

unesp  **UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA**

FACULDADE DE CIÊNCIAS
CAMPUS DE BAURU
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO PARA A
CIÊNCIA**

Simone Scarpim

**MODELAGEM INICIAL PARA O ENSINO DE GEOMETRIA EUCLIDIANA
PLANA SEGUNDO A TEORIA DA ATIVIDADE DE ESTUDO**

Bauru
2010

Simone Scarpim

**MODELAGEM INICIAL PARA O ENSINO DE GEOMETRIA EUCLIDIANA
PLANA SEGUNDO A TEORIA DA ATIVIDADE DE ESTUDO**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação para a Ciência, Área de Concentração em Ensino de Ciências, Faculdade de Ciências, UNESP – Universidade Estadual Paulista – Campus de Bauru, como um dos requisitos à obtenção do título de Mestre em Educação para a Ciência.

Orientador: Prof. Dr. Geraldo Antonio Bergamo.

Bauru
2010

**DIVISÃO TÉCNICA DE BIBLIOTECA E DOCUMENTAÇÃO
UNESP-BAURU**

Scarpim, Simone.

Modelagem Inicial para o Ensino de Geometria
Euclidiana Plana Segundo o Modelo de Atividade de
Estudo/ Simone Scarpim, 2010.

115 f. : il.

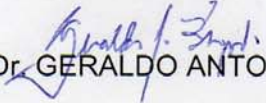
Orientador: Geraldo Antonio Bergamo.


Dissertação (Mestrado)-Universidade Estadual
Paulista. Faculdade de Ciências, Bauru, 2010

1. Lógica Dialética. 2. Teoria da Atividade de
Estudo. 3. Método de Ascensão do Abstrato ao Concreto.
4. Formação de Conceitos Teóricos. 5. Ensino de
Geometria. I. Universidade Estadual Paulista.
Faculdade de Ciências. II. Título.

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE SIMONE SCARPIM, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO PARA A CIÊNCIA, DO(A) FACULDADE DE CIÊNCIAS DE BAURU.

Aos 29 dias do mês de abril do ano de 2010, às 09:30 horas, no(a) Anfiteatro da Pós-graduação/FC, reuniu-se a Comissão Examinadora da Defesa Pública, composta pelos seguintes membros: Prof. Dr. GERALDO ANTONIO BERGAMO do(a) Departamento de Matemática / Faculdade de Ciências de Bauru, Profa. Dra. MARIA APARECIDA MELLO do(a) Departamento de Metodologia do Ensino / Universidade Federal de São Carlos, Prof. Dr. WASHINGTON LUIZ P DE CARVALHO do(a) Departamento de Física e Química / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, sob a presidência do primeiro, a fim de proceder a arguição pública da DISSERTAÇÃO DE MESTRADO de SIMONE SCARPIM, intitulada "MODELAGEM INICIAL PARA O ENSINO DE GEOMETRIA EUCLIDIANA PLANA SEGUNDO A TEORIA DA ATIVIDADE DE ESTUDO". Após a exposição, a discente foi argüida oralmente pelos membros da Comissão Examinadora, tendo recebido o conceito final: APROVADA. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que, após lida e aprovada, foi assinada pelos membros da Comissão Examinadora.


Prof. Dr. GERALDO ANTONIO BERGAMO


Profa. Dra. MARIA APARECIDA MELLO


Prof. Dr. WASHINGTON LUIZ P DE CARVALHO

Dedicatória

Aos meus pais Gilson e Conceição que sempre investiram tudo o que tinham e não mediram esforços para que eu tivesse uma formação.

Às minhas irmãs Elaine e Flávia, minhas amigas e companheiras.

À Ana Julia, minha pequena princesa que alegra meus dias.

Uma forma de agradecer o que fizeram por mim durante toda minha vida é compartilhar essa conquista.

Agradecimentos

Agradeço especialmente ao professor e amigo Geraldo Antonio Bergamo por toda compreensão, dedicação, apoio e confiança demonstrado nesses anos de convivência. Por estar sempre presente orientando, corrigindo erros, proporcionando reflexões, conduzindo o estabelecimento do essencial, por ter possibilitado ultrapassar meus próprios limites, por me ensinar a pesquisar, enfim, esse trabalho não existiria se não fossem os momentos que estivemos juntos para apropriação das teorias aqui apresentadas.

Agradeço também a professora Mara Sueli Simão Moraes por ter colaborado para a concretização deste trabalho.

Agradeço todos os colegas que em algum momento participaram dos grupos de estudo, colaborando com as discussões e reflexão da teoria aqui apresentada, em especial aos amigos Pamela Cristina Magagnato, Marisa Rezende Bernardes, Michelle Juliana Romero Sávio, João Vendramini e Ana Cláudia M. Fortunato.

Aos professores Maria Aparecida Mello e Washington Luiz Pacheco de Carvalho pelas contribuições. Ao Programa de Pós Graduação em Educação para Ciências e docentes do programa. À Ana Grijo e Andressa Talon, por todos os atendimentos nesses últimos dois anos. À Capes pelo apoio financeiro.

Agradeço ainda àqueles que de forma indireta estiveram presentes e foram importantes para que eu chegasse até aqui: meus pais Gilson e Conceição; minhas irmãs Elaine e Flávia, meus cunhados Jefferson e Carlos e à minha sobrinha querida e amada Ana Júlia: obrigada pelo apoio e compreensão de minha ausência! Finalizando agradeço aos amigos que fizeram parte da minha trajetória e que de alguma forma auxiliaram nessa jornada Thiago, Priscila, Giselda, Keila, Maria Cláudia, Anderson, Adriana, Moisés, Leonardo, Diana, Nataly e Taitiâny. MUITO OBRIGADA A TODOS!

SCARPIM, S. **Modelagem Inicial para o Ensino de Geometria Euclidiana Plana Segundo a Teoria da Atividade de Estudo**. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência). Faculdade de Ciências, Universidade Estadual Paulista - UNESP, Bauru, 2010.

RESUMO

Esta pesquisa é um trabalho teórico que tem como objetivo explorar a potencialidade do modelo da *atividade de estudo* articulado com a teoria do conhecimento e constituir uma modelagem inicial para o Ensino de Geometria Euclidiana Plana, segundo o modelo da *atividade de estudo*. Fundamenta-se na Teoria do Conhecimento Marxista, na Psicologia Sócio-Histórica e no Experimento Formativo (EF) que ocorreu na União Soviética, sob coordenação de Daniíl B. Elkonin e Vasili V. Davíдов. Parte da análise de uma Iniciação Científica na qual se apresenta um experimento didático piloto baseado no modelo da *atividade de estudo*, para conteúdos de Geometria Plana e número real. Apresenta um estudo a respeito da teoria do conhecimento como forma de justificar e evidenciar algumas das escolhas, tanto de organização, quanto de conteúdos que foram abordados. Aborda a teoria da atividade no seu sentido mais geral apresentando a hipótese que o ponto de partida de seu estudo teórico é o conceito de modelo de atividade. Apresenta um estudo da teoria da atividade, nos seus aspectos psicológicos gerais (Leontiev) e da teoria da *atividade de estudo* formulada no EF. Finalizando a dissertação, são formulados alguns apontamentos para o ensino de Geometria Euclidiana Plana a partir dos pressupostos teóricos abordados, com ênfase no significado do método de ascensão do abstrato ao concreto para a assimilação do sistema de conceitos desse conteúdo de Matemática. A metodologia foi a *reflexão* sobre o modelo de *atividade de estudo* subordinando o modelo lógico-dedutivo da Geometria Euclidiana Plana, de forma a obter-se uma modelagem inicial desse conteúdo segundo a *atividade de estudo*. Propõe, em termos de hipótese, a relação geneticamente inicial (célula) para o estudo teórico da Geometria Euclidiana Plana: a relação de semelhança, modelada pela homotetia em articulação com a modelagem da relação indissolúvel entre forma, área e perímetro. Configura a isometria como procedimento generalizado de transformação do modelo inicial da relação de semelhança.

Palavras-Chave: Lógica Dialética. Teoria da Atividade de Estudo. Método de ascensão do abstrato ao concreto. Formação de conceitos teóricos. Ensino de Geometria.

SCARPIM, S. **Initial Molding for the teaching of Plan Euclidean Geometry by the Theory of the Study Activity.** Dissertation (Masters in Education for the Science). College of Sciences, Universidade Estadual Paulista- UNESP, Bauru, 2010.

ABSTRACT

This research is a theoretical study that has a goal to explore the potentiality of the model of the study articulated activity with the theory of the knowledge and to build an initial molding for the Teaching of Plan Euclidean Geometry, by the model of the *study activity*. It's based on the Theory of the Marxist Knowledge, in the Socio Historical Psychology and in the Formative Experiment (FE) that occurred in the Soviet Union, coordinated by Daniíl B. Elkonin and Vasili V. Davídov. A part of the analyses of a Scientific Study in which is shown that a didactic experiment based on the model of the study activity, for the contents of the Plan Geometry and the real number. It presents a study regarding the knowledge theory as a way of justifying and substantiating some of the choices, as much organization as contents that were used in the study. It broaches the activity theory on its sense more general presenting the hypothesis that the foothold of its theoretical study is the conception of the activity model. It presents a study of the activity theory, on its general psychological aspects (Leontiev) and on the theory of the *study activity* formulated on the FE. Concluding the dissertation, some notes are made for the teaching of Plan Euclidean Geometry from the prerequisite theoretical reported, with emphasis in the meaning of the method of the ascension from the abstract to the concrete for the assimilation of the concepts system of this content of the Mathematics. The Methodology was *the reflection* about the model of the *study activity*, subordinating the model logical deductive of the Plan Euclidean Geometry, to obtain an initial molding of this second content the *study activity*. It proposes, in hypothesis terms, the genetically initial relation (cell) for the theoretical study of the Plan Euclidean Geometry: the similarity relation, molded from the homothetic in articulation with the molding of the indissoluble relation among shape, area and perimeter. It configures the isometry as a generalized proceeding of the changes of the initial model of the similarity relation.

Key words: Dialectic logic. Theory of the Study Activity. Method of the ascension of the concrete and abstract. Formation of the theoretical conceptions. Study of Geometry.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	10
CAPÍTULO 1 – Antecedentes	18
1.1 Desenvolvimento dos encontros com os estudantes.....	23
1.1.1 Procedimentos de Observação	26
1.1.2 Procedimentos Didáticos.....	29
1.1.3 Conclusão.....	30
CAPÍTULO 2 – Estudo da Teoria do Conhecimento	37
CAPÍTULO 3 - Apontamentos sobre a Teoria da Atividade de Estudo	49
3.1 Prolegômenos.....	49
3.2 Hipóteses sobre o Conceito de Atividade.....	50
3.3 A Teoria Psicológica da Atividade.....	61
3.4 A Atividade de Estudo.....	68
CAPÍTULO 4 - Metodologia	76
CAPÍTULO 5 - Apontamentos para Modelagem do Ensino de Geometria Euclidiana Plana segundo o Modelo de Atividade de Estudo	82
CONSIDERAÇÕES FINAIS	95
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	99
ANEXO 1 – Material utilizado na Fase de Diagnóstico	102
ANEXO 2 – Material utilizado para Formação de Bases para o Pensamento Teórico	105
ANEXO 3 – Ficha de Acompanhamento	109
ANEXO 4 – Demonstração da irracionalidade do número $\sqrt{2}$	
Parte A.....	110
Parte B.....	112
ANEXO 5 – Lista dos Axiomas	113

ANEXO 6 - Cópia de trabalhos de Escher e Magritte.....115

Introdução

O trabalho apresentado tem origem em um estudo teórico inicial, com um curto período de experimentação (experimento didático piloto), realizados na graduação em uma iniciação científica. Tal experimento teve como objetivo verificar se é possível a formação do pensamento teórico, em estudantes de oitava série, por meio da alteração no tipo de atividade escolar apresentada. Partiu de um estudo teórico, no que diz respeito à teoria da atividade no seu sentido geral, o conceito de zona de desenvolvimento proximal, simultaneamente com o estudo da específica atividade, a atividade de estudo. Estruturou-se um experimento piloto, em que três estudantes de uma oitava série de escola pública foram colocados frente a atividades de matemática, que envolviam o conceito de número real e conceitos de geometria, preparadas a partir dos pressupostos teóricos estudados, direcionadas a analisar se essas atividades interferiam no tipo de pensamento produzido pelos estudantes.

Tinha-se boas expectativas em relação ao material produzido para a formação de bases para o pensamento teórico e os resultados, quando analisados a partir da compreensão teórica desenvolvida até então, já apontavam avanços no tipo de estrutura de pensamento apresentado pelos estudantes. Percebia-se que novos motivos eram constituídos para a execução de determinadas atividades e era perceptível, em pequenos diálogos, análise das fichas individuais e mesmo no que diz respeito ao tipo de questões formuladas por esses estudantes, que a abstração, o pensamento norteado por princípios gerais, tomava o espaço, paulatinamente, do pensamento constituído tendo como ponto de partida as particularidades.

Cada encontro com os estudantes parecia ser um afirmativo de que as atividades didáticas, quando formuladas a partir do modelo de atividade de estudo, poderiam ter uma eficácia maior em relação às atividades escolares usuais no que diz respeito à assimilação de conhecimentos do tipo teórico.

Estava-se com um material em mãos que fornecia uma série de respostas a indagações recorrentes, mas que ainda supunha outras indagações, as quais só com os estudos realizados até então, não eram passíveis de apontarem conclusões significativas ou de ter-se uma análise mais apurada. Era necessário um aprofundamento teórico, um entendimento das particularidades deste específico modelo de atividade, denominado *atividade de estudo*.

A partir dessa base inicial, a direção dada para este trabalho assentou-se em indagações a respeito do papel da escola, ao entendimento do que vem a ser a produção do conhecimento, do estabelecimento da distinção entre o saber que deve ser produzido nas escolas e o produzido em outros locais, tendo como meta o entendimento do que é possível

produzir dentro das condições reais de ensino, centrando esforços no entendimento dos procedimentos metodológicos.

Está fundamentado na Psicologia Sócio-Histórica (Histórico-Cultural), cujos estudos são recentes no Brasil e de pouca divulgação, segundo Sforzi:

O acesso à literatura histórico-cultural é recente no Brasil, e vinculado quase que exclusivamente a obras de Vigotsky, principalmente *Pensamento e Linguagem e Formação Social da Mente*. Os trabalhos de parceiros de Vigotsky, como Leontiev, ou de continuadores que se ocuparam de modo direto da aprendizagem escolar, como Elkonin, Gasparin, Davydov, não são de fácil acesso aos educadores brasileiros. São, portanto, muito atuais as pesquisas baseadas nesse referencial que apontam as suas implicações pedagógicas no ensino de conteúdos escolares. Tal situação coloca, conjuntamente, formadores de professores e professores, em processo inicial de aprendizagem. (SFORZI, p. 30, 2004).

Esses teóricos vão desenvolver um princípio fundamental colocado por Vigotski: a atividade de aprendizagem determina a direção do desenvolvimento do psiquismo. Note-se que esse princípio é o oposto das concepções usuais que pressupõe que o desenvolvimento do psiquismo é resultado da maturação biológica.

Ao longo do tempo, sobretudo na então União Soviética, esse princípio caracterizador da Psicologia Sócio-Histórica recebeu desdobramentos teóricos configurados em uma série de outros pressupostos e conceitos que, além da área de Psicologia, têm implicações relevantes para a educação das novas gerações.

Pode se afirmar que um ponto de condensação das implicações pedagógicas encontra-se no denominado Experimento Formativo, do qual será focado o que foi realizado em Matemática para as séries iniciais. O assim chamado Experimento Formativo (EF), ocorreu na então União Soviética do final dos 1950 até o início dos 1980, sob coordenação de Daniíl B. Elkonin e Vasili V Davídov¹. Este experimento teve base em Vigotski² e Leontiev que consideram que a atividade dominante é desenvolvente, leva para neoformações psíquicas. Mas o EF também teve elaboração de um material próprio, tanto em relação a um

¹ No corpo do texto será utilizada a grafia “Davídov” para fazer referência a esse autor. Grafias distintas serão utilizadas quando se tratar de referências bibliográficas, as quais acompanharão a respectiva grafia que foi utilizada no texto que foi citado.

² No corpo do texto será utilizada a grafia “Vigotski” para fazer referência a esse autor. Grafias distintas serão utilizadas quando se tratar de referências bibliográficas, as quais acompanharão a respectiva grafia que foi utilizada no texto que foi citado.

desenvolvimento teórico a partir de sua base inicial, quanto em relação à elaboração de uma grande quantidade de textos didáticos para serem utilizados diretamente pelos estudantes em situação escolar.

O EF ainda se baseia nos seguintes conceitos:

- Zona de desenvolvimento proximal (ZDP), conceito elaborado por Vigotski como uma solução lógica para a relação entre aprendizagem e desenvolvimento, que discrimina para dois alunos que estejam no mesmo estágio de desenvolvimento se o potencial de aprendizagem se difere quando recebem auxílio do professor ou aluno mais experiente.
- Leva em consideração que as funções psíquicas superiores significam o interno em unidade com os meios externos de pensamento (linguagem conceitual, esquemas simbólicos, gráficos, algoritmos entre outros).

O EF partiu da hipótese que as crianças de 7 a 10 anos têm amplas reservas cognitivas em relação ao que é usualmente concebido em Psicologia e, portanto, nessa idade podem ser constituídas bases do pensamento teórico.

Considera que para isso é indispensável incluir a atividade de estudo como um sistema de transformações objetuais, que conduz à reflexão sobre os meios com os quais se realizam essas transformações para que surja a auto-organização dos processos intelectuais. Considera, também, ser mais produtivo quando se aborda a atividade de estudo como atividade coletiva. Como a atividade de estudo é caracterizada como atividade desenvolvente, foi realizada uma reorganização de fundo no ensino dos conceitos e nos métodos para as matérias escolares, desde as primeiras séries.

Nessa reorganização o ensino e a aprendizagem foram sistematizados segundo o movimento de *ascensão do abstrato ao concreto*: cada conteúdo é tratado de maneira que, a partir do abstrato, o concreto se reconstitua no pensamento enquanto um sistema unitário de particularidades (unidade do diverso). Em termos de trânsitos lógicos, o trânsito do geral para o particular é o organizador dos demais trânsitos.

O ponto de partida da aprendizagem de um determinado conteúdo teórico é o contato do estudante com a relação geral, o princípio diretivo e as idéias-chaves dessa área de estudo. O estudante é instado a elaborar modelos, com naturezas objetual, gráfica e simbólica, para essa relação geral e então utilizá-los para a resolução de problemas que concretizam particularizações diversas desses modelos. Especial atenção é dedicada ao modelo de natureza simbólica, cujo cerne é o uso de letras para representar variáveis. O estudante também é colocado frente à tarefa de obter, a partir do modelo simbólico, modelos gráficos e objetuais

para a mesma relação geral e o inverso. As particularizações compreendem tanto o espaço e tempo próximo ao estudante como o mediato e distante, pondo em evidência os nexos internos que relacionam objetos e situações, podendo esse processo ser denominado de abstração substancial ou teórica (DAVÍDOV, 1988, p. 172-190 e DAVÍDOV; MÁRKOVA, 1987(b), p.323-326).

Para essa mudança de método é necessário que cada grande tópico seja ensinado e aprendido a partir dos seus princípios gerais, das idéias chave e de modelagem que expresse esses princípios gerais de forma objetual, simbólica e gráfica. No EF houve a elaboração de uma grande quantidade de material didático para tratar de conceitos dessa forma.

Por exemplo, em Matemática, no conceito de número a idéia chave é a de grandeza, portanto, o conceito de número parte do número real e não do número natural, ou seja, a idéia fundamental orientadora será a de número real. Isso não implica que as tarefas iniciais sejam particularizadas com números não naturais, elas envolvem inicialmente o conceito de número natural, mas a orientação de sua utilização está indissolivelmente ligada ao conceito de número real, à possibilidade de obtenção de medidas para grandezas contínuas e não só as particulares medições vinculadas exclusivamente à contagem. A particularização é utilizada, mas já se trata de uma particularização norteadora por um princípio geral, uma idéia chave.

Os estudos realizados por Davídov e seus colaboradores sobre uma profusão de livros didáticos, manuais didáticos para professores, manuais de psicologia didática e manuais de lógica mostraram que, nas escolas soviéticas o modelo didático dominante preconiza o oposto, ou seja, que a didática só seria eficaz quando se parte do concreto para o abstrato, do particular para o geral. A noção de generalização encontrada, tanto nos manuais de lógica, quanto nos de didática e psicologia, é a da lógica formal: generalizar é abstrair o traço comum em uma série de objetos (ou situações) particulares e incluí-los numa classe e o conceito significa a definição formal desta classe envolvendo, indispensavelmente, a elaboração de um termo (um nome) associado a uma lista de atributos que caracterizam essa classe.

Para Davídov e seus colaboradores, tal metodologia, só resulta nos nexos lógicos externos dos objetos, constituindo abstrações definidas, em termos dialéticos, como generalizações empíricas nas quais o conhecimento se elabora por meio de comparação de uma variedade de objetos isolados separando neles propriedades iguais por meio da observação, para abstrair um traço comum, generalizar. Concretizar o conhecimento, nesses termos significa apresentar uma seleção de exemplos, ilustrações que se encaixem na classe formalmente identificada. (DAVÍDOV; MÁRKOVA, 1987(a), 178-179. Tradução livre).

Quanto ao desenvolvimento cognitivo, a análise de Davídov mostra que tanto os manuais de didática e psicologia, quanto os de lógica, concebem que a formação de conceitos pelos estudantes obedecem a uma seqüência que vai da percepção direta de objetos ou situações, para uma representação que apresenta um certo nível de generalização (destacando alguns traços comuns de um conjunto de objetos) e finalmente, após uma comparação entre representações (não mais comparações diretamente com objetos), chega-se ao conceito. Tal seqüência seria invariável e repetir-se-ia para cada apreensão de um novo conceito.

A seqüência percepção → representação → conceito possui um sentido psicológico nesta organização do ensino, de modo que descreve as etapas da capacidade de generalização dos alunos de acordo com suas idades. Nos alunos de idade pré-escolar a generalização se caracterizaria no plano da percepção direta, na qual os traços substanciais estão diluídos com os não substanciais. Caracteriza esta fase o trabalho com materiais concretos. Nos alunos de idade escolar primária a generalização ocorreria no plano da representação. Em seu conteúdo ainda são integradas qualidades externas dos objetos, obtidas sensorialmente, suficiente para assegurar o emprego correto em atividades muito comuns na escola nesse nível de ensino, como identificar, classificar, etc. Só “durante a adolescência e na idade escolar superior a generalização se efetua na base da análise mental e sistêmica das relações e conexões dos objetos.” (IBIDEM, p. 32)³. Mas mesmo nesta fase escolar é recomendado que o ponto de partida para a apreensão de um novo conceito envolva a observação de objetos ou situações empíricas. (MAGAGNATO, BERGAMO, 2010).

Na sua análise sobre os manuais para o ensino de Matemática, Davídov chama atenção que, quanto ao conceito de número, inicia-se pelo ensino de número natural para, gradativamente, chegar-se ao número real. A concepção cognitiva para isso, é que a criança só consegue aprender a partir do que ela já realizou e através de atividades fundadas no ver e agir sobre objetos concretos. Como a operação de contagem está basicamente constituída aos sete anos dever-se-ia começar pelo número natural apenas em seu vínculo com a contagem.

As conclusões sobre o tipo de formação do pensamento vinculado aos conteúdos e métodos presentes nas escolas russas podem, em boa medida serem estendidas para a escola brasileira atual, a justificativa para essa afirmação decorre da análise dos Parâmetros Curriculares Nacionais – Ensino Fundamental – Matemática. Observe-se que os PCN estão hoje consolidados na prática educativa brasileira, seja através da variedade de livros didáticos que indicam em suas capas “de acordo com os PCN”, seja através dos inúmeros cursos de

³ Esta referência corresponde a Davídov, s/d, constante das referências bibliográficas desta dissertação.

formação continuada de professores que visam discutir e sugerir processos didáticos baseados nos PCN.

No que diz respeito ao ensino de Matemática no primeiro e segundo ciclos do ensino fundamental, é preconizado que o conteúdo constitui-se por quatro blocos que guardam relativa autonomia entre si: Números e Operações; Espaço e Forma; Grandezas e Medidas; Tratamento da Informação. Dada a concepção de relativa independência entre o primeiro e o segundo dos blocos já citados, o terceiro é concebido como uma espécie de “termo médio” entre eles:

Há um razoável consenso no sentido de que os currículos de Matemática para o ensino fundamental devam contemplar o estudo dos números e das operações (no campo da Aritmética e da Álgebra), o estudo do espaço e das formas (no campo da Geometria) e o estudo das grandezas e das medidas (que permite interligações entre os campos da Aritmética, da Álgebra e da Geometria). (BRASIL, 1996).

Em suma, perde-se de vista a unidade indissolúvel entre grandeza e número, além de não considerar a apreensão dessa unidade como conteúdo indispensável para a formação de um pensamento teórico em matemática.

Para o trabalho com números há preocupação de um seqüenciamento paulatino que parte de números específicos de pouca grandeza e afasta qualquer utilização de procedimentos algébricos, abordando as operações apenas no aspecto de técnicas operatórias e aplicação em problemas.

No primeiro ciclo, serão explorados alguns dos significados das operações, colocando-se em destaque a adição e a subtração, em função das características da situação.

Ao longo desse trabalho, os alunos constroem os fatos básicos das operações (cálculos com dois termos, ambos menores do que dez), constituindo um repertório que dá suporte ao cálculo mental e escrito. (IBIDEM).

Por outro lado, os PCN comungam da concepção segundo a qual a formação de conceitos envolve um processo paulatino de passagem da percepção à representação ao conceito. Em relação ao segundo ciclo do ensino fundamental, coloca-se que nesse período o pensamento dos estudantes começa a ganhar maior flexibilidade e começa a estabelecer relações reversíveis e de causalidade. Segundo os PCN, os alunos

passam a descobrir regularidades e propriedades numéricas, geométricas e métricas. Também aumenta a possibilidade de compreensão de alguns

significados das operações e das relações entre elas. Ampliam suas hipóteses, estendendo-as a contextos mais amplos. Assim, por exemplo, percebem que algumas regras, propriedades, padrões, que identificam nos números lhe são mais familiares, também valem pra números “maiores”. É importante ressaltar que, apesar desses avanços, as generalizações são ainda bastante elementares e estão ligadas à possibilidade de observar, experimentar, lidar com representações, sem chegar, todavia, a uma formalização de conceitos. (IBIDEM).

O ponto nodal da formação de tipos de pensamento é o conteúdo que está sendo assimilado. À assimilação de conteúdos empíricos corresponderá a formação de um pensamento empírico e à assimilação de conteúdos teóricos corresponderá a formação de um pensamento teórico.

Dado que a constituição de um pensamento teórico implica um grau superior de generalização significa também, segundo Vigotski (2001), um maior grau de consciência e autonomia do sujeito. Portanto, propor uma escola que vise a formação do pensamento teórico (e não do pensamento empírico que tem grau menor de generalização) significa vincular objetivamente a educação das novas gerações à finalidade da formação de sujeitos autônomos.

Neste sentido, pretende-se neste trabalho, em termos de particularização, ter-se alguns apontamentos a respeito do ensino de Geometria Euclidiana Plana, que contemplem o modelo da atividade de estudo, ou seja, que leve os estudantes à assimilarem esse conteúdo enquanto um corpo de conceitos teóricos, com o conseqüente desenvolvimento de um pensamento teórico, no que se refere a tal conteúdo.

Em termos de organização, a dissertação é dividida em cinco capítulos.

O primeiro deles é destinado a uma espécie de relato de um trabalho já realizado na Iniciação Científica, o qual aborda desde a elaboração até as conclusões tiradas a partir da análise do estudo realizado, as quais possibilitaram planejar a linha de trabalho a ser seguida nesta dissertação.

Na seqüência apresenta-se um capítulo referente ao estudo da teoria do conhecimento como meio de justificar algumas escolhas apresentadas no texto e demarcar alguns dos princípios que regem este trabalho.

No terceiro capítulo é apresentado um estudo a respeito da teoria da atividade no seu sentido mais geral, do qual derivam hipóteses da própria pesquisadora no que diz respeito ao conceito de atividade e em seguida é feita a abordagem no seu sentido psicológico para, a partir de seus componentes abordar as particularidades e potencialidades da específica atividade que é objeto da reflexão deste trabalho: a *atividade de estudo*.

O quarto capítulo diz respeito à metodologia, que é basicamente a *reflexão* sobre conceitos apresentados, da qual derivam apontamentos a respeito do ensino de Geometria Euclidiana Plana, a partir do método de ascensão do abstrato ao concreto, cujas hipóteses iniciais podem ser verificadas no capítulo posterior.

O quinto capítulo traz uma modelagem inicial para o ensino de Geometria Euclidiana Plana segundo o modelo da atividade de estudo, ou seja, traz alguns apontamentos iniciais de como a teoria apresentada no decorrer da dissertação pode ser “modelada” para conteúdos específicos de Matemática.

Para finalizar são colocadas algumas observações acerca do trabalho realizado e aponta-se a direção geral a ser seguida para completar a modelagem de conteúdos de Geometria Euclidiana Plana segundo o modelo da atividade de estudo.

Capítulo 1 - Antecedentes

O trabalho aqui apresentado é fruto de uma pesquisa que vem sendo realizada desde 2005. A pesquisadora inseriu-se em grupos de pesquisa desde os anos iniciais de graduação. A princípio foram feitos estudos teóricos referentes às teorias de Leontiev e Vigotiski e posteriormente sobre a “teoria da atividade de estudo” conforme apresentada por Davíдов.

Para tanto, a teoria da atividade bem como a compreensão da importância da mediação no ensino foram teorias de base, mas também utilizou-se uma especial teoria, formulada no denominado Experimento Formativo, uma vez que neste material houve uma preocupação com a didática dos conteúdos, e em especial o foco foi para os conteúdos de matemática.

Tendo como base o material acima exposto, foi elaborado um experimento piloto cujo interesse estava nas questões do ensino vinculado a um determinado método que tem impacto específico no desenvolvimento cognitivo: a intenção foi verificar e identificar se por meio da mudança no tipo de atividade colocada aos estudantes era possível a formação de um pensamento teórico, ou seja, um pensamento que articula relações, por meio das quais o estudante é capaz de controlar suas próprias ações. Secundariamente a preocupação foi entender as particularidades do conceito de Zona de Desenvolvimento Proximal. O experimento piloto ocorreu durante o desenvolvimento de uma iniciação científica intitulada Um Estudo Experimental sobre Zona de Desenvolvimento Proximal para Conteúdos Escolares de Matemática, vinculada ao departamento de Matemática da UNESP/Bauru, em 2007.

Em termos lógico-psicológicos, a atividade experimental consistiu em verificar nos alunos até que ponto, para determinados conteúdos escolares de matemática, havia a formação de operações mentais vinculadas à formação de conceitos empíricos, formação essa constituída através de atividades de assimilação, na escola, de conhecimentos empíricos. Verificados os conceitos empíricos que, num determinado grau, já fizessem parte do nível de desenvolvimento real dos estudantes participantes do experimento, foi pressuposto que isso possibilitaria a participação numa atividade na qual, com auxílio do professor, esses estudantes pudessem assimilar a formulação dos mesmos conteúdos programáticos segundo um sistema de conceitos teóricos.

