UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA – UNESP

"JÚLIO DE MESQUITA FILHO" - Campus de São José do Rio Preto

LENISE ROSSI TONIN LONGO

AS DIFERENTES PERSPECTIVAS DE ENSINO DE EQUAÇÃO DE PRIMEIRO GRAU

São José do Rio Preto

2026

LENISE ROSSI TONIN LONGO

AS DIFERENTES PERSPECTIVAS DE ENSINO DE EQUAÇÃO DE PRIMEIRO GRAU

Dissertação apresentada à Universidade Estadual Paulista (UNESP), "Júlio de Mesquita Filho", campus de São José do Rio Preto, para obtenção do título de Mestra em Matemática do Programa de Pós-Graduação em Matemática na Educação Básica em Rede Nacional (PROFMAT).

Orientador: Prof. Dr. Agnaldo José Ferrari

São José do Rio Preto

2026

Longo, Lenise Rossi Tonin
L856d As diferentes perspectivas de ensino de equação de primeiro grau / Lenise Rossi Tonin Longo. -- São José do Rio Preto, 2026
71 p.

Dissertação (mestrado profissional) - Universidade Estadual Paulista (UNESP), Instituto de Biociências Letras e Ciências Exatas, São José do Rio Preto
Orientador: Agnaldo José Ferrari

1. Matemática. 2. Equação de primeiro grau. 3. Diferentes perspectivas. 4. Ensino Fundamental. I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Dados fornecidos pelo autor(a).

LENISE ROSSI TONIN LONGO

AS DIFERENTES PERSPECTIVAS DE ENSINO DE EQUAÇÃO DE PRIMEIRO GRAU

Dissertação apresentada como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestra, junto ao Programa de Pós-Graduação em Matemática na Educação Básica em Rede Nacional (PROFMAT), do Departamento de Matemática da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", campus de São José do Rio Preto.

Data da defesa: 09/09/2026

Comissão Examinadora:

Prof. Dr. Agnaldo José Ferrari (orientador)

UNESP - Campus de Bauru

Profa. Dr. Grasiele Cristiane Jorge

UNIFESP - São José dos Campos

Profa. Dr. Tatiana Miguel Rodrigues

UNESP - Bauru

Dedico este trabalho a minha filha Heloísa, meu esposo Fernando, meus pais Paulo e Neusa e minha irmã Silviane.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pelo dom da vida e por me capacitar cada vez mais, todos os dias, para os desafios enfrentados nessa caminhada.

Agradeço a toda a minha querida família, por todo apoio, incentivo e por acreditar no meu potencial. Ao meu esposo e minha filha por todo amor, carinho e compreensão. Aos meus pais e minha irmã pela parceria e colaboração.

Agradeço ao meu professor orientador, Prof. Dr. Agnaldo José Ferrari por sua dedicação em me orientar na construção desse trabalho.

Agradeço aos meus professores do PROFMAT da Unesp de Bauru, pelos ensinamentos compartilhados, pela compreensão e incentivo, em especial a Profa. Dra. Tatiana Miguel Rodrigues pelo apoio, confiança e motivação durante toda a trajetória do curso.

Aos meus colegas de curso, que foram grandes parceiros em todos os momentos, em especial a minha amiga Izabelli, que foi uma grande parceira nessa caminhada. Sou imensamente grata.

Agradeço a todos que direta ou indiretamente contribuíram para a realização desse trabalho.

“Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção.”

Paulo Freire

RESUMO

O conhecimento matemático é de fundamental importância no mundo contemporâneo devido à sua aplicabilidade e à sua colaboração na formação de cidadãos críticos e protagonistas perante à sociedade. Diante das inquietações e indagações dos alunos sobre o uso, a compreensão e a aplicação da matemática no cotidiano, faz-se necessária a busca por soluções para os desafios de uma educação integral, nas quais competências e habilidades sejam desenvolvidas visando garantir as aprendizagens essenciais da educação básica a que todos os estudantes tem direito. Este trabalho tem como objetivo analisar as diferentes perspectivas de ensino de equação de primeiro grau para turmas do sétimo ano do Ensino Fundamental, percorrendo o caminho histórico da Álgebra bem como sua implementação no Brasil e utilizando diferentes propostas metodológicas, seguidas de exemplos, para o ensino da equação de primeiro grau. A partir dessas perspectivas, foram elaboradas cinco sugestões de sequências didáticas voltadas para professores do Ensino Fundamental contemplando as diferentes metodologias de ensino na busca por uma aprendizagem mais significativa e contextualizada.

Palavras-chave: perspectivas de ensino; equação de primeiro grau; ensino fundamental anos finais; sequência didática.

ABSTRACT

Mathematical knowledge is of fundamental importance in the contemporary world due to its applicability and its contribution to the formation of critical and active citizens in society. In light of students' concerns and questions regarding the use, understanding, and application of mathematics in everyday life, it becomes necessary to seek solutions to the challenges of comprehensive education, in which competencies and skills are developed to ensure the essential learning outcomes of basic education to which all students are entitled. This study aims to analyze different perspectives on teaching first-degree equations to seventh-grade classes in elementary education, exploring the historical development of algebra as well as its implementation in Brazil, and employing different methodological approaches, followed by examples, for teaching first-degree equations. Based on these perspectives, five didactic sequence proposals were developed for elementary school teachers, encompassing different teaching methodologies in the pursuit of more meaningful and contextualized learning.

Keywords: teaching perspectives; first-degree equations; final years of elementary education; didactic sequence.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Exemplo de balança de dois pratos com cabide, barbante e prato plástico 27

Figura 2: Balança 29

Figura 3: Balança 30

Figura 4: Balança do *software PhET Simulações Interativas* 31

Figura 5: Tirinha 34

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....14

2 ÁLGEBRA: CONTEXTO HISTÓRICO.....17

2.1 ÁLGEBRA NO BRASIL.....18

2.2 O ENSINO DA ÁLGEBRA SEGUNDO A BNCC.....19

3 TRAJETÓRIA PESSOAL/PROFISSIONAL COM O OBJETO DE PESQUISA.....20

4 DIFERENTES PERSPECTIVAS DE ENSINO DE EQUAÇÃO DE PRIMEIRO GRAU.....22

4.1 CONSTRUTIVISTA BASEADO NA TENTATIVA E ERRO.....22

4.2 MÉTODO TRADICIONAL 25

4.3 MÉTODO DA BALANÇA.....26

4.4 TAREFAS EXPLORATÓRIAS E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS.....32

4.5 MODELAGEM MATEMÁTICA.....38

5 "O X DA QUESTÃO".....43

5.1 A ÁLGEBRA RETÓRICA E AS ORIGENS DA INCÓGNITA.....43

5.2 TRADUÇÕES E A TRANSIÇÃO PARA O SÍMBOLO.....43

5.3 A FORMALIZAÇÃO SIMBÓLICA NA MATEMÁTICA MODERNA.....44

5.4 O papel da notação na compreensão das equações de primeiro grau.....45

6 VANTAGENS E DESVANTAGENS DAS DIFERENTES PERSPECTIVAS.....46

7 SUGESTÃO DE SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS PARA O ENSINO DE EQUAÇÃO DE PRIMEIRO GRAU PARA ALUNOS DO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL.....51

7.1 1ª SEQUÊNCIA DIDÁTICA 51

7.2 2ª SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....53

7.3 3ª SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....56

7.4 4ª SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....62

7.5 5ª SEQUÊNCIA DIDÁTICA.....66

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....70

REFERÊNCIAS.....72

1. INTRODUÇÃO

A Álgebra ocupa um papel central na formação matemática escolar, constituindo-se como linguagem fundamental para a generalização, a abstração e a resolução de problemas. Entre seus conteúdos estruturantes, as equações de primeiro grau destacam-se como um dos primeiros contatos formais dos estudantes com o pensamento algébrico, funcionando como ponte entre a aritmética e conceitos mais avançados. Nesse contexto, compreender as diferentes perspectivas de ensino desse tema torna-se essencial para refletir sobre práticas pedagógicas mais significativas e alinhadas às demandas contemporâneas da educação.

Historicamente, o ensino da Álgebra foi marcado por abordagens predominantemente mecanicistas, centradas na aplicação de regras e procedimentos padronizados, muitas vezes desvinculados de significados concretos para os estudantes. Com o avanço das pesquisas em Ensino de Matemática e das teorias da aprendizagem, novas abordagens passaram a valorizar a compreensão conceitual, a construção ativa do conhecimento e a contextualização dos conteúdos. No cenário brasileiro, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) reforça essa perspectiva ao propor o desenvolvimento do pensamento algébrico desde os anos iniciais, enfatizando a resolução de problemas, a argumentação e a modelagem como eixos estruturantes do ensino.

Em termos conceituais, uma equação algébrica pode ser entendida como uma sentença matemática expressa por igualdade, na qual exista uma ou mais letras aleatórias que representem variáveis ou incógnitas a serem determinadas. No caso das equações do 1° grau, busca-se determinar resultados envolvendo apenas uma variável (incógnita), que deve ser encontrada pelo aluno por meio de técnicas de resolução de problema.

Nesse contexto, essa realidade extremamente desafiadora aos professores da área também é pertinente quando o ponto de análise é a solução de equações do primeiro grau. Hummes, em seus estudos, discorre sobre esse ponto quando destaca o seguinte:

> ao longo das nossas vivências em sala de aula, especialmente com alunos do Ensino Fundamental verificamos que a maioria dos estudantes desta etapa escolar apresenta certa dificuldade em relação à resolução das equações, especificamente as de primeiro grau (Hummes, 2014, p. 27).

Ainda nessa perspectiva, segundo a concepção de Portela,

> a ênfase excessiva no estudo da classificação das equações e das regras para sua resolução, dissociadas dos desafios que mobilizem estudantes e os façam atribuir significado a tudo isso, geram a incompreensão e o desinteresse (Portela, 2016, p. 19).

Cada vez mais, compreende-se, em sala de aula, que ensinar matemática de forma prazerosa, interessante e estimulante para o estudante é, pois, uma atividade funcional que deve perpassar as pedagogias mais conversadoras e para o campo da metodologia inovadora, em especial introduzindo as abordagens para o ensino mais lúdico (SOUSA *et al*., 2020; ALCOBIA, 2021).

A partir dessas observações e os resultados encontrados das experiências realizadas em sala de aula em Ensino de Matemática, é importante se buscar as metodologias alternativas aos métodos tradicionais que possam ser utilizadas para facilitar o entendimento da resolução das equações de 1° grau, assim como dar uma maior significação desse assunto para a solução de problemas de ordem prática.

A mudança no método de ensino, considerada, pois, inovadora e amplamente aplicada às dinâmicas escolares, tende a conferir mais valor à aprendizagem dos estudantes, que é quando uma nova informação adquire um significado a partir de ancoragem em algo significativamente relevante à cognição do indivíduo (MOREIRA, 2011).

Nosso desafio, como professores de matemática, é encontrar o meio-termo entre uma atividade que desperte a curiosidade, desafie o estudante e, ao mesmo tempo, lhe permita construir um conhecimento novo ou desenvolver estratégias de resolução de problemas. Isso demonstra que diferentes didáticas e metodologias podem ser a solução e a resposta para o questionamento trazido por Gardner: “como conservar nossos alunos acordados?”

Diante desse panorama, este trabalho tem como objetivo analisar as diferentes perspectivas de ensino de equações de primeiro grau, considerando tanto abordagens tradicionais quanto metodologias inovadoras. Iniciando pelo Capítulo 2, que traz uma abordagem da Álgebra em seu contexto histórico, assim como sua chegada no Brasil e sua implementação na BNCC. O Capítulo 3, conta sobre a minha trajetória pessoal e profissional com o objeto de pesquisa. No Capítulo 4, trazemos as diferentes perspectivas de ensino de equação de primeiro grau, entre elas, destacam-se a abordagem construtivista, que valoriza o papel ativo do aluno na construção do conhecimento; o método tradicional, ainda amplamente utilizado nas salas de aula; o método da balança de dois pratos, que favorece a compreensão do princípio de equivalência; a resolução de problemas, que insere o conteúdo em contextos significativos; a modelagem matemática, que aproxima a matemática da realidade. No Capítulo 5, trazemos o contexto da utilização de letras (especificamente a letra x) para tratar de quantidades desconhecidas. No Capítulo 6, organizamos uma tabela com vantagens e desvantagens acerca das perspectivas de ensino apresentadas neste trabalho. O Capítulo 7, sugere sequências didáticas que auxiliem o professor no ensino de equação de primeiro grau

para o sétimo ano do Ensino Fundamental. E no Capítulo 8 e último, apresentamos as considerações finais.

2. ÁLGEBRA: CONTEXTO HISTÓRICO

Neste capítulo, apresentamos um estudo da equação do 1º grau, um dos conceitos da Álgebra, considerando sua natureza e evolução histórica, bem como sua legitimação nos documentos oficiais que embasam o ensino da matemática no Ensino Fundamental.

A matemática é uma ciência muito antiga, que vem sendo aprimorada pela humanidade desde períodos bastante remotos da sua história, de acordo com as suas necessidades, a exemplo da contagem, mensuração de terras para construções, conforme evidenciam diversos registros históricos.

Desenvolvemos, neste tópico, uma breve descrição acerca da evolução do conceito de equação ao longo da história entre alguns povos antigos, iniciamos nossa exploração dissertando sobre o movimento das equações entre os babilônios.

Os babilônios viveram na região da Mesopotâmia (atual Iraque), aproximadamente entre 2000 e 1600 a.C.**.** Seu conhecimento matemático está registrado em tábuas de argila, sendo os pioneiros no pensamento algébrico**.** Essa cultura, segundo Eves (2004), destacou-se na trajetória de evolução da equação por ter desenvolvido uma forma de escrita com símbolos abstratos, a qual foi encontrada nos registros deixados em tábuas de barro cozido. Em consequência, os babilônios são conhecidos como infatigáveis construtores de tábuas de cálculos e, em decorrência delas, assim considerados hábeis calculistas". Isso mostra que a Álgebra nasceu da resolução de problemas concretos, antes de se tornar simbólica.

Entre os egípcios, a presença da equação foi identificada nos papirus, os documentos matemáticos mais antigos a que o homem contemporâneo teve acesso, por volta de 1650 a.C.. Eles representam uma das nossas mais ricas fontes de informação sobre a matemática egípcia. O desenvolvimento da Álgebra entre os povos egípcios está profundamente ligado às necessidades práticas da vida cotidiana, especialmente à administração, agricultura e construção, e pode ser considerado um importante passo inicial do pensamento algébrico. Segundo Ribeiro (2007), os métodos de resolução utilizados pelos egípcios nos papirus fazem-se muito presentes nos dias atuais, sobretudo, na perspectiva de ensino aprendizagem baseada na manipulação de regras e algoritmos sem muita preocupação com a discussão dos significados das ideias matemáticas.

A Álgebra evoluiu entre os árabes através de um trabalho teórico intenso atrelado a problemas práticos do comércio, da arquitetura, da astronomia, da geografia e da óptica,

servindo como ponte entre a matemática antiga e a moderna. Boyer (1974) caracteriza o período mais importante por volta de 820 e 830 d. C., quando Muhammad ibn Musa al-Khowarizmi, matemático persa, expressa a Álgebra exclusivamente por palavras. Tal característica foi observada na exposição direta e elementar da resolução de equação presente na obra *IIm al-Jabr Wa al Muqabalah*. Essa obra, segundo o matemático francês, representa aquela que mais colaborou para o estudo das equações, pelo fato da obra ter apresentado pela primeira vez na história da matemática, regras para resolvê-las, sendo o termo *al-jabr,* a operação que soma a ambos os membros da equação termos iguais e o termo *al-muqabalah,* a operação que reduz ou elimina termos iguais de ambos os membros da igualdade.

O estudo histórico do desenvolvimento da Álgebra entre os povos egípcios, babilônios e árabes evidencia que esse campo da matemática não surgiu de forma repentina ou abstrata, mas como resultado de um processo histórico contínuo, impulsionado por necessidades práticas e contextos socioculturais distintos.

