (1975)	Minimizar Perdas de Potência (MPP)	<i>Spanning tree</i> (ST)	Todas as chaves são fechadas e a partir de uma regra heurística são abertas uma de cada vez.
Civanlar et al. (1988)	MPP	Troca de Ramo (TR)	Chaves são abertas e fechadas denominando a troca de estado dos comutadores até que o mínimo de perda na rede seja obtido.
Baran e Wu (BARAN; WU, 1989)	MPP e Balanceamento de Carga (BC)	TR	Uma redução de candidatos a troca de estado é proposta e avaliada por dois métodos de fluxo de potência (FP).
Shirmohammadi e Hong (1989)	MPP	Algoritmo Heurístico Construtivo (AHC) com Método de Abertura Sequencial (MAS)	O cálculo do FP mostra se existem violações de restrições na rede, então as chaves são abertas até que não haja mais violações.
Taylor e Lubkeman (1990)	MPP e prevenção de sobrecarga	Heurística de Estratégia de Busca	Uma estratégia de busca de árvores combinada com regras heurísticas que diminuem o espaço de buscas fora utilizada para encontrar a melhor solução.
Goswami e Basu (1992)	MPP	MAS	Um algoritmo de fluxo mínimo de potência é utilizado para a abertura de chaves fechadas que formam <i>loops</i> na rede.
Borozan, Rajičić e Ačkovski (1997)	MPP	MAS utilizando Fluxo de Potência Ótimo (FPO)	Uma estratégia de reordenação parcial de ramos da rede é executada após a troca de estado das chaves.
McDermott et al. (1999)	MPP	AHC	Uma heurística construtiva que utiliza uma estratégia de retrocesso que pode evitar soluções de mínimos locais.
Gomes et al. (2005)	MPP	Método Híbrido (MAS + TR)	O FP utilizado verifica as perdas totais de todo o sistema em relação à topologia resultante.

(continua...)

Tabela 1 – Detalhes do levantamento bibliográfico para o problema de reconfiguração de sistema de distribuição via heurísticas.

(continuação)

Autores	Objetivos principais	Método	Descrições adicionais
Raju e Bijwe (2008)	MPP	Método Híbrido (Índice de Sensibilidade +TR)	O algoritmo pode resolver problemas balanceados e desbalanceados sem utilizar FP para determinar qual chave deve ser aberta.
Ababei e Kavasseri (2011)	MPP	Um algoritmo TR baseado no Fluxo máximo a custo mínimo e um outro algoritmo baseado em caminhos aleatórios.	O primeiro método permite que a troca de vários ramos simultaneamente seja feita diminuindo esforço computacional, enquanto o segundo determina estatisticamente a tensão do sistema.
Mohd Zin et al. (2012)	MPP	Método baseado na atualização circular da corrente mínima.	O método pode ser aplicado considerando ou não uma configuração inicial e ainda alguns comutadores podem ser atualizados sistematicamente caso seja necessário.
Ding e Loparo (2015)	MPP	TR de <i>loop</i> único	Um esquema de agentes de controladores locais é proposto auxiliando na busca por informações do sistema de grande porte, visto que podem ser subdivididos em redes menores.
Raut e Mishra (2017)	MPP e reparar o perfil de tensão	TR	A estratégia simples busca encontrar passo a passo uma troca de <i>status</i> dos ramos de forma que a radialidade da solução seja mantida.
Jakus et al., (2020)	MPP e minimização do índice de carregamento do sistema	Metodologia híbrida (TR+Kruskal) e (AG)	Na fase inicial são combinados os algoritmos heurísticos para encontrar bons pontos de partida e o AG é aplicado capaz de buscar a melhor solução para o problema.

Fonte: Elaboração do autor.

Tabela 2 – Detalhes do levantamento bibliográfico para o problema de reconfiguração de sistema de distribuição via metaheurísticas.

Autores	Objetivos principais	Método	Descrições adicionais
Chiang e Jean -Jumeau (1990a, 1990b)	MPP e BC	SA + ϵ -restrições	Estratégia desenvolvida em duas etapas, onde é feita a busca a partir de um ponto não inferior global; a segunda parte mostra que o ponto é aceitável.
Nara e Kitagawa (1991)	MPP	SA	A estrutura de vizinhança das soluções é estabelecida através de números aleatórios.
Nara et al. (1992)	MPP	AG	Considera-se a Função <i>fitness</i> como o cálculo da penalidade da queda de tensão assim como a violação da capacidade de corrente na rede.
Chang e Kuo (1994)	MPP	SA	Um conjunto de restrições simplificado do fluxo de ramos é aplicado para o cálculo de perdas aproximadas do sistema.
Jeon e Kim (2002)	MPP	SA integrado com BT	O cronograma de resfriamento, dado em tempo polinomial, no algoritmo desenvolvido é baseado no cálculo estatístico durante a busca de soluções.
Su et al. (2005)	MPP	ACO	São introduzidas regras que garantem a solução ideal do problema, regras de transição de estado e regra de atualização local e global.
Mendoza et al. (2006)	MPP	AG	A construção da população inicial no método apresentado é obtida com base em operadores de mutação genética cruzados e direcionados.
Zvietcovich (2006)	MPP	VNS e VND	As metaheurísticas consideram uma estratégia de busca em estrutura de vizinhança híbrida, sendo combinada de forma parcial e aleatória.
Zhang et al. (2007)	MPP	BT	A introdução do operador de mutação fornece maior liberdade à busca de soluções, alcançando facilmente novas vizinhanças.

(continua...)

Tabela 2 – Detalhes do levantamento bibliográfico para o problema de reconfiguração de sistema de distribuição via metaheurísticas.

(continuação)

Autores	Objetivos principais	Método	Descrições adicionais
Enacheanu et al. (2008)	MPP	AG baseado na teoria dos Matróides	Além da teoria dos Matróides a teoria dos Grafos também é aplicada ao processo de generalização dos operadores do AG.
Carreño, Romero e Padilha-Feltrin (2008)	MPP	AGCB	A estratégia pode ser aplicada para resolver problemas de RSDEE mono e multiobjetivo possuindo demandas variáveis aos sistemas.
Chang (2008)	MPP	ACO	Devido a operações de transição e atualização local e global, a inércia das soluções de ótimos locais pode ser evitada.
Abdelaziz et al. (2009)	MPP	PSO	A fim de reduzir as chances do problema de RSDEE ficar estacionado em ótimos locais, é utilizado um operador de peso de inércia.
Abdelaziz et al. (2010)	MPP	BT	Além da lista tabu cujo tamanho depende do sistema testado, o algoritmo considera um movimento multiplicativo para diversificação.
Wu e Tsai (2011)	MPP	PSO	O peso da inércia no sistema é utilizado para estipular as áreas de busca e, à medida que o número de iterações aumenta, essas áreas de busca são reduzidas gradativamente.
Oliveira (2011)	MPP	GRASP	Uma rotina é aplicada nas duas fases do problema, buscando identificar se a solução obtida é conexa radial ou possui laços na rede.
Franco et al. (FRANCO et al., 2012)	MPP	TS	Um fluxo de carga especializado permite avaliar soluções vizinhas de forma rápida.

Fonte: Elaboração do autor.

Tabela 2 – Detalhes do levantamento bibliográfico para o problema de reconfiguração de sistema de distribuição via metaheurísticas.

(continuação)

Autores	Objetivos principais	Método	Descrições adicionais
Amanulla et al. (2012)	MPP e Maximizar a confiabilidade	PSO	A avaliação incorporada no modelo para a confiabilidade foi dada de forma probabilística reduzindo o tempo computacional do problema.
Souza (2013)	MPP	GRASP	O modelo matemático foi modificado através de um relaxamento de integralidade das variáveis binárias do problema.
Possagnolo (2015)	MPP e Reduzir os Custos das Perdas (RCP)	BVNS, VND, RVNS e GVNS	A geração de soluções iniciais através da heurística de Prim especializada apresentou esforço computacional menor que o AHC.
Eldurssi e O'Connell (2015)	MPP, melhoria dos níveis de tensão e Diminuir n° de Chaveamento	AG	Para verificação da radialidade do sistema, além da teoria dos grafos, foi proposta uma estratégia com base na matriz de incidência de barramento de ramos.
Moreira (2015)	MPP e Reduzir Custos Operacionais e Alocar Bancos de Capacitores	AGCBE	A estratégia considera uma redução da vizinhança das soluções e considerando somente configurações radiais.
Montsutsumi (2017)	MPP e Alocar Bancos de Capacitores	Algoritmo de Multipartida	O método é dividido em duas etapas, fase construtiva e de melhoria, após isso são alocados os capacitores e novamente o algoritmo de Prim é aplicado ao problema.
Souza (2017)	MPP	CLONALG, Copt-aiNet e Opt-aiNet	São utilizados anticorpos (soluções) em diferentes processos biológicos como seleção, clonagem e hipermutação, melhorando sua afinidade.

Tabela 2 – Detalhes do levantamento bibliográfico para o problema de reconfiguração de sistema de distribuição via metaheurísticas.
(conclusão)

Autores	Objetivos principais	Método	Descrições adicionais
Vargas Peralta (2018)	MPP	AG	O método utiliza vetores de chaves aleatórias binárias e utiliza o algoritmo de Prim como decodificador fazendo nexos entre os vetores e as soluções.
Gerez et al., (2019)	MPP	Algoritmo seletivo de vagalume	A estratégia foi desenvolvida em duas etapas, a primeira fase faz uma análise das malhas dos sistemas e a segunda etapa aplica um critério de análise de FP especializado para avaliar quais ramos das malhas do sistema tem potencial de serem abertos.
Nguyen et al., (2020)	MPP	AG contínuo	A proposta resolve um FP e com base nas correntes dos ramos muda-se o <i>status</i> do circuito, isto é feito se a restrição de radialidade não for violada ou até que uma solução radial seja atingida.

Fonte: Elaboração do autor.

Tabela 3 – Detalhes do levantamento bibliográfico para o problema de reconfiguração de sistema de distribuição via otimização clássica.

Autores	Objetivos principais	Método	Descrições adicionais
Merlin e Back (1975)	MPP	<i>Branch & Bound</i> (B&B)	A estratégia utiliza critérios de sondagem limitantes superior (redes malhadas) e inferior.
Aoki et al. (1987)	MPP	Programação Quadrática Recursiva	O método é fundamentado em regras heurísticas e considera as cargas distribuídas uniformemente.
Glamocanin (1990)	MPP	Método baseado no Transporte com custos quadráticos resolvido com o método <i>Simplex</i>	O método elimina a imposição de operações matriciais e ainda a utilização de solução inicial é dispensada no modelo.
Abur (1996)	MPP	Método baseado em Programação Linear resolvido com o método <i>Simplex</i>	Diferente de outros métodos, o autor adota uma estratégia onde as restrições de tensão não são consideradas para resolver o problema.
Morton e Mareels (2000)	MPP	Técnica de teoria dos grafos	O modelo possui uma base fundamentada em dois fatores: uma transformação de árvore elementar e uma perturbação na matriz de sensibilidade da rede.
Schmidt et al. (2005)	MPP	PNLIM utilizando o método de <i>Newton</i>	Uma técnica de linearização com derivadas secundárias foi aplicada ao modelo de PNLIM.
Khord et al. (2009)	MPP e BC	PNLIM utilizando o método de <i>Benders</i> e Fluxo Ótimo de Potência	Uma forma diferente da decomposição de <i>Benders</i> em que problema é dividido em dois níveis: decisão e operação.
Lavorato et al. (2012)	MPP	PNL utilizando o algoritmo de B&B	Aborda a integralização da restrição de radialidade em problemas de otimização de modelos matemáticos para redes radiais.

(continua...)

Tabela 3 – Detalhes do levantamento bibliográfico para o problema de reconfiguração de sistema de distribuição via otimização clássica.
(continuação)

Autores	Objetivos principais	Método	Descrições adicionais
Jabr, Singh e Pal (JABR; SINGH; PAL, 2012)	MPP	PCSOIM e PLIM	A geração distribuída é considerada no sistema, assim como o fluxo bidirecional, através das restrições do <i>Spanning Tree</i> .
Borghetti (BORGHETTI, 2012)	MPP na presença de GD	PLIM	Além da geração distribuída considerada no modelo foram considerados também a presença de banco de capacitores em alguns casos.
Taylor e Hover (2012)	MPP e BC	Métodos convexos quadráticos	Utiliza três modelos para resolver o problema de RSDEE Programação Quadrática, Programação Quadrática Cônica e PCSOIM, sendo todos avaliados através das equações de <i>DistFlow</i> .
Romais (2013)	MPP	PCSOIM	O modelo de PCSOIM foi utilizado para calcular o ponto de operação em regime permanente do sistema de distribuição radial, garantindo a convergência das soluções de otimização.
Borges, Franco e Rider (2014)	MPP	PNLIM e PLIM	Algumas restrições suplementares são adicionadas ao modelo linearizado objetivando a redução do empenho computacional.
Freitas et al., (2019)	MPP possibilitando prevenção de queda de tensão e formação de laços	Algoritmo híbrido (<i>Fix and Optimize</i> + PQIM)	Uma estratégia híbrida composta por uma técnica heurística e um modelo clássico de otimização. A estratégia faz com que a heurística resolva submodelos do PQIM em busca da melhor solução para o sistema.

Fonte: Elaboração do autor.

Tabela 4 – Detalhes do levantamento bibliográfico para revisão de proposta que comparem/revisam metodologias que solucionam o problema de reconfiguração de sistema de distribuição.

Autores	Objetivos principais	Método	Descrições adicionais
Sarfi, Salama e Chikhani (1994)	-	-	Faz um levantamento de diversos artigos que abordam o tema de RSDEE que minimizam as perdas de potência das redes.
Swarnkar, Gupta e Niazi (2012)	-	-	Uma análise comparativa de técnicas de Inteligência Artificial aplicada ao problema de RSDEE é elaborada, considerando os principais métodos populacionais da literatura (AG, PSO e ACO).
Tandon e Saxena (2014)	MPP	PSO, SPSO e BPSO	Apresentam uma análise comparativa numérica dos os métodos desenvolvidos para o problema de RSDEE.
Sulaima et al. (2014)	MPP e BC	ABC e AG	Uma comparação entre as duas técnicas baseadas em métodos populacionais foi apresentada para o problema de RSDEE.
Mishra, Das e Paul (2017)	-	-	Um levantamento extenso sobre as principais técnicas e métodos do problema de RSDEE foi proposto, considerando métodos heurísticos, metaheurísticos e de otimização clássica.

Fonte: Elaboração do autor.

3 FORMULAÇÕES MATEMÁTICAS PARA O PROBLEMA DE RECONFIGURAÇÃO DE SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

Na segunda metade do século passado, com a limitação do processamento computacional disponível na época, as heurísticas e metaheurísticas eram praticamente as únicas alternativas viáveis para resolução do problema de RSDEE, pois são técnicas baseadas em operações mais simplificadas (requerindo menor esforço computacional) (TALBI, 2009).

No entanto, com os avanços notáveis no desenvolvimento de *softwares* comerciais de otimização e o aumento expressivo da capacidade de processamento computacional, proporcionaram mais visibilidade das técnicas de Programação Matemática. Portanto, os pesquisadores podem focar na elaboração de formulações matemáticas mais próximas da realidade e, portanto, mais complexas. Além disso, as técnicas de Programação Matemática são um *benchmark*, pois fornecem a qualidade das soluções com métodos exatos.

Neste capítulo são apresentadas formulações matemáticas para representar o problema de RSDEE. O problema inicialmente é caracterizado como um problema de PNLIM. Em seguida, são discutidas duas relaxações do problema: uma cônica e outra linear. Na sequência, é apresentada uma modelagem matemática não linear alternativa, baseada em componentes retangulares, e sua correspondente linearização.

3.1 MODELAGEM MATEMÁTICA PARA A OTIMIZAÇÃO

A Programação Matemática é uma ferramenta importante em diversas áreas da pesquisa operacional, que estuda problemas visando otimizar uma função objetivo. Esta ferramenta possui a incumbência de investigar um conjunto de soluções para maximização ou minimização por meio da identificação de valores específicos de variáveis inteiras ou contínuas, de tal modo que o conjunto de restrições seja satisfeito e a solução seja obtida.

De acordo com a natureza do problema que deve ser resolvido, os modelos matemáticos correspondentes podem ser classificados em diferentes tipos. No caso em que a função objetivo e o conjunto de restrições sejam expressões lineares, então o modelo matemático é denominado como sendo de Programação Linear. Caso contrário, se a função objetivo ou alguma restrição não satisfizer essa característica, o modelo matemático pode ser denominado como sendo de Programação Não Linear. Ainda, modelos com características específicas (cujas expressões podem ser quadráticas e convexas) podem ser descritas via Programação Cônica (BOYD; VANDENBERGHE, 2004).

O modelo para o problema de RSDEE contém variáveis binárias que representam o estado dos circuitos (conectados ou desconectados). Assim, para este tipo de problema o algoritmo de *B&B* implementa uma estratégia de relaxação e separação das variáveis inteiras que permite resolver iterativamente esse Problema Inteiro Misto. Além disso, métodos especializados como *Branch and Cut* empregam algoritmos heurísticos para adicionar cortes e encontrar soluções inteiras em sistemas de alta complexidade que permitem limitar eficientemente a busca da otimalidade (MITCHELL, 2002).

Desta forma, para solucionar o problema de RSDEE, alguns métodos numéricos são aplicados ao problema de otimização buscando minimizar ou maximizar uma função objetivo de acordo com suas características. Na maioria das vezes trata-se de um problema que busca as perdas mínimas do sistema; consistente de variáveis de decisão e restrições que surgem como alternativa para encontrar a solução. Dentre estes modelos, os mais conhecidos são os algoritmos *Simplex*, *Dual Simplex*, técnicas de Pontos Interiores, técnicas baseadas no método de *Newton*, entre outras (RAVINDRAN; RAGSDELL; REKLAITIS, 2006). Neste contexto, diferentes modelos de Programação Matemática para o problema de RSDEE serão apresentados neste capítulo.

3.2 MODELO MATEMÁTICO DE PROGRAMAÇÃO NÃO LINEAR INTEIRA MISTA PARA O PROBLEMA DE RSDEE

Neste âmbito, o problema de RSDEE pode ser representado usando um modelo de PNLIM com característica não convexa, onde as variáveis inteiras representam o estado de operação das chaves de manobra (comutadores) e as variáveis contínuas estão associadas a processos operacionais (e.g., a corrente que passa pelos ramos). O intuito é obter uma configuração radial, dentre todas as configurações possíveis, que minimize as perdas de potência ativa, satisfazendo restrições operacionais através de mudanças de estado dos comutadores para alterar a topologia da rede (SCHMIDT *et al.*, 2005).

A formulação matemática do problema de RSDEE para minimizar as perdas de potência está sujeita a dois tipos de restrições características: operacionais e físicas. As restrições operacionais estão relacionadas com as condições de operação estabelecidas no sistema (e.g. limites de tensão nas barras), a estrutura radial do sistema (radialidade) e as leis de Kirchhoff, sistematizadas através do Fluxo de Potência (FP). Por outro lado, as restrições físicas do sistema estão relacionadas à capacidade dos elementos do sistema elétrico (e.g., capacidade de corrente nos alimentadores e potência do transformador). Desta forma, o problema de RSDEE é representado como um problema de minimização de perdas de

potência ativa da rede, considerando as restrições descritas acima, e assume a forma originalmente mostrada em (1)–(16), segundo a proposta de (BORGES; FRANCO; RIDER, 2014):

$$\min v = \sum_{mn \in L} R_{mn} I_{mn}^{sqr} \quad (1)$$

s.a:

$$\sum_{km \in L} P_{km} - \sum_{mn \in L} (P_{mn} + R_{mn} I_{mn}^{sqr}) + P_m^G = P_m^D \quad \forall m \in N \quad (2)$$

$$\sum_{km \in L} Q_{km} - \sum_{mn \in L} (Q_{mn} + X_{mn} I_{mn}^{sqr}) + Q_m^G = Q_m^D \quad \forall m \in N \quad (3)$$

$$V_m^{sqr} - V_n^{sqr} = 2(R_{mn} P_{mn} + X_{mn} Q_{mn}) + Z_{mn}^2 I_{mn}^{sqr} - w_{mn} \quad \forall mn \in L \quad (4)$$

$$V_n^{sqr} I_{mn}^{sqr} = P_{mn}^2 + Q_{mn}^2 \quad \forall mn \in L \quad (5)$$

$$\underline{V}^2 \leq V_m^{sqr} \leq \bar{V}^2 \quad \forall m \in N \quad (6)$$

$$I_m^{sqr} \leq \bar{I}_{mn}^2 (y_{mn}^+ + y_{mn}^-) \quad \forall mn \in L \quad (7)$$

$$P_{mn}^+ - P_{mn}^- = P_{mn} \quad \forall mn \in L \quad (8)$$

$$0 \leq P_{mn}^+ \leq \bar{V} I_{mn} y_{mn}^+ \quad \forall mn \in L \quad (9)$$

$$0 \leq P_{mn}^- \leq \bar{V} I_{mn} y_{mn}^- \quad \forall mn \in L \quad (10)$$

$$-\bar{V} I_{mn} (y_{mn}^+ + y_{mn}^-) \leq Q_{mn} \leq \bar{V} I_{mn} (y_{mn}^+ + y_{mn}^-) \quad \forall mn \in L \quad (11)$$

$$|w_{mn}| \leq (\bar{V}^2 - \underline{V}^2) (1 - (y_{mn}^+ + y_{mn}^-)) \quad \forall mn \in L \quad (12)$$

$$\sum_{mn \in L} (y_{mn}^+ + y_{mn}^-) = |N| - 1 \quad \forall mn \in L \quad (13)$$

$$y_{mn}^+ + y_{mn}^- \leq 1 \quad \forall mn \in L \quad (14)$$

$$y_{mn}^+, y_{mn}^- \in \{0, 1\} \quad \forall mn \in L \quad (15)$$

$$\sum_{mn \in L} y_{mn}^+ + \sum_{nm \in L} y_{nm}^- = 1 \quad \forall m \in N \quad (16)$$

em que:

\bar{I}_{mn}	Corrente máxima do ramo mn ;
I_{mn}^{sqr}	Quadrado da corrente do ramo mn ;
L	Conjunto de ramos;
N	Conjunto de nós;
P_{km}	Fluxo de potência ativa no ramo km ;
P_{mn}	Fluxo de potência ativa no ramo mn ;
P_{mn}^+	Fluxo de potência ativa no ramo mn em direção direta;
P_{mn}^-	Fluxo de potência ativa no ramo mn em direção inversa;
P_m^D	Potência ativa demandada no nó m ;
P_m^G	Potência ativa gerada no nó m ;
Q_{km}	Fluxo de potência reativa no ramo km ;
Q_{mn}	Fluxo de potência reativa no ramo mn ;
Q_m^D	Potência reativa demandada no nó m ;
Q_m^G	Potência reativa gerada no nó m ;
R_{mn}	Resistência do ramo mn ;
\bar{V}	Limite superior da tensão;
\underline{V}	Limite inferior da tensão;
V_n^{sqr}	Quadrado da tensão no nó n ;
w_{mn}	Variável auxiliar usada na modelagem do estado do ramo mn ;
X_{mn}	Reatância do ramo mn ;
y_{mn}^+	Variável binária associada à direção direta do FP no ramo mn ;
y_{mn}^-	Variável binária associada à direção inversa do FP no ramo mn ;
Z_{mn}	Impedância do ramo mn .

No modelo de Programação Não Linear Inteiro Misto apresentado (1)–(16), todos os ramos possuem apenas uma chave de manobra que pode estar no estado aberto ou fechado, isto é, o ramo pode estar em operação ou não.

Neste modelo, a função objetivo (1) minimiza as perdas de potência ativa do sistema de distribuição e está sujeita às restrições como em (2)–(16).

As restrições (2) e (3) correspondem ao balanço de potência ativa e reativa respectivamente; garantindo o cumprimento da primeira lei de *Kirchhoff*. A queda de tensão nos ramos é representada pela equação (4), considerando uma variável auxiliar w_{mn} subordinada pelo status dos comutadores; esta equação permite que a tensão do nó final seja calculada em relação ao nó inicial, a potência ativa e reativa, a impedância e a corrente além

dos parâmetros elétricos (resistência e reatância). O cálculo da corrente demandada no sistema é expresso pela igualdade (5). O limite tensão em cada barra é representado por (6), enquanto (7) representa a capacidade máxima de corrente dos ramos do sistema.

A equação (8) corresponde ao fluxo de potência ativa em um ramo usando duas variáveis que indicam a direção do fluxo de potência ativa: P_{mn}^+ indica que o fluxo segue a direção positiva (de m para n) enquanto P_{mn}^- indica que o fluxo segue a direção negativa (de n para m). Essas direções são definidas por (9) e (10), conforme as variáveis binárias y_{mn}^+ e y_{mn}^- .

O limite da potência reativa é dado pela inequação (11). A operação da variável auxiliar w_{mn} é limitada por (12), de acordo com o estado de operação da chave de interligação como segue: se a chave estiver fechada tem-se que $w_{mn} = 0$, caso contrário, se a chave estiver aberta, w_{mn} é livre para variar no intervalo estabelecido por (12), satisfazendo (4).

A restrição (13) apesar de necessária, não é suficiente para sustentar a configuração radial da rede. A fim de garantir a radialidade, considera-se que todas as barras possuem carga, assim o uso da restrição (13) combinado com (2) e (3) garante a radialidade.

A restrição (14) garante que apenas uma variável binária esteja relacionada com a direção do FP na rede, enquanto (15) estabelece a característica binária das variáveis de decisão do *status* de operação dos comutadores contidos nos ramos mn . Por fim, juntamente com as restrições que garantem a radialidade do sistema, a equação (16) certifica que cada barra na solução final seja ligada por somente um ramo. L e N representam os conjuntos de ramos e de barras (nós), respectivamente.

O uso de variáveis binárias no problema é necessário para representar o estado de conexão dos ramos e também definir a direção do fluxo de potência ativa (y_{mn}^+ representa a direção mn (direta) e y_{nm}^- representa a direção nm (inversa)). Assim se uma das duas variáveis assumir o valor 1, isto significa que o ramo está ativo e a chave de manobra está fechada. Caso contrário, ambas as variáveis assumem o valor 0, isto significa que o ramo não está ativo, indicando que a chave de manobra está aberta.

O modelo definido por (1)–(16) é uma formulação de PNLIM devido à restrição (5). Essa restrição não linear determina a corrente nos ramos do sistema e é constituída pelo produto de duas variáveis (V_n^{sqr} e I_{mn}^{sqr}) e a soma dos quadrados do fluxo de potência ativa e reativa (P_{mn}^2 e Q_{mn}^2), respectivamente.

Portanto, como trata-se de um problema de PNLIM, resolver este problema numericamente se torna um grande desafio pela alta complexidade. Assim, é possível que seja

feita uma alteração na restrição não linear (5), passando a ser representada equivalentemente por um modelo de PCSOIM, que permite representar o mesmo ponto de operação do SDEE. Essa proposta é discutida na próxima seção.

3.3 MODELO DE PROGRAMAÇÃO CÔNICA DE SEGUNDA ORDEM INTEIRA MISTA

Um problema de otimização cônica pode ser escrito como um problema de Programação Linear, em que pelo menos uma das restrições está limitada por um cone convexo fechado. Esta restrição pertence a um vetor formado por um conjunto de variáveis do problema e está limitada por um cone convexo de segunda ordem, podendo ser expressa de modo geral por (17)–(19):

$$\min = cx \quad (17)$$

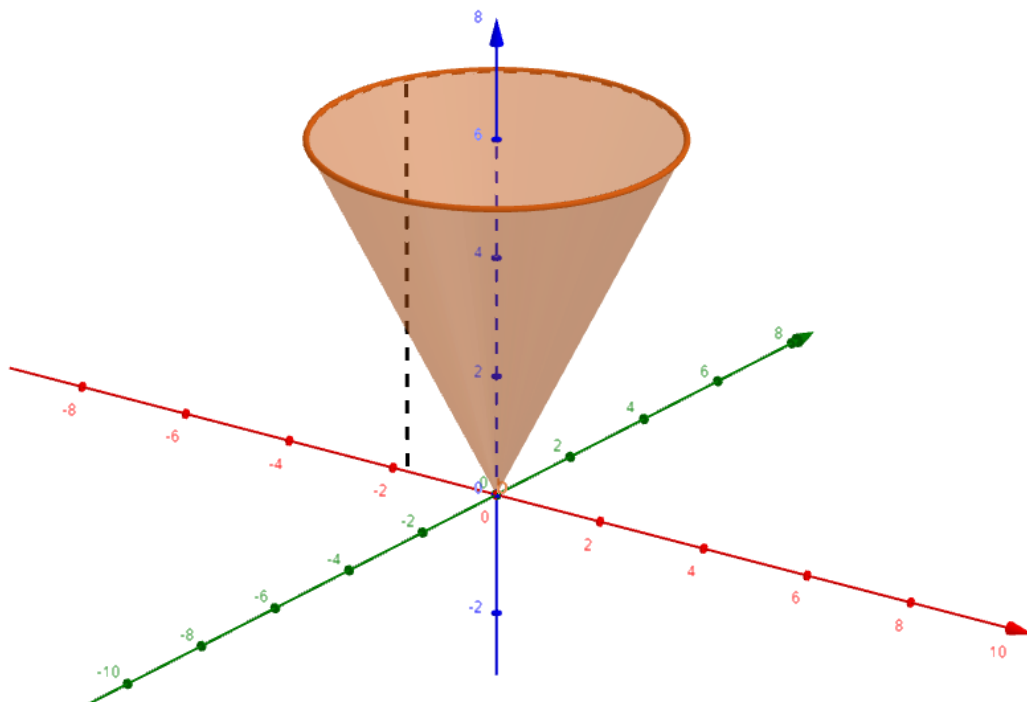
s.a.:

$$Ax \leq b \quad (18)$$

$$x \in K \quad (19)$$

onde K é um cone convexo, como mostra a **Figura 4**, pertencente ao espaço R^n e cx é a função objetivo a ser minimizada.

Figura 4 – Representação cônica convexa.



Fonte: Elaboração do autor.

Assim, modelos alternativos para o problema de RSDEE têm sido propostos por meio do relaxamento convexo da não linearidade da restrição (5). Esses tipos de modelos propõem a substituição da restrição não linear utilizando uma restrição cônica de segunda ordem equivalente, que leva ao cálculo do mesmo ponto de operação em regime permanente de um sistema de distribuição radial. Esta modificação na restrição do problema leva a um modelo de PCSOIM, o qual reduz a complexidade do problema devido à vantagem convexa do modelo cônico relaxado no processo de solução inteira do algoritmo *B&B*.

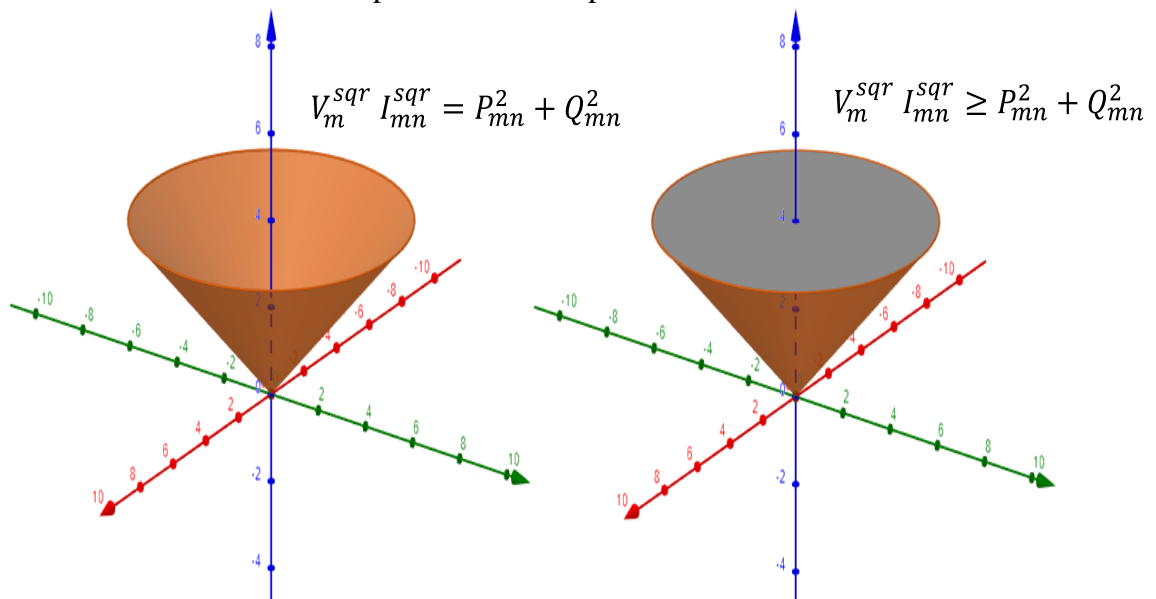
Ressalta-se que esta restrição define uma região factível diferente daquela associada a restrição não linear; no entanto, as soluções geradas entre os modelos são equivalentes sob a condição de minimização de perdas de potência do sistema (ROMAIS, 2013).

