

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA - UNESP

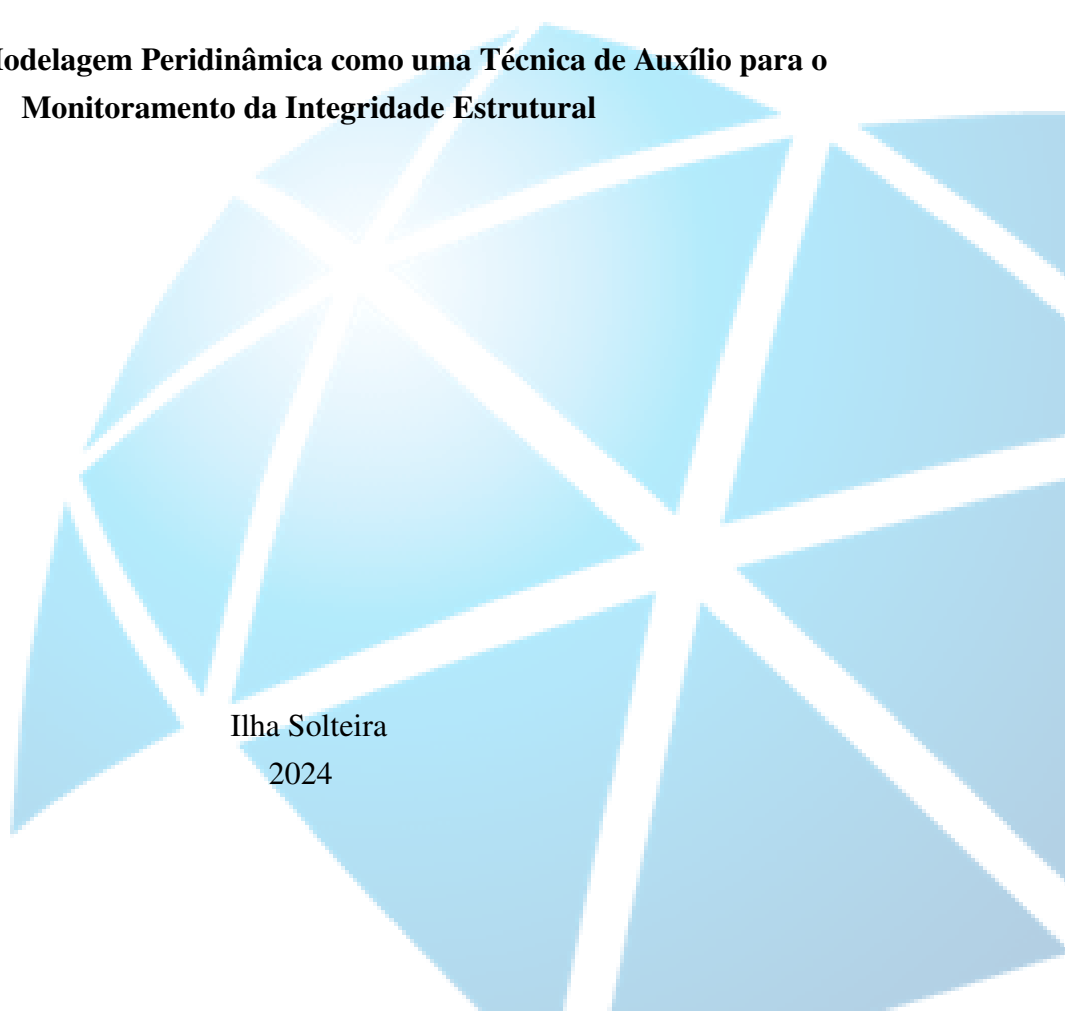
Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira (FEIS) - campus de Ilha Solteira

JOÃO PEDRO FERNANDES SALVADOR

**Aplicação da Modelagem Peridinâmica como uma Técnica de Auxílio para o
Monitoramento da Integridade Estrutural**

Ilha Solteira

2024



JOÃO PEDRO FERNANDES SALVADOR

**Aplicação da Modelagem Peridinâmica como uma Técnica de Auxílio para o
Monitoramento da Integridade Estrutural**

Trabalho de Conclusão de Curso, apresentado à
Universidade Estadual Paulista (UNESP), Facul-
dade de Engenharia de Ilha Solteira (FEIS), Ilha
Solteira, para obtenção do título de Bacharel em
Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof^o Dr. Márcio Antonio Bazani

Ilha Solteira
2024

FICHA CATALOGRÁFICA

Desenvolvido pelo Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação

- S182a Salvador, João Pedro Fernandes.
Aplicação da modelagem peridinâmica como uma técnica de auxílio para o monitoramento da integridade estrutural / João Pedro Fernandes Salvador. -- Ilha Solteira: [s.n.], 2024
43 f. : il.
- Trabalho de conclusão de curso (Graduação em Engenharia Mecânica) - Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Engenharia, Ilha Solteira, 2024
- Orientador: Márcio Antônio Bazani
- Inclui bibliografia
1. MATLAB. 2. Peridinâmica. 3. Propagação de trincas. 4. SHM. 5. Soda-lime glass.

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
FACULDADE DE ENGENHARIA – CÂMPUS DE ILHA SOLTEIRA

CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

ATA DA DEFESA – TRABALHO DE GRADUAÇÃO

TÍTULO: APLICAÇÃO DA MODELAGEM PERIDINÂMICA COMO UMA TÉCNICA DE
AUXÍLIO PARA O MONITORAMENTO DA INTEGRIDADE ESTRUTURAL

ALUNO: João Pedro Fernandes Salvador

RA: 191051608

ORIENTADOR: Prof. Dr. Márcio Antonio Bazani

Aprovado (X) - Reprovado () pela Comissão Examinadora

Nota obtida: 9,5

Comissão Examinadora:

Documento assinado digitalmente
 **MARCIO ANTONIO BAZANI**
Data: 13/12/2024 12:28:38-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Márcio Antonio Bazani
Presidente (Orientador)

Documento assinado digitalmente
 **ESTENIO FUZARO DE ALMEIDA**
Data: 13/12/2024 11:24:20-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Eng. Estênio Fuzaro de Almeida

Documento assinado digitalmente
 **VITOR DONEGA MARCHIORI**
Data: 13/12/2024 11:37:00-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Eng. Vitor Donega Marchiori

Documento assinado digitalmente
 **JOAO PEDRO FERNANDES SALVADOR**
Data: 13/12/2024 11:18:01-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

João Pedro Fernandes Salvador

Ilha Solteira (SP), 13 de dezembro de 2024.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus pelo sustento e por todo cuidado que me forneceu durante toda minha vida. À minha família, especialmente ao meu pai, Jorge, e minha mãe, Elaine, por nunca terem negado esforços para possibilitar meus estudos. À minha namorada, Mileny, por toda motivação e apoio emocional que me deu.

Ao meu orientador, prof. Dr. Márcio Bazani, pela oportunidade de desenvolver este trabalho e pelo suporte em minhas dúvidas. Ao grupo de trabalho de peridinâmica que sempre foram prontos a me ajudar.

Aos amigos das repúblicas Tente e Sueca, que, além de um lar, foram uma segunda família para mim. À eterna turma 19/1 do curso de engenharia mecânica da Unesp de Ilha Solteira, que sempre levarei em meu coração.

A todos que, de alguma forma, contribuíram para o meu desenvolvimento e chegada até aqui. Muito obrigado!

RESUMO

Este trabalho de conclusão de curso teve como objetivo principal demonstrar a eficiência da modelagem peridinâmica como uma ferramenta auxiliar ao SHM (*Structural Health Monitoring*). A peridinâmica, uma teoria não local da mecânica do contínuo, foi utilizada para modelar o comportamento do material *soda-lime glass* sob uma condição de carregamento estacionário e sob uma condição dinâmica, com presença de uma trinca inicial. Para modelagem, o estudo utilizou um algoritmo em MATLAB®. Dois métodos numéricos foram empregados: *quasi-static*, utilizado para situação sem dano, e o *dynamic explicit*, utilizado para condição com dano inicial. Os resultados mostraram que a peridinâmica é capaz de modelar com eficiência o comportamento de estruturas, incluindo a propagação de trincas. No experimento sem dano, um comparativo com método analítico foi realizado, alcançando um erro percentual entre a deformação máxima obtida pela peridinâmica e a calculada analiticamente de 4,7%, comprovando a eficiência do método. Ademais, demonstrou-se a capacidade da peridinâmica de simular a propagação de falhas em diferentes velocidades, sendo os resultados comparados com um experimento prático, mostrando boa concordância.

Palavras-Chave: MATLAB; PERIDINÂMICA; PROPAGAÇÃO DE TRINCAS; SHM; SODA-LIME GLASS.

ABSTRACT

This undergraduate thesis aimed to demonstrate the efficiency of peridynamic modeling as an auxiliary tool in Structural Health Monitoring (SHM). Peridynamics, a non-local theory of continuum mechanics, was used to model the behavior of soda-lime glass material under a stationary loading condition and under a dynamic condition, with the presence of an initial crack. For modeling, the study used an algorithm in MATLAB®. Two numerical methods were employed: quasi-static, used for situations without damage, and dynamic explicit, used for conditions with initial damage. The results showed that peridynamics is capable of efficiently modeling the behavior of structures, including crack propagation. In the experiment without damage, a comparison with the analytical method was performed, reaching a percentage error between the maximum deformation obtained by peridynamics and the analytically calculated one of 4.7%, proving the efficiency of the method. Furthermore, the ability of peridynamics to simulate the propagation of failures at different speeds was demonstrated, with the results being compared with a practical experiment, showing good agreement.

Keywords: CRACK PROPAGATION; MATLAB; PERIDYNAMICS; SHM; SODA-LIME GLASS.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	8
1.1	Motivação	8
1.2	Fundamentação teórica	11
1.2.1	A Peridinâmica	11
1.2.2	Equação do movimento peridinâmico	12
1.2.3	Caracterização de dano à peridinâmica	15
1.3	Objetivos	17
2	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	18
2.1	Implementação computacional	18
2.1.1	Razão de malha	19
2.1.2	Métodos numéricos	20
2.1.2.1	<i>Solver quasi-static</i>	20
2.1.2.2	<i>Solver dynamic explicit</i>	21
2.2	Condições de contorno	21
2.3	Balanco de energia	22
2.3.1	Energia cinética	22
2.3.2	Energia potencial	23
2.3.3	Trabalho externo	24
2.3.4	Importância do balanço de energia para a peridinâmica	25
3	RESULTADOS E DISCUSSÕES	26
3.1	Condição sem dano	26
3.1.1	Modelagem peridinâmica	26
3.1.2	Validação dos resultados	33
3.2	Estudo de propagação de trinca	34
4	CONCLUSÃO	41
	REFERÊNCIAS	42

1 INTRODUÇÃO

1.1 MOTIVAÇÃO

Diante dos avanços tecnológicos, a engenharia moderna se depara com o desafio de projetos cada vez mais complexos e arrojados, buscando atender às demandas dos mais diversos setores, tais como a indústria civil, aeronáutica e automobilística. Essa complexidade vai além da estética, abrangendo também a procura pela máxima eficiência, multifuncionalidades e otimização de dimensões, sempre visando a segurança de todos os envolvidos, desde operadores e usuários até o público em geral. Nesse contexto, segurança, sustentabilidade e durabilidade surgem como pilares fundamentais, intensificando os desafios associados ao projeto e à manutenção dessas estruturas (Figueiredo; Brownjohn, 2022).

Desta forma, a crescente complexidade das estruturas modernas exige métodos precisos e eficientes para avaliação da “saúde” dessas construções. O SHM (*Structural Health Monitoring*) emerge, então, como uma resposta a essa necessidade, consolidando-se como uma técnica para avaliar, em tempo real, as condições de estruturas, como pontes, edifícios, plataformas *offshore* e aeronaves. Não somente isso, as técnicas de SHM permite a detecção de falhas, a previsão do tempo ideal para manutenções, a identificação de pontos críticos e, consequentemente, a prevenção de falhas catastróficas (Taie et al., 2020).

Um exemplo emblemático da importância do SHM na prevenção de desastres é o caso da ponte de Tacoma Narrows, nos Estados Unidos, em 1940, mostrada na Figura 1. A ponte, inaugurada poucos meses antes, colapsou devido a um fenômeno aerodinâmico conhecido como *flutter*, no qual o vento gerava vórtices que induziam oscilações na estrutura, alimentando um ciclo de movimentos de amplitude crescente (Zhan; Fangb, 2012). Através de um sistema de monitoramento eficaz, os modos de vibrar da ponte e a coincidência entre a excitação e sua frequência natural poderiam ter sido previstos, evidenciando a necessidade de ferramentas que possibilitem não só a detecção precoce de anomalias, mas também a tomada de medidas preventivas, como a instalação de amortecedores, o reforço da estrutura ou a restrição do tráfego em condições de vento forte (Rădulescu et al., 2024). Infelizmente à época, a tecnologia de sensoriamento e modelagem computacional de estruturas estavam ainda engatinhando, mas a lição aprendida com o caso e a importância do SHM ainda se aproveitam do exemplo.

Para o monitoramento estrutural, o SHM pode ser associado a diversas técnicas. Dentre elas destaca-se a análise modal (Favarelli; Giorgetti, 2020). Essa ferramenta baseia-se na identificação das frequências naturais e modos de vibração da estrutura, as quais são propriedades intrínsecas da estrutura, relacionadas à sua massa, rigidez e geometria. Qualquer dano altera essas propriedades, o que se reflete em mudanças nas frequências naturais e modos de vibração, possibilitando identificar a presença de danos.

Contudo, a análise modal pode ser afetadas por diversos fatores, incluindo as condições am-

Figura 1 – Ponte Tacoma Narrows: foto tirada antes do desastre



Fonte: Zhan & Fangb (2012)

bientais, como temperatura e umidade. Esses fatores levam a alteração da rigidez da estrutura, o que leva a variações das frequências naturais (Figueiredo et al., 2010). Ademais, a complexidade da estrutura pode dificultar a identificação precisa dos modos de vibração (Nestorović; Trajkov; Patalong, 2016), especialmente em estruturas com muitos graus de liberdade.

Outra técnica muito utilizada pelo SHM é a medição das deformações que, por sua vez, baseia-se na análise das variações entre pontos da estrutura sob carregamento (Grasse et al., 2011). A presença de danos é indicada pelas alterações no campo das deformações, revelando não somente sua presença, mas também sua localização e extensão. Para sua aplicação extensômetros espalhados pela estrutura são utilizados e esse sensor implica em limitações:

- Quantidade de sensores necessários em estruturas de grande extensão, como as pontes;
- Posicionamento dos extensômetros em estruturas de difícil acesso, como partes submersas de plataformas *offshore*.

Com base nisso, a peridinâmica surge como uma alternativa promissora para superar essas limitações. A peridinâmica é uma teoria não local que considera as interações entre partículas em vez de elementos finitos. Isso permite a modelagem de materiais com comportamento não linear e a simulação de danos e falhas de forma mais precisa (Silling, 2000).

