



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Controle Ativo de Vibrações de Rotores com Mancais Magnéticos – Influência dos Parâmetros do Controlador PID

Paulo Henrique Fulanete Guiráo

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Luiz de Paula do Nascimento

Ilha Solteira, Agosto de 2006.



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA

CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO: CONTROLE ATIVO DE VIBRAÇÕES DE ROTORES COM MANCAIS MAGNÉTICOS -
INFLUÊNCIA DOS PARÂMETROS DO CONTROLADOR PID

AUTOR: PAULO HENRIQUE FULANETE GUIRÃO

ORIENTADOR: Prof. Dr. LUIZ DE PAULA DO NASCIMENTO

Aprovado como parte das exigências para obtenção do Título de MESTRE em ENGENHARIA
MECÂNICA pela Comissão Examinadora:

Prof. Dr. LUIZ DE PAULA DO NASCIMENTO

Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. JOAO ANTONIO PEREIRA

Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Profa. Dra. KÁTIA LUCHESE CAVALCA DEDINI

Departamento de Projeto Mecânica / Universidade Estadual de Campinas

Data da realização: 11 de agosto de 2006.

Presidente da Comissão Examinadora
Prof. Dr. LUIZ DE PAULA DO NASCIMENTO

*Dedico este trabalho primeiramente à Deus,
pelo dom da vida. Aos meus pais Aparecido e
Fátima, à minha namorada Tatiana e aos meus
irmãos Fábio e Carlos.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pela vida e por todos os outros infinitos fatores que me possibilitaram escrever este trabalho.

Aos meus pais Aparecido e Fátima, que me criaram dentro de princípios de ética, moral, honestidade, responsabilidade e fé. Grande parte do que sou devo a vocês.

À minha namorada Tatiana, pelo amor incondicional e pelo carinho em todos os momentos.

Aos meus irmãos, Fábio e Carlos, verdadeiros companheiros.

Aos meus amigos de Mestrado, em especial ao amigo Tobias, companheiro de todas as horas.

À todos os meus professores, em especial ao professor Luiz de Paula e Gilberto, pela amizade e pelos conselhos construtivos durante a graduação e pós-graduação.

Ao Departamento de Engenharia Mecânica da Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira – UNESP, sem o qual este trabalho não poderia ter sido realizado.

À CAPES – Coordenadoria de Aperfeiçoamento do Pessoal de Nível Superior, pela bolsa concedida para a execução deste trabalho.

À todos, muito obrigado.

“Ainda que eu tivesse o dom da profecia, o conhecimento de todos os mistérios e de toda a ciência; ainda que eu tivesse toda a fé, a ponto de transportar montanhas, se não tivesse o amor, eu não seria nada.”

1 Coríntios 13,2

RESUMO

GUIRÃO, P. H. F. **Controle Ativo de Vibrações de Rotores com Mancais Magnéticos – Influência dos Parâmetros do Controlador PID**. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Engenharia – Campus de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2006.

Neste trabalho apresenta-se uma análise teórica do desempenho de um sistema de controle ativo de vibrações de rotores utilizando mancais magnéticos. Trata-se de uma alternativa de controle ativo de vibrações de rotores onde um sistema adaptativo “*feedforward*” é empregado sobreposto ao sistema de controle “*feedback*” dos mancais magnéticos. O desempenho de algumas arquiteturas de controle, tanto em termos de vibração global como em vibração local do rotor, foi analisado dando ênfase na variação do ganho proporcional e derivativo do controlador PID, que compõe o circuito de controle do mancal magnético ativo. Também foi analisado o efeito da posição e do número de sensores de erro, bem como o efeito do mancal atuador utilizado, sobre o desempenho das estratégias de controle. O sistema de controle foi aplicado em um modelo teórico de rotor desenvolvido pelo método da matriz de impedância.

Palavras-chave: Mancais Magnéticos Ativos, Controle Ativo, Dinâmica de Rotores, Filtro PID.

ABSTRACT

GUIRÃO, P. H. F. Active Control of Vibrations of Rotors with Magnetic Bearings – Influence of the Variation of the Parameters of the PID Controller. Master's Thesis. Faculdade de Engenharia – Campus de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2006.

In this work a theoretical analysis of the performance of a system which actively controls vibrations of rotors using magnetic bearings is presented. The proposed system of control is an alternative of active control of rotor vibrations in which an adaptive feedforward system superimposed on the feedback control system of the magnetic bearings is used. The performance of some control architectures was analyzed, in terms of global vibration as in terms of local vibration of the rotor, giving emphasis in the variation of the proportional and derivative gain of the PID controller of the control circuit of the active magnetic bearings. Furthermore, the performance of the vibration control system was analyzed considering the effect of the number and position of the error sensors, as well as the effect of the magnetic bearing employed as actuator. The control system was applied in a theoretical rotor model developed by the matrix impedance method.

Key-words: Active Magnetic Bearing, Active Control, Rotor Dynamics, PID Filter.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	10
2. ATUADORES MAGNÉTICOS.....	14
2.1. INTRODUÇÃO.....	14
2.2. PRINCÍPIO BÁSICO DE OPERAÇÃO DOS MANCAIS MAGNÉTICOS ATIVOS.....	16
2.3. TEORIA BÁSICA DOS ATUADORES MAGNÉTICOS.....	17
2.4. CIRCUITO DE CONTROLE DO ATUADOR MAGNÉTICO (“ <i>FEEDBACK</i> ”).....	25
2.4.1. SENSOR DE POSIÇÃO.....	26
2.4.2. FILTRO PASSA BAIXA.....	27
2.4.3. FILTRO PROPORCIONAL, INTEGRAL E DERIVATIVO (FILTRO PID).....	28
2.4.4. AMPLIFICADOR DE POTÊNCIA.....	28
2.5. EQUAÇÃO DE MOVIMENTO DO SISTEMA ROTOR-MANCAL MAGNÉTICO.....	29
2.6. RIGIDEZ E AMORTECIMENTO EQUIVALENTES.....	29
3. INFLUÊNCIA DA VARIAÇÃO DOS PARÂMETROS DO CONTROLADOR PID.....	32
3.1. INTRODUÇÃO.....	32
3.2. CURVAS DE RIGIDEZ E AMORTECIMENTO EQUIVALENTES.....	33
3.2.1. VARIAÇÃO DO GANHO PROPORCIONAL DO FILTRO PID (K_P) SOBRE A RIGIDEZ E O AMORTECIMENTO EQUIVALENTES.....	34
3.2.2. VARIAÇÃO DO GANHO INTEGRAL DO FILTRO PID (K_I) SOBRE A RIGIDEZ E O AMORTECIMENTO EQUIVALENTES.....	35
3.2.3. VARIAÇÃO DO GANHO DERIVATIVO DO FILTRO PID (K_D) SOBRE A RIGIDEZ E O AMORTECIMENTO EQUIVALENTES.....	36
3.2.4. VARIAÇÃO DO GANHO TOTAL DO FILTRO PID (K_T) SOBRE A RIGIDEZ E O AMORTECIMENTO EQUIVALENTES.....	37

4. CONTROLE ATIVO DE VIBRAÇÕES.....	39
4.1. INTRODUÇÃO.....	39
4.2. CONTROLE ATIVO TIPO “ <i>FEEDBACK</i> ”.....	40
4.2.1. RESPOSTA DE UM SISTEMA DE UM GRAU DE LIBERDADE COM CONTROLE “ <i>FEEDBACK</i> ”.....	43
4.2.2. CONTROLE <i>FEEDBACK</i> USANDO VARIÁVEIS DE ESTADO.....	45
4.2.3. CONTROLE ÓTIMO.....	49
4.3. CONTROLE ATIVO TIPO “ <i>FEEDFORWARD</i> ”.....	51
4.3.1. CONTROLADOR DIGITAL ADAPTATIVO.....	54
4.3.2. CONTROLADORES ADAPTATIVOS MULTICANAIS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA.....	60
4.3.3. CONTROLADORES ADAPTATIVOS MULTICANAIS NO DOMÍNIO DO TEMPO.....	63
5. MODELO TEÓRICO.....	69
5.1 INTRODUÇÃO.....	69
5.2. TEORIA BÁSICA DA MODELAGEM MATEMÁTICA.....	70
5.3. CONTROLE ATIVO ÓTIMO APLICADO AO ROTOR.....	75
5.4. DESCRIÇÃO DO MODELO TEÓRICO PARA ANÁLISE.....	76
6. ANÁLISE DO CONTROLE ATIVO EM FUNÇÃO DE VARIAÇÕES NOS PARÂMETROS DO CONTROLADOR PID.....	78
6.1. INTRODUÇÃO.....	78
6.2. FREQUÊNCIAS CRÍTICAS E MODOS DE VIBRAÇÃO DO ROTOR.....	79
6.3. ANÁLISE DE DESEMPENHO DOS ATUADORES.....	83
6.4. ESTRATÉGIA DE CONTROLE USANDO UM ATUADOR E UM SENSOR DE ERRO.....	85
6.5. ESTRATÉGIA DE CONTROLE USANDO UM ATUADOR E DOIS SENSORES DE ERRO.....	93
6.6. ESTRATÉGIA DE CONTROLE USANDO UM ATUADOR E TRÊS SENSORES DE ERRO.....	100
6.7. ESTRATÉGIA DE CONTROLE USANDO DOIS ATUADORES E DOIS SENSORES DE ERRO.....	104
7. CONCLUSÕES FINAIS E PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS.....	108
7.1. CONCLUSÕES FINAIS.....	108
7.2. PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS.....	110
8. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	111

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Os mancais magnéticos ativos (MMA) apresentam uma nova concepção na tecnologia de mancais. Eles são dispositivos eletromagnéticos projetados para manter um eixo em levitação dentro do mancal, apenas por forças magnéticas. Os princípios de funcionamento dos mancais magnéticos podem ser vistos nos trabalhos de Nascimento (2002) e de Allaire *et al.* (1993). Os mancais magnéticos atualmente têm uma grande variedade de aplicações práticas e pesquisas sendo desenvolvidas, detalhadas, por exemplo, na publicação de Kasarda (2000). Suas aplicações comerciais incluem turbomáquinas e bombas turbomoleculares de grandes velocidades de rotação (acima de 60.000 rpm). Em pesquisas, encontram-se estudos em motores sem mancais, corações artificiais, máquinas ferramentas, motores a jato para aeronaves, entre outros. Outras informações sobre aplicações dos MMA podem ser obtidas nas publicações de Imaishi (1997), Allaire, *et al.* (1997), Motee (2003), Pilat (2004) e Khanfir *et al.* (2005).

Entre as aplicações dos mancais magnéticos atualmente, está a sua utilização em controle ativo de vibrações de rotores desbalanceados, porém as estratégias utilizadas ficam restritas a arquitetura do tipo “*feedback*”. Quando os mancais operam como suporte e como atuadores para o controle de vibração, aplica-se uma estratégia de controle do tipo “*feedforward*” sobreposta ao sistema de controle ativo do tipo “*feedback*” necessária para manter a estabilidade do rotor.

Um trabalho onde pode ser encontrada a aplicação de mancais magnéticos como atuadores para várias estratégias de controle é, por exemplo, Kasarda *et al.* (2004), onde os autores propõem reduzir vibrações subsíncronas de um rotor com um disco desbalanceado utilizando um sistema moderno de controle ativo que tem a tecnologia dos mancais magnéticos juntamente com mancais convencionais de apoio. Segundo os autores, instabilidades do rotor em turbomáquinas se manifestam frequentemente como uma re-excitação da primeira velocidade crítica do rotor, resultando em vibrações laterais em uma frequência abaixo da frequência operacional do rotor. Os autores, então, propõem uma

solução para este problema utilizando os mancais magnéticos ativos como um amortecedor magnético ativo juntamente com os mancais de apoio convencionais. Desta forma, as vibrações subsíncronas são reduzidas com o uso do amortecedor magnético ativo, conseguindo uma elevada redução da amplitude de vibração.

Outra publicação que pode ser citada é a de Jang *et al.* (2005) onde os autores apresentam uma análise e controle de mancais magnéticos ativos com um rotor flexível. Um esquema de controlador de modo “*sliding*” (quando ocorre contato entre o rotor e a parte estacionária do mancal auxiliar) foi proposto para compensar os efeitos não lineares do sistema de mancais magnéticos ativos. Um modelo não linear para o mancal magnético ativo com um atuador eletromagnético e um rotor flexível é proposto para facilitar a análise do projeto do controlador. Neste modelo não linear foi considerado a dinâmica do rotor flexível, as características do sistema eletromagnético de suspensão e a força de contato entre o mancal auxiliar e o eixo. Os resultados numéricos mostraram que o sistema de controle tem elevada precisão e robustez quando opera sob o modo de controle “*sliding*”.

Outro trabalho que pode ser mencionado é o de Shi *et al.* (2004) onde os autores desenvolveram algoritmos de controle adaptativo para minimizar vibrações medidas em rotores através do ajuste da amplitude e da fase de um sinal sincrônico injetado sobre o sinal de controle “*feedback*” do mancal magnético. Neste trabalho dois métodos foram analisados. O primeiro é a aplicação de técnicas que utilizam filtros adaptativos x- filtrado para atenuar diretamente os deslocamentos do rotor, e é referido como método direto. O segundo minimiza a magnitude do sinal de erro do mancal magnético e é referido como método indireto para atenuar perturbações síncronas. Neste trabalho são apresentados resultados experimentais mostrando a eficácia dos algoritmos para a redução das vibrações.

O trabalho de Piper *et al.* (2005) também utiliza mancais magnéticos como atuadores. Neste trabalho os autores estudaram um sistema de controle ativo de ruído provocado por um ventilador de fluxo axial usando mancais magnéticos ativos. O ventilador foi conectado a um motor por um eixo rígido pequeno apoiado por mancais magnéticos. Os autores utilizaram os mancais magnéticos como atuadores para controlar a posição do eixo fazendo com que o ventilador vibrasse a uma frequência e amplitude desejada. Esta estratégia de controle ativo funciona analogamente a um sistema de controle que utiliza um alto-falante para contrapor à fonte de ruído indesejado. Um processador de sinal digital foi implementado usando um algoritmo mínimo médio quadrático. A resposta desse algoritmo de controle comanda a ação do controlador do mancal magnético.

Inúmeros outros trabalhos podem ser citados aqui brevemente, como o trabalho de Cole *et al.* (2004), que estuda alguns sistemas de controle ativo com mancais magnéticos aplicados conjuntamente com sistemas de diagnose ou controle de falhas. O trabalho de Zhu *et al.* (2003) analisa teoricamente as características dinâmicas de um rotor trincado apoiado por mancais magnéticos. Os autores discutiram os efeitos dos parâmetros do controlador sobre as características dinâmicas do rotor trincado e o efeito da trinca sobre a estabilidade do sistema de controle ativo. Segundo os autores, as características dinâmicas de um rotor trincado usando mancais magnéticos são mais complexas do que as de um rotor trincado tradicional, pois o controle adaptativo com mancais magnéticos pode ocultar as características da falha do rotor trincado. Portanto, é muito difícil detectar a trinca no rotor com um sistema de controle com mancais magnéticos quando a vibração do rotor é plenamente controlada. Aenis *et al.* (2002) também apresenta um procedimento de identificação e diagnose de falhas em turbomáquinas utilizando-se da característica ativa dos mancais magnéticos.

A contribuição deste trabalho de mestrado é apresentar uma alternativa de controle ativo de vibrações de rotores empregando-se um sistema tipo “*feedforward*” sobreposto ao sistema de controle “*feedback*” dos mancais magnéticos. Para o sistema de controle ativo adaptativo utilizou-se um algoritmo LMS para a minimização de uma função custo para se alcançar um controle ótimo. Analisou-se como os ganhos proporcional e derivativo do controlador PID, do circuito de controle do mancal magnético, afetam o desempenho do controle ativo de vibração em várias estratégias de controle utilizadas, bem como estes ganhos interferem na escolha das melhores estratégias de controle, em termos de atuadores magnéticos e posicionamento e quantidade de sensores.

Este trabalho é dividido em seis capítulos. No capítulo 2 apresenta-se a teoria básica de operação dos mancais magnéticos, a teoria básica dos atuadores magnéticos e o circuito eletrônico de controle com os equipamentos utilizados no controle ativo “*feedback*”. Além disso, são apresentadas as funções de transferências usadas nos dispositivos do circuito eletrônico, com as quais se determina a função de transferência global do sistema de controle. Um modelo matemático é proposto para a determinação da rigidez e do amortecimento equivalentes do mancal magnético em função de suas características construtivas e dos ganhos do controlador.

Na sequência, o capítulo 3 mostra a influência da variação dos parâmetros do controlador PID na rigidez e no amortecimento dos mancais magnéticos, e como estas características dinâmicas variam em função da frequência de rotação do eixo. É apresentada

também as considerações a serem feitas para uma boa estabilidade dinâmica na obtenção das médias de rigidez e amortecimento ao longo da frequência de rotação.

O capítulo 4 é dedicado aos fundamentos básicos do controle ativo de vibração usando as estratégia de controle tipo “*feedback*” e “*feedforward*”. Em relação aos sistemas de controle ativo, vale salientar, que neste capítulo, apresenta-se apenas uma breve introdução da teoria básica dessas duas técnicas, o suficiente para o leitor compreender a arquitetura de controle empregada neste trabalho para a redução de vibração em rotores. A teoria completa de controle ativo é bastante complexa, ampla e envolve várias áreas do conhecimento em engenharia, sendo necessária uma vasta revisão bibliográfica para o entendimento deste tema.

Uma teoria, objetivando o desenvolvimento de modelos de rotores apoiados por mancais magnéticos ativos, utilizando o método da matriz de impedância, é apresentada no capítulo 5. A partir do modelo de rotor se estabelece um sistema de controle ativo de vibrações que minimiza uma função custo através do método dos mínimos quadrados das saídas dos sensores de erro. Apresenta-se também a descrição de um rotor teórico utilizado na análise de desempenho de arquiteturas de controle ativo de vibração em função dos parâmetros do controlador PID.

No capítulo 6, apresentam-se os resultados simulados para o rotor teórico construído no capítulo 5. Neste capítulo, o desempenho de controle ativo é estudado em função da variação dos ganhos proporcional e derivativo do controlador PID, em diferentes estratégias de controle, no que diz respeito ao número de atuadores e de sensores de erro.

Finalmente, o capítulo 7 mostra as conclusões finais do trabalho e também as propostas para trabalhos futuros.

CAPÍTULO 2

ATUADORES MAGNÉTICOS

2.1. INTRODUÇÃO

Os mancais magnéticos apresentam uma nova concepção na tecnologia de mancais. São dispositivos eletromagnéticos projetados para manter um eixo suspenso dentro do mancal sem que haja nenhum contato entre ambos. Os mancais magnéticos podem suportar tanto cargas radiais quanto cargas axiais utilizando-se apenas forças magnéticas para a levitação do eixo, diferenciando-se dos mancais fluidodinâmicos ou dos mancais de rolamento que são baseados em forças mecânicas para o suporte.

Os mancais magnéticos apresentam várias vantagens sobre os mancais convencionais por uma variedade de aplicações práticas. As vantagens primárias dos mancais magnéticos são a baixa perda de carga ou baixo consumo de potência e a longa vida, tendo em vista que não há contato entre o rotor e o estator. Devido a esta ausência de contato, não há desgaste das peças, enquanto que em mancais fluidodinâmicos ocorrem elevadas perdas por fricção devido ao efeito de cisalhamento do óleo. As perdas dos mancais magnéticos se reduzem a alguma resistência do ar entre o rotor e o estator e correntes marginais (“*eddy currents*”) ou histerese. Também, as perdas associadas à bomba de óleo, filtros e tubulações dos mancais fluidodinâmicos são excessivamente maiores que as perdas nos amplificadores de potências dos mancais magnéticos.

Ainda por serem limpos, ou seja, livres de óleo ou graxa e sem ruídos, os mancais magnéticos são convenientes para aplicações de bioengenharia (bombas cardíacas ou projetos de corações artificiais), indústrias farmacêuticas e alimentícias. Outra vantagem importante é que eles podem operar em velocidades mais altas que os mancais convencionais de rolamento ou fluidodinâmicos com relativamente baixa perda mecânica. A alta velocidade que estes mancais possibilita ao rotor é devido à ausência de contato, que não proporciona o aquecimento deste sistema. Também podem operar em ambientes onde as condições seriam

adversas a outros tipos de mancais, como em altas ou em baixas temperaturas que poderiam prejudicar o óleo de lubrificação dos mancais de rolamento ou fluidodinâmicos.

Outro grande benefício da tecnologia dos mancais magnéticos ativos é sua capacidade de operar como um sistema de controle ativo de vibrações, uma vez que esse controle tem a capacidade de corrigir, milhares de vezes por segundo, o desvio do eixo de sua posição centrada dentro do mancal.

Um dos grandes problemas que os projetistas e usuários de mancais magnéticos enfrentam hoje está na resposta à questão do que acontece quando a energia que mantém este tipo de mancal acaba subitamente. Se isso ocorrer, o rotor submetido à levitação sofre um colapso no mesmo instante e pode tocar o estator do mancal. Para prevenir esta situação, os mancais magnéticos devem ser equipados com mancais passivos de auxílio, que entram em ação caso haja uma perda de potência dos mancais magnéticos. Estes mancais auxiliares usualmente são mancais convencionais de rolamento fixados com uma folga entre o eixo e a sua parte interna (diâmetro interno), porém esta folga é ligeiramente maior que a folga entre o eixo e a parte estacionária do mancal magnético para evitar o contato.

Outra desvantagem é que os MMA têm baixa capacidade de carga, comparados aos mancais convencionais, portanto, necessitam de uma cobertura maior para instalação (grandes dimensões). Dependendo da escolha de um material ferromagnético para ser usado, teoricamente, os MMA têm uma capacidade de carga da ordem de 0,7 MPa a 1,4 MPa. Contudo, a real capacidade de carga é determinada em função da folga entre o rotor e o estator (“gap”), bem como em função dos efeitos de vazamento de correntes de fuga. Mancais que utilizam filme de óleo são geralmente projetados para ter uma capacidade de carga de 1,7 MPa a 2,0 MPa, e mancais de rolamento convencionais podem ter uma grande capacidade de carga dependendo da velocidade de rotação. Além das maiores capacidades de carga, os mancais convencionais podem suportar, por alguns instantes, um possível carregamento súbito inesperado (como, por exemplo, na ocorrência da perda de uma pá de uma turbina). Diferentemente, os MMA têm característica muito linear para a capacidade de força e não toleram bem cargas excessivas inesperadas.

Fazer economia é o grande fundamento que dita e limita o uso dos mancais magnéticos ativos. Embora os preços tenham caído, os MMA ainda são relativamente caros. Comparados com os mancais convencionais de rolamento, eles podem ser muito caros para um primeiro ponto de vista, entretanto, um estudo da relação custo benefício deste sistema deve ser realizado. Em alguns casos, em longo prazo, uma análise incluindo os custos de manutenção é necessária para se justificar a economia que se consegue com esse tipo de

tecnologia. Gray (1990) discutiu os custos em aplicações efetivas na “*Electric Power Research Institute (EPRI)*”, e concluiu que houve um aumento na disponibilidade e uma redução nos custos de manutenção e operação associados com o uso de MMA em comparação com os mancais convencionais. A maioria das aplicações dos MMA se deve ao fato de sua tecnologia possibilitar muitas habilidades distintas, e com uma aplicação correta, seu custo é perfeitamente justificado.

Um sistema mancal magnético apresenta os seguintes componentes básicos: atuadores magnéticos, controlador PID, filtro de frequências, amplificador de potência e sensor de posição do eixo. De certa forma, os mancais magnéticos se assemelham com os motores elétricos com os atuadores magnéticos construídos de um material ferromagnético ativado por uma bobina (enrolamento).

2.2. PRINCÍPIO BÁSICO DE OPERAÇÃO DOS MANCAIS MAGNÉTICOS ATIVOS

Os MMA são mecanismos com controle realimentado (“*feedback*”) que suportam um eixo em rotação por levitação através de um campo magnético. A Fig. 2.1 mostra um quadrante de um típico sistema de MMA, que consiste em um sensor de deslocamento, um controlador, um amplificador de potência e um atuador eletromagnético.

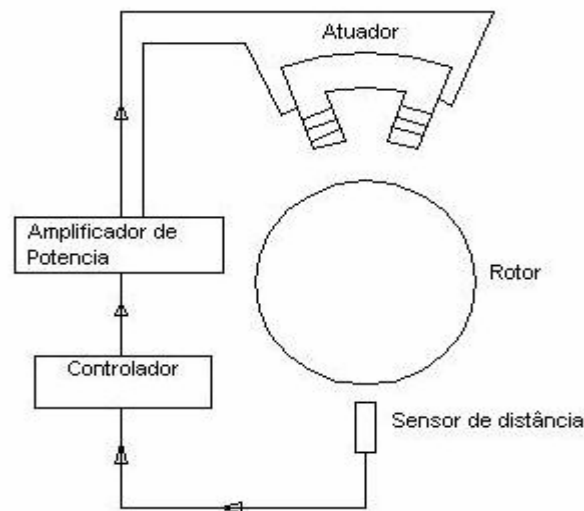


Figura 2.1 – Elementos de um Mancal Magnético Ativo.

O conjunto mostrado na Fig. 2.1 funciona basicamente da seguinte forma: O rotor em rotação está sujeito à ação de forças externas que podem tirá-lo de sua posição original. O sensor de proximidade irá medir este deslocamento do eixo e enviar um sinal ao controlador,

que por sua vez, determinará a corrente elétrica necessária a ser enviada ao atuador para que este gere uma força magnética, e com isso recuperar a posição inicial do eixo. Como a corrente elétrica enviada pelo controlador é de pequena grandeza, é necessário que ela passe por um amplificador antes de chegar ao atuador. O caminho percorrido pelo sinal, desde a informação do sensor até a corrente de controle chegar ao atuador, é realizado milhares de vezes por segundo. Um atuador magnético não pode atuar sozinho, mas sempre aos pares para cada direção de controle. Isso é necessário porque os atuadores eletromagnéticos geram somente forças de atração e não de repulsão. Para isso, em cada direção de controle devem ser montados dois atuadores diametralmente opostos para garantir o total controle da posição do eixo.

Na maioria dos mancais magnéticos, os atuadores ficam localizados radialmente ao redor de um material ferromagnético que reveste o eixo. Na prática, pelo menos dois pares de atuadores, um para o controle horizontal e outro para o vertical são necessários. Porém, mancais com um número maior de pares de atuadores existem, e assim um número maior de direções são controladas. Há mancais com até 16 pólos atuadores, ou seja, com 8 pares de atuadores controlando 8 direções radiais distintas com espaçamento angular equidistante entre elas.

2.3. TEORIA BÁSICA DOS ATUADORES MAGNÉTICOS

Em um modelo teórico, para se estudar os mancais magnéticos ativos, é necessário considerar várias hipóteses, as quais são enumeradas a seguir: 1) os níveis de fluxo magnético estão sempre abaixo do nível de saturação do material ferromagnético; 2) os movimentos do eixo são pequenos comparados com o tamanho da folga do mancal; 3) a distribuição de fluxo magnético na seção transversal do estator é relativamente uniforme; 4) a perda elétrica é pequena.

Na análise de um mancal magnético, algumas ou todas essas hipóteses podem ser violadas por um projeto particular de mancal. Isso não significa que o mancal não irá operar, mas significa que uma análise mais apurada, por elementos finitos, deve ser considerada em um projeto confiável de mancal magnético.

A Fig. 2.2 mostra a geometria básica de um atuador magnético para operar em uma direção de controle. A parte magnética é constituída de um material próprio para essa função como o aço silício ou outros materiais que apresentam elevados índices de saturação magnética, como é o caso “*Vanadium Permendur*”. A folga entre o rotor e o estator tem

espessura g e área A_g . O fluxo magnético é produzido em cada seção do atuador (em forma de ferradura) por um enrolamento de N espiras com uma corrente elétrica i fluindo através dele. Um amplificador de potência produz a corrente elétrica necessária no enrolamento.

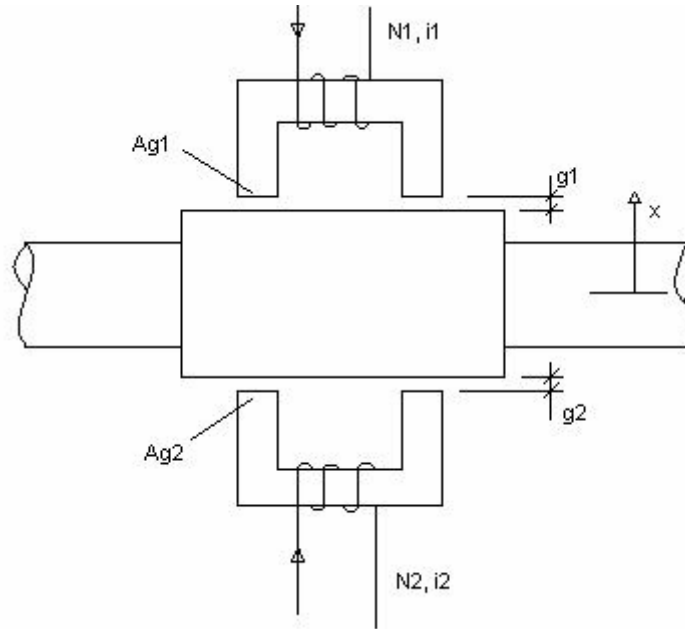


Figura 2.2 – Geometria básica da ação dupla de um atuador magnético.

O caminho do fluxo de comprimento L passa pela seção do atuador, através das folgas no final de cada face dos pólos do atuador e através do material do rotor. A lei de *Ampere* indica que a intensidade do campo magnético H induzido por N espiras enroladas ao redor de um caminho magnético de comprimento L e conduzindo uma corrente elétrica i , é dada por,

$$H = \frac{Ni}{L} \quad (2.1)$$

Nesta equação, assume-se que a direção da intensidade de campo magnético é paralela ao caminho magnético e que a corrente no enrolamento é perpendicular ao caminho magnético. A quantidade Ni é denominada de força magnetomotiva. O fluxo magnético ϕ no circuito é igual à intensidade de fluxo B multiplicada pela face do pólo A_g , a qual é a área de apenas uma folga no circuito magnético,

$$\phi = BA_g \quad (2.2)$$

Nos circuitos magnéticos, a maioria da resistência magnética, que é chamada de relutância, se localiza nas folgas entre o atuador e o eixo. O ar e outros materiais não-ferrosos têm praticamente as mesmas propriedades magnéticas. A densidade de fluxo no ar e em tais materiais não magnéticos está relacionada com a intensidade de campo magnético por uma relação linear,

$$B = \mu_0 H \quad (2.3)$$

onde a permeabilidade do espaço livre (ar) é,

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} (Hm^{-1}) \quad (2.4)$$

Os mancais magnéticos são geralmente construídos de um material magnético ferroso e com a menor folga possível para minimizar a força magnetomotiva requerida. Quase sempre, o fluxo magnético no mancal é determinado pela folga entre o mancal e o eixo, e a relutância do material magnético então pode ser desprezada, pois é pequena comparada com a relutância da folga. Um típico material ferromagnético aplicado em atuador eletromagnético tem a curva de magnetização, B versus H , como mostrado na Fig. 2.3. A curva $B-H$ é aproximadamente linear para uma ampla faixa de B . A inclinação dessa curva na faixa linear é chamada de permeabilidade do material, μ . Em geral, essa permeabilidade é expressa como produto da permeabilidade no espaço livre, μ_0 , multiplicada por uma relativa permeabilidade para o material, μ_r . Assim, temos que a relação $B-H$ fica,

$$B = \mu_0 \mu_r H \quad (2.5)$$

Para elevados valores da densidade de fluxo do campo magnético (B), a curva $B-H$ não é linear. A região onde a curva sofre deflexão é chamada de região de saturação. Esta região de saturação indica que para um determinado índice de magnetização do material, a densidade de fluxo não aumentará mais com o aumento da intensidade de campo magnético, ou seja, o material atingiu a sua saturação magnética. Para um aço silício, a região de saturação está em torno de 1,5 a 1,7 Tesla (1 Tesla equivale a 10.000 Gauss). Com o avanço da tecnologia que permite obter materiais magnéticos como o “*Vanadium Permendur*”, essa região de saturação pode ocorrer em níveis bem mais elevados, atingindo 2,2 a 2,4 Tesla.

Quando a operação do mancal conduz o material magnético a essa região, ele age como se tivesse um núcleo de ar. Portanto, nessa situação a requerida força magnetomotiva é muito elevada e não econômica, pois na região de saturação ela não irá contribuir em nada para aumentar a densidade de fluxo.

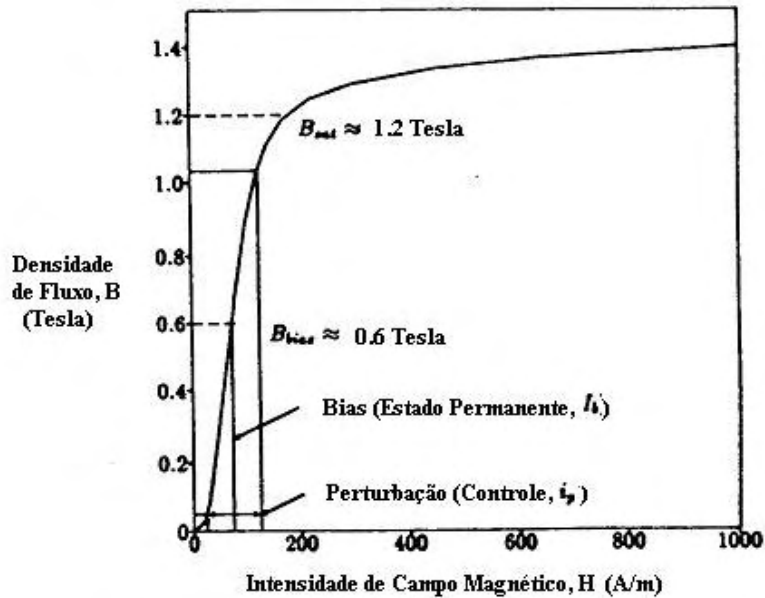


Figura 2.3 – Densidade de fluxo magnético (B) vs. Intensidade de campo magnético (H) para o aço silício (Allaire, 1993).

A densidade de fluxo B em cada folga do mancal é,

$$B = \frac{\mu_o Ni}{2g} \quad (2.6)$$

a qual é induzida por um total de N espiras que circundam o circuito magnético. Essa expressão do fluxo é linearmente proporcional à força magnetomotiva Ni e inversamente proporcional à folga g .