Assim, a fim de demonstrar a equivalência, uma série de procedimentos matemáticos foram aplicados, especificamente, a aplicação da equação Lagrangiana associada à restrição não linear do problema como vista em (FRANCO; RIDER; ROMERO, 2014). A formulação com a restrição cônica de segunda ordem pode ser representada por (20) substituindo (5):

$$V_n^{sqr} I_{mn}^{sqr} \geq P_{mn}^2 + Q_{mn}^2 \quad \forall mn \in L \quad (20)$$

Deste modo, o cálculo da corrente demandada no sistema passa a ser expresso pela desigualdade acima. Portanto, (1)–(4), (6)–(16) e (20) definem um modelo de PCSOIM que pode ser resolvido eficientemente, garantindo a solução ótima do problema por meio de ferramentas de solução como *solvers* comerciais.

Figura 5 - Área não convexa representando a expressão não linear e área convexa representando a expressão relaxada.



Fonte: Adaptado de (DELGADO, 2015).

Em (5), a não linearidade é representada graficamente pela imagem do canto esquerdo na **Figura 5**, denominada região não convexa (não se considera o interior desse cone). Assim, ao relaxar esta restrição obtém-se uma inequação, isto faz com que a região seja limitada mediante uma região cônica convexa e o espaço de busca das soluções restringido a parte que contém hachura (interior do cone) conforme o cone apresentado na imagem do canto direito da **Figura 5**. Ou seja, este procedimento permite suavizar a região convexa do espaço de busca de solução do problema, através da relaxação obtendo uma região de superfície convexa com limitante superior e inferior.

3.4 MODELO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA MISTA

Os problemas não lineares são caracterizados como sendo de alta complexidade computacional e, mesmo após o relaxamento da não linearidade, apresentado na seção 3.3, o problema ainda exige esforço computacional notável, principalmente para sistemas de grande porte. Portanto, uma formulação de PLIM é apresentado nesta seção para a representação e solução do problema de RSDEE. Neste caso, a restrição (5) do PNLIM é substituída usando métodos de linearização aplicados em ambos os lados da restrição (BORGES; FRANCO; RIDER, 2014).

Para o membro do lado esquerdo da igualdade (5) é substituída a variável V_n^{sqr} por um parâmetro V_n^{est} que representa a tensão estimada. Este parâmetro pode ser obtido a partir do valor médio do intervalo de variação do quadrado da tensão ou resolvendo o problema iterativamente a fim de obter valores estimados da tensão, como mostrado em (21).

$$V_n^{est} = \frac{\bar{V}^2 - V^2}{2} \quad \forall n \in N \quad (21)$$

Assim, para obter uma aproximação do produto da tensão quadrada pela corrente quadrada I_{mn}^{sqr} e V_n^{sqr} é necessário o uso do produto da tensão estimada pela corrente, resultado em uma aproximação linear do produto das variáveis quadráticas dado por (22).

$$V_n^{sqr} I_{mn}^{sqr} = V_n^{est} I_{mn}^{sqr} \quad \forall n \in N \quad (22)$$

Para o membro do lado direito da igualdade em (5), a linearização é obtida através de aproximações feitas nos quadrados das potências ativa e reativa por meio de blocos de discretização, como mostrado em (FRANCO *et al.*, 2013a) e definido em (23)–(32):

$$P_{mn}^2 + Q_{mn}^2 = \sum_{\omega=1}^{\omega_{max}} m_{mn,\omega}^s \Delta_{mn,\omega}^P + \sum_{\omega=1}^{\omega_{max}} m_{mn,\omega}^s \Delta_{mn,\omega}^Q \quad \forall mn \in L \quad (23)$$

$$Q_{mn}^+ - Q_{mn}^- = Q_{mn} \quad \forall mn \in L \quad (24)$$

$$P_{mn}^+ + P_{mn}^- = \sum_{\omega=1}^{\omega_{max}} \Delta_{mn,\omega}^P \quad \forall mn \in L \quad (25)$$

$$Q_{mn}^+ + Q_{mn}^- = \sum_{\omega=1}^{\omega_{max}} \Delta_{mn,\omega}^Q \quad \forall mn \in L \quad (26)$$

$$0 \leq \Delta_{mn,\omega}^P \leq \bar{\Delta}_{mn}^S \quad \forall mn \in L, \omega = 1 \dots \omega_{max} \quad (27)$$

$$0 \leq \Delta_{mn,\omega}^Q \leq \bar{\Delta}_{mn}^S \quad \forall mn \in L, \omega = 1 \dots \omega_{max} \quad (28)$$

$$0 \leq Q_{mn}^+ \quad \forall mn \in L \quad (29)$$

$$0 \leq Q_{mn}^- \quad \forall mn \in L \quad (30)$$

$$m_{mn,\omega}^S = (2\omega - 1) \bar{\Delta}_{mn}^S \quad \forall mn \in L, \omega = 1 \dots \omega_{max} \quad (31)$$

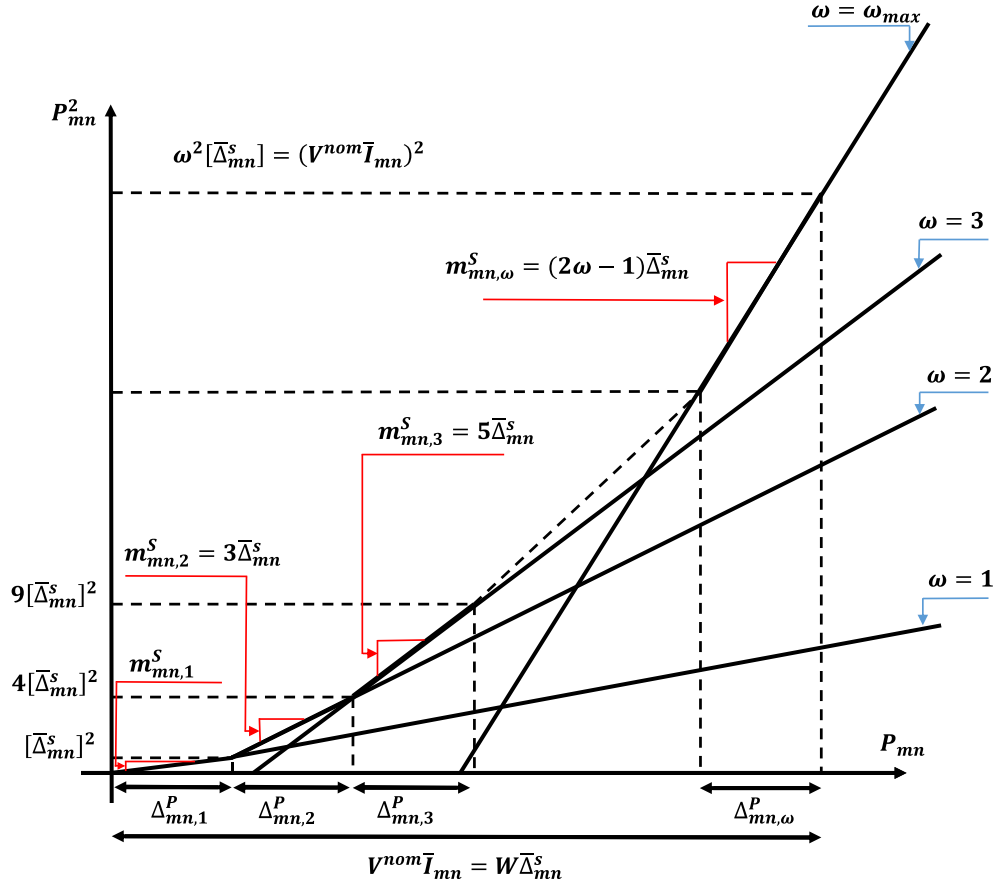
$$\bar{\Delta}_{mn}^S = \frac{V^{nom} \bar{I}_{mn}}{\omega_{max}} \quad \forall mn \in L \quad (32)$$

em que:

- $m_{mn,\omega}^S$ Inclinação do w -ésimo bloco usado na linearização do FP do ramo mn ;
- $\Delta_{mn,\omega}^P$ Valor do w -ésimo bloco associado ao fluxo de potência ativo do ramo mn ;
- $\Delta_{mn,\omega}^Q$ Valor do w -ésimo bloco associado ao fluxo de potência reativa do ramo mn ;
- Q_{mn}^+ Variável auxiliar não negativa em direção direta;
- Q_{mn}^- Variável auxiliar não negativa em direção inversa;
- $\bar{\Delta}_{mn}^S$ Limite superior de cada bloco da linearização do FP do ramo mn ;
- ω Número de blocos da linearização por partes.

Geometricamente tem-se a representação do processo de linearização ilustrado na **Figura 6.**, que ilustra geometricamente a ideia do processo construtivo da linearização de P_{mn}^2 . A potência reativa Q_{mn}^2 também pode ser linearizada de forma análoga.

Figura 6 – Representação gráfica da linearização da função P_{mn}^2 .



Fonte: Adaptado de Borges, Franco e Rider (BORGES; FRANCO; RIDER, 2014).

Seja $\{0, \Delta_{mn,1}^P, \Delta_{mn,2}^P, \dots, \Delta_{mn,\omega}^P\}$ uma divisão do intervalo limitado e fechado de $[0, V^{nom} \bar{I}_{mn}]$. Assim, conforme apresentado de modo geométrico na **Figura 6**, para cada $P_{mn} \in [0, V^{nom} \bar{I}_{mn}]$, existe um $\omega \in \{1, \dots, \omega_{max}\}$, uma reta, tal que está restrito ao ω -ésimo subintervalo $(\omega - 1) \bar{\Delta}_{mn}^S \leq P_{mn} \leq \omega \bar{\Delta}_{mn}^S$. Deste modo, uma curva como P_{mn}^2 pode ser aproximada através do valor numérico da soma das ω -ésima funções continua (retas) definidas como blocos de linearização $\Delta_{mn,\omega}^P$, multiplicado pelo valor de suas inclinações $m_{mn,\omega}^S$ referente a ω -ésima reta, aproximando-se graficamente e numericamente.

Nota-se que a restrição (23) representa a aproximação linear de $P_{mn}^2 + Q_{mn}^2$, definida pela soma do valor de cada bloco de discretização representado pelas restrições (25) e (26) multiplicado por suas respectivas inclinações.

A equação (24), juntamente com as variáveis auxiliares definidas por (29) e (30), garante que o fluxo de potência reativa Q_{mn} é não negativo. As restrições (27) e (28) definem os limites inferior e superior de cada bloco de discretização. Além disso, os parâmetros

constantes usados no processo de linearização e limitação das variáveis auxiliares são definidos pelas restrições (31) e (32).

É relevante salientar que os valores dos blocos de discretização utilizados no processo de linearização são completados sequencialmente em função do valor ω , de forma crescente. É preciso esclarecer que o erro causado pela aproximação pode ser diminuído ao passo que ω é aumentado.

Consequentemente, a restrição não linear (5) pode ser representada pela equação linear aproximada equivalente (33):

$$V_n^{est} I_{mn}^{sqr} = \sum_{\omega=1}^{\omega_{max}} m_{mn,\omega}^s (\Delta_{mn,\omega}^P + \Delta_{mn,\omega}^Q) \quad \forall mn \in L, s = 1, \dots, S \quad (33)$$

A tensão estimada definida por (V_n^{est}) pode ser definida usando o ponto médio do intervalo de variação da tensão, dados históricos ou resolvendo sequencialmente o problema de otimização.

Portanto, o modelo definido pela função objetivo (1) e o conjunto de restrições de (2)–(4), (6)–(16) e (21)–(33) corresponde a um modelo de PLIM equivalente ao proposto inicialmente representando o problema de RSDEE e garante a convergência à otimização através de técnicas clássicas de otimização.

3.5 MODELO DE PROGRAMAÇÃO NÃO LINEAR INTEIRA MISTA RETANGULAR

Uma formulação alternativa para representar e resolver o problema de RSDEE é apresentada, através de coordenadas retangulares. Este modelo utiliza as partes reais e imaginárias das tensões nas barras e das correntes nos circuitos, podendo ser representado usando um modelo de Programação Não Linear Inteira Mista Retangular (PNLIMR). A potência demandada pelas cargas são representadas na forma de corrente, conforme definido no conjunto de restrições (34)–(51), como proposto no trabalho de Franco *et al.* (2013b):

$$\min v = \sum_{mn \in L} R_{mn} \left[(I_{mn}^{re+} + I_{mn}^{re-})^2 + (I_{mn}^{im+} + I_{mn}^{im-})^2 \right] \quad (34)$$

s.a:

$$\sum_{km \in L} I_{km}^{re} - \sum_{mn \in L} I_{mn}^{re} + I_{Gm}^{re} = I_{Dm}^{re} \quad \forall m \in N \quad (35)$$

$$\sum_{km \in L} I_{km}^{im} - \sum_{mn \in L} I_{mn}^{im} + I_{Gm}^{im} = I_{Dm}^{im} \quad \forall m \in N \quad (36)$$

$$V_m^{re} - V_n^{re} + W_{mn}^{re} = R_{mn}(I_{mn}^{re+} - I_{mn}^{re-}) - X_{mn}(I_{mn}^{im+} - I_{mn}^{im-}) \quad \forall mn \in L \quad (37)$$

$$V_m^{im} - V_n^{im} + W_{mn}^{im} = X_{mn}(I_{mn}^{re+} - I_{mn}^{re-}) + R_{mn}(I_{mn}^{im+} - I_{mn}^{im-}) \quad \forall mn \in L \quad (38)$$

$$I_{Dm}^{re} = \frac{P_m^D V_m^{re} + Q_m^D V_m^{im}}{V_m^{re2} + V_m^{im2}} \quad \forall m \in N \quad (39)$$

$$I_{Dm}^{im} = \frac{P_m^D V_m^{im} - Q_m^D V_m^{re}}{V_m^{re2} + V_m^{im2}} \quad \forall m \in N \quad (40)$$

$$(I_{mn}^{re+} + I_{mn}^{re-})^2 + (I_{mn}^{im+} + I_{mn}^{im-})^2 \leq \bar{I}_{mn}^2 (y_{mn}^+ + y_{mn}^-) \quad \forall mn \in L \quad (41)$$

$$\underline{V}^2 \leq V_m^{re2} + V_m^{im2} \leq \bar{V}^2 \quad \forall m \in N \quad (42)$$

$$|W_{mn}^{re}| \leq \bar{W}_{mn}^{re} (1 - y_{mn}^+ - y_{mn}^-) \quad \forall mn \in L \quad (43)$$

$$|W_{mn}^{im}| \leq \bar{W}_{mn}^{im} (1 - y_{mn}^+ - y_{mn}^-) \quad \forall mn \in L \quad (44)$$

$$0 \leq I_{mn}^{re} \leq \bar{I}_{mn}^2 y_{mn}^+ \quad \forall mn \in L \quad (45)$$

$$0 \leq I_{mn}^{re} \leq \bar{I}_{mn}^2 y_{mn}^- \quad \forall mn \in L \quad (46)$$

$$y_{mn}^+ + y_{mn}^- \leq 1 \quad \forall mn \in L \quad (47)$$

$$\sum_{mn \in L} (y_{mn}^+ + y_{mn}^-) = |N| - 1 \quad \forall mn \in L \quad (48)$$

$$\sum_{mn \in L} y_{mn}^+ + \sum_{nm \in L} y_{nm}^- = 1 \quad \forall m \in N \quad (49)$$

$$I_{mn}^{im} \geq 0 \quad \forall mn \in L \quad (50)$$

$$y_{mn}^+, y_{mn}^- \in \{0, 1\} \quad \forall mn \in L \quad (51)$$

em que:

\bar{I}_{mn} Corrente máxima do ramo mn ;

I_{mn}^{im+} Parte imaginaria da corrente do ramo mn na direção para frente;

I_{mn}^{im-} Parte imaginaria da corrente do ramo mn na direção para trás;

I_{mn}^{re+} Parte real da corrente do ramo mn na direção para frente;

I_{mn}^{re-} Parte real da corrente do ramo mn na direção para trás;

I_{Dm}^{im} Parte imaginaria da corrente demandada no nó m ;

I_{Dm}^{re}	Parte real da corrente demandada no nó m ;
I_{Gm}^{im}	Parte imaginária da corrente gerada no nó m ;
I_{Gm}^{re}	Parte real da corrente gerada no nó m ;
P_m^D	Potência ativa demandada no nó m ;
P_m^G	Potência ativa gerada no nó m ;
Q_m^D	Potência reativa demandada no nó m ;
Q_m^G	Potência reativa gerada no nó m ;
R_{mn}	Resistência do ramo mn ;
\underline{V}	Limite inferior da tensão;
\overline{V}	Limite superior da tensão;
V_m^{im}	Parte imaginária da tensão no nó m ;
V_m^{re}	Parte real da tensão no nó m ;
W_{mn}^{im}	Variável auxiliar utilizada no cálculo da parte imaginária da queda de tensão para o ramo mn ;
W_{mn}^{re}	Variável auxiliar utilizada no cálculo da parte real da queda de tensão para o ramo mn ;
\overline{W}_{mn}^{im}	Limite superior em relação a variável auxiliar da parte imaginária da queda de tensão;
\overline{W}_{mn}^{re}	Limite superior em relação a variável auxiliar da parte real da queda de tensão;
y_{mn}^+	Variável binária associada à direção positiva do FP no ramo mn ;
y_{mn}^-	Variável binária associada à direção negativa do FP no ramo mn ;
X_{mn}	Reatância do ramo mn .

A expressão (34) representa a função objetivo do problema de RSDEE, visando minimizar as perdas de potência ativa, em que a corrente é representada pela soma das suas partes real e imaginária, sujeita às restrições (35) a (51).

As restrições (35) e (36) representam respectivamente o balanço das partes real e imaginária da corrente no nó m . A queda de tensão da parte real e imaginária no ramo mn são mostradas pelas igualdades (37) e (38), respectivamente. As equações (39) e (40) equações não lineares, representam a parte real e imaginária da corrente demandada nas cargas do sistema, respectivamente, onde P_m^D e Q_m^D variam de acordo com a magnitude da tensão no nó n . Enquanto as inequações (41) e (42) representam a capacidade da corrente em cada circuito da rede e o limite da tensão em cada barra, respectivamente.

O estado dos circuitos pode ser determinado pelas variáveis binárias de decisão y_{mn}^+ e y_{mn}^- . Se tanto uma quanto a outra (não simultaneamente) possuírem valores iguais a 1, significa que o ramo está conectado em alguma das duas direções, ou seja, o circuito está em operação. Caso contrário, se ambas possuírem valor 0, o circuito correspondente está fora de operação.

As restrições (43) e (44) definem as variáveis auxiliares utilizadas na restrição de queda de tensão possuindo valor 0 quando um ramo está em operação. A definição da direção da parte real da corrente depende da variável binária na direção correspondente, sendo representada pelas inequações (45) e (46), respectivamente.

A restrição (47) representa equivalentemente a definição da não duplicidade da direção da corrente, ou seja, apenas uma variável binária (sentido direto ou inverso) está relacionado com a direção do fluxo de potência ativa no sistema. A equação (48), combinada com as restrições (35) e (36), permite garantir a radialidade do sistema.

De modo análogo à restrição (16), a equação (49) também certifica que cada barra na solução final seja ligada por somente um ramo. A condição de não negatividade da parte imaginária da corrente é definida pela restrição (50), enquanto a restrição (51) representa a natureza binária das variáveis de decisão do problema.

O modelo definido pela função objetivo (34) e o conjunto de restrições de (35)–(51) representa uma formulação não linear quadrática cujas restrições (39) e (40) são expressões não lineares, juntamente com a corrente representadas pelas expressões (34) e (41) e a tensão na inequação (42). Assim, de modo semelhante à seção anterior, é possível que o modelo seja aproximado por expressões lineares de maneira a obter um modelo de Programação Linear Inteira Mista Retangular (PLIMR) equivalente para representar o problema de RSDEE.

3.6 MODELO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA MISTA RETANGULAR

Nesta seção, os termos que definem o problema como um modelo não linear tais como, a corrente de carga, a corrente no ramo e a magnitude de tensão serão linearizados com o objetivo de obter um modelo com função objetivo e as restrições lineares inteira mista com coordenadas retangulares a fim de representar o problema de RSDEE. As linearizações das restrições serão divididas em três etapas como proposto por Franco *et al.* (2013b) e Franco, Rider e Romero (2015):

3.6.1 Linearização das correntes de carga

As correntes de carga devem satisfazer as restrições não lineares (39) e (40) e podem ser linearizadas em torno de um ponto de operação estimado. Dado que as equações não-lineares da parte real e imaginária da corrente demandada na barra m sejam definida por f_1 e f_2 escritas em relação as potências e a tensão real e imaginária como o modelo a seguir:

$$I_{Dm}^{re} = f_1(V_m^{re}, V_m^{im}, P_m^D, Q_m^D) = \frac{P_m^D V_m^{re} + Q_m^D V_m^{im}}{V_m^{re2} + V_m^{im2}} \quad \forall m \in N \quad (52)$$

$$I_{Dm}^{im} = f_2(V_m^{re}, V_m^{im}, P_m^D, Q_m^D) = \frac{P_m^D V_m^{im} - Q_m^D V_m^{re}}{V_m^{re2} + V_m^{im2}} \quad \forall m \in N \quad (53)$$

Contanto que a tensão em um sistema de distribuição pertence a uma faixa estreita de variação de modo a garantir a segurança (LEE; KIM, 2017), é possível linearizar as restrições (52) e (53) em torno de um ponto de operação estimado definido por (V_m^{re*}, V_m^{im*}) , como mostrado em (54) e (55):

$$I_{Dm}^{re} = f_1^* + \left. \frac{\partial f_1}{\partial V^{re}} \right|_* (V_m^{re} - V_m^{re*}) + \left. \frac{\partial f_1}{\partial V^{im}} \right|_* (V_m^{im} - V_m^{im*}) \quad \forall mn \in L \quad (54)$$

$$I_{Dm}^{im} = f_2^* + \left. \frac{\partial f_2}{\partial V^{re}} \right|_* (V_m^{re} - V_m^{re*}) + \left. \frac{\partial f_2}{\partial V^{im}} \right|_* (V_m^{im} - V_m^{im*}) \quad \forall mn \in L \quad (55)$$

Desenvolvendo os cálculos e substituindo as variáveis obtém-se:

$$I_{Dm}^{re} = \frac{P_m^D V_m^{re*} + Q_m^D V_m^{im*}}{V_m^{re*2} + V_m^{im*2}} \quad (56)$$

$$+ \left[\frac{P_m^D (V_m^{re*2} + V_m^{im*2}) - 2V_m^{re*} (P_m^D V_m^{re*} + Q_m^D V_m^{im*})}{(V_m^{re*2} + V_m^{im*2})^2} \right] (V_m^{re} - V_m^{re*})$$

$$+ \left[\frac{Q_m^D (V_m^{re*2} + V_m^{im*2}) - 2V_m^{im*} (P_m^D V_m^{re*} + Q_m^D V_m^{im*})}{(V_m^{re*2} + V_m^{im*2})^2} \right] (V_m^{im} - V_m^{im*}), \forall n \in N$$

$$I_{Dm}^{im} = \frac{P_m^D V_m^{im*} - Q_m^D V_m^{re*}}{V_m^{re*2} + V_m^{im*2}} \quad (57)$$

$$+ \left[\frac{-Q_m^D (V_m^{re*2} + V_m^{im*2}) - 2V_m^{re*} (P_m^D V_m^{im*} - Q_m^D V_m^{re*})}{(V_m^{re*2} + V_m^{im*2})^2} \right] (V_m^{re} - V_m^{re*})$$

$$+ \left[\frac{P_m^D (V_m^{re*2} + V_m^{im*2}) - 2V_m^{im*} (P_m^D V_m^{im*} - Q_m^D V_m^{re*})}{(V_m^{re*2} + V_m^{im*2})^2} \right] (V_m^{im} - V_m^{im*}), \forall n \in N$$

As expressões (56) e (57) podem ser utilizadas para aproximar as equações não lineares definidas pelas expressões (39) e (40) a fim de obterem um sistema linear equivalente para o problema de RSDEE. Além disso, o processo de aproximação geram erros, e os mesmos vêm da qualidade do ponto de operação estimado, que pode ser obtido através de dados históricos ou obtido do estado anterior do sistema de distribuição.

3.6.2 Linearização da corrente nos ramos

As restrições (34) e (41) mostram o quadrado da corrente que passa pelos ramos, podendo ser representada por I_{mn}^{sqr} , como mostra (58) (FRANCO *et al.*, 2013b):

$$I_{mn}^{sqr} = (I_{mn}^{re+} + I_{mn}^{re-})^2 + (I_{mn}^{im+} + I_{mn}^{im-})^2 \quad \forall mn \in L \quad (58)$$

Desta forma, como na equação (58) constitui-se de dois termos quadrados, a linearização desse termos pode ser representada geometricamente como é feito na linearização por partes abordada na **Figura 6**. Algebricamente pode ser representado pelo conjunto das restrições (59)–(67):

$$I_{mn}^{sqr} = \sum_{r=1}^{R_{re}} m_{mn,r}^{re} \Delta_{mn,r}^{re} + \sum_{r=1}^{R_{im}} m_{mn,r}^{im} \Delta_{mn,r}^{im} \quad \forall mn \in L \quad (59)$$

$$I_{mn}^{re+} + I_{mn}^{re-} = \sum_{r=1}^{R_{re}} \Delta_{mn,r}^{re} \quad \forall mn \in L \quad (60)$$

$$I_{mn}^{im+} + I_{mn}^{im-} = \sum_{r=1}^{R_{im}} \Delta_{mn,r}^{im} \quad \forall mn \in L \quad (61)$$

$$0 \leq \Delta_{mn,r}^{re} \leq \bar{\Delta}_{mn}^{re} \quad \forall mn \in L, r = 1, \dots, R_{re} \quad (62)$$

$$0 \leq \Delta_{mn,r}^{im} \leq \bar{\Delta}_{mn}^{im} \quad \forall mn \in L, r = 1, \dots, R_{im} \quad (63)$$

Onde as variáveis utilizadas no processo pode ser definidas a partir de:

$$m_{mn,r}^{re} = (2r - 1) \bar{\Delta}_{mn}^{re} \quad \forall mn \in L, r = 1, \dots, R_{re} \quad (64)$$

$$\bar{\Delta}_{mn}^{re} = \frac{\bar{I}_{mn}}{R_{re}} \quad \forall mn \in L \quad (65)$$

$$m_{mn,r}^{im} = (2r - 1) \bar{\Delta}_{mn}^{im} \quad \forall mn \in L, r = 1, \dots, R_{im} \quad (66)$$

$$\bar{\Delta}_{mn}^{im} = \frac{\bar{I}_{mn}}{R_{im}} K_{im} \quad \forall mn \in L \quad (67)$$

Onde:

- $\Delta_{mn,r}^{re}$ Valor do r -ésimo bloco de discretização da parte real da corrente;
- $\Delta_{mn,r}^{im}$ Valor do r -ésimo bloco de discretização da parte imaginária da corrente;
- $\bar{\Delta}_{mn}^{re}$ Valor do w -ésimo bloco associado ao fluxo de potência ativo do ramo mn ;
- $\bar{\Delta}_{mn}^{im}$ Valor do w -ésimo bloco associado ao fluxo de potência reativa do ramo mn ;
- $m_{mn,r}^{re}$ Inclinação do r -ésimo bloco de linearização por partes representando a parte real da corrente do ramo mn ;
- $m_{mn,r}^{im}$ Inclinação do r -ésimo bloco de linearização por partes representando a parte imaginária da corrente do ramo mn ;
- R_{im} Número de blocos da linearização da parte imaginária da corrente do ramo mn ;
- R_{re} Número de blocos da linearização da parte real da corrente do ramo mn ;
- K_{im} Variável auxiliar utilizada para o ajuste da corrente imaginária dos ramos.

A restrição (59) é uma aproximação linear que representa a corrente nos circuitos mn e que utiliza variáveis constantes representadas através do conjunto das expressões lineares (60)–(67). As igualdades (60) e (61) equivalem ao somatório dos valores de cada bloco de discretização caracterizando as aproximações lineares da corrente, respectivamente. Os parâmetros $\bar{\Delta}_{mn}^{re}$ e $\bar{\Delta}_{mn}^{im}$ nas restrições (62) e (63) são empregados como limites superiores para cada bloco de discretização calculado no processo de linearização da restrição (58). A constante K_{im} é empregada no ajuste da corrente imaginária, considerando que as correntes imaginárias são menores que o fluxo de corrente (FRANCO *et al.*, 2013b).

O esquema utilizado para a obtenção da equação linear equivalente que representa as correntes reais e imaginárias nos ramos algebricamente e graficamente segue de modo análogo o processo empregado de linearização do membro do lado direito da equação (5), conforme ilustrado na **Figura 5**. Assim, as representações das funções lineares são estruturadas pelo esquema de linearização por partes possuindo equivalência às restrições não lineares. Sucintamente, a linearização é feita empregando a soma dos blocos de discretização

multiplicado por suas respectivas inclinações, permitindo que uma nova representação da não linearidade possa ser obtida.

A medida que o valor do parâmetro r e os passos de discretizações aumentam no processo de linearização, a função equivalente (linearizada) tem maior precisão em sua aproximação mas, em contraste, o esforço computacional sofre agravamentos, devido ao aumento do tamanho do problema.

Ainda, a função objetivo de minimizar as perdas de potência ativa é reformulada desejando que a representação desta função deixe de ser de Programação Não Linear e passe a caracterizar-se como Programação Linear conforme (68):

$$\min v' = \sum_{mn \in L} I_{mn}^{sqr} R_{mn} \quad (68)$$

3.6.3 Linearização da tensão

De maneira especial, a linearização da tensão é permitida pois, tanto os ângulos de fase de tensão quanto a própria tensão, possuem limitação inferior e superior. Em outras palavras, ambas estão dentro de um limite de variação e por isso podem gerar uma expressão linear para caracterizá-la. Então, a inequação (42) pode ser representada através do conjunto de restrições lineares equivalentes conforme as expressões (69)–(73), podendo ser ilustrada como mostra a **Figura 7**, em que cada restrição pode ser representada graficamente por uma das linhas L_1, L_2, L_3, L_4 e L_5 , retratando o conjunto usado para descrever a linearização da restrição não linear do problema, além de limitar o ângulo de fase da tensão e a própria magnitude, respectivamente.

$$V_m^{im} \leq \frac{\sin \bar{\theta} - \sin \underline{\theta}}{\cos \bar{\theta} - \cos \underline{\theta}} (V_m^{re} - \underline{V} \cos \underline{\theta}) + \underline{V} \sin \underline{\theta} \quad \forall m \in N \quad (69)$$

$$V_m^{im} \leq \frac{\sin \bar{\theta}}{\cos \bar{\theta} - 1} (V_m^{re} - \bar{V}) \quad \forall mn \in L \quad (70)$$

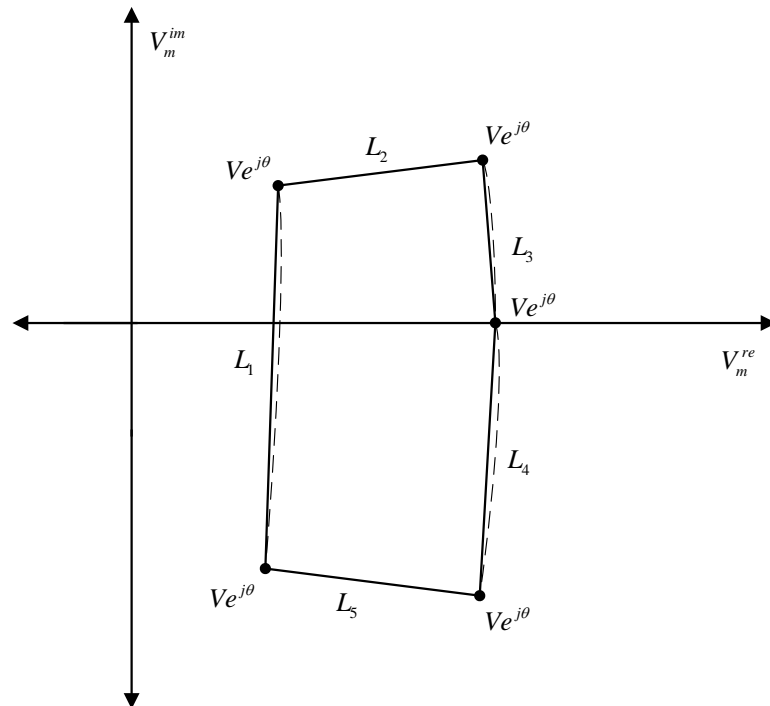
$$V_m^{im} \leq \frac{-\sin \bar{\theta}}{\cos \underline{\theta} - 1} (V_m^{re} - \bar{V}) \quad \forall mn \in L \quad (71)$$

$$V_m^{im} \leq V_m^{re} \operatorname{tg} \bar{\theta} \quad \forall mn \in L \quad (72)$$

$$V_m^{im} \geq V_m^{re} \operatorname{tg} \underline{\theta} \quad \forall mn \in L \quad (73)$$

Portanto, o modelo linearizado pode ser expresso pela função objetivo linearizada (68) comutada a partir de (34). As restrições (56) e (57) substituem as restrições (39) e (40), respectivamente. A restrição (41) é substituída pelo conjunto de restrições (59)–(67) além das equações (69)–(73) a (72) substituir a restrição (42). O modelo definido pelo conjunto de restrições (35)–(38), (43)–(51), (54)–(67) e (69)–(73) corresponde a um modelo de PLIMR aproximado ao modelo (34)–(51). Assim, o problema de RSDEE é caracterizado a partir de termos reais e imaginários, de forma a garantir a convergência à solução ótima através de técnicas clássicas de otimização.