Ademais, a peridinâmica pode ser utilizada de forma a reduzir a quantidade de sensores necessários, destacando os pontos críticos de monitoramento, reduzindo custos sem alterar a segurança da estrutura.

Um exemplo notável é a aplicação da peridinâmica na análise de impacto em fuselagens de aeronaves. A companhia Boeing em associação com a Sandia National Laboratories (SNL), por exemplo, financiou pesquisas para simular o impacto de pássaros em para-brisas de aeronaves utilizando essa técnica (Weckner; Rassaian; Silling, 2014). Esses estudos permitem avaliar a resistência do para-brisa e a propagação de trincas, informações cruciais para o projeto de aeronaves mais seguras.

A peridinâmica se mostra especialmente útil nesse tipo de análise, pois consegue modelar a fratura e a fragmentação do material de forma mais realista do que os métodos tradicionais

baseados em elementos finitos (Miraglia et al., 2023). Dessa forma, sua utilização em conjunto com SHM pode levar a:

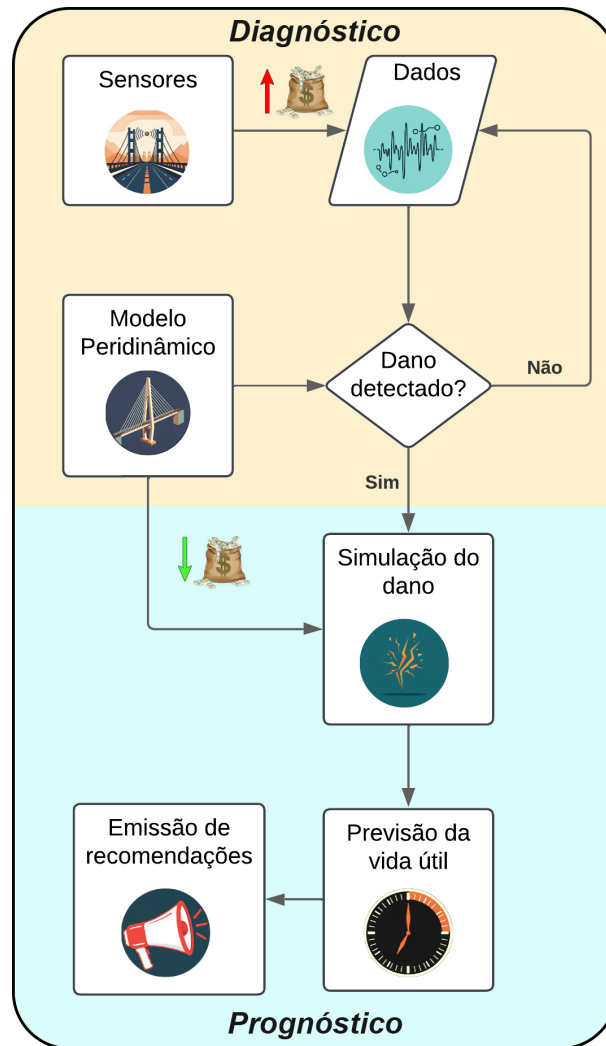
- Construção de modelos preditivos: Ao integrar a peridinâmica com dados de sensores em tempo real, como extensômetros ou acelerômetros, é possível criar modelos preditivos que simulem a evolução de danos na estrutura. Isso permite prever a propagação de trincas, a perda de rigidez e, por fim, a falha da estrutura;
- Manutenção preditiva: Com base nos modelos preditivos, o SHM pode fornecer informações cruciais para a manutenção preditiva, permitindo que intervenções sejam realizadas antes que a estrutura atinja um estado crítico, o que aumenta a segurança e a vida útil da estrutura, além de reduzir custos de manutenção;
- Simulação do comportamento de estruturas com geometria complexa: A peridinâmica é capaz de lidar com estruturas complexas, com geometrias irregulares e diferentes materiais (Miraglia et al., 2023), o que pode ser um desafio para os métodos tradicionais de elementos finitos (Nestorović; Trajkov; Patalong, 2016);
- Modelagem com diferentes cenários de carregamento: A peridinâmica pode ser utilizada para simular diferentes cenários de carregamento, como impactos, explosões e fadiga, permitindo avaliar a resposta da estrutura sob condições extremas.

Um exemplo de aplicação que poderia ser explorado é um sistema SHM em uma ponte que utiliza sensores para monitorar vibrações e deformações. Ao integrar esses dados com um modelo peridinâmico da ponte, é possível:

- Detectar o surgimento de uma trinca em um ponto crítico da estrutura;
- Simular a propagação da trinca ao longo do tempo, considerando o tráfego e as condições ambientais;
- Prever quando a trinca atingirá um tamanho crítico que comprometa a segurança da ponte;
- Programar manutenções preventivas para reparar a trinca antes que ela cause uma falha catastrófica.

Para melhorar a didática do exemplo, a Figura 2 representa, por meio de um fluxograma, o exemplo mencionado.

Figura 2 – Fluxograma representativo da integração entre SHM e modelagem peridinâmica



Fonte: Elaborado pelo autor.

1.2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

1.2.1 A Peridinâmica

A Peridinâmica é uma teoria não local da mecânica do contínuo que foi proposta pela primeira vez por Silling em 2000 (Silling, 2000). É uma formulação alternativa das equações clássicas da mecânica do contínuo, sendo particularmente adequada para modelar fraturas. Ao contrário da abordagem clássica, que depende da derivada espacial do campo de tensão, a peridinâmica é baseada na integração de forças de interação entre partículas separadas por uma distância finita (Patriota, 2019).

A teoria Peridinâmica foi inicialmente proposta de forma a considerar que a força entre dois pontos materiais depende apenas das quantidades avaliadas nesses pontos. No entanto, esta formulação foi posteriormente generalizada para incluir a interação com todos os pontos vizinhos dentro de um horizonte finito. Em vez de usar um tensor de tensão, a Peridinâmica emprega o

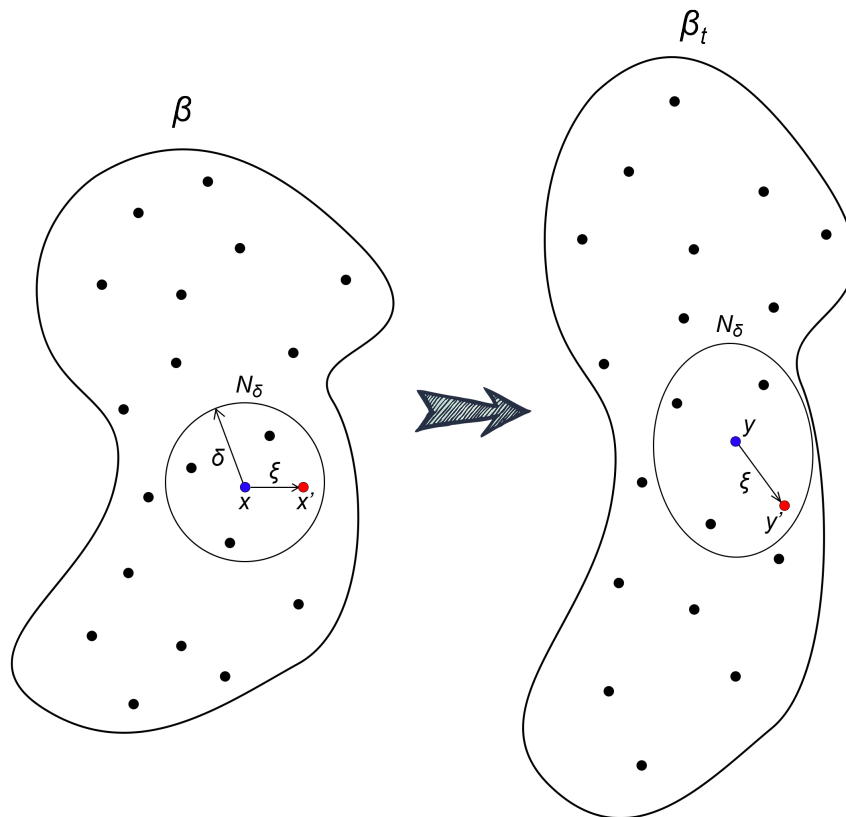
conceito de estado Peridinâmico, que é uma função tensorial que mapeia um vetor de ligação em um tensor de ordem m (Patriota, 2019).

As equações governantes da Peridinâmica são válidas em todos os lugares do corpo, incluindo descontinuidades, como trincas e interfaces de materiais. Essa característica permite uma representação mais realista do comportamento do material em condições de dano, pois as trincas podem se propagar sem a necessidade de métodos especiais de rastreamento.

1.2.2 Equação do movimento peridinâmico

Na Figura 3 é representado o funcionamento base da peridinâmica:

Figura 3 – Princípio de funcionamento da peridinâmica



Fonte: Elaborado pelo autor.

- β : representa a configuração inicial (ou de referência) de um corpo material, isto é, um objeto em seu estado natural, antes de qualquer força ser aplicada;
- β_t : representa a configuração deformada do corpo no instante de tempo t . É o estado do objeto após sofrer alguma deformação, como um estiramento ou compressão;
- x : um ponto material específico na configuração inicial β ;
- y : o mesmo ponto material x , mas agora na configuração deformada β_t . Ou seja, é para onde x se moveu após a deformação;

- N_δ : a vizinhança de um ponto material x . É a região esférica ao redor de um ponto material que contém todos os outros pontos que interagem diretamente com ele;
- δ : raio da vizinhança, também chamado de “horizonte”;
- ξ : O vetor ligação que conecta o ponto material x a outro ponto material x' dentro de sua vizinhança N_δ .

Ao ser submetido a uma força externa, um deslocamento ou uma velocidade, um corpo sofre deformação e movimentos (Madenci; Oterkus, 2014). Devido a essa reação, interações entre pontos materiais dentro de um horizonte δ podem ser observadas, as quais geram forças de par dependentes da deformação relativa entre pontos S . A deformação relativa entre pontos é, então, definida por:

$$S = \frac{|y - y'| - |x - x'|}{|x - x'|} \quad (1)$$

No entanto, também pode-se definir o deslocamento relativo η :

$$\eta = u(x', t) - u(x, t) \quad (2)$$

onde:

$$u(x', t) = x' - y' \text{ e } u(x, t) = x - y \quad (3)$$

Ademais, como mostrado na Figura 3, também já foi definida a posição relativa entre pontos:

$$\xi = x - x' \quad (4)$$

E dessa forma, tem-se que:

$$S = \frac{|\xi + \eta| - |\eta|}{|\eta|} \quad (5)$$

Considerando válida a 2ª Lei de Newton para as forças pares, é possível definir a equação do movimento peridinâmico (Rosa; Monelli; Bazani, 2020):

$$\rho(x)\ddot{u}(x, t) = \int_{N_\delta} f(\eta, \xi)dV_x + b(x, t) \quad (6)$$

A definição de cada termo da Eq. 6 é dada a seguir:

- $\rho(x)$: é a massa específica do ponto material x ;
- V_x : é o volume incremental do ponto material x ;
- $\ddot{u}(x, t)$: é a aceleração do ponto material x .

Já do lado direito da Eq. 6, pode-se observar dois termos principais. O primeiro é $f(\eta, \xi)dV_x$ e representa as forças internas por unidade de volume existentes entre os pontos materiais. A partir da observação da Eq.5, é possível concluir que a influência dessas forças sobre cada ponto decai conforme a distância entre eles aumenta; O outro termo é $b(x, t)$, que representa os carregamentos, velocidades ou movimentos externos agindo sobre o material.

A comparação entre as forças internas, externas e a energia crítica de deformação G_0 que será introduzida mais a frente, permite não apenas evidenciar a ocorrência de dano no corpo material, mas também determinar como esse dano se propaga, incluindo sua direção, velocidade e padrão de propagação.

A partir da teoria da micro-elasticidade linear - uma extensão da Lei de Hooke que considera as variações locais causadas pela microestrutura, como grãos, inclusões e defeitos; é possível definir uma relação para as forças internas (Silling, 2000):

$$f(\eta, \xi) = \frac{\partial}{\partial \eta} \omega(\eta, \xi) \quad (7)$$

Sendo $\omega(\eta, \xi)$ a função de energia potencial micro-elástica, isto é, a energia armazenada em um material elástico devido a deformações em escala microscópica (Silling, 2000). Em uma analogia com a conhecida mecânica dos sólidos convencional, a energia micro-elástica se compara a densidade de energia de deformação da ligação entre dois pontos materiais (Patriota, 2019). Destarte, a energia potencial macro-elástica, W , dentro da vizinhança de x é definida pela soma das energias micro-elásticas de cada ligação dividida pela metade:

$$W(x) = \frac{1}{2} \int_{N_\delta} \omega(\eta, \xi) dV_\xi \quad (8)$$

Dessa forma, aplicando a Lei de Hooke, ou seja, considerando que a deformação entre pontos materiais é proporcional à força de interação entre eles, tem-se que:

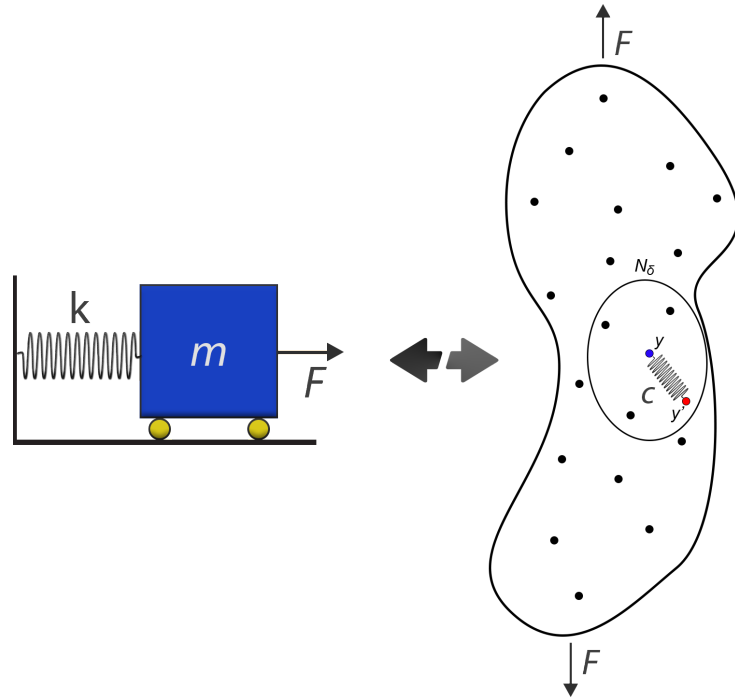
$$W(x) = \frac{1}{2} \int_{N_\delta} C(\xi) S^2 dV_x \quad (9)$$

onde S é a deformação relativa, apresentada na Eq. 5, e $C(\xi)$ é uma função que define a interação entre dois pontos materiais, atuando como uma medida da rigidez da ligação entre eles (Patriota, 2019). Ela pode ser considerada como uma mola que conecta os pontos, conforme representado na Figura 4.