A princípio o trabalho foi planejado para envolver dois grupos de estudantes, um de alunos de sexta série (escola particular) e outro de oitava série (escola pública) de escolas da cidade de Dois Córregos, São Paulo, porque na época do desenvolvimento da iniciação científica uma integrante do grupo de estudos era professora responsável pelas aulas de

Matemática dessas duas classes. Após análise dos livros didáticos utilizados nas séries anteriores pelos estudantes, verificou-se que os materiais com os quais os alunos da sexta série da escola particular haviam tido contato até então, tratavam-se de apostilas de cunho construtivista que basicamente, durante todo o ano anterior ao experimento, havia trabalhado os conhecimentos espontâneos. Foi descartado o trabalho com esses estudantes porque se teve por pressuposto que a passagem de um pensamento constituído através de conceitos espontâneos exigiria uma atividade específica para a transição na direção da formação do pensamento teórico, fato esse que não fazia parte do estudo a ser realizado. Portanto, fez-se a opção por desenvolver o experimento apenas para estudantes de oitava série de escola pública, uma vez que o interesse era verificar a adequabilidade das atividades na constituição de conceitos teóricos que já haviam sido trabalhados em sala de aula apenas como conhecimentos empíricos.

Com a classe definida formou-se um grupo com três de seus estudantes. O grupo foi formado sem seguir nenhum critério de nota, nem desempenho, mas sim por disponibilidade de tempo e autorização dos pais para que viajassem até Bauru sob a responsabilidade da professora mencionada, para os encontros que inicialmente ocorriam no Departamento de Matemática da UNESP/Bauru. A participação dessa professora foi de extrema importância, uma vez que facilitou a execução do experimento, sendo que ela participou da elaboração e aplicação dos materiais formulados. A pesquisa ocorreu por aproximadamente um semestre letivo, cujos encontros ocorriam em horários não coincidentes com o período de aula dos estudantes e de acordo com a disponibilidade de viagem. Não houve espaçamento regular entre um encontro e o seguinte, ocorrendo inclusive um intervalo de aproximadamente quarenta dias entre dois encontros sucessivos devido ao fato de um dos estudantes ter começado a trabalhar e foi necessário modificar os dias e horários bem como o local dos encontros, que passou a ser na Escola Estadual José Alves Mira de Dois Córregos. No total foram trinta e duas horas de atividades que envolveram a participação dos estudantes.

Em termos de conteúdo escolar, foram escolhidos a formação do conceito de número e de conceitos que envolviam conteúdos de Geometria. O método foi avaliar o que e como os estudantes da sétima série aprenderam de geometria e a partir disso foram elaboradas atividades para que fosse possível identificar alguns indicativos de transição do chamado pensamento empírico ao denominado pensamento teórico. Essas atividades constituíram-se de uma adaptação do exposto por Davidov (1988) para o conceito de número e houve também uma elaboração específica para o experimento piloto no tocante às atividades referentes a conceitos de geometria.

Esses termos “empírico” e “teórico” dizem respeito a conceitos básicos da teoria da atividade de estudo sendo conveniente, neste ponto, uma breve caracterização dos mesmos. Por um lado, eles referem-se a dois tipos de conhecimento e dois tipos de pensamento que se vinculam indissociavelmente: “conhecimento empírico” com “pensamento empírico” e “conhecimento teórico” com “pensamento teórico”. Por outro lado, eles se referem a dois tipos de consciência que o sujeito tem em relação à realidade.

Na formulação de conhecimento empírico bem como de conhecimento teórico, existe um procedimento próprio para cada um deles:

1. O conhecimento empírico se elabora por meio da comparação dos objetos e das representações sobre estes, o que permite separar neles as propriedades comuns, gerais. O conhecimento teórico surge sobre a base de analisar o papel da função que cumpre certa relação entre as partes que foram desmembradas [para efeito de análise], do sistema integral⁴. (DAVÍDOV; MARKOVA, 1987(a), p.178).

Os limites e o que é possível alcançar com esses distintos tipos de conhecimento também merecem especial atenção. Se por um lado o conhecimento empírico compara objetos e classifica de acordo com suas “qualidades visuais,” no conhecimento teórico busca-se a relação mais geral, “a célula”, da qual decorrem as demais relações particulares de um específico sistema de objetos.

2. A comparação separa a propriedade formalmente geral, cujo conhecimento permite referir objetos individuais a uma classe formal determinada (tal propriedade formalmente comum independe dos objetos terem ou não alguma relação que os constituam num sistema de objetos), independente de se estes objetos estão em relação entre si. A análise busca a relação real e especial entre as coisas que serve, simultaneamente, como base genérica das outras manifestações do sistema. Esta relação atua como forma geral ou essencial do todo reproduzido mentalmente.
3. O conhecimento empírico, em cuja base se encontra a observação, reflete só as propriedades externas dos objetos e, por isso, se apóia totalmente nas representações visuais. O conhecimento teórico, que surge sobre a base da transformação de objetos, reflete suas relações e nexos internos. Durante a

⁴ El conocimiento empírico se elabora por medio de la comparación de los objetos y de las representaciones sobre éstos, lo que permite separar en ellos las propiedades iguales, generales. El conocimiento teórico surge sobre la base de analizar el papel de la función que cumple cierta relación entre las cosas dentro del sistema desmenbrado.

reprodução do objeto em forma de conhecimento teórico, o pensamento sai dos limites das representações sensoriais⁵. (IBIDEM, p.178-179).

A sistematização lógica vai ser radicalmente distinta de um tipo para outro de conhecimento pois:

4. Formalmente, a propriedade geral e as propriedades particulares dos objetos se colocam em um mesmo plano. No conhecimento teórico, ao contrário, se fixa a conexão entre a relação realmente geral e suas diferentes manifestações particulares, a conexão do geral e do particular⁶. (IBIDEM, p.179).

Em síntese, o conhecimento empírico está fortemente relacionado à descrição dos objetos, enquanto que o conhecimento teórico parte da análise, ou seja, dos nexos que só são de possível identificação quando se compreende o objeto integralmente.

5. A concretização do conhecimento empírico consiste na seleção de ilustrações, exemplos, que pertençam à classe formalmente identificada. A concretização do conhecimento teórico requer sua conversão em uma teoria desenvolvida por via da dedução e explicação das manifestações particulares do sistema a partir do seu fundamento geral.

6. O meio indispensável para fixar o conhecimento empírico é a palavra-termo. O conhecimento teórico se expressa, antes de tudo, nos procedimentos da atividade mental e em seguida em diferentes sistemas semióticos, em particular através da linguagem artificial e natural (o conceito teórico pode existir já como procedimento para separar o singular do geral, sem ter ainda sua expressão terminológica)⁷. (IBIDEM, p.179).

⁵ 2.La comparación separa La propiedad formalmente general, cuyo conocimiento permite referir objetos individuales a una clase formal determinada, independientemente de si estos objetos están o no relacionados entre sí. El análisis busca la relación real y especial entre las cosas que sirve, simultáneamente, como base genérica de las otras manifestaciones del sistema. Esta relación actúa como forma general o esencia del todo reproducido mentalmente.

3. El conocimiento empírico, en cuya base se encuentra la observación, refleja sólo las propiedades externas de los objetos y, por eso, se apoya totalmente en las representaciones visuales. El conocimiento teórico, que surge sobre la base de la transformación de los objetos, refleja sus relaciones y enlaces internos. Durante la reproducción del objeto en forma de conocimiento teórico, el pensamiento sale de los límites de las representaciones sensoriales.

⁶ 4. Formalmente, la propiedad general y las propiedades particulares de los objetos se colocan en un mismo plano. El conocimiento teórico, en cambio, se fija la conexión entre la relación realmente general y sus diferentes manifestaciones, la conexión de lo general y lo particular.

⁷ 5. La concretización del conocimiento empírico consiste en la selección de ilustraciones, ejemplos, que entran en la clase formalmente identificada. La concretización del conocimiento teórico requiere su conversión en una teoría desarrollada por vía de la deducción y explicación de sus manifestaciones particulares del sistema a partir de su fundamentación general.

6. El medio indispensable para fijar el conocimiento empírico es la palabra-término. El conocimiento teórico se expresa, ante todo, en los procedimientos de la actividad mental y luego en diferentes sistemas simbólicos y de

Note-se que as citações acima, que visam caracterizar e estabelecer distinções entre conhecimento/pensamento empírico e conhecimento/pensamento teórico, permitem também distinguir empírico de espontâneo. No termo “empírico” conforme utilizado por Davídov e colaboradores encontra-se a acepção de conhecimento generalizado e sistematizado segundo as regras da lógica-formal, num processo cognitivo que culmina na elaboração de uma definição e utilização de uma específica palavra-termo para identificar a classe formalmente destacada. Estabelecida uma série de definições, através das regras da lógica-formal tornam-se possíveis deduções que possam, inclusive, envolver o ainda não visto ou especialmente “próximo” do aluno. Já o que se entende por conceitos espontâneos envolve classificações “presas” ao já visto e imediato, além de serem generalizações sem regras sistematizadas para permitir deduções. Foi com base nessa distinção que se descartou envolver os alunos da escola que utilizava material centrado nos conceitos espontâneos, conforme relatado acima.

As atividades foram elaboradas em encontros entre o orientador da pesquisa, a pesquisadora e a professora da rede que atuava na sala de aula (os quais, em conjunto, passarão a seguir a ser denominados “pesquisadores”). A princípio foi feita a escolha dos conteúdos, a elaboração de questões e caracterização de formas de auxílio para a aprendizagem. A esquematização do experimento piloto iniciou em novembro de 2006 e existia uma preocupação metodológica entre os pesquisadores de não recair nos princípios da lógica formal, uma vez que se pretendia atingir o conhecimento teórico.

Foi elaborada uma seqüência de atividades didáticas para avaliar o “já realizado”, pelos estudantes, em termos de constituição de um sistema de conceitos. Após a elaboração do questionário para identificação do já realizado, foi feito um teste de eficácia do material elaborado, ou seja, houve a colaboração de dois estudantes de graduação que ainda não tinham cursado a disciplina Geometria Euclidiana na graduação. Ao realizarem as atividades eles foram observados para que os pesquisadores pudessem verificar seu tipo de pensamento e alterar as questões ou mesmo reformulá-las caso o enunciado não fosse claro ou tivesse duplo sentido na resolução. É interessante observar-se que o tipo de pensamento e dificuldades que esses dois estudantes de graduação apresentaram foi, essencialmente, análogo ao encontrado na posterior aplicação para os três estudantes de oitava série.

Na seqüência foram elaboradas as questões para o desenvolvimento de conteúdos da oitava série. Nos encontros de aplicação com os estudantes envolvidos eles

signos, en particular en los medios del lenguaje artificial y natural (el concepto teórico puede existir ya como procedimiento para separar lo singular de lo general, pero puede no tener aún su expresión terminológica).

faziam uma espécie de relato, nos quais se percebeu a ação de auto-avaliação e muitas vezes a motivação sendo desenvolvida por meio da aquisição do conhecimento. Além disso, esses relatos permitiram que se alterassem, quando necessário, as atividades elaboradas na fase inicial. As alterações foram realizadas em reuniões entre os pesquisadores que foram intercaladas aos encontros de aplicação do questionário cujo objetivo foi a verificação da adequabilidade do material utilizado e preparação do encontro posterior.

No aspecto mais geral, a questão da motivação foi tratada em dois tipos de momentos. O primeiro encontro não foi de diagnóstico de conteúdo: optou-se por nesse momento inicial fazer uma espécie de apresentação da pesquisa que seria realizada, esclarecendo a importância da colaboração desses estudantes para a mesma, quais eram seus objetivos e o que se pretendia com os dados da análise. Nesse primeiro encontro e em dois outros posteriores parte do tempo foi destinado para visitas à laboratórios de pesquisa da UNESP, rádio universitária, etc, em que eles vivenciaram ambientes vinculados à produção de conhecimento, dado que essas visitas eram previamente agendadas e programadas para que eles ouvissem exposições e/ou observassem a realização de experimentos científicos. De certa forma essas exposições despertavam, nesses estudantes, uma espécie de expectativa em relação ao encontro posterior e também favorecia a aplicação dos questionários, uma vez que além de ser uma fonte de informações aos estudantes, tinham a intenção deles vivenciarem o meio acadêmico e entenderem o próprio processo no qual estavam como algo integrado às atividades universitárias. Isso esteve vinculado à incorporação de fins como motivos, ou seja, ao utilizar o espaço acadêmico e compreendê-lo como tendo a finalidade de produção e aquisição do conhecimento passou-se por um processo de internalização dessa finalidade como fonte de motivação própria para os estudantes.

1.1 Desenvolvimento dos encontros com os estudantes

Os encontros com os estudantes foram realizados divididos em duas fases: fase de diagnóstico do já realizado pelos estudantes em termos de conceitos empíricos e a fase de assimilação de conceitos teóricos.

Para ambas as fases a elaboração das atividades teve por base o princípio teórico da unidade indissolúvel entre o desenvolvimento das funções psíquicas superiores e o desenvolvimento dos meios externos de pensamento. Segundo Vigotski:

O conceito de “desenvolvimento das funções psíquicas superiores” e o objeto do nosso estudo abarcam dois grupos de fenômenos que a primeira vista parecem completamente heterogêneos mas que de fato são dois ramos fundamentais, dois leitos de desenvolvimento das formas superiores de conduta que jamais se fundem entre si ainda que estejam indissolivelmente unidos. Trata-se em primeiro lugar, de processos de domínio dos meios externos do desenvolvimento cultural e do pensamento: a linguagem, a escrita, o cálculo, o desenho; e em segundo, dos processos de desenvolvimento das funções psíquicas superiores especiais, não limitadas nem determinadas com exatidão, que na psicologia tradicional denominam-se atenção voluntária, memória lógica, formação de conceitos etc. Tanto uns como outros, tomados em conjunto, formam o que qualificamos convencionalmente como processos de desenvolvimento das formas superiores de conduta da criança⁸. (VYGOTSKY, 1983, p.29. Tradução livre.).

Observe-se que, para Vigotski, as funções psíquicas superiores desenvolvem-se historicamente em relação com o desenvolvimento das atividades da humanidade como um todo. Cada nível novo de complexidade das atividades humana tem o seu padrão fixado em sistemas de signos que servem de mediação, no âmbito da inserção de um indivíduo em determinada atividade, para a internalização desse padrão pelo indivíduo. É nesse processo de internalização, que envolve participação ativa do indivíduo, que pode haver o desenvolvimento de neoformações de seu psiquismo.

As FPS [funções psíquicas superiores] desenvolvem-se quanto à sua estrutura, conteúdo e complexidade na relação que estabelecemos com as pessoas e com a cultura. Suas origens são, portanto, de natureza social e respondem, diferentemente do que ocorre em outros animais, a estímulos criados (signos), e não apenas a estímulos dados. Estas habilidades são atividades mentais internas, organizadas em sistemas funcionais, emergindo da atividade prática, desenvolvida na sociedade humana com base no trabalho, formando--se no curso da ontogênese de cada pessoa em cada nova geração [...] No campo psicológico, a invenção e o uso de signos como meios auxiliares na solução de problemas é análogo à invenção e uso de instrumentos no trabalho. E, ainda, assim como novos instrumentos de trabalho ocasionam novas estruturas sociais, novos instrumentos do pensamento suscitam o aparecimento de novas estruturas cognitivas. Deste modo, o ser humano, relacionando-se com o mundo e a coletividade onde vive, vai construindo o

⁸ El concepto de “desarrollo de las funciones psíquicas superiores” y el objeto de nuestro estudio abarcan dos grupos de fenómenos que a primera vista parecen completamente heterogéneos pero que de hecho son dos ramas fundamentales, dos cauces de desarrollo de las formas superiores de conducta que jamás se funden entre sí aun que están indisolublemente unidas. Se trata, en primer lugar, de procesos de dominio de los medios externos del desarrollo cultural y del pensamiento: el lenguaje, la escritura, el cálculo, el dibujo; y, en segundo, de los procesos de desarrollo de las funciones psíquicas superiores especiales, no limitadas ni determinadas con exactitud, que en la psicología tradicional se denominan atención voluntaria, memoria lógica, formación de conceptos, etc. Tanto unos como otros, tomados en conjunto, forman lo que calificamos convencionalmente como procesos de desarrollo de las formas superiores de conducta del niño.

seu conhecimento através de uma interação mediada por diversas relações intra e interpessoais. (VERONEZI; DAMASCENO, FERNANDES, 2005, p.540).

As questões do primeiro bloco de atividades (identificação do já realizado) foram desenvolvidas segundo a sistematização lógica do geral para o particular conforme a ordem que se segue:

- 1) Questões diretamente conceituais, a serem resolvidas sem a utilização de meios auxiliares como esquemas gráficos, material concreto, etc.
- 2) Questões conceituais, a serem resolvidas com meios auxiliares;
- 3) Questões de identificação de conceitos ou cálculos.

As questões dos itens 1 e 2 possuíam os mesmos enunciados e se determinado estudante não conseguia resolver uma questão sem utilizar meios auxiliares, na seqüência ele poderia utilizar meios que eram fornecidos pelos pesquisadores. Após o cumprimento destas etapas é que uma nova questão era apresentada ao estudante.

Os conceitos abordados nessa fase de diagnóstico do pensamento empírico já constituído foram:

- Ponto
- Reta
- Segmento
- Semi – reta
- Conceito de ângulo
- Medida de ângulo
- Ângulos congruentes
- Idéia de Congruência
- Posição relativa de segmento e semi - reta
- Distinção entre ângulo e região angular
- Ângulos adjacentes, complementares, suplementares, opostos pelo vértice

O questionário na íntegra pode ser verificado no Anexo 1.

Além do questionário entregue aos estudantes, através de fichas contendo uma única questão, foram elaborados meios auxiliares do tipo materiais concretos e gráficos, tais como: material utilizando varetas nas questões que envolviam conceito de retas paralelas, distinção entre medida angular e ângulo e também auxílio de régua, compasso, enfim as atividades foram desenvolvidas de forma que os estudantes tivessem contato com os diferentes tipos de modelagem (simbólica, objetual e gráfica).

Após identificar que o que estava na zona de possibilidades dos estudantes para o pensamento teórico era o conceito de número real foram elaboradas novas questões para a formação de bases para o pensamento teórico.

Os conteúdos abordados nessa segunda fase foram:

Princípios gerais:

- Grandeza
- Relação de semelhança e congruência
- Orientação do espaço

Relacionamentos conceituais dos princípios gerais:

- Grandeza matemática; ordenamento, relações de desigualdade; operações em sua forma algébrica generalizada; comprimento, área, volume e medida de ângulos; polígonos; polígonos regulares, teoremas linear e angular de Tales, teorema de Pitágoras.

O questionário na íntegra pode ser verificado no Anexo 2.

A maneira de execução nesta fase foi a mesma adotada na fase anterior. É importante ressaltar que nesse momento do experimento os estudantes necessitaram de uma quantidade maior de auxílios e houve mais momentos de atividade coletiva (resolução de determinada questão pelo grupo dos três estudantes).

1.1.1 Procedimentos de observação

Para acompanhamento de cada questão e para cada estudante foi formulada uma ficha que continha as categorias a serem observadas e identificadas. No momento em que os estudantes estavam resolvendo as questões cada pesquisador era responsável por um determinado estudante, mesmo nos momentos em que eles estavam trabalhando em grupo. Cada pesquisador ficou responsável pelo mesmo estudante em todos os encontros, observando e fazendo o preenchimento de sua respectiva ficha de acompanhamento, anotando eventuais acontecimentos que poderiam ser importantes para a análise, bem como eventualmente fornecendo-lhe os auxílios necessários. Na fase de assimilação dos conteúdos teóricos ocorreram, eventualmente, exposições conceituais de Geometria ou Números feitas pelo orientador desta pesquisa.

Note-se que ao confeccionar esta ficha de acompanhamento (ANEXO 3), a intenção foi verificar a transição do pensamento empírico ao teórico e verificar quais as atividades seriam adequadas para tal finalidade. Pretendia-se visualizar como os estudantes respondiam aos diferentes auxílios e como reagiam ao serem colocados diante de modelos objetivos, gráficos e simbólicos de um mesmo conteúdo. Considerando todo o processo essas fichas foram importantes, seja para a formulação das atividades da segunda fase a partir da análise da fase anterior, pois elas permitiram verificar que o conteúdo que estava na zona de possibilidade de desenvolvimento teórico dos estudantes era o conceito de número real, seja para a reformulação de futuros encontros a partir da análise do ocorrido nos encontros anteriores.

Para Vigotski:

Quando se demonstrou que a capacidade de crianças com iguais níveis de desenvolvimento mental, para aprender sob a orientação de um professor, variava enormemente, tornou-se evidente que aquelas crianças não tinham a mesma idade mental e que o curso subsequente de seu aprendizado seria, obviamente, diferente. Essa diferença entre doze e oito ou entre nove e oito, é o que nós chamamos a *zona de desenvolvimento proximal*. Ela é a distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes. (VIGOTSKI, 2003, p.112. Grifos do autor)

Pode-se entender essa formulação de Vigotski como a definição mais geral, abstrata no sentido dialético do termo, de zona de desenvolvimento proximal (ZDP). Porém o conceito de ZDP deve envolver particularizações que estejam unidas a essa relação homogênea (não desenvolvida), significando seu desenvolvimento enquanto um processo real. O trabalho de desenvolvimento do conceito de ZDP não foi realizado por Vigotski e seus colaboradores diretos, o que implica na necessidade de trabalhos teórico-experimentais que envolvam essa questão.

A elaboração da ficha do experimento piloto que está sendo relatado remete para a observação de componentes que formam uma unidade indissolúvel para o estudo do desenvolvimento do pensamento: o conteúdo específico que está sendo assimilado, sua sistematização lógica, a utilização de meios externos de pensamento e a realização da assimilação com auxílio do professor a partir do que já foi anteriormente realizado e que o

estudante pode fazer sozinho. Ou seja, remete para componentes aqui pressupostos como essenciais quanto ao desenvolvimento concreto da ZDP.

A ficha remete também para o princípio metodológico o qual postula que para estudar o desenvolvimento cognitivo é imprescindível provocar este desenvolvimento através de uma atividade específica. Ao perseguir o objetivo de formular uma nova psicologia Vigotski viu-se envolvido com a tarefa, concomitante, de desenvolver um método para a mesma: “Nosso método pode ser chamado de método “desenvolvimento-experimental”, no sentido de que provoca ou cria artificialmente um processo de desenvolvimento psicológico.”(IBIDEM, p.81). Ele enfatiza que o processo essencial das funções psíquicas superiores é o desenvolvimento e, portanto, o experimento em psicologia deve introduzir condições artificiais para provocar o desenvolvimento.

Portanto, no processo desenvolvimento – aprendizagem deve-se localizar com precisão os conteúdos que caracterizem uma aprendizagem **com auxílio** e daí acompanhar – se o desenvolvimento até uma **internalização que signifique o saber fazer sozinho** (a constituição da zona do desenvolvimento real, do já realizado). Esse foi o guia central para elaboração, tanto das atividades, quanto da ficha de acompanhamento que pudesse permitir uma posterior análise do processo de desenvolvimento.

Porém, hoje é possível afirmar-se que a análise dessas fichas feitas na época do experimento piloto conteve uma “contaminação” pela lógica formal: ela pressupunha que seria possível detectar qual o tipo de pensamento que o estudante estava utilizando em determinado momento observando sua atividade e, ao fazer isso, “classificá-lo”, “encaixá-lo” em um ou outro tipo de pensamento, isto é, houve a pressuposição que o pensamento poderia ser deduzido diretamente da atividade. O processo não fica explícito só por observar os componentes constantes dessa ficha de controle, eles por si só não suportam a totalidade do movimento do pensamento, nem evidenciam a unidade entre PENSAMENTO, CONHECIMENTO e ATIVIDADE que será explicitada no capítulo a seguir.

Todavia é importante ressaltar que o experimento como um todo ou o foco do que deveria ser observado esteve correto: o núcleo da questão do desenvolvimento psíquico é o desenvolvimento dos tipos de atividade realizada pelo sujeito. Se por um lado é correto afirmar-se que o desenvolvimento do psiquismo não pode ser deduzido da lógica da atividade, por outro lado, “as investigações mostram que fora da atividade é difícil avaliar e, mais do

que isso, transformar o carácter do desenvolvimento psíquico da criança⁹” (DAVÍDOV; MÁRKOVA, 1987(b), p.320-321. Tradução Livre.).

1.1.2 Procedimentos Didáticos

O procedimento inicial deste trabalho foi verificar a formação de conceitos para conteúdos de geometria que esses estudantes haviam realizado na sétima série.

Consistiu na aplicação de um questionário (ANEXO 1), com o qual se pretendeu analisar o que já estava constituído pelos estudantes em termos de conceitos (referentes aos conteúdos propostos) e identificar o tipo de generalização (empírico ou teórico) que foi constituído pelos mesmos. Teve-se também por meio deste questionário a possibilidade de levantar algumas indicações dos conteúdos que estariam na zona de desenvolvimento possível desses estudantes, ou seja, levantar hipóteses sobre quais conteúdos eles não eram capazes de conceituar sozinhos, mas com auxílio de alguém mais experiente poderia ser assimilado.

A partir da análise do questionário aplicado na primeira fase, a segunda foi constituída por um material no qual constavam atividades do EF para o conceito de número e também de atividades para o conceito de geometria que foram especificamente elaboradas para o experimento piloto. Tais atividades com conceitos de geometria mantiveram a preocupação de tratar esses conteúdos a partir do seu princípio diretivo, seguindo o movimento do geral para o particular e foram estruturadas por *tarefas de estudo, ações de estudo e ações de controle e avaliação da tarefa de estudo* (ANEXO 2). Para esta elaboração foi levado em consideração o desenvolvimento anterior já realizado, aqui entendido como processo de escolarização que os estudantes tiveram acesso nas séries anteriores (foi verificado na primeira fase o que foi efetivamente realizado e o que necessitava de revisão didática). Isso foi importante para obter indicações do que estava na zona potencial dos estudantes.

Para elaboração das atividades desta fase, levou-se em consideração que o ponto de partida da aprendizagem de um determinado conteúdo é o contato do estudante com a relação geral, o princípio diretivo e as idéias chave dessa área de estudo, recorrendo sempre que necessário a uma exposição inicial do orientador para o grupo todo. Nestas atividades os estudantes foram orientados a elaborar modelos com naturezas objetual, gráfica e simbólica, para essa relação geral e então utilizá-los para a resolução de problemas que concretizavam

⁹ [...] las investigaciones muestran que fuera de la actividad es difícil evaluar y, más aún, transformar el carácter del desarrollo psíquico del niño.

particularizações diversas desses modelos. Inversamente, os estudantes também foram colocados frente à tarefa de obter outras particularizações que respondiam aos mesmos modelos.

Durante todo o desenvolvimento do experimento piloto foram sendo realizadas avaliações no sentido de se obter instrumentos para analisar o processo. Foram realizadas, também, atividades em que os estudantes eram convidados a fazer uma espécie de relato nos quais descreveram as notórias mudanças nas suas respectivas formas de pensar. Esse procedimento mostrou-se adequado para a reflexão dos próprios estudantes, bem como criou motivos para a continuidade do experimento. A avaliação conceitual também foi aplicada por meio de atividades matemáticas nas quais verificou-se o grau de adequação das atividades propostas para a mudança da estrutura do tipo de pensamento desses estudantes. Portanto, não foi prioritário avaliar a relação entre determinados conhecimentos matemáticos e sua forma adequada de representar a realidade, mas sim de avaliar as mudanças nos estudantes em termos de assimilação (apropriação) de meios generalizados (teóricos), historicamente elaborados, de representar e agir sobre a realidade.

1.1.3 Conclusão

Durante o desenvolvimento das atividades do segundo momento do experimento foi possível começar a perceber que o nível de abstração apresentado pelos estudantes mostrou-se adequado para a atividade proposta: apresentaram capacidade de relacionar por conta própria os conceitos trabalhados em encontros anteriores, foi possível verificar também que aos poucos foram criando autonomia, ou seja, foram adquirindo a capacidade de controlar o próprio pensamento para as operações necessárias à formação conceitual no tocante aos conteúdos específicos que foram abordados no experimento. O mesmo estudante que na fase de diagnóstico do já realizado definiu ângulo como sendo a abertura de uma porta, posteriormente, ao ser colocado diante da seguinte questão: “Dada a equação $a+b=10$ e um dos termos com o valor $\sqrt{2}$ determinar o outro termo”, após obter o resultado para o outro termo e ao ser questionado quanto a esse valor ser determinado ou aproximado, elaborou a seguinte resposta:

“A partir do momento que se determina o primeiro e o segundo termo o terceiro está determinado. Baseando-se na fórmula de Pitágoras por exemplo, a partir do momento que eu

determino dois catetos de 1 cm, obrigatoriamente o terceiro termo (hipotenusa) será $\sqrt{2}$. Então podemos dizer que $\sqrt{2}$ é um valor determinado e não um valor aproximado.(sic)”

É notável aqui o entendimento ser expresso numa linguagem que remete apenas aos nexos lógicos, sem referências a percepções do mundo físico. Embora a tarefa tenha se realizado com a utilização ora da linguagem algébrica, ora de modelagem gráfica e no final utilizando modelagem objetual, o fio condutor do raciocínio foi, claramente, o da linguagem simbólica. O conteúdo que foi expresso nessa resposta indica um grau já razoavelmente elaborado de compreensão de um número irracional como um caso particular de número. Apesar de $\sqrt{2}$ não poder ser reduzido a uma razão de dois números inteiros, ele é identificado como um número determinado, ou seja, como um número real. Pode-se aí inferir que o conceito de número real já está, em certa medida, formado nesse estudante, embora ainda não suficientemente pleno de suas particularidades.

Essa mudança de estrutura de pensamento não é casual. Entre o momento de definição de ângulo apoiada na percepção do mundo físico e o arrazoado lógico para expressar conceitualmente uma relação numérica envolvendo um número irracional, o processo de assimilação foi orientado por uma eficaz particularização do modelo da atividade de estudo. O conteúdo específico desenvolvido nos encontros entre um momento e o outro foi orientado pelos princípios gerais, as “células” que permitiam assimilá-lo enquanto conhecimento teórico:

- a) A “célula” de número dada pelo conceito de grandeza, na relação indissolúvel entre grandeza e número modelada simbolicamente por $G/u = n$. Nessa relação número e grandeza não têm existência independente, não subsistem por si mesmos e se co-determinam. É o oposto do tratamento usual que busca definir formalmente grandeza sem, pretensamente, fazer referência ao conceito de número e depois definir número como abstração geral das grandezas.
- b) O princípio geral de determinação unívoca dos termos de uma operação matemática do qual derivam procedimentos generalizados para a resolução de tarefas envolvendo determinação numérica.

