

ALEJANDRA TABARES POZOS

**PLANEJAMENTO DINÂMICO A LONGO PRAZO DE
ATIVOS DE SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE
ENERGIA ELÉTRICA CONSIDERANDO A
INCORPORAÇÃO DE DIFERENTES TIPOS DE
ELEMENTOS ADICIONAIS DE EXPANSÃO**

Ilha Solteira
2015



ALEJANDRA TABARES POZOS

**PLANEJAMENTO DINÂMICO A LONGO PRAZO DE
ATIVOS DE SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO DE
ENERGIA ELÉTRICA CONSIDERANDO A
INCORPORAÇÃO DE DIFERENTES TIPOS DE
ELEMENTOS ADICIONAIS DE EXPANSÃO**

Tese apresentada à Faculdade de Engenharia do Câmpus de Ilha Solteira - UNESP como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Area do Conhecimento: Automação.

Prof. Dr. Marina Lavorato de Oliveira
Orientador

Ilha Solteira
2015

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação.

P893p Pozos, Alejandra Tabares.
Planejamento dinâmico a longo prazo de ativos de sistemas de distribuição de energia elétrica considerando a incorporação de diferentes tipos de elementos adicionais de expansão / Alejandra Tabares Pozos. – Ilha Solteira: [s.n.], 2015
117 f.:il.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Área de Conhecimento: Automação, 2015

Orientador: Marina Lavorato de Oliveira

Inclui bibliografia

1. Planejamento da expansão dos sistemas de distribuição. 2. Planejamento dinâmico a longo prazo. 3. Programação cônica de segunda ordem Inteiro mista. 4. Programação linear inteira mista.



CERTIFICADO DE APROVAÇÃO


TÍTULO: Planejamento Dinâmico a Longo Prazo de Ativos de Sistemas de Distribuição de Energia Elétrica Considerando a Incorporação de Diferentes Tipos de Elementos Adicionais de Expansão

AUTORA: ALEJANDRA TABARES POZOS

ORIENTADORA: Profa. Dra. MARINA LAVORATO DE OLIVEIRA

Aprovada como parte das exigências para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica ,
Área: AUTOMAÇÃO, pela Comissão Examinadora:


Profa. Dra. MARINA LAVORATO DE OLIVEIRA
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. JOSÉ ROBERTO SANCHES MANTOVANI
Departamento de Engenharia Elétrica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira


Prof. Dr. EDUARDO NOBUHIRO ASADA
Departamento de Engenharia Elétrica / Escola de Engenharia de São Carlos-Usp

Data da realização: 27 de fevereiro de 2015.

Para meu irmão German, sem você minha vida não seria vida.
Para meus pais, por seus erros e acertos que forneceram meu talante.

AGRADECIMENTOS

Meus agradecimentos a todos os familiares, amigos, professores e funcionários da FEIS-UNESP, que direta ou indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho. Em especial, dedico meus agradecimentos:

- Agradeço primeiramente a Deus porque sempre sinto sua presença na minha caminhada. Porque tudo posso nele quem me fortalece;
- Agradeço infinitamente a minha família: meu orgulho e motivação, minha razão de ser e maior fortuna. A meu pai, mais que pai meu melhor amigo, o melhor companheiro, meu apoio, me ombro e a única mão que sempre está nos meus maus tempos. A meu irmão, o presente mais importante que me tem dado a vida, obrigada pela luz que sempre traz para mim, todo meu esforço é o legado que eu quero deixar para você. A minha mãe pela educação que recebi e que agora é a ferramenta mais importante para enfrentar os desafios da minha vida. Aos meus avós pelas suas imensas orações e pelo exemplo de vida que deram para todos os que fazemos parte da sua descendência, pelos seus filhos que são os melhores pais do mundo e que são o resultado de uma ótima educação;
- Ao Prof. Dra. Marina Lavorato de Oliveira pela sua orientação durante estes dois anos de mestrado e ao professor;
- Ao Dr. John Fredy Frando Baquero pela orientação. Sem suas ideias e sugestões não teria sido possível alcançar os objetivos da minha pesquisa;
- Ao Prof. Dr. Rubén Romero Lázaro pelos seus conselhos e pela sua grande ajuda e apoio neste lugar. Sempre um grande amigo, um grande ser humano e um prodígio;
- A todos meus companheiros do LAPSEE, brasileiros e estrangeiros pela sua amizade, sua ajuda e apoio durante todo este tempo. Ao David Álvarez Martínez por ter-me convidado a iniciar meus estudos de mestrado neste lugar.
- Agradeço a UNESP e ao programa de pós-graduação em Engenharia Elétrica da Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira pelas instalações disponíveis para desenvolver meu trabalho;
- Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pela oportunidade e apoio financeiro.

“Ever tried. Ever failed. No matter. Try Again. Fail
again. Fail better.”

Samuel Beckett

RESUMO

Este trabalho apresenta um modelo de programação cônica de segunda ordem inteiro misto (MPCSOIM) e um modelo de programação linear inteira mista (MPLIM) para resolver o problema de expansão de sistemas de distribuição de energia elétrica (SDEE) a longo prazo com uma abordagem dinâmica, considerando os seguintes planos: aumento da capacidade de subestações existentes, a instalação de novas subestações, a alocação de bancos de capacitores e/ou reguladores de tensão, instalação de novos circuitos e/ou recondutoramento dos existentes e, modificação, se for necessário, da topologia do sistema. O objetivo é minimizar o valor presente dos custos de investimento e operação do SDEE dentro de um horizonte de planejamento estabelecido. O modelo de natureza linear usa uma técnica de linearização e uma aproximação para transformar o problema original em um MPLIM, enquanto o modelo cônico é obtido transformando as restrições não lineares em restrições quadráticas devido à equivalência das soluções do modelo de programação não linear (MPNL) e o modelo de programação cônica de segunda ordem (MCSO) na abordagem do cálculo do ponto de operação em regime permanente (PORP) dos sistemas de distribuição. A fim de testar e verificar os modelos propostos utilizou-se um sistema teste de 18-nós e um sistema teste de 24-nós.

Palavras-chave: Planejamento da expansão dos sistemas de distribuição. Planejamento dinâmico a longo prazo. Programação cônica de segunda ordem inteiro mista. Programação linear inteira mista.

ABSTRACT

This paper presents a mixed integer second-order cone programming model (MISOCPM) and a mixed integer linear programming model (MILPM) to solve the problem of expansion of electrical energy distribution systems (EDS) on a long-term dynamic approach, considering: increasing the capacity of existing substations, installing new substations, allocation of banks of capacitors and/or voltage regulators, installation of new circuits and/or recondutoring of existing circuits and, if necessary, modification of the topology of the system. The objective is to minimize the present value of the investment and operation costs of EDS within a given planning horizon. The linear model uses a linearization technique and an approach to transform the original problem in a MILPM. The conical model is obtained by transforming nonlinear constraints in quadratic constraints given the equivalence of solutions of non-linear programming model (NLPM) and the second-order cone programming model (SOCPM) in addressing the calculation of the operating point in steady state (OPSS) distribution systems. In order to test and verify the proposed models used an 18-nodes system and a 24 nodes system.

Keywords: Planning the expansion of distribution systems. Dynamic long-term planning. Mixed integer second-order cone programming. Mixed integer linear programming.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1	Diagrama modelo de fluxo de ramo.	32
Figura 2	Aproximação linear nos casos $y = 1$ e $y = 2$	35
Figura 3	Ajuste linear de P_{ij}^2 para os dois primeiros subintervalos: $P_{ij} \geq 0$. . .	35
Figura 4	Cálculo de $P_{ij}^2 : P_{ij} \geq 0$	36
Figura 5	Diagrama unifilar sistema teste de 34 nós	42
Figura 6	Magnitudes da tensão para cada nível de demanda no sistema teste de 34 nós.	43
Figura 7	Magnitudes da corrente para cada nível de demanda no sistema teste de 34 nós.	44
Figura 8	Níveis de tensão calculados por cada tipo de modelo para o sistema teste de 34 nós.	45
Figura 9	Magnitude da corrente calculada por cada tipo de modelo para o sistema teste de 34 nós.	45
Figura 10	Diagrama unifilar sistema teste de 70 nós	46
Figura 11	Magnitudes da tensão para cada nível de demanda no sistema teste de 70 nós.	47
Figura 12	Magnitudes da corrente para cada nível de demanda no sistema teste de 70 nós.	47
Figura 13	Níveis de tensão calculados por cada tipo de modelo para o sistema teste de 70 nós.	49
Figura 14	Magnitude da corrente calculada por cada tipo de modelo para o sistema teste de 70 nós.	49
Figura 15	Diagrama unifilar sistema teste de 202 nós	50
Figura 16	Magnitudes da tensão para cada nível de demanda no sistema teste de 202 nós.	51

Figura 17	Magnitudes da corrente para cada nível de demanda no sistema teste de 202 nós.	51
Figura 18	Níveis de tensão calculados por cada tipo de modelo para o sistema teste de 202 nós.	52
Figura 19	Magnitude da corrente calculada por cada tipo de modelo para o sistema teste de 202 nós.	53
Figura 20	Magnitudes da tensão para cada nível de demanda no sistema teste de 400 nós.	54
Figura 21	Magnitudes da corrente para cada nível de demanda no sistema teste de 400 nós.	55
Figura 22	Níveis de tensão calculados por cada tipo de modelo para o sistema teste de 400 nós.	56
Figura 23	Magnitude da corrente calculada por cada tipo de modelo para o sistema teste de 400 nós.	56
Figura 24	Modelo bancos de capacitores.	61
Figura 25	Modelo bancos dos reguladores de tensão.	62
Figura 26	Procedimento para obter uma estimacão da magnitude da tensão . . .	70
Figura 27	Sistema inicial para o teste de 23 nós	72
Figura 28	Sistema inicial para o teste de 23 nós	74
Figura 29	Sistema inicial para o teste de 23 nós	75
Figura 30	Plano de expansão para o Teste 3 do sistema de 23 nós.	76
Figura 31	Topologia inicial para o sistema de distribuicão de 54 nós	77
Figura 32	Plano de expansão para o sistema de 54 nós para o teste 1.	78
Figura 33	Plano de expansão para o sistema de 54 nós teste 2.	79
Figura 34	Plano de expansão para o sistema de 54 nós para o teste 3.	80
Figura 35	Topologia inicial do sistema de distribuicão de 18 nós.	82
Figura 36	Plano de expansão para o estágio 1 do sistema de 18 nós.	83
Figura 37	Plano de expansão para o estágio 2 do sistema de 18 nós.	83

Figura 38	Plano de expansão para o estágio 3 do sistema de 18 nós.	84
Figura 39	Topologia inicial do sistema de distribuição de 24 nós.	87
Figura 40	Topologia por estágio para o teste dinâmico.	90
Figura 41	Topologia por estágio para o teste dinâmico com RTs.	91
Figura 42	Topologia por estágio para o teste dinâmico com BCs.	93
Figura 43	Topologia por estágio para o teste dinâmico com BCs e RTs	94

LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Principais resultados para o sistema de 34 nós	43
Tabela 2	Perda de potência ativa geradas por cada modelo e para cada nível de demanda para o sistema teste de 34 nós (kW).	44
Tabela 3	Principais resultados para o sistema de 70 nós	46
Tabela 4	Perda de potência ativa geradas por cada modelo e para cada nível de demanda para o sistema teste de 34 nós (kW).	48
Tabela 5	Principais resultados para o sistema de 202 nós	50
Tabela 6	Perda de potência ativa geradas por cada modelo e para cada nível de demanda para o sistema teste de 34 nós (kWh).	52
Tabela 7	Principais resultados para o sistema de 202 nós	54
Tabela 8	Perda de potência ativa geradas por cada modelo e para cada nível de demanda para o sistema teste de 34 nós (kWh).	55
Tabela 9	Resumo dos resultados para o Teste 1 (US\$).	73
Tabela 10	Resumo dos resultados para o Teste 2 (US\$).	74
Tabela 11	Resumo dos resultados para o Teste 3 (US\$).	75
Tabela 12	Resumo dos resultados para o sistema de 54 barras (US\$).	78
Tabela 13	Resumo dos resultados para o sistema de 54 barras sem custos de operação (US\$).	79
Tabela 14	Resumo dos resultados para o sistema de 54 barras sem custos de operação (US\$).	80
Tabela 15	Custos totais e por estágio para o sistema de 18 nós (10^3 x US\$).	81
Tabela 16	Resultados nos níveis de demanda por estágio para o sistema de 18 nós	81
Tabela 17	Diferenças entre os modelos linear e cônico na solução do sistema de 18 nós	84

Tabela 18	Diferenças nos investimentos para cada estágio e tipo de modelo para o sistema de 18 nós.	85
Tabela 19	Circuitos em operação por estágio em cada modelo de programação para o sistema de 18 nós.	86
Tabela 20	Resumo dos resultados para os testes do sistema de 24 nós	88
Tabela 21	Erro de aproximação das perdas de potência ativa para os testes do sistema de 24 nós	88
Tabela 22	Dados da demanda em (kVA).	108
Tabela 23	Dados Condutores.	108
Tabela 24	Dados Circuitos (km).	109
Tabela 25	Dados da demanda em (kVA).	110
Tabela 26	Dados Condutores.	110
Tabela 27	Dados Circuitos (km).	111
Tabela 28	Dados da demanda em (kVA).	112
Tabela 29	Dados Subestações.	112
Tabela 30	Dados Condutores.	113
Tabela 31	Dados Circuitos (km).	113
Tabela 32	Dados da demanda em (kVA).	114
Tabela 33	Dados Subestações.	114
Tabela 34	Dados Condutores.	114
Tabela 35	Dados Circuitos (km).	115

LISTA DE ABREVIACOES E SIGLAS

AMPL	A Modeling Language for Mathematical Programming
BC	Banco de capacitor
BT	Busca tabu
COS	Custo de operação das subestações
CPC	Custo de perdas dos circuitos
CPLEX	Solver comercial
ENS	Energia não suprida
FC	Fluxo de carga
FC-ra	Fluxo de carga após relaxação angular
FC-rc	Fluxo de carga após relaxação convexa
FSD	Formulação semi-definida.
GAMS	Solver comercial
GD	Geração distribuída.
IBC	Investimentos em bancos de capacitores
IC	Investimentos em circuitos
IEEE	Institute of Electrical and Electronics Engineers
Imax	Magnitude de Corrente máxima por um tipo de condutor
IRT	Investimentos em reguladores de tensão
IS	Investimentos em subestações
L	Comprimento entre os nós ij
MPCSO	Modelo de programação cônico de segunda ordem
MPCSOIM	Modelo de programação cônico de segunda ordem inteiro misto
MPIMRQ	Modelo de programação inteiro misto com restrições quadráticas
MPL	Modelo de programação linear
MPLIM	Modelo de programação linear inteiro misto
MPNL	Modelo de programação não linear
MPNLIM	Modelo de programação não linear inteiro misto
ND	Níveis de demanda

NSGA	Nondominated Sorting Genetic Algorithm
PC	Problema cônico
PCSO	Programação cônica de segunda ordem
PD	Problema dual
PESD	Planejamento da expansão de sistemas de distribuição de energia elétrica
PL	Programação linear
PLIM	Programação linear inteira mista
PNL	Programação não linear
PNLIM	Programação não linear inteira mista
PORP	Ponto de operação em regime permanente
PPA	Perdas de potência ativa
PPR	Perdas de potência reativa
PSO	Particle Swarm Optimization
RT	Regulador de tensão
SAIDI	System Average Interruption Duration Index
SAIFI	System Average Interruption Frequency Index
SDEE	Sistema de distribuição de energia elétrica
SPEA	<i>Strength Pareto Evolutionary Algorithm</i>
TC	Tipo inicial do condutor
TD	Test dinâmico para o Sistema de 24 nós
TDBC	Test dinâmico com banco de capacitores para o Sistema de 24 nós
TDBCRT	Test dinâmico com banco de capacitores e reguladores de tensão para o Sistema de 24 nós
TDRT	Test dinâmico com reguladores de tensão para o Sistema de 24 nós
TM	Tensão mínima

LISTA DE SÍMBOLOS

θ_i	Ângulo de fase no nó i
$V_{j,t}^{nom}$	Aproximação da magnitude da tensão no nó i , no estágio t
V_i^{nom}	Aproximação da magnitude da tensão no nó i
\bar{S}_c	Capacidade de potência aparente para a instalação da subestação considerando a alternativa c
\bar{R}_c	Capacidade de potência aparente para a repotenciação da subestação considerando a alternativa c
l_{ij}	Comprimento do circuito ij
Ω_c	Conjunto de alternativas para as subestações
Ω_l	Conjunto de estágios
Ω_b	Conjunto de nós
Ω_t	Conjunto de ramos
Ω_s	Conjunto de subestações
Ω_a	Conjunto de tipos de condutores
$c_{ij,a}^f$	Custo de construção de circuito ij usando condutor tipo a
c^l	Custo de energia
c_i^v	Custo de operação da subestação no nó i
c^{mod}	Custo fixo de alocação de cada unidade de banco de capacitor
c^{cb}	Custo fixo de alocação de uma banco de capacitores
$c^{vr} /$	Custo fixo de alocação de uma regulador de tensão
c_c^s	Custo fixo de alocação de uma subestação no nó i , do tipo c
c_c^r	Custo fixo de repotenciação de uma subestação no nó i , do tipo c
κ	Duração de anos de um estágio
\vec{V}_i	Fasor da tensão no nó i
\vec{I}_{ij}	Fasor de corrente no circuito ij
ϕ_s	Fator de perda para as subestações
ϕ_l	Fator de perda para os circuitos
$\hat{P}_{ij,t}$	Fluxo de potência ativa no circuito ij , no estágio t
$P_{ij,a,t}$	Fluxo de potência ativa no circuito ij associada como o tipo de condutor a , no estágio t

P_{ij}	Fluxo de potência ativa no circuito ij
$\hat{Q}_{ij,t}$	Fluxo de potência reativa no circuito ij no estágio t
$Q_{ij,a,t}$	Fluxo de potência reativa no circuito ij associada como o tipo de condutor a , no estágio t
Q_{ij}	Fluxo de potência reativa no circuito ij
$L_{ij,y}$	Função de aproximação linear de P_{ij}^2 restrita ao y -ésimo subintervalo
$f(y, \bar{y}, \Gamma)$	Função de linearização por partes para o quadrado da variável y
$F(\tau, \kappa)$	Função do valor atual de um custo anual que tem uma duração de κ anos em termos de uma taxa de juros τ .
\bar{p}_i	Geração máxima na barra i
Z_a	Impedância por unidade de comprimento do alimentador tipo a
$\sigma_{y,y}$	Inclinação do bloco y th devido a linearização em trechos para y
m_y^G	Inclinação do bloco y th devido a linearização em trechos para o fluxo de potência
Z_{ij}	Indutância do circuito ij
\bar{b}	limite máximo da magnitude da queda de tensão
$\bar{\Delta}^G$	Limite para cada bloco de discretização $\bar{\Delta}_{ij,y}^{Pg}$ e $\bar{\Delta}_{ij,y}^{Qg}$
I_{ij}	Magnitude da corrente no circuito ij
$b_{ij,t}$	Magnitude da queda de tensão no circuito ij , no estágio t
V_i	Magnitude da tensão no nó i
\bar{I}	Magnitude máxima de corrente
\bar{V}	Magnitude máxima de tensão
\underline{V}	Magnitude mínima de tensão
\bar{M}	Máximo número de bancos de capacitores que podem ser adicionados no sistema
\bar{V}_r	Máximo número de reguladores de tensão que podem ser adicionados no sistema
\bar{N}	Máximo número de unidades de bancos de capacitores que podem ser adicionados em cada nó
$n_{i,t}^{cb}$	Número inteiro de unidades de banco de capacitores estandar instaladas no nó i , no estágio t
$n_{i,t}^{cho}$	Número inteiro de unidades de banco de capacitores estandar operando no nó i , no estágio t
Γ	Número máximo de discretizações usada na função f
$P_{i,t}^D$	Potência ativa demandada no nó i , no estágio t
P_i^D	Potência ativa demandada no nó i
$P_{i,t}^S$	Potência ativa gerada no nó i , no estágio t
P_i^S	Potência ativa gerada no nó i

Q_{bc}^{esp}	Potência reativa de cada unidade de banco de capacitor estandar
$Q_{i,t}^D$	Potência reativa demandada no nó i , no estágio t
Q_i^D	Potência reativa demandada no nó i
$Q_{i,t}^S$	Potência reativa gerada no nó i , no estágio t
Q_i^S	Potência reativa gerada no nó i
$I_{ij,a,t}^{sqr}$	Quadrado da magnitude da corrente no circuito ij associada como o tipo de condutor a , no estágio t
$\hat{I}_{ij,t}^{sqr}$	Quadrado da magnitude da corrente no circuito ij
$Sg_{i,t}^{sqr}$	Quadrado da magnitude da potência aparente da subestação i , no estágio t
$\tilde{V}_{i,t}^{sqr}$	Quadrado da magnitude da tensão não regulada no nó i , no estágio t
$V_{i,t}^{sqr}$	Quadrado da magnitude da tensão no nó i , no estágio t
V_i^{sqr}	Quadrado da magnitude da tensão no nó i
$R_{ij}^{\%}$	Rango de regulação do Regulador de Tensão
X_{ij}	Reatância do circuito ij
X_a	Reatância por unidade de comprimento do alimentador tipo a
R_{ij}	Resistencia do circuito ij
R_a	Resistencia por unidade de comprimento do alimentador tipo a
τ	Taxa de juros
α	Tempo da demanda em horas por ano
y^+	Variável auxiliar para o cálculo de $ y $
y^-	Variável auxiliar para o cálculo de $ y $
$y_{i,t}^{tn}$	Variável binária associada com o uso de um nó de transferência i , no estágio t
$x_{i,t}^{cb}$	Variável binária para a construção de um banco de capacitores no nó i , no estágio t
$x_{i,c,t}^S$	Variável binária para a construção de uma subestação no nó i , usando a alternativa c , no estágio t
$x_{ij,a,t}^l$	Variável binária para a construção do circuito ij , usando o o tipo de condutor a , no estágio t
$x_{ij,t}^{vr}$	Variável binária para a instalação de um regulador de tensão no circuito ij , no estágio t
$y_{i,c,t}^S$	Variável binária para a operação de uma subestação no nó i , usando a alternativa c , no estágio t
$y_{ij,a,t}^l$	Variável binária para a operação do circuito ij , usando o o tipo de condutor a , no estágio t
$x_{i,c,t}^r$	Variável binária para a repotenciação de uma subestação no nó i , usando a alternativa c , no estágio t
$y_{ij,t}^{l-}$	Variável binaria que controla a direção no sentido negativo do circuito ij , no estágio t
$y_{ij,t}^{l+}$	Variável binaria que controla a direção no sentido positivo do circuito ij , no estágio t

$\bar{\Delta}_{ij,y}^{Pg}$	Variável de discretização do bloco y th para $ P_{ij} $
$\bar{\Delta}_{ij,y}^{Qg}$	Variável de discretização do bloco y th para $ Q_{ij} $
$\delta_{y,\gamma}$	Variável de discretização do bloco y th para y

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	22
1.1	DESCRIÇÃO DO PROBLEMA	22
1.2	OBJETIVOS E CONTRIBUIÇÕES DO TRABALHO	23
2	REVISÃO DOS ANTECEDENTES BIBLIOGRÁFICOS	25
3	CÁLCULO DO PONTO DE OPERAÇÃO EM REGIME PERMANENTE	30
3.1	EQUAÇÕES DE FLUXO DE CARGA	31
3.1.1	Formulação não linear para o problema de FC	33
3.2	LINEARIZAÇÕES	34
3.2.1	Linearização de $V_i^{sqr} I_{ij}^{sqr}$	34
3.2.2	Linearização de $P_{ij}^2 + Q_{ij}^2$	34
<i>3.2.2.1</i>	<i>Aplicação da linearização apresentada por Gonçalves (2013)</i>	<i>39</i>
<i>3.2.2.2</i>	<i>Aplicação da linearização apresentada por Alguacil, Motto e Conejo (2003)</i>	<i>39</i>
3.2.3	Formulação linear inteira mista	40
3.3	RELAXAÇÃO CÔNICA DE SEGUNDA ORDEM	40
3.3.1	Formulação cônica de segunda ordem inteira mista	41
3.4	TESTES E RESULTADOS	41
3.4.1	Sistema teste de 34 nós	42
3.4.2	Sistema teste de 70 nós	46
3.4.3	Sistema teste de 202 nós	50
3.4.4	Sistema teste de 400 nós	54
3.4.5	Análise de resultados	57
4	PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO	58

4.1	FUNÇÃO OBJETIVO	59
4.2	RESTRICÇÕES	60
4.2.1	Modelagem dos bancos de capacitores	61
4.2.2	Modelagem dos reguladores de tensão	62
4.2.3	Modelagem do ponto de operação	63
4.2.4	Modelagem da operação radial do sistema	64
4.2.5	Restrições lógicas de coordenação de investimentos	65
4.2.6	Restrições relacionadas aos limites operacionais do sistema	67
4.3	MODELO DE PROGRAMAÇÃO NÃO LINEAR PARA O PROBLEMA DE PESD	68
4.4	MODELO DE PROGRAMAÇÃO CÔNICO DE SEGUNDA ORDEM INTEIRA MISTA PARA O PROBLEMA DE PESD	68
4.5	MODELO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRO MISTO PARA O PROBLEMA DE PESD	69
4.5.1	Linearização de $\tilde{V}_{j,t}^{sqr} \hat{I}_{ij,t}^{sqr}$	69
4.5.2	Linearização de $\hat{P}_{ij,t}^2 + \hat{Q}_{ij,t}^2$ e $(P_{i,t}^S)^2 + (Q_{i,t}^S)^2$	70
4.5.3	Modelo linear	71
5	TESTES E RESULTADOS	72
5.1	TESTES PARA O PLANEJAMENTO ESTÁTICO	72
5.1.1	Sistema teste de 23 nós	72
5.1.1.1	<i>Teste 1 - planejamento considerando somente IC</i>	73
5.1.1.2	<i>Teste 2 - planejamento considerando IC e IS.</i>	73
5.1.1.3	<i>Teste 3- planejamento considerando IC, IS e CBC.</i>	74
5.1.2	Sistema teste de 54 nós	76
5.1.2.1	<i>Teste 1 - planejamento considerando COS.</i>	76
5.1.2.2	<i>Teste 2 - planejamento sem considerar COS.</i>	77
5.1.2.3	<i>Teste 3- planejamento sem considerar COS e CBC.</i>	78
5.2	TESTES PARA O PLANEJAMENTO DINÂMICO	79

5.2.1	Sistema teste de 18 nós	79
5.2.2	Sistema teste de 24 nós	85
5.2.2.1	<i>Teste dinâmico</i>	88
5.2.2.2	<i>Teste dinâmico com RTs</i>	89
5.2.2.3	<i>Teste dinâmico com BCs.</i>	91
5.2.2.4	<i>Teste dinâmico com BCs e RTs</i>	93
6	CONCLUSÕES	96
7	TRABALHOS FUTUROS	97
	REFERÊNCIAS	98
	APÊNDICE A - SIMPLIFICAÇÃO EQUAÇÃO (97)	103
	APÊNDICE B - DADOS SISTEMA TESTE DE 23 NÓS	108
	APÊNDICE C - DADOS SISTEMA TESTE DE 54 NÓS	110
	APÊNDICE D - DADOS SISTEMA TESTE DE 18 NÓS	112
	APÊNDICE E - DADOS SISTEMA TESTE DE 24 NÓS	114

1 INTRODUÇÃO

1.1 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

O principal objetivo do sistema de distribuição de energia elétrica (SDEE) é fornecer um serviço confiável aos consumidores garantindo a qualidade da alimentação com o menor custo possível. Sendo este um sistema em constante mudança, o aumento das cargas nos sistemas juntamente com a instalação de novas cargas obriga a uma expansão dos SDEE para satisfazer essas mudanças. Assim pode-se dizer que o problema de planejamento da expansão de sistemas de distribuição de energia elétrica (PESD) lida com a forma como deve ser efetuada a expansão do sistema para mantê-lo operando adequadamente. No problema de PESD, múltiplas funções objetivos, incluindo os custos da instalação de novos equipamentos, custos de operação das subestações, a confiabilidade e as perdas de energia do sistema de distribuição, devem ser avaliadas. Ao considerar as características físicas e econômicas reais da operação dos SDEE, o problema de PESD torna-se um problema de programação não linear inteiro misto de grande porte que envolve a otimização de variáveis binárias que representam a seleção de equipamentos de distribuição e as variáveis contínuas que representam os fluxos de energia e magnitudes de tensão; o comportamento de rede é regido principalmente através das equações de fluxo de energia não linear (GANGULY; SAHOO; DAS, 2013).

O planejamento pode ser realizado considerando uma abordagem estática e dinâmica (FLETCHER; STRUNZ, 2007). A abordagem estática considera que o planejamento ideal é realizado com dados de demanda que vai haver no final do período considerado no planejamento. A abordagem dinâmica define não só a localização ideal, tipo e capacidade de investimento, mas também o momento mais adequado para realizar tais investimentos, para que o crescimento contínuo da demanda seja sempre assimilado pelo sistema de forma ideal. Esta abordagem que se refere à expansão do sistema ao longo de vários estágios representa o curso natural de uma expansão. Devido à interdependência entre os estágios o problema de PESD é muito mais difícil de formular e resolver, mas a solução fornecida, geralmente, é melhor do que a encontrada usando uma abordagem estática. Ao longo dos anos, pesquisadores ao redor do mundo têm contribuído significativamente com o estudo do problema de PESD com vários modelos matemáticos e estratégias de solução. Existem trabalhos na literatura sobre o problema de PESD que abordam de forma independente a construção de circuitos e subestações (JABR, 2013) (LAVORATO et al., 2010), a alocação de bancos de capacitores (BARAN; WU, 1989); a alocação de reguladores de tensão (MENDOZA et al., 2007), bem como a alocação conjunta de bancos de capacitores e reguladores de tensão (FRANCO et al., 2013a). O trabalho de Franco, Rider e

Romero (2014) considera a construção de circuitos, subestações e instalação de bancos de capacitores para o caso estático. Nesse trabalho é mostrado que a PESD considerando a alocação de bancos de capacitores fixos leva a melhores soluções, reduzindo as perdas e os custos de investimento em circuitos, que em conjunto poderiam evitar investimentos desnecessários em novas subestações. Opções alternativas para a expansão dos sistemas tais como a geração distribuída (GD) e unidades de armazenamento podem ser consideradas. Em Haffner et al. (2008a) e El-Khattam, Hegazy e Salama (2005), o planejamento de redes de distribuição é desenvolvido considerando GD, no entanto, o impacto da variação e aprimoramento da confiabilidade não são considerados. Nos trabalhos de Naderi, Kiaei e Haghifam (2010) e Sedghi, Aliakbar-Golkar e Haghifam (2013) são utilizados GD e unidades de armazenamento, no primeiro trabalho são usadas apenas para a melhoria da confiabilidade da rede de distribuição, em Sedghi, Aliakbar-Golkar e Haghifam (2013) é resolvido dentro do problema de planejamento da expansão com múltiplos estágios. Em Lavorato (2010) o problema de PESD considera conjuntamente a construção e/ou recondução de circuitos, a construção e/ou repotenciação de subestações, a instalação de bancos de capacitores e a instalação de reguladores de tensão, o problema foi modelado como um problema de programação não linear inteira mista (PNLIM). De acordo com a revisão bibliográfica, não há nenhum trabalho disponível na literatura especializada que leve em conta a construção de todas as possibilidades de equipamentos na resolução do problema de PESD dinâmico. A consideração de múltiplos equipamentos no PESD tem a vantagem de avaliar quais são os mais adequados para serem instalados em um SDEE. Neste trabalho é apresentado um modelo de programação não linear inteiro misto (MPNLIM) para a PESD dinâmico que considera a expansão dos circuitos e as subestações, bem como a alocação de bancos de capacitores e reguladores de tensão. Posteriormente são utilizadas técnicas de linearização para obter um modelo de programação linear inteiro misto (MPLIM) que pode ser resolvido com técnicas de otimização clássica as quais tem a capacidade de garantir a solução ideal, além disso, e devido ao bom desempenho da programação cônica em outros tipos de problemas dos SDEE é apresentado um modelo de programação cônica de segunda ordem inteiro misto (MPCSOIM). O horizonte de planejamento é dividido em várias etapas e os modelos de otimização propostos indicam o momento certo para realizar os investimentos. Os modelos propostos foram testados em sistemas típicos para efetuar o planejamento estático e dois sistemas de testes adaptados da literatura especializada foram usados para mostrar a eficiência do método proposto para o caso do planejamento dinâmico.

1.2 OBJETIVOS E CONTRIBUIÇÕES DO TRABALHO

Os objetivos e contribuições desta dissertação de mestrado são:

1. Desenvolver um modelo de programação não linear inteiro misto (MNPLIM) para resolver o problema de planejamento da expansão de sistemas de distribuição de energia

elétrica que leva em conta o aumento da capacidade de subestações existentes, a instalação de novas subestações, alocação de bancos de capacitores e reguladores de tensão, instalação ou recondutoramento de circuitos e a alteração da topologia do sistema;

2. Desenvolver um modelo de programação linear inteiro misto (MPLIM) para resolver o problema de planejamento da expansão de sistemas de distribuição de energia elétrica que leva em conta o aumento da capacidade de subestações existentes, a instalação de novas subestações, alocação de bancos de capacitores e reguladores de tensão, instalação ou recondutoramento de circuitos e a alteração da topologia do sistema;
3. Desenvolver um modelo cônico de segunda ordem inteiro misto (MPCSOIM) para resolver o problema de planejamento da expansão de sistemas de distribuição de energia elétrica que leva em conta o aumento da capacidade de subestações existentes, a instalação de novas subestações, alocação de bancos de capacitores e reguladores de tensão, instalação ou recondutoramento de circuitos e a alteração da topologia do sistema.