Para diminuir a complexidade do problema e facilitar a continuidade do trabalho, é razoável considerar a função de micro-módulo $C(\xi)$ como uma constante (Madenci; Oterkus, 2014; Patriota, 2019; Silling, 2000). Dessa forma, seu valor pode ser determinado igualando a energia potencial macro-elástica com a densidade de energia de deformação clássica para um material elástico isotrópico. Para um corpo tridimensional, a constante C é dada por:

$$C = \frac{6E}{\pi \delta^4 (1 - 2\nu)} \quad (10)$$

Figura 4 – Correspondência entre o sistema massa mola e a interação ponto material



Fonte: Elaborado pelo autor.

Na Eq. 10, os termos ainda não apresentados são:

- E : módulo de Young;
- ν : coeficiente de Poisson.

sendo ambos propriedades intrínsecas ao material.

Seguindo o mesmo raciocínio, a constante C também pode ser determinada para uma placa plana:

$$C = \frac{12E}{\pi t \delta^3 (1 + \nu)} \quad (11)$$

onde t é a espessura da placa.

1.2.3 Caracterização de dano à peridinâmica

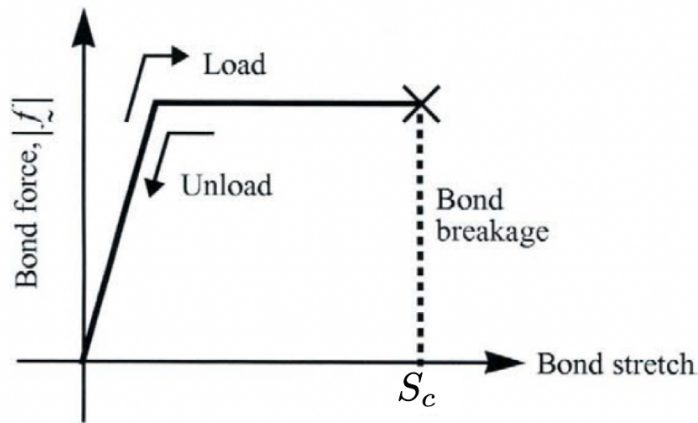
Na Peridinâmica, o dano é modelado pela quebra irreversível das ligações entre os pontos materiais. Essa quebra ocorre quando a energia de deformação em uma ligação excede um valor crítico, chamado de energia crítica de deformação, G_0 , que, por sua vez, é um parâmetro do material que representa a energia necessária para criar uma nova superfície de fratura (Silling, 2000). Devido a quebra de interação entre pontos as cargas são redistribuídas entre as ligações restantes (Silling, 2000). Esse processo gera uma evolução das forças internas e externas, o que permite a obtenção de informações, como a direção e velocidade de propagação da trinca.

Para avaliar a ocorrência de falhas, um valor crítico de estiramento, S_c , é definido a partir da energia crítica de deformação, G_0 , do módulo de Young, E , e do raio da vizinhança, δ :

$$S_c = \sqrt{\frac{4\pi G_0}{9E\delta}} \quad (12)$$

Na Figura 5, pode-se observa a relação entre a intensidade da deformação entre pontos materiais e o estiramento crítico.

Figura 5 – Forças pares de interação entre pontos $f(\eta, \xi)$ vs valor crítico de estiramento S_c



Fonte: Silling (2000).

A determinação do estiramento crítico é originada a partir da energia necessária para romper uma única ligação, denotada por $w_c(\xi)$. Essa é calculada integrando a força de ligação em relação ao alongamento da ligação, desde o estado indeformado até o estado de ruptura, como mostrado na Eq. 13 (Patriota, 2019).

$$w_c(\xi) = \int_0^{S_c} c(\xi)s\xi ds \quad (13)$$

A energia crítica de deformação, G_0 , é então determinada integrando a energia de ruptura de todas as ligações dentro do horizonte de interação, como mostrado a seguir:

$$G_0 = 2 \int_0^\delta \int_z^\delta \int_0^{\arccos(z/\xi)} w_c(\xi)\xi d\phi d\xi dz \quad (14)$$

Na Eq.14, z representa a distância perpendicular entre um ponto material e o plano de fratura, uma vez que, a integral tripla nessa equação é usada para calcular a energia total necessária para romper todas as ligações que cruzam essa superfície de fratura (Patriota, 2019).

Destarte, substituindo a Eq. 13 na Eq. 14 e considerando o a função de micro-módulo $C(\xi)$ constante, é possível chegar na Eq. 12.

Por fim, levando em consideração a função do micro-módulo constante para uma placa plana, como destacado na Eq. 11 e através das Eq. 7, 9 e a deformação relativa entre pontos na Eq. 5, é possível chegar a conclusão:

$$f(\eta, \xi) = \begin{cases} CS \frac{\xi + \eta}{\|\xi + \eta\|}, & S < S_c \text{ ou} \\ 0, & S \geq S_c \end{cases} \quad (15)$$

A partir da Eq. 15, deduz-se que a força de interação entre as partículas é proporcional ao valor do micro-módulo C e à deformação relativa S , conforme determinado pela Lei de Hooke. Ademais, também pode-se concluir que as forças pares são transmitidas ao longo do vetor de ligação ξ , para o estado de referência, e $\xi + \eta$ após uma deformação do corpo. Por último, se a deformação relativa S excede o valor crítico de estiramento S_c , a ligação entre as partículas é rompida, levando à formação de trincas ou falhas.

1.3 OBJETIVOS

Este trabalho tem por objetivo principal demonstrar os benefícios da aplicação da peridinâmica como técnica auxiliar ao SHM¹, sobretudo, como uma ferramenta promissora com sua capacidade de modelar a descontinuidade e a falha em materiais. Ela, então, surge como uma ferramenta complementar aos métodos tradicionais de análise estrutural, como a Análise por Elementos Finitos (FEA)². Busca-se, portanto, evidenciar como a peridinâmica pode auxiliar na obtenção de informações relevantes sobre a ocorrência e a propagação de falhas em estruturas, além de permitir a identificação de pontos críticos e a previsão da vida útil, contribuindo para a otimização de recursos e a garantia da segurança.

Para tanto, uma modelagem computacional em MATLAB[®], com base na tese de mestrado de Túlio V. Patriota (Patriota, 2019), foi realizada. Uma condição sem a presença de dano foi simulada e comparada com resultados analíticos e, seguindo a mesma linha, uma condição com dano inicial também foi simulada, sendo comparada com o experimento prático de Sundaram e Tippur (Sundaram; Tippur, 2018). Em ambos os casos, o material *soda-lime glass* foi utilizado por questões práticas que serão apresentadas mais a frente.

Dessa forma, este trabalho se inicia com um resumo dos objetivos, métodos utilizados e resultados alcançados, seguido por uma breve introdução dos temas e motivação de estudo. Em sequência, foi apresentada a fundamentação teórica e os objetivos do trabalho. O decorrer dos parágrafos a partir daqui apresentarão o algoritmo para modelagem utilizado, bem como as considerações feitas para sua efetividade. Os resultados e os comentários relacionados vêm em seguida. Por fim, uma breve conclusão do trabalho e as referências de base são apresentadas.

¹ Do inglês, Structural Health Monitoring.

² Do inglês, Finite Elements Analysis.

2 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

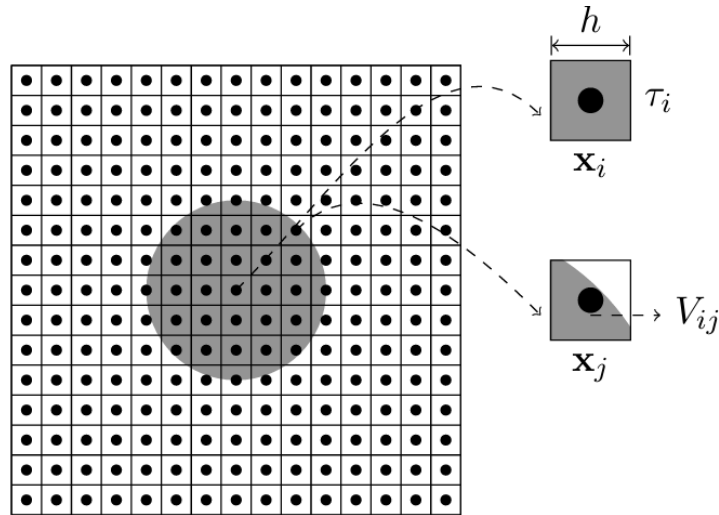
Este trabalho tem grande fundamentação na tese de mestrado do acadêmico Túlio V. Patriota (Patriota, 2019), além de livros, artigos e outras teses voltadas à peridinâmica (Silling, 2000; Madenci; Oterkus, 2014; Dias et al., 2017; Rosa; Monelli; Bazani, 2020). O algoritmo, em MATLAB®, utilizado para modelagem do comportamento peridinâmico é, portanto, derivado da produção do Túlio V. Patriota.

Infelizmente, trabalhos experimentais com base na peridinâmica são raros na literatura, principalmente quanto à determinação da energia crítica de deformação. Por esse motivo, essa obra resguardou-se na utilização da modelagem em MATLAB®, para representação dos comportamentos mecânicos, e dos materiais com propriedades de deformação bem definidas, tal como o *Soda-Lime Glass*.

2.1 IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

A implementação computacional da peridinâmica envolve a discretização do corpo em uma série de pontos materiais que interagem entre si dentro de um horizonte de influência finito, conforme mostra a Figura 6.

Figura 6 – Discretização do corpo material para implementação computacional



Fonte: Patriota (2019).

Conforme mostra a Figura 6, o corpo é dividido em uma malha com i células quadradas, cada uma com uma posição x_i ¹, um lado igual a h e, por consequência, volume h^2 e uma massa específica ρ_i (Patriota, 2019). A equação governante da peridinâmica é então resolvida numericamente nesses pontos materiais para determinar o movimento e a deformação do corpo, sendo ela representada por:

¹ A posição x_i de cada elemento i da malha é referenciada no centro da célula quadrada.

$$\rho_i \ddot{u}_i = \sum_{j \in \mathcal{F}_i} \mathbf{f}_{ij} \Delta V_{ij} + \mathbf{b}_i \quad (16)$$

sendo $\ddot{u}_i$ equivalente à aceleração da posição x de um elemento de malha i ; $\mathbf{b}_i$ a força de carregamento externo com influência sobre o elemento i ; $\mathcal{F}_i$ uma família de índices correlacionada com o nó i ; ΔV_{ij} o volume do ponto material j dentro da vizinhança, de raio δ , de um nó i ; e $\mathbf{f}_{ij}$ a força de interação entre pontos materiais de índices i e $j \in \mathcal{F}_i$. Em uma rápida análise, pode-se inferir a Eq. 16 é originada da Eq. 6, sendo conformada para a implementação computacional.

2.1.1 Razão de malha

Para garantir a precisão dos resultados aliada a um custo computacional condizente, isto é, para maior eficiência do algoritmo, a definição da quantidade de divisões da malha é crucial. Para tanto, os parâmetros tamanho de célula h e raio da vizinhança δ são ponderados por meio de uma razão de malha d :

$$d = \frac{\delta}{h} \quad (17)$$

A taxa de proporção ou razão de malha, d , indica quantos pontos materiais estão contidos dentro do horizonte de interação de um ponto. Uma malha muito grosseira pode levar a resultados imprecisos, enquanto uma malha muito fina aumenta o tempo de computação e os requisitos de memória. A escolha dos parâmetros depende de uma série de fatores, tais como:

- Precisão desejada: malhas mais finas geralmente levam a resultados mais precisos, mas também aumentam o custo computacional, podendo tornar inviável ou desnecessária a definição escolhida;
- Complexidade do problema: problemas mais complexos, como aqueles que envolvem fratura ou propagação de trincas, podem exigir malhas mais finas para capturar os detalhes do comportamento do material;
- Recursos computacionais: a escolha da malha também é limitada pelos recursos computacionais disponíveis, como memória e velocidade de processamento.

Em geral, é recomendado realizar um estudo de convergência para determinar o tamanho de malha adequado para um determinado problema. Isso envolve a execução de simulações com diferentes tamanhos de malha e a comparação dos resultados para avaliar a convergência da solução.

No entanto, em uma revisão bibliográfica realizada em sua tese, Túlio V. Patriota (Patriota, 2019) constatou alguns valores comuns, usualmente utilizados, para a taxa de proporção d , sendo eles:

$$\begin{cases} 4 < d < 6, & \text{para simulações em 2D, e} \\ 6 < d < 9, & \text{para simulações em 3D} \end{cases} \quad (18)$$

2.1.2 Métodos numéricos

Para o levantamento dos resultados aproximados da equação do movimento peridinâmico, dois métodos numéricos foram utilizados: *quasi-static* e o *dynamic explicit*. Cada um apresenta suas peculiaridades, mas em suma, o *solver quasi-static* é utilizado para condições sem dano e o *solver dynamic explicit* consegue alcançar bons resultados para condições com simulação de falhas.

2.1.2.1 *Solver quasi-static*

O método numérico quase-estático considera o termo de inércia, $\rho_i \ddot{u}_i$, desprezível. Isso geralmente ocorre em experimentos com baixa movimentação, onde as cargas são aplicadas lentamente, de modo que a energia cinética do sistema seja insignificante (Patriota, 2019). Dessa forma, para o método quase-estático, a equação governante da peridinâmica é dada por:

$$\sum_{j \in \mathcal{F}_i} \mathbf{f}_{ij} \Delta V_{ij} + \mathbf{b}_i = 0 \quad (19)$$

Este *solver* é baseado no método de Newton-Raphson e usa um esquema iterativo para encontrar a solução de deslocamento que minimiza o resíduo para uma dada etapa de carga. O resíduo é uma medida da diferença entre a força externa aplicada e a força interna no material. O objetivo do método é encontrar uma solução onde o resíduo seja menor que um certo limite.

Em termos mais simples, o método quase-estático funciona da seguinte forma:

1. Começa com uma estimativa inicial para a solução de deslocamento;
2. Calcula o resíduo para essa estimativa;
3. Se o resíduo for maior que o limite, ajusta a solução de deslocamento na direção que reduz o resíduo;
4. Repete os passos 2 e 3 até que o resíduo seja menor que o limite.

O *solver quasi-static* é útil para simular experimentos onde as condições de contorno são aplicadas lentamente ou de forma estática, de maneira que o material esteja sempre em um estado de quase-equilíbrio (Patriota, 2019).

2.1.2.2 *Solver dynamic explicit*

Já o método numérico dinâmico-explícito é utilizado, como o nome sugere, para resolver problemas dinâmicos em mecânica dos sólidos, ou seja, problemas que envolvem movimento e deformação de corpos ao longo do tempo. Ele é particularmente adequado para simular eventos de curta duração e alta velocidade, como impactos, explosões e propagação de ondas (Patriota, 2019).

Esse *solver* usa um método de integração de tempo explícito para calcular o estado do sistema em um instante de tempo futuro, com base no estado atual e nas forças atuantes. Em cada passo de tempo, o solver calcula as acelerações dos pontos materiais, as velocidades e, finalmente, as novas posições (Patriota, 2019).