Note-se que, para alcançar este resultado, houve mudança na forma de assimilação do conceito pelos estudantes, ou seja, o método utilizado foi estruturado pela atividade de estudo. Isto não implica que todas as ações da atividade de estudo foram suficientemente concretizadas. Em especial as ações de auto-controle das operações de pensamento envolvidos e de auto-avaliação da realização da tarefa não foram plenamente concretizadas.

Mas, o fato de partir-se da exposição da “célula” para o conceito de números reais, ou seja idéia de grandeza, juntamente com a relação de univocidade, permitiu que os estudantes estabelecessem relações importantes para o entendimento do conteúdo de número reais, de forma a estabelecer seus nexos lógicos essenciais.

Nesse sentido, houve um cuidado de deduzir-se do modelo $G/u = n$ a articulação entre a unidade indissolúvel escala de grandeza – quantum particular de grandeza e a unidade série de números – número particular, conforme os exercícios 7 e 8 do Anexo 2. Note-se que não se estabelece no pensamento primeiro certos números particulares, tais como 1; 2; $\sqrt{2}$; 0,7; 2531, etc e só depois “percebe-se” que “automaticamente” encaixam-se numa ordem determinada. Qualquer número particular só é concebido na sua relação com todos os demais números da série (dos naturais ou dos racionais, etc.) e simultaneamente, qualquer série só é concebida como um conjunto de determinados números particulares e, ainda simultaneamente, é concebida uma relação de ordenação.

No processo de pensamento, uma determinada série de números, números particulares e a relação de ordem pressupõe-se entre si, não se constituindo enquanto “entidades” independentes que subsistem por si mesmas e cujos traços próprios seriam também independentes, conforme advoga a concepção metafísica. Eliminar do pensamento qualquer um desses termos acarreta em eliminar todos, não se colocando assim, o recorrente paradoxo metafísico da origem (por exemplo, o que vira antes, a idéia da série dos inteiros ou a idéia da unidade para “formar” os inteiros?).

Note-se que esta análise sobre o processo de conhecimento na questão do número é uma particularização de um princípio básico colocado por Caio Prado a respeito do processo dialético de produção do conhecimento: um determinado todo, suas partes determinadas e relações determinadas parte-todo e partes-partes, constituem-se como um processo único e indivisível no pensamento. (PRADO Jr, 1969).

Foi só após passar por essas questões é que foi introduzida a questão envolvendo $\sqrt{2}$ citada acima.

A questão dos números irracionais foi retomada no último encontro através de uma exposição do orientador para a demonstração da irracionalidade de $\sqrt{2}$ por “redução ao absurdo”, utilizando argumentos geométricos envolvidos com a determinação da diagonal de um quadrado. (Anexo 4, Parte A).

A afirmação inicial exposta: “dados dois segmentos quaisquer existe um pequeno segmento que divide ambos um número inteiro de vezes” foi aceita como inquestionável pelos

estudantes. Note-se que essa aceitação baseia-se na percepção visual de dois segmentos e procedimentos, guiados pela percepção visual, de ir-se colocando segmentos menores até “ajustar-se” um pequeno segmento perceptualmente visível que “dividiria” ambos dos segmentos dados. A partir daí a exposição dialogada foi mostrando que os estudantes estavam compreendendo cada passo do raciocínio até chegar à contradição de um segmento maior dividir um segmento menor um número inteiro de vezes.

Abriu-se então uma reflexão sobre o porquê do surgimento dessa contradição. Com a ajuda do expositor, foram sendo descartadas, consecutivamente, as seguintes hipóteses:

- a) O segmento tomado inicialmente não era suficientemente pequeno;
- b) Houve algum erro de raciocínio ao longo do exercício;
- c) A relação de Pitágoras ou a congruência de triângulos não são verdadeiras em todos os casos;
- d) A Matemática não é uma ciência exata, podendo admitir, em parte de seu conteúdo, afirmações contraditórias.

Após essas reflexões, a hipótese que restava era a de negar a afirmação com respeito da divisibilidade simultânea de dois segmentos quaisquer, ou seja, aplicar-se, no caso, a demonstração pelo método de “redução ao absurdo”.

Embora com a ajuda do expositor, os três estudantes rapidamente assimilaram o fato de que podem existir dois segmentos incomensuráveis, no caso a diagonal e o lado de um quadrado. Questionados sobre o fato, seus argumentos exprimiram, de forma convicta e sem estranhamentos, que a diagonal tinha uma medida determinada, e que apesar de sua razão para medida de um lado não poder ser expressa utilizando divisão de números inteiros, não era um valor aproximado e sim um valor exato, mas que precisava de uma forma especial de notação (o radical expresso por $\sqrt{2}$). É notável o fato de substituir um entendimento baseado na percepção por um entendimento oposto baseado em raciocínios lógico-abstratos. Isso contraria o pressuposto usual segundo o qual a formação de conceitos deva ir da percepção ao conceito. Um dos estudantes no meio desse diálogo retomou a demonstração que estava na lousa e numa forma indagativa, mas que expressava uma afirmação, disse que a seqüência de quadrados com lados cada vez menores chegaria num quadrado de lado zero, dando daí a medida exata para a diagonal do quadrado. Em outros termos, esse estudante estava expressando um certo nível de compreensão lógica para o limite de uma seqüência, isto é, o fundamento lógico do conceito de número real no campo da matemática superior.

O encontro foi finalizado com a demonstração da irracionalidade de $\sqrt{2}$ utilizando-se argumentos exclusivamente algébricos (Anexo 4, Parte B). Houve compreensão por parte dos estudantes e uma passagem por conta própria quanto à afirmação final contraditória levar para a negação da relação inicial que expressava $\sqrt{2}$ como razão de dois números inteiros, indicando que a reflexão anterior sobre o surgimento de afirmação contraditória e sua análise vinculada ao método de “redução ao absurdo” teve um certo nível de internalização pelos estudantes.

Outra situação importante ocorrida nesses encontros foi que a dificuldade de realização, pelos estudantes, dos trânsitos lógicos geral-particular e particular-geral foi em ordem crescente da expressão simbólica para a modelagem gráfica e desta para a modelagem objetual (!), o que novamente contraria as concepções dominantes atualmente sobre o processo de desenvolvimento cognitivo que afirma que a formação de um conceito deve passar, necessária e invariavelmente, pela seqüência: percepção → representação → conceito. Para os pesquisadores isso pode ser explicado porque o que estava sendo desenvolvido na aprendizagem dos estudantes é o concreto pensado e, neste caso, “o concreto é concreto porque é a síntese de muitas determinações, isto é, unidade do diverso.” (MARX, 1999, p. 39). As expressões algébricas, historicamente elaboradas, expressam uma síntese de uma multiplicidade de determinações e relações diversas, constituindo-se, portanto, num poderoso orientador para, na aprendizagem, coordenar o processo de ascensão do abstrato ao concreto. Além disso, esse ocorrido pode ser tomado como um dos indícios da validade da hipótese do experimento formativo soviético que, para a aprendizagem, o mais adequado em termos de transposição didática da prática científica é o método de exposição e não o método de investigação das ciências de referência.

A análise desse experimento piloto mostrou que, mesmo com as falhas que ocorreram no seu desenvolvimento, as atividades elaboradas de acordo com o trânsito lógico das atividades do geral ao particular, significam uma ferramenta produtiva no que diz respeito à formação de conceitos teóricos e na constituição de sujeitos capazes de assimilarem meios que possam levar ao controle do próprio pensamento. Além disso, foi possível verificar que os alunos sentiam-se bastante motivados a aprender mais, estudar mais, toda vez que eram capazes de desenvolver um raciocínio denso de forma correta. Os motivos eram criados a partir do próprio desenvolvimento cognitivo e da capacidade de articular e estabelecer relações.

Segundo Badillo (2004) há consenso entre os especialistas quanto a Didática ser atualmente uma disciplina teoricamente fundamentada, que possui estatuto científico, ou seja, “já se conta com uma ciência de ensinar ciências” (BADILLO, 2004, p.1). Todavia, especialistas também têm apontado que na Didática a unidade entre sistemas de conceitos e métodos não está ainda consolidada (IBIDEM, p.1).

Ora, no EF soviético a unidade entre sistema de conceitos e método é ponto nodal constitutivo do experimento. Guiados pela lógica dialética os coordenadores do EF colocaram-se, desde o início, unidade entre Lógica e Psicologia como o fio condutor da elaboração do reordenamento dos conteúdos e correspondente método didático a ser utilizado em situação escolar experimental. Dele emergiu um modelo didático, da atividade de estudo, já num estágio relativamente consolidado de unidade entre teoria e método.

Pode-se afirmar que a utilização de um modelo didático sólido foi o principal responsável por se ter obtido um grau razoável de eficácia na formação de conceitos teóricos no experimento piloto, ainda mais quando se leva em consideração que o número de horas de trabalho com os estudantes não foi elevado. Muito embora as condições de trabalho didático com apenas três estudantes acompanhados cada um por um professor ter também influência na eficácia que foi obtida na aprendizagem, é lícita essa afirmação anterior quando se compara o resultado obtido no experimento piloto em relação ao conceito de número real por estudantes de oitava série, envolvendo processos de raciocínio como os configurados no Anexo 4 que, usualmente, são considerados inadequados e fora do alcance de compreensão para estudantes nessa fase da escolaridade.

A análise dos resultados do experimento piloto, os assentamentos teóricos colocados no EF e as observações de Badillo acima citadas, apontaram para a necessidade de um estudo sistemático e detalhado da estrutura da *teoria do conhecimento*, bem como da *atividade de estudo*. A necessidade desse estudo teórico antes de um experimento de maior abrangência, a ser futuramente desenvolvido, aponta para a coerência do ciclo do conhecimento (ATIVIDADE – PENSAMENTO – CONHECIMENTO) que será desenvolvido no próximo capítulo. Ou seja, foi por meio de um estudo, de um conhecimento teórico, que se compreendeu a necessidade de uma atividade (o experimento piloto) e a análise de sua realização condicionada a uma certa estrutura de pensamento já constituída nos pesquisadores envolvidos. A análise da atividade dirigiu o pensamento desses pesquisadores, os quais, ao organizarem e constituírem novos conhecimentos, verificaram equívocos cometidos no experimento piloto e a necessidade de um estudo mais detalhado dos componentes da estrutura da atividade de estudo, bem como o entendimento das relações mais gerais dos

conteúdos de geometria. Só após um período de elaboração e re-elaboração teórica é que se pretende passar para uma nova fase de experimentação.

Para o presente trabalho ficou assentada a necessidade de uma elaboração teórica voltada para um aprofundamento do entendimento da unidade indissolúvel entre a teoria do conhecimento marxista/lógica dialética e a psicologia sócio-histórica. É a partir desse aprofundamento teórico que se poderá posteriormente obter uma modelagem para o ensino de Geometria Euclidiana Plana.

Capítulo 2 – Estudo da teoria do conhecimento

A produção do conhecimento, segundo a base deste trabalho, implica na unidade indissolúvel entre teoria (sistema de conceitos) e método, sendo assim, não faria sentido apresentar-se uma modelagem inicial para o ensino de Geometria Euclidiana Plana antes da demonstração das particularidades da teoria que norteia esse trabalho e a explicitação do método específico que será abordado no capítulo a seguir.

Este trabalho tem base na lógica dialética e na teoria do conhecimento marxista.

O termo dialética é originário do termo “dialogemai” considerado um dos termos mais difíceis e técnicos. Na íntegra seria traduzido como “a arte da disputa e da polêmica¹⁰”. Segundo Muhammad Kamal (1987),

Essa descrição geral da dialética contém uma variedade de significados usados por diferentes filósofos e diferentes escolas de pensamento desde o tempo de Zeno de Elea até atualmente. Alguns dos mais importantes significados são os que seguem:

- I) Método da refutação por examinar as conseqüências lógicas;
- II) Raciocínio Sofístico;
- III) O método da divisão ou análise lógica repetida de gêneros dentro da espécie;
- V) O raciocínio lógico ou debate usando premissas que são simplesmente prováveis ou aceitas;
- VI) Lógica formal;
- VII) O criticismo da lógica da ilusão mostrando a contradição em que a razão falha em tentar ir além da experiência para lidar com objetos transcendentais;
- VIII) O desenvolvimento lógico do pensamento ou realidade através de tese e antítese para uma síntese dessas possibilidades¹¹. (KAMAL, 1987, p. 12, Tradução livre.)

Para exemplificar o uso do termo dialética com significados distintos, Kamal afirma que:

¹⁰ The art of disputation or Polemic.

¹¹ This general description of dialect contains a variety of meanings used by different philosophers and different schools of thought from the time of Zeno of Elea till today, some of the most important/are following:

- i. the method of refutation by examining logical consequences,
- ii. Sophistical reasoning, iii. The method of division or repeated logical analysis of genera into species, v. logical reasoning or debate using premises that are merely probable or generally accepted, vi. Formal logic, vii. The criticism of the logic of illusion, showing the contradictions into which reason falls in trying to go beyond experience to deal with transcendental objects, and viii. The logic development of thought thesis and antithesis to a synthesis of these opposites.

- a) Aristóteles reconheceu Zeno de Elea como o inventor da dialética. Sua argumentação pode ser comparada com antinomias (contradições entre leis) da metafísica introduzida por Kant;
- b) Sócrates considerava que a dialética era o método da disputa e confronto com o homólogo e a utilizava contra a subjetividade dos sofistas, apontando as contradições por meio do método indutivo;
- c) Platão foi o primeiro a desenvolver a dialética definindo-a como sendo a “arte de agarrar o mundo”. Não fazia distinção entre a dialética e a teoria das idéias (lógica ontológica) e tinha uma concepção do conhecimento científico pautada na “estabilidade e caráter estático dos objetos de razão da área ideal, longe dos fatos contingentes do mundo fenomenal¹²” (KAMAL, 1987, p.15);
- d) Mas foi só com Hegel que a dialética obteve elaboração sistemática e se desenvolveu como um sistema de explicação. As principais distinções entre a lógica Aristotélica e a lógica de Hegel derivam de que a lógica Aristotélica era fundamentada na suposição “ex nihilo nihil fit” (nada vem do nada) e na lei abstrata de identidade, $A = A$, “O idealismo de Hegel mostrou nenhum interesse de renunciar completamente ao significado das leis Aristotélicas de identidade e a uma inteira refutação da suposição metafísica ‘ex nihilo nihil fit’” (KAMAL, p. 18, 1987, tradução livre). Para Hegel gênero inclui diferença e a suposição, neste passo lógico, “nada surge do nada” é falsa. A crítica de Hegel em relação à identidade abstrata ainda contém os seguintes pontos:

[...]II) A verdade não é abstrata, mas concreta, abarcando a totalidade, ou o contexto inteiro do objeto incluindo as diferenças. Realidade é conceber como universal o particular. Por esta razão nós devemos chamar a lei de Aristóteles de identidade abstrata, e a de Hegel como identidade concreta ou identidade em diferença.

III) A identidade abstrata é possível somente quando a realidade é imutável [...] a mesa é a mesa, um homem é um homem. [...] A lei hegeliana de identidade, representa um novo sistema ontológico que abarca o universo em movimento.

IV) A identidade concreta é revelada pela razão e não pelo entendimento. [...] Razão e entendimento têm o mesmo conteúdo, ambas estudam a natureza da realidade, mas o entendimento separa o objeto da cognição do sujeito, e o que aparece do que está escondido. É tarefa da razão identificar a essência das coisas e estabelecer uma relação necessária entre sua essência, sua aparência e entre uma coisa e outra.¹³ (IBIDEM, p. 19. Tradução livre.).

¹² Stability and static character of the objects of reason in the ideal realm far from the contingent facts of the phenomenal world.

¹³ ii. Truth is not abstract but concrete, embraces totality, or the entire context of the object including the differences. Reality is conceived as the universal with particular for this reason we shall call Aristotle’s law of identity abstract, and Hegel’s concrete or identity in difference.

A partir da visão idealista de Hegel, surge a interpretação de Marx defendendo que as mudanças históricas devem ser interpretadas mediante as leis do materialismo dialético.

Na lógica dialética a sua concepção aponta para tratar-se de um método de pensamento em unidade com a teoria do conhecimento e não apenas um método geral de pensamento que se aplicaria a conhecimentos particulares. Vale destacar que referir-se a método baseado no modelo dialético, supõe como adequada a definição:

O método são regras de ação padronizadas e únicas; não havendo padrão nem univalência, então não há regra, logo, não há método, não há lógica. É claro que as regras mudam; nenhuma delas é única e absoluta, mas uma vez que é regra de ação do sujeito, então deve ser determinado e padronizado. (KOPNIN, 1978, p. 94).

Essas regras surgem inseridas em um determinado campo teórico. Não faz sentido conceber método isolado, ele só faz sentido em sua unidade com um sistema de conceitos. É dentro de um campo teórico, dentro de suas configurações que ele terá sentido: se por um lado o método é meio imediato de desenvolvimento do sistema, por outro esse último é meio imediato do desenvolvimento do método.

A existência do método está subordinada à existência do sistema de conceitos, bem como a existência do sistema de conceitos está na existência do método. Existe uma unidade entre ambos de caráter dialético, são co-determinados e interdependentes. “O sistema é mais conservador, procura manter-se e aperfeiçoar-se. O método é por natureza mais móvel, volta-se para o incremento do conhecimento e a criação de um novo sistema.” (KOPNIN, 1978, p.95).

A princípio, cumpre esclarecer que o conteúdo deste capítulo é abordado segundo o método de exposição de conteúdos já sistematizados da teoria do conhecimento, não havendo, em sentido próprio, uma investigação original. Nessa tarefa buscar-se-á, esclarecer a gênese e desenvolvimento da dialética, considerando que o processo histórico e as mudanças sociais interferem nos processos de legitimação e na produção do campo científico.

iii. Abstract identity is possible only where reality, is immutable [...] a table is a table, a man is a man. Whereas reality for Hegel is in the state of continuous evolution. The Hegelian law of identity, represents a new ontological system which grasps the universe in motion.

iv. Concrete identity is revealed to reason not to understanding.[...] Reason and understanding have the same subject matter, both study the nature of reality, but understanding separates the object of cognition from the subject, and what appears from what is hidden. It is the task of reason to detect the essence of things, and establish a necessary relation between their essence and their appearance, and between one thing and another.

Para “comunicar” as novas exigências, para compreender as novas exigências da sociedade, as quais mudam de acordo com as novas necessidades, é preciso algo que sintetize e expresse essas alterações e sendo as categorias a ferramenta do pensamento dialético, elas também não são pré-estabelecidas, alteram-se no decorrer dos tempos, com um grau de complexidade que acompanha o desenvolvimento da humanidade, são reflexos de épocas, fatores históricos e de desenvolvimento social.

As leis da dialética materialista explicam o conhecimento como sendo um processo em desenvolvimento que incorpora necessariamente saltos, interrupções do processo de graduação, a aquisição de resultados basicamente novos à base da solução de contradições que surgem entre o sujeito e o objeto. A dialética não simplifica o processo do pensamento científico, não o reduz à dedução lógico-formal nem tampouco dá margem às especulações irracionais. (KOPNIN, 1978, p.100).

Tem-se então a Ciência como produção histórica- social e pela humanidade, ou seja, se por um lado ela é um fator determinante na sociedade, por outro ela é resultado das diferentes relações sociais estabelecidas em diferentes momentos históricos que lhe impõem constantes direcionamentos.

Para o entendimento das relações e unidades que regem o desenvolvimento da humanidade é necessário uma lógica que ultrapasse os limites da lógica formal. É necessário algo que sintetize o que há de mais desenvolvido e possibilite o entendimento dos fatos em sua totalidade. Nesse sentido aponta-se a importância da dialética, uma vez que:

[...] (a Dialética) não considera primeiramente os “indivíduos” (“seres”, “coisas”, “entidades”) para depois disso considerar suas relações recíprocas, fazendo essas relações derivar da *individualidade* ou essência daqueles indivíduos, como pratica a metafísica; isto é, para exemplificarmos, a Dialética não considera primeiro o “ser humano”, para depois considerar, e derivadas desse indivíduo humano, suas relações sociais ou outras; não considera, no domínio da Física, primeiro os elementos constituintes da matéria (moléculas, átomos, partículas subatômicas), para somente depois considerar seu comportamento e relações recíprocas que se supõem derivadas da natureza ou qualidades daquele elemento. (PRADO JR, 1969, p.12. grifos do autor).

Enquanto na metafísica o objeto do conhecimento são as individualidades, na dialética são as relações.

[...] o *homem* será caracterizado, “individualizado”, em função de suas *relações* biológicas, sociais, etc.; tanto quanto os elementos constituintes da

matéria serão caracterizados e individualizados em função do “conjunto” (a *matéria*, no caso, ou antes os *fatos físicos*) a que pertencem e fora do qual não tem “realidade”, não têm sentido. (IBIDEM, p.13. Grifos do autor).

O processo metafísico e sua lógica (lógica formal) trata conceitos de forma classificatória, isolando elementos comuns, traços que se repetem num conjunto de objetos ou fatos, independente deles constituírem-se num sistema de objetos configurados por nexos internos necessários. Na dialética aparecerá o pensamento baseado em categorias de análise: pensar categoricamente implica em estabelecer unidades dialéticas, tais quais: abstrato – concreto, objetivo – subjetivo, sensorial – racional.

Se na lógica formal, definir é negar, onde um dos pólos da oposição é excluído, na lógica dialética tem-se o princípio da identidade dos contrários, que significa reconhecer os opostos como interiores um ao outro.

As categorias da dialética não são estáticas, mas se alteram de acordo com as novas necessidades.

No seu conjunto, as categorias do materialismo dialético refletem as leis mais gerais do desenvolvimento do mundo objetivo.[...] Sob a forma de categorias refletem-se as leis mais gerais e importantes do movimento dos fenômenos do mundo. O surgimento de categorias é uma prova de maturidade, de riqueza de conteúdo do pensamento humano, dos seus imensos êxitos na interpretação do mundo exterior (KOPNIN, 1978, p.106-107, grifos do autor)

Caio Prado (1969) defende que para entender a dialética é preciso já ter a compreensão de seus elementos básicos e da relação dos mesmos, considerando uma dinâmica tal que venha revelar sua própria fundamentação. Se isso não ocorre, pode-se produzir uma análise dessas relações tomando a dialética por uma interpretação lógico-formal e, com isso, corre-se o risco de não atentar na elaboração reflexiva aos elementos discriminatórios de duas análises que não se equivalem: análise lógico-formal (pautada em leis deterministas, normas, silogismos) e análise dialética (estabelecimento de categorias, relações de relações e leis de tendência do desenvolvimento, abordando a formação do objeto integral refletido no pensamento).

Em muitas investigações em educação e no campo da psicologia em particular, é comum tomar a dialética por uma interpretação lógico-formal. Martins, 2006, analisa diversas publicações e aponta que a maioria dos casos menciona trabalhar em uma perspectiva dialética, mas no decorrer do texto acaba por não fazer a abordagem devida.

Considera que não há verdadeiro entendimento, por parte dos respectivos pesquisadores, dos elementos discriminatórios entre a lógica formal e a lógica dialética ou, se ela existe, é tão superficial que, ao ser exposto, evidencia a confusão conceitual

Com razoável frequência, especialmente nas áreas de psicologia e educação, encontramos trabalhos de pesquisa que indicam fundamentar-se no materialismo histórico e dialético, mas preterem o desenvolvimento do pensamento lógico dialético no transcurso da investigação realizada. [...] o materialismo histórico como possibilidade teórica, isto é, como instrumento lógico de interpretação da realidade, contém em sua essencialidade a lógica dialética e, neste sentido, aponta um caminho epistemológico para a referida interpretação. A negação deste caminho portanto, representa a descaracterização de uma efetiva compreensão acerca da epistemologia marxiana. (MARTINS, 2006, p.2).

No exposto anteriormente apareceram os termos desenvolvimento ou formação e unidade (ou contradição) dialética. Eles denotam duas categorias fundamentais da dialética e em conjunto com a categoria de totalidade formam o seu sistema básico de categorias. Essas categorias são instrumentos da dialética, cuja essência consiste na não distinção de elementos de forma puramente classificatória, mas sim no estabelecimento de relações.

A categoria totalidade expressa uma unidade, a unidade todo – totalidade, que significa um reflexo no pensamento de conexões do movimento da realidade.

A categoria de totalidade significa [...], de um lado, que a realidade objetiva é um todo coerente em que cada elemento está, de uma maneira ou de outra, em relação com cada elemento e, de outro lado, que essas relações formam, na própria realidade objetiva, correlações concretas, conjuntos, unidades, ligados entre si de maneiras completamente diversas, mas sempre determinadas. (LUKÁCS apud CARVALHO, 2008, p.51).

O reflexo da realidade no pensamento envolve, de forma indissolúvel, uma cognição que “capta” as conexões de um determinado sistema em termos de representação (de base sensorial) de um todo já realizado, sem desmembramentos que possibilitem a compreensão de porque sua forma de aparecer é esta e não outra e quais são as possibilidades de mudança desse sistema expressa na forma de sua lei de tendência. Mas essa representação já “capta” conexões determinadas de um sistema determinado de objetos, diferenciando-o de outros sistemas.

Para a compreensão de um determinado sistema, a cognição do todo estará articulada com operações cognitivas analíticas, que têm a função de desmembrar, desarticular, no pensamento, esse todo representado. Porém tal análise deve estar orientada por uma síntese

inicial, por uma abstração inicial desse todo que configure, em termos conceituais, uma relação que expresse as condições de origem desse todo, uma determinada homogeneidade (abstração) das suas particularidades que “atravessa” as diversas possibilidades de transformações desse todo. Essa abstração inicial é o ponto de partida teórico do conhecimento desse todo que, se não for separada com precisão, a análise tenderá para uma fragmentação do todo e a não compreensão da lógica das relações todo-partes.

De início pode ser adiantado que, se determinado fato é um todo composto de partes, leis e relações conectadas entre si e em movimento, resulta que a desarticulação e a fragmentação desse todo operam nele uma amputação e eliminam a possibilidade de conhecê-lo como tal. O conhecimento de uma região do todo não é, ainda, conhecimento do todo, porque o conhecimento de partes isoladas do conjunto não é conhecimento nem das partes nem do conjunto. Em outras palavras, numa totalidade o conhecimento das partes e do todo pressupõe uma reciprocidade. (CARVALHO, 2008, p.52).

Numa síntese do exposto pelos autores antes mencionados, os quais trabalham sobre uma mesma base, as ponderações do próprio Marx (1969) a respeito do método científico, pode-se afirmar que as abstrações iniciais por assim dizer “descortinam” as conexões essenciais desse todo, porém não constituem por si só a totalidade. A análise que tem ponto de partida nelas vai significar todo um trabalho de dedução de particularidades e estabelecimento de mediações que “religam” de forma específica tais particularidades, configurando o sistema unitário dessas particularidades, a unidade do diverso que, em termos dialéticos, é denominada com o termo concreto, concreto pensado. O concreto pensado, que se encontrava pré-configurado na abstração inicial é agora uma nova síntese de múltiplas determinações, mediações e relações que permitem compreender, por assim dizer de forma imediata, qualquer singularidade do sistema estudado na sua universalidade (o concreto). A categoria totalidade expressa esse específico sistema de operações do pensamento.

Expressar a totalidade remete ao sistema de conceitos em que se está operando e a totalidade não se expressa por uma única forma. Existem totalidades mais densas e mais simples (totalidades intermediárias): uma mesma totalidade que em um determinado estudo demonstra ser uma totalidade densa, quando envolvida em outros sistemas torna-se uma totalidade intermediária ou seja, não deixa de ser uma totalidade, porém funciona, em termos lógicos, como componente da totalidade densa.

O exposto acima converge para uma indicação metodológica quanto à abordagem analítica: a análise deve partir de categorias que expressam, com precisão, uma síntese inicial da lei de tendência do todo, sua “célula”. “Toda totalidade tem suas categorias-resumo, suas

‘unidades de todas as determinações’, categorias mais densas e que, por isso mesmo, devem ser colocadas como chaves da própria investigação e não só da exposição”. (CARVALHO, 2008, p.60).

Isso irá se expressar, em termos específicos, no capítulo que aborda as “células” da geometria. A isometria, a relação de semelhança e a fórmula de área são por assim dizer categorias (referentes a totalidades intermediárias) que funcionam como uma espécie de componentes da “célula” da Geometria Euclidiana Plana.

Dialética – materialismo, formulada no materialismo dialético marxista, é uma unidade que implica que a análise de um objeto é a análise do processo formativo de sua integridade, na qual separa-se mentalmente as formas de movimento que são indispensáveis para a reprodução do sistema integral do objeto, eliminando o que é casual. Fazer a análise do todo dará a compreensão das múltiplas relações e determinações do movimento do objeto, o que irá reproduzi-lo no pensamento na sua integridade, ou seja, numa *totalidade*, num sistema de categorias que significam um especial processo de elaboração do cérebro sobre um todo representado sensorialmente.

O todo tal como aparece no cérebro, como um todo de pensamentos, é um produto do cérebro pensante que se apropria do mundo do único modo que lhes é possível, modo que difere do modo artístico, religioso e prático mental de se apropriar dele. O sujeito real permanece subsistindo, agora como antes, em sua autonomia fora do cérebro, isto é, na medida em que o cérebro não se comporta senão especulativamente, teoricamente. Por isso também, no método teórico [da economia política], o sujeito - a sociedade - deve figurar sempre na representação como pressuposição. (MARX, 1999, p.40)

A idéia dialética de existência de algo é que tal existência só se revela na transformação desse algo, é dada no vir a ser e não nele mesmo. Não se separam os elementos dos sistemas de relações e a existência do acontecimento anterior se revela na sua forma transformada no acontecimento posterior.

Quanto à relação entre o processo de pensamento e o dispositivo lógico, há concepções diferentes na lógica dialética e na lógica formal.

Segundo Koppin (1978), na lógica formal o movimento do pensamento é dado símbolo a símbolo, o que faz com que apenas por meio dela não se alcance a formação de conceitos¹⁴. Para ele esse tipo de pensamento necessitaria de um apoio em seu movimento, o

¹⁴ É importante, neste ponto do texto, por em evidência que será feita uma distinção entre conceito empírico e conceito teórico. Aqui o termo conceito está se referindo a conceito teórico, ou seja, o que carrega os nexos essenciais, que está na sua forma mais desenvolvida, que sintetiza e expressa um sistema de relacionamentos. (DAVÝDOV, s/d, p.297).

qual é criado pela experiência antecedente do conhecimento encontrada nas categorias da dialética.

Os conceitos criados e de modo geral, o dispositivo lógico limitam indiscutivelmente a liberdade do pensamento, que, em seu movimento, coaduna-se de uma forma ou de outra com aqueles. Em realidade, porém, essa restrição da liberdade favorece o pensamento, pois o principal aqui não é a liberdade pela liberdade, mas uma liberdade que leve a um resultado objetivo verdadeiro, à criação de novos conceitos científicos (KOPNIN, 1978, p. 30).

Falar em conceitos, constituição do conhecimento, implica em pensar a humanidade como sendo o sujeito do conhecimento e aí então a dialética como sendo uma forma de analisar e relacionar o sistema e os processos históricos e sociais. Nessa tarefa, “A dialética marxista visa a orientar o pensamento humano no sentido da procura de novos resultados, da criação de teorias que descubram os mistérios da natureza e da sociedade.” (KOPNIN, 1978, p.109).

Isso remete ao sistema de categorias ser condição indispensável para a investigação, tanto pelas categorias serem, segundo Kopnin, 1978, ricas de conteúdos, quanto por carregarem a experiência anterior do conhecimento do mundo. Outro fator de suma importância é o fato delas não serem estáticas e acompanharem o desenvolvimento e a complexidade dos processos sociais que surgem ao decorrer o tempo.

No processo de realidade, as relações sociais produzem condições de um homem como um todo e não como indivíduo isolado. A prática social contém nela a universalidade, a consideração como sociedade (humanidade como um todo) e a produção do conhecimento como uma esfera dessas condições: é isso que permite escapar do relativismo e do subjetivismo e obter-se um conhecimento com graus cada vez mais adequados de objetividade.

O conhecimento não se faz e refaz novamente em cada indivíduo. Representa uma acumulação progressiva, no tempo e no espaço, que se acrescenta permanentemente com a contribuição de cada um e de todos em maior ou menor proporção. E o ponto de partida de cada acréscimo é sempre realizado e acumulado anteriormente: é base de um patrimônio cultural transmitido do passado e enriquecido no presente, que cada indivíduo traz a sua contribuição própria. (PRADO JR, 1969, p.58).

Mediante o exposto, se faz necessária uma lógica que torne possível a análise das relações sociais e possibilite o entendimento do desenvolvimento do pensamento para a produção do conhecimento. Segundo Kopnin (1978),

A lógica não deve estudar algum pensamento correto, conhecido de antemão, mas o movimento do conhecimento humano no sentido de verdade, desmembrando deste formas e leis em cuja observância o pensamento atinge a verdade objetiva. E uma vez que o conhecimento aumenta sem cessar, mudando quantitativamente e qualitativamente, o campo lógico se enriquece com um novo conteúdo, incorporando novos elementos, transformando-se e reorganizando-se interiormente. (KOPNIN, 1978, p. 21).

Portanto o objeto dessa lógica é a história e as leis do pensamento conceutivo. Embora a interpretação do conhecimento como reflexo tenha partido do materialismo pré marxista, é no marxismo, precisamente com Lênin, que o estudo das realidades concretas do desenvolvimento das categorias do pensamento que se acercam da verdade objetiva ganha uma maior preocupação.

A dialética materialista revela as leis gerais do movimento do pensamento no processo de obtenção da verdade objetiva, as leis de transição de uma imagem cognitiva a outra mais completa e mais profunda. As leis do movimento da imagem cognitiva do objeto, [as leis] do pensamento, guardam afinidade com as leis do movimento do próprio objeto, pois o pensamento se movimenta no campo do seu conteúdo objetivo. [...] O desenvolvimento do pensamento leva à substituição de uma imagem cognitiva por outra, à transição do desconhecimento ao conhecimento, do conhecimento superficial e unilateral do objeto ao conhecimento profundo e multilateral. (KOPNIN, 1978, p. 127).

Segundo KOPNIN (1978) muitos criadores da ciência moderna, entre eles Einstein, defendem que os princípios fundamentais da ciência estão relacionados com a atividade criadora da razão humana e, portanto, não cabem nos limites da análise lógico-formal. Isso é coerente com os princípios da lógica dialética e sua modalidade de análise de sistematização de categorias.

Na lógica dialética não existe conceito isolado, trabalha-se com unidades segundo as quais, e só em relação a elas, faz sentido estabelecer diferenciações e diversidades. Nesse “momento” lógico, o movimento do pensamento estará focado para classificar, identificar. Deve-se notar que esse é um “momento” não isolado, mas necessário à elaboração do conhecimento de um objeto integral. A lógica formal isola e absolutiza esse momento, reduzindo o processo de pensamento exclusivamente às operações que o constituem.

Discriminação e classificação são momentos de um mesmo processo que se sucedem permanentemente num e outro sentido; processo esse que existe apenas em tal conjunto de seus momentos. Não se trata, como julga a lógica metafísica, de agrupar ou rotular com qualidades, feições já discriminadas e “naturalmente” separadas, o que implicaria um Universo dividido em “coisas” distintas que a conceituação não teria mais que registrar sob rubricas convenientes. [...] A discriminação não é de feições por natureza “separadas” umas das outras, mas constitui uma operação do pensamento realizada em função das atividades e necessidades do indivíduo pensante (PRADO JR, 1969, p.225, nr).

É no desenvolvimento das atividades que se desenvolve o conhecimento e quanto maior a complexidade das atividades maior será a complexidade do pensamento.

No que foi exposto até aqui, ressaltou-se que a análise teórica do conhecimento funda-se na unidade indissolúvel entre a atividade social humana, as operações individuais do indivíduo pensante e o desenvolvimento, a elaboração e acúmulo do conhecimento cujo sujeito é a humanidade como um todo. Isso pode ser representado enquanto um ciclo do conhecimento da seguinte forma: tem-se os componentes ATIVIDADE, PENSAMENTO e CONHECIMENTO, em que a atividade condiciona o pensamento, que por sua vez elabora o conhecimento, mas que simultaneamente orienta o pensamento, o qual dirige a atividade. (PRADO JR, 1969, p.58-59)

Em termos de método de investigação, a unidade expressada no ciclo acima aponta que a explicação do objeto de estudo pensamento deve, segundo Caio Prado, ser derivada da análise do desenvolvimento histórico-social do conhecimento (na sua relação com a atividade). Mas a análise do desenvolvimento do conhecimento não significa procurar-se obter uma espécie de “estrutura do conhecimento” por *elementos* tais que poderiam ser remetidos para os correspondentes *elementos* de uma espécie de “estrutura do pensamento”. “É impossível explicar o conhecimento *pela* atividade, e inversamente a atividade simplesmente *pelo* conhecimento; ou em geral qualquer dos momentos do ciclo por um outro. Todas as fases se completam...” (PRADO JR, 1969, p.59. Grifos nossos).

O pensamento dirige a ação e é por ela condicionado; e é nele que vamos encontrar o conhecimento: é do pensamento gerado na interação do homem com o Universo, realizada pela ação, que brota e se constitui o conhecimento. É na faculdade psíquica e função orgânica de *pensar*, no fato racional do homem, posto em movimento pela ação e determinando ao mesmo tempo essa ação, que se elabora o conhecimento. E assim, esse conhecimento que a Metafísica em geral e a Crítica em particular procuram nas relações exteriores e estáticas da Razão oposta à Realidade objetiva e apartada, deve ser analisado neste outro terreno que é do

homem integral e concreto: pensante, conhecedor e agente, ao mesmo tempo, dentro daquela Realidade de que faz parte. (IBIDEM, p.57. grifos do autor).

Essa argumentação sobre o ciclo do conhecimento é resumida por Caio Prado no seguinte esquema:



Segundo Caio Prado, em termos de método, o estudo das operações do pensamento tem como ponto de partida a análise do desenvolvimento histórico do conhecimento. Por outro lado, para compreender-se a unidade do ciclo do conhecimento é importante levar-se em consideração uma teoria da atividade. Um estudo da teoria da atividade será apresentado no capítulo seguinte.

Capítulo 3 - Apontamentos sobre a teoria da atividade de estudo

3.1 Prolegômenos

No capítulo anterior delimitou-se um entendimento sobre teoria do conhecimento. Os fundamentos que nele foram expostos nortearam a exposição, neste capítulo, sobre a teoria da atividade de estudo.

A atividade de estudo é um conceito e, portanto, deve ser entendido mediante o sistema de conceitos a ele articulado. Também se faz necessária a compreensão que, nesse trabalho, os conceitos estão sendo tratados de acordo com a lógica dialética, fato este exposto em mais detalhes no capítulo anterior. Como a análise dialética implica no estabelecimento de unidades, não se pode aqui ignorar que expor o conceito de atividade significa não só uma análise dos fatores subjetivos como também dos fatores objetivos que permitem uma compreensão teórica do desenvolvimento de neo-formações psíquicas superiores. Como as questões subjetivas aparecem com maior frequência enquanto objeto de pesquisa, neste capítulo, inicialmente será dissertado sobre uma específica teoria lógico-psicológica que ressalta as condições objetivas para o entendimento do desenvolvimento cognitivo.

No desenvolvimento do trabalho aqui apresentado, foram examinadas concepções de vários autores (Prado Jr., Davíдов, Kopnin, Leontiev e Vigotski) sobre o significado de atividade no campo sociológico, no campo psicológico e em relação à unidade desses campos. A internalização ocorrida na pesquisadora das teorias desses autores, bem como o processo de reflexão, levou à formulação própria, em termos de síntese inicial, de algumas hipóteses referentes às condições objetivas da atividade humana. Essas hipóteses são apresentadas em forma de síntese e sua função neste capítulo é a de indicar a direção de futuros desmembramentos analíticos a serem realizados.

A partir do assentamento das categorias referentes ao estudo da atividade humana em geral, disserta-se sobre uma específica atividade: a atividade de estudo.

A exposição referente à atividade de estudo está norteada pelas seguintes questões:

Afinal, o que diferencia atividade de estudo das demais atividades? Qual o seu modelo? Quais seus componentes? Qual é a potencialidade e o limite desse modelo específico de atividade para o processo de assimilação de conhecimentos teóricos? E para o processo de desenvolvimento de neo-formações psíquicas? Qual é a unidade entre atividade de estudo, conhecimento teórico e desenvolvimento do psiquismo como um todo e do pensamento teórico em particular?

A formulação dessas questões norteadoras foi, por sua vez, norteadada pela categoria da totalidade, especificamente a totalidade expressa pela unidade atividade – pensamento – conhecimento.

3.2 Hipóteses sobre o conceito de atividade

Ao se levar em consideração a concepção de Prado Jr. (1969) sobre o ciclo do conhecimento (atividade – pensamento – conhecimento), o foco inicial do estudo do objeto atividade não se dá no campo psicológico, mas sim na compreensão da atividade mais geral do homem cujo protótipo é a atividade de trabalho, a qual é o núcleo da reprodução da atividade social.

O trabalho humano constitui-se de um singular experimento prático-objetivo de transformação da natureza segundo finalidades humanas. Para seu êxito é necessário que o homem vá determinando as leis objetivas de movimento dos sistemas de objetos e destacando as condições verdadeiramente indispensáveis para a reprodução de tal ou qual objeto colocado como finalidade da atividade de trabalho, ou seja, destacando generalidades do movimento dos objetos. No próprio processo de trabalho vão se formando sistemas de símbolos e signos que permitem ao homem passar do plano material de trabalho ao plano mental (de representações mentais de determinado movimento de um sistema de objetos) e o oposto.

Com o passar do tempo, o desenvolvimento, em unidade, das finalidades humanas, da complexidade dos processos de trabalho e dos sistemas de signos e símbolos, vai permitir ao homem a possibilidade de realizar *experimentos mentais*, que ao atingir graus cada vez maiores de generalização das leis objetivas, o levam a criar antecipadamente modelos de atividade ainda não levadas a cabo no plano prático-objetivo. (DAVÝDOV, s/d, p. 295-300).

Tanto o plano do experimento prático-objetivo, quanto o do experimento mental, envolvem processos cognitivos, constituindo-se, portanto, na fonte do conhecimento humano.

A análise do ciclo atividade – pensamento – conhecimento leva, em termos lógicos, que neste aspecto se coloque uma caracterização da atividade no sentido mais geral, para que em seguida se possa apresentar sua unidade com o aspecto psicológico.

Neste trabalho isso é apresentado na forma de hipóteses iniciais¹⁵, conforme o que segue:

¹⁵ Estas hipóteses iniciais se constituem enquanto sínteses próprias da pesquisadora em sua reflexão sobre os marcos teóricos deste trabalho. Elas apontam para a necessidade de um futuro trabalho de análise conceitual, estudos históricos e eventual experimentação que possa elucidar sua veracidade.

a) A matéria, na sua unidade, manifesta-se na tendência organizativa. A organização, sendo uma e mesma coisa, tem o aspecto físico-químico e o aspecto psíquico.

b) A unidade dos aspectos físico-químico e psíquico aparece, no planeta Terra, nos organismos animais. Seu estudo vai configurar-se no estudo da unidade fisiológico – psíquico.

c) Atividade, no sentido mais geral, é um processo de organização, na sua unidade físico-químico – psíquico.

d) Pensamento é uma função na atividade, não fazendo sentido fora dela.

Neste ponto faz-se, em termos resumidos, uma concretização dessas teses para a atividade e organismo humanos.

O organismo humano, na sua unidade com a atividade (e não faz sentido falar em organismo fora de sua relação com a atividade) tem organizadores físico-químicos em sua forma fisiológica e tem organizadores psíquicos. O pensamento humano, em função, expressa-se por organizadores psíquicos constituídos, por assim dizer, em dois planos indissolivelmente ligados:

a) um plano sensorial, de relação mais imediata com a tendência organizativa da matéria no seu aspecto físico-químico, e que se constitui como um modo psíquico de reorganização da relação organismo-meio, elaborada por meio de organizadores do tipo imagens, sensações e “intuições”.

b) um plano racional, de reorganização dos organizadores sensoriais e de constituição de organizadores de outro tipo, tais como sistemas de conceitos, sistemas de representações, modelos, linguagem, símbolos e signos.

Do exposto acima, segue que o pensamento não pode ser reduzido e nem deduzido da organização fisiológica do cérebro.

Linguagem, conceitos, representações, etc., são desenvolvidos sócio-historicamente e, assimilados pelos indivíduos, reorganizam também o próprio plano sensorial na sua relação com a constituição fisiológica do organismo, ou seja, mudam o próprio organismo humano.

Kopnin (1978) disserta em relação a essa questão e enfatiza que:

Os órgãos naturais do homem sofreram modificação essencial no processo e como resultado do desenvolvimento social[...]os órgãos naturais do homem não só mudam como se completam, sobre eles surgem superestruturas artificiais que geram e reforçam os instrumentos de trabalho humano. [...] Essas superestruturas artificiais que geram e reforçam os órgãos naturais do corpo humano, erigem-se imediatamente também sobre o sistema nervoso, os órgãos dos sentidos e o cérebro humano. (KOPNIN, 1978, p.135-136).

Mas essas superestruturas só surgem por meio de novas atividades, de novas exigências, da complexidade que é posta ao sujeito, num processo em que tanto o organismo como o meio social estão em permanente mudança. Se o indivíduo for colocado sempre frente às mesmas atividades, sem que haja um aumento significativo em termos de complexidade das operações necessárias para realizá-las o que implicará no estabelecimento de novas relações vinculadas à busca de solução para alcançar novos objetivos, seja no campo social ou mesmo no campo cognitivo, ele continuará com seu quadro de habilidades limitado às funções que dão conta de responder tarefas já cristalizadas, mas que, encerradas em si mesmas, não têm potencial para ser motor de um novo desenvolvimento. (ELKONIN, 1987b). Ao invés disso se, socialmente for colocado ao indivíduo atividades que exigem uma maior complexidade, novas funções psíquicas superiores passam a ser constituídas e, em unidade, os sentidos fisiológicos evoluem enquanto sentidos teóricos, isto é, a própria base biológica apresenta mudanças. Essa unidade de desenvolvimento psíquico-fisiológico que ocorre em termos do indivíduo só pode ser melhor elucidada se não se perder de vista que ela se dá no bojo, social, da unidade atividade – pensamento – conhecimento.

Em conclusão, a atividade mental é uma parte do processo da vida real (ou do “ser dos homens”, nos termos de Marx), em que as ações objetais, mentais e cerebrais (organísmicas) constituem uma unidade dialética de interações e influências recíprocas, mediante as quais são adquiridas as funções psíquicas superiores e seu substrato neural, as neoformações mais sofisticadas do córtex associativo. Fatores biológicos (genéticos) fornecem apenas a possibilidade desse desenvolvimento, o qual não ocorre sem a prática do indivíduo, sem sua experiência sensorial e social, tal como verificado em crianças e macacos criados em isolamento no período crítico para o desenvolvimento do comportamento social. (DAMASCENO, 2004, p.8).

A partir das reflexões de Leontiev (1978) sobre este tema tornou-se habitual na literatura com base na Psicologia Sócio-Histórica referir-se a ele como *unidade biológico-social* no desenvolvimento do psiquismo humano. Essa unidade, por sua vez, só é possível de ser compreendida no estudo do desenvolvimento da atividade de trabalho, que coloca o homem em relação com os objetos de maneira mediada: através do uso de ferramentas de trabalho e através da linguagem (de um sistema de signos). Vigotski vai caracterizar essas relações através do conceito comum de atividade mediadora. (VYGOTSKI, p.93-95, 1983). Mas, para além do traço lógico comum de ambas coloca que é essencial estabelecer suas distinções.

Na atividade mediada por ferramentas, o homem as utiliza para colocar objetos em relações tais que se obtenha um novo objeto, não diretamente encontrado na natureza, que

atenda a determinada necessidade humana. Tal necessidade constitui-se enquanto uma finalidade comum aos integrantes de um certo processo de trabalho e a partir dessa finalidade subjetiva as ferramentas são empregadas para objetivá-la. Por assim dizer, o emprego de ferramentas para modificar a realidade (constituir uma “natureza humanizada”) tem um sentido “para fora”, do subjetivo ao objetivo.

Na atividade mediada por signos, o homem utiliza a linguagem para modificar o seu próprio comportamento, para constituir regras de ação social controladas pelo próprio sujeito. Tal controle é tanto mais efetivo, quanto mais a linguagem tem maior grau de generalização. Por assim dizer, o emprego de signos tem um sentido “para dentro”, da realidade social objetiva para o subjetivo, mas de tal forma que o sujeito individual é ativo nessa internalização do que foi historicamente elaborado e acumulado pela humanidade.

Portanto, na atividade, a unidade do emprego de ferramentas e utilização de sistemas de signos, ambos desenvolvidos socialmente, expressam o desenvolvimento do psiquismo individual enquanto uma permanente dialética de internalização e externalização, de subjetivação e objetivação, que vão constituindo a forma especificamente humana do reflexo psíquico: reflexo consciente, reflexo subjetivo da realidade objetiva.

A gênese do reflexo psíquico consciente vincula-se à questão da tomada individual de consciência da finalidade das ações realizadas no processo, coletivo, de trabalho. “O fabrico e o uso de instrumentos só é possível em ligação com a consciência do fim da acção de trabalho. Mas a utilização de um instrumento acarreta que se tenha consciência do objeto da acção nas suas propriedades objectivas”. (LEONTIEV, 1978 p.82).

Essa gênese vincula-se também, dialeticamente, ao desenvolvimento que o cérebro e os sentidos biológicos vão adquirindo por determinações do reflexo psíquico consciente, de tal maneira que a própria base de linguagem do reflexo psíquico é permanentemente alterada pelo desenvolvimento histórico-social do próprio reflexo psíquico.

O aparecimento e o desenvolvimento do trabalho, condição primeira e fundamental da existência do homem, acarretaram a transformação e hominização do cérebro, dos órgãos de actividade externa e dos órgãos dos sentidos.[...] Os órgãos dos sentidos estão igualmente aperfeiçoados sob a influência do trabalho e em ligação com o desenvolvimento do cérebro. (LEONTIEV, 1978, p.70-71).

Essas concepções de Vigotski e Leontiev representam parte do esboço que ambos fizeram num sentido determinado: o de desenvolver teoricamente a Psicologia sobre a base do materialismo histórico e dialético, assim como Marx já fizera em relação à Economia Política.

Essa articulação com a base marxista pode ser explicitada para o tema ora em foco, a unidade biológico-social, da seguinte maneira:

O homem é um ser consciente, ou seja, ele toma consciência de si e destaca-se de sua própria atividade (“espelha-se”), atividade que é o processo de transformação recíproca entre o sujeito e o objeto, em que o objeto vira sua forma subjetiva (imagem mental) e a atividade do sujeito transforma-se em seus resultados objetivos (produtos); ou, de acordo com Marx, “no processo de produção (trabalho social), o sujeito é objetivizado, e no sujeito, o objeto é subjetivizado”. Também de acordo com Marx, “não existe a consciência (como “faculdade” mental isolada, *das Bewusstsein*), mas sim o ser consciente (*das bewusste Sein*); e o ser dos homens é o seu processo da vida real”. O ser é sua atividade, que se apresenta simultaneamente em três formas interdependentes e interconexas: objetual, mental e cerebral-organísmica. Diferentemente do que ocorre no restante do mundo animal, a atividade consciente é mediada por instrumentos de produção (ferramentas) e por instrumentos psicológicos (signos da linguagem), ambos produtos da evolução histórico-cultural; e assim a relação do indivíduo com a natureza é mediada pela relação entre ele e os outros indivíduos da sociedade. O instrumento de trabalho e o signo lingüístico objetivam a relação homem-natureza e homem-homem, sendo produtos sociais tanto pela sua origem quanto pelo seu uso. Com eles, a transmissão da experiência de uma geração a outra deixa de ser biológica (genética) e passa a ser sociocultural. (DAMASCENO, 2004, p.3).

O estudo das relações de totalidade que envolvem o trabalho, o biológico e social não prescinde da análise de determinações mais particulares que se refiram a um ou outro desses componentes. O desenvolvimento social da atividade de trabalho, no sentido de uma maior complexidade, vai sendo depurado e fixado em modelos de específicas atividades e, nessa forma modelada, podem ser aprendidos, em especial pelas novas gerações. Nessa aprendizagem o sistema nervoso passa por desenvolvimentos que merecem ser analisados e compreendidos, tanto em sua articulação com o campo social, quanto em termos metodológicos de isolamento analítico referente aos sistemas de conceitos da Biologia, em especial os que se referem à Neurologia. Tal estudo está além do escopo deste trabalho e, apenas no sentido de pontuar a linha de análise necessária, aponta-se a seguinte concepção de base biológica:

Quando se fala em aprendizagem está implícito, portanto, uma relação integrada entre o indivíduo e seu meio ambiente, da qual resulta uma plasticidade adaptativa de comportamentos ou condutas. Portanto, comportamento, aprendizagem e também linguagem são fenômenos biológicos, resultantes de processos anatômicos, fisiológicos e bioquímicos que ocorrem no Sistema Nervoso (SN) humano. Parece não haver uma região específica do cérebro que seja responsável exclusiva pela aprendizagem. Esta,

parece ser a resultante de complexas operações neurofisiológicas e neuropsicológicas e os mecanismos envolvidos, embora não totalmente conhecidos, compreendem uma série de fatores: a importância dos processos neurológicos; o papel da atividade bioelétrica; a dependência de reações bioquímicas; os arranjos moleculares nas células nervosas e gliais; a eficiência sináptica; a memória e seus traços; o metabolismo protéico e assim por diante. Vemos, portanto, que para entendermos como se processa a aprendizagem, necessitamos entender não somente toda a organização do SN e sua Neurofisiologia, como também mecanismos neuroquímicos, os processos de memória, além de termos que compreender os processos epistemológicos no homem, isto é, abordar a teoria ou as teorias de conhecimento humano, para podermos entender a aprendizagem no seu mais alto grau de evolução: a atividade nervosa superior humana. (DIAMENT, 1981, p.83).

O pressuposto básico da concepção acima é que seria possível deduzir a aprendizagem a partir da compreensão de padrões bioquímicos observados no sistema neural. Muito embora seja importante o estudo de tais padrões, eles apenas vão servir para descrever, de forma abstrata, possíveis resultados de atividades realizadas, sem apresentar poder explicativo em relação ao processo que levou a esses resultados.

Escapa a essa concepção que a aprendizagem ou qualquer outra atividade humana tem natureza social e envolve a produção de significados, produção essa mediada por sistemas de signos que foram elaborados sócio-historicamente. Os sistemas de signos são, segundo Vigotski (1983), meios externos de pensamento que estão em unidade indissolúvel com os processos de pensamento, unidade essa que, na dependência da atividade em que o sujeito está inserido, pode levar ao desenvolvimento de funções psíquicas superiores, as quais vão, em relação à base neural, levar a algum nível de padrão bioquímico. Portanto, a descrição de tais padrões bioquímicos deve estar logicamente subordinada a um sistema de conceitos que vise compreender teoricamente a atividade humana, entendida como uma totalidade. Nesse sentido, considera-se como apropriados os pressupostos de Sforzi em relação ao desenvolvimento cognitivo:

O desenvolvimento cognitivo não ocorre por maturação biológica, as capacidades psíquicas não “brotam” espontaneamente em determinadas faixas etárias, independentemente das condições intersíquicas a que a criança está sujeita;

É falsa a idéia segundo a qual o conteúdo do pensamento assenta-se sob uma forma naturalmente constituída, e da maturação da segunda (forma) depende da apropriação do primeiro (conteúdo);

Na avaliação do desenvolvimento cognitivo devem-se considerar as experiências formativas propiciadas pelo ambiente social em que o sujeito está inserido;

Na interação social não são transmitidos apenas conteúdos, mas também elementos que propiciam o desenvolvimento das capacidades de memória,

atenção, abstração, generalização, dentre outras; ou seja, a forma de pensamento também é constituída na forma mediada.

O reconhecimento da unidade entre o desenvolvimento das capacidades psicointelectuais e as experiências formativas propiciadas socialmente conduz, obrigatoriamente, a um novo olhar sobre o papel da escolarização. (SFORNI, 2004, p.38-39).

Note-se que um dos pontos centrais no que diz respeito ao desenvolvimento cognitivo está na mediação, o sujeito se apropria dos conhecimentos elaborados e sistematizados por meio da interação com outros sujeitos. “Essa concepção liga o desenvolvimento da pessoa à relação com o ambiente sócio-cultural em que vive e a sua situação de organismo que não se desenvolve plenamente, sem o suporte de outros indivíduos de sua espécie”. (VERONEZI; DAMASCENO; FERNANDES, 2005, p.539).

A questão neste ponto é encontrar a abstração substancial inicial (a “célula”) para iniciar a análise teórica do objeto de estudo *atividade*.

Do exposto até agora, o estudo da atividade significa o estudo do desenvolvimento das atividades humanas, na sua contradição (unidade) reprodução – evolução. A “célula” deve apresentar, em forma não-desenvolvida, as determinações e mediações essenciais da contradição reprodução-evolução da atividade. Por outro lado, a “célula” deve ter forma real massiva de aparecer, para que a análise tenha um ponto de apoio que minimize o risco dela recair em mera especulação.

O protótipo das atividades humanas é a atividade de trabalho, na qual o homem utiliza ferramentas que o colocam ante a interação de objetos e não diretamente em relação com o objeto o qual ele tem a finalidade de reproduzir ou criar de forma controlada. Além disso, essa reprodução ou criação deve ocorrer reiteradamente em condições mais ou menos variáveis, bem como ser possível de ser transmitida a sujeitos que ainda não participaram dela, em especial transmitida às novas gerações. Esses dois requisitos implicam na necessidade de separar, com precisão, as condições que são verdadeiramente imprescindíveis e indispensáveis para a reprodução da atividade. A forma massiva em que aparece a separação precisa das condições de reprodução (não só da atividade de trabalho, como de outros tipos de atividades sociais) em situação de poder ser transmitida às novas gerações é a de “padrão” ou “modelo” da atividade. Portanto, é lícito colocar-se a seguinte hipótese: modelo, ou mais propriamente modelação, constitui a “célula” para o estudo da atividade.

Os modelos podem ser divididos em dois tipos básicos. Podem ser estruturados passo a passo, como as receitas culinárias ou as regras de conduta moral, numa forma tal que não há possibilidade de transformação do próprio

modelo para obter uma informação nova. Podem também ser modelos de tipo científico, os quais permitem transformações *no próprio modelo* para obter nova informação, orientando assim alterações na atividade *antes* dela ser realizada. Por outro lado, os modelos de atividade constituem a forma básica do conhecimento humano e daí o entendimento das “lógicas” de suas sistematizações constituir um ponto nodal para o estudo do pensamento. (SCARPIM , BERGAMO; MORAES, 2009).

Explicitando a hipótese acima para elaborar-se uma teoria geral da atividade, o ponto de partida seria a análise do desenvolvimento histórico dos padrões ou modelos das atividades humanas. Mais precisamente, o ponto de partida não seria o estudo da evolução de toda a variedade de atividades correspondentes a um determinado período histórico para a outra multiplicidade de atividades de um período posterior. Ao invés disso, seria necessário caracterizar quais atividades são socialmente dominantes num determinado período histórico caracterizado por seu correspondente modo de produção, o qual vai conformar as finalidades e necessidades sociais principais.

Do ponto de vista metodológico, é razoável supor que as atividades dominantes, em cada modo de produção, estejam relativamente subordinadas à respectiva produção dominante. Por produção dominante está se fazendo referência a que

Em todas as formas de sociedade se encontra uma produção determinada, superior a todas as demais, e cuja situação aponta sua posição e influência sobre as outras. É uma luz universal de que se estabelecem todas as cores, e que as modifica em sua particularidade. É um éter especial, que determina o peso específico de todas as crises emprestando relevo ao seu modo de ser. (MARX, 1999, p.44).

A partir dessa análise, o estudo das condições objetivas e subjetivas das atividades, do desenvolvimento biológico na sua unidade com o desenvolvimento cultural, bem como as caracterizações sociológicas e psicológicas das atividades humanas seriam sistematizadas enquanto um sistema unitário de transformações biológico-psicológico-sociais.

A título de exemplo, e de maneira esquemática, a atividade social de desenhar tem relação, por um lado, com planejar e/ou esquematizar resultados de atividades produtivas e, por outro lado com a fixação/evolução de padrões estéticos de determinada sociedade.

Nos modos de produção já relativamente desenvolvidos, tais como o asiático, escravagista e até certo estágio do feudal europeu, não havia a técnica da perspectiva no desenho. A perspectiva foi elaborada no auge do feudalismo europeu, ou seja, à época de sua desintegração e passagem, revolucionária, para a produção capitalista. A perspectiva, enquanto técnica, está relacionada com necessidades produtivas mais complexas que

aparecem nesse período. Quanto aos seus fundamentos, a perspectiva surge no bojo de todo um novo quadro de relação do homem com a realidade, cuja direção é orientada pela constituição dos fundamentos da ciência moderna, nos quais se encontra a elaboração de um novo e radicalmente distinto tipo de modelagem da realidade: o modelo científico.

Ao longo do tempo, a técnica de perspectiva deixa de ser habilidade possível apenas para poucos e vai, paulatinamente, se massificando. Na escola atual, o desenho de um cubo em perspectiva aparece de forma quase “natural” nas aulas de geometria do segundo ciclo do Ensino Fundamental. Mas mesmo antes da entrada na escola ou durante a idade escolar, mas fora das atividades escolares, as crianças atuais, deparam-se freqüentemente com desenhos em perspectiva e sem perspectiva. Portanto, em determinado nível, a perspectiva como meio externo de pensamento faz parte do desenvolvimento da visão de todas as crianças atuais, alterando a base biológica delas de forma diferente e superior daquela que constituía a visão de crianças pertencentes a famílias gregas da classe dominante de dois mil anos atrás. Além disso, se nas escolas a formação teórica sistematizada fosse estendida a todas as crianças, o padrão visual de qualquer criança moderna seria superior ao daquelas crianças gregas citadas acima. A diferença entre o padrão visual atual mais desenvolvido e antigos padrões visuais diz respeito à questão de que um conjunto de conhecimento, nos quais se inclui a perspectiva, rebatem sobre a base biológica da visão humana e controla, por meios cognitivos, a apreensão perspectiva da realidade.

Finalizando esse exemplo esquemático, a perspectiva aparece como um dos componentes que permitiram uma reflexão sobre as relações entre a representação gráfica da realidade, os significados da representação e a própria realidade humanizada que foi representada. Por um lado, essa reflexão só vai estar madura e elaborada para se expressar esteticamente no século XX, por exemplo em obras como as do Magritte e Escher reproduzidas no Anexo 6. Por outro lado essa maturação vai se materializar em softwares que, por exemplo, significam a realização, através de análogos mecânicos-eletromagnéticos, de algumas das operações do pensamento referentes à Geometria Descritiva.

Sintomaticamente, essa reflexão, no campo artístico, sobre a relação entre os processos mentais de representação do objeto e o objeto representado, ocorre numa época em que se aprofundam as reflexões no campo epistemológico que procuram compreender a relação entre os processos científicos de pensamento e apreensão do movimento da realidade. Simultaneamente, a produção da vida humana dá-se através de atividades cada vez mais complexas, entre as quais o desenvolvimento de técnicas de reprodução gráfica das obras de arte e um domínio do método científico que permite um aumento exponencial de pessoas que

se profissionalizam na área de produção do conhecimento, ao ponto de o desenvolvimento da ciência não depender mais do trabalho de “gênios” isolados, que apareciam anteriormente de forma intermitente. Essas observações, embora preliminares, apontam que o conceito de “ciclo do conhecimento”, de Caio Prado Jr. (1969), tem força explicativa no momento em que se busca compreender particularidades da unidade atividade – pensamento – conhecimento.

Esse exemplo tem aqui a função de apenas delinear a possibilidade de entender o modelo de uma atividade enquanto uma forma simples/abstrata (“célula”) a partir do qual pode-se deduzir uma série de particularidades, ora biológicas, ora psicológicas, e ora sociológicas mas enquanto um sistema unitário de conhecimentos.

Conforme já exposto no capítulo anterior, Caio Prado Jr. defende que na análise da unidade atividade – pensamento – conhecimento, por ele denominada “ciclo do conhecimento” são necessários momentos de isolamento analítico, de um dos componentes do ciclo para explicação não dele próprio, mas de um outro componente. Ao mesmo tempo adverte que essa explicação não pode recair em reducionismos, em especial o da transposição mecanicista de configurar “estrutura” de um componente que pudesse ser ponto a ponto transposta para uma “estrutura” análoga de outro componente do ciclo. Ao fazer intervir este princípio metodológico para o estudo das operações do pensamento, ele coloca que a explicação deve ser buscada no desenvolvimento do conhecimento, no qual se pode analisar o pensamento “vivo”, o pensamento pensando, o pensamento concreto em sua função numa atividade, e não o pensamento como algo encerrado em um cérebro individual, que só pudesse ser analisado através de métodos de introspecção realizados por um indivíduo em relação ao “seu” pensamento.

Fazendo intervir este princípio metodológico no que está sendo exposto, pode-se concluir que a análise da atividade tem a função lógica de orientar a análise do desenvolvimento do conhecimento em dois sentidos:

Primeiro, devido a atividade humana ser fonte do conhecimento, orienta no sentido de esclarecer nexos entre o desenvolvimento de determinadas atividades sociais e determinados sistemas de conhecimento.

Segundo, devido ao conhecimento ter como função principal elaborar o controle preciso de reprodução de determinadas atividades, é no estudo do desenvolvimento do conhecimento que se pode buscar a explicação teórica para as atividades humanas, desde que não se reduza determinada atividade a determinado conhecimento. Conforme foi exposto, o ponto de partida dessa análise deveria ser o estudo do desenvolvimento dos “modelos” de atividade que constituem conhecimentos possíveis de serem transmitidos às novas gerações.

Portanto, quando se faz a abordagem do componente atividade, é na análise do componente conhecimento juntamente com o desenvolvimento do pensamento, que possibilitarão a sua compreensão. Trata-se de uma co-determinação, em que os componentes funcionam como uma espécie de totalidade intermediária, mas que ao mesmo tempo quando em unidade constituem uma totalidade densa, ou seja, o isolamento analítico dá condições de entendimento, não só do objeto que foi isolado, mas também do porque estão em unidade e não podem ser vistos como entidades que possuem significados isoladamente.

Embora as concepções de Caio Prado sobre o “ciclo do conhecimento” e as questões de método para seu estudo terem sido apresentadas há aproximadamente quarenta anos atrás, elas fazem sentido teórico, e são coerentes com a análise antes elaborada por Vigotski e Leontiev sem que o próprio Caio Prado pudesse ter tido acesso a essas teorizações, pois em termos de psicologia ele se baseia no que teve de mais desenvolvido a seu dispor: as teorias de Piaget. Mas assim como Vigotski, Caio Prado faz uma crítica dialética a Piaget. Para Caio Prado, Piaget chega a se aproximar da concepção dialética, fato este que derivou muitas de suas acertadas conclusões no campo da Psicologia Genética a respeito do desenvolvimento do pensamento lógico das crianças e adolescentes. Porém, segundo Caio Prado, ele não consegue se livrar das concepções metafísicas e do ecletismo, o que atrapalha o progresso do seu pensamento, “fazendo-o retornar invariavelmente a seus pontos de partida, quando está prestes a se desfazer do lastro metafísico.” (PRADO JR, 1969, p.82 nr). Lastro metafísico para Caio Prado significa a caracterização dos fatos psicológicos como entidades independentes e isoladas, o que significa compreender o todo do desenvolvimento psíquico como uma simples continuidade de períodos justapostos.

No livro *A Construção do Pensamento e da Linguagem*, Vigotski (2001) aponta a importância dos trabalhos de Piaget, mencionando uma inversão essencial feita por ele: anteriormente a Piaget os trabalhos estavam concentrados *no que a criança não tem*, já nas suas pesquisas o foco passou a ser *o que a criança tem*, surgindo a idéia de desenvolvimento. Vigotski não nega o avanço que tais estudos proporcionaram, mas afirma que a crise (dos fundamentos metodológicos da ciência) da Psicologia interferiu de forma a expressar a ambigüidade, das pesquisas da época.

Piaget procurou evitar essa ambigüidade fatal por um meio muito simples: fechando-se em um círculo restrito de fatos. Não quer saber de nada além dos fatos. Foge conscientemente a generalizações, e evita mais ainda sair dos próprios limites dos problemas psicológicos para os campos contínuos da lógica, da teoria do conhecimento, da história da filosofia. Acha mais seguro o terreno empírico puro. [...] Entretanto, como todos os demais pesquisadores,

Piaget não conseguiu evitar a ambigüidade fatal a que a crise atual da psicologia condena até os melhores representantes dessa ciência. Ele esperava proteger-se da crise atrás da muralha alta e segura dos fatos. Mas os fatos o traíram. Acarretaram problemas, e os problemas resultaram em uma teoria que, mesmo sendo pouco desenvolvida, ainda assim é uma teoria autêntica, que Piaget tanto procurou evitar. De fato, em seus livros há uma teoria. (VIGOTSKI, 2001, p.23-24).

Para Vigotski, é necessário procurar uma unidade, generalizar os problemas do pensamento infantil, fato este que não é possível apenas por um estudo puro dos fatos, mas por um método, uma teoria por meio da qual seja possível destacar os nexos para o entendimento do desenvolvimento do pensamento infantil. O ecletismo por sua vez, ao invés de abrir possibilidades de entendimento, faz aquilo que é característico da lógica formal: “separa”, “recorta”, o objeto que deve ser compreendido em sua totalidade, esperando-se mais tarde que a junção das partes possibilite o entendimento do todo, fato esse que não se concretiza.

Por outro lado, como pode se perceber na exposição mais acima, há também uma convergência entre as análises de Caio Prado sobre o desenvolvimento do conhecimento e aquelas posteriormente elaboradas por Kopnin e Davídov sem que estes tenham tido acesso aos escritos do Caio Prado e reciprocamente.

Pode-se afirmar que tais convergências devem-se ao fato de Vigotski, Leontiev, Davídov, Kopnin e Caio Prado terem trabalhado a partir de um referencial teórico comum: a teoria do conhecimento marxista. Utilizar Caio Prado significa fazer uma chamada de atenção para a obra de um intelectual brasileiro relevante, cujos trabalhos, a partir da teoria dialética do conhecimento abrange áreas diversas do conhecimento, tais como, Direito, Economia, História, Geografia, bem como pontuações em relação à reprodução do conhecimento científico, ou seja, em relação à Didática.

3.3 A Teoria Psicológica da Atividade

Para a análise da unidade biológico – social na atividade faz-se agora necessário um foco nos aspectos psicológicos da atividade.

Nesse sentido, faz se importante ressaltar que o aparecimento de uma estrutura de novas funções superiores resulta não de uma atividade comum, mas sim de uma atividade dominante. Isto corresponde a um tipo de atividade que se diferencie das demais, uma vez que formam e reorganizam os processos psíquicos particulares da qual dependem o mais

estritamente as mudanças psicológicas fundamentais da personalidade da criança observadas numa dada etapa do seu desenvolvimento. (LEONTIEV, 1978, p.292-293). Neste parágrafo e nos seguintes é apresentado um resumo da caracterização psicológica do desenvolvimento infantil por Leontiev (1978, p.288-313).

Leontiev parte da hipótese que o desenvolvimento da criança é caracterizado pela mudança do lugar objetivo que ela ocupa na sociedade. O lugar que a criança ocupa no sistema de relações sociais é apenas um dos caracterizadores de um desenvolvimento, mas não determina, por si só, esse desenvolvimento.

O que determina directamente o desenvolvimento do psiquismo da criança é a sua própria vida, o desenvolvimento dos processos reais desta vida, por outras palavras, o desenvolvimento desta actividade, tanto exterior como interior. E o desenvolvimento desta actividade depende por sua vez das condições em que ela vive. (LEONTIEV, 1978, p.291).

A criança da pré-escola é dependente dos seus íntimos (familiares, pessoas próximas, definidas como sendo o primeiro círculo), os vínculos afetivos com as pessoas próximas são muito fortes nesse período e as relações estabelecidas com elas terão valor de motivo para a criança. O segundo círculo são as demais pessoas, as que não são próximas.

Para a criança da pré-escola, o educador é considerado como sendo do primeiro círculo, “psicologicamente a actividade da criança permanece, nos seus traços principais, a mesma que antes.” (LEONTIEV, 1978, p.288).

Nesse período a actividade dominante, ou seja, a actividade que reorganiza os processos psíquicos, que interfere directamente na formação da personalidade da criança, está fortemente relacionada com as actividades lúdicas. Isso não significa que a criança é colocada somente frente a actividades lúdicas, outras actividades são efetuadas, mas a origem dessas outras actividades está directamente relacionada à actividade lúdica,

Certos processos psíquicos formam-se e reorganizam-se não directamente na actividade dominante, mas noutros tipos de actividade geneticamente ligadas a ela. Assim, por exemplo, os processos de abstracção e de generalização da cor forma-se na idade pré-escolar, não no próprio jogo, mas no desenho, na aplicação de cores, etc., isto é, em tipos de actividade em que apenas a sua origem está ligada a actividade lúdica. (IBIDEM, p.293).

Inclusive a actividade de aprendizagem inicialmente ocorre por intermédio do jogo, segundo Leontiev, “A criança começa a aprender jogando.” (LEONTIEV, 1978, p.292).

Note-se que a atividade lúdica deve ser orientada, ter uma finalidade. Elkonin (1987a) define as atividades lúdicas, desenvolventes, como sendo os “jogos dos papéis sociais” e reforça a idéia de Leontiev, ou seja, no período pré-escolar o jogo é visto como importante não só para os processos psíquicos envolvidos diretamente, mas ele desenvolve funções importantes para a transformação do psiquismo da criança.

Segundo Leontiev, a idade pré-escolar passa a ser um período decisivo, uma vez que a criança sai do ambiente familiar e, aos poucos, insere-se num círculo mais amplo da atividade humana. A conduta da criança passa a ser alterada, uma vez que ela passa a ter contato com situações que se referem, de uma ou de outra maneira, a relações sociais mais complexas. Esse fato, no seu processo, cria novas funções, o que permite a mudança para estágios cada vez mais elevados, mudança esta que está diretamente relacionada às atividades com as quais a criança tem contato, bem como aos indivíduos e ambiente no qual está inserida. É também nesse processo de “jogos de papéis sociais” que se formam a imaginação e a função simbólica.

O cumprimento, por parte da criança, de papéis suficientemente complexos pressupõe a presença, junto com a imaginação e a função simbólica, de diversos conhecimentos sobre o mundo circundante, sobre os adultos e também a capacidade de orientar-se no seu conteúdo. O jogo temático de papéis favorece o surgimento, na criança, de interesses cognitivos mediante a comunicação com os adultos, a observações sobre o mundo que a rodeia, extraindo diversos conhecimentos dos livros, revistas, filmes, etc. que estejam ao seu alcance. (DAVÍDOV, 1988, p.177. Tradução Livre.)¹⁶.

Se estas condições ocorrem, a criança começa a ter novas necessidades, a atividade lúdica passa a não ser suficiente, a criança passa a não se satisfazer com as atividades colocadas cotidianamente. Surge então a motivação para ir a escola, os motivos iniciais foram criados e agora a criança necessita de um espaço que lhe forneça novas fontes de conhecimento. Isso vai aos poucos diferenciando, para a criança, o tipo de atividade na qual está inserida e vai conduzindo ao entendimento das regras da sociedade, bem como vai conduzindo os motivos a serem desenvolvidos.

¹⁶ El cumplimiento, por parte del pequeño, de roles lo suficientemente complicados presupone la presencia, junto con la imaginación y la función simbólica, de diversos conocimientos sobre el mundo circundante, sobre los adultos y también la capacidad para orientarse teniendo en cuenta su contenido. El juego temático de roles favorece el surgimiento, en el niño, de intereses cognoscitivos; sin embargo, no los puede satisfacer plenamente. Debido a ello los pre- escolares se esfuerzan por satisfacer sus intereses cognoscitivos mediante la comunicación con los adultos, las observaciones mediante el mundo que los rodea, extrayendo diferentes conocimientos de los libros, las revistas y las películas que están a su alcance.

Em termos teóricos esse processo é desenvolvido por Leontiev através de relações entre as séries atividade-ação-operação e motivo-fim-condições.

O que diferencia uma atividade de uma ação é o fato de em uma ação o motivo não coincidir com o objeto e em uma atividade além coincidir objeto e motivo, “ela está especificamente associada a uma classe particular de impressões psíquicas: as emoções e os sentimentos”. (LEONTIEV, 1978, p.297) e “Por operação entendemos o modo de execução de uma ação.” (IBIDEM, p.303).

Uma ação pode se transformar em uma atividade, o que envolve uma determinada mudança de motivos. A princípio, o que motiva a criança a ir à escola e desenvolver com acerto as atividades não é a aquisição de conhecimento (diz-se que essa aquisição é o motivo compreendido), mas o motivo eficaz que a faz realizar as atividades escolares é outro. A princípio, o motivo eficaz pode ser fazer algo que as pessoas íntimas admirem (afinal, o que está mais fortemente relacionado ao seu psiquismo até então são os vínculos afetivos com tais pessoas) ou obter permissão para realização de atividades lúdicas após estudar, etc.

Porém, ao desenvolver as atividades escolares, a criança começa a perceber que suas ações não trazem apenas benefícios afetivos ou lúdicos: ao conseguir, por exemplo, juntar as letras e logo após a formar sílabas, mais tarde palavras e frases, a criança começa a ter outros motivos, ou seja, agora ela é capaz de fazer uma leitura de algo, ela começa a adquirir habilidades que a inserem de fato na sociedade, começa a desenvolver funções sem as quais ela não será aceita nesta estrutura. A partir de um certo momento a aquisição de conhecimento passa a ser o seu motivo para estudar e, daí, a realização do estudo deixa de ser caracterizada, psicologicamente, como ação e passa a ser caracterizada como atividade.

As mudanças de ação para atividade e o surgimento de uma nova atividade dominante não é um processo que decorre apenas da maturação individual ou de tendências psicológicas que seriam inerentes a um indivíduo pois, segundo Leontiev (1978, p.312-313), as relações sociais estão intimamente relacionadas à mudança de estágio do indivíduo:

Desenvolvendo-se a criança transforma-se finalmente em membro da sociedade, portadora de obrigações que ela lhe impõe.[...] A criança não muda apenas concretamente o seu lugar no sistema de relações sociais. Ela consciencializa igualmente estas relações, compreende-as. O desenvolvimento de sua consciência traduz-se pela mudança de motivação da sua actividade: os antigos motivos perdem a sua força motora, nascem novos motivos que conduzem a uma reinterpretação de suas antigas ações. A actividade que desempenhava precedentemente o papel preponderante começa a eliminar-se e recuar para o segundo plano. Aparece uma actividade dominante nova e com ela começa um novo estágio de desenvolvimento. Estas passagens, contrariamente às transformações que se efectuam num mesmo estágio, vão

da mudança de acções e de operações, de funções, à mudança global da actividade. (LEONTIEV, 1978, p.313).

Para compreender a periodização do desenvolvimento psíquico na infância é necessário entender a unidade psiquismo-atividade. É só a partir do entendimento de como ocorre a periodização e o porquê funciona de determinada maneira, que será possível elaborar um sistema educacional com atividades precisas.

Para Elkonin (1987b) as passagens de um período a outro merecem um especial estudo para que de fato o desenvolvimento seja compreendido como algo integrado, como um todo, não como uma mera sucessão de períodos que teriam significado por si próprios.

Blonski (apud Elkonin, 1987b, p.105) aponta o carácter histórico do processo de periodização, apontando ainda sua flexibilidade, ou seja, a periodização não é estática uma vez que decorre de processos históricos produzidos pela humanidade como um todo.

A juventude, por exemplo, não é algo que sempre existiu, ela é uma construção cultural, é um particular tipo de psiquismo que foi desenvolvido, sendo uma evolução da nossa espécie por leis distintas da evolução biológica (IBIDEM, p.105). Essas leis específicas devem ser compreendidas juntamente com seus momentos de ruptura e, para isso, não se pode fazer a análise de um indivíduo isolado.

Antes de a Vigotski os estudos tentavam explicar a periodização por meio de bases pedagógicas. Elkonin (1987b) defende que “a periodização pedagógica” não tem as devidas bases teóricas e não está em condições de responder a uma série de problemas práticos essenciais (por exemplo, quando é necessário começar o ensino escolar, em que consistem as particularidades do trabalho educativo durante a passagem de cada novo período, etc).

Os trabalhos de Vigotski e Blonski foram importantes nesse aspecto.

Segundo Blonski o desenvolvimento infantil é “um processo de transformações qualitativas acompanhadas por crises, de saltos¹⁷” (BLONSKI apud ELKONIN, 1987b, p. 105).

Em Vigotski essa concepção também aparece como um ponto nodal de seu sistema teórico: “O desenvolvimento da criança é um processo dialético, no qual a passagem de um degrau a outro se realiza não mais por via de uma evolução paulatina mas sim revolucionariamente¹⁸” (VIGOTSKI, apud ELKONIN, 1987b, p.106-107. Tradução livre.).

¹⁷ “un proceso de transformaciones cualitativas acompañadas de crisis, de saltos”.

¹⁸ El desarrollo del niño es un proceso dialéctico, en el cual el pasaje de un escalón a otro se realiza no por vía de una evolución paulatina sino revolucionariamente.

Sobre os princípios gerais colocados por Blonsky e Vigotski, Elkonin e Leontiev vão acrescentar um desenvolvimento teórico-analítico, no qual o conceito de atividade dominante cumpre papel lógico- metodológico central.

O desenvolvimento do psiquismo não está ligado diretamente à atividade em geral, mas sim à atividade dominante.

Note-se que a atividade dominante não é aquela que aparece uma quantidade maior de vezes, mas sim, a atividade que desenvolve, que permite novas estruturas cognitivas.

É indispensável sublinhar que a possibilidade de estruturar semelhante sistema [de educação] em correspondência com as leis de sucessão dos períodos da infância surge pela primeira vez na sociedade socialista, porquanto somente tal sociedade está supremamente interessada no desenvolvimento multilateral e completo das capacidades de cada um de seus membros e, em consequência, na utilização plena das possibilidades que existem em cada período¹⁹. (ELKONIN, 1987b, p. 104).

Por outro lado, a compreensão teórica do desenvolvimento psíquico não pode se isolar num sistema de conceitos que enfatizam apenas as condições subjetivas desse desenvolvimento.

O desenvolvimento psíquico não pode ser compreendido sem uma profunda investigação do aspecto objetual de conteúdo da atividade, isto é, sem aclarar com que aspectos da realidade interage a criança em uma ou outra atividade e, em consequência para que aspectos da realidade se orienta²⁰. (IBIDEM, p.109, Tradução livre).

A atividade dominante se orienta ou pela relação da criança com objetos humanos, ou pela relação da criança com as outras pessoas, as quais se alternam segundo uma determinada lei, cuja elaboração parte das teses sinteticamente abaixo apresentadas:

1)[...] Existem bases para supor que a comunicação emocional direta com os adultos é a atividade dominante da criança pequena, sob cujo fundo e dentro da qual se formam as ações orientadoras e senso-motoras de manipulação;

¹⁹ Es indispensable subrayar que la posibilidad de estructurar semejante sistema en correspondencia con las leis de sucesión de los períodos de la infancia surge por primera vez en la sociedad socialista, por cuanto sólo tal sociedad está supremamente interesada en e desarrollo multilateral e compelto de las capacidades de cada uno de sus miembros y, en consequência, en la utilización plena de las posibilidades que existen en cada período.

²⁰ El desarrollo psíquico no puede ser comprendido sin una profunda investigación del aspecto objetual-de contenido de la actividad, es decir, sin aclarar con qué aspectos de la realidad interactúa el niño en una u otra actividad y, en consecuencia, hacia qué aspectos de la realidad se orienta.

2)[...] Há bases para supor que precisamente a atividade dominante na primeira infância é a objetual-experimental, na qual tem lugar a assimilação dos procedimentos, socialmente elaborados, de ação com os objetos;

3)[...] A brincadeira de papéis aparece como a atividade na qual tem lugar a orientação da criança nos sentidos mais gerais, mais fundamentais da atividade humana. Sobre esta base se forma na criança pequena a aspiração para realizar uma atividade socialmente significativa e socialmente valorada, a aspiração que constitui o principal momento em sua preparação para a aprendizagem escolar. Nisso consiste a importância básica da brincadeira para o desenvolvimento psíquico, nisso consiste sua função dominante.

4)[...] A importância primordial da atividade de estudo está determinada ademais, porque através dela se mediatiza todo o sistema de relações da criança com os adultos que a circundam, incluindo a comunicação pessoal e da família.

5)[...] A formação das relações no grupo de adolescentes sobre a bases do “código do companheirismo” e, em especial daquelas relações pessoais nas quais este “código” está dado na forma mais expressa, tem grande importância para a formação da personalidade do adolescente. O “código de companheirismo” reproduz por seu conteúdo objetivo as normas mais gerais das inter-relações entre os adultos na sociedade dada. (ELKONIN,1987b, p. 105-109. Tradução livre.)

Elkonin (1987b) esquematiza, para a sociedade atual, uma lei de periodização sequencial, nela se considera que a atividade dominante:

Comunicação emocional direta – primeiro grupo

Atividade objetual manipulatória – segundo grupo

Jogos de papéis sociais - primeiro grupo

Atividade de estudo – segundo grupo

Comunicação íntima pessoal – primeiro grupo

Atividade profissional de estudo – segundo grupo.

Note-se que ao elencar as atividades em primeiro e segundo grupo, tem-se como compreensão que as atividades do primeiro grupo são atividades do sistema “criança – adulto social” e as do segundo grupo são atividades no sistema “criança – objeto social”. A internalização e apropriação da realidade humanizada tem um padrão de alternância em relação a qual aspecto da realidade prioritariamente se dirige a atividade da criança (primeiro ou segundo grupo) e um padrão seqüencial relativo a um aprofundamento do nível e tomada de consciência que se articula com um nível cada vez maior de complexidade da respectiva atividade dominante.

Portanto para entender o desenvolvimento psíquico, as mudanças de estágio e de tomada de consciência, é necessário analisar o indivíduo em um processo que envolve não só o biológico, mas que carrega em si relações de cunho social e o meio específico no qual está inserido.

3.4 Atividade de Estudo

A atividade de estudo é uma específica atividade elaborada com base no materialismo dialético e na Psicologia Sócio- Histórica, cujo princípio teórico central é a unidade entre psiquismo e atividade. A concepção de atividade de estudo foi formulada por Davídov e seus colaboradores em um processo de investigação, denominado Experimento Formativo (EF), ocorrido na União Soviética. Partiu da crítica ao ensino vigente quanto a não explorar as reservas cognitivas das crianças, afirmando que crianças de 7 a 10 anos de idade possuem amplas reservas cognitivas e, portanto, é possível formar nelas bases para um pensamento teórico.

No EF foi realizado um trabalho inovador de sistematização do desenvolvimento de capacidades, hábitos, ações e operações dos estudantes por meio da atividade de estudo, colocando o estudante em contato com as tarefas de estudo e o cumprimento de diferentes tipos de ações: de estudo, auto-controle e auto-avaliação. Em termos metodológicos, a provocação sistematizada e orientada do desenvolvimento cognitivo dos estudantes permitiu a análise desse processo. Com isso obteve-se um significativo avanço teórico na teoria psicológica da atividade, bem como um manancial de materiais didáticos e orientações para professores realizarem uma prática de ensino vinculada à formação das bases do pensamento teórico nas séries iniciais.

Em termos de síntese, no EF a atividade é vista como um processo do sujeito como ser integral e não um conjunto de funções psíquicas isoladas, devendo levar em consideração o desenvolvimento mental, moral e pessoal dos estudantes. Para Davídov e Márkova (1987b) é a visão da atividade como sendo atividade integral que possibilita, por meio dela, descobrir quais são os verdadeiros motivos da conduta escolar da criança, qual o sentido do estudo, qual sua posição no trabalho escolar e quais são os traços de personalidade que se formam no processo de estudo.

Houve uma preocupação com a condicionalidade histórica do desenvolvimento do psiquismo, indo contra as teorias que defendem que o desenvolvimento do psiquismo é um processo centralmente biológico.

A estrutura da atividade de estudo é determinada pelas séries: atividade-ação-operação e motivos-fins- condições, que foram apontadas no item anterior.

O objetivo do EF foi estudar o desenvolvimento do psiquismo e entender como as atividades orientadas por um determinado método (ascensão do abstrato ao concreto), podem fazer com que ocorra a mudança de um estágio do psiquismo a outro mais elevado.

Para compreensão desse processo, faz-se necessário estudar o desenvolvimento do psiquismo como um todo, mas também faz-se necessário a compreensão do que foi a atividade dominante em tal experimento, ou seja a atividade de estudo bem como a compreensão do específico método de ascensão do abstrato ao concreto para assimilação de conhecimento.

A atividade de estudo é entendida, no EF, como sendo atividade desenvolvente, ou seja, que leva para neoformações psíquicas.

Existem dois traços essenciais para que de fato a atividade de estudo seja desenvolvente. Um deles está relacionado à atividade de estudo ser atividade dominante uma vez que:

O ingresso na escola permite à criança sair dos limites do período infantil de sua vida, ocupar uma nova posição e passar ao comprimento da atividade de estudo, socialmente significativa, a qual lhe oferece um rico material para satisfazer seus interesses cognitivos. Esses interesses atuam como premissas psicológicas para que surja na criança a necessidade de assimilar conhecimentos teóricos. (DAVÍDOV, 1988, p.177 – 178. Tradução livre).²¹

O outro trata-se dos conteúdos serem os conhecimentos teóricos. “A exposição dos conhecimentos científicos se realiza pelo procedimento de ascensão do abstrato ao concreto, em que se utilizam abstrações e generalizações substanciais e conceitos teóricos” (DAVÍDOV, 1988, p.173. Tradução livre). Parte-se do geral, para só depois fazer as particularizações.

A atividade de estudo coloca centralmente a formação do sujeito autônomo, ou seja, o aluno como sujeito de seu comportamento, assumindo uma atitude ativa perante a realidade, a si mesmo e as outras pessoas.

Para que o estudante alcance a autonomia têm uma estrutura própria, determinada, cujos componentes são as tarefas de estudo, as ações de estudo e ações de controle e avaliação.

As tarefas de estudo estão diretamente relacionadas à generalização teórica, é sua compreensão pelo estudante que o colocará em função de sujeito da atividade. As ações de estudo conduzem o estudante a destacar, para cada conteúdo, a relação inicial, a “célula”,

²¹ El ingreso a la escuela permite al niño salir de los límites del período infantil de su vida, ocupar una posición y pasar al cumplimiento de la actividad de estudio, socialmente significativa, la cual le ofrece un rico material para satisfacer sus intereses cognoscitivos. Estos intereses actúan como premisas psicológicas para que en el niño surja la necesidad de assimilar conocimientos teóricos.

relação que carrega a essência do todo. Depois de destacada passa-se para a ação de modelar tal relação e em seguida transformar o modelo no sentido de deduzir as relações mais particulares, para que nesse processo concretize as relações gerais em um sistema de tarefas particulares. As ações de controle e avaliação são realizadas pelo próprio estudante.

Na atividade de estudo o mediador nas tarefas iniciais será o professor, ele quem conduzirá a determinação da relação universal (“célula”), bem como a modelagem e a transformação do modelo. Mais adiante, o estudante será colocado frente à ação de fazer as particularizações e ele próprio construir um sistema de tarefas particulares. Como a realização das sucessivas tarefas de assimilação de conceitos teóricos vão sendo feitas de forma a estabelecer os nexos essenciais, espera-se que o estudante paulatinamente alcance uma relativa autonomia que permita a execução do conjunto de ações de estudo sozinho ou que pelo menos tenha condições de discutir com os colegas de forma que por meio de auxílios recíprocos eles consigam cumprir tais ações. Também se espera que, a partir de mediações iniciais do professor, a ação de controle das operações envolvidas nas ações de estudo passe a ser gradualmente realizada pelo próprio estudante e finalmente que a ação de avaliação da tarefa seja realizada autonomamente por ele. É ao realizar esse processo como um todo, qual seja, a realização de ações determinadas dirigidas para alcançar o objetivo colocado na tarefa de estudo, que o estudante internaliza o conceito enfocado.

Se por um lado temos a atividade de estudo como sendo produtiva em relação aos sujeitos (neoformações psíquicas), por outro lado nela temos uma reprodução em relação ao conteúdo do conhecimento.

A atividade de estudo é orientada, não ocorre de forma espontânea, é feita com uma intencionalidade, em que os motivos devem ser compreendidos pelo sujeito da atividade e, segundo o que foi observado no EF, trata-se de algo mais eficaz quando realizada de forma coletiva.

Na atividade de estudo os alunos reproduzem o processo real pelo qual os homens criam os conceitos, imagens, valores e normas. Por isso o ensino de todas as disciplinas escolares deve estruturar-se de maneira que, em forma abreviada, reproduza o processo histórico real de geração e desenvolvimento dos conhecimentos.²² (DAVÍDOV, 1988, p.174. Tradução livre).

²² En su actividad de estudio los escolares reproducen el proceso real por el cual los hombres crean los conceptos, imágenes, valores y normas. Por eso la enseñanza escolar de todas las asignaturas debe estructurarse de manera que, en forma concisa, abreviada, reproduzca el proceso histórico real de generalización y desarrollo de los conocimientos.

Note-se que nesse processo ocorre a assimilação de determinados conteúdos teóricos, que é um processo por meio do qual o indivíduo reproduz ativamente os conhecimentos constituídos sócio-historicamente.

O desenvolvimento se realiza pela assimilação pelo indivíduo da experiência sócio-histórica, mas não se pode identificar a assimilação com desenvolvimento. Em alguns casos a assimilação pode levar o indivíduo a ter domínio de conhecimentos, habilidades e hábitos, bem como pode levar ao domínio das capacidades das formas gerais da atividade psíquica, sendo neste último caso um avanço essencial para o desenvolvimento psíquico.

Ao se afirmar a influência da assimilação sobre o desenvolvimento se deve levar em consideração a lógica do próprio desenvolvimento.

Outro traço essencial da assimilação é que ela sempre passa em sua gênese pela etapa conjunta com outra pessoa (mediação). O professor é o mediador e vai conduzir o processo para que o aluno adquira a autonomia ao decorrer as atividades por meio do ensino, entendido como “O sistema de organização e os meios pelos quais se transmite ao indivíduo a experiência socialmente elaborada²³” (DAVÍDOV; MÁRKOVA, 1987b, p.322). Portanto para que ocorra a assimilação de conteúdos desenvolvendo, o ensino escolar deve ser sistematizado por meio da atividade de estudo, cujo objetivo é assimilação de conhecimentos teóricos e sua realização dá-se segundo um modelo específico de tarefas e ações. Com isso o sujeito alcança o desenvolvimento que “se caracteriza, antes de tudo, pelos avanços qualitativos no nível e na forma das capacidades, dos tipos de atividade, etc. dos quais se apropria o indivíduo²⁴”. (IBIDEM, p.322)

Neste ponto é importante ressaltar que a especificidade da estrutura da atividade de estudo é derivada de seu objetivo de propiciar a assimilação, pelo estudante, dos conhecimentos teóricos de forma ativa, de forma a reproduzir o processo de criação sócio-histórica dos conhecimentos científicos. É devido a isso que as ações de estudo estão organizadas de maneira que o estudante realize, para cada conteúdo, uma espécie de “micro-ciclo” de ascensão do abstrato ao concreto, no início com uma interferência maior do professor e, gradativamente, adquirindo uma forma específica de autonomia: a de realizar

²³ (...)el sistema de de organización y los medios por los que se transmite al individuo la experiencia socialmente elaborada.

²⁴ (...) se caracteriza, ante todo, por los avances cualitativos en el nivel y la forma de las capacidades, los tipos de actividad, etc. de los que se apropria el individuo.

sozinho a atividade de estudo, colocando-se as próprias tarefas de estudo e realizando-as com eficácia por ter adquirido as capacidades e hábitos próprios ao pensamento teórico.

Note-se que na atividade de estudo para a assimilação de determinado conteúdo a ação inicial é a do reconhecimento da sua relação universal, a “célula”. A “célula” deve apresentar, em forma não-desenvolvida, as determinações e mediações essenciais do específico objeto integral refletido na forma de conhecimento teórico. Essa abstração inicial é o ponto de partida teórico do conhecimento desse todo que, se não for separada com precisão, a análise tenderá para uma fragmentação do todo e a não compreensão da lógica das relações todas partes.

Em seguida essa relação universal, a “célula”, deve ser modelada para estudar suas propriedades em forma “pura”, pois “Revelar e expressar em símbolos o ser mediado das coisas, sua generalidade, é efetuar o trânsito para a reprodução teórica da realidade²⁵” (DAVÝDOV, s/d. p.303). A modelagem colocada nessa ação envolve, exclusivamente, modelos científicos, dado que ela está articulada com as seguintes ações de estudo para a constituição de um “micro ciclo” de ascensão do abstrato ao concreto para o determinado conhecimento teórico que está sendo focado.

A definição de modelo científico considerada é a utilizada por Davídov, a qual foi formulada por Shtoff: “Por modelo se entende um sistema concebido mentalmente ou realizado em forma material, que, refletindo ou reproduzindo o objeto da investigação, é capaz de substituí-lo de modo que seu estudo nos dê nova informação sobre o objeto estudado²⁶” (SHTOFF apud DAVÝDOV, s/d, p.313).

Os modelos científicos podem ser divididos em duas categorias: os materiais e os mentais, sendo que os materiais permitem uma transformação objetiva enquanto que os mentais uma transformação mental. Isto reforça a idéia de unidade entre pensamento e realidade: se por um lado os modelos materiais, as atividades prática-objetivas dão condições e operações indispensáveis para a realização da atividade, por outro, a ação mental é o que dá as condições de generalização bem como conduz as operações da atividade. Os meios para criar os objetos mentais para o trabalho do pensamento são os sistemas de símbolos, os quais

²⁵ Revelar e expresar en símbolos el ser mediatizado de las cosas, su generalidad, es efectuar el tránsito a la reproducción **teórica** de la realidad.

²⁶ *Por modelo se entiende un sistema concebido mentalmente o realizado en forma material, que reflejando o reproduciendo el objeto de la investigación, es capaz de substituirlo de modo que su estudio nos dé nueva información sobre dicho objeto.*

foram elaborados sócio-historicamente e por isso a afirmação que os objetos mentais são reflexo da realidade.

Os modelos materiais podem ser subdivididos em outros três grupos, o primeiro deles trata-se de modelos que refletem as particularidades espaciais do objeto (p. ex. maquetes), o segundo por modelos que mantêm a semelhança física com o original (p. ex. modelo de uma represa) e o último subtipo são os modelos que refletem as propriedades estruturais dos objetos, sendo cibernéticos ou matemáticos. (DAVÝDOV, s/d., p. 313-314).

Os modelos mentais também ficam subdivididos, nos tipos icônicos/figurativos (p.ex. croquis, esferas, barras, etc) ou modelos de signos (p.ex. fórmulas, equações algébricas, etc.), sendo que esses últimos só podem ser considerados modelos quando se tem a compreensão e interpretação dos símbolos envolvidos.

Os modelos são uma forma de abstração científica de índole especial, em que as **relações essenciais** do objeto destacado estão eficazmente consolidadas em nexos e relações gráfico-perceptíveis e representações de elementos materiais ou sinalizadores. Trazem no seu bojo uma original unidade do singular e do geral, em que ressaltam a princípio os momentos de caráter geral e essencial [...] Os modelos e as representações modélicas com eles relacionadas são fruto de uma complexa atividade cognoscitiva, que inclui sobre tudo a elaboração mental do material sensorio inicial, sua depuração de elementos casuais, etc. Os modelos atuam como fruto e como meio da execução dessa atividade.²⁷. (IBIDEM, p.315. Grifos do autor.)

Após a ação de obtenção do modelo da “célula”, a próxima ação é a de realizar transformações do próprio modelo dessa relação universal deduzindo relações mais particulares segundo um sentido determinado: o da “construção do sistema de tarefas particulares a serem resolvidas por um procedimento geral²⁸” (DAVÍDOV, 1988, p.181. Tradução livre). Essa ação é possível porque a “célula” foi modelada segundo um modelo científico. Por outro lado, essa ação permite verificar quais são as relações particulares que efetivamente permanecem, ou seja, verificar o que é realmente essencial no desmembramento da célula. Finalmente essa ação permite identificar um procedimento geral para construção de tarefas particulares que é a próxima ação de estudo.

²⁷ Los modelos son una forma de abstración científica de índole especial, en la que las **relaciones esenciales** del objeto destacadas al efecto están consolidadas en nexos y relaciones gráfico-perceptibles y representables de elementos materiales o signalizadores. Entraña una original unidad de lo singular y lo general, en la que se adelantan a primer plano los momentos de carácter general y **esencial**. [...] Los modelos y las representaciones modélicas con ellos relacionadas son fruto de una compleja actividad cognoscitiva, que incluye sobre todo la elaboración mental del material sensorio inicial su depuración de elementos casuales, etc. Los modelos actúan como fruto y como medio de la ejecución de esa actividad.

²⁸ Construcción del sistema de tareas particulares a resolver por un procedimiento general.

É ao construir esses sistemas de tarefas particulares e percebê-los em sua ligação “imediate” com a relação universal inicialmente destacada que se pode dizer que o estudante assimilou o conceito, elaborou a unidade do diverso (o concreto).

Nesse processo o estudante não elabora conceitos novos, mas ao reproduzir os conceitos científicos historicamente elaborados reproduz, de maneira abreviada, as operações do pensamento que foram empregadas na prática científica de elaboração desses conceitos.

A atividade de estudo sendo uma atividade específica vai ter, portanto, um modelo específico.

Esse modelo foi elaborado no EF e sua utilização levou a obtenção de uma grande quantidade de dados que puderam tanto torná-lo teoricamente preciso, quanto torná-lo praticamente mais preciso, no sentido de refinar o processo de ensino experimental nele desenvolvido. (DAVÍDOV; MÁRKOVA, p.319-321, 1987b).

A atividade de estudo é estruturada, conforme mencionado acima, por tarefas de estudo, ações de estudo e ações de avaliação e controle da tarefa de estudo. Nesta estrutura, tarefas de estudo estão fortemente relacionadas à generalização substancial e para atingir os objetivos nelas propostos as ações de estudo estão sistematizadas para destacar as relações gerais, as idéias chave da área que se está estudando, deduzir relações particulares e construir sistemas de tarefas particulares que concretizam a relação geral inicialmente destacada. As ações de controle e avaliação da tarefa de estudo devem ser realizadas pelo próprio estudante. (DAVÍDOV; MARKOVA, 1987b, p.324-325).

Portanto, a atividade de estudo, implica em um modelo didático específico, no qual devem prevalecer as questões metodológicas. O pólo prevalente está no método, é a estrutura criada na atividade de estudo que possibilita os avanços no sentido de desenvolver os conhecimentos teóricos.

O separar, destacar no objeto a ser estudado as unidades que são as unidades “células” vai dar a primeira síntese, que é a síntese abstrata do objeto integral que está sendo assimilado em sua totalidade. Mas o destacar as células não é a única ação para a aprendizagem de conhecimentos teóricos. Destacada a célula é necessário que as ações sejam realizadas de forma a modelar as relações destacadas, transformar o próprio modelo, particularizar, ou seja, o destacar a célula isoladamente não dá a compreensão do todo, é necessário que as ações da atividade de estudo sejam efetivamente realizadas de forma que, seguindo a estruturação do modelo de atividade de estudo, o objeto integral enfocado se apresente em sua síntese concreta: o entendimento de suas singularidades em relação “imediate” com a síntese abstrata

inicial, isto é, um entendimento que a “célula” configura as condições indispensáveis para reproduzir esse específico objeto e, portanto, que o seu conhecimento é indispensável.

Como segundo Badillo (2004) a Didática já está constituída enquanto um corpo de conhecimentos científicos, a prática docente atual poderia envolver, preferencialmente, modelos didáticos de natureza científica. Uma condição essencial para orientar a prática docente nesse sentido é que a formação inicial de professores contenha o estudo de modelos didáticos teoricamente sistematizados. Não se trataria de um estudo superficial, mas um estudo que possibilitasse destacar, para cada modelo enfocado, os seus nexos essenciais e levantar as próprias hipóteses a respeito da respectiva teoria de base, de cada modelo, mediante a internalização dos respectivos sistemas de conceitos.

Mas um modelo científico, ou padrão, não pode ser visto como algo estático, uma vez que ele sintetiza o conhecimento constituído historicamente e pela humanidade, é necessário que haja a compreensão do modelo em sua integridade para que quando necessário sejam feitas as alterações adequadas para que ele continue exprimindo o que há de mais desenvolvido em determinado campo. Essa observação também é válida para o modelo específico da atividade de estudo que, embora já se constitua como um modelo científico próprio de ensino, relativamente desenvolvido, requer ainda complementações e/ou modificações para ser utilizado em situação de ensino massivo.

O desenvolvimento de um modelo científico tem duas formas básicas:

- a) Por meio de um certo nível de alteração no sistema de conceitos, podendo chegar à substituição do próprio modelo e, neste último caso, o nível de alteração do método de sistematização conceitual também pode apresentar mudanças significativas; e
- b) Por meio de particularizações obtidas a partir do modelo, sem alterar o sistema de conceitos e método.

É na segunda dessas formas que se inclui esse trabalho cujo objeto foi particularizar, em termos iniciais, o modelo de atividade de estudo para o processo de ensino e aprendizagem para conteúdos de Geometria Euclidiana Plana.

Capítulo 4 - Metodologia

Nesta investigação elaborou-se uma particularização inicial da teoria da atividade de estudo. Especificamente tal particularização diz respeito a apenas encontrar a(s) célula(s) do conteúdo de Geometria Euclidiana Plana que consta do currículo do Ensino Fundamental e Médio, ou seja, não foi realizada a modelagem completa de ações de estudo para esse conteúdo.

Partiu-se da unidade dialética entre sistema de conceitos e método conforme apresentado nos capítulos anteriores, ou seja, partiu-se do princípio que a existência de um método determina a existência de um sistema de conceitos e o recíproco é válido.

Sendo assim, o objeto da investigação, devendo ser compreendido em sua totalidade, levou a ser realizada uma reflexão tendo por base dois sistemas de conceitos já estabelecidos: o da teoria da atividade de estudo e o modelo axiomático da Geometria Euclidiana Plana.

Entende-se diante a teoria na qual o trabalho está fundamentado que a obtenção do conhecimento se dá pelo estabelecimento de relações. Não existe conceito isolado, trabalha-se com as unidades segundo as quais, e só em relação a elas, faz sentido estabelecer diferenciações e diversidades. Isso implicou ter-se como objetivo inicial destacar a célula para configuração da totalidade do conteúdo de conhecimento teórico a ser reproduzido pelos estudantes, de forma a obter-se a direção que deverá seguir o processo de assimilação da Geometria para que esse conteúdo seja compreendido, por eles, enquanto um sistema de conhecimentos teóricos.

As considerações acima implicaram que, metodologicamente, devesse ser realizada uma *reflexão* que considerasse em conjunto tanto os conceitos geométricos, quanto os conceitos da teoria da atividade de estudo. A consideração e relações entre esses dois campos conceituais estiveram presentes em todos os momentos do esforço de obtenção da(s) célula(s) da Geometria Euclidiana Plana no sentido de sua inserção na atividade de estudo desse conteúdo, ou seja, no encaminhamento do processo de formação de conceitos teóricos de geometria.

Em termos gerais *reflexão* pode ser caracterizada como um tratamento metódico de conceitos já cientificamente elaborados para a produção de um novo conhecimento. Metódico significou, neste contexto, num primeiro momento levar em consideração a sistematização lógica própria de cada um dos sistemas de conceitos e compreender a forma específica, em cada um deles, de obter-se dedução de relações particulares a partir de relações gerais.

No sistema de conceitos da atividade de estudo o seu modelo (constituído por tarefas de estudo, ações de estudo e ações de controle e avaliação) é colocado como a “célula” da atividade de estudo, isto é, é a relação mais geral que apresenta, teoricamente, a atividade de estudo em uma forma homogênea, não desenvolvida, porém geneticamente inicial para o desenvolvimento de relações particulares. Nesse modelo está destacada uma específica relação indissolúvel de tarefas de estudo, ações de estudo e ações de controle e avaliação que configura, enquanto abstração substancial, o processo de assimilação, em geral, de conhecimentos científicos segundo o movimento de ascensão do abstrato ao concreto. Ao mesmo tempo, a específica unidade de atividade-ações-operações desse modelo apresenta uma determinada lei de tendência para o desenvolvimento cognitivo dos sujeitos da atividade (os estudantes).

As particularizações desse modelo envolvem, em unidade, a interação sistêmica de dois objetos:

a) O desenvolvimento da assimilação de um específico conteúdo escolar enquanto um corpo de conhecimento científico; e

b) A orientação para os professores encaminharem um processo de ensino no qual eles tenham instrumentos de observação e controle da direção que está seguindo o processo de formação, nos estudantes, das habilidades, operações e funções cognitivas referentes ao pensamento teórico.

Note-se, ainda, que a própria teoria de atividade de estudo está apresentada numa sistematização de ascensão do abstrato ao concreto, de modo que o seu modelo mantém as particularizações que são feitas numa unidade ou, em outros termos, mantém a relação entre modelo e particularizações numa totalidade coerente.

Já o modelo lógico-dedutivo da geometria euclidiana plana é constituído por definições formais que classificam figuras e relações por traços comuns, cada definição estabelecendo, ao mesmo tempo, determinada classe e a classe oposta, devido ao princípio do terceiro excluído. Não podendo haver regressão infinita, a teoria deve iniciar colocando axiomas, ou seja, proposições na forma de implicação. Ora, a proposição na forma $p \rightarrow q$ é equivalente à disjuntiva $\sim p \vee q$, o que significa que colocar axiomas é colocar as dualidades de classe iniciais, consideradas como elementos primitivos que, combinados mantendo o princípio de dualidade, levam à dedução formal de classes formalmente menos gerais.

Considere-se, nesse sentido, dois exemplos de Geometria Euclidiana, um envolvendo um axioma e o outro um teorema.

I) Para as classes, opostas, de dois pontos distintos e dois pontos não distintos

- a) Dois pontos ou não são distintos ou são distintos ($\sim p \vee p$)
- b) Se dois pontos são distintos, então eles são distintos ($p \rightarrow p$)
- c) Dois pontos são distintos ou existe uma única reta que os contém. ($\sim p \vee q$)
- d) Se dois pontos são distintos, então existe uma única reta que os contém ($p \rightarrow q$)

II) Para as classes, opostas, dos triângulos retângulos e dos triângulos não retângulos

- a) Um triângulo é não é retângulo ou é retângulo ($\sim p \vee p$)
- b) Se um triângulo é retângulo, então ele é retângulo ($p \rightarrow p$)
- c) Um triângulo não é retângulo ou o quadrado da medida de sua hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas de seus catetos ($\sim p \vee q$)
- d) Se um triângulo é retângulo, então o quadrado da medida de sua hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas de seus catetos ($p \rightarrow q$)

Em ambos os exemplos, as afirmações respectivas constantes dos itens a) e b) são tautologias e, portanto, constituem-se em trivialidades que não servem para o desenvolvimento do corpo lógico-dedutivo da Geometria Euclidiana, ao contrário das afirmações dos itens c) e d).

O ponto relevante que atravessa ambos os exemplos é que as afirmações a), b), c) e d) são formalmente equivalentes entre si e, sendo equivalentes, não há regra de ação interna à lógica formal que conduza à escolha, respectivamente, da afirmação d) para formular teoricamente a Geometria Euclidiana.

O porquê da escolha, ou seja, a explicação dos axiomas escolhidos serem a forma de aparecer que dá os chamados “elementos” da construção lógico-dedutiva formal só poderá ocorrer numa lógica mais poderosa que a lógica formal, a lógica dialética.

Mas a lógica dialética não é constituída por um sistema de regras gerais a ser “aplicado” em conteúdos particulares. Ela envolve um procedimento metódico que pode partir da expressão de um conteúdo específico modelado formalmente e, então, proceder a uma *dialeitização* desse conteúdo. Disso decorre que no sistema de conceitos da teoria da atividade de estudo torna-se possível modelar o conteúdo de Geometria Euclidiana (conteúdo específico) e daí explicar sua aparência enquanto aparência, isto é, a necessidade de determinada forma de aparecer da Geometria Euclidiana: o determinado conjunto de axiomas que são seus “elementos” no modelo lógico-dedutivo.

Em síntese, a teoria da atividade de estudo está sistematizada em lógica dialética e o modelo axiomático da Geometria Euclidiana Plana em lógica formal. Disso decorreu ser feita a hierarquização entre os dois sistemas de conceitos de forma que o da teoria da atividade de

estudo orientasse a necessária transformação a ser feita no sistema de conceitos formais da Geometria Euclidiana Plana de maneira a (re)sistematizá-lo segundo o processo de ascensão do abstrato ao concreto. Tal re-sistematização envolve encontrar a(s) “célula(s)” desse conteúdo, ou seja, encontrar o ponto de partida para modelá-lo segundo o processo de ascensão do abstrato ao concreto.

Portanto, no conteúdo de Geometria Euclidiana Plana partiu-se da análise da sua forma axiomática e no seu desenvolvimento lógico-dedutivo formal identificou-se a “célula” de cada grande tópico segundo o princípio que elas devem conter as explicações e não os elementos primitivos serem explicativos. Ao contrário do modelo axiomático, no modelo teórico o que eram considerados elementos primitivos do sistema é que devem ser explicados. Essa inversão ocorre “porque no seu desenvolvimento o sistema produz como resultado as premissas que são indispensáveis para sua reprodução.²⁹” (Davidov, s/d, p.321). Precisamente porque ocorre essa inversão, a reflexão foi um dos guias para a descoberta das “células” de tal modo que a análise do objeto (cada grande tópico de Geometria) foi feita considerando o seu desenvolvimento, o processo formativo da sua integridade, o que deu condição de separar mentalmente as formas de movimento que são indispensáveis para sua reprodução, bem como a direção que deverá seguir a modelagem de dedução das relações geométricas particulares que possam levar para compreensão da Geometria Euclidiana Plana como um específico sistema integral de objetos.

Por exemplo, no modelo lógico-dedutivo da Geometria Euclidiana Plana são colocados elementos tais como relações de incidência, relações de ordem, sistematização de medição de distância e ângulo, congruência de triângulos (que embute implicitamente uma sistemática de medição de área) para daí deduzir formalmente a relação de semelhança como “resultado”. Ora, é precisamente a relação de semelhança que contém, de forma homogênea e não desenvolvida, a sistemática de medição especificamente euclidiana, ou seja, é a “célula” para reproduzir essa totalidade específica; o sistema integral de objetos da Geometria Euclidiana.

No EF foram formulados princípios lógico-psicológicos que orientaram a produção de materiais didáticos para a configuração das tarefas de ação de estudo em sua totalidade. Deles destaca-se na seqüência os que se referem à ação de descoberta e modelagem de “células” para conteúdos escolares.

²⁹ En el proceso de desarrollo el sistema reproduce como sus efectos lo que para él son premisas indispensables.

- 1 A assimilação dos conhecimentos que têm um caráter geral e abstrato precede a familiarização dos alunos com conhecimentos mais particulares e concretos; estes últimos são deduzidos pelos próprios alunos do geral e abstrato enquanto seu sistema unitário.
- 2 Os conhecimentos que constituem determinada disciplina são tais que suas principais partes são assimiladas pelos alunos no processo de análise das condições de seu surgimento, graças a qual tais conhecimentos tornam-se indispensáveis.
- 3 Na revelação das fontes objetivas de tais ou quais conhecimentos os alunos devem, sobretudo, saber descobrir no material estudado a relação geneticamente inicial, essencial, universal, que determina o conteúdo e a estrutura do objeto do conhecimento.
- 4 Os alunos reproduzem nessa relação em especiais modelos objetuais, gráficos e semióticos, os quais permitem estudar suas propriedades em sua forma pura³⁰. (DAVIDOV, 1988, p.193).

Esses princípios lógico-psicológicos foram levados em consideração para obter as “células” de Geometria Euclidiana Plana. A partir destas relações geneticamente iniciais (“células”) já destacadas e modeladas neste trabalho é que poderão ser deduzidas relações menos gerais de forma a obter, futuramente, um material didático para o ensino de geometria sistematizado pelo movimento lógico do abstrato ao concreto. Tais deduções configurarão as respectivas relações particulares não como elementos independentes entre si, mas sim unidas pelas células primariamente destacadas.

Cumprе salientar que o estudo para destacar as “células” para o ensino de Geometria Euclidiana Plana feito neste trabalho está articulado com o que já foi feito no EF para o conceito de número real e a correspondente reformulação que coloca a modelagem algébrica desde a primeira série do ensino fundamental.

Finalmente, cumprе esclarecer o significado de caracterizar como inicial a particularização do modelo da atividade de estudo feita neste trabalho. Ela é inicial não só porque não foi feita a modelagem completa das ações de estudo para o conteúdo escolar de

³⁰ 1. La asimilación de los conocimientos que tienen un carácter general y abstracto precede a la familiarización de los alumnos con conocimientos más particulares y concretos; estos últimos son deducidos por los propios escolares de lo general y abstracto como de su sistema unitario.

2. Los conocimientos que constituyen la disciplina escolar dada a sus principales partes son asimilados por los alumnos en el proceso de análisis de las condiciones de su surgimiento, gracias a las cuales dichos conocimientos se vuelven indispensables.

3. En la revelación de las fuentes objetales de unos u otros conocimientos, los alumnos deben, ante todo, saber descubrir en el material a estudiar la relación genéticamente inicial, esencial, universal, que determina el contenido y la estructura del objeto de los conocimientos dados.

4. Los alumnos reproducen esta relación en especiales modelos objetales, gráficos y de letras, los que permiten estudiar sus propiedades en forma pura.

Geometria Euclidiana Plana, mas também porque não se trabalhou no sentido de esclarecer o processo de formação das específicas operações mentais que se referem a esse particular conteúdo.

Capítulo 5 – Apontamentos para uma modelagem do ensino de Geometria Euclidiana Plana segundo modelo da atividade de estudo.

A geometria sempre esteve articulada com as atividades humanas mais gerais. Figuras e medidas estiveram presentes nas atividades humanas desde as primeiras comunidades de base agrária e, com o aparecimento das primeiras grandes civilizações baseadas na agricultura, a agrimensura foi se tornando um campo sistematizado de conhecimentos que se vinculam ao que modernamente chamamos de Geometria. Paralelamente, o desenvolvimento da agricultura levou a novas necessidades em termos de construção, não só relativas à agricultura em si, como também para construções vinculadas a instituições sociais que vão aparecendo numa civilização organizada em relações de produção que têm por cerne a propriedade privada: espaços de poder, religião, lazer e um certo nível inicial de urbanização separando as habitações por classes.

Os babilônicos, os egípcios e outros povos da Antiguidade que desenvolveram formas primitivas de geometria, tais como hindus, chineses e japoneses, pareciam estar em geral motivados por necessidades práticas de medições geométricas, como por exemplo mensuração e demarcação de terras e construção de templos e altares, mas poderiam também estar parcialmente motivados por sentimentos estéticos em relação a configurações simétricas e ordenadas. (GORODSKI, 2008, p.15).

O estudo da geometria na escola atual começa por sua forma de aparecer, as figuras. A tendência é que os alunos tenham a impressão que as figuras são anteriores às relações e que elas explicitam o que há de mais complexo. Primeiro estuda-se as figuras para só depois aprender os conceitos como se fossem implícitos a elas, subordinados aos traçados.

Assim os polígonos, cuja conceituação é estimulada e condicionada pelos procedimentos de demarcação e medição de terrenos, fazem-se figuras geométricas (isto é se conceituam) em consequência de tais procedimentos em que as medições e o estabelecimento de relações entre as medidas precedem as concepções das figuras propriamente; concepção essa que resulta de tal relacionamento, e não constitui, como se pretende geralmente, o ponto de partida dele. Em outras palavras, não é da consideração das figuras que se partiu historicamente para a determinação de suas propriedades ou relações: a marcha foi em sentido contrário, das propriedades para as figuras. (PRADO JR, 1969, p. 136).

Conforme o conhecimento vai se tornando mais complexo, as próprias conceituações iniciais passam a ser objeto de reflexão. Na Grécia, entre os séculos VII e III aC são

desenvolvidos esforços para sistematizar os conceitos através de seus nexos lógicos sendo que com o trabalho “Os Elementos”, de Euclides, tem-se um modelo que faz derivar a construção de figuras “complexas” de figuras “elementares” cuja construção é fixada em proposições, colocadas no início da sistematização a título de postulados. Essa concepção de sistematização é a origem dos modernos modelos axiomáticos.

Euclides na sua obra intitulada “Os Elementos” apresenta um grande avanço no campo da Geometria:

A extraordinária percepção de Euclides na escolha de seus cinco postulados básicos no primeiro livro dos Elementos pode ser vista como resultado de um processo contínuo de aperfeiçoamento da geometria grega. Em especial seu quinto postulado retém a natureza essencial da geometria euclidiana plana, o que se tornaria claro com a sensacional descoberta das Geometrias não euclidianas por Gauss, Lobachevsky e Bolyai [...] Os Elementos... Trata-se de um texto sistemático, organizado segundo os critérios do rigor lógico-dedutivo, mas também de experiência intuitiva. [...] Cada afirmação de uma demonstração é logicamente justificada com base em alguma definição, axioma, ou proposição anteriormente demonstrada, mas há também algumas afirmações cujas justificativas apóiam-se na intuição sobre o espaço físico (GORODSKI, 2008, p.14-16).

Durante mais de dois milênios o livro Os Elementos foi o texto utilizado para o estudo sistematizado de Geometria. Em sua organização dedutiva os axiomas da geometria plana são colocados antes da geometria espacial, indicando o ponto de partida para o estudo. Isso ocorre também na axiomática atual da Geometria, ou seja, está consolidada na comunidade dos matemáticos que o estudo sistematizado da Geometria Euclidiana tem ponto de partida na Geometria Euclidiana Plana, assentado nesse fundamento lógico é que esta dissertação propõe que o ensino teórico de Geometria segundo o modelo da atividade de estudo tenha ponto de partida na Geometria Euclidiana Plana.

Segundo Caio Prado, em Euclides não se tem propriamente a concepção atual de sistematização axiomática e sim uma construção para dedução de figuras a partir de outras figuras pois a figura significa, nessa época, uma base “real”, uma entidade com existência independente, a qual compõe junto com outras entidades o universo concebido como um “povoamento” de entidades diversas.

A Geometria euclidiana – que é a Geometria elementar de nossos dias – se resume nos procedimentos de deduzir as figuras geométricas umas às outras pela aplicação de processos gráficos de construção, fazendo-as afinal derivar tôdas de um pequeno número de figuras fundamentais apresentadas como

axiomas ou postulados. A natureza axiomática das figuras básicas da Geometria euclidiana é dada pela intuição. (PRADO JR, 1969, p. 234-235).

Sua estrutura sem dúvida é bastante complexa, percebe-se que ao desenvolvê-la foi utilizada a idéia do todo, porém ao fazer a exposição separa-se em *elementos*, como se cada um dos axiomas tivesse validade isoladamente, quando na verdade a supressão de qualquer um deles nega toda a teoria desenvolvida.

Para uma melhor compreensão dos apontamentos a serem feitos a respeito da Geometria Euclidiana Plana, nos próximos parágrafos explicitaremos os traços essenciais de sua estrutura axiomática atual.

Analisando a sistematização axiomática da Geometria Euclidiana Plana podemos verificar que o desenvolvimento dos axiomas são pensados no seu conjunto, só fazem sentido se considerados em sua totalidade, a qual se dirige para a relação de semelhança.

Para a análise da estrutura axiomática da Geometria euclidiana Plana optamos por examinar a apresentada por Barbosa (2002) porque envolve no conjunto dos axiomas a Geometria Analítica.

Em termos de síntese tal estrutura pode se resumir a quatro grandes grupos de axiomas, dos quais os três primeiros irão fornecer os “elementos” para derivar-se a semelhança de triângulos.

O primeiro grupo de axiomas está associado a posição e forma, sendo expressado pelos axiomas de Incidência (existe ponto na reta e fora da reta, dois pontos determinam uma reta) e os de Ordem relativos à relação estar entre e à determinação de semiplanos.³¹ (Anexo 5, A)

O segundo deles está associado com a medição separada em “elementos de medição”: axiomas de medição de segmentos para constituir o sistema de medida da “régua infinita” (nesses axiomas se estabelecem a correspondência biunívoca do conjunto de pontos de uma reta com o conjunto dos números reais e das respectivas ordenações – *estar entre e menor que* – estabelecendo a noção de eixo cartesiano); um grupo de axiomas de medição de ângulos para constituir o sistema de medidas do transferidor e um axioma de congruência de triângulos para constituir uma relação de isometria (transporte do sistema de medidas de segmentos e ângulos para qualquer local do plano). (Anexo 5, B)

³¹ Observe-se que a existência de pontos e retas não pode ser formalmente deduzida desses axiomas e a maioria das atuais apresentações axiomáticas da Geometria começam pelo axioma de existência (existe ponto, existe reta).

Um terceiro formado apenas pelo axioma da unicidade da paralela (Anexo 5, C), normalmente apresentado como o elemento diferenciador, caracterizador do “euclidianismo” (Anexo 5, C). Caracterizador porque é este axioma que vai diferenciar, no modelo lógico-dedutivo, a Geometria Euclidiana das demais. Nas Geometrias não euclidianas a unicidade do paralelismo não ocorre, podendo isso ser estabelecido de duas maneiras distintas: ou não existe paralela, ou existe mais de uma paralela por um ponto dado fora de uma reta. Cada uma dessas afirmações leva para geometrias distintas entre si e da euclidiana e, portanto, em ambas as geometrias não euclidianas também não ocorre a semelhança e nem o sistema euclidiano de medições, ou seja, basta negar a existência e unicidade das retas paralelas e se estará negando toda a Geometria Euclidiana enquanto uma totalidade, um sistema integral de objetos e o oposto, cada um desses específicos sistemas de objetos geométricos não euclidianos nega a existência e unicidade das retas paralelas. Mas na interpretação lógico-dedutiva não há essa co-determinação, há apenas a determinação no sentido de os elementos fixados nos axiomas determinarem o todo.

A partir desses três primeiros grupos de axiomas derivam-se formalmente os teoremas angular e linear de Tales e a relação de semelhança.

Finalmente o modelo é completado pelo grupo de axiomas de medição de área. (Anexo 5, D)

Essa exposição pressupõe que as relações postuladas em cada grupo têm existência própria e independente das demais (a combinação de tais ou quais axiomas formalmente independentes constitui um tipo usual de estudo em Geometria axiomática, para apresentar, por exemplo, geometrias finitas e não finitas, que seriam obtidas a partir de certa escolha dos axiomas e não que os axiomas foram escolhidos para tal finalidade). A independência entre os axiomas é de caráter lógico-formal, porém isso não implica nos axiomas serem elementos que podem ser combinados para a formulação da idéia mais complexa e nem que tal combinação é a explicação da idéia mais complexa. Existe uma dependência interna entre os axiomas e deles com o sistema de axiomas, portanto, devem ser estudados como componentes de um todo (no caso a Geometria Euclidiana). Essa mudança de termos de *elementos* para *componentes* ressalta a chamada de atenção para o entendimento dos axiomas na sua relação com os demais e na compreensão das relações unificadoras dos mesmos.

Como consequência do método de exposição axiomático, a tendência para a maioria dos alunos é formar a convicção sobre a necessidade de fixar de antemão determinados elementos numa seqüência determinada e imutável, “compôr” tais elementos e só assim

“obter” relações mais complexas. Particularmente, a relação de semelhança seria decorrência dos axiomas e dos teoremas preliminares deles deduzidos e só poderia ser consequência, o oposto não ocorreria. Em suma, na sistematização lógico-dedutiva evapora-se a co-determinação todo-partes.

Além disso, os comentários que aparecem na maioria dos textos didáticos sobre o assunto versam que a especificidade “euclidiana” incide exclusivamente sobre o axioma da unicidade da paralela por um ponto fora de uma reta e uma caracterização básica de geometrias não-euclidianas incide em duas formas de negar esse axioma (a existência de mais que uma paralela ou a inexistência de paralela). Essa concepção é redutora da própria idéia atual de axiomatização e obscurece a questão da história do desenvolvimento das chamadas geometrias não euclidianas.

A partir do enunciado do quinto postulado de Euclides: “Quando duas retas A e B, cortadas por uma transversal S, formarem ângulos internos do mesmo lado não suplementares, as ditas retas prolongadas suficientemente, se encontrarão do lado e, que a soma dos ângulos internos for menor” (SOUZA, s/d, p.19), levantou-se a questão sobre ele não ser independente dos demais axiomas, isto é, seria um teorema. Na tentativa dessas demonstrações chegou-se a várias postulações que lhes são equivalentes:

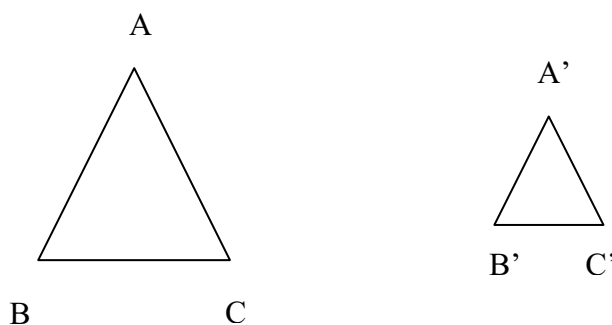
- 1) De um ponto tomado fora de uma reta só se pode tirar uma paralela a essa reta.
- 2) Duas retas coplanares, que não admitem ponto comum, são equidistantes.
- 3) Podemos construir dois triângulos semelhantes não congruentes.
- 4) A soma dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180° .
- 5) A área de um triângulo retilíneo pode ser tão grande quanto se queira. (IBIDEM, p.21-22).

A rigor a concepção de que são equivalentes e intercambiáveis para constituir a mesma geometria é do século XIX. É também no século XIX a concepção que isso se articula com a idéia de sua substituição por uma negação, obtendo-se dessa maneira uma outra geometria formalmente tão consistente quanto a Geometria Euclidiana. Até o século XIX os axiomas eram concebidos como verdades vinculadas à intuição do espaço, intuição essa euclidiana e que não podia ser negada. O problema dizia respeito apenas quanto ao quinto postulado ser ou não ser um elemento.

J. Wallis (1616 -1703), em sua jornada parece ter visualizado que a semelhança não era apenas mais um axioma entre outros, mas que carregava relações essenciais importantes, que poderiam ser derivadas relações a partir da semelhança e não colocá-la como derivada das

demais relações. Até certo ponto, pode-se afirmar que Wallis via na semelhança uma espécie de “célula”, mas não conseguiu dar continuidade a esta idéia. Em seu trabalho enunciou o seguinte postulado:

Dado um triângulo qualquer (ABC) sempre existe um outro triângulo (A'B'C') semelhante ao primeiro.



Este enunciado do V postulado se revelou, mais tarde ser de grande importância conceitual.

Wallis demonstrou que tal postulado é equivalente ao V postulado de Euclides.

Outro fato que nos chama atenção é de que a existência de triângulos semelhantes é uma característica da geometria Euclidiana, não existindo triângulos semelhantes nas outras geometrias (se dois triângulos possuem ângulos congruentes eles são superponíveis). (OLIVEIRA; SILVA, 1970, p.212-213).

A hipótese que, provavelmente, Wallis já desenvolvia um trabalho buscando a relação unificadora de determinado conteúdo, advém do fato de Wallis estar localizado num período em que a Ciência estava em intenso desenvolvimento e as investigações, sobretudo em Física, traziam no seu bojo considerações a respeito de caracterizá-las como científicas ou, em outros termos, qual é a natureza do método científico. Um dos pontos que foi assentado para essa questão diz respeito a que num estudo científico deve se buscar relações mais gerais, unificadoras, a partir das quais se estruturam relações menos gerais.

Wallis foi por um período contemporâneo de Galileu (1564-1643), um dos cientistas mais importantes da época devido a que

Devemos a Galileu o moderno espírito científico na forma de uma harmonia entre experiência e teoria. Ele fundou a mecânica dos corpos em queda livre, lançou os fundamentos da dinâmica em geral, e sobre esses fundamentos mais tarde Newton foi capaz de construir uma Ciência. (EVES, 2004, p.355).

Wallis foi também por um período contemporâneo de Newton (1642-1727). Seus trabalhos em questões relativas ao que hoje é denominado Cálculo Diferencial Integral estavam relacionados com questões de física e resultados aos quais ele chegou foram utilizados por Newton.

Os predecessores imediatos de Isaac Newton na Inglaterra foram John Wallis e Isaac Barrow. John Wallis, que nasceu em 1616, foi um dos matemáticos mais capazes e originais de seu tempo. Foi um escritor produtivo e original em muitos campos e, segundo consta, um dos primeiros a criar um sistema de ensino para surdos e mudos. Foi aluno de Oughtred e, de 1649 até sua morte em 1703, professor salviliano de geometria de Oxford. Fez uso sistemático das séries em análise, contribuindo muito nesse campo para abrir o caminho para seu grande contemporâneo Isaac Newton.

Wallis foi um dos primeiros a discutir as cônicas como curvas do segundo grau, em vez de considerá-las como secções de um cone. (IBIDEM, p.431).

Sendo o objeto integral “organização axiomática da Geometria Euclidiana Plana” um sistema orgânico encontramos, neste ponto, o princípio de nele aparecer como resultado o que são premissas para sua reprodução. Por um lado a relação de semelhança é uma relação específica, caracterizadora do tipo euclidiano de geometria (tal relação não aparece nas geometrias não-euclidianas) e por outro lado é ela quem carrega, em forma não desenvolvida, a essência, os axiomas (de incidência, de ordem, de medição de segmentos, ângulos e áreas, de congruência de triângulos e da unicidade das paralelas e teoremas tais como os de Tales e da soma das medidas de ângulos do triângulo). Esses axiomas e teoremas são relações mais particulares que podem ir sendo deduzidas e religadas através da relação de semelhança, no processo de ascensão do abstrato ao concreto.

Em suma, está-se levantando a hipótese que a “célula” principal para o estudo da Geometria Euclidiana Plana é a relação de semelhança. O conceito de semelhança carrega um conjunto de relações complexas gerais, que devem ser desmembradas em outras menos gerais, como propriedades que pertencem a esse conceito, que contém particularidades que não são “elementos” subsistentes por si próprios, mas são concretizações ligadas indissolúvelmente à semelhança. Ou seja, defende-se que é o entendimento do movimento dessas relações que conduzirá o aluno ao entendimento teórico da Geometria.

Outra relação geral importante e unificadora é a da unidade forma – fronteira – superfície, em que a fronteira envolve uma determinada relação de segmentos e angulação. Essa unidade que se refere à conceituação dos procedimentos de demarcação e medição de terrenos (conforme citação de uma afirmação de Caio Prado feita anteriormente) perpassa as

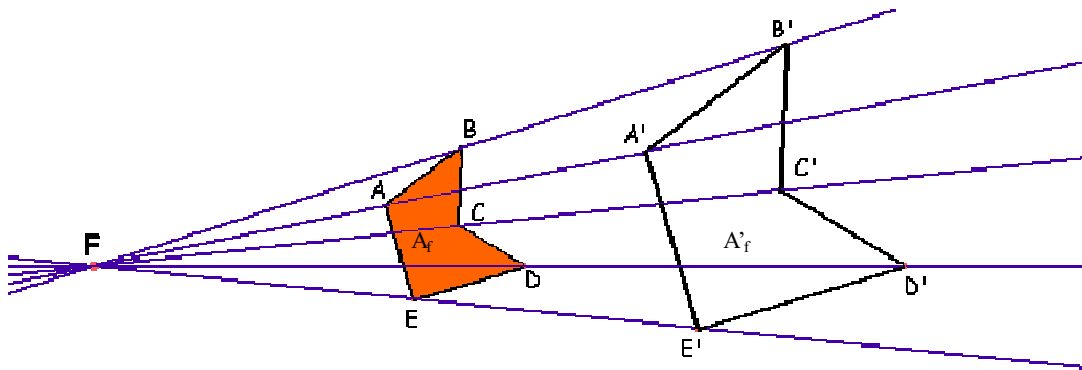
fórmulas de cálculo de área que compõem um tópico ao qual se dá, justamente, relevância no ensino básico. Essa relação, modelada, constituirá outra célula, mas que não faz sentido isolada. Sua modelação simbólica pode ser dada da seguinte maneira:

$$A_f = k_f \cdot E_1(p) \cdot E_2(p)$$

(A_f = área de determinada forma; k = constante específica para cada forma; $E_1(p)$, $E_2(p)$ comprimentos de distintas partes da fronteira).

Específicas transformações desse modelo conduzirá às correspondentes fórmulas para cálculo de área de particulares figuras, fórmulas essas em que podem comparecer medidas de comprimentos não vinculadas diretamente à fronteira, mas deduzidas delas.

Isso vai conduzir para a homotetia ser a modelagem central da relação de semelhança porque nela aparecem indissoluvelmente ligados o paralelismo, a expansão ou contração de medidas mantendo a forma (com específica relação quantitativa, a proporcionalidade), sendo que tal expansão ou contração deve ser entendida na sua relação com a unidade forma – fronteira – superfície.



$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CD}{C'D'} = \frac{DE}{D'E'} = \frac{EA}{E'A'} = k \text{ (proporcionalidade de comprimentos)}$$

$$A_f = k_f \cdot E_1(p) \cdot E_2(p) \text{ (determinação de cada área pela mesma fórmula)}$$

$$A'_f = k^2 A_f \text{ (relação entre áreas)}$$

$\sphericalangle A = \sphericalangle A'$; $\sphericalangle B = \sphericalangle B'$; $\sphericalangle C = \sphericalangle C'$; $\sphericalangle D = \sphericalangle D'$; $\sphericalangle E = \sphericalangle E'$ (congruência de ângulos)

$$AB \parallel A'B'; BC \parallel B'C'; CD \parallel C'D'; DE \parallel D'E'; EA \parallel E'A' \text{ (paralelismo)}$$

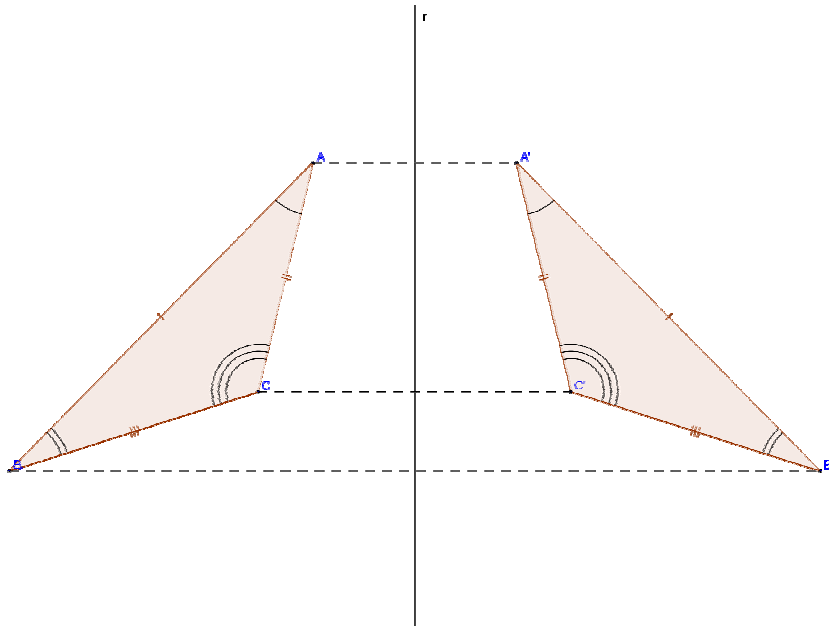
Esse modelo expressa simbolicamente a relação “célula”, geneticamente inicial, da Geometria Euclidiana Plana: um sistema de medições específico que vincula, indissociavelmente, a forma geométrica e as medidas do comprimento da fronteira e área da superfície delimitada, sendo que a especificidade do sistema de medições é determinada por uma condição específica: a existência de figuras semelhantes.

Note-se que essa relação “célula”, na sua forma empírica ainda não conceitualizada, foi encontrada e utilizada, em termos práticos, vinculada a atividades agrárias de demarcação de terras e distribuição equitativa das mesmas entre agricultores egípcios, babilônicos, etc., em torno do segundo milênio a.C. Com essa finalidade social os antigos agrimensores foram encontrando e codificando procedimentos práticos que, guiados pelo objetivo de demarcar e distribuir terras equitativamente, envolvem de maneira articulada e indissolúvel a medição de comprimentos e áreas, bem como o traçado de paralelas e perpendiculares. (PRADO JR., 1969, p.137-139). A lenta sedimentação desse conhecimento prático vai ser a base da elaboração abstrata que começa no século VI a.C. na Grécia e desenvolve-se ao ponto de, no século III a.C., apresentar-se em

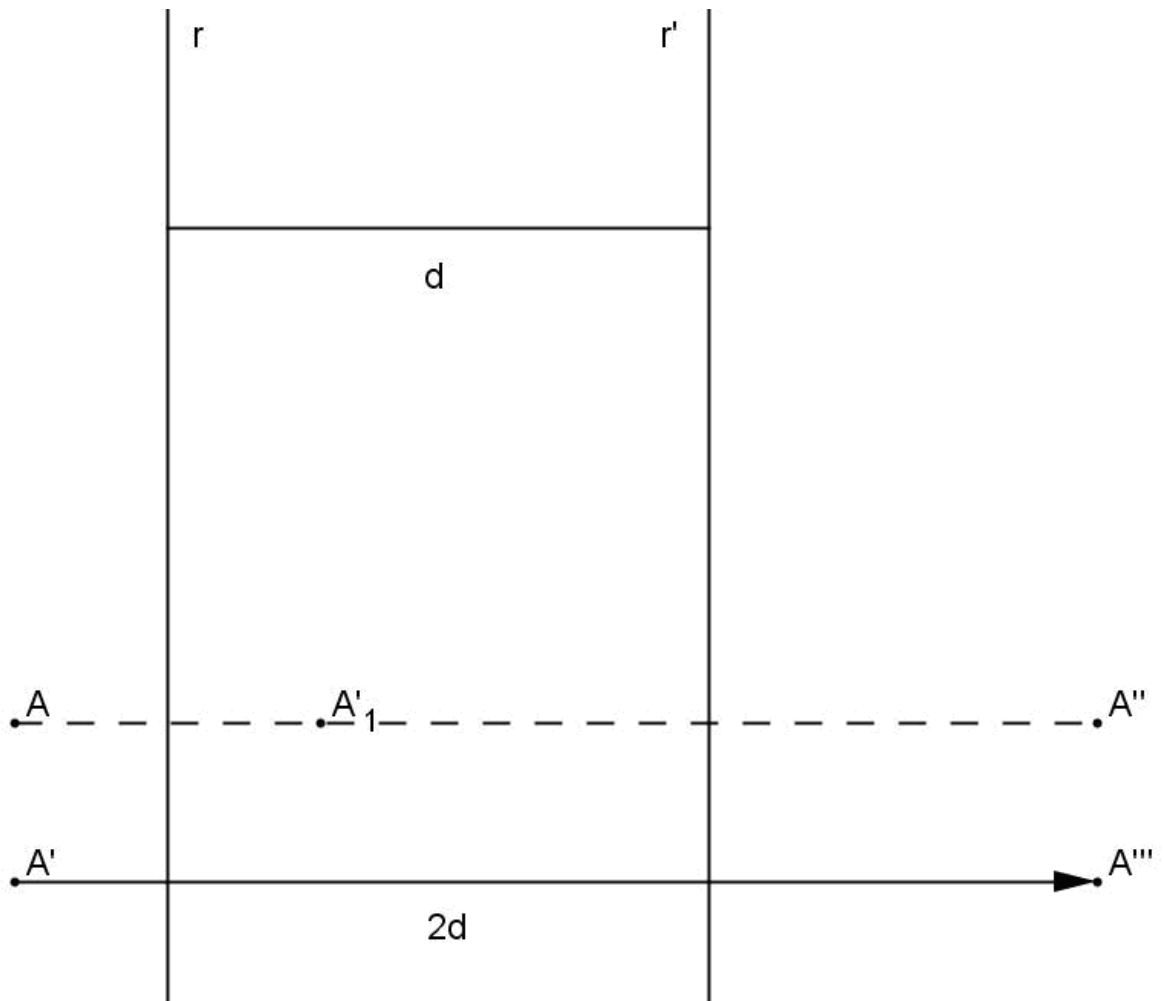
sua primeira expressão sistemática de conjunto na Geometria de Euclides que atravessará os séculos e ainda hoje é utilizada. Geometria essa que em última instância não é mais, segundo vimos, que expressão conceptual de uma experiência milenar da espécie humana que assim registrada e conservada no conhecimento e na tradição cultural, serve ainda hoje à maior parte das necessidades correntes da humanidade (IBIDEM, p. 140-141).

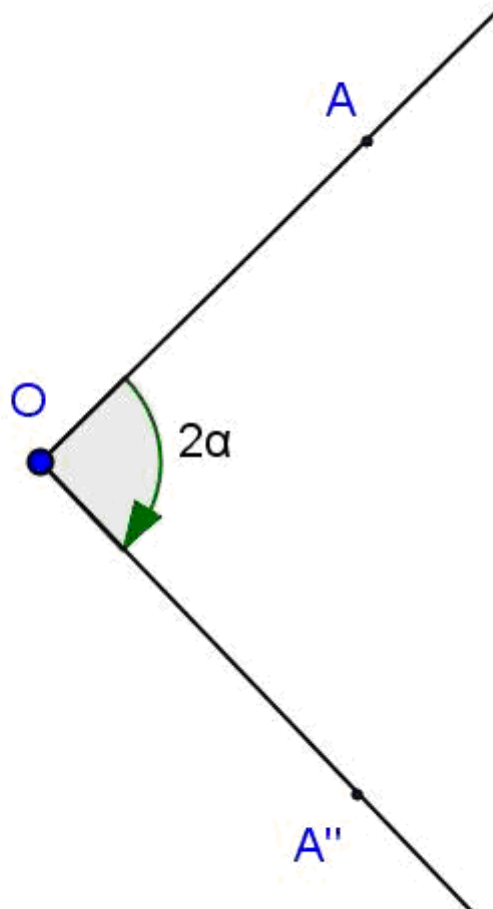
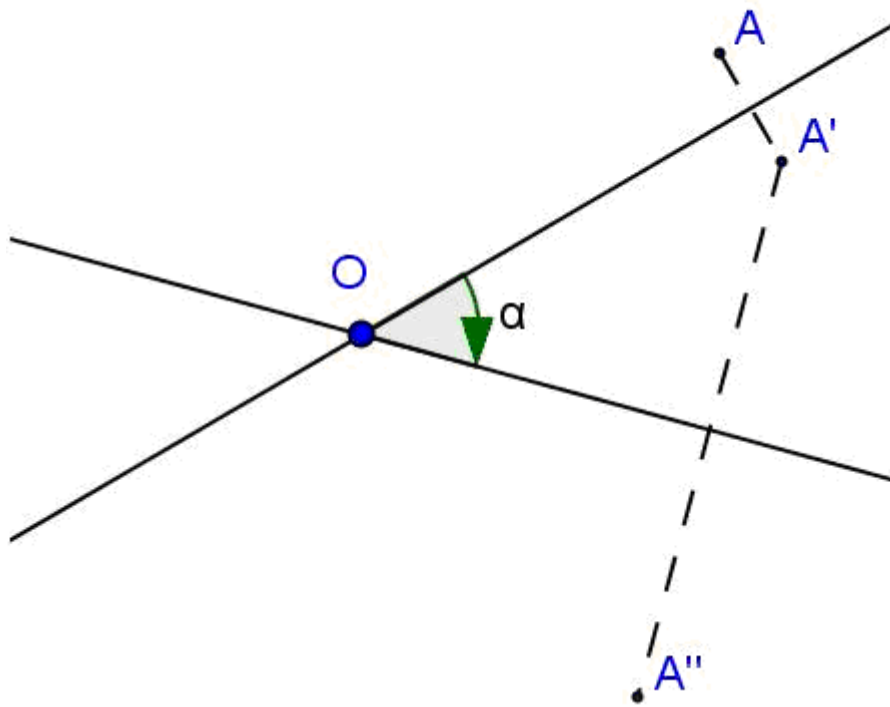
Finalmente, uma outra relação unificadora da Geometria Euclidiana Plana está na isometria, enquanto a relação que “transporta” para qualquer local do plano o sistema euclidiano de medidas. Elaboradas como transformações, todas as isometrias podem ser reduzidas à simetria axial (reflexão sobre uma reta) fazendo determinadas composições de simetrias axiais.

Em termos específicos, a isometria é um procedimento generalizado de transformação do modelo da homotetia colocado acima, em especial para a sistematização das chamadas “fórmulas de área” e do estudo dos “casos” de semelhança prescindindo da referência ao paralelismo.



Por exemplo, a translação pode ser obtida pela composição de duas simetrias com eixos em retas paralelas e a rotação através de duas simetrias com eixos concorrentes.





A reflexão sobre uma reta, carrega a relação unificadora das isometrias visto que, segundo Ledergerber-Ruoff “toda isometria pode ser representada como um produto finito de reflexões em retas”(1982, p.63) pois, conforme é demonstrado, “toda isometria é produto no máximo de três reflexões em retas” (IBIDEM, p.78).

Sintetizando o exposto até aqui, para o ensino de Geometria Euclidiana Plana segundo o modelo da atividade de estudo foram indicadas:

- a relação “célula” a ser destacada na primeira ação de estudo;
- a modelagem gráfico-simbólica dessa “célula” na relação de homotetia, a ser realizada na ação subsequente; e
- a isometria como um procedimento generalizado básico para a ação de transformar o modelo da “célula” de maneira a obter relações mais particulares.

Particularizações obtidas a partir da modelagem da homotetia levarão para relações tais como os teoremas de Tales (linear e angular), a unicidade das paralelas, a semelhança em triângulos retângulos. Com a intervenção da isometria na homotetia ter-se-á as condições da semelhança que não envolvem paralelismo direto. A intervenção da isometria na unidade forma – fronteira – superfície conduzirá para as mais variadas fórmulas de área. A continuidade desse processo analítico levará para a trigonometria, teorema de Pitágoras (tanto na sua relação com a semelhança quanto com áreas), etc³².

Isso mostra que há nexos de dupla determinação entre homotetia e isometria, homotetia e unidade forma – fronteira – superfície, bem como isometria e unidade forma – fronteira – superfície. Cada uma dessas relações gerais são categorias que se referem a totalidades intermediárias e a sua unidade compõe o conceito substancial de semelhança, o qual é a “célula” da totalidade Geometria Euclidiana Plana.

Por outro lado, a contradição semelhança – não semelhança, refere-se a uma totalidade ainda mais densa, a um estudo da Geometria que envolve ao mesmo tempo a Geometria Euclidiana e as não euclidianas. A partir dessa contradição uma nova análise de homotetia, unidade forma – fronteira – superfície e isometria pode levar à compreensão de identidades e diferenças nas geometrias euclidianas e não euclidianas.

Na modelagem completa para a assimilação do conteúdo de Geometria Euclidiana Plana, a ser futuramente realizada, aparecerá num certo ponto do seu desenvolvimento o estudo de sua sistematização lógico-dedutiva. Mas esse estudo estará conduzido para o

³² Conforme já colocado anteriormente, a modelagem de dedução dessas relações segundo o modelo da atividade de estudo será feita futuramente.

entendimento do porquê a relação de semelhança aparece (tem forma de aparecer) nessa sistematização como resultado, muito embora seja premissa indispensável para reproduzir, especificamente, o sistema integral de objetos da Geometria Euclidiana Plana. Isso significa o estudante entender a relação de semelhança, na sua função lógica de “célula”, ser explicativa do porquê o conjunto de axiomas para Geometria Euclidiana Plana ser constituído por esses específicos axiomas e não por outros. Em suma, o estudo do modelo lógico-dedutivo como um dos componentes do modelo da atividade de estudo é essencial para a assimilação de Matemática como um corpo de conhecimentos teóricos, mas não é o componente único e organizador do sistema de conceitos: deverá aparecer subordinado na sistematização do processo de ascensão do abstrato ao concreto.

Estas indicações preliminares para um estudo da Geometria estão articuladas com o que já foi feito no EF para o conceito de número real e a correspondente reformulação que coloca a modelagem algébrica desde a primeira série do ensino fundamental.

Isso conduz para a antecipação no currículo do estudo da Geometria Analítica enquanto método de análise (método para explicitação dos trânsitos geral – particular, particular – geral, particular – particular) que vincula indissolavelmente a álgebra e a geometria propiciando, em termos de modelagem, ao trabalho com modelos que vinculam as formas gráfica e simbólica. Além disso, a Geometria Analítica pode ser vista como um método dialético por excelência (no caso de conteúdos matemáticos), pois o entendimento de determinadas figuras não se processa através de relações entre “seus” elementos, mas se apresenta numa relação com um “outro”, com um sistema de eixos, além do que as equações mantêm permanentemente “ligadas” as particularidades das figuras e permitem a compreensão das singularidades na generalidade.

Considerações finais

A dissertação apresentada é fruto não de um mestrado, mas de todo um estudo desenvolvido durante o meu processo de formação.

Desde o primeiro ano de faculdade estive preocupada com as questões de método, ou seja, sempre tive preocupação em utilizar meus estudos da forma mais eficaz possível para concretização do conhecimento. Já no primeiro ano de graduação tive contato com alguns grupos de estudo, dentre os quais um grupo coordenado pelo professor Adil Poloni, no qual tive o primeiro contato com a teoria marxista. Desde então, fui me apropriando e interessando cada vez mais por essa abordagem e logo na seqüência comecei a participar de um segundo grupo de estudos de teorias marxistas coordenado pelo professor Geraldo Bergamo, cujo foco dos estudos era o entendimento da teoria de Vigotski (interação) e da atividade (Leontiev) e aí então suas potencialidades no que diz respeito ao ensino e aprendizagem.

Esse segundo grupo durou aproximadamente dois anos, e quanto mais me apropriava de tal teoria, mas tinha certeza de que ela poderia auxiliar muito em termos de didática. Essa hipótese ficou mais forte quando começamos a estudar o Experimento Formativo Soviético (EF) e tivemos então a clareza da potencialidade do material que estávamos estudando. A partir daí tivemos a certeza de que estávamos com um instrumento adequado em mãos para ser aplicado aos estudantes e o que era apenas um grupo de estudo começou a se concretizar enquanto uma iniciação científica de cunho experimental.

Era nítido para nós, que estávamos em contato com as teorias, que elas eram adequadas para orientar nossas atividades, e essa certeza era reforçada a cada encontro, cada nova reflexão e mesmo quando aplicávamos a própria teoria do método para nosso entendimento do próprio método.

Mas, foi quando aplicamos, num experimento piloto, o material que foi preparado de acordo com a teoria de atividade de estudo que ficamos ainda mais interessados em saber quais eram os limites e a potencialidade do material que tínhamos em mãos. Os resultados superaram positivamente nossas expectativas, os alunos de oitava série chegaram a conclusões que mostraram um nível de assimilação do conceito de número real que apresenta um grau de dificuldade mesmo para alguns alunos de graduação em Matemática. Eles fizeram uma série de abstrações por meio das quais ficou nítida a necessidade de um estudo teórico mais profundo que explorasse toda a potencialidade dessa teoria enquanto modelo didático.

Optamos por um estudo teórico para que além do entendimento do já realizado, houvesse um aprofundamento na compreensão do sistema de conceitos da teoria da atividade

de estudo, de forma a permitir que levantássemos nossas próprias hipóteses a respeito da constituição do conhecimento, para que num futuro experimento elas sejam elucidadas enquanto resultados práticos, justamente por serem teóricos.

A dissertação então ficou estruturada da seguinte maneira:

Temos a princípio um estudo que ressalta a unidade existente entre sistema de conceitos e método. Através dos pressupostos teóricos acerca da teoria do conhecimento, atividade no seu sentido geral e atividade de estudo em particular, colocamos como necessário um estudo que evidenciasse em unidade os aspectos psico-sócio-biológicos no que diz respeito à produção e reprodução do conhecimento.

Algumas hipóteses são fruto de análise de um estudo experimental anteriormente realizado (experimento piloto) que receberam uma especial atenção nesse trabalho e foram internalizados e compreendidos ao nível de possibilitar algumas afirmações a respeito das possibilidades que o modelo de atividade de estudo proporciona na criação de modelos ou métodos de ensino.

O que é essencial para a constituição das “células” para o ensino de Geometria Euclidiana Plana, também é apresentado enquanto apontamentos iniciais.

Apresentamos o significado de reflexão enquanto método, justificando a escolha por um estudo teórico e o porquê do trabalho focar a atenção no modelo da atividade de estudo.

No decorrer do estudo, alguns dos limites e possibilidades do modelo da atividade de estudo, tendo respaldo na teoria do conhecimento, são desvendados. Este trabalho de certa forma sintetiza uma série de teorias e aponta as interconexões e as possibilidades que podem ser alcançadas diante da utilização desse modelo. É necessário, porém, enfatizar que esses estudos não terminam aqui. A compreensão e identificação das “células” bem como a modelação para conteúdos específicos é algo que necessita de um futuro trabalho.

Durante o desenvolvimento da dissertação foi feito um trabalho para identificar as possíveis “células” para conteúdos de Geometria Euclidiana Plana, norteado pelo material formulado no EF para o conceito do número real. Essa primeira modelação foi realizada devido ao fato de ao utilizarmos o material existente para o conceito de número real termos verificado a sua adequabilidade. No EF, o material formulado apresenta apenas esparsamente algumas indicações para o ensino de conteúdos de Geometria. Se queremos um ensino que siga a estrutura da atividade de estudo, é necessário antes termos um material didático de apoio. Temos apontamentos iniciais das possíveis “células” para o ensino de Geometria Euclidiana Plana, que seriam a relação de semelhança modelada na homotetia e a unidade forma-fronteira- superfície, bem como a relação de isometria como um procedimento

generalizado para obtenção de uma série de relações particulares deduzidas a partir das “células”. Neste trabalho, foi possível apenas destacar as chamadas relações unificadoras ou “células”, porém é necessário que se contemple a estrutura da atividade de estudo e isso será feito em um outro trabalho. Essas células devem ser modeladas, ou seja, ao colocar o estudante diante destas relações deve-se ter modelos dos diversos tipos (objetuais, simbólicos e gráficos) sendo que tais modelos devem explicitar a “célula densa” que engloba essas três relações para, a partir dessas ações, obter-se relações menos gerais que mantenham permanentemente unidas as questões referentes aos aspectos de posição (concorrência, paralelismo, perpendicularismo, etc) e de medida (comprimento, área, ângulo, relações trigonométricas). Finalmente, para construir sistemas de tarefas particulares, em Geometria Euclidiana Plana, deve-se ter em consideração que boa parte do objetivo desse conteúdo de conhecimento refere-se a modelar em forma bidimensional o espaço físico tridimensional e aplicar essa modelagem para resolução de aspectos técnicos de uma série de necessidades humanas.

O modelo didático da atividade de estudo suporta a introdução, já no ensino básico, de questões referentes a agrimensura, cartografia, desenho técnico de edificações e topografia a serem resolvidas por procedimentos gerais obtidos a partir de relações particulares deduzidas das “células”. Na resolução destas questões, instrumentos de trabalho tais como régua, esquadro, transferidor, compasso, pantógrafo, teodolito, bem como os modernos softwares de geometria dinâmica, podem ser utilizados e compreendidos enquanto meios auxiliares de pensamento.

Note-se que para elaborar esse tipo de material didático os atuais livros didáticos de Geometria serão de pouco auxílio, pois eles se organizam de forma a separar e tornar independentes entre si aspectos de posição e medida e, quanto à medida, separar e tornar formalmente independentes comprimento, área e ângulo. Parte desses livros didáticos, inclusive, consagra essa separação em dois ramos de estudos que seriam independentes denominados de: Geometria Métrica e Geometria de Posição.

As potencialidades e os limites do modelo didático da atividade de estudo, inclusive no tocante à formação da motivação para o estudo autônomo, só se tornará mais clara após a realização de um experimento didático de natureza relativamente ampla. Mas, quando se leva em consideração os resultados obtidos no experimento piloto que realizamos, o que se pode concluir até o momento é que o modelo da atividade de estudo é adequado quando o objetivo está centrado na constituição do conhecimento teórico. É essa conclusão que me leva a estar

motivada para continuação deste trabalho no que diz respeito a concretizações das demais ações da atividade de estudo acerca dos conteúdos de Geometria Euclidiana Plana.

Referências Bibliográficas

BADILLO, R.G. Un Concepto Epistemológico de Modelo para la Didáctica de las Ciências Experimentales. **Revista Electrónica de las Ciências**, vol.03, nº3, 2004. Disponível em: www.saum.uvigo.es/reec, Acesso em: 09/02/2010.

BARBOSA, J.L.M. **Geometria Euclidiana Plana**. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2002.

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. Brasília: Secretaria da Educação, 1996. Disponível em: <http://www.zinder.com.br/legislacao/pcn-fund.htm#PCN-MTM>, Acesso em: 07/06/2010.

CARVALHO, E. A totalidade. In: CARVALHO, E. **A produção dialética do conhecimento**. São Paulo: Xamã, 2008.

DAMASCENO, B.P. A Mente Humana: Uma Abordagem Neuropsicológica. **Multiciência**, vol.03, 2004. Disponível em: http://www.multiciencia.unicamp.br/artigos_03/a_02.pdf, Acesso em: 15/11/2009.

VERONEZI, R. J. B.; DAMASCENO, B. P.; FERNANDES, Y. B. Funções Psicológicas Superiores, **Ciência Médica**, Campinas: UNICAMP, nov./dez., 2005.

DAVÍDOV, V.; MÁRKOVA, A. El Desarrollo del Pensamiento en la Edad Escolar. In: DAVÍDOV, V.; SHUARE, M. (Orgs.) **La Psicología Evolutiva y Pedagógica en la URSS**. Moscou: Editorial Progreso, 1987(a). p. 173-193.

DAVÍDOV, V.; MÁRKOVA, A. La Concepcion de la Actividad de Estudio de los Escolares. In: DAVÍDOV, V.; SHUARE, M. (Orgs.) **La Psicología Evolutiva y Pedagógica en la URSS**. Moscou: Editorial Progreso, 1987 (b). p. 316-337).

DAVÍDOV, V. **La Enseñanza Escolar y el Desarrollo Psíquico**. Moscou: Editorial Progreso, 1988.

DAVÍDOV, V. V. **Tipos de generalización en la enseñanza**. Havana: Editorial Pueblo y Educación, s/d.

DIAMENT, A. J. Neurofisiologia da Aprendizagem. **Revisões e Ensaios**, 1982. Disponível em: <http://www.pediatriasaopaulo.usp.br/upload/pdf/787.pdf>, Acesso em: 09/11/2009.

ELKONIN, D. Problemas psicológicos del juego em la edad preescolar. In: DAVÍDOV, V.; SHUARE, M. (Orgs.) **La Psicología Evolutiva y Pedagógica en la URSS**. Moscou: Editorial Progreso, 1987a, p.83-102.

ELKONIN, D. Sobre el problema de la periodización del desarrollo psíquico en la infancia. In: DAVIDOV, V.; SHUARE, M. (Orgs.) **La Psicología Evolutiva y Pedagógica en la URSS**. Moscou: Editorial Progreso, 1987b, p.104-124.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Campinas: Unicamp, 2004.

GORODSKI, C. Um breve panorama Histórico da Geometria. **Matemática Universitária**, Rio de Janeiro, n.44, 2008, p.14-29.

KAMAL, M. **Hegel's Dialectic Logic**. 1987. 230f. Tese - University of Karachi. Pakistan, 1987, 235p. Disponível em: <http://pr.hec.gov.pk/Thesis/442.pdf>. Acesso em: 31/08/2008.

KOPNIN, P. V. **A dialética como lógica e teoria do conhecimento**. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1978.

LEONTIEV, A. **O desenvolvimento do Psiquismo**. Lisboa: Livros Horizonte, 1978.

LEDERGERBER-RUOFF, E.B. **Isometrias e Ornamentos do Plano Euclidiano**. São Paulo: Atual, 1982.

MARTINS, L.M. As aparências enganam: divergências entre o materialismo histórico dialético e as abordagens qualitativas em pesquisa. In: **29º ANPED - Educação, Cultura e Conhecimento: desafios e compromissos**, v.1, 2006, p.1-17.. Disponível em: Acesso em: <http://www.anped.org.br/reunioes/29ra/trabalhos/trabalho/GT17-2042--Int.pdf>, Acesso em: 05/03/2009.

MAGAGNATO, P. C.; BERGAMO, G. A. Fundamentos Teóricos de uma Atividade Escolar de Transição do Pensamento Empírico para o Pensamento Teórico. In: Campo Grande: **XIV EBRAPEM**, 2010. No prelo.

MARX, K. “Introdução [à Crítica da Economia Política]”. In: GIANOTTI, J. A. (org). **Marx**. São Paulo: Nova Cultural, 1999, p.25-48.

OLIVEIRA, A.M.; SILVA, A. **Biblioteca da Matemática Moderna**, Tomo I. São Paulo: Lisa, 1970.

PRADO JUNIOR, C. **Dialética do Conhecimento**. Tomo I. São Paulo: Brasiliense, 1969.

SCARPIM, S.; BERGAMO, G. A.; MORAES, M. S. Atividade de Estudo Desenvolvente: de um Pensamento Empírico a um Pensamento Teórico. In: Goiânia, **XIII EBRAPEM**, 2009.

SFORNI, M. S. F. **Aprendizagem conceitual e organização do ensino: contribuições da teoria da atividade**. Araraquara: JM Editora, 2004.

SOUZA, J.C.M. **O escândalo da Geometria**. Rio de Janeiro: Aurora, s/d.

VIGOTSKI, L.S. **A Construção do Pensamento e da Linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 2001.

VIGOTSKI, L.S. **A Formação Social da Mente**. São Paulo: Martins Fontes, 2003.

VIGOTSKI, L.S. **Obras Escogidas**. Moscou: Editorial Pedagógica, 1983.

ANEXO 1**▪ Ângulo e região angular**

- 1) Defina ângulo por escrito (sem o auxílio de figuras).
- 2) Defina ângulo por escrito (com auxílio de figuras).
- 3) Dê o conceito de região angular (sem auxílio de figuras).
- 4) Dê o conceito de região angular (com auxílio de figura).
- 5) Qual a diferença entre ângulo e região angular? (Escreva sem utilizar figuras).
- 6) Qual a diferença entre ângulo e região angular? (Pode utilizar figuras).

Procedimentos:

Apresentamos a questão 1, verificamos o desempenho. Se necessário apresentamos a questão 2 e se não foi resolvida, apresentamos uma figura representando ângulo, ou um material tipo duas varetas (material concreto). O mesmo para 3 e 4; e para 5 e 6.

As próximas questões devem ser questões conceituais sobre ângulos adjacentes, e ângulos opostos pelo vértice.

- 7) Ângulo e medida de ângulo são a mesma coisa? (Escreva sem utilizar figuras).
- 8) Ângulo e medida de ângulo são a mesma coisa? (Escreva podendo utilizar o auxílio de figuras).

Procedimentos:

Se o desempenho não foi adequado, fazemos como nas questões anteriores.

Se o desempenho foi adequado, pedimos para que sejam feitas figuras que mostrem a diferença entre ângulo e medida de ângulo.

Relembrar o que são ângulos complementares e ângulos suplementares.

- 9) Em que situação usamos a palavra complementares? E a palavra complemento? Qual a diferença entre as duas?

O tipo de auxílio sobre ângulos complementares e complemento depende da resposta da 7 e de que auxílio foi necessário para chegar nessa resposta.

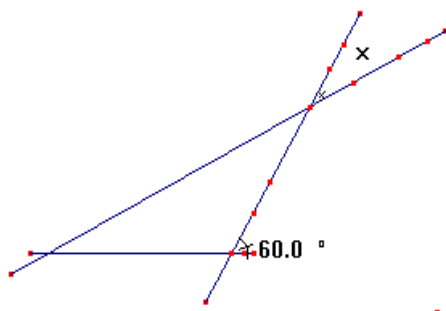
Nas próximas questões introduzidas no momento do encontro com os estudantes, devem constar cálculos.

▪ Paralelismo e retas cortadas por uma transversal

- 1) Defina o que é uma transversal a outras duas retas. (Não pode utilizar figuras).
- 2) Defina o que é uma transversal a outras duas retas. (Pode utilizar figuras).
- 3) Que propriedades tem a figura dada por uma reta transversal a duas paralelas? Essas propriedades se mantêm se as duas retas não forem paralelas? (Pode utilizar figuras).

Próximas questões devem ser de cálculo e identificação para a situação de paralelismo, tais como:

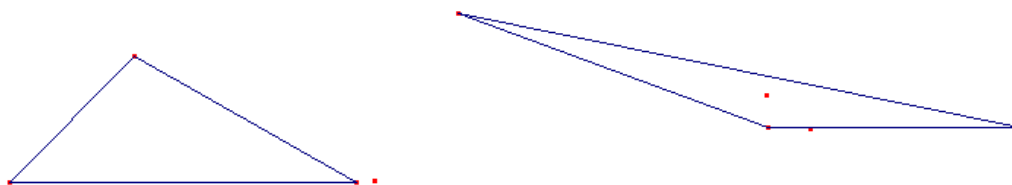
4) Através da figura é possível encontrar o valor de x ? Se sim qual é? Caso contrário justifique o porque não é possível.



Observação:

No item 4 temos uma situação que está colocada em seqüência dedutiva com o que veio antes e o que virá depois.

5) Compare visualmente os ângulos dos triângulos abaixo. A soma as medidas dos ângulos de um triângulo é igual à soma do outro triângulo?

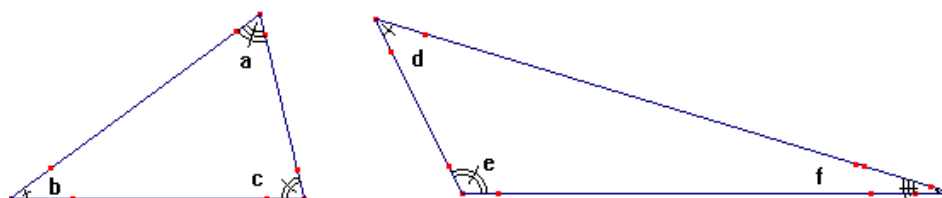


Não ofereceremos seqüência de auxílio, mas se o aluno pedir, forneceremos transferidor.

6) Nas figuras, a, b, c, d, e, f , são medidas de ângulos. Demonstre que a soma das medidas dos ângulos é igual a 180° para qualquer triângulo. Para isso demonstre que, nas figuras abaixo:

$$a + b + c = 180$$

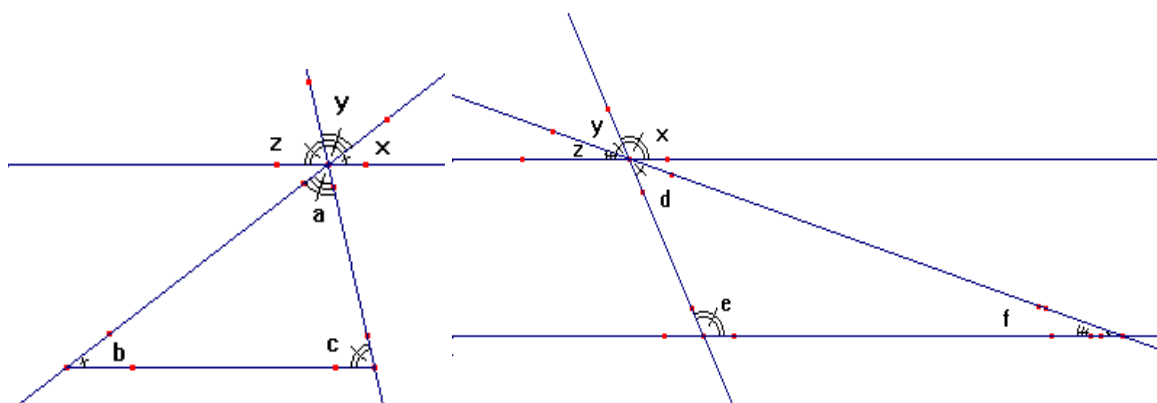
$$d + e + f = 180 \text{ e, portanto } a + b + c = d + e + f$$



Procedimentos:

A primeira linha de auxílio é relativa a utilizar-se traçados complementares nas figuras. Devemos ter cuidado para envolvermos uma seqüência de auxílio mínimo ao máximo.

Dependendo do desempenho dos estudantes utiliza-se os mesmos triângulos, mas desta forma:



Se essa linha de auxilio mostra – se muito fora das possibilidades de realização passamos a utilizar materiais concretos. Também nos materiais concretos envolver seqüência de auxílios. No caso do aluno que precisou dessa etapa, deve-se retornar à utilização apenas dos traçados complementares nas figuras.

Materiais concretos do caso:

a) Varetas

Seqüência: soltas, juntas sem marcação de ângulos; com marcação de ângulos.

b) Dobradura

Papel: sem marcas para dobras; com marcas para dobras mas sem marcação de ângulos; com marcação de ângulos; com auxílio de material em madeira.

c) Recortes em papel (idem b).

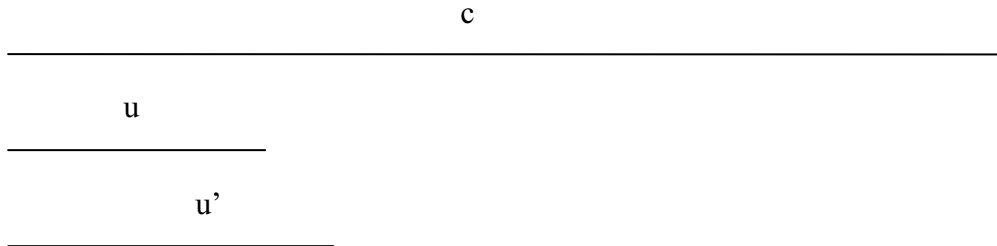
Na seqüência os exercícios devem ser de cálculos para feixes de paralelas. Aqui poderá recair tanto no já realizado quanto na ZDP.

ANEXO 2

Expressão Geral

$$\frac{G}{u} = n$$

1) Dados:



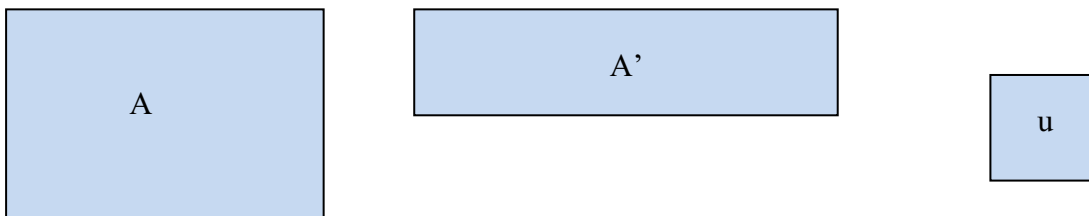
$$\frac{c}{u} = ?$$

$$\frac{c}{u'} = ?$$

Compare u com u' e $\frac{c}{u}$ com $\frac{c}{u'}$

Conclusão:

2) Dados:



Então:

$$\frac{A}{u} = ?$$

$$\frac{A'}{u} = ?$$

Compare A e A'

Conclusão:

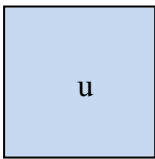
3) Compare as conclusões dos exercícios 1 e 2.

$$4) \frac{c}{u} = \frac{5}{4}$$

_____ u

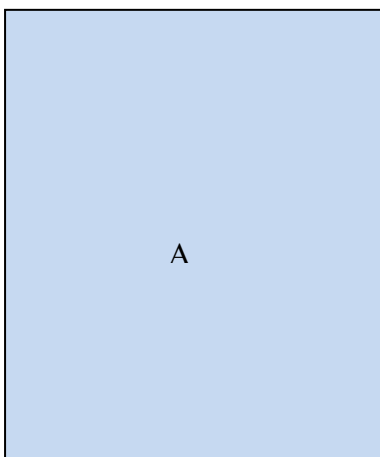
c = ?

$$5) \frac{A}{u} = \frac{7}{4}$$



Desenhe uma figura que tenha área A.

$$6) \frac{A}{u} = \frac{5}{3}$$



Qual o valor de u ?

7) Dados:

$$G < G' < G''$$

$$\frac{G}{u} = n; \quad \frac{G'}{u} = n'; \quad \frac{G''}{u} = n''$$

Qual a relação entre n , n' e n'' .

8) Dados:

$$u < u' < u''$$

$$\frac{G}{u} = n; \quad \frac{G'}{u} = n'; \quad \frac{G''}{u} = n''$$

Qual a relação entre G , G' e G'' .

- 9) 0 e 10
 1 e 9
 2 e 8
 3 e 7
 4 e 6
 5 e 5
 6 e 4
 7 e 3
 8 e 2
 9 e 1
 10 e 0
 $\frac{7}{2}$ e $\frac{13}{2}$
- a) Dê uma representação com letras (expressão algébrica) para dois números, uma operação com as duas letras e um resultado fixo, de tal maneira que fiquem representados todos os pares acima.
 b) Ache outros pares de números que satisfazem a mesma representação literal.
 c) Faça uma representação com massa de modelar e faça uma representação gráfica da relação expressa algebricamente

10) Elabore uma representação com três letras (expressão algébrica) e duas operações distintas para elas, igualando daí com um número fixo. Dê exemplos de ternas de números que satisfazem essa expressão.

Faça a representação gráfica e com massa de modelar.

11) Elabore uma expressão algébrica três letras, uma operação e uma relação de igualdade. Considere qualquer das letras como incógnita e a represente por x . Quantas possibilidades há em fazer isto ? Duas delas tem o mesmo tipo ou não?

Enuncie problemas com dois valores distintos e um valor pedido que correspondam a cada uma das possibilidades. Quantos tipos de problemas vão ter?

ANEXO 3

Nome: _____

Enunciado: _____

Auxílio didático

- Nenhum
- Pistas: A,B,C
- Início à resolução
- Resolução mais imitação

Meios externos de pensamento

- Conceito
- Conceito espontâneo
- Figuras geométricas
- Materiais concretos
- Rascunhos/ Esquemas

Formas de resolução

- Imediata
- Reorganização de memória
- Ensaio organizado
- Ensaio e erro
- Ajuda intensa

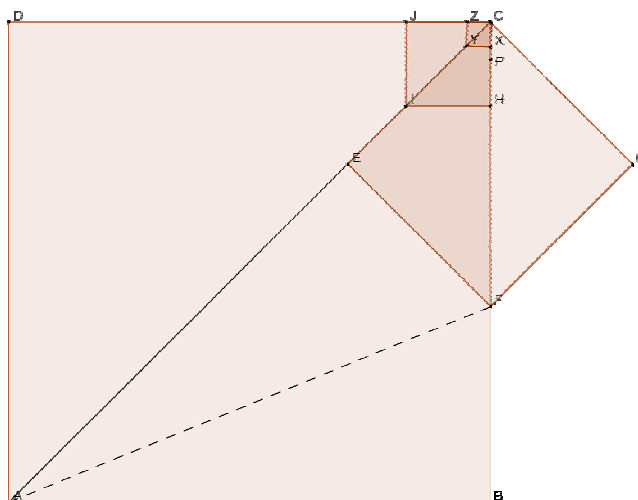
Características da resolução

- Verificações
- Particularizações
- Generalizações

Observações: _____

Anexo 4 - Parte A

Afirmção: Dados dois segmentos quaisquer, existe um pequeno segmento que divide ambos um número inteiro de vezes.



Considere no quadrado ABCD da figura a diagonal AC e o lado BC.

Pela afirmação inicial, existe um pequeno segmento CP que divide ambos um número inteiro de vezes.

Seja $AC = mCP$ e $BC = nCP$; $m, n, \in \mathbb{N}^*$

Seja E e AC / $AE = BC = AB$

Seja por E a perpendicular a AC interceptando o lado BC em F.

Os triângulos AEF e ABF são retângulos com $AE=AB$ e AF hipotenusa comum. Pela relação de Pitágoras vem:

$$BF=EF$$

O triângulo CEF é retângulo e ângulo $ECF = 45^\circ$, ou seja, o triângulo é isósceles. Daí vem:

$$EF = EC$$

Mas

$$EC = AC - AE$$

$$EC = mCP - nCP = (m-n) CP$$

E daí:

$$BF = (m-n)CP$$

Ora,

$$CF = BC - BF = nCP - (m-n) CP = (2n-m)CP$$

Como $m, n \in \mathbb{N}^*$ tem-se $(m-n), (2n-m) \in \mathbb{N}^*$

Fazendo-se,

$2n - m = m'$ e $m - n = n'$, tem-se:

$CF = m'CP$ e $EC = n'CP$; $m', n' \in \mathbb{N}^*$

Considerando o ponto G que completa o quadrado $EFGC$, temos que o mesmo pequeno segmento CP divide a diagonal e um lado em um número inteiro de vezes, isto é, para o quadrado menor reproduziu-se a relação estabelecida para o quadrado inicial.

Pode-se agora reproduzir no quadrado $EFGC$ as mesmas construções feitas no quadrado inicial, tomando-se $CH = CE$ e obtendo-se o quadrado $CHIJ$ tal que sua diagonal CI e o lado CH satisfazem:

$$CI = m''CP \text{ e } CH = n''CP; \quad m'', n'' \in \mathbb{N}$$

Como a construção pode ser repetida indefinidamente, após um certo número de repetições pode-se obter um pequeno quadrado tal que seu lado CX satisfaz:

$CX < CP$ e $CX = qCP$; $q \in \mathbb{N}^*$, ou seja,

$CX < CP$ e $CX > CP$; CONTRADIÇÃO.

Portanto a afirmação inicial não se cumpre, ou seja, a diagonal e o lado de um quadrado são tais que não existe um segmento que divida ambas um número inteiro de vezes. Como a razão da diagonal para o lado é igual a $\sqrt{2}$, tem-se que $\sqrt{2}$ é um número irracional.

Anexo 4 - Parte B

Afirmção: $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$; $p, q \in \mathbb{N}^*$; p e q primos entre si.

$$\sqrt{2} = \frac{p}{q}$$

$$2q^2 = p^2$$

Portanto, p^2 é um número par e daí:

p é um número par.

Como p e q são primos entre si, tem-se:

q é um número ímpar.

Como p é par, seja $p = 2r$; $r \in \mathbb{N}^*$

Substituindo em $2q^2 = p^2$ vem:

$$q^2 = 2r^2, \text{ portanto:}$$

q é um número par.

Logo, q é um número que é simultaneamente par e ímpar = CONTRADIÇÃO.

Portanto a afirmação inicial não se cumpre, isto é, não existem inteiros p e q tais que $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$,

ou seja, $\sqrt{2}$ é irracional.

Anexo 5

A - Axiomas de Incidência e Ordem.

Axioma I₁. Qualquer que seja a reta existem pontos que pertencem a reta e pontos que não pertencem à reta.

Axioma I₂. Dados dois pontos distintos existe uma única reta que os contém.

Axioma II₁. Dados três pontos distintos de uma reta, um e apenas um deles está entre os outros dois.

Axioma II₂. Dados dois pontos distintos A e B sempre existem: um ponto C entre A e B e um ponto D tal que B está entre A e D.

B – Axiomas de medição e congruência

Axiomas sobre medição de segmentos

Axioma III₁. A todo par de pontos do plano corresponde um número maior ou igual a zero. Este número é zero se e só se os pontos são coincidentes.

Axioma III₂. Os pontos de uma reta podem ser colocados em correspondência biunívoca com os números reais, de modo que a diferença entre estes números meça a distância entre os pontos correspondentes.

Axioma III₃. Se o ponto C encontra-se entre A e B então

$$\overline{AC} + \overline{CB} = \overline{AB}$$

Axiomas sobre medição de ângulos

Axioma III₄. Todo ângulo terá uma única medida maior ou igual a zero. A medida de um ângulo é zero se e somente se ele é constituído por duas semi-retas coincidentes.

Axioma III₅. É possível colocar, em correspondência biunívoca, os números reais entre zero e 180 graus e as semi-retas da mesma origem que dividem um dado semi-plano, de modo que a diferença entre estes números seja a medida do ângulo formado pelas semi-retas correspondentes.

Axioma III₆. Se uma semi-reta S_{OC} divide um ângulo AÔB, então

$$\widehat{AÔB} = \widehat{AÔC} + \widehat{CÔB}.$$

Axioma de Congruência

Axioma IV. Dados dois triângulos ABC e EFG, se AB = EF, AC = EG e $\hat{A} = \hat{E}$ então ABC = EFG.

C – Axioma das Paralelas

Axioma V. Por um ponto fora de uma reta m pode-se traçar uma única paralela a reta m .

D- Axiomas de Área

Axioma VI.1. A toda região poligonal corresponde um número maior do que zero.

Axioma VI.2. Se uma região poligonal é a união de duas ou mais regiões poligonais que duas a duas não tenham pontos interiores em comum, então sua área é a soma das áreas daquelas regiões.

Axioma VI.3. Regiões triangulares limitadas por triângulos congruentes têm áreas iguais.

Axioma VI.4. Se ABCD é retângulo então sua área é dada pelo produto:

$\overline{AB} \cdot \overline{BC}$.

Anexo 6 – Cópias de trabalhos de Escher e Magritte.



PRINT GALLERY, LITHOGRAPH, 1956 (ESCHER)³³.



Magritte³⁴

34. Disponível em: <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/opombo/seminario/escher/obra2.html>. Acesso em: 12/06/2010.

35. Disponível em: <http://www.google.com.br/imagens/magritte/obras.html>. Acesso em:12/06/2010.