



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
Instituto de Ciência e Tecnologia
Câmpus de Sorocaba

JULIO BONATTI

Método iterativo para descoberta do intervalo sazonal em séries temporais

Sorocaba

2023

JULIO BONATTI

Método iterativo para descoberta do intervalo sazonal em séries temporais

Trabalho de Conclusão de Curso de Graduação apresentado como parte dos pré-requisitos para a obtenção do título de Engenheiro de Controle e Automação, à Universidade Estadual Paulista, “Júlio de Mesquita Filho”.

Orientador: Prof. Dr. Everson Martins.

B699m	Bonatti, Julio Método iterativo para descoberta do intervalo sazonal em séries temporais / Julio Bonatti. -- Sorocaba, 2023 52 p. : tabs., fotos Trabalho de conclusão de curso (Bacharelado - Engenharia de Controle e Automação) - Universidade Estadual Paulista (Unesp), Instituto de Ciência e Tecnologia, Sorocaba Orientador: Everson Martins 1. Previsão. 2. Análise de séries temporais. 3. Fourier, Transformadas de. 4. Autoregressive integrated moving average. 5. Filtros elétricos digitais. I. Título.
-------	--

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca do Instituto de Ciência e Tecnologia, Sorocaba. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
Instituto de Ciência e Tecnologia de Sorocaba

Método iterativo para descoberta do intervalo sazonal em séries temporais

Julio Bonatti

ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO
PARTE DO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE
BACHAREL EM ENGENHARIA DE CONTROLE E AUTOMAÇÃO

Prof. Dr. Everson Martins
Coordenador

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Everson Martins
Orientador / UNESP – Campus Sorocaba

Prof. Dr. Galdenoro Botura Junior
Avaliador / UNESP – Campus Sorocaba

MBA. M. Sc. Tiago Dantas Botura Junior
Avaliador / Externo

Sorocaba

2023

AGRADECIMENTOS

Aos meus principais apoiadores, meus pais, Joaquim Bonatti Junior e Luzia Facina Bonatti, por terem me proporcionado a oportunidade de cursar o curso de Engenharia de Controle e Automação na universidade, e de terem proporcionado toda jornada para que eu pudesse ter as habilidades necessárias para que eu pudesse acompanhar e desempenhar o curso devidamente.

Ao meu orientador, por ter conduzido, norteado e aceitado meu tema de trabalho. Além disso, o trabalho só foi possível de ser realizado com os conhecimentos passados sobre o contexto de análises de sinais.

À minha namorada, Giovanna, que sempre esteve presente desde o início até o final do meu trabalho. Não menos importante, sou grato por todos os incentivos e apoios de forma compreensiva que sempre me ajudaram durante todo desenvolvimento de minha pesquisa.

À minha irmã Marina Bonatti que me ajudou com construções textuais, incentivos e passagem de sabedorias em diferentes áreas de conhecimento.

Ao meu primo Bruno e minha amiga Clorys, por me instigar e enfatizar que este projeto era um passo importante à minha formação acadêmica e profissional, que serviram de gatilho para que eu pudesse concluir meus trabalhos.

Aos meus companheiros e amigos que formaram um laço de irmandade, Mandela, Tiago, Yudi, Catu, Guita, Judas, Twolapa, Lucca, Barnard, Bzerro e Ferrari, por estarem presentes em minha vida e obstáculos durante a universidade e sempre proporcionarem boas experiências.

A todos meus professores da faculdade que me proporcionaram todo contexto e base acadêmica para que eu pudesse me tornar um Engenheiro de Controle de Automação.

Aos meus mentores, amigos e colegas de trabalho Lucas Klink, Fernando Cleber, Raphael Costa, Diego Mariano, Roberto Eyama e Rafael Mendes, que me ensinaram e aprofundaram meus conhecimentos na área de engenharia, estudo de vibrações, inteligência artificial, automação, sinais, redes e ciência da computação. Sem eles esse estudo não teria sido possível.

BONATTI, Julio. **Método iterativo para descoberta do intervalo sazonal em séries temporais**. 55 f. PFC (Graduação) - Curso de Engenharia de Controle e Automação, Instituto de Ciência e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Sorocaba, 2023.

RESUMO

As indústrias que possuem uma mentalidade emergente buscam constantemente reduzir custos e otimizar a produção para aumentar seus lucros, diminuindo despesas. Para alcançar a otimização industrial, técnicas como Lean Manufacturing (Manufatura Enxuta), estatística, engenharia, seis sigma e gestão de qualidade total são utilizadas no século. Uma dessas técnicas é a predição de dados, que usa métodos estatísticos. No estudo é tratado do desenvolvimento de um algoritmo para identificação automática do parâmetro ‘m’ usado no modelo estatístico SARIMA para modelagem e predição da saúde de máquinas. Isso permite usar o modelo SARIMA sem uma análise manual para identificação do período da sazonalidade. Para adquirir as ferramentas de análise necessárias, foram estudados métodos de decomposição, filtragem, medição de energia de espectros e processamento de séries temporais, o que tornou possível a montagem de um algoritmo baseado em séries temporais. A série temporal da temperatura de um motor foi explorada para identificar quais ferramentas eram necessárias e quais se encaixariam no propósito do algoritmo. Com isso, foi possível idealizar e implementar um algoritmo iterativo capaz de realizar o cálculo do parâmetro ‘m’. Ele foi implementado em Python, normalizando e filtrando o dado e, em seguida, realizando a diferenciação iterativa, testando-se a energia do espectro do sinal resultante em cada iteração. No final, é obtido o índice do período baseado na menor energia resultante da diferenciação, que equivale ao período sazonal da série temporal analisada. A implementação em Python é baseada em uma classe com métodos e atributos para cada etapa do algoritmo, permitindo sua utilização anterior à modelagem e predição do método SARIMA sem a necessidade de um estudo prévio da série temporal. Todos os passos do algoritmo e todos os métodos da classe em Python foram discutidos. Em seguida, o algoritmo foi testado usando bases de dados simuladas e, por fim, uma base de dados real de temperatura de um motor. A utilização do algoritmo foi capaz de melhorar a porcentagem de predições validas em 9,88% na modelagem automática.