2 REVISÃO DOS ANTECEDENTES BIBLIOGRÁFICOS

O problema de PESD tem sido resolvido através de distintas técnicas de solução, como algoritmos heurísticos, técnicas de otimização clássicas como programação linear e inteira e nos últimos anos foram usadas também metaheurísticas. Estas técnicas de solução mostram diferentes desempenhos segundo a natureza do modelo e a dimensão do sistema a resolver (FRANCO, 2012). Os primeiros trabalhos sobre o problema de PESD de longo prazo foram publicados na década de 70, e em Bernal (1998) e Ganguly, Sahoo e Das (2013) são apresentadas revisões bibliográficas detalhadas sobre os trabalhos desenvolvidos sobre este tema. A seguir são apresentados resumidamente alguns trabalhos de relevância sobre esse tema.

Sun et al. (1982) usam um modelo estático aplicado a uma metodologia dinâmica para o planejamento das redes de distribuição em duas fases. Na primeira fase aplica-se o modelo estático para obter uma solução considerando as demandas que teriam no último ano do horizonte de planejamento. Na segunda fase, o modelo estático é aplicado a cada um dos estágios coordenando os circuitos e subestações, segundo a análise da primeira fase e os valores respectivos de demanda.

Ramirez-Rosado e Gönen (1991) desenvolveram uma metodologia pseudodinâmica com um modelo detalhado para o planejamento ótimo dos sistemas de distribuição onde as perdas são representadas usando seções lineares. O modelo considera a alocação e repotenciação de subestações, a construção e recondutoramento de circuitos, também definem o número de alimentadores que saem das subestações.

Miranda V. and Ranito e Proenca (1994) utilizam um algoritmo genético para o planejamento dinâmico, minimizando uma função objetivo que consiste na soma dos custos econômicos da rede: fixos e variáveis, isto é, custos de investimento e custo das perdas, respectivamente, um custo relacionado com a confiabilidade e um custo associado com as quedas de tensão nas barras. A metodologia é pseudodinâmica, devido à falta de coordenação entre as etapas. Usam somente um tipo de condutor para os circuitos devido à limitação da codificação empregada. Não consideram como variável a capacidade da subestação, senão pelo contrário, estas deviam ser determinadas com antecedência. O modelo e o algoritmo apresentados são testados em um sistema de 54 barras, que também é utilizado por diversos autores.

Ramirez-Rosado e Bernal-Agustin (1998) utilizam um algoritmo genético para a solução do problema de PESD. Os autores modelam o problema de planejamento como um problema não linear inteiro misto, onde a função objetivo é modelada de forma não linear e minimiza os custos de investimento e operação. O modelo apresentado é capaz de considerar o planejamento

estático ou o dinâmico. As restrições são as tipicamente utilizadas no problema, tais como, leis de Kirchhoff, limites permissíveis de fluxo nos circuitos, limites de fornecimento de potência das subestações, queda de tensão nos circuitos.

Bernal (1998) utilizam um algoritmo genético mono e multi-objetivo para a solução do problema de PESD. O autor considera como funções objetivos os custos de investimentos na expansão e operação da rede, e os custos referentes à confiabilidade da rede através da avaliação da energia não suprida (ENS). O planejamento é pseudodinâmico, usando o método estático de maneira sucessiva. O problema é codificado em base decimal, o que permite incluir facilmente a bitola dos condutores e as capacidades das subestações, contornando as dificuldades que a codificação binária apresenta sobre este aspecto. Propõe-se também um algoritmo para calcular o valor da ENS para redes malhadas. A metodologia é testada em sistemas de grande porte, conseguindo obter soluções com tempos computacionais pequenos. Neste trabalho mostra-se a influência na solução obtida das restrições de radialidade, limites de tensão nas barras e a linearização ou não dos custos variáveis.

Diaz-Dorado, Cidras e Miguez (2002) apresentam um modelo estático para a configuração ótima do sistema de média tensão. O objetivo é minimizar os custos de investimentos, as perdas de energia e de qualidade do fornecimento de energia, sujeitos às restrições técnicas (estrutura radial, quedas de tensão, e capacidade dos equipamentos). Para solução do modelo é proposto um algoritmo heurístico especializado baseado na técnica branch-exchange.

Em Ramirez-Rosado e Bernal-Agustin (2001), Ramirez-Rosado e Dominguez-Navarro (2004) e Mendoza, Bernal-Agustin e Dominguez-Navarro (2006) é proposto um modelo multi-objetivo para o planejamento de redes de distribuição de média tensão. As funções objetivos consideradas no modelo são: (1) Custos de investimentos na expansão e operação da rede; e, (2) Os custos de confiabilidade da rede através da avaliação da ENS. Em Ramirez-Rosado e Bernal-Agustin (2001) é proposto um algoritmo multi-objetivo baseado na metaheurística busca tabu (BT) e lógica fuzzy que encontra as soluções não dominadas correspondentes à otimização simultânea dos custos de investimentos e nível de confiabilidade. Esta mesma técnica é empregada por Ramirez-Rosado e Dominguez-Navarro (2004). Em Mendoza, Bernal-Agustin e Dominguez-Navarro (2006) as técnicas de solução propostas para solução do modelo multi-objetivo do planejamento de sistemas de distribuição são: *Nondominated Sorting Genetic Algorithm* (NSGA) e o *Strength Pareto Evolutionary Algorithm* (SPEA).

Em Gomez et al. (2004) o problema de PESD é modelado como um problema não linear inteiro misto e para a sua solução os autores utilizam a metaheurística colônia de formigas (do inglês *Ant Colony System Algorithm*). O modelo proposto é estático e considera os custos na construção de circuitos e subestações e os custos operacionais, sujeitos a um conjunto de restrições técnicas e operacionais.

Ramirez-Rosado e Dominguez-Navarro (2006) propõem um modelo multiobjetivo com

três funções objetivos. Duas delas são as utilizadas em Ramirez-Rosado e Bernal-Agustin (2001), Ramirez-Rosado e Dominguez-Navarro (2004) e Mendoza, Bernal-Agustin e Dominguez-Navarro (2006) e uma terceira função que considera a robustez da rede planejada. Para a solução deste modelo os autores utilizam um algoritmo baseado na metaheurística BT e lógica fuzzy.

Carrano et al. (2006) apresentam uma metodologia multi-objetivo para tratar o problema do planejamento de sistemas de distribuição, permitindo encontrar o conjunto de soluções de Pareto e mostrando como usá-la para propósitos de projeto. Trabalha com dois objetivos: custos monetários e função de custos das faltas, resolvendo o modelo com o algoritmo multi-objetivo NSGA-II.

Tao e Haubrich (2006) modelam o problema de PESD com geração distribuída como um problema de programação não linear inteiro misto. Os autores consideram no modelo o comportamento estocástico dos geradores distribuídos. Propõem para a solução do modelo um algoritmo heurístico de dois estágios: um estágio é baseado em busca sobre vizinhança e outro baseado em busca local guiada. A função objetivo do problema consiste em minimizar os custos de investimento e operação. Os autores ressaltam que este método pode ser utilizado para analisar os efeitos causados pela geração distribuída sobre vários cenários.

Fletcher e Strunz (2007) propõem um modelo para o planejamento generalizado do sistema de distribuição, fornecendo as condições de projeto e orientações gerais para as decisões de planejamento de curto prazo. Os parâmetros considerados são as capacidades, quantidade e transformadores de distribuição e de subestações, bitolas e comprimentos dos condutores e o valor da tensão nominal nos níveis primário e secundário da rede. O modelo de planejamento é do tipo estático. No custo total estão incluídas as perdas de energia durante a vida útil dos equipamentos, os investimentos efetuados no sistema e os custos associados às interrupções (confiabilidade do sistema). A função objetivo inclui o valor presente líquido do custo das interrupções por usuário. Os índices de confiabilidade SAIFI (*System Average Interruption Frequency Index*) e SAIDI (*System Average Interruption Duration Index*) são formulados como funções contínuas das taxas anuais de falta dos elementos, taxas de reparação e tempos de ação das chaves seccionadoras manuais e automática. As variáveis de decisão são assumidas contínuas, permitindo uma análise de sensibilidade.

Carrano et al. (2007) desenvolvem uma metodologia para a expansão do sistema de distribuição considerando condições de incerteza na evolução das cargas, usando um algoritmo inspirado no sistema imune. Nesse trabalho se faz uma análise de sensibilidade das soluções obtidas sob diferentes cenários usando funções de mérito para determinar a dominância das soluções.

Mantway e Al-Muhaini (2008) modelam o problema de planejamento da expansão do sistema de distribuição como um problema de programação multi-objetivo incluindo a presença da geração distribuída. As funções objetivos utilizadas neste modelo são: minimização dos custos

relativos à expansão (recondutoramento ou novos circuitos, repotencialização ou construção de novas subestações, custos da geração distribuída) e operação da rede; e minimizar o desvio de tensão da rede. Para a solução do modelo os autores propõem um algoritmo baseado em *particle swarm optimization* (PSO) binário.

Em Haffner et al. (2008a) e Haffner et al. (2008b) é apresentado um modelo para o problema de planejamento dinâmico de sistemas de distribuição de energia, incluindo geração distribuída. Apresentam como função objetivo a minimização dos custos referentes à instalação (circuitos e subestações), operação e manutenção da rede e da geração distribuída. O trabalho apresenta uma extensão de uma formulação linear disjuntiva para representar a inclusão, exclusão e substituição de circuitos. Os autores afirmam que o modelo linear inteiro misto resultante permite encontrar uma solução ótima utilizando um algoritmo *Branch & Bound*.

Em Cossi (2008) apresentam-se modelos matemáticos, técnicas de solução e resultados para o planejamento de redes de distribuição de energia elétrica de média tensão e planejamento e projeto de circuitos secundários de baixa tensão. O modelo de planejamento de redes de média tensão é abordado como um problema de PNLIM multi-objetivo. Os objetivos referem-se aos custos de investimentos e aos custos de confiabilidade da rede sujeitos às restrições referentes à radialidade dos sistemas planejados, suprimento da demanda nas barras de consumo em cada estágio do horizonte de planejamento, limites máximos de queda de tensão permitidos nos circuitos, restrições físicas e operacionais dos condutores e restrições de natureza financeira. Para solução do modelo proposto utiliza-se um algoritmo busca tabu reativo.

Em Lavorato (2010) o problema de planejamento utilizado é o estático, sendo este modelado como um problema de programação não linear inteiro misto. Neste trabalho são considerados, de maneira simultânea, os objetivos do planejamento de longo prazo e as ações de médio prazo como alocação de bancos de capacitores (BCs) e reguladores de tensão (RTs). Para resolver este problema duas técnicas de solução foram implementadas: um algoritmo heurístico construtivo especializado e um algoritmo *Branch & Bound* não linear. O modelo proposto tem como objetivo minimizar os custos de operação, construção de circuitos e subestações, BCs e RTs, sujeito às restrições de balanço de potência, magnitude de tensão, máxima capacidade dos circuitos e das subestações, controle de taps e de radialidade. Uma fase de melhoria local, com o objetivo de melhorar a solução inicial do algoritmo heurístico construtivo, e uma técnica de ramificação para evitar casos de infactibilidade na operação do sistema de distribuição foram implementadas.

Lotero e Contreras (2011) apresentam um modelo dinâmico para o problema de PESD. A função objetivo consiste na minimização dos custos de investimentos, operação e manutenção. Esta função objetivo não linear é linearizada por partes resultando em um modelo linear inteiro misto, o qual é resolvido através de solvers comerciais (GAMS/CPLEX). O modelo proposto permite encontrar múltiplas soluções para as quais posteriormente são calculados índices de

confiabilidade para cada solução encontrada.

Sahoo, Ganguly e Das (2012) propõem um modelo multi-objetivo e estático para o problema de PESD, considerando como objetivos a minimização dos custos de investimento e operação e a maximização da confiabilidade da rede. No modelo são consideradas a construção e repotencialização de subestações, construção e recondução de circuitos, custos de chaves seccionadoras e ramais de interconexões. O planejamento é efetuado em duas etapas: na primeira etapa é otimizada a topologia e as chaves seccionadoras e na segunda etapa são otimizados os ramais de interconexões para as soluções encontradas na etapa inicial. Os autores utilizam PSO na solução do modelo.

Samui, Samantaray e Panda (2012) apresentam um modelo estático cuja função objetivo considerada consiste dos custos de investimento e operação do sistema. Os autores utilizam um algoritmo de busca direta para resolver o modelo proposto. Os autores também consideram a confiabilidade da rede planejada durante o processo de solução, a fim de encontrar a relação entre a confiabilidade e os custos de investimento da rede planejada. São apresentados resultados para alguns testes de estudos.

Naderi, Seifi e Sepasian (2012) propõem um modelo dinâmico para o problema de PESD, o qual é resolvido aplicando-se algoritmo genético. O modelo proposto considera a presença de GDs. Como ferramenta auxiliar do algoritmo genético os autores utilizam um fluxo de potência ótimo para minimizar os custos de investimentos, operação, manutenção e perdas. Os autores apresentam resultados para um sistema de 9 barras.

Cossi et al. (2012) apresentam um modelo estático multi-objetivo para o problema de PESD. O problema é formulado como um problema não linear inteiro misto, e considera como funções objetivo os custos de instalação e operação da rede planejada e os custos de confiabilidade através dos custos de energia não suprida. Além das ações de expansão típicas como construção e expansão de subestações, construção e recondução dos circuitos, considera também a alocação de chaves seccionadoras. O modelo é resolvido através de um algoritmo busca tabu multi-objetivo, o qual utiliza como ferramenta auxiliar um algoritmo genético para alocar as chaves seccionadoras na topologia do sistema proposta pela busca tabu. Os autores apresentam resultados para um sistema de 180 barras.

Benvindo, Cossi e Mantovani (2013) apresentam um modelo dinâmico e estático para o problema de PESD. O modelo apresentado é não linear inteiro misto, e as funções objetivos consideradas são os custos de investimento e operação e os custos de confiabilidade da rede, calculado através dos custos de energia não suprida. As ações de expansão consideradas no modelo são as típicas do problema de PESD. Para a solução do modelo propostos os autores utilizam um algoritmo busca tabu multi-objetivo, o qual foi aplicado a um sistema de 54 barras da literatura.

3 CÁLCULO DO PONTO DE OPERAÇÃO EM REGIME PERMANENTE

Para o desenvolvimento desta dissertação o estudo do Fluxo de Carga (FC) é essencial, por isso, ele é modelado por expressões lineares e cônicas e o ponto de operação em regime permanente de um sistema de distribuição radial é encontrado utilizando tanto um modelo de programação linear inteira mista (PLIM) como um modelo de programação cônica de segunda ordem (PCSO). Os modelos propostos são formulações convexas que permitem encontrar a solução ótima do problema usando *solvers* comerciais que foram testados em quatro sistemas encontrados na literatura.

Em linhas gerais, o objetivo do FC consiste em determinar, dado um conjunto de valores especificados, o estado de operação em regime permanente do sistema elétrico (ARRILLAGA; ARNOLD, 2013), obtendo as magnitudes das tensões, os ângulos de fase em todos os nós e outras grandezas derivadas destas, tais como, fluxos de potências ativa, reativa e magnitudes de corrente nos circuitos, perdas de potências ativa e reativa, dentre outras.

O problema de FC pode ser modelado como um sistema de equações algébricas não lineares, existindo na literatura vários métodos para resolvê-lo tais como; os métodos de FC de varredura (CESPEDES, 1990; SHIRMOHAMMADI et al., 1988); o método iterativo de Newton-Raphson e suas versões desacopladas (ARRILLAGA; ARNOLD, 2013; STOTT, 1974), empregados para o cálculo de FC em redes de transmissão (MONTICELLI; BRASIL, 1983) e também utilizado em SDEE (LOPES, 2002); Gauss, Gauss-Seidel, etc. A maioria dos algoritmos de FC são baseados nos métodos de Newton e em suas variantes, que foram desenvolvidos especificamente para sistemas de transmissão. Nos SDEE, duas características são muito específicas; (a) Apesar da estrutura malhada, normalmente o SDEE opera de forma radial, isto é, não apresenta laços ou malhas; (b) Os SDEE normalmente apresentam alta relação R/X e comprimento muito variável dos circuitos. A primeira característica é uma vantagem, pois simplifica a complexidade do problema de FC. Nos trabalhos de Goswami e Basu (1992) e Segura, Romero e Rider (2010) são apresentados algoritmos iterativos especializados desenvolvidos para solucionar o problema de FC (os chamados FC de varredura) aproveitando esta vantagem. A segunda característica é uma desvantagem, pois os métodos de solução de FC empregados em sistemas de transmissão podem-se tornar inadequados em alguns casos.

3.1 EQUAÇÕES DE FLUXO DE CARGA

O modelo de injeção de potência é o modelo padrão para a análise de FC que se concentra em variáveis nodais tais como tensões, injeções de corrente e potência e não lida diretamente com os fluxos de potência em ramos individuais. No trabalho de Farivar e Low (2013) entretanto é defendido o uso do modelo de fluxo pelos ramos tanto para redes em malha e radiais como uma relaxação angular do modelo injeção de potência, que em vez de variáveis nodais, se concentra em correntes e potência sobre os ramos. Nesse trabalho demonstram como o modelo de fluxo pelos ramos pode ser usado para otimizar o planejamento e operação dos SDEE e as equações ali utilizadas encontram-se no trabalho de Baran e Wu (1989). Este modelo contém um conjunto de restrições de igualdade lineares e quadráticas. Neste trabalho é adaptado o modelo de fluxo pelos ramos apresentado por Franco, Rider e Romero (2014), onde são levadas em conta a seguintes hipótese no contexto de operação de um SDEE radial quando opera em regime permanente:

- As demandas das cargas são representadas como potências ativa e reativa constantes;
- As perdas de potências ativa e reativa no circuito ij são concentradas no nó i ;
- O SDEE é balanceado e representado por um equivalente monofásico.

As considerações acima são mostradas na Figura 1, onde \vec{V}_i e \vec{I}_{ij} representam, respectivamente, os fasores da tensão no nó i e do fluxo de corrente no circuito ij . As perdas de potências ativa e reativa do circuito ij são denotadas por $\vec{I}_{ij}(R_{ij})$ e $\vec{I}_{ij}(X_{ij})$, respectivamente.

Considerando-se o circuito ij ilustrado na Figura 1 tem-se que, o fluxo de corrente é calculado pela equação (1) e a queda de tensão é definida pela equação (2).

$$\vec{I}_{ij} = \left(\frac{P_{ij} + jQ_{ij}}{\vec{V}_j} \right)^* \forall ij \in \Omega_l \quad (1)$$

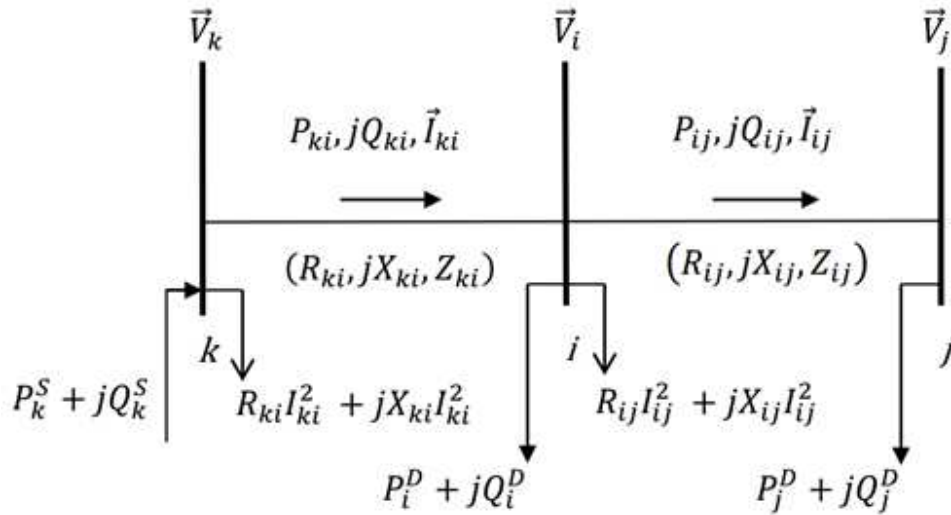
$$\vec{V}_i - \vec{V}_j = \vec{I}_{ij}(R_{ij} + jX_{ij}) \forall ij \in \Omega_l \quad (2)$$

Substituindo (1) em (2) obtém-se:

$$\left(\vec{V}_i - \vec{V}_j \right) \vec{V}_j^* = (P_{ij} + jQ_{ij}) (R_{ij} + jX_{ij}) \forall ij \in \Omega_l \quad (3)$$

Se considerarmos que $\vec{V}_i = V_i \angle \theta_i$, $\vec{V}_j = V_j \angle \theta_j$ e $\theta_{ij} = \theta_j - \theta_i$. A equação (3) pode ser reescrita como:

$$V_i V_j (\cos \theta_{ij} + j \text{sen} \theta_{ij}) - V_j^2 = (P_{ij} + jQ_{ij}) (R_{ij} + jX_{ij}) \forall ij \in \Omega_l \quad (4)$$

Figura 1 - Diagrama modelo de fluxo de ramo.

Fonte: Adaptado de Franco et al. (2013a).

Igualando as partes real e imaginária de ambos membros da equação (4) obtém-se:

$$V_i V_j (\cos \theta_{ij}) - V_j^2 = (R_{ij} P_{ij} + X_{ij} Q_{ij}) \forall ij \in \Omega_l \quad (5)$$

$$V_i V_j (\sin \theta_{ij}) = (X_{ij} P_{ij} - R_{ij} Q_{ij}) \forall ij \in \Omega_l \quad (6)$$

Somando os quadrados das equações (5) e (6) e aplicando a identidade fundamental das funções trigonométricas, tem-se a seguinte equação:

$$V_i^2 - V_j^2 = 2 (R_{ij} P_{ij} + X_{ij} Q_{ij}) + Z_{ij}^2 I_{ij}^2 \forall ij \in \Omega_l \quad (7)$$

Onde a magnitude do fluxo de corrente ao quadrado é dada pela expressão:

$$I_{ij}^2 = \frac{P_{ij}^2 + Q_{ij}^2}{V_j^2} \forall ij \in \Omega_l \quad (8)$$

As equações de balanço de potência convencional são mostradas nas equações (9) e (10), conforme a Figura 1.

$$\sum_{ki \in \Omega_l} P_{ki} - \sum_{ij \in \Omega_l} (P_{kj} + R_{ij} I_{ij}^2) + P_i^S = P_i^D \forall i \in \Omega_b \quad (9)$$

$$\sum_{ki \in \Omega_l} Q_{ki} - \sum_{ij \in \Omega_l} (Q_{kj} + X_{ij} I_{ij}^2) + Q_i^S = Q_i^D \forall i \in \Omega_b \quad (10)$$

O sistema de equações não lineares (7) - (10) representa o ponto de operação em regime permanente (PORP) de um SDE radial. Anteriormente, foram citados vários métodos que podem ser utilizados para resolvê-lo. Mas neste trabalho, o problema de FC será modelado como um problema de programação não linear (PNL), como mostrado na seção 3.1.1.

3.1.1 Formulação não linear para o problema de FC

Fazendo uso das expressões obtidas na Seção 3.1, e mudando as variáveis V_i^2 e I_{ij}^2 assim $V_i^2 = V_i^{sqr}$ e $I_{ij}^2 = I_{ij}^{sqr}$. A partir das equações (7) - (10) é possível escrever um modelo de programação não linear (MPNL) para calcular o PORP de um SDEE radial como é apresentado no conjunto de equações (11) - (17)

Min:

$$\sum_{ij \in \Omega_l} \alpha \phi_l c^l R_{ij} I_{ij}^{sqr} \quad (11)$$

$$V_i^{sqr} - V_j^{sqr} = 2 (R_{ij} P_{ij} + X_{ij} Q_{ij}) + Z_{ij}^2 I_{ij}^{sqr} + b_{ij} \forall ij \in \Omega_l \quad (12)$$

$$I_{ij}^{sqr} = \frac{P_{ij}^2 + Q_{ij}^2}{V_j^{sqr}} \forall ij \in \Omega_l \quad (13)$$

$$\sum_{ki \in \Omega_l} P_{ki} - \sum_{ij \in \Omega_l} (P_{kj} + R_{ij} I_{ij}^{sqr}) + P_i^S = P_i^D \forall i \in \Omega_b \quad (14)$$

$$\sum_{ki \in \Omega_l} Q_{ki} - \sum_{ij \in \Omega_l} (Q_{kj} + X_{ij} I_{ij}^{sqr}) + Q_i^S = Q_i^D \forall i \in \Omega_b \quad (15)$$

$$(\underline{V})^2 \leq V_i^{sqr} \leq (\bar{V})^2 \forall i \in \Omega_b \quad (16)$$

$$0 \leq I_{ij}^{sqr} \leq \bar{I}_{ij}^2 \forall ij \in \Omega_l \quad (17)$$

A equação (12) estabelece a relação entre o fluxo das potências ativa e reativa, o quadrado da magnitude da tensão e o quadrado da magnitude da corrente. A equação (13) representa o cálculo da queda de tensão no circuito ij . As equações (14) e (15) representam o balanço de potência. No problema (11) - (17) foram definidos valores suficientemente grandes para os limites apresentados nas equações (16) e (17). Estes limites foram inseridos no modelo, pois

serão utilizados na linearização da equação (12) e não tem incidência no modelo não linear.

3.2 LINEARIZAÇÕES

Pode-se notar que a equação (12), na qual estabelece a relação entre o fluxo de potência ativa e reativa, o quadrado da magnitude da tensão e o quadrado da magnitude da corrente em um circuito, é uma expressão não linear. Nesta seção é apresentada uma relaxação linear com o objetivo de obter um modelo linear para o problema de PESD.

3.2.1 Linearização de $V_i^{sqr} I_{ij}^{sqr}$

A linearização do produto $V_j^{sqr} I_{ij}^{sqr}$ pode ser realizada considerando o quadrado da tensão constante no produto, e obter a seguinte equivalência linear:

$$V_j^{sqr} I_{ij}^{sqr} \approx V_j^{nom} I_{ij}^{sqr} \quad (18)$$

3.2.2 Linearização de $P_{ij}^2 + Q_{ij}^2$

No trabalho de Gonçalves (2013) é apresentada uma linearização para o problema de planejamento da operação do sistema de distribuição, as quais são ampliadas para o modelo com estágios aqui apresentado. Na linearização da equação não linear (12), é necessário o conceito de partição de um conjunto. Para isso, considera-se a definição a seguir:

Seja $[a,b]$ um intervalo fechado e limitado. Uma partição de $[a,b]$ é um subconjunto finito de $[a,b]$ que contém a e b .

Convenciona-se escrever os elementos de uma participação de um intervalo $[a,b]$, $P = \{t_0, t_1, \dots, t_n\}$ por ordem crescente. Assim, na notação acima, tem-se $a < t_0 < t_1 < \dots < t_n = b$. Seja $P_p = \{0, \bar{\Delta}^G, 2\bar{\Delta}^G, \dots, Y\bar{\Delta}^G\}$ uma partição do intervalo fechado $[0, \bar{V}\bar{I}_{ij}]$ e limitado. Aplicando o caso contínuo do método dos mínimos quadrados, a aproximação linear da função $P_{ij}^2 : [0, \bar{V}\bar{I}_{ij}] \rightarrow \Re$, restrita ao y -ésimo subintervalo $[(y-1)\bar{\Delta}^G, y\bar{\Delta}^G]$, é dado por

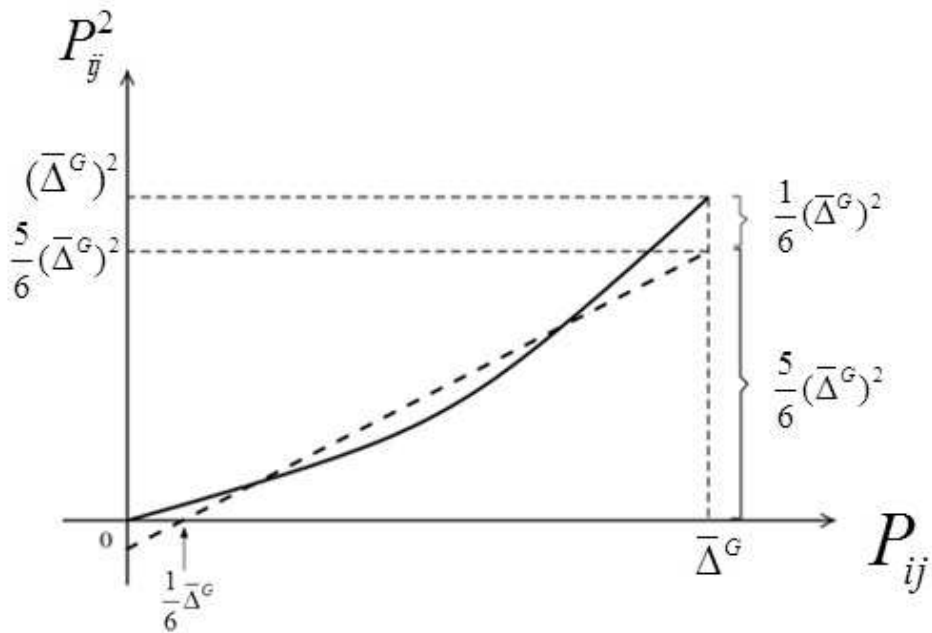
$$L_{ij,y}(P_{ij}) = \frac{1}{6}(-6y^2 + 6y - 1)(\bar{\Delta}^G)^2 + (2y - 1)P_{ij} \quad (19)$$

A Figura 2 ilustra o caso em que $y=1$. Observa-se que para $0 \leq P_{ij} \leq \frac{1}{6}\bar{\Delta}^G$, a aproximação linear $L_{ij,y}$ torna-se negativa, mas $P_{ij}^2 : [0, \bar{V}\bar{I}_{ij}] \rightarrow \Re$ é não negativa, e então, faz-se necessário tomar a aproximação linear de outra maneira para o primeiro subintervalo.

$$L_{ij,y}(P_{ij}) = \frac{5}{6}\bar{\Delta}^G P_{ij} \quad (20)$$

Assim, a função $L_{ij,y}$ definida no intervalo $[0, \bar{V}\bar{I}_{ij}]$ é contínua. A Figura 2 apresenta a apro-

Figura 2 - Aproximação linear nos casos $y = 1$ e $y = 2$.



Fonte: Adaptado de Gonçalves (2013).

ximação linear nos casos $y = 1$ e $y = 2$. Nota-se que no primeiro subintervalo é conveniente escolher a aproximação linear $L_{ij,y}$ como definida em (20).

Figura 3 - Ajuste linear de P_{ij}^2 para os dois primeiros subintervalos: $P_{ij} \geq 0$



Fonte: Adaptado de Gonçalves (2013).

Conforme Figura 3, para cada P_{ij} , existe $y \in \{1, \dots, Y\}$ tal que $(y-1)\bar{\Delta}^G \leq P_{ij} \leq y\bar{\Delta}^G$. Assim, P_{ij}^2 pode ser aproximado pelo valor numérico da y -ésima função afim $L_{ij,y}$ em P_{ij} , isto é, $P_{ij}^2 \cong L_{ij,y}(P_{ij})$. Para isso, seja $\bar{\Delta}_{ij,y}^{Pg}$ o valor do bloco de linearizações por partes de P_{ij}^2 , satisfazendo o conjunto de equações apresentadas como segue.