Figura 7 – Representação gráfica da linearização do limite de tensão.



Fonte: Adaptado de Franco et al. (2013b).

4 RESTRIÇÕES SUBSTITUTAS APLICADAS AOS MODELOS CLÁSSICOS DE OTIMIZAÇÃO MATEMÁTICA

Neste capítulo, são expostos os conjuntos de Restrições Substitutas (RSs) aplicados ao problema de RSDEE nos modelos de PNLIM, PCSOIM e PLIM. Busca-se garantir a radialidade do sistema de maneira alternativa e concomitantemente deseja-se melhorar o desempenho computacional do processo de solução.

4.1 CARACTERIZAÇÃO DAS RESTRIÇÕES SUBSTITUTAS

Uma das principais características dos SDEE é a operação radial. Essa importante condição representa um desafio a ser garantido pelos modelos matemáticos para direcionar problemas de planejamento e operação. Assim, as primeiras propostas formais usando modelagem matemática para garantir a operação radial dos sistemas de distribuição foram feitas nos trabalhos de Lavorato *et al.* (2012), Jabr (2013) e Song *et al.* (2020), todos eles inspirados na teoria de grafos.

Na proposta elaborada por Song *et al.* (2020), os autores formulam as condições necessárias para garantir a operação radial do sistema considerando o fato dos nós demandarem ou não cargas no sistema. Além disso, também considera-se os casos de existência de múltiplas subestações contidas nos sistemas de distribuição.

Na proposta de Lavorato *et al.* (2012), são formuladas condições necessárias para garantir a operação radial do SDEE, assim como se formulam conjuntos de restrições para casos especiais de operação, como a presença de geração distribuída e nós de transferência.

Por último, Jabr (2013) propôs um conjunto de restrições para a eliminação de laços na topologia de operação para o problema de expansão de redes de distribuição. Este conjunto de restrições complementa as restrições básicas que garantem a radicalidade na rede propostas em Lavorato *et al.* (2012) e buscam um melhor desempenho computacional para a solução do problema de otimização.

Por hora, como indicado nas referências abordadas com base na teoria dos grafos, é possível impor uma restrição geral de radialidade nos problemas de otimização de sistemas de distribuição levando-se em conta o número de nós de carga, o número de subestações e o número de ramificações, podendo ser expresso como na seguinte equação:

$$\sum_{mn \in \Omega_l} (y_{mn}^+ + y_{mn}^-) = |\Omega_b| - |\Omega_s| \quad (74)$$

A restrição (74), embora seja necessária, não é suficiente para garantir a operação radial de um sistema de distribuição. Assim, fazendo uso da restrição de radialidade, junto às restrições do FP e, assumindo que todos os nós possuam demanda, pode-se garantir a operação radial do sistema na maioria dos casos, permitindo que uma árvore seja construída como uma solução para o problema.

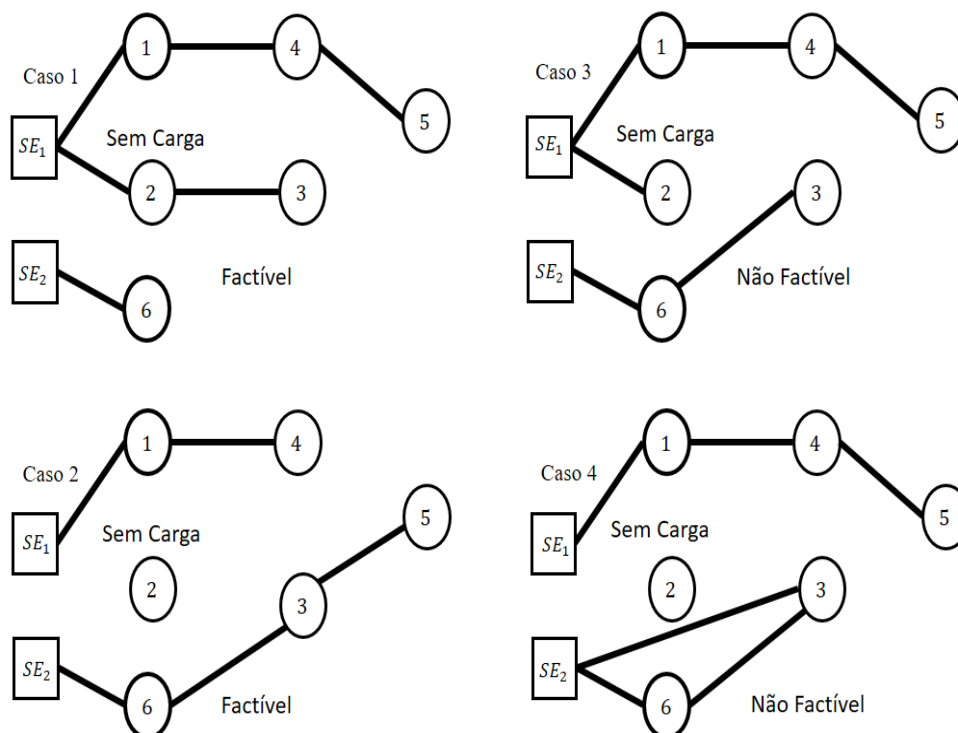
Por outro lado, a presença de nós que não possuem demanda, possibilitam ao conjunto de equações (74), juntamente com as restrições de fluxos de potência, colocar à risca o fato da garantia da radicalidade da topologia. Assim, seriam evitadas configurações cíclicas (topologia malhada) que, embora apresentem menores perdas de potência (RITTER, 2014), resultam em maiores custos do sistema de proteção, uma vez que é inviabilizado o uso de elos fusíveis, precisando então relés direcionais de sobrecorrente (LI; YU; BO, 2009).

Seguindo a proposta de Lavorato *et al.* (2012), alguns exemplos são ilustrados na **Figura 8** considerando a existência de nós sem demanda nos sistemas e a fim de representar possíveis conjunturas fazendo o uso da restrição geral de radialidade onde a operação é exposta tanto a configurações radiais quanto a configurações malhadas. No exemplo, assume-se que o nó 2 não possui demanda.

No Caso 1, as linhas conectadas ao nó 2 permitem que a carga do nó 3 seja atendida; essa configuração apresenta uma topologia factível. No Caso 2, o nó 2 está desconectado e não está sendo usado como barra de transferência. Assim, a topologia é radial e factível. No Caso 3, o nó 2 corresponde a uma barra terminal e a chave de interconexão do ramo que liga essa barra à subestação SE_1 está fechada. Dado que a linha não é usada para o FP, essa configuração pode ser desconsiderada. Assim, pode-se indicar como sendo uma topologia infactível, mesmo que não corresponda a uma configuração malhada; desconsiderar essa topologia é aceitável dado que, em termos das perdas de potência, é equivalente à topologia do Caso 2.

No Caso 4, o ramo que liga o nó 2 à subestação está desligado e há um laço entre a subestação SE_1 e os nós 3 e 6, o que torna essa topologia infactível. A restrição de radialidade (74) não excluiria essa topologia porque o número de ramos ativos (6) é igual à diferença entre o número de barras (8) e o número de subestações (2). Como a barra 2 não está conectada, um ramo adicional é usado para formar esse laço. Em consequência, é evidente que essa topologia deve ser infactível. Por tanto, essas situações devem ser consideradas no conjunto de RS, com o intuito de excluir essas soluções com topologias malhadas.

Figura 8 – Exemplos de topológicos considerando a presença de nós sem carga em conjunto com o uso da restrição de radialidade.



Fonte: Elaboração do autor.

O processo de busca por topologias acíclicas é uma das tarefas mais exaustivas dentro dos problemas envolvidos nos sistemas de distribuição. A fim de representar alternativamente a condição de radialidade, três conjuntos de RS, inspiradas em problemas típicos de fluxo em rede, são adaptados ao problema de RSDEE. Ditos conjuntos de restrições, conhecidas também em Inglês como *Surrogate Constraints*, empregam variáveis e restrições adicionais e são inspiradas em problemas bem conhecidos de otimização combinatória como o problema de árvore de expansão mínima, o problema do caminho mínimo, o problema do caixeiro-viajante, assim como outros problemas de fluxo em redes.

Nesta seção, os conjuntos de restrições substitutas propostos por Jabr (2013) são adaptados ao problema de RSDEE visando reduzir o espaço de busca de solução e porventura melhorar o desempenho computacional necessário para encontrar uma topologia radial. Estes conjuntos de RS representam um fluxo em redes alternativo que age de forma paralela ao FP e são inspirados em formulações para o problema do caixeiro-viajante: *Single-Commodity Flow Constraints* (SCFC), *Multi-Commodity Flow Constraints* (MCFC) e *Spanning Tree Constraints* (STC).

4.2 RESTRIÇÕES SUBSTITUTAS

4.2.1 Single-Commodity Flow Constraints

O problema de fluxo de mercadoria única ou SCFC busca maximizar o fluxo de uma mercadoria por uma rede a fim de respeitar as restrições de capacidade nos arcos. As restrições (75)–(79) apresentam a formulação geral do problema:

$$\text{Max: } f \quad (75)$$

s. a:

$$\sum_{ij \in \Omega_l} z_{ij} - \sum_{ki \in \Omega_l} z_{ki} = f; \forall i \in \Omega_s \quad (76)$$

$$\sum_{ij \in \Omega_l} z_{ij} - \sum_{ki \in \Omega_l} z_{ki} = \begin{cases} 0; \forall i \notin (\Omega_s \cup \Omega_t) \\ -d_i; \forall i \in \Omega_t \subseteq \Omega_b \end{cases} \quad (77)$$

$$|z_{ij}| \leq C_{ij}; \forall ij \in \Omega_l \quad (78)$$

$$f \geq 0 \quad (79)$$

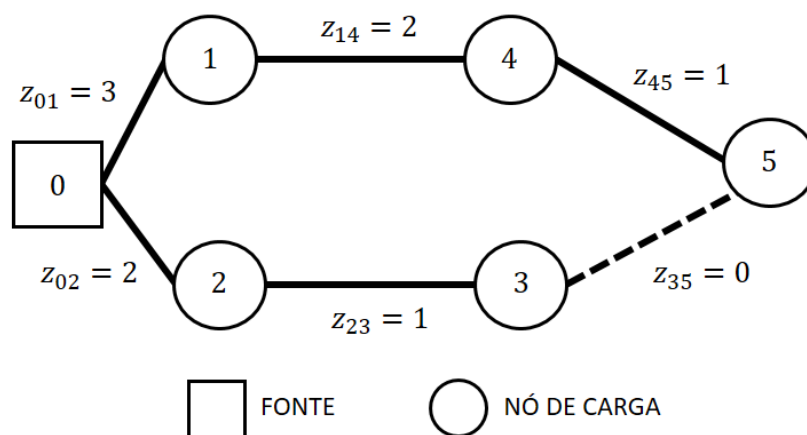
onde f é o fluxo total de mercadorias ou *commodity* pela rede, Ω_s é o conjunto de fontes, Ω_b é o conjunto de nós diferentes da fonte e dentro deles existem os nós terminais ou sumidouros Ω_t , que é o destino final do bem que está sendo transportado pela rede. Os fluxos pelos arcos são representados por uma variável real z_{ij} , limitada pela capacidade do arco C_{ij} . Nesta formulação, a restrição (76) garante que o fluxo pela rede sai desde as fontes, a restrição (77) garante que nós no meio do caminho até os nós terminais não há demanda. Dado que os nós terminais tem um fluxo entrante, seu balanço de potência deve ser igual ao negativo da sua demanda.

De modo generalizado, o modelo busca maximizar o fluxo de uma mercadoria que precisa ser levada a partir de um nó de origem, passando por um caminho específico, até chegar aos nós de destino, dando origem a uma rede que não viola as restrições de capacidade fornecidas pelos arcos, resultando assim em um fluxo único de mercadoria.

Para exemplificar o funcionamento do modelo anterior, considere uma rede como a ilustrada na **Figura 9**, em que existe uma única fonte no nó 0, representada por um quadrado; as demais barras são nós terminais com demanda igual a 1, sendo representadas por círculos. A capacidade foi escolhida apropriadamente para satisfazer a demanda dos nós. Os valores de fluxo z_{ij} pela rede, que maximizam o valor de f , são apresentados acima dos arcos. Observa-se que os fluxos vão diminuindo a medida que a mercadoria é transportada desde a fonte até o

nó terminal. Destaca-se que um dos ramos (3-5) não precisou de fluxo para satisfazer a demanda.

Figura 9 – Topologia radial considerando o SCFC.



Fonte: Elaboração do autor.

A ideia de usar um fluxo adicional é que o FP convencional garante a radialidade junto com (74) sempre e quando esse fluxo seja “águas para baixo”, partindo das subestações até os nós de carga. Entretanto, condições especiais da rede de distribuição podem variar este paradigma, pelo que o fluxo fictício garante, de forma independente às grandezas elétricas, uma conexão radial entre a subestação e os nós de carga.

Assim sendo, o conjunto de restrições (75)–(79) pode ser usado de forma análoga no problema de reconfiguração supondo que:

- As fontes do SCFC são as subestações no sistema de distribuição;
- Os terminais são os nós de carga do sistema de distribuição e terão um valor de demanda fictícia igual a um;
- Se um nó de carga não tem demanda de potência ativa, atuará com um nó de transferência do SCFC;
- As subestações devem gerar o fluxo necessário para suprir a demanda unitária dos nós de carga, pelo que o valor de f na restrição (75) deve ser igual ao número de nós de carga;
- O fluxo fictício será permitido apenas por ramos em operação, i.e., $(y_{ij}^+ + y_{ij}^-) = 1$.

A formulação é adequada ao problema de RSDEE, sendo integrada pelo conjunto de restrições (80)–(83) para reduzir o espaço de busca e obter uma topologia radial:

$$\sum_{mn \in \Omega_l} z_{mn} - \sum_{km \in \Omega_l} z_{km} = |\Omega_b|; \quad \forall m \in \Omega_s \quad (80)$$

$$\sum_{mn \in \Omega_l} z_{mn} - \sum_{km \in \Omega_l} z_{km} = -1; \quad \forall m \in \Omega_b: P_m^D > 0 \quad (81)$$

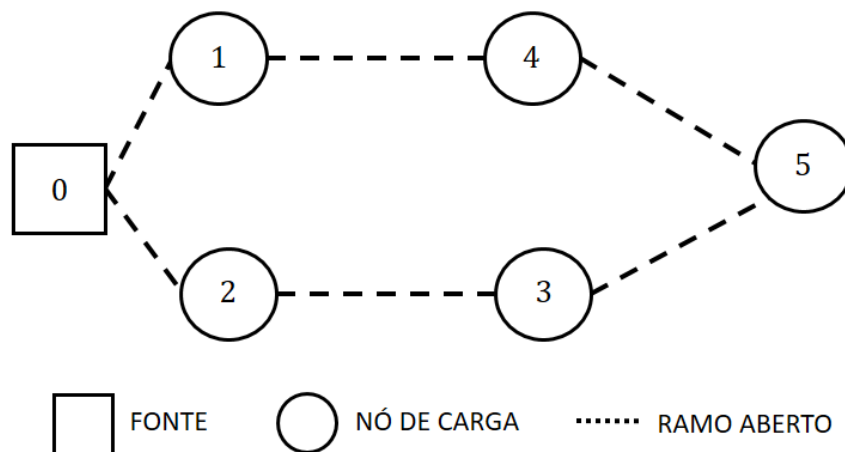
$$\sum_{mn \in \Omega_l} z_{mn} - \sum_{km \in \Omega_l} z_{km} = 0; \quad \forall m \in \Omega_b: P_m^D = 0 \quad (82)$$

$$|z_{mn}| \leq |\Omega_b|(y_{mn}^+ + y_{mn}^-); \quad \forall mn \in \Omega_l \quad (83)$$

Uma variável auxiliar contínua z_{mn} é considerada a fim de expressar tal fluxo e considera-se que ($z_{nm} = -z_{mn}$). A restrição (80) equivale a (76) e é a representação do nó da subestação do sistema. A restrição (81) é análoga à restrição dos nós de cargas e considera uma demanda fictícia igual a uma unidade no nó correspondente e, juntamente com a restrição (82), representam a condição de balanço (77). Por último, a restrição (83), homóloga á restrição (78), define a variação de z_{mn} em termos do estado de operação das linhas, i.e., quando a linha está em operação, a variável fica livre segundo o parâmetro “Big M” ($n - 1$); caso contrário recebe o valor de 0.

Para exemplificar o funcionamento do fluxo fictício formulado em (80)–(83) considere o sistema ilustrativo na **Figura 10**, o qual possui características semelhantes à rede usada na **Figura 9**.

Figura 10 – Topologia radial considerando o SCFC.



Fonte: Elaboração do autor.

Nele, os círculos representam os nós de carga e o retângulo a subestação; as linhas tracejadas são os ramos do sistema. O processo de otimização deve determinar quais linhas operaram na topologia final do problema de reconfiguração. Cada nó de carga tem uma demanda fictícia igual à unidade.

Quando aplicar as restrições (74), (80)–(83) neste sistema se cumpre que:

$$z_{0,1} + z_{0,2} = 6 - 1$$

O fluxo saindo de cada subestação deve ser igual ao número de nós de demanda:

$$z_{1,4} - z_{0,1} = -1$$

$$z_{2,3} - z_{0,2} = -1$$

$$z_{4,5} - z_{1,4} = -1$$

$$z_{3,5} - z_{2,3} = -1$$

$$z_{4,5} - z_{3,5} = -1$$

Ainda,

$$z_{0,1} \leq (6 - 1)y_{0,1} \rightarrow -z_{0,1} \leq 5y_{0,1}$$

$$z_{0,2} \leq (6 - 1)y_{0,2} \rightarrow -z_{0,2} \leq 5y_{0,2}$$

$$z_{1,4} \leq (6 - 1)y_{1,4} \rightarrow -z_{1,4} \leq 5y_{1,4}$$

$$z_{4,5} \leq (6 - 1)y_{4,5} \rightarrow -z_{4,5} \leq 5y_{4,5}$$

$$z_{2,3} \leq (6 - 1)y_{2,3} \rightarrow -z_{2,3} \leq 5y_{2,3}$$

Como foi discutido na seção 3.1, as RS trabalham conjuntamente com:

$$\sum y_{mn} = |N| - |SE|$$

$$\sum y_{mn} - \sum y_{nm} = 1 \quad \forall m \in N$$

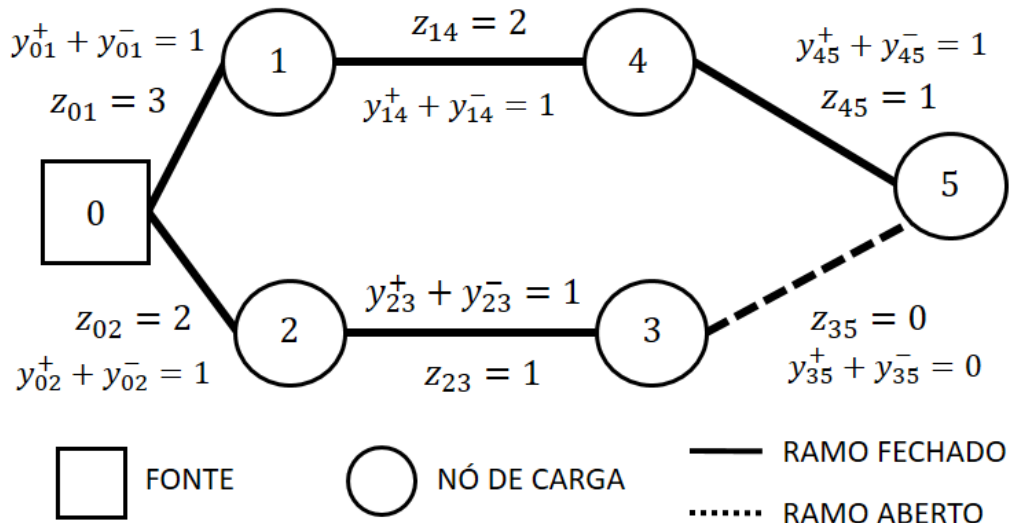
ou seja:

$$y_{0,1} + y_{0,2} + y_{1,4} + y_{2,3} + y_{4,5} + y_{3,5} = 5$$

$$\begin{aligned} y_{0,1} &= 1, \\ y_{0,2} &= 1, \\ y_{1,4} &= 1, \\ y_{2,3} &= 1, \\ y_{4,5} + y_{3,5} &= 1 \end{aligned}$$

O Resultado de otimização mostra que apenas o ramo 3-5 está fora de operação. Na **Figura 11** se observa o valor do fluxo fictício obtido ao resolver (80)–(83) para cada um dos nós do sistema.

Figura 11 – Topologia final e fluxo fictício obtidos com o conjunto de restrições substitutas SCFC.



Fonte: Elaboração do autor.

4.2.2 Multi-Commodity Flow Constraints

O problema de fluxo de múltiplas mercadorias, ou MCFC no inglês, busca maximizar o fluxo de várias mercadorias por uma rede, respeitando as restrições de capacidade nos arcos. As restrições (84)–(88) apresentam a formulação geral do problema:

$$\text{Max: } \sum_{c \in \Omega_c} f_c \quad (84)$$

$$\sum_{mn \in \Omega_l} z_{mn}^c - \sum_{km \in \Omega_l} z_{km}^c = f_c; \forall m \in \Omega_s, c \in \Omega_c \quad (85)$$

$$\sum_{mn \in \Omega_l} z_{mn}^c - \sum_{km \in \Omega_l} z_{km}^c = \begin{cases} 0; \forall m \notin (\Omega_s \cup \Omega_t), c \in \Omega_c \\ -d_m^c; \forall m \in \Omega_t \subseteq \Omega_b, c \in \Omega_c \end{cases} \quad (86)$$

$$|z_{mn}^c| \leq C_{mn}; \forall mn \in \Omega_l, c \in \Omega_c \quad (87)$$

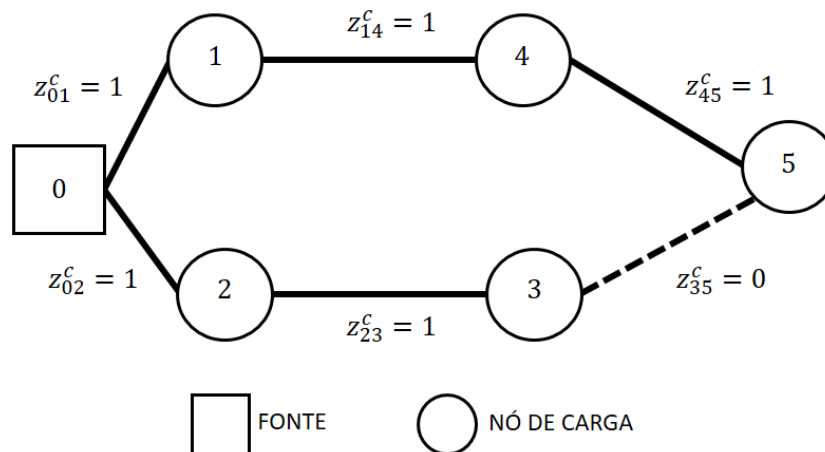
$$f_c \geq 0 \quad (88)$$

onde f_c é o fluxo por uma rede (do *commodity* c) que pertence ao conjunto de *commodities* Ω_c . O conjunto Ω_s é o conjunto de fontes, Ω_b e o conjunto de nós diferentes da fonte e dentro deles existem os nós terminais ou sumidouros Ω_t , que é o destino final para cada tipo de mercadoria que está sendo transportado pela rede.

Nesta formulação, de maneira similar ao SCFC, a restrição (85) garante que o fluxo de cada mercadoria pela rede sai desde as fontes; a restrição (86) garante que os nós no meio do caminho até os nós terminais não têm demanda; dado que os nós terminais tem um fluxo entrante, seu balanço de potência deve ser igual ao negativo da sua demanda de cada tipo de mercadoria. Na expressão (87) o fluxo pelos arcos de cada tipo de mercadoria é representado por uma variável real z_{mn}^c , limitada pela capacidade do arco C_{mn} . Em (88), apresenta-se a não-negatividade da variável f_c .

Para exemplificar o funcionamento do modelo, considera-se a rede ilustrada na **Figura 12**.

Figura 12 – Topologia final e fluxo fictício obtido aplicando o conjunto de restrições substitutas do MCFC.



Fonte: Elaboração do autor.

Existe uma única fonte no nó 0, representada por um quadrado, os demais nós são todos terminais com demanda igual a 1 e são representados por círculos. A capacidade foi escolhida apropriadamente para satisfazer a demanda dos nós. Os valores de fluxo z_{mn}^c pela rede, que maximiza o valor de f_c , estão acima dos arcos. Observa-se que os fluxos vão sendo calculados um a um, pois diferente do SCFC, aqui o modelo não permite que o valor de demanda seja somado, ou não seja acumulado, permitindo que a mercadoria seja transportada desde a fonte até o nó terminal de maneira independente. É importante observar que um dos ramos (3-5) não precisou de fluxo para satisfazer a demanda.

De maneira símil à ideia de SCFC, aqui também se utiliza um fluxo adicional ao fluxo convencional de potência com condições especiais da rede de distribuição, através de um fluxo fictício garantindo, de forma independente às grandezas elétricas, uma conexão radial entre a subestação e os nós de carga.

Para incorporar a formulação do MCFC no problema de reconfiguração, supõe-se que o conjunto Ω_c é equivalente aos nós de carga da rede de distribuição. Assim, o que se busca é que cada nó tenha um fluxo definido com a subestação, para isto as seguintes analogias são feitas:

- As fontes do MCFC são as subestações no sistema de distribuição;
- Os nós terminais são os nós de carga do sistema de distribuição e têm um valor de demanda fictícia igual a um;
- Se um nó de carga não tem demanda de potência ativa, atuará com um nó de transferência do MCFC;
- As subestações devem gerar o fluxo necessário para suprir a demanda unitária dos nós de carga, pelo que o valor de f_c na restrição (84) deve ser igual ao número de nós de carga;
- O fluxo fictício é permitido apenas por ramos em operação, i.e., $(y_{mn}^+ + y_{mn}^-) = 1$.

Assim a formulação base do MCFC pode ser transformada no conjunto de restrições (89)–(92), visando reduzir o espaço de busca que gere uma topologia radial:

$$\sum_{mn \in \Omega_l} z_{mn}^c - \sum_{km \in \Omega_l} z_{km}^c = 1; \forall m \in \Omega_s, c \in \Omega_b \quad (89)$$

$$\sum_{mn \in \Omega_l} z_{mn}^c - \sum_{km \in \Omega_l} z_{km}^c = -1; \forall m \in \Omega_b, c \in \Omega_b: P_m^D > 0 \quad (90)$$

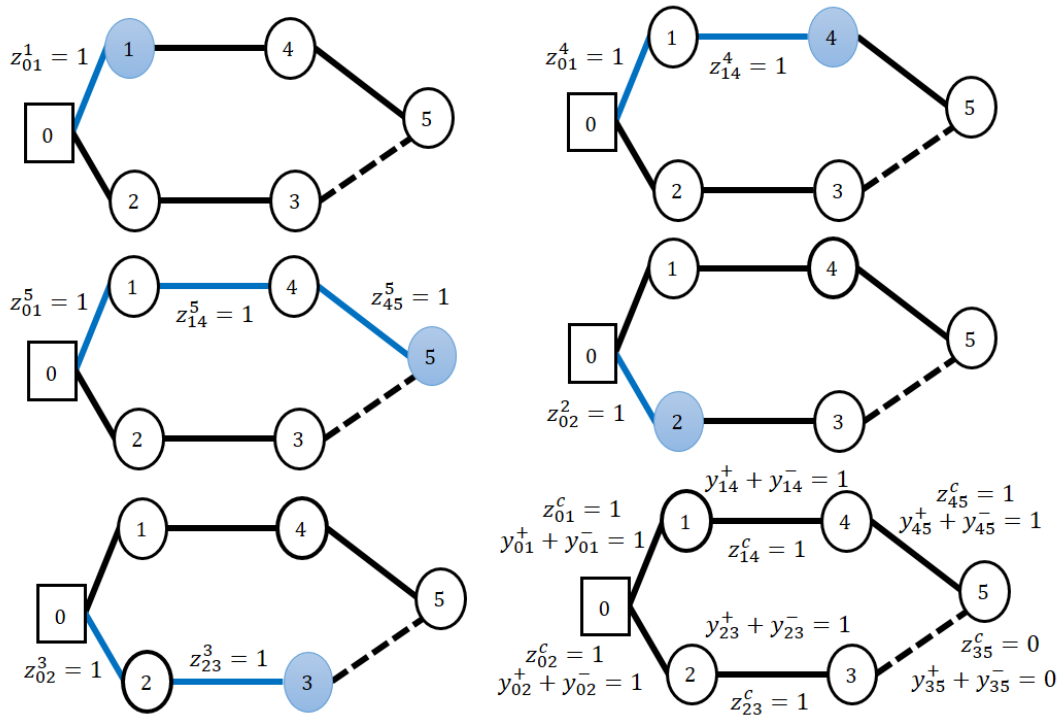
$$\sum_{mn \in \Omega_l} z_{mn}^c - \sum_{km \in \Omega_l} z_{km}^c = 0; \forall m \in \Omega_b, c \in \Omega_b; P_m^D = 0 \quad (91)$$

$$|z_{mn}^c| \leq (y_{mn}^+ + y_{mn}^-); \forall mn \in \Omega_l, c \in \Omega_b \quad (92)$$

Uma variável auxiliar inteira z_{mn}^c é considerada a fim de expressar tal fluxo e considera-se que ($z_{nm}^c = -z_{mn}^c$). A restrição (89) equivale à restrição (85) e corresponde à representação do nó da subestação do sistema. A restrição (90), análoga à restrição dos nós de cargas (ou barras) possuindo demanda fictícia igual a uma unidade (entrando no nó, por isso valor negativo), juntamente com a restrição (91), representam a condição (86). Por último, a restrição (92), homóloga à restrição (87), define a variação da variável auxiliar em termos do estado de operação das linhas, i.e., quando a linha está em operação, a variável recebe o valor 1; caso contrário recebe o valor 0.

Para exemplificar o funcionamento do fluxo fictício formulado em (89)–(92), considere o sistema ilustrativo na **Figura 13**, o qual possui características semelhantes à rede usada na **Figura 12**.

Figura 13 – Construção da topologia radial passo a passo usando o MCFC.



Fonte: Elaboração do autor.

Os círculos representam os nós de carga, o retângulo a subestação e as linhas tracejadas são os ramos do sistema. O processo de otimização deve determinar quais linhas operaram na topologia final do problema de reconfiguração. Cada nó de carga tem uma demanda fictícia igual a unidade de modo análogo ao utilizado no SCFC.

A aplicação deste conjunto de equações no exemplo ilustrativo da **Figura 12** é mostrada na **Figura 13**. No canto inferior direito se observa a topologia radial dada como resultado do processo de otimização, enquanto as demais topologias mostram os fluxos criados para cada um dos nós de carga, passo a passo. Por exemplo, para a figura do canto superior esquerdo, se observa que a demanda fictícia do nó 1 produz um fluxo unitário apenas usando o ramo 0-1, os demais ramos têm $z_{mn}^1 = 0$. Essa lógica é aplicada para entender os resultados das demais topologias.

4.2.3 Spanning Tree Constraints

O STC, restrição de árvore de abrangência em Português, é um problema de grafos simples, representado por uma árvore, sendo expresso por $G = (V, E)$ onde G é o grafo, V são o conjunto de vértices (nós) e E o conjunto de arestas (ramos). Ao contrário dos conjuntos de SCFC e MCFC, que de modo geral buscam maximizar o fluxo de um bem por uma rede, o STC busca conectar os nós de uma rede considerando o número mínimo de arestas possível. Ou seja, o conjunto de arestas possuem pesos e a construção da árvore de abrangência visa um custo total mínimo. As restrições (93)–(98) apresentam a formulação geral do problema:

$$Sf_{ij}^r = \text{Min} \sum_{ij \in \Omega_l} c_{ij} x_{ij} \quad (93)$$

$$\sum_{ij \in \Omega_l} x_{ij} = n - 1 \quad (94)$$

$$z_{kij} + z_{kji} = x_{ij}; k \in \Omega_t, ij \in \Omega_l \quad (95)$$

$$\sum_{s>i} z_{kis} + \sum_{h<i} z_{kih} \leq 1; k \in \Omega_t, i \neq k \quad (96)$$

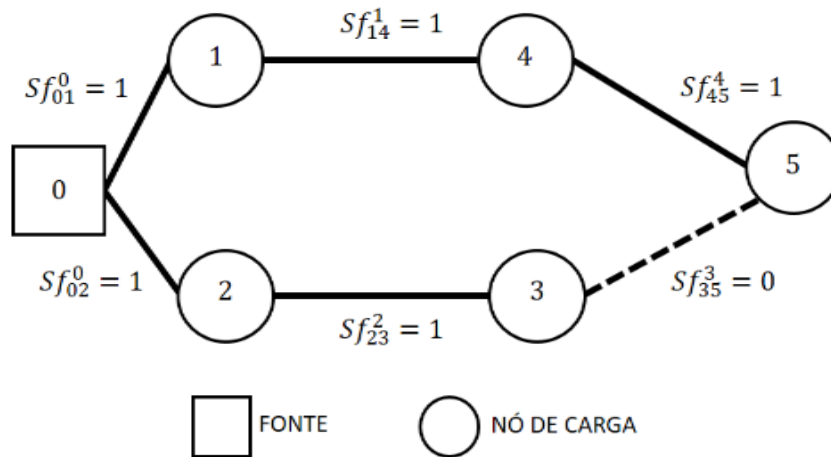
$$\sum_{s>k} z_{kks} + \sum_{h<k} z_{kjh} \leq 0; k \in \Omega_t \quad (97)$$

$$x_{ij} \geq 0; \forall ij \in \Omega_l \quad z_{kij} \geq 0 \forall k, i, j \quad (98)$$

onde c_{ij} representa os pesos das arestas e x_{ij} o vetor do fluxo da árvore de abrangência a ser construída. A direção do fluxo de mercadoria é representada pelo arco ij relacionado pela variável z_{kij} , limitada segundo o fluxo no arco. Nesta formulação (94), restringe a quantidade de arestas a serem conectadas aos vértices, (95) delimita o fluxo que pertence ao gráfico da árvore de abrangência, enquanto a restrição (96) garante que os fluxos saem desde o nó raiz e chegam aos vértices de destino; (97) evita que o nó raiz tenha um fluxo entrando. Por fim, a restrição (98) expressa a característica de não-negatividade das variáveis relacionadas aos fluxos.