A força F_g por folga, a qual atrai o rotor para o estator e permite que o atuador magnético atue como um mancal, é dada por,

$$F_g = \frac{B^2 A_g}{2\mu_0} = \frac{\mu_0 N^2 i^2 A_g}{8g^2} \quad (2.7)$$

Geralmente, nos projetos há duas folgas no circuito do mancal, tal que a força é duas vezes esse valor, portanto,

$$F = \frac{B^2 A_g}{\mu_0} = \frac{\mu_0 N^2 i^2 A_g}{4g^2} \quad (2.8)$$

A força é proporcional ao quadrado de Ni e inversamente proporcional ao quadrado da folga g . Isso pode, em princípio, nos dar a idéia de que os mancais magnéticos não são dispositivos lineares. Entretanto, um exame da ação dupla do mancal revela um resultado diferente que será visto posteriormente.

Um circuito magnético real possui efeitos tais como difusão das linhas de forças e fugas de corrente que, em geral, são desprezadas e não consideradas na equação da força eletromagnética. Um fator de correção geométrico ϵ pode ser convenientemente usado para conduzir a resultados mais precisos, de forma a levar em consideração esses efeitos. Então, a força, Eq. (2.8), torna-se:

$$F = \epsilon \frac{\mu_0 N^2 i^2 A_g}{4g^2} \quad (2.9)$$

Geralmente, o valor do fator geométrico de correção é admitido ser 0,9 para mancais axiais e 0,8 para mancais radiais, aproximadamente. A diferença admitida no valor do fator de correção é devido ao efeito de fuga de corrente ser mais acentuado na geometria dos mancais radiais. Uma solução mais criteriosa do campo magnético, por elementos finitos, poderá proporcionar resultados mais precisos, porém esses valores admitidos para o fator geométrico são suficientes para analisar o circuito magnético básico.

A operação do mancal magnético envolve a superposição de dois fluxos: um fluxo permanente (“*bias*”) e um fluxo de perturbação, como mostra a Fig. 2.3. O fluxo permanente é responsável pela levitação do eixo no mancal, enquanto que o fluxo de perturbação é responsável pela força magnética que irá corrigir a posição do eixo, caso alguma força externa atue sobre ele. A densidade de fluxo permanente B_b é um fluxo com nível permanente induzido por uma corrente permanente (“*bias*”) i_b no enrolamento. A densidade de fluxo de perturbação B_p é uma densidade de fluxo de controle que irá variar com o tempo, dependendo da intensidade da carga externa que atua no eixo. A densidade de fluxo B_p é desenvolvida por

uma corrente de perturbação (ou de controle) i_p no enrolamento. O fluxo total e a corrente total no enrolamento são,

$$B = B_p + B_b \quad \text{e} \quad i = i_b + i_p \quad (2.10)$$

Da Eq. (2.6), as duas densidades de fluxo são,

$$B_b = \frac{\mu_0 N i_b}{2g} \quad \text{e} \quad B_p = \frac{\mu_0 N i_p}{2g} \quad (2.11)$$

Em geral, o nível do fluxo permanente B_b é tomado em torno da metade do nível da saturação magnética do material, mostrado na Fig. 2.3, permitindo uma variação relativamente maior dos níveis de fluxo de perturbação (ou de controle) para cima e para baixo do nível permanente. Essa faixa de variação é importante, e deve ser a mais ampla possível, pois é a partir dela que se obtém a força necessária para corrigir a posição do eixo no mancal. Portanto, nada melhor do que tomar um valor médio na faixa linear da curva B - H . A expressão da força associada a essas densidades de fluxo, de acordo com a Eq. (2.8), torna-se,

$$F = \epsilon \frac{A_g (B_b + B_p)^2}{\mu_0} \quad (2.12)$$

Como a força é diretamente proporcional à densidade de fluxo magnético e sabendo-se que o material saturado não desenvolve qualquer fluxo adicional, então a máxima capacidade de força em um mancal magnético de dupla ação ocorre quando em um lado a densidade de fluxo é reduzida a zero (força de atração do eixo zero) e no outro lado o valor do fluxo atinge o máximo com a saturação (máxima força de atração do eixo). Assim, a expressão da força máxima torna-se,

$$F_{\max} = \epsilon \frac{B_{\text{sat}}^2 A_g}{\mu_0} \quad (2.13)$$

Essa é a força limite sobre os mancais magnéticos. Os mancais magnéticos não produzirão força além desse nível sem uma maior força magnetomotiva para conduzir o nível

do fluxo a um maior valor. As forças eletromagnéticas são apenas de atração, de modo que os atuadores devem ser colocados em ambos os lados diametralmente opostos ao rotor, em um arranjo de dupla ação, como ilustrado na Fig. 2.2. Da Eq. (2.9), a força líquida F_N em um plano de controle do mancal é dada por,

$$F_N = F_2 - F_1 = \epsilon \frac{\mu_0 A_g N^2}{4} \left(\frac{i_2^2}{g_2^2} - \frac{i_1^2}{g_1^2} \right) \quad (2.14)$$

onde i_1 e i_2 são as correntes nos magnetos 1 e 2, e g_1 e g_2 são as folgas entre a massa do rotor e os magnetos 1 e 2, respectivamente. As espessuras das folgas em ambos os lados do mancal podem ser escritas como,

$$g_1 = g_0 - x \quad \text{e} \quad g_2 = g_0 + x \quad (2.15)$$

onde a espessura nominal da folga, com o rotor devidamente centrado, é g_0 , e x representa a perturbação da posição do rotor a partir do centro. A diferença no sinal das expressões das folgas é porque quando o rotor se move em direção a qualquer um dos magnetos, estará se distanciando do outro. De maneira análoga, as correntes i_1 e i_2 podem ser expressas como,

$$i_1 = i_b - i_p \quad \text{e} \quad i_2 = i_b + i_p \quad (2.16)$$

Substituindo as Eqs. (2.15) e (2.16) na Eq. (2.14), resulta na seguinte expressão,

$$F_N = \frac{\epsilon \mu_0 A_g N^2}{4} \left[\frac{(i_b + i_p)^2}{(g_0 + x)^2} - \frac{(i_b - i_p)^2}{(g_0 - x)^2} \right] \quad (2.17)$$

O modelo linearizado da força líquida F_N assume que a corrente de perturbação i_p e a perturbação x são pequenas quando comparadas com a corrente permanente i_b e a folga nominal g_0 , respectivamente. Isso permite a exclusão dos termos de maior ordem da corrente de perturbação i_p e da perturbação x , resultando na seguinte equação,

$$F_N = \left(\frac{\epsilon \mu_0 A_g N^2 i_b}{g_0^2} \right) i_p - \left(\frac{\epsilon \mu_0 A_g N^2 i_b^2}{g_0^3} \right) x \quad (2.18)$$

As forças do atuador magnético variam com a corrente e com a espessura da folga. A variação devida à mudança na corrente do enrolamento, denominada de ganho de rigidez de corrente K_i , é o fator mais importante para os mancais magnéticos. Por outro lado, a variação da força devida à variação na espessura da folga (correspondendo à variação na posição do rotor) é chamada de rigidez de posição K_x . A rigidez de corrente dentro da faixa linear, para todas as quatro folgas da ação dupla do mancal, é definida como,

$$K_i = \frac{\partial F_N}{\partial i_p} = \epsilon \frac{\mu_0 A_g N^2 i_b}{g_0^2} \quad (2.19)$$

A rigidez de corrente de um mancal magnético é positiva devido a que o aumento da força externa aplicada ao mancal, em uma dada direção, é contraposto por um aumento da corrente de controle no outro lado do mancal, aumentando a força de atração que se opõe a essa força externa.

A expressão da rigidez de corrente, Eq. (2.19), é independente da corrente de perturbação, porém linearmente relacionada com a corrente permanente (“*bias*”). Assim, o atuador magnético não deve operar com uma corrente permanente muito baixa para evitar uma fraca resposta quando uma mudança na força é requerida. Se i_b é a metade do valor de saturação, então a faixa de atuação dinâmica do atuador é máxima.

O seguinte parâmetro é a rigidez de posição. Esse parâmetro, para todas as quatro folgas de um mancal de ação dupla, é definido como,

$$K_x = -\frac{\partial F_N}{\partial x} = -\epsilon \frac{\mu_0 A_g N^2 i_b^2}{g_0^3} \quad (2.20)$$

A rigidez de posição é negativa. Quando o rotor se move para um lado, a força aumenta tendendo a puxá-lo na mesma direção de seu movimento, diferentemente de uma mola mecânica, que tende a empurrá-lo para o centro.

2.4. CIRCUITO DE CONTROLE DO ATUADOR MAGNÉTICO (“*FEEDBACK*”)

Em um mancal magnético é necessário um sistema de controle ativo para manter a estabilidade do sistema rotor-mancal. O sistema de controle utiliza sinais emitidos por sensores, localizados adjacentes aos atuadores, para determinar a corrente de estabilização necessária. Amplificadores, então, proporcionarão a corrente necessária para os atuadores, os quais criam as forças de estabilização na forma de fluxo eletromagnético (forças eletromagnéticas). Esse circuito fechado (“*feedback loop*”) é retroalimentado milhares de vezes por segundo. A Fig. 2.4 mostra o diagrama de controle de um mancal radial, em um único plano, de um sistema controlador. Além da malha retroalimentada de estabilização, um controlador de malha aberta também pode ser simultaneamente usado para minimizar as vibrações transmitidas para os suportes dos mancais. Em um controle de malha aberta, a ativa natureza dos mancais magnéticos é usada para, adaptavelmente, cancelar as componentes síncronas da posição medida no eixo. É importante frisar que um controle de malha aberta sozinha não proporciona uma levitação estável do rotor, isto é, ela somente pode ser usada porque o rotor é estabilizado pela ação concomitante do controle retroalimentado (“*feedback control*”).

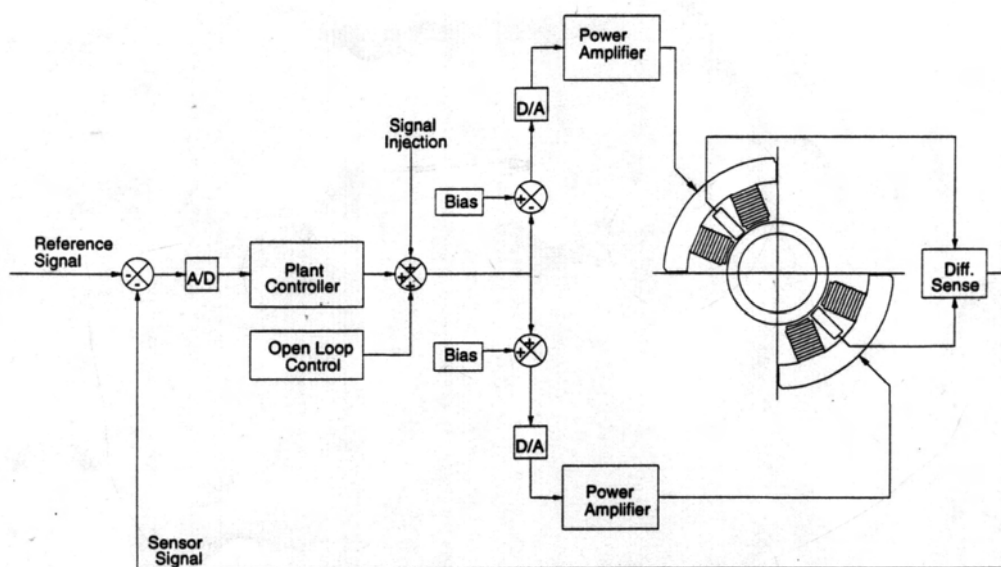


Figura 2.4 – Diagrama de controle de uma malha fechada de um mancal radial.

(Revolve “*Magnetic Bearing Incorporated*”).

Como pode ser visto na Fig. 2.4, o circuito eletrônico, o qual controla a corrente nos enrolamentos do estator, tem três componentes básicos: sensor, controlador e amplificador de potência. Eventualmente, um filtro passa-baixa também pode ser convenientemente usado. Neste circuito, a corrente no enrolamento do atuador é determinada com base na posição do rotor. A equação geral (empregando a transformada de Laplace, onde s é uma variável complexa) para o circuito de controle é,

$$i_p(s) = G(s)x(s) \quad (2.21)$$

onde $G(s)$ é função de transferência global que expressa a relação entre a corrente de perturbação (saída) e a posição do eixo (entrada). Se não for empregado um controlador retroalimentado, a rigidez de posição negativa K_x do atuador, Eq. (2.20), mostra que o atuador é instável. Entretanto, o propósito principal do controle retroalimentado é estabilizar o rotor e mantê-lo centrado. A função de transferência $G(s)$ é composta por uma série de componentes de função de transferência multiplicadas entre si, e pode ser escrita como,

$$G(s) = a_G(s) + ib_G(s) \quad (2.22)$$

onde $a_G(s)$ e $b_G(s)$ representam a parte real e a parte imaginária da função de transferência global, respectivamente. Essa função de transferência multiplicada pela posição do eixo x , irá produzir a corrente de controle i_p , como mostra a Eq. (2.21). Considerando, então, todos os componentes do circuito de controle, a função de transferência completa é dada por,

$$G(s) = SS(s)LP(s)PID(s)AMP(s) \quad (2.23)$$

onde $SS(s)$, $LP(s)$, $PID(s)$ e $AMP(s)$ são as funções de transferência do sensor de posição, do filtro passa-baixa, do filtro PID e do amplificador de potência, respectivamente. As funções que regem cada componente do circuito de controle são apresentadas a seguir.

2.4.1. SENSOR DE POSIÇÃO

Os sensores de posição são usados para monitorarem continuamente a posição do rotor no mancal magnético. Normalmente são de não-contato (“proximeter”) tipo indutivo ou

capacitivo, ou até mesmo, sensores ópticos. O sensor emite uma pequena voltagem de saída proporcional à posição do eixo, e a função de transferência do sensor, considerando que ele se comporta linearmente na faixa de movimento do rotor, é dada simplesmente por,

$$SS(s) = V_x(s) / x(s) \quad (2.24)$$

onde $V_x(s)$ é a voltagem de saída do sensor. Para captar o movimento do eixo, o sensor pode ser colocado em qualquer lugar ao longo do eixo. Em um mancal magnético radial, o sensor deve ser colocado o mais próximo possível da localização do mancal, isso porque garante uma medida mais precisa do deslocamento do rotor próxima ao mancal evitando, assim, problemas no controle. Um problema particular surge quando um ponto nodal do eixo, associado a uma particular frequência natural do rotor, é localizado entre o sensor e o mancal.

2.4.2. FILTRO PASSA-BAIXA

O filtro passa-baixa é utilizado dentro do controlador para reduzir o ganho das altas frequências do controlador, acima da largura de banda de controle pré-estabelecida, e no mínimo um filtro deve ser usado para que o mancal opere adequadamente. O filtro passa-baixa também proporciona uma operação silenciosa do mancal, atenuando o ruído de origem elétrica de altas frequências. Um modelo de filtro passa-baixa de segunda ordem pode ser expresso da forma,

$$LP(s) = \frac{V_{LP}}{V_x} = \frac{\omega_{LP}^2}{s^2 + 2\xi_{LP}\omega_{LP}s + \omega_{LP}^2} \quad (2.25)$$

onde V_{LP} é a voltagem de saída do filtro, ω_{LP} é a frequência de corte do filtro, ξ_{LP} é o fator de amortecimento do filtro e s é a variável complexa de frequência. Os valores do fator de amortecimento (ξ_{LP}) e da frequência de corte (ω_{LP}) são tomados como dados de entrada de um “*software*” de comando do sistema de controle.

2.4.3. FILTRO PROPORCIONAL, INTEGRAL E DERIVATIVO (FILTRO PID)

O controle PID é o método de controle normalmente usado para mancais magnéticos. A forma padrão da função de transferência do filtro PID é dada por,

$$PID(s) = \frac{V_{PID}}{V_{LP}} = \frac{K_T (K_D s^2 + K_P s + K_I)}{s} \quad (2.26)$$

onde K_T é o ganho total, K_D é o ganho derivativo, K_P é o ganho proporcional, K_I é o ganho integral e s é a variável de frequência complexa. V_{PID} é a voltagem de saída do filtro e V_{LP} é a voltagem de entrada vinda do filtro passa-baixa. Em geral, o ganho proporcional afeta diretamente a rigidez do mancal, uma vez que ele está multiplicado diretamente pelo sinal de posição. De forma similar, o ganho derivativo afeta diretamente o amortecimento do eixo, porque ele está multiplicado pela derivada do sinal de posição. O ganho integral age sobre os níveis permanentes DC (“*steady offsets*”) dentro do eixo e proporciona um sinal de controle para eliminar o DC (“*offset*”). O ganho total é simplesmente um multiplicador sobre os três ganhos simultaneamente. Todos esses ganhos são admitidos como dados de entrada do “*software*” de comando do sistema de controle.

2.4.4. AMPLIFICADOR DE POTÊNCIA

O sinal de saída vindo do circuito de controle é tipicamente uma pequena voltagem proporcional a corrente a ser enviada para os enrolamentos do mancal. Entretanto, a corrente requerida é normalmente muito maior, em ordem de Amps, tal que um amplificador de potência é necessário para cada enrolamento do mancal. A função de transferência de um amplificador pode ser expressa como,

$$AMP(s) = \frac{I_C}{V_{PID}} = K_a \frac{\omega_A^2}{s^2 + \sqrt{2}\omega_A s + \omega_A^2} \quad (2.27)$$

onde I_C é a corrente de controle para um magneto individualmente, V_{PID} é a voltagem de entrada vinda do filtro PID, ω_A é a frequência de corte, K_a é o ganho do amplificador e s é a variável complexa de frequência.

2.5. EQUAÇÃO DE MOVIMENTO DO SISTEMA ROTOR-MANCAL MAGNÉTICO

Em um único eixo de controle dentro do mancal magnético atuam dois ímãs opostos conforme está mostrado na Fig. 2.5.

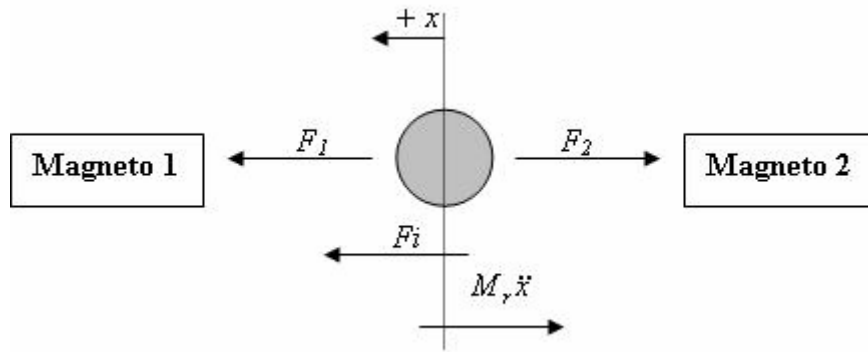


Figura 2.5 – “Layout” de um eixo de controle de um mancal radial.

No modelo apresentado na Fig. 2.5 pode-se ver a força de atração de cada ímã oposto, F_1 e F_2 , agindo sobre a massa dentro de uma única direção de controle. A equação do movimento que descreve esse sistema é dada por,

$$M_r \ddot{x} + F_2 - F_1 = F_i \quad (2.28)$$

onde F_i é a força externa aplicada sobre o sistema e M_r é a massa do rotor. A rigidez e o amortecimento do sistema na direção de controle são derivados da força líquida aplicada sobre a massa pelos dois ímãs opostos. A força líquida ($F_2 - F_1$) é dada pela Eq. (2.18). Substituindo a rigidez de corrente e a rigidez de posição, Eqs. (2.19) e (2.20), na Eq. (2.28), tem-se,

$$M_r \ddot{x} + K_x x + K_i i_p = F_i \quad (2.29)$$

2.6. RIGIDEZ E AMORTECIMENTO EQUIVALENTES

Um controlador retroalimentado tira vantagem da positiva rigidez de corrente para proporcionar estabilidade para o atuador. O controlador ajusta a corrente de perturbação i_p

para os magnetos contraporem à mudança na posição detectada pelo sensor dentro do mancal. A função de transferência do controlador fornece uma relação entre a corrente de perturbação (saída) e a posição do eixo (entrada), como discutida anteriormente. A corrente de perturbação, i_p , também é referida como corrente de controle, i_c , isso porque ela é gerada pelo sistema de controle, associada à eletrônica envolvida. A função de transferência do controlador, Eq. (2.22), também contém a informação da fase relativa entre o sinal da corrente e o sinal da posição de entrada. Essa equação pode ser convenientemente simplificada substituindo-se a variável de Laplace s pela frequência complexa $i\omega$ para chegar a,

$$G(i\omega) = a_G(\omega) + ib_G(\omega) \quad (2.30)$$

Essa função de transferência, multiplicada pela posição x , leva à corrente de controle i_p , a qual pode ser substituída na Eq. (2.29) para dar,

$$-M_r X \omega^2 + [K_x + K_i(a_G + ib_G)]X = \bar{F}_i \quad (2.31)$$

A Eq. (2.31) assume uma força harmônica externa atuando sobre o sistema, tal que a aceleração da massa pode ser representada como $-X\omega^2$. Assim, a rigidez e o amortecimento do mancal podem agora ser determinados igualando a força líquida, produzida pela rigidez de posição e de corrente juntamente com a função de transferência do controlador, com uma força produzida por uma rigidez e um amortecimento equivalentes. Equacionando essas duas forças tem-se,

$$(K_{eq} + C_{eq}i\omega)X = [K_x + K_i(a_G + ib_G)]X \quad (2.32)$$

e, igualando os termos reais de ambos os lados da equação, obtém-se a rigidez equivalente dada como,

$$K_{eq} = K_x + K_i a_G \quad (2.33)$$

e, dos termos imaginários obtém-se o amortecimento equivalente expresso por,

$$C_{eq} = \frac{K_i b_G}{\omega} \quad (2.34)$$

As Eqs. (2.33) e (2.34) representam a rigidez e o amortecimento linearizados de uma única direção de controle. Esses valores variam com a frequência devido à sua dependência da parte real e da parte imaginária da função de transferência do controlador, que também são dependentes da frequência. Para modelar um sistema de mancal magnético radial com sucesso, a função de transferência do controlador deve ser conhecida.

A equação de movimento completa de um sistema rotor mancal magnético pode ser obtida combinando a equação do modelo do rotor com a equação do modelo do mancal magnético ativo representado pelas Eqs. (2.33) e (2.34). Neste caso a equação completa pode ser escrita como,

$$[M_s]\{\ddot{U}\} + ([C_s] + [C_b])\{\dot{U}\} + ([K_s] + [K_b])\{U\} = \{F\} \quad (2.35)$$

onde $[M_s]$ é a matriz de massa do sistema, $\{U\}$ é o vetor posição do sistema, $[C_s]$ é a matriz de amortecimento do rotor, $[C_b]$ é a matriz de amortecimento do MMA, $[K_s]$ é a matriz de rigidez do rotor, $[K_b]$ é a matriz de rigidez do MMA e $\{F\}$ é o vetor força externa do sistema. As matrizes $[K_b]$ e $[C_b]$ contém as propriedades do mancal magnético que são calculadas pelas Eqs. (2.33) e (2.34).

CAPÍTULO 3

INFLUÊNCIA DA VARIAÇÃO DOS PARÂMETROS DO CONTROLADOR PID

3.1. INTRODUÇÃO

Como visto no capítulo anterior, a rigidez e o amortecimento equivalentes de um mancal magnético são determinados em função de suas características geométricas e construtivas, bem como em função dos parâmetros dos equipamentos eletrônicos do circuito de controle. Assim, para um determinado mancal magnético, os valores de rigidez e de amortecimento equivalentes podem variar significativamente em função do conjunto de parâmetros adotados para os equipamentos do sistema de controle. Normalmente, os parâmetros do filtro passa-baixa e do amplificador de potência são mantidos constantes para uma determinada aplicação. Por outro lado, os parâmetros do controlador PID são passíveis de serem mudados para se obter características dinâmicas desejáveis para o mancal. Essas mudanças são feitas via “*software*” de comando implementado no computador que assiste o sistema de controle.

A partir das expressões matemáticas que representam a rigidez e o amortecimento equivalentes, Eq. (2.33) e (2.34), respectivamente, implementou-se uma rotina computacional utilizando o “*software MATLAB*” para o levantamento das curvas de rigidez e amortecimento em função da frequência de vibração do rotor, e dos parâmetros que compõem o controlador PID do circuito de controle ativo do mancal magnético.

A função de transferência global, dada pela Eq. (2.23), a qual é composta pelas funções de transferência de cada componente do circuito de controle, conduz a um modelo para a obtenção das características dinâmicas dos mancais com resultados satisfatórios em frequências até 150 Hz, aproximadamente. Nesta análise da influência da variação dos parâmetros do controlador sobre as características dinâmicas do mancal, tomou-se uma faixa de frequência restrita entre 0 a 100 Hz. Para a simulação dinâmica de rotores, normalmente calcula-se um valor aproximado para a rigidez equivalente considerando a média dos valores

na faixa de frequência analisada. Por sua vez, um valor aproximado para o amortecimento equivalente do mancal também pode ser determinado a partir da curva em frequência obtida. Neste caso, toma-se a média dos valores de amortecimento equivalente contidos na faixa de frequências entre 40 a 100 Hz, uma vez que o modelo para a obtenção desse parâmetro também não produz resultados coerentes nas frequências baixas. Estas limitações serão vistas nos resultados a seguir.

3.2. CURVAS DE RIGIDEZ E AMORTECIMENTO EQUIVALENTES

Nesta análise, as curvas de rigidez e de amortecimento equivalentes foram obtidas para um mancal magnético produzido pela empresa americana “*Revolve Magnetic Bearings Inc*”. As características construtivas principais deste mancal estão indicadas na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Dados característicos do mancal magnético analisado.

Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
ε	0,8 (mancais radiais)	N	228 espiras
μ_0	$4\pi \times 10^{-7} \text{ Hm}^{-1}$	i_b	1,5 A
A_g	$64,426 \times 10^{-6} \text{ m}^2$	g_0	$0,381 \times 10^{-3} \text{ m}$

No levantamento dessas curvas analisou-se o comportamento da rigidez e do amortecimento do mancal com a variação dos parâmetros do controlador PID do circuito de controle, que são eles:

- Ganho proporcional, K_P ;
- Ganho integral, K_I ;
- Ganho derivativo, K_D ;
- Ganho total, K_T .

Os valores adotados para os ganhos acima, nas curvas seguintes, estão dentro de uma faixa de recomendação do fabricante do mancal magnético para evitar instabilidades na operação do mancal.

Os demais parâmetros do circuito de controle foram mantidos constantes. Para o filtro passa-baixa tomou-se uma frequência de corte e um fator de amortecimento de 800 Hz e 0,707, respectivamente. Para o amplificador de potência adotou-se um ganho de 650 e uma frequência de corte de 20.000 Hz.

Para realizar a análise da influência, três valores distintos para cada ganho do controlador PID foram adotados para obter as curvas de K_{eq} e C_{eq} . Assim, enquanto um ganho era submetido à variação, os demais permaneciam constantes, com valores intermediários, os quais são apresentados na Tabela 3.2.

Tabela 3.2 – Valores intermediários dos parâmetros analisados.

Parâmetro	Valor
K_T	0,00006
K_D	0,1
K_P	60
K_I	80

3.2.1. VARIAÇÃO DO GANHO PROPORCIONAL DO FILTRO PID (K_P) SOBRE A RIGIDEZ E O AMORTECIMENTO EQUIVALENTES

Para analisar a influência do ganho proporcional, adotou-se para esse parâmetro os valores de 40, 60 e 80, com os quais foram obtidas as curvas de rigidez e de amortecimento equivalentes apresentadas na Fig. 3.1. Pode-se observar, destas curvas, a dependência que as características do mancal têm da frequência, e como o modelo para o cálculo de C_{eq} não é representativo para as frequências abaixo de 40 Hz.

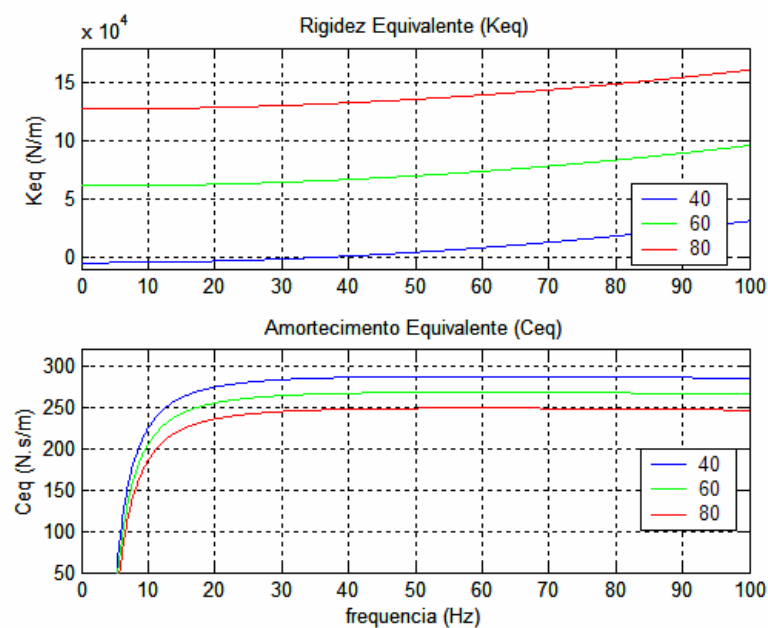


Figura 3.1 – Curvas de K_{eq} e C_{eq} em função do ganho proporcional do filtro PID (K_P).

Observa-se que o ganho proporcional influencia de forma acentuada os valores de Keq em toda faixa de frequência analisada e influencia muito pouco os valores de Ceq , já que neste último, as variações são pequenas. O fato de K_P afetar mais diretamente a rigidez do mancal ocorre porque ele contribui apenas para a parte real da função de transferência do filtro PID, Eq. (2.26), sendo diretamente multiplicado pelo sinal de posição. Outro aspecto muito interessante aqui observado é que à medida que K_P aumenta, os valores de Keq também aumentam, porém os valores de Ceq diminuem. Portanto, em um projeto de mancal onde é desejável aumentar a rigidez do sistema sem diminuir muito o seu amortecimento, ou vice-versa, o ganho proporcional do filtro PID constitui-se no parâmetro de destaque para ser manipulado e seu valor deve ser cuidadosamente determinado. De acordo com o mencionado anteriormente, os valores médios são apresentados na Tabela 3.3:

Tabela 3.3 – Valores médios de Keq e Ceq em função de K_P .

K_P	Keq (N/m)	Ceq (N.s/m)
40	$72,07 \times 10^2$	287,39
60	$72,96 \times 10^3$	268,05
80	$13,87 \times 10^4$	248,71

3.2.2. VARIAÇÃO DO GANHO INTEGRAL DO FILTRO PID (K_I) SOBRE A RIGIDEZ E O AMORTECIMENTO EQUIVALENTES

A análise do comportamento de Keq e Ceq com a variação do ganho integral (K_I) do filtro PID foi realizada a partir das curvas apresentadas na Fig. 3.2. Para obter essas curvas foram adotados os seguintes valores de K_I : 60, 80 e 100. Desta figura conclui-se que K_I altera muito pouco as curvas de rigidez e amortecimento equivalentes, sendo a variação praticamente imperceptível nos gráficos. Como já foi comentado anteriormente no capítulo 2, o ganho integral atua sobre os níveis de deslocamentos permanentes DC (“*steady offsets*”) dentro do eixo e proporciona um sinal de controle somente para compensar o DC (“*offset*”) do sinal de vibração do rotor. Desta forma, esta análise confirma a desprezível influência deste parâmetro nas características dinâmicas do mancal e, por consequência, não altera a dinâmica dos rotores. Os valores médios de Keq e Ceq são mostrados na Tabela 3.4.

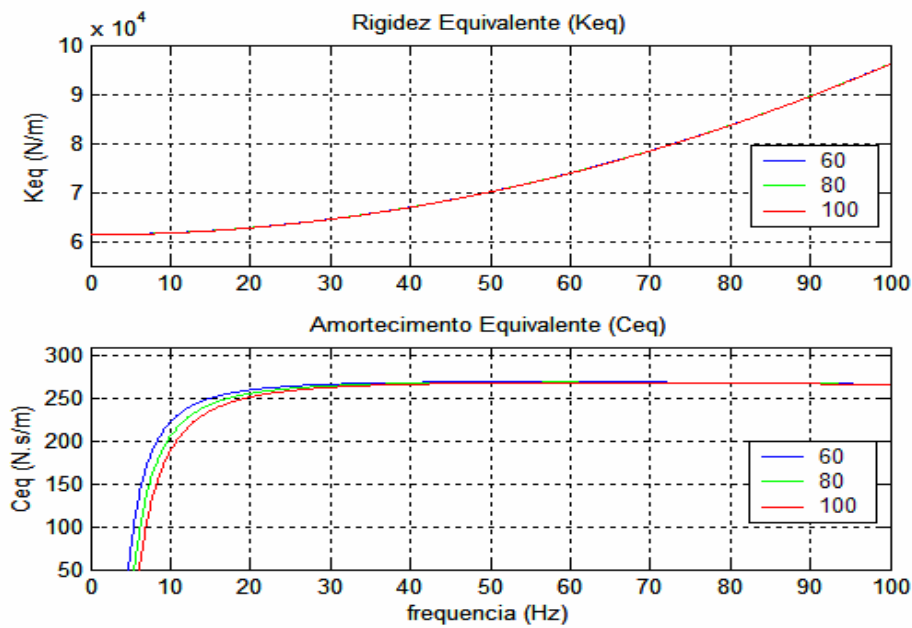


Figura 3.2 – Curvas de Keq e Ceq em função do ganho integral do filtro PID (K_I).

Tabela 3.4 – Valores médios de Keq e Ceq em função de K_I .