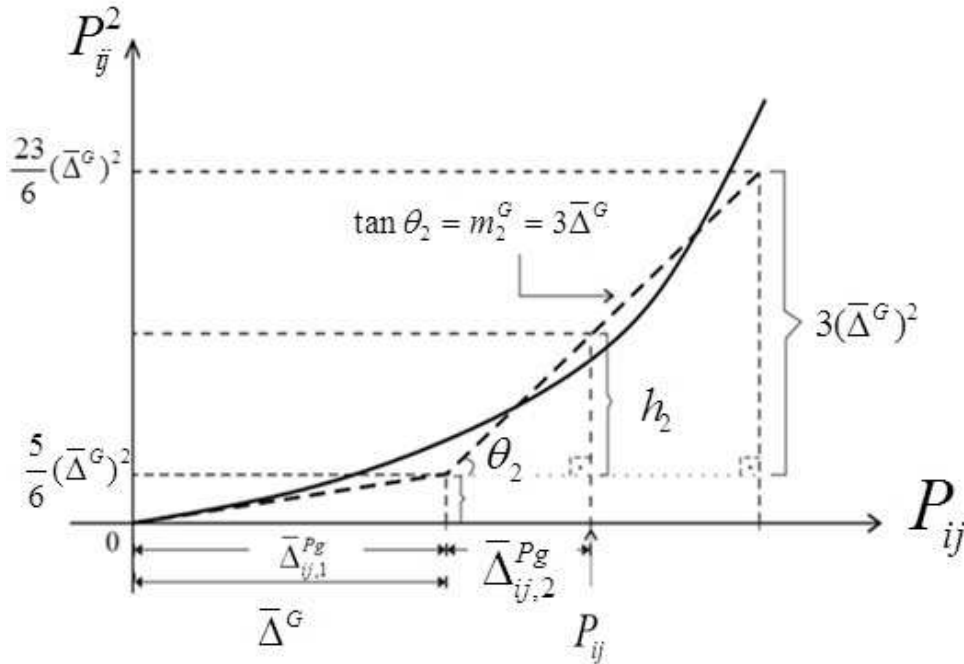
$$P_{ij} = \sum_{y=1}^Y \bar{\Delta}_{ij,y}^{Pg} \forall ij \in \Omega_l \quad (21)$$

$$0 \leq \bar{\Delta}_{ij,y}^{Pg} \leq \bar{\Delta}^G \forall ij \in \Omega_l \quad (22)$$

$$0 \leq P_{ij} \forall ij \in \Omega_l \quad (23)$$

Uma melhor compreensão da equação (20) pode ser obtida analisando a Figura 4. Se P_{ij} pertence ao y -ésimo subintervalo de linearizações por partes, então $\bar{\Delta}_{ij,y+1}^{Pg} = \bar{\Delta}_{ij,y+2}^{Pg} = \dots = \bar{\Delta}_{ij,Y}^{Pg} = 0$. Na Figura 4, nota-se também que o valor de $L_{ij,y}(P_{ij})$ é igual à soma das medidas h_k das alturas dos respectivos triângulos retângulos, em que $k=1, \check{E}, y$. Denota-se $\tan \theta_k$ por m_k^G , em que $k=2, \check{E}, Y$, logo $h_k = m_k^G \bar{\Delta}_{ij,k}^{Pg}$. Como $m_y^G = (2y-1)\bar{\Delta}^G$ a partir do segundo subintervalo, então $L_{ij,y}(P_{ij})$ é dada pela equação (24).

Figura 4 - Cálculo de $P_{ij}^2 : P_{ij} \geq 0$



Fonte: Adaptado de Gonçalves (2013).

$$L_{ij,y}(P_{ij}) = \frac{5}{6}\bar{\Delta}^G \bar{\Delta}_{ij,1}^{Pg} + \sum_{y=2}^Y m_y^G \bar{\Delta}_{ij,y}^{Pg} \quad (24)$$

Um análogo para Q_{ij}^2 é considerado. Portanto, uma linearização da soma $P_{ij}^2 + Q_{ij}^2$ pode ser representada pelo conjunto de equações (25) - (34):

$$P_{ij}^2 + Q_{ij}^2 = \sum_{y=1}^Y m_y^G \bar{\Delta}_{ij,y}^{Pg} + \sum_{y=1}^Y m_y^G \bar{\Delta}_{ij,y}^{Qg} \forall ij \in \Omega_l \quad (25)$$

$$P_{ij} = P_{ij}^+ - P_{ij}^- \forall ij \in \Omega_l \quad (26)$$

$$Q_{ij} = Q_{ij}^+ - Q_{ij}^- \forall ij \in \Omega_l \quad (27)$$

$$P_{ij}^+ + P_{ij}^- = \sum_{y=1}^Y \bar{\Delta}_{ij,y}^{Pg} \forall ij \in \Omega_l \quad (28)$$

$$Q_{ij}^+ + Q_{ij}^- = \sum_{y=1}^Y \bar{\Delta}_{ij,y}^{Qg} \forall ij \in \Omega_l \quad (29)$$

$$0 \leq \bar{\Delta}_{ij,y}^{Pg} \leq \bar{\Delta}^G \forall ij \in \Omega_l, y = 1, \dots, Y \quad (30)$$

$$0 \leq \bar{\Delta}_{ij,y}^{Qg} \leq \bar{\Delta}^G \forall ij \in \Omega_l, y = 1, \dots, Y \quad (31)$$

$$m_y^G = \frac{5}{6}\bar{\Delta}^G, y = 1 \quad (32)$$

$$m_y^G = (2y - 1)\bar{\Delta}^G, y = 2, \dots, Y \quad (33)$$

$$\bar{\Delta}^G = \frac{\bar{V}I_{ij}}{Y} \quad (34)$$

As equações (26) e (27) obtêm o valor absoluto do P_{ij} e Q_{ij} . As restrições (28) e (29) mostram que os termos $|P_{ij}|$ e $|Q_{ij}|$ são iguais à soma dos valores de cada bloco de discretização. As restrições (30) e (31) põem limites para os valores que podem tomar os blocos de discretização. As equações (32) - (34) calculam os valores dos parâmetros utilizados na discretização.

Os valores dos blocos de linearizações por partes de P_{ij} e Q_{ij} , denotados por $\bar{\Delta}_{ij,y}^{Pg}$ e $\bar{\Delta}_{ij,y}^{Qg}$, respectivamente, são preenchidos sequencialmente em ordem crescente de y . Esta condição é garantida, de forma implícita, pela minimização de $P_{ij}^2 + Q_{ij}^2$ dentro do problema (11) - (17) de acordo com a função objetivo (11) e a (12), ao considerar-se a resistência R_{ij} não nula para cada circuito ij .

Em Alguacil, Motto e Conejo (2003) apresenta-se uma linearização para $P_{ij}^2 : [0, \bar{V}\bar{I}_{ij}] \rightarrow \Re$, que restrita ao y -ésimo subintervalo $[(y-1)\bar{\Delta}^G, y\bar{\Delta}^G]$, é dado por (35)

$$L_{ij,y}(P_{ij}) = (y-1)^2(\bar{\Delta}^G)^2 + (2y-1)\bar{\Delta}^G P_{ij} \quad (35)$$

A qual é secante a P_{ij}^2 . Onde $P_{ij}^2 + Q_{ij}^2$ é representado pelo conjunto de equações (36) - (44).

$$P_{ij}^2 + Q_{ij}^2 = \sum_{y=1}^Y m_y^G \bar{\Delta}_{ij,y}^{Pg} + \sum_{y=1}^Y m_y^G \bar{\Delta}_{ij,y}^{Qg} \forall ij \in \Omega_l \quad (36)$$

$$P_{ij} = P_{ij}^+ - P_{ij}^- \forall ij \in \Omega_l \quad (37)$$

$$Q_{ij} = Q_{ij}^+ - Q_{ij}^- \forall ij \in \Omega_l \quad (38)$$

$$P_{ij}^+ + P_{ij}^- = \sum_{y=1}^Y \bar{\Delta}_{ij,y}^{Pg} \forall ij \in \Omega_l \quad (39)$$

$$Q_{ij}^+ + Q_{ij}^- = \sum_{y=1}^Y \bar{\Delta}_{ij,y}^{Qg} \forall ij \in \Omega_l \quad (40)$$

$$0 \leq \bar{\Delta}_{ij,y}^{Pg} \leq \bar{\Delta}^G \forall ij \in \Omega_l, y = 1, \dots, Y \quad (41)$$

$$0 \leq \bar{\Delta}_{ij,y}^{Qg} \leq \bar{\Delta}^G \forall ij \in \Omega_l, y = 1, \dots, Y \quad (42)$$

$$m_y^G = (2y-1)\bar{\Delta}^G, y = 1, \dots, Y \quad (43)$$

$$\bar{\Delta}^G = \frac{\bar{V}\bar{I}_{ij}}{Y} \quad (44)$$

A seguir é apresentado em um exemplo ilustrativo que mostra o desempenho das duas técnicas de linearização.

3.2.2.1 Aplicação da linearização apresentada por Gonçalves (2013)

Para o circuito $ij \in \Omega_l$, consideram-se os seguintes dados: $P_{i,j} = 52, Q_{i,j} = 30, \bar{V}I_{ij} = 80$ e $Y = 4$.

$$m_y^G = (2y - 1)\bar{\Delta}^G, y = 2, \dots, Y \quad (45)$$

$$\bar{\Delta}^G = \frac{\bar{V}I_{ij}}{Y} = 20 \quad (46)$$

Os valores das variáveis $\bar{\Delta}_{ij,y}^{Pg}$ e $\bar{\Delta}_{ij,y}^{Qg}$, são obtidos através das equações (25) - (34).

$$\bar{\Delta}_{ij,1}^{Pg} = 20, \bar{\Delta}_{ij,2}^{Pg} = 20, \bar{\Delta}_{ij,3}^{Pg} = 12, \bar{\Delta}_{ij,4}^{Pg} = 0 \quad (47)$$

$$\bar{\Delta}_{ij,1}^{Qg} = 20, \bar{\Delta}_{ij,2}^{Qg} = 10, \bar{\Delta}_{ij,3}^{Qg} = 10, \bar{\Delta}_{ij,4}^{Qg} = 0 \quad (48)$$

Por tanto,

$$P_{ij}^2 + Q_{ij}^2 = \frac{5}{6}\bar{\Delta}^G(\bar{\Delta}_{ij,1}^{Pg} + \bar{\Delta}_{ij,1}^{Qg}) + \sum_{y=2}^4 (2y - 1)\bar{\Delta}^G\bar{\Delta}_{ij,y}^{Pg} + \sum_{y=2}^4 (2y - 1)\bar{\Delta}^G\bar{\Delta}_{ij,y}^{Qg} \quad (49)$$

$$P_{ij}^2 + Q_{ij}^2 = \frac{5}{6}20(20 + 20) + 3(20)(20 + 10) + 5(20)(12 + 0) + 7(20)(0 + 0) \quad (50)$$

$$P_{ij}^2 + Q_{ij}^2 = 3666,6 \quad (51)$$

O valor exato de $P_{ij}^2 + Q_{ij}^2$ é igual a 3604, portanto o erro relativo obtido pela linearização é aproximadamente igual a 1,74%.

3.2.2.2 Aplicação da linearização apresentada por Alguacil, Motto e Conejo (2003)

Considerando as mesmas condições de 3.2.2.1, tem-se:

$$P_{ij}^2 + Q_{ij}^2 = \sum_{y=1}^4 (2y - 1)\bar{\Delta}^G\bar{\Delta}_{ij,y}^{Pg} + \sum_{y=1}^4 (2y - 1)\bar{\Delta}^G\bar{\Delta}_{ij,y}^{Qg} \quad (52)$$

$$P_{ij}^2 + Q_{ij}^2 = 3800 \quad (53)$$

com um erro relativo aproximadamente igual a 5,16%.

Conferindo as duas técnicas, se observa que a técnica de Gonçalves (2013) apresenta um

erro de aproximação menor do que a técnica apresentada por Alguacil, Motto e Conejo (2003).

3.2.3 Formulação linear inteira mista

Considerando os desenvolvimentos na seção 3.2.1 e 3.2.2, o problema do cálculo do PORP de um SDEE pode ser modelado como um problema de PLIM como segue:

Min: Equação (11)

Sujeito a: Conjunto de restrições (13) - (17); (26) - (31) e

$$V_j^{nom} I_{ij}^{sqr} = \sum_{y=1}^Y m_y^G \bar{\Delta}_{ij,y}^{Pg} + \sum_{y=1}^Y m_y^G \bar{\Delta}_{ij,y}^{Qg} \forall ij \in \Omega_l \quad (54)$$

Observações:

- O modelo resultante é um problema de PL que é uma aproximação do problema de programação não linear (PNL) original;
- Houve um aumento no número de restrições e variáveis contínuas devido à linearização;
- A precisão dos resultados depende da escolha do número de linearizações. Segundo Gonçalves (2013) para valores maiores de Y , erros menores;
- Aumentando Y , aumenta o número de restrições lineares e de variáveis contínuas;
- O modelo de PL pode ser resolvido utilizando técnicas de otimização existentes.

3.3 RELAXAÇÃO CÔNICA DE SEGUNDA ORDEM

Outra forma de tratar a restrição (12) é transformando-a em uma restrição cônica que pode ser resolvida com técnicas de otimização. Esta transformação pode ser feita porque o problema proposto tem as seguintes características:

- Na função objetivo devem ser minimizadas as perdas de potência ativa nos circuitos;
- A resistência dos circuitos tem que ser diferente de zero;
- Deve-se garantir a operação radial do sistema;
- O sistema tem que ser factível;
- Deve-se garantir a não negatividade das variáveis V_j^{sqr} e I_{ij}^{sqr}

- Os multiplicadores de Lagrange da restrição cônica de segunda ordem é maior do que zero, Assim, na solução, a restrição cônica está ativa e, portanto, é equivalente à restrição não-linear (FRANCO; RIDER; ROMERO, 2014).

Os fatos anteriores levam à obtenção de um modelo cônico de segunda ordem para um grande número de problemas de distribuição, os quais incluem o FC assim como o problema de PESD. Abaixo a formulação proposta neste trabalho implica trocar o sinal de igualdade da equação (12) por um de maior ou igual:

$$I_{ij}^{sqr} \geq \frac{P_{ij}^2 + Q_{ij}^2}{V_j^{sqr}} \forall ij \in \Omega_l \quad (55)$$

3.3.1 Formulação cônica de segunda ordem inteira mista

Levando em conta a relaxação cônica apresentada na Seção 3.3, o problema do cálculo do PORP de um SDEE radial pode ser modelado como um problema de PCSO, como segue:

Min: Equação (11)

Sujeito a:

Conjunto de restrições (13) - (17) ; (55) .

Observações:

- O problema de FC pode ser resolvido usando um problema de programação cônico de segunda ordem através de técnicas de otimização clássicas e *solvers* comerciais;
- Como é mostrado no trabalho de Franco, Rider e Romero (2014) na solução do problema cônico de segunda ordem está ativa a restrição quadrática (55) o que faz com que esta solução seja equivalente à resolução do PNL. Em outras palavras, o modelo cônico de segunda ordem não é um modelo aproximado do modelo não linear, é um modelo equivalente;
- Não houve um aumento no número de restrições, nem do número das variáveis contínuas. Não há presença de variáveis binárias;
- A presença de restrições cônicas de segunda ordem, apresentam problemas de convergência para sistemas de grande porte.

3.4 TESTES E RESULTADOS

Nesta Seção serão analisados os sistemas testes de 34, 70, 202 e 400 nós apresentados em Gonçalves (2013) para mostrar a eficiência do modelo linear e do modelo cônico de segunda

ordem e conseqüentemente, realizar comparações com os resultados obtidos com o modelo não linear e desta forma verificar o erro encontrado, utilizando o cálculo do erro relativo conforme equação (56):

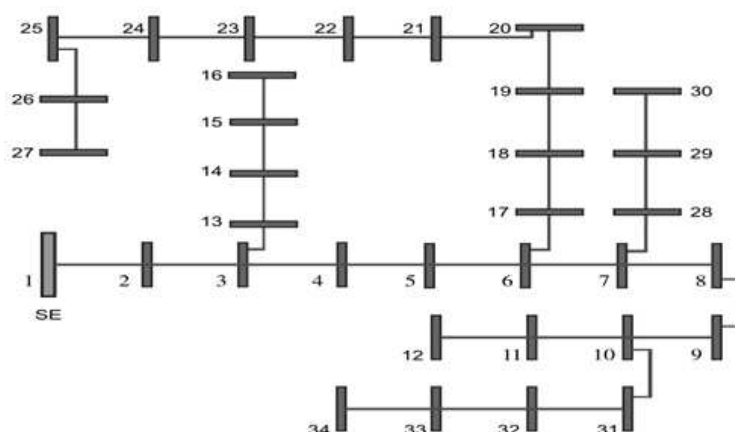
$$erro = \frac{|SL - SBC|}{SBC} \quad (56)$$

Em que, o erro é dado em percentual, SBC é a solução obtida com o modelo não linear, enquanto que SL é a solução obtida com o modelo linear ou a solução obtida com o modelo cônico dependendo do caso. Os modelos linear e cônico de segunda ordem foram implementados na linguagem de modelagem matemática (AMPL) do inglês *A Modeling Language for Mathematical Programming* (FOURER; GAY; KERNIGHAN, 2003). As soluções dos modelos foram obtidas utilizando o *solver* comercial CPLEX(ILOG INC., 2008).

3.4.1 Sistema teste de 34 nós

O sistema de 34 nós foi utilizado para provar a formulação proposta. O digrama unifilar é mostrado na Figura 5. Este sistema opera com uma tensão nominal de 11(kV), com uma potência ativa de 7.882,05 (kW) e uma potência reativa de 4.905,35 (kVAr) no nível de demanda máxima, 4.636,5 (kW) e 2.885,5 (kVAr) no nível de demanda média e 2.781,9 (kW) e 1.726,5 (kVAr) no nível de demanda mínima. O modelo de PNL encontra um valor de função objetivo

Figura 5 - Diagrama unifilar sistema teste de 34 nós



Fonte: Adaptado de Gonçalves (2013).

de \$2.271.235,17 para o custo de perdas de energia anuais, o modelo cônico encontra o mesmo valor de função objetivo, o modelo de PL encontra um custo de \$2.116.098,43. As principais grandezas fornecidas pelo modelo de PNL são apresentadas na Tabela 1. A Figura 6 e a

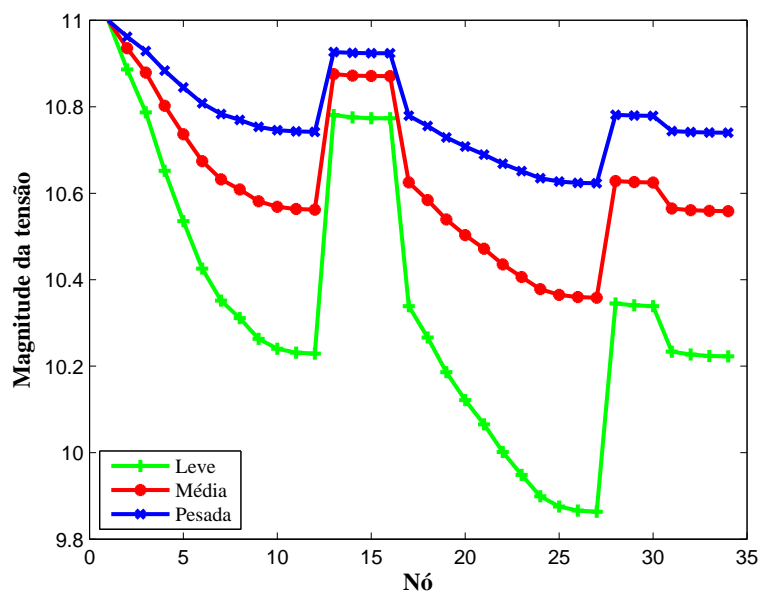
Figura 7 mostram o comportamento das magnitudes de tensão e corrente para cada um dos níveis de demanda. O erro entre o valor da função objetivo calculada pelo modelo de PNL e

Tabela 1 - Principais resultados para o sistema de 34 nós

Grandeza	Demanda leve	Demanda média	Demanda pesada
Ps (kW)	2.858,79	4.858,79	8.573,70
Qs (kW)	1.749,09	2.950,78	5.108,18
Perdas (kW)	76,89	222,29	691,65
Tensão mínima (kV)	10,62	10,36	9,86
Nó tensão mínima	27	27	27

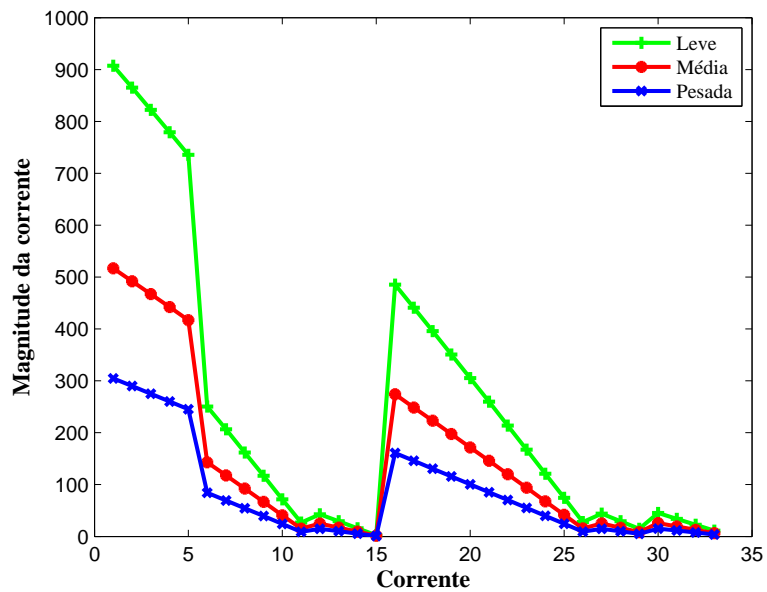
Fonte: Próprio autor.

Figura 6 - Magnitudes da tensão para cada nível de demanda no sistema teste de 34 nós.



Fonte: Próprio autor.

o modelo cônico é igual a 0,00%. O erro entre o modelo de PNL e o modelo de PL é igual a 0,47% utilizando um número de linearizações igual a 6. A Tabela 2 contém o valor das perdas de potência ativa para cada um dos níveis de demanda que foram obtidas pelos três modelos propostos, onde pode ser vista diferença da aproximação linear nos níveis de demanda leve e pesada em relação ao modelo de PNL. A Figura 8 e a Figura 9 mostra o comportamento das magnitudes de tensão e de corrente através de cada um dos nós e circuitos do sistema para cada nível de demanda e obtido por cada um dos modelos, respectivamente. Para as magnitudes de tensão o erro relativo médio no nível de demanda pesada é igual a 7,97%, para o caso da magnitude de corrente o erro médio é igual a 2,24%. Para o caso do nível de demanda média o erro médio das magnitudes de tensão é igual a 0,01% e o erro nas magnitudes de corrente e

Figura 7 - Magnitudes da corrente para cada nível de demanda no sistema teste de 34 nós.

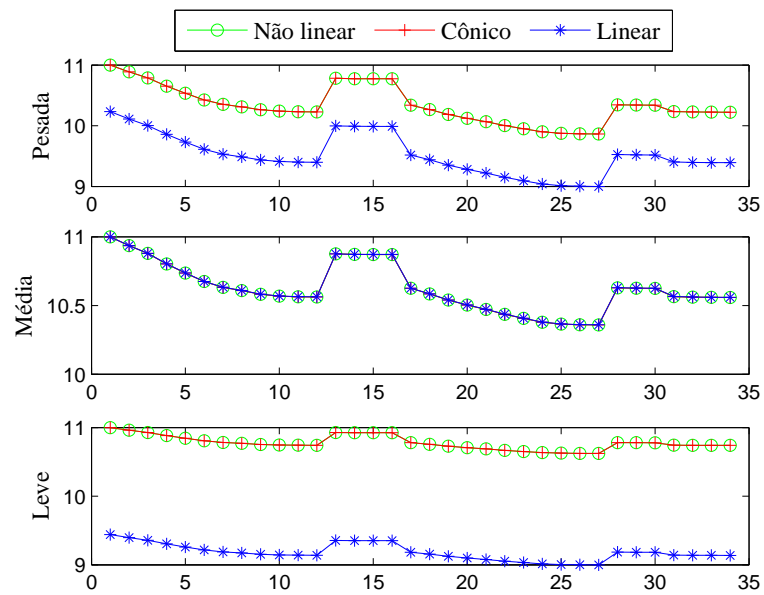
Fonte: Próprio autor.

Tabela 2 - Perda de potência ativa geradas por cada modelo e para cada nível de demanda para o sistema teste de 34 nós (kW).

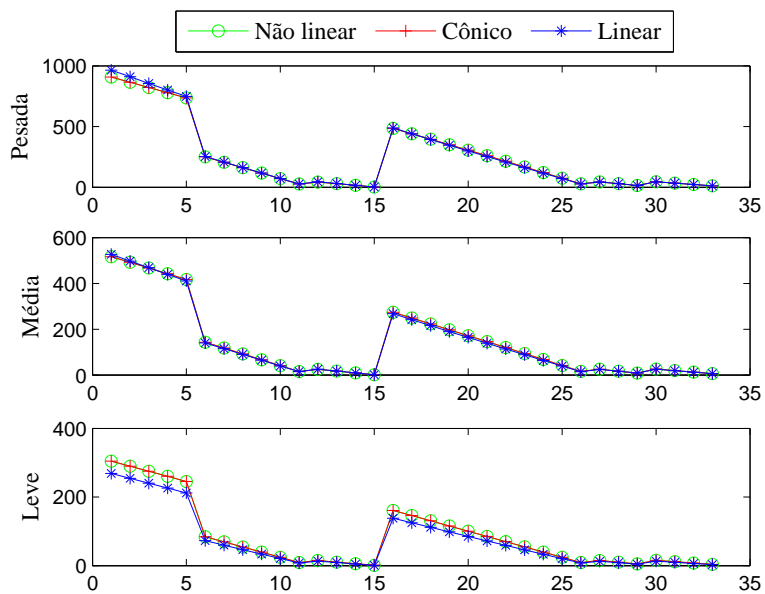
Modelo	Demanda leve	Demanda média	Demanda pesada
Non linear	76,89	222,29	691,65
Cônico	76,89	222,29	691,65
Linear	57,79	218,39	726,45

Fonte: Próprio autor.

igual a 2,95%. Para o nível de demanda leve o erro médio das magnitudes de tensão é igual a 14,81%, para o caso das magnitudes de corrente o erro médio é igual a 14,16%.

Figura 8 - Níveis de tensão calculados por cada tipo de modelo para o sistema teste de 34 nós.

Fonte: Próprio autor.

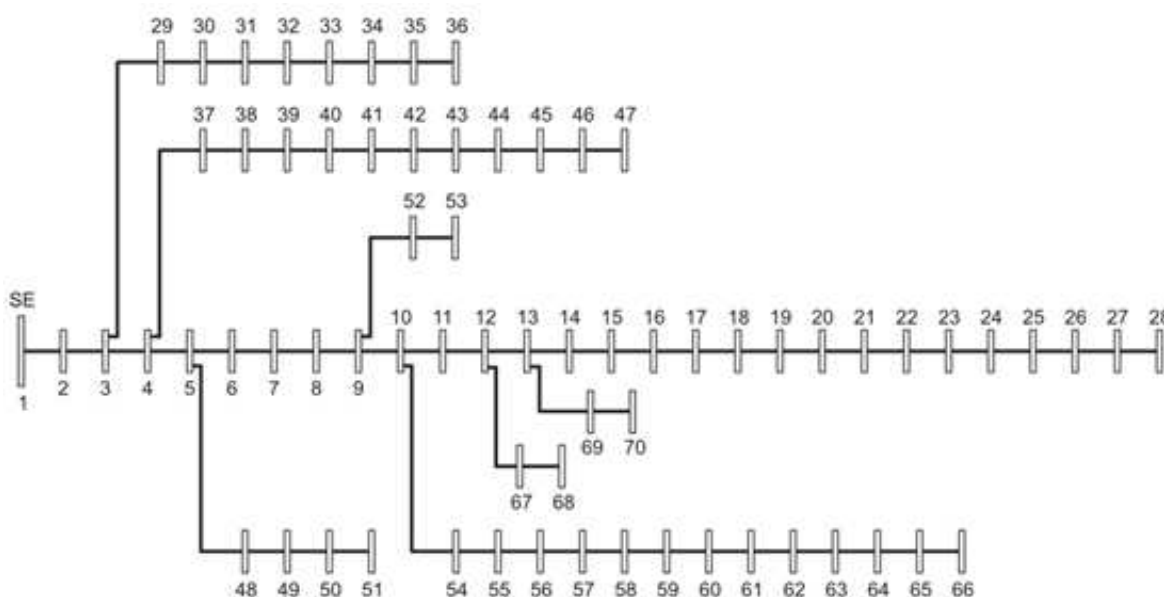
Figura 9 - Magnitude da corrente calculada por cada tipo de modelo para o sistema teste de 34 nós.

Fonte: Próprio autor.

3.4.2 Sistema teste de 70 nós

O sistema de 70 nós foi utilizado para provar a formulação proposta. O digrama unifilar é mostrado na Figura 10. Este sistema opera com uma tensão nominal de 12,66(kV), com uma potência ativa de 3.802,19 (kW) e uma potência reativa de 2.694,6 (kVAr) no nível de demanda máxima, 2.281,31 (kW) e 1.616,76 (kVAr) no nível de demanda média e 1.140,67 (kW) e 808,39 (kVAr) no nível de demanda mínima.

Figura 10 - Diagrama unifilar sistema teste de 70 nós



Fonte: Adaptado de Gonçalves (2013).

As principais grandezas fornecidas pelo modelo de PNL são apresentadas na Tabela 3. A Figura 11 e a Figura 12 mostram o comportamento das magnitudes de tensão e corrente para cada um dos níveis de demanda.

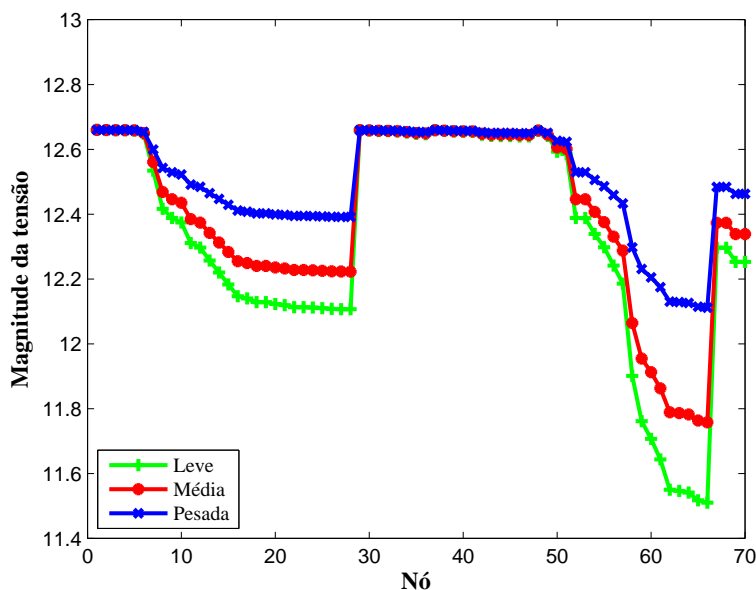
Tabela 3 - Principais resultados para o sistema de 70 nós

Grandeza	Demanda leve	Demanda média	Demanda pesada
Ps (kW)	1.952,71	3.180,67	4.027,21
Qs (kW)	1.370,86	2.218,89	2.796,78
Perdas (kW)	51,61	138,91	225,02
Tensão mínima (kV)	12,11	11,75	11,51
Nó tensão mínima	66	66	66

Fonte: Próprio autor.

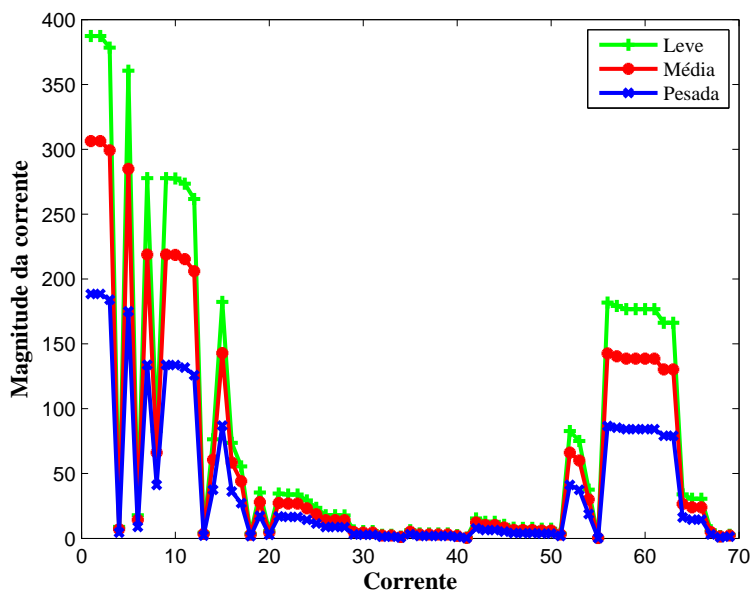
O modelo de PNL gera um valor de função objetivo igual a \$ 1.215.693,9 para o custo das perdas de energia anuais, o modelo cônico gera um custo de \$ 1.215.697,18, o modelo de

Figura 11 - Magnitudes da tensão para cada nível de demanda no sistema teste de 70 nós.



Fonte: Próprio autor.

Figura 12 - Magnitudes da corrente para cada nível de demanda no sistema teste de 70 nós.



Fonte: Próprio autor.

PL gera um custo de \$ 1.235.762,86. O erro entre os valores da função objetivo obtidos pelos modelos de PNL e o modelo cônico é igual a 0,00%. O erro entre o modelo de PNL e o modelo de PL é igual a 0.17% utilizando um número de linearizações igual a 10. Na teoria o erro entre o modelo de PNL e o modelo cônico não teria que existir, mas o método de pontos interiores,

o qual é utilizado pelo *solver* CPLEX para gerar as soluções dos modelos cônicos, gera estas pequenas diferenças.

A Tabela 4 contém o valor das perdas de potência ativa para cada um dos níveis de demanda que foram obtidas pelos três modelos propostos, onde pode ser vista diferença da aproximação linear nos níveis de demanda leve e pesada em relação ao modelo de PNL.