No entanto, para garantir a estabilidade do método, o tamanho do passo de tempo usado na simulação deve ser definido com cautela. Se o passo de tempo for muito grande, a solução pode se tornar instável e divergir. Dessa forma, para garantir a estabilidade, o passo de tempo deve ser menor que um valor crítico, conhecido como intervalo de tempo crítico, Δt_{crit} . Esse valor é determinado a partir da inércia do sistema, representada pela massa específica ρ e da rigidez das ligações entre os pontos materiais, C_{ij} :

$$\Delta t_{crit} = \min \left(\sqrt{\frac{2\rho}{\sum_{j \in \mathcal{F}_i} C_{ij} \Delta V_{ij}}} \right) \quad (20)$$

Em alguns casos, pode ser útil usar um passo de tempo adaptativo, que varia ao longo da simulação. Isso permite que o passo de tempo seja menor em regiões onde a solução varia rapidamente e maior em regiões onde a solução é mais suave, o que pode melhorar a eficiência e a precisão do método (Patriota, 2019).

Para solução, o método dinâmico-explícito também precisa, além das forças atuantes, levar em conta as condições de contorno do problema, que podem ser deslocamentos prescritos, velocidades ou forças externas aplicadas em partes específicas do corpo (Patriota, 2019).

2.2 CONDIÇÕES DE CONTORNO

As condições de contorno são um aspecto crucial na simulação do comportamento de materiais. No entanto, a aplicação dessas condições na peridinâmica difere da abordagem tradicional em métodos como o Método de Elementos Finitos (Patriota, 2019):

- Na peridinâmica, não existe um conceito formal de tensor de tensão, o que impede a aplicação direta das condições de contorno de Neumann, que especificam a força por unidade de área em uma superfície. Em vez disso, a força de tração é aproximada por uma força volumétrica atuando em uma fina camada próxima à borda onde a força de tração seria aplicada;

- As condições de contorno de Dirichlet, que prescrevem o deslocamento em um ponto, também são aplicadas de forma diferente. Na peridinâmica, essas condições são aplicadas diretamente nos nós, sem a necessidade de estender o domínio.

Para aplicação prática, as forças volumétricas são aplicadas em uma camada que se estende para dentro do corpo a partir da superfície, proporcionando uma melhor distribuição da carga aplicada. As condições de contorno de Dirichlet são aplicadas nos nós na borda, sem a utilização de uma camada de contorno estendida (Du et al., 2012; Patriota, 2019).

No algoritmo utilizado há a aplicação de três tipos de condição de contorno:

- Restrição de deslocamento: permite fixar o deslocamento de pontos específicos;
- Restrição de velocidade: permite prescrever velocidades constantes em pontos;
- Cargas externas: permite aplicar forças externas como forças de tração.

É importante ressaltar que ambos os métodos numéricos da seção anterior utilizam a condição de restrição de deslocamento. No entanto, o *solver* quase-estático também utiliza a condição de carregamento externo, enquanto o dinâmico-explícito usa a restrição de velocidade.

2.3 BALANÇO DE ENERGIA

O balanço de energia para a peridinâmica é utilizado como uma base de garantia de resultados condizentes, isto é, a partir da análise da energia total do sistema modelado é possível verificar a estabilidade e o funcionamento da simulação peridinâmica (Silling, 2000; Patriota, 2019).

A energia total de um sistema é composta por três constituintes:

- Energia cinética (K): energia associada ao movimento dos pontos materiais;
- Energia potencial (P): energia armazenada nas ligações entre os pontos materiais devido à deformação;
- Trabalho externo (W_{ext}): energia adicionada ou removida do sistema por forças externas.

Sendo assim, considerando um instante de tempo t , a energia total, E , é expressa por:

$$E(t) = K(t) + P(t) - W_{ext}(t) \quad (21)$$

2.3.1 Energia cinética

A energia cinética em um sistema peridinâmico discretizado é calculada de forma similar à energia cinética em um sistema de partículas clássico. A principal diferença reside na consideração da massa e velocidade de cada ponto material na discretização do corpo.

A energia cinética total, K , em um instante de tempo t é a soma das energias cinéticas individuais de cada ponto material i :

$$K(t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N m_i |v_i(t)|^2 \quad (22)$$

onde N é a quantidade total de pontos materiais, $v_i(t)$ é o vetor velocidade do ponto i no tempo t e $|v_i(t)|$ é a magnitude do vetor velocidade.

A massa de cada ponto material, m_i , por sua vez, é calculada com base na massa específica do material, ρ , e no volume associado a cada ponto, V_i :

$$m_i = \rho V_i \quad (23)$$

Vale ressaltar que o volume V_i pode ser o volume de um elemento finito, o volume de uma célula em uma grade regular ou o volume de uma região de influência em torno do ponto material, dependendo do método de discretização utilizado (Patriota, 2019).

2.3.2 Energia potencial

O princípio geral da energia potencial é que ela está associada à deformação do material e é armazenada nas ligações entre os pontos materiais. No entanto, seu cálculo na peridinâmica depende da função densidade de energia de deformação, W , que, por sua vez, depende do modelo constitutivo específico sendo utilizado:

$$P(t) = \sum_{i=1}^N W(x_i, t) V_i \quad (24)$$

Um modelo constitutivo, em mecânica dos sólidos, é uma relação matemática que descreve o comportamento de um material sob diferentes condições de carga. Ele define como o material responde a forças externas, como tensão, compressão, cisalhamento e flexão, em termos de deformação, tensão e outras grandezas físicas (Ottosen; Ristinmaa, 2005).

Essencialmente, um modelo constitutivo fornece a “lei” que governa a resposta do material a solicitações externas. Ele serve como uma ponte entre as equações gerais da mecânica dos sólidos e o comportamento específico de um material (Ottosen; Ristinmaa, 2005).

Túlio Patriota (Patriota, 2019) apresenta diferentes modelos constitutivos em seu trabalho, cada um com sua própria expressão para a energia potencial. O autor deste trabalho, no entanto, irá apresentar apenas as equações dos modelos *Prototype Micro-brittle* (PMB) e sua versão simplificado *Linearized Bond-Based* (LBB), sendo esses os dois modelos utilizados neste trabalho.

$$W_{PMB}(x) = \frac{1}{4} \int_{N_\delta} C(\xi) S^2 |\xi| dV_x \quad (25)$$

$$W_{LBB}(x) = \sum_{j \in \mathcal{F}_i} C \frac{\omega_\delta(|\xi_{ij}|)}{|\xi_{ij}|} (\eta_{ij} \cdot \xi_{ij})^2 \Delta V_{ij} \quad (26)$$

2.3.3 Trabalho externo

Na peridinâmica, a energia do trabalho externo, W^E representa a energia transferida para o corpo através de forças externas. O cálculo dessa energia depende de como as condições de contorno são aplicadas na simulação (Patriota, 2019). Em seu trabalho, Túlio Patriota descreve duas principais formas de se calcular o trabalho externo: caso sejam aplicadas condições de contorno de carregamento externo e caso seja aplicada a condição de contorno de velocidade.

Para condições de carregamento externo, o trabalho externo é calculado como mostra a Eq. 27.

$$W_{ext}(t_n) = \sum_{n=2}^{n_{final}} \sum_{i=1}^N \mathbf{b}_i^n \cdot \mathbf{v}_i^{n-1/2} V_i \Delta t \quad (27)$$

Onde:

- t_n : é o tempo no passo de tempo n ;
- n_{final} : é o número total de passos de tempo;
- $\mathbf{b}_i^n$: é a força externa aplicada no ponto i no passo de tempo n ;
- $\mathbf{v}_i^{n-1/2}$: é a velocidade do ponto i no meio do intervalo entre os passos de tempo n e $n - 1$;
- Δt : é o tamanho do passo de tempo.

Já para condições de contorno de restrição de velocidade, a força externa correspondente é calculada como uma força virtual:

$$\mathbf{b}_k^n = \rho \mathbf{a}_k^n - \mathbf{f}_{model,k}^n \quad (28)$$

Sendo:

- $\mathbf{b}_k^n$: a força virtual no ponto k no passo de tempo n ;
- $\mathbf{a}_k^n$: é a aceleração prescrita no ponto k ;
- $\mathbf{f}_{model,k}^n$: é a força interna no ponto k calculada pelo modelo constitutivo.

A energia do trabalho externo é então calculada usando a mesma fórmula que para as condições de contorno de carregamento, mas substituindo a força externa pela força virtual $\mathbf{b}_k^n$ (Patriota, 2019).

2.3.4 Importância do balanço de energia para a peridinâmica

Em um sistema peridinâmico sem dissipação, a energia total deve se conservar ao longo do tempo. Isso significa que a energia total deve permanecer constante durante a simulação (Patriota, 2019):

$$E(t) = 0, \forall t \in [0, t_{final}] \quad (29)$$

No entanto, se houver dissipação de energia no sistema, como a quebra de ligações entre os pontos materiais durante a fratura, a energia total diminuirá com o tempo:

$$\frac{\partial E}{\partial t} < 0 \quad (30)$$

Destarte, a utilidade do balanço de energia para a peridinâmica recai sobre três principais fatores:

- Verificação da estabilidade: a análise do balanço de energia ajuda a verificar se a simulação está estável. Se a energia total aumentar com o tempo em um sistema sem dissipação, indica que a simulação pode estar instável;
- Validação do modelo: o balanço de energia também é usado para validar o modelo numérico. Se a energia total não se conservar em um sistema sem dissipação, indica que pode haver erros na implementação;
- Compreensão do comportamento do material: a análise da energia total e seus componentes (energia cinética, energia potencial e trabalho externo) auxilia na compreensão do comportamento do material durante a simulação.

3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os resultados deste trabalho são divididos em duas principais seções: uma comprovação da eficiência do modelo peridinâmico com o *solver* quase estático, utilizando uma condição sem dano e comparação com resultados analíticos; e uma comprovação da eficiência do *solver* dinâmico-explícito com base em uma condição de falha, tendo como objeto de comparação um estudo feito por Sundaram e Tippur (Sundaram; Tippur, 2018).

Como dito anteriormente, devido à escassez de trabalhos empíricos com base na peridinâmica, o material utilizado, que possui uma energia de deformação bem definida, será o *soda-lime glass*, o mesmo utilizado por Túlio Patriota (Patriota, 2019) em sua tese de mestrado.

O *soda-lime glass* é um tipo de vidro composto principalmente por dióxido de silício (SiO_2), óxido de sódio (Na_2O) e óxido de cálcio (CaO). É o tipo de vidro mais comum, usado para janelas, garrafas, recipientes e diversas outras aplicações (Bourne; Rosenberg, 1996). As propriedades desse material são apresentadas na Tabela 1 a seguir:

Tabela 1 – Propriedades do material *soda-lime glass*

Propriedade	Valor
Módulo de Young E [GPa]	72
Massa específica ρ [kg/m^3]	2440
Coefficiente de Poisson ν	0.3
Energia crítica de deformação G_0 [J/m^2]	3.8

Fonte: Patriota (2019).

3.1 CONDIÇÃO SEM DANO

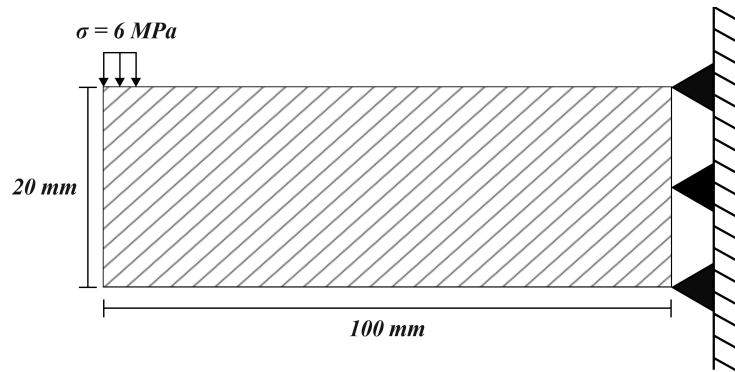
3.1.1 Modelagem peridinâmica

Em um primeiro momento, para validação do método peridinâmico, foi simulada uma viga engastada em uma de suas extremidades com um carregamento de 6 MPa vertical na extremidade oposta. As dimensões da viga são de 100 mm de comprimento por 20 mm de largura. A imagem Figura 7 representa a condição descrita.

Além de garantir o correto funcionamento da simulação, esta primeira etapa também tem por objetivo a ambientação com o algoritmo proposto por Túlio Patriota (Patriota, 2019). Dentre as variáveis de controle estavam as propriedades do material, a geometria da viga, sua discretização (tamanho de malha e de horizonte) e as condições de contorno. Nesse primeiro momento, uma condição sem dano foi selecionada, isto é, sem a presença inicial de trincas e com cargas insuficientes para ocasioná-las. Ademais, o modelo constitutivo LBB foi utilizado para esse processo.

Para simulação do modelo descrito, optou-se por aplicar a carga em 3 nós em linha na parte superior esquerda da viga, enquanto as condições de restrição de deslocamento foram aplicadas

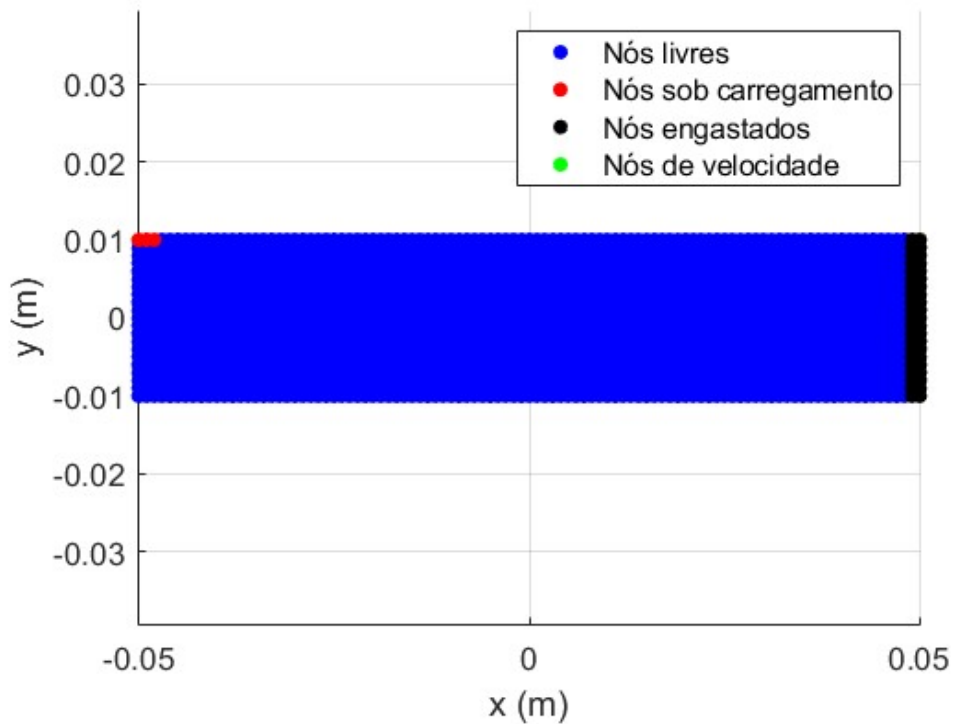
Figura 7 – Representação das condições do modelo sem presença de dano



Fonte: Elaborado pelo autor.

em 2 colunas de nó em toda a parte direita. A Figura 8 representa essa condição.