Palavras-chave: Predição. SARIMA. *Python*. Diferenciação.

BONATTI, Julio. **Iterative method to find the seasonal interval in time series**.55 f. Undergraduate Thesis - Control and Automation Engineering Course, Institute of Science and Technology, São Paulo State University "Júlio de Mesquita Filho", Sorocaba, 2023.

ABSTRACT

Industries with an emerging mindset are constantly seeking to reduce costs and optimize production to increase profits by decreasing expenses. To achieve industrial optimization, techniques such as Lean Manufacturing, statistics, engineering, Six Sigma, and Total Quality Management are currently utilized. One of these techniques is data prediction, which uses statistical methods. This study deals with the creation of an algorithm for the automatic discovery of the parameter 'm' used in the statistical SARIMA model for modeling and predicting machine health. This allows the use of the SARIMA model without a manual analysis for discovering the period of seasonality. To acquire the necessary analysis tools, methods of decomposition, filtering, energy measurement of FFT spectrum, and time series processing were studied, making it possible to assemble a time series-based algorithm. The temperature time series of an engine was explored to understand which tools were necessary and which best fit the algorithm's purpose. With this, it was possible to design and implement an iterative algorithm capable of performing the calculation of the 'm' parameter. It was implemented in Python, normalizing and filtering the data and then performing iterative differentiation, testing the energy of the spectrum of the resulting signal at each iteration. In the end, it is possible to obtain the index of the period based on the smallest resulting energy of differentiation, which equates to the seasonal period of the analyzed time series. The Python implementation is based on a class with methods and attributes for each step of the algorithm, allowing its use prior to the modeling and prediction of the SARIMA method without the need for prior study of the time series. All the steps of the algorithm and all the methods of the Python class were discussed. The algorithm was then tested using simulated databases and, finally, a real database of engine temperature. The use of the algorithm was able to improve the percentage of valid predictions by 9,88% in automatic modeling.

Keywords: Forecast. SARIMA. Python. Differencing.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Índice de maturidade de indústria 4.0.....	14
Figura 2 - Casos de covid no Brasil do ano 2020	17
Figura 3 - Média móvel aplicada a uma série temporal.....	18
Figura 4 - Partes internas de um motor elétrico	20
Figura 5 - Imagem térmica de um eixo com rolamento defeituoso	21
Figura 6 - Exemplificação de mensagem enviada por modulação por amplitude	22
Figura 7 - Bloco representativo do oscilador controlado por tensão.	23
Figura 8 - Demonstração gráfica do Oscilador controlado por tensão	23
Figura 9 - Imagem demonstrando o sinal no domínio do tempo e no domínio da frequência	26
Figura 10 - Imagem demonstrativa dos espectros de frequência e de fase.....	26
Figura 11 - Modelo de média móvel aplicado a dados reais.....	31
Figura 12 - Diagrama de bloco do algoritmo de identificação sazonal.	33
Figura 13 - Temperatura do motor ao longo de 2 meses	38
Figura 14 - Temperatura do motor durante 4 dias	39
Figura 15 - FFT da temperatura do motor com filtro de remoção de tendência	40
Figura 16 - Temperatura do motor decomposta em componentes de tendência, sazonal e resíduo	41
Figura 17 – Séries temporais simuladas e utilizadas nos testes do algoritmo	42
Figura 18 - Imagem da somatória das senóides utilizada no teste	43
Figura 19 - Resultado da diferenciação utilizando atrasos de 199, 200 e 201	44
Figura 20 - FFT dos dados diferenciados em 199, 200 e 201.....	44
Figura 21 - Dado da temperatura do motor filtrado pelo algoritmo	45
Figura 22 - Sinal sem componente de tendência normalizado	46

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Configurações das senoide tesadas	37
Tabela 2 - Período de cada frequência identificada na imagem 15	40

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

SARIMA	<i>Seasonal integrated autoregressive moving average model</i>
ARIMA	<i>Integrated autoregressive moving average model</i>
SVM	<i>Support Vector Machine</i>
AM	<i>Amplitude modulated</i>
VCO	<i>Voltage Controlled Oscillator</i>
FM	<i>Frequency modulated</i>
DFT	<i>Discrete Fourier Transform</i>
FFT	<i>Fast Fourier Transform</i>
IIR	<i>Infinite Impulse Response</i>
AR	<i>Autoregressive Model</i>
MA	<i>Moving Average Model</i>
ARMA	<i>Autoregressive Moving Average Model</i>
RMS	<i>Root Mean Square</i>

SUMÁRIO

1 Introdução	13
2 Justificativa e objetivos	16
3 Revisão de literatura	16
3.1 Séries temporais	16
3.2 Média móvel	17
3.3 Decomposição de uma série temporal	19
3.4 Relação temperatura e defeitos em motores	20
3.5 Modulação por amplitude	21
3.6 Modulação por frequência	22
3.8 Transformada de Fourier	24
3.8.1 Transformada rápida de Fourier (FFT)	27
3.9 Filtros digitais	27
3.9.1 Filtro IIR – Butterworth	28
3.10 Predição	28
3.10.1 Modelo Autorregressivo (AR)	29
3.10.2 Modelo de média móvel (MA)	30
3.10.3 Modelo de média móvel (ARIMA)	31
3.10.4 Modelo de média móvel (SARIMA)	32
4 Metodologia	32
4.1 Estudo explorativo	33
4.2 Normalização	34
4.3 Filtro	34
4.4 Iteração	34
4.4.1 Diferenciação da série temporal	34
4.4.2 Teste de RMS da FFT do sinal	35
4.5 Realização do código	35
4.5.1 Método de cálculo da sazonalidade	35
4.5.2 Método de normalização	35
4.5.3 Método de normalização de frequências	35
4.5.4 Método de remoção de frequências baixas	36
4.5.5 Método de cálculo da FFT	36