K_I	Keq (N/m)	Ceq (N.s/m)
60	$72,98 \times 10^3$	268,47
80	$72,96 \times 10^3$	268,05
100	$72,94 \times 10^3$	267,63

3.2.3. VARIAÇÃO DO GANHO DERIVATIVO DO FILTRO PID (K_D) SOBRE A RIGIDEZ E O AMORTECIMENTO EQUIVALENTES

As curvas de Keq e Ceq determinadas em função da variação do ganho derivativo (K_D) do controlador PID estão apresentadas na Fig. 3.3, obtidas com os seguintes valores adotados para K_D : 0,05, 0,1 e 0,25. Neste caso, observa-se que o ganho derivativo tem uma influência decisiva sobre o amortecimento do mancal magnético, ou seja, o amortecimento aumenta grandemente à medida que se procede a um pequeno aumento de K_D . Este fato é, de certa forma, justificado quando se analisa a Eq. (2.26), uma vez que este parâmetro está multiplicado pela derivada do sinal de posição. Por sua vez, estes resultados demonstram que a rigidez equivalente somente sofre pequenas alterações na faixa de frequências mais elevadas. Este parâmetro é, portanto, o mais interessante para ser analisado quando se busca

um amortecimento desejável para o rotor com uma alteração mínima de sua rigidez. Na Tabela 3.5 estão indicados os valores médios de Keq e Ceq .

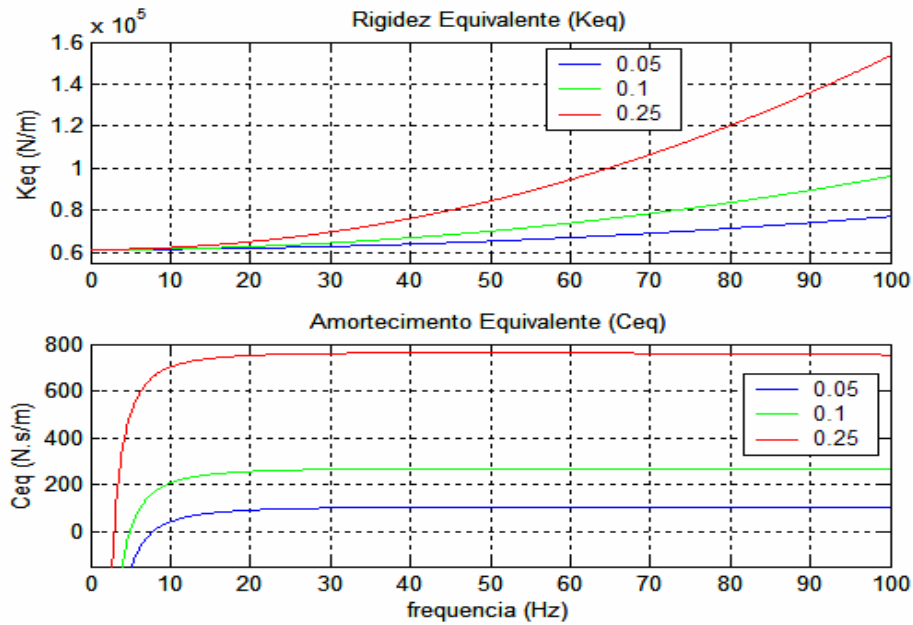


Figura 3.3 – Curvas de Keq e Ceq em função do ganho derivativo do filtro PID (K_D).

Tabela 3.5 – Valores médios de Keq e Ceq em função de K_D .

K_D	Keq (N/m)	Ceq (N.s/m)
0,05	$66,59 \cdot 10^3$	104,18
0,1	$72,96 \cdot 10^3$	268,05
0,25	$92,08 \cdot 10^3$	759,66

3.2.4. VARIAÇÃO DO GANHO TOTAL DO FILTRO PID (K_T) SOBRE A RIGIDEZ E O AMORTECIMENTO EQUIVALENTES

A variação para o ganho total foi feita tomando-se apenas dois valores distintos, que são: 0,00006 e 0,00008. Os resultados dessa variação sobre as características dinâmicas do mancal são apresentados na Fig. 3.4.

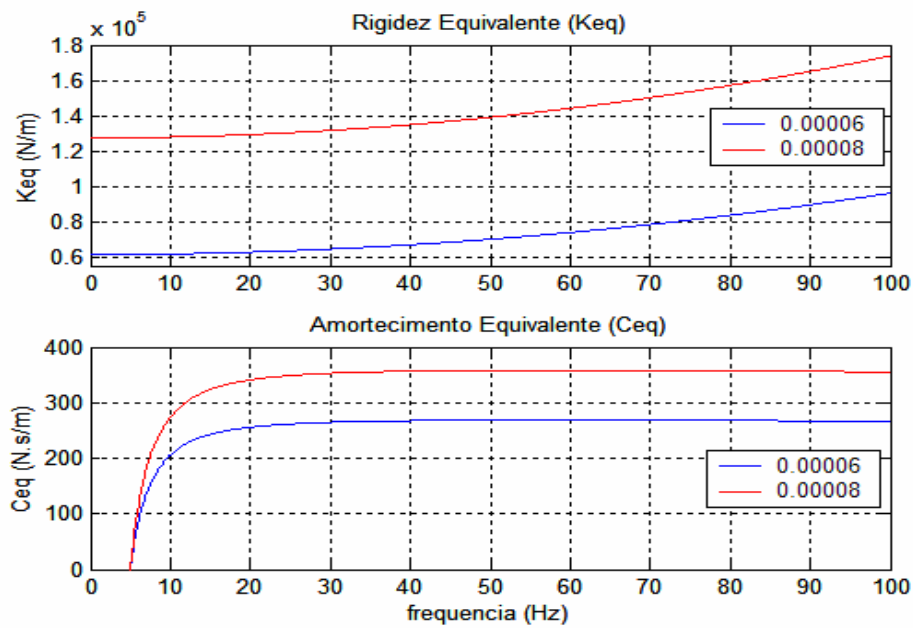


Figura 3.4 – Curvas de K_{eq} e C_{eq} em função do ganho total do filtro PID (K_T).

O ganho total influencia direta e proporcionalmente tanto as curvas de rigidez como as curvas de amortecimento, pois ele é simplesmente um multiplicador sobre os outros três ganhos do filtro PID simultaneamente (proporcional, integral e derivativo), como pode ser visto na Eq. (2.26). Mesmo assim, em termos do comportamento dinâmico do rotor, este certamente será mais modificado devido à variação do amortecimento do rotor quando há uma variação do parâmetro K_T . Os valores médios de K_{eq} e C_{eq} para este caso são mostrados na Tabela 3.6.

Tabela 3.6 – Valores médios de K_{eq} e C_{eq} em função de K_T .

K_T	K_{eq} (N/m)	C_{eq} (N.s/m)
0,00006	$72,965 \times 10^3$	268,05
0,00008	$14,29 \times 10^4$	357,40

Com toda esta análise, verifica-se que os parâmetros do controlador PID podem modificar bastante a dinâmica de sistemas rotativos que utilizam mancais magnéticos como suportes, dependendo do conjunto de parâmetros adotados. Pequenas variações em alguns parâmetros podem induzir grandes variações na rigidez e no amortecimento do mancal. Posteriormente será analisado como essas variações modificam o comportamento vibratório de rotores em termos de frequências naturais, modos de vibrar e controle ativo dos mesmos.

CAPÍTULO 4

CONTROLE ATIVO DE VIBRAÇÕES

4.1. INTRODUÇÃO

Controle ativo de ruído é uma técnica que tem como propósito “cancelar” o ruído indesejável através da introdução de um campo de som adicional gerado eletronicamente, enquanto que o controle ativo de vibração tem como propósito “cancelar” a vibração indesejável introduzindo uma perturbação secundária, essencialmente usando as mesmas técnicas de controle como no controle ativo de ruído. Embora a idéia básica do controle ativo de ruído e vibração data desde os anos 60, só recentemente que a sua implementação prática tornou-se viável, como resultado dos avanços nos microprocessadores e na tecnologia dos transdutores acústicos. Na última década houve uma expansão gigantesca, dentro da literatura acadêmica, no tratamento dos vários aspectos do controle ativo de ruído e vibração. Incluindo na literatura, pode-se encontrar os resultados de um vasto número de implementações experimentais, demonstrando o potencial dessa tecnologia de controle de ruído e vibração. Mesmo assim a implementação comercial em larga escala do controle ativo de ruído e vibração, particularmente nos bens de consumo de massa, não ocorreu. O interesse em controle ativo está essencialmente restrito à comunidade acadêmica. Um dos fatores de maior impedimento do uso massivo de controle ativo de ruído e vibração é o grande conhecimento científico requerido para a implementação prática desse método de controle nos sistemas.

Existem duas técnicas que são usadas para implementar sistemas de controle ativo de ruído e vibração: “*feedback*” (retroalimentado) e “*feedforward*”. Neste capítulo será feito um estudo dos fundamentos básicos dessas técnicas. Para o entendimento mais aprofundado deste assunto é necessário conhecer alguns princípios fundamentais de um número razoável de áreas da engenharia. Para uma introdução geral em processamento de sinais, os textos publicados por Gold e Radar (1969) e Oppenheim e Shafer (1975) são muito úteis. Para uma introdução em processamento de sinal adaptativo, pode referir-se a Cowan e Grant (1985) ou

Widrow e Stearns (1985). Para uma introdução em acústica e vibrações, o leitor poderá usar a referência Bies e Hansen (1988). Para referência em controle ativo de ruído e vibrações, o leitor poderá usar o livro de Nelson e Elliott (1992), o qual trata especificamente de controle ativo de ruído, e o livro de Fuller, Elliott e Nelson (1996), que trata especificamente de controle ativo de vibrações.

4.2. CONTROLE ATIVO TIPO “*FEEDBACK*”

Considere o comportamento de um sistema com um único sensor de controle e um único atuador secundário para um controlador tipo “*feedback*” de apenas um canal. O sensor de controle medirá a resposta total do sistema mecânico. O sinal desse sensor comanda a ação do controlador que, através do atuador, introduzirá um sinal secundário sobre o sistema mecânico. O diagrama de bloco para o sistema de controle “*feedback*” é mostrado na Fig. 4.1, no qual assume-se que a excitação do sistema mecânico é a diferença entre a excitação primária e a secundária. A função de transferência do sistema mecânico, denominada $G(s)$, pode ser definida como a razão da transformada de Laplace de resposta, $W(s)$, e a diferença entre as forças de excitação, $F_p(s) - F_s(s)$.

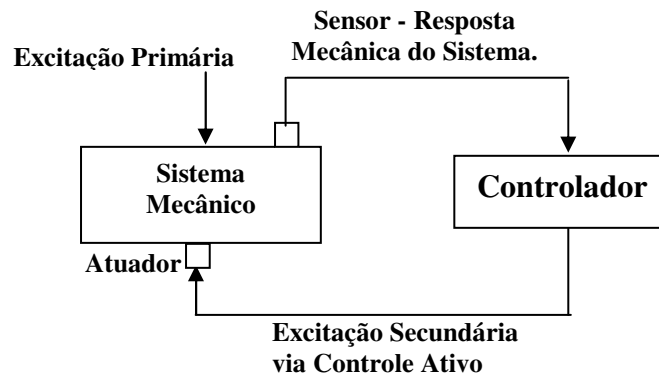


Figura 4.1 – Componentes de um sistema “*feedback*”.

A função de transferência do controlador tipo “*feedback*” é também definida como a razão entre a transformada de Laplace de excitação secundária $F_s(s)$ e a transformada de Laplace de resposta $W(s)$, denominada $H(s)$. A Fig. 4.2 é um diagrama de um sistema de controle “*feedback*” onde está representada a diferença entre as excitações primárias e secundárias.

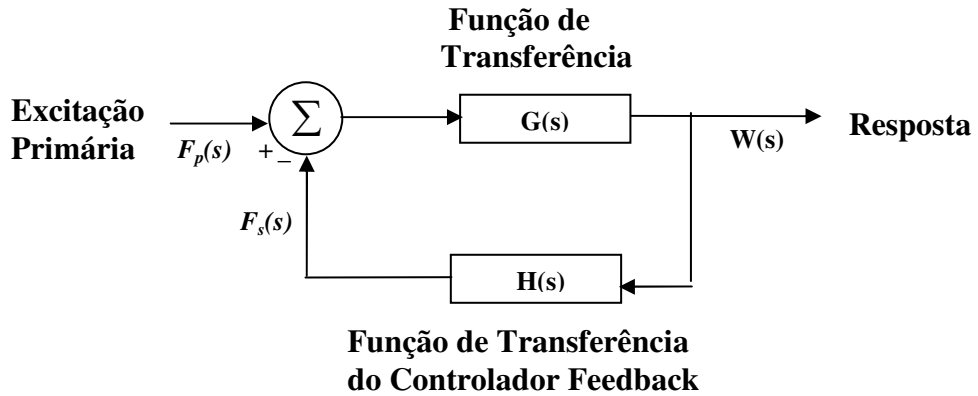


Figura 4.2 – Diagrama de um sistema de controle “*feedback*”.

Da definição da função de transferência do sistema mecânico original $G(s)$, pode-se expressar a transformada de Laplace da resposta como,

$$W(s) = G(s)[F_p(s) - F_s(s)] \quad (4.1)$$

A transformada de Laplace da excitação secundária pode ser escrita usando a definição da função de transferência do controlador tipo “*feedback*”, $H(s)$, como,

$$F_s(s) = H(s)W(s) \quad (4.2)$$

Substituindo a Eq. (4.2) na Eq. (4.1) obtém-se,

$$W(s) = G(s)[F_p(s) - H(s)W(s)] \quad (4.3)$$

Fazendo uma manipulação algébrica, a função de transferência de um sistema mecânico com um controle tipo “*feedback*” pode ser escrita como,

$$\frac{W(s)}{F_p(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} \quad (4.4)$$

A Eq. (4.4) pode ser usada para obter as características da malha fechada para qualquer sistema mecânico e controlador tipo “*feedback*”. Transformando a Eq. (4.4) em uma resposta em frequência, com a substituição de $s = j\omega$ obtém-se,

$$\frac{W(j\omega)}{F_p(j\omega)} = \frac{G(j\omega)}{1 + G(j\omega)H(j\omega)} \quad (4.5)$$

a qual é a resposta em frequência do sistema de malha fechada.

Se na resposta em frequência da malha aberta, $G(j\omega)H(j\omega)$, houver apenas um pequeno deslocamento de fase (“*phase shift*”) na faixa de frequência de interesse e simultaneamente houver um ganho muito maior que a unidade, então pode escrever que,

$$|1 + G(j\omega)H(j\omega)| \gg 1 \text{ para } \omega \text{ na faixa de trabalho,} \quad (4.6)$$

tal que,

$$\left| \frac{W(j\omega)}{F_p(j\omega)} \right| \ll G(j\omega) \text{ para } \omega \text{ na faixa de trabalho.} \quad (4.7)$$

A resposta do sistema mecânico é, assim, significativamente reduzida na região de frequência de trabalho, isso pela ação do controlador “*feedback*”. Fora da faixa de frequência de trabalho, entretanto, não se pode assegurar que o deslocamento da fase da resposta em frequência da malha aberta seja pequeno. Em particular, qualquer atraso (“*delay*”) no caminho do sistema mecânico ou do sistema “*feedback*” irá inevitavelmente provocar um aumento no deslocamento da fase nas altas frequências. Se o ganho da malha aberta é unitário para uma dada frequência ω_c , e ao mesmo tempo ocorre um deslocamento de fase de 180° , então,

$$G(j\omega)H(j\omega) = -1 \text{ para } \omega = \omega_c \quad (4.8)$$

então

$$W(j\omega) \rightarrow \infty \text{ para } \omega = \omega_c \quad (4.9)$$

O projeto de um sistema de controle “*feedback*” prático envolve, assim, um compromisso entre ter um ganho elevado para a malha aberta atingir um bom desempenho na faixa de trabalho, e ter o mais baixo ganho para a malha aberta que assegure certa estabilidade fora da faixa de frequência de trabalho.

4.2.1. RESPOSTA DE UM SISTEMA DE UM GRAU DE LIBERDADE COM CONTROLE “FEEDBACK”

Nesta seção será apresentado um exemplo particular de sistema de controle tipo “feedback” de um único canal aplicado a um sistema massa-mola-amortecedor. O sistema está ilustrado na Fig. 4.3, no qual o sinal do sensor, W , é proporcional ao deslocamento da massa. O atuador, gerando a entrada secundária, introduz no sistema uma força, F_s , proporcional ao sinal de controle. Qualquer rigidez ou amortecimento associado ao atuador pode ser dinamicamente agregado ao sistema massa-mola-amortecedor original sem controle. Antes do controle ativo, o sinal de controle dirigido ao atuador secundário e também a força secundária serão iguais a zero. Nestas condições, a resposta do sistema dinâmico massa-mola-amortecedor pode ser deduzida pela equação diferencial descrita em termos da força primária, $f_p(t)$, e do deslocamento da massa como, $w(t)$, dadas por,

$$f_p(t) = M\ddot{w}(t) + C\dot{w}(t) + Kw(t) \quad (4.10)$$

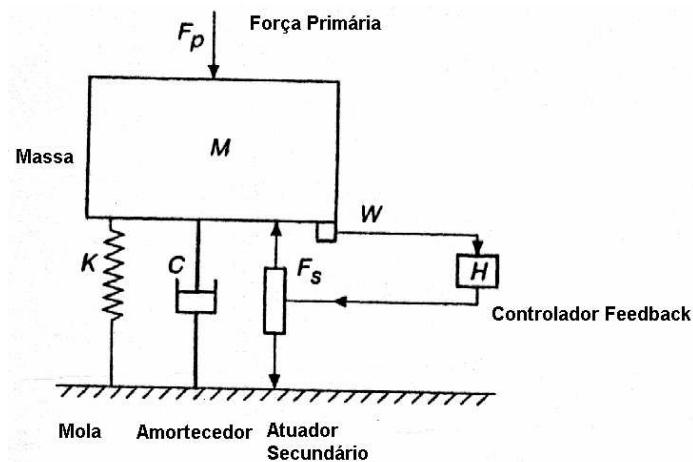


Figura 4.3 – Controlador tipo “Feedback” aplicado ao sistema massa-mola-amortecedor.

Fazendo a transformada de Laplace de cada termo da equação diferencial e assumindo as condições iniciais iguais a zero, isto é, $w(0)$ e $\dot{w}(0)$, a Eq. (4.10) pode ser escrita como,

$$F_p(s) = Ms^2W(s) + CsW(s) + KW(s) \quad (4.11)$$

sendo que $F_p(s)$ e $W(s)$ são as transformadas e Laplace de $f_p(t)$ e $w(t)$, respectivamente.

A função de transferência que define a resposta do sistema antes do controle é dada da forma,

$$G(s) = \frac{W(s)}{F_p(s)} \quad (4.12)$$

na qual introduzindo a Eq. (4.11), chega-se, neste caso, a,

$$G(s) = \frac{1}{Ms^2 + Cs + K} \quad (4.13)$$

Para se determinar a resposta da malha fechada do sistema mostrado na Fig. 4.3, é necessário conhecer a forma do controlador “*feedback*”, $H(s)$. Assume-se que a resposta eletrônica do controlador é tal que a força secundária tem três componentes, as quais são proporcionais à aceleração, velocidade e deslocamento da massa, com ganhos constantes g_a , g_v e g_d . A força secundária pode ser escrita em função do tempo, como,

$$f_s(t) = g_a \ddot{w}(t) + g_v \dot{w}(t) + g_d w(t) \quad (4.14)$$

Na prática, geralmente apenas um transdutor é usado, por exemplo, para medir a aceleração e integradores eletrônicos são utilizados para se obter sinais proporcionais à velocidade e ao deslocamento. Tal aproximação somente é válida sobre uma faixa de frequências. A Eq. (4.14) pode ser um bom modelo para o controle de vibração tipo “*feedback*” sobre a faixa de frequências importante nos problemas de vibração, até mesmo com um único acelerômetro como sensor. Se, alternativamente, houver um único sensor disponível para medir a velocidade da massa, um sistema “*feedback*” da forma da Eq. (4.14) pode ser obtido com um diferenciador e um integrador eletrônico.

A transformada de Laplace da Eq. (4.14) pode ser tomada termo a termo e reorganizada para dar a função de transferência do controle “*feedback*”, $H(s)$, como,

$$H(s) = \frac{F_s(s)}{W(s)} = g_a s^2 + g_v s + g_d \quad (4.15)$$

As duas funções de transferência das malhas abertas, Eq. (4.13) e a Eq. (4.15), podem ser usadas para a dedução da resposta da malha fechada, dada pela Eq. (4.4), como,

$$\frac{W(s)}{F_p(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} = \frac{1}{(M + g_a)s^2 + (C + g_v)s + (K + g_d)} \quad (4.16)$$

O efeito da realimentação da aceleração, da velocidade e do deslocamento é claramente modificar a massa efetiva, o amortecimento e a rigidez do sistema mecânico, respectivamente.

A Eq. (4.16) pode também ser escrita, por analogia com a Eq. (4.13), como,

$$\frac{W(s)}{F_p(s)} = \frac{1}{M's^2 + C's + K'} \quad (4.17)$$

sendo $M' = M + g_a$ a massa modificada, $C' = C + g_v$ o coeficiente de amortecimento modificado do amortecedor e $K' = K + g_d$ a rigidez modificada.

Neste caso, a estabilidade do sistema de malha fechada é garantida visto que, M', C' e K' são todos positivos. Em princípio, a massa, o amortecimento e a rigidez podem ser independentemente modificados pelos três ganhos no controlador tipo “*feedback*”, tal que cada um destes parâmetros pode ser selecionado para qualquer frequência dentro da faixa analisada.

4.2.2. CONTROLE “*FEEDBACK*” USANDO VARIÁVEIS DE ESTADO

A generalização de um controlador tipo “*feedback*” com múltiplos canais a partir de um controlador de um único canal discutido na seção 4.2, é retro-alimentar cada entrada a partir de cada saída respectiva, através de um elemento na matriz de ganhos “*feedback*”. Tal arranjo está ilustrado na Fig. 4.4. Nesta seção será apresentada uma análise da resposta da malha fechada do sistema usando a aproximação por variáveis de estado. Por conveniência de notação, as matrizes serão representadas por letras latinas maiúsculas em negrito e os vetores serão representados por letras latinas minúsculas também em negrito. Assume-se, portanto, que o sistema mecânico antes do controle é governado pelas equações de variáveis de estado,

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \quad (4.18)$$

e

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}_{\text{me}}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t) \quad (4.19)$$

sendo $\mathbf{x}(t)$ o vetor de estado, $\mathbf{A} \in R^{2n \times 2n}$, $\mathbf{B} \in R^{2n \times p}$, $\mathbf{C}_{\text{me}} \in R^{k \times 2n}$, $\mathbf{D} \in R^{k \times p}$, onde $2n$ é a ordem do sistema, p o número de entradas $\mathbf{u}(t)$ e k o número de saídas $\mathbf{y}(t)$.

A matriz $\mathbf{A}$ é conhecida como matriz de estado ou matriz dinâmica e sua representação é, (Hu e Ng, 2005),

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

sendo $\mathbf{M}$, $\mathbf{C}$ e $\mathbf{K}$ as matrizes de massa, amortecimento e rigidez do sistema, respectivamente, todos de ordem $n \times n$.

A matriz de entrada das perturbações $\mathbf{B}$ é dada por:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1} \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

A matriz $\mathbf{C}_{\text{me}}$ é conhecida como matriz de saída ou matriz de medida. Ela é montada de acordo com o número de variáveis da resposta que se deseja obter devido a uma entrada. A matriz $\mathbf{D}$ é geralmente chamada de matriz de transmissão direta.

Com o controle “*feedback*” a entrada para o sistema mecânico é, agora, a diferença entre a entrada, representada por $\mathbf{r}(t)$, e os sinais retro-alimentados da saída, $\mathbf{y}(t)$, ponderados pelos elementos da matriz de ganho $\mathbf{G}_0$, de maneira que,

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{r}(t) - \mathbf{G}_0\mathbf{y}(t) \quad (4.22)$$

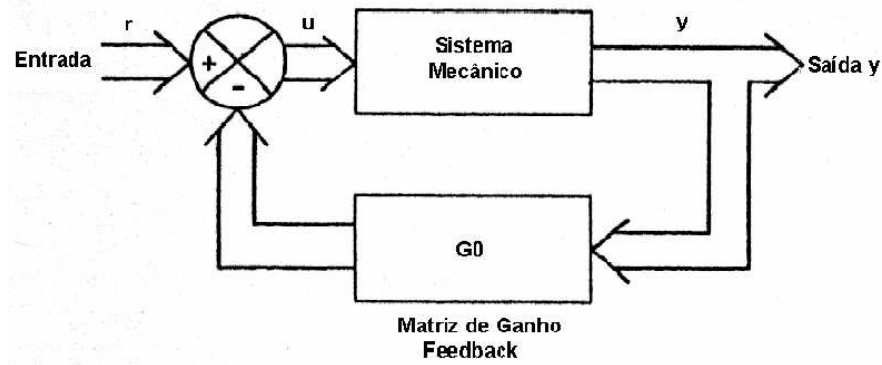


Figura 4.4 – Diagrama de bloco de um sistema mecânico com múltiplos canais com Controle “*feedback*”.

Usando a Eq. (4.19) de $y(t)$ na Eq. (4.22), então pode-se obter o vetor de entrada líquida do sistema mecânico escrito da forma,

$$u(t) = [I + G_0 D]^{-1} [r(t) - G_0 C_{me} x(t)] \quad (4.23)$$

Substituindo a Eq. (4.23) na Eq. (4.18), o sistema mecânico com controle “*feedback*” é agora governado pela nova equação com variáveis de estado,

$$\dot{x}(t) = [A - B[I + G_0 D]^{-1} G_0 C_{me}] x(t) + B[I + G_0 D]^{-1} r(t) \quad (4.24)$$

Portanto, a matriz dinâmica das variáveis de estado do sistema mecânico é agora governada pelo novo sistema de matrizes,

$$A_0 = [A - B[I + G_0 D]^{-1} G_0 C_{me}] \quad (4.25)$$

Para um determinado sistema mecânico e matriz de ganho “*feedback*”, as propriedades do sistema de malha fechada podem ser calculadas usando a Eq. (4.25). Em particular, a estabilidade do sistema de malha fechada pode ser avaliada pelo cálculo dos autovalores de A_0 . Vários métodos têm sido desenvolvidos para calcular os elementos de ganho da matriz G_0 para se determinar uma resposta desejada da malha fechada.

Considere, agora, o efeito do controle “*feedback*” sobre a dinâmica do sistema quando o vetor de estado é calculado a partir do vetor de saída. Para isso, assume-se que se

têm acesso a todas as variáveis de estado e que o número destas variáveis é igual ao número de variáveis de saída. Estas condições são equivalentes a assumir que a matriz $\mathbf{C}_{me}$ da Eq. (4.19) é inversível, tal que se pode escrever,

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{C}_{me}^{-1} [\mathbf{y}(t) - \mathbf{D}\mathbf{u}(t)] \quad (4.26)$$

sendo que $\mathbf{C}_{me}$ deve ser quadrada e não singular para a expressão ser válida. Tendo obtido os sinais das variáveis de estado, então o processo de retro-alimentação é feito através da matriz de ganho $\mathbf{G}_x$, tal que se pode escrever,

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{r}(t) - \mathbf{G}_x \mathbf{x}(t) \quad (4.27)$$

sendo que $\mathbf{r}(t)$ expressa a entrada do sistema da malha fechada mostrado na Fig. 4.5.

Substituindo a Eq. (4.27) na Eq. (4.18), a equação da variável de estado do sistema de malha fechada com "feedback" de estado pode ser escrita como,

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = [\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{G}_x] \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{r}(t) \quad (4.29)$$

Resultando a matriz do sistema de malha fechada dada por,

$$\mathbf{A}_x = \mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{G}_x \quad (4.29)$$

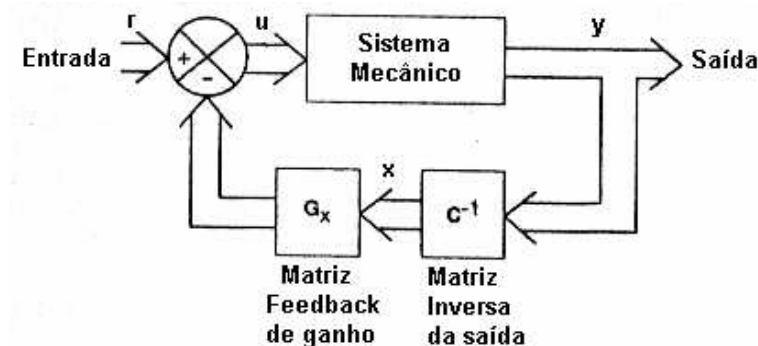


Figura 4.5 – Diagrama de bloco de um sistema “feedback” com variável de estado usando o vetor de saída para calcular o vetor de estado.

4.2.3. CONTROLE ÓTIMO

O propósito do controle “*feedback*” é freqüentemente reduzir o movimento vibratório do sistema mecânico o máximo possível através da escolha de um conjunto de ganhos para o sistema de controle. A escolha de uma determinada mudança nas propriedades dinâmicas dos sistemas é geralmente motivada pelo propósito da redução das respostas. Por exemplo, o fator de amortecimento de um sistema poderia ser ajustado pelo controle “*feedback*” de forma que o sistema de malha fechada passaria a ser amortecido criticamente.

Há vários métodos diretos para projetar sistemas de controle “*feedback*”, os quais conseguem as maiores reduções possíveis na resposta. Os sistemas projetados usando esses métodos são conhecidos como sistemas de controle ótimo. Em um controle ótimo, o sistema de controle “*feedback*” é projetado para minimizar uma função custo ou o índice de desempenho o qual é proporcional à medida requerida da resposta do sistema. Assume-se, aqui, que o objetivo é reduzir a resposta o máximo e, neste caso, o sistema de controle é dito agir como um regulador. Algebricamente, é bastante conveniente definir uma função custo que é quadraticamente dependente da resposta, uma vez que isso simplifica bastante o problema de otimização. Uma função custo apropriada para um regulador seria (Kwakernaak e Sivan, 1972),

$$J = \int_0^{t_f} [\mathbf{y}^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{y}(t) + \mathbf{u}^T(t) \mathbf{R} \mathbf{u}(t)] dt + \mathbf{y}^T(t_f) \mathbf{S} \mathbf{y}(t_f) \quad (4.30)$$

onde $\mathbf{Q}$ e $\mathbf{R}$ são matrizes de ponderação simétricas positivas definidas. Uma função custo análoga para um servo sistema pode ser obtida substituindo $\mathbf{y}(t)$ na Eq. (4.30) por $(\mathbf{y}_d(t) - \mathbf{y}(t))$, onde $\mathbf{y}_d(t)$ é um vetor de saídas desejadas. A quantidade escalar $\mathbf{y}^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{y}(t)$ é quadraticamente dependente das saídas do sistema sob controle e, $\mathbf{u}^T(t) \mathbf{R} \mathbf{u}(t)$, é quadraticamente dependente das entradas do controle. O propósito do segundo termo da Eq. (4.30) é levar em conta o esforço que pode ser empreendido pelo sistema de controle quando pequenas reduções na saída não são obtidas devido aos níveis não significativos de entrada. O termo final $\mathbf{y}^T(t_f) \mathbf{S} \mathbf{y}(t_f)$ também é incluído para independentemente ponderar a saída no tempo final do período considerado.

Assumindo que a equação da saída do sistema sob controle pode novamente ser escrito na forma reduzida,

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}_{me} \mathbf{x}(t) \quad (4.31)$$

a função custo, Eq. (4.30), pode então ser escrita da forma,

$$J = \int_0^{t_f} [\mathbf{x}^T(t) \mathbf{Q}_1 \mathbf{x}(t) + \mathbf{u}^T(t) \mathbf{R} \mathbf{u}(t)] dt + \mathbf{x}^T(t_f) \mathbf{S}_1 \mathbf{x}(t_f) \quad (4.32)$$

tal que $\mathbf{Q}_1 = \mathbf{C}_{me}^T \mathbf{Q} \mathbf{C}_{me}$ e $\mathbf{S}_1 = \mathbf{C}_{me}^T \mathbf{S} \mathbf{C}_{me}$ são as matrizes de ponderação das variáveis de estado, as quais são positivas semi-definidas porque, em geral, há mais estados que saídas. A Eq. (4.32) é a função custo geralmente considerada em um controle ótimo.

Wang e Huang (2002) mostraram que o sistema de controle “*feedback*” que minimiza esta função custo, para um sistema linear e invariante no tempo, definido pela equação,

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A} \mathbf{x}(t) + \mathbf{B} \mathbf{u}(t) \quad (4.33)$$

emprega o “*feedback*” de estado com uma matriz de ganho “*feedback*” $\mathbf{G}^0(t)$ variando no tempo, tal que,

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{G}^0(t) \mathbf{x}(t) \quad (4.34)$$

A matriz de ganho “*feedback*” ótima variando no tempo é dada por,

$$\mathbf{G}^0(t) = -\mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}(t) \quad (4.35)$$

onde $\mathbf{P}(t)$ é a solução da matriz da equação de Riccati,

$$\dot{\mathbf{P}}(t) = -\mathbf{Q}_1 - \mathbf{A}^T \mathbf{P}(t) - \mathbf{P}(t) \mathbf{A} + \mathbf{P}(t) \mathbf{B} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{P}(t) \quad (4.36)$$

Este conjunto de equações diferenciais não-lineares deve ser resolvido no tempo com a condição inicial $\mathbf{P}(t_f) = \mathbf{S}$. Vários algoritmos podem ser usados para resolver numericamente a equação de Riccati e eles são apresentados, por exemplo, por Meirovitch

(1990). Foi verificado por Merovitch, entretanto, que a convergência e a estabilidade de tais algoritmos não podem ser garantidas e as chances de obter uma solução convergente diminuem bastante à medida que a ordem do sistema de controle aumenta e o número de atuadores diminui.

4.3. CONTROLE ATIVO TIPO “*FEEDFORWARD*”

Na implementação dos sistemas de controle é possível obter, em muitos casos, alguma medida da perturbação indesejável na entrada, freqüentemente referida na literatura de controle ativo como sinal de referência. Um exemplo disso ocorre quando uma perturbação (onda) se propaga “conduzida” ao longo de um dispositivo (tal como um duto condutor de ar), onde é possível obter uma medição à montante dessa perturbação. Um segundo exemplo é onde a fonte da perturbação (a fonte primária) é de uma máquina rotativa, onde a perturbação é periódica, e um sinal de um tacômetro estará relacionado com essa perturbação. Nestes exemplos é possível enviar uma medida da perturbação para um controlador, produzindo um sistema de controle ativo tipo “*feedforward*”, como apresentado na Fig. 4.6. Os sistemas de controle “*feedforward*”, quando podem ser implementados, freqüentemente oferecem um maior potencial de atenuação que os sistemas de controle tipo “*feedback*”. Heuristicamente, o sistema de controle “*feedforward*” pode ser visto como um sistema que oferece uma prevenção à perturbação, produzindo uma saída para contrapor à perturbação antes de sua propagação, enquanto que no sistema tipo “*feedback*”, deve-se esperar que a perturbação ocorra e que seja medida na saída do sistema controlado, para que o mesmo possa agir e atenuar o efeito da perturbação.