Figura 8 – Discretização do modelo sem presença de dano

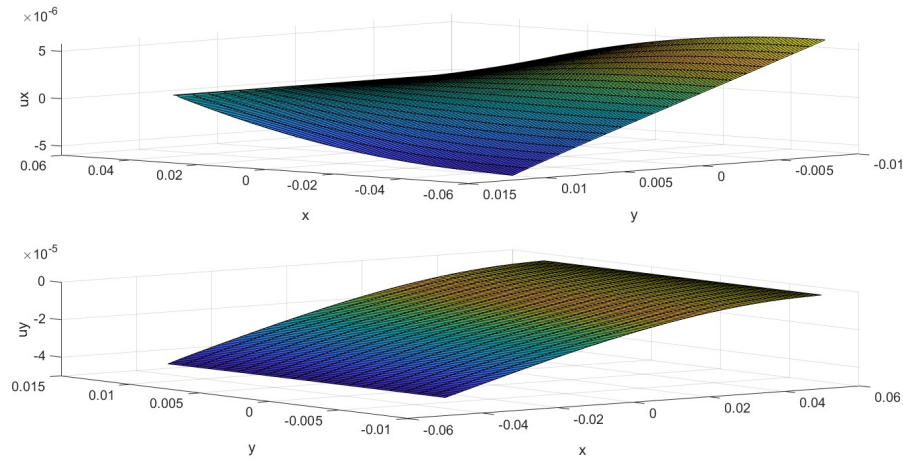


Fonte: Elaborado pelo autor.

Outros parâmetros utilizados nessa etapa incluem: a razão de malha, que foi definida como $d = 4$; o tamanho do horizonte, que foi escolhido como $\delta = 4 \text{ mm}$; e a dimensão da célula quadrada i que, por consequência, é $h = \delta/d = 1 \text{ mm}$. Já o passo de tempo é definido no algoritmo principal “*experiment_template*”, dentro da seção “*Solver*”. No entanto, para o método numérico quase-estático e para as condições definidas, o tempo é considerado irrelevante, uma vez que está se tratando de um caso estacionário. Por escolha do Túlio Patriota (Patriota, 2019), a variável passo de tempo é então substituída por um “número de etapas de carregamento”, que para o processo desta seção foi escolhida como sendo igual a 4.

Quanto ao pós-processamento, o primeiro gráfico gerado pelo algoritmo do Túlio Patriota (Patriota, 2019) é apresentado na Figura 9, a seguir:

Figura 9 – Campo de deslocamento por eixo cartesiano do modelo sem dano



Fonte: Elaborado pelo autor.

O campo de deslocamento apresenta, como o nome sugere, o deslocamento u em ambas as direções do eixo cartesiano, que ocorre devido a aplicação do carregamento externo. Para este experimento, os valores atingidos foram de $\bar{u}_x \approx -0.04 \cdot 10^{-3}$ mm e $\bar{u}_y \approx -4.04 \cdot 10^{-2}$ mm.

O resultado observado, em um primeiro momento, está de acordo com o esperado, pois o deslocamento em x , para as condições definidas, deve ser próximo de zero. Esse resultado é esperado porque a deformação sofrida no eixo das abscissas pelos pontos superiores do corpo se equilibra com a deformação dos pontos inferiores.

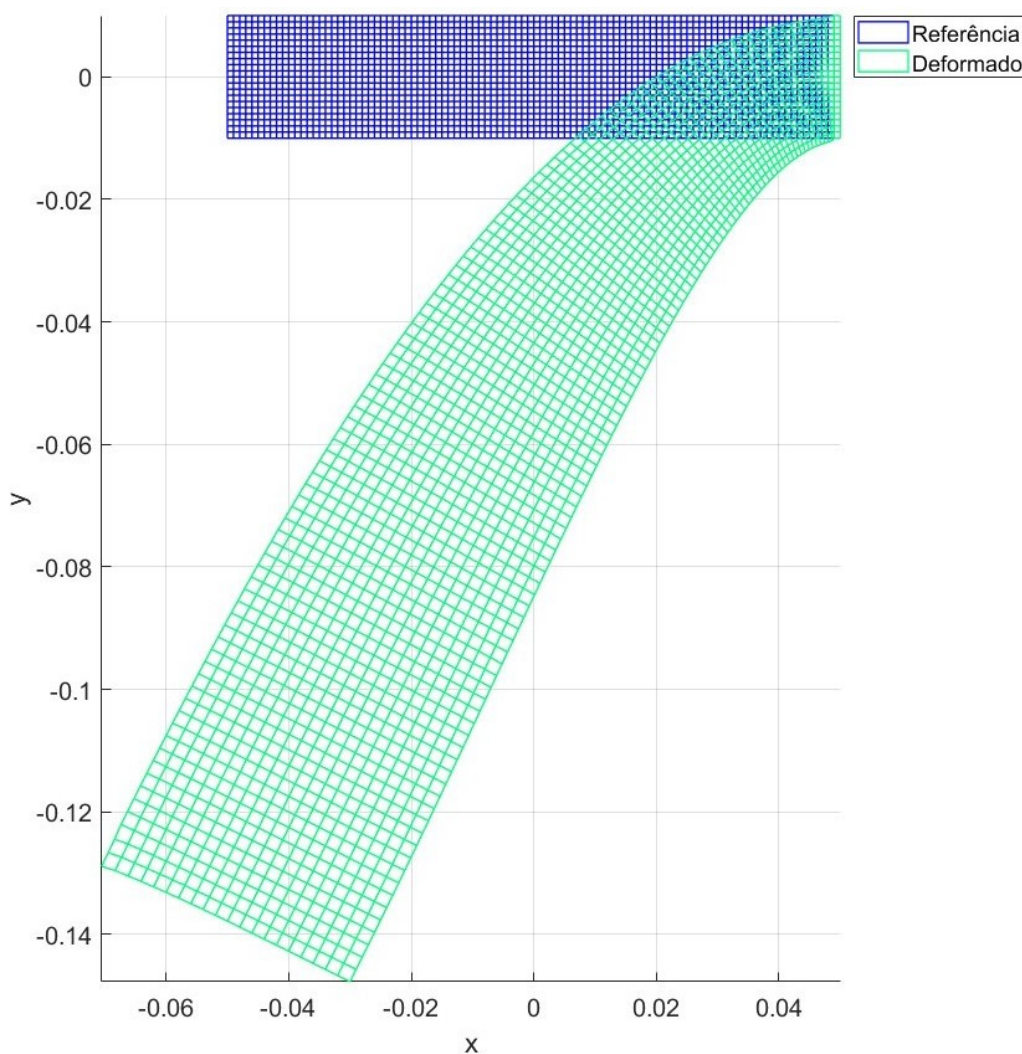
Observando os contornos das superfícies da Figura 9 é possível concluir que a razão de malha e tamanho de célula estão adequados para o problema, uma vez que os efeitos de superfície não são tão aparentes.

Os efeitos de superfície são um fenômeno que ocorre em simulações peridinâmicas devido à natureza não-local da teoria. Eles surgem da diferença na interação entre os pontos materiais próximos à fronteira do corpo em comparação com os pontos no interior. Isto porque os pontos do interior do corpo interagem com todos os pontos dentro de seu horizonte, enquanto na região de fronteira há uma quantidade menor de pontos materiais na vizinhança, o que pode levar a imprecisões na simulação (Madenci; Oterkus, 2014; Patriota, 2019). Os efeitos que podem ser observados na região de fronteira incluem redução da rigidez do material e imprecisão no cálculo das tensões e deformações nas zonas de contorno (Madenci; Oterkus, 2014).

A conclusão quanto à razão de malha recai no tamanho do horizonte, já que quanto menor o horizonte, menor a influência da superfície, pois a vizinhança de cada ponto se torna menor. Isso reduz a diferença de interações dos pontos do interior do corpo quando comparadas com os pontos dos contornos.

O próximo gráfico que é apresentado pelo algoritmo, na Figura 10, representa uma comparação entre o domínio de referência, antes da aplicação do carregamento, e o domínio deformado, após a ocorrência de deformações.

Figura 10 – Domínio de referência vs Domínio deformado do modelo sem dano (fator de escala $= 8.37 \cdot 10^3$)

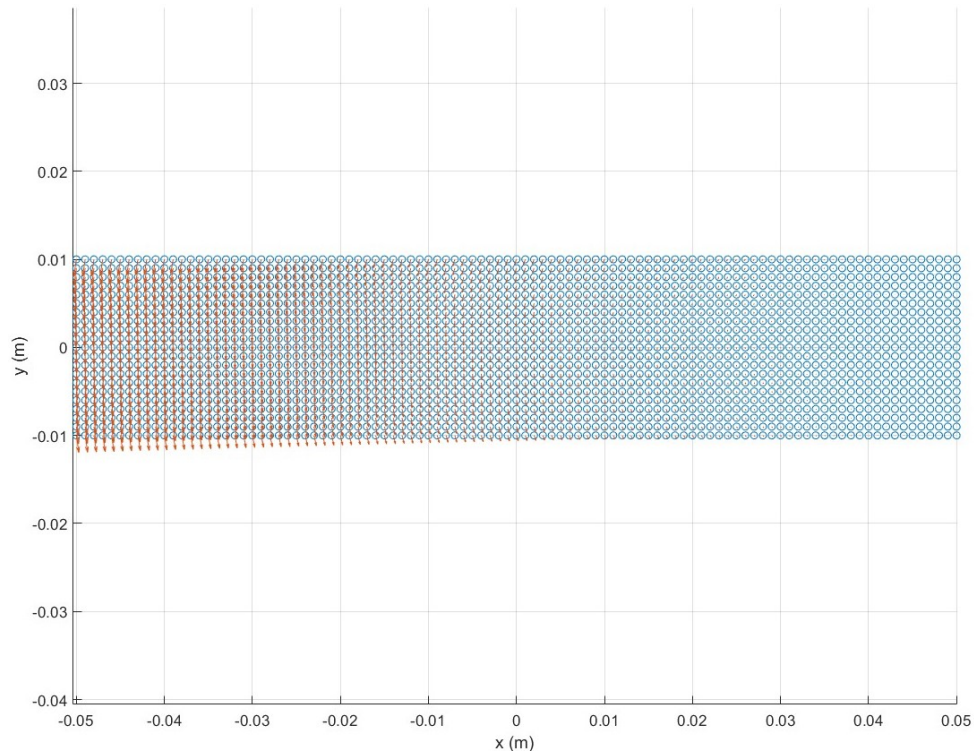


Fonte: Elaborado pelo autor.

A ausência de unidades se deve ao fator de escala escolhido por Túlio Patriota (Patriota, 2019) de, aproximadamente, $8.37 \cdot 10^3$. Essa modificação foi realizada com o intuito de tornar os efeitos da deformação mais visíveis, deixando-os maiores e mais destacados. Por esse motivo, a Figura 10 possui apenas o objetivo de ilustrar os fenômenos.

Em seguida, um gráfico com a malha discretizada e os vetores de deformação são mostrados na Figura 11. Como pode ser observado, os vetores, indicados pelas setas vermelhas, apontam no sentido vertical para a direção inferior, aumentando suas respectivas magnitudes conforme se aproximam da região de carregamento e diminuindo conforme se aproximam dos pontos com restrição de deslocamento, o que vai de acordo com o esperado.

Figura 11 – Vetores de deslocamento do modelo sem presença de dano



Fonte: Elaborado pelo autor.

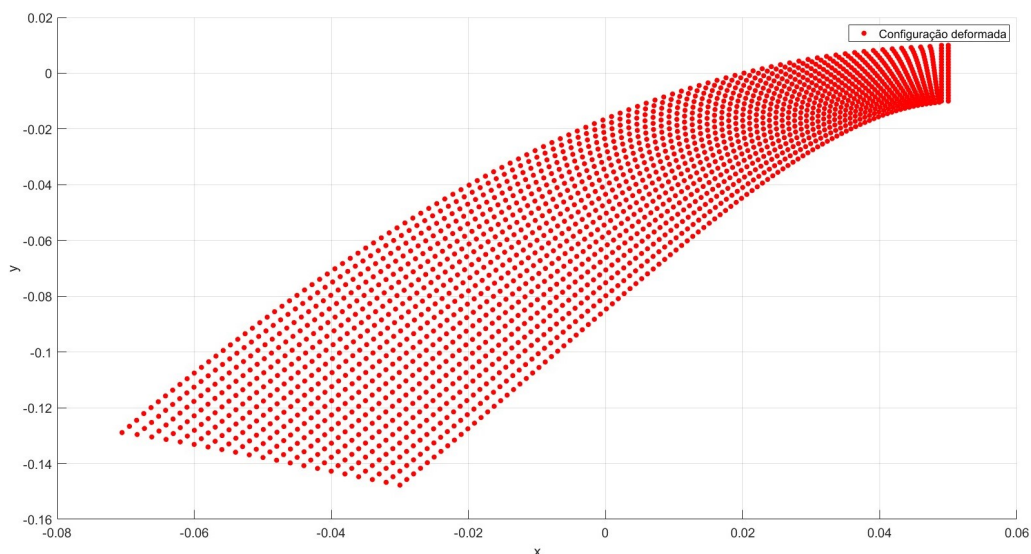
Já a Figura 12 exibe o conjunto de pontos materiais após a ocorrência da deformação, onde cada ponto vermelho representa um ponto material. Como pode ser notado, esse gráfico também está de acordo com o esperado, com pontos mais espaçados próximo a região de aplicação do carregamento, o que indica os maiores deslocamentos e pontos em uma configuração mais densa próxima à região com restrição de deslocamento, sinalizando menores deformações.

O gráfico de deformação adimensional para cada eixo cartesiano é o próximo resultado do pós-processamento, representado na Figura 13. A deformação adimensional usada por Túlio Patriota (Patriota, 2019) é definida como a razão entre o módulo do deslocamento de um ponto, $|u|$, e o raio do horizonte, δ . Em outras palavras, é a razão entre o deslocamento de um ponto e o raio da esfera de influência ao redor desse ponto.

A Figura 13 mostra uma deformação mais acentuada próximo à região de engaste e próxima a região de aplicação da carga. Outro ponto a ser notada é o efeito de distribuição das cargas a partir da região restrita em movimento, o que é evidenciado pela curvatura pronunciada próxima a esse local. Como pode ser previsto, a carga aplicada na extremidade oposta causa uma deflexão descendente, sendo mais um indicativo de coerência do algoritmo. A deformação adimensional máxima em x foi de $\epsilon_x = 7.81 \cdot 10^{-5}$ e em y foi de $\epsilon_y = -4.66 \cdot 10^{-5}$.