4.5.6 Método de cálculo do RMS de um vetor	36
4.5.7 Método de aplicação de translação e diferenciação	36
4.6 Teste do código python.....	36
5 Resultados	38
5.1 Resultado do Estudo explorativo	38
5.2 Teste do algoritmo com dado simulado	42
5.2.1 Bloco de normalização de frequência.	43
5.2.2 Bloco de remoção de frequências baixas.	43
5.2.3 Iteração para encontrar o valor de sazonalidade	43
5.3 Teste do algoritmo com dado real.....	45
5.3.1 Desempenho do filtro.....	45
5.3.2 Normalização	46
5.3.2 Resultado do algoritmo	46
6 Conclusão	47
REFERÊNCIAS	48

1. Introdução

As indústrias têm como seu principal objetivo obter lucros com sua produção em larga escala, ou seja, diminuir gastos e ter maior rendimento em sua produção. Devido a isso, a indústria tem se modernizado ao longo dos anos, evoluindo de uma produção manual, para uma produção automatizada. A produção manual utilizada no início da indústria, tinha como principal característica o uso máquina a vapor somadas com o trabalho manual simples e repetitivo. Além disso no início da revolução industrial as condições de trabalho eram extremamente ruins, além serem muito repetitivos, eles eram muito cansativos e perigosos pois além de não existirem muitas leis trabalhistas, as máquinas tinham pouquíssimos dispositivos de segurança (SOUSA, 2021). Ao passar dos anos com a implementação da eletricidade (segunda revolução industrial) e da eletrônica (terceira revolução industrial) foi possível substituir cada vez mais a mão de obra dos trabalhos repetitivos, desgastantes e perigosos. Com a implementação da robótica, foi possível executar tarefas com muito mais precisão e repetibilidade. Logo a qualidade e agilidade da produção foram extremamente bonificadas. A implementação dessas tecnologias demanda muito capital inicial, porém uma vez instaladas o custo da mão de obra fica muito reduzido, contabilizando apenas a manutenção e sua energia gasta. Quando uma máquina falha é necessária a ação dos manutentores, todavia o maior impacto de uma manutenção nem sempre é o gasto com as peças e o salário dos profissionais da manutenção, podendo gerar prejuízos pela ineficiência da linha de produção, pois a máquina vai ficar parada durante a manutenção, ou seja, a fábrica produzirá menos durante este período (SOUSA, 2021).

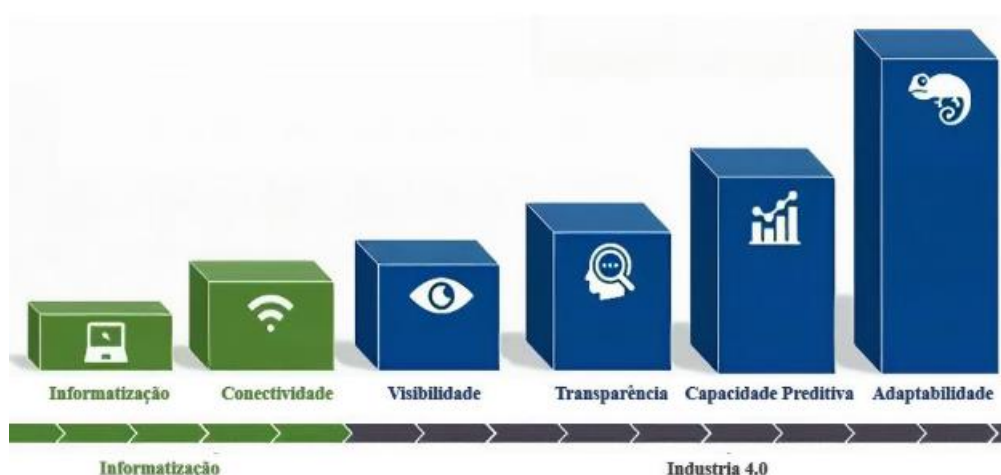
Foram criadas estratégias de manutenção para que as paradas tivessem menos impacto na produtividade da indústria, sendo elas manutenções preventivas, preditivas e planejadas. Para que os três tipos de manutenções ocorressem são necessários conhecimento do processo produtivo e dados históricos para melhor planejamento das estratégias de manutenção. Por isso as indústrias estão se modernizando ainda mais para que e possam produzir com mais eficiência utilizando dados históricos para poderem prever e planejar as manutenções (SANTOS, 2022).

As indústrias, em 2022, aplicam sensoriamento em sua produção com o fim do melhor entendimento da saúde dos equipamentos que fazem parte da linha de produção para evitarem falhas e paradas. As falhas mais comuns são: aquecimento, aumento de vibração, aumento do atrito, aumento da energia consumida, vazamentos, danos em rolamentos e nos piores casos explosões (SANTOS, 2022).

A indústria 4.0 tem como principal característica o acúmulo de dados da produção, utilizando-os para a tomada de decisão. Eles podem servir tanto para manutenção quanto para a gerência da indústria. Portanto este modelo de indústria engloba diferentes áreas como a internet das coisas, robótica, logística, inteligência artificial, computação em nuvem etc. O maior objetivo é conectar as máquinas e sistemas em forma de rede para aperfeiçoar o processo produtivo (MORAIS, 2018).

Foi desenvolvido uma escala de maturidade de industrial, conhecida como INDUSTRIE 4.0 MATURITY INDEX. Seus passos podem ser observados na Figura 1.

Figura 1 – Índice de maturidade da indústria 4.0



Fonte: <https://www.industria40.ind.br/noticias/18011-avanco-da-industria-40-supoe-convivencia-da-economia-com-a-academia>

A indústria 4.0 tem os passos de maturidade definidos por: informatização, conectividade, visibilidade, transparência, capacidade preditiva e por fim adaptabilidade. É importante ressaltar que o início da maturidade começa com a informatização, e a partir dela são adquiridos dados que são transformados em informações úteis para a geração de conclusões sobre o processo. A partir destas informações é ampliada a visão do funcionamento da fábrica e o entendimento dos seus pontos positivos e negativos. Esse aprendizado é traduzido para ideias de melhorias e criação de modelos matemáticos para a otimização (WOLKERS, 2023).