Para exemplificar a ideia de funcionamento do modelo, considera-se uma rede exemplificada de acordo com a **Figura 14**. Nela existe um nó raiz 0, representado por um quadrado de onde partem os ramos (arestas), os demais nós ou vértices são todos terminais com demanda igual a 1 e foram representados por meio de círculos. Os valores de fluxo z_{kmn} que flui pela rede busca minimizar o valor de Sf_{ij}^r se encontram em cima dos arcos. Observa-se que os fluxos mantem-se a medida que a mercadoria é transportada desde o nó fonte até o nó terminal. Assim como nos casos anteriores, a ramificação (3-5) não precisou de fluxo para satisfazer a demanda.

Figura 14 – Topologia final e fluxo fictício obtido aplicando o conjunto de restrições substitutas STC.



Fonte: Elaboração do autor.

Este conjunto, analogamente aos conjuntos de fluxo de mercadorias, apresentado anteriormente em 4.2.1 e 4.2.2, pode ser usado de forma análoga no problema de reconfiguração de sistema de distribuição supondo que:

- Os nós raiz do STC são as subestações no sistema de distribuição;

- Os vértices são os nós (barras) de carga do sistema de distribuição e terão um valor de demanda fictícia igual a um;
- Se um nó de carga não tem demanda de potência ativa, atuará como um nó de passo (barra de transferência) do STC;
- As subestações devem gerar o fluxo necessário para suprir a demanda unitária dos nós de carga;
- O fluxo fictício será permitido apenas por ramos operando, i.e., $(y_{mn}^+ + y_{mn}^-) = 1$.

Assim a formulação base do STC pode ser transformada no conjunto de restrições (99)–(104) para reduzir o espaço de busca que gere uma topologia radial:

$$\sum_{mn \in \Omega_l} Sf_{mn}^{c+} - \sum_{km \in \Omega_l} Sf_{km}^{c-} = -1; \forall m \in \Omega_s, c \in \Omega_b, m = SE \text{ e } c \neq SE \quad (99)$$

$$\sum_{mn \in \Omega_l} Sf_{mn}^{c+} - \sum_{km \in \Omega_l} Sf_{km}^{c-} = 1; \forall m \in \Omega_b, c \in \Omega_b, m \neq SE, c \neq SE \text{ e } m \quad (100)$$

$$\sum_{mn \in \Omega_l} Sf_{mn}^{c+} - \sum_{\substack{km \in \Omega_l \\ = c \\ \neq SE \text{ e } m \neq c}} Sf_{km}^{c-} = 0; \forall m \in \Omega_b, c \in \Omega_b, m \neq SE, c \quad (101)$$

$$\sum_{mn \in \Omega_l} Sf_{mn}^{c+} - \sum_{km \in \Omega_l} Sf_{km}^{c-} = 0; \forall m \in \Omega_b, c \in \Omega_b \text{ e } k = SE \quad (102)$$

$$Sf_{mn}^{c+} \in \{0,1\}; \forall mn \in \Omega_l \quad (103)$$

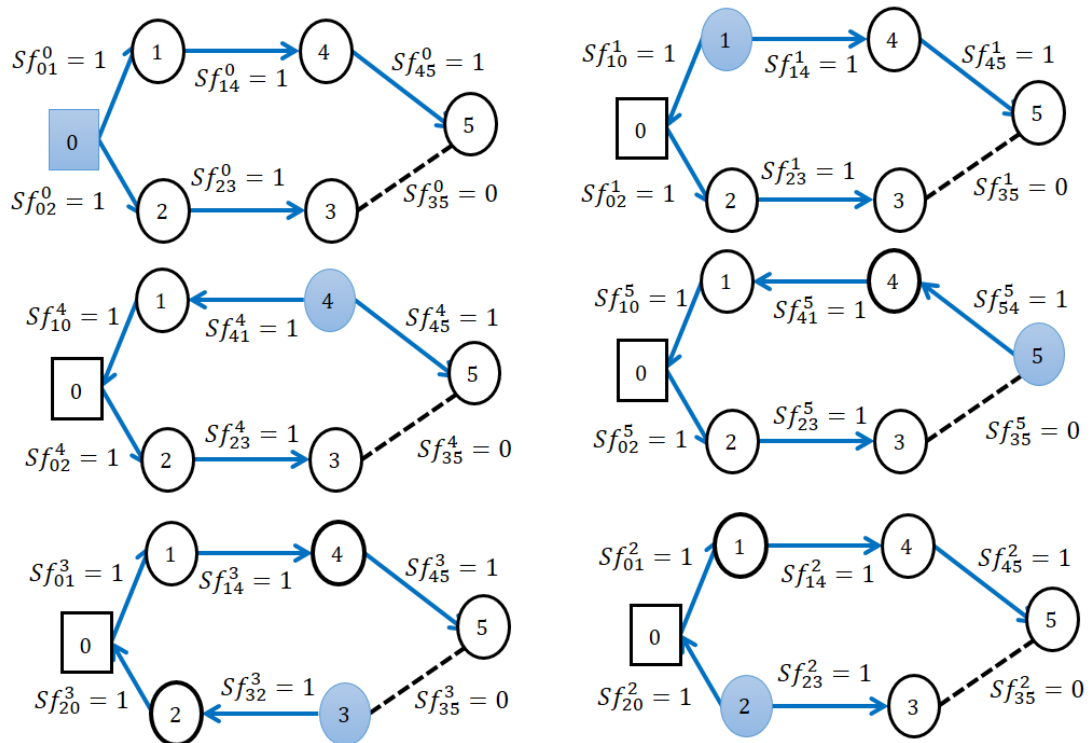
$$Sf_{mn}^{c-} \in \{0,1\}; \forall mn \in \Omega_l \quad (104)$$

Uma variável auxiliar inteira Sf_{mn}^c é considerada a fim de expressar tal fluxo e considera-se que $(Sf_{nm}^{c-} = -Sf_{mn}^{c+})$. A restrição (99) análoga à restrição dos nós de cargas, possui demanda fictícia igual a uma unidade entrando no nó (por isso valor negativo). A expressão (100) equivale à equação (97) e evita que os nós de subestação possuam fluxos entrando. A equação da restrição (101), homologa à restrição (96), garante que o fluxo que sai da subestação chegue até o destino final. A restrição (102) equivale a representação do nó da subestação do sistema. As restrições (103) e (104) definem a variação da variável auxiliar em termos do estado de operação das linhas, i.e., quando a linha está em operação, a variável recebe o valor 1; caso contrário recebe o valor 0. Para exemplificar o funcionamento do fluxo fictício formulado em (99)–(104), considere o sistema ilustrativo na **Figura 14**, o qual possui características semelhantes à rede usada na **Figura 12**.

De maneira símil aos conjuntos de restrições anteriormente abordados, os círculos representam os nós de carga, o retângulo a subestação e as linhas tracejadas são os ramos do sistema. O processo de otimização deve determinar quais linhas operaram na topologia final do problema de reconfiguração. Cada nó de carga tem uma demanda fictícia igual a unidade, de modo análogo aos casos anteriores. A aplicação destas equações em um exemplo ilustrativo é mostrada na **Figura 15**.

Na figura do canto superior esquerdo se observa a topologia radial dada como resultado do processo de otimização considerando o conjunto de STC, enquanto as demais

Figura 15 – Construção da topologia radial passo a passo considerando o STC.



Fonte: Elaboração do autor.

topologias ilustram possíveis fluxos candidatos a solução do problema. Cada um dos nós de cargas é considerado nó fonte da rede, permitindo ser criados diferentes sentidos para o fluxo na árvore que está sendo construída, este procedimento é repetido até que a melhor disposição para o fluxo do sistema seja encontrada. Por exemplo, para a figura do lado direito na região central, se observa que a fonte está localizada no nó 5, produzindo uma árvore com um único sentido do fluxo, enquanto o ramo Sf_{35}^5 encontra-se fora de operação. A mesma lógica é aplicada para entender os resultados das demais topologias construídas na busca pela melhor configuração do sistema.

5 PROPOSTA PARA A COMPARAÇÃO DO DESEMPENHO DE MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO APLICADOS NO PROBLEMA DE RECONFIGURAÇÃO DE SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO

Complementando os modelos clássicos de otimização abordados na seção 3, neste capítulo são descritos os critérios que compõem a análise comparativa determinando a eficiência e a robustez das diferentes técnicas aplicadas a este clássico problema de otimização.

5.1 DEFINIÇÃO DO CRITÉRIO PARA COMPARAÇÃO DOS DIFERENTES MÉTODOS DE OTIMIZAÇÃO

A comparação da performance das estratégias de otimização deve levar em conta as características dos diferentes equipamentos computacionais utilizados nos testes para o problema de RSDEE.

No entanto, é crucial a influência dos detalhes das modelagens, a calibração dos parâmetros e a capacidade/habilidade do programador que desenvolveu cada estratégia. A comparação pode ser feita a partir do valor da função objetivo e do tempo de processamento das soluções obtidas pelos métodos de otimização, simulados em condições semelhantes, ou realizando as simulações simultaneamente para diferentes instâncias do problema de RSDEE.

Uma comparação do desempenho dos métodos de otimização aplicados ao RSDEE pode ser feita em termos da qualidade da solução fornecida, bem como do esforço computacional necessário no processo de busca. Se os métodos atingem o mesmo valor da função objetivo (perdas), então o método mais eficiente é aquele que precisa de menor esforço computacional (tempo de execução). Por outro lado, se dado um tempo para resolver o problema, o método mais eficiente é aquele que encontrará a solução de melhor qualidade.

Na prática, essa comparação deve ser feita sob as mesmas condições (e.g., computador, linguagem de programação). Entretanto, o desafio na tentativa de comparar adequadamente diferentes métodos aplicados ao problema de RSDEE é que os resultados reportados na literatura foram obtidos usando diferentes equipamentos, em diferentes plataformas, com diferentes algoritmos e implementações para o FP. Por exemplo, o método de Newton, quando aplicado em sistemas de distribuição, apresenta uma eficiência menor que os algoritmos de fluxo de carga radial especializados (*backward/forward power flow*).

No entanto, a comparação em termos da qualidade da solução fornecida e do tempo de métodos exatos e aproximados de otimização apresenta dificuldades: 1) As metaheurísticas analisadas foram implementadas em diferentes linguagens de programação e processadas em

equipamentos computacionais com diferentes capacidades operacionais; 2) A maioria das metaheurísticas implementadas possuem estratégias especializadas para resolução do problema o que dificulta sua reprodução a partir das informações dos trabalhos reportados na literatura.

Neste contexto, a fim de contornar tal adversidades, é proposto um critério de comparação que considera a qualidade das soluções encontradas para os diferentes métodos metaheurísticos e de modelagem matemática aplicadas ao problema de RSDEE. Esse critério é estabelecido com base nas perdas de potência ativa e o esforço computacional. Ele estabelece uma conversão a partir do tempo de execução de cada uma das estratégias e do número de PF demandado no processo de solução; tomando como referência os tempos de execução de um Fluxo de Potência Especializado (FPE).

A estratégia elaborada baseia-se na implementação de um FPE, altamente eficiente, do tipo *backward/forward*, considerando que a base da eficiência computacional dos métodos metaheurísticos de solução para o problema de RSDEE encontra-se determinada pela eficiência do FP como o princípio base para a exploração do espaço de busca. Assim, o FPE é simulado no mesmo computador em que são avaliados os modelos matemáticos. O tempo de execução do FPE é tomado como referência permitindo a conversão tempo/FP de acordo com a informação de tempo computacional e número de FP, aportada na literatura para o caso das metaheurísticas e do tempo computacional aportado pela implementação dos modelos matemáticos.

Para conseguir fazer uma comparação adequada entre os métodos, deve ser identificado quanto tempo o FPE precisa para resolver um FP, para cada sistema teste, usando um computador de referência. A partir do fator considerado como tempo de referência (t_{ref}), propõe-se comparar os diferentes métodos por meio de duas métricas: a) tempo equivalente de solução; b) número de fluxos de potência equivalentes.

- a) Assim, o tempo de equivalência é obtido multiplicando o número de fluxos de potência necessários para resolver o problema pelo fator t_{ref} . Esta métrica é aplicada as metaheurísticas a partir do número de FP fornecidos pelo levantamento de resultados dos trabalhos suprecitados.
- b) De forma similar, dado um tempo de execução, pode ser obtida a métrica número de fluxo de potência equivalente, dividindo esse tempo de execução pelo fator de tempo equivalente. Esta métrica é aplicada conhecendo os tempos

de solução, usando o computador de referência, dos modelos matemáticos apresentados na seção 3.

Em síntese, o uso de um padrão para ambos os métodos de otimização, exato e aproximado, permite a comparação explícita da sua performance para diferentes casos de estudo conforme mostrados na seção de resultados a seguir.

6 TESTES E RESULTADOS

Os modelos matemáticos apresentados no capítulo 3 foram implementados na linguagem AMPL (FOURER; GAY; KERNIGHAN, 2002) e resolvidos com os *solvers* comerciais CPLEX (IBM ILOG CPLEX V12.1 users' manual for CPLEX, 2009) versão 12.8 para os modelos de PCSOIM, PLIM e PLIMR; KNITRO (BYRD; NOCEDAL; WALTZ, 2006) versão 11.1.2 para o modelo de PNLIM; BONMIN (BONAMI; LEE, 2007) versão 1.8.6 para o modelo de PNLIMR. Considerando as mesmas condições de simulação computacional em ambos os ensaios.

Os valores das perdas de cada configuração foram avaliadas utilizando um algoritmo de FP de varredura, além disso para todos os testes a tensão na subestação foi fixado em $1,00 p.u$ e os limites de tensão dentro do intervalo de $1,00 p.u$ e $0,93 p.u$. Foi considerado para o número de blocos da linearização por partes o valor igual a 30. A condição de tolerância do valor de GAP foi fixada em 0,1%, podendo acentuar-se para os sistemas de grande complexidade. Para a solução dos modelos matemáticos foi definido um limite de tempo de 86400s (24 horas), isto é, o *solver* terminará o processo de busca e é apresentada a melhor solução encontrada no decorrer deste período, mesmo que a condição de otimalidade não seja satisfeita. Um computador com o processador Intel Core i7-8700 de 3,2 GHz e 16 GB de memória RAM foi utilizado para realizar as simulações.

6.1 MODELOS MATEMÁTICOS APLICADOS AO PROBLEMA DE RSDEE

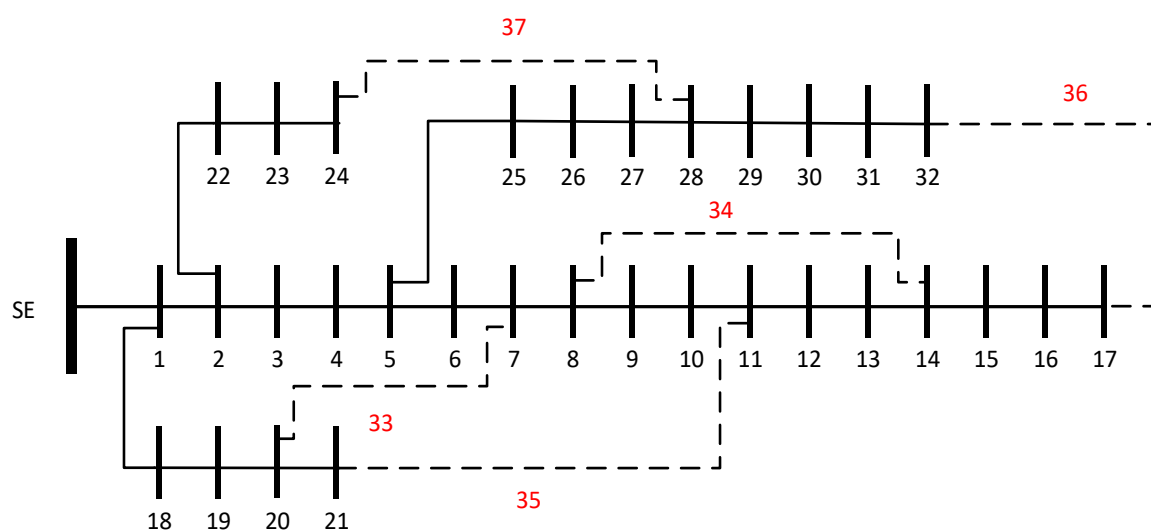
Os sistemas testes de 33 barras (BARAN; WU, 1989), 69 barras (CHIANG; JEAN-JUMEAU, 1990a), 136 barras (MANTOVANI; CASARI; ROMERO, 2000) e 417 barras (LAVORATO *et al.*, 2012) foram empregados para avaliar o desempenho e a eficiência dos métodos de otimização matemática para o problema de RSDEE considerando um único nível de demanda (demanda fixa)..

Os sistemas de 33 e 69 barras são considerados na literatura especializada como sistemas de pequeno porte com solução ótima conhecida da literatura, enquanto o sistema de 136 barras pode ser considerado uma representação real de um sistema de distribuição de energia considerado como um problema de médio porte. O sistema de 417 barras, tido como um problema de grande porte, foi adaptado por (LAVORATO *et al.*, 2012) a partir do sistema (RAMIREZ-ROSADO; BERNAL-AGUSTIN, 1998) e pode ser considerado como um problema de alta complexidade com difícil tratamento devido ao amplo número de linhas do sistema.

6.1.1 Sistema de 33 barras

O sistema de 33 barras dispõe de 32 barras de carga, 1 barra de subestação e 37 circuitos de interconexão, sendo 32 normalmente fechados e 5 abertos. A tensão base estabelecida na subestação é de $12,66 \text{ kV}$. O limite de corrente em todos os ramos da rede é de 300 A e o sistema operando em condições normais possui uma demanda de uma carga total ativa e reativa de 3715 kW e 2300 kVAr , respectivamente.

Figura 16 – Topologia inicial do sistema de distribuição radial de 33 barras.



Fonte: Adaptado de Baran e Wu (BARAN; WU, 1989).

Na **Figura 16** apresenta-se a topologia inicial, possuindo cinco circuitos de ligação inicialmente abertos (fora de operação), que podem ou não ser fechados após a reconfiguração, sendo representados pelas linhas tracejadas sendo equivalentes aos circuitos 33, 34, 35, 36 e 37.

Enquanto as linhas contínuas (em operação) representam os circuitos energizados do sistema elétrico, que após a reconfiguração têm a possibilidade de permanecerem fechados. Os resultados das simulações utilizando o sistema de 33 barras são mostrados na **Tabela 5**. Apresentado o estado inicial do sistema de distribuição e os resultados atingidos após a reconfiguração pelos modelos de otimização clássica implementados.

Tabela 5 – Resumo dos resultados da otimização clássica para o sistema de 33 barras.

Configuração	Circuitos abertos	Tempo (s)	Função Objetivo (kW)	Perdas de potência – FC (kW)
Configuração inicial	33, 34, 35, 36, 37	–	–	202,67
Modelo de PNLIM	7, 11, 14, 36, 37	112	140,27	140,27
Modelo de PCSOIM	7, 9, 14, 32, 37	2,69	139,55	139,55
Modelo de PLIM	7, 9, 14, 32, 37	0,25	139,55	139,55
Modelo de PNLIMR	7, 9, 14, 32, 37	1256	139,97	139,55
Modelo de PLIMR	7, 9, 14, 32, 37	0,31	140,22	139,55

Fonte: Elaboração do autor.

Verifica-se que os modelos de PCSOIM, PLIM, PNLIMR e PLIMR obtiveram soluções semelhantes após a reconfiguração, com redução de 31,14% dos valores de perdas ativa em relação a topologia inicial (202,67 kW) analisada, produzindo soluções de mesmas qualidade a melhor solução disponível na literatura para este sistema teste. No entanto, o modelo de PNLIM alcançou uma solução com redução no valor de 30,78% em relação às perdas ativas observadas na topologia inicial, resultando em uma nova topologia com valor de perdas muito próximo ao valor encontrado na solução ótima reportado na literatura.

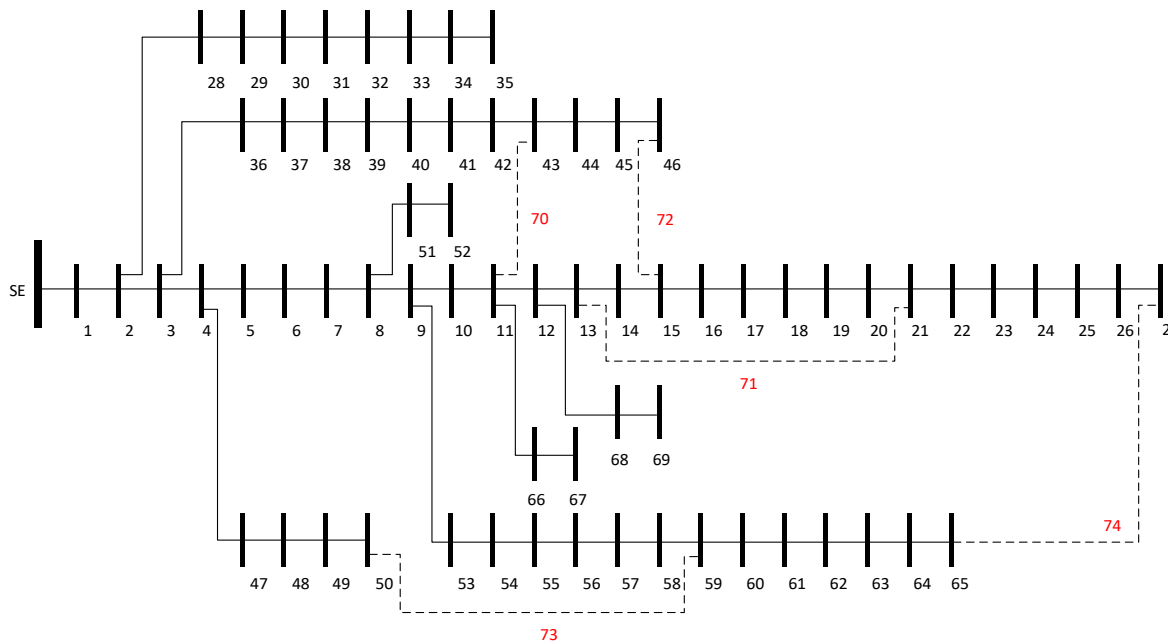
A configuração inicial apresenta a tensão mínima do sistema em 0,9131 p.u e após a reconfiguração do sistema, a melhor solução encontrada apresenta o valor da tensão mínima em 0,9378 p.u obtendo uma melhora de 2,7%. Além de pertencer ao limite mínimo exigido pelas normas reguladoras dos sistemas elétricos da ANEEL (AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA – ANEEL, 2018).

6.1.2 Sistema de 69 barras

O sistema de 69 barras dispõe de 68 barras de carga, 1 barra de subestação e 74 circuitos de interconexão, sendo 68 normalmente fechados e 5 abertos. A tensão base estabelecida na subestação é de 12,66 kV. O limite de corrente nos três primeiros ramos é de 150 A e no restante dos ramos é de 100 A e o sistema operando em condições normais possui uma demanda de uma carga total ativa e reativa de 1107,91 kW e 897,93 kVar, respectivamente.

Na **Figura 17** mostra-se a topologia inicial do sistema de 69 barras, que possui cinco circuitos de ligação 70, 71, 72, 73 e 74 inicialmente fora de operação sendo representados pelas linhas tracejadas.

Figura 17 – Topologia inicial do sistema de distribuição radial de 69 barras.



Fonte: Adaptado de Chiang e Jean-Jumeau (1990a).

Os resultados das simulações para o problema de RSDEE utilizando o sistema de 69 barras são expostos na **Tabela 6**. Apresentando o estado inicial do sistema de distribuição e os resultados atingidos após a reconfiguração pelos modelos de otimização clássica.

Ligeiramente semelhante ao sistema teste anteriormente mencionado, após a RSDEE aqui os modelos de PCSOIM, PLIM e PLIMR mostraram-se eficientes, pois alcançaram soluções com redução no valor das perdas em 55,07% em relação às perdas obtidas na configuração inicial sendo equivalente a melhor solução conhecida do problema variando somente os tempos de processamento em cada modelo. Da mesma forma, utilizando o modelo de PNLIM e PNLIMR verificou-se que as soluções obtidas percentualmente apresentaram menores redução nos valores das perdas em relação às perdas de potência da topologia inicial correspondendo a 42,53% e 53,74%, respectivamente.

Tabela 6 – Resumo dos resultados da otimização clássica para o sistema de 69 barras.

Configuração	Circuitos abertos	Tempo (s)	Função Objetivo (kW)	Perdas de potência – FC (kW)
Configuração inicial	70, 71, 72, 73, 74	–	–	20,97
Modelo de PNLIM	15, 36, 59, 63, 71	462,2	12,05	12,05
Modelo de PCSOIM	15, 59, 62, 70, 71	4,11	9,42	9,42
Modelo de PLIM	15, 59, 62, 70, 71	0,5	9,46	9,42
Modelo de PNLIMR	13, 21, 57, 62, 70	12249	9,70	9,70
Modelo de PLIMR	15, 56, 62, 70, 71	0,69	9,89	9,42

Fonte: Elaboração do autor.

A configuração inicial possui a tensão mínima do sistema em 0,9720 *p.u* e após a reconfiguração do sistema, a melhor solução encontrada apresenta o valor de 0,9824 *p.u* para a tensão mínima obtendo uma melhora de 1,06%.

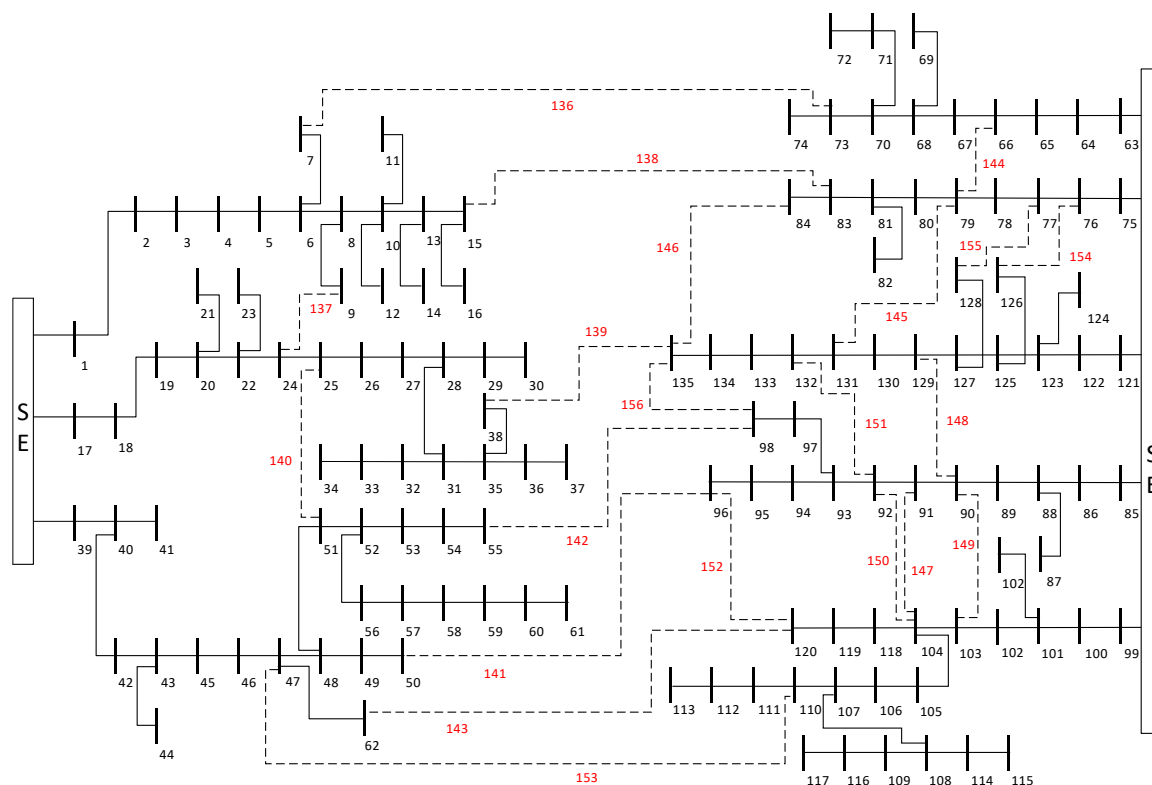
Adicionalmente foi possível notar que este sistema apresenta uma característica diferente dos outros sistemas testes, pois os resultados obtidos após a reconfiguração rendem a quatro topologias diferentes, isto deve-se as cargas dos barramentos 56, 57, 58 e 59 que são iguais a zero. Portanto, embora a configuração da topologia não seja a mesma, não há diferença entre estas topologias para o fluxo de corrente e por isso apresentam o mesmo valor para as perdas de potência ativa (BORGHETTI, 2012).

6.1.3 Sistema de 136 barras

O sistema de 136 barras dispõe de 135 barras de carga, 1 barra de subestação e 156 circuitos de interconexão, compondo-se 135 normalmente fechados e 21 abertos. A tensão base estabelecida na subestação é de 13,8 *kV*. O limite de corrente em todos os ramos é de 200 *A* e o sistema operando em condições normais possui uma demanda de uma carga total ativa e reativa de 18313,81 *kW* e 7932,53 *kVAr*, respectivamente.

Na **Figura 18** mostra-se a topologia inicial do sistema de 136 barras, que possuem cinco circuitos de ligação 136, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 155 e 156 inicialmente abertos e são representados pelas linhas tracejadas.

Figura 18 – Topologia inicial do sistema de distribuição radial de 136 barras.



Fonte: Adaptado de Mantovani, Casari e Romero (2000).

Após a simulação de reconfiguração aplicada no sistema de 136 barras a **Tabela 7** apresenta os melhores resultados considerando os modelos matemático implementados, sendo possível catalogá-los segundo os valores exibidos.

O modelo de PNLIM mostrou-se incapaz de obter uma solução ótima para o problema, pois o *solver* não retornou uma solução factível, no entanto, todos os outros modelos chegaram a mesma solução após a RSDEE. Apresentaram uma redução de 12,53% dos valores de perda ativa em relação à topologia inicial analisada, produzindo soluções semelhantes a melhor solução disponível na literatura, variando somente o esforço computacional apresentada entre os diferentes modelos implementados podendo mostrar-se modelos eficientes.

A configuração inicial apresenta a tensão mínima do sistema em $0,9306 p.u.$ e após a reconfiguração do sistema, a melhor solução encontrada possui o valor da tensão mínima em $0,9589 p.u.$ com uma melhora de 2,71%, dentro do limite mínimo exigido pelas normas reguladoras dos sistemas elétricos de potência.

Tabela 7 – Resumo dos resultados da otimização clássica para o sistema de 136 barras.

Configuração	Circuitos abertos	Tempo (s)	Função Objetivo (kW)	Perdas de potência – FC (kW)
Configuração inicial	136, 137, 138, 139, 140, 141, 142, 143, 144, 145, 146, 147, 148, 149, 150, 151, 152, 153, 154, 155, 156	–	–	320,36
Modelo de PNLIM	SOLUÇÃO NÃO FACTÍVEL			
Modelo de PCSOIM	7, 35, 51, 90, 96, 106, 118, 126, 135, 137, 138, 141, 142, 144, 145, 146, 147, 148, 150, 151, 155	29,44	280,19	280,19
Modelo de PLIM	7, 35, 51, 90, 96, 106, 118, 126, 135, 137, 138, 141, 142, 144, 145, 146, 147, 148, 150, 151, 155	2,61	280,66	280,19
Modelo de PNLIMR	7, 35, 51, 90, 96, 106, 118, 126, 135, 137, 138, 141, 142, 144, 145, 146, 147, 148, 150, 151, 155	56550	280,19	280,19
Modelo de PLIMR	7, 35, 51, 90, 96, 106, 118, 126, 135, 137, 138, 141, 142, 144, 145, 146, 147, 148, 150, 151, 155	6,70	280,84	280,19

Fonte: Elaboração do autor.

6.1.4 Sistema de 417 barras

O sistema de 417 barras dispõe de 414 barras de carga, 3 barras de subestação e 473 circuitos de interconexão, compondo-se 414 normalmente fechados e 59 abertos. A tensão base estabelecida na subestação é de 10,0 kV. O fluxo de corrente em todos os ramos é de 300 A e o sistema operando em condições normais possui uma demanda de uma carga total ativa e reativa de 27372,4 kW e 13237 kVAr, respectivamente.