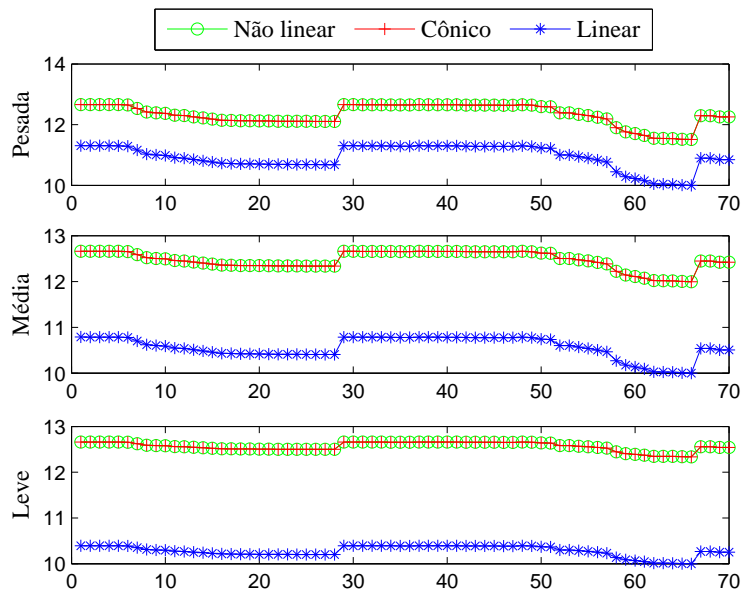
Tabela 4 - Perda de potência ativa geradas por cada modelo e para cada nível de demanda para o sistema teste de 34 nós (kW).

Modelo	Demanda leve	Demanda média	Demanda pesada
Non linear	18,01	75,54	225,02
Cônico	18,01	75,54	225,02
Linear	7,06	74,53	241,46

Fonte: Próprio autor.

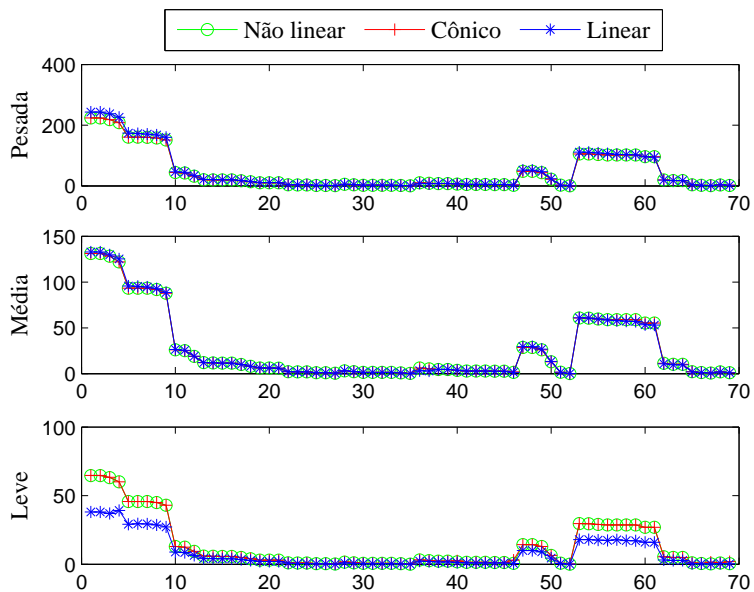
A Figura 13 e a Figura 14 mostra o comportamento das magnitudes de tensão e de corrente através de cada um dos nós e circuitos do sistema para cada nível de demanda e obtido por cada um dos modelos, respetivamente. Para as magnitudes de tensão o erro relativo médio no nível de demanda pesada é igual a 11,36%, para o caso da magnitude de corrente o erro médio é igual a 6,05%. Para o caso do nível de demanda média o erro médio das magnitudes de tensão é igual a 15,31% e o erro nas magnitudes de corrente é igual a 4,07%. Para o nível de demanda leve o erro médio das magnitudes de tensão é igual a 18,19%, para o caso das magnitudes de corrente o erro médio é igual a 34,06%.

Figura 13 - Níveis de tensão calculados por cada tipo de modelo para o sistema teste de 70 nós.



Fonte: Próprio autor.

Figura 14 - Magnitude da corrente calculada por cada tipo de modelo para o sistema teste de 70 nós.

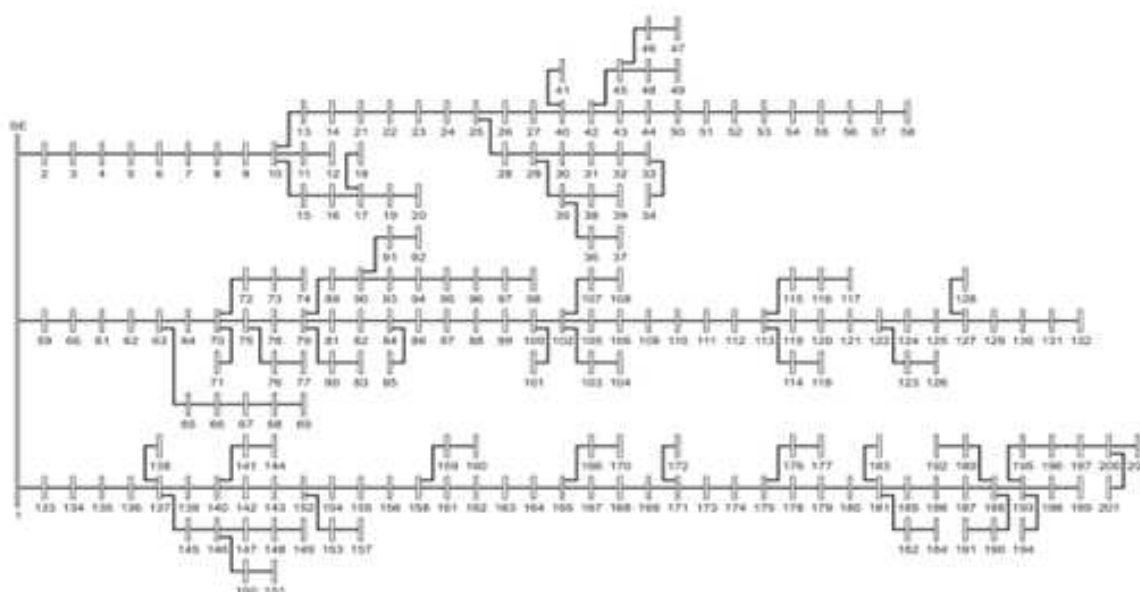


Fonte: Próprio autor.

3.4.3 Sistema teste de 202 nós

O sistema de 202 nós foi utilizado para provar a formulação proposta. O digrama unifilar é mostrado na Figura ???. Este sistema opera com uma tensão nominal de 13,80(kV), com uma potência ativa de 69.087,20 (kW) e uma potência reativa de 42.809,45 (kVAr) no nível de demanda máxima, 41.452,32 (kW) e 25.685,67 (kVAr) no nível de demanda média e 25.685,67 (kW) e 17.123,78 (kV) no nível de demanda mínima.

Figura 15 - Diagrama unifilar sistema teste de 202 nós



Fonte: Adaptado de Gonçalves (2013).

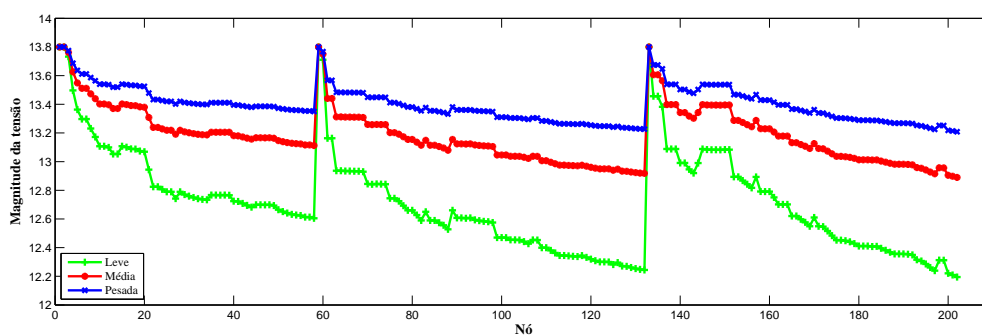
As principais grandezas fornecidas pelo modelo de PNL são apresentadas na Tabela 7. A Figura ?? e a Figura 17 mostram o comportamento das magnitudes de tensão e corrente para cada um dos níveis de demanda.

Tabela 5 - Principais resultados para o sistema de 202 nós

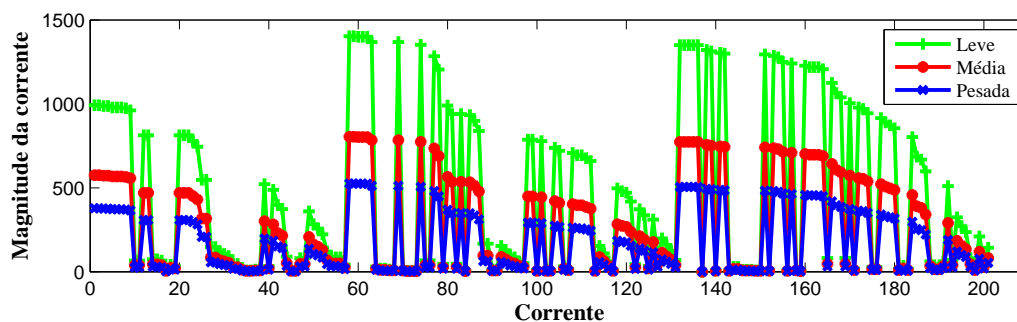
Grandeza	Demanda leve	Demanda média	Demanda pesada
Ps (kW)	28.186,92	42.744,53	73.010,86
Qs(kW)	18.382,53	28.632,12	51.756,26
Perdas (kW)	552,04	1.292,21	3.923,66
Tensão mínima (kV)	13,20	12,88	12,19
Nó tensão mínima	202	202	202

Fonte: Próprio autor.

O modelo de PNL gera um valor de função objetivo igual a \$ 753.646,85 para o custo das perdas de energia anuais, o modelo cônico gera um custo de \$ 753.648,75, o modelo de PL gera

Figura 16 - Magnitudes da tensão para cada nível de demanda no sistema teste de 202 nós.

Fonte: Próprio autor.

Figura 17 - Magnitudes da corrente para cada nível de demanda no sistema teste de 202 nós.

Fonte: Próprio autor.

um custo de \$ 752.359,75. O erro entre os valores da função objetivo obtidos pelos modelos de PNL e o modelo cônico é igual a 0,00%. O erro entre o modelo de PNL e o modelo de PL é igual a 0,45% utilizando um número de linearizações igual a 20.

A Tabela 8 contém o valor das perdas de potência ativa para cada um dos níveis de demanda que foram obtidas pelos três modelos propostos. Ali é considerável a diferença da aproximação linear para os níveis de demanda leve e pesada em relação aos valores obtidos pelo modelo de PNL que representam um erro relativo de 6,4% e 0,3% respectivamente. Entretanto as pequenas diferenças do modelo cônico comparado com o modelo de PNL para estes mesmos níveis de demanda foram de 0,0091% e 0,0008% respectivamente.

A Figura 18 e a Figura 19 mostra o comportamento das magnitudes de tensão e de corrente através de cada um dos nós e circuitos do sistema para cada nível de demanda e obtido por cada um dos modelos, respectivamente. Para as magnitudes de tensão o erro relativo médio no nível de demanda pesada é igual a 1,48%, para o caso da magnitude de corrente o erro médio é igual a 4,45%. Para o caso do nível de demanda média o erro médio das magnitudes de tensão é igual a 6,591% e o erro nas magnitudes de corrente é igual a 3,09%. Para o nível de demanda leve o

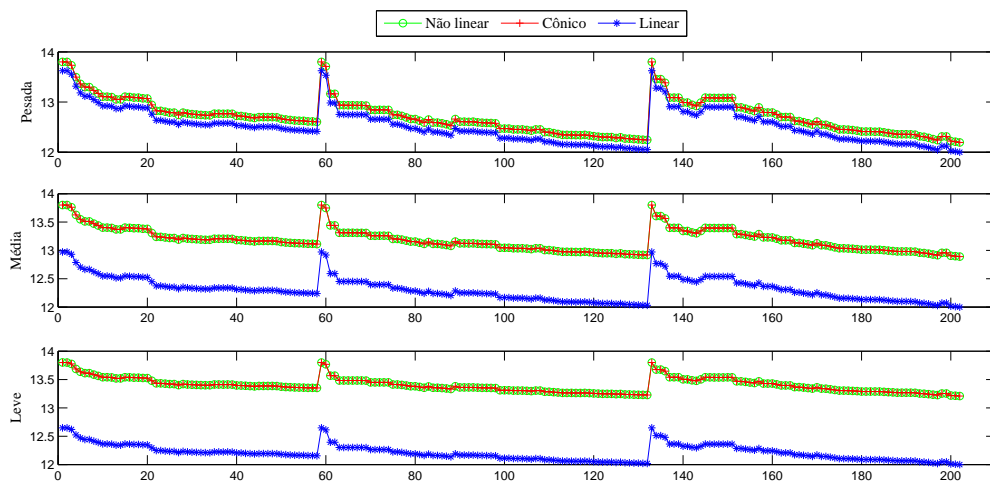
Tabela 6 - Perda de potência ativa geradas por cada modelo e para cada nível de demanda para o sistema teste de 34 nós (kWh).

Modelo	Demanda leve	Demanda média	Demanda pesada
Non linear	552,04	1.292,21	3.923,66
Cônico	552,09	1.292,21	3.923,69
Linear	516,63	1.308,60	3.913,50

Fonte: Próprio autor.

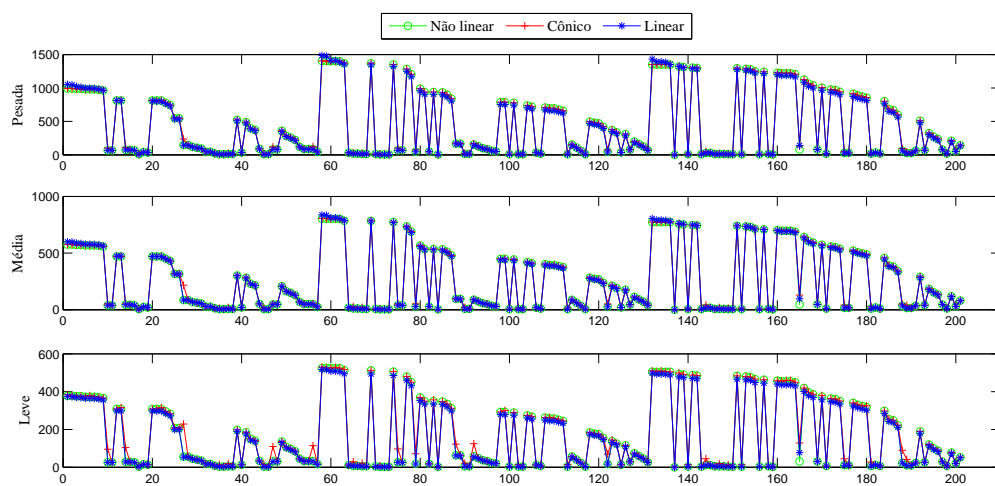
erro médio das magnitudes de tensão é igual a 8,88%, para o caso das magnitudes de corrente o erro médio é igual a 6,46%.

Figura 18 - Níveis de tensão calculados por cada tipo de modelo para o sistema teste de 202 nós.



Fonte: Próprio autor.

Figura 19 - Magnitude da corrente calculada por cada tipo de modelo para o sistema teste de 202 nós.



Fonte: Próprio autor.

3.4.4 Sistema teste de 400 nós

O sistema de 400 nós foi utilizado para provar a formulação proposta. Este sistema opera com uma tensão nominal de 11,4(kV), com uma potência ativa de 3.371,8 (kW) e uma potência reativa de 1.429,37 (kVAr) no nível de demanda máxima, 2.023,08 (kW) e 857,62 (kVAr) no nível de demanda média e 1.011,54 (kW) e 428,81 (kV) no nível de demanda mínima.

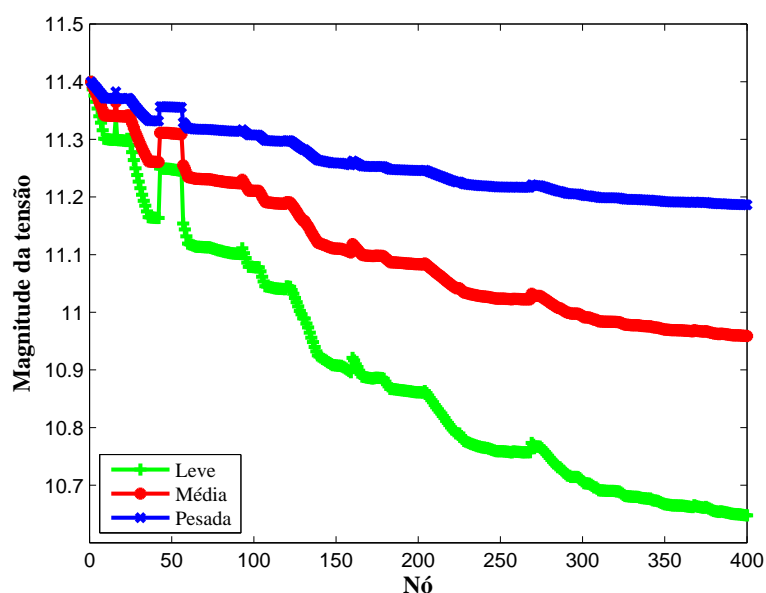
As principais grandezas fornecidas pelo modelo de PNL são apresentadas na Tabela 7. A Figura 20 e a Figura 24 mostram o comportamento das magnitudes de tensão e corrente para cada um dos níveis de demanda.

Tabela 7 - Principais resultados para o sistema de 202 nós

Grandeza	Demanda leve	Demanda média	Demanda pesada
Ps (kW)	1013,63	2074,29	3520,14
Qs(kW)	432,77	874,44	1478,13
Perdas (kW)	12,11	51,21	148,34
Tensão mínima (kV)	11,19	10,96	10,65
Nó tensão mínima	400	400	400

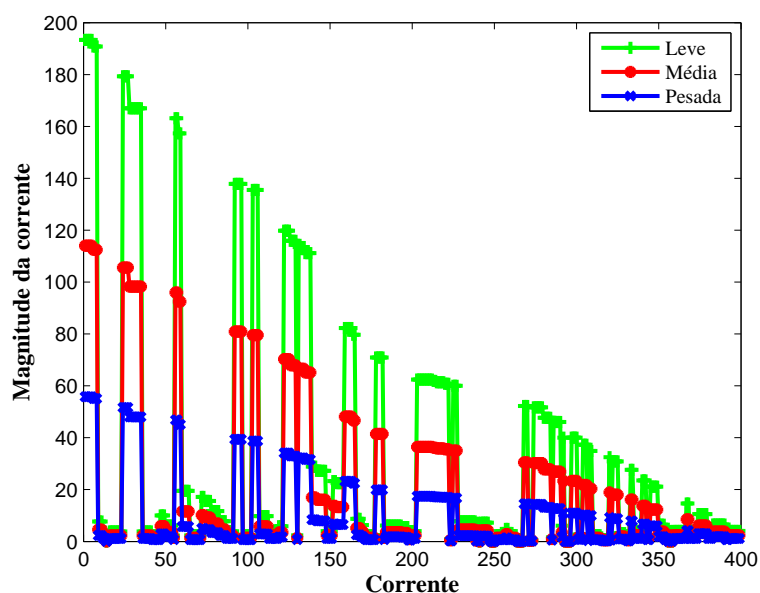
Fonte: Próprio autor.

Figura 20 - Magnitudes da tensão para cada nível de demanda no sistema teste de 400 nós.



Fonte: Próprio autor.

O modelo de PNL gera um valor de função objetivo igual a \$ 506.616,61 para o custo das perdas de energia anuais, o modelo cônico gera um custo de \$ 506.623,34, o modelo de PL gera um custo de \$ 510.756,03. O erro entre os valores da função objetivo obtidos pelos modelos de

Figura 21 - Magnitudes da corrente para cada nível de demanda no sistema teste de 400 nós.

Fonte: Próprio autor.

PNL e o modelo cônico é igual a 0,00%. O erro entre o modelo de PNL e o modelo de PL é igual a 0,82% utilizando um número de linearizações igual a 14.

A Tabela 8 contém o valor das perdas de potência ativa para cada um dos níveis de demanda que foram obtidas pelos três modelos propostos. Ali é considerável a diferença da aproximação linear para os níveis de demanda leve e pesada em relação aos valores obtidos pelo modelo de PNL que representam um erro relativo de 26,8% e 4,3% respectivamente.

Tabela 8 - Perda de potência ativa geradas por cada modelo e para cada nível de demanda para o sistema teste de 34 nós (kWh).

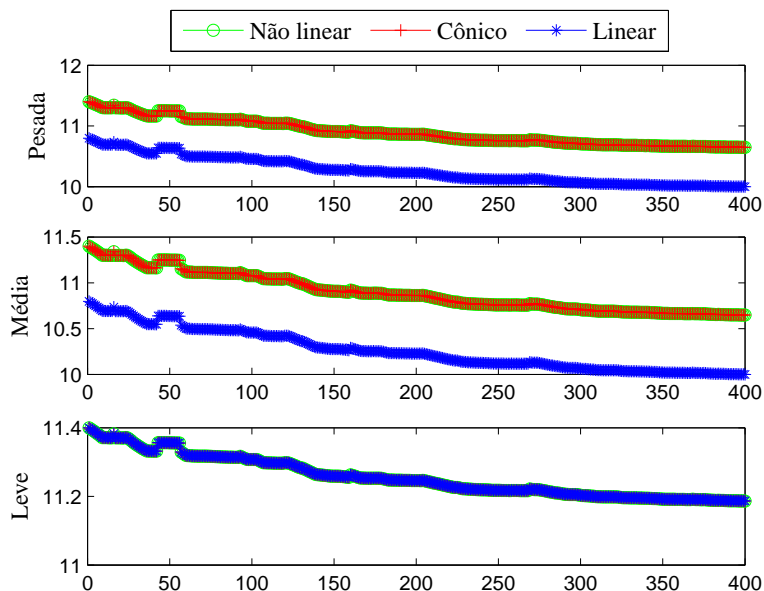
Modelo	Demanda leve	Demanda média	Demanda pesada
Non linear	12,11	51,21	148,34
Cônico	12,11	51,21	148,34
Linear	8,87	51,36	154,67

Fonte: Próprio autor.

A Figura 25 e a Figura 26 mostra o comportamento das magnitudes de tensão e de corrente através de cada um dos nós e circuitos do sistema para cada nível de demanda e obtido por cada um dos modelos, respectivamente. Para as magnitudes de tensão o erro relativo médio no nível de demanda pesada é igual a 5,81%, para o caso da magnitude de corrente o erro médio é igual a 2,54%. Para o caso do nível de demanda média o erro médio das magnitudes de tensão é igual a 8,52% e o erro nas magnitudes de corrente é igual a 3,64%. Para o nível de demanda leve o erro médio das magnitudes de tensão é igual a 8,88%, para o caso das magnitudes de corrente o

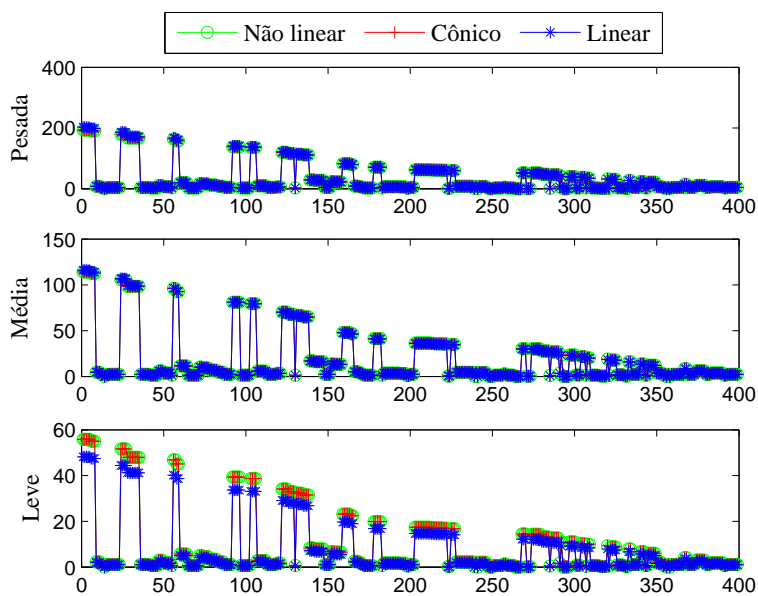
erro médio é igual a 6,46%.

Figura 22 - Níveis de tensão calculados por cada tipo de modelo para o sistema teste de 400 nós.



Fonte: Próprio autor.

Figura 23 - Magnitude da corrente calculada por cada tipo de modelo para o sistema teste de 400 nós.



Fonte: Próprio autor.

3.4.5 Análise de resultados

No presente capítulo, o PORP de um SD radial foi apresentado por um modelo de PLIM. A formulação proposta foi implementada na linguagem de modelagem AMPL (FOURER; GAY; KERNIGHAN, 2003). O uso de uma formulação LIM convexa garante convergência e a otimalidade usando solvers convencionais. Primeiramente, uma breve introdução sobre o problema de FC foi apresentada. Em seguida, foi obtido um sistema de equações não lineares para representar a operação em regime permanente de um SD radial, em que a diferença angular entre as tensões foi eliminada. Assim, a partir deste sistema, o PORP foi calculado resolvendo um problema de PNL. Com o objetivo de representar o ponto de operação por meio de um modelo de PCSO e um modelo de PLIM, a única restrição de segunda ordem é convertida em uma restrição cônica de segunda ordem e para o caso do modelo de PLIM foi realizada uma linearização, onde conseqüentemente, aumentou o número de restrições, variáveis contínuas e binárias.

A fim de validar a metodologia proposta, foram utilizados quatro sistemas testes. Os resultados encontrados apresentaram boa precisão ao comparar os modelos não linear e cônico tal e como se esperavam teoricamente, as pequenas diferenças achadas são explicadas pela falta de convergência dos solvers comerciais para solucionar problemas cônicos, devido a que estas ferramentas não tem sido especificamente projetadas para este tipo de problemas. No caso da aproximação linear se observa que a aproximação da linearização relacionada com a magnitude da corrente é boa como pode-se observar nas figuras 8, 12, 16 e 19 onde a diferença do cálculo dado por cada modelo para cada circuito, é muito pequena. Embora, nestas mesmas figuras pode-se observar que a aproximação das tensões é afetada pela linearização proposta nos níveis de demanda pesada e leve, onde as diferenças são muito grandes.

4 PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DA EXPANSÃO DE SISTEMAS DE DISTRIBUIÇÃO

No problema de PESD várias funções objetivos, incluindo os custos de instalação de novos equipamentos, os custos de operação das subestações, a confiabilidade do sistema de distribuição e a minimização de perdas, devem ser avaliadas considerando ainda um aumento das cargas existentes no sistema e a instalação de novas cargas, a fim de permitir uma operação viável do sistema, em um horizonte predefinido (GONEN; RAMIREZ-ROSADO, 1986). Ao longo dos anos, pesquisadores de todo o mundo têm contribuído significativamente para a otimização do problema de planejamento da distribuição com vários modelos matemáticos e estratégias de solução (GANGULY; SAHOO; DAS, 2013).

Dependendo do tipo de função objetivo e das restrições, o modelo resultante pode ser linear ou não linear. Se os custos variáveis são incluídos na função objetivo e esses custos são modelados em detalhe, então o modelo resultante é não linear, devido às perdas de potência em um sistema de distribuição que podem ser representadas em função do quadrado do fluxo de potência nos circuitos. Se os custos variáveis são linearizados, estas simplificações permitem soluções do modelo correspondente que não precisam de demasiado esforço computacional, comparadas com modelos não lineares.

Considerando de forma realista as características econômicas e físicas da operação dos sistemas de distribuição de energia elétrica, o PESD é um problema de programação não linear inteiro misto de grande porte (BERNAL, 1998). Mas por se tratar de um problema de natureza complexa são propostas neste trabalho relaxações do MPNL robustos, equivalentes e computacionalmente eficientes para os casos estudados. Neste trabalho, considera-se que são conhecidos os dados do crescimento da demanda no horizonte de planejamento, assim como os dados das subestações e circuitos propostos para determinar o plano ótimo de expansão do sistema. As opções de planejamento consideradas são:

- A repotenciação de subestações existentes;
- A construção de novas subestações;
- O recondutoramento de circuitos existentes;
- A construção de novos circuitos;
- A alocação de banco de capacitores;
- A alocação de reguladores de tensão;

- Mudanças na topologia do sistema (reconfiguração). O plano de expansão deve satisfazer as seguintes restrições técnicas e de operação:
- Primeira lei de Kirchhoff (balanço de correntes nas barras);
- Segunda lei de Kirchhoff (soma de tensões em laços);
- Capacidade de potência em subestações e condutores;
- Limites mínimos e máximos de tensão nas barras;
- Operação radial do sistema.

4.1 FUNÇÃO OBJETIVO

O planejamento da distribuição deve ser efetuado com mínimo custo assegurando as condições técnicas e de operação, no caso do planejamento mono-objetivo. No planejamento multi-objetivo, pode-se ter como objetivo além dos custos de investimentos e operação, os custos da confiabilidade do sistema, por exemplo. No planejamento dinâmico, o horizonte de planejamento é dividido em estágios, e o resultado do planejamento consiste em determinar o plano de expansão para cada um desses estágios. Os custos de cada estágio são levados ao valor presente usando uma taxa de juros, com o objetivo de ter um custo total do plano de expansão conjunto para todos os estágios como é mostrado em (63). A função $F(\tau, \kappa) = (1 - (1 + \tau)^\kappa) / \tau$ calcula o valor atual de um custo anual que tem uma duração de κ anos em termos de uma taxa de juros τ .

Os custos de investimentos, conhecidos como custos fixos, são:

- Custo do aumento da capacidade das subestações existentes;
- Custo de investimento em novas subestações;
- Custo de recondutoramento (troca de condutor) em circuitos existentes;
- Custo de construção de novos circuitos;
- Custo de alocação de banco de capacitores;
- Custo de alocação de reguladores de tensão.

Os custos variáveis correspondem aos custos das perdas de energia nos circuitos e os custos de operação das subestações sob o horizonte de planejamento.

Investimentos em circuitos (IC):

$$\sum_{ij \in \Omega_l} \sum_{a \in \Omega_a} c_{ij,a}^f x_{ij,a,t}^l \quad (57)$$

Investimentos nas subestações (IS):

$$\sum_{i \in \Omega_s} \sum_{c \in \Omega_c} c_c^s x_{i,c,t}^s + \sum_{i \in \Omega_s} \sum_{c \in \Omega_c} c_c^r x_{i,c,t}^r \quad (58)$$

Investimentos em reguladores de tensão (IRT):

$$\sum_{ij \in \Omega_l} c^{vr} x_{ij,t}^{vr} \quad (59)$$

Investimentos em bancos de capacitores (IBC):

$$\sum_{i \in \Omega_s} \left(c^{cb} x_{i,t}^{cb} + c^{\text{mod}} n_{i,t}^{cb} \right) \quad (60)$$

Custo perdas nos circuitos (CPC):

$$\sum_{ij \in \Omega_l} \sum_{a \in \Omega_a} \alpha \phi_l c^l R_a l_{ij} I_{ij,a,t}^{sqr} F(\tau, \kappa) \quad (61)$$

Custos de operação das subestações (COS):

$$\sum_{i \in \Omega_s} \alpha \phi_s c_i^v S g_{i,t}^{sqr} F(\tau, \kappa) \quad (62)$$

Assim, a função objetivo corresponde à soma dos termos relacionados aos investimentos em circuitos, subestações, reguladores de tensão e bancos de capacitores e os termos associados ao custo de perdas de energia nos circuitos e os custos de operação nas subestações (63).

Min:

$$\sum_{t \in \Omega_t} (IL + IS + IRT + IBC + CPC + COS) (1 + \tau)^{-(t-1)\kappa} \quad (63)$$

4.2 RESTRIÇÕES

As restrições que devem consideradas no modelo são:

- Restrições que modelam as leis de Kirchhoff (balanço de correntes nos nós e das tensões em laços) que são consideradas no FC;
- Limites técnicos e de operação do sistema (capacidade de potência de alimentadores e subestações, limites de tensão nas barras e topologia radial);

- Restrições que relacionam os investimentos e a operação do sistema.

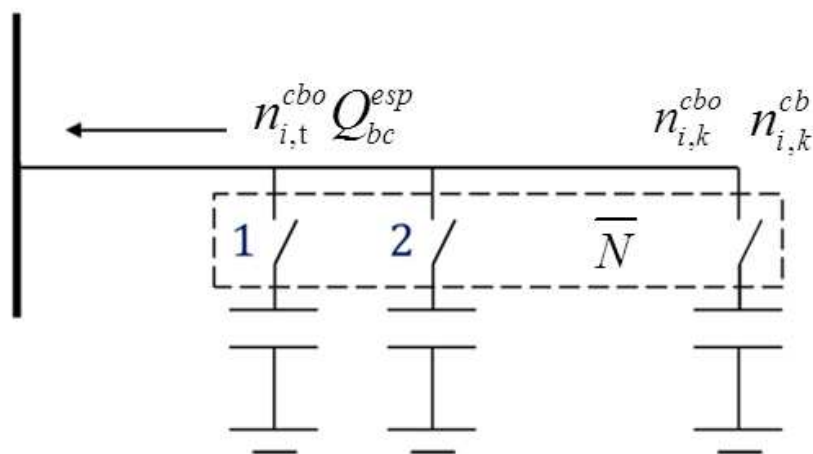
4.2.1 Modelagem dos bancos de capacitores

A alocação de bancos de capacitores (BCs) é formulada de acordo com Franco et al. (2013a) como é ilustrada na Figura 24 e conta com dois tipos de custos. O primeiro é um custo fixo que está relacionado à decisão de alocação de um capacitor em um nó do sistema (definido pela variável $x_{i,t}^{bc}$) e corresponde à estrutura, proteções e outros custos de instalação, enquanto o segundo depende do número de módulos instalados (definido pela variável $n_{i,t}^{cb}$).