Os componentes físicos de um sistema de controle tipo “*feedforward*” de apenas um canal estão ilustradas na Fig. 4.6.

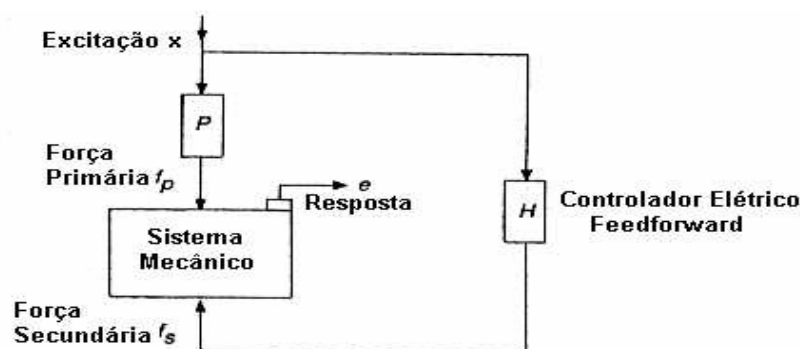


Figura 4.6 – Componentes de um sistema de controle “*feedforward*”.

A diferença entre este diagrama e o do controlador tipo “*feedback*”, mostrado na Fig. 4.1, é que o controlador elétrico, H , é agora dirigido por uma estimativa da excitação original do sistema mecânico devida à fonte de excitação primária x . O sinal proporcional da resposta do sistema mecânico e , não representa parte direta na trajetória do controle, mas poderia ser usado para adaptar a resposta do controlador. A excitação original influencia o sistema mecânico pela força primária, f_p , que está relacionada à excitação original pela trajetória de transmissão primária P . A excitação líquida do sistema mecânico é novamente proporcional à diferença entre as forças primária e secundária ($f_p - f_s$) e a resposta do sistema mecânico está relacionada à esta excitação líquida via função de resposta do sistema mecânico, G . A Fig. 4.7 mostra o diagrama de bloco do sistema de controle tipo “*feedforward*”, no qual os sinais são representados por suas transformadas de Laplace e as respostas dos vários componentes por suas funções de transferência.

A transformada de Laplace da resposta do sistema mecânico, observando a Fig. 4.7, pode ser escrita como,

$$E(s) = G(s)[P(s) - H(s)]X(s) \quad (4.37)$$

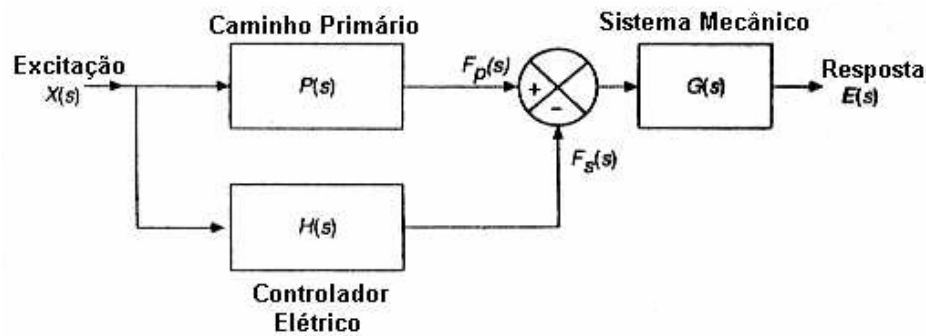


Figura 4.7 – Diagrama de bloco de um sistema de controle “*feedforward*”.

Neste caso, assume-se que a resposta do sistema mecânico é devido apenas às excitações primária e secundária. Em particular, assume-se que nenhum outro sinal não correlato está presente, pois este agiria como ruído no sistema. Na ausência de ruídos, pode-se, em princípio, conduzir a resposta do sistema para zero usando o controle “*feedforward*”, isto é, pode-se perfeitamente cancelar a resposta do sistema o tempo todo equilibrando exatamente F_p com F_s . A transformada de Laplace da resposta poderia também ser zero sob

estas condições e, da Eq. (4.37), fica claro que isso pode ocorrer se o controlador responde exatamente igual ao caminho primário, isto é,

$$\text{se } H(s) = P(s) \text{ então } E(s) = 0 \quad (4.38)$$

Assumindo que a perturbação original é aleatória, a Eq. (4.38) tem que ser satisfeita para todos os valores da frequência complexa, s . Isto significa que a amplitude e a fase da resposta em frequência do controlador “*feedforward*” deve, exatamente, igualar-se à resposta do caminho primário para todas as frequências, de forma que as respostas ao impulso destes sistemas devem também ser iguais. Em princípio, esta tarefa é um problema de projeto de filtro elétrico. Na prática, vários problemas surgem, particularmente quando o controlador “*feedforward*” é implementado digitalmente, como normalmente é o caso quando o controlador é adaptável. Filtros elétricos implementados digitalmente têm uma inevitável defasagem associada a eles. Isto é, em parte, devido ao tempo de processamento do sistema digital, mas o mais importante, é também devido ao deslocamento de fase de filtros passa baixa que são geralmente usados para prevenir “*aliasing*” e reconstruir a forma de onda da saída. Uma consequência desta inerente defasagem é que a parte inicial da resposta ao impulso do caminho primário não pode ser modelada por um controlador digital. A defasagem associada com uma implementação digital do controlador para um controle “*feedforward*” de vibração randômica pode ter consequências sérias sobre o grau de cancelamento de vibração alcançado.

Se a perturbação é determinística, entretanto, o problema de defasagem é contornado, pois o futuro comportamento da perturbação é, em princípio, perfeitamente previsível do seu comportamento anterior. Como um exemplo do controle de tal perturbação, considere o controle de uma perturbação senoidal de frequência angular ω_0 e admite-se trabalhar em termos de variáveis complexas no domínio da frequência. O sinal de referência, neste caso, pode ser um complexo senoidal unitário ($X(j\omega_0) = e^{j\omega_0 t}$) de forma que a resposta complexa do sistema mecânico pode ser escrita como,

$$E(j\omega_0) = G(j\omega_0)[P(j\omega_0) - H(j\omega_0)] \quad (4.39)$$

Para cancelar exatamente a resposta à esta frequência, é apenas necessário tomar medidas para assegurar-se que a amplitude e a fase da resposta do controlador à frequência ω_0 sejam iguais às do caminho primário. Em termos das respostas complexas a ω_0 , tem-se,

$$\text{se } H(j\omega_0) = P(j\omega_0) \text{ então } E(j\omega_0) = 0 \quad (4.40)$$

Esta condição, para um único valor de ω_0 , é obviamente uma condição bem menos difícil de se encontrar que o caso de excitação aleatória Eq. (4.38), uma vez que a resposta em frequência do controlador apenas tem que se igualar à resposta do caminho primário à uma única frequência.

4.3.1. CONTROLADOR DIGITAL ADAPTATIVO

A forma de sistema de controle “*feedforward*” atualmente implementada em sistemas de controle ativo é uma estratégia adaptativa, mostrada na Fig. 4.8. Neste caso, uma medida da saída do sistema é usada para ajustar o sistema de controle e propiciar uma máxima atenuação, a qual é efetivamente uma adaptação de malha fechada para uma estratégia de controle “*feedforward*”. Essa medida não é usada para conduzir diretamente o controlador eletrônico, porém é usada apenas para monitorar o desempenho do controlador.

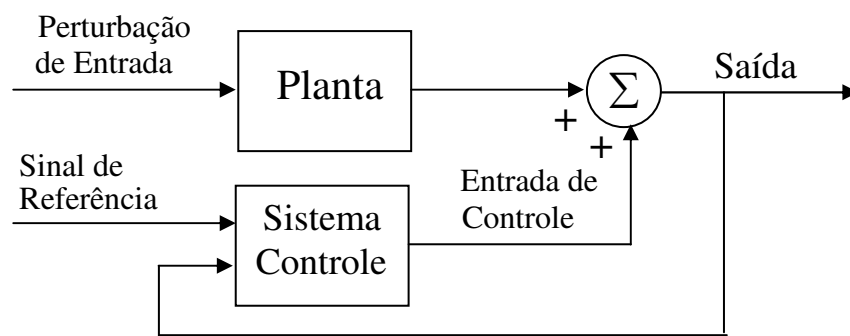


Figura 4.8 – Diagrama de um sistema de controle “*feedforward*” adaptativo.

Para entender esse tipo de controle, considere o sistema de controle ativo apresentado na Fig. 4.9, o qual é um arranjo “*feedforward*” adaptativo. Uma medição da perturbação indesejável no duto, tomada como “sinal de referência”, é obtida por um microfone colocado “à montante” do sistema de controle (um “microfone de referência”). Esse arranjo trabalha

porque o ruído a algum ponto “à montante” do duto será estritamente o mesmo que o ruído à algum ponto “à jusante” após um período de tempo finito, sendo esse tempo função da velocidade do som.

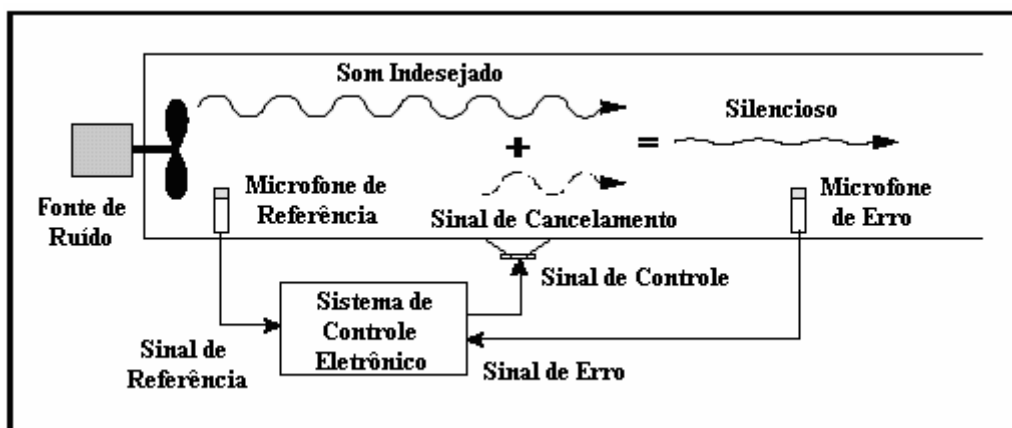


Figura 4.9 – Componentes básicos de um sistema de controle ativo de ruído adaptativo “*feedforward*”, implementado para a atenuação da propagação de som em um duto de ar.

De posse do sinal de referência, o trabalho do sistema de controle é determinar um sinal acústico de igual amplitude, porém em oposição de fase da perturbação, e introduz esse sinal via uma “fonte de controle” (alto falante) dentro do duto quando o ruído indesejável chega no ponto onde encontra-se a fonte de controle. Como os sistemas acústicos são lineares, o sinal de controle irá “cancelar” o ruído indesejável. Como resultado, os níveis acústicos “à jusante” do sistema de controle serão reduzidos.

Enquanto que os objetivos do sistema de controle podem ser categoricamente estabelecidos, colocá-los em prática é uma tarefa muito mais difícil. Uma variação na perturbação durante a sua propagação desde o microfone de referência até a fonte de controle deve ser considerada, assim como uma variação no sinal de controle quando ele passa através dos filtros, amplificadores e altos falantes. Por outro lado, as magnitudes destas variações são fortemente relacionadas com as mudanças nas condições ambientais (tal como a temperatura) e o desgaste do transdutor. Com base nisso, torna-se aparente que o sistema de controle deve ser adaptativo, ou seja, deve continuamente ajustar-se para proporcionar um resultado ótimo. Para colocar em prática o controle adaptativo, uma medida do campo de som residual, um “sinal de erro”, é captado por um “microfone de erro”, e enviado para o sistema de controle. Um algoritmo de adaptação é normalmente implementado como parte do sistema de controle,

que altera continuamente as características do controlador para, mais eficientemente, minimizar a perturbação medida no sensor de erro.

O processamento de sinal digital adaptativo é um campo que cresceu inicialmente em função da necessidade dos modernos sistemas de telecomunicação. Nesses sistemas, há uma freqüente necessidade de se obter um sinal através de um processo de filtragem, tal que ele pode ser extraído de um ruído contaminado. O processamento de sinal “convencional” empregado para desenvolver essa tarefa opera em uma malha aberta, usando um filtro com características fixas.

As hipóteses que devem ser assumidas para o uso de filtros fixos são que as características do sinal de entrada são conhecidas, e que as características da perturbação e da resposta do sistema não variam com o tempo. Portanto, se as características do sinal de entrada e a resposta do sistema não são conhecidas, ou podem estar lentamente variando com o tempo, então o uso de filtros com características fixas poderá não dar um desempenho satisfatório. Na prática, o sinal de excitação e caminho primário mudam lentamente com o tempo e para manter o delicado equilíbrio requerido pelo controle “*feedforward*”, a resposta do controlador também deve mudar com o tempo. É relativamente fácil mudar a característica do filtro digital pelo ajuste dos seus coeficientes, mas é geralmente difícil mudar a resposta de um complicado filtro analógico. Por esta razão a maioria das implementações práticas de sistemas ativos para controle “*feedforward*” de vibrações usa filtros digitais adaptáveis que ajustam suas características (através de uma variação nos valores dos pesos do filtro) para otimizar o desempenho do sistema. O algoritmo adaptativo, parte do sistema de controle “*feedforward*”, é responsável pela modificação dos pesos do filtro digital, de forma que a redução da perturbação acústica ou vibracional indesejável seja maximizada. Essa tarefa é feita com base em um ou mais sinais de erro enviados para o sistema de controle, os quais darão uma medida da perturbação indesejável que o sistema de controle ativo de ruído e vibração tentará minimizar.

A maioria dos algoritmos adaptativos usados no campo de controle de ruído e vibração é do tipo “algoritmos de gradiente decrescente”. Esses algoritmos operam adicionando nos valores correntes dos pesos do filtro uma pequena porcentagem do gradiente negativo do erro (critério do erro em função dos pesos do filtro) para calcular um conjunto “melhorado” de pesos para o filtro. No trabalho do controle ativo de ruído e vibração, o critério do erro é definido como a soma dos valores quadrados dos sinais de erro. A minimização desse critério de erro conduzirá à minimização da perturbação acústica ou de vibração indesejável nos pontos onde os sensores de erro estão localizados.

As propriedades e a implementação de filtros digitais estão descritas em inúmeros livros textos, por exemplo, Lynn (1982), e Nelson e Elliott (1992). Aqui, será comentado apenas sobre a adaptação dos filtros digitais cujas saídas são formadas pela soma ponderada das entradas prévias. Tais filtros digitais têm uma resposta impulsiva (de duração finita) e são conhecidos como filtros de resposta impulsiva finita, ou filtros FIR (“*Finite Impulse Response*”), (Widrow e Stearns, 1985). Em um sistema de controle de um único canal, se o sinal de excitação vindo da fonte primária for digitalizado em uma taxa de amostragem fixa para produzir uma seqüência $x(n)$, e se essa seqüência for utilizada como sinal de entrada para o filtro FIR que atua como controlador em um sistema de controle de vibração “*feedforward*”, então a seqüência de saída do controlador pode ser escrita como, (Elliot, 1998)

$$u(n) = \sum_{i=0}^{I-1} h_i x(n-i) \quad (4.41)$$

Nessa equação, n é o número de amostras, o qual pode apenas assumir valores inteiros, $n = \dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$, e as variáveis h_i são os coeficientes do filtro que ponderam as $I-1$ prévias amostras de entrada do sinal $x(n)$. Por conveniência, utiliza-se a notação q^{-1} para representar um operador de “defasagem” unitário, o qual, quando opera sobre a seqüência $x(n)$, transforma-a na mesma seqüência defasada de uma amostra (Fuller *et al.* 1996). Esse operador é normalmente escrito como,

$$q^{-1}x(n) = x(n-1) \quad (4.42)$$

A ação do filtro FIR pode também ser representada utilizando esse operador, podendo ser expresso como,

$$H(q) = h_0 + h_1 q^{-1} + h_2 q^{-2} + \dots + h_{I-1} q^{I-1} \quad (4.43)$$

tal que a Eq. (4.41) pode agora ser escrita na forma do operador,

$$u(n) = H(q)x(n) \quad (4.44)$$

Para utilizar a seqüência de saída definida pela Eq. (4.41) na condução do atuador secundário, ela deve ser convertida em uma voltagem analógica usando um conversor digital-analógico, e a onda deve ser filtrada usando um filtro passa baixa analógico. De forma análoga, antes da resposta líquida do sistema mecânico ser utilizada para ajustar os coeficientes do controlador digital, ela deve passar por um filtro analógico passa baixa para prevenir “*aliasing*” e então ser convertida em uma seqüência, discretizada na mesma taxa de amostragem através da passagem do sinal analógico por um conversor analógico-digital. Portanto, no caminho total do sinal desde a seqüência de saída do controlador até a seqüência representando a resposta líquida, há vários componentes que produzem efeitos sobre a resposta do sistema mecânico. Considerando que os filtros analógicos previnem o “*aliasing*” do sinal digital, então cada componente deste caminho tem uma resposta linear. Esse caminho total pode, assim, ser completamente modelado pela resposta de um filtro digital fixo equivalente que é representado pelo operador $\hat{G}(q)$, como ilustrado na Fig. 4.10.

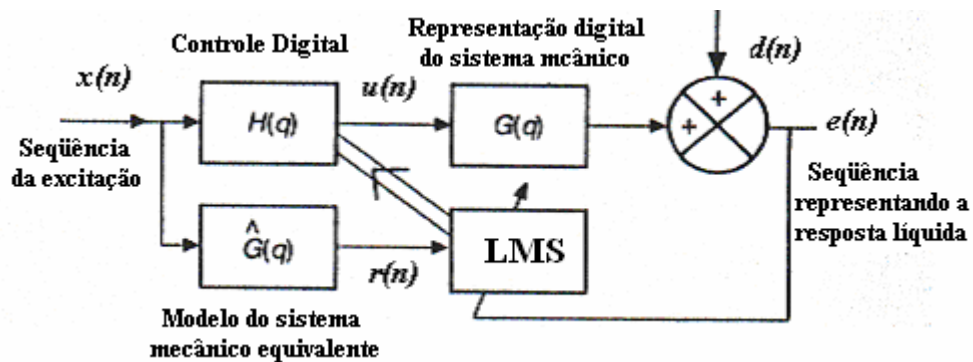


Figura 4.10 – Diagrama equivalente do sistema de controle digital adaptativo “*feedforward*”.

A seqüência representando a resposta líquida do sistema mecânico, $e(n)$, pode, assim, ser escrita como a soma da resposta do sistema devido ao sinal da perturbação na ausência do controle, $d(n)$, mais a resposta devido ao sinal do atuador secundário, $G(q)u(n)$, tal que,

$$e(n) = d(n) + G(q)u(n) \quad (4.45)$$

A Eq. (4.45) pode ser usada para expressar a seqüência da resposta líquida em termos da resposta do controlador e da seqüência de excitação, $x(n)$, a qual é também chamada de sinal de referência. Assim,

$$e(n) = d(n) + G(q)H(q)x(n) \quad (4.46)$$

Visto que os operadores $G(q)$ e $H(q)$ são lineares e não variáveis com o tempo, a ordem desses operadores na Eq. (4.46) pode ser invertida, tal que a expressão da resposta líquida pode então ser escrita da seguinte forma,

$$e(n) = d(n) + H(q)r(n) \quad (4.47)$$

sendo,

$$r(n) = G(q)x(n) \quad (4.48)$$

que é a sequência gerada pela passagem do sinal de excitação através do filtro digital representando o comportamento do sistema mecânico, e é chamada de “sinal de referência filtrado”. A Eq. (4.47) expandida na notação de operador, usando a Eq. (4.43), pode ser escrita como,

$$e(n) = d(n) + \sum_{i=0}^{L-1} h_i r(n-i) \quad (4.49)$$

deixando evidente que a resposta líquida do sistema é linearmente dependente de cada um dos coeficientes do controlador digital.

Para melhor adaptar os coeficientes do filtro digital pode-se proceder à minimização de uma função custo igual ao quadrado da resposta líquida, ou seja, (Viperman e Burdisso, 1995).

$$J = e^2(n) \quad (4.50)$$

Esta função quadrática tem um único mínimo global. Um algoritmo do gradiente decrescente pode ser empregado para convergir à solução ótima global deste problema. Tal algoritmo adaptativo é da forma,

$$h_i(n+1) = h_i(n) - \mu \frac{\partial J}{\partial h_i(n)} \quad (4.51)$$

sendo μ um número positivo que define a porção do gradiente negativo a ser adicionado a cada iteração, referido como coeficiente de convergência.

Da Eq. (4.49), a derivada do erro, $e(n)$, com relação à h_i resulta em,

$$\frac{\partial J}{\partial h_i(n)} = 2e(n) \frac{\partial e(n)}{\partial h_i(n)} = 2e(n)r(n-i) \quad (4.52)$$

A Eq. (4.51) pode agora ser escrita como,

$$h_i(n+1) = h_i(n) - \alpha e(n)r(n-i) \quad (4.53)$$

na qual, $\alpha = 2\mu$ é outro coeficiente de convergência. Esse algoritmo é conhecido como filtrado-x LMS algoritmo (“*filtered-x LMS algorithm*”), uma vez que $r(n)$ é obtido pela filtragem do sinal de referência $x(n)$ passando por $\hat{G}(q)$, de acordo com a Eq. (4.48). O algoritmo foi primeiramente proposto por Morgan (1980), por Burgess (1981) para controle ativo de som e por Widrow *et al.* (1981) para qualquer tipo de controle ativo “*feedforward*”.

4.3.2. CONTROLADORES ADAPTATIVOS MULTICANAIS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

Assumindo que o conjunto de sinais de excitação descrito no diagrama de bloco da Fig. 4.11 consiste de um conjunto de senóides, podendo ser harmônicas de uma perturbação periódica primária, então o espectro de cada elemento do vetor resposta, e , estará relacionado com a frequência de cada respectiva componente das senóides da excitação. Uma vez que cada canal dos equipamentos entre o atuador até o sensor é linear e o sistema está no estado permanente, então a ação do conjunto de filtros do controlador que afeta uma frequência, não terá efeito sobre a resposta de outra frequência (outro canal). A análise do problema de controle é consideravelmente simplificada, neste caso, pois o ajuste de cada conjunto de filtros afetando cada frequência de referência pode ser considerado independentemente. A análise do desempenho de cada um dos multicanais terá que ser verificada a uma única frequência.

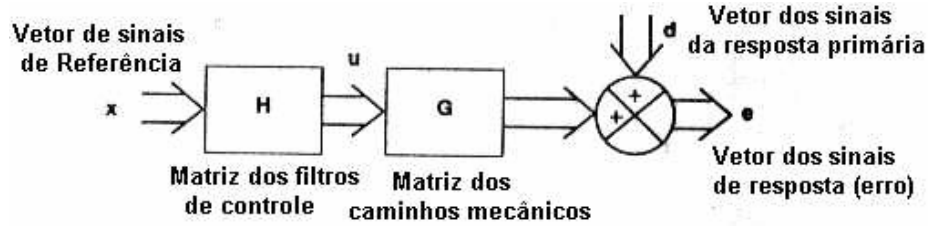


Figura 4.11 – Diagrama de bloco de um sistema de controle “*feedforward*” com múltiplos canais.

É conveniente adotar uma notação complexa para representar a amplitude e fase dos vários sinais, e representar as respostas em frequência dos caminhos mecânicos à frequência de referência. Também, as matrizes serão representadas por letras latinas maiúsculas e os vetores por letras latinas minúsculas ambos em negrito. O vetor dos sinais da resposta complexa pode ser escrito como,

$$\mathbf{e}(j\omega_0) = \mathbf{d}(j\omega_0) + \mathbf{G}(j\omega_0)\mathbf{u}(j\omega_0) \quad (4.54)$$

sendo $\mathbf{u}(j\omega_0)$ o vetor das contribuições para cada um dos atuadores na frequência ω_0 . O diagrama de bloco do controlador tipo “*feedforward*” de multicanais com as variáveis no domínio da frequência está mostrado na Fig. 4.12. Note que a amplitude e fase do controlador à frequência ω_0 ($\mathbf{H}$ na Fig. 4.11) foram absorvidos na definição de $\mathbf{u}(j\omega_0)$, que são as variáveis que podem ser ajustadas pelo controlador.

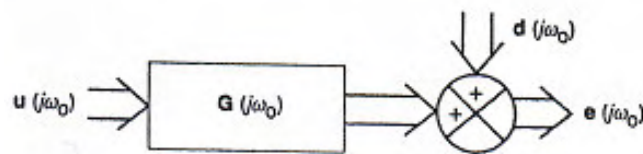


Figura 4.12 – Diagrama de bloco de um controlador “*feedforward*” de multicanais na frequência de referência ω_0 .

Para ajustar as componentes de $\mathbf{u}(j\omega_0)$ deve-se proceder à minimização de uma função custo que conduza a um controle ótimo. Para isso, a dependência explícita de ω_0 nas variáveis será eliminada para se chegar a uma notação mais conveniente. Assim, a Eq. (4.54) pode ser escrita como,

$$\mathbf{e} = \mathbf{d} + \mathbf{G}\mathbf{u} \quad (4.55)$$

Nelson e Elliot (1992), Wang e Huang (2002) e Hu e Vukovich (2005), por exemplo, mostraram que a função custo a ser minimizada através do ajuste das partes real e imaginária dos componentes de $\mathbf{u}$, foi definida como,

$$J = \mathbf{e}^H \mathbf{Q} \mathbf{e} + \mathbf{u}^H \mathbf{R} \mathbf{u} \quad (4.56)$$

sendo que o sobrescrito H representa o Hermitiano (transposto conjugado) dos vetores; $\mathbf{Q}$ e $\mathbf{R}$ são matrizes positivas definidas de ponderação, mas não necessariamente diagonais (de forma que $\mathbf{Q}^H = \mathbf{Q}$ e $\mathbf{R}^H = \mathbf{R}$) e J é um escalar real. Observe a semelhança entre essa função custo e aquela minimizada no controle “*feedback*” ótimo, Eq. (4.30). O primeiro termo da Eq. (4.56) depende da resposta do sistema sob controle, o segundo termo depende do esforço gasto pelos atuadores e a matriz de ponderação $\mathbf{R}$ permite que o esforço de alguns atuadores seja maior que outros, por exemplo.

Substituindo a Eq. (4.55) na Eq. (4.56), a função custo pode ser escrita como,

$$J = \mathbf{u}^H [\mathbf{G}^H \mathbf{Q} \mathbf{G} + \mathbf{R}] \mathbf{u} + \mathbf{u}^H \mathbf{G}^H \mathbf{Q} \mathbf{d} + \mathbf{d}^H \mathbf{Q} \mathbf{G} \mathbf{u} + \mathbf{d}^H \mathbf{Q} \mathbf{d} \quad (4.57)$$

a qual pode ser escrita na forma quadrática Hermitiana como,

$$J = \mathbf{u}^H \mathbf{A} \mathbf{u} + \mathbf{u}^H \mathbf{b} + \mathbf{b}^H \mathbf{u} + c \quad (4.58)$$

onde as definições de $\mathbf{A}$, $\mathbf{b}$ e c são óbvias da Eq. (4.57). Ressalta-se que a matriz $\mathbf{A}$ na Eq. (4.58) não é a mesma que a matriz dinâmica do sistema com variável de estado. Nelson e Elliot (1992) e Elliot (1994), por exemplo, mostraram que o vetor das variáveis de controle, $\mathbf{u}_0$, que minimiza a função custo da Eq. (4.56) e o valor mínimo resultante de $J(J_{\min})$ podem então ser identificados como sendo $\mathbf{u}_0 = -\mathbf{A}^{-1} \mathbf{b}$ e $J_{\min} = c - \mathbf{b}^H \mathbf{A}^{-1} \mathbf{b}$. Neste caso, o conjunto ótimo de sinais do atuador pode ser escrito como,

$$\mathbf{u}_0 = -[\mathbf{G}^H \mathbf{Q} \mathbf{G} + \mathbf{R}]^{-1} \mathbf{G}^H \mathbf{Q} \mathbf{d} \quad (4.59)$$

A matriz complexa Hessiana $\mathbf{A} = \mathbf{G}^H \mathbf{Q} \mathbf{G} + \mathbf{R}$ associada à função custo é positiva-definida. Em particular, a definição assumida de positiva definida para a matriz de ponderação $\mathbf{R}$ assegura esta condição para a matriz $\mathbf{A}$ até mesmo se $\mathbf{G}^H \mathbf{Q} \mathbf{G}$ for mal condicionada, ou ter um “rank” inadequado, como é o caso quando há menos sensores de resposta que atuadores secundários, por exemplo. É garantido, assim, que a função custo tem um único valor mínimo global para $\mathbf{u} = \mathbf{u}_0$ como determinado acima.

Um dos métodos padrões de ajustar as variáveis de controle, quando a função custo é quadrática dessas variáveis com um garantido mínimo global, é o método do algoritmo de gradiente decrescente. Tal algoritmo pode ser escrito na forma padrão, (Nelson e Elliot (1992) e Elliot (1994)), como,

$$\mathbf{u}(k+1) = \mathbf{u}(k) - \alpha[\mathbf{A}\mathbf{u}(k) + \mathbf{b}] \quad (4.60)$$

em que $\mathbf{u}(k)$ representa o vetor das variáveis de controle na k -ésima iteração, $\mathbf{A}$ e $\mathbf{b}$ são os termos definidos pela Eq. (4.58) e α é um coeficiente de convergência. Substituindo as expressões desses termos, deduzidos na Eq. (4.57), na Eq. (4.60), resulta no algoritmo de gradiente decrescente que minimiza a função custo definido pela Eq. (4.56). Este algoritmo adaptativo pode ser reescrito, usando a Eq. (4.55), como,

$$\mathbf{u}(k+1) = [\mathbf{I} - \alpha \mathbf{R}]\mathbf{u}(k) - \alpha \mathbf{G}^H \mathbf{Q} \mathbf{e}(k) \quad (4.61)$$

sendo $\mathbf{e}(k)$ o vetor dos sinais da resposta complexa medida no estado permanente depois da aplicação das variáveis de controle $\mathbf{u}(k)$.

4.3.3. CONTROLADORES ADAPTATIVOS MULTICANAIS NO DOMÍNIO DO TEMPO

Ao invés de assumir que o conjunto de sinais de referência ($\mathbf{x}$, na Fig. 4.11) são senóides contínuas, assume-se agora que estes sinais são seqüências amostradas. Essas seqüências ainda representam senóides com freqüências de excitação da fonte primária, mas também poderiam representar seqüências de amostragem estimadas de um número de excitações aleatórias primárias.