O sistema teste de 417 barras, que constitui-se de 59 chaves de interconexão numeradas por 1, 5, 15, 16, 26, 31, 53, 54, 55, 75, 82, 94, 96, 97, 106, 107, 119, 136, 138, 154, 155, 156, 168, 169, 177, 179, 194, 195, 201, 207, 211, 214, 219, 241, 256, 258, 282, 297, 302, 314, 321, 354, 359, 362, 364, 385, 388, 395, 396, 404, 407, 423, 424, 426, 431, 436, 445, 446 e 449 encontram-se inicialmente fora de operação.

A **Tabela 8** apresenta os resultados utilizando o sistema de 417 barras, mostrando o estado inicial do sistema de distribuição e os resultados atingidos pelos modelos de otimização clássica implementados.

Tabela 8 – Resumo dos resultados da otimização clássica para o sistema de 417 barras.

Configuração	Circuitos abertos	Tempo (s)	Função Objetivo (kW)	Perdas de potência – FC (kW)
Configuração Inicial	1, 5, 15, 16, 26, 31, 53, 54, 55, 75, 82, 94, 96, 97, 106, 107, 119, 136, 138, 154, 155, 156, 168, 169, 177, 179, 194, 195, 201, 207, 211, 214, 219, 241, 256, 258, 282, 297, 302, 314, 321, 354, 359, 362, 364, 385, 388, 395, 396, 404, 407, 423, 424, 426, 431, 436, 445, 446, 449	–	–	708,94
Modelo de PNLIM	SOLUÇÃO NÃO FACTÍVEL			
Modelo de PNLIMR	SOLUÇÃO NÃO FACTÍVEL			
Modelo de PCSOIM	1, 13, 15, 20, 26, 31, 51, 54, 60, 61, 73, 84, 87, 90, 93, 94, 107, 136, 138, 147, 150, 155, 156, 158, 168, 169, 173, 178, 179, 183, 188, 195, 199, 205, 214, 215, 252, 254, 270, 282, 297, 314, 321, 359, 362, 385, 392, 395, 399, 404, 411, 416, 423, 426, 431, 433, 436, 437, 446	86898	592,32	592,32
Modelo de PLIM	1, 2, 13, 15, 16, 26, 31, 40, 41, 54, 59, 73, 75, 82, 94, 96, 97, 111, 115, 136, 138, 150, 155, 156, 158, 163, 168, 169, 178, 179, 194, 195, 213, 214, 230, 254, 256, 266, 282, 321, 322, 354, 362, 385, 389, 392, 395, 396, 403, 404, 416, 423, 426, 435, 436, 437, 446, 449, 466	2269	581,98	582,95
Modelo de PLIMR	5, 13, 15, 16, 21, 26, 31, 54, 57, 59, 60, 73, 86, 87, 94, 96, 97, 111, 115, 136, 142, 149, 150, 155, 156, 158, 163, 168, 169, 178, 179, 195, 199, 214, 221, 254, 256, 266, 282, 321, 322, 325, 358, 359, 362, 369, 392, 395, 396, 403, 404, 416, 423, 426, 431, 436, 437, 446, 449	80034	582,73	581,57

Fonte: Elaboração do autor.

Após a reconfiguração, os modelos de PNLIM e PNLIMR mostraram-se incapazes de determinar a solução ótima, pois o *solver* não retornou uma solução factível para o problema.

O modelo implementado de PCSOIM, decorrido de 86400s (tempo limite definido no processo de solução) encontrou uma solução que apresentou redução no valor das perdas do sistema correspondente a cerca de 17,05% com o percentual do GAP no valor de 9,94% até a presente solução encontrada. Aplicando a PLIM, o valor obtido para as perdas ativa também reduziu, passando ao valor percentual de 17,77% e o modelo PLIMR apresentou uma redução de 17,96% dos valores de perdas em relação à topologia inicial analisada, encontrando uma solução com alta qualidade semelhante à conhecida na literatura especializada.

A configuração inicial apresenta a tensão mínima do sistema em 0,9306 *p.u* e após a reconfiguração do sistema, a melhor solução encontrada apresenta o valor da tensão mínima em 0,9589 *p.u* obtendo uma melhora de 2,71% pertencendo assim ao limite mínimo preestabelecido.

Em síntese, as tabelas 5, 6, 7 e 8 mostram que os circuitos possuem as chaves de manobras abertas na topologia final da rede reconfigurada, o desempenho computacional (tempo) exigido dos métodos implementados, o valor da função objetivo do melhor resultado de cada método aplicado ao problema de RSDEE além do valor obtido das soluções do problema avaliado por um FP. A fim de mostrar a eficiência das aproximações feitas nos modelos implementados, o ponto de operação do estado estacionário para as soluções foi comparado com aquele obtido usando o método de varredura do FP de cada topologia e as configurações disponíveis na literatura.

Os modelos de PNLIM e PNLIMR usados para resolver o problema de RSDEE apresentaram desempenhos muito caro computacionalmente na obtenção das soluções para os sistemas de pequeno e médio porte. Ainda, alcançando soluções não factíveis para o sistema de 417 barras, demonstrando-se ineficientes devido ao elevado número de circuitos do sistema e a característica não convexa dos modelos complexos.

Enquanto o modelo de PCSOIM, encontrou soluções de altíssima precisão e até mesmo soluções iguais ao disponível na literatura, convergindo também a otimização assim como no método de FP utilizados para avaliar as soluções, mas que pode demandar um maior tempo computacional de resolução se comparado aos métodos de PLIM e PLIMR.

Verifica-se que os modelos de PLIM e PLIMR fornecem soluções de boa qualidade e têm vantagens em relação ao tempo computacional, uma vez que apresentam valores de

tempo inferiores na busca pela melhor solução do problema contrapostos ao modelo de PCSOIM. Ainda, os valores de tempos computacionais tornou-se mais significativa conforme o aumento do tamanho dos sistemas, para os sistemas de pequeno porte podendo chegar a 3 vezes mais rápido computacionalmente para os sistema de 33 barras e 7 vezes mais rápido para o sistema de 69 barras. Para os sistemas de médio e grande porte (136 e 417 barras, respectivamente) atingindo até 100 e 46 vezes mais rápido que os valores dos tempos reportados nas soluções acessíveis da literatura.

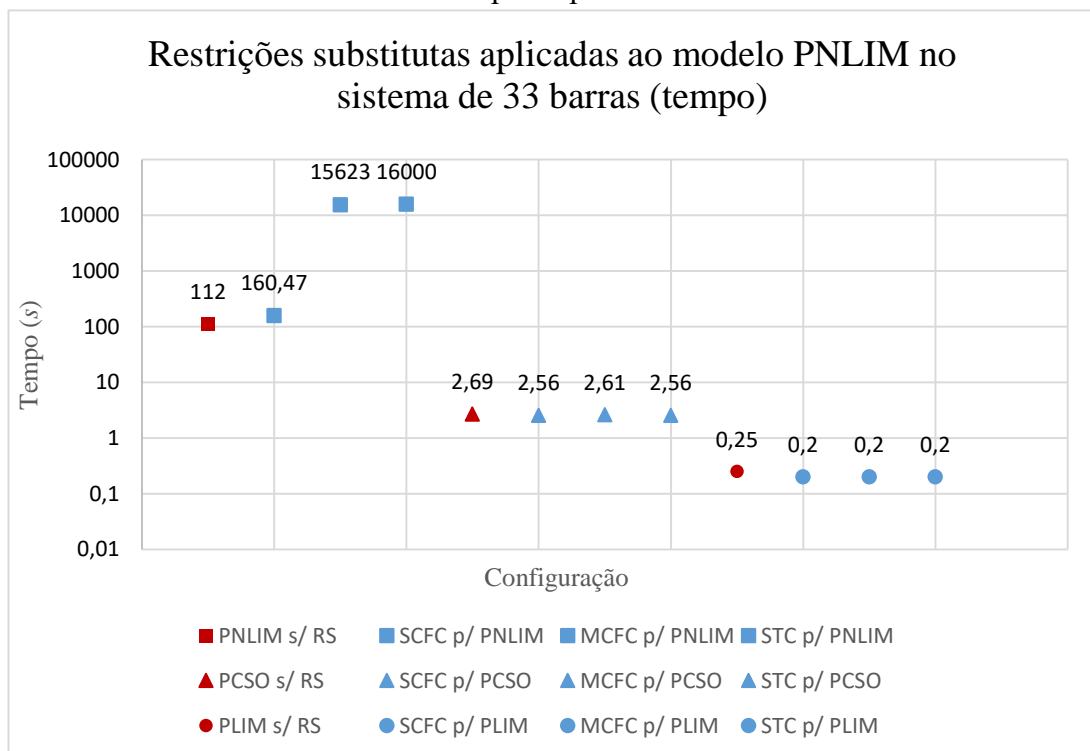
6.2 RESULTADOS E TESTES APLICANDO AS RESTRIÇÕES SUBSTITUTAS AOS MODELOS MATEMÁTICOS

De modo análogo a seção 6.1, aqui os modelos de otimização clássica de PNLIM, PCSOIM e PLIM apresentados no capítulo 3 foram implementados considerando os conjuntos de restrições substitutas e testados sob as mesmas condições de simulação para os sistemas testes de 33,69, 136 e 417 barras. Assim, os três conjuntos de restrições apresentados em 4.2 são aplicados aos modelos e os resultados podem ser resumidos conforme as subseções seguintes.

6.2.1 Conjuntos de restrições substitutas aplicadas ao sistema de 33 barras

Os resultados expostos na **Figura 19** apresentam as soluções obtidas aplicando os conjuntos de RSs aos modelos de otimização matemática de PNLIM, PCSOIM e PLIM, levando em consideração os tempos de cada modelagem para o sistema de 33 barras.

Figura 19 – Restrições substitutas aplicada aos modelos matemáticos no sistema de 33 barras: Tempo de processamento.



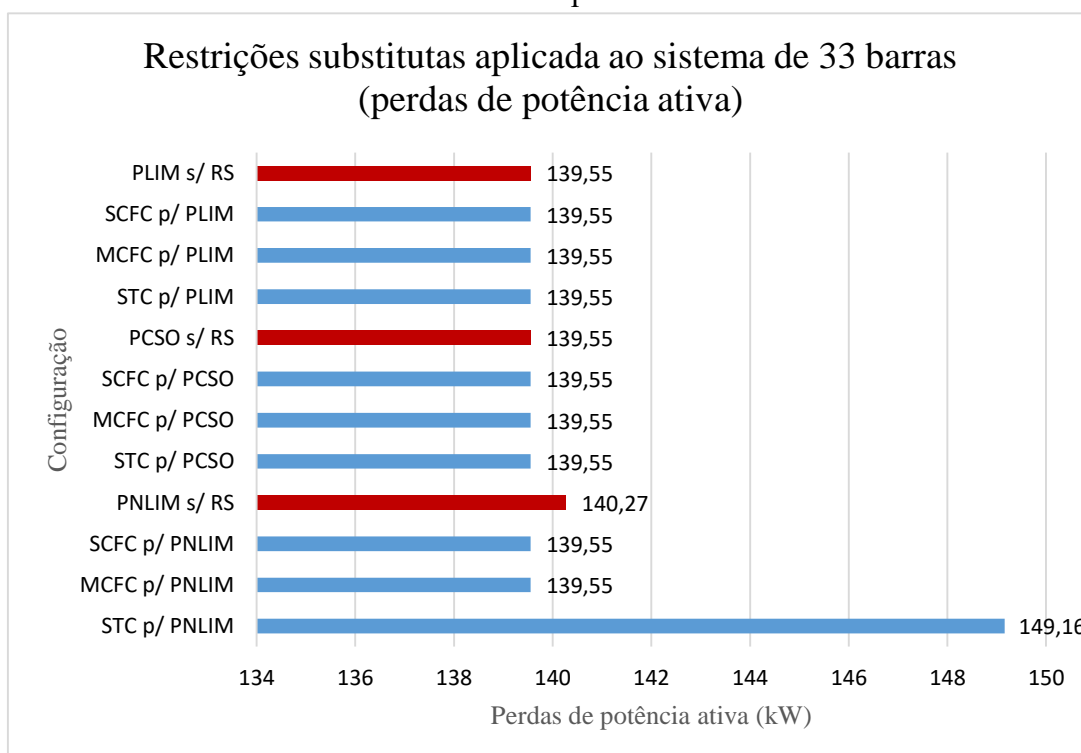
De maneira geral, os conjuntos de RSs aplicados aos modelos que solucionam o problema de RSDEE denotaram menores esforços computacional em grande parte dos testes

para o processamento dos dados, chegando a reduzir 20% o tempo de processamento dos modelos sem as considerar.

Em particular, a agregação das RSs apresentaram aumento em relação aos tempos abordados no modelo de PNLIM em relação ao modelo sem considerar as RSs, podendo chegar a um diferença para o melhor caso um acréscimo de 43,3%. Por outro lado, os modelos de PCSOIM e PLIM após empregar aos modelos as RSs obtiveram vantagem no tempo de processamento da solução do problema de RSDEE, sendo capaz de reduzir 4,83% e 20% para os melhores casos, respectivamente. Mostrando a eficiência dos conjuntos de restrição para os modelos convexos.

A aplicabilidade dos conjuntos de restrições SCFC, MCFC e STC aos modelos apresentaram redução também no valor das perdas de potência do sistema, uma diminuição no valor em cerca de 31,14% em relação à configuração inicial, como pode ser abordado na **Figura 20**. Para o modelo de PNLIM os resultados atingidos alcançaram soluções semelhantes a solução ótima do problema de RSDEE (de acordo com a literatura) para o SCFC e MCFC aplicados no sistema de 33 barras. Da mesma forma, os modelos de PCSOIM e PLIM considerando as RS, também apresentaram soluções de mesmo valor percentual de perdas para todos os conjuntos de RS.

Figura 20 – Restrições substitutas aplicada aos modelos matemáticos no sistema de 33 barras: Perdas de potência ativa.

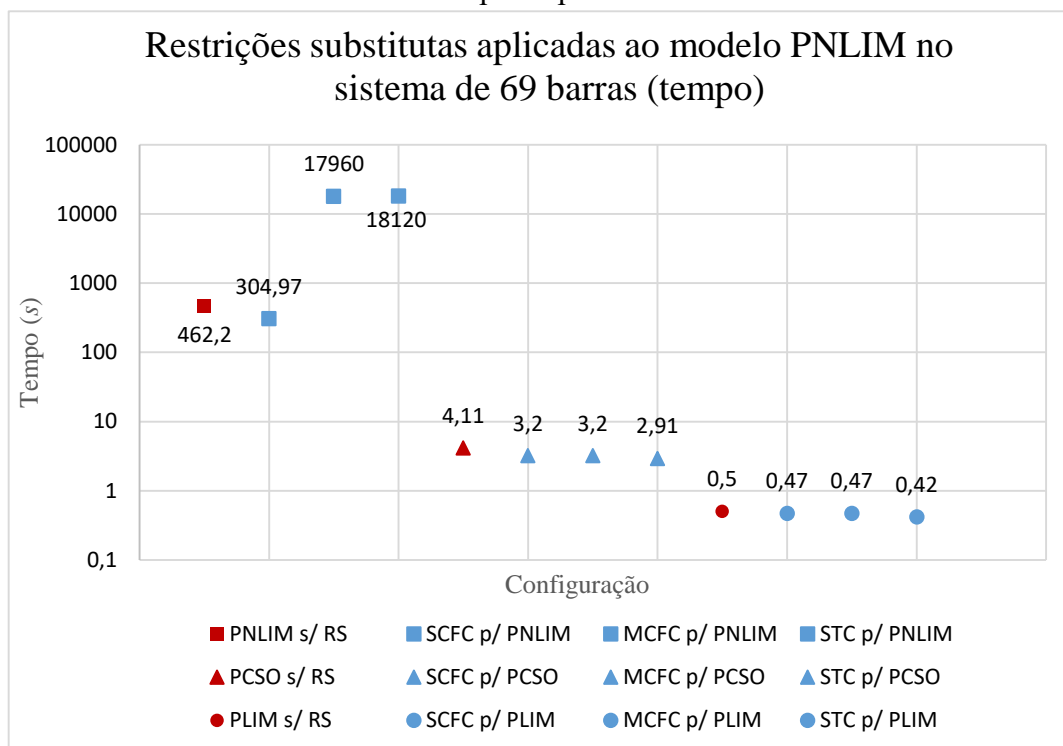


Fonte: Elaboração do autor.

6.2.2 Conjuntos de restrições substitutas aplicadas ao sistema de 69 barras

Os resultados apresentados na **Figura 21** mostram o desempenho das soluções obtidas aplicando os conjuntos de RSs aos modelos de otimização matemáticos de PNLIM, PCSOIM e PLIM, levando em consideração os tempos de cada modelagem para o sistema de 69 barras.

Figura 21 – Restrições substitutas aplicada aos modelos matemáticos no sistema de 69 barras: Tempo de processamento.



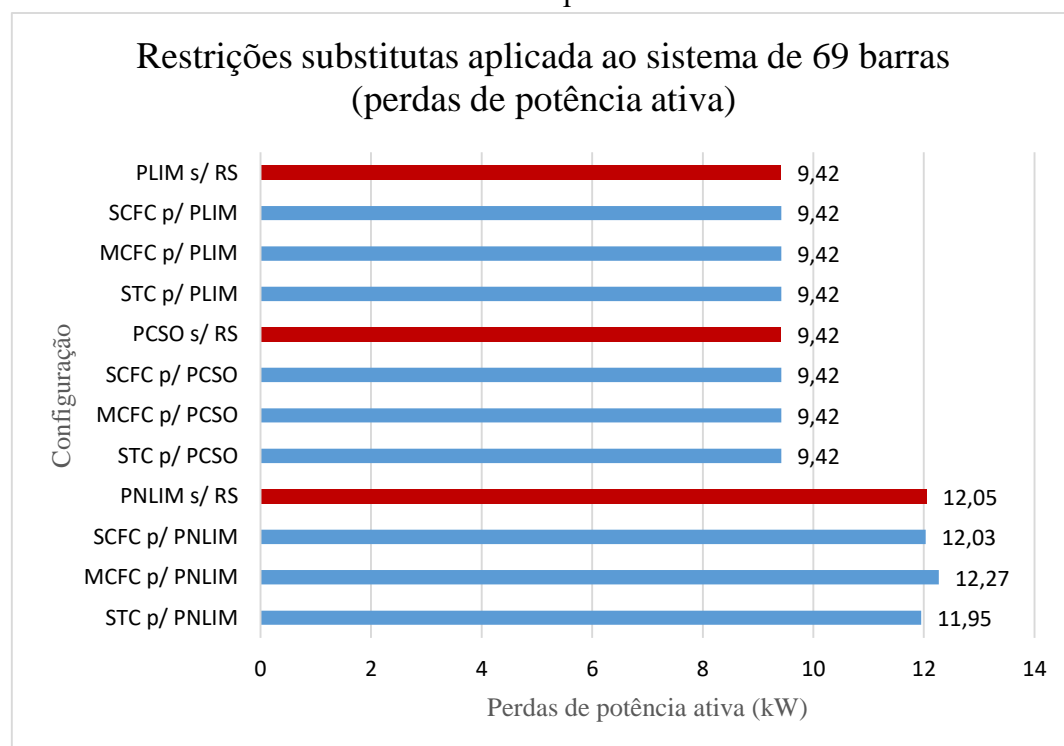
Fonte: Elaboração do autor.

Da mesma forma considerada no exemplo usando o sistema de 33 barras, segundo a **Figura 21** os resultados considerando as RS em sua maioria não apresentaram melhoras quanto aos tempos computacionais abordados no modelo de PNLIM para encontrar a melhor solução do problema. Somente o SCFC foi capaz de reduzir o tempo de processamento em 34%.

Por outro lado, os modelos de PCSOIM e PLIM após empregar aos modelos as RSs, novamente apresentaram evoluções no tempo de processamento da solução do problema de RSDEE, particularmente os modelos foram capazes de apresentar menores tempos computacionais de processamento chegando a reduzi-los em 29,19% e 16% para os melhores casos em comparação ao modelo sem as considerar, respectivamente.

Além disso, os conjuntos de SCFC, MCFC e STC aplicados aos modelos foram capazes de apresentarem resultados com redução no valor das perdas de potência do sistema para os modelos correspondendo a 55,07% em relação às perdas na configuração inicial da rede. Em especial, para o modelo de PNLIM os conjuntos de SCFC e STC alcançaram soluções de melhor qualidade, embora próximo a solução obtida sem considerar o conjunto de RS, foi capaz de reduzir as perdas de potência ativa em 43% para o melhor cenário. Da mesma forma, os modelos de PCSOIM e PLIM considerando as RS, também apresentaram soluções de mesmo valor percentual de perdas para todos os conjuntos de RS definidos conforme a **Figura 22**.

Figura 22 – Restrições substitutas aplicada aos modelos matemáticos no sistema de 69 barras: Perdas de potência ativa.



Fonte: Elaboração do autor.

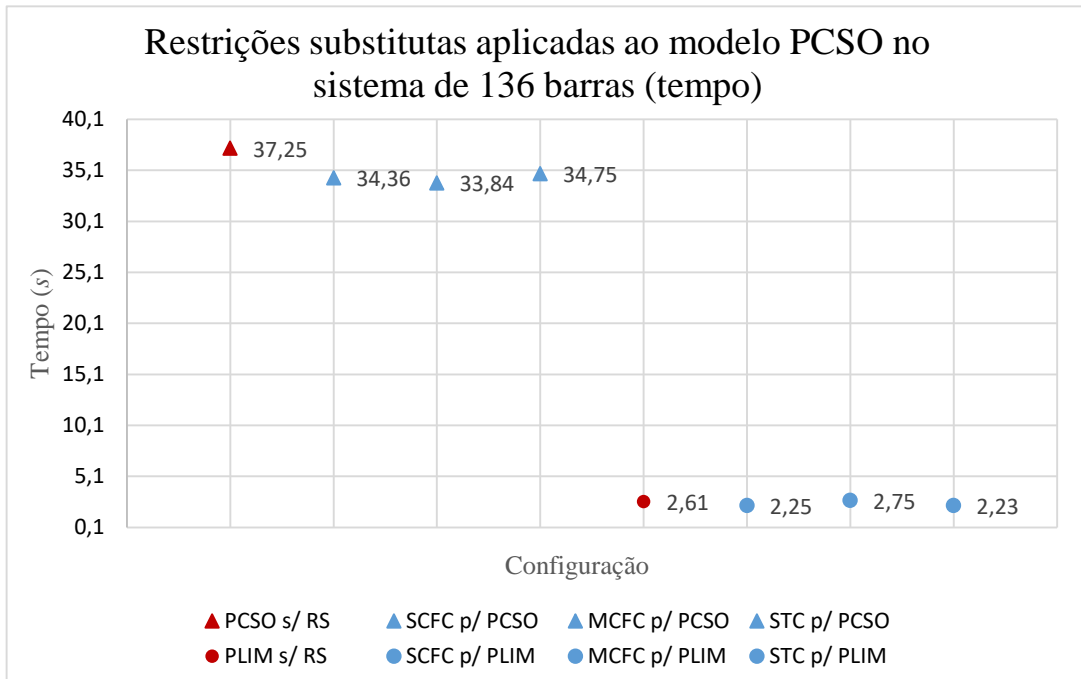
6.2.3 Conjuntos de restrições substitutas aplicadas ao sistema de 136 barras

Os resultados mostrados na **Figura 23** apresentam as soluções obtidas para o sistema de 136 barras empregando-se as RSs no modelo de PNLIM, PCSOIM e PLIM.

Quando analisado o tempo de processamento, os três modelos apresentados mostraram-se eficientes, pois houve-se melhora no tempo de processamento com relação ao resultado usando o modelo de PCSOIM sem considerar as RS, com um progresso de 7,76%,

9,15% e 6,71%, respectivamente nos esforços computacionais na busca pela solução. No entanto, para o modelo de PLIM dois dos três conjuntos de RSs apresentaram redução do esforço computacional, dentre os que melhoraram o resultado estão o SCFC e o STC com valores de redução de tempo equivalente a 13,79% e 14,56%, respectivamente.

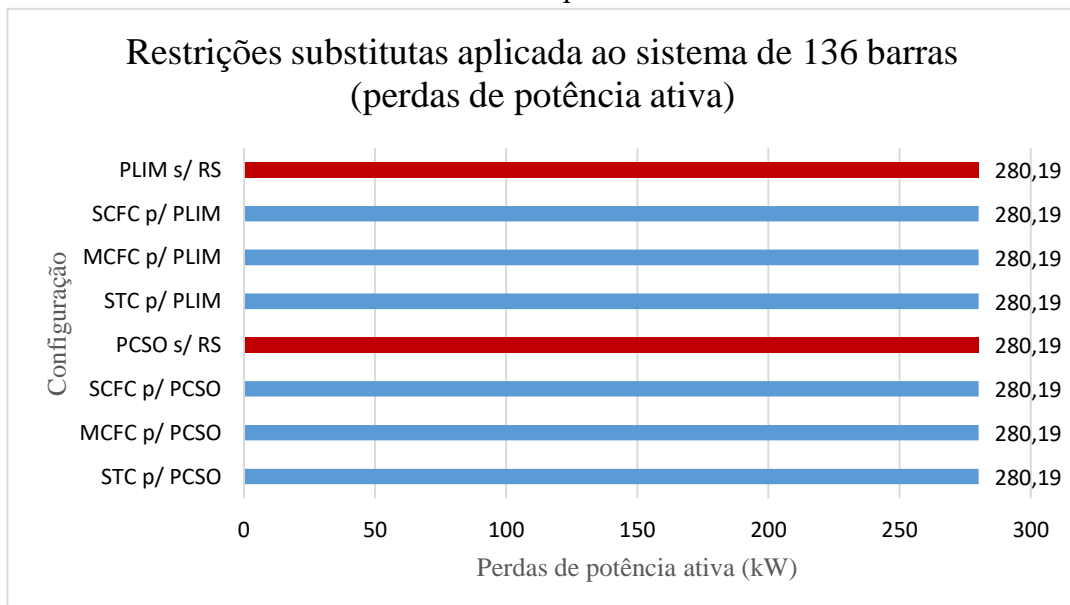
Figura 23 – Restrições substitutas aplicada aos modelos matemáticos no sistema de 136 barras: Tempo de processamento.



Fonte: Elaboração do autor.

As perdas de potência no sistema podem ser apresentadas de acordo com a **Figura 24**.

Figura 24 – Restrições substitutas aplicada aos modelos matemáticos no sistema de 136 barras: Perdas de potência ativa.



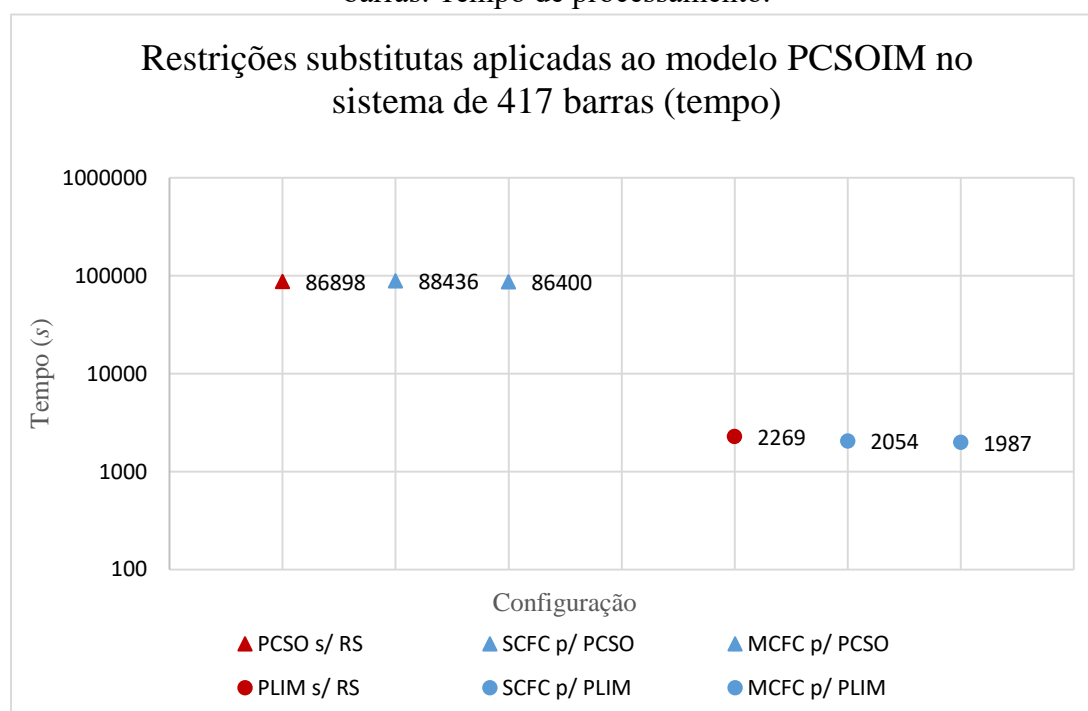
Fonte: Elaboração do autor.

O modelo de PNLIM considerando as RSs apresentaram soluções não factíveis de forma semelhante ao resultado do modelo de PNLIM sem as considerar. Para o sistema de médio porte os conjuntos de restrições SCFC, MCFC e STC aplicados ao modelo de PCSOIM apresentam o mesmo valor de diminuição das perdas de potência ativa no sistema, totalizando em 12,53% de melhora em relação à configuração inicial do sistema de 136 barras.

6.2.4 Conjuntos de restrições substitutas aplicadas ao sistema de 417 barras

Os resultados mostrados na **Figura 25**, apresentam a performance das soluções obtidas aplicando a RS aos modelos considerado o sistema complexo de 417 barras.

Figura 25 – Restrições substitutas aplicada aos modelos matemáticos no sistema de 417 barras: Tempo de processamento.



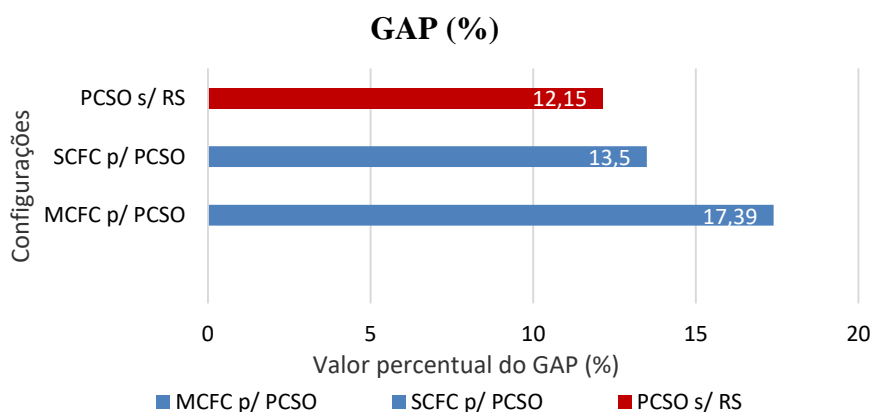
Fonte: Elaboração do autor.

O modelo de STC não conseguiu retornar uma solução para o sistema de 417 barras tanto para o modelo de PCSOIM quanto para o modelo de PLIM. O tempo de processamento exigido pelos conjuntos de RSs não apresentaram melhora na busca da solução do problema comparado ao modelo PCSOIM sem considerar as RS, uma vez que não atingiram a convergência e o tempo preestabelecido fez com que o sistema encerrasse a busca pela melhor solução. Ao contrário dos resultados obtidos para o modelo de PCSOIM, a aplicação das RSs

no modelo de PLIM resultaram ao modelo melhora em cerca de (9,48%) e (12,43%) em seu tempo para o SCFC e MCFC, respectivamente.

Entretanto, o modelo de PCSOIM sem considerar os conjuntos de RS retornou a melhor solução após alcançar o critério de parada determinada pelo tempo máximo de execução, pois o valor do *GAP* permaneceu distante do valor preestabelecido utilizado como critério de parada. Enquanto isto, os modelos que consideram os conjuntos de RSs alcançaram as melhores soluções com um intervalo de otimização (*GAP*) maiores que o modelo original em todos os casos como pode ser apresentado na **Figura 26**.

Figura 26 – Restrições substitutas aplicada ao modelo de PCSOIM no sistema de 417 barras: GAP.