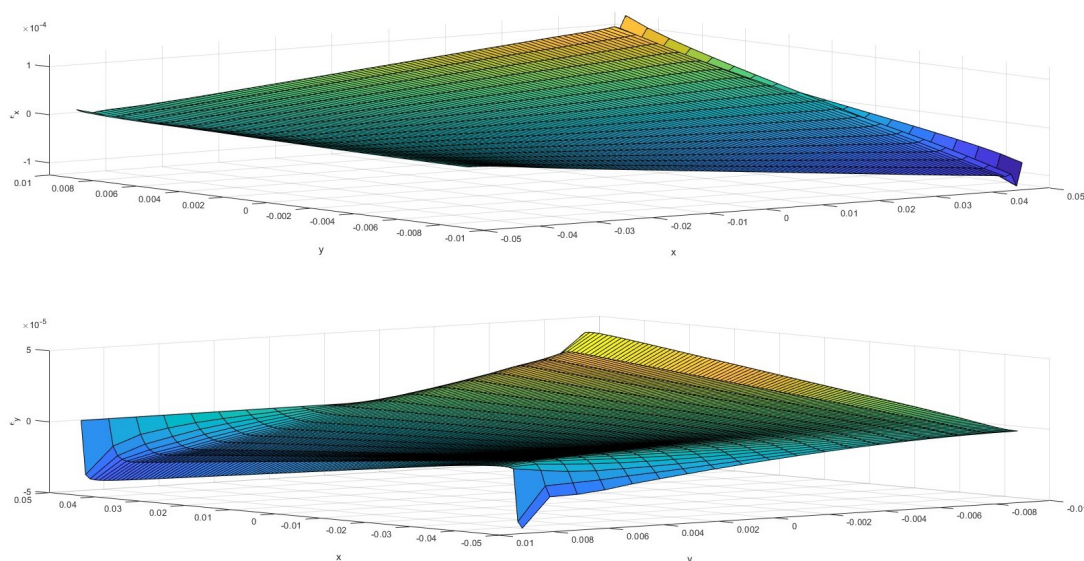
A Figura 14 apresenta a densidade de energia de deformação acumulada na placa de *soda-lime glass* após aplicação do carregamento. A partir desse gráfico, é possível observar a elevada densidade de energia nas extremidades engastadas do material. Esse pico nos cantos é importante, pois revela locais de concentração de tensões, regiões sujeitas a nucleação de trincas. Com base

Figura 12 – Configuração dos pontos materiais após a deformação do modelo sem dano



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 13 – Deformação adimensional por eixo cartesiano do modelo sem dano



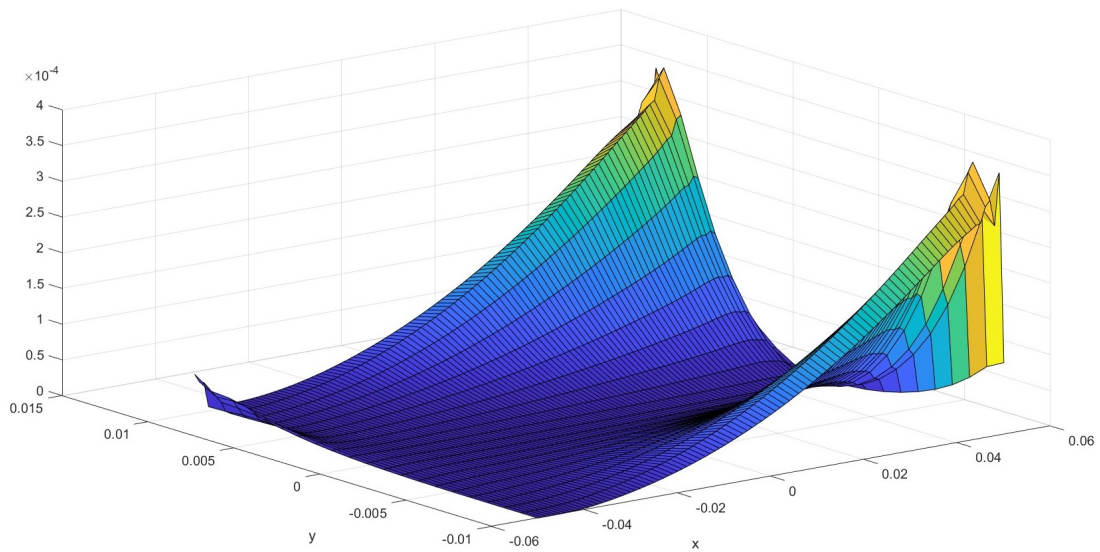
Fonte: Elaborado pelo autor.

nessa análise, pode-se determinar os pontos mais críticos de uma estrutura, o que facilita tomada de decisões quanto a aplicação de reforços ou pontos de constante sensoriamento.

Por fim, a última figura gerada pelo pós-processamento do algoritmo do Túlio Patriota (Patriota, 2019) apresenta a evolução da energia total do sistema ao longo das etapas de aplicação de carregamento, uma vez que o passo de tempo não é aplicável para um caso estacionário como o simulado nessa etapa deste trabalho.

Em análise à Figura 15 pode-se afirmar que a energia do sistema correspondeu, assim como os demais resultados, com a teoria, de forma que a não houve dissipação de energia, já

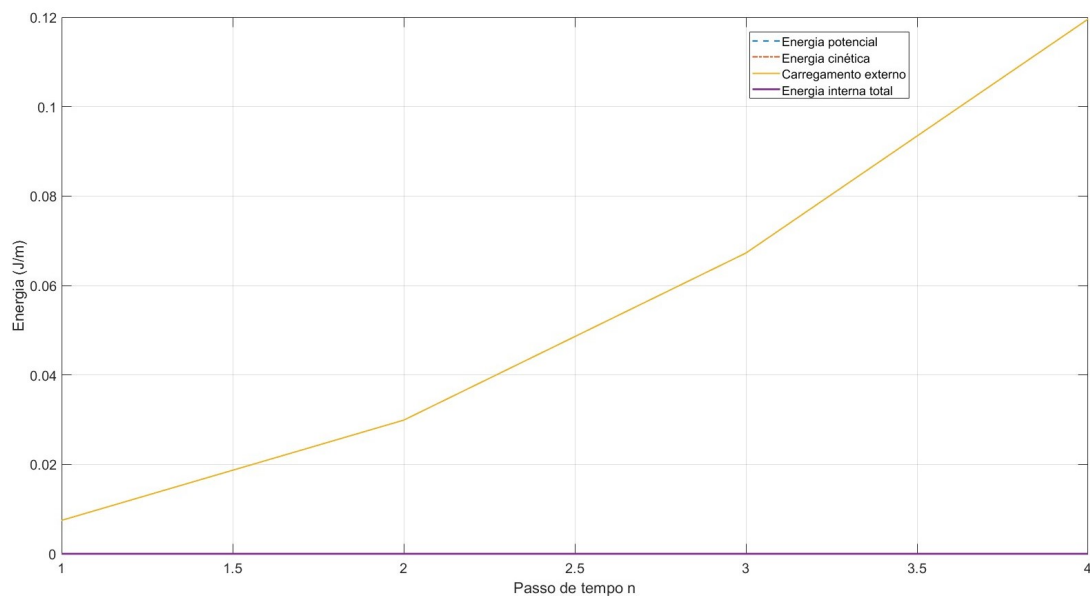
Figura 14 – Densidade de energia de deslocamento do modelo sem dano



Fonte: Elaborado pelo autor.

que não houve a nucleação ou propagação de falhas. Como pode-se observar, a energia total permaneceu nula durante todo o experimento, condizendo com a Eq. 29. À medida que a energia potencial do sistema foi aumentando, o trabalho externo foi se equivalendo, o que é mostrado pela sobreposição dessas duas curvas. Já a energia cinética também permaneceu nula, uma vez que se tratava de um caso estacionário. A máxima densidade de energia de deformação, conforme mostra o gráfico, é de $3.78 \cdot 10^{-4} \text{ J/m}$.

Figura 15 – Evolução da energia interna do sistema do modelo sem dano



Fonte: Elaborado pelo autor.

3.1.2 Validação dos resultados

Para verificação dos resultados alcançados, uma solução analítica, com as mesmas condições apresentadas na seção anterior, é realizada. Para dinâmica deste trabalho, a teoria envolvida será explanada conforme for necessário.

Para aplicação da carga, três nós em linha na parte superior esquerda da viga foram separados. Sendo o tamanho da célula discretizada, h , igual a 1 mm, temos que o carregamento de 6 MPa foi distribuído igualmente sobre um comprimento de $L_F = h \cdot 3 = 3$ mm. Desta forma, a carga concentrada, nas coordenadas $x = -0.049$ m e $y = 0.010$ m, é de:

$$F_c = \sigma \cdot L_F = 6 \cdot (3 \cdot 10^{-3}) = 18kN \quad (31)$$

Considerando o braço de força x_F de 99 mm, o momento fletor sobre a viga é igual a:

$$M_F = F_c \cdot x_F = 18 \cdot 10^3 \cdot 99 \cdot 10^{-3} = 1782Nm \quad (32)$$

O cálculo da deflexão de uma viga retangular leva em conta o módulo de Young do material E , o momento de inércia de área da seção transversal I e o momento fletor calculado na Eq. 32 (Hibbeler; Silva; Júnior, 2004), como mostrado na Eq. 33.

$$EI \frac{d^2v}{dx^2} = M(x) \quad (33)$$

Para uma seção retangular, o momento de inércia é dado por (Hibbeler; Silva; Júnior, 2004):

$$I = \frac{bH^3}{12} \quad (34)$$

onde H é a altura da viga e b é sua espessura. No entanto, por se tratar de uma análise de um modelo 2D, a espessura será tratada como unitária, isto é, $b = 1$ mm.

Dessa forma, considerando o carregamento na ponta contrária do engaste, temos que:

$$EI \frac{d^2v}{dx^2} = -F_c \cdot x_F \quad (35)$$

Que leva a:

$$EI \frac{dv}{dx} = \frac{-F_c \cdot x_F^2}{2} + C_1 \quad (36)$$

E assim:

$$EIv = \frac{-F_c \cdot x_F^3}{6} + C_1 \cdot x_F + C_2 \quad (37)$$

Sendo C_1 e C_2 constantes arbitrárias que dependem das condições de contorno.

Para o caso em questão, as condições de contorno são: $dv/dx = 0$ em $x = x_F$ e $v = 0$ em $x = x_F$. Fazendo essas considerações, é possível concluir que: $C_1 = F_c \cdot x_F^2/2$ e $C_2 = -F_c \cdot x_F^3/3$.

Portanto:

$$v_{max} = -\frac{F_c \cdot x_F^3}{3EI} \quad (38)$$

Logo, considerando os dados do problema, tem-se que:

$$v_{max} = -1,21 \cdot 10^{-4}m = -0,121mm \quad (39)$$

Em comparação com a Figura 12, pode-se observar que o ponto de maior deformação em y, pela peridinâmica, é deslocado em -0.127 mm. Dessa forma, um erro estimado pode ser levantado:

$$Erro(\%) = \frac{|v_{analitico} - v_{peridinamica}|}{|v_{peridinamica}|} \cdot 100\% \quad (40)$$

Logo, o erro percentual para as condições de estudo é de $Erro(\%) = 4.7\%$, comprovando a eficiência do método peridinâmico. Neste ponto, é válido dizer que o valor apresentado para o erro percentual é conservador, uma vez que o método analítico utilizado considerou uma espessura para a placa. Caso fosse utilizado um outro método 2D para análise de reação a carregamentos, como o Método de Airy, é esperado que esse valor diminua.

3.2 ESTUDO DE PROPAGAÇÃO DE TRINCA

O objetivo desta seção é estudar a evolução de trincas segundo a modelagem peridinâmica, de forma a validar a utilização dessa ferramenta na análise de estruturas, levantamento dos pontos críticos e base de comparação para alertas de manutenções preventivas.

Desta forma, uma condição explorada por Túlio Patriota (Patriota, 2019) será utilizada para comparação com resultados empíricos do estudo de Balamurugan Sundaram e Hareesh Tippur (Sundaram; Tippur, 2018), que utilizaram o mesmo material deste trabalho, o *soda-lime glass*.

Para esta etapa, uma viga com 100 mm de comprimento por 40 mm de largura e uma trinca inicial de 50 mm no centro da sua aresta esquerda será simulada. Um carregamento distribuído é aplicado em toda aresta superior e em toda aresta inferior. A Figura 16 representa essa condição.

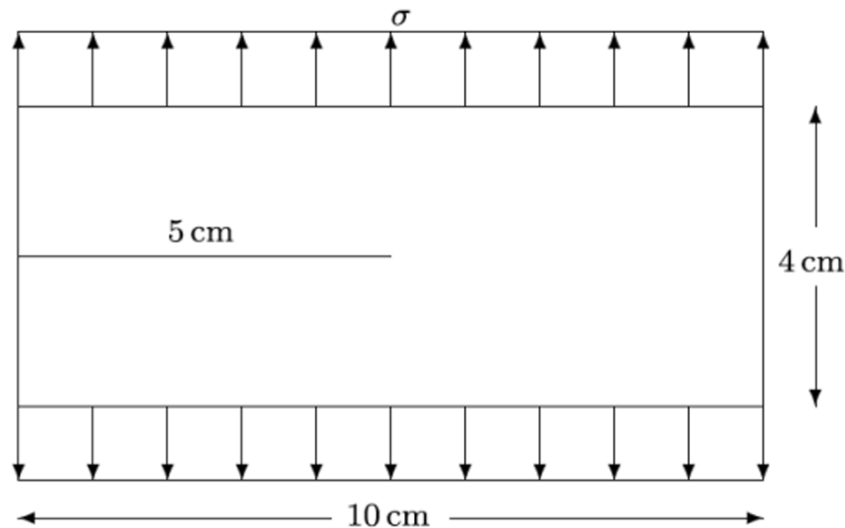
Por se tratar de uma condição que evolui com o tempo, o *solver* dinâmico-explícito se faz necessário. Outras configurações necessárias ao algoritmo são:

- Definição do dano inicial: tamanho, em metros, e localização, por coordenadas do plano cartesiano, precisam ser configurados nas variáveis *notch_length* e *damage.crackIn*, respectivamente. Além disso, também é necessário indicar que o dano é aplicado, o que é feito alterando o valor da variável *damage.damageOn* de “false” para “true”¹;

¹ Para melhor compreensão, o algoritmo de Túlio V. Patriota é de livre acesso e pode ser encontrado em: https://bitbucket.org/tulio_vbp/pdlab/src/master/

- Modelo constitutivo: o modelo LBB utilizado anteriormente é um modelo elástico linear que não inclui nenhum mecanismo para modelar a fratura ou dano em materiais. Por esse motivo outro modelo precisa ser escolhido. Nesta etapa, o autor optou por utilizar o PMB.

Figura 16 – Representação do modelo com trinca inicial



Fonte: Patriota (2019).

Quanto aos dados dinâmicos para simulação, um passo de tempo de $2 \mu\text{s}$ para um tempo total percorrido de $300 \mu\text{s}$. As velocidades prescritas utilizadas foram de 0.1m/s , 0.125m/s , 0.150m/s e 0.175m/s , totalizando 4 simulações, com o objetivo de visualizar a evolução da falha.