2.1 ÁLGEBRA NO BRASIL

Segundo estudiosos da História da Matemática e do Ensino de Matemática, os primeiros estudos em Álgebra no Brasil estão diretamente associados ao processo de colonização portuguesa. Não se observa, nos períodos colonial e imperial iniciais, a constituição de uma tradição matemática autônoma, mas sim a adaptação de saberes produzidos fora do território brasileiro.

De acordo com D'Ambrosio (2001), o ensino da matemática no Brasil colonial tinha caráter essencialmente prático e utilitário, voltado às necessidades administrativas da colônia. Para o autor, a matemática ensinada no Brasil, durante o período colonial, tinha como finalidade atender às exigências do comércio, da navegação e da administração, não se configurando como um saber teórico ou científico.

A consolidação mais efetiva da Álgebra no Brasil ocorre apenas no século XIX, com a chegada da família real portuguesa e a criação das primeiras instituições de ensino superior, como as Academias Militares e Escolas Politécnicas**.** Segundo Valente (2011), é no âmbito da formação militar e técnica que a Álgebra passa a assumir maior sistematicidade no Brasil, alinhada aos manuais franceses então em circulação.

No ensino secundário, a Álgebra difundiu-se por meio de livros didáticos traduzidos ou adaptados, marcados por uma abordagem formalista e abstrata. Esse modelo, segundo D'Ambrosio (2005), contribuiu para a construção de uma visão elitizada da matemática

escolar aonde o ensino da matemática, ao se afastar das práticas culturais dos alunos, reforçou desigualdades e dificultou o acesso ao pensamento algébrico.

Dessa forma, os estudos indicam que a Álgebra no Brasil se desenvolveu de modo tardio, dependente de influências externas e fortemente vinculada a interesses técnicos e administrativos. A compreensão desse percurso histórico é fundamental para analisar criticamente os desafios contemporâneos do ensino de álgebra, especialmente no que se refere à democratização do conhecimento matemático.

2.2 O ENSINO DA ÁLGEBRA SEGUNDO A BNCC

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) concebe a Álgebra como um eixo estruturante da matemática escolar, fundamental para o desenvolvimento do pensamento algébrico, entendido não apenas como a manipulação de símbolos, mas como a capacidade de identificar regularidades, estabelecer relações, generalizar padrões e modelar situações-problema**.**

De acordo com a BNCC, a Álgebra deve ser introduzida de forma progressiva e articulada desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, ampliando-se em complexidade nos anos finais e no Ensino Médio. Já o primeiro contato com uma equação de primeiro grau ocorre no sétimo ano. Nesta fase a competência a ser desenvolvida pelos alunos é resolver e elaborar problemas utilizando equações do primeiro grau. O documento destaca que o estudo da Álgebra possibilita ao estudante desenvolver a capacidade de abstração, de generalização e de argumentação, fundamentais para a compreensão e a resolução de problemas em diferentes contextos.

Nesse sentido, a BNCC rompe com uma visão tradicional da Álgebra como conteúdo restrito ao uso de letras e fórmulas, defendendo uma abordagem que privilegie o raciocínio algébrico antes da formalização simbólica. Embora a matemática seja uma ciência que trabalha essencialmente com raciocínio hipotético dedutivo, com demonstrações baseadas em um conjunto de postulados e teoremas, no ensino fundamental é importante ter um tratamento lúdico da disciplina a partir de recursos concretos para que, através da experimentação, os alunos tirem conclusões e desenvolvam as competências necessárias para os problemas inerentes ao seu cotidiano.

3. TRAJETÓRIA PESSOAL/PROFISSIONAL COM O OBJETO DE PESQUISA

Cursei o Ensino Fundamental e o Ensino Médio ambos em escola pública na cidade de Bariri, interior de São Paulo. A decisão de se tornar professora de matemática veio depois de eu aprender equação de segundo grau, na antiga 8ª série (9º ano) aliada à minha grande admiração pelas professoras Juliana e Silmara, que foram as minhas professoras da 5ª à 8ª série (6º ao 9º ano). Eu tinha facilidade para aprender e paciência para ajudar os colegas que tinham mais dificuldade.

A minha experiência como aluna de Ensino Fundamental na aprendizagem de equação de primeiro grau, retratava uma aprendizagem mecânica e decorativa, na qual, sem justificativas, a minha professora da 7ª série (8º ano) nos instruía a separar letras e números, fixando em nossa mente a regra "letra de um lado e número do outro". Como eu sempre me identifiquei com a matemática e gostava demais dos cálculos, eu fazia o que era proposto por ela e ainda auxiliava meus colegas (dando iniciava ao meu interesse por lecionar). Acredito que, por falta de maturidade e ao mesmo tempo vergonha, não perguntei a ela o porquê dessa regra.

Já no Ensino Médio, a professora Taísa, ensinava com maestria os conteúdos e nos preparava para o vestibular. Eu ainda utilizava o mesmo método de resolução de equação de primeiro grau, acreditando ser o único! Logo após finalizar o Ensino Médio, ingressei no curso de Licenciatura em Matemática, na UNESP de Bauru, em 2011 e finalizei em 2016. Foram 5 anos de grande aprendizado e onde eu realmente pude entender o sentido da regra "letra de um lado e número do outro" e perceber que esse método não era o único.

Em 2017 dei início a minha atuação como professora de matemática de Ensino Fundamental anos finais. Desde então, percebi uma dificuldade dos alunos em lidar com a linguagem algébrica. Situações que envolviam cálculo com expressão algébrica, nas quais apareciam letras, sejam assumindo valor genérico, de incógnita ou funcional, era um horror para os alunos. Essa dificuldade aumentava em situações em que o aluno tinha que ler, interpretar e equacionar uma situação, operando com valores desconhecidos.

Desde então, atuei em escolas públicas e particulares, cada uma com sua especificidade, público característico e material didático, me fazendo repensar a cada conteúdo, qual a melhor maneira de ensinar determinado assunto, qual a melhor didática a ser tomada e quais caminhos trilhar no processo de ensino-aprendizagem.

Enfim, em 2023, eu ingressei no PROFMAT, no campus da UNESP de Bauru, onde eu pude rever alguns professores da graduação e ter novamente a experiência de ser aluna, estudar, realizar trabalhos e além de tudo, trocar experiências com meus colegas, também professores. Cursei todas as disciplinas, fui aprovada na qualificação e agora me encontro na última fase desse processo, que é escrita do trabalho final.

Durante esses 9 anos atuando como professora no Ensino Fundamental anos finais, tive que me reinventar a cada ano, pensando sempre na melhor forma de ensinar, com o intuito do meu aluno aprender significativamente.

Então em 2026 surge mais um novo desafio: ministrar aulas de matemática para a turma da EJA (Educação de Jovens e Adultos) ensino fundamental anos finais, em Bariri. A EJA constitui-se como modalidade da educação básica destinada àqueles que não tiveram acesso ou continuidade de estudos na idade regular, configurando-se como espaço marcado por especificidades pedagógicas, sociais e históricas. No âmbito do Ensino de Matemática, tais especificidades impõem desafios que extrapolam a dimensão puramente didático-conceitual, exigindo do docente uma atuação crítica, contextualizada e socialmente comprometida.

Um dos principais desafios refere-se à heterogeneidade das turmas. Na EJA, coexistem estudantes com diferentes faixas etárias, trajetórias escolares descontínuas e níveis variados de letramento matemático. Essa diversidade implica a necessidade de planejamento flexível, com estratégias de diferenciação pedagógica que considerem tanto lacunas conceituais quanto saberes construídos ao longo das experiências de vida e de trabalho. A ausência de domínio de conteúdos estruturantes, frequentemente compromete a aprendizagem de conceitos mais abstratos, demandando constante retomada e ressignificação de conhecimentos prévios.

Nesse contexto, o professor da EJA assume um papel que ultrapassa a dimensão técnica, configurando como mediador de processos na reconstrução de trajetórias escolares interrompidas, ressignificação de experiências negativas e a promoção de uma educação comprometida. Deste modo, o desafio de ensinar equação, dentre outros conteúdos, se torna ainda maior.

4. DIFERENTES PERSPECTIVAS DE ENSINO DE EQUAÇÃO DE PRIMEIRO GRAU

A ciência matemática já é considerada, por muitos estudantes, uma disciplina desafiadora e complexa, comum à vida escolar desde o Ensino Fundamental e melhor trabalhada em conceitos mais dinâmicos no Ensino Médio. Parte desse pressuposto que evidencia o olhar de dificuldades na disciplina deriva-se do conceito da pedagogia tradicional e conservadora, em que a aprendizagem dos conceitos, das teorias e método de resolução são ainda muito engessados, com pouca aplicabilidade na prática cotidiana dos alunos (MENEZ; LIMA, 2021; VIANA *et al*., 2021).

Até mesmo em equações algébricas do primeiro grau, tema largamente discorrido no contexto deste trabalho de dissertação de mestrado, o conservadorismo no ensino e as diversas abordagens de resolução tornam-se desestimulantes e pouco atrativas e cada vez mais cresce nos alunos, um desinteresse na compreensão e elucidação da disciplina.

Assim, o ensino de equações do primeiro grau no Ensino Fundamental, especialmente nos anos finais, exige mais do que a apresentação de regras operatórias. Trata-se de um momento decisivo na transição do pensamento aritmético para o pensamento algébrico, no qual o estudante precisa compreender a ideia de incógnita, generalização e equivalência.

A seguir, apresentamos uma análise didático-pedagógica das diferentes técnicas e abordagens utilizadas, no ensino da equação de primeiro grau.

4.1 CONSTRUTIVISTA BASEADO NA TENTATIVA E ERRO

A perspectiva construtivista no Ensino de Matemática compreende o processo de aprendizagem como resultado da ação ativa do estudante na construção do conhecimento. Nessa abordagem, o aluno deixa de ser um sujeito passivo que apenas recebe informações e passa a atuar como protagonista na elaboração de significados matemáticos. No ensino de equações de primeiro grau, essa perspectiva pode ser observada quando os estudantes utilizam estratégias exploratórias, como a tentativa e erro, para investigar possíveis soluções de uma situação-problema.

As bases teóricas do construtivismo estão fortemente relacionadas aos estudos de Jean Piaget, que compreende o conhecimento como resultado de um processo de construção progressiva, decorrente da interação entre o sujeito e o meio. De acordo com esse autor, o desenvolvimento cognitivo ocorre por meio de processos de assimilação e acomodação, nos

quais o indivíduo reorganiza seus esquemas mentais diante de novos desafios. Nesse sentido, Piaget afirma que “Conhecer não consiste em copiar o real, mas em agir sobre ele e transformá-lo” (PIAGET, 1978, p. 17).

Aplicado ao ensino da Álgebra, esse princípio sugere que os estudantes precisam ter a oportunidade de experimentar, formular hipóteses e testar possibilidades ao resolver problemas matemáticos. A estratégia de tentativa e erro, nesse contexto, permite que o aluno explore diferentes valores para a incógnita até encontrar aquele que torna a igualdade verdadeira. Esse processo investigativo contribui para a compreensão do significado da equação e do papel da incógnita como elemento desconhecido que deve ser determinado.

Considere, por exemplo, a equação: $x + 5 = 12$.

Em uma abordagem tradicional, o professor poderia apresentar diretamente o procedimento algébrico para isolar a incógnita. Entretanto, sob uma perspectiva construtivista, é possível incentivar os estudantes a experimentar diferentes valores para x , verificando quais deles satisfazem a igualdade proposta. Ao testar valores como 4, 6 ou 7, o estudante percebe que apenas $x = 7$ torna a sentença verdadeira. Dessa forma, o processo de resolução passa a ser compreendido como uma investigação matemática.

Essa abordagem também dialoga com as contribuições de Lev Vygotsky, que enfatiza o papel da interação social e da mediação pedagógica no desenvolvimento da aprendizagem. Para esse autor, o conhecimento é construído nas relações sociais e posteriormente internalizado pelos indivíduos. Nesse sentido, a discussão coletiva das estratégias utilizadas pelos estudantes pode favorecer a construção de significados matemáticos mais elaborados. Conforme destaca Vygotsky (1998), o aprendizado ocorre inicialmente no plano social para, posteriormente, consolidar-se no plano individual.

No campo específico da Resolução de Problemas matemáticos, os estudos de George Pólya também oferecem contribuições relevantes. Para esse autor, a Resolução de Problemas envolve etapas como compreensão da situação, elaboração de um plano, execução e verificação da solução. Durante esse processo, estratégias exploratórias, como testar valores e analisar resultados, podem auxiliar o estudante na descoberta de padrões e relações matemáticas. Segundo Pólya (2006), a aprendizagem matemática se fortalece quando os estudantes são incentivados a investigar diferentes caminhos para chegar a uma solução.

Contudo, é importante destacar que essa estratégia apresenta limitações quando utilizada de forma isolada. Em equações mais complexas, o método pode tornar-se pouco

eficiente. Nesse sentido, o papel do professor consiste em mediar o processo de aprendizagem, conduzindo os estudantes da exploração inicial para a formalização dos procedimentos algébricos. Assim, a tentativa e erro pode ser compreendida como uma etapa de investigação que antecede a sistematização do método algébrico.

Exemplo 1: “Um número somado com 7 resulta em 20. Qual é esse número?”

O professor não apresenta a equação de imediato. Incentiva os alunos a testar valores:

- Tentativa 1: Se o número for 10
  → 10 + 7 = 17 (menor que 20)
- Tentativa 2: Se o número for 12
  → 12 + 7 = 19 (ainda menor)
- Tentativa 3: Se o número for 13
  → 13 + 7 = 20 (correta)

Depois das tentativas, o professor apresenta a equação: $x + 7 = 20$. Então conduz os alunos a perceberem que o valor encontrado $x = 13$ é a solução.

Exemplo 2: “Um número multiplicado por 3 resulta em 27. Qual é esse número?”

O professor não apresenta a equação de imediato. Incentiva os alunos a testar valores:

- Tentativa 1: Se o número for 5
  → 5 × 3 = 15 (menor que 27)
- Tentativa 2: Se o número for 7
  → 7 × 3 = 21 (ainda menor)
- Tentativa 3: Se o número for 9
  → 9 × 3 = 27 (correta)

Depois das tentativas, o professor apresenta a equação: $3x = 27$. Os alunos verificam que o valor encontrado $x = 9$ satisfaz a equação.

Dessa forma, a perspectiva construtivista contribui para o ensino de equações do primeiro grau ao valorizar o processo de construção do conhecimento, incentivar a investigação matemática e reconhecer o erro como parte integrante da aprendizagem. Ao permitir que os estudantes explorem diferentes estratégias de resolução, essa abordagem favorece uma compreensão mais significativa dos conceitos algébricos e fortalece o

desenvolvimento do raciocínio matemático, o que pode levá-lo, gradualmente, à compreensão de procedimentos algébricos mais sistemáticos

4.2 MÉTODO TRADICIONAL

Historicamente, o ensino de equações foi marcado por procedimentos algorítmicos sintetizados na regra informal "passa para o outro lado trocando o sinal". Embora tal estratégia possa produzir resultados corretos em termos operacionais, ela tende a obscurecer a compreensão das propriedades da igualdade e das transformações equivalentes. Conforme argumenta George Pólya (1978), a aprendizagem matemática deve privilegiar a compreensão dos processos envolvidos na Resolução de Problemas, e não apenas a execução automática de técnicas. Nesse sentido, resolver uma equação implica compreender que se trata de uma relação de equivalência entre dois membros, cuja solução decorre da aplicação de operações que preservam essa equivalência.

A equação de primeiro grau é, dessa forma, definida por Oliveira (2017) como uma equação algébrica, escrita da forma moderna, $ax + b = 0$, onde x é a incógnita (com grau um, daí a sua nomenclatura) e a e b são números reais e $a \neq 0$, tem como solução $x = -\frac{b}{a}$. Essa solução é obtida fazendo operações válidas em ambos os membros da igualdade, a fim de conservá-la. Ou seja, $ax + b = 0 \Leftrightarrow ax + b - b = 0 - b \Leftrightarrow ax = -b \Leftrightarrow \frac{ax}{a} = \frac{-b}{a} \Leftrightarrow x = -b$

Exemplo 1: Resolva a equação $4x - 15 = x - 3x + 3$.