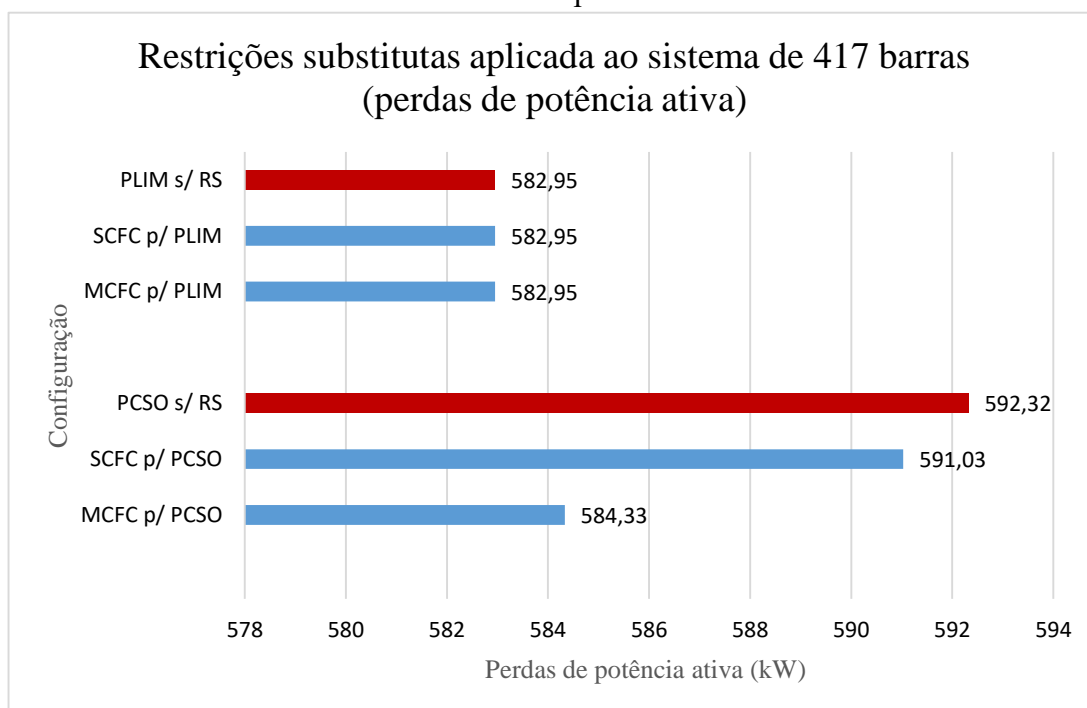


De maneira semelhante ao sucedido no sistema de 136 barras, a aplicação dos conjuntos de RSs ao modelo de PNLIM não foram capazes de encontrar soluções factíveis para o problema de RSDEE, ou seja, os *solvers* retornaram aos modelos soluções infactíveis para o problema, mantendo-se as soluções análoga ao resultado do modelo de PNLIM sem considerar as RSs.

Para o sistema de grande porte considerado na literatura um sistema com alto número de dispositivos presentes na rede, a aplicação dos conjuntos de restrições SCFC e MCFC ao modelo de PCSOIM apresentam diminuição no valor das perdas de potência ativa no sistema em relação à topologia inicial resultando a um total de (16,63%) e (17,57%), respectivamente. Enquanto o modelo sem os considerar atingiu o valor de 16,45% de redução de perdas. Para o modelo de PLIM considerando ou não os conjuntos de RSs houve uma

diminuição no valor das perdas percentualmente em (17,77%) atingindo a mesma solução conforme exibe a **Figura 27**.

Figura 27 – Restrições substitutas aplicada aos modelos matemáticos no sistema de 417 barras: Perdas de potência ativa.



Fonte: Elaboração do autor.

De modo geral, a aplicação dos conjuntos de RS buscando a representação de forma alternativa da restrição de radialidade mostram-se eficientes para a maioria dos cenários simulados considerando os modelos de PCSOIM e PLIM, alcançando a diminuição no tempo de busca pela solução do problema de RSDEE. Por outro lado, em alguns casos os conjuntos não foram capazes de reduzir o esforço computacional como na maioria dos casos considerando o modelo de PNLIM, levando a um processo mais longo, mas que possibilita atingir soluções de ótimo local ou de melhor qualidade em relação ao modelo sem considerar os conjuntos de RSs.

6.3 LEVANTAMENTO DOS RESULTADOS APLICANDO METAHEURÍSTICAS AO PROBLEMA DE RSDEE

Os métodos metaheurísticos geralmente são aplicados quando não se conta explicitamente com o modelo matemático para representação dos problemas de otimização ou a formulação desses problemas seja de difícil caracterização. Também, quando as técnicas de solução exatas não conseguem resolver o problema em um tempo razoável (complexidade computacional), quando não existem técnicas heurísticas para o problema ou não se encontra uma solução satisfatória (GENDREAU; POTVIN, 2003).

Os algoritmos metaheurísticos têm sido usados com sucesso para resolver problemas de otimização em sistemas elétricos de potência permitindo encontrar soluções de boa qualidade com um esforço computacional estabelecido de acordo com a metodologia aplicada. Entretanto, não podem garantir que a solução obtida seja realmente a solução ótima do problema de otimização (MANTOVANI; CASARI; ROMERO, 2000).

Assim, com o objetivo de encontrar melhores soluções para problemas complexos de otimização, as metaheurísticas, que implementam estratégias de busca mais elaboradas que as heurísticas, têm sido desenvolvidas desde as décadas de 1980 e 1990. Esses algoritmos metaheurísticos coordenam procedimentos capazes de não situar-se de maneira estagnada em soluções ótimas locais, buscando identificar a solução ótima global no espaço de soluções de um problema, sem qualquer garantia em relação à otimalidade (MONTSUTSUMI, 2017).

Como discutido anteriormente no capítulo introdutório, diferentes metaheurísticas que propõem eficientes estratégias de busca de solução foram aplicadas ao problema de RSDEE. Aqui, somente algumas metodologias disponíveis na literatura são analisadas e comparadas, tais como: o algoritmo metaheurístico de GRASP (SOUZA, 2013), Os algoritmos de VNS (considerando suas diferentes versões, isto é, BVNS, VND, RVNS e GVNS) propostas por (POSSAGNOLO, 2015), além dos algoritmos de VNS e VND (utilizados como VNS(Z) e VND(Z)) proposto por (ZVIETCOVICH, 2006). As metaheurística inspirada em processos da natureza, que também têm sido frequentemente usadas na solução do problema de RSDEE, como os algoritmos imunológicos artificiais (i.e., *Clonal Selection Algorithm* (CLONALG), *Artificial Immune Network for Combinatorial Optimization* (Copt-aiNet) e *Artificial Immune Network for Optimization* (Opt-aiNet)) encontrado em (SOUZA, 2017), e por fim as diferentes versões do AG segundo apresentado por (VARGAS PERALTA, 2018) e o Algoritmo Genético de Chu-Beasley Especializado (AGCBE) proposto por (MOREIRA, 2015).

Os resultados dos modelos metaheurísticos são apresentados na **Tabela 9**, de acordo com as referências supracitados dos sistemas testes de 33, 69, 136 e 417 barras, respectivamente. As tabelas, referem-se as metaheurísticas, ao número de FP, ao tempo de processamento, ao valor da função objetivo reportada nos trabalhos avaliados e por fim o valor das perdas de potência avaliada por um FP.

Tabela 9 – Resumo dos resultados das metaheurísticas para o sistema de 33, 69, 136,417 barras aplicados aos problema de RSDEE.

	Metaheurística:	Nº Fluxos de potência	Tempo (s)	Função Objetivo (kW)	Perdas de potência FP (kW)
SISTEMA DE 33 BARRAS	GRASP	1.269	111,69	139,55	139,55
	BVNS	5	0,001	139,55	139,55
	VND	36	0,003	139,55	139,55
	RVNS	100	0,004	139,55	139,55
	GVNS	50	0,970	139,55	139,55
	AG	30	0,001	139,55	139,55
	AGCBE	20	1,46	139,55	139,55
	CLONALG	870	0,012	139,55	139,55
	Copt-aiNet	1.288	0,085	139,55	139,55
	Opt-aiNet	1.035	0,106	139,55	139,55
	VND (Z)	32	5	139,55	139,55
VNS (Z)	32	5	139,55	139,55	
SISTEMA DE 69 BARRAS	GRASP	1.772	191,38	9,42	9,42
	AGCBE	100	2,09	9,42	9,42
	VND (Z)	82	10	9,42	9,42
	VNS (Z)	82	10	9,42	9,42

(continua...)

Tabela 9 – Resumo dos resultados das metaheurísticas para o sistema de 33, 69, 136,417 barras aplicados aos problema de RSDEE.

	Metaheurísticas	Nº Fluxos de potência	Tempo (s)	Função Objetivo (kW)	Perdas de potência – FP (kW)
SISTEMA DE 136 BARRAS	GRASP	15.191	17.680	280,19	280,19
	BVNS	10	0,003	280,19	280,19
	VND	289	0,089	280,19	280,19
	RVNS	2.500	0,784	280,19	280,19
	GVNS	50	0,012	280,19	280,19
	CLONALG	7.569	5,628	280,19	280,19
	Copt-aiNet	3.703	8,358	280,19	280,19
	Opt-aiNet	6.555	14,862	280,19	280,19
	AG	260	16,5	280,19	280,19
	AGCBE	100	23,56	280,19	280,19
	VND (Z)	1.532	692	280,19	280,19
VNS (Z)	2.833	1.711	280,19	280,19	
SISTEMA DE 417 BARRAS	GRASP	82.450	104.687	581,56	581,56
	BVNS	5.000	30,17	581,55	581,55
	VND	868	5,24	586,16	586,16
	RVNS	20.000	193,23	586,16	586,16
	GVNS	20.000	270,29	581,55	581,55
	CLONALG	16.965	48,81	581,56	581,56
	Copt-aiNet	10.304	72,53	581,56	581,56
	Opt-aiNet	11.960	110,32	581,56	581,56

Fonte: Elaboração do autor.

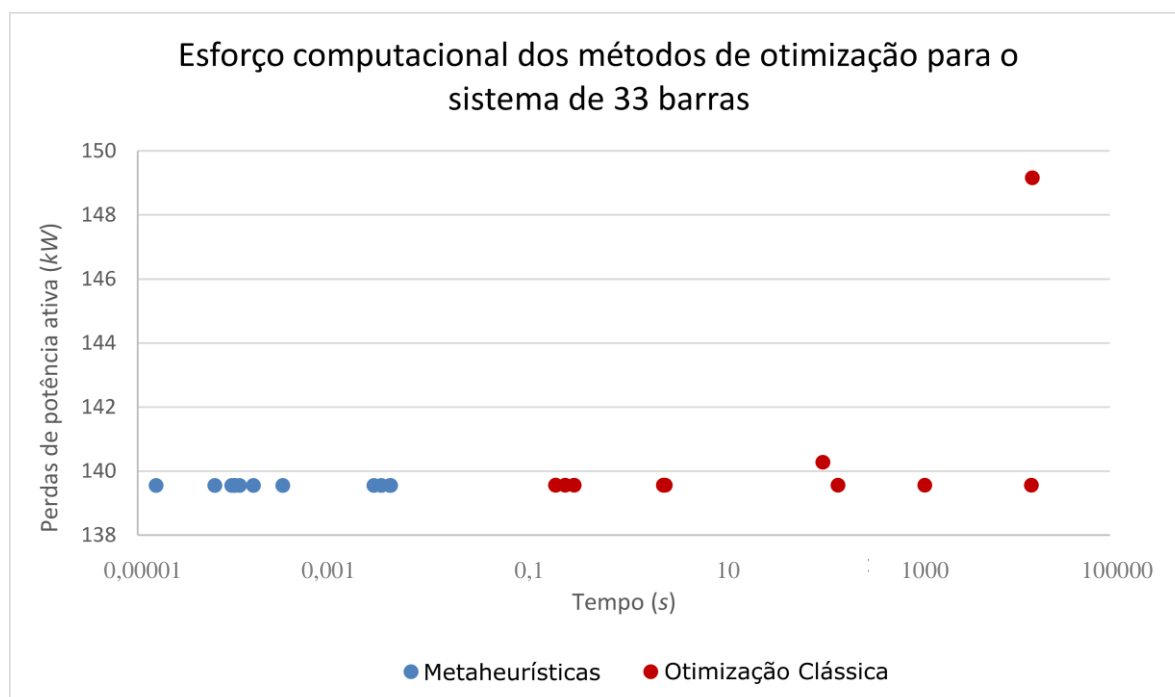
6.4 ANÁLISE COMPARATIVA DOS MÉTODOS METAHEURÍSTICOS E DE MODELAGEM MATEMÁTICA

A fim de validar os resultados das distintas técnicas de otimização considerando a metodologia desenvolvida que compara de maneira eficiente o desempenho das diferentes estratégias aplicadas ao problema de RSDEE, as seguintes tabelas e gráficos são expostos. Apresentam-se as performances das diferentes metaheurísticas supracitadas, técnicas de otimização clássica e a aplicação das RS nos modelos implementados para cada um dos sistemas testes exibidos, expressos com base no tempo computacional e fluxo de carga de referência segundo exibem as subseções a seguir.

6.4.1 Resultados apresentados pelas metaheurísticas utilizando o sistema teste de 33 barras

Com base nas soluções obtidas até aqui, a **Tabela 10** complementa os resultados dos métodos metaheurísticos de otimização permitindo a comparação entre si e com outros métodos utilizando o critério definido na subseção 5.1. A métrica desenvolvida apresenta os valores de tempo e número de FP equivalentes sendo possível mensurar e comparar a performance computacional das técnicas avaliadas conforme a **Figura 28**.

Figura 28 – Análise comparativa do desempenho computacional no sistema de 33 barras.



Fonte: Elaboração do autor.

Tabela 10 – Resumo para a comparação dos resultados obtidos para o sistema de 33 barras.

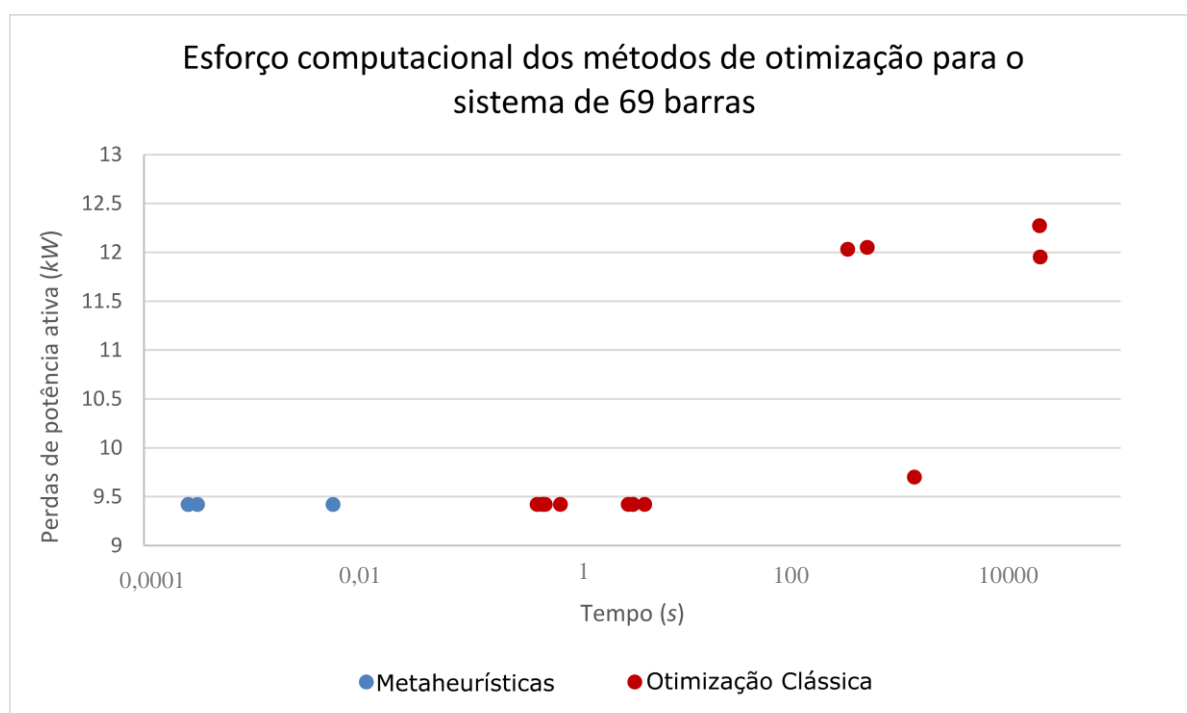
Método	Perdas de Potência (kW)	n_{fp}	t (s)	n_{fpe}	t_{eq} (s)
FPE		$n_{fp} = 1$		$t_{ref} \rightarrow 0,0000031$	
GRASP	139,55	1.269	111,69	–	0,003934
BVNS	139,55	5	0,001	–	0,000016
VND	139,55	36	0,003	–	0,000112
RVNS	139,55	100	0,004	–	0,000310
GVNS	139,55	50	0,970	–	0,000155
AG	139,55	30	0,001	–	0,000093
AGCBE	139,55	20	1,46	–	0,000062
CLONALG	139,55	870	0,012	–	0,002697
Copt-aiNet	139,55	1.288	0,085	–	0,003993
Opt-aiNet	139,55	1.035	0,106	–	0,003209
VND (Z)	139,55	32	5	–	0,000099
VNS (Z)	139,55	32	5	–	0,000099
PNLIM	140,27	–	112	36.129.032	112
PNLIM (SCFC)	139,55	–	160,47	51.764.516	160,47
PNLIM (MCFC)	139,55	–	15.623	5.039.677.419	15.623
PNLIM (STC)	149,16	–	16.000	5.161.290.323	16.000
PCSOIM	139,55	–	2,69	867.741	2,69
PCSOIM (SCFC)	139,55	–	2,56	825.806	2,56
PCSOIM (MCFC)	139,55	–	2,61	841.935	2,61
PCSOIM (STC)	139,55	–	2,56	825.806	2,56
PLIM	139,55	–	0,25	80.645	0,25
PLIM (SCFC)	139,55	–	0,2	64.516	0,2
PLIM (MCFC)	139,55	–	0,2	64.516	0,2
PLIM (STC)	139,55	–	0,2	64.516	0,2
PNLIMR	139,55	–	1.256	405.161.290	1.256
PLIMR	139,55	–	0,31	100.000	0,31

Fonte: Elaboração do autor.

6.4.2 Resultados apresentados pelas metaheurísticas utilizando o sistema teste de 69 barras

De modo análogo a subseção 6.3.1 com base nas informações da **Tabela 11**, os métodos metaheurísticos de otimização são comparados entre si e aos modelos matemáticos utilizando o critério definido na subseção 6.2, onde a métrica desenvolvida apresenta os novos valores mensurando a performance computacional como exposto na **Figura 29**.

Figura 29 – Análise comparativa do desempenho computacional no sistema de 69 barras.



Fonte: Elaboração do autor.

Tabela 11 – Resumo para a comparação dos resultados obtidos para o sistema de 69 barras.

Método	Perdas de Potência (kW)	n_{fp}	t (s)	n_{fpe}	t_{eq} (s)
FPE		$n_{fp} = 1$		$t_{ref} \rightarrow 0,0000031$	
GRASP	9,42	1.772	191,38	—	0.005493
AGCBE	9,42	100	2,09	—	0.000310
VND (Z)	9,42	82	10	—	0.000254
VNS (Z)	9,42	82	10	—	0.000254
PNLIM	12,05	—	462,2	149.096.774	462,2

(continua...)

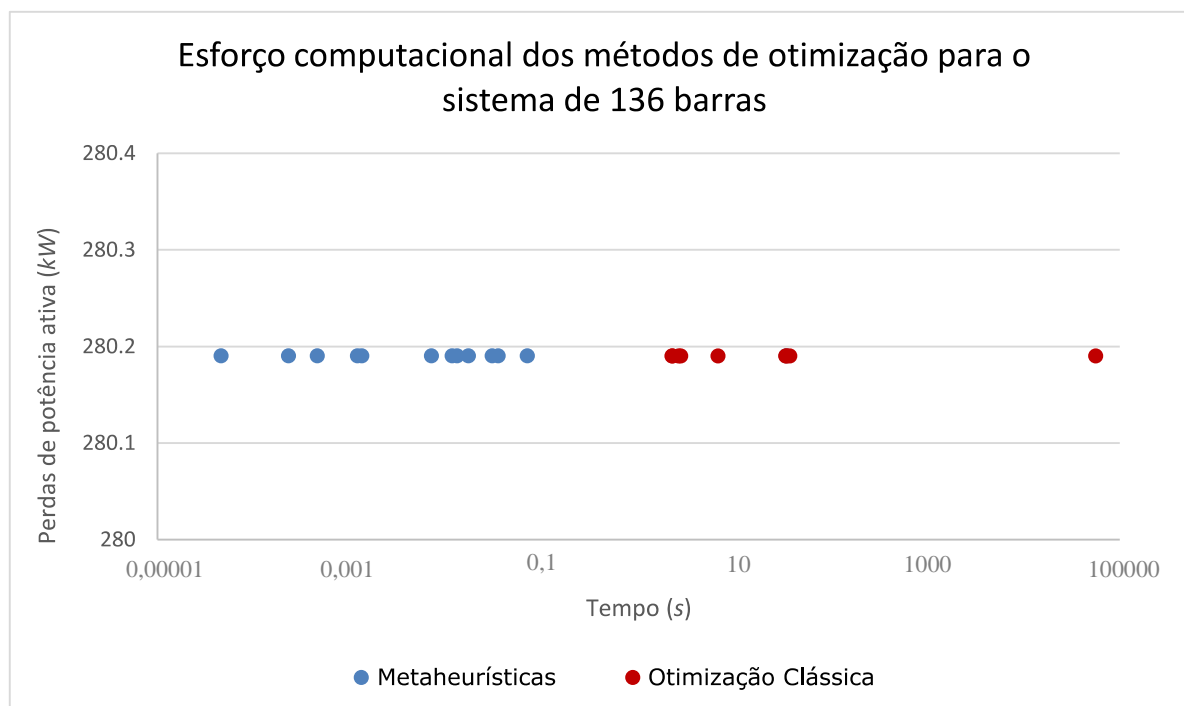
Tabela 11 – Resumo para a comparação dos resultados obtidos para o sistema de 69 barras.

Método	Perdas de Potência (kW)	n_{fp}	t (s)	n_{fpe}	t_{eq} (s)
PNLIM (SCFC)	12,03	–	304,97	98.377.419	304,97
PNLIM (MCFC)	12,27	–	17.960	5.793.548.387	17.960
PNLIM (STC)	11,95	–	18.120	5.845.161.290	18.120
PCSOIM	9,42	–	4,11	1.325.806	4,11
PCSOIM (SCFC)	9,42	–	3,2	1.032.258	3,2
PCSOIM (MCFC)	9,42	–	3,2	1.032.258	3,2
PCSOIM (STC)	9,42	–	2,91	938.709	2,91
PLIM	9,42	–	0,5	161.290	0,5
PLIM (SCFC)	9,42	–	0,47	151.612	0,47
PLIM (MCFC)	9,42	–	0,47	151.612	0,47
PLIM (STC)	9,42	–	0,42	135.483	0,42
PNLIMR	9,70	–	12.249	405.161.290	12.249
PLIMR	9,42	–	0,69	222.580	0,69

Fonte: Elaboração do autor.

6.4.3 Resultados apresentados pelas metaheurísticas utilizando o sistema teste de 136 barras

Na **Tabela 12**, os dados fornecidos permitem que os desempenhos dos métodos metaheurísticos sejam comparados mutualmente por meio do critério desenvolvido para o sistema de médio porte além de comparar também aos modelos matemáticos considerando ou não os conjuntos de restrições substitutas, podendo ser comparado segundo a **Figura 30**.

Figura 30 – Análise comparativa do desempenho computacional no sistema de 136 barras.

Fonte: Elaboração do autor.

Tabela 12 – Resumo para a comparação dos resultados obtidos para o sistema de 136 barras.

Método	Perdas de Potência (kW)	n_{fp}	t (s)	n_{fpe}	t_{eq} (s)
FPE		$n_{fp} = 1$		$t_{ref} \rightarrow 0,0000046$	
GRASP	280,19	15.191	17.680	—	0.0698786
BVNS	280,19	10	0,003	—	0.000046
VND	280,19	289	0,089	—	0.0013294
RVNS	280,19	2.500	0,784	—	0.011500
GVNS	280,19	50	0,012	—	0.000230
CLONALG	280,19	7.569	5,628	—	0.0348174
Copt-aiNet	280,19	3.703	8,358	—	0.0170338
Opt-aiNet	280,19	6.555	14,862	—	0.030153
AG	280,19	260	16,5	—	0,001196
AGCBE	280,19	100	23,56	—	0,001196

(continua...)

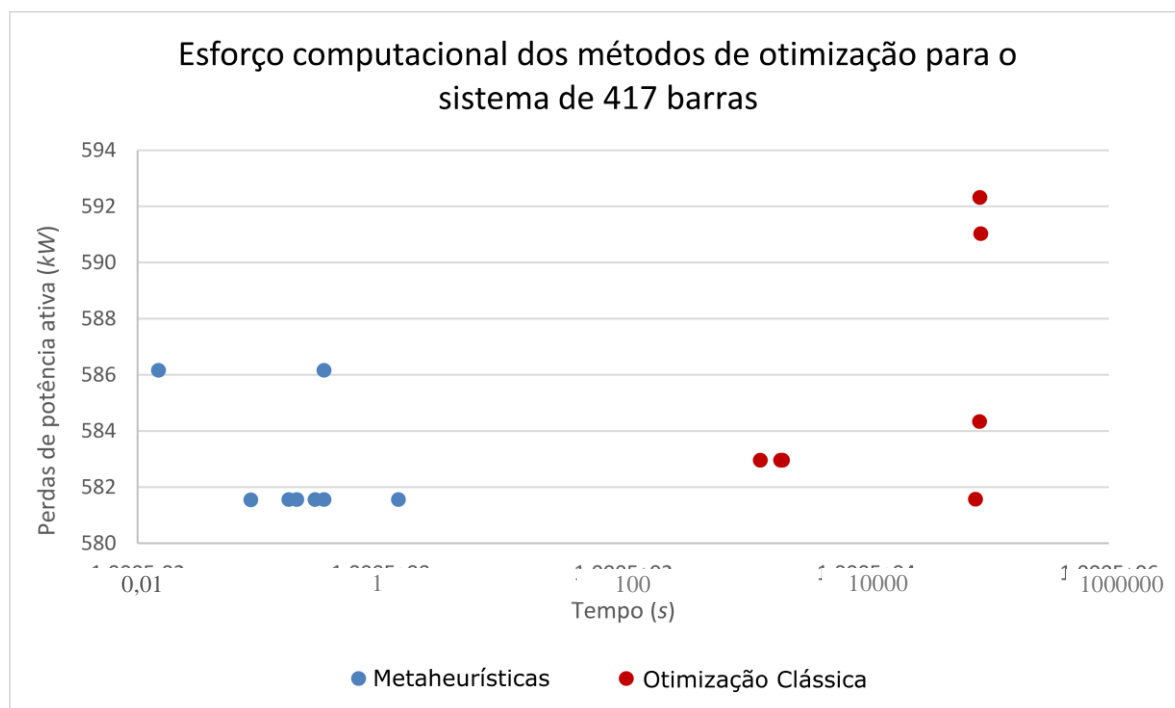
Tabela 12 – Resumo para a comparação dos resultados obtidos para o sistema de 136 barras.

Método	Perdas de Potência (kW)	n_{fp}	t (s)	n_{fpe}	t_{eq} (s)
VND (Z)	280,19	1.532	692	–	0,007047
VNS (Z)	280,19	2.833	1.711	–	0,000460
PCSOIM	280,19	–	37,25	8.097.826	37,25
PCSOIM (SCFC)	280,19	–	34,36	7.469.565	34,36
PCSOIM (MCFC)	280,19	–	33,84	7.356.521	33,84
PCSOIM (STC)	280,19	–	34,75	7.554.347	34,75
PLIM	280,19	–	2,61	567.391	2,61
PLIM (SCFC)	280,19	–	2,25	489.130	2,25
PLIM (MCFC)	280,19	–	2,75	597.826	2,75
PLIM (STC)	280,19	–	2,23	484.782	2,23
PNLIMR	280,19	–	56.550	12.293.478.261	56.550
PLIMR	280,19	–	6,70	1.456.521	6,70

Fonte: Elaboração do autor.

6.4.4 Resultados apresentados pelas metaheurísticas utilizando o sistema teste de 417 barras

De maneira similar as tabelas 9, 10 e 11, os dados fornecidos pela **Tabela 13** permitem que os desempenhos dos métodos metaheurísticos sejam comparados mutualmente e com os modelos matemáticos considerando e não considerando os conjuntos de restrições substitutas por meio do critério desenvolvido para o complexo sistema de grande porte de 417 barras podendo ser visualmente apresentado conforme a **Figura 31**.

Figura 31 – Análise comparativa do desempenho computacional no sistema de 417 barras.

Fonte: Elaboração do autor.

Tabela 13 – Resumo para a comparação dos resultados obtidos para o sistema de 417 barras.

Método	Perdas de Potência (kW)	n_{fp}	t (s)	n_{fpe}	t_{eq} (s)
FPE		$n_{fp} = 1$		$t_{ref} \rightarrow 0,0000171$	
GRASP	581,56	82.450	104,687	—	1,409895
BVNS	581,55	5.000	30,17	—	0,085500
VND	586,16	868	5,24	—	0,014843
RVNS	586,16	20.000	193,23	—	0,342000
GVNS	581,55	20.000	270,29	—	0,342000
CLONALG	581,56	16.965	48,81	—	0,290102
Copt-aiNet	581,56	10.304	72,53	—	0,176198
Opt-aiNet	581,56	11.960	110,32	—	0,204516
PCSOIM	592,32	—	86,668	5.068.304,094	86,668
PCSOIM (SCFC)	591,03	—	88,436	5.171.695,906	88,436

(Continua...)

Tabela 13 – Resumo para a comparação dos resultados obtidos para o sistema de 417 barras.

Método	Perdas de Potência (kW)	n_{fp}	t (s)	n_{fpe}	t_{eq} (s)
PCSOIM	592,32	–	86.668	5.068.304.094	86.668
PCSOIM (SCFC)	591,03	–	88.436	5.171.695.906	88.436
PCSOIM (MCFC)	584,33	–	86.400	5.052.631.579	86.400
PLIM	582,95	–	1.350	78.947.368	1.350
PLIM (SCFC)	582,95	–	2.054	120.116.959	2.054
PLIM (MCFC)	582,95	–	1.987	116.198.830	1.987
PLIMR	581,57	–	80.034	4.680.350.877	80.034

Fonte: Elaboração do autor.

Então, a comparação é feita por uma métrica que mostra quanto tempo seria necessário para que a metaheurística alcance a melhor solução utilizando um fluxo de potência especializado. Devido à precisão dos resultados obtidos pelos diferentes métodos metaheurísticos a métrica pode ser avaliada como informa os valores das tabelas.

Resumidamente, entre os modelos analisados o algoritmo de GRASP mostrou-se com desempenho mais caros computacionalmente para os sistemas de pequeno, médio e grande porte, embora alcançasse soluções ótimas para os sistemas abordados. Os algoritmos imune artificiais (CLONALG, Copt-aiNet e Opt-aiNet) apresentaram esforços computacionais próximos mutuamente, apresentando soluções de ótimas qualidade; com destaque para o algoritmo CLONALG que se mostrou mais eficiente dentre as estratégias propostas pelo autor.

Os algoritmos genético avaliados apresentaram bons resultados para os sistemas de pequeno e médio porte tanto para a qualidade das soluções quanto para os esforços computacionais reportados, dentre ambos avaliados constatou-se que o algoritmo AGCBE apresentou maior eficiência para solucionar o problema de otimização.

Por outro lado, os métodos que apresentaram os esforços computacionais de maior eficiência são os algoritmos de VNS e suas diferentes versões, sendo os algoritmos de VNS(Z) e VND(Z) com esforços inferiores ao outros métodos de mesma nomenclatura propostos por POSSAGNOLO, (2015). No geral, são capazes de alcançar soluções ótimas

apresentando esforços computacionais mais baixos que os demais modelos aplicados em resolver o problema de RSDEE avaliados.

Novamente, os modelos de PNLIM e PNLIMR mostraram-se com desempenhos mais caro computacionalmente, além disso, para os sistemas de médio e grande porte mostraram-se incapazes de retornar uma solução factível para o problema. Ainda, o modelo PCSOIM apresentou esforços computacionais melhores que os modelos não convexos, apresentando ótimas soluções para o problema de otimização. No entanto, os modelos que apresentaram os esforços computacionais de maior eficiência foram os de PLIM e PLIMR, no geral, foram capazes de apresentar soluções ótimas apresentando esforços computacionais mais baixos que os modelos não lineares e o modelo relaxado considerados para a resolver o problema de RSDEE.

Sem especificar, os métodos metaheurísticos mostraram-se computacionalmente com maior eficiência comparada aos modelos de otimização clássica implementados. A conversão numérica dos resultados dos métodos aplicados ao problema de RSDEE possibilitaram a comparação do desempenho entre as diferentes formulações conforme a seção 6.3, nos quatro sistemas testes *standards* da literatura especializada. Tornando a comparação das metaheurísticas e dos métodos matemáticos clássicos relevante mediante o bom desempenho de ambos os métodos para resolução do problema de RSDEE.

7 CONCLUSÕES

O problema de Reconfiguração do Sistema de Distribuição de Energia Elétrica (RSDEE) consiste em alterar a topologia da rede a fim de atingir uma topologia radial que reduza as perdas de potência ativa. Diversos métodos têm sido usados para resolver este tipo de problema. Nesta Dissertação foi desenvolvida uma análise comparativa de diferentes modelos de otimização matemática e metaheurísticas aplicados na solução do problema avaliando a qualidade das soluções e os esforços computacionais. Além disso, foram aplicadas as Restrições Substitutas (RSs) com o intuito de melhorar o desempenho do processo de solução.

O problema de RSDEE pode ser formulado como um modelo de Programação Não Linear Inteira Mista (PNLIM) e um modelo Programação Não Linear Inteira Mista Retangular (PNLIMR). Com base nestas concepções e a partir da PNLIM foi possível obter duas outras formulações derivadas, uma modelagem de Programação Cônica de Segunda Ordem Inteira Mista (PCSOIM), alcançada através de uma técnica de relaxamento da restrição não linear e um modelo de Programação Linear Inteira Mista (PLIM) obtido através de um processo de linearização. De forma similar, considerando as coordenadas retangulares (representados por partes reais e imaginárias) nos modelos, foi obtido um modelo de Programação Linear Inteira Mista Retangular (PLIMR) através de uma série de linearizações do modelo de PNLIMR e todos esses modelos foram aplicados ao problema de RSDEE tendo como objetivo minimizar as perdas de potência ativa do sistema de distribuição.