Nesta seção, considere o ajuste dos coeficientes dos filtros digitais FIR cujas entradas possuem K seqüências de referência, $x_k(n)$, e cujas saídas, $u_m(n)$, possui M atuadores secundários. O i -ésimo coeficiente, h_{mki} , do filtro conduzindo o m -ésimo atuador do k -ésimo sinal de excitação permite representar a saída desse filtro por, (Elliot, 1998)

$$u_m(n) = \sum_{k=1}^K \sum_{i=0}^{l-1} h_{mki} x_k(n-i) \quad (4.62)$$

que pode ser considerado como uma generalização da Eq. (4.41), tal que existem agora, MK filtros de controle com l coeficientes cada. Novamente, usando a notação de operador introduzida na seção 4.3.1, a Eq. (4.62) pode ser escrita como,

$$u_m(n) = \sum_{k=1}^K H_{mk}(q) x_k(n) \quad (4.63)$$

na qual, o operador $H_{mk}(q)$ é definido como,

$$H_{mk}(q) = \sum_{i=0}^{l-1} h_{mki} q^{-i} \quad (4.64)$$

Adotando novamente um desenvolvimento análogo ao caso de um controlador de um único canal, assume-se que a resposta global, incluindo os filtros analógicos, conversores de dados, resposta do atuador e sistema mecânico, no caminho do sinal desde a m -ésima saída do controlador até o l -ésimo sinal do erro amostrado (resposta), é representada por um filtro digital fixo cuja resposta é denominada de $G_{lm}(q)$. A l -ésima seqüência do erro pode ser escrita como,

$$e_l(n) = d_l(n) + \sum_{m=1}^M G_{lm}(q) u_m(n) \quad (4.65)$$

onde $d_l(n)$ é a l -ésima seqüência de erro na ausência de controle. Usando a Eq. (4.63), esta seqüência de erro pode ser escrita explicitamente em termos da resposta do controlador como,

$$e_l(n) = d_l(n) + \sum_{m=1}^M \sum_{k=1}^K G_{lm}(q) H_{mki}(q) x_k(n) \quad (4.66)$$

E esta equação pode ser também escrita como,

$$e_l(n) = d_l(n) + \sum_{m=1}^M \sum_{k=1}^K H_{mk}(q) r_{lmk}(n) \quad (4.67)$$

sendo os sinais de referência filtrados, agora, definidos como,

$$r_{lmk}(n) = G_{lm}(q) x_k(n) \quad (4.68)$$

A expressão para o l -ésimo sinal de erro é agora dada em termos dos coeficientes dos filtros no controlador digital, usando a Eq. (4.67), como,

$$e_l(n) = d_l(n) + \sum_{m=1}^M \sum_{k=1}^K \sum_{i=0}^{I-1} h_{mki} r_{lmk}(n-i) \quad (4.69)$$

que pode ser escrito em notação de vetores da forma, (Elliot, 1998),

$$\mathbf{e}_l(n) = \mathbf{d}_l(n) + \mathbf{r}_l^T(n) \mathbf{h} \quad (4.70)$$

sendo

$$\mathbf{r}_l(n) = [r_{l11}(n) r_{l11}(n-1) \dots r_{lMK}(n-I+1)]^T \quad (4.71)$$

e

$$\mathbf{h} = [h_{110} h_{111} \dots h_{MKI-1}]^T \quad (4.72)$$

Definindo os vetores de todos os sinais de erros e dos sinais primários como,

$$\begin{aligned} \mathbf{e}(n) &= [e_1(n) e_2(n) \dots e_L(n)]^T \\ \mathbf{d}(n) &= [d_1(n) d_2(n) \dots d_L(n)]^T \end{aligned} \quad (4.73)$$

pode-se, agora, expressar a resposta amostrada permanente do problema de controle “*feedforward*” de multicanais, em uma forma matricial, por,

$$\mathbf{e}(n) = \mathbf{d}(n) + \mathbf{T}(n)\mathbf{h} \quad (4.74)$$

com

$$\mathbf{T}(n) = [\mathbf{r}_1(n) \mathbf{r}_2(n) \dots \mathbf{r}_L(n)]^T \quad (4.75)$$

Retornando à Eq. (4.62), pode-se, agora, escrever a seqüência que atua sobre o m -ésimo atuador como,

$$u_m(n) = \mathbf{x}_m^T(n)\mathbf{h} \quad (4.76)$$

sendo

$$\mathbf{x}_m^T = [0 \ 0 \ \dots x_1(n) \ x_1(n-1) \ \dots 0 \ \dots x_2(n) \ x_2(n-1) \ \dots 0] \quad (4.77)$$

de forma que o vetor de sinais comandando os atuadores são,

$$\mathbf{u}(n) = \mathbf{X}(n)\mathbf{h} \quad (4.78)$$

com

$$\mathbf{X}(n) = [\mathbf{x}_1(n) \mathbf{x}_2(n) \dots \mathbf{x}_M(n)]^T \quad (4.79)$$

Uma função custo generalizada, semelhante àquela usada na teoria de controle tipo “*feedback*” ótimo é também definida aqui da forma, (Elliot, 1994),

$$J = E[\mathbf{e}^H(n)\mathbf{Q}\mathbf{e}(n) + \mathbf{u}^H(n)\mathbf{R}\mathbf{u}(n)] \quad (4.80)$$

na qual o sobrescrito H representa o Hermitiano e E representa um operador de expectativa. O Hermitiano transposto é colocado aqui para permitir a possibilidade de se trabalhar com sinais amostrados complexos. $\mathbf{Q}$ é uma matriz de ponderação de erro, $\mathbf{R}$ é uma matriz de

ponderação de “esforço” e ambas são Hermitianas positivas definidas mas não necessariamente diagonais. Usando as equações de $\mathbf{e}(n)$ e $\mathbf{u}(n)$, a função custo pode ser escrita na forma quadrática complexa,

$$J = \mathbf{h}^H \mathbf{A} \mathbf{h} + \mathbf{h}^H \mathbf{b} + \mathbf{b}^H \mathbf{h} + c \quad (4.81)$$

com

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= E[\mathbf{T}^H(n) \mathbf{Q} \mathbf{T}(n) + \mathbf{X}^H(n) \mathbf{R} \mathbf{X}(n)], \\ \mathbf{b} &= E[\mathbf{T}^H(n) \mathbf{Q} \mathbf{d}(n)], \\ \mathbf{c} &= E[\mathbf{d}^H(n) \mathbf{Q} \mathbf{d}(n)]. \end{aligned} \quad (4.82)$$

A Eq. (4.81) tem um único mínimo global, assumindo que $\mathbf{A}$ é positiva definida, para um conjunto de coeficientes do filtro de controle dado por, (Elliot, 1994),

$$\mathbf{h}_{\text{opt}} = -\mathbf{A}^{-1} \mathbf{b} \quad (4.83)$$

que resulta no valor mínimo quadrático da função custo,

$$J_{\min} = c - \mathbf{b}^H \mathbf{A}^{-1} \mathbf{b} \quad (4.84)$$

Na prática, somente uma aproximação para cada função de transferência dos caminhos desde a fonte secundária até o sensor de erro pode ser medida e usada para gerar os sinais de referência filtrados implementados, resultando na matriz que pode ser denominada de $\hat{\mathbf{T}}(n)$. Assim, um algoritmo para atualizar todos os coeficientes do filtro de controle de cada amostra pode ser estabelecido como, (Elliot, 1994),

$$\mathbf{h}(n+1) = \mathbf{h}(n) - \alpha [\hat{\mathbf{T}}^H(n) \mathbf{Q} \mathbf{e}(n) + \mathbf{X}^H(n) \mathbf{R} \mathbf{u}(n)] \quad (4.85)$$

Se todos os sinais de erro são igualmente ponderados ($\mathbf{Q} = \mathbf{I}$) e nenhum termo de “esforço” é usado ($\mathbf{R} = \mathbf{0}$), este algoritmo se reduz ao algoritmo de erro múltiplo LMS. Neste

caso, a Eq. (4.85) pode ser escrita em termos da adaptação dos coeficientes individuais do controlador como,

$$h_{mki}(n+1) = h_{mki}(n) - \alpha \sum_{l=1}^L \hat{r}_{lmk}(n) e_l(n-i) \quad (4.86)$$

onde $\hat{r}_{lmk}$ é o sinal de referência filtrado obtido pela passagem do sinal de referência $x_k(n)$ através de uma estimativa da função de transferência do caminho desde o m -ésimo atuador até o l -ésimo sensor de erro, $\hat{G}_{lm}(q)$.

CAPÍTULO 5

MODELO TEÓRICO

5.1. INTRODUÇÃO

O objetivo deste capítulo é apresentar a metodologia de modelagem de rotores empregada neste trabalho, com a qual modelou-se um rotor suportado por mancais magnéticos para analisar teoricamente o desempenho de um sistema controle ativo de vibração aplicado a este rotor, dando ênfase na análise desse desempenho em função da variação dos parâmetros do controlador PID, principalmente o ganho proporcional e o ganho derivativo, K_P e K_D , respectivamente.

Para a análise do desempenho do sistema de controle ativo utilizou-se um modelo simplificado de rotor considerando-se apenas a vibração na direção vertical, assumindo-se que o movimento nesta direção seja independente do movimento horizontal. Assim, a vibração na direção horizontal pode ser controlada da mesma maneira que a vibração na direção vertical utilizando um outro sistema de controle ativo desacoplado, produzindo resultados similares. Também nesta modelagem o efeito giroscópio do rotor não foi considerado.

Nesta metodologia de modelagem de rotores, o modelo é desenvolvido em duas fases. Inicialmente modela-se o eixo considerando-o uma viga livre-livre sem qualquer elemento de massa, rigidez ou amortecimento concentrados conectados à ele. Apenas os efeitos da massa e da rigidez distribuídas do eixo, e o amortecimento estrutural do material são considerados. Nesta modelagem do eixo empregou-se a teoria de que a relação entre as forças externas aplicadas em uma viga livre-livre e o seu movimento vibratório pode ser estabelecida a partir do cômputo de um número finito de frequências naturais e respectivos modos de vibração, (Johnson *et al.*, 2003). Na segunda fase os efeitos de rigidez e amortecimento dos mancais magnéticos, bem como as massas concentradas dos discos e materiais ferromagnéticos são introduzidos no modelo de viga livre-livre empregando-se o método das matrizes de impedância (Bonello e Brennam, 2001). Os valores de rigidez e

amortecimento equivalentes dos mancais magnéticos são determinados conforme a teoria do capítulo 2, Eqs. (2.33) e (2.34).

5.2. TEORIA BÁSICA DA MODELAGEM MATEMÁTICA

Nesta seção será apresentada a teoria básica de modelagem matemática empregada no trabalho. Por conveniência de notação, as matrizes serão representadas por letras latinas maiúsculas e os vetores por letras latinas minúsculas, ambos em negrito. Como já mencionado, apenas os movimentos do rotor na direção vertical serão considerados. Além disso, será desconsiderado o efeito giroscópio na modelagem.

Para descrever a teoria básica da modelagem, considere um rotor simples, conforme mostra a Fig. 5.1, discretizado em N pontos nodais. O rotor é composto de um eixo apoiado em mancais que atuam como elementos de rigidez e de amortecimento. Sobre o eixo é fixado um disco com uma determinada massa.

Considere também os pontos nodais particulares l , p e q pertencentes ao eixo. Nos pontos nodais l e q estão conectados os elementos de rigidez k_l e k_q , e de amortecimento c_l e c_q , respectivamente. No ponto nodal p está conectada a massa do disco m_p , de acordo com a Fig. 5.1.

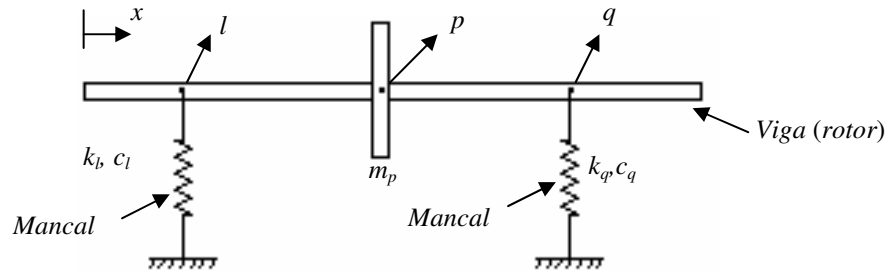


Figura 5.1- Esquema de um rotor para a descrição da teoria básica.

Tomando inicialmente apenas o eixo do rotor como uma viga livre-livre, então a velocidade, u , da viga pode ser descrita como uma série ou somatório dos modos de vibração, (Johnson *et al.*, 2003).

$$u(x, \omega) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n(\omega) \psi_n(x) \quad (5.1)$$

onde o n -ésimo modo de vibração $\psi_n(x)$ é função da posição x e o coeficiente de influência complexo do n -ésimo modo sobre a velocidade é dado por $a_n(\omega)$. Se a faixa de frequência de interesse é limitada, então é possível descrever, com uma precisão satisfatória, o comportamento vibratório da viga usando um conjunto finito de modos. Os dois primeiros modos da viga livre-livre são modos de corpo rígido e os modos de maior ordem são dados pela combinação de funções seno, cosseno e hiperbólica. Assim, os modos de vibração são dados pelas equações,

$$\psi_0(x) = 1 \quad (5.2)$$

$$\psi_1(x) = 1 - \frac{2x}{l} \quad (5.3)$$

$$\psi_n(x) = \cos \gamma \left(\frac{x}{l} - 0.5 \right) + k \cosh \gamma \left(\frac{x}{l} - 0.5 \right) \quad \text{para } n = 2, 4, 6, \dots \quad (5.4)$$

$$\text{sendo,} \quad \tan \frac{\gamma}{2} + \tanh \frac{\gamma}{2} = 0 \quad \text{e} \quad k = -\frac{\sin \frac{\gamma}{2}}{\sinh \frac{\gamma}{2}} \quad (5.5)$$

$$\psi_n(x) = \sin \gamma' \left(\frac{x}{l} - 0.5 \right) + k' \sinh \gamma' \left(\frac{x}{l} - 0.5 \right) \quad \text{para } n = 3, 5, 7, \dots \quad (5.6)$$

$$\text{sendo,} \quad k' = -\frac{\sin \frac{\gamma'}{2}}{\sinh \frac{\gamma'}{2}} \quad \text{e} \quad \tan \frac{\gamma'}{2} - \tanh \frac{\gamma'}{2} = 0 \quad (5.7)$$

O coeficiente de influência $a_n(\omega)$ é função da frequência angular ω e pode ser calculado considerando-se todas as forças agindo sobre o rotor. A amplitude desse coeficiente devida a uma única força $F(\omega)$ agindo sobre um ponto x_j do rotor é dada por,

$$a_n(\omega) = \frac{2}{m_r} \left(\frac{j\omega}{(\omega_n^2 - \omega^2) + 2j\zeta_n \omega_n \omega} \psi_n(x_j) \right) F(\omega) \quad (5.8)$$

sendo ω_n e ζ_n a frequência natural e a razão de amortecimento do n -ésimo modo, respectivamente, e m_r é a massa total do rotor. As razões de amortecimento modais são tipicamente baixas para um rotor de aço, na ordem de 0,005 (Johnson *et al.*, 2003). Foi considerado que a maior parte do amortecimento do sistema é fornecida pelos mancais. As frequências naturais relativas aos modos de uma viga livre-livre podem ser calculadas usando as equações,

$$\omega_0 = 0 \quad (5.9)$$

$$\omega_1 = 0 \quad (5.10)$$

$$\omega_n = \frac{(n-0.5)^2 \pi^2 d}{4l^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad \text{para } n \geq 2 \quad (5.11)$$

sendo E o módulo de elasticidade, d o diâmetro do eixo, l o comprimento do eixo e ρ a densidade do material.

Pela combinação da Eq. (5.1) e Eq. (5.8), pode-se calcular os termos da matriz de transferência de mobilidade através da seguinte equação,

$$T_{ij}(\omega) = \frac{2}{m_r} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{j\omega}{(\omega_n^2 - \omega^2) + 2j\zeta_n \omega_n \omega} \psi_n(x_i) \psi_n(x_j) \quad (5.12)$$

A matriz de transferência de mobilidade $\mathbf{T}_{ij}$ relaciona a velocidade da viga na posição x_i devido à ação de uma força externa na posição x_j .

Para uma determinada frequência discreta, as velocidades a um número de posições do rotor podem ser descritas na forma matricial como,

$$\mathbf{u}_i = \mathbf{T}_{ij} \mathbf{f}_j \quad (5.13)$$

sendo,

$$\mathbf{f}_r = \{0 \quad \cdots \quad 0 \quad f_{r_l} \quad 0 \quad \cdots \quad 0 \quad f_{r_p} \quad 0 \quad \cdots \quad 0 \quad f_{r_q} \quad 0 \quad \cdots \quad 0\}_N^T \quad (5.16)$$

$$\mathbf{u}_m = \{u_{m_1} \quad u_{m_2} \quad \cdots \quad u_{m_l} \quad \cdots \quad u_{m_p} \quad \cdots \quad u_{m_q} \quad \cdots \quad u_{m_N}\}_N^T \quad (5.17)$$

onde $\mathbf{u}_m$ é o vetor velocidade dos pontos nodais e $\mathbf{f}_r$ é o vetor força de reação nos pontos nodais l , p e q . O vetor velocidade $\mathbf{u}_m$ pode ser considerado como a combinação do vetor velocidade $\mathbf{u}_{mr}$ devido às forças de reação $\mathbf{f}_r$ e do vetor velocidade $\mathbf{u}_{mj}$ devido às forças externas $\mathbf{f}_j$ do rotor. As forças externas do modelo são criadas pela massa desbalanceada e pelas forças do controle ativo. Utilizando as Eqs. (5.13) e (5.14), chega-se à expressão do vetor velocidade em função das forças externas,

$$\mathbf{u}_m = \mathbf{u}_{mj} + \mathbf{u}_{mr} = \mathbf{T}_{mj} \mathbf{f}_j + \mathbf{T}_{mm} \mathbf{f}_r = \mathbf{T}_{mj} \mathbf{f}_j - \mathbf{T}_{mm} \mathbf{Z} \mathbf{u}_m \quad (5.18)$$

$$\Rightarrow \mathbf{u}_m = [\mathbf{I} + \mathbf{T}_{mm} \mathbf{Z}]^{-1} \mathbf{T}_{mj} \mathbf{f}_j \quad (5.19)$$

Introduzindo a Eq. (5.19) na Eq. (5.14) obtém-se a equação das forças de reação em termos das forças externas,

$$\Rightarrow \mathbf{f}_r = -\mathbf{Z} \mathbf{u}_m = -\mathbf{Z} [\mathbf{I} + \mathbf{T}_{mm} \mathbf{Z}]^{-1} \mathbf{T}_{mj} \mathbf{f}_j \quad (5.20)$$

As duas matrizes $\mathbf{T}_{mm}$ e $\mathbf{T}_{mj}$ contêm as mobilidades do rotor descrevendo as velocidades nos pontos de interesse do rotor devido à aplicação das forças de reação e das forças externas, respectivamente. Os elementos dessas matrizes podem ser calculados usando a Eq. (5.12). As Eqs. (5.19) e (5.20) podem ser usadas para calcular um novo conjunto de mobilidades “compacto” do rotor $\hat{\mathbf{T}}_{ij}$ que inclui a força de reação $\mathbf{f}_r$ das massas, amortecimentos e rigidezes. A partir desse novo conjunto de equações pode-se calcular a velocidade em qualquer ponto nodal do rotor devido à força aplicada em qualquer outro ponto ao longo do rotor. Pode-se, agora, reescrever a mobilidade, Eq. (5.13) como,

$$\mathbf{u}_i = \mathbf{T}_{ij} \mathbf{f}_j + \mathbf{T}_{im} \mathbf{f}_r = \hat{\mathbf{T}}_{ij} \mathbf{f}_j \quad (5.21)$$

$$\hat{\mathbf{T}}_{ij} = [\mathbf{T}_{ij} - \mathbf{T}_{im} \mathbf{Z} [\mathbf{I} + \mathbf{T}_{mm} \mathbf{Z}]^{-1} \mathbf{T}_{mj}] \quad (5.22)$$

As duas matrizes $\mathbf{T}_{im}$ e $\mathbf{T}_{ij}$ contêm as mobilidades do rotor descrevendo a velocidade no ponto de observação $\mathbf{x}_i$ devido às forças agindo nos pontos de localização de forças de reação e nos pontos de aplicação das forças externas. Usando esse conjunto de equações, o desempenho de um sistema de controle ativo pode ser avaliado.

5.3. CONTROLE ATIVO ÓTIMO APLICADO AO ROTOR

Um método para verificar o desempenho de um sistema de controle ativo ótimo aplicado ao rotor teórico será agora apresentado. Um sistema de controle tentará minimizar a soma do quadrado das saídas dos sensores de erro. Se um sistema de controle tem K atuadores de controle e L sensores de erro, então, a uma dada frequência discreta, o vetor de erro $\mathbf{e}$ de comprimento L pode ser escrito em termos do vetor das forças de perturbação primárias $\mathbf{f}_p$ (ou seja, forças de desbalanceamento do rotor) e do vetor das forças de controle secundárias $\mathbf{f}_c$ de comprimento K .

$$\mathbf{e} = \hat{\mathbf{T}}_{ep} \mathbf{f}_p + \hat{\mathbf{T}}_{ec} \mathbf{f}_c \quad (5.23)$$

As duas matrizes $\hat{\mathbf{T}}_{ep}$ e $\hat{\mathbf{T}}_{ec}$ contêm as mobilidades do rotor descrevendo as velocidades nos locais dos sinais de erro $\mathbf{x}_e$ devido às forças de desbalanceamento (perturbações primárias) agindo nos pontos $\mathbf{x}_p$ onde os discos estão fixados, e devido às forças de controle (perturbações secundárias) aplicadas nas posições $\mathbf{x}_c$ do rotor. A soma do quadrado dos sinais de erro pode ser calculada usando o transposto Hermitiano (ou transposto conjugado denominado por H) definido como,

$$J = \mathbf{e}^H \mathbf{e} \quad (5.24)$$

que é minimizado quando as forças de controle secundárias $\mathbf{f}_c$ adquirem os valores, Fuller (1996) e Nelson (1992),

$$\mathbf{f}_{c_otimo} = [\hat{\mathbf{T}}_{ec}^H \hat{\mathbf{T}}_{ec}]^{-1} \hat{\mathbf{T}}_{ec}^H \hat{\mathbf{T}}_{ep} \mathbf{f}_p \quad (5.25)$$

Utilizando essas forças otimizadas, a velocidade a qualquer número de locais de observação $\mathbf{x}_i$ ao longo do rotor pode então ser calculada antes da aplicação do sistema de controle ($\mathbf{u}_{i,a}$), e após a aplicação do controle ótimo ($\mathbf{u}_{i,d}$), como segue,

$$\mathbf{u}_{i,a} = \hat{\mathbf{T}}_{ip} \mathbf{f}_p \quad (5.26)$$

$$\mathbf{u}_{i,d} = \hat{\mathbf{T}}_{ip} \mathbf{f}_p + \hat{\mathbf{T}}_{ic} \mathbf{f}_{c_otimo} \quad (5.27)$$

As duas matrizes $\hat{\mathbf{T}}_{ip}$ e $\hat{\mathbf{T}}_{ic}$ contém as mobilidades descrevendo as velocidades nos pontos de observação $\mathbf{x}_i$ devido às forças agindo no ponto de aplicação $\mathbf{x}_p$ da força de desbalanceamento (perturbação primária) e nos pontos $\mathbf{x}_c$ das forças de controle. Esse processo pode ser repetido para uma banda de frequências.

Para realizar as simulações implementou-se um programa computacional no ambiente *MatLab* para o desenvolvimento do modelo matemático e para a análise do controle de vibração do rotor.

5.4. DESCRIÇÃO DO ROTOR TEÓRICO PARA ANÁLISE

A seguir será descrito o rotor teórico idealizado, o qual foi modelado para ser empregado na análise simulada do desempenho do sistema de controle ativo. Basicamente foi concebido um rotor de aço de 700 mm de comprimento, sendo o eixo de 10mm de diâmetro apoiado por dois mancais magnéticos. O mancal (MMA 2) está posicionado a 100 mm da extremidade direita do eixo, e o mancal da esquerda (MMA 1) também a 100 mm da extremidade esquerda do eixo, como mostrado na Fig. 5.2. Sobre o eixo estão fixados dois discos rígidos, sendo um de 150 mm de diâmetro, 15 mm de espessura e massa de 2,0 Kg (m_2), e o outro com 75 mm de diâmetro, 25 mm de espessura e 0,8 Kg de massa (m_3), localizados a 250 mm e 500 mm, respectivamente, a partir do início do eixo à esquerda. Neste rotor será considerada a existência de um desbalanceamento no disco maior à esquerda produzindo uma força de magnitude unitária. Sobre o eixo também estão fixadas as massas m_1 e m_4 relativas ao material ferromagnético que fazem parte dos mancais. A Tabela 5.1 mostra as propriedades físicas do rotor teórico e dos mancais magnéticos. Os parâmetros construtivos dos mancais deste rotor são os mesmos apresentados na Tabela 3.1 do capítulo 3.

O modelo deste rotor teórico foi desenvolvido de acordo com a teoria apresentada na seção 5.2. Para desenvolver o modelo do eixo como uma viga livre-livre, o mesmo foi discretizado em 30 pontos nodais e foram considerados 10 modos de vibração para compor o somatório da Eq. 5.1. Em uma análise prévia constatou-se que esse número de modos é suficiente para que o modelo represente a dinâmica do rotor com uma precisão satisfatória. Nesse modelo de viga livre-livre são introduzidos os efeitos da massa e da rigidez distribuídas dos elementos de eixo. A partir desse modelo de viga, empregou-se o método das matrizes de impedância para introduzir os efeitos das massas concentradas dos discos e dos materiais ferromagnéticos, bem como a rigidez e o amortecimento dos mancais magnéticos calculados de acordo com a teoria apresentada na seção 2.6.

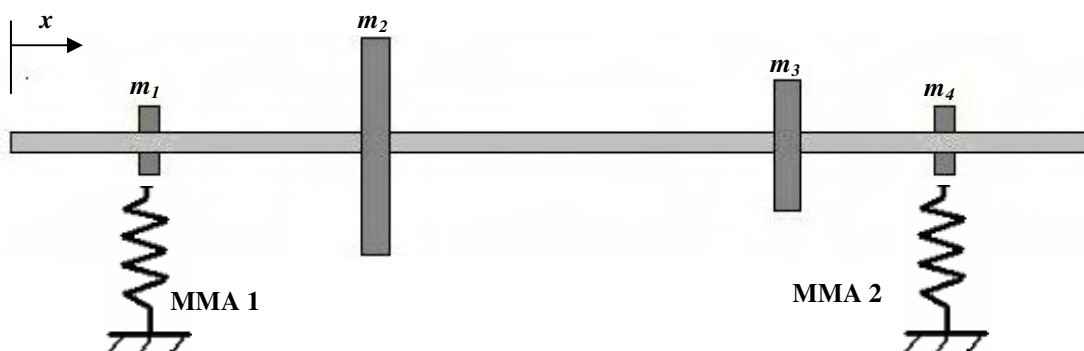


Figura 5.2 – Esquema do rotor teórico idealizado.

Tabela 5.1 – Propriedades físicas do rotor teórico e dos mancais magnéticos.

<u>Rotor</u>		<u>Discos</u>	
<i>Comprimento (l)</i>	700 mm	<i>Massas</i>	<i>m₂ (desbalanceado)</i> 2,0 Kg
<i>Diâmetro eixo (d)</i>	10 mm		<i>m₃ (balanceado)</i> 0,8 Kg
<i>Módulo de elasticidade (E)</i>	207 GN/m ²		
<i>Densidade (ρ)</i>	7800 Kg/m ³	<i>Posição (x_m)</i>	250 mm
<i>Razão de amort. estrutural (ζ)</i>	0,001		500 mm
<u>MMA 1</u>		<u>MMA 2</u>	
<i>Massa (m₁)</i>	0,25 Kg	<i>Massa (m₄)</i>	0,25 Kg
<i>Rigidez (k₁)</i>	Variável	<i>Rigidez (k₂)</i>	Variável
<i>Amortecimento (c₁)</i>	Variável	<i>Amortecimento (c₂)</i>	Variável
<i>Posição (x₁)</i>	100 mm	<i>Posição (x₂)</i>	600 mm

CAPÍTULO 6

ANÁLISE DO CONTROLE ATIVO DE VIBRAÇÃO EM FUNÇÃO DE VARIAÇÕES NOS PARÂMETROS DO CONTROLADOR PID

6.1. INTRODUÇÃO

A análise do desempenho do controle ativo de vibrações apresentada neste capítulo foi realizada empregando-se o modelo do rotor teórico apresentado no capítulo anterior, Fig. 5.2. O objetivo principal desta análise é verificar o desempenho de estratégias de controle ativo de vibrações em função de variações nos parâmetros do controlador PID dos mancais magnéticos que suportam o rotor. Por outro lado, variar os parâmetros do controlador PID, sobretudo o ganho proporcional e o ganho derivativo, implica em variar as características dinâmicas dos mancais, isto é, a rigidez e o amortecimento equivalentes.

Em geral, a rigidez dos mancais é um fator de grande influência sobre as velocidades críticas dos rotores. Se tomarmos como base as duas primeiras frequências críticas de um rotor e analisarmos as curvas dessas frequências em função da rigidez dos mancais, então podemos identificar três regiões distintas dessas curvas. Na faixa onde a rigidez dos mancais é baixa em relação à rigidez do eixo do rotor, as frequências críticas são quase que inteiramente dependentes da rigidez dos mancais, e as curvas apresentam uma inclinação ascendente bastante acentuada. Dentro desta região das curvas o rotor é classificado como “rotor mancal dependente”. Na faixa onde a rigidez dos mancais é muito elevada, tornando-se muito maior que a rigidez do eixo, então o rotor é dito ser “rotor eixo dependente”. Neste caso, variações na rigidez dos mancais praticamente não modificam as frequências críticas (curvas de patamar constante), e apenas a geometria do eixo influencia sobremaneira essas frequências. Na faixa onde a rigidez dos mancais é comparável à rigidez do eixo do rotor, tanto a geometria do eixo como a rigidez dos mancais contribuem para a determinação das frequências críticas e as curvas adquirem uma ascendência suave. Neste caso o rotor é dito estar na “zona de transição”.

Tendo em mente essa classificação para os rotores, neste trabalho se avaliará a influência da variação dos parâmetros do controlador PID no desempenho das estratégias de controle ativo de vibrações, através da escolha de parâmetros adequados que permitam a análise do rotor dentro das três regiões mencionadas anteriormente, ou seja, regiões de “mancal dependente”, “transição” e “eixo dependente”. Dentro de cada uma dessas regiões, se analisará o impacto da posição e do número de sensores de erro no desempenho dos sistemas de controle ativo, e como isso se relaciona com a variação dos parâmetros do controlador PID.

A análise do desempenho do sistema se dará em termos de controle localizado e controle global dos níveis de vibração. O nível global de vibração se refere ao nível de deslocamento médio quadrático ponderado sobre o comprimento total do rotor considerando os pontos nodais do modelo. Ainda que, freqüentemente, é mais importante reduzir níveis de vibração em pontos particulares ao longo do rotor, o nível de vibração global irá proporcionar alguma indicação do desempenho global do sistema de controle e poderá ressaltar problemas potenciais de controle. A análise de vibração local será realizada em algumas freqüências particulares, mostrando a redução da vibração ao longo dos pontos do rotor, e assim será possível verificar o desempenho do controle em uma perspectiva local.

A análise será restrita à faixa de freqüência de excitação de 0 a 200 Hz para abranger os quatro primeiros modos de vibração, os quais são os mais importantes e têm maior probabilidade de serem excitados na prática.

Os mancais magnéticos possuem um sistema de controle ativo tipo “*feedback*”, o qual é responsável pelo controle das vibrações nos pontos do rotor onde os mancais estão posicionados. Já o controle tipo “*feedforward*” procura minimizar a vibração nos pontos onde estão localizados os sensores de erro. A partir disso, neste trabalho empregou-se uma estratégia de controle de malha aberta tipo “*feedforward*” sobreposta à arquitetura de malha fechada “*feedback*” necessária para manter o rotor suspenso. Para a estratégia “*feedforward*” se empregará um algoritmo LMS, o qual minimizará uma função custo dada pela soma do quadrado dos sinais dos sensores de erro.

6.2. FREQUÊNCIAS CRÍTICAS E MODOS DE VIBRAÇÃO DO ROTOR

Nesta etapa foram escolhidos alguns valores diferentes de ganho proporcional (K_P) e ganho derivativo (K_D) para a determinação das curvas da resposta em freqüências em termos de vibração global do rotor, as quais apresentam claramente os picos de freqüências críticas. Também são determinados os modos de vibrar do modelo desenvolvido para o rotor teórico

analisado. Para obter esses resultados os demais parâmetros do circuito de controle do mancal magnético permaneceram fixos, que são eles: o ganho do amplificador de potência, K_A ; o ganho total do controlador PID, K_T ; e o ganho integral do filtro PID, K_I . Também permaneceram constantes a frequência de corte e o fator de amortecimento do filtro passa-baixa, ω_{LP} e ζ_{LP} respectivamente, além da frequência de corte do amplificador de potência, ω_A . Esses valores fixos de parâmetros são apresentados na Tabela 6.1.

Tabela 6.1 – Valores dos parâmetros do circuito de controle que permaneceram fixos durante a simulação.

K_A	K_T	K_I	ω_{LP}	ζ_{LP}	ω_A
760	0,00008	80	800 Hz	0,707	20.000 Hz

Os valores de rigidez e amortecimento equivalentes obtidos a partir dos valores adotados de K_P e K_D com os demais parâmetros do circuito constantes são apresentados na Tabela 6.2. Deve-se lembrar que essas características do mancal são calculadas de acordo com a teoria da seção 2.6, Eqs. (2.33) e (2.34). Também, como já analisado anteriormente, observa-se nesta tabela que o parâmetro K_D interfere muito pouco sobre a rigidez equivalente.

Tabela 6.2 – Características dinâmicas dos mancais em função de K_P e K_D .

K_P	K_D	Keq (N/m)	Ceq (N.s/m)
27	0,009	$3,09 \times 10^3$	2,68
	0,015	$4,28 \times 10^3$	33,34
29	0,010	$1,35 \times 10^4$	4,78
	0,015	$1,45 \times 10^4$	30,32
36	0,012	$4,98 \times 10^4$	4,44
	0,017	$5,08 \times 10^4$	29,99
48	0,016	$1,12 \times 10^5$	6,79
	0,021	$1,13 \times 10^5$	32,34
120	0,037	$4,85 \times 10^5$	5,54
	0,042	$4,86 \times 10^5$	31,09

As frequências críticas para o sistema sem controle são obtidas considerando as curvas da esquerda da Fig. 6.1. Por outro lado, as curvas da direita dessa figura representam as formas dos quatro primeiros modos de vibração do rotor. Os resultados apresentados na Fig. 6.1 foram obtidos considerando somente os primeiros valores de K_D , tendo em vista que a sua variação praticamente não provoca alteração nas frequências críticas e nos modos de vibração.

Analisando-se estes resultados, pode-se determinar, aproximadamente, a zona de transição entre rotor “mancal dependente” e “eixo dependente”.

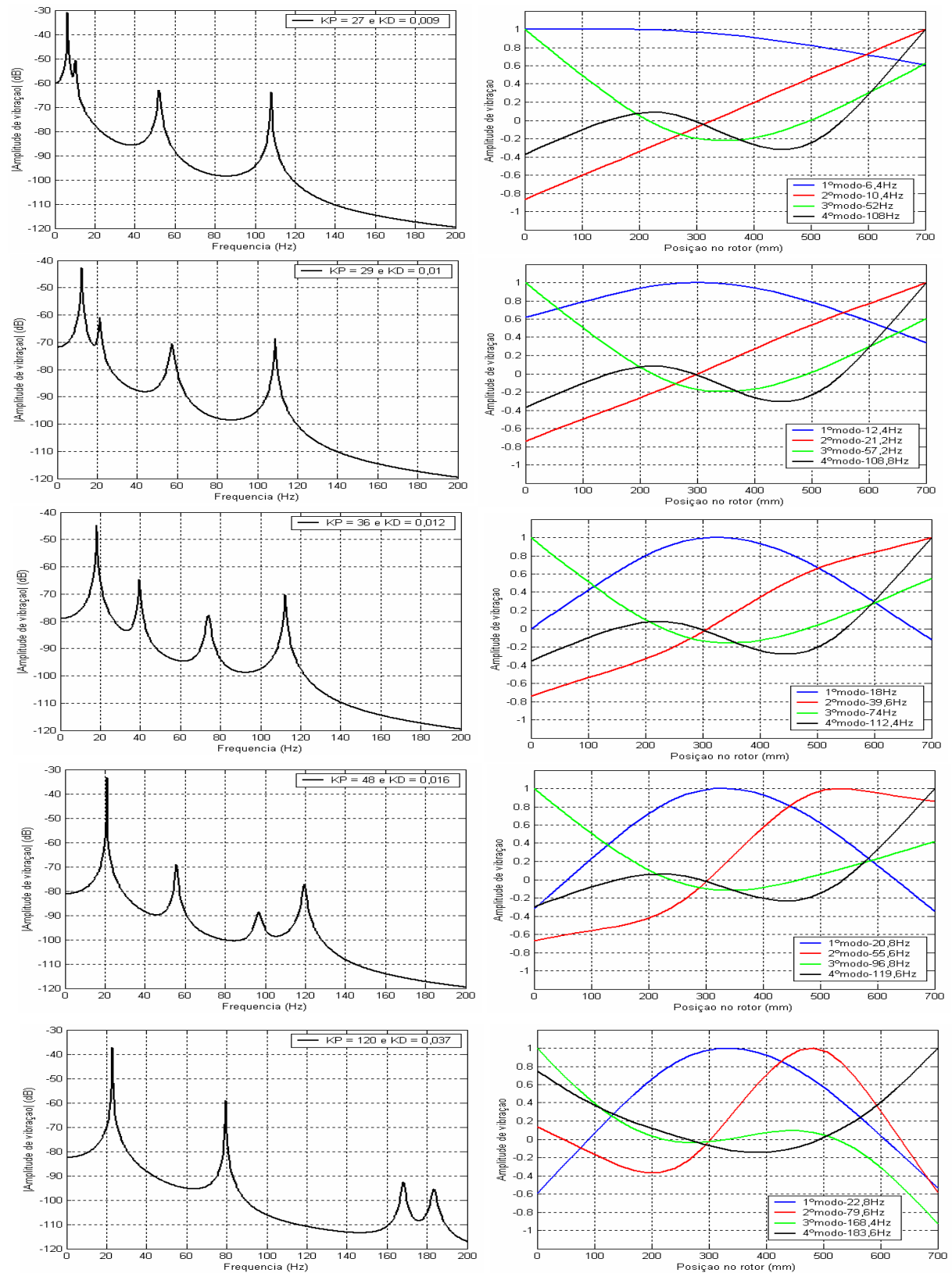


Figura 6.1 – Freqüências críticas em função do ganho proporcional e derivativo e seus respectivos modos de vibração.