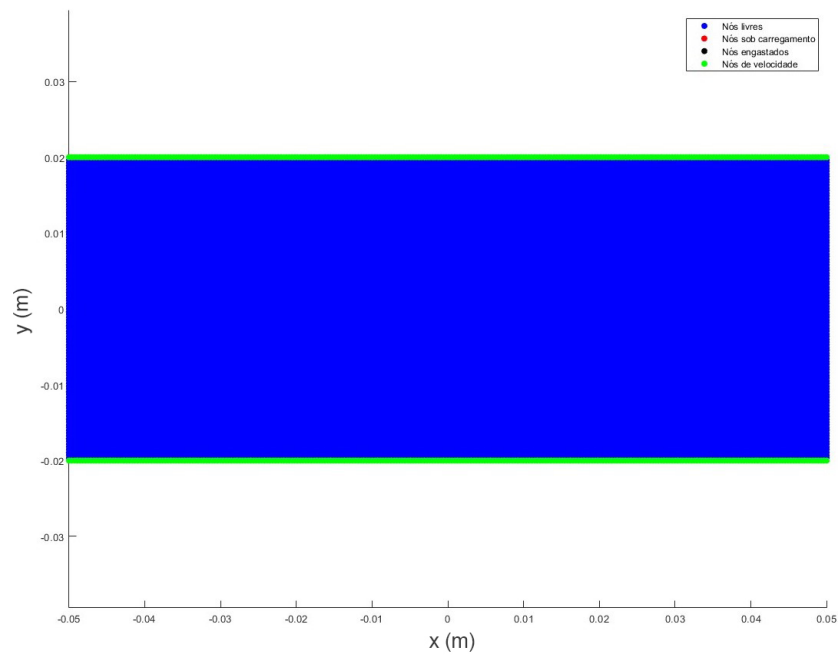
Conforme mostra a Figura 17, a malha também foi alterada, de forma que a razão de malha foi ajustada para $d = 5.5$, com um horizonte definido para $\delta = 2 \text{ mm}$. Logo, a dimensão da célula quadrada i é de $h = \delta/d \approx 0.364 \text{ mm}$.

Da mesma forma que no experimento anterior, as primeiras figuras a serem apresentadas são o campo de deslocamento por eixo cartesiano, expressando as deformações no eixo x e no eixo y . O interessante a ser observado é a evolução dos deslocamentos, se redistribuindo e se modificando conforme a trinca é propagada.

Conforme pode-se observar na Figura 18, o deslocamento em x , u_x , evolui de forma abrupta conforme a velocidade prescrita aumenta, se intensificando nas regiões das extremidades direita da viga, o que fica claro se compararmos essa região da Figura 18 a) até a Figura 18 d). Esse fenômeno corresponde não apenas à propagação da falha, mas também ao início de ramificações. Outro ponto, agora olhando para o deslocamento em y , u_y , é o destaque da trinca, formando uma descontinuidade na deformação. Também é importante observar a intensificação das deformações conforme a velocidade aumenta. Isso pode ser visto pela escala do deslocamento em y , que aumenta junto com a velocidade prescrita e está de acordo com os resultados esperados.

Os próximos gráficos, na Figura 19, apresentam a configuração deformada dos pontos materiais após aplicação da tensão de tração para cada simulação. Relacionando essas figuras com as vertentes da Figura 18, o deslocamento expressivo em y fica claro, representado pela

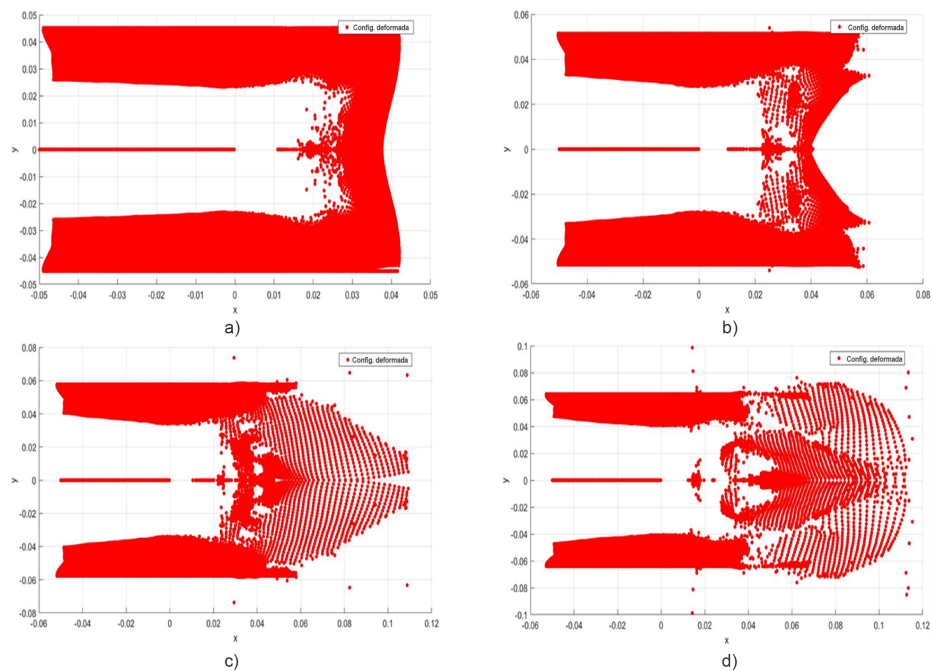
Figura 17 – Representação do modelo com trinca inicial



Fonte: Elaborado pelo autor.

região em branco na Figura 19. Não menos importante, a evolução da deformação em x também pode ser observada nos pontos das extremidades direita da viga, que são acentuadas conforme a velocidade prescrita aumenta. As ramificações, a partir da Figura 19 c) também ficam claras, reforçando a conformidade dos resultados.

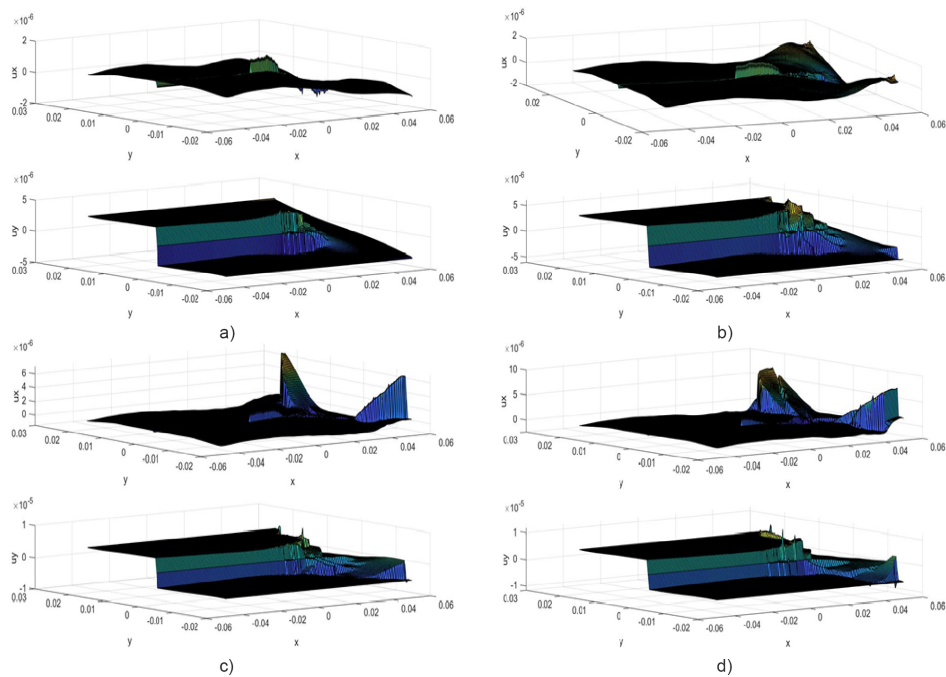
Figura 19 – Campo de deslocamento da condição com dano inicial



Fonte: Elaborado pelo autor.

Legenda: a) $v = 0.100$ m/s; b) $v = 0.125$ m/s; c) $v = 0.150$ m/s; d) $v = 0.175$ m/s.

Figura 18 – Campo de deslocamento da condição com dano inicial



Fonte: Elaborado pelo autor.

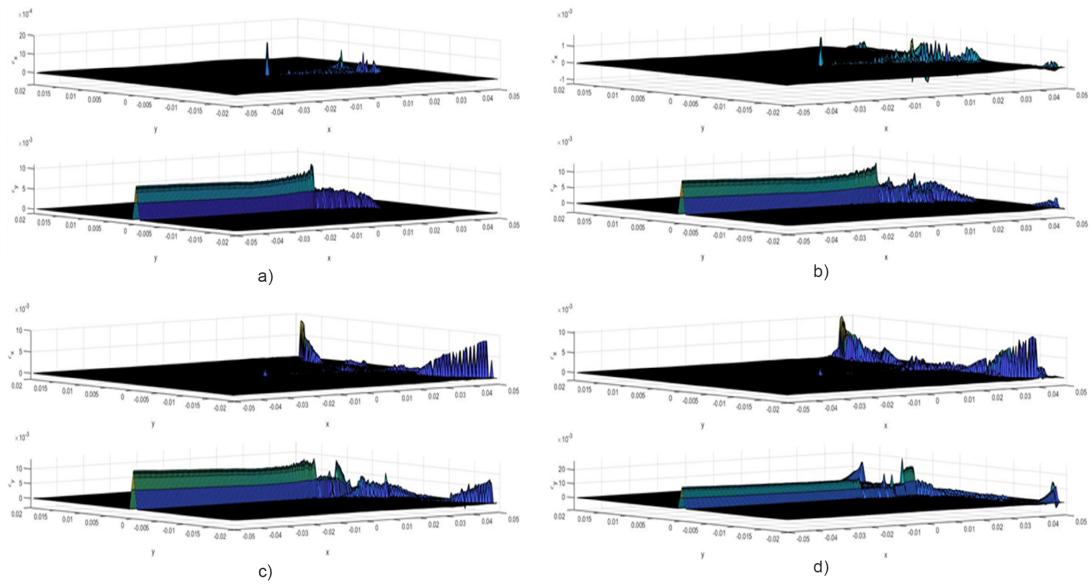
Legenda: a) $v = 0.100$ m/s; b) $v = 0.125$ m/s; c) $v = 0.150$ m/s; d) $v = 0.175$ m/s.

Em seguida são apresentados os deslocamentos adimensionais nos eixos das ordenadas e das abscissas, como pode-se observar na Figura 20. Para todos os casos de velocidade prescrita, a deformação ϵ_y mantém o mesmo perfil triangular na região da trinca. Também é possível notar a sequência dessa perfil do lado direito, mas agora com uniformidades por se tratar da propagação da falha e não mais a quebra de ligações em si. Já na deformação ϵ_x , observa-se novamente o aumento gradativo dos deslocamentos nas extremidades direita da viga que, reforçando, retrata os efeitos da ramificação da trinca.

Adiante estão as representações do índice de dano, na Figura 21. Esses são uma forma de avaliar a extensão da falha, bem como a taxa de progressão do dano. Na peridinâmica, esses índices são tipicamente calculados considerando a porcentagem de ligações quebradas em um ponto de material, sendo que um ponto com todas as suas ligações quebradas receberá um índice de dano de 1, enquanto um ponto de material sem ligações quebradas receberá um índice 0. Dessa forma, uma mapa é feito, expressando a distribuição espacial da falha em um corpo (Patriota, 2019).

Com essas considerações, pode-se visualizar nas imagens da Figura 21 a progressão da trinca até $x = 0.17$ m, aproximadamente. Deste ponto em diante, observa-se o início da ramificação e o aumento da complexidade da direção de propagação, que progridem conforme a velocidade prescrita aumenta. Esse comportamento sugere que a velocidade tem um papel importante na forma como a energia é dissipada e como o material se rompe.

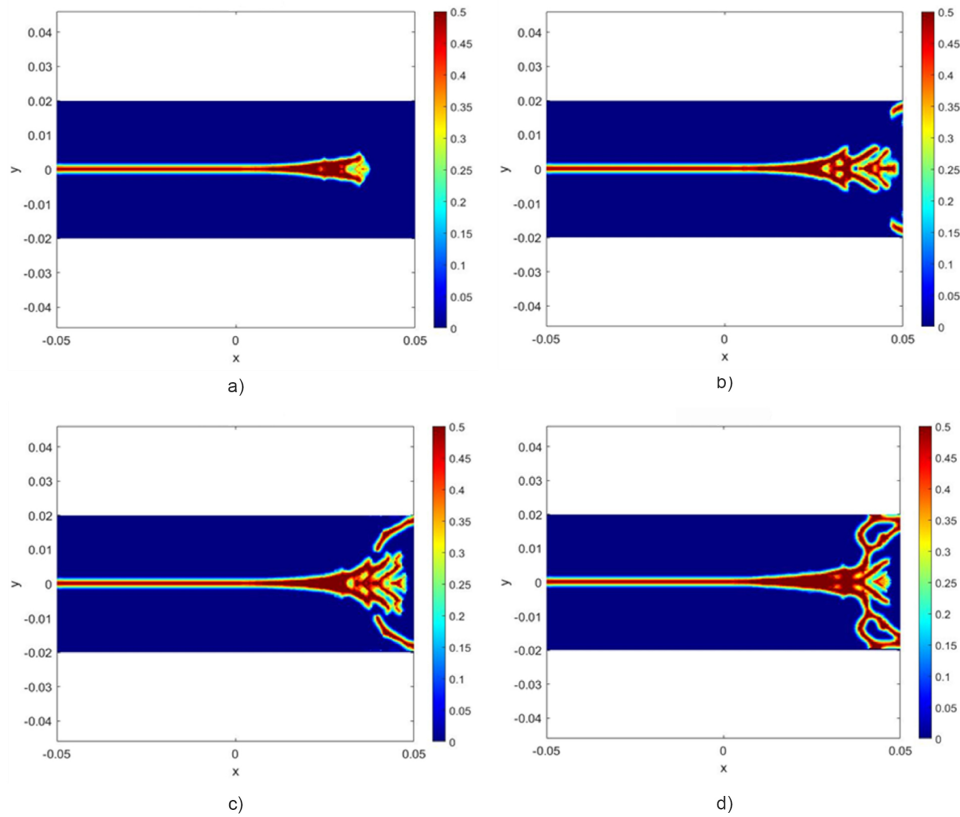
Figura 20 – Deslocamento adimensional da condição com dano inicial



Fonte: Elaborado pelo autor.

Legenda: a) $v = 0.100$ m/s; b) $v = 0.125$ m/s; c) $v = 0.150$ m/s; d) $v = 0.175$ m/s.

Figura 21 – Índice de dano do modelo com trinca inicial



Fonte: Elaborado pelo autor.