Considerações:

- Considera-se a utilização de banco de capacitores fixo;
- Todos os módulos de capacitores, em um mesmo banco de capacitores possuem a mesma capacidade.

Figura 24 - Modelo bancos de capacitores.



Fonte: Próprio autor.

As equações (64) - (67) mostram o modelo matemático considerando a alocação de um banco de capacitores no nó i . A restrição (64) estabelece que a instalação de unidades de capacitores padrão em um determinado estágio é possível se já foi tomada a decisão de alocação de capacitores no nó respectivo no estágio atual ou qualquer estágio anterior e limita o número de módulos instalados em um nó a um máximo valor permitido. ao mesmo tempo a restrição (65) limita o número de módulos operando para não exceder os que estejam instalados. Os BCs estão limitados a um para cada nó como descreve a restrição (66) e em um número máximo ao

longo do horizonte de planejamento como é expressado em (67).

$$\sum_{k=1}^t n_{i,k}^{cb} \leq \bar{N} \sum_{k=1}^t x_{i,k}^{cb} \forall i \in \Omega_b, t \in \Omega_t \quad (64)$$

$$n_{i,k}^{cbo} \leq \sum_{k=1}^t n_{i,k}^{cb} \forall i \in \Omega_b, t \in \Omega_t \quad (65)$$

$$\sum_{t \in \Omega_t} x_{i,t}^{bc} \leq 1 \forall i \in \Omega_b \quad (66)$$

$$\sum_{i \in \Omega_b} x_{i,t}^{bc} \leq \bar{M} \quad (67)$$

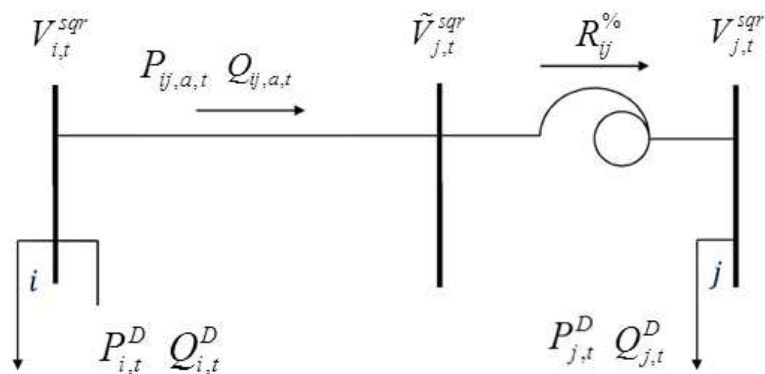
4.2.2 Modelagem dos reguladores de tensão

Para a alocação dos reguladores de tensão, presume-se que:

- Todos os RTs têm a mesma gama de reguladores, bem como o mesmo número de passos de tap;
- Considerando que o PESD é de longo prazo, a posição dos taps nos RTs pode ser calculada aproximadamente. Assim, neste trabalho a posição do tap é considerada como uma variável contínua.

Estas condições podem ser apreciadas na Figura 25. As restrições (68) e (69) representam

Figura 25 - Modelo bancos dos reguladores de tensão.



Fonte: Adaptado de Franco et al. (2013a).

os supostos anteriores. Além disso, RTs estão limitados a um para cada circuito como descreve a restrição (70) e o número de unidades alocadas no sistema ao longo do horizonte de planejamento é limitado (71).

$$(1 - R_{ij}^{\%})^2 \tilde{V}_{j,t}^{sqr} \leq V_{j,t}^{sqr} \leq (1 + R_{ij}^{\%})^2 \tilde{V}_{j,t}^{sqr} \forall ij \in \Omega_l, t \in \Omega_t \quad (68)$$

$$V_{j,t}^{sqr} - \tilde{V}_{j,t}^{sqr} \leq |\bar{V}^2 - 2| x_{ij,t}^{vr} \forall ij \in \Omega_l, t \in \Omega_t \quad (69)$$

$$\sum_{t \in \Omega_t} \sum_{ij \in \Omega_l} x_{ij,t}^{vr} \leq \bar{V}r \quad (70)$$

$$\sum_{t \in \Omega_t} x_{ij,t}^{vr} \leq 1 \forall ij \in \Omega_l \quad (71)$$

4.2.3 Modelagem do ponto de operação

O problema do cálculo do ponto de operação foi tratado anteriormente neste trabalho, aliás, este modelo foi adaptado para levar em consideração a existencia dos BCs e RTs e representar o ponto de operação para o problema de PESD. As equações (72) e (73) representam o balanço de potência ativa e reativa. A equação (74) estabelece a relação entre o fluxo das potências ativa e reativa, o quadrado da magnitude da tensão e o quadrado da magnitude da corrente. A equação (75) representa o cálculo da queda de tensão. As magnitudes do fluxo de corrente, potências ativa e reativa são calculados usando (76) e (78)

$$\sum_{ki \in \Omega_l} \sum_{a \in \Omega_a} P_{ki,a,t} - \sum_{ij \in \Omega_l} \sum_{a \in \Omega_a} (P_{ij,a,t} + R_a l_{ij} I_{ij,a,t}^{sqr}) + P_{i,t}^S = P_{i,t}^D \quad \forall i \in \Omega_b, t \in \Omega_t \quad (72)$$

$$\sum_{ki \in \Omega_l} \sum_{a \in \Omega_a} Q_{ki,a,t} - \sum_{ij \in \Omega_l} \sum_{a \in \Omega_a} (Q_{ij,a,t} + X_a l_{ij} I_{ij,a,t}^{sqr}) + n_{i,t}^{cbo} Q_{bc}^{esp} + Q_{i,t}^S = Q_{i,t}^D \quad \forall i \in \Omega_b, t \in \Omega_t \quad (73)$$

$$\tilde{V}_{j,t}^{sqr} \hat{I}_{ij,t}^{qr} = \hat{P}_{ij,t}^2 + \hat{Q}_{ij,t}^2 \forall ij \in \Omega_l, t \in \Omega_t \quad (74)$$

$$\tilde{V}_{i,t}^{sqr} - \tilde{V}_{j,t}^{sqr} = \sum_{a \in \Omega_a} [2 (R_a P_{ij,a,t} + X_a Q_{ij,a,t}) l_{ij} + Z_a^2 l_{ij}^2 I_{ij,a,t}^{sqr}] + b_{ij,t} \quad \forall ij \in \Omega_l, t \in \Omega_t \quad (75)$$

$$\hat{I}_{ij,t}^{sqr} = \sum_{a \in \Omega_a} I_{ij,a,t}^{sqr} \forall ij \in \Omega_l, t \in \Omega_t \quad (76)$$

$$\hat{P}_{ij,t} = \sum_{a \in \Omega_a} P_{ij,a,t} \forall ij \in \Omega_l, t \in \Omega_t \quad (77)$$

$$\hat{Q}_{ij,t} = \sum_{a \in \Omega_a} Q_{ij,a,t} \forall ij \in \Omega_l, t \in \Omega_t \quad (78)$$

4.2.4 Modelagem da operação radial do sistema

O trabalho apresentado por Lavorato et al. (2012) realiza um estudo estruturado das condições suficientes para atender a restrição de radialidade na operação dos sistemas de distribuição e mostra as alterações na modelagem que tem que consideradas para casos particulares no problema, como por exemplo: Presença de mais de uma subestação, geração distribuída, barras de passagem.

Na literatura anterior ao trabalho de Lavorato et al. (2012), a restrição (79) é considerada como uma condição suficiente para gerar soluções radiais (BERNAL, 1998). No entanto, em Lavorato et al. (2012) esta condição deve estar acompanhada da conectividade dos nós. A restrição (79) garante a primeira condição considerando a presença de subestações e barras de passagem e a segunda condição é garantida pelas restrições de balanço de potência (72) - (73). As restrições (80) - (82) têm como objetivo modelar o comportamento de uma barra de passagem que é uma barra sem geração ou demanda e que normalmente é usada para conectar uma barra de carga com outras. Uma barra de passagem não é uma barra terminal (esta é a principal característica para seu uso) assim existem pelo menos dois circuitos deixando uma barra de passagem. Para modelar o uso da barra de passagem foi definida a variável $y_{i,t}^{tn}$, onde $y_{i,t}^{tn} = 1$ quando a barra é utilizada e zero em caso contrário. As restrições (80) - (82) evitam geração de malhas devida à presença das barras de passagem no sistema de distribuição e também previnem a presença de barra de passagem terminais (LAVORATO et al., 2012).

$$\sum_{ij \in \Omega_l} (y_{ij,t}^{l+} + y_{ij,t}^{l-}) = |\Omega_b| - |\Omega_s| - \sum_{i \in \Omega_m} (1 - y_{i,t}^{tn}) \forall t \in \Omega_t \quad (79)$$

$$y_{ij,t}^{l+} + y_{ij,t}^{l-} \leq y_{j,t}^{tn} \forall ij \in \Omega_l, t \in \Omega_t \quad (80)$$

$$y_{ji,t}^{l+} + y_{ji,t}^{l-} \leq y_{j,t}^{tn} \forall ij \in \Omega_l, t \in \Omega_t \quad (81)$$

$$\sum_{ij \in \Omega_l} (y_{ij,t}^{l+} + y_{ij,t}^{l-}) + \sum_{ji \in \Omega_l} (y_{ji,t}^{l+} + y_{ji,t}^{l-}) \geq 2y_{j,t}^{tn}$$

$$\forall ij \in \Omega_l, t \in \Omega_t \setminus P_{i,t}^D = 0 \wedge Q_{i,t}^D = 0 \quad (82)$$

4.2.5 Restrições lógicas de coordenação de investimentos

As restrições lógicas que relacionam variáveis de investimento e operação ao longo do horizonte de planejamento são representadas por (83) - (93). Estas restrições são adaptadas do trabalho publicado por (LOTERO; CONTRERAS, 2011).

A restrição (83) garante que apenas um tipo de condutor será escolhido para cada circuito e a restrição (84) garante que ao longo do horizonte de planejamento não é possível fazer investimentos em um tipo de condutor que já foi utilizado em outro estágio, além disso, a restrição (85) garante que após investimentos em um tipo de condutor só poderão ser efetuados investimentos de maior capacidade. Para a mudança da topologia em determinado estágio pode-se usar um circuito desde que este tenha sido construído em um estágio anterior ou no mesmo estágio (86) e a restrição (87) impede a operação na rede de um condutor menor que o condutor construído de maior capacidade.

Para a coordenação dos investimentos e a operação das subestações só é possível escolher um tipo para a construção e a repotenciação (88) - (89) e um só investimento é permitido para cada subestação (90) - (91). A operação e repotenciação das subestações estão limitadas primeiro à sua construção (92) - (93).

O estado de operação de um circuito em cada etapa é representado por duas variáveis binárias para melhorar o desempenho da solução (94) \tilde{U} (95), como foi proposto para o problema da reconfiguração do sistema de distribuição em Franco et al. (2013b).

$$\sum_{a \in \Omega_a} x_{ij,a,t}^l = 1 \forall ij \in \Omega_l, t \in \Omega_t \quad (83)$$

$$\sum_{t \in \Omega_t} x_{ij,a,t}^l = 1 \forall ij \in \Omega_l, a \in \Omega_a \quad (84)$$

$$1 - x_{ij,a,t}^l \leq \sum_{k=t}^{|\Omega_t|} \sum_{c \in \Omega_a / c < a} x_{ij,a,k}^l \forall ij \in \Omega_l, t \in \Omega_t, a \in \Omega_a \setminus a > 1 \quad (85)$$

$$y_{ij,a,t}^l \leq \sum_{k=1}^t x_{ij,a,k}^l \forall ij \in \Omega_l, t \in \Omega_t \quad (86)$$

$$y_{ij,a,t}^l \leq 1 - \sum_{k=t}^{|\Omega_t|} \sum_{c \in \Omega_a / c < a} x_{ij,a,k}^l \forall ij \in \Omega_l, t \in \Omega_t, a \in \Omega_a \quad (87)$$

$$\sum_{c \in \Omega_c} x_{i,c,t}^s \leq 1 \forall i \in \Omega_s, t \in \Omega_t \quad (88)$$

$$\sum_{c \in \Omega_c} x_{i,c,t}^r \leq 1 \forall i \in \Omega_s, t \in \Omega_t \quad (89)$$

$$\sum_{t \in \Omega_t} \sum_{c \in \Omega_c} x_{i,c,t}^s \leq 1 \forall i \in \Omega_s \quad (90)$$

$$\sum_{t \in \Omega_t} \sum_{c \in \Omega_c} x_{i,c,t}^r \leq 1 \forall i \in \Omega_s \quad (91)$$

$$y_{i,c,t}^s \leq \sum_{k=1}^t x_{i,c,k}^s \forall i \in \Omega_s, c \in \Omega_c, t \in \Omega_t \quad (92)$$

$$x_{i,c,t}^r \leq \sum_{k=1}^t x_{i,c,k}^s \forall i \in \Omega_s, t \in \Omega_t \quad (93)$$

$$y_{ij,t}^{l+} + y_{ij,t}^{l-} \leq \sum_{a \in \Omega_a} y_{ij,a,t}^l \forall ij \in \Omega_l, t \in \Omega_t \quad (94)$$

$$\sum_{a \in \Omega_a} y_{ij,a,t}^l \leq 1 \forall ij \in \Omega_l, t \in \Omega_t \quad (95)$$

4.2.6 Restrições relacionadas aos limites operacionais do sistema

Os limites operacionais das subestações são representados por (96) e (97), a restrição (98) limita a magnitude da tensão. As restrições (99) e (100) representam, respectivamente, os limites atuais de circuitos em termos da capacidade de cada tipo de condutor e o estado do circuito. A restrição (101) limita o valor da queda de tensão para o estado de operação do sistema do circuito ij , do estágio t , isto é, se o circuito está sendo utilizado, então, $b_{ij,t}$ é zero, caso contrário $b_{ij,t}$ é limitado por \bar{b} que por sua vez é limitado de acordo com os limites mínimo e máximo da tensão. As restrições (102) - (105) limitam o fluxo de potência de um circuito de acordo com seu estado e o tipo correspondente do condutor. As outras restrições estão relacionadas com a natureza das variáveis de decisão (106) - (116).

$$Sg_{i,t}^{sqr} \geq \left(P_{i,t}^S\right)^2 + \left(Q_{i,t}^S\right)^2 \forall i \in \Omega_s, t \in \Omega_t \quad (96)$$

$$Sg_{i,t}^{sqr} \leq \left(\sum_{k=1}^t \sum_{c \in \Omega_c} \bar{S}_{i,c} x_{i,c,t}^s + \sum_{k=1}^t \sum_{c \in \Omega_c} \bar{R}_{i,c} x_{i,c,t}^r\right)^2 \forall i \in \Omega_s, t \in \Omega_t \quad (97)$$

$$\underline{V} \leq V_{i,t}^{sqr} \leq \bar{V} \forall i \in \Omega_b, t \in \Omega_t \quad (98)$$

$$0 \leq I_{ij,a,t}^{sqr} \leq \bar{I}_a^2 y_{ij,a,t}^l \forall ij \in \Omega_l, a \in \Omega_a, t \in \Omega_t \quad (99)$$

$$0 \leq I_{ij,a,t}^{sqr} \leq \bar{I}_a^2 \left(y_{ij,t}^{l+} + y_{ij,t}^{l-}\right) \forall ij \in \Omega_l, a \in \Omega_a, t \in \Omega_t \quad (100)$$

$$|b_{ij,t}| \leq \bar{b} (1 - y_{ij,t}^{l+} - y_{ij,t}^{l-}) \forall ij \in \Omega_l, t \in \Omega_t \quad (101)$$

$$|P_{ij,a,t}| \leq \bar{V} \bar{I}_a \left(y_{ij,t}^{l+} + y_{ij,t}^{l-}\right) \forall ij \in \Omega_l, a \in \Omega_a, t \in \Omega_t \quad (102)$$

$$|Q_{ij,a,t}| \leq \bar{V} \bar{I}_a \left(y_{ij,t}^{l+} + y_{ij,t}^{l-}\right) \forall ij \in \Omega_l, a \in \Omega_a, t \in \Omega_t \quad (103)$$

$$|P_{ij,a,t}| \leq \bar{V} \bar{I}_a y_{ij,a,t}^l \forall ij \in \Omega_l, a \in \Omega_a, t \in \Omega_t \quad (104)$$

$$|Q_{ij,a,t}| \leq \bar{V} \bar{I}_a y_{ij,a,t}^l \forall ij \in \Omega_l, a \in \Omega_a, t \in \Omega_t \quad (105)$$

$$x_{ij,a,t}^l \in \{0, 1\} \forall ij \in \Omega_l, a \in \Omega_a, t \in \Omega_t \quad (106)$$

$$y_{ij,a,t}^l \in \{0, 1\} \forall ij \in \Omega_l, a \in \Omega_a, t \in \Omega_t \quad (107)$$

$$y_{ij,a,t}^{l+} \in \{0, 1\} \forall ij \in \Omega_l, a \in \Omega_a, t \in \Omega_t \quad (108)$$

$$y_{ij,a,t}^l \in \{0, 1\} \forall ij \in \Omega_l, a \in \Omega_a, t \in \Omega_t \quad (109)$$

$$x_{i,c,t}^s \in \{0, 1\} \forall i \in \Omega_s, c \in \Omega_c, t \in \Omega_t \quad (110)$$

$$x_{i,c,t}^r \in \{0, 1\} \forall i \in \Omega_s, c \in \Omega_c, t \in \Omega_t \quad (111)$$

$$y_{i,c,t}^s \in \{0, 1\} \forall i \in \Omega_s, c \in \Omega_c, t \in \Omega_t \quad (112)$$

$$x_{ij,t}^{vr} \in \{0, 1\} \forall ij \in \Omega_l, t \in \Omega_t \quad (113)$$

$$x_{i,t}^{bc} \in \{0, 1\} \forall i \in \Omega_s, t \in \Omega_t \quad (114)$$

$$n_{i,t}^{cbo} \in Z^+ \forall i \in \Omega_s, t \in \Omega_t \quad (115)$$

$$n_{i,t}^{cbo} \in Z^+ \forall i \in \Omega_s, t \in \Omega_t \quad (116)$$

4.3 MODELO DE PROGRAMAÇÃO NÃO LINEAR PARA O PROBLEMA DE PESD

O modelo MPNLIM que representa o problema de PESD é descrito por (57) - (116). Devido à complexidade deste modelo, será apresentada uma formulação linear mais robusta e eficiente e além disso será apresentada uma formulação cônica equivalente para o problema de PESD.

4.4 MODELO DE PROGRAMAÇÃO CÔNICO DE SEGUNDA ORDEM INTEIRA MISTA PARA O PROBLEMA DE PESD

Observe que(74) estabelece a relação entre o fluxo de potência ativa e reativa, a magnitude da tensão ao quadrado e a magnitude da corrente ao quadrado e a restrição (97) que limita a potência gerada pelas subestações, são expressões não-lineares e não cônicas, mas que podem ser relaxadas para obter um MPCSOIM equivalente ao MPNLIM devido ao fato de que no problema de PESD são consideradas estas três características:

- Minimização das perdas de potência ativa no sistema;
- A operação radial no SDEE;
- A não negatividade das variáveis $\tilde{V}_{i,t}^{sqr}$ e $I_{i,j,t}^{sqr}$.

Mantendo essas condições, analogamente ao que foi realizado na Seção 3.3, é possível substituir a restrição não linear (74) pela restrição cônica de segunda ordem como em (117):

$$\tilde{V}_{j,t}^{sqr} \hat{I}_{ij,t}^{sqr} \geq \hat{P}_{ij,t}^2 + \hat{Q}_{ij,t}^2 \quad \forall ij \in \Omega_l, t \in \Omega_t \quad (117)$$

Aliás, dado que as variáveis $x_{i,c,k}^s$ e $x_{i,c,t}^r$ são binárias, a restrição (97) pode ser escrita como (118) como é esclarecido no Apêndice A.

$$Sg_{i,t}^{sqr} \leq \sum_{k=1}^t \sum_{c \in \Omega_c} \bar{S}_{i,c}^2 x_{i,c,k}^s + \sum_{k=1}^t \sum_{c \in \Omega_c} \bar{R}_{i,c}^2 x_{i,c,k}^r + \sum_{k=1}^t \sum_{c \in \Omega_c} \bar{S}_{i,c} \bar{R}_{i,c} x_{i,c,k}^r \quad \forall i \in \Omega_s, t \in \Omega_t \quad (118)$$

Considrando estas mudanças o PESD pode ser formulado como um MPCSOIM assim: *Min:* Equação (63)

Sujeito a:

Conjunto de restrições (64) - (73); (75) - (96); (98) - (118).

4.5 MODELO DE PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRO MISTO PARA O PROBLEMA DE PESD

Pode ser visto que as restrições (74), (96) e (97) contém expressões não-lineares as quais, e considerando a linearização apresentadas nas seções 3.2.1 e 3.2.2, podem ser substituídas para que o MPNLIM apresentado na Seção 4.3 possa ser transformado em um MPLIM realizando as seguintes modificações:

4.5.1 Linearização de $\tilde{V}_{j,t}^{sqr} \hat{I}_{ij,t}^{sqr}$

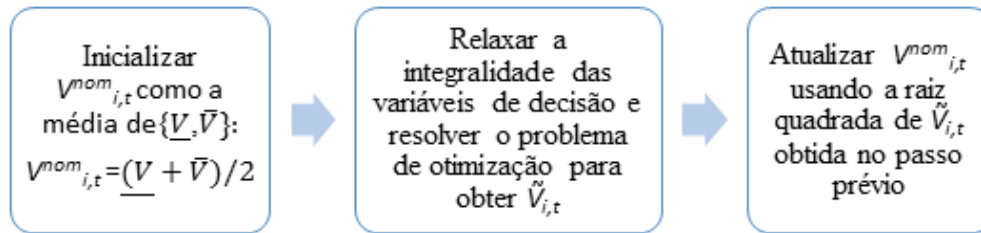
A linearização do produto $\tilde{V}_{j,t}^{sqr} \hat{I}_{ij,t}^{sqr}$ pode ser realizada considrando o quadrado da tensão constante no producto, e obter a seguinte equivalência linear:

$$\tilde{V}_{j,t}^{sqr} \hat{I}_{ij,t}^{sqr} \approx V_{j,t}^{nom} \hat{I}_{ij,t}^{sqr} \quad (119)$$

Esta simplificação é válida e possui um erro de aproximação baixo, devido ao intervalo limitado da magnitude da tensão $[\underline{V}, \bar{V}]$, fato que foi provado experimentalmente após a realização de várias simulações. Para se obter um valor adequado para o parâmetro $\tilde{V}_{j,t}^{sqr}$, uma versão relaxada

(programação linear) do modelo em que as variáveis binárias são relaxadas é resolvido; assume-se um valor inicial para o parâmetro $\tilde{V}_{j,t}^{sqr}$ correspondente ao valor médio dos limites de tensão. As magnitudes de tensão encontrados resolvendo este modelo relaxado são usados para corrigir os valores correspondentes de $\tilde{V}_{j,t}^{sqr}$. Finalmente, o modelo proposto PLIM é resolvido. O procedimento se encontra descrito na Figura 26.

Figura 26 - Procedimento para obter uma estimação da magnitude da tensão



Fonte: Próprio autor.

4.5.2 Linearização de $\hat{P}_{ij,t}^2 + \hat{Q}_{ij,t}^2$ e $(P_{i,t}^S)^2 + (Q_{i,t}^S)^2$

Os termos quadraticos do lado direito da restrição (74) e do lado esquerdo da restrição (96) podem ser aproximadas usando uma função de linearização por partes como a apresentada no nas seções 3.2.1 e 3.2.2.

$$\left(P_i^S\right)^2 + \left(Q_i^S\right)^2 \approx f\left(P_i^S, \max\{c \in \Omega_c\} \bar{S}_c, \Gamma\right) + f\left(Q_i^S, \max\{c \in \Omega_c\} \bar{S}_c, \Gamma\right) \forall i \in \Omega_s \quad (120)$$

$$\left(\hat{P}_{ij}\right)^2 + \left(\hat{Q}_{ij}\right)^2 \approx f\left(\hat{P}_{ij}, \max\{a \in \Omega_a\} \bar{I}_a, \Gamma\right) + f\left(\hat{Q}_{ij}, \max\{a \in \Omega_a\} \bar{I}_a, \Gamma\right) \forall ij \in \Omega_l \quad (121)$$

A função de linearização por partes $f(y, \bar{y}, \Gamma)$ usada em (120) and (121) é uma generalização do trabalho apresentado por Gonçalves (2013) e é definida como segue:

$$f(y, \bar{y}, \Gamma) = \sum_{\gamma=1}^{\Gamma} \sigma_{y,\gamma} \delta_{y,\gamma} \quad (122)$$

$$y = y^+ + y^- \quad (123)$$

$$y^+ + y^- = \sum_{\gamma=1}^{\Gamma} \delta_{y,\gamma} \quad (124)$$

$$0 \leq \delta_{y,\gamma} \leq \bar{y}/\Gamma \forall \gamma = 1, \dots, \Gamma \quad (125)$$

$$\sigma_{y,\gamma} = (2\gamma - 1)/\Gamma \forall \gamma = 1, \dots, \Gamma \quad (126)$$

Onde, $\delta_{y,\gamma}$ é o valor da variável auxiliar γth usada na discretização de y , Γ é o numero de discretizações usadas na função f , $\sigma_{y,s}$ é o valor da pendiente no bloco de discretização γth de y , \bar{y} é o máximo valor de y , y^+ é a variável auxiliar usada no calculo de $|\hat{y}|$ and y^- é a variável auxiliar usada no calculo de $|\hat{y}|$.

4.5.3 Modelo linear

Considerando os estas mudanças o PESD pode ser formulado como um MPCSOIM assim:

Min: Equação (63)

Sujeito a:

Conjunto de restrições (64) - (73) ;(75) - (96);(98) - (118) .

$$V_{j,t}^{nom} \hat{\Gamma}_{ij,t}^{qr} = f(\hat{P}_{ij,t}, \max\{a \in \Omega_a\} \bar{I}_a, \Gamma) + f(\hat{Q}_{ij,t}, \max\{a \in \Omega_a\} \bar{I}_a, \Gamma) \quad \forall i,j \in \Omega_l, t \in \Omega_t \quad (127)$$

$$Sg_{i,t}^{sqr} = f(P_{i,t}^S, \max\{c \in \Omega_c\} \bar{S}_c, \Gamma) + f(Q_{i,t}^S, \max\{c \in \Omega_c\} \bar{S}_c, \Gamma) \quad \forall i \in \Omega_s, t \in \Omega_t \quad (128)$$

5 TESTES E RESULTADOS

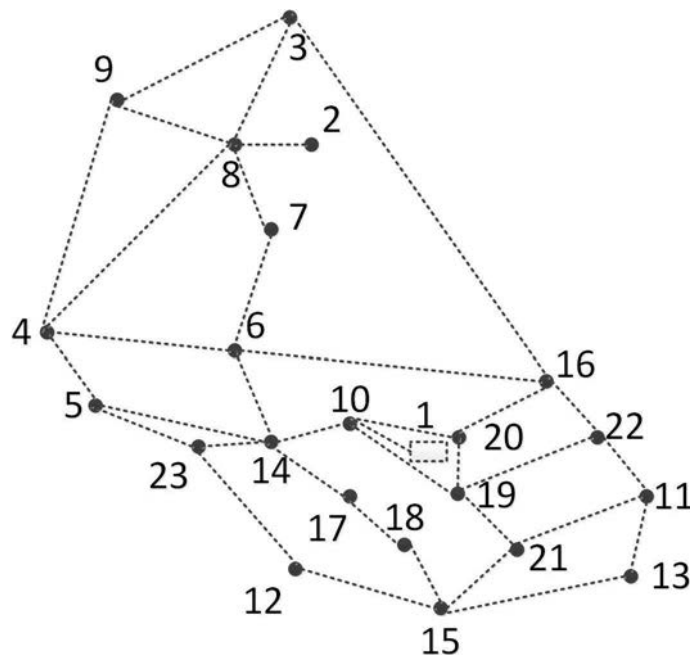
Com os modelos propostos para resolver o problema de PESD, serão realizados testes computacionais utilizando AMPL (FOURER; GAY; KERNIGHAN, 2003). O software CPLEX (ILOG INC., 2008) será utilizado para resolver o MPCSOIM e o MPLIM nos sistemas de 23 e 54 nós para o caso estático e dois testes de 18 e 24 nós adaptados da literatura especializada para o caso dinâmico.

5.1 TESTES PARA O PLANEJAMENTO ESTÁTICO

5.1.1 Sistema teste de 23 nós

O sistema de distribuição de 23 nós é uma rede de distribuição de 34,5kV, alimentada por uma subestação de 10 MVA, que alimenta uma área de produção de óleo com 21 nós de carga com um total de 7,04-MVA. As rotas viáveis propostas são mostradas na Figura 27 e os dados do sistema estão no apêndice B. Todos os condutores são de alumínio 1/0 e 4/0 e são utilizados

Figura 27 - Sistema inicial para o teste de 23 nós



Fonte: Próprio autor.

os parâmetros encontrados em Franco, Rider e Romero (2014). Para os testes realizados, o

desvio máximo de tensão permitido é de 3%, o fator de potência médio é igual a 0,9, o custo de perdas de energia é de 0,05 US\$/kWh, o fator de perdas é 0,35, a taxa de juros é 0,10 e o período de planejamento é de 20 anos.

Três tipos de testes são realizados:

- Teste 1 - planejamento considerando somente IC;
- Teste 2 - planejamento considerando IC e IS;
- Teste 3- planejamento considerando IC, IS e CBC.

5.1.1.1 Teste 1 - planejamento considerando somente IC

Para este teste o sistema inicial só tem construída a subestação no nó 1 e nenhum dos circuitos encontra-se construído. O plano de expansão propõe a construção de todos os circuitos usando o condutor tipo 1/0, exceto o circuito 1-10, que foi construído com o segundo tipo de condutor, o qual possui uma maior capacidade de corrente. Além disso, os circuitos 3-8, 3-16, 4-6, 4-8, 4-9, 5-14, 6-16, 11-22, 12-15, 13-15, 15-21, 16-22 e 19-20 não foram construídos. A topologia obtida para este teste é mostrada na Figura 28. O processo de otimização encontrou uma solução de US\$ 170.212,47. Esta solução tem um custo menor do que o apresentado em Franco, Rider e Romero (2014) devido a não construção do circuito 2-8, produto da formulação das barras de passagem considerando o nó 2 como um ponto de carga. Na Tabela 9 são apresentados os resultados obtidos pelos modelos propostos e por dois trabalhos da literatura.

Tabela 9 - Resumo dos resultados para o Teste 1 (US\$).

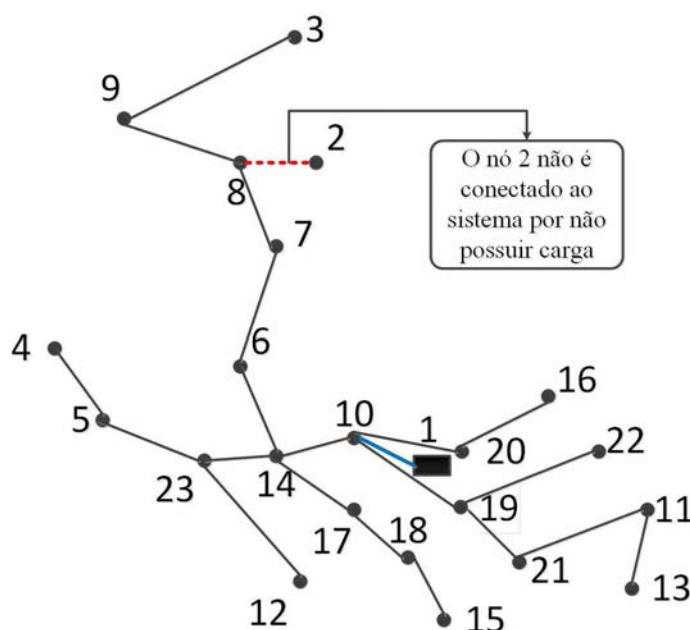
Soluções	IC	CPC	Custo total
(LAVORATO et al., 2010)	151.892	20.227	172.119
(FRANCO; RIDER; ROMERO, 2014)	153.913	17.056	170.969
Modelo cônico	153.157	17.055	170.212
Modelo linear	153.157	17.08	170.237

Fonte: Próprio autor.

O uso de uma representação das restrições de radialidade levando em conta barras de passagem, tanto no modelo cônico como no modelo linear, faz com que a solução encontrada para este teste seja melhor do que as apresentadas em estudos anteriores. O erro no cálculo do custo das perdas de potência ativa de 0,14%.