A Tabela 6.3 apresenta os valores de frequências críticas do rotor teórico em função da variação do ganho proporcional e derivativo do controlador PID.

Tabela 6.3 – Frequências críticas em função de K_P .

K_P	K_D	F1 (Hz)	F2 (Hz)	F3 (Hz)	F4 (Hz)
27	0,009	6,4	10,4	52	108
29	0,01	12,4	21,2	57,2	108,8
36	0,012	18	39,6	74	112,4
48	0,016	20,8	55,6	96,8	119,6
120	0,037	22,8	79,6	168,4	183,6

Analisando-se os valores da Tabela 6.3, nota-se que as variações da primeira frequência crítica (F1) são relativamente muito pequenas quando se atribuem valores de K_P acima de 36, que corresponde a uma rigidez de $4,98 \times 10^4$ N/m para o mancal (Tabela 6.2), e as variações de F2 tendem a diminuir bastante a partir deste valor. Por outro lado, para K_P acima de 36, as frequências críticas do terceiro e quarto modo, F3 e F4, começam a ter variações muito grandes. Também, analisando-se as formas dos modos de vibração do rotor (Fig. 6.1), verifica-se que o primeiro e principalmente o segundo modos começam a apresentar grandes deformações relativas a partir de $K_P = 36$. Diante do exposto acima e considerando a classificação de rotores já mencionada anteriormente, pode-se dizer que com uma rigidez dos mancais em torno de 5×10^4 N/m ($K_P = 36$), o rotor teórico encontra-se dentro da faixa representativa da condição de transição entre rotor “mancal dependente” e rotor “eixo dependente”. Outra evidência importante desta condição de transição é o fato da rigidez dos mancais se aproximar bastante da rigidez do eixo. A rigidez do eixo é obtida pela Eq. (6.1), que expressa a rigidez à flexão no meio do vão de uma viga bi-apoiada. Com os dados do rotor e utilizando essa equação obtém-se a rigidez do eixo em torno de 4×10^4 N/m, que em ordem de grandeza pode ser comparável à rigidez dos mancais para caracterizar a “zona de transição”.

$$K = \frac{48EJ}{l^3} \quad (6.1)$$

sendo E o módulo de elasticidade do material, J o momento de inércia diametral da viga e l o comprimento do vão entre os dois apoios.

6.3. ANÁLISE DE DESEMPENHO DOS ATUADORES

A análise do desempenho dos atuadores é importante para se conhecer qual dos mancais magnéticos, quando utilizados como atuadores para o controle ativo de vibrações, apresenta o melhor desempenho. Uma vez que o rotor utilizado nas simulações não é simétrico, como na maioria dos casos na prática, então poderá haver condições em que um atuador apresente melhor desempenho do que o outro para atenuação das vibrações.

Para analisar o desempenho dos atuadores utilizou-se um sistema de controle operando com um “sensor perfeito”, não realizável na prática, que é capaz de monitorar simultaneamente uma grande quantidade de pontos nodais ao longo do eixo. Neste caso em particular, seria como usar um número grande de sensores de erro posicionados em pontos nodais igualmente espaçados ao longo do comprimento do rotor. Assim, a análise é feita para se verificar o desempenho dos atuadores independente da influência do posicionamento dos sensores de erro.

As Figs. 6.2 a 6.6 mostram o desempenho dos atuadores, em termos de vibração global, para as várias condições de rigidez e de amortecimento dos mancais apresentada na Tabela 6.2, ou seja, com o ganho proporcional do controlador PID variando de 27 a 120 e o ganho derivativo variando de 0,009 a 0,042. Cada figura apresenta dois gráficos, sendo o da direita relativo à condição de rotor mais amortecido, ou seja, tomando o maior valor de K_D .

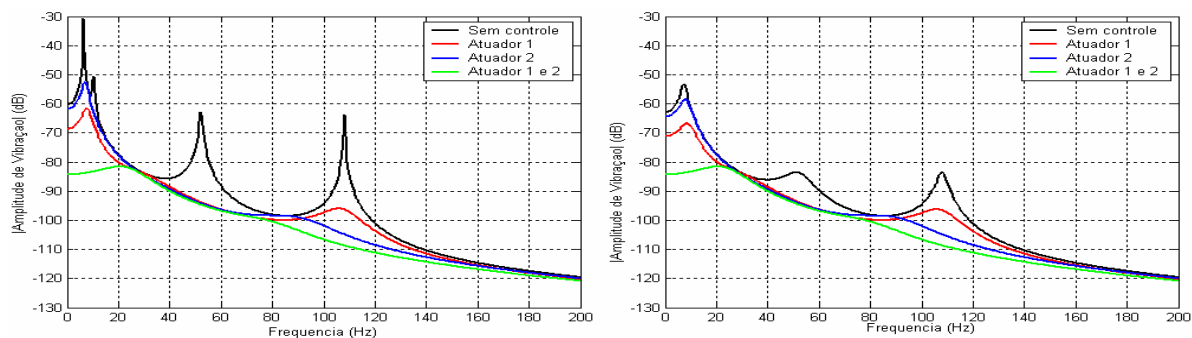


Figura 6.2 – Desempenho dos atuadores para $K_P = 27$ e $K_D = 0,009$ e $0,015$.

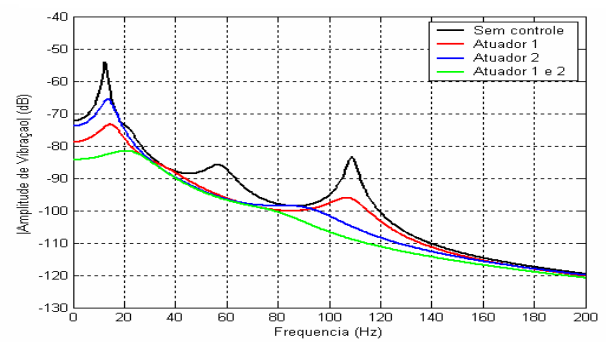
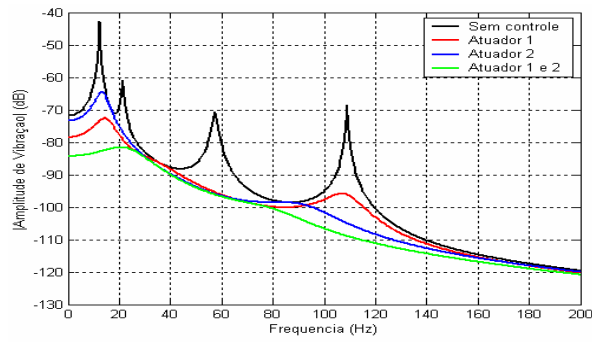


Figura 6.3 – Desempenho dos atuadores para $K_P = 29$ e $K_D = 0,010$ e $0,015$.

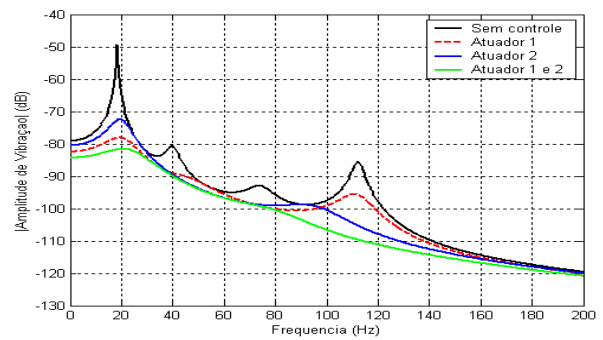
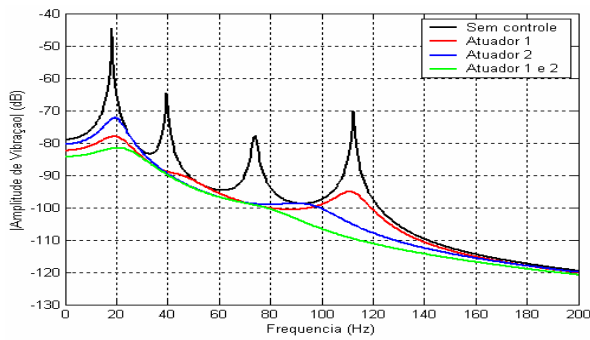


Figura 6.4 – Desempenho dos atuadores para $K_P = 36$ e $K_D = 0,012$ e $0,017$.

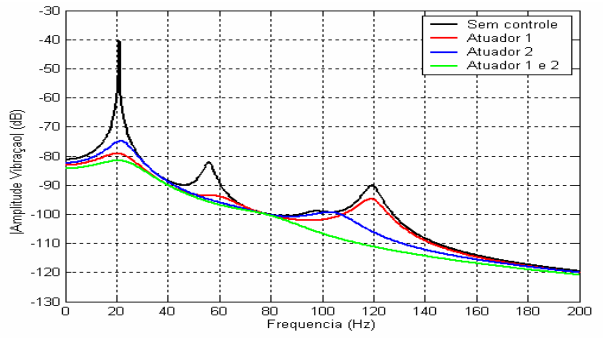
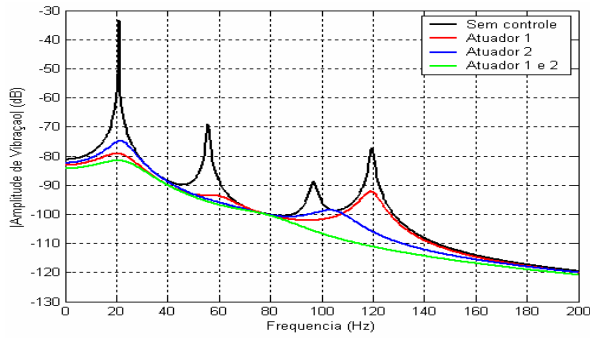


Figura 6.5 – Desempenho dos atuadores para $K_P = 48$ e $K_D = 0,016$ e $0,021$.

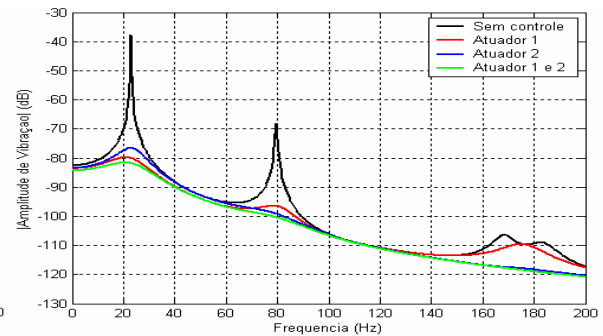
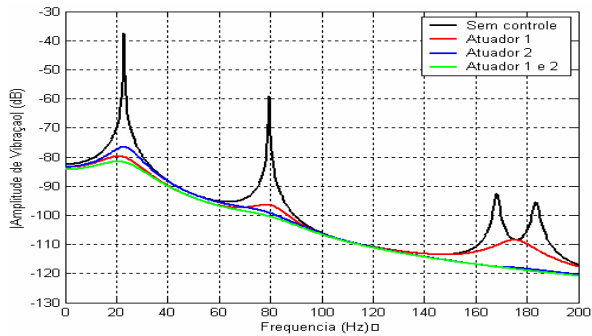


Figura 6.6 – Desempenho dos atuadores para $K_P = 120$ e $K_D = 0,037$ e $0,042$.

Os resultados apresentados nas Figs. 6.2 a 6.6 mostram que, como esperado, os picos de amplitudes correspondentes às frequências críticas do rotor sem controle diminuem significativamente com o aumento do amortecimento equivalente dos mancais (controle passivo), e isso acontece com o valor maior de K_D . Também, verifica-se que o amortecimento em si praticamente não altera o desempenho do controle ativo, quando se compara os gráficos da esquerda com os da direita de cada figura. Em termos de controle ativo, o desempenho do sistema operando com o atuador 1 é um pouco melhor que operando com o atuador 2 para atenuar as amplitudes das frequências críticas mais baixas do rotor, e essa diferença de desempenho diminui ligeiramente no caso de rotor “eixo dependente”, Figs. 6.5 e 6.6. Neste ponto merece lembrar que o atuador 1 está localizado no lado do rotor onde se concentra uma maior quantidade de massa (disco com maior massa). Em contrapartida, o desempenho do atuador 2 é melhor para atenuar as frequências críticas de maior ordem, em comparação com o atuador 1, isso para todos os casos analisados.

Se ambos os atuadores forem utilizados simultaneamente, o ganho na redução do nível global de vibração não é tão importante como se poderia esperar, alcançando apenas uma melhor redução nas duas primeiras frequências críticas do rotor “mancal dependente”, Figs. 6.2 e 6.3.

6.4. ESTRATÉGIA DE CONTROLE USANDO UM ATUADOR E UM SENSOR DE ERRO

A estratégia de controle utilizando apenas um atuador e um único sensor de erro é interessante e deve ser analisada porque ela utiliza menos equipamentos e demanda um menor esforço computacional, reduzindo assim os custos financeiros pela adoção deste sistema de controle. Assim nesta seção serão apresentados resultados desta estratégia de controle, bem como será feita uma análise de seu desempenho em função do atuador utilizado, da localização do sensor de erro e da classificação do rotor.

A estratégia de controle usando apenas um sensor de erro estará necessariamente condicionada à redução de vibração na posição onde o sensor de erro está instalado. Entretanto, com uma análise comparativa minuciosa do desempenho do sistema de controle operando com o sensor de erro em cada ponto nodal do rotor, pode-se então determinar os pontos para a instalação do sensor de erro nos quais os níveis de vibração global reduzem-se a patamares aceitáveis, sobretudo em relação às amplitudes de frequências críticas.

No caso particular do rotor aqui analisado, Fig. 5.2, verificou-se que o sistema de controle com apenas um sensor de erro proporciona desempenhos não satisfatório na maioria

dos pontos nodais. Porém, com a análise comparativa, pode-se verificar que existem posições para o sensor de erro onde os desempenhos são satisfatórios para atenuar significativamente pelo menos as três primeiras frequências críticas. Com o rotor nas zonas de “mancal dependente” e “transição”, a posição mais favorável em termos de desempenho é em $x = 555$ mm usando o atuador 1 e em $x = 121$ mm usando o atuador 2. Quando o rotor entra na zona de “eixo dependente” essas posições variam um pouco, conforme será visto adiante.

As Figs. 6.7 a 6.11 apresentam as curvas dos níveis de vibração global do rotor sem e com controle para os vários valores de K_P abrangendo todas as zonas classificação do rotor. Pode-se notar que, em geral, esta estratégia de controle é bastante eficiente para atenuar as três primeiras frequências críticas, atingindo uma atenuação da primeira frequência crítica em mais de 40 dB no caso de rotor “eixo dependente”, Figs 6.10 e 6.11. Com relação à quarta frequência crítica, a sua atenuação é mínima quando o sistema de controle utiliza o atuador 1, exceto quando o mancal é muito rígido em relação à rigidez do eixo, como mostra a Fig. 6.11. Além disso, quando o sistema utiliza o atuador 2, ele é capaz de atenuar a quarta frequência crítica em todos os casos, mas também induz um pico de grande amplitude à direita da quarta frequência crítica.

Com relação à posição do sensor de erro para o máximo desempenho, verifica-se que para um dado atuador, em geral a melhor posição para o sensor é próximo ao outro mancal e do lado interno entre os atuadores. Entretanto, para rotor “eixo dependente” as posições ótimas tendem a distanciar das extremidades à medida que K_P aumenta até certo ponto, a partir do qual as melhores posições retornam mais para as extremidades, Figs 6.10 e 6.11.

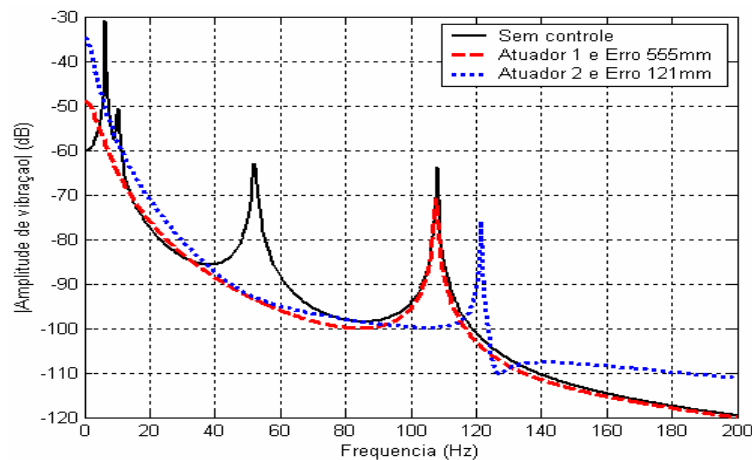


Figura 6.7 – Nível global de vibração para $K_P = 27$ e $K_D = 0,009$ (“mancal dependente”).

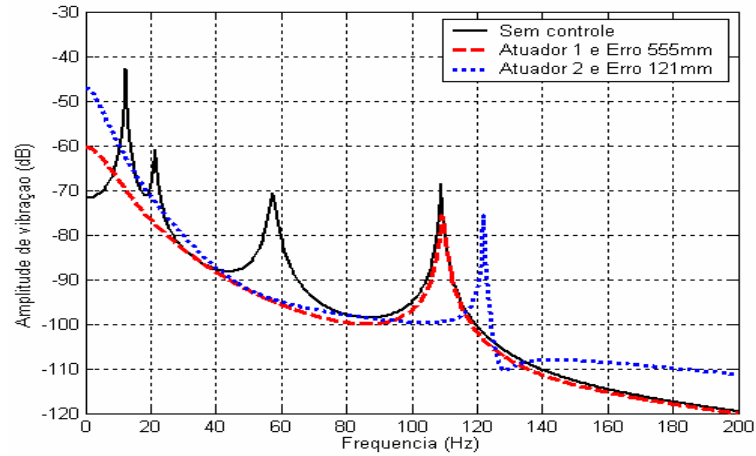


Figura 6.8 – Nível global de vibração para $K_P = 29$ e $K_D = 0,01$ (“mancal dependente”).

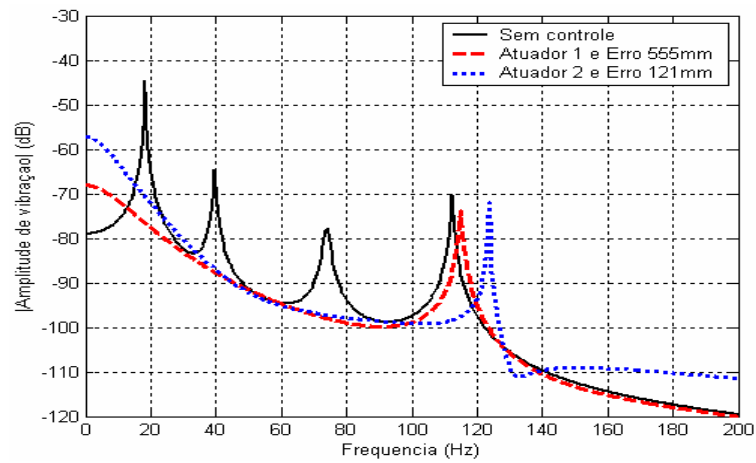


Figura 6.9 – Nível global de vibração para $K_P = 36$ e $K_D = 0,012$ (“transição”).

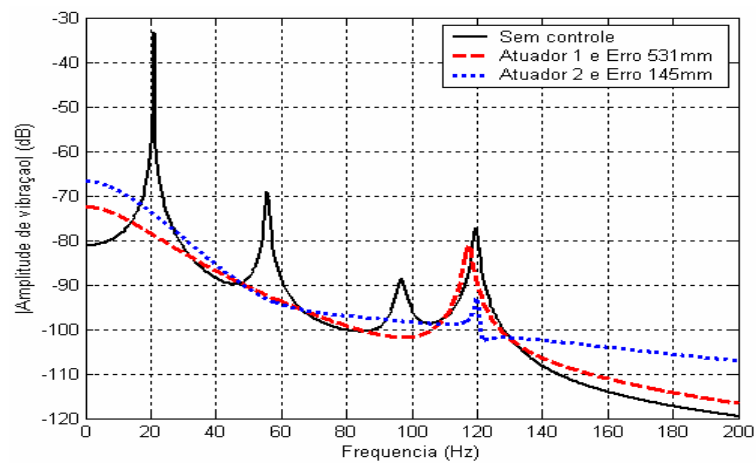


Figura 6.10 – Nível global de vibração para $K_P = 48$ e $K_D = 0,016$ (“eixo dependente”).

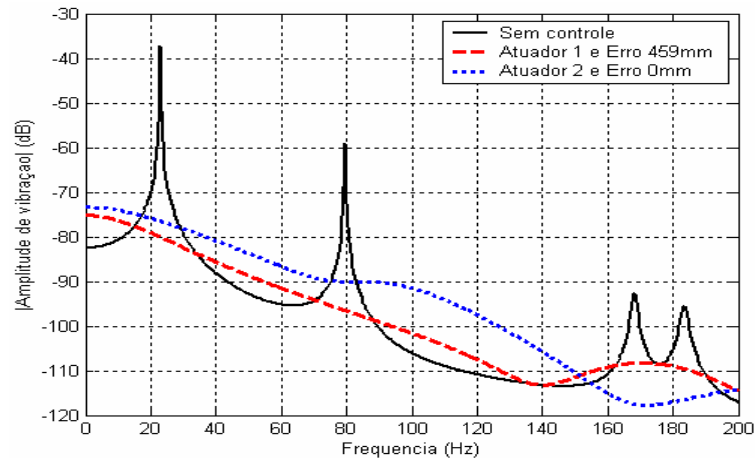


Figura 6.11 – Nível global de vibração para $K_P = 120$ e $K_D = 0,037$ (“eixo dependente”).

Em conformidade com a análise feita na seção 6.3, esses resultados vêm a confirmar o melhor desempenho do atuador 1 comparado ao desempenho do atuador 2, exceto na quarta frequência crítica. Isso é atribuído ao fato do atuador 1 estar mais próximo da fonte de excitação, ou seja, do disco desbalanceado do rotor. Esse fato também já havia sido analisado por Jonhson, *et al.* (2003).

Em termos de amplitude modal, esses resultados também demonstram que esta estratégia de controle tem maior desempenho à medida que se aumenta o valor de K_P , atenuando os elevados picos de amplitudes de frequências críticas, sobretudo as duas primeiras.

Apesar desta estratégia de controle atenuar significativamente os níveis nas velocidades críticas, conforme mostram as Figs. 6.7 a 6.11, ela não foi capaz de atenuar as vibrações em toda faixa de frequência analisada. Em algumas faixas de frequência os níveis não reduziram em outras até aumentaram muito. Além disso, mesmo que haja uma redução no nível global, isso não garante que haverá redução de vibração em todos os pontos ao longo do rotor. Assim, com base nos resultados do controle global de vibração, buscou-se a seguir, analisar o desempenho do controlador para reduzir os níveis de vibração ao longo do eixo (vibração local) para determinadas frequências.

A Fig. 6.12 apresenta as vibrações locais nas frequências críticas do rotor sem e com controle, correspondente à condição mais característica de rotor “mancal dependente” que, em termos de vibração global, é mostrada na Fig. 6.7. Também, para essa mesma condição, a Fig 6.13 apresenta as vibrações locais nas frequências de 25 e 121,6 Hz, nas quais se observou uma amplificação da vibração global. Observa-se na Fig. 6.12 que o sistema de controle foi bastante eficiente e reduziu drasticamente os níveis de vibração ao longo do rotor nos modos

analisados, utilizando tanto com o atuador 1 como o atuador 2. Nos gráficos do primeiro e do segundo modos pode-se ver nitidamente a redução total dos níveis de vibração nos pontos onde o sensor de erro é instalado.

Analisando agora as curvas da Fig. 6.13, verifica-se que nas frequências onde a vibração global foi amplificada, Fig. 6.7, este sistema de controle apenas consegue reduzir os níveis de vibração na região do rotor próxima ao ponto nodal onde o sensor de erro está instalado. Nas outras regiões do rotor as vibrações locais podem ficar grandemente amplificadas.

Em termos de vibração local e controle das amplitudes modais, resultados semelhantes foram observados no rotor dentro da “zona de transição” e no rotor “eixo dependente”, Figs. 6.14 e 6.16, respectivamente. Nestes casos o desempenho de ambos os atuadores foi ainda melhor que no caso anterior, e as amplitudes modais controladas são tanto menores quanto maior o valor de K_P , confirmado o maior desempenho do sistema de controle em rotores com mancais mais rígidos.

As Figs 6.15 e 6.17 apresentam os resultados do controle ativo em frequências discretas onde também foram observados aumentos dos níveis de vibração global do rotor na “zona de transição”, Fig. 6.9, e rotor “eixo dependente”, Fig. 6.11.

Verifica-se na Figura 6.15 que na frequência de 6 Hz ocorre uma amplificação acentuada da vibração local nas regiões distantes do sensor de erro, isso para ambos os atuadores. Mesmo não mostrado que há amplificação quando se observa o nível global, na frequência de 90 Hz também ocorre uma amplificação da vibração local distante do sensor de erro quando se utiliza o mancal 1 como atuador. Da mesma forma para o caso de rotor “eixo dependente”, Figura 6.17, ocorrem amplificações significativas em determinadas frequências, tais como 50 Hz e 110 Hz.

A estratégia de controle ativo utilizando um sensor de erro e um atuador é eficiente para atenuar vibrações nas frequências críticas, mas pode ter um desempenho muito pobre ou até mesmo amplificar as vibrações em outras frequências. Como os rotores são projetados para girar fora das velocidades críticas, então a possibilidade de ocorrerem problemas em estratégias de controle utilizando um sensor e um atuador é muito grande, o que merece uma investigação de outras estratégias.

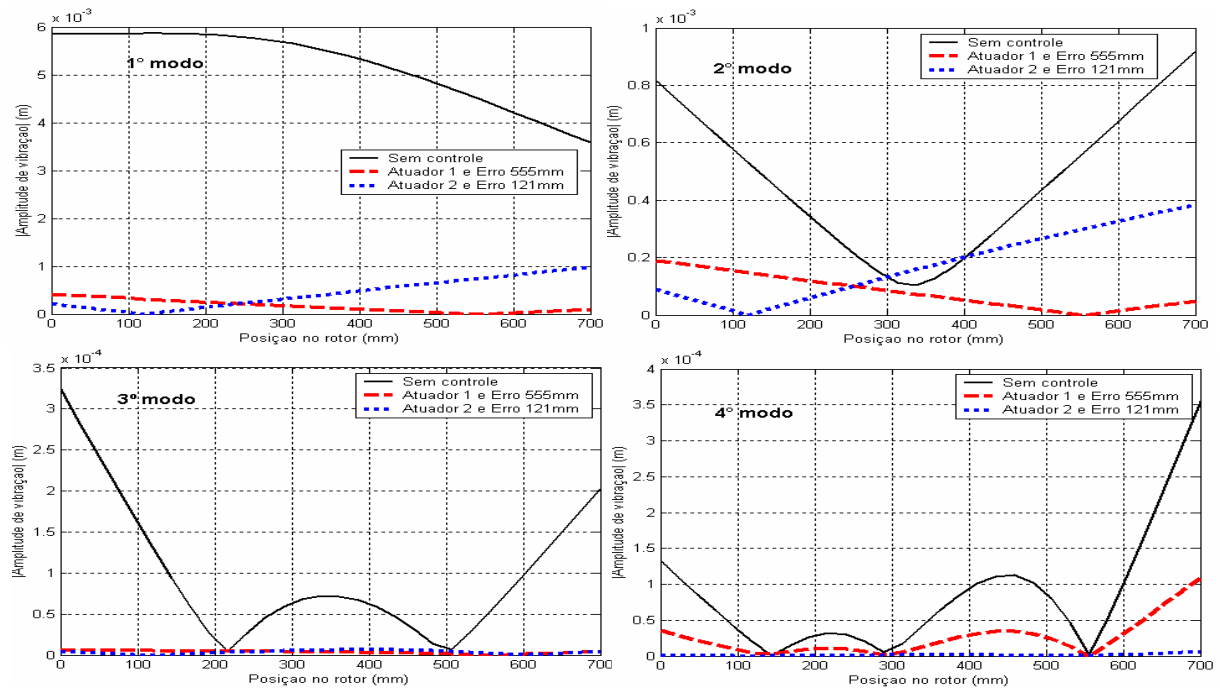


Figura 6.12 – Vibração local do rotor nas frequências críticas de 6,4; 10,4; 52 e 108 Hz, para $K_P = 27$ e $K_D = 0,009$ (“mancal dependente”).

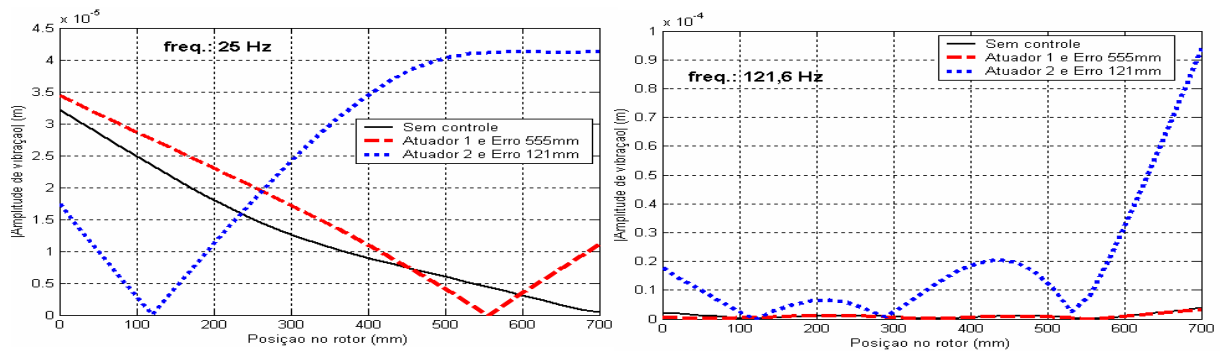


Figura 6.13 – Vibração local do rotor nas frequências de 25 e 121,6 Hz, para $K_P = 27$ e $K_D = 0,009$ (“mancal dependente”).

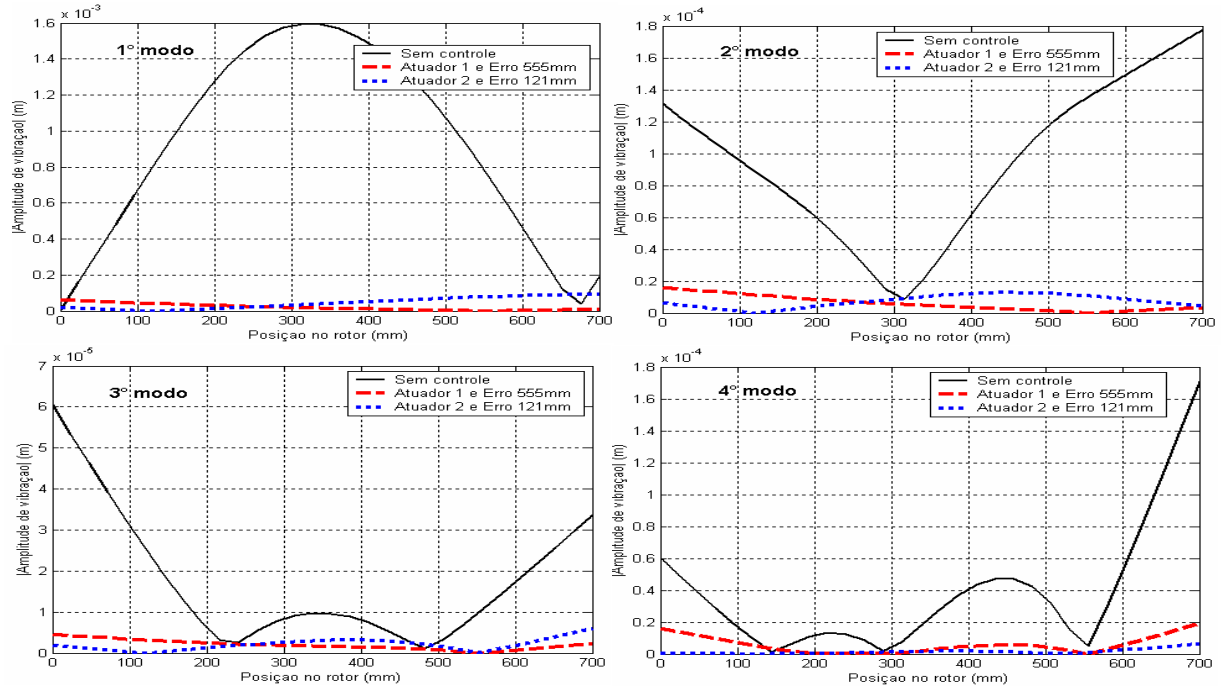


Figura 6.14 – Vibração local do rotor nas frequências críticas de 18; 39,6; 74 e 112,4 Hz, para $K_P = 36$ e $K_D = 0,012$ (“transição”).