A fim de reduzir os problemas ligados às falhas das máquinas, empresas estão desenvolvendo técnicas de avaliação da saúde de máquinas, podendo determinar ao longo do tempo seu “quadro clínico”, servindo para diagnosticar o estado atual da qualidade de operação dela. Uma vez determinado a evolução da saúde da máquina são feitos melhores planejamentos de manutenções, ou seja, melhor aproveitamento das linhas de produções obtendo menor tempo

de paradas e menores chances de acidentes ou correções mais custosas, acarretando menos problemas logísticos e monetários para as indústrias (AUGURY, 2020).

Geralmente para a determinação da saúde de uma máquina são coletados dados de corrente, vibração, temperatura e tipo da produção, de modo que é acompanhado a saúde por cada tipo de batelada. O estado das variáveis de saúde tende a piorar, então é previsto sua evolução. A informação do estado futuro é uma informação muito valiosa para a tomada de decisão, melhorando a escolha das paradas e o tipo da manutenção a ser realizada (AUGURY, 2020).

Para a realização da predição é imprescindível o histórico da saúde da máquina, portanto as indústrias modernas estão utilizando equipamentos capazes de historiar os dados da máquina. Além desse fator da saúde da máquina existem outras empresas realizando a predição da saúde da máquina baseados nos dados de saúde anteriores. Isso é possível caso exista o histórico da saúde da máquina.

Existem métodos de análises de séries temporais que são capazes de determinar pontos futuros baseados no histórico de pontos passados, são chamados de algoritmos de predição, eles foram amplamente desenvolvidos e estudados no século 20. O aumento do poder de processamento estão surgindo diversas formas de aplicação destas teorias. Portanto, utilizando estes algoritmos em valores de saúde de uma máquina, é adquirido sua predição (AYRES; SOUZA; FREITAS, 2022).

Seasonal integrated autoregressive moving average (SARIMA) é um método muito utilizado em análises de séries temporais, as quais apresentam componentes sazonais. Existem bibliotecas na linguagem python que aplicam o modelo SARIMA em seus algoritmos para encontrar valores futuros em séries temporais (NIELSEN, 2019).

Este trabalho tem como objetivo o desenvolvimento de um método para a determinação do parâmetro ‘m’ utilizado no modelo SARIMA utilizando os próprios dados da série temporal. O método envolve a remoção da componente de tendência da série e testa iterativamente a potência média quadrática (RMS) da transformada rápida de Fourier (FFT). O processo iterativo diferencia o sinal calculando o RMS da FFT, aumentando-se o atraso da diferenciação a cada loop. O objetivo é encontrar o melhor ajuste do parâmetro ‘m’ para o modelo SARIMA.

2. Justificativa e objetivos

O entendimento de uma resposta ou comportamento futuro incessantemente foi de interesse da humanidade, todavia nem sempre é possível modelar o comportamento de uma variável com uma equação única ou fixa. Diante disso, foram criados métodos e algoritmos de previsão que testam formas de encontrar valores futuros de uma variável baseada em pontos passados, dentre eles existem a Autorregressivo (AR) (NIELSEN, 2019), a média móvel (MA) (NIELSEN, 2019), Autorregressivo Integrado de Médias móveis (ARIMA) (NIELSEN, 2019), e o modelo autorregressivo integrado de médias móveis sazonal (SARIMA) (NIELSEN, 2019). Esses modelos utilizam parâmetros em suas equações que devem ser escolhidos de acordo com a série temporal. Para o modelo SARIMA existem, em janeiro do ano de 2023, algoritmos que escolhem automaticamente 3 dos seus 4 parâmetros, porém o parâmetro de sazonalidade deve ser escolhido manualmente.

O objetivo principal do trabalho é o desenvolvimento de um método capaz de encontrar automaticamente o parâmetro da sazonalidade em uma série temporal baseado nela mesma. Para isso, a série temporal será submetida a vários processamentos matemáticos iterativos a fim de encontrar o valor do seu período, o qual é utilizado como parâmetro no modelo SARIMA.

Além disso, o método será implementado e testado utilizando a linguagem de programação python e algumas de suas principais bibliotecas de cálculos matemáticos e processamento de sinais, numpy e scipy. Portanto com esta solução será possível encontrar automaticamente todos os parâmetros do modelo SARIMA. Assim, a aplicação desse modelo para a predição de dados pode ser utilizada em mais casos de forma automática, pois será possível a determinação de todos os parâmetros sem ter informação sobre a série temporal à ser prevista.

3. Revisão de literatura

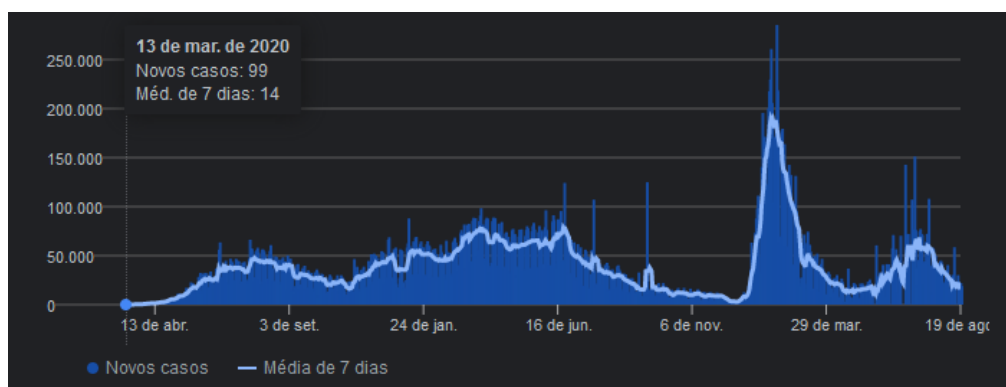
Este capítulo contém o embasamento teórico utilizado no trabalho, com uma breve descrição de séries temporais na Seção 3.1, e sobre os conceitos de média móvel na Seção 3.2, incluindo conceitos sobre a decomposição de séries temporais na Seção 3.3. É explicado e exemplificado os problemas de temperatura nos defeitos dos motores elétricos na Seção 3.4 e conceitos de modulação de sinais nas seções 3.5 e 3.6. O tema transformada de Fourier é trabalhado na Seção 3.8 e o de filtros digitais na seção 3.9. E por fim os modelos utilizados nos algoritmos de predição na Seção 3.10.