No método tradicional a equação $4x - 15 = x - 3x + 3$ seria resolvida da seguinte forma:

1. Somando os termos semelhantes "x" e "$-3x$": $4x - 15 = -2x + 3$

2. Separando letra e número, assim "passa o -15 do outro lado para ficar +15":

$4x = -2x + 3 + 15$

3. Agora "passa o $-2x$ para esse lado para ficar $+2x$ para isolarmos incógnitas e números em membros distintos: $4x + 2x = 3 + 15$

4. Efetuando as operações de termos semelhantes: $6x = 18$

5. Visto que o 6 está multiplicando o x, "passa ele dividindo o 18": $x = \frac{18}{6}$

6. Chegando em $x = 6$.

De forma geral, esse processo de ensino-aprendizagem é apresentado, em sala de aula, pelo professor na qualidade de um conjunto de "regras" a serem seguidas, a fim de que os alunos decorem, tal qual versa a pedagogia tradicional, ainda fundamentada em métodos de memorização e reduzido uso do raciocínio lógico-dedutivo. Sobre isso, ressalta Ponte:

> Para os alunos, a principal razão do insucesso na disciplina de Matemática resulta desta ser extremamente difícil de compreender. No seu entender, os professores não a explicam muito bem nem a tornam interessante. Não percebem para que serve nem porque são obrigados a estudá-la. Alguns alunos interiorizam mesmo desde cedo uma autoimagem de incapacidade em relação à disciplina. De um modo geral, culpam-se a si próprios, aos professores, ou às características específicas da matemática (Ponte, 1994, p. 2).

Nesses ambientes de aprendizagem, as regras apresentadas geralmente são as seguintes: antes da igualdade, deve-se manter as incógnitas (estas apresentadas aos alunos como letras) e, após a igualdade, devem ficar os números; quando um termo está no membro ao qual não pertence, mudar o termo para o qual ele pertence, mudando o sinal; caso fique um número acompanhando a "letra", esse valor é transportado para o outro membro da equação, dividindo o valor que lá se encontra.

Um exemplo de dúvida comum, que surge entre os estudantes, por apenas decorar essas regras e não as compreender em contexto mais lógico e situacional, é, ao deparar-se com a seguinte situação:

Exemplo 2: Resolva a equação $10x = 2$.

O resultado correto seria $x = \frac{2}{10}$, onde, ao ser simplificada a uma fração irredutível, chega-se a $x = \frac{1}{5}$. Dentro da mesma questão simples de Álgebra, é absolutamente comum e errôneo, o estudante chegar ao resultado de $x = \frac{10}{2}$, ou seja, $x = 5$, dentre muitas outras confusões que os professores estão acostumados a presenciar.

Nesse sentido, o método tradicional é eficiente no ensino do "algoritmo prático", porém ele costuma falhar na construção do pensamento algébrico onde a habilidade de raciocinar sobre as relações de igualdade acaba ficando esquecida.

4.3 MÉTODO DA BALANÇA

Uma forma prática de ajudar os estudantes com dificuldade para resolver equações do primeiro grau seria, evidentemente, apresentar a relação entre as técnicas de resolução e o funcionamento da balança de dois pratos pois, por se tratar de um objeto que terão a chance

de manipular, implicaria em uma compreensão mais simples do problema matemático e a sua consequente resolução lógica, tal qual afirma Mateus:

> A utilização de balanças é também estratégia interessante e que pode ser utilizada com os alunos que apresentam maior dificuldade na resolução de equações. O fato de poderem imaginar objeto que conhecem, pode tornar mais simples a compreensão dos princípios de equivalência com a analogia com o "equilíbrio" dos pratos na balança que se tem de manter sempre de passo para passo ao longo de toda a resolução. Esta é uma ferramenta que deveria existir nas escolas para que os professores as pudessem utilizar com uma maior regularidade, pois torna-se mais simples para os alunos compreender os acontecimentos se tiverem a oportunidade de ver (Mateus, 2018, p. 73).

A abordagem conceitual fundamentada na metáfora da balança constitui recurso didático relevante para explicitar a ideia de equilíbrio inerente à igualdade. Ao representar cada membro da equação como um "prato" de uma balança, evidencia-se que qualquer operação realizada em um lado deve ser igualmente aplicada ao outro, sob pena de romper a equivalência. Essa representação favorece a construção do significado das transformações algébricas e contribui para a superação de erros recorrentes, como a realização de operações em apenas um dos membros.

Figura 1: Exemplo de balança de dois pratos com cabide, barbante e prato plástico.



Fonte: arquivo pessoal

Ao ter esse contato visual com a balança espera-se que ele consiga interiorizar e compreender procedimentos para resolver uma equação de primeiro grau abandonando a resolução apenas por repetição de procedimentos que ele foi forçado a decorar muitas vezes sem compreendê-los.

É importante que o aluno compreenda que o sinal de igualdade (=) significa a equivalência entre os dois valores que estão no primeiro e segundo membros da equação. Sobre esse entendimento matemático e lógico, Ponte, Branco e Matos destacam o seguinte trecho:

> Desde cedo que se deve procurar promover nos alunos a compreensão do sinal de igual como indicando equivalência entre duas quantidades. A situação das balanças em equilíbrio ajuda a desenvolver essa compreensão e a promover o surgimento de estratégias informais para a resolução de equações que os alunos devem conseguir justificar. Muitas vezes, estas estratégias permitem estabelecer relações com a representação da situação em linguagem algébrica e com os princípios de equivalência (Ponto, Branco e Matos, 2009, p. 106-107).

Também deve haver a compreensão de que para conservação desse equilíbrio na balança de dois pratos, o que for retirado ou acrescentado em um prato de uma balança, deve ser repetido no outro prato, a fim de que o equilíbrio igualmente se mantenha.

De maneira análoga, esse procedimento é aplicado nas equações de primeiro grau, com o fim de estimular a transformação da equação em uma mais simples, para obter-se o valor da incógnita. Segundo Imenes:

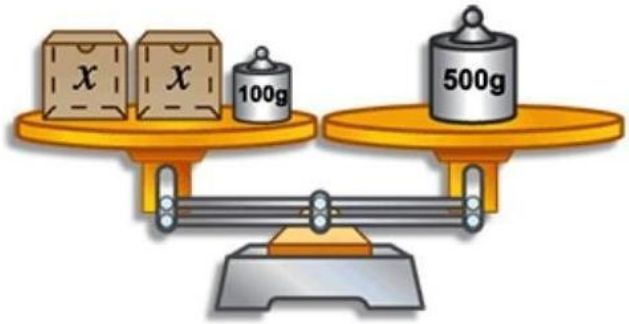
> Nas balanças, você pode tirar ou acrescentar pesos iguais nos dois pratos, sem alterar o equilíbrio. Nas igualdades é parecido: você pode somar ou subtrair um mesmo número dos lados, mantendo a igualdade. E mais: pode multiplicar ou dividir os dois lados por mesmo número, mantendo a igualdade (Imenes, 2012, p. 210).

Essa comparação é defendida por Carraher e Schliemann (1989), que concluíram, ao estudar vendedores de feira que utilizavam esse tipo de balança no cotidiano, que foi desenvolvida intuitivamente a ideia de manipulação de medidas e de equivalências, que é a base para compreender alguns conceitos de Álgebra e equações. Por exemplo, segundo a concepção de Lima (2019), na equação $3x + 10 = 100$, aplicando a ideia da balança, é possível retirar 10 de ambos os "pratos", obtendo a equação $3x = 90$ e, dividindo ambos os valores restantes em cada "prato" por 3, por fim, chega-se ao seguinte resultado da incógnita: $x = 30$.

Vamos para alguns exemplos usando a imagem da balança:

Exemplo 3: Encontre o valor de x na balança abaixo:

Figura 2: Balança



Fonte: https://brainly.com.br/tarefa/37311859 . Acesso dia 02 de abril de 2026.

Analisando a balança, sem pensar em uma construção da estrutura algébrica de uma equação de primeiro grau, vemos que o "peso x" de duas caixinhas mais 100g, representa o mesmo peso de 500g. Intuitivamente e até mentalmente, o aluno pode testar valores até encontrar o "peso de x", ou ainda, pensar na seguinte questão: qual o número que somado com ele mesmo, acrescido de 100 é igual a 500? Por parte do professor que nesse momento atua como mediador, vale a pena ressaltar que o "peso x" é o mesmo para ambas as caixinhas e que também, a unidade de medida gramas (g) está sendo usada simbolicamente, não afetando no valor da incógnita "x".

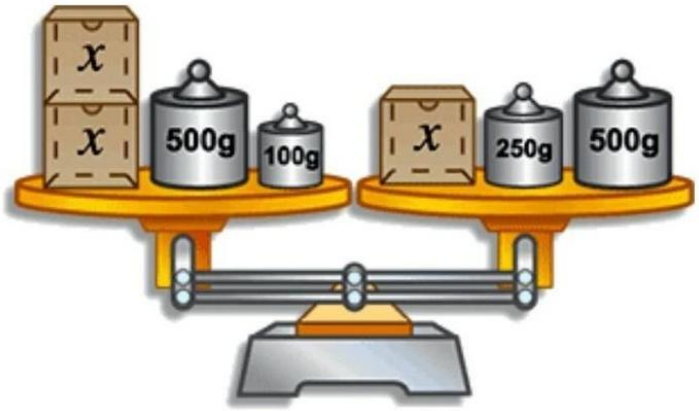
Agora, realizando uma leitura algébrica, o professor pode auxiliar na montagem da equação em conjunto com a turma, realizando os passos:

1. A equação que representa a situação: $x + x + 100 = 500$.
2. Usando a ideia de "retirar 100 de ambos os pratos" para manter o equilíbrio: $x + x = 400$.
3. Somando os termos semelhantes: $2x = 400$.
4. Logo, dividindo os dois termos dos pratos por 2, chegando em: $x = 200$.
5. Logo, o "peso x" equivale a 200g.

O interessante nessa prática pedagógica é que o professor incentive a autonomia intelectual do aluno, concebido como aluno protagonista no processo de aprendizagem. E o mais interessante é que, ao aluno se deparar com a imagem, começa a fazer estimativas do valor representado pelo "x". Alguns realizam o cálculo mental, já outros começam a construir a ideia das operações de adição e subtração.

Exemplo 4: Encontre o valor de x na balança abaixo:

Figura 3: Balança



Fonte: https://www.matematica.pt/faq/resolver-equacoes.php . Acesso dia 2 de abril de 2026.

Nesse exemplo o "peso x" aparece em ambos os pratos da balança, juntamente com outros pesos indicados pela unidade de medida gramas (g). Considerando que a balança está em equilíbrio, a massa dos dois pratos é equivalente. Assim:

1. A equação que representa a situação: $x + x + 500 + 100 = x + 250 + 500$.
2. Usando a ideia de "retirar 500" de cada prato: $x + x + 100 = x + 250$.
3. Mais uma vez, "retirar 100" de cada prato (poderia ter feito esse processo junto com o anterior): $x + x = x + 150$.
4. Desta vez, "retirar x de cada prato": $x = 150$
5. Logo, o "peso x" equivale a 150g.

Em seu texto, Lima (2019) afirma que a analogia da balança de dois pratos não poderia ser usada na equação $3x + 100 = 10$, por não ser possível de se retirar 100 de cada prato, já que, no segundo membro da equação, tem apenas 10, e que essa analogia só poderia ser aplicada corretamente ao se trabalhar no conjunto dos números naturais. Todavia, ressalta-se que o objetivo deste trabalho não é que a equação seja sempre comparada à balança, mas sim conseguir entender técnicas de resolução de uma equação por meio do uso da comparação.

Esse método é excelente para a introdução e construção do conceito de equação, mas deve ser complementado com outros métodos algébricos, à medida que as equações se tornam mais complexas e envolvam números negativos, por exemplo.

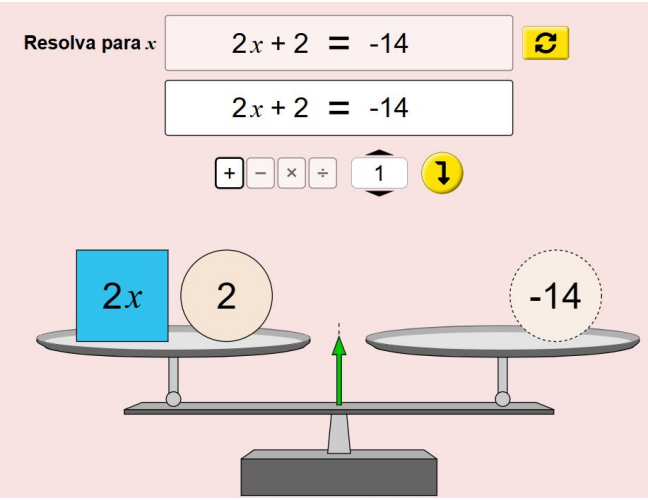
Apesar de ser uma ideia abordada nos livros didáticos da atualidade e utilizada por alguns professores em suas práticas docentes, essa comparação entre a balança de dois pratos e equação de primeiro grau já é feita há bastante tempo e, nesse sentido, foi problematizada em livro publicado pelo famoso matemático Al Khwarizmi, tal qual como dito por Bonadiman:

> A palavra Álgebra é uma variante latina da palavra árabe aljabr usada no título do livro Al-jabr wa'l muqadalah, escrito por Mohammmed ibn-Musa al Khwarizmi, um matemático persa nascido por volta de 800 d.C. em Khwarizmi, atualmente no Uzbequistão, e que viveu em Bagdá. O livro tratava de equações e o título referia-se à ideia de imaginar uma equação como balança em equilíbrio, considerada como um sistema para /resolver problemas matemáticos que envolvam números desconhecidos (Bonadiman, 2007, p. 127).

Há, também, estudos atuais que defendem o uso de *softwares* matemáticos que simulam a balança de dois pratos, como objeto facilitador de aprendizagem, tendo em vista os impactos das tecnologias de informação e comunicação em diversos segmentos, inclusive no campo da educação e pedagogia de ensino. O *software* ***PhET Simulações Interativas (Equality Explorer)***, é um jogo para visualização intuitiva de equação. Pode ser acessado em https://phet.colorado.edu/pt_BR/.

Nele, é possível resolver e manipular equações algébricas aplicando propriedades de números reais (em particular, as propriedades inversas de adição e multiplicação) e propriedades de igualdade.

Figura 4: Balança do *software PhET Simulações Interativas*



Fonte: https://phet.colorado.edu/pt_BR/simulations/filter?subjects=math-and-statistics&type=html
Acesso em 2 de abril de 2026.

Podemos citar como exemplo também animações de balanças de dois partos feitas no *software* Geogebra que é uma alternativa de ensino de equações de primeiro grau para modalidade EAD ou uma alternativa à forma tradicional de abordar esse conteúdo nas aulas de matemática.

4.4 TAREFAS EXPLORATÓRIAS E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

A Resolução de Problemas há algum tempo vem sendo discutida no Ensino de Matemática (ONUCHIC; ALLEVATO, 2004) como uma metodologia de ensino que permite a participação ativa do aluno, possibilitando a elaboração de perguntas, formulação de conjecturas e a comparação de resultados, colaborando com o desenvolvimento da habilidade de fazer generalizações. Dessa forma, o aprendizado dos conteúdos matemáticos acontece de forma mais interativa e significativa, uma vez que problemas contextualizados podem dar sentido ao que está sendo aprendido e exigem o pensamento produtivo do aluno, ao invés de apenas repetição de rotinas aprendidas. De acordo com os PCN (Parâmetros Curriculares Nacionais)

> A Resolução de Problemas, na perspectiva indicada pelos educadores matemáticos, possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão a seu alcance. Assim, os alunos terão oportunidade de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos bem como de ampliar a visão que têm dos problemas, da matemática, do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança (SCHOENFELD, 1985 apud BRASIL, 1998, p. 40).