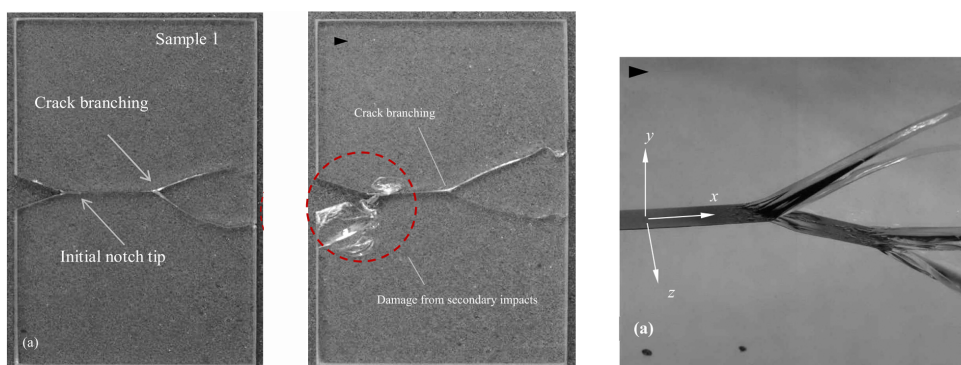
Legenda: a) $v = 0.100$ m/s; b) $v = 0.125$ m/s; c) $v = 0.150$ m/s; d) $v = 0.175$ m/s.

Outro detalhe essencial da Figura 21 é a simetria do lado superior com o lado inferior, resultante do estado de tensão simétrico implementado no modelo e da consideração de um material

isotrópico. Em condições reais, atingir o mesmo resultado é improvável, uma vez que materiais reais apresentam variações em sua microestrutura, como porosidades, inclusões e distribuição de grãos (Hibbeler; Silva; Júnior, 2004). Outros fatores que influenciam na improbabilidade desse resultado são os fatores ambientais, que não são considerados na simulação, a forma de fixação da viga para o experimento, a complexidade do processo de propagação de ondas de tensão no material e a dificuldade em exercer um carregamento totalmente simétrico em toda a extensão do corpo.

Para efeitos de comparação, a Figura 22 apresenta os resultados de um experimento com o material *soda-lime glass* realizado por Balamurugan Sundaram e Hareesh Tippur (Sundaram; Tippur, 2018). Como pode ser visto, a simetria nos resultados experimentais é quebrada, mas a complexidade e direção de propagação e ramificação se assemelham. Essa observação se faz importante, pois comprova a conformidade do modelo peridinâmico implementado e realça sua utilidade como ferramenta ao SHM, podendo ser utilizado para comparação com modelos reais, tomada de decisões, redução de custos, levantamento de pontos críticos, dentre outras funções limitadas à criatividade.

Figura 22 – Resultados de experimentos de impacto com *soda-lime glass*



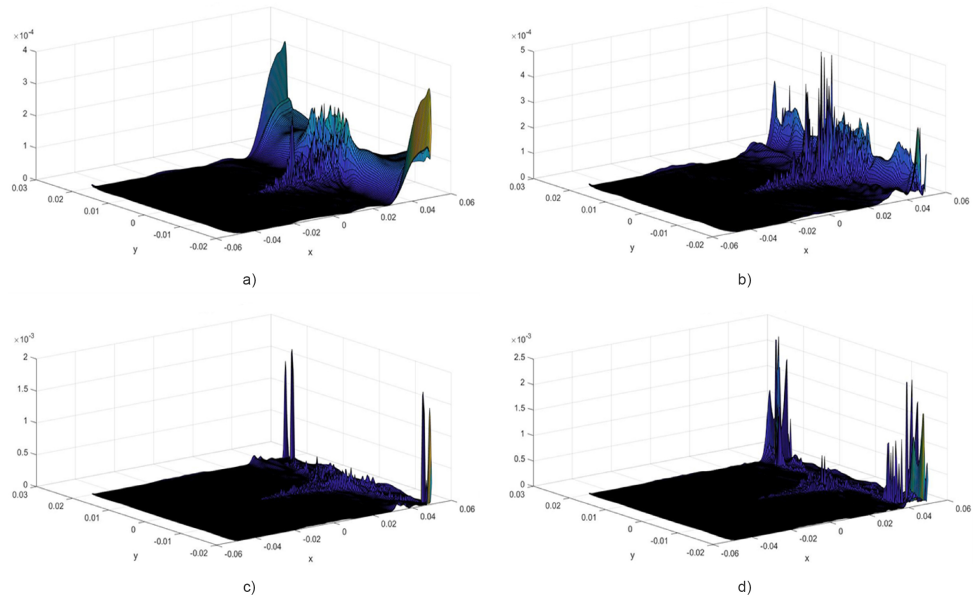
Fonte: Sundaram & Tippur (2018).

Os próximos gráficos mostram a densidade de energia de deformação para cada velocidade prescrita. Essas representações na Figura 23 demonstram a distribuição dos deslocamentos com o aumento da velocidade, com concentrações mais destacadas e menos distribuídas para as maiores velocidades, indicando a quebra das influências entre pontos materiais, ou seja, a progressão da falha. Ao mesmo tempo, é possível constatar a densidade de energia quase nula nos locais com dano inicial, o que também é justificado pela quebra das ligações entre pontos.

Da mesma forma que na modelagem sem dano, os resultados do pós-processamento para o modelo com trinca inicial é finalizado com os gráficos da energia interna total do sistema ao longo do tempo. Como pode ser observado na Figura 24, as respostas em energia das simulações estão em acordo com a teoria, pois considerando os efeitos da evolução do pré-dano ao decorrer do tempo, a Eq. 30 entre em cena, isto é, há dissipação de energia.

Da Figura 24 c) e Figura 24 d) também constata-se uma quebra em massa de ligações, entre, aproximadamente, o passo 300 e o passo 350 da simulação, o que é revelado pela queda da

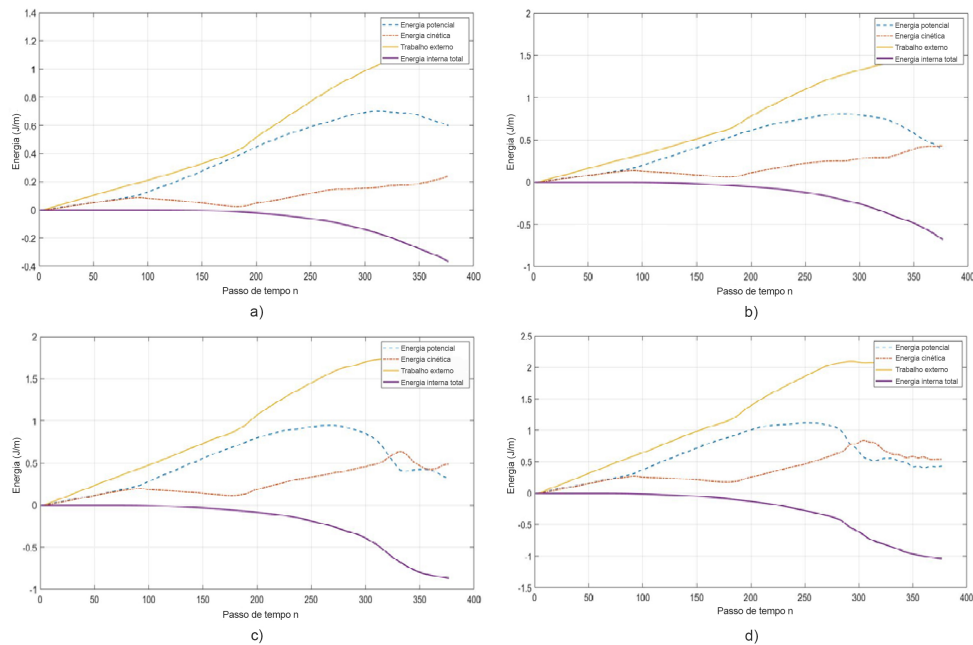
Figura 23 – Densidade de energia do modelo com dano inicial



Fonte: Elaborado pelo autor.

Legenda: a) $v = 0.100$ m/s; b) $v = 0.125$ m/s; c) $v = 0.150$ m/s; d) $v = 0.175$ m/s.

Figura 24 – Densidade de energia do modelo com dano inicial



Fonte: Elaborado pelo autor.

Legenda: a) $v = 0.100$ m/s; b) $v = 0.125$ m/s; c) $v = 0.150$ m/s; d) $v = 0.175$ m/s.

energia potencial de deformação e o aumento simultâneo da energia cinética do sistema.

Ademais, a Figura 24 revela o incremento da magnitude das componentes da energia total de acordo com o aumento das velocidades prescritas, sendo esse mais um indicativo de conformidade com os resultados esperados.

4 CONCLUSÃO

Este trabalho teve por objetivo demonstrar a eficiência da modelagem peridinâmica como ferramenta de auxílio para o SHM¹. Após realizar estudos e comprovações e com base no algoritmo e tese do Túlio Patriota (Patriota, 2019), é possível concluir que este trabalho foi bem sucedido, mostrando a coerência dos modelos peridinâmicos e seu potencial para aumentar a segurança, a vida útil e a viabilidade de estruturas.

Nesta produção também foram destacadas as possibilidades de utilização da peridinâmica, principalmente pela sua capacidade intrínseca de modelar descontinuidades e falhas em materiais, mas, além disso, para construção de modelos preditivos em conjunto com dados de sensores em tempo real; para determinação da necessidade de intervenções preventivas, evitando acidentes catastróficos; e a possibilidade de simular diferentes cenários de carregamento, como impactos, explosões e fadiga.

Através dos resultados alcançados neste trabalho foi apresentada a diversidade de situações que a peridinâmica consegue modelar, especialmente em casos com existência de descontinuidades, como as trincas. Também foi comprovada a eficiência do método peridinâmico por meio da realização de um comparativo com métodos analíticos, onde o erro percentual alcançado foi de 4.7%.

Dentre as dificuldades encontradas destacam-se a precariedade de experimentos práticos envolvendo a peridinâmica, o que leva a escassez de materiais com energia crítica de deformação bem definida, limitando esse estudo à utilização do *soda-lime glass*. Outro contratempo foi o primeiro contato do autor deste trabalho com a teoria peridinâmica e, consequentemente, com o algoritmo do Túlio Patriota (Patriota, 2019), o que, além de aumentar o tempo necessário para realização dos processos, também pode ter levado a não exploração total do potencial da peridinâmica.

Visando trabalhos futuros, o autor sugere a realização de um comparativo sistemático entre a peridinâmica e o método de elementos finitos em termos de precisão, eficiência computacional e capacidade de modelar diferentes tipos de falhas. Outra sugestão é a realização de experimentos práticos com materiais metálicos, como o aço e o alumínio, que na data de publicação deste trabalho ainda não possuem uma energia crítica de deformação bem definida.

¹ Do inglês, Structural Health Monitoring

REFERÊNCIAS

- BOURNE, N. K.; ROSENBERG, Z. The dynamic response of soda-lime glass. **AIP Conference Proceedings**, v. 370, n. 1, p. 567–572, 05 1996. ISSN 0094-243X. Disponível em: <https://doi.org/10.1063/1.506660>.
- DIAS, J. P. et al. A review of crack propagation modeling using peridynamics. **Probabilistic prognostics and health management of energy systems**, Springer, p. 111–126, 2017.
- DU, Q. et al. Analysis and approximation of nonlocal diffusion problems with volume constraints. **SIAM Review**, Society for Industrial and Applied Mathematics, v. 54, n. 4, p. 667–696, 2012. ISSN 00361445, 10957200. Disponível em: <http://www.jstor.org/stable/24248355>.
- FAVARELLI, E.; GIORGETTI, A. Machine learning for automatic processing of modal analysis in damage detection of bridges. **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement**, v. 70, p. 1–13, 2020. Disponível em: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:229194961>.
- FIGUEIREDO, E.; BROWNJOHN, J. M. W. Three decades of statistical pattern recognition paradigm for shm of bridges. **Structural Health Monitoring**, v. 21, p. 3018 – 3054, 2022. Disponível em: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:247771493>.
- FIGUEIREDO, E. et al. Machine learning algorithms for damage detection under operational and environmental variability. **Structural Health Monitoring**, SAGE Publications, v. 10, n. 6, p. 559–572, 2010. Disponível em: <https://doi.org/10.1177/1475921710388971>.
- GRASSE, F. et al. Structural health monitoring of wind turbine blades by strain measurement and vibration analysis. In: **Proceedings of the 8th International Conference on Structural Dynamics, EURODYN**. [S.l.: s.n.], 2011.
- HIBBELER, R. C.; SILVA, J. P. N. d.; JÚNIOR, W. C. d. S. **Resistência dos materiais**. [S.l.]: Pearson Prentice Hall, 2004.
- MADENCI, E.; OTERKUS, E. **Peidynamic Theory and Its Applications**. [S.l.]: Springer, 2014.
- MIRAGLIA, G. et al. Assessing structural health state by monitoring peridynamics parameters in operational conditions. In: _____. [S.l.: s.n.], 2023. p. 39–50. ISBN 978-3-030-93235-0.
- NESTOROVIC, T.; TRAJKOV, M.; PATALONG, M. Identification of modal parameters for complex structures by experimental modal analysis approach. **Advances in Mechanical Engineering**, SAGE Publications Sage UK: London, England, v. 8, n. 5, p. 1687814016649110, 2016.
- OTTOSEN, N.; RISTINMAA, M. **The Mechanics of Constitutive Modeling**. 1. ed. [S.l.]: Elsevier Science, 2005. 745 p.
- PATRIOTA, T. **Numerical investigation of damage models in two-dimensional peridynamics using MATLAB**. 2019. Dissertação (Mestrado) — Politecnico di Milano, Italy, 2019.
- RĂDULESCU, V. M. et al. Structural health monitoring of bridges under the influence of natural environmental factors and geomatic technologies: A literature review and bibliometric analysis. **Buildings**, MDPI, v. 14, n. 9, p. 2811, 2024.

ROSA, H. N.; MONELLI, D. M.; BAZANI, M. A. Peridynamics as predictive maintenance tool for crack monitoring. In: **XLI Ibero-Latin American Congress on Computational Methods in Engineering**. [S.l.: s.n.], 2020. v. 2, n. 02.

SILLING, S. Reformulation of elasticity theory for discontinuities and long-range forces. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, v. 48, n. 1, p. 175–209, 2000. ISSN 0022-5096. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022509699000290>.

SUNDARAM, B. M.; TIPPUR, H. V. Dynamic fracture of soda-lime glass: A full-field optical investigation of crack initiation, propagation and branching. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, v. 120, p. 132–153, 2018. ISSN 0022-5096. Special issue in honor of Ares J. Rosakis on the occasion of his 60th birthday. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0022509617307287>.

TAIE, S. et al. Feature engineering for structural health monitoring (shm): A damage characterization review. In: _____. [S.l.: s.n.], 2020. p. 26. ISBN 9781799866596.

WECKNER, O.; RASSAIAN, M.; SILLING, S. Bird-strike analysis using an eulerian peridynamic formulation. In: SPRINGER. **Proceedings of the 25th International Modal Analysis Conference**. [S.l.], 2014.

ZHAN, H.; FANGB, T. Flutter stability studies of great belt east bridge and tacoma narrows bridge by cfd numerical simulation. In: SHANGHAI, CHINA. **The Seventh International Colloquium on Bluff Body Aerodynamics and Applications (BBAA7)**. [S.l.], 2012.