3.1 Séries temporais

Séries temporais são séries de pontos indexados no domínio do tempo, de modo que é produzido uma função variante no tempo. Isso significa que o tempo é uma variável independente desta série. Para a construção de uma série temporal é coletado um valor a cada intervalo regular de tempo, portanto é determinado uma taxa de aquisição (IVANOVIC; KURBALIJA, 2016).

Por exemplo, é coletado o dado da quantidade de infectados por um certo tipo de doença a cada dia, ou seja, a taxa de coleta é diária e assim podemos determinar um apanhado do número de infectados diariamente. Com esse valor é possível entender o estágio atual da progressão epidemiológica desta doença. Normalmente a interpretação inicial de uma série temporal é realizada por meio de um gráfico. Um exemplo real da situação descrita é demonstrado na Figura 2.

Figura 2 - Casos de covid no Brasil do ano 2020



Fonte: <https://www.google.com/search?q=casos+de+covid+brasil>

No gráfico cada ponto representa a quantidade de casos de COVID19 coletados durante um dia, portanto o gráfico é composto de um conjunto de coletas organizadas na ordem do dado mais antigo (13 de mar. 2020) até o mais novo.

Análises de series temporais, modelagem e predição tem sido fundamentais para vários contextos práticos. Para melhorar a eficiência e acurácia da modelagem e predição de séries temporais, uma grande quantidade de modelos inovativos, foram propostos nas últimas duas décadas (ADHIKARI; AGRAWAL, 2013). Alguns autores reconhecem que três classes importantes de modelos de séries temporais: A estocástica, redes neurais e SVM. No presente trabalho, a discussão ficará restrita aos modelos estocásticos (IVANOVIC; KURBALIJA, 2016).

3.2 Média móvel

Uma média móvel z_t á uma série temporal construída utilizando médias de uma sequência de valores de uma outra série temporal Y_t . Ela é obtida criando um subconjunto de tamanho k de Y_t e calculando sua média aritmética, o resultado é o primeiro valor da série da média móvel, ou seja, $z_{t=1}$. O próximo valor da série ($z_{t=2}$) é obtido incrementando a indexação de cada item do subconjunto e calculando sua média aritmética. A média móvel pode ser expressa de duas formas mais conhecidas, A bilateral e a unilateral. A primeira pode ser expressa da seguinte forma (HYNDMAN, 2010):

$$z_t = \frac{1}{2k+1} \sum_{j=-k}^k Y_{t+j}, \quad t = k+1, k+2, \dots n-k. \quad (1)$$

Nesta equação os termos $k+1, k+2, \dots$ representam os valores futuros da série analisada. De forma similar, a média móvel unilateral pode ser escrita da seguinte forma (HYNDMAN, 2010):

$$z_t = \frac{1}{k+1} \sum_{j=0}^k Y_{t-j}, \quad t = k+1, k+2, \dots n. \quad (2)$$

Uma média móvel pode ser entendida como um tipo de filtro o qual transforma uma série temporal em outra (HYNDMAN, 2010). Um exemplo gráfico de uma média móvel unilateral pode ser observado na Figura 3.

Figura 3 - Média móvel aplicada a uma série temporal



Fonte: <https://medium.com/swlh/moving-averages-the-full-guide-a01879968e87>

No gráfico a linha preta é o dado original Y_t e a média móvel gerada é representada na cor azul. É importante mencionar que foi utilizado uma média móvel com $k = 200$. Esse fator é determinante para o grau de atenuação do sinal. Portanto quanto maior o valor de k , menos ruidosa será a onda, de forma análoga, quanto menor o valor de k , mais próximo z_t vai se tornar de Y_t . Portanto essa função é uma forma de convolução de modo que se assemelha com o resultado de um filtro passa baixa (HYNDMAN, 2010).

3.3 Decomposição de uma série temporal

Uma série temporal pode ser decomposta em quatro componentes separadas, as quais podem ser identificadas como: tendência, cíclica, sazonalidade e o resíduo (CRYER; CHAN, 2008). A componente de tendência é uma mudança a longo termo na série. A componente cíclica representa mudanças na série feitas e períodos não fixos. A componente sazonalidade (S_t) são mudanças no dado ligadas às estações meteorológicas ou a datas específicas do ano. E o resíduo (e_t) é o erro representado em função do tempo. Normalmente as componentes de

tendência e a cíclica são combinadas criando a componente ciclo-tendência (T_t) (CRYER; CHAN, 2008). Portanto uma série temporal pode ser expressa da seguinte forma:

$$Y_t = f(T_t, S_t, e_t) \quad (3)$$

Y_t pode ser expressa em várias formas dependendo do padrão das componentes. De acordo com Cryer e Chan (2008), as formas mais conhecidas são a decomposição aditiva e a multiplicativa, nas equações (4) e (5), respectivamente.

$$Y_t = T_t + S_t + e_t \quad (4)$$

$$Y_t = T_t \times S_t \times e_t \quad (5)$$

A decomposição aditiva é utilizada quando não existe variações de amplitude das componentes durante a série. Já a multiplicativa é utilizada quando é observado variações das componentes em função do tempo (CRYER; CHAN, 2008). A decomposição utilizada no presente documento é a multiplicativa.

São separadas as componentes de uma série temporal utilizando a média móvel para encontrar a componente ciclo-tendência. Uma vez encontrada esta componente é encontrada a componente sazonal removendo a média móvel (T_t) do sinal original (Y_t).

$$S_t e_t = \frac{Y_t}{T_t} \quad (6)$$

Então é obtido uma série que vai apresentar uma periodicidade, então verifica-se o período de repetição desta série para determinar uma série que vai se repetir a cada período. Esta série é a componente S_t . Uma vez obtido S_t e T_t , o restante é o resíduo:

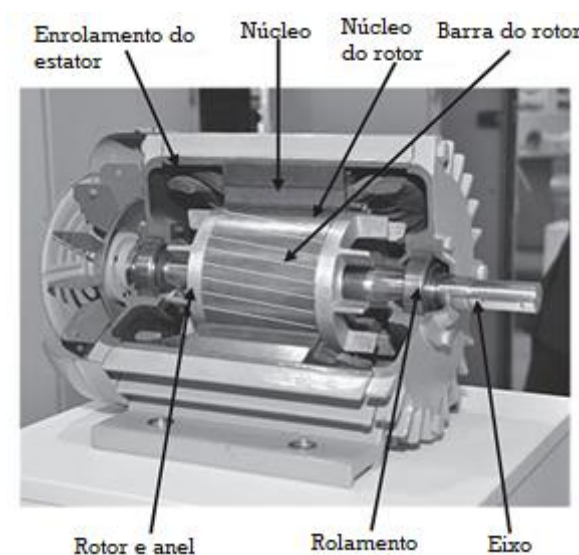
$$e_t = \frac{Y_t}{T_t S_t} \quad (7)$$

Portanto é possível decompor uma série temporal utilizando a decomposição multiplicativa da série utilizando a média móvel e sabendo-se o período da sazonalidade da série (CRYER; CHAN, 2008).