Nesse sentido, a resolução de problemas, termo amplamente difundido na área das ciências exatas, é definida como estratégia de quando o estudante se depara com uma situação na qual ele deve elaborar um passo a passo para conseguir calcular a incógnita solicitada na situação.

Assim, por meio da resolução de problemas, o indivíduo abre-se para um rol de possibilidades em que deve encontrar soluções eficientes para problemas do cotidiano, de situações que permeiam a vida social, utilizando, para tal, o raciocínio, a racionalidade e os fundamentos matemáticos conhecidos por este estudante. A resolução de problemas, no campo algébrico, é elementar aos argumentos anteriores, tendo em vista a necessidade de se construir a linha de pensamento matemático que evidencie e solucione problemas algébricos, isto é, encontre os valores para substituir as variáveis comuns (incógnitas) (SOUSA; PROENÇA, 2019; COSTA; SILVA, 2022).

Agregando às ideias de Hilário *et al*. (2021), esses problemas podem ser quebra-cabeças, labirintos e também atividades envolvendo ilusões com imagens, que são materiais que possibilitam várias abordagens para chegar a sua solução, além de envolver desafios, diversões e frustrações.

Ainda no que compete ao mesmo aparato, os PCNs (Parâmetros Curriculares Nacionais) enunciam o seguinte:

> Resolução de Problemas é um caminho para o ensino de matemática que vem sendo discutido ao longo dos últimos anos. A História da Matemática mostra que ela foi construída como resposta a perguntas provenientes de diferentes origens e contextos, motivadas por problemas de ordem prática (divisão de terras, cálculo de créditos), por problemas vinculados a outras ciências (Física, Astronomia), bem como por problemas relacionados a investigações internas à própria matemática (BRASIL, 1997, p. 42).

A proposta é trabalhar o conteúdo equações de primeiro grau, na abordagem da resolução de problemas, tendo o problema como ponto de partida. O que buscamos explorar está baseado na ideia de generalização. O uso de problemas para iniciar o estudo da Álgebra, tem a possibilidade de promover mecanismos que levem a pensar nas letras que representam números (SESSA, 2009). A partir das estratégias elaboradas pelos alunos para solucionar os problemas, busca-se a construção do significado de como e por que se usa letras em matemática e sanar (quando necessário) dificuldades advindas da aritmética.

A resolução de problemas é uma das possibilidades de ensinar matemática, que propõe a construção do conhecimento a partir do aluno, cabendo ao professor ser o mediador, o fazedor das perguntas, questionamentos que incitem os alunos a refletir sobre suas ideias, corretas ou incorretas.

As etapas/fases pelas quais se processa o pensamento durante a busca pela solução de um problema, foram tratadas por diversos autores e de acordo com revisão elaborada por Brito (2010) temos: 1) representação: que se refere ao entendimento do problema; 2) planejamento: consiste em elaborar formas de encontrar a solução; 3) execução: está relacionada aos procedimentos estabelecidos no planejamento, como um desenho, cálculos; 4) monitoramento: consiste na validação dos dados obtidos. Observemos o exemplo 5:

Exemplo 5: Leia a tirinha e responda: Quantos são os irmãos de Marcos?

Figura 5: Tirinha



Fonte: Cardoso, Patrícia Costa

A tirinha apresentada constitui uma situação-problema que pode ser analisada sob a perspectiva das etapas de resolução propostas por Brito: representação, planejamento, execução e monitoramento. Tal organização permite compreender o processo cognitivo mobilizado pelo estudante na construção da solução. Assim:

1. Representação: A etapa da representação refere-se à compreensão da situação enunciada e à tradução do texto em linguagem matemática. Na tirinha, o personagem afirma: “Se subtrairmos 3 do dobro de x, obtemos 5.”

   Nesse momento, o estudante precisa:

- Identificar que "x" representa a quantidade de irmãos;
- Compreender que “dobro de x” corresponde a $2x$;
- Interpretar que “subtrair 3 do dobro de x ” implica construir a expressão $2x - 3$;
- Reconhecer que “obtemos 5” indica uma igualdade.

  A representação simbólica da situação, portanto, é: $2x - 3 = 5$

Essa etapa é fundamental, pois eventuais equívocos na interpretação linguística comprometem as fases subsequentes da resolução.

2. Planejamento: O planejamento consiste na definição de estratégias para encontrar a solução da equação. Nesse caso, o estudante deve reconhecer que se trata de uma equação do primeiro grau e que não há apenas uma única resolução, mas sim uma pluralidade de estratégias pelas quais o aluno pode explorar na formação do pensamento algébrico,

tornando esse planejamento didaticamente muito importante. Seguem abaixo algumas estratégias que podem ser tomadas:

2.1. Isolar a incógnita: Eliminar o termo "$\mathbf{-3}$", adicionando $\mathbf{3}$ em ambos os membros e, em seguida, dividir ambos os membros por 2, que é o coeficiente da incógnita, obtendo $\boldsymbol{x = 4}$.

2.2. Tentativa e verificação: Supor valores para "$\boldsymbol{x}$", depois testar na expressão "dobro menos 3" e verificar qual valor produz 5. Esse planejamento mobiliza raciocínio numérico e pode ser especialmente produtivo nos anos iniciais do contato com equações ou na EJA, pois parte do concreto para o formal, com um grande potencial didático: favorece compreensão antes da formalização algébrica. Esse tópico será abordado posteriormente nesse trabalho.

2.3. Raciocínio reverso: O aluno pode pensar que, se o resultado final é 5 e antes foi subtraído 3, então o valor anterior deveria ser 8. Logo o dobro de $\boldsymbol{x}$ é 8. Portanto, $\boldsymbol{x}$ é a metade de 8. Assim, $\boldsymbol{x = 4}$. Aqui o estudante resolve o problema "de trás para frente", estratégia fortemente relacionada ao pensamento algébrico relacional.

2.4. Método da balança: O aluno pode imaginar uma balança equilibrada, com um lado do prato com massa "$\mathbf{2x - 3}$" e no outro prato "5". Para equilibrar, acrescenta-se 3 em ambos os pratos, obtendo "$\mathbf{2x}$" em um prato e "$\mathbf{8}$" no outro. Depois divide-se a massa em duas partes iguais. Assim, chega-se em $\boldsymbol{x = 4}$. Esse planejamento com representação visual, como já foi abordado acima neste trabalho, enfatiza a ideia de equilíbrio e equivalência, reforçando o significado estrutural da igualdade.

Fazendo uma reflexão didática acerca da existência de múltiplos planejamentos possíveis concluímos que a resolução de equações não é um processo único e rígido, pois quando o professor valoriza diferentes estratégias, ele amplia a participação dos estudantes, legitima formas variadas de pensar, favorece o desenvolvimento da autonomia e protagonismo do estudante, para que o mesmo justifique seus caminhos.

3. Execução: A execução corresponde à realização efetiva dos procedimentos planejados. Nesse momento, mobilizam-se procedimentos algébricos formais que materializam a estratégia previamente delineada.

4. Monitoramento: O monitoramento consiste na verificação da coerência da resposta obtida, validando se ela satisfaz as condições iniciais do problema. Substituindo $x =$

4 na expressão original: $2.4-3=8-3=5$. Como a igualdade é satisfeita, conclui-se que o valor encontrado é válido.

Explorando a evolução das equações ao longo do tempo, um personagem aparece no contexto das equações diofantinas: Diofanto de Alexandria, considerado o pai da Álgebra. Embora ele não tenha sido o primeiro a trabalhar com esse tipo de equação, pode ter sido o primeiro a utilizar a notação algébrica e por isso teve seu nome atribuído às equações diofantinas como uma homenagem, menciona Eves (2004). Não se sabe ao certo quando ele nasceu e nem sua nacionalidade; alguns historiadores, inclusive, salientam a forma como escrevia, pois era diferente dos padrões da matemática grega, que utilizava a geometria na resolução dos problemas, assemelhando-se mais à Álgebra babilônica no que se refere à resolução de equações, segundo Rocque e Pitombeira (1991).

O que se encontra nas fontes históricas sobre a vida pessoal de Diofanto é um enigma gravado no seu túmulo que, segundo Guelli (1995), foi escrito por Hipatia[1], primeira matemática mulher da história.

Exemplo 6: Leia o enigma sobre a vida de Diofanto e determine quantos anos ele viveu:

"*Deus lhe concedeu ser um menino pela sexta parte de sua vida, e somando uma duodécima parte a isto cobriu-lhe as faces de penugem. Ele lhe acendeu a lâmpada nupcial após uma sétima parte, e cinco anos após seu casamento concedeu-lhe um filho. Ai! infeliz, criança tardia; depois de chegar a metade da vida de seu pai, o destino frio o levou. Depois de consolar sua dor com a ciência dos números por quatro anos, ele terminou sua vida. (BOYER, 1974, p. 130)"*

A solução desse enigma pode ser encontrada através de uma equação, onde o x representa a idade de Diofanto. Seguindo as descrições, temos:

1. Deus lhe concedeu ser um menino pela sexta parte de sua vida: $\frac{x}{6}$;
2. e somando uma duodécima parte a isto cobriu-lhe as faces de penugem: $\frac{x}{6}+\frac{x}{12}$;
3. Ele lhe acendeu a lâmpada nupcial após uma sétima parte: $\frac{x}{6}+\frac{x}{12}+\frac{x}{7}$;
4. e cinco anos após seu casamento concedeu-lhe um filho: $\frac{x}{6}+\frac{x}{12}+\frac{x}{7}+5$;

[1] Filha de Theon, matemático, filósofo e um dos últimos diretores do Museu de Alexandria, foi morta de forma violenta em 415.

5. Ai! infeliz, criança tardia; depois de chegar a metade da vida de seu pai, o Destino frio o levou: $\frac{x}{6}+\frac{x}{12}+\frac{x}{7}+5+\frac{x}{2}$;
6. Depois de consolar sua dor com a ciência dos números por quatro anos, ele terminou sua vida: $\frac{x}{6}+\frac{x}{12}+\frac{x}{7}+5+\frac{x}{2}+4=x$.

Para realizar os cálculos deste problema, levaremos em consideração que os alunos já aprenderam adição de frações. Assim, o primeiro passo é encontrar o mmc (2, 6, 7, 12) = 84.

Em seguida, transformar as frações do problema em frações equivalentes com denominador 84:

$$\frac{14x}{84}+\frac{7x}{84}+\frac{12x}{84}+\frac{420}{84}+\frac{42x}{84}+\frac{336}{84}=\frac{84x}{84}\Leftrightarrow$$

$$14x+7x+12x+420+42x+336=84x\ \Leftrightarrow$$

$$756=84x-14x-7x-12x-42x\Leftrightarrow$$

$$756=9x\Leftrightarrow$$

$$\frac{756}{9}=x\Leftrightarrow$$

$$x=84$$

Logo, a idade encontrada é 84 anos.

Ao iniciarmos um conteúdo utilizando o problema como ponto de partida, contribuímos no sentido de trazer significado ao conteúdo. Permitir ao aluno expor as formas de resolução possibilita a interação entre os colegas, uma vez que os mesmos falam e ouvem as estratégias utilizadas, o que estabelece uma discussão que possibilita a articulação com o conteúdo proposto. Desta forma considera-se que a construção do significado de equações polinomiais do primeiro grau, é possível via a resolução de problemas, os desafios advindos da aritmética, como o algoritmo das operações fundamentais, múltiplos de um número, entre outros, e as dificuldades relacionadas a interpretação dos problemas, a transição da linguagem natural para linguagem algébrica, conforme apontam Sessa (2009); Santana e Nogueira (2009).

Traçamos por objetivo investigar se, por meio de tarefas exploratórias e resolução de problemas, é possível compreender a substituição de um problema matemático por uma letra. Neste percurso, destaca-se que os problemas abordados possibilitam utilizar diferentes estratégias de resolução como: tentativas, cálculo mental, raciocínio reverso, resolução por estimativas e outras formas. Este modo possibilita a articulação das estratégias apresentadas pelos alunos, valorizando a participação dos mesmos no desenvolvimento dos conceitos, bem como, propicia a observação e generalização de alguns casos, permitindo escrever expressões algébricas para representar regularidades e situações em geral. É oportuno evidenciar atividades que provocam erros nos cálculos, sendo necessário retomar alguns conteúdos de aritmética, considerados como pré-requisitos.

Desse modo, constata-se que a elaboração de problemas, a participação ativa do aluno no processo de construção do conhecimento e a mediação do professor, requer uma postura diferenciada de ambos, e esta condição satisfaz nossa questão inicial e, constatamos que há contribuições (o aluno participa na construção do conceito) e desafios (dificuldades em resolver operações) no ensino de equações de primeiro grau, identificados em sala de aula na abordagem da resolução de problemas no processo ensino-aprendizagem.

4.5 MODELAGEM MATEMÁTICA

Diferentemente da resolução de problemas, a modelagem matemática foca no processo de construção de uma representação matemática para uma situação real complexa, indo do mundo real para o mundo matemático, a qual desempenha um papel fundamental na compreensão e interpretação de situações do cotidiano. No contexto educacional, torna-se essencial desenvolver estratégias de ensino que possibilitem aos estudantes relacionar os conceitos matemáticos com problemas reais. Nesse sentido, a modelagem matemática surge como uma metodologia que contribui para tornar o aprendizado mais significativo, pois permite transformar situações do mundo real em representações matemáticas.

De acordo com estudos na área do Ensino de Matemática, a modelagem possibilita que o aluno investigue problemas, formule hipóteses, construa modelos e interprete resultados, desenvolvendo não apenas habilidades matemáticas, mas também pensamento crítico e autonomia. Assim, conteúdos tradicionais, como equações de primeiro grau, podem ser trabalhados a partir de situações contextualizadas que aproximam a matemática da realidade do estudante.

Dessa forma, este subtópico tem como objetivo apresentar e analisar situações-problema que envolvem equações de primeiro grau, resolvidas por meio da modelagem matemática, evidenciando como essa abordagem pode contribuir para o processo de ensino e aprendizagem da matemática.

Segundo a BNCC, o conhecimento matemático é essencial para todos os estudantes do ensino fundamental, pois tem grande aplicação na resolução de problemas e situações que emergem na sociedade contemporânea e contribuem para a formação de uma mente crítica e consciente de suas responsabilidades em sociedade. A BNCC tem como hipótese pedagógica a ideia de que todos podem aprender matemática. Sendo assim o documento propõe que o desenvolvimento de competências e habilidades devem permitir que o aluno perceba a importância dessa área na vida pessoal e social, de modo que haja ampliação nas formas do pensar matematicamente para além dos cálculos numéricos.

Entre os principais acréscimos trazidos pela BNCC no Ensino de Matemática está o enfoque no letramento matemático, quem tem essencialmente o papel de estimular a pesquisa de forma prazerosa, para soluções de problemas inerentes ao cotidiano dos estudantes.

> O Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. (BRASIL, 2017, p. 266).

O documento também propõe, como meio para desenvolver o letramento matemático, os processos de resolução de problemas, investigação, desenvolvimento de projetos e modelagem. Tais processos, por sua vez, estão relacionados aos caminhos da matemática:

> processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental. Esses processos de aprendizagem são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação) (BRASIL, 2017, p. 266).

A BNCC entende que o ensino de matemática, por meio da resolução de problemas, leva o aluno do Ensino Fundamental a articular diferentes áreas da matemática e também desenvolve a capacidade de agir matematicamente nas mais diversas situações, dentro e fora da escola. De acordo com Sandré e Guerra (2018), a noção de Letramento Matemático nos encaminha ao encontro da noção de Modelagem Matemática.