Além disso, foi proposta uma estratégia para comparar o desempenho dos métodos, considerando tanto o esforço computacional como a qualidade da função objetivo do problema de RSDEE onde sistemas teste de diferentes dimensões foram usados na avaliação. As técnicas de otimização matemática apresentadas mostraram-se eficientes atingindo soluções de ótima qualidade comparado as soluções ótimas conhecida da literatura especializada. No entanto, foi identificado que os modelos convexos de PCSOIM, PLIM e de PLIMR obtiveram melhores desempenhos computacionais quando comparados às formulações não convexas de PNLIM e PNLIMR. Além disso, foram observadas diferenças significativas quanto ao esforço computacional demandado pelos métodos de PCSOIM, PLIM e PLIMR, frente aos tempos computacionais reportados na literatura especializada e os modelos de PNLIM e PNLIMR.

Para sistemas de pequeno, médio e grande porte, os modelos de PLIM, PLIMR e o modelo de PCSOIM são formulações eficientes para solucionar o problema de reconfiguração

dos sistemas de distribuição, pois atingem o objetivo de minimizar as perdas de potência ativa dos sistemas, embora com um computacional maior que as técnicas metaheurísticas.

A aplicação dos diferentes conjuntos de RSs aos modelos para a solução do problema de RSDEE foram avaliadas, e constatou-se que os esforços computacionais dos modelos de PCSOIM e PLIM foram reduzidos em grande parte dos casos simulados. Em particular, o uso das RSs nos modelos de PCSOIM e PLIM levou a uma redução do tempo de solução significativa para os sistemas de pequeno, médio e grande porte. Entretanto, a qualidade e o esforço computacional da solução obtida na PNLIM para sistemas de pequeno porte foram prejudicadas, pois afinal, os conjuntos aplicados a este modelo não foram capazes de acelerar o tempo de resposta devido tamanha complexidade de resolução para problemas não lineares.

Em suma, mesmo com os desenvolvimentos dos *solvers* nas últimas décadas, aperfeiçoamento dos modelos matemáticos, aumento do processamento computacional além dos avanços alcançados pela agregação das RSs aos modelos e apesar dos modelos encontrarem soluções ótimas para o problema de RSDEE em sistemas testes de pequeno e de médio porte; no entanto, para sistemas de grande porte, podem surgir problemas críticos relacionados à convergência em direção a solução ótima do problema. A partir da avaliação realizada, os algoritmos metaheurísticos, embora não possam garantir matematicamente as soluções ótimas, ainda são adequados para resolver o problema RSDEE para sistemas independente de seu porte, pois encontram soluções de excelente qualidade (geralmente a ótima) em um baixo tempo de processamento. Isso é confirmado pela métrica de tempo equivalente proposta, que tornou possível comparar desempenhos relatados anteriormente que não podem ser correspondidos diretamente devido a diferenças de implementação.

Como sugestões para trabalhos futuros, incluem-se:

- Avaliar o desempenho de métodos de otimização clássica para o problema de RSDEE que considerem a geração distribuída no sistema;
- Avaliar o comportamento da otimização clássica para o problema de RSDEE considerando o desequilíbrio do sistema;
- Aproveitar as estratégias de RSDEE no problema de restauração do sistema de distribuição de energia elétrica para possível diminuição das perdas ou falhas ou a maximização de áreas restauradas.

REFERÊNCIAS

- ABABEI, C.; KAVASSERI, R. Efficient network reconfiguration using minimum cost maximum flow-based branch exchanges and random walks-based loss estimations. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v. 26, n. 1, p. 30–37, 2011.
- ABDELAZIZ, A.; MOHAMED, F.; MEKHAMER, S. F.; BADR, M. A. L. Distribution system reconfiguration using a modified Tabu Search algorithm. **Electric Power Systems Research**, Cairo, v. 80, n. 8, p. 943–953, ago. 2010.
- ABDELAZIZ, A. Y.; MOHAMMED, F. M.; MEKHAMER, S. F.; BADR, M. A. L. Distribution systems reconfiguration using a modified particle swarm optimization algorithm. **Electric Power Systems Research**, Cairo, v. 79, n. 11, p. 1521–1530, nov. 2009.
- ABUR, A. Determining the optimal radial network topology within the line flow constrains. **IEEE International Symposium on Circuits and Systems. Circuits and Systems Connecting the world. ISCAS 96**, Atlanta, n. Texas, Electrical Engineering, p. 673–676, 1996.
- AGÊNCIA NACIONAL DE ENERGIA ELÉTRICA – ANEEL. Resolução Normativa nº 794. **Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional**, Brasil, v. 8, p. 88, 2018.
- AMANULLA, B.; CHAKRABARTI, S.; SINGH, S. N. Reconfiguration of power distribution systems considering reliability and power loss. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Chennai, v. 27, n. 2, p. 918–926, 2012.
- AMASIFEN, J. C. C.; ROMERO, R.; MONTOVANI, J. R. S. Algoritmos evolutivos dedicados à reconfiguração de redes radiais de distribuição sob demandas fixas e variáveis - Estudos dos operadores genéticos e parâmetros de controle. **Revista Controle & Automação**, Campinas, v. 16, n. 3, p. 303–317, 2005.
- AOKI, K.; ICHIMORI, T.; KANEZASHI, M. Normal state optimal load allocation in distribution systems. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Hiroshima, v. 2, n. 1, p. 147–155, 1987.
- BARAN, M.; WU, F. F. Network reconfiguration in distribution systems for loss reduction and load balancing. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v. 4, n. 2, p. 1401–1407, abr. 1989.
- BONAMI, P.; LEE, J. **Bonmin users' manual**. 2007. Disponível em: <https://projects.coin-or.org/Bonmin>. Acesso em: 28 maio 2019.
- BORGES, M. C. O.; FRANCO, J. F.; RIDER, M. J. Optimal reconfiguration of electrical distribution systems using mathematical programming. **Journal of Control, Automation and Electrical Systems**, Heidelberg, v. 25, n. 1, p. 103–111, 2014.
- BORGHETTI, A. A mixed-integer linear programming approach for the computation of the minimum-losses radial configuration of electrical distribution networks. **IEEE Transactions on Power Systems**, Modena, v. 27, n. 3, p. 1264–1273, ago. 2012.

BOROZAN, V.; RAJIČIĆ, D.; AČKOVSKI, R. Minimum loss reconfiguration of unbalanced distribution networks. **IEEE Power Engineering Review**, New York, v. 12, n. 1, p. 435–442, 1997.

BOYD, S. P.; VANDENBERGHE, L. **Convex optimization**. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.

BUENO, E. A. **Redução de perdas técnicas através de reconfigurações de redes de distribuição de energia elétrica sob demandas variáveis**. 2005. 148 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de engenharia elétrica e de computação, Universidade estadual de Campinas - UNICAMP, Campinas, 2005.

BYRD, R. H.; NOCEDAL, J.; WALTZ, R. A. Knitro: An integrated package for nonlinear optimization. *In: Large-Scale Nonlinear Optimization*. New York: Springer-Verlag, 2006. p. 35–59.

CARDONA, N. P. **Reconfiguração de sistemas de distribuição de energia elétrica utilizando uma metodologia multipartida**. 2016. 94 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de engenharia, Universidade estadual Paulista - UNESP, Ilha Solteira, 2016.

CARRENO, E. M.; ROMERO, R.; PADILHA-FELTRIN, A. An efficient codification to solve distribution network reconfiguration for loss reduction problem. **IEEE Transactions on Power Systems**, Calgary, v. 23, n. 4, p. 1542–1551, 2008.

CAVELLUCCI, C. **Buscas informadas baseadas em grafos para a minimização das perdas em sistemas de distribuição de energia elétrica**. 1998. 139 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de engenharia elétrica e de computação, Universidade estadual de Campinas - UNICAMP, Campinas, 1998.

CHANG, C. F. Reconfiguration and capacitor placement for loss reduction of distribution systems by ant colony search algorithm. **IEEE Transactions on Power Systems**, Chiayi, v. 23, n. 4, p. 1747–1755, 2008.

CHANG, H.-C.; KUO, C.-C. Network reconfiguration in distribution systems using simulated annealing. **Electric Power Systems Research**, Lausanne, v. 29, n. 3, p. 227–238, 1994.

CHIANG, H.-D.; JEAN-JUMEAU, R. Optimal network reconfigurations in distribution systems: part 2: Solution algorithms and numerical results. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v. 5, n. 3, p. 1568–1574, 1990a.

CHIANG, H. D.; JEAN-JUMEAU, R. Optimal network reconfigurations in distribution systems: part 1: A new formulation and a solution methodology. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v. 5, n. 4, p. 1902–1909, 1990b.

CIVANLAR, S.; GRAINGER, J. J.; YIN, H.; LEE, S. S. H. Distribution feeder reconfiguration for loss reduction. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v. 3, n. 3, p. 1217–1223, 1988.

- DELGADO, M. **Otimização de sistemas de distribuição de energia elétrica radiais usando programação cônica de segunda ordem inteira mista**. 2015. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de Engenharia, Universidade estadual Paulista - UNESP, Ilha Solteira - SP, 2015.
- DING, F.; LOPARO, K. A. Hierarchical decentralized network reconfiguration for smart distribution systems—part I: Problem formulation and algorithm development. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v. 30, n. 2, p. 734–743, 2015.
- ELDURSSI, A. M.; O’CONNELL, R. M. A fast nondominated sorting guided genetic algorithm for multi-objective power distribution system reconfiguration problem. **IEEE Transactions on Power Systems**, Saint Louis, v. 30, n. 2, p. 593–601, 2015.
- ENACHEANU, B.; RAISON, B.; CAIRE, R.; DEVAUX, O.; BIENIA, W.; HADJSAID, N. Radial network reconfiguration using genetic algorithm based on the matroid theory. **IEEE Transactions on Power Systems**, Grenoble, v. 23, n. 1, p. 186–195, fev. 2008.
- FOURER, R.; GAY, D. M.; KERNIGHAN, B. W. **A modeling language for mathematical programming**. 2nd. ed. CA, USA: Thomson Brooks/Cole, 2002.
- FRANCO, J. F.; RIDER, M. J.; LAVORATO, M.; ROMERO, R. Optimal conductor size selection and reconductoring in radial distribution systems using a mixed-integer LP approach. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v. 28, n. 1, p. 10–20, fev. 2013a.
- FRANCO, J. F.; RIDER, M. J.; LAVORATO, M.; ROMERO, R. A mixed-integer LP model for the reconfiguration of radial electric distribution systems considering distributed generation. **Electric Power Systems Research**, New York, v. 97, p. 51–60, abr. 2013b.
- FRANCO, J. F.; RIDER, M. J.; ROMERO, R. A mixed-integer quadratically-constrained programming model for the distribution system expansion planning. **International Journal of Electrical Power and Energy Systems**, Manchester, v. 62, p. 265–272, nov. 2014.
- FRANCO, J. F.; RIDER, M. J.; ROMERO, R. A mixed-integer linear programming model for the electric vehicle charging coordination problem in unbalanced electrical distribution systems. **IEEE Transactions on Smart Grid**, Piscataway, v. 6, n. 5, p. 2200–2210, 2015.
- FRANCO, J.; LAVORATO, M.; RIDER, M. J.; ROMERO, R. An efficient implementation of tabu search in feeder reconfiguration of distribution systems. In: (PESGM, Ed.)2012 IEEE POWER AND ENERGY SOCIETY GENERAL MEETING 2012, San Diego. **Anais [...]** San Diego: IEEE,jul. 2012.
- FREITAS, K. B.; ARANTES, M. S.; TOLEDO, C. F. M.; DELBEM, A. C. B. MIQP model and improvement heuristic for power loss minimization in distribution system with network reconfiguration. **Journal of Heuristics**, São Paulo, 2019.
- GENDREAU, M.; POTVIN, J.-Y. **Handbook of Metaheuristics**. 2nd. ed. New York: Springer, 2003.

GEREZ, C.; SILVA, L. I.; BELATI, E. A.; SQUAREZI FILHO, A. J.; COSTA, E. C. M. Distribution network reconfiguration using selective firefly algorithm and a load flow analysis criterion for reducing the search space. **IEEE Access**, New York, v. 7, p. 67874–67888, 2019.

GLAMOCANIN, V. Optimal loss reduction of distribution networks. **IEEE Transactions on Power Systems**, Atlanta, v. 5, n. 3, p. 774–782, 1990.

GOMES, F. V.; CARNEIRO, S.; PEREIRA, J. L. R.; VINAGRE, M. P.; GARCIA, P. A. N.; RAMOS, L. A. A new heuristic reconfiguration algorithm for large distribution systems. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v. 20, n. 3, p. 1373–1378, ago. 2005.

GOSWAMI, S. K.; BASU, S. K. A new algorithm for the reconfiguration of distribution feeders for loss minimization. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v. 7, n. 3, p. 1484–1491, 1992.

GUIMARAES, M. A. N. **Reconfiguração de sistemas de distribuição de energia elétrica utilizando algoritmos de busca tabu**. 2005. 108 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade estadual de Campinas - UNICAMP, Campinas, 2005.

IBM ILOG CPLEX V12.1 users' manual for CPLEX. Incline Village, NV, USA: CPLEX Division, ILOG Inc., 2009.

JABR, R. A. Polyhedral formulations and loop elimination constraints for distribution network expansion planning. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v. 28, n. 2, p. 1888–1897, mai. 2013.

JABR, R. A.; SINGH, R.; PAL, B. C. Minimum loss network reconfiguration using mixed-integer convex programming. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v. 27, n. 2, p. 1106–1115, mai. 2012.

JAKUS, D.; ČAĐENOVIĆ, R.; VASILJ, J.; SARAJČEV, P. Optimal reconfiguration of distribution networks using hybrid heuristic-genetic algorithm. **Energies**, Basel, v. 13, n. 7, p. 21, 2020.

JEON, Y.; KIM, J.-C. Application of simulated annealing and tabu search for loss minimization in distribution systems. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, Seoul, v. 26, n. 1, p. 9–18, jan. 2002.

KHODR, H. M.; MARTINEZ-CRESPO, J.; MATOS, M. a; PEREIRA, J. Distribution systems reconfiguration based on OPF using benders decomposition. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Madrid, v. 24, n. 4, p. 2166–2176, out. 2009.

LAVORATO, M.; FRANCO, J. F.; RIDER, M. J.; ROMERO, R. Imposing radiality constraints in distribution system optimization problems. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v. 27, n. 1, p. 172–180, fev. 2012.

LEE, J.; KIM, G. H. Comparison analysis of the voltage variation ranges for distribution networks. In: 2017 IEEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON ENVIRONMENT AND ELECTRICAL ENGINEERING AND 2017 IEEE INDUSTRIAL AND COMMERCIAL

POWER SYSTEMS EUROPE (EEEIC / I&CPS EUROPE) 2017, Milan - Italy. **Anais [...]** Milan - Italy: IEEE, jun. 2017.

LI, B.; YU, X.; BO, Z. Protection schemes for closed loop distribution network with distributed generator. **1st International Conference on Sustainable Power Generation and Supply, SUPERGEN '09**, Nanjing, p. 1–6, 2009.

MANTOVANI, J. R. S.; CASARI, F.; ROMERO, R. A. Reconfiguração de sistemas de distribuição radiais utilizando o critério de queda de tensão. **Revista Brasileira de Controle & Automação - SBA**, Campinas, v. 11, n. 03, p. 150–159, 2000.

MCDERMOTT, T. E.; DREZGA, I.; BROADWATER, R. P. A heuristic nonlinear constructive method for distribution system reconfiguration. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v. 14, n. 2, p. 478–483, mai. 1999.

MENDOZA, J.; LÓPEZ, R.; MORALES, D.; LÓPEZ, E.; DESSANTE, P.; MORAGA, R. Minimal loss reconfiguration using genetic algorithms with restricted population and addressed operators: Real application. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v. 21, n. 2, p. 948–954, 2006.

MERLIN, A.; BACK, H. Search for minimum-loss operational spanning tree configuration for urban power distribution systems. In: (Z. PSCC, Ed.) **FIFTH POWER SYSTEM CONFERENCE 1975**, Cambridge. **Anais [...]** Cambridge: ZURICH: PSCC, 1975.

MISHRA, S.; DAS, D.; PAUL, S. A comprehensive review on power distribution network reconfiguration. **Energy Systems**, Heidelberg, v. 8, n. 2, p. 227–284, maio 2017.

MITCHELL, J. E. Branch-and-Cut algorithms for combinatorial optimization problems. In: **Handbook of Applied Optimization**. New York: Oxford University Press, 2002. p. 65–77.

MOHD ZIN, A. A.; FERDAVANI, A. K.; KHAIRUDDIN, A. Bin; NAEINI, M. M. Reconfiguration of radial electrical distribution network through minimum-current circular-updating-mechanism method. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v. 27, n. 2, p. 968–974, maio 2012.

MONTSUTSUMI, M. M. **Otimização simultânea da reconfiguração e da alocação de bancos de capacitores em sistema de distribuição radiais utilizando uma estratégia multipartida**. 2017. 91 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de Engenharia, Universidade estadual Paulista - UNESP, Ilha Solteira - SP, 2017.

MOREIRA, H. L. **Otimização da operação de sistemas de distribuição radiais usando um algoritmo genético especializado**. 2015. 94 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de engenharia, Universidade estadual Paulista - UNESP, Ilha Solteira, 2015.

MORTON, A. B.; MAREELS, I. M. Y. An efficient brute-force solution to the network reconfiguration problem. **IEEE Transactions on Power Delivery**, Melbourne, v. 15, n. 3, p. 996–1000, 2000.

NARA, K.; KITAGAWA, M. Distribution systems loss minimum re-configuration by

simulated annealing method. In: IEE INTERNATIONAL CONFERENCE ON ADVANCES IN POWER SYSTEM CONTROL, OPERATION AND MANAGEMENT 1991, Hong Kong. **Anais...** Hong Kong: IET - International Conference on Advances in Power System Control, Operation and Management, APSCOM-91, 1991.

NARA, K.; SHIOSE, A.; KITAGAWA, M.; ISHIHARA, T. Implementation of genetic algorithm for distribution systems loss minimum re-configuration. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v. 7, n. 3, p. 1044–1051, 1992.

OLIVEIRA, M. B. C. D. **Reconfiguração de Alimentadores em Sistemas de Distribuição Usando a Metaheurística GRASP**. 2011. 89 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de Engenharia, Universidade estadual Paulista - UNESP, Ilha Solteira - SP, 2011.

PEREIRA, F. S. **Reconfiguração ótima de sistemas de distribuição de energia elétrica baseado no comportamento de colônias de formigas**. 2010. 104 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade estadual de Campinas - UNICAMP, São Carlos, fev. 2010.

POSSAGNOLO, L. **Reconfiguração de sistemas de distribuição operando em vários níveis de demanda através de uma meta-heurística de busca em vizinhança variável**. 2015. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de Engenharia, Universidade estadual Paulista - UNESP, Ilha Solteira - SP, 2015.

RAJU, G. K. V.; BIJWE, P. R. An efficient algorithm for minimum loss reconfiguration of distribution system based on sensitivity and heuristics. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v. 23, n. 3, p. 1280–1287, 2008.

RAMIREZ-ROSADO, I. J.; BERNAL-AGUSTIN, J. L. Genetic algorithms applied to the design of large power distribution systems. **IEEE Transactions on Power Systems**, Zaragoza, v. 13, n. 2, p. 696–703, 1998.

RAUT, U.; MISHRA, S. A fast heuristic network reconfiguration algorithm to minimize loss and improve voltage profile for a smart power distribution system. In: 2017 INTERNATIONAL CONFERENCE ON INFORMATION TECHNOLOGY (ICIT) 2017, **Anais [...]** New York: IEEE, dez. 2017.

RAVINDRAN, A.; RAGSDALL, K. M.; REKLAITIS, G. V. **Engineering optimization methods and applications**. 2. ed. New Jersey: WILEY - John Wiley & Sons, Inc., 2006.

RITTER, D. **Análise crítica da operação radial dos sistemas de distribuição de energia elétrica**. 2014. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de Engenharia, Universidade estadual Paulista - UNESP, Ilha Solteira - SP, 2014.

ROMAIS, R. **Reconfiguração ótima dos sistemas de distribuição de energia elétrica usando uma formulação cônica de segunda ordem inteira mista**. 2013. 102 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de engenharia, Universidade estadual Paulista - UNESP, Ilha Solteira, 2013.

SARFI, R. J.; SALAMA, M. M. A.; CHIKHANI, A. Y. A survey of the state of the art in distribution system reconfiguration for system loss reduction. **Electric Power Systems Research**, New York, v. 31, n. 1, p. 61–70, out. 1994.

SCHMIDT, H. P.; IDA, N.; KAGAN, N.; GUARALDO, J. C. Fast reconfiguration of distribution systems considering loss minimization. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v. 20, n. 3, p. 1311–1319, ago. 2005.

SHIRMOHAMMADI, D.; HONG, H. W. Reconfiguration of electric distribution networks for resistive line losses reduction. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v. 4, n. 2, p. 1492–1498, 1989.

SONG, Y.; ZHENG, Y.; LIU, T.; LEI, S.; HILL, D. J. A new formulation of distribution network reconfiguration for reducing the voltage volatility induced by distributed generation. **IEEE Transactions on Power Systems**, Hong Kong, v. 35, n. 1, p. 496–507, 2020.

SOUZA, S. S. F. De. **Algoritmo GRASP especializado aplicado ao problema de reconfiguração de alimentadores em sistemas de distribuição radial**. 2013. 119 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de Engenharia, Universidade estadual Paulista - UNESP, Ilha Solteira, 2013.

SOUZA, S. S. F. DE. **Reconfiguração de sistemas de distribuição de energia elétrica considerando demandas variáveis utilizando algoritmos imunológicos artificiais**. 2017. 120 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de Engenharia, Universidade estadual Paulista - UNESP, Ilha Solteira, 2017.

SU, C. T.; CHANG, C. F.; CHIOU, J. P. Distribution network reconfiguration for loss reduction by ant colony search algorithm. **Electric Power Systems Research**, New York, v. 75, n. 2–3, p. 190–199, 2005.

SULAIMA, M. F.; MOHAMAD, M. F.; JALI, M. H.; BUKHARI, W. M.; BAHAROM, M. F. Comparative study of heuristic algorithm ABC and GA considering VPI for network reconfiguration. In: 2014 IEEE 8TH INTERNATIONAL POWER ENGINEERING AND OPTIMIZATION CONFERENCE (PEOCO2014) 2014, Malacca, Malaysia. **Anais [...]** Malacca, Malaysia: IEEE, mar. 2014.

SWARNKAR, A.; GUPTA, N.; NIAZI, K. R. Distribution network reconfiguration using population-based AI techniques: A comparative analysis. In: 2012 IEEE POWER AND ENERGY SOCIETY GENERAL MEETING 2012, San Diego. **Anais [...]** San Diego: IEEE, jul. 2012.

TALBI, E.-G. **Metaheuristics: From design to implementation**. New Jersey: John Wiley & Sons, Hoboken, 2009.

TANDON, A.; SAXENA, D. A comparative analysis of SPSO and BPSO for power loss minimization in distribution system using network reconfiguration. In: 2014 INNOVATIVE APPLICATIONS OF COMPUTATIONAL INTELLIGENCE ON POWER, ENERGY AND CONTROLS WITH THEIR IMPACT ON HUMANITY (CIPECH) 2014, Ghaziabad, Índia. **Anais [...]** Ghaziabad, Índia: IEEE, nov. 2014.

TAYLOR, J. A.; HOVER, F. S. Convex models of distribution system reconfiguration. **IEEE Transactions on Power Systems**, Arlington, v. 27, n. 3, p. 1407–1413, ago. 2012.

TAYLOR, T.; LUBKEMAN, D. Implementation of heuristic search strategies for distribution feeder reconfiguration. **IEEE Transactions on Power Delivery**, New York, v. 5, n. 1, p. 239–246, 1990.

VARGAS PERALTA, R. G. **Reconfiguração de sistemas de distribuição através do algoritmo genético de chaves aleatórias viciadas**. 2018. 80 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de Engenharia, Universidade estadual Paulista - UNESP, Ilha Solteira, 2018.

WU, W. C.; TSAI, M. S. Application of enhanced integer coded particle swarm optimization for distribution system feeder reconfiguration. **IEEE Transactions on Power Systems**, New York, v. 26, n. 3, p. 1591–1599, 2011.

ZHANG, D.; FU, Z.; ZHANG, L. An improved TS algorithm for loss-minimum reconfiguration in large-scale distribution systems. **Electric Power Systems Research**, New York, v. 77, n. 5–6, p. 685–694, 2007.

ZVIETCOVICH, W. G. **Reconfiguração de sistemas de distribuição de energia elétrica utilizando a metaheurística busca em vizinhança variável**. 2006. 94 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - Faculdade de Engenharia, Universidade estadual Paulista - UNESP, Ilha Solteira, 2006.

APÊNDICE A – DADOS DOS SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO SIMULADOS

SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO DE 33 BARRAS

Tabela 14 – Dados do sistema de distribuição de 33 barras.							
DADOS DO RAMO					DADOS DA BARRA		
Nº do ramo	INICIAL	FINAL	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	Nº da barra	P(kW)	Q(kVAr)
1	0	1	0,0922	0,047	0	0	0
2	1	2	0,493	0,2511	1	100	60
3	2	3	0,366	0,1864	2	90	40
4	3	4	0,3811	0,1941	3	120	80
5	4	5	0,819	0,707	4	60	30
6	5	6	0,1872	0,6188	5	60	20
7	6	7	0,7114	0,2351	6	200	100
8	7	8	1,03	0,74	7	200	100
9	8	9	1,044	0,74	8	60	20
10	9	10	0,1966	0,065	9	60	20
11	10	11	0,3744	0,1238	10	45	30
12	11	12	1,468	1,155	11	60	35
13	12	13	0,5416	0,7129	12	60	35
14	13	14	0,591	0,526	13	120	80
15	14	15	0,7463	0,545	14	60	10
16	15	16	1,289	1,721	15	60	20
17	16	17	0,732	0,574	16	60	20
18	1	18	0,164	0,1565	17	90	40
19	18	19	15,042	13,554	18	90	40
20	19	20	0,4095	0,4784	19	90	40
21	20	21	0,7089	0,9373	20	90	40
22	2	22	0,4512	0,3083	21	90	40
23	22	23	0,898	0,7091	22	90	50
24	23	24	0,896	0,7011	23	420	200
25	5	25	0,203	0,1034	24	420	200
26	25	26	0,2842	0,1447	25	60	25
27	26	27	1,059	0,9337	26	60	25
28	27	28	0,8042	0,7006	27	60	20
29	28	29	0,5075	0,2585	28	120	70
30	29	30	0,9744	0,963	29	200	600
31	30	31	0,3105	0,3619	30	150	70
32	31	32	0,341	0,5302	31	210	100
33	7	20	2	2	32	60	40
34	8	14	2	2			
35	11	21	2	2			
36	17	32	0,5	0,5			
37	24	28	0,5	0,5			

Fonte: Elaboração do autor

SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO DE 69 BARRAS

Tabela 15 – Dados do sistema de distribuição de 69 barras.							
DADOS DO RAMO					DADOS DA BARRA		
# do ramo	INICIAL	FINAL	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	# da barra	P(kW)	Q(kVAr)
1	0	1	0,0005	0,0012	0	0	0
2	1	2	0,0005	0,0012	1	0	0
3	2	3	0,0000	0,0000	2	0	0
4	3	4	0,0015	0,0036	3	0	0
5	4	5	0,0251	0,0294	4	0	0
6	5	6	0,3660	0,1864	5	0	0
7	6	7	0,3811	0,1941	6	0,878	0,72
8	7	8	0,0922	0,0470	7	13,455	9,982
9	8	9	0,0493	0,0251	8	24,887	17,81
10	9	10	0,8190	0,2707	9	10	7,208
11	10	11	0,1872	0,0619	10	9,333	6,666
12	11	12	0,7114	0,2351	11	48,5	34,609
13	12	13	1,0300	0,3400	12	48,5	34,609
14	13	14	1,0440	0,3450	13	2,71	1,821
15	14	15	1,0580	0,3496	14	2,71	1,821
16	15	16	0,1966	0,0650	15	0,	0
17	16	17	0,3744	0,1238	16	15,176	10,198
18	17	18	0,0047	0,0016	17	16,5	11,775
19	18	19	0,3276	0,1083	18	16,5	11,775
20	19	20	0,2106	0,0696	19	0	0
21	20	21	0,3416	0,1129	20	0,316	0,212
22	21	22	0,0140	0,0046	21	37,983	27,1
23	22	23	0,1591	0,0526	22	1,762	1,184
24	23	24	0,3463	0,1145	23	0	0
25	24	25	0,7488	0,2475	24	9,39	6,67
26	25	26	0,3089	0,1021	25	0	0
27	26	27	0,1732	0,0572	26	4,667	3,33
28	2	28	0,0044	0,0108	27	4,667	3,33
29	28	29	0,0640	0,1565	28	8,667	6,185
30	29	30	0,3978	0,1315	29	8,667	6,185
31	30	31	0,0702	0,0232	30	0	0
32	31	32	0,3510	0,1160	31	0	0
33	32	33	0,8390	0,2816	32	0	0
34	33	34	1,7080	0,5646	33	4,582	3,26
35	34	35	1,4740	0,4873	34	6,501	4,549
36	3	36	0,0044	0,0108	35	1,92	1,29

(Continua...)

					(Conclusão) ...		
37	36	37	0,0640	0,1565	36	8,667	6,185
38	37	38	0,1053	0,1230	37	8,667	6,185
39	38	39	0,0304	0,0355	38	0	0
40	39	40	0,0018	0,0021	39	8	5,709
41	40	41	0,7283	0,8509	40	8	5,709
42	41	42	0,3100	0,3623	41	0,392	0,325
43	42	43	0,0410	0,0478	42	0	0
44	43	44	0,0092	0,0116	43	2	1,427
45	44	45	0,1089	0,1373	44	0	0
46	45	46	0,0009	0,0012	45	3,076	8,787
47	4	47	0,0034	0,0084	46	3,076	8,787
48	47	48	0,0851	0,2083	47	0	0
49	48	49	0,2898	0,7091	48	26,35	18,8
50	49	50	0,0822	0,2011	49	28,226	91,492
51	8	51	0,0928	0,0473	50	128,226	91,492
52	51	52	0,3319	0,1114	51	13,512	9,442
53	9	53	0,1740	0,0886	52	1,202	0,894
54	53	54	0,2030	0,1034	53	1,449	1,162
55	54	55	0,2842	0,1447	54	8,787	6,322
56	55	56	0,2813	0,1433	55	8	5,708
57	56	57	1,5900	0,5337	56	0	0
58	57	58	0,7837	0,2630	57	0	0
59	58	59	0,3042	0,1006	58	0	0
60	59	60	0,3861	0,1172	59	0,667	24,025
61	60	61	0,5075	0,2555	60	0	0
62	61	62	0,9740	0,0496	61	414,667	295,91
63	62	63	0,1450	0,0738	62	10,667	7,612
64	63	64	0,7105	0,3619	63	0	0
65	64	65	1,0410	0,5302	64	75,67	53,873
66	11	66	0,2012	0,0611	65	19,67	13,912
67	66	67	0,0047	0,0017	66	6	4,282
68	12	68	0,7394	0,2444	67	6	4,282
69	68	69	0,0047	0,0016	68	9,333	6,66
70	11	43	0,5000	0,5000	69	9,333	6,66
71	13	21	0,5000	0,5000			
72	15	46	1,0000	1,0000			
73	50	59	2,0000	2,0000			
74	27	65	1,0000	1,0000			

Fonte: Elaboração do autor.

SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO DE 136 BARRAS

Tabela 16 – Dados do sistema de distribuição de 136 barras.							
DADOS DO RAMO					DADOS DA BARRA		
# do ramo	INICIAL	FINAL	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	# da barra	P(kW)	Q(kVAr)
1	0	1	0,3320	0,7665	0	0	0
2	1	2	0,0018	0,0043	1	0	0
3	2	3	0,2232	0,5153	2	47,78	19,009
4	3	4	0,0994	0,2295	3	42,551	16,929
5	4	5	0,1557	0,3594	4	87,022	34,622
6	5	6	0,1632	0,3767	5	311,31	123,855
7	6	7	0,1144	0,2641	6	148,869	59,228
8	6	8	0,0567	0,0566	7	238,672	94,956
9	8	9	0,5212	0,2741	8	62,299	24,786
10	8	10	0,1087	0,1086	9	124,598	49,571
11	10	11	0,3980	0,2093	10	140,175	55,768
12	10	12	0,9174	0,3146	11	116,813	46,474
13	10	13	0,1182	0,1180	12	249,203	99,145
14	13	14	0,5022	0,2642	13	291,447	115,952
15	13	15	0,0567	0,0566	14	303,72	120,835
16	15	16	0,2937	0,1545	15	215,396	85,695
17	0	17	0,3320	0,7665	16	198,586	79,007
18	17	18	0,0018	0,0043	17	0	0
19	18	19	0,2232	0,5153	18	0	0
20	19	20	0,1088	0,2511	19	0	0
21	20	21	0,7107	0,3738	20	30,127	14,729
22	20	22	0,1819	0,4200	21	230,972	112,92
23	22	23	0,1087	0,1086	22	60,256	29,458
24	22	24	0,3980	0,2093	23	230,972	112,92
25	24	25	0,9174	0,3146	24	120,507	58,915
26	25	26	0,1182	0,1180	25	0	0
27	26	27	0,5022	0,2642	26	56,981	27,857
28	27	28	0,0567	0,0566	27	364,665	178,281
29	28	29	0,2937	0,1545	28	0	0
30	29	30	0,3320	0,7665	29	124,647	60,939
31	28	31	0,0018	0,0043	30	56,981	27,857
32	31	32	0,2232	0,5153	31	0	0
33	32	33	0,1088	0,2511	32	85,473	41,787
34	33	34	0,7107	0,3738	33	0	0
35	31	35	0,1819	0,4200	34	396,735	193,96
36	35	36	0,3032	0,1595	35	0	0
37	36	37	0,0243	0,0563	36	181,152	88,563
38	35	38	0,0450	0,1039	37	242,172	118,395

(Continua...)

39	0	39	0,0187	0,0433	38	75,316	36,821
40	39	40	0,1182	0,1180	39	0	0
41	40	41	0,0236	0,0236	40	1,254	0,531
42	40	42	0,1895	0,0997	41	6,274	2,66
43	42	43	0,3980	0,2093	42	0	0
44	43	44	0,0567	0,0566	43	117,88	49,971
45	43	45	0,0947	0,0498	44	62,668	26,566
46	45	46	0,4169	0,2193	45	172,285	73,034
47	46	47	0,1137	0,0598	46	458,556	194,388
48	47	48	0,0756	0,0755	47	262,962	111,473
49	48	49	0,3696	0,1944	48	235,761	99,942
50	49	50	0,2653	0,1395	49	0	0
51	48	51	0,0567	0,0566	50	109,215	46,298
52	51	52	0,3320	0,7665	51	0	0
53	52	53	0,1181	0,2728	52	72,809	30,865
54	53	54	2,9628	1,0162	53	258,473	109,57
55	54	55	0,0018	0,0043	54	69,169	29,322
56	52	56	0,0694	0,1602	55	21,843	9,26
57	56	57	0,8150	0,4287	56	0	0
58	57	58	0,0637	0,1472	57	20,527	8,702
59	58	59	0,1313	0,3031	58	150,548	63,819
60	59	60	0,0619	0,1429	59	220,687	93,552
61	60	61	0,1144	0,2641	60	92,384	39,163
62	47	62	0,2837	0,2833	61	0	0
63	0	63	0,2837	0,2833	62	226,693	96,098
64	63	64	0,2701	0,6236	63	0	0
65	64	65	0,3827	0,8834	64	294,016	116,974
66	65	66	0,3301	0,7622	65	83,015	33,028
67	66	67	0,3283	0,7578	66	83,015	33,028
68	67	68	0,1707	0,3940	67	103,77	41,285
69	68	69	0,5591	0,2941	68	176,408	70,184
70	68	70	0,0581	0,1342	69	83,015	33,028
71	70	71	0,7013	0,3689	70	217,917	86,698
72	71	72	1,0235	0,5383	71	23,294	9,267
73	70	73	0,0675	0,1559	72	5,075	2,019
74	73	74	1,3235	0,4539	73	72,638	28,899
75	0	75	0,0112	0,0259	74	405,99	161,523
76	75	76	0,7297	1,6846	75	0	0
77	76	77	0,2251	0,5196	76	100,182	42,468
78	77	78	0,2082	0,4807	77	142,523	60,417
79	78	79	0,0469	0,1082	78	96,042	40,713
80	79	80	0,6195	0,6185	79	300,454	127,366
81	80	81	0,3404	0,3399	80	141,238	59,873
82	81	82	0,5686	0,2991	81	279,847	118,631
83	81	83	0,1087	0,1086	82	87,312	37,013

(Continua...)

84	83	84	0,5686	0,2991	83	243,849	103,371
85	0	85	0,0112	0,0259	84	247,75	105,025
86	85	86	0,4183	0,9657	85	0	0
87	86	87	0,1049	0,1364	86	89,878	38,101
88	86	88	0,4389	1,0133	87	1137,28	482,108
89	88	89	0,0752	0,0257	88	458,339	194,296
90	89	90	0,0769	0,1775	89	385,197	163,29
91	90	91	0,332	0,7665	90	0	0
92	91	92	0,0844	0,1948	91	79,608	33,747
93	92	93	0,1332	0,3074	92	87,312	37,013
94	93	94	0,2932	0,2927	93	0	0
95	94	95	0,2175	0,2172	94	74,001	31,37
96	95	96	0,2648	0,2644	95	232,05	98,369
97	93	97	0,1031	0,2381	96	141,819	60,119
98	97	98	0,135	0,3118	97	0	0
99	0	99	0,0093	0,0216	98	76,449	32,408
100	99	100	0,1688	0,3897	99	0	0
101	100	101	0,1181	0,2728	100	51,322	21,756
102	101	102	2,286	0,7841	101	59,874	25,381
103	101	103	0,4558	1,0523	102	9,065	3,843
104	103	104	0,696	1,6066	103	2,092	0,887
105	104	105	0,4577	1,0566	104	16,735	7,094
106	105	106	0,2029	0,2637	105	1506,52	638,634
107	106	107	0,2134	0,2773	106	313,023	132,694
108	107	108	0,5496	0,2891	107	79,831	33,842
109	108	109	0,5401	0,2841	108	51,322	21,756
110	107	110	0,0455	0,0591	109	0	0
111	110	111	0,4738	0,2492	110	202,435	85,815
112	111	112	0,8624	0,4536	111	60,823	25,784
113	112	113	0,5686	0,2991	112	45,618	19,338
114	108	114	0,7771	0,4087	113	0	0
115	114	115	1,0803	0,5683	114	157,07	66,584
116	109	116	1,0993	0,5782	115	0	0
117	116	117	0,4738	0,2492	116	250,148	106,041
118	104	118	0,3226	0,7448	117	0	0
119	118	119	0,1463	0,3377	118	69,809	29,593
120	119	120	0,1238	0,2858	119	32,072	13,596
121	0	121	0,0112	0,0259	120	61,084	25,894
122	121	122	0,6491	1,4984	121	0	0
123	122	123	0,045	0,1039	122	94,622	46,26
124	123	124	0,5264	0,1805	123	49,858	24,375
125	123	125	0,0206	0,0476	124	123,164	60,214
126	125	126	0,5307	0,2791	125	78,35	38,304
127	125	127	0,0975	0,2252	126	145,475	71,121
128	127	128	0,1181	0,2728	127	21,369	10,447

(Continua...)

					(Conclusão)		
129	127	129	0,1388	0,3204	128	74,789	36,564
130	129	130	0,0431	0,0996	129	227,926	111,431
131	130	131	0,0919	0,2122	130	35,614	17,411
132	131	132	0,1613	0,3724	131	249,295	121,877
133	132	133	0,3783	0,3777	132	316,722	154,842
134	133	134	0,3972	0,3966	133	333,817	163,199
135	134	135	0,2932	0,2927	134	249,295	121,877
136	7	73	0,1313	0,3031	135	0	0
137	9	24	0,2653	0,1395			
138	15	83	0,1418	0,1416			
139	38	135	0,0851	0,0849			
140	25	51	0,0450	0,1039			
141	50	96	0,1418	0,1416			
142	55	98	0,1418	0,1416			
143	62	120	0,0394	0,0909			
144	66	79	0,1294	0,2988			
145	79	131	0,0168	0,0389			
146	84	135	0,3317	0,1744			
147	91	104	0,1418	0,1416			
148	90	129	0,0769	0,1775			
149	90	103	0,0769	0,1775			
150	92	104	0,0769	0,1775			
151	92	132	0,0769	0,1775			
152	96	120	0,2648	0,2644			
153	110	47	0,4969	0,6456			
154	126	76	0,1705	0,0897			
155	128	77	0,0525	0,1212			
156	135	98	0,2932	0,2927			

Fonte: Elaboração do autor

SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO DE 417 BARRAS

Tabela 17 – Dados do sistema de distribuição de 417 barras.							
DADOS DO RAMO					DADOS DA BARRA		
# do ramo	INICIAL	FINAL	Resistência (Ω)	Reatância (Ω)	# da barra	P(kW)	Q(kVAr)
1	384	68	0,03106	0,02142	1	0,1	0
2	89	67	0,10782	0,07434	2	0,1	0
3	225	224	0,06944	0,04788	3	122	59
4	21	72	0,19371	0,13356	4	0,1	0
5	66	384	0,03472	0,02394	5	0,1	0
6	3	20	0,61038	0,42084	6	114	55
7	224	222	0,06944	0,04788	7	51	25
8	72	74	0,02193	0,01512	8	83	40
9	70	382	0,03106	0,02142	9	0,1	0
10	20	51	0,08772	0,06048	10	122	59
11	222	221	0,08772	0,06048	11	122	59
12	76	72	0,05482	0,03780	12	77	37
13	382	66	0,03289	0,02268	13	0,1	0
14	51	52	0,06944	0,04788	14	68	33
15	221	220	0,08406	0,05796	15	71	34
16	75	81	0,08406	0,05796	16	0,1	0
17	59	70	0,05372	0,03704	17	0,1	0
18	52	56	0,11696	0,08064	18	77	37
19	1	273	0,01425	0,00982	19	30	14
20	81	76	0,05299	0,03654	20	13	6
21	68	85	0,02924	0,02016	21	1	0
22	56	27	0,09503	0,06552	22	194	94
23	1	274	0,11549	0,07963	23	77	37
24	74	75	0,10599	0,07308	24	77	37
25	68	93	0,08406	0,05796	25	77	37
26	27	31	0,10234	0,07056	26	122	59
27	274	275	0,08369	0,05770	27	104	51
28	72	73	0,09868	0,06804	28	0,1	0
29	60	58	0,01096	0,00756	29	77	37
30	31	40	0,10599	0,07308	30	243	118
31	275	209	0,13962	0,09626	31	77	37
32	73	80	0,07310	0,05040	32	77	37
33	65	71	0,07127	0,04914	33	0,1	0
34	40	47	0,09137	0,06300	34	121	58
35	275	276	0,11586	0,07988	35	194	94
36	73	77	0,07675	0,05292	36	122	59
37	69	65	0,03106	0,02142	37	77	37

(Continua...)

38	51	54	0,05482	0,03780	38	0,1	0
39	276	264	0,11513	0,07938	39	0,1	0
40	77	78	0,05117	0,03528	40	96	47
41	59	69	0,02119	0,01461	41	122	59
42	54	24	0,07310	0,05040	42	70	34
43	263	264	0,06871	0,04737	43	58	28
44	79	83	0,24123	0,16632	44	0,1	0
45	63	61	0,10965	0,07560	45	122	59
46	24	29	0,09503	0,06552	46	122	59
47	262	263	0,06309	0,05326	47	122	59
48	82	80	0,07310	0,05040	48	86	42
49	71	63	0,02266	0,01562	49	77	37
50	29	34	0,11513	0,07938	50	0,1	0
51	261	262	0,03797	0,03205	51	122	59
52	78	79	0,02193	0,01512	52	122	59
53	61	60	0,04386	0,03024	53	122	59
54	34	47	0,17361	0,11970	54	0,1	0
55	259	261	0,05111	0,04315	55	42	20
56	83	90	0,12098	0,08341	56	122	59
57	58	62	0,12938	0,08920	57	13	6
58	47	21	0,08406	0,05796	58	77	37
59	257	259	0,06871	0,04737	59	50	24
60	77	59	0,38743	0,26712	60	0,1	0
61	64	67	0,04495	0,03099	61	60	29
62	20	44	0,01462	0,01008	62	71	34
63	372	239	0,02658	0,02244	63	122	59
64	123	1	0,01352	0,01595	64	77	37
65	67	68	0,08625	0,05947	65	95	46
66	44	25	0,12792	0,08820	66	121	58
67	264	265	0,07236	0,04989	67	77	37
68	120	94	0,25382	0,25845	68	103	50
69	62	64	0,06030	0,04158	69	52	25
70	25	35	0,12792	0,08820	70	57	27
71	369	347	0,13158	0,09072	71	171	83
72	120	123	0,29487	0,30025	72	121	58
73	58	20	0,59211	0,40824	73	39	19
74	35	38	0,08041	0,05544	74	119	58
75	369	370	0,20833	0,14364	75	49	24
76	114	115	0,04751	0,03276	76	0,1	0
77	1	92	0,38889	0,26812	77	50	24
78	38	41	0,10416	0,07182	78	44	21
79	370	348	0,11878	0,08190	79	82	40
80	115	112	0,04020	0,02772	80	132	64
81	92	2	0,34101	0,23511	81	194	94
82	41	43	0,11696	0,08064	82	0,1	0

(Continua...)

83	383	251	0,01096	0,00756	83	122	59
84	94	113	0,03289	0,02268	84	3	1
85	92	87	0,01285	0,01085	85	52	25
86	43	48	0,08041	0,05544	86	103	50
87	383	370	0,01827	0,01260	87	21	10
88	113	114	0,07675	0,05292	88	21	10
89	2	17	0,08772	0,06048	89	21	10
90	48	50	0,07310	0,05040	90	5	3
91	208	277	0,06725	0,04636	91	0,1	0
92	106	95	0,08406	0,05796	92	0,1	0
93	6	7	0,04020	0,02772	93	21	10
94	20	33	0,06579	0,04536	94	18	9
95	277	278	0,03289	0,02268	95	122	59
96	95	112	0,03289	0,02268	96	116	56
97	7	3	0,05190	0,03578	97	7	3
98	84	33	0,04203	0,02898	98	64	31
99	277	279	0,04824	0,03326	99	49	24
100	94	111	0,06579	0,04536	100	16	8
101	18	5	0,12244	0,08442	101	77	37
102	28	36	0,09137	0,06300	102	119	58
103	279	280	0,03435	0,02368	103	71	34
104	111	106	0,06579	0,04536	104	77	37
105	5	6	0,04934	0,03402	105	194	94
106	36	45	0,13158	0,09072	106	122	59
107	280	281	0,06213	0,04284	107	55	27
108	119	121	0,01022	0,00863	108	38	18
109	17	18	0,11696	0,08064	109	22	10
110	49	45	0,04386	0,03024	110	0,1	0
111	281	235	0,04934	0,03402	111	77	37
112	94	119	0,05602	0,06609	112	122	59
113	2	14	0,01644	0,01134	113	38	18
114	55	23	0,07675	0,05292	114	122	59
115	281	282	0,05372	0,03704	115	27	13
116	118	84	0,04020	0,02772	116	64	31
117	8	9	0,09503	0,06552	117	0,1	0
118	23	28	0,06944	0,04788	118	0,1	0
119	235	234	0,08333	0,05745	119	0,1	0
120	119	122	0,05117	0,03528	120	0,1	0
121	9	3	0,01462	0,01008	121	79	38
122	33	55	0,04386	0,03024	122	247	119
123	235	236	0,04203	0,02898	123	0,1	0
124	122	118	0,20102	0,13860	124	0,1	0
125	16	19	0,15716	0,10836	125	0,1	0
126	21	50	0,03655	0,02520	126	0,1	0
127	208	236	0,07675	0,05292	127	0,1	0

(Continua...)

128	104	105	0,04965	0,04192	128	0,1	0
129	19	8	0,02193	0,01512	129	77	37
130	32	44	0,25585	0,17640	130	122	59
131	232	349	0,07594	0,06411	131	62	30
132	84	104	0,07310	0,05040	132	105	51
133	14	16	0,09868	0,06804	133	122	59
134	37	32	0,10599	0,07308	134	77	37
135	349	207	0,03213	0,02712	135	77	37
136	105	108	0,06579	0,04536	136	0,1	0
137	2	13	0,03213	0,02712	137	85	41
138	42	37	0,06761	0,04662	138	8	4
139	380	229	0,04118	0,03477	139	122	59
140	109	108	0,04965	0,04192	140	35	17
141	4	12	0,06718	0,05671	141	55	27
142	46	42	0,02558	0,01764	142	153	74
143	229	228	0,06309	0,05326	143	316	153
144	84	109	0,04751	0,03276	144	105	51
145	12	15	0,10515	0,08877	145	20	10
146	46	50	0,03655	0,02520	146	95	46
147	232	231	0,09685	0,06678	147	38	18
148	110	84	0,04386	0,03024	148	83	40
149	15	11	0,13290	0,11220	149	50	24
150	21	49	0,13523	0,09324	150	77	37
151	232	293	0,07492	0,05166	151	122	59
152	103	110	0,07675	0,05292	152	102	49
153	13	4	0,04527	0,03822	153	60	29
154	39	30	0,11696	0,08064	154	77	37
155	293	236	0,06944	0,04788	155	194	94
156	107	103	0,05482	0,03780	156	56	27
157	11	86	0,03505	0,02959	157	122	59
158	49	39	0,08772	0,06048	158	0,1	0
159	221	344	0,02924	0,02016	159	3	1
160	84	107	0,06579	0,04536	160	1	0
161	86	91	0,09503	0,06552	161	52	25
162	53	22	0,04020	0,02772	162	194	94
163	304	306	0,06944	0,04788	163	10	5
164	97	116	0,04386	0,03024	164	128	62
165	10	11	0,04673	0,03945	165	16	8
166	30	26	0,05482	0,03780	166	37	18
167	378	377	0,11147	0,07686	167	154	75
168	84	99	0,13158	0,09072	168	0,1	0
169	3	10	0,10782	0,07434	169	0,1	0
170	26	53	0,10051	0,06930	170	78	38
171	304	378	0,05884	0,04057	171	0,1	0
172	101	96	0,10599	0,07308	172	27	13

(Continua...)

173	10	88	0,10953	0,09247	173	103	50
174	22	33	0,04386	0,03024	174	122	59
175	309	307	0,09868	0,06804	175	72	35
176	100	101	0,05848	0,04032	176	0,1	0
177	88	89	0,08041	0,05544	177	122	59
178	21	57	0,21564	0,14868	178	194	94
179	314	317	0,08150	0,05619	179	0,1	0
180	102	100	0,05482	0,03780	180	77	37
181	99	102	0,05117	0,03528	181	82	40
182	187	167	0,08470	0,07151	182	53	26
183	314	318	0,07236	0,04989	183	122	59
184	138	194	0,01279	0,00882	184	64	31
185	96	117	0,07858	0,05418	185	86	42
186	167	175	0,09055	0,07644	186	82	40
187	301	305	0,04386	0,03024	187	0,1	0
188	155	151	0,06944	0,04788	188	167	81
189	117	97	0,04020	0,02772	189	0,1	0
190	175	181	0,08470	0,07151	190	0,1	0
191	310	315	0,06140	0,04233	191	131	64
192	126	124	0,02924	0,02016	192	21	10
193	98	94	0,04020	0,02772	193	21	10
194	160	180	0,04386	0,03024	194	21	10
195	310	305	0,08260	0,05695	195	21	10
196	1	351	0,22661	0,15624	196	0,1	0
197	116	98	0,06213	0,04284	197	0,1	0
198	180	177	0,05482	0,03780	198	0,1	0
199	129	346	0,26169	0,18043	199	0,1	0
200	1	350	0,22661	0,15624	200	0,1	0
201	57	147	0,15716	0,10836	201	52	25
202	169	162	0,07675	0,05292	202	202	98
203	90	370	0,15789	0,10886	203	202	98
204	350	203	0,02339	0,01612	204	73	35
205	153	141	0,07302	0,06165	205	81	39
206	162	183	0,08406	0,05796	206	115	56
207	382	383	0,15022	0,10357	207	118	57
208	351	379	0,02339	0,01612	208	318	154
209	147	142	0,10599	0,07308	209	161	78
210	183	182	0,03289	0,02268	210	126	61
211	66	252	0,19298	0,13305	211	59	29
212	203	204	0,05111	0,04315	212	24	12
213	142	136	0,08041	0,05544	213	24	12
214	160	181	0,09137	0,06300	214	5	2
215	384	243	0,22734	0,15674	215	126	61
216	204	205	0,06213	0,04284	216	56	27
217	132	153	0,08772	0,06048	217	62	30

(Continua...)

218	181	178	0,05848	0,04032	218	0,1	0
219	85	244	0,13998	0,09651	219	32	15
220	203	206	0,10340	0,08729	220	158	77
221	136	132	0,14985	0,10332	221	126	61
222	171	163	0,06426	0,05425	222	202	98
223	352	414	0,07054	0,04863	223	41	20
224	379	380	0,10340	0,08729	224	81	39
225	57	149	0,06944	0,04788	225	126	61
226	163	184	0,07594	0,06411	226	202	98
227	414	385	0,07200	0,04964	227	18	9
228	206	207	0,05988	0,05055	228	202	98
229	57	125	0,09137	0,06300	229	106	51
230	160	129	0,22783	0,19234	230	175	85
231	414	401	0,07273	0,05014	231	174	84
232	1	375	0,01096	0,00756	232	113	55
233	127	124	0,02924	0,02016	233	202	98
234	129	141	0,03213	0,02712	234	0,1	0
235	401	386	0,05921	0,04082	235	202	98
236	208	209	0,03837	0,02646	236	403	195
237	128	127	0,27047	0,18648	237	202	98
238	131	157	0,03655	0,02520	238	126	61
239	401	402	0,07090	0,04888	239	0,1	0
240	209	210	0,11696	0,08064	240	29	14
241	125	128	0,02193	0,01512	241	9	4
242	130	131	0,05482	0,03780	242	5	2
243	402	387	0,05665	0,03906	243	0,1	0
244	209	211	0,05592	0,03855	244	18	9
245	200	119	0,07675	0,05292	245	45	22
246	141	130	0,04673	0,03945	246	32	16
247	402	403	0,05957	0,04107	247	61	30
248	211	1	0,05628	0,03880	248	81	39
249	200	201	0,00731	0,00504	249	126	61
250	157	133	0,11330	0,07812	250	23	11
251	403	388	0,08333	0,05745	251	14	7
252	375	202	0,14985	0,10332	252	18	9
253	158	200	0,02193	0,01512	253	126	61
254	133	140	0,10599	0,07308	254	5	3
255	403	404	0,06834	0,04712	255	26	13
256	202	1	0,48246	0,33264	256	18	9
257	124	158	0,10234	0,07056	257	126	61
258	140	147	0,15351	0,10584	258	81	39
259	368	345	0,11513	0,07938	259	0,1	0
260	373	352	0,10416	0,07182	260	126	61
261	199	192	0,01462	0,01008	261	41	20
262	129	154	0,03505	0,02959	262	0,1	0

(Continua...)

263	345	346	0,05848	0,04032	263	28	14
264	352	212	0,11367	0,07837	264	30	14
265	199	197	0,06944	0,04788	265	81	39
266	137	144	0,09503	0,06552	266	202	98
267	345	369	0,05299	0,03654	267	318	154
268	352	353	0,21381	0,14742	268	176	85
269	159	199	0,27047	0,18648	269	126	61
270	144	148	0,09503	0,06552	270	6	3
271	400	404	0,04751	0,03276	271	31	15
272	353	213	0,20102	0,13860	272	60	29
273	197	191	0,01096	0,00756	273	56	27
274	154	156	0,03213	0,02712	274	126	61
275	404	405	0,04020	0,02772	275	118	57
276	353	214	0,05007	0,03452	276	126	61
277	159	190	0,23590	0,24020	277	202	98
278	156	137	0,08406	0,05796	278	10	5
279	405	389	0,05884	0,04057	279	126	61
280	1	215	0,34759	0,23965	280	202	98
281	159	161	0,08406	0,05796	281	318	154
282	143	150	0,09868	0,06804	282	82	40
283	405	406	0,07163	0,04939	283	126	61
284	215	216	0,10599	0,07308	284	22	10
285	161	172	0,08772	0,06048	285	13	6
286	150	148	0,02193	0,01512	286	71	34
287	406	390	0,04532	0,03124	287	101	49
288	216	217	0,09931	0,08384	288	113	54
289	172	188	0,09137	0,06300	289	126	61
290	134	139	0,11976	0,10110	290	0,1	0
291	406	391	0,07310	0,05040	291	34	17
292	216	218	0,06579	0,04536	292	83	40
293	188	168	0,09137	0,06300	293	59	29
294	139	143	0,06213	0,04284	294	126	61
295	404	407	0,08333	0,05745	295	145	70
296	218	219	0,00292	0,00201	296	202	98
297	176	179	0,06579	0,04536	297	50	24
298	154	134	0,07886	0,06658	298	41	20
299	407	392	0,07858	0,05418	299	202	98
300	219	220	0,08041	0,05544	300	77	37
301	168	176	0,11330	0,07812	301	161	78
302	148	57	0,14620	0,10080	302	477	231
303	407	408	0,04897	0,03376	303	68	33
304	220	223	0,07098	0,05992	304	14	7
305	161	185	0,13158	0,09072	305	4	2
306	129	151	0,03289	0,02268	306	0,1	0
307	408	409	0,06688	0,04611	307	66	32

(Continua...)

308	223	237	0,08178	0,06904	308	0,1	0
309	185	164	0,09137	0,06300	309	60	29
310	145	146	0,03289	0,02268	310	95	46
311	409	393	0,07383	0,05090	311	0,1	0
312	237	238	0,06221	0,05252	312	19	9
313	164	165	0,03289	0,02268	313	67	32
314	146	149	0,05482	0,03780	314	18	9
315	409	394	0,06907	0,04762	315	33	16
316	237	372	0,05374	0,04537	316	21	10
317	165	173	0,13889	0,09576	317	33	16
318	152	135	0,07675	0,05292	318	42	20
319	408	410	0,05519	0,03805	319	52	25
320	239	240	0,00584	0,00493	320	43	21
321	173	179	0,11330	0,07812	321	126	61
322	135	145	0,14254	0,09828	322	107	52
323	410	415	0,06579	0,04536	323	202	98
324	239	243	0,08354	0,07052	324	126	61
325	179	160	0,06944	0,04788	325	24	12
326	135	195	0,00913	0,00630	326	101	49
327	410	411	0,06432	0,04435	327	81	39
328	243	355	0,00548	0,00378	328	155	75
329	159	182	0,05409	0,06381	329	23	11
330	151	152	0,05482	0,03780	330	31	15
331	411	395	0,05957	0,04107	331	126	61
332	355	354	0,12792	0,08820	332	13	6
333	182	186	0,04830	0,05697	333	56	27
334	1	190	0,14154	0,14412	334	120	58
335	411	412	0,06761	0,04662	335	126	61
336	354	242	0,01827	0,01260	336	403	195
337	186	166	0,03774	0,03843	337	81	39
338	190	189	0,07310	0,05040	338	177	86
339	412	399	0,05665	0,03906	339	151	73
340	354	241	0,07310	0,05040	340	9	4
341	166	170	0,03774	0,03843	341	29	14
342	189	198	0,10965	0,07560	342	14	7
343	412	398	0,07163	0,04939	343	23	11
344	243	356	0,00913	0,00630	344	45	22
345	170	174	0,02921	0,02466	345	0,1	0
346	198	196	0,03655	0,02520	346	36	17
347	412	413	0,08735	0,06022	347	5	2
348	356	357	0,05117	0,03528	348	9	4
349	174	180	0,06369	0,06485	349	80	39
350	189	193	0,02339	0,01612	350	0,1	0
351	413	397	0,07054	0,04863	351	0,1	0
352	357	244	0,01279	0,00882	352	0,1	0

(Continua...)

353	159	184	0.22661	0.15624	353	0.1	0
354	149	138	0.12792	0.08820	354	0.1	0
355	413	396	0.06944	0.04788	355	0.1	0
356	357	245	0.00548	0.00378	356	0.1	0
357	184	187	0.03505	0.02959	357	0.1	0
358	138	155	0.10599	0.07308	358	0.1	0
359	290	289	0.06286	0.04334	359	0.1	0
360	243	246	0.03651	0.03082	360	0.1	0
361	246	247	0.05263	0.03628	361	0.1	0
362	265	266	0.10782	0.07434	362	0.1	0
363	289	288	0.04678	0.03225	363	0.1	0
364	306	310	0.12646	0.08719	364	0.1	0
365	247	248	0.07273	0.05014	365	0.1	0
366	266	267	0.09941	0.06854	366	0.1	0
367	288	300	0.18677	0.12877	367	0.1	0
368	310	320	0.01279	0.00882	368	0.1	0
369	243	249	0.04878	0.04118	369	0.1	0
370	267	268	0.15643	0.10785	370	0.1	0
371	300	286	0.10965	0.07560	371	0.1	0
372	310	314	0.07236	0.04989	372	0.1	0
373	249	358	0.04312	0.02973	373	0.1	0
374	268	269	0.05496	0.05596	374	0.1	0
375	1	373	0.02777	0.01915	375	0.1	0
376	314	309	0.06981	0.04813	376	0.1	0
377	358	359	0.00548	0.00378	377	86	41
378	269	365	0.07077	0.07206	378	86	41
379	300	285	0.08114	0.05594	379	0.1	0
380	309	313	0.07858	0.05418	380	0.1	0
381	359	250	0.02010	0.01386	381	0.1	0
382	365	366	0.02558	0.01764	382	0.1	0
383	300	301	0.09320	0.06426	383	0.1	0
384	313	317	0.06834	0.04712	384	0.1	0
385	359	251	0.14071	0.09702	385	68	33
386	366	270	0.10051	0.06930	386	15	7
387	301	302	0.05555	0.03830	387	56	27
388	317	319	0.12353	0.08517	388	12	6
389	251	252	0.18823	0.12978	389	50	24
390	366	271	0.01644	0.01134	390	115	56
391	302	303	0.04532	0.03124	391	14	7
392	319	318	0.06652	0.04586	392	5	2
393	251	360	0.09868	0.06804	393	19	9
394	365	363	0.04835	0.04924	394	34	17
395	303	304	0.19517	0.13456	395	10	5
396	318	315	0.06944	0.04788	396	40	19
397	360	253	0.04970	0.03427	397	28	14

(Continua...)

398	363	362	0,01887	0,01921	398	14	7
399	304	305	0,20833	0,14364	399	17	8
400	315	311	0,08333	0,05745	400	41	20
401	253	254	0,04585	0,03871	401	0,1	0
402	363	381	0,26316	0,18144	402	0,1	0
403	305	308	0,05043	0,03477	403	0,1	0
404	311	304	0,10526	0,07257	404	0,1	0
405	254	361	0,05884	0,04057	405	0,1	0
406	362	272	0,01644	0,01134	406	0,1	0
407	308	316	0,22185	0,15296	407	0,1	0
408	296	260	0,04788	0,03301	408	0,1	0
409	361	256	0,04020	0,02772	409	0,1	0
410	362	1	0,02415	0,02848	410	0,1	0
411	316	312	0,10526	0,07257	411	0,1	0
412	260	287	0,03581	0,02469	412	0,1	0
413	254	255	0,02741	0,01890	413	0,1	0
414	1	364	0,28509	0,19656	414	0,1	0
415	312	307	0,07236	0,04989	415	19	9
416	260	324	0,10782	0,07434			
417	254	257	0,07886	0,06658			
418	364	284	0,10416	0,07182			
419	307	300	0,07821	0,05392			
420	324	326	0,00548	0,00378			
421	257	258	0,10599	0,07308			
422	364	285	0,05848	0,04032			
423	334	336	0,07127	0,04914			
424	324	266	0,10380	0,07156			
425	257	283	0,05374	0,04537			
426	381	268	0,30957	0,21344			
427	336	323	0,05482	0,03780			
428	324	325	0,04824	0,03326			
429	283	282	0,06630	0,05597			
430	268	327	0,03837	0,02646			
431	336	337	0,06469	0,04460			
432	324	323	0,08772	0,06048			
433	282	234	0,05549	0,04685			
434	327	328	0,05482	0,03780			
435	337	338	0,02924	0,02016			
436	323	322	0,06761	0,04662			
437	234	233	0,02774	0,02342			
438	268	297	0,05043	0,03477			
439	338	339	0,04203	0,02898			
440	322	321	0,09503	0,06552			
441	233	376	0,01168	0,00986			
442	297	296	0,05043	0,03477			

(Continua...)

(Conclusão)

443	339	265	0,06798	0,04687
444	321	299	0,07017	0,04838
445	230	231	0,04556	0,03846
446	296	295	0,07419	0,05115
447	265	367	0,00877	0,00604
448	299	296	0,03801	0,02620
449	230	228	0,02628	0,02219
450	296	298	0,03764	0,02595
451	367	340	0,00109	0,00075
452	322	329	0,03143	0,02167
453	228	371	0,04673	0,03945
454	295	294	0,02266	0,01562
455	340	341	0,02741	0,01890
456	329	330	0,02668	0,01839
457	371	374	0,03943	0,03329
458	294	292	0,09174	0,06325
459	341	342	0,11330	0,07812
460	330	331	0,04166	0,02872
461	374	227	0,00365	0,00252
462	268	292	0,09868	0,06804
463	334	335	0,05592	0,03855
464	331	332	0,02741	0,01890
465	374	226	0,00233	0,00197
466	292	290	0,01681	0,01159
467	341	368	0,17909	0,12348
468	329	333	0,05848	0,04032
469	226	225	0,02741	0,01890
470	290	291	0,00548	0,00378
471	376	230	0,02774	0,02342
472	333	334	0,04166	0,02872
473	368	343	0,00913	0,00630

Fonte: Elaboração do autor