3.4 Relação temperatura e defeitos em motores

Os motores têm como principal objetivo transformar algum tipo de energia em energia mecânica. Existem uma série de tipos de motores: motores elétricos, a combustão, a vapor, pneumáticos etc. O motor, de modo grosseiro, é composto por uma parte fixa e uma parte móvel. O presente documento traz ênfase nos motores elétricos, portanto a parte fixa é chamada de estator e a móvel é chamada de rotor. Para que haja uma velocidade relativa entre as duas partes são necessários rolamentos que conectam o estator e o rotor (ABECOM, 2022), conforme Figura 4.

Figura 4 - Partes internas de um motor elétrico

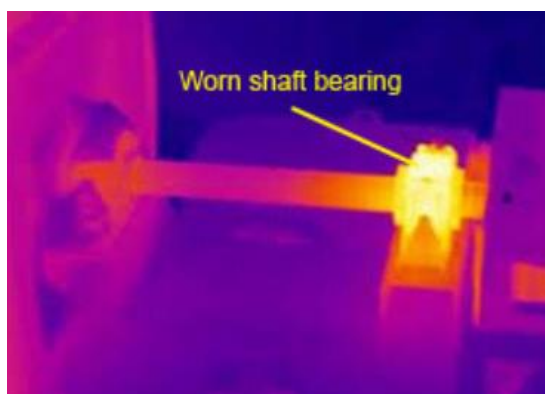


Fonte: https://www.industrial-electronics.com/fault_1.html

O rolamento permite que haja o movimento rotativo entre o estator e o rotor de forma livre com baixo atrito. O rolamento em um motor, é exposto a uma grande quantidade de revoluções e deve ser devidamente confeccionado de forma que tenha seu acabamento com a superfície mais lisa possível. As pequenas imperfeições que um rolamento pode ter geram defeitos ao longo do tempo que irão agravando a cada revolução. Os defeitos geram mais atrito e quanto mais atrito mais energia de rotação é necessária para uma mesma revolução (SKF, 2011).

Isso significa que a energia gasta sobressalente é dissipada em forma de temperatura. É possível verificar a influência de um defeito de rolamento na Figura 5.:

Figura 5 - Imagem térmica de um eixo com rolamento defeituoso



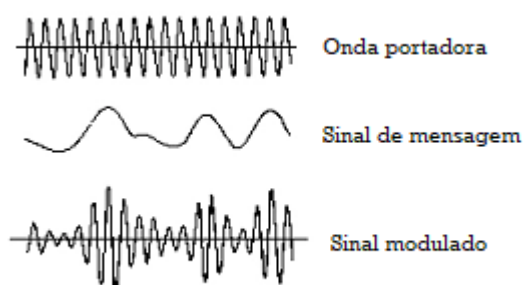
Fonte: <http://www.globalmarineservices.com.au/irthermography.php>

A imagem térmica é a foto de um eixo contendo um rolamento defeituoso, sendo possível verificar a diferença de temperatura na região do rolamento. Não só os defeitos de rolamento causam aumento de temperatura de um motor, podem existir defeitos de enrolamento de bobina, alta corrente, isolamento elétrica, entre outros (RADU, 2020).

3.5 Modulação por amplitude

Modulação por amplitude é o processo muito utilizado em telecomunicações para transmissão de um sinal em um meio físico não cabado. A técnica de modulação por amplitude consiste em alterar a amplitude de uma onda portadora de forma conivente com a informação a ser transmitida, ou seja, é uma forma de transformação do sinal original de forma que seja possível decodificá-lo. A onda portadora normalmente é um sinal de frequência definida baseada no meio físico o qual a informação deve ser transmitida. A frequência da onda portadora deve ser maior que a frequência mais altas (normalmente de 25 a 85 vezes maior) do sinal a ser transmitido, somente dessa forma é possível decodificar o sinal modulado sem que (RODER, 1931). A forma gráfica da modulação de amplitude é apresentada na Figura 6.

Figura 6 - Exemplificação de mensagem enviada por modulação por amplitude



Fonte: <https://www.ni.com/pt-br/innovations/white-papers/06/amplitude-modulation.html>

É possível perceber que o sinal modulado S_t é a multiplicação do sinal de mensagem m_t pela onda portadora C_t , de forma que a função que descreve a modulação por amplitude é:

$$C_t = A \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_c \cdot t) \quad A \in \mathbb{R} \quad (8)$$

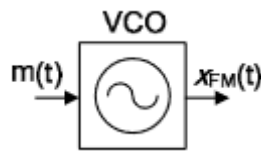
$$S_t = m_t \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot f_c \cdot t) \quad (9)$$

A equação 9 demonstra que apenas a amplitude da portadora é alterada de forma a obter o sinal codificado (RODER, 1931).

3.6 Modulação por frequência

Modulação por frequência é uma forma de codificação de sinal de modo que a informação a ser transmitida (m_t) é transformada em um sinal com amplitude fixa, porém a frequência é alterada de acordo com a amplitude de m_t . Isso é realizado utilizando um oscilador controlado por tensão (VCO – Voltage-Controlled-Oscillator) (DER, 2008).