Dentre as vertentes abordadas, iremos destacar as que mais se relacionam ao conceito de Modelagem Matemática, por ser o foco desse subtópico. O Aritmeticismo[2], sendo a primeira vertente, tem como objetivo de trabalhar exclusivamente números, operações aritméticas e uma relação de igualdade. Para o autor tal vertente é entendida como "modelar, em números, o que naturalmente implica a utilização das operações aritméticas a fim de produzir as relações que constituem o modelo" (1992, p.12). Sendo assim, o objetivo do trabalho é, principalmente, os números, as operações aritméticas e uma relação de igualdade.

De acordo com Radford (2009), a segunda vertente é chamada de Pensamento Contextual, cujo nível de objetivação é mais profundo do que o da ação e percepção, características do pensamento factual. Nesta vertente mais abstrata de pensamento algébrico, os alunos devem ser capazes de construir uma mensagem (fórmula) que possa ser utilizada pera calcular e resolver uma situação problema.

Para Kaput (2008), a modelação constitui-se de um domínio para expressar e formalizar generalizações. Tal perspectiva, se dá a partir de situações matemáticas ou de fenômenos como a generalização de regularidades em situações do cotidiano, nas quais a regularidade é secundária, relativamente ao objeto mais geral da tarefa. Para o autor, modelar é utilizar o aspecto sintático da Álgebra para representar diversas situações, desde as essencialmente aritméticas, como problemas simples, até as ditas essencialmente algébricas, como as relações funcionais. Além disso, o autor enfatiza também que modelar um problema, não significa, necessariamente, utilizar-se da linguagem algébrica. Podendo, por exemplo, utilizar a linguagem gestual, pictórica, natural, numérica para representar um problema algébrico.

Tais vertentes chegam a um consenso geral entre os autores, de que pensar algebricamente requer mobilizações da capacidade de estabelecer relações, modelar, generalizar, operar com o desconhecido como se fosse conhecido e a capacidade de construir significado para os objetos e a linguagem. Nesse sentido, a modelagem configura-se como uma das metodologias a serem aplicadas para o ensino da matemática com o intuito de desenvolver as habilidades descritas na BNCC.

No ensino de equações de primeiro grau, a Modelagem Matemática contribui inicialmente para dar sentido ao conceito de incógnita e de igualdade. Em vez de apresentar a equação apenas de forma simbólica, o professor pode partir de situações concretas, como

[2] O aritmeticismo é um termo técnico usado na Educação Matemática e na Filosofia para descrever a tendência de reduzir conceitos a números e operações aritméticas.

problemas relacionados a compras, salários, consumo ou repartição de valores. Por exemplo, ao analisar uma situação que envolva educação financeira, juntamente com a ideia de economizar dinheiro para comprar algo que almeja, os estudantes podem chegar naturalmente à construção de uma equação. Nesse processo, a equação deixa de ser apenas uma expressão abstrata e passa a representar matematicamente uma situação real. Vejamos os exemplos.

Exemplo 7: Lucas está economizando para comprar um novo celular. Ele já economizou R$700,00 e está guardando R$30,00 por semana. Lucas quer saber, quantas semanas ele ainda precisa economizar para atingir o valor de R$ 2620,00 para comprar o celular?

Uma primeira possível solução, é o aluno realizar as operações sem utilizar propriamente a equação de primeiro grau, fazendo cálculo mental ou estimativas. O uso de operações contrárias também faz sentido, como subtrair 700 de 2620, dividir o resultado por 30, chegando em 64. Logo, Lucas precisaria economizar R$ 30,00 durante 64 semanas para comprar o celular.

Agora, utilizando equação de primeiro grau, o aluno pode escolher uma incógnita (letra) para representar o valor a ser encontrado, o número de semanas. Seja x o número de semanas. A equação que representa essa situação pode ser: $30x + 700 = 2620$. Uma sugestão do cálculo seria:

$30x + 700 = 2620$ (subtrai 700 de ambos os membros) $\Leftrightarrow 30x = 1920$ (divide por 30 em ambos os membros) $\Leftrightarrow x = 64$.

Logo, Lucas precisaria economizar durante 64 semanas.

A Modelagem Matemática também favorece o protagonismo do estudante no processo de aprendizagem, uma vez que os alunos participam ativamente da formulação de hipóteses, da construção do modelo matemático e da interpretação dos resultados. Essa característica dialoga com perspectivas do Ensino de Matemática que defendem uma aprendizagem investigativa e reflexiva, na qual o estudante não apenas aplica procedimentos, mas também compreende o significado das operações realizadas.

Além disso, a modelagem contribui para o desenvolvimento de habilidades cognitivas e sociais, como argumentação, interpretação, tomada de decisão e trabalho colaborativo. Durante as atividades de modelagem, os estudantes discutem estratégias, analisam diferentes possibilidades de resolução e avaliam a coerência das soluções encontradas. Esse processo

fortalece a compreensão conceitual da equação de primeiro grau e amplia a capacidade de utilizar a matemática em diferentes contextos.

Uma situação-problema bem corriqueira que aparece com frequência nos livros didáticos é da corrida de taxi ou aplicativo, como segue no exemplo 8.

Exemplo 8: Um motorista cobra R$ 6,00 de bandeirada mais R$ 3,00 por quilômetro rodado. Um passageiro pagou R$ 30,00 pela corrida. Quantos quilômetros foram percorridos?

Utilizando as operações inversas, podemos calcular $30 - 6 = 24$ e então $24 \div 3 = 8$. Logo, a corrida teve 8 km.

Ou ainda, transcrevendo para a linguagem algébrica, temos a equação $6 + 3x = 30$, sendo x a quantidade de quilômetros percorridos. Assim,

$6 + 3x = 30$ (subtrai 6 de ambos os membros) $\Leftrightarrow 3x = 24$ (divide ambos os membros por 3) $\Leftrightarrow x = 8$

Logo, o percurso percorrido foi de 8 km.

Portanto, pode-se afirmar que a Modelagem Matemática contribui para o ensino de equações de primeiro grau ao promover a contextualização do conteúdo, estimular o pensamento algébrico, favorecer a participação ativa dos estudantes e possibilitar a construção de significados para os conceitos matemáticos. Essa abordagem torna o ensino mais investigativo e significativo, contribuindo para uma aprendizagem mais sólida e reflexiva da Álgebra.

5. “O X DA QUESTÃO”

A utilização de letras para representar quantidades desconhecidas constitui um dos marcos fundamentais na evolução da linguagem algébrica. Entre essas letras, a variável *x* ocupa posição de destaque, tornando-se, ao longo do tempo, um símbolo universalmente associado à incógnita em equações, especialmente nas de primeiro grau. Entretanto, esse uso não é arbitrário, mas resultado de um processo histórico que envolve diferentes culturas, sistemas de escrita e avanços na formalização da matemática (CAJORI, 2007).

Este capítulo tem como objetivo apresentar o desenvolvimento histórico que levou à consolidação da letra *x* como símbolo de incógnita, destacando contribuições da matemática árabe medieval e da matemática europeia moderna.

5.1 A ÁLGEBRA RETÓRICA E AS ORIGENS DA INCÓGNITA

Nos primórdios da Álgebra, particularmente nas obras do matemático persa Al-Khwarizmi (século IX), não havia o uso de símbolos modernos para representar incógnitas. Em sua obra *Al-Kitab al-Mukhtasar fi Hisab al-Jabr wal-Muqabala*, as equações eram descritas predominantemente em linguagem verbal, característica do que posteriormente passou a ser denominado Álgebra retórica (BOYER; MERZBACH, 2011; KATZ, 2009).

Nesse contexto, a incógnita era frequentemente designada pelo termo árabe *shay’*, que pode ser traduzido como “coisa” ou “algo”. Assim, a quantidade desconhecida era tratada verbalmente, sem a utilização de uma letra como *x* para representá-la. A exposição de Al-Khwarizmi constitui um importante exemplo da Álgebra retórica, na qual procedimentos e relações matemáticas eram expressos por meio de palavras, em vez da notação simbólica moderna (BOYER; MERZBACH, 2011; CAJORI, 2007).

A Álgebra desenvolvida por Al-Khwarizmi exerceu influência significativa sobre a matemática europeia medieval. Sua obra foi traduzida para o latim no século XII, contribuindo para a transmissão de conhecimentos algébricos do mundo islâmico para a Europa. Essas traduções também contribuíram para a incorporação de termos e procedimentos associados à Álgebra no contexto europeu (BOYER; MERZBACH, 2011).

5.2 TRADUÇÕES E A TRANSIÇÃO PARA O SÍMBOLO “X”

O uso da letra **x** como símbolo para uma quantidade desconhecida não deve ser atribuído diretamente a Al-Khwarizmi. Embora matemáticos árabes utilizassem o termo *shay'* para designar a quantidade desconhecida, não há evidência histórica suficiente para afirmar que a letra *x* tenha surgido diretamente desse termo por meio das traduções medievais (CAJORI, 2007).

Durante a transmissão da Álgebra árabe para a Europa, as obras de Al-Khwarizmi foram traduzidas para o latim, contribuindo para a formação e o desenvolvimento da tradição algébrica europeia. Nesse processo, termos associados à incógnita também foram incorporados às diferentes tradições matemáticas. O termo árabe *shay'*, por exemplo, relacionava-se à ideia de "coisa" ou quantidade desconhecida e encontrou correspondentes em outras línguas e tradições algébricas medievais (BOYER; MERZBACH, 2011; CAJORI, 2007).

Segundo alguns historiadores da matemática, como Katz (2009), o som "sh" do árabe não possuía equivalente direto no espanhol medieval. Uma hipótese recorrente sugere que esse som foi representado pela letra *x*, que, à época, possuía uma pronúncia semelhante ao "sh". Assim, a incógnita passou gradualmente a ser associada a esse símbolo.

Embora essa explicação não seja consensual entre todos os historiadores, ela ilustra o papel das adaptações linguísticas na formação da notação matemática.

5.3 A FORMALIZAÇÃO SIMBÓLICA NA MATEMÁTICA MODERNA

A consolidação do uso sistemático de letras para representar quantidades conhecidas e desconhecidas ocorreu progressivamente entre os séculos XVI e XVII, no processo de desenvolvimento da Álgebra simbólica. Nesse contexto, destacam-se matemáticos como François Viète e, posteriormente, René Descartes, cujas contribuições foram fundamentais para a organização da notação algébrica moderna (BOYER; MERZBACH, 2011; CAJORI, 2007).

François Viète, no final do século XVI, utilizava letras para representar tanto quantidades conhecidas quanto desconhecidas, estabelecendo uma importante etapa no desenvolvimento da Álgebra simbólica. Sua convenção, entretanto, diferenciava-se da utilizada posteriormente por Descartes: Viète empregava vogais para representar quantidades desconhecidas e consoantes para as conhecidas (CAJORI, 2007).

Em sua obra *La Géométrie*, publicada em 1637, René Descartes estabeleceu uma convenção que teria grande influência na notação algébrica posterior. Ele passou a utilizar as primeiras letras do alfabeto, como *a*, *b* e *c*, para representar quantidades conhecidas, enquanto as últimas letras, como *z*, *y* e *x*, eram empregadas para representar quantidades desconhecidas (DESCARTES, 1637; CAJORI, 2007).

Essa convenção pode ser observada diretamente em *La Géométrie*, na qual Descartes apresenta, por exemplo, expressões envolvendo *z* como quantidade desconhecida e *a* e *b* como quantidades conhecidas. A própria obra também apresenta posteriormente o uso de *x* e *y* para quantidades indeterminadas (DESCARTES, 1637).

5.4 O PAPEL DA NOTAÇÃO NA COMPREENSÃO DAS EQUAÇÕES DE PRIMEIRO GRAU

A introdução de símbolos como *x* não apenas simplificou a escrita matemática, mas também transformou a maneira como os problemas eram concebidos e resolvidos. Em equações de primeiro grau, por exemplo, a representação simbólica $ax + b = 0$, permite generalizar uma infinidade de situações concretas, facilitando tanto o ensino quanto a aplicação da Álgebra.

De acordo com Boyer e Merzbach (2011), a evolução da notação algébrica foi essencial para o desenvolvimento da matemática como ciência abstrata, sendo a adoção de variáveis simbólicas um dos passos mais importantes nesse processo.

O uso da letra *x* em equações é, portanto, resultado de um processo histórico que envolve a transição da linguagem retórica para formas progressivamente mais simbólicas de representação, o desenvolvimento da notação algébrica e a consolidação de convenções durante a matemática europeia moderna. Embora não exista evidência histórica suficiente para afirmar uma origem direta do *x* no termo árabe *shay'*, a escolha das letras do final do alfabeto para representar incógnitas foi sistematizada por Descartes em *La Géométrie* (1637) e posteriormente se consolidou na tradição matemática (CAJORI, 2007).

Compreender esse percurso histórico contribui para uma visão mais ampla da Matemática, evidenciando que seus conceitos, símbolos e formas de representação foram construídos e modificados ao longo do tempo, em diferentes contextos culturais e históricos.

6. VANTAGENS E DESVANTAGENS DAS DIFERENTES PERSPECTIVAS

A seguir, elaboramos uma tabela com as vantagens e desvantagens das diferentes perspectivas de ensino de equação de primeiro grau.

Tabela 1: Vantagens e Desvantagens das diferentes perspectivas

MÉTODO	VANTAGENS	DESVANTAGENS
Tentativa e erro	- Simplicidade e acessibilidade: é fácil de entender e não requer conhecimento prévio; - Estimula o raciocínio lógico: ajuda a compreender o conceito de que uma equação é uma igualdade que precisa ser satisfeita, melhorando a intuição matemática; - Útil para soluções rápidas (quando a solução é um número inteiro): quando a resposta for um número pequeno ou simples, é muito rápido encontrar a solução; - Aprendizado através do erro: cada tentativa errada fornece informações que ajudam a refinar a próxima tentativa, indicando se o valor precisa ser maior ou menor.	- Ineficiência em problemas complexos: pode ser demorado e exaustivo, exigindo muitas tentativas antes de chegar ao resultado correto; - Dificuldade com frações e números negativos: se a solução for um número decimal, fracionário ou negativo, a chance de encontrar o valor exato é muito baixa; - Não garante solução rápida: diferente dos métodos algébricos, a tentativa e erro depende muito da sorte e pode não levar à solução em tempo hábil; - Falta de generalização: o método não ensina uma regra aplicável a todas as equações de primeiro grau, sendo focado apenas no problema específico.
Tradicional	- Eficiência e rapidez: permite que os alunos aprendam rapidamente a "mecanizar" a	- Aprendizado superficial (mecânico): os alunos aprendem o *como* fazer, mas

	resolução de equação do tipo $ax + b = c$, sendo eficaz para cumprir o currículo rapidamente; - Estrutura clara: oferece um passo a passo definido, o que proporciona segurança aos alunos que preferem regras claras e procedimentos diretos; - Preparação para avaliação padronizada: foca em habilidades necessárias para provas tradicionais e vestibulares, que muitas vezes valorizam a velocidade do cálculo; - Facilidade na correção: o método prático facilita a identificação rápida de onde o aluno errou no algoritmo.	não o *porquê* fazer. Eles decoram a regra sem entender que a equação representa um equilíbrio; - Falta de contextualização: muitas vezes as equações são tratadas apenas como números e letras, sem conexão com problemas reais ou situações cotidianas; - Passividade do aluno: o professor é o centro do aprendizado, transformando o aluno em um receptor passivo, o que pode diminuir o engajamento e a motivação; -Dificuldade em problemas complexos: quando a equação não está no formato padrão, alunos treinados apenas tradicionalmente têm dificuldade em interpretar e montar a equação a partir de um problema textual; - Desinteresse: a repetição excessiva de exercícios de "*calcule o valor de x*" pode tornar o estudo da matemática tedioso.
Balança	- Concretização do abstrato: transforma a equação, muitas	- Limitação com números negativos: é difícil ou

	vezes abstrata para o aluno, em uma situação física manipulável, tornando o conceito de igualdade e incógnita mais tangível; - Visualização do princípio da equivalência: demonstra claramente que para manter a balança equilibrada, qualquer operação feita de um lado deve ser feita do outro; - Engajamento lúdico: a utilização de balanças reais ou virtuais e "pesinhos", como caixas ou maçãs, torna a aula mais atrativa e participativa; - Raciocínio lógico: foca na compreensão do "porquê" das operações, em vez da simples memorização de regras; - Facilita a resolução de problemas: ajuda na modelagem de problemas reais, onde o aluno precisa encontrar o "peso" desconhecido "x".	contraintuitivo representar valores negativos em uma balança de pratos física, pois não se pode ter peso negativo; - Complexidade de equações elevadas: o método funciona bem para equação simples, mas torna-se difícil de visualizar ou manipular fisicamente com equações muito complexas, frações ou múltiplos termos algébricos; - Necessidade de recurso: a utilização da balança física exige materiais (balança de pratos, pesos) que podem não estar disponíveis nas escolas; - Risco de mecanização: se não for bem mediado pelo professor, o aluno pode passar a repetir as etapas de retirada de pesos sem compreender a lógica algébrica subjacente, apenas visualizando a ação mecânica; - Abstração das variáveis: pode ser difícil para os alunos associarem que uma caixa desconhecida na balança representa a variável "x" em todos os contextos,

		especialmente quando a incógnita aparece dos dois lados.
Resolução de problemas	- Aprendizado ativo e profundo: promove a construção de conhecimento, indo além da memorização das fórmulas; - Habilidades cognitivas: desenvolve o raciocínio lógico, a criatividade e o pensamento crítico; - Autonomia e colaboração: estimula o protagonismo do aluno e o trabalho em equipe;	- Tempo: exige bastante tempo na resolução; -Subjetividade: pode haver viés na interpretação do problema e na avaliação das soluções; - Incerteza: não garante uma solução única ou definitiva, o que pode gerar frustação; - Dificuldade de implementação: exige planejamento cuidadoso para não se tornar apenas um exercício simples.
Modelagem	- Contextualização e relevância: aproxima a matemática da realidade do aluno, mostrando a utilidade prática de conceitos abstratos, o que torna o aprendizado mais significativo; - Desenvolvimento do pensamento crítico: estimula a capacidade de abstração, passando da linguagem natural (problema falado) para a linguagem matemática (Álgebra);	- Limitação: a modelagem de primeiro grau só é eficaz quando a taxa de variação é constante. Não funciona para situações com curvas, acelerações ou crescimento exponencial, por exemplo.

	- Tomada de decisão: permite prever resultados e simular cenários, facilitando escolhas baseadas em dados; - Interdisciplinaridade: pode ser aplicada em diversas áreas, como física (movimento), biologia (crescimento populacional linear), economia (oferta e demanda).	

Fonte: elaborada pela autora (2026)

Logo, as diferentes perspectivas de ensino da equação de primeiro grau evidenciam que não há uma única abordagem capaz de atender plenamente a todos os contextos educacionais, mas sim a necessidade de integrar métodos variados. Enquanto abordagens tradicionais priorizam a aplicação de regras e procedimentos algorítmicos, perspectivas construtivistas e contextualizadas valorizam a compreensão conceitual, a resolução de problemas e a conexão com situações do cotidiano. Além disso, o uso de recursos visuais, tecnológicos e estratégias colaborativas contribui para tornar o aprendizado mais significativo e acessível.

Dessa forma, o ensino eficaz das equações de primeiro grau depende de uma prática pedagógica flexível, que considere as necessidades dos alunos e promova tanto o domínio técnico quanto o entendimento crítico dos conceitos matemáticos.

7. SUGESTÃO DE SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS PARA O ENSINO DE EQUAÇÃO DE PRIMEIRO GRAU PARA ALUNOS DO 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Como apresentado nos capítulos anteriores, existem diversas formas de ensinar equação de primeiro grau, cada qual com sua especificidade e objetivo. Neste capítulo vamos trazer propostas de sequências didáticas para servir de orientação ou exemplo para professores que desejam ensinar equações através de seus diversos métodos de ensino, de acordo com as habilidades a serem alcançadas no 7º ano do Ensino Fundamental.

7.1 1ª SEQUÊNCIA DIDÁTICA: MÉTODO DA TENTATIVA E ERRO

Público alvo: alunos do 7º ano do Ensino Fundamental

Habilidades:

- EF07MA13: Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações do 1º grau com uma incógnita;
- EF07MA14: Resolver e interpretar equações do primeiro grau, compreendendo o significado da igualdade.

Objetivos:

- Compreender o conceito de equação de primeiro grau;
- Desenvolver estratégias de resolução por meio de tentativa, erro e verificação;
- Interpretar o significado da incógnita e da igualdade;
- Estimular o raciocínio lógico e a autonomia na resolução de problemas.

Recursos Didáticos: quadro e giz/canetão, papel e lápis, cartões com problemas, calculadora (opcional, para verificação) e situações-problemas (impressas ou escritas na lousa).

Tempo previsto: 2 aulas de 50 minutos cada

Desenvolvimento da aula:

Aula 1 – Introdução e Construção do Conceito

1. Situação-problema inicial (15 minutos): Apresente um problema simples do cotidiano, como “Pensei em um número. Somei 5 e obtive 12. Que número pensei?”.

Em seguida, peça que os alunos tentem descobrir o número por tentativa e erro. Incentive diferentes estratégias: “E se fosse 6?”; “E se fosse 8?”.

Aqui entra a abordagem construtivista: o aluno constrói o conceito testando hipóteses.

2. Socialização (10 minutos): Alunos compartilham suas tentativas. Professor organiza as ideias no quadro.

3. Formalização (15 minutos): Apresente a forma matemática por meio de uma equação de primeiro grau: $x + 5 = 12$. Em seguida, mostre como resolver a equação. Relacione com as tentativas feitas pelos alunos.

4. Atividade guiada (10 minutos): Proponha novos desafios semelhantes para tentar resolver por tentativa e erro:

a) x + 3 = 10

b) x – 4 = - 6

c) Um número somado a 7 resulta em 20. Qual é esse número?

d) O dobro de um número menos 3 é igual a 11. Qual é esse número?

Alunos resolvem primeiro por tentativa, depois formalizam.

Aula 2 – Aproximação e Sistematização

1. Retomada (10 minutos): Revisão rápida com perguntas: O que é incógnita? O que significa resolver uma equação?

2. Atividade em grupo (20 minutos): Divida a turma em grupos e entregue situações-problema:

1) Escreva a expressão matemática que corresponde a este enunciado: “Pensei em um número. Multipliquei por 3 e somei 4. Deu 40.”

2) Encontre o número que está faltando:

a) $\square + 24 = 96$

b) $24 + \square = 96$

c) $\square - 24 = 96$

d) $96 - \square = 24$

e) $\square \cdot 24 = 96$

f) $24 \cdot \square = 96$

g) $\square : 24 = 96$

h) $96 : \square = 6$

3) A soma de três parcelas é 8 740. A primeira é 4 319 e a segunda é 1 843. Determine a terceira parcela.

4) Dividi um número por 8 e obtive quociente 13, com resto 5. Que número dividi?

Orientação: Tentar resolver por tentativa e erro; registrar as tentativas; escrever a equação e resolver formalmente. Importante: valorize o processo, não apenas a resposta correta.

3. Discussão Final (10 minutos): Promova uma reflexão com perguntas:

- ✓ O que foi mais fácil: tentar ou usar a equação?
- ✓ A tentativa e erro ajuda? Em quais situações?
- ✓ O que significa "resolver" uma equação?

Fechamento construtivista: Mostre que errar faz parte do aprendizado e que as tentativas ajudam a entender o problema, não apenas encontrar a resposta.

7.2 2ª SEQUÊNCIA DIDÁTICA: MÉTODO TRADICIONAL

Público alvo: alunos do 7º ano do Ensino Fundamental

Habilidades:

- EF07MA13: Resolver e elaborar problemas representados por equações do primeiro grau com uma incógnita;
- EF07MA14: Resolver e interpretar equações do primeiro grau, compreendendo o princípio da igualdade.

Objetivos:

- Compreender o conceito de equação de primeiro grau;
- Interpretar o significado da incógnita e da igualdade;
- Aplicar o método tradicional de resolução, isolando a incógnita;
- Desenvolver organização lógica nos procedimentos matemáticos.

Recursos Didáticos: quadro e giz/canetão, caderno e lápis, lista de exercícios impressa, smartphone, tablet ou computador.

Tempo previsto: 2 aulas de 50 minutos cada

Desenvolvimento da aula:

Aula 1 – Introdução e Método Tradicional

1. Situação inicial (10 minutos): Apresente um problema: “Um número somado a 5 resulta em 12.” Pergunte como resolver. Em seguida, apresente a equação: $x + 5 = 12$.

2. Apresentação do método tradicional (20 minutos): Explique passo a passo.

   Objetivo: isolar a incógnita (x).

   $x + 5 = 12 \Leftrightarrow x + 5 - 5 = 12 - 5 \Leftrightarrow x = 7$.

   Exemplos:

   a) $x - 3 = 10$

   Solução: $x - 3 = 10 \Leftrightarrow x - 3 + 3 = 10 + 3 \Leftrightarrow x = 13$.

   b) $2x - 3 = 2$

   Solução: $2x - 3 = 2 \Leftrightarrow 2x - 3 + 3 = 2 + 3 \Leftrightarrow 2x = 5 \Leftrightarrow \frac{2x}{2} = \frac{5}{2} \Leftrightarrow x = 2{,}5$.

   c) $5 + 3x = 2$

   Solução: $5 + 3x = 2 \Leftrightarrow 5 + 3x - 5 = 2 - 5 \Leftrightarrow 3x = -3 \Leftrightarrow \frac{3x}{3} = \frac{-3}{3} \Leftrightarrow x = -1$.

3. Exercícios guiados (20 minutos): Resolva junto com os alunos:

   a) $2x = 14$

   b) $17 + x = 18$

   c) $3x + 9 = 21$

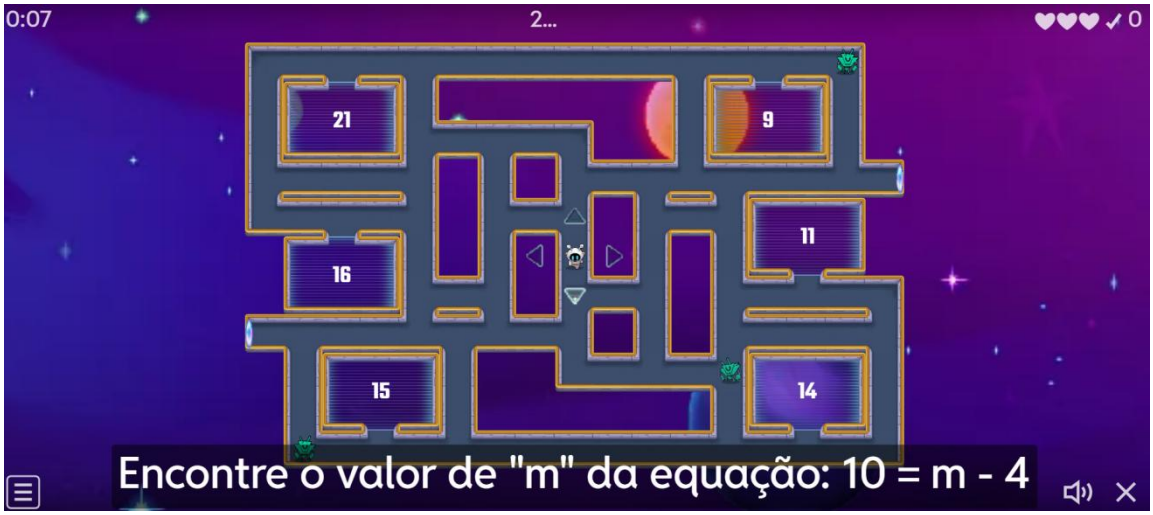
   d) $x - 8 = 5$

Aula 2 – Jogos digitais

Para essa atividade, os alunos poderão usar o smartphone, tablets ou computador para acessar 3 jogos que se estão no repositório *Wordwall* de jogos digitais com as alternativas de respostas e pontuação a cada acerto, inclusive com bônus, o que instigará a cada estudante a permanecer no jogo e acertar as questões. Pode ser trabalhado individualmente ou em duplas.

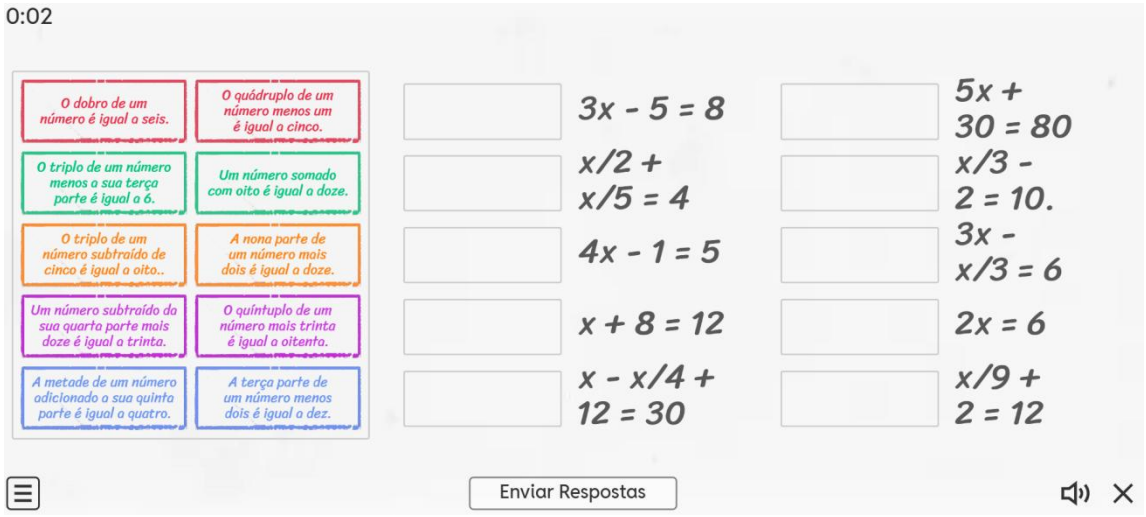
Jogo Digital 1

https://wordwall.net/play/20428/354/814



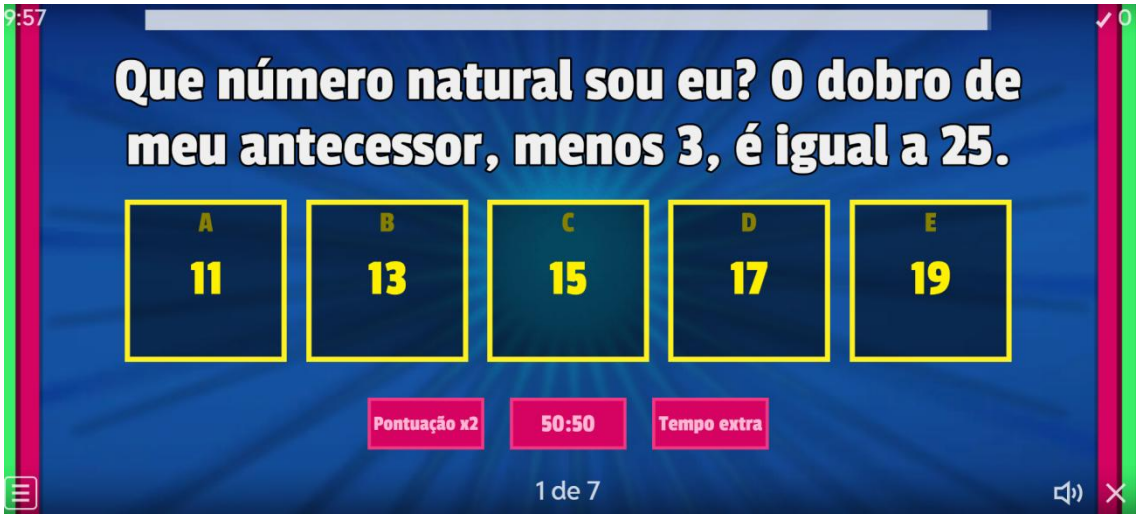
Jogo Digital 2

https://wordwall.net/play/19147/296/345



Jogo Digital 3

https://wordwall.net/play/19166/592/308



7.3 3ª SEQUÊNCIA DIDÁTICA: MÉTODO DA BALANÇA

Público alvo: alunos do 7º ano do Ensino Fundamental

Habilidades:

- EF07MA13: Resolver e elaborar problemas que envolvam equações do primeiro grau com uma incógnita;

Objetivos:

- Compreender o conceito de equação como uma igualdade;
- Entender o princípio de equivalência;
- Resolver equações do primeiro grau utilizando o método da balança;
- Relacionar a representação concreta (balança) com a simbólica (equação).

Recursos Didáticos: quadro e giz/canetão, caderno e lápis, desenho ou imagem de uma balança de dois pratos (no quadro ou projetor), uma balança de dois pratos física (podendo ser a tradicional ou construída pela criatividade dos alunos), atividades impressas.

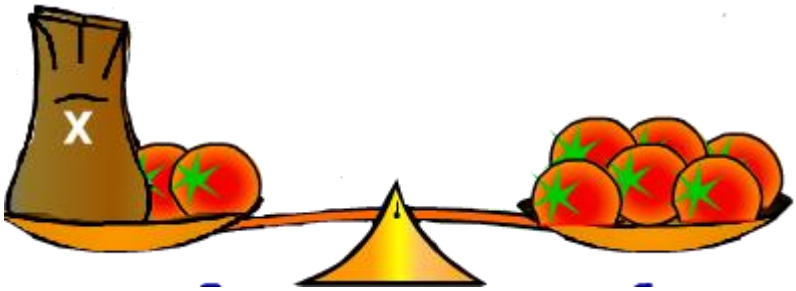
Tempo previsto: 2 aulas de 50 minutos cada.

Desenvolvimento da aula:

Aula 1 – Uso da balança de dois pratos

1. Motivação e Introdução (10 minutos): Pergunte: *"O que significa igualdade?"* Apresente a ideia de equilíbrio usando o exemplo de uma balança. Desenhe uma balança no quadro com pesos iguais nos dois lados.

2. Exploração do conceito (5 minutos): Mostre uma situação concreta. Exemplo:



Lado esquerdo: 1 pacote + 2 tomates. Lado direito: 6 tomates.

Explique que o pacote representa um número desconhecido "x".

Monte a equação: $x + 2 = 6$.

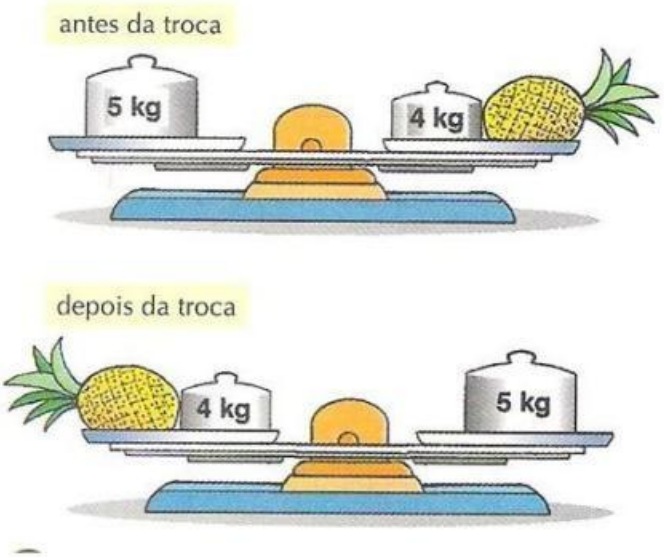
3. Resolução (5 min): Retire 2 unidades de ambos os lados (princípio da equivalência). Mostre que resta: $x = 4$.

Reforce: o equilíbrio foi mantido.

4. Atividade guiada (30 minutos): Divida a turma em duplas e entregue a atividade.

1) Observe a balança abaixo e responda as questões:

A) A balança está com os pratos em equilíbrio. O equilíbrio permanece se trocarmos os objetos dos pratos (o que está no primeiro prato passa para o segundo e vice-versa)? Justifique.

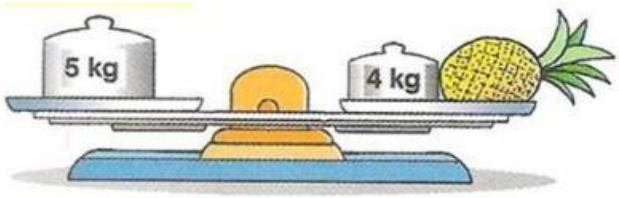


R:_____

B) Quanto deve pesar o abacaxi para o prato ficar em equilíbrio?

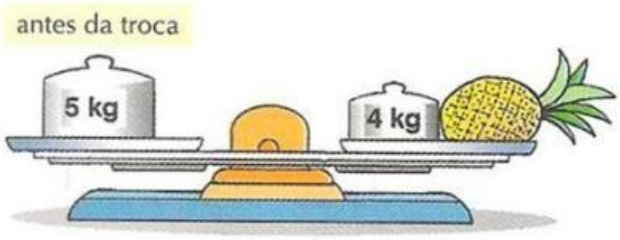
R:_____

C) Para os pratos ficarem com 3 kg quanto devemos retirar de cada prato?

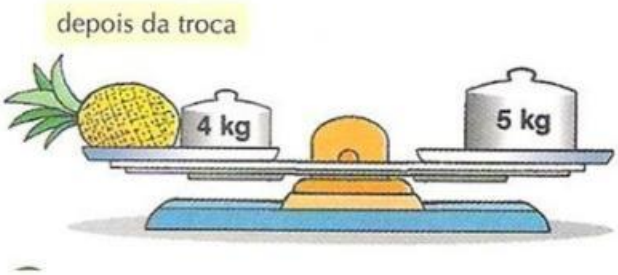


R:_____

D) Se fôssemos escrever uma sentença matemática para representar o que está nas balanças abaixo, podíamos escrever as seguintes sentenças. Elas estão corretas? Justifique:



$5 = 4 + x$

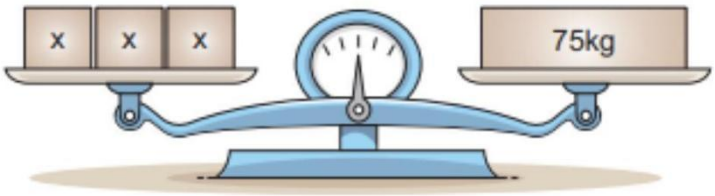


$x + 4 = 5$

R:_____

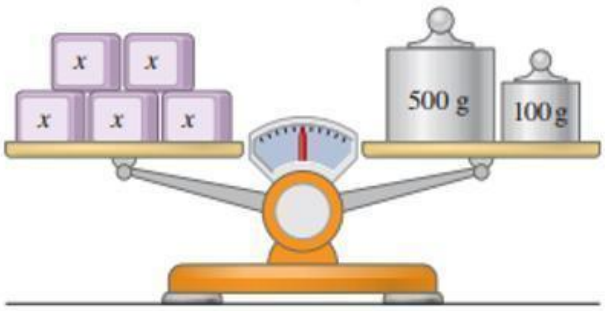
2) Encontre o valor de x nas balanças abaixo:

A)



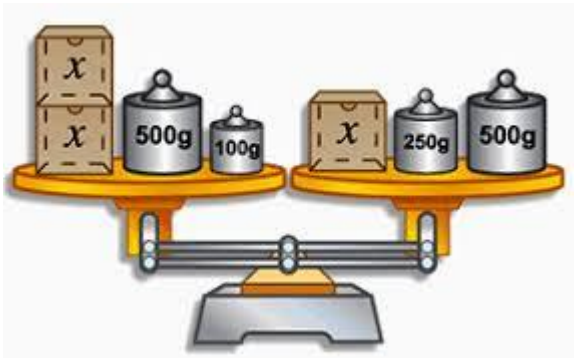
R:_____

B)



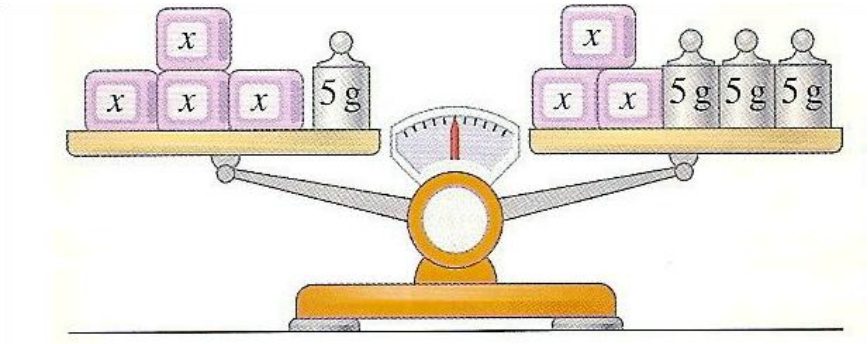
R:_____

C)



R:_____

D)



R:_____

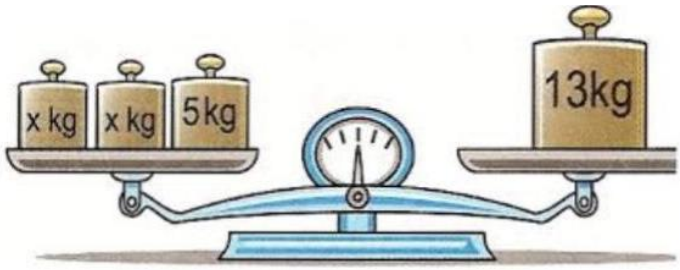
Aula 2 – Continuação da aula sobre equação com balança

1. Correção dos exercícios da aula anterior (15 minutos): Valorizar os diferentes modos de resolução dos alunos. Mostrar a formalização da transição do concreto (balança) para o abstrato. Fazer perguntas do tipo “O que acontece se mexermos só de um lado da balança?”. Concluir que nem sempre é necessário desenhar a balança para se resolver uma equação de primeiro grau.
2. Desafio em grupos (35 minutos): Organizar os alunos em grupos e lançar um desafio entre grupos. Cada grupo receberá imagens de balanças, uma por vez, para

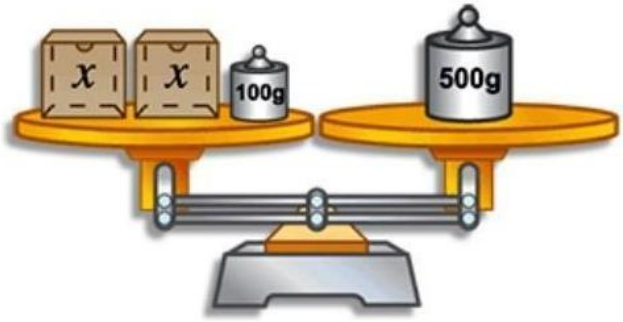
encontrar o valor desconhecido em cada situação, usando os algoritmos sistematizados. O grupo que encontrar primeiro todas as soluções corretas, vence.

Desafios:

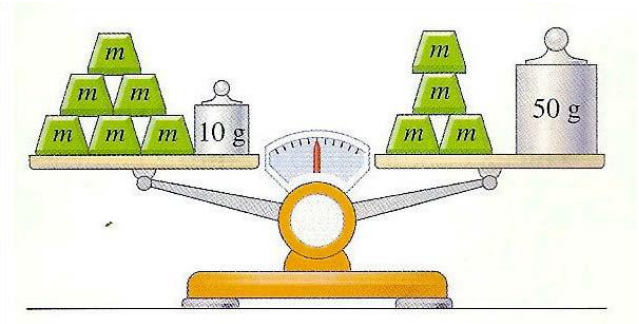
A) Encontre o valor de **x** na balança abaixo:



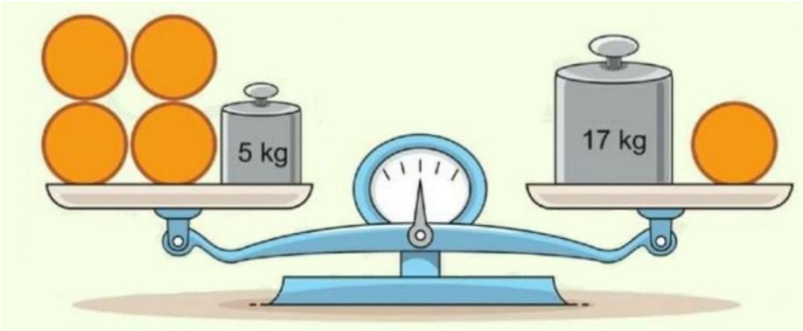
B) Encontre o valor de **x** na balança abaixo:



C) Encontre o valor de **m** na balança abaixo:



D) Encontre o “peso” de cada **bolinha laranja** na balança abaixo:



E) Encontre o “peso” de cada **maçã** na balança abaixo:



7.4 4ª SEQUÊNCIA DIDÁTICA: RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Público alvo: alunos do 7º ano do Ensino Fundamental

Habilidades:

- EF07MA18: Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de primeiro grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade;
- EF07MA13: Compreender a ideia de variável representada por letra ou símbolo, diferenciando variável de incógnita.

Objetivos:

- Compreender o conceito de incógnita em uma equação do primeiro grau;
- Identificar equações em situações-problema do cotidiano;
- Resolver problemas utilizando equações do primeiro grau;

- Desenvolver raciocínio lógico e argumentação matemática ao explicar estratégias de resolução.

Recursos Didáticos: quadro e giz/canetão, caderno e lápis, folhas com situações-problema impressas, cartazes ou fichas com problemas contextualizados, calculadora (opcional para conferência).

Tempo previsto: 2 aulas de 50 minutos cada

Desenvolvimento da aula:

Aula 1 – Introdução e construção do conceito

1. Situação-problema inicial (15 minutos): Organizar os alunos em um semicírculo. Apresentar o problema: "Em uma papelaria, Ana comprou 3 cadernos iguais e pagou R$ 27,00. Qual é o valor de cada caderno?". Solicitar que os alunos tentem resolver individualmente e depois abrir uma discussão coletiva.

2. Socialização das estratégias (10 minutos): Os alunos apresentam diferentes formas de resolução:

- ✓ tentativa e erro;
- ✓ divisão simples;
- ✓ representação algébrica.

Professor conduz à construção da equação: $3x = 27$. E conclui que $x = 9$.

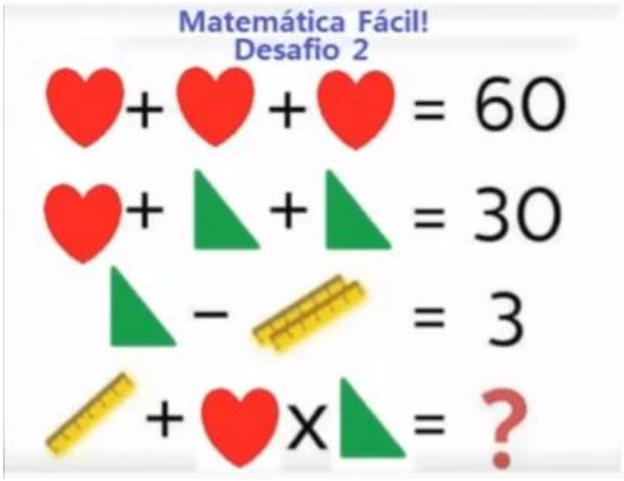
3. Sistematização do conceito (10 minutos): Explicar o que é a equação, o que é a incógnita e como encontrar o valor de x.
4. Atividade prática (15 minutos): Entrega de situações-problemas para a resolução em duplas, com o professor mediando e tirando as dúvidas.

Atividades

1) Gabriela foi ao supermercado e gastou R$ 30,00 comprando leite integral em caixas de 1 litro. Quantas caixas de leite Gabriela comprou, sendo que cada caixa estava custando R$ 5,00?



2) Resolva o desafio abaixo:



3) Escreva a equação correspondente a cada sentença:

a) Ao triplo de um número t adicionamos 40 e obtemos 61. _____

b) Subtraindo 20 do dobro de um número y, obtemos 160. _____

c) A metade de um número x aumentada do próprio número x é igual a 96. _____

d) O quíntuplo de um número x é igual ao triplo do número x, aumentado de 62. _____

Aula 2 – Aplicação por resolução de problemas

1. Retomada inicial (5 minutos): Revisão oral do conceito de equação.
2. Resolução de problema em grupos (30 minutos): Dividir a turma em grupos e propor o problema “Enigma de Diofanto”:

Atividade – Enigma de Diofanto

Diofanto de Alexandria, às vezes chamado de "o pai da Álgebra", foi um matemático grego de Alexandria e autor de uma série de livros chamado Aritmética, muitos dos quais foram perdidos. Esses textos lidam com a resolução de equações algébricas.

Diofanto foi o primeiro matemático grego que reconheceu frações como números, assim ele permitiu números racionais positivos para coeficientes e soluções. No uso moderno, equações diofantinas são equações algébricas com coeficientes inteiros em que soluções inteiras são procuradas.

Porém pouco se conhece sobre a vida deste grande matemático. Muito do nosso conhecimento sobre a vida de Diofanto é derivada de uma antologia grega do século V de jogos com números e quebra-cabeças criado por Metrodorus. Um desses jogos é um enigma, que nos dá a idade de Diofanto, que diz:

"Caminhante! Aqui estão sepultados os restos de Diofanto. E os números podem mostrar quão longa foi a sua vida, cuja sexta parte foi a sua bela infância. Tinha decorrido mais uma duodécima parte de sua vida, quando seu rosto se cobriu de pelos. E a sétima parte de sua existência decorreu com um casamento estéril. Passou mais um quinquénio e ficou feliz com o nascimento de seu querido primogénito, cuja bela existência durou apenas metade da de seu pai, que com muita pena de todos desceu à sepultura quatro anos depois do enterro de seu filho."

Questão 1: Apresente uma expressão algébrica que descreva cada uma das fases da vida Diofanto, considerando como x a sua idade.

a) Infância _____

b) Juventude (do fim da infância até o início do seu casamento) _____

c) Período entre o início do casamento e a morte do seu filho _____

d) Período entre a morte do seu filho e a sua própria morte _____

Questão 2: Apresente uma expressão algébrica que represente a idade de Diofanto, a partir das expressões indicadas na questão anterior.

Questão 3: Usando seus conhecimentos sobre frações, determine quantos anos viveu Diofanto, de acordo com a expressão construída na questão anterior.

Questão 4: Responda às questões a seguir.
a) Com quantos anos Diofanto se casou? _____
b) Quantos anos Diofanto tinha quando foi pai? _____
c) Com que idade o filho de Diofanto faleceu? _____
d) Quantos anos Diofanto tinha quando perdeu o seu filho? _____

3. Discussão coletiva (15 minutos): Cada grupo apresenta a sua estratégia, explicando o raciocínio utilizado.

A resolução de problemas favorece o protagonismo do aluno, pois ele constrói estratégias próprias antes da formalização do conceito, tornando a aprendizagem mais significativa.

7.5 5ª SEQUÊNCIA DIDÁTICA: MÉTODO DA MODELAGEM MATEMÁTICA

Público alvo: alunos do 7º ano do Ensino Fundamental

Habilidades:

- EF07MA13: Compreender a ideia de variável representada por letra ou símbolo, diferenciando variável de incógnita;
- EF07MA18: Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, utilizando estratégias diversas, inclusive propriedades da igualdade.

Objetivos:

- Identificar situações do cotidiano que envolvam relações matemáticas representáveis por equações do 1º grau;
- Construir modelos matemáticos a partir de problemas reais;

- Formular e resolver equações do 1º grau;
- Interpretar soluções encontradas dentro do contexto do problema;
- Desenvolver raciocínio lógico, investigação e autonomia.

Recursos Didáticos: quadro e giz/canetão, caderno e lápis, folhas com situações - problema contextualizadas

Tempo previsto: 2 aulas de 50 minutos cada

Desenvolvimento da aula:

Aula 1 – Situação real e construção do modelo matemático

1. Apresentação do problema gerador (10 minutos): O professor apresenta a seguinte situação:

   "Uma empresa de transporte escolar cobra uma taxa fixa de R$ 20,00 mais R$ 5,00 por dia utilizado. Quanto pagará um aluno que utilizar o transporte durante alguns dias do mês?"

   Pergunta-se: Como representar essa situação matematicamente? Como descobrir o valor total para diferentes quantidades de dias?

2. Investigação e levantamento de hipóteses (15 minutos): Os alunos, em grupos, constroem tabelas:

Dias	**Valor pago**
1	R$ 25,00
2	R$ 30,00
3	R$ 35,00

Os estudantes percebem a relação: $V = 5x + 20$

Onde:

- ✓ V = valor total;
- ✓ x = número de dias.

3. Introdução à equação do 1º grau (15 minutos): Professor propõe:
   "Se um aluno pagou R$ 50,00, quantos dias utilizou o transporte?"

   Modelagem:$5x + 20 = 50$

   Resolução:$5x = 30 \Leftrightarrow x = 6$

   Discussão coletiva sobre significado da incógnita.

4. Sistematização (10 minutos): Registro no caderno:

- ✓ conceito de variável;
- ✓ conceito de incógnita;
- ✓ definição de equação do 1º grau.

Aula 2 – Aplicação e validação do modelo

1. Retomada (5 minutos): Revisão breve da aula anterior.
2. Nova situação de modelagem (20 minutos): Propor o problema para os alunos resolverem:
   "Raquel vai percorrer uma distância de 9 quilômetros e resolve pesquisar em dois aplicativos de transporte o menor valor a ser pago. Ela se depara com duas situações:
   - Uber: taxa fixa de R$ 4,80 e R$ 0,40 por quilômetro rodado;
   - 99: R$ 5,80 de tarifa fixa e R$ 0,30 por quilômetro rodado.
     Escolhendo a opção mais barata, quanto Raquel irá pagar?

     Modelagem: Considerando a quantidade de quilômetros rodados como x, temos:
   - Uber: $0{,}40x + 4{,}8$.
     Sendo a distância $x = 9$, temos: $0{,}40 \,.\, 9 + 4{,}8 = 8{,}4$. Logo, no Uber ela irá pagar R$ 8,40.
   - 99: $0{,}30x + 5{,}80$.
     Sendo ainda a distância $x = 9$, temos: $0{,}30 \,.\, 9 + 5{,}8 = 8{,}5$. Logo, na 99 ela irá pagar R$ 8,50.
     Portanto, na opção mais barata, Raquel irá pagar R$ 8,40 pelo Uber.

3. Socialização das soluções (15 minutos): Nesse momento, os alunos socializam como montaram a equação, como resolveram e como verificaram a resposta.
4. Reflexão e fechamento (10 minutos): Discussão:

- ✓ Onde usamos equações no cotidiano?
- ✓ Como a modelagem ajuda a entender problemas reais?

A Modelagem Matemática aproxima o conteúdo da realidade do aluno, tornando a aprendizagem significativa, pois ele percebe a utilidade prática das equações na resolução de problemas cotidianos.

8. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esse estudo abordou as diferentes maneiras de abordar o tema equação de primeiro grau, para alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental, destacando todo o contexto histórico envolvido na construção da Álgebra e sua introdução no Brasil junto à BNCC.

O estudo da Álgebra é fundamental porque permite compreender e resolver problemas de forma geral, indo além de situações específicas do cotidiano. Ao trabalhar com símbolos e relações, desenvolve-se o raciocínio lógico, a capacidade de analisar padrões e de tomar decisões com mais segurança. Além disso, a Álgebra está presente em diversas áreas, como finanças, tecnologia e ciências, tornando-se uma ferramenta essencial para a vida prática e para a continuidade dos estudos. Dessa forma, aprender Álgebra não é apenas fazer contas, mas adquirir uma forma de pensar que ajuda a entender e atuar melhor no mundo.

É importante enfatizar que este trabalho, assim como a própria BNCC, busca servir de base. As habilidades e objetos de conhecimento propostos para a unidade temática de Álgebra, equações de primeiro grau, foram planejados considerando o desenvolvimento cognitivo esperado para alunos dos anos finais do Ensino Fundamental. Não se trata de uma abordagem exaustiva ou definitiva de conteúdos, mas sim de um ponto de partida, que pode e deve ser enriquecido pelos professores de acordo com as necessidades, os interesses e o contexto de seus alunos. Garantindo que a Álgebra seja uma oportunidade para os alunos desenvolverem habilidades críticas e conectarem os conceitos matemáticos ao seu cotidiano.

As sequências didáticas apresentadas ao longo deste trabalho foram pensadas para diversificar a condução do conteúdo, oferecendo aos professores exemplos práticos de como abordar os conteúdos em sala de aula. Contudo, são apenas sugestões que podem ser adaptadas, ampliadas e personalizadas, respeitando a realidade de cada turma e promovendo um ensino mais significativo.

Ao articular essas diferentes perspectivas, busca-se compreender suas contribuições, limitações e possibilidades no processo de ensino e aprendizagem da Álgebra. Cada abordagem apresenta características próprias e pode contribuir de diferentes maneiras para a compreensão das equações de primeiro grau, cabendo ao professor selecionar, adaptar e combinar estratégias de acordo com seus objetivos pedagógicos e com as necessidades dos estudantes. Espera-se, assim, oferecer subsídios teóricos e metodológicos que possam contribuir para a prática docente e para a promoção de uma aprendizagem mais produtiva, crítica e contextualizada das equações de primeiro grau.

A elaboração deste trabalho também possibilitou uma reflexão sobre minha prática docente. Entre as diferentes perspectivas estudadas, o método da balança é aquele com o qual particularmente mais me identifico. Essa preferência está relacionada às minhas experiências em sala de aula, nas quais percebo que a representação da igualdade por meio do equilíbrio de uma balança pode favorecer uma compreensão mais concreta e visual do conceito. Antes de recorrer diretamente aos procedimentos algébricos e às regras de resolução, o estudante pode compreender que uma equação representa uma igualdade e que qualquer operação realizada em um dos membros deve preservar esse equilíbrio.

Essa reflexão adquiriu um significado ainda maior ao considerar minha atuação na EJA. Até o momento da elaboração deste trabalho, eu ainda não havia conseguido introduzir o conteúdo de equações de primeiro grau com as turmas. O desenvolvimento desta pesquisa, entretanto, ampliou minhas possibilidades de reflexão sobre o ensino desse conteúdo.

Assim, este estudo não se encerra com a apresentação das cinco perspectivas de ensino propostas, mas abre possibilidades para novas experiências e reflexões sobre a prática pedagógica. A intenção é que os conhecimentos construídos durante a elaboração desta pesquisa possam ultrapassar o espaço acadêmico e retornar à sala de aula, contribuindo para a construção de práticas que considerem as diferentes formas de aprender e que possibilitem aos estudantes compreender a Matemática não apenas como um conjunto de procedimentos, mas como uma ferramenta para interpretar, questionar e intervir em diferentes situações.

REFERÊNCIAS

AL-KHWARIZMI. *The Algebra of Mohammed ben Musa*. (Traduções medievais diversas).

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Secretaria de Educação Fundamental . Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRITO, M. R. F. Alguns aspectos teóricos e conceituais da solução de problemas matemáticos. In: BRITO, M. R. F. (org.). **Solução de problemas e a matemática escolar.** 2. ed. Campinas, Alínea, p. 15-53,2010.

BONADIMAN, A. **Álgebra no ensino fundamental:** produzindo significados para as operações básicas com expressões algébricas. 2007. 300 f. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal do Rio Grande do Sul (RS). Mestrado Profissionalizante de Ensino da Matemática, 2007.

BOYER, C. B. *História da Matemática*. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.

BOYER, Carl B.; MERZBACH, Uta C. *História da Matemática*. 3. ed. São Paulo: Blucher, 2011.

CAJORI, Florian. *A history of mathematical notations*. New York: Dover Publications, 2007.

CARRAHER, T.; CARRAHER, D.; SCHLIEMANN, A. **Na vida dez, na escola zero**. Cortez. São Paulo, 1989.

COSTA, R.; SILVA, P. Estratégias de ensino da Álgebra para o 9° ano do ensino fundamental. **Revista Científica Multidisciplinar**, v. 3, n. 1, 2022.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação matemática: da teoria à prática**. 14. ed. Campinas: Papirus, 2005.

DESCARTES, René. *La Géométrie*. Leiden: 1637.

EVES, H. *Introdução à história da Matemática*. Campinas: Ed. da UNICAMP, 2004.

HILÁRIO, C., *et al*. Pensamento Algébrico na aprendizagem de equações do 1º grau. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 16, 2021.

IMENES, L. **Matemática** Imenes & Lellis. São Paulo: Moderna, 2012.

KAPUT, J. **Algebra in the early grades.** LV, New York, 2008.

KATZ, Victor J. *A History of Mathematics: An Introduction*. 3. ed. Boston: Addison-Wesley, 2009.

LEITE, M.; CASTRO, J. Aprendizagem de conceitos matemáticos e interação entre pares durante o uso de um objeto de aprendizagem. In: **Anais do Workshop de Informática na Escola**, 2006.

LIMA, F. **Conversando com o livro didático:** o que está sendo explicado sobre equações de primeiro grau. 2019. 103 f. Dissertação (mestrado). Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Programa de Pós-Graduação em Ensino da Matemática, 2019.

RADFORD, L. **Algebraic thinking and the generalization of patterns: a semiotic perspective.** In: North America Conference of the International Group of Psychology of Mathematics Education – PME. Bergan University College. v. 1, 2009.

MATEUS, P. **As estratégias e as dificuldades dos alunos do 7.º ano de escolaridade na resolução de tarefas que envolvam equações do 1.º grau**. 2018. 152 f. Dissertação (mestrado). Universidade de Lisboa (Portugal). Mestrado de Ensino da Matemática, 2018.

MENEZ, M.; LIMA, T. As dificuldades de aprendizagem da Matemática na Educação Básica e reflexos no Curso de Licenciatura em Física do IFCE-Campus Tianguá. **REMAT: Revista Eletrônica da Matemática**, v. 7, n. 2, 2021.

OLIVEIRA, D. F. e**quações polinomiais:** da equação de 1º grau à teoria de Galois. 2017. 105 f. Dissertação (Mestrado). Universidade Federal de Goiás (UFGO). Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT), 2017.

PÓLYA, George. **A arte de resolver problemas**. 2. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

PONTE, J. Matemática: uma disciplina condenada ao insucesso. **Noesis**, v. 31, 1994.

RIBEIRO, A. J. *Equação e seus multisignificados no ensino de matemática*: contribuições de um estudo epistemológico. 2007. Tese (Doutorado em Educação Matemática) Pontifícia Universidade Católica de São Paulo.

ROCQUE, G.; PITOMBEIRA, J. B. Uma equação diofantina e suas resoluções. Revista do Professor de Matemática, São Paulo, v. 19, p. 39–47, 1991.

SANTANA, G.F.N; NOGUEIRA, C.M.I. O ensino da Álgebra para alunos surdos e ouvintes: as possibilidades pedagógicas da História da Matemática. **Cadernos PDE: O Professor PDE e os desafios da escola pública paranaense,** 2009.

SCHOENFELD, A. H. Making sense of "out loud" problem-solving protocols. The Journal of Mathematical Behavior, v. 4, n. 2, p. 171–191, 1985.

SESSA, C. **Iniciação ao estudo didático da Álgebra:** origens e perspectivas. São Paulo: Edições SM,2009.

SOUSA, A.; PROENÇA, M. Uma proposta de ensino de equação de 1. º grau com uma incógnita via resolução de problemas. **Revista Prática Docente**, v. 4, n. 2, 2019.

VALENTE, Wagner Rodrigues. **Uma história da matemática escolar no Brasil (1730–1930)**. São Paulo: Annablume, 1999.

VALENTE, Wagner Rodrigues. **O ensino de matemática no Brasil: história de uma disciplina escolar**. São Paulo: Editora Unesp, 2011.