5.1.1.2 Teste 2 - planejamento considerando IC e IS.

Neste teste, a capacidade máxima da subestação do nó 1 foi alterada para 4 MVA e no nó 2 há uma subestação candidata com uma capacidade máxima de 4 MVA, com um custo de

Figura 28 - Sistema inicial para o teste de 23 nós

Fonte: Próprio autor.

construção de 1.000×10^3 US\$ e o custo de operação da subestação é de 0,01 US\$/VAh, estes valores foram tomados de Lavorato et al. (2010). Para este plano de expansão constrói-se a subestação candidata no nó 2, os circuitos 3-8, 3-16, 4-6, 4-8, 4-9, 5-14, 6-16, 10-14, 11-21, 12-15, 13-15, 14-17, 16-22 e 19-20 não foram construídos. O plano de expansão para o sistema de distribuição de 23-nós descrito é mostrado na Figura 29. Para este teste a solução encontrada é igual àquela encontrada por Lavorato et al. (2010) como é mostrado na Tabela 10. O erro no cálculo do custo das perdas de potência ativa de 0,11% e um erro no cálculo dos custos operacionais de 0,002%.

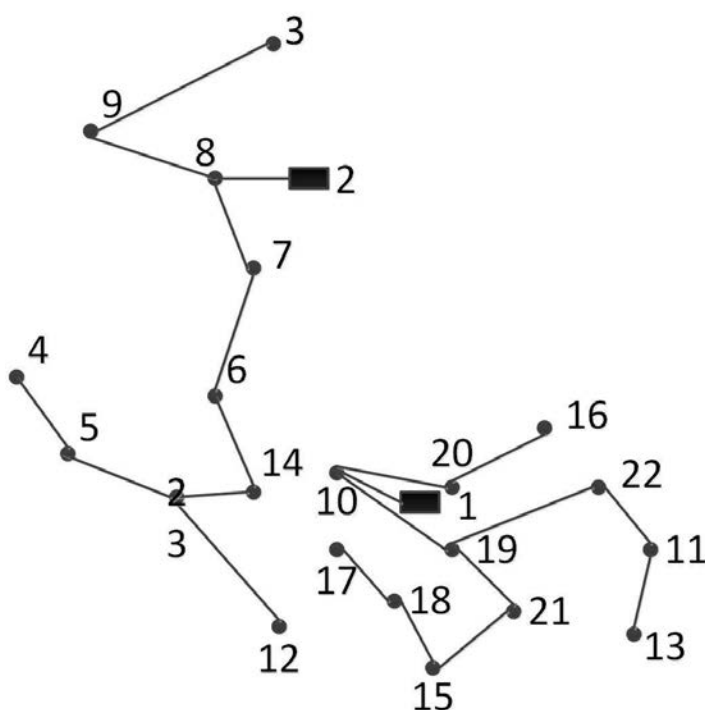
Tabela 10 - Resumo dos resultados para o Teste 2 (US\$).

Soluções	IC	CPC	IS	COS	Custo total
(LAVORATO et al., 2010)	149.712	14.259	1.000.000	6.492.761	7.656.733
Modelo cônico	149.712	14.259	1.000.000	6.492.761	7.656.733
Modelo linear	149.712	14.275	1.000.000	6.492.885	7.656.872

Fonte: Próprio autor.

5.1.1.3 Teste 3- planejamento considerando IC, IS e CBC.

Neste teste, consideram-se as considerações gerais do teste 1, a unidade de capacitor padrão tem um valor de 60 kVAr, com um custo anual de US\$ 200 e o número máximo de capacitores que podem ser adicionados ao sistema é 3, estas condições são as mesmas usadas por Franco,

Figura 29 - Sistema inicial para o teste de 23 nós

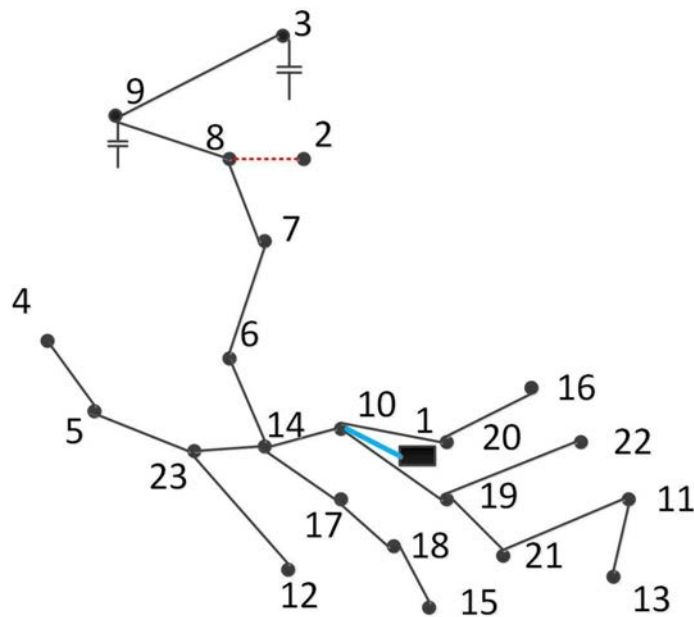
Fonte: Próprio autor.

Rider e Romero (2014). Para este teste, foi encontrada uma solução com função objetivo de US\$ 170.067,60, que aloca BCs nos nós 3 e 9, com um custo de investimento de US\$ 400. Esta solução tem um custo de perdas ligeiramente menor do que o obtido no teste 1, mas ambas soluções têm a mesma topologia final. O plano de expansão é mostrado na Figura 30 onde o símbolo representa a alocação dos BCs. O uso das restrições de radialidade considerando barras de passagem, tanto no modelo cônico como no modelo linear, faz com que a solução encontrada para este teste seja melhor do que as apresentadas em estudos anteriores como se observa na Tabela 11. O erro no cálculo do custo das perdas de potência ativa de 0,12%.

Tabela 11 - Resumo dos resultados para o Teste 3 (US\$).

Soluções	IC	CPC	CBC	Custo total
(FRANCO; RIDER; ROMERO, 2014)	153.913	16.511	400	170.824
Modelo cônico	153.157	16.51	400	170.068
Modelo linear	153.157	16.53	400	170.087

Fonte: Próprio autor.

Figura 30 - Plano de expansão para o Teste 3 do sistema de 23 nós.

Fonte: Próprio autor.

5.1.2 Sistema teste de 54 nós

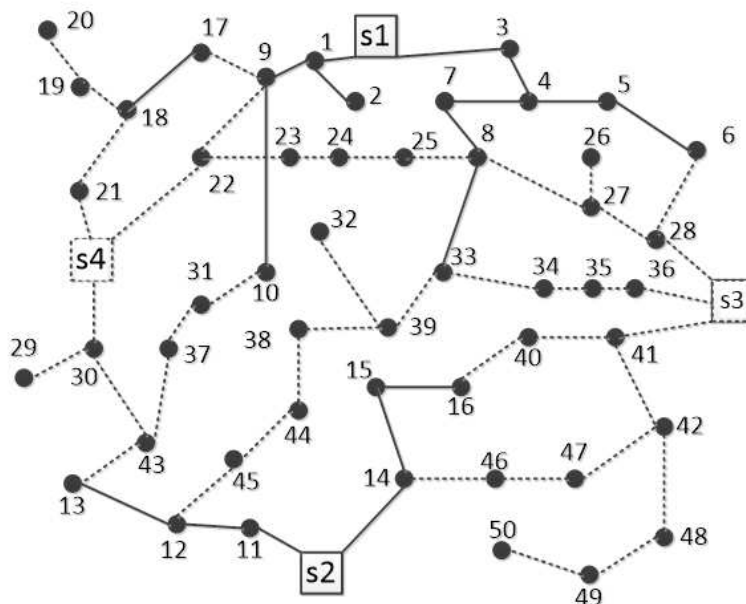
O sistema de distribuição de 54-nós tem uma tensão nominal de 13,5 kV, alimenta 50 nós de carga e fornece 107,8-MVA. O sistema tem 2 subestações que podem ser repotenciadas, e há uma possibilidade de construção de duas subestações. Para a construção/recondutoramento dos circuitos são considerados dois tipos de condutores. A magnitude da tensão mínima é igual a 0,95pu, o custo das perdas de energia é 0,1 US\$/kWh, fator de perda é igual a 0,35, taxa de juros anual é de 0,1, horizonte de planejamento de 20 anos e a operação de subestações custa 0,1 US\$/kVAh. Na Figura 31 mostra-se a configuração inicial do sistema e os dados do sistema estão no apêndice C.

Três tipos de testes são realizados:

- Teste 1 - planejamento considerando COS;
- Teste 2 - planejamento sem considerar COS;
- Teste 3 - planejamento sem considerar COS e CBC.

5.1.2.1 Teste 1 - planejamento considerando COS.

O processo de otimização encontrou uma solução de US\$ 3.328.955. Esta solução é melhor que a apresentada por Lavorato et al. (2010) e igual à solução apresentada

Figura 31 - Topologia inicial para o sistema de distribuição de 54 nós

Fonte: Lavorato et al. (2010).

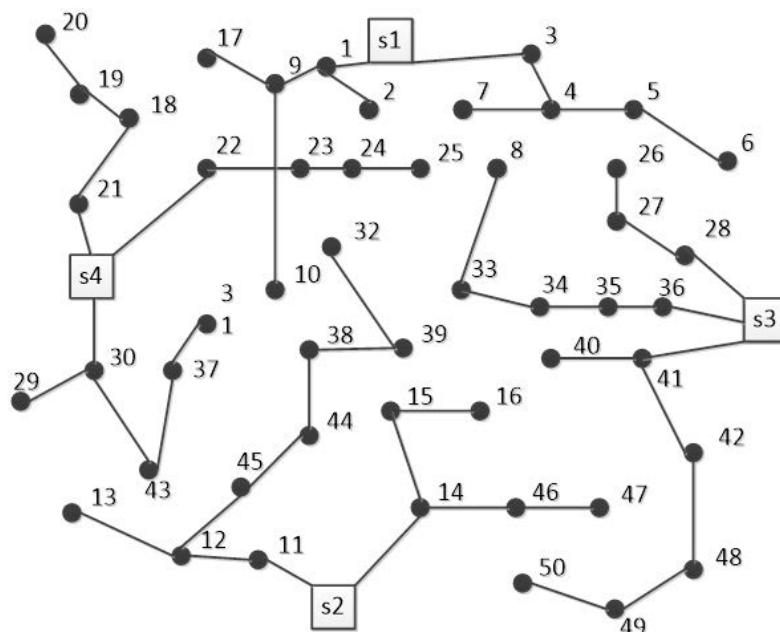
por Franco, Rider e Romero (2014) como é mostrado na Tabela 12.

O plano de expansão consiste na construção de 2 subestações, e todos os circuitos foram construídos usando o condutor tipo 1. Além disso, o circuito 8-7 foi desconectado e os circuitos 18-17, 22-9, 8-25, 27-8, 28-6, 10-31, 43-13, 33-39, 16-40 e 47-42 não foram construídos. O plano de expansão para o sistema de distribuição de 54-nós é mostrado na Figura 32.

Da Tabela 12 observa-se que a solução obtida pelo modelo cônico é a mesma encontrada no trabalho de Franco, Rider e Romero (2014) apresentando uma diferença com a solução obtida pelo modelo linear, em relação ao cálculo das perdas de potência ativa e ao cálculo de potência aparente gerada pelas subestações. O erro no cálculo das perdas é de 23,12% e o erro no cálculo da potência aparente gerada pelas subestações é de 0,0021%.

5.1.2.2 Teste 2 - planejamento sem considerar COS.

A solução do problema para o sistema de distribuição de 54-nós modificado, sem considerar os custos de operação nas subestações, tem uma função objetivo de US\$ 327.267, onde a subestação S2 foi repotenciada e a subestação S3 foi construída. Neste caso, o circuito 3-4 foi desconectado e os circuitos 21-S4, 22-S4, 22-9, 27-8, 28-6, 30-S4, 10-31, 33 -39, 40 - 41 e 42-41 não foram construídos. O plano de

Figura 32 - Plano de expansão para o sistema de 54 nós para o teste 1.

Fonte: Próprio autor.

Tabela 12 - Resumo dos resultados para o sistema de 54 barras (US\$).

Soluções	IC	CPC	IS	COS	Custo total
(LAVORATO et al., 2010)	39.576	2.777	540	2.933.618	3.515.970
(FRANCO; RIDER; ROMERO, 2014)	40.544	2.372	440	2.845.946	3.328.862
Modelo cônico	40.544	2.372	440	2.845.946	3.328.862
Modelo linear	40.544	2.925	440	2.848.094	3.331.562

Fonte: Próprio autor.

expansão pode ser observado na Figura 33. Da Tabela 13 observa-se que a solução obtida é a mesma encontrada no trabalho de Franco, Rider e Romero (2014). O erro no cálculo das perdas entre o modelo linear e o modelo cônico é de 6,5%.

5.1.2.3 Teste 3- planejamento sem considerar COS e CBC.

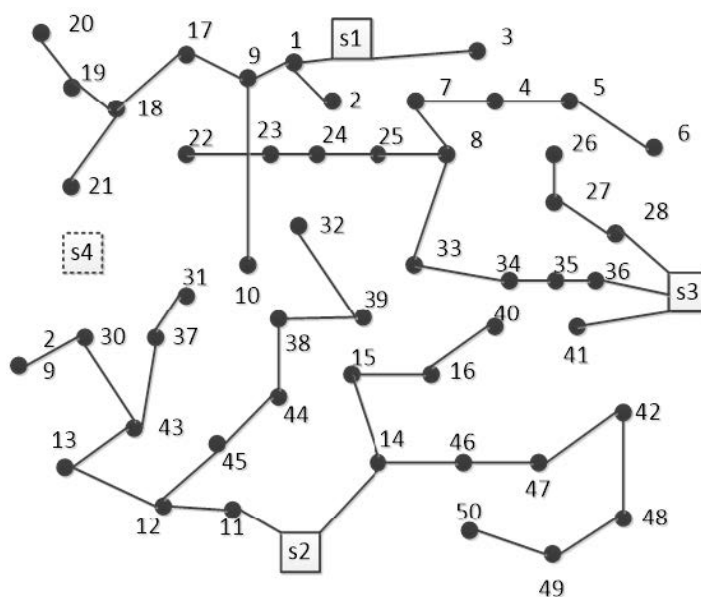
No caso da alocação de bancos de capacitores são consideradas as mesmas condições apresentadas no teste de 23-nós no caso do teste 3. A solução tem uma função objetivo de US\$ 227.073, que aloca capacitores nos nós de 8, 9 e 43 com um custo de investimento de US\$ 600 e redimensiona as subestações S1 e S2. Esta solução é de valor menor do que no teste 2, principalmente porque os capacitores tornam possível reduzir a carga das subestações, evitando a construção de novas subestações. Esta solução não constrói os circuitos 21-S4, 22-S4, 22-9, 28-6, 30-S4, 10-31 33-39,

Tabela 13 - Resumo dos resultados para o sistema de 54 barras sem custos de operação (US\$).

Soluções	IC	CPC	IS	Custo total
(FRANCO; RIDER; ROMERO, 2014)	40.416	6.861	280	327.277
Modelo cônico	40.416	6.86	280	327.276
Modelo linear	40.416	7.311	280	327.727

Fonte: Próprio autor.

Figura 33 - Plano de expansão para o sistema de 54 nós teste 2.



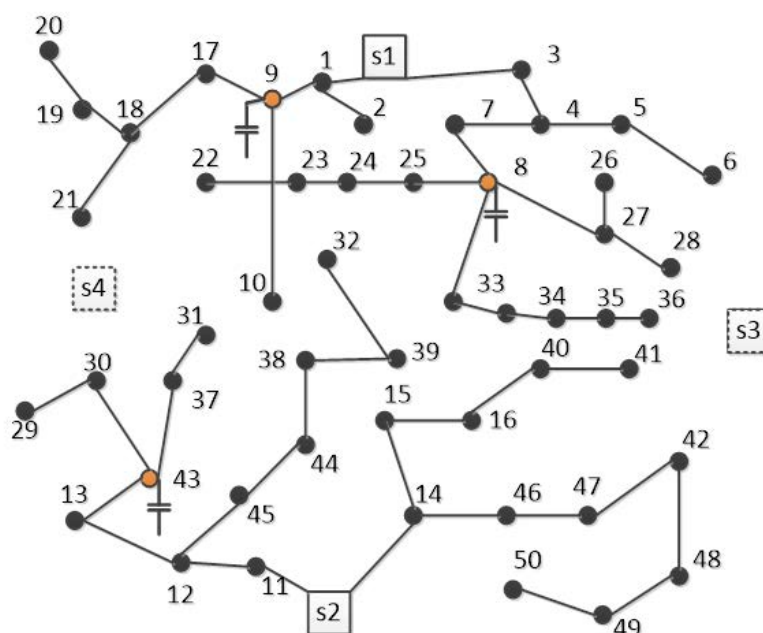
Fonte: Próprio autor.

36-S3, 28-S3, 41-S3 e 42-41 e o plano de expansão é apresentado na Figura 34. Na Tabela 14 pode-se observar que a solução obtida é a mesma encontrada no trabalho de Franco, Rider e Romero (2014). O erro no cálculo das perdas é de 7,92%. Este teste mostra que no problema de PESD considerando a alocação de bancos de capacitores fixos leva a melhores soluções, reduzindo as perdas de potência ativa e os custos de investimento em circuitos, evitando investimentos desnecessários em novas subestações.

5.2 TESTES PARA O PLANEJAMENTO DINÂMICO

5.2.1 Sistema teste de 18 nós

Para avaliar as formulações propostas neste trabalho foi utilizada uma rede fictícia adaptada de Haffner et al. (2008b) composta de 18 nós (2 subestações e 16 nós de

Figura 34 - Plano de expansão para o sistema de 54 nós para o teste 3.

Fonte: Próprio autor.

Tabela 14 - Resumo dos resultados para o sistema de 54 barras sem custos de operação (US\$).

Soluções	IC	CPC	IS	CBC	Custo total
(FRANCO; RIDER; ROMERO, 2014)	39.920	6.554	180	600	227.074
Modelo cônico	39.920	6.553	180	600	227.073
Modelo linear	39.920	7.082	180	600	227.602

Fonte: Próprio autor.

carga) e 24 circuitos, operando a 13,8 kV. A topologia inicial da rede é mostrada na Figura 35, os retângulos representam as subestações, os circuitos desenhados como linhas contínuas representam a rede inicial e circuitos desenhados como linhas tracejadas são candidatos para adição ao sistema, no apêndice D estão apresentados os dados utilizados neste teste.

Este trabalho adotou um horizonte de planejamento de 15 anos subdividido em períodos de 5 anos cada um, taxa de juros de 10%, limites máximo e mínimo da tensão são 1,05 e 0,95 p.u, respectivamente, e o preço da energia para cada nível de carga é de 10, 6 e 4 centavos/kWh. O custo total de investimentos e operação ao longo do horizonte de planejamento foi de US\$13.101,32 x 10³ e os principais custos que compõem o total de investimento se encontram descritos na Tabela 15 e Tabela 16. Esta solução foi encontrada em um tempo de 190000,08 s.

Nas Figuras 36,37 e 38 estão apresentadas as topologias encontradas para cada está-

Tabela 15 - Custos totais e por estágio para o sistema de 18 nós (10^3 x US\$).

Estágio	1	2	3	Total
IS	5.150	7.300	2.000	10.453,81
<i>Custo Construção</i>	3.650	7.300	0	
<i>Custo Repotenciação</i>	1.500	0,000	2.000	
IC	1.015,33	623,00	408,33	1.559,60
CPC	366,6	341,97	379,35	1.087,91
<i>Perdas nos circuitos (MW)</i>	0,265	0,398	0,711	
Investimento total				13.101,32

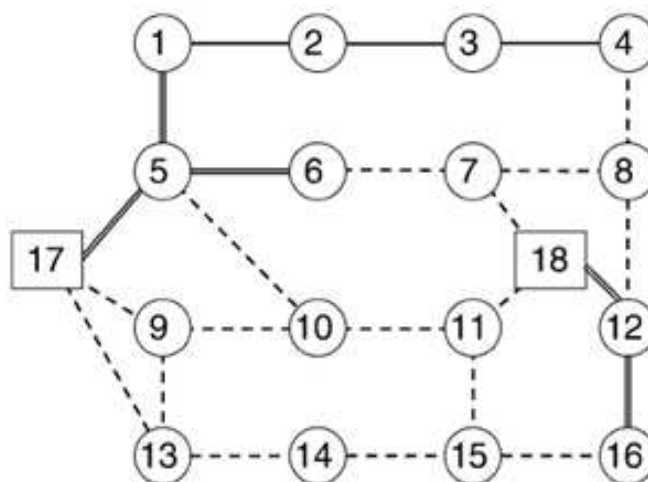
Fonte: Próprio autor.

Tabela 16 - Resultados nos níveis de demanda por estágio para o sistema de 18 nós

Estágio	ND	PPA (kW)	PPR (kVAr)	TM (p.u)	Potência Subestações (kVA)	
					17	18
1	1	456,86	728,17	0,950	0,00	12.881,61
	2	155,63	247,55	0,950	0,00	7.468,34
	3	20,32	30,00	1,032	0,00	2.440,65
2	1	498,27	863,15	0,955	9.957,80	12.015,89
	2	307,98	569,99	0,994	11.277,85	9.545,01
	3	26,02	44,31	1,032	3.167,76	2.764,72
3	1	892,08	1.713,17	0,955	15.655,44	14.026,04
	2	543,40	1.063,91	0,961	12.391,18	10.796,55
	3	61,38	119,32	1,022	4.152,82	3.654,16

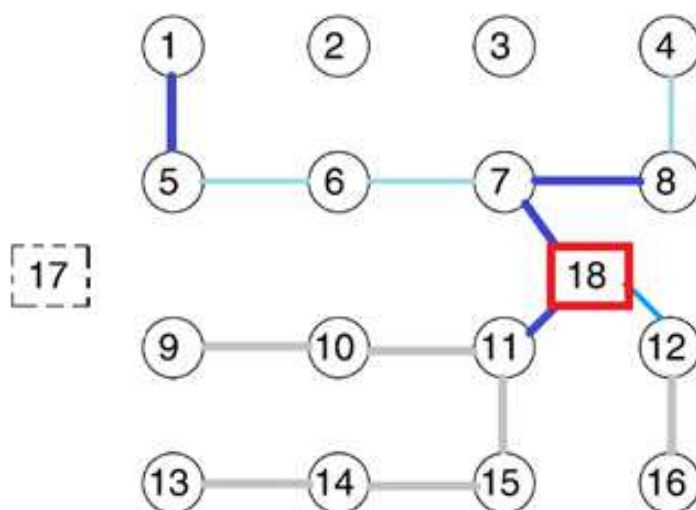
ND: Nível de demanda, PPA: Perdas de potência ativa, PPR: perdas de potência reativa, TM: Tensão mínima.

Fonte: Próprio autor.

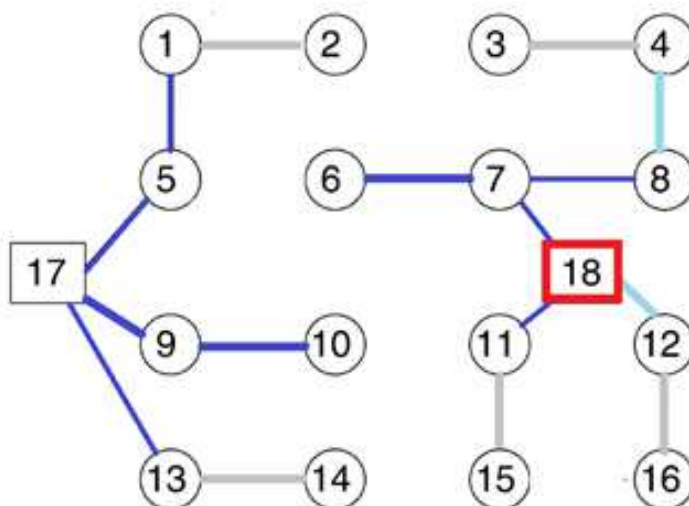
Figura 35 - Topologia inicial do sistema de distribuição de 18 nós.

Fonte: Haffner et al. (2008b).

gio. Os circuitos de cor azul escuro representam o uso do condutor tipo 3 de maior capacidade de corrente, os circuitos de cor azul claro usam o condutor tipo 2 e finalmente os circuitos cinza usam o condutor tipo 1 de menor capacidade de corrente. O quadro vermelho nas subestações representa a sua repotenciação no estágio. No estágio 1 foi construída e repotenciada a subestação 18 com o tipo de subestação 2. Neste mesmo estágio foram reconduzidos os circuitos 5-6 e 12-18 passando para o condutor tipo 2 e o circuito 1-5 passa a operar com o tipo 3; os circuitos 9-10, 10-11, 11-15, 13-14 e 14-15 foram construídos usando o tipo de condutor 1 de menor capacidade, o circuito 4-8 foi construído com o condutor 2 de capacidade média e os circuitos 6-7, 7-8, 7-18 e 11-18 foram construídos com o condutor 3 de maior capacidade. Pode-se observar que neste estágio não foram conectados os nós que não possuem carga gerando uma solução mais econômica que qualquer um que tente conectar estes nós para alguma subestação. No estágio 2 foi construída a subestação 17 com o tipo de subestação 3 e os nós 1, 5, 9 e 13 que foram previamente atendidos pela subestação 18 agora são atendidos pela nova subestação. Neste estágio foram construídos os circuitos 9-17 e 13-17 com o tipo de condutor tipo 3 de maior capacidade. Além disso, os circuitos 9-10, 5-17 foram reconduzidos os dois passando a funcionar com o condutor 3 de maior capacidade. Entre os estágios 1 e 2, os nós 1 e 5 foram transferidos da subestação 18 para a subestação 17 pela construção do circuito 5-17 e a abertura do circuito 5-6. Os nós 9 e 10 foram transferidos entre estas mesmas subestações pela construção do circuito 9-17 e a abertura do circuito

Figura 36 - Plano de expansão para o estágio 1 do sistema de 18 nós.

Fonte: Próprio autor.

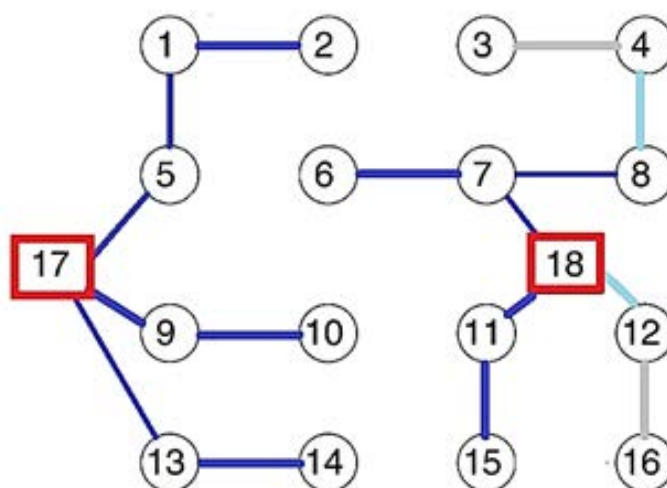
Figura 37 - Plano de expansão para o estágio 2 do sistema de 18 nós.

Fonte: Próprio autor.

10-11. Finalmente, os nós 13 e 14 também são transferidos da subestação 18 para a subestação 17 pela construção do circuito 13-17 e a abertura do circuito 14-15. Para o último estágio a subestação 17 foi repotenciada e os circuitos 1-2, 9-10, 11-15 e 13-14 foram reconduzidos passando para o condutor tipo 3 de maior capacidade

e não existem mudanças entre as topologias dos estágios 2 e 3. Para a solução deste problema, o parâmetro Y foi igual a 20, tendo um erro na aproximação do cálculo da perda de 0,43%. A solução apresentada corresponde à fornecida pelo MPLIM.

Figura 38 - Plano de expansão para o estágio 3 do sistema de 18 nós.



Fonte: Próprio autor.

Dita solução é melhor do que a solução encontrada pelo MPCSOIM, e a diferença se explica nos momentos dentro do horizonte de planejamento onde são realizados os investimentos nos circuitos, fato que impacta tanto o valor total de investimentos dos circuitos como o valor das perdas de potência ativa. Na Tabela 17 podem ser observadas estas diferenças marcadas de cor azul e que são detalhadas na Tabela tab:Resultado19 a través dos custos por estágio.

Tabela 17 - Diferenças entre os modelos linear e cônico na solução do sistema de 18 nós

Grandeza	MPLIM	MPCSOIM	Diferença Absoluta	Diferença Relativa
Custo Total	13.101,32	13.101,61	-0,29	0,00%
IS	10.453,81	10.453,81	0	0,00%
IC	1.559,60	1.589,07	-29,47	-1,89%
CPC	1.087,91	1.058,72	29,19	2,68%
Perda potência ativa	1,37	1,36	0,01	0,73%
Erro no cálculo das perdas%	0,74%	0,00%		

Fonte: Próprio autor.

Topologicamente são fornecidas as mesmas conexões entre os nós de carga e as subestações, mas os tipos de condutores utilizados são diferentes entre os dois mo-

Tabela 18 - Diferenças nos investimentos para cada estágio e tipo de modelo para o sistema de 18 nós.

Estágio	Tipo de custo	MPLIM	MPCSOIM
1	IS	5.15	5.15
	<i>Custo Construção</i>	3.65	3.65
	<i>Custo Repotenciação</i>	1.5	1.5
	IC	1.015,33	1.268,67
	CPC	366,6	337,86
2	IS	7.3	7.3
	<i>Custo Construção</i>	7.3	7.3
	<i>Custo Repotenciação</i>	0	0
	IC	623	436,33
	CPC	341,97	332,97
3	IS	2	2
	<i>Custo Construção</i>	0	0
	<i>Custo Repotenciação</i>	2	2
	IC	408,33	128,33
	CPC	379,35	387,9

Fonte: Próprio autor.

delos. A Tabela 19 mostra os circuitos em operação para cada estágio e o tipo de condutor para cada modelagem o qual permite visualizar as diferenças mencionadas ressaltadas em cor azul.

5.2.2 Sistema teste de 24 nós

Para este teste foi utilizado um sistema teste inspirado no encontrado em Gonen e Ramirez-Rosado (1986) pois apresenta diferenças na topologia inicial as quais foram feitas para mostrar a eficiência da formulação proposta, no apêndice E. Este sistema possui 24 nós (4 subestações e 20 nós de carga) operando a uma tensão nominal de 13,8 kV. A topologia inicial do SDE é mostrada na Figura 39, em que os retângulos representam as subestações, os círculos são os nós onde as cargas são concentradas, os circuitos desenhados como linhas contínuas representam a rede inicial e circuitos desenhados com linhas tracejadas são candidatos à adição. No estado inicial, as subestações 21 e 22 são construídas com os tipos de subestações 1 e 2, respectivamente; enquanto as outras duas subestações podem ser construídas apenas com o tipo 3.

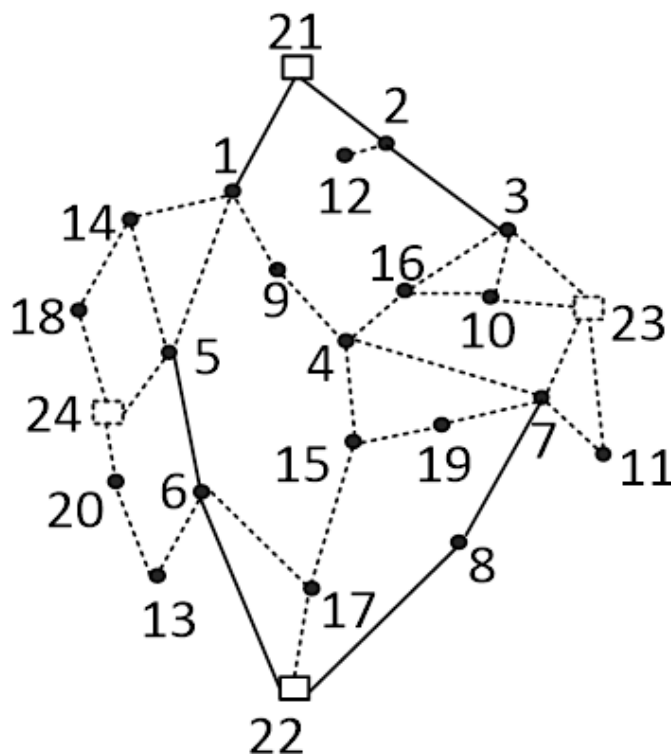
Considera-se que o custo de alocar um BC é igual a US\$ 1000, o custo unitário por cada módulo de BC é igual a US\$ 900, a capacidade de cada módulo é igual a 300 kVAr, o máximo número de módulos que podem ser instalados em cada nó é igual a 4 e o máximo de BCs instalados no sistema é igual a 6. Finalmente, o custo de alocar um RT é igual a US\$ 8.000, a porcentagem de regulação dos RTs é igual a

Tabela 19 - Circuitos em operação por estágio em cada modelo de programação para o sistema de 18 nós.

Estágio1				Estágio2				Estágio3			
<i>i</i>	<i>j</i>	A	B	<i>i</i>	<i>j</i>	A	B	<i>i</i>	<i>j</i>	A	B
1	5	3	3	1	2	1	1	1	2	3	3
5	6	2	2	3	4	1	1	3	4	1	1
12	16	1	1	1	5	3	3	1	5	3	3
12	18	2	2	5	17	3	3	5	17	3	3
4	8	2	2	12	16	1	1	12	16	1	1
6	7	3	3	12	18	2	2	12	18	2	2
7	8	3	3	4	8	2	2	4	8	2	2
7	18	3	3	6	7	3	3	6	7	3	3
9	10	1	3	7	8	3	3	7	8	3	3
10	11	1	1	7	18	3	3	7	18	3	3
11	15	1	2	9	10	3	3	9	10	3	3
11	18	3	3	9	17	3	3	9	17	3	3
13	14	1	2	11	15	1	2	11	15	3	2
14	15	1	1	11	18	3	3	11	18	3	3
				13	14	1	2	13	14	3	2
				13	17	3	3	13	17	3	3

A=MPLIM B= MPCSOIM
i,j= nó inicial e final do circuito

Fonte: Próprio autor.