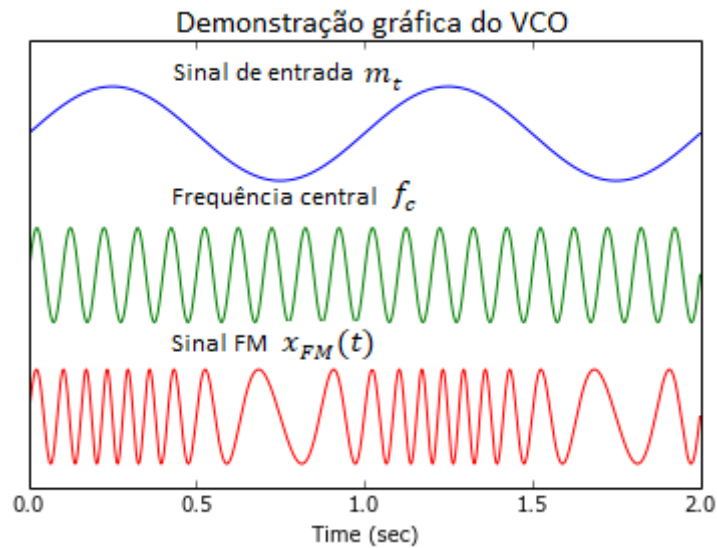
Figura 7 - Bloco representativo do oscilador controlado por tensão.



Fonte: (DER, 2008)

Ele funciona utilizando um sinal de tensão em sua entrada (m_t) o qual é codificado em um sinal com frequência variante no tempo ($x_{FM}(t)$), cuja frequência é linearmente proporcional à amplitude do sinal de entrada. Quando o sinal (m_t) é zero a saída do VCO é uma frequência central (f_c). Portanto a saída varia com frequências superiores e inferiores à f_c , isso foi projetado pois m_t pode ter valores positivos e negativos (DER, 2008). A demonstração gráfica da modulação por frequência está presente na Figura8.

Figura 8 - Demonstração gráfica do Oscilador controlado por tensão



Fonte: Autoria própria

Ao observar a imagem é possível verificar que o comportamento do VCO, ou seja, quando o sinal de mensagem (m_t) tem amplitude positiva (entre 0 e 0.5 segundos) a frequência da saída é maior que f_c e quando o sinal tem amplitude negativa a frequência (entre 0.5 e 1.0 segundos) de saída é menor que f_c . A fórmula que representa o sinal gerado FM em função do sinal de entrada (m_t) no domínio do tempo está presente na equação 10 a seguir (DER, 2008):

$$S_t = A_c \cdot \cos \left[2\pi \int_0^t \{f_c(t) + D_f m(t)\} dt \right] \quad (10)$$

Nesta equação A_c representa a amplitude do sinal FM e D_f é um parâmetro constante. Portanto é possível observar a linearidade da alteração da frequência em relação a amplitude do sinal de mensagem m_t (DER, 2008).

3.8 Transformada de Fourier

A transformada de Fourier é uma ferramenta matemática utilizada para decompor uma função de entrada em componentes de frequências individuais. Ela permite que uma função seja representada em termos de frequências as quais ela é composta ao invés de seu comportamento espacial. A transformada de Fourier pode ser aplicada em uma vasta variedade de aplicações diferentes dentro da ciência, engenharia, matemática, processamento de imagem, análises de sinais e análise de dados.

A Transformada de Fourier foi desenvolvida por um matemático francês Jean-Baptiste Joseph Fourier no início do século 19. Fourier publicou seu trabalho em uma série de documentos entre os anos de 1807 e 1822, os quais ele descreveu como uma soma infinita de senos e cossenos. Esse método conhecido como Série de Fourier, foi um grande avanço no estudo de funções periódicas (TOLSTOV; SILVERMAN, 1976). A série de Fourier pode ser descrita com a equação 11 a seguir:

$$s_N(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{N=1}^N \left(a_n \cos\left(\frac{2\pi}{P}nx\right) + b_n \sin\left(\frac{2\pi}{P}nx\right) \right) \quad (11)$$

Na equação 11 $s_N(x)$ é uma aproximação do sinal real $s(x)$, a diferença é dada pela ordem N. O termo $\frac{a_0}{2}$ é um valor constante que representa o valor médio do sinal. Os valores a_n e b_n são as amplitudes das componentes cossenoidais e senoidais na ordem N, respectivamente. É possível perceber o incremento de N altera a frequência da componente. Isso significa que quanto mais distante um sinal é de uma senoidal pura, maior a quantidade de componentes necessárias para representar o sinal original. Somente quando N tende à infinito podemos afirmar que o sinal $s(x) = s_N(x)$ (TOLSTOV; SILVERMAN, 1976).

O trabalho de Fourier foi futuramente generalizado em funções de uma variável contínua, conduzindo para o desenvolvimento conhecida Transformada de Fourier. A teoria moderna da transformada foi desenvolvida por matemáticos nos séculos 19 e 20, incluindo Carl Friederich Gauss, Joseph Liouville e Norbert Weiner (TOLSTOV; SILVERMAN, 1976). A função que descreve a transformada de Fourier está presente na equação 12:

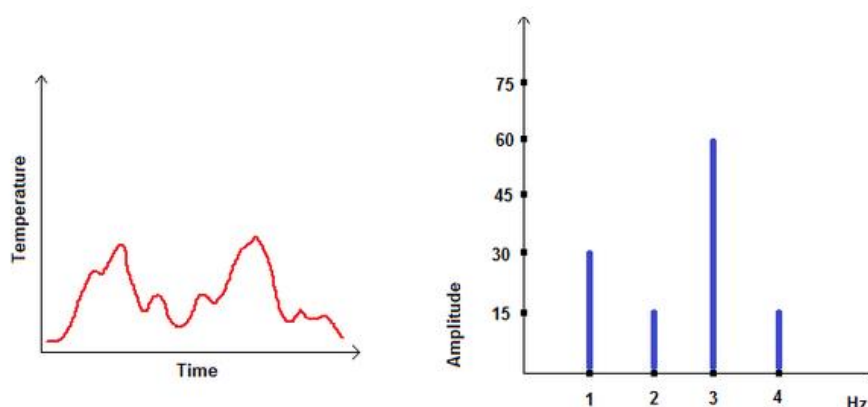
$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} X(t)e^{-j\omega t} dt \quad (12)$$