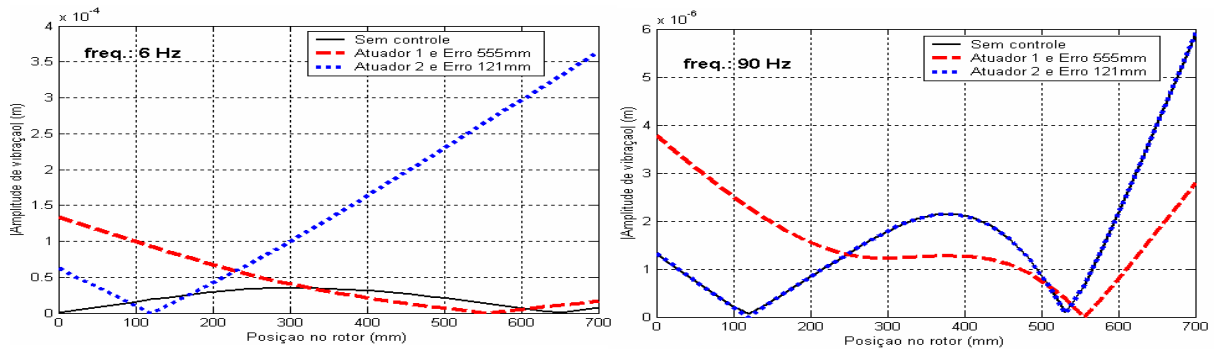


Figura 6.15 – Vibração local nas frequências de 6 e 90 Hz, para $K_P = 36$ e $K_D = 0,012$ (“transição”).

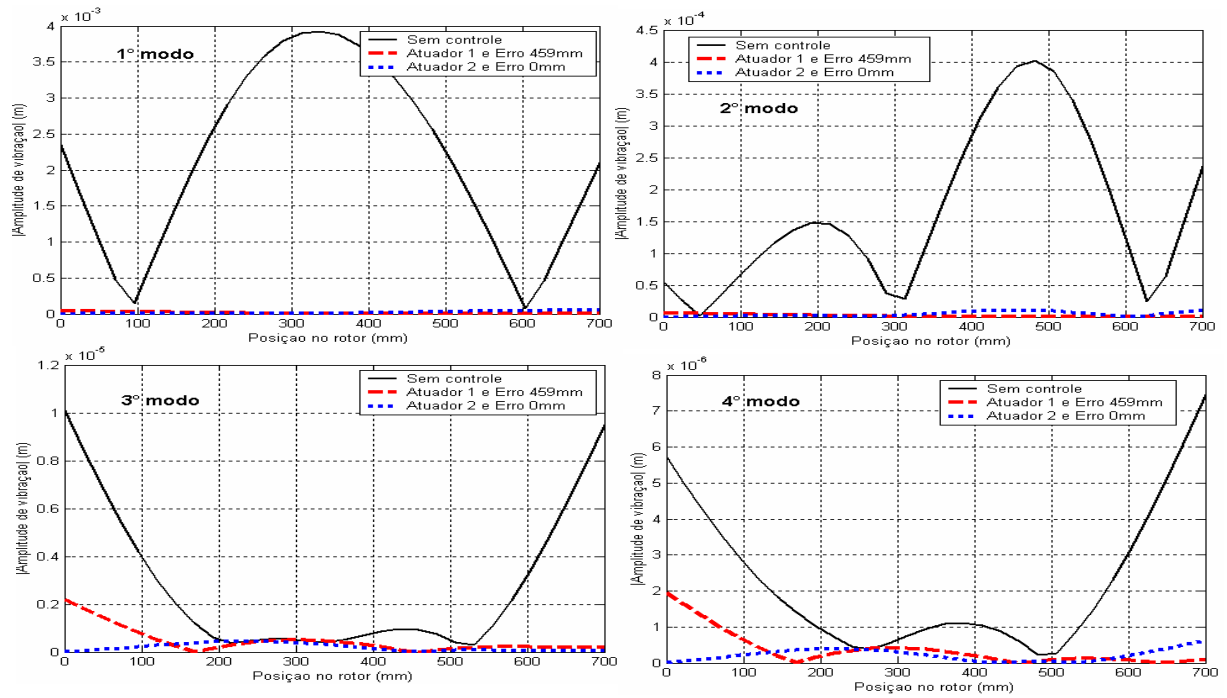


Figura 6.16 – Vibração local nas frequências críticas de 22,8; 79,6; 168,4 e 183,6 Hz, para $K_P = 120$ e $K_D = 0,037$ (“eixo dependente”).

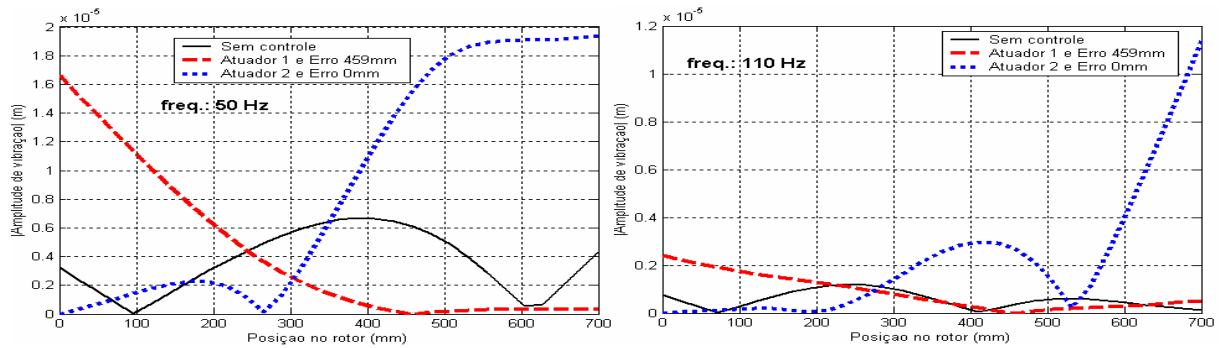


Figura 6.17 – Vibração local nas frequências de 50 e 110 Hz, para $K_P = 120$ e $K_D = 0,037$ (“eixo dependente”).

6.5. ESTRATÉGIA DE CONTROLE USANDO UM ATUADOR E DOIS SENSORES DE ERRO

Nesta seção serão apresentados os resultados para uma estratégia de controle utilizando um atuador e dois sensores de erro, lembrando que a excitação do rotor é provocada por uma força de desbalanceamento unitária no disco maior à esquerda do rotor, Fig. 5.2. De acordo com a análise precedente, quando o sistema de controle é utilizado com um atuador e um único sensor de erro, é possível reduzir bastante as vibrações nas faixas de velocidades críticas, porém sempre há outras regiões de frequências que as amplitudes de vibração aumentam de forma indesejável. Portanto, é necessário analisar outras estratégias de controle para tentar reduzir as vibrações em toda a faixa de frequência analisada. Para isso, agora será empregado um sistema de controle operando com um atuador e dois sensores de erro e analisado o seu desempenho.

Da mesma forma que na análise anterior, também agora será analisado o desempenho tanto do atuador 1 como do atuador 2, cujos resultados serão apresentados em um mesmo gráfico para uma visualização comparativa. Em ambos os casos foram analisados os seus desempenhos considerando vários pares de posições para instalação dos sensores de erro. Assim, o melhor par de posições para os sensores em cada caso de rotor analisado foi obtido através de uma comparação direta do desempenho do sistema entre os vários pares analisados. Neste caso, as duas posições para os sensores de erro que produzem o melhor desempenho estarão indicadas nos gráficos dos resultados.

As Figs. 6.18 a 6.22 apresentam, em termos de vibração global, as reduções obtidas quando um sistema com dois sensores de erro é aplicado para controlar as vibrações do rotor, empregando tanto o atuador 1 e como o atuador 2. Observa-se que no caso de rotor “mancal dependente” as melhores posições para os sensores de erro são bem próximas às extremidades do rotor, mais especificamente em $x = 72$ e 676 mm quando o atuador 1 é utilizado e em $x = 72$ e 628 mm quando o atuador 2 é utilizado. Com o rotor na condição de “transição” as melhores posições para os sensores de erro ficam ligeiramente mais afastadas das extremidades utilizando quaisquer dos atuadores, em $x = 97$ e 579 mm. Na condição de rotor “eixo dependente”, as posições para os sensores de erro continuam sendo próximas às extremidades, porém sem uma tendência bem definida. De qualquer maneira, é sempre muito importante fazer uma análise para se determinar as posições para os sensores que proporcionam os melhores desempenhos para o sistema de controle.

Para este caso de um sistema de controle empregando dois sensores de erro, observando apenas as curvas em termos de vibrações globais, Figs. 6.18 a 6.22, nota-se que, em geral, seu desempenho foi um pouco melhor para atenuar os picos de frequências críticas, quando se compara esse desempenho com o sistema utilizando um único sensor de erro, Figs. 6.7 a 6.11. Neste caso prevalece a tendência do atuador 1 atenuar as frequências críticas mais baixas e o atuador 2 atenuar as frequências críticas mais elevadas em todos os casos de rigidez de rotor analisado. Mas a característica mais importante do sistema com dois sensores de erro é que com ele praticamente não ocorrem ampliações nas faixas de frequências fora das críticas para todos os valores de ganho proporcional do controlador PID, sendo esta uma grande vantagem em relação ao sistema anterior. Vale relembrar que com o sistema de controle com um sensor de erro e $K_P = 120$, Fig. 6.11, ocorrem ampliações significativas em todas as faixas fora das frequências críticas.

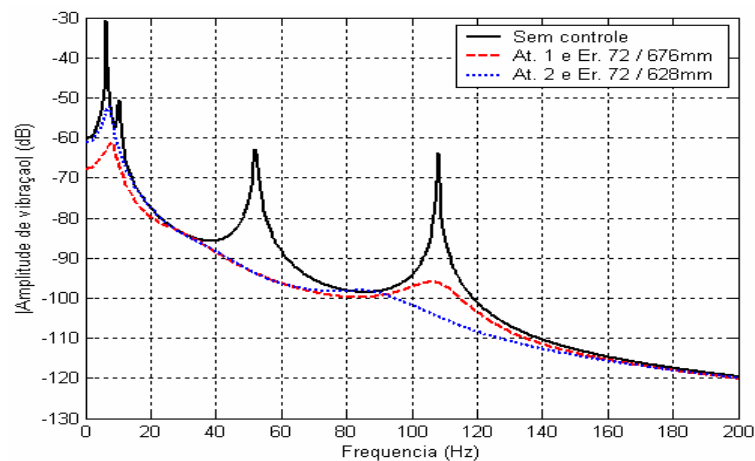


Figura 6.18 – Nível global de vibração com um sistema de controle empregando dois sensores, para $K_P = 27$ e $K_D = 0,009$ (“mancal dependente”).

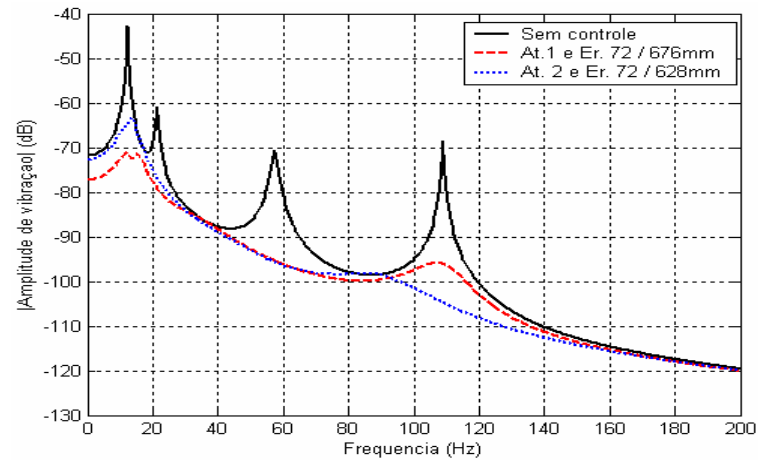


Figura 6.19 – Nível global de vibração com um sistema de controle empregando dois sensores, para $K_P = 29$ e $K_D = 0,01$ (“mancal dependente”).

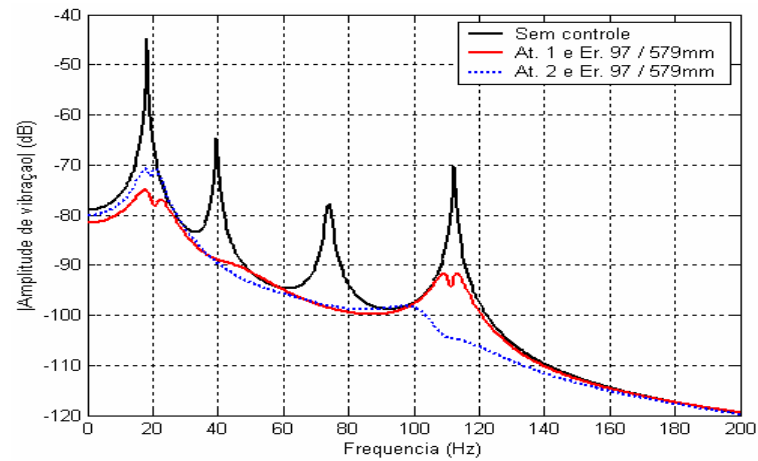


Figura 6.20 – Nível global de vibração com um sistema de controle empregando dois sensores, para $K_P = 36$ e $K_D = 0,012$ (“transição”).

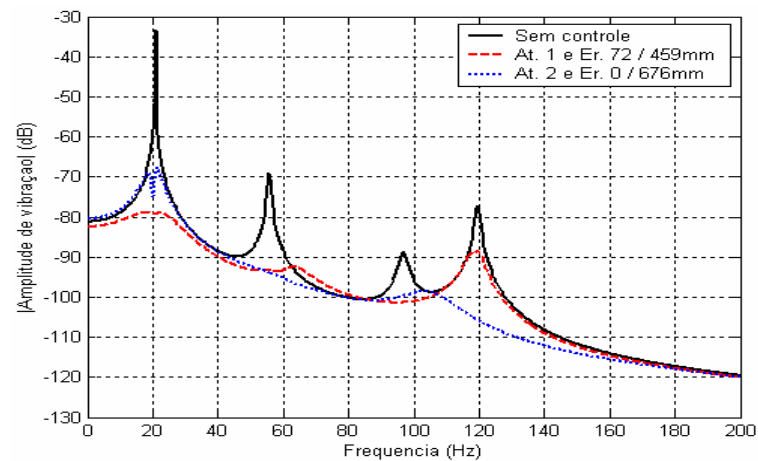


Figura 6.21 – Nível global de vibração com um sistema de controle empregando dois sensores, para $K_P = 48$ e $K_D = 0,016$ (“eixo dependente”).

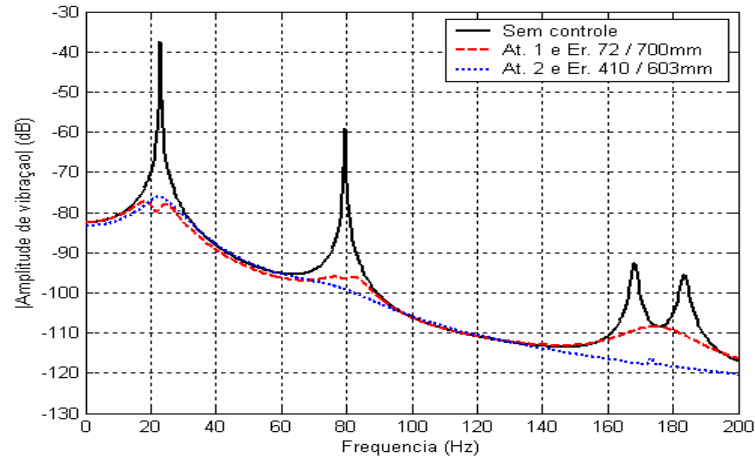


Figura 6.22 – Nível global de vibração com um sistema de controle empregando dois sensores, para $K_P = 120$ e $K_D = 0,037$ (“eixo dependente”).

As Figs. 6.23 a 6.28 apresentam as reduções das amplitudes locais de vibração nas frequências críticas e em algumas frequências discretas fora das faixas de ressonância para os três casos de rigidez do rotor dados em função da variação de K_P , utilizando o sistema de controle com dois sensores de erro. A exemplo do caso anterior as amplitudes modais nas frequências críticas ficam reduzidas a valores mínimos em todas as frequências críticas e nas três zonas de rigidez do rotor. Por outro lado, nas frequências fora das faixas de ressonância apenas no rotor tipo “mancal dependente”, com $K_P = 27$, Fig. 6.24, observou-se um pequeno aumento da vibração local em uma das extremidades do rotor, aumento este que é imperceptível em termos de vibração global, como visto anteriormente, Fig. 6.18. Nos casos de rotor na zona de “transição” e rotor “eixo dependente”, apesar de não haver reduções apreciáveis nas vibrações locais fora das faixas de ressonâncias, também não há ampliações que mereçam qualquer destaque ao longo do eixo do rotor. Em resumo, com o sistema de controle empregando dois sensores de erro, consegue-se reduzir significativamente todas as amplitudes modais e a possibilidade de amplificação significativa das vibrações nas faixas fora das ressonâncias é mínima.

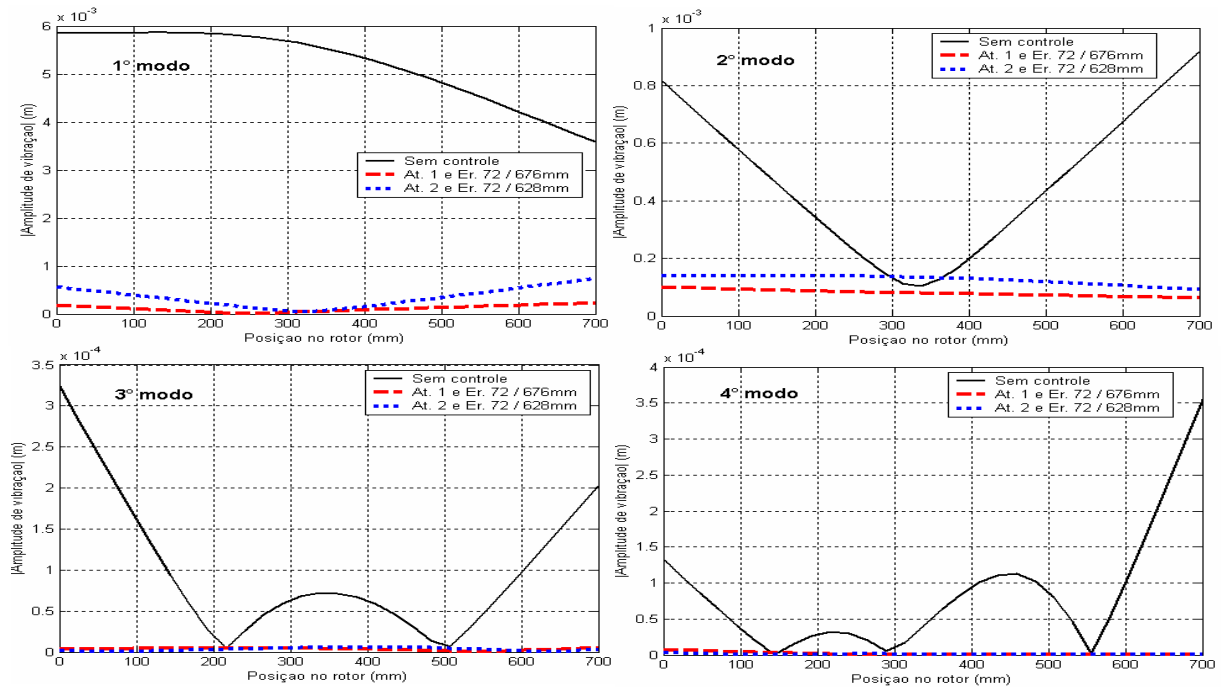


Figura 6.23 – Vibração local com o sistema de controle empregando dois sensores, nas frequências críticas, para $K_P = 27$ e $K_D = 0,009$ (“mancal dependente”).

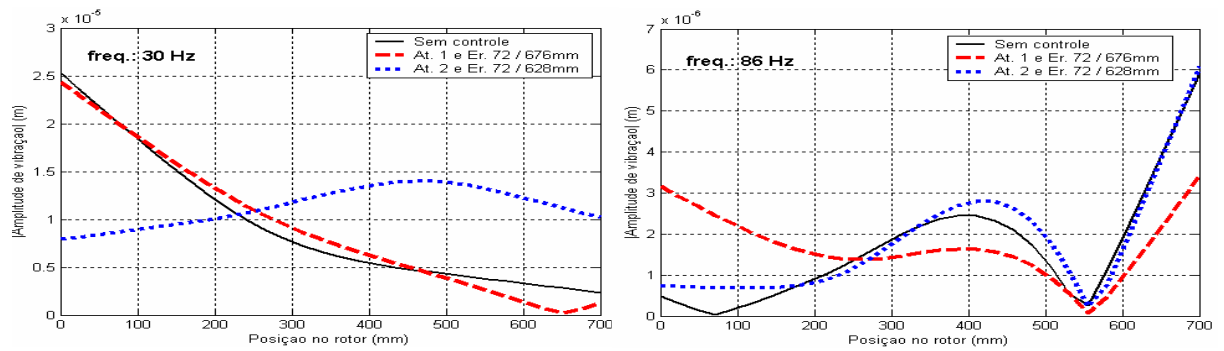


Figura 6.24 – Vibração local com o sistema de controle empregando dois sensores de erro, nas frequências de 30 e 86 Hz, para $K_P = 27$ e $K_D = 0,009$ (“mancal dependente”).

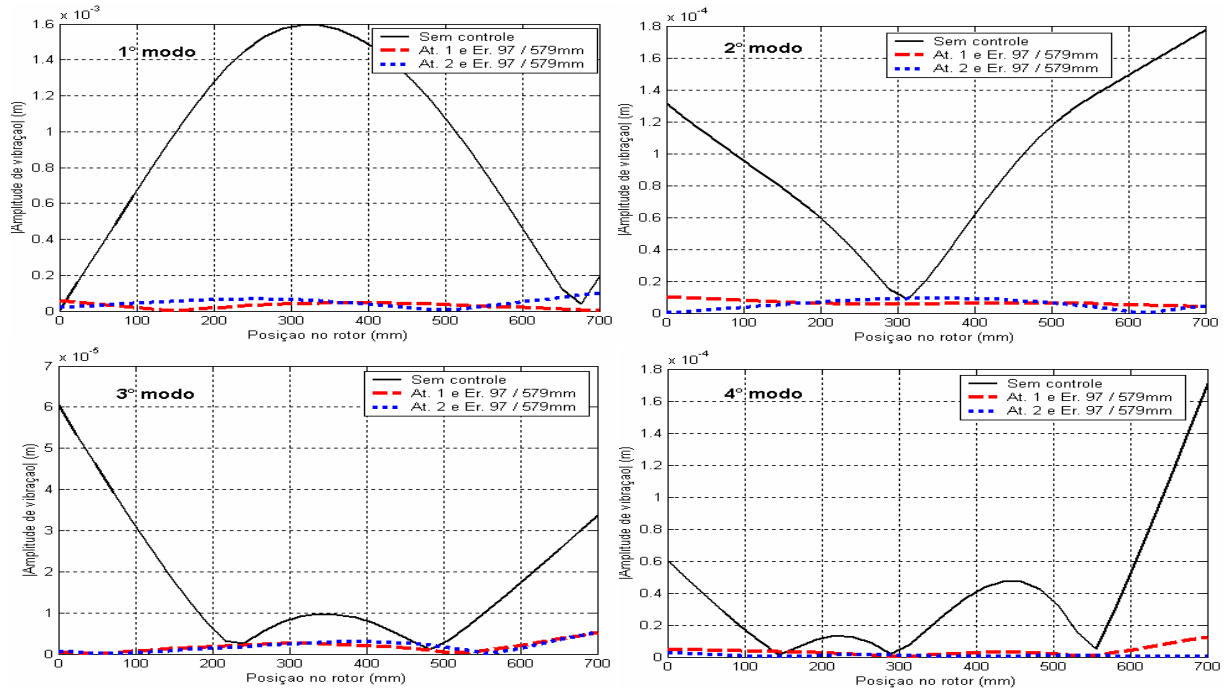


Figura 6.25 – Vibração local com o sistema de controle empregando dois sensores, nas frequências críticas, para $K_P = 36$ e $K_D = 0,012$ (“transição”).

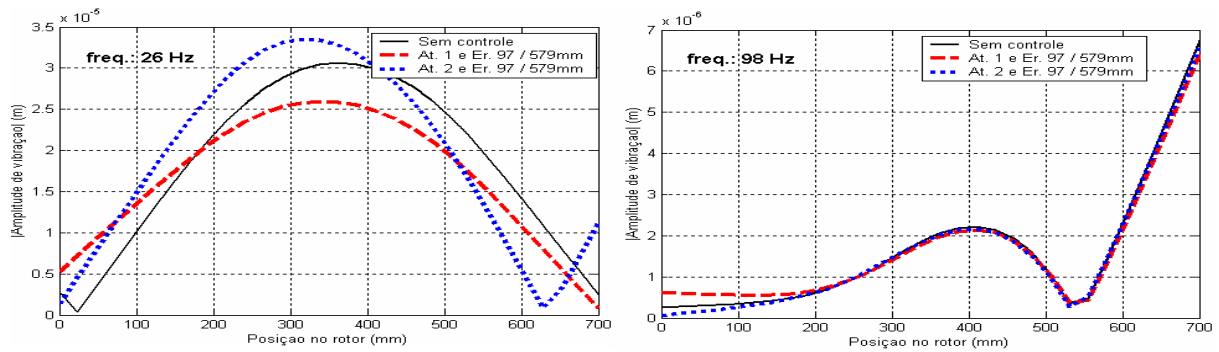


Figura 6.26 – Vibração local com o sistema de controle empregando dois sensores de erro, nas frequências de 26 e 98 Hz, para $K_P = 36$ e $K_D = 0,012$ (“transição”).

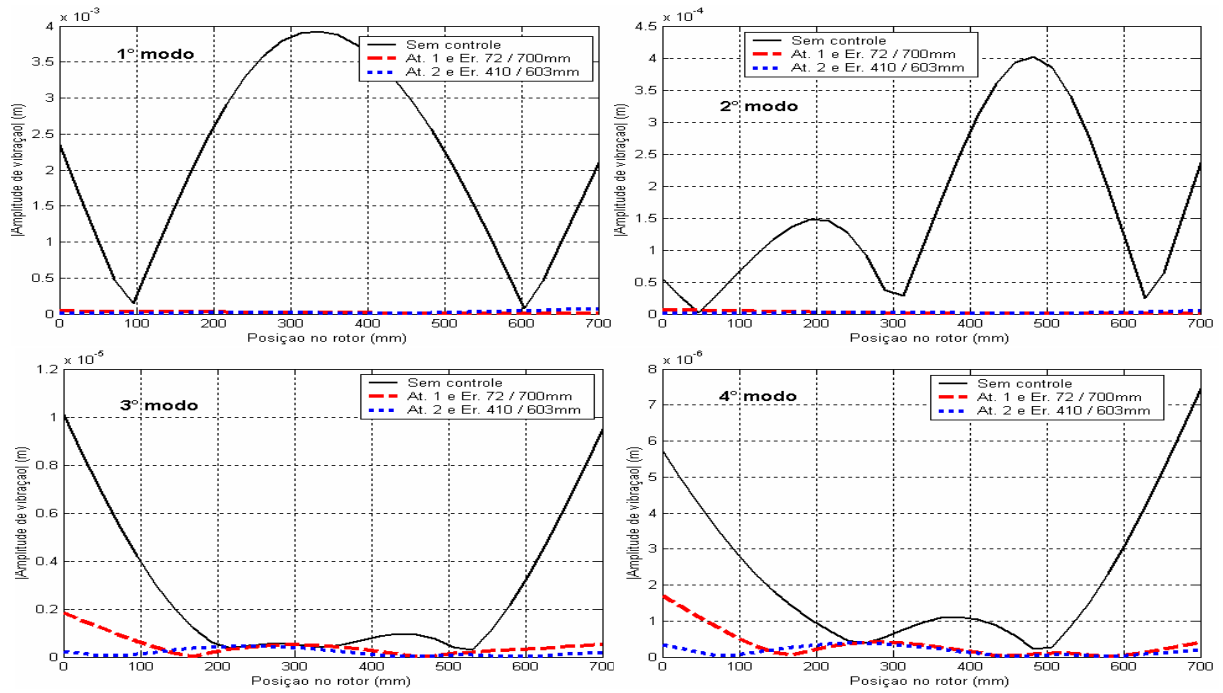


Figura 6.27 – Vibração local com o sistema de controle empregando dois sensores de erro, nas frequências críticas, para $K_P = 120$ e $K_D = 0,037$ (“eixo dependente”).

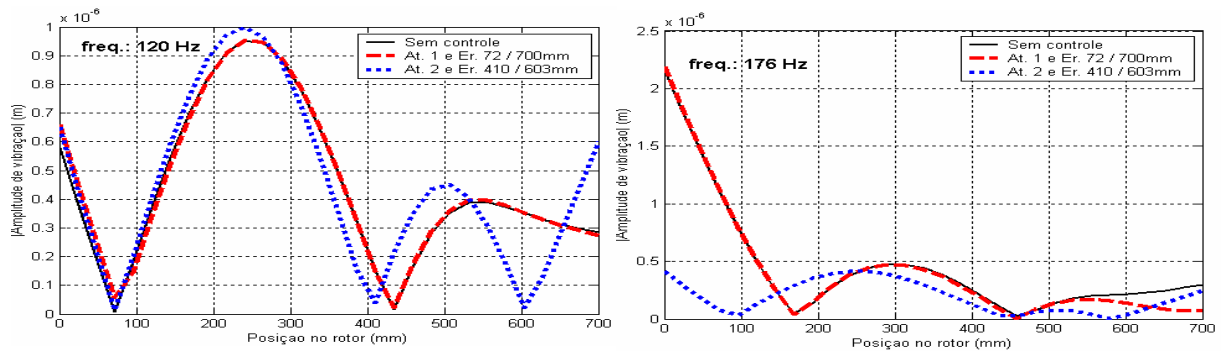


Figura 6.28 – Vibração local com o sistema de controle empregando dois sensores de erro, nas frequências de 120 e 176 Hz, para $K_P = 120$ e $K_D = 0,037$ (“eixo dependente”).

6.6. ESTRATÉGIA DE CONTROLE USANDO UM ATUADOR E TRÊS SENSORES DE ERRO

Nesta seção serão apresentados os resultados da análise de uma estratégia de controle que utiliza um atuador e três sensores de erro distribuídos ao longo do comprimento do rotor. A idéia é verificar se com esta estratégia de controle se consegue alguma melhora no desempenho do controlador nas frequências fora das ressonâncias. Novamente, a escolha das melhores posições para a fixação dos sensores de erro se baseou na comparação direta dos desempenhos entre as várias combinações de três posições ao longo do eixo do rotor.

As Figs. 6.29 a 6.33 apresentam o desempenho desse sistema de controle ativo, em termos de vibração global, para ambos os atuadores e para todos os casos de K_P e K_D analisados. As posições ótimas para a colocação dos sensores de erro ao longo do rotor são em $x = 0$ mm (início do eixo), $x = 290$ mm e $x = 700$ mm quando se utiliza o atuador 1 e em $x = 97$ mm, $x = 410$ mm e $x = 628$ mm quando se utiliza o atuador 2. Essas posições ótimas são válidas para todos os casos de rigidez do rotor e se observa uma distribuição mais ou menos uniforme das posições ao longo do rotor.

Comparando esses resultados com os obtidos com o sistema de controle operando com dois sensores de erro, Figs. 6.18 a 6.22, verifica-se que não houve ganho no desempenho que justifique a utilização desse sistema de controle com três sensores de erro. Comparativamente, as variações no desempenho das duas arquiteturas para controlar as amplitudes modais foram mínimas para todos os tipos de rigidez de rotores. Além disso, fora das faixas de ressonâncias, também não se observa redução da vibração global. Assim, conclui-se que o sistema de controle com dois sensores de erro é a opção mais viável economicamente considerando menor custo de equipamentos e de capacidade computacional necessária para a sua operação, sem qualquer perda de desempenho em relação ao sistema com três sensores de erro.

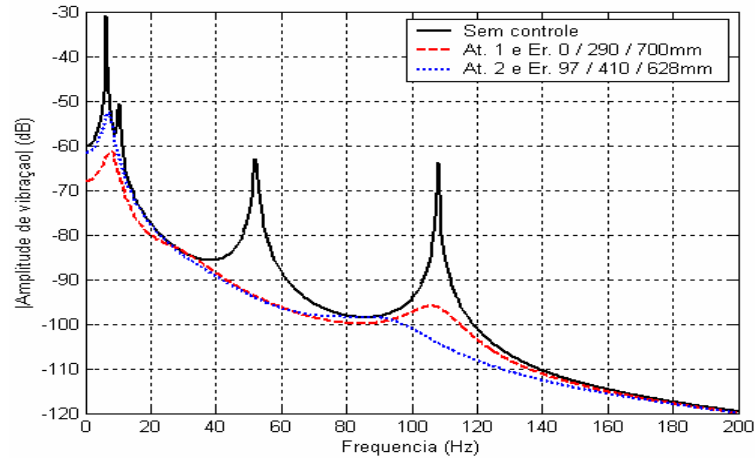


Figura 6.29 – Nível global de vibração com um sistema de controle empregando três sensores, para $K_P = 27$ e $K_D = 0,009$ (“mancal dependente”).

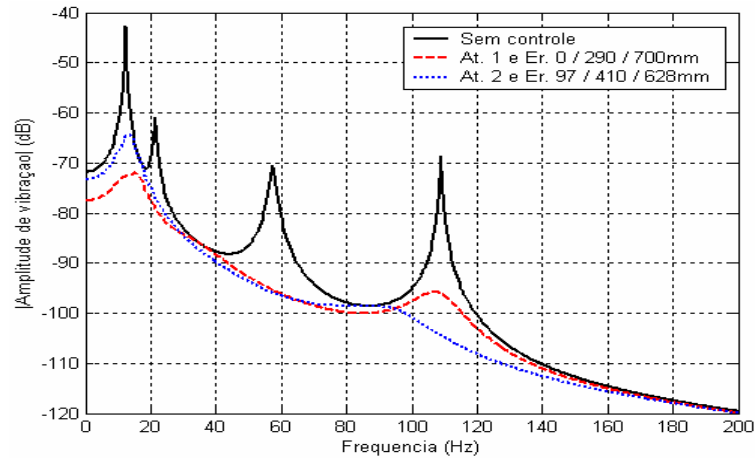


Figura 6.30 – Nível global de vibração com um sistema de controle empregando três sensores, para $K_P = 29$ e $K_D = 0,01$ (“mancal dependente”).

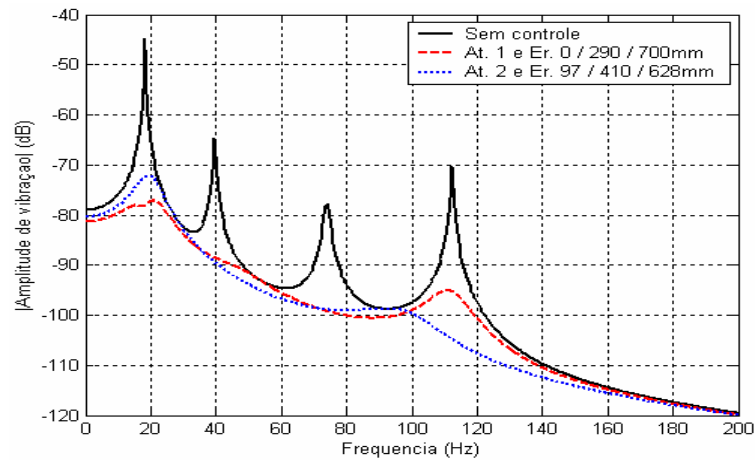


Figura 6.31 – Nível global de vibração com um sistema de controle empregando três sensores, para $K_P = 36$ e $K_D = 0,012$ (“transição”).

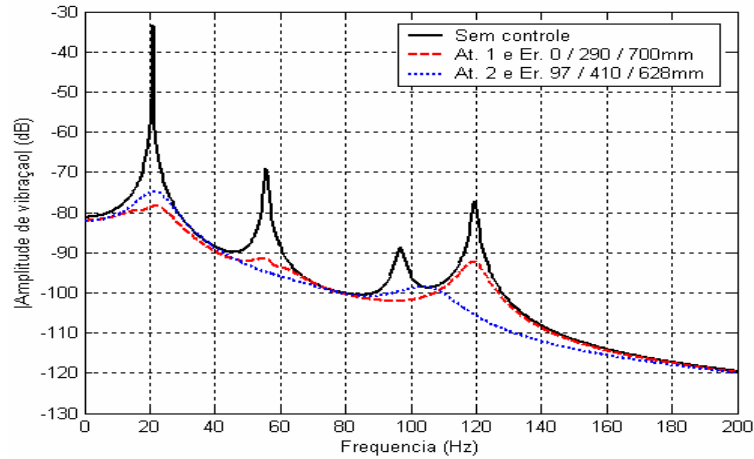


Figura 6.32 – Nível global de vibração com um sistema de controle empregando três sensores, para $K_P = 48$ e $K_D = 0,016$ (“eixo dependente”).

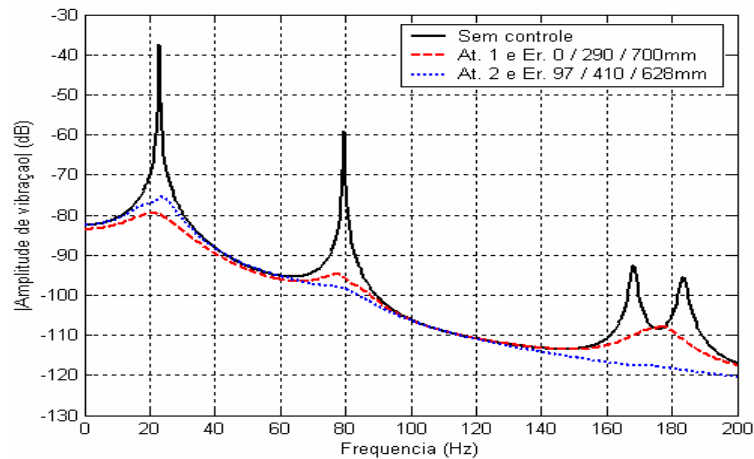


Figura 6.33 – Nível global de vibração com um sistema de controle empregando três sensores, para $K_P = 120$ e $K_D = 0,037$ (“eixo dependente”).

Em termos de vibração local, as Figs. 6.34 e 6.35 mostram, a título de ilustração, os resultados do controle das frequências críticas e de duas frequências fora das faixas de ressonâncias para o caso de rotor “mancal dependente”, onde $K_P = 27$ e $K_D = 0,009$. Como já era esperado, as frequências críticas reduziram drasticamente, mas mesmo com três sensores de erro o sistema de controle não foi capaz de reduzir as amplitudes locais das frequências em questão como também não foi capaz de eliminar por completo as pequenas amplificações observadas em algumas faixas. Situação análoga acontece para o rotor na zona de “transição” e rotor “eixo dependente”.

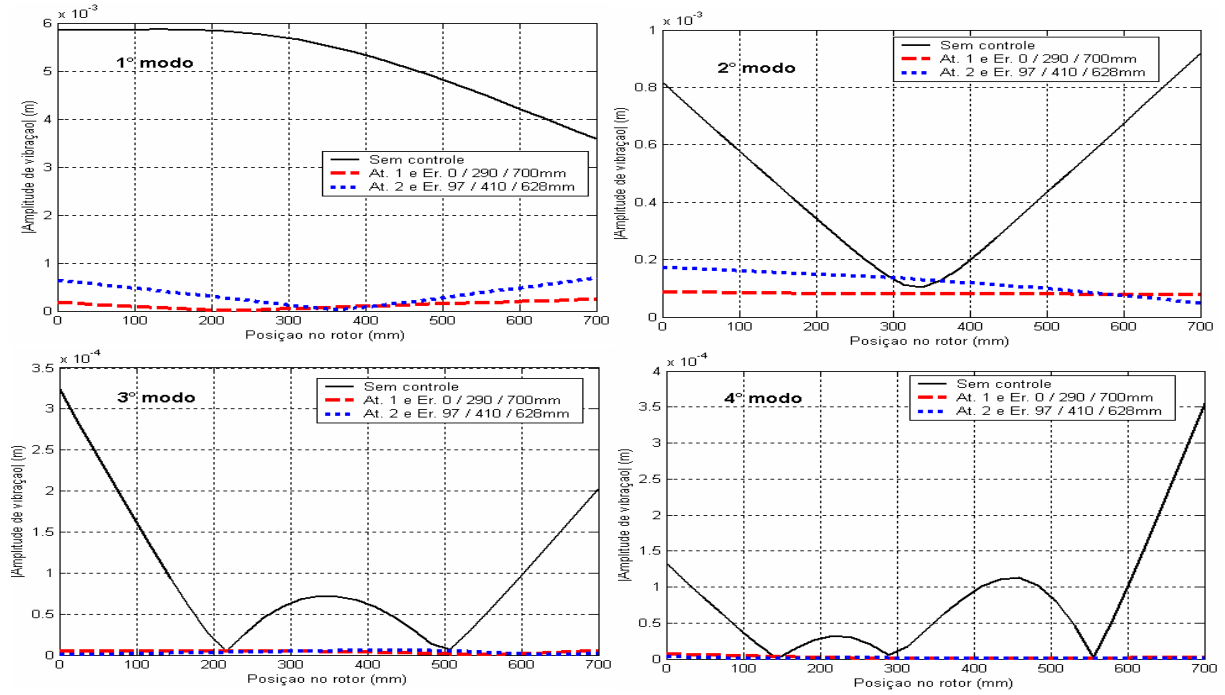


Figura 6.34 – Vibração local com o sistema de controle empregando três sensores, nas frequências críticas, para $K_P = 27$ e $K_D = 0,009$ (“mancal dependente”).

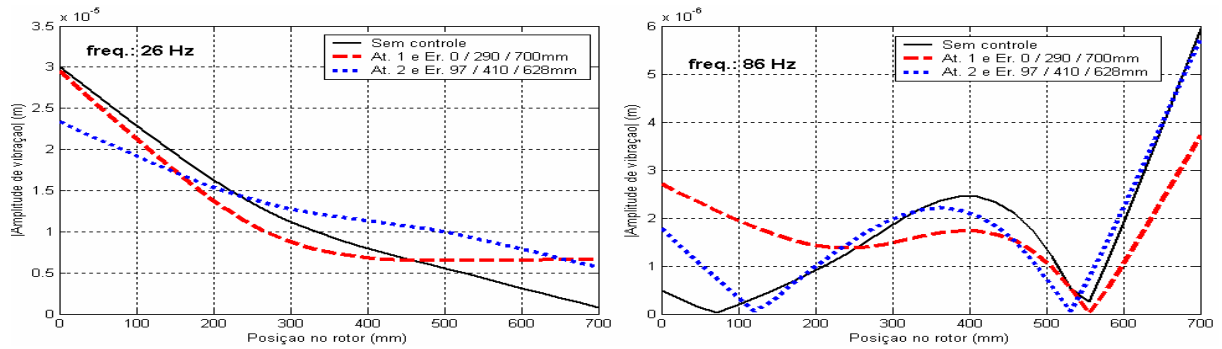


Figura 6.35 – Vibração local com o sistema de controle empregando três sensores de erro, nas frequências de 26 e 86 Hz, para $K_P = 27$ e $K_D = 0,009$ (“mancal dependente”).

6.7. ESTRATÉGIA DE CONTROLE USANDO DOIS ATUADORES E DOIS SENSORES DE ERRO

Como apresentado nas seções anteriores, as estratégias de controle empregando um único atuador não conseguem aumentar o seu desempenho mesmo empregando mais que dois sensores de erro. Assim, um avanço adicional na análise será verificar o desempenho de uma estratégia na qual se utilizam simultaneamente os dois mancais magnéticos que suportam o rotor como atuadores. A escolha das melhores posições para instalação dos dois sensores de erro foi feita de forma análoga às análises anteriores. As Figs. 6.36 a 6.40 mostram o desempenho deste sistema de controle ativo para todos os casos de rigidez de rotor analisados.

Nestes resultados primeiramente se observa que a duas posições para os sensores de erro que admitem os melhores desempenhos para o sistema de controle foram em $x = 676$ mm e em $x = 700$ mm, ou seja, os dois sensores de erro posicionados bem próximos à extremidade direita do rotor. Nesta extremidade a distribuição de massa é menor (disco de menor massa) e os sensores ficam mais distantes da excitação (desbalanceamento no disco maior). Segundo, diferentemente do que se esperava, esta estratégia conduziu a desempenhos piores que quando são utilizados um único atuador com dois sensores de erro. Em geral, as atenuações das frequências críticas são menores e ainda ocorrem pequenas amplificações nas faixas de frequências fora das ressonâncias. Entretanto, vale ressaltar que a estratégia com dois atuadores e dois sensores de erro foi muito mais eficiente para atenuar as duas primeiras frequências naturais do rotor na condição de “mancal dependente”, do que as demais estratégias, conforme mostram as Figs. 6.36 e 6.37, onde se pode verificar a grande atenuação nas baixas frequências. Portanto, se é desejável atenuar notavelmente as duas primeiras frequências críticas e se o rotor tem um mancal bem flexível, então esta opção de controle pode ser considerada.

É muito provável que aumentando o número de sensores de erro para o funcionamento dos dois atuadores, o desempenho irá melhorar, mas torna-se uma arquitetura totalmente inviável economicamente, tendo em vista a necessidade de equipamentos mais complexos com maior número de entradas e saídas e de grande capacidade computacional.

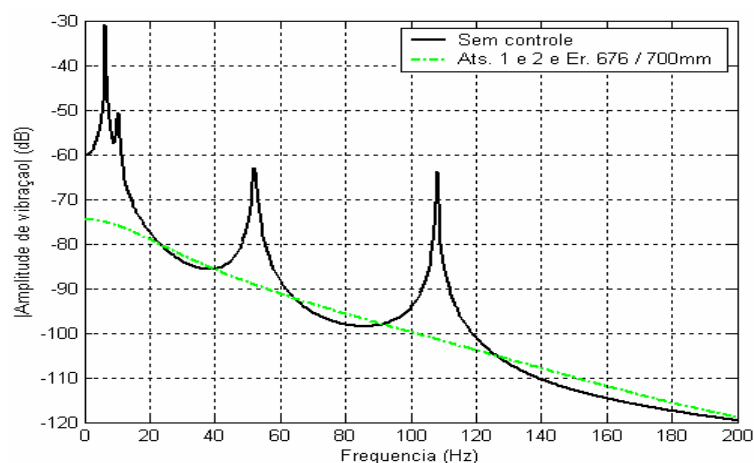


Figura 6.36 – Nível global de vibração com um sistema de controle empregando dois atuadores e dois sensores, para $K_P = 27$ e $K_D = 0,009$ (“mancal dependente”).

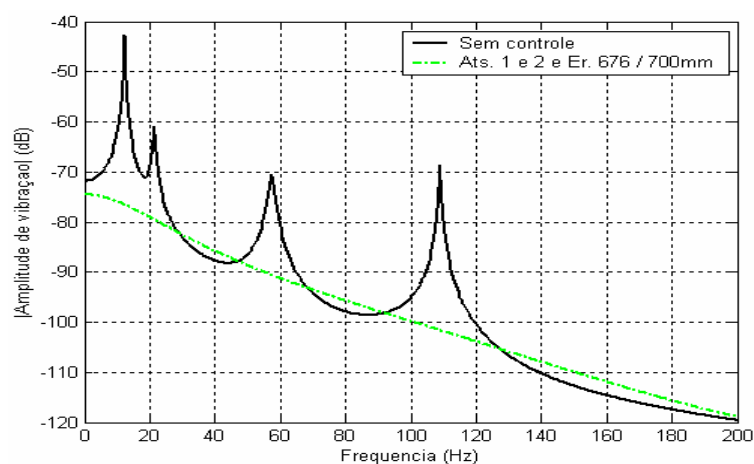


Figura 6.37 – Nível global de vibração com um sistema de controle empregando dois atuadores e dois sensores, para $K_P = 29$ e $K_D = 0,01$ (“mancal dependente”).

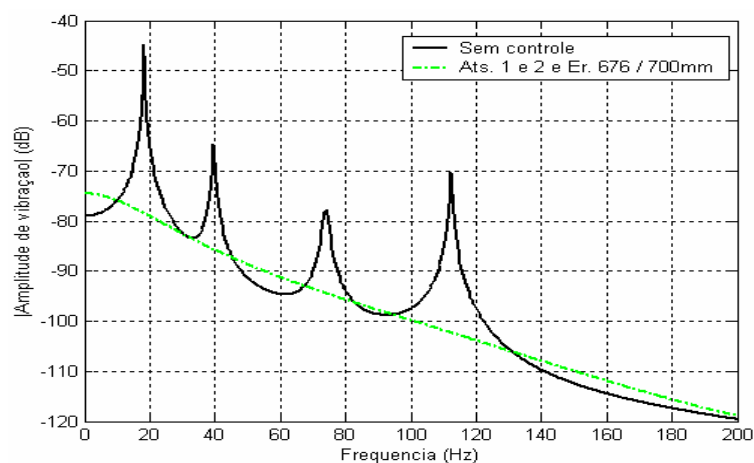


Figura 6.38 – Nível global de vibração com um sistema de controle empregando dois atuadores e dois sensores, para $K_P = 36$ e $K_D = 0,012$ (“transição”).

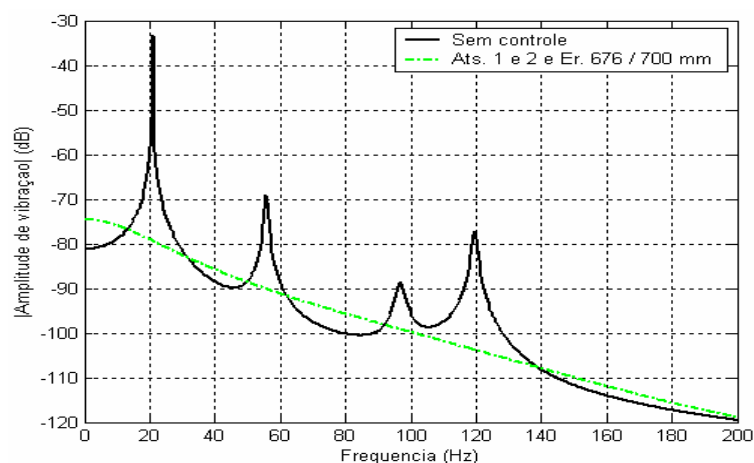


Figura 6.39 – Nível global de vibração com um sistema de controle empregando dois atuadores e dois sensores, para $K_P = 48$ e $K_D = 0,016$ (“eixo dependente”).

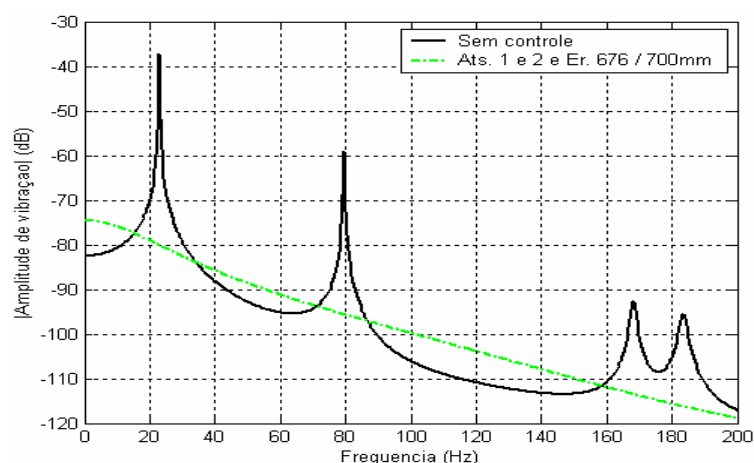


Figura 6.40 – Nível global de vibração com um sistema de controle empregando dois atuadores e dois sensores, para $K_P = 120$ e $K_D = 0,037$ (“eixo dependente”).

Na Fig. 6.41 pode-se ver as atenuações locais das amplitudes das frequências críticas utilizando os dois atuadores simultaneamente. Como nos sistemas de controle anteriores as amplitudes reduziram praticamente a zero. Por outro lado, conforme mostra a Fig. 6.42, e como já visto nas curvas de vibração global, ocorrem amplificações significativas nas faixas de frequências distintas das faixas de ressonâncias.

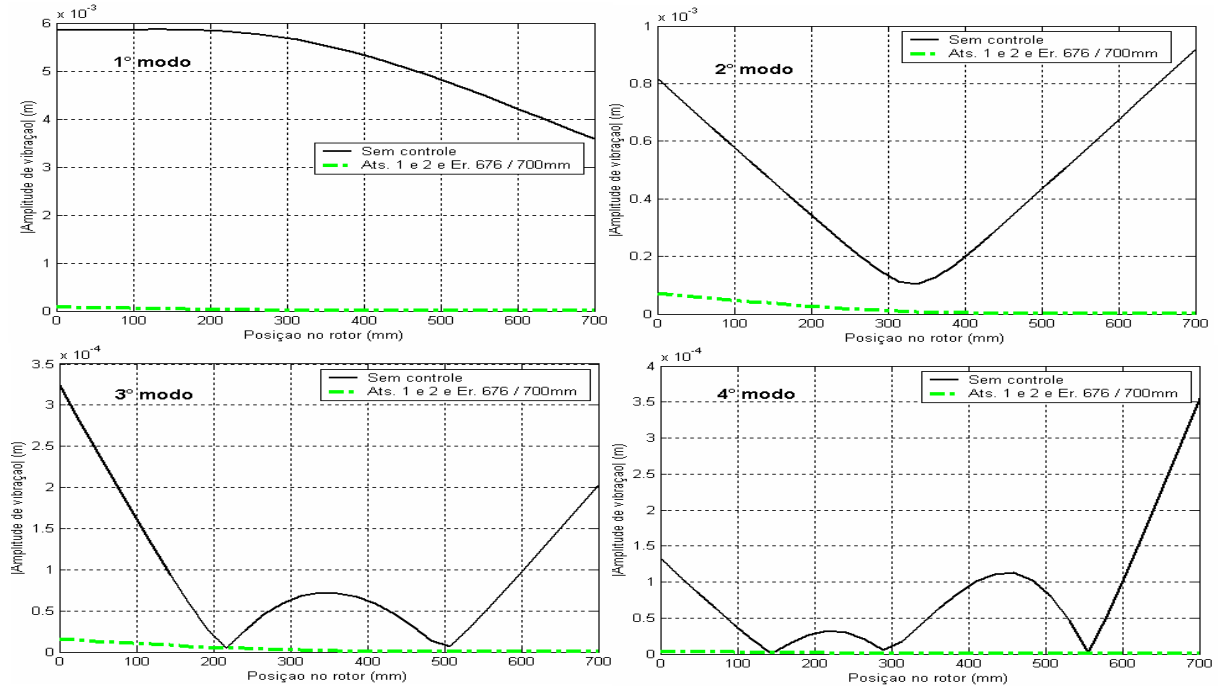


Figura 6.41 – Vibração local com o sistema de controle empregando dois atuadores e dois sensores, nas frequências críticas, para $K_P = 27$ e $K_D = 0,009$ (“mancal dependente”).

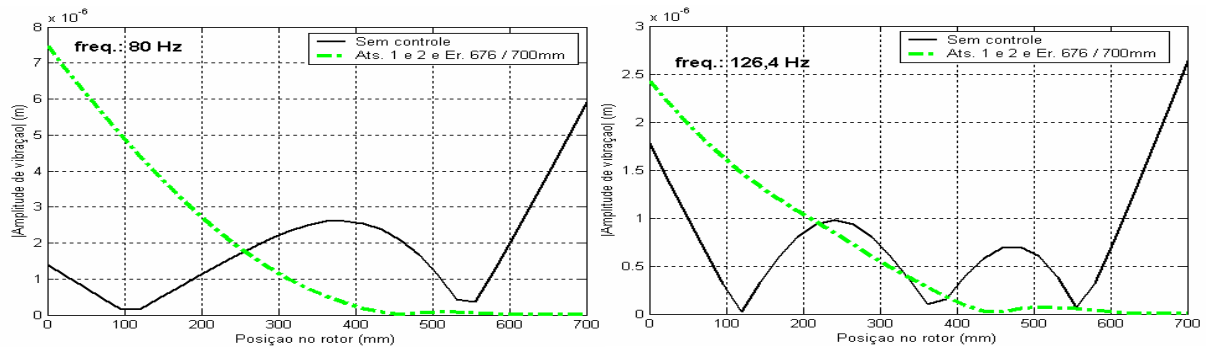


Figura 6.42 – Vibração local com o sistema de controle empregando dois atuadores e dois sensores de erro, nas frequências de 80 e 126,4 Hz, para $K_P = 27$ e $K_D = 0,009$ (“mancal dependente”).

CAPÍTULO 7

CONCLUSÕES FINAIS E PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS

7.1. CONCLUSÕES FINAIS

Neste trabalho realizou-se uma análise teórica para verificar o desempenho de um sistema de controle ativo “*feedforward*” em um rotor empregando os mancais magnéticos como atuadores. As arquiteturas de controle foram analisadas considerando-se variações nos ganhos proporcional e derivativo do controlador PID, os quais influenciam sobre as características dinâmicas do sistema e sobre o desempenho do controlador para reduzir os níveis de vibração do rotor. O efeito da posição dos sensores de erro, bem como o mancal utilizado como atuador também foram analisados. Para o sistema de controle ativo adaptativo “*feedforward*” utilizou-se um algoritmo LMS que minimiza a função custo definida como a soma dos quadrados das saídas dos sensores de erro sobreposto ao sistema “*feedback*” do mancal magnético. As estratégias de controle ativo utilizadas neste trabalho se mostraram eficientes para o controle de vibração nas velocidades críticas do rotor, conseguindo reduções significativas das vibrações.

A rigidez dos mancais exerce grande influência sobre a velocidade crítica dos rotores, fazendo do ganho proporcional do filtro PID (K_P), que é o grande responsável pela variação desta característica dinâmica, um parâmetro que deve ser analisado no desempenho do controle ativo de vibrações. Verificou-se que o desempenho do sistema de controle ativo, considerando sua operação com um “sensor perfeito”, se mostrou mais eficiente quando o rotor está na região “eixo-dependente”, para K_P acima de 36, e independente do atuador utilizado, consegue-se uma redução das amplitudes de frequências críticas em controle, principalmente das duas primeiras frequências.

Com relação ao ganho derivativo (K_D) percebe-se que com o seu aumento, ocorre uma diminuição dos picos de amplitudes das frequências críticas do rotor, e isso ocorre

devido ao aumento do amortecimento dos mancais (controle passivo), porém a sua variação influencia muito pouco sobre o desempenho do controle ativo.

A variação do ganho proporcional também determina a escolha dos mancais a serem utilizados como atuadores e o posicionamento dos sensores. De uma forma geral, nos casos em que o rotor analisado esteja na região “mancal-dependente” ou “transição”, o melhor atuador é o mancal 1. Já para a região de “eixo-dependente”, o melhor atuador é o mancal 2. Particularmente, o atuador 1 se apresenta mais eficiente para atenuar as primeiras frequências críticas, enquanto que o atuador 2 é mais eficiente para atenuar as frequências de maior ordem. Isso provavelmente se deve ao fato do atuador 1 estar localizado mais próximo da fonte de excitação, ou seja, do disco desbalanceado. Quando se utilizam os dois atuadores simultaneamente, percebe-se apenas uma atenuação maior de vibração nas primeiras frequências críticas, comparadas ao uso dos atuadores separadamente. Com relação ao posicionamento dos sensores, nota-se que as melhores posições variam de acordo com a variação do ganho proporcional, porém, somente para o caso em que utiliza um atuador e um sensor de erro se percebe uma tendência de posicionamento, em que eles se aproximam para o centro do rotor na medida em que K_P aumenta até certo ponto, depois retornam para as extremidades.

Vale ressaltar que a variação dos ganhos proporcional e derivativo não interferem no desempenho de controle quando se utilizam os dois mancais simultaneamente como atuadores. Neste caso, a região de operação do rotor (“mancal-dependente”, “transição” ou “eixo-dependente”) pode ser escolhida pelo comportamento da curva sem controle comparada à curva controlada, já que esta última é sempre constante com relação à variação de K_P .

Com relação à ótica de controle ativo, global e local, uma redução global a uma determinada frequência não significa necessariamente que a amplitude da vibração foi atenuada em todos os pontos ao longo do rotor. Poderão existir regiões do rotor com grandes atenuações e outras com uma certa ampliação.

A estratégia de controle ativo utilizando um sensor de erro e um atuador é eficiente para atenuar vibrações nas frequências críticas, mas pode ter um desempenho muito pobre ou até mesmo amplificar as vibrações em outras frequências. Como os rotores são projetados para operar fora das velocidades críticas, então a possibilidade de ocorrerem problemas em estratégias de controle utilizando um sensor e um atuador é muito grande. Já com o sistema de controle empregando dois sensores de erro, consegue-se reduzir significativamente todas as amplitudes modais e a possibilidade de amplificação das vibrações nas faixas fora das ressonâncias é mínima.

A estratégia de controle com um atuador e três sensores de erro não apresentou qualquer melhoria significativa com relação à estratégia com dois sensores, não justificando o uso de mais um sensor de erro, pois demandaria um maior custo e esforço computacional. Já a estratégia de controle com dois atuadores e dois sensores de erro conduziu a desempenhos piores do que a estratégia com apenas um atuador e dois sensores. Com esta estratégia ocorrem pequenas ampliações nas faixas de frequências fora da ressonância. Entretanto, esta estratégia foi a que apresentou o maior desempenho para a atenuação das duas primeiras frequências críticas do rotor. É muito provável que com o aumento do número de sensores esta estratégia apresentaria melhores resultados, porém tornaria a arquitetura de controle inviável do ponto de vista econômico e de esforço computacional, fazendo da estratégia de controle com um atuador e dois sensores a melhor opção para ser empregada no rotor analisado.

A possibilidade de variação do ganho proporcional é muito importante para melhorar o desempenho do controle ativo das vibrações dos rotores que utilizam mancais magnéticos. É uma alternativa de controle que pode oferecer várias vantagens, dependendo da escolha dos atuadores como do posicionamento dos sensores de erro. A possibilidade de variação do ganho proporcional também é importante pelo fato de permitir a alteração da dinâmica dos rotores, afastando operações próximas às faixas de frequências críticas.

7.2. PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS

Como proposta para futuros trabalhos, podem-se enumerar as seguintes:

- Proceder a uma análise experimental a fim de se obter dados experimentais para comparar com os dados de simulação.
- Otimizar o processo para determinação dos pontos ótimos para a instalação dos sensores de erro;
- Analisar rotores com maior número de mancais e com outras fontes de excitação;
- Fazer uma análise quando o mancal magnético ativo é utilizado apenas como atuador e não como mancal de sustentação do rotor.

CAPÍTULO 8

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AENIS, M.; KNOFF, E. AND NORDMANN, R. Active Magnetic bearings for the identification and fault diagnosis in turbomachinery. **Mechatronics**, v. 12, p. 1011-1021, 2002.

ALLAIRE, P. E. *ET. AL.* **Magnetic bearings, handbook of tribology and lubrication**. Charlottesville: USA, 1993. v. III.

ALLAIRE, P. E. *ET. AL.* Design and Rotor Dynamics Analysis of a Magnetic Bearing Supported Prototype Textile Spindle. In: PROCEEDINGS OF MAG'97, Alexandria, USA, 1997. p. 47-56.

BIES, D. AND HANSEN, C. H. **Engineering noise control**. London: Unwin-Hyman, 1988.

BONELLO, P. AND BRENNAN, M. J. Modelling the dynamic behaviour of a supercritical rotor on a flexible foundation using the mechanical impedance technique. **Journal of Sound and Vibration**, v. 239 (3), p. 445-466, 2001.

BURGESS, J. C. Active adaptive sound control in a duct: a computer simulation. **Journal of the Acoustical Society of America**, v. 70, p. 715-726, 1981.

COLE, M. O. T.; KEOGH, P. S.; SAHINKAYA, M. N. AND BURROWS, C. R. Towards fault-tolerant active control of rotor-magnetic bearing systems. **Control Engineering Practice**, v. 12, p. 491-501, 2004.

COWAN, C. F. N. AND GRANT, P.M. **Adaptive Filters**. New Jersey: Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1985.

ELLIOT, S. J. Active control of structure-borne noise. **Journal of Sound and Vibration**, v. 177(5), p. 651-673, 1994.

ELLIOT, S. J. Filtered reference and filtered error LMS algorithms for adaptive feedforward control. **Mechanical Systems and Signal Processing**, v. 12(6), p. 769-781, 1998.

FULLER, C. R. *ET AL.* **Active control of vibration**. San Diego: Academic Press, 1996.

GOLD, B. AND RADAR, C. M. **Digital processing of signals**. New York: McGraw-Hill, 1969.

GRAY, S. *ET AL.* Magnetic Bearing Can Increase Availability, Reduce O&M Costs. **Power Engineering**, v. 1, p. 26-29, 1990.

HU, Y. AND NG, A. Active robust vibration control of flexible structures. **Journal of Sound and Vibration**, v. 288, p. 43-56, 2005.

HU, Y. AND VUKOVICH, G. Active robust shape control of flexible structures. **Mechatronics**, v. 15, p. 807-820, 2005.

IAMAISHI, K., Application and Performance of Magnetic Bearing for Water Turbine and Generator. In: PROCEEDINGS OF MAG'97, Alexandria, USA, 1997. p. 25-34.

JANG, M.; CHEN, C. AND TSAO, Y. Sliding mode control for active magnetic bearing system with flexible rotor. **Journal of the Franklin Institute**, v. 342, p. 401-419, 2005.

JOHNSON, M. E.; NASCIMENTO, L. P.; KASARDA, M. AND FULLER, C. R. The effect of actuator and sensor placement on the active control of rotor unbalance. **Journal of Vibration and Acoustics**, v. 125, p. 365-373, 2003.

KASARDA, M. E. F., An overview of active magnetic bearing technology and application. **The Shock and Vibration Digest**, v. 32, N₀.2, p. 91-99, 2000.

KASARDA, M. E. F.; MENDOZA, H.; KIRK, R. G. AND WICKS, A. Reduction of subsynchronous vibration in a single-disk rotor using an active magnetic damper. **Mechanics Research Communications**, v. 31, p. 689-695, 2004.

KWAKERNAAK, H. AND SIVAN, R. **Linear optimal control systems**. New York: Wiley, 1972.

KHANFIR, H.; BONIS, M. AND REVEL, P. Improving waviness in ultra precision turning by optimizing the dynamic behavior of a spindle with magnetic bearings. **International Journal of Machine Tools & Manufacture**, v. 45, p. 841-848, 2005.

LYNN, P. A. **An introduction to the analysis and processing of signals**. London: Macmillan Press, 1982. 2nd ed.

MEIROVITCH, L. **Dynamics and control of structures**. New York: John Wiley and Sons, 1990.

MORGAN, D. R. An analysis of multiple correlation cancellation loops with a filter in auxiliary path. **Institute of Electrical and Electronics Engineers Transactions on Acoust Speech and Signal Processing**, ASSP-28, p. 464-467, 1980.

MOTEE, N., **Minimization of Power Losses in Active Magnetic Bearing Control**, 2003, 67 p. - Louisiana State University and Agricultural and Mechanical College, USA, 2003.

NASCIMENTO, L. P. Dynamic of active magnetic bearings, In: II CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA-CONEM'2002, 10, 2002, Fortaleza.(CD-R paper CPB0488), 2002.

NELSON, P. A. AND ELLIOT, S. J. **Active control of sound**. San Diego: Academic Press, 1992.

OPPENHEIM, A. V. AND SHAFER, R. W. **Digital signal processing**. New Jersey: Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1975.

PILAT, A., Femlab Software Applied to Active Magnetic Bearing Analysis. **Int. J. Appl. Math. Comput. Sci**, Cracow, v. 14, n. 4, p. 497-501, 2004.

PIPER, G. E.; WATKINS, J. M. AND THORP III, O. G. Active control of axial-flow fan noise using magnetic bearings. **Journal of Vibration and Control**, v. 11(9), p. 1221-1232, 2005.

SHI, J.; ZMOOD, R. AND QIN, L. Synchronous disturbance attenuation in magnetic bearing systems using adaptive compensating signals. **Control Engineering Practice**, v. 12, p. 283-290, 2004.

VIPPERMAN, J. S. AND BURDISSO, R. A. Adaptive feedforward control of non-minimum phase structural systems. **Journal of Sound and Vibration**, v. 183(3), p. 369-382, 1995.

WANG, D. AND HUANG, Y. Modal space vibration control of a beam by using the feedforward and feedback control loops. **International Journal of Mechanical Sciences**, v. 44, p. 1-19, 2002.

WIDROW, B.; SHUR, D. AND SHAFFER, S. On adaptive inverse control. In: **PROCESSING OF THE 15 TH ASILOMAR CONFERENCE ON CIRCUITS, SYSTEMS AND COMPUTERS**, 1981. p. 185-195.

WIDROW, B. AND STEARNS, S. D. **Adaptive signals processing**. New Jersey: Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1985.

ZHU, C.; ROBB, D. A. AND EWINS, D. J. The dynamics of a cracked rotor with an active magnetic bearing. **Journal of Sound and Vibration**, v. 265, p. 469-487, 2003.