Figura 39 - Topologia inicial do sistema de distribuição de 24 nós.

Fonte: Próprio autor.

10%, o número máximo de RTs que podem ser alocados no sistema é igual a 4 e para todos os testes o parâmetro Y é igual a 20.

Este trabalho adotou um horizonte de planejamento de 15 anos que está subdividido em períodos de 5 anos. A taxa de juros é fixada em 10%, os limites superior e inferior de t são 1,05 p.u e 0,95 p.u, respectivamente. O preço da energia é de US\$ 0,10/kWh e o fator de potência é igual a 0,9, o fator de demanda é igual a 0,5 e o fator de perdas é igual a 0,4. Quatro testes diferentes foram realizados com este sistema:

- * Teste 1 - dinâmico;
- * Teste 2 - dinâmico com RTs;
- * Teste 3 - dinâmico com BCs;
- * Teste 4 - dinâmico com BCs e RTs.

Os resultados obtidos aplicando o MPLIM, que estão resumidos na Tabela 20, mostraram que considerar a instalação de dispositivos de controle como RTs e BCs pode levar para melhores soluções em relação aos planos de expansão onde eles não são considerados. As perdas de potência ativa foram comparadas com o ponto de operação para a solução do problema de PESD usando um método de varredura de FC e estão resumidos na Tabela 21, onde se observa que os erros de aproximação são

negligenciáveis, mostrando a exatidão do modelo proposto. Para todas as tabelas daqui para frente será usada a seguinte notação: TD para Teste dinâmico, TDRT para Teste dinâmico com RTs, TDBC para Teste dinâmico com BCs e TDBCRT para Teste dinâmico com RTs e BCs. Custos em 10^3 US\$.

Tabela 20 - Resumo dos resultados para os testes do sistema de 24 nós

Teste	IS	IC	CPC	IBC	IRT	Custo total
TD	3.019,39	1.104,79	1.235,86	0	0	5.360,05
TDRT	1.862,76	1.109,91	1.554,31	0	6,17	4.533,15
TDBC	1.862,76	987,41	1.433,38	21,07	0	4.304,62
TDBCRT	1.862,76	987,41	1.411,26	23,35	3,08	4.287,86

Fonte: Próprio autor.

Tabela 21 - Erro de aproximação das perdas de potência ativa para os testes do sistema de 24 nós

Teste	Perdas dadas pelo fluxo de carga (kW)	Perdas dadas pelo modelo proposto (kW)	Erro (%)
TD	13903,01	13898,4	0,03
TDRT	19818,84	19741,03	0,39
TDBC	17824,95	17819,75	0,03
TDBCRT	17633,22	17624,36	0,05

Fonte: Próprio autor.

5.2.2.1 Teste dinâmico

As opções de planejamento consideradas para este teste são:

- * A repotenciação de subestações existentes;
- * A construção de novas subestações;
- * O recondutoramento de circuitos existentes;
- * A construção de novos circuitos;
- * Mudanças na topologia do sistema (reconfiguração).

A solução encontrada tem uma função objetivo de US\$ 5.360.049,178 encontrada em 2816,84 s. No estágio 1, foram construídos os circuitos 4-9 e 4-16 com o condutor tipo 1 de menor capacidade, além disso os circuitos 4-15, 10-16, 15-17 e 17-22 foram construídos com o condutor tipo 2 de maior capacidade. Finalmente, os circuitos 1-21 e 8-22 foram recondutorados passando a operar com o condutor tipo 2. As subestações 21 e 22 apresentam um fator de potência de 0,78 e 0,86 respectivamente.

No estágio 2, a subestação 23 foi construída e foram construídos os circuitos 2-12 e 6-13 com o condutor tipo 1 de menor capacidade, além disso os circuitos 1-14, 3-23, 7-23, 10-23 e 11-23 foram construídos com o condutor tipo 2 de maior capacidade. Entre as etapas 1 e 2, o nó 3 foi transferido da subestação 21 para a subestação 23 por meio da abertura do circuito 2-3 e a construção do circuito 3-23. Os nós 4,9 e 10 foram transferidos da subestação 22 para a subestação 23 pela abertura do circuito 4-15 e a construção do circuito 10-23. Adicionalmente, o nó 7 foi transferido da subestação 22 para a subestação 23 pela abertura do circuito 7-8 e a construção do circuito 7-23. As subestações 21, 22 e 23 apresentam um fator de potência de 0, 71, 0,90 e 0, 82 respectivamente

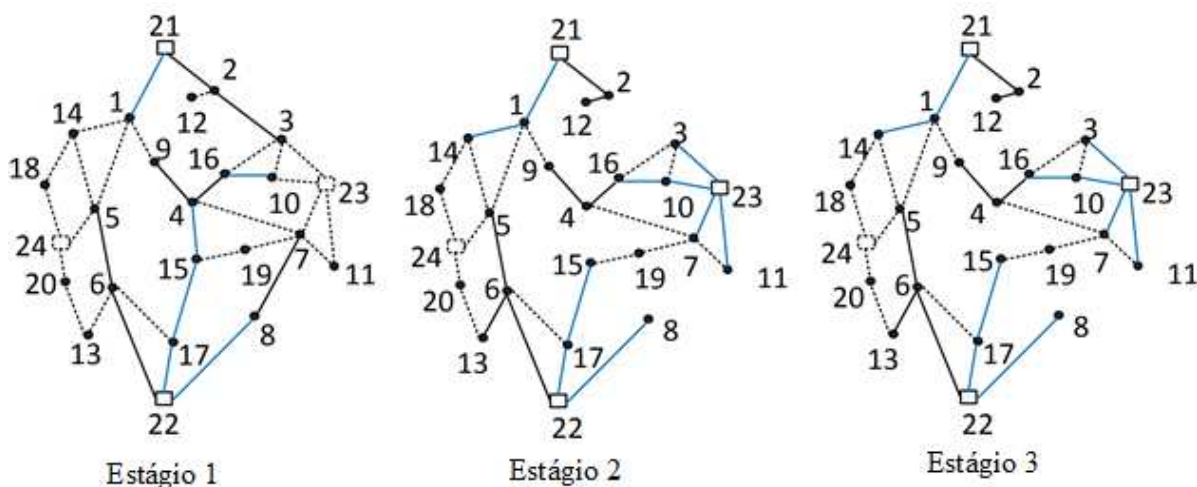
No estágio 3, a subestação 24 foi construída e foram construídos os circuitos 7;19 e 13-20 com o condutor tipo 1 de menor capacidade, além disso os circuitos 14-18, 18-24 e 20-24 foram construídos com o condutor tipo 2 de maior capacidade. As subestações 21, 22, 23 e 24 apresentam um fator de potência de 0,73, 0,50, 0,89 e 0, 57 respectivamente. Entre as etapas 2 e 3, o nó 14 foi transferido da subestação 21 para a subestação 24 por meio da abertura do circuito 1-14 e a construção dos circuitos 18-24 e 14-18. Finalmente, o nó 13 foi transferido da subestação 22 para a subestação 24 por meio da abertura do circuito 6-13 e a construção dos circuitos 20-24 e 13-20.

O resumo das topologias encontradas para cada um dos estágios é apresentado na Figura 40 onde os condutores de cor azul representam o condutor tipo 2 de maior capacidade e os condutores de cor preto representam o condutor tipo 1 de menor capacidade. Uns dos fatos destaque da solução é que considerando a modelagem dos nós de transferência é possível evitar a construção de circuitos desnecessários para conectar nós sem carga a uma das subestações, uma característica comum de muitos outros modelos que consideram a construção de uma árvore com o objetivo só de garantir a operação radial do sistema.

5.2.2.2 *Teste dinâmico com RTs*

As opções de planejamento consideradas para este teste são:

- * A repotenciação de subestações existentes;
- * A construção de novas subestações;
- * O recondutoramento de circuitos existentes;
- * A construção de novos circuitos;
- * A alocação de reguladores de tensão;
- * Mudanças na topologia do sistema (reconfiguração).

Figura 40 - Topologia por estágio para o teste dinâmico.

Fonte: Próprio autor.

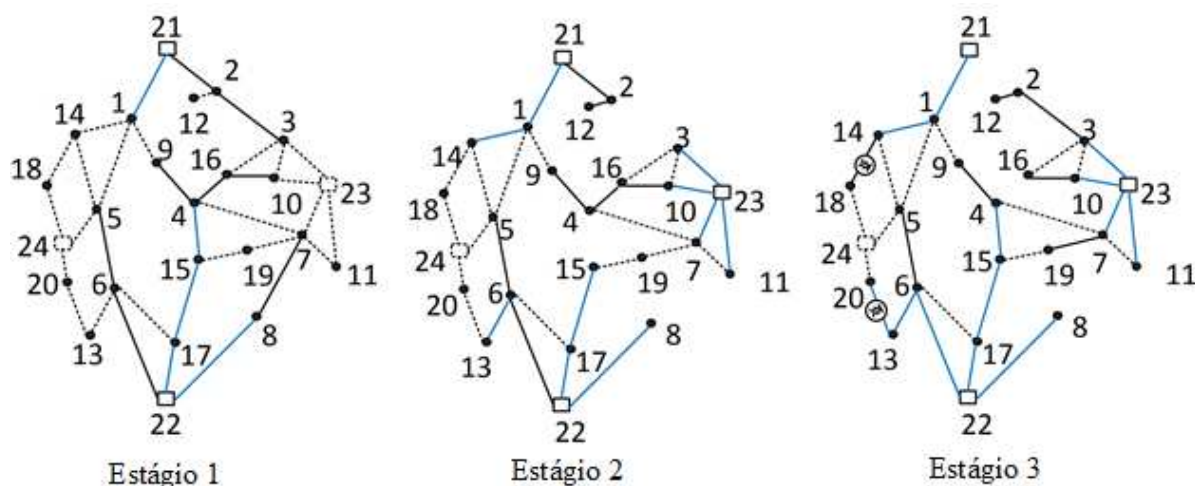
A solução encontrada tem uma função objetivo de US\$ 4.533.152,178 encontrada em 617,95 s. No estágio 1, foram construídos os circuitos 4-9, 4-16 e 10-16 com o condutor tipo 1 de menor capacidade, além disso os circuitos 4-15, 15-17 e 17-22 foram construídos com o condutor tipo 2 de maior capacidade. Finalmente, os circuitos 1-21 e 8-22 foram reconduzidos passando a operar com o condutor tipo 2. As subestações 21 e 22 apresentam um fator de potência de 0,66 e 0,86 respectivamente.

No estágio 2, a subestação 23 foi construída e o circuito 2-12 foi construído com o condutor 1 de menor capacidade, além disso os circuitos 1-14, 3-23, 6-13, 7-23, 10-23 e 11-23 foram construídos com o condutor tipo 2 de maior capacidade. Entre as etapas 1 e 2, o nó 3 foi transferido da subestação 21 para a subestação 23 por meio da abertura do circuito 2-3 e a construção do circuito 3-23. Os nós 4, 9 e 10 foram transferidos da subestação 22 para a subestação 23 pela abertura do circuito 4-15 e a construção do circuito 10-23. Adicionalmente, o nó 7 foi transferido da subestação 22 para a subestação 23 pela abertura do circuito 7-8 e a construção do circuito 7-23. As subestações 21, 22 e 23 apresentam um fator de potência de 0,75, 0,57 e 0,76 respectivamente.

No estágio 3, foram construídos os circuitos 7-19 e 14-18 com o condutor tipo 1 de menor capacidade, além disso o circuito 13-20 foi construído com o condutor tipo 2 de maior capacidade e o circuito 6-22 foi reconduzido passando a usar o condutor tipo 2. Neste mesmo estágio foram alocados dois RTs nos circuitos 14-18 e 13-20. As subestações 21, 22 e 23 apresentam um fator de potência de 0,89, 0,89 e 0,88 respectivamente. Entre as etapas 2 e 3, os nós 4 e 9 foram transferidos da subestação 23 para a subestação 22 pela abertura do circuito 4-16 e pelo fechamento do circuito

4-15. Na Figura 41 encontram-se resumidas as topologias por cada um dos estágios deste teste, onde o símbolo $\textcircled{\ominus}$ representa a alocação dos RTs. Comparando esta

Figura 41 - Topologia por estágio para o teste dinâmico com RTs.



Fonte: Próprio autor.

solução com a SB, observa-se que as topologias dos estágios 1 e 2 são iguais para ambas soluções, com a diferença entre os tipos de condutores dos circuitos 10-16 e 6-13 que para a SB são de tipo 2 e 1 respectivamente, e para o SRT são os tipos de condutores contrários. Já na etapa 3, a diferença entre as duas soluções é maior: na SB é construída a subestação 24 para atender aos nós 13, 14, 18 e 20 enquanto na SRT eles são atendidos pela subestação 21 (nós 14 e 18) e pela subestação 22 (nós 13 e 20) com a ajuda dos RTs alocados nos circuitos 14-18 e 13-20. Estas diferenças produzem uma diminuição no custo desta solução com relação da SB do 15,43%.

5.2.2.3 Teste dinâmico com BCs.

As opções de planejamento consideradas neste teste são:

- * A repotenciação de subestações existentes;
- * A construção de novas subestações;
- * O recondutoramento de circuitos existentes;
- * A construção de novos circuitos;
- * A alocação de banco de capacitores;
- * Mudanças na topologia do sistema (reconfiguração).

A solução encontrada tem uma função objetivo de US\$ 4.304.618,424 encontrada em 932,83 s. No estágio 1, foram construídos os circuitos 4-9, 4-16 e 10-16 com o condutor tipo 1 de menor capacidade, além disso os circuitos 4-15, 15-17 e 17-22 foram construídos com o condutor tipo 2 de maior capacidade e o circuito 1-21

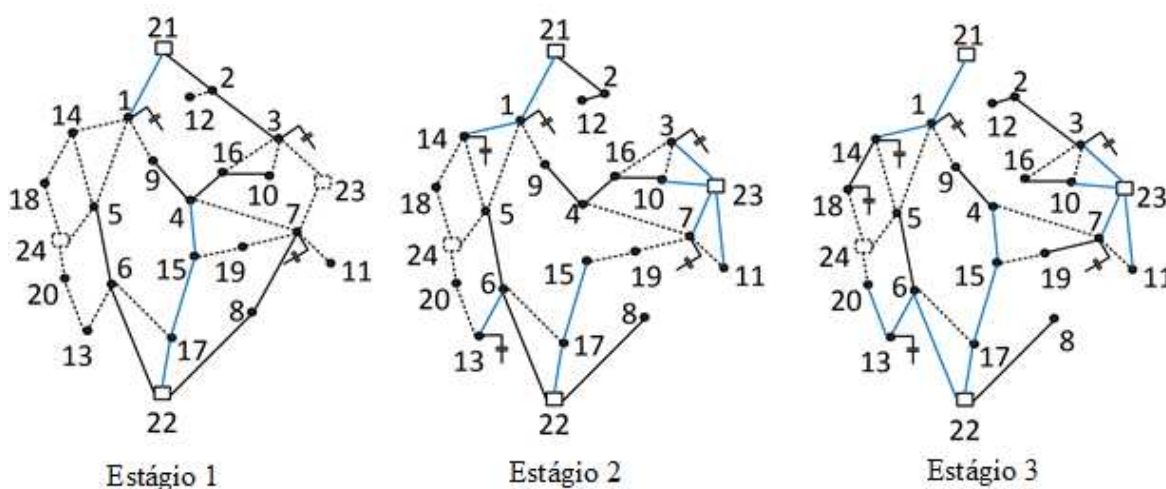
foi reconduzido passando a operar com o condutor tipo 2. Neste mesmo estágio, foram alocados BCs nos nós 1,3 e 7 cada um com 4 módulos que fornecem 1.200 kVAr em cada nó. As subestações 21 e 22 apresentam um fator de potência de 0,62 e 0,77 respectivamente.

No estágio 2, a subestação 23 foi construída e o circuito 2-12 foi construído com o condutor tipo 1 de menor capacidade, além disso os circuitos 1-14, 3-23, 6-13, 7-23, 10-23 e 11-23 foram construídos com o condutor tipo 2 de maior capacidade. Neste mesmo estágio, foram alocados BCs nos nós 13 e 14, o primeiro deles com 3 módulos que fornecem 900 kVAr e o segundo deles com 4 módulos que fornecem 1.200 kVAr. Entre as etapas 1 e 2, o nó 3 foi transferido da subestação 21 para a subestação 23 por meio da abertura do circuito 2-3 e a construção do circuito 3-23. Os nós 4,9 e 10 foram transferidos da subestação 22 para a subestação 23 pela abertura do circuito 4-15 e a construção do circuito 10-23. Adicionalmente, o nó 7 foi transferido da subestação 22 para a subestação 23 pela abertura do circuito 7-8 e a construção do circuito 7-23. As subestações 21, 22 e 23 apresentam um fator de potência de 0,80, 0,56 e 0,74 respectivamente.

No estágio 3, foram construídos os circuitos 7;19 e 14-18 com o condutor tipo 1 de menor capacidade, além disso o circuito 13-20 foi construído com o condutor tipo 2 de maior capacidade e o circuito 6-22 foi reconduzido passando a usar o condutor tipo 2. Finalmente, foi alocado um BCs no nó 18 com 4 módulos que fornecem 1.200 kVAr e foi alocado um módulo a mais no nó 13 ficando com um total de 4 módulos que fornecem 1.200 kVAr. As subestações 21, 22 e 23 apresentam um fator de potência de 0,90, 0,89 e 0,91 respectivamente. Entre as etapas 2 e 3, os nós 4 e 9 foram transferidos da subestação 23 para a subestação 22 pela abertura do circuito 4-16 e pelo fechamento do circuito 4-15. As topologias para cada estágio, antes descrito, estão resumidas na Figura 42 onde o símbolo \dagger representa a alocação dos BCs.

Comparando esta solução com a SB, observa-se que as topologias dos estágios 1 e 2 são iguais, com a diferença entre os tipos de condutor dos circuitos 8-22, 10-16 e 6-13 que para a SB são de tipo 2, 2 e 1 respectivamente, e para o SBC são os tipos de condutores contrários. Já na etapa 3, a diferença entre as duas soluções é maior: na SB é construída a subestação 24 para atender aos nós 13,14, 18 e 20 enquanto na SBC eles são atendidos pela subestação 21 (nós 14 e 18) e pela subestação 22 (nós 13 e 20) com a ajuda dos BCs alocados nos nós 1, 13, 14 e 18. Estas diferenças produzem uma diminuição no custo desta solução com relação da SB do 19,69%.

Comparando esta solução com a SRT, observa-se que as topologias dos estágios 1, 2 e 3 são iguais, como única diferença tem-se a alocação dos bancos de capacitores nos nós 1,3, 7, 13 e 14 na SBC e a alocação dos RTs nos circuitos 14;18 e 13-20

Figura 42 - Topologia por estágio para o teste dinâmico com BCs.

Fonte: Próprio autor.

na SRT as quais são inerentes à natureza dos testes de estudo. Estas diferenças produzem uma diminuição no custo desta solução com relação da SRT de 5,04%.

5.2.2.4 Teste dinâmico com BCs e RTs

As opções de planejamento consideradas neste teste são:

- * A repotenciação de subestações existentes;
- * A construção de novas subestações;
- * O recondutoramento de circuitos existentes;
- * A construção de novos circuitos;
- * A alocação de banco de capacitores;
- * A alocação de reguladores de tensão;
- * Mudanças na topologia do sistema (reconfiguração).

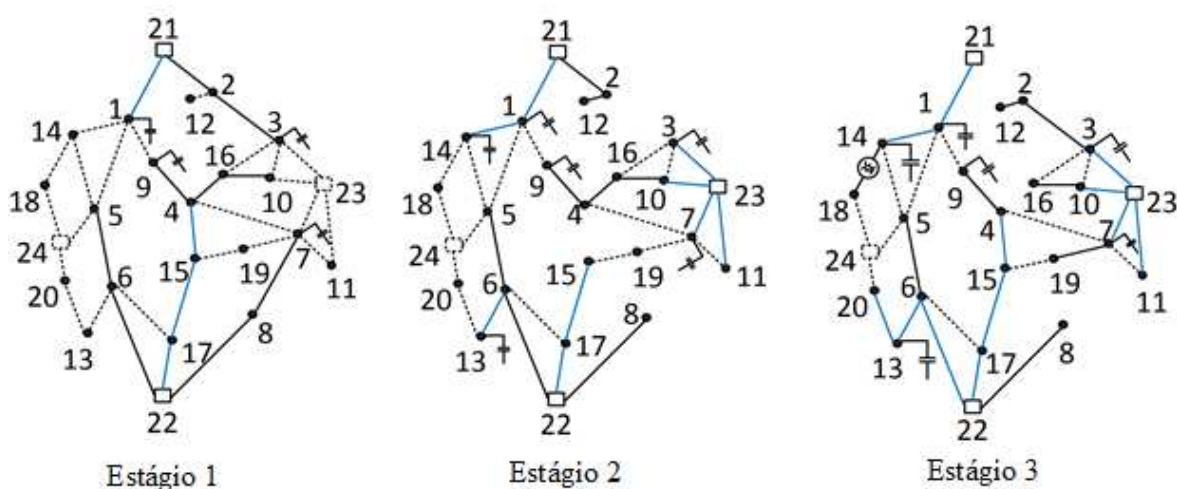
A solução encontrada tem uma função objetivo de US\$ 4.287.859,306 encontrada em 664,22 s. No estágio 1, foram construídos os circuitos 4-9, 4-16 e 10-16 com o condutor tipo 1 de menor capacidade, além disso os circuitos 4-15, 15-17 e 17-22 foram construídos com o condutor tipo 2 de maior capacidade e o circuito 1-21 foi recondutorado passando a operar com o condutor tipo 2. Neste mesmo estágio, foram alocados BCs nos nós 1,3, 7 e 9 os três primeiros com 4 módulos que fornecem 1.200 kVAr em cada nó e o ultimo nó com 3 módulos que fornecem 900 kVAr ao nó. As subestações 21 e 22 apresentam um fator de potência de 0,94 e 0, 97 respectivamente.

No estágio 2, a subestação 23 foi construída e o circuito 2-12 foi construído com o condutor tipo 1 de menor capacidade, além disso os circuitos 1-14, 3-23, 6-13,

7-23, 10-23 e 11-23 foram construídos com o condutor tipo 2 de maior capacidade. Neste mesmo estágio, foram alocados BCs nos nós 13 e 14, o primeiro deles com 3 módulos que fornecem 900 kVAr e o segundo deles com 4 módulos que fornecem 1.200 kVAr. Entre as etapas 1 e 2, o nó 3 foi transferido da subestação 21 para a subestação 23 por meio da abertura do circuito 2-3 e a construção do circuito 3-23. Os nós 4,9 e 10 foram transferidos da subestação 22 para a subestação 23 pela abertura do circuito 4-15 e a construção do circuito 10-23. Adicionalmente, o nó 7 foi transferido da subestação 22 para a subestação 23 pela abertura do circuito 7-8 e a construção do circuito 7-23. As subestações 21, 22 e 23 apresentam um fator de potência de 0,98, 0,94 e 0,97 respectivamente.

No estágio 3, foram construídos os circuitos 7-19 e 14-18 com o condutor tipo 1 de menor capacidade, além disso o circuito 13-20 foi construído com o condutor tipo 2 de maior capacidade e o circuito 6-22 foi reconduzido passando a usar o condutor tipo 2. Neste mesmo estágio, foram alocados módulos de BCs nos nós 9 e 13 ficando com um total de 4 módulos que fornecem 1.200 kVAr e um RT foi alocado no circuito 14-18. As subestações 21, 22 e 23 apresentam um fator de potência de 0,96, 0,95 e 0,92 respectivamente. Entre as etapas 2 e 3, os nós 4 e 9 foram transferidos da subestação 23 para a subestação 22 pela abertura do circuito 4-16 e pelo fechamento do circuito 4-15. Adicionalmente os nós 2 e 12 foram transferidos da subestação 21 para a subestação 23 pela abertura do circuito 2-21 e pelo fechamento do circuito 2-3. O resumo das topologias obtidas para cada um dos estágios deste teste é apresentado na Figura 43, onde o símbolo \perp representa a alocação dos BCs e o símbolo $\textcircled{\text{RT}}$ representa a alocação dos RTs. Comparando

Figura 43 - Topologia por estágio para o teste dinâmico com BCs e RTs



Fonte: Próprio autor.

esta solução com a SB, observa-se que as topologias dos estágios 1 e 2 são iguais,

com a diferença entre os tipos de condutores dos circuitos 8-22, 10-16 e 6-13 que para a SB são de tipo 2, 2 e 1 respectivamente, e para o SBCRT são os tipos de condutores 1, 1 e 2 respectivamente. Já na etapa 3, a diferença entre as duas soluções é maior: na SB é construída a subestação 24 para atender os nós 13,14, 18 e 20, enquanto na SBCRT eles são atendidos pela subestação 21 (nós 14 e 18) e pela subestação 22 (nós 13 e 20) com a ajuda dos bancos de capacitores alocados nos nós 1, 13, 14 e o RT alocado no circuito 14-18. Além disso, na SB os nós 2 e 12 são alimentados pela subestação 21 enquanto que na SBCRT eles são alimentados pela subestação 23 com a ajuda do BC alocado no nó 3. Para esta instância do problema, que é permitida a alocação conjunta de BC e RT, os custos são os menores encontrados nos quatro testes realizados. Este resultado dá uma ideia da importância de considerar todos os tipos de equipamentos que podem ser inseridos em uma rede na hora de escolher o plano de expansão, evitando investimentos desnecessários em subestações. Prova disso é a diferença de US\$1.072.189,87 entre a SB e a SBCRT, o que representa uma diminuição em investimentos de 20,00%.

6 CONCLUSÕES

Os resultados obtidos mostram que quando se considera o novo equipamento no planejamento é possível evitar grandes investimentos desnecessários para atender às novas condições sob demanda.

O uso de modelos MPLIM e MCSOIM têm os seguintes benefícios: (a) um modelo matemático robusto que é equivalente ao modelo de programação misto não-linear; (b) um comportamento computacional eficiente com solucionadores comerciais; e (c) a convergência de otimalidade é garantida por meio de técnicas de otimização clássica.

O ponto de operação dos sistemas teste calculado utilizando o FC ótimo linear apresenta erros muito pequenos se comparados com o calculado utilizando o método de varredura. O problema de planejamento dos sistemas de distribuição de energia elétrica a longo prazo dinâmico considerando um conjunto maior de equipamentos permite.

7 TRABALHOS FUTUROS

Existem alguns tópicos que poderiam ser discutidos em trabalhos futuros:

- * Considerar a alocação da geração distribuída dentre da formulação proposta e observar seu impacto no problema de PESD.
- * Considerar dentre da formulação proposta tópicos de confiabilidade e observar seu impacto no problema de PESD.

REFERÊNCIAS

- ALGUACIL, N.; MOTTO, A.; CONEJO, A. Transmission expansion planning: a mixed integer LP approach. *IEEE Transaction on Power Systems*, Piscataway, v. 18, n. 3, p. 1070–1077, Aug.2003.
- ARRILLAGA, J.; ARNOLD, C. P.; HARKER, B. J. *Computer analysis of power systems*. New York: John Wiley & Sons, 1990, 1990. 423 p.
- BARAN, M. E.; WU, F. F. Optimal capacitor placement on radial distribution systems. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Toronto, v. 4, n. 1, p. 725–734, Jan. 1989.
- BERNAL-AGUSTÍN, J. L. *Aplicación de algoritmos genéticos al diseño óptimo de sistemas de distribución de energía eléctrica*. 1998. 355 f. Tese (Doctoral Ingeniero Industrial) — Departamento de Ingeniería Eléctrica, Universidad de Zaragoza, Zaragoza, 1998.
- CARRANO, E.; GUIMARAES, F.; TAKAHASHI, R.; ORIANE, M.; CAMPELO, F. Electric distribution network expansion under load-evolution uncertainty using an immune system inspired algorithm. *IEEE Transaction on Power Systems*, Piscataway, v. 22, n. 2, p. 851–861, May 2007.
- CARRANO, E. G.; SOARES, L. A. E.; TAKAHASHI, R. H. C.; SALDANHA, R.; ORIANE, M. Electric distribution network multiobjective design using a problem-specific genetic algorithm. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Toronto, v. 21, n. 2, p. 995–1005, Apr. 2006.
- CESPEDES, R. New method for the analysis of distribution networks. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Toronto, v. 5, n. 1, p. 391–396, Jan. 1990.
- COSSI, A. M. Planejamento de redes de distribuição de energia elétrica de média e baixa tensão. 2008. 232 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2008.
- COSSI, A. M.; SILVA, L. G. W. da; LÁZARO, R. A. R.; MANTOVANI, J. R. S. Primary power distribution systems planning taking into account reliability, operation and expansion costs. *IET Generation, Transmission & Distribution*, Stevenage, v. 6, n. 3, p. 274–284, Mar. 2012.
- DIAZ-DORADO, E.; CIDRAS, J.; MIGUEZ, E. Application of evolutionary algorithms for the planning of urban distribution networks of medium voltage. *IEEE Transaction on Power Systems*, Piscataway, v. 17, n. 3, p. 879–884, Aug 2002.
- EL-KHATTAM, W.; HEGAZY, Y.; SALAMA, M. M. A. An integrated distributed generation optimization model for distribution system planning. *IEEE Transaction on Power Systems*, Piscataway, v. 20, n. 2, p. 1158–1165, May. 2005.
- FARIVAR, M.; LOW, S. Branch flow model: relaxations and convexification part I. *IEEE Transaction on Power Systems*, Piscataway, v. 28, n. 3, p. 2554–2564, Aug 2013.

- FLETCHER, R. H.; STRUNZ, K. Optimal distribution system horizon planning—part i: Formulation. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 22, n. 2, p. 791-799, 2007.
- FOURER, R.; GAY, D. M.; KERNIGHAN, B. W. *AMPL: a modeling language for mathematical programming*. 2. ed. Pacific Grove: Brooks/Cole-Thomson Learning, 2003.
- FRANCO, J. F. *Estratégia de decomposição aplicada ao problema de planejamento da expansão de sistemas de distribuição*. 2012. 171 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) —Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2012.
- FRANCO, J. F.; RIDER, M. J.; LAVORATO, M.; ROMERO, R. A mixed-integer LP model for the optimal allocation of voltage regulators and capacitors in radial distribution systems. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Brussels, v. 48, n.1, p. 123–130, Jun. 2013.
- FRANCO, J. F.; RIDER, M. J.; ROMERO, R. A mixed-integer quadratically-constrained programming model for the distribution system expansion planning. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Brussels, v. 62, n. 1, p. 265 – 272, Nov. 2014.
- GANGULY, S.; SAHOO, N. C.; DAS, D. Recent advances on power distribution system planning: a state-of-the-art survey. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Brussels, v. 4, n. 1, p. 165–193, Jun. 2013.
- GOMEZ, J. F.; KHODR, H. M.; OLIVEIRA, P. M. D.; OCQUE, L.; YUSTA, J. M.; VILLASANA, R.; URDANETA, A. J. Ant colony system algorithm for the planning of primary distribution circuits. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 19, n. 2, p. 996 – 1004, May 2004.
- GONCALVES, A. *Modelos de programação linear inteira mista para resolver problemas de otimização de sistemas de distribuição de energia elétrica*. 2013. 209 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) —Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2013.
- GÖNEN, T.; RAMÍREZ-ROSADO, I. J. Review of distribution systems planning models: a model for multistage planning. *IEE Proceedings Generation and Distribution*, New York, v. 133, n. 9, p. 397–408, 1986.
- GOSWAMI, S. K.; BASU, S. K. A new algorithm for the reconfiguration of distribution feeders for loss minimization. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Toronto, v. 7, n. 3, p. 1484–1491, Jul. 1992.
- HAFFNER, S.; PEREIRA, L. F. A.; PEREIRA, L. A.; BARRETO, L. S. Multistage model for distribution expansion planning with distributed generation part i: problem formulation. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Toronto, v. 23, n. 2, p. 915 –923, Apr. 2008.
- HAFFNER, S.; PEREIRA, L. F. A.; PEREIRA, L. A.; BARRETO, L. S. Multistage model for distribution expansion planning with distributed generation part ii: numerical results. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Toronto, v. 23, n. 2, p. 924 –929, Apr. 2008.

ILOG. *CPLEX optimization subroutine library guide and reference, version 11.0*. Incline Village: ILOG, 2008.

JABR, R. Polyhedral formulations and loop elimination constraints for distribution network expansion planning. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 28, n. 2, p. 1888–1897, May 2013.

JUNIOR, B. P.; COSSI, A. M.; MANTOVANI, J. Multiobjective short-term planning of electric power distribution systems using NSGA-II. *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, Springer, v. 24, n. 3, p. 286–299, 2013.

LAVORATO, M. *Planejamento integrado da expansão de sistemas de distribuição de energia elétrica*: 2010. 216 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) — Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2010.

LAVORATO, M.; FRANCO, J.; RIDER, M.; ROMERO, R. Imposing radiality constraints in distribution system optimization problems. *IEEE Transactions on Power Systems*, Piscataway, v. 27, n. 1, p. 172–180, Feb. 2012.

LAVORATO, M.; RIDER, M.; GARCIA, A.; ROMERO, R. A constructive heuristic algorithm for distribution system planning. *IEEE Transaction on Power Systems*, Piscataway, v. 25, n. 3, p. 1734–1742, Aug. 2010.

LOPES, P. J. A. Integration of dispersed generation on distribution networks-impact studies. In: IEEE POWER ENGINEERING SOCIETY WINTER MEETING, 2002, New York. *Proceedings...* Piscataway: IEEE, 2002. v. 1, p. 323–328.

LOTERO, R.; CONTRERAS, J. Distribution system planning with reliability. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Toronto, v. 26, n. 4, p. 2552–2562, Oct. 2011.

MANTWAY, A. H.; AL-MUHAINI, M. M. Multi-objective BPSO algorithm for distribution system expansion planning including distributed generation. In: TRANSMISSION AND DISTRIBUTION CONFERENCE AND EXPOSITION, T&D,26., 2008, Chicago. *Proceedings ...* Chicago: IEEE/PES, 2008. p. 1-8.

MENDOZA, F.; BERNAL-AGUSTIN, J.; DOMINGUEZ-NAVARRO, J. NSGA and SPEA applied to multiobjective design of power distribution systems. *IEEE Transaction on Power Systems*, Piscataway, v. 21, n. 4, p. 1938–1945, Nov 2006.

MENDOZA, J.; MORALES, D.; LOPEZ, R.; LOPEZ, E.; VANNIER, J.-C.; COELLO, C. Multiobjective location of automatic voltage regulators in a radial distribution network using a micro genetic algorithm. *IEEE Transaction on Power Systems*, Piscataway, v. 22, n. 1, p. 404–412, Feb 2007.

MIRANDA V.; RANITO, J.; PROENCA, L. Genetic algorithms in optimal multistage distribution network planning. *IEEE Transaction on Power Systems*, Piscataway, v. 9, n. 4, p. 1927–1933, Feb 1994.

MONTICELLI, A. J. *Fluxos de carga em redes de energia elétrica*. New York: Edgard Blcher, 1983, 1983. 164 p.

NADERI, E.; KIAEI, I.; HAGHIFAM, M. R. Nas technology allocation for improving reliability of dg-enhanced distribution networks. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON PROBABILISTIC METHODS APPLIED TO POWER SYSTEMS- PMAPS, 11., 2010, Singapore. *Proceedings ...* Singapore: Piscataway, 2010. p. 148–153.

NADERI, E.; SEIFI, H.; SEPASIAN, M. A dynamic approach for distribution system planning considering distributed generation. *IEEE Transactions on Power Delivery*, Toronto, v. 27, n. 3, p. 1313–1322, Jul. 2012.

RAMIREZ-ROSADO, I.; BERNAL-AGUSTIN, J. Genetic algorithms applied to the design of large power distribution systems. *IEEE Transaction on Power Systems*, Piscataway, v. 13, n. 2, p. 696–703, May 1998.

RAMIREZ-ROSADO, I.; BERNAL-AGUSTIN, J. Reliability and costs optimization for distribution networks expansion using an evolutionary algorithm. *IEEE Transaction on Power Systems*, Piscataway, v. 16, n. 1, p. 111–118, Feb 2001.

RAMIREZ-ROSADO, I.; DOMINGUEZ-NAVARRO, J. Possibilistic model based on fuzzy sets for the multiobjective optimal planning of electric power distribution networks. *IEEE Transaction on Power Systems*, Piscataway, v. 19, n. 4, p. 1801–1810, Nov 2004.

RAMIREZ-ROSADO, I.; DOMINGUEZ-NAVARRO, J. New multiobjective tabu search algorithm for fuzzy optimal planning of power distribution systems. *IEEE Transaction on Power Systems*, Piscataway, v. 21, n. 1, p. 224–233, Feb 2006.

RAMÍREZ-ROSADO, I. J.; GÖNEN, T. Pseudodynamic planning for expansion of power distribution systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, New York, v. 6, n. 1, p. 245- 254, 1991.

SAHOO, N. C.; GANGULY, S.; DAS, D. Multi-objective planning of electrical distribution systems incorporating sectionalizing switches and tie-lines using particle swarm optimization. *Swarm and Evolutionary Computation*, Amsterdam, v. 3, n.1, p. 15–32, 2012.

SAMUI, A.; SAMANTARAY, S. R.; PANDA, G. Distribution system planning considering reliable feeder routing, *IET Generation Transmission Distribution*, Stevenage, v. 6, n. 6, p. 503-514, 2012.

SEDGHI, M.; ALIAKBAR-GOLKAR, M.; HAGHIFAM, M.-R. Distribution network expansion considering distributed generation and storage units using modified PSO algorithm. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Brussels, v. 52, n. 1, p. 221 – 230, 2013.

SEGURA, S.; ROMERO, R.; RIDER, M. J. Efficient heuristic algorithm used for optimal capacitor placement in distribution systems. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, Brussels, v. 32, n. 1, p. 71–78, Jan. 2010.

SHIRMOHAMMADI, D.; HONG, H. W. Reconfiguration of electric distribution networks for resistive line losses reduction. *IEEE Transactions on Power Delivery*, New York, v. 4, n 2, p. 1492-1498, 1989.

STOTT, B. Review of load-flow calculation methods. *IEE Proceedings of Generation, Transmission and Distribution*, Piscataway, v. 62, n. 7, p. 916–929, Jul. 1974.

SUN, D. I.; FARRIS, D. R.; COTE, P. J.; SHOULTS, R. R.; CHEN, M. S. Optimal distribution substation and primary feeder planning via the fixed charge network formulation. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, New York, v. 101, n. 3, p. 602-609, 1982.

TAO, X.; HAUBRICH, H. S. A two-stage heuristic method for the planning of medium voltage distribution networks with large-scale distributed generation. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON PROBABILISTIC METHODS APPLIED TO POWER SYSTEMS, 9., 2006, Stockholm. *Proceedings ...* Stockholm: Piscataway, 2006. p. 1-6

APÊNDICE A - SIMPLIFICAÇÃO EQUAÇÃO (97)

A equação (97) é uma expressão não linear que pode ser rescrita como a equação (118).

$$Sg_{i,t}^{sqr} \leq \left(\sum_{k=1}^t \sum_{c \in \Omega_c} \bar{S}_{i,c} x_{i,c,t}^s + \sum_{k=1}^t \sum_{c \in \Omega_c} \bar{R}_{i,c} x_{i,c,t}^r \right)^2 \forall i \in \Omega_s, t \in \Omega_t$$

$$Sg_{i,t}^{sqr} \leq \sum_{k=1}^t \sum_{c \in \Omega_c} \bar{S}_{i,c}^2 x_{i,c,k}^s + \sum_{k=1}^t \sum_{c \in \Omega_c} \bar{R}_{i,c}^2 x_{i,c,k}^r + \sum_{k=1}^t \sum_{c \in \Omega_c} \bar{S}_{i,c} \bar{R}_{i,c} x_{i,c,k}^r$$

$$\forall i \in \Omega_s, t \in \Omega_t$$

A fim de esclarecer esta questão, presume-se que para um determinado nó i , considere-se um caso de planejamento em que existem dois tipos de subestações que podem ser construídas, dois tipos de repotenciação que podem ser feitas e três estágios no horizonte de planejamento. Assim, (97), que representa o limite operacional da subestação no terceiro estágio ($t = 3$) é mostrado em ((129) e reescrita (130) onde $\bar{S}_{i,c}$ e $\bar{R}_{i,c}$ são parâmetros; e $x_{i,c,t}^s$ e $x_{i,c,t}^r$ são variáveis binárias:

$$Sg_{i,3}^{sqr} \leq \left(\sum_{h=1}^3 \sum_{c=1}^2 \bar{S}_{i,c} x_{i,c,h}^s + \sum_{h=1}^3 \sum_{c=1}^2 \bar{R}_{i,c} x_{i,c,h}^r \right)^2 \quad (129)$$

$$Sg_{i,3}^{sqr} \leq \left(\sum_{h=1}^3 \sum_{c=1}^2 \bar{S}_{i,c} x_{i,c,h}^s \right)^2 + \left(\sum_{h=1}^3 \sum_{c=1}^2 \bar{R}_{i,c} x_{i,c,h}^r \right)^2 + 2 \left(\sum_{h=1}^3 \sum_{c=1}^2 \bar{S}_{i,c} x_{i,c,h}^s \right) \left(\sum_{h=1}^3 \sum_{c=1}^2 \bar{R}_{i,c} x_{i,c,h}^r \right) \quad (130)$$

Para melhor compreensão, os termos da equação (130) estão representados da seguinte forma:

$$B = \left(\sum_{h=1}^3 \sum_{c=1}^2 \bar{S}_{i,c} x_{i,c,h}^s \right)^2 \quad (131)$$

$$C = \left(\sum_{h=1}^3 \sum_{c=1}^2 \bar{R}_{i,c} x_{i,c,h}^r \right)^2 \quad (132)$$

$$D = \left(\sum_{h=1}^3 \sum_{c=1}^2 \bar{S}_{i,c} x_{i,c,h}^s \right) \left(\sum_{h=1}^3 \sum_{c=1}^2 \bar{R}_{i,c} x_{i,c,h}^r \right) \quad (133)$$

A fim de simplificar a "B", o termo $\sum_{h=1}^3 \sum_{c=1}^2 \bar{S}_{i,c} x_{i,c,h}^s$ será expandido como mostrado na (134).

$$\sum_{h=1}^3 \sum_{c=1}^2 \bar{S}_{i,c} x_{i,c,h}^s = \bar{S}_{i,1} x_{i,1,1}^s + \bar{S}_{i,1} x_{i,1,2}^s + \bar{S}_{i,1} x_{i,1,3}^s + \bar{S}_{i,2} x_{i,2,1}^s + \bar{S}_{i,2} x_{i,2,2}^s + \bar{S}_{i,2} x_{i,2,3}^s \quad (134)$$

Depois de agrupar termos em (134), esta equação pode ser reescrita como (135).

$$\sum_{h=1}^3 \sum_{c=1}^2 \bar{S}_{i,c} x_{i,c,h}^s = \bar{S}_{i,1} \sum_{h=1}^3 x_{i,1,h}^s + \bar{S}_{i,2} \sum_{h=1}^3 x_{i,2,h}^s \quad (135)$$

Usando (135), pode-se reescrever "B" como (136).

$$B = \left(\bar{S}_{i,1} \sum_{h=1}^3 x_{i,1,h}^s + \bar{S}_{i,2} \sum_{h=1}^3 x_{i,2,h}^s \right)^2 \quad (136)$$

Desenvolver o produto de (137), obte-se:

$$B = \bar{S}_{i,1}^2 \left(\sum_{h=1}^3 x_{i,1,h}^s \right)^2 + \bar{S}_{i,2}^2 \left(\sum_{h=1}^3 x_{i,2,h}^s \right)^2 + 2\bar{S}_{i,1}\bar{S}_{i,2} \sum_{h=1}^3 x_{i,1,h}^s \sum_{h=1}^3 x_{i,2,h}^s \quad (137)$$

No lado esquerdo da expressão (137), o termo $\left(\sum_{h=1}^3 x_{i,1,h}^s \right)^2$ pode ser expandido como mostrado em (138):

$$\begin{aligned} \left(\sum_{h=1}^3 x_{i,1,h}^s \right)^2 &= (x_{i,1,1}^s)^2 + (x_{i,1,2}^s)^2 + (x_{i,1,3}^s)^2 + \\ &2(x_{i,1,1}^s)(x_{i,1,2}^s) + 2(x_{i,1,1}^s)(x_{i,1,3}^s) + 2(x_{i,1,2}^s)(x_{i,1,3}^s) \end{aligned} \quad (138)$$

Devido à natureza binária das variáveis $x_{i,c,h}^s$, os termos $\left(x_{i,c,h}^s \right)^2 = x_{i,c,h}^s$. Levando em consideração que é permitido instalar apenas uma subestação ao longo do horizonte de planejamento, conforme garantido pelo (88), então podemos afirmar que:

$$(x_{i,1,1}^s)(x_{i,1,2}^s) = 0 \quad (139)$$

porque se $(x_{i,1,1}^s) = 1$ então $(x_{i,1,2}^s) = 0$ e vice versa. Assim:

$$\sum_{h=1}^3 x_{i,1,h}^s \sum_{h=1}^3 x_{i,2,h}^s = 0 \quad (140)$$

Considerando-se as equações acima (138) - (140), "B" podem ser simplificadas como (141):

$$B = \bar{S}_{i,1}^2 \left(\sum_{h=1}^3 x_{i,1,h}^s \right) + \bar{S}_{i,2}^2 \left(\sum_{h=1}^3 x_{i,2,h}^s \right) \Rightarrow B = \sum_{h=1}^3 \sum_{c=1}^2 \bar{S}_{i,c}^2 x_{i,c,h}^s \quad (141)$$

Da mesma forma, pode-se simplificar "C", tendo em conta que (89) e (91) fazem possível apenas um reforço em uma subestação ao longo do horizonte de planejamento. Assim, o termo "C" pode ser escrito como:

$$C = \sum_{h=1}^3 \sum_{c=1}^2 \bar{R}_{i,c}^2 x_{i,c,h}^r \quad (142)$$

As equações (143) e (144) mostram a expansão do termo D:

$$D = \left(\sum_{h=1}^3 \sum_{c=1}^2 \bar{S}_{i,c} x_{i,c,h}^s \right) \left(\sum_{h=1}^3 \sum_{c=1}^2 \bar{R}_{i,c} x_{i,c,h}^r \right) =$$

$$\left(\bar{S}_{i,1} x_{i,1,1}^s + \bar{S}_{i,1} x_{i,1,2}^s + \bar{S}_{i,1} x_{i,1,3}^s + \bar{S}_{i,2} x_{i,2,1}^s + \bar{S}_{i,2} x_{i,2,2}^s + \bar{S}_{i,2} x_{i,2,3}^s \right) *$$

$$\left(\bar{R}_{i,1} x_{i,1,1}^r + \bar{R}_{i,1} x_{i,1,2}^r + \bar{R}_{i,1} x_{i,1,3}^r + \bar{R}_{i,2} x_{i,2,1}^r + \bar{R}_{i,2} x_{i,2,2}^r + \bar{R}_{i,2} x_{i,2,3}^r \right) \quad (143)$$

$$D = (\bar{S}_{i,1} x_{i,1,1}^s \bar{R}_{i,1} x_{i,1,1}^r + \bar{S}_{i,1} x_{i,1,1}^s \bar{R}_{i,1} x_{i,1,2}^r +$$

$$\bar{S}_{i,1} x_{i,1,1}^s \bar{R}_{i,1} x_{i,1,3}^r + \bar{S}_{i,1} x_{i,1,1}^s \bar{R}_{i,2} x_{i,2,1}^r + \bar{S}_{i,1} x_{i,1,1}^s \bar{R}_{i,2} x_{i,2,3}^r) +$$

$$(\bar{S}_{i,1} x_{i,1,2}^s \bar{R}_{i,1} x_{i,1,1}^r + \bar{S}_{i,1} x_{i,1,2}^s \bar{R}_{i,1} x_{i,1,2}^r +$$

$$\bar{S}_{i,1} x_{i,1,2}^s \bar{R}_{i,1} x_{i,1,3}^r + \bar{S}_{i,1} x_{i,1,2}^s \bar{R}_{i,2} x_{i,2,1}^r + \bar{S}_{i,1} x_{i,1,2}^s \bar{R}_{i,2} x_{i,2,3}^r) +$$

$$(\bar{S}_{i,1} x_{i,1,3}^s \bar{R}_{i,1} x_{i,1,1}^r + \bar{S}_{i,1} x_{i,1,3}^s \bar{R}_{i,1} x_{i,1,2}^r +$$

$$\bar{S}_{i,1} x_{i,1,3}^s \bar{R}_{i,1} x_{i,1,3}^r + \bar{S}_{i,1} x_{i,1,3}^s \bar{R}_{i,2} x_{i,2,1}^r + \bar{S}_{i,1} x_{i,1,3}^s \bar{R}_{i,2} x_{i,2,3}^r) +$$

$$(\bar{S}_{i,2} x_{i,2,1}^s \bar{R}_{i,1} x_{i,1,1}^r + \bar{S}_{i,2} x_{i,2,1}^s \bar{R}_{i,1} x_{i,1,2}^r +$$

$$\bar{S}_{i,2} x_{i,2,1}^s \bar{R}_{i,1} x_{i,1,3}^r + \bar{S}_{i,2} x_{i,2,1}^s \bar{R}_{i,2} x_{i,2,1}^r + \bar{S}_{i,2} x_{i,2,1}^s \bar{R}_{i,2} x_{i,2,3}^r) +$$

$$(\bar{S}_{i,2} x_{i,2,2}^s \bar{R}_{i,1} x_{i,1,1}^r + \bar{S}_{i,2} x_{i,2,2}^s \bar{R}_{i,1} x_{i,1,2}^r +$$

$$\bar{S}_{i,2} x_{i,2,2}^s \bar{R}_{i,1} x_{i,1,3}^r + \bar{S}_{i,2} x_{i,2,2}^s \bar{R}_{i,2} x_{i,2,1}^r + \bar{S}_{i,2} x_{i,2,2}^s \bar{R}_{i,2} x_{i,2,3}^r) +$$

$$(\bar{S}_{i,2} x_{i,2,3}^s \bar{R}_{i,1} x_{i,1,1}^r + \bar{S}_{i,2} x_{i,2,3}^s \bar{R}_{i,1} x_{i,1,2}^r +$$

$$\bar{S}_{i,2}x_{i,2,3}^s\bar{R}_{i,1}x_{i,1,3}^r + \bar{S}_{i,2}x_{i,2,3}^s\bar{R}_{i,2}x_{i,2,1}^r + \bar{S}_{i,2}x_{i,2,3}^s\bar{R}_{i,2}x_{i,2,3}^r \quad (144)$$

Se o sub-índice h de repotenciação é maior que o sub-índice h de instalação, usando (93) conclui-se que:

$$\bar{S}_{i,c}x_{i,c,h_a}^s\bar{R}_{i,c}x_{i,c,h_b}^r = 0, \forall h_a, h_b \in \{1, 2, 3\} : h_a > h_b \quad (145)$$

Se o sub-índice c de repotenciação é diferente da sub-índice c de instalação, usando (93) conclui-se que:

$$\bar{S}_{i,c_a}x_{i,c_a,h}^s\bar{R}_{i,c_b}x_{i,c_b,h}^r = 0, \forall c_a, c_b \in \{1, 2\} : c_a \neq c_b \quad (146)$$

Levando em conta (145) e (146), "D" pode ser reescrita como (147):

$$\begin{aligned} D = & \bar{S}_{i,1}\bar{R}_{i,1}x_{i,1,1}^r (x_{i,1,1}^s) + \bar{S}_{i,1}\bar{R}_{i,1}x_{i,1,2}^r (x_{i,1,1}^s + x_{i,1,2}^s) + \\ & \bar{S}_{i,1}\bar{R}_{i,1}x_{i,1,3}^r (x_{i,1,1}^s + x_{i,1,2}^s + x_{i,1,3}^s) + \\ & \bar{S}_{i,2}\bar{R}_{i,2}x_{i,2,1}^r (x_{i,2,1}^s) + \bar{S}_{i,2}\bar{R}_{i,2}x_{i,2,2}^r (x_{i,2,1}^s + x_{i,2,2}^s) + \\ & \bar{S}_{i,2}\bar{R}_{i,2}x_{i,2,3}^r (x_{i,2,1}^s + x_{i,2,2}^s + x_{i,2,3}^s) \quad (147) \end{aligned}$$

Como forma ilustrativa, considera-se só a parte do D do tipo 1 de investimento (tanto para a instalação e repotenciação), uma vez que os resultados são os mesmos se for utilizados os investimentos do tipo 2. Sob este suposto D é igual à equação (148).

$$\bar{S}_{i,1}\bar{R}_{i,1}x_{i,1,1}^r (x_{i,1,1}^s) + \bar{S}_{i,1}\bar{R}_{i,1}x_{i,1,2}^r (x_{i,1,1}^s + x_{i,1,2}^s) + \bar{S}_{i,1}\bar{R}_{i,1}x_{i,1,3}^r (x_{i,1,1}^s + x_{i,1,2}^s + x_{i,1,3}^s) \quad (148)$$

*Se $x_{i,1,1}^s = 1$: $\bar{S}_{i,1}\bar{R}_{i,1}x_{i,1,1}^r + \bar{S}_{i,1}\bar{R}_{i,1}x_{i,1,2}^r + \bar{S}_{i,1}\bar{R}_{i,1}x_{i,1,3}^r$, a repotenciação pode ser realizada em qualquer estágio, isto é, $x_{i,1,1}^s$, $x_{i,1,2}^s$ ou $x_{i,1,3}^s$ podem ser igual a um;

*Se $x_{i,1,2}^s = 1$: $\bar{S}_{i,1}\bar{R}_{i,1}x_{i,1,2}^r + \bar{S}_{i,1}\bar{R}_{i,1}x_{i,1,3}^r$, a repotenciação pode ser efectuada no mesmo estágio ou subsequentes, isto é, $x_{i,1,2}^s$ ou $x_{i,1,3}^s$ podem ser igual a um;

*Se $x_{i,1,3}^s = 1$: $\bar{S}_{i,1}\bar{R}_{i,1}x_{i,1,3}^r$, a repotenciação pode ser efectuada no mesmo estágio ou subsequentes, isto é, só $x_{i,1,3}^s$ podem ser igual a um.

As relações de precedência entre a instalação e repotenciação, apresentadas acima, já estão garantidos pela restrição (93). Além disso, as somas $(x_{i,1,1}^s + x_{i,1,2}^s)$ e $(x_{i,1,1}^s + x_{i,1,2}^s + x_{i,1,3}^s)$ será sempre igual a um, garantida pela restrição (90), estes fatos permitem que os termos sejam retirados da equação (149) sem sofrer perda de generalidade. Assim:

$$D = (\bar{S}_{i,1}\bar{R}_{i,1}x_{i,1,1}^r + \bar{S}_{i,1}\bar{R}_{i,1}x_{i,1,2}^r + \bar{S}_{i,1}\bar{R}_{i,1}x_{i,1,3}^r) +$$

$$(\bar{S}_{i,2}\bar{R}_{i,2}x_{i,2,1}^r + \bar{S}_{i,2}\bar{R}_{i,2}x_{i,2,2}^r + \bar{S}_{i,2}\bar{R}_{i,2}x_{i,2,3}^r) \quad (149)$$

Agrupando termos, têm-se a equação (150):

$$D = \sum_{h=1}^3 \sum_{c=1}^2 \bar{S}_{i,c}\bar{R}_{i,c}x_{i,c,h}^r \quad (150)$$

Usando os termos acima para reescrever B, C e D, a (97) pode ser re-escrita como:

$$Sg_{i,3}^{sqr} \leq \sum_{h=1}^3 \sum_{c=1}^2 \bar{S}_{i,c}^2 x_{i,c,h}^s + \sum_{h=1}^3 \sum_{c=1}^2 \bar{R}_{i,c}^2 x_{i,c,h}^r + \sum_{h=1}^3 \sum_{c=1}^2 \bar{S}_{i,c}\bar{R}_{i,c}x_{i,c,h}^r$$

APÊNDICE B - DADOS SISTEMA TESTE DE 23 NÓS

Tabela 22 - Dados da demanda em (kVA).

Nó	Demanda	Nó	Demanda
1	0	13	320
2	0	14	320
3	640	15	320
4	320	16	320
5	320	17	320
6	320	18	320
7	320	19	320
8	320	20	320
9	320	21	320
10	320	22	320
11	320	23	320
12	320		

Fonte: Lavorato et al. (2010).

Tabela 23 - Dados Condutores.

Tipo	I _{max} (A)	Resistência (Ω/km)	Reatância (Ω/km)	Custo (US\$/km)
1	230	0,6045	0,4290	10000
4	340	0,3017	0,4020	40000

Fonte: Lavorato et al. (2010).

Tabela 24 - Dados Circuitos (km).

<i>i</i>	<i>j</i>	<i>l</i>	<i>i</i>	<i>j</i>	<i>l</i>
1	10	0,20209	10	20	0,69728
2	8	0,07560	11	13	0,50527
3	8	270,790	11	21	0,63941
3	9	182,020	11	22	0,69245
3	16	422,370	12	15	0,98085
4	5	0,94020	12	23	0,67855
4	6	150,170	13	15	0,62291
4	8	230,530	14	17	0,44821
4	9	344,790	14	23	0,48604
5	14	101,620	15	18	0,57114
5	23	0,64091	15	21	0,60687
6	7	0,81807	16	20	0,50185
6	14	0,81772	16	22	0,94829
6	16	117,520	17	18	0,44113
7	8	0,68661	19	20	0,73027
8	9	205,670	19	21	0,55500
10	14	0,42971	19	22	0,58266
10	19	0,59489			

Fonte: Lavorato et al. (2010).

APÊNDICE C - DADOS SISTEMA TESTE DE 54 NÓS

Tabela 25 - Dados da demanda em (kVA).

Nó	Demanda	Nó	Demanda	Nó	Demanda	Nó	Demanda
S1	0,0000	11	29,967	25	8,990	39	10,018
S2	0,0000	12	180,236	26	11,987	40	13,999
S3	0,0000	13	110,023	27	15,027	41	8,990
S4	0,0000	14	100,180	28	6,978	42	11,987
1	420,405	15	139,989	29	13,999	43	13,015
2	150,270	16	190,079	30	26,029	44	13,999
3	69,778	17	69,778	31	6,978	45	8,006
4	110,023	18	119,867	32	16,996	46	18,024
5	260,292	19	139,989	33	29,026	47	10,018
6	69,778	20	80,056	34	11,987	48	8,006
7	100,180	21	180,236	35	8,990	49	5,009
8	190,079	22	110,023	36	2,997	50	80,056
9	119,867	23	10,018	37	21,020		
10	290,259	24	5,009	38	11,002		

Fonte: Lavorato et al. (2010).

Tabela 26 - Dados Condutores.

Tipo	I _{max} (A)	Resistência (Ω/km)	Reatância (Ω/km)	Custo (US\$/km)
1	90	6,660673	4,593557	4000
2	120	5,322794	4,49403	7000

Fonte: Lavorato et al. (2010).

Tabela 27 - Dados Circuitos (km).

<i>i</i>	<i>j</i>	<i>l</i>	<i>i</i>	<i>j</i>	<i>l</i>	<i>i</i>	<i>j</i>	<i>l</i>
1	S1	0,281	21	S4	0,250	39	38	0,343
3	S1	0,218	22	S4	0,375	32	39	0,406
4	3	0,312	22	9	0,468	33	39	0,281
7	4	0,250	23	22	0,343	8	33	0,468
5	4	0,312	24	23	0,281	34	33	0,187
8	7	0,312	25	24	0,218	35	34	0,218
6	5	0,250	8	25	0,281	36	35	0,218
9	1	0,343	27	8	0,375	36	S3	0,250
2	1	0,312	26	27	0,343	28	S3	0,312
10	9	0,718	28	27	0,312	41	S3	0,312
14	S2	0,375	28	6	0,500	40	41	0,375
15	14	0,375	30	S4	0,281	16	40	0,250
16	15	0,281	29	30	0,312	42	41	0,375
11	S2	0,281	43	30	0,406	48	42	0,250
12	11	0,312	37	43	0,250	49	48	0,375
13	12	0,437	31	37	0,187	50	49	0,218
20	19	0,312	10	31	0,312	47	42	0,312
19	18	0,250	43	13	0,375	46	47	0,312
18	17	0,406	45	12	0,250	14	46	0,343
17	9	0,430	44	45	0,218			
21	18	0,312	38	44	0,312			

Fonte: Lavorato et al. (2010).

APÊNDICE D - DADOS SISTEMA TESTE DE 18 NÓS

Tabela 28 - Dados da demanda em (kVA).

Nó	Estágio 1			Estágio 2			Estágio 3		
	ND1	ND2	ND3	ND1	ND2	ND3	ND1	ND2	ND3
1	1,2	0,72	0,24	1,2	0,72	0,24	2,6	0,72	0,24
2	0	0	0	1,2	0,72	0,24	1,2	0,72	0,24
3	0	0	0	1,2	0,72	0,24	1,2	0,72	0,24
4	1,2	0,72	0,24	1,2	0,72	0,24	1,2	0,72	0,24
5	1,2	0,72	0,24	1,2	0,72	0,24	1,2	0,72	0,24
6	1,2	0,72	0,24	1,2	0,72	0,24	1,2	0,72	0,24
7	0	0	0	1,2	0,72	0,24	1,2	0,72	0,24
8	1,2	0,72	0,24	1,2	0,72	0,24	1,2	0,72	0,24
9	1,2	0,72	0,24	1,2	0,72	0,24	2,4	1,2	0,48
10	0	0	0	1,2	2,4	0,48	2,4	3,6	1,2
11	1,2	0,72	0,24	1,2	2,4	0,48	2,4	3,6	1,2
12	1,2	0,72	0,24	1,2	0,72	0,24	1,2	0,72	0,24
13	1,2	0,72	0,24	1,2	2,4	0,48	2,4	3,6	1,2
14	0	0	0	1,2	0,72	0,24	2,4	1,2	0,48
15	0	0	0	1,2	0,72	0,24	2,4	1,2	0,48
16	1,2	0,72	0,24	1,2	0,72	0,24	1,2	0,72	0,24
Horas	3	13	8	3	13	8	3	13	8

Fonte: Adaptado de Haffner et al. (2008b).

Tabela 29 - Dados Subestações.

Tipo	Capacidade		Custo	
	Construção	Repotenciação	Construção	Repotenciação
1	12000	3500	3650	1500
2	15000	5000	7300	2000

Fonte: Adaptado de Haffner et al. (2008b).

Tabela 30 - Dados Condutores.

Tipo	I _{max} (A)	Resistência (Ω/km)	Reatância (Ω/km)	Custo (US\$/km)
1	90	0,5205	0,4428	10
2	150	0,3184	0,4237	25
3	300	0,2006	0,4026	35

Fonte: Adaptado de Haffner et al. (2008b).

Tabela 31 - Dados Circuitos (km).

<i>i</i>	<i>j</i>	<i>l</i>	TC	<i>i</i>	<i>j</i>	<i>l</i>	TC
1	2	3,7	1	7	18	2,7	0
2	3	3,9	1	8	12	4	0
3	4	3,5	1	9	10	5,3	0
1	5	3,6	1	9	13	3,3	0
5	6	4	1	9	17	4,3	0
5	17	4,7	1	10	11	4	0
12	16	2,9	1	11	15	4	0
12	18	3	1	11	18	3,6	0
4	8	2,8	0	13	14	4	0
5	10	2,7	0	13	17	3,5	0
6	7	3,1	0	14	15	3,9	0
7	8	2,9	0	15	16	3,5	0

Fonte: Adaptado de Haffner et al. (2008b).

APÊNDICE E - DADOS SISTEMA TESTE DE 24 NÓS

Tabela 32 - Dados da demanda em (kVA).

Nó	Estágio 1	Estágio 2	Estágio 3	Nó	Estágio 1	Estágio 2	Estágio 3
1	4050	4735	5420	13	0	1150	1350
2	780	995	1210	14	0	3050	3160
3	2580	3380	3980	15	0	1620	1620
4	320	410	490	16	0	0	1220
5	280	370	470	17	0	2160	2400
6	1170	1305	1440	18	0	0	2100
7	4040	4200	4360	19	0	0	1810
8	720	830	940	20	0	0	3790
9	1140	1455	1770	21	0	0	0
10	1560	2040	2400	22	0	0	0
11	0	1910	2800	23	0	0	0
12	0	930	1290	24	0	0	0

Fonte: Adaptado de Gonen e Ramirez-Rosado (1986).

Tabela 33 - Dados Subestações.

Tipo	Capacidade		Custo	
	Construção	Repotenciação	Construção	Repotenciação
1	12000	7000	0,00	1000
2	15000	0,00	0,00	0,00
3	20000	0,00	3000	0,00

Fonte: Adaptado de Gonen e Ramirez-Rosado (1986).

Tabela 34 - Dados Condutores.

Tipo	I _{max} (A)	Resistência (Ω/km)	Reatância (Ω/km)	Custo (US\$/km)
1	197	0,614	0,399	25
2	314	0,307	0,38	35

Fonte: Adaptado de Gonen e Ramirez-Rosado (1986).

Tabela 35 - Dados Circuitos (km).

<i>i</i>	<i>j</i>	<i>l</i>	TC	<i>i</i>	<i>j</i>	<i>l</i>	TC	<i>i</i>	<i>j</i>	<i>l</i>	TC
1	5	2,22	0	4	15	1,6	0	10	16	0,8	0
1	9	1,2	0	4	16	1,3	0	10	23	1,3	0
1	14	1,2	0	5	6	2,4	1	11	23	1,6	0
1	21	2,2	1	5	24	0,7	0	13	20	1,2	0
2	3	2	1	6	13	1,2	0	14	18	1	0
2	12	1,1	0	6	17	2,2	0	15	17	1,2	0
2	21	1,7	1	6	22	2,6	1	15	19	1,6	0
3	10	1,1	0	7	8	2	1	17	22	1,5	0
3	16	1,2	0	7	11	1,1	0	18	24	1,5	0
3	23	1,2	0	7	19	1,6	0	20	24	0,9	0
4	7	2,6	0	7	23	0,9	0				
4	9	1,2	0	8	22	2	1				

Fonte: Adaptado de Gonen e Ramirez-Rosado (1986).