Na equação 12, ω é a frequência do sinal, portanto $X(\omega)$ é uma função no domínio da frequência que representa o sinal $X(t)$ e $-j$ é sua parte imaginária (CHEEVER, 2005). Ela foi utilizada para melhor entendimento e análise de funções de funções periódicas assim como massas oscilantes e máquinas rotativas. Ela também é utilizada em casos de funções não periódicas, sendo possível verificar todas as componentes das frequências, sendo possível entender seu comportamento, por exemplo em frequências sonoras ou uma imagem. Em uma imagem por exemplo é possível identificar quais frequências existem nela e quais as amplitudes. Sendo possível entender padrões na estrutura da imagem não sendo vistas na representação espacial (visual) da imagem. Com essas informações também é possível remover

as frequências não importantes de uma imagem realçando a qualidade e clareza da imagem. Ou seja, é uma ferramenta que possibilita a manipulação de das frequências de um sinal (TOLSTOV; SILVERMAN, 1976).

O resultado da Transformada de Fourier discutido é normalmente representado em uma forma gráfica chamada de espectro, o qual representa as amplitudes das frequências ou as fases presentes no sinal transformado. Existem duas formas de espectro que podem ser obtidos: o espectro de magnitude e o espectro de fase. O espectro de magnitude mostra as amplitudes das frequências presentes no sinal (TOLSTOV; SILVERMAN, 1976), o qual pode ser exemplificado na Figura 9.

Figura 9 - Imagem demonstrando o sinal no domínio do tempo e no domínio da frequência

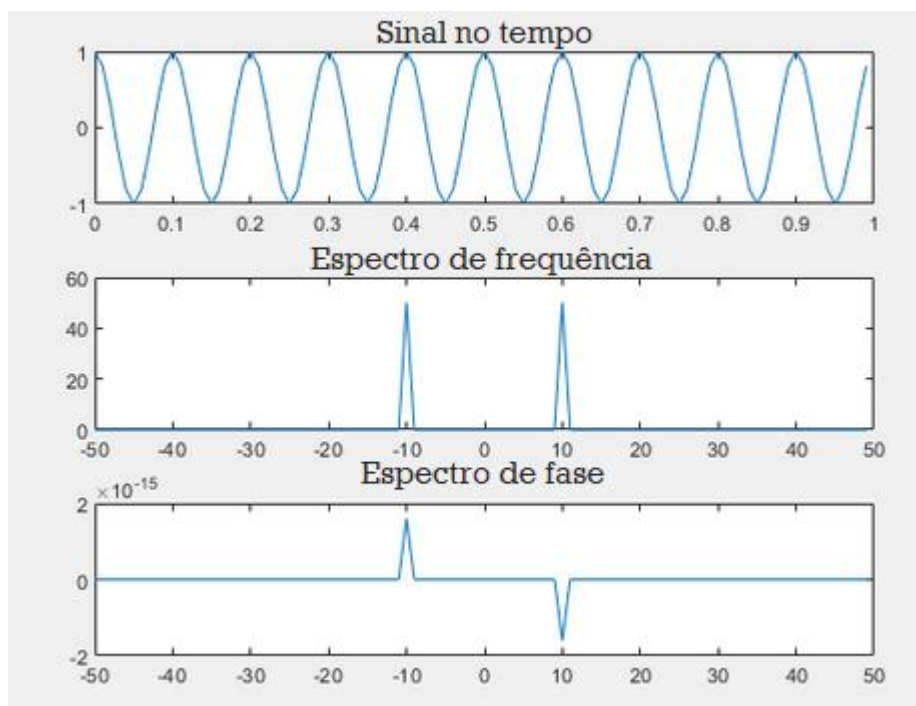


Fonte: <https://math.stackexchange.com/questions/868874/interpreting-fourier-transform-frequency-graph>

É possível observar na figura 9 que o sinal no tempo é uma soma de senos nas frequências 1, 2, 3 e 4, e as amplitudes das frequências são 30, 15, 60 e 15 respectivamente.

O espectro de fase mostra as fases das componentes de frequências, assim como observado na Figura 10.

Figura 10 - Imagem demonstrativa dos espectros de frequência e de fase



Fonte: <https://dsp.stackexchange.com/questions/8262/amplitude-and-phase-spectrum-in-matlab>

Na Figura 10 o último gráfico representa o espectro de fase do sinal no tempo, sendo que o eixo y indica a fase na frequência 10 Hz, isso ocorre porque o sinal no tempo é um seno de apenas uma frequência. Portanto a única fase no sinal é a fase da única componente senoidal (TOLSTOV; SILVERMAN, 1976).

3.8.1 Transformada rápida de Fourier (FFT)

A Transformada de Fourier Discreta (DFT) é uma ferramenta matemática para representar um sinal em uma combinação linear de funções senoidais com diferentes frequências, amplitudes e fases. A Transformada Rápida de Fourier, também conhecida como FFT, é um algoritmo utilizado para computar de forma discreta a Transformada de Fourier. A FFT é um algoritmo rápido e eficiente que pode ser aplicado em grandes bases de dados. É importante mencionar que a frequência de aquisição nas bases de dados é importante para determinar a largura de resolução do resultado do espectro (TOLSTOV; SILVERMAN, 1976).

3.9 Filtros digitais

Na área de processamento de sinais, um filtro é um dispositivo ou processo que remove componentes indesejados de um sinal, deixando apenas as partes relevantes à análise sendo realizada. No caso de filtros de frequência, o conteúdo removido são bandas específicas de frequência. As bandas de frequência a serem removidas são conhecidas como bandas de rejeição enquanto as bandas a serem preservadas são denominadas bandas de passagem. As frequências que delimitam as bandas de passagem e rejeição são conhecidas como frequências de corte (BRAGA, 2022).

Filtros que liberam as frequências acima de uma determinada frequência de corte, bloqueando as componentes abaixo são conhecidos como filtros “passa-alta”. Inversamente, filtros que liberam frequências inferiores à frequência de corte, bloqueando as superiores são denominados de filtros “passa-baixa”. Já filtros que contêm duas frequências de corte e liberam os valores entre estes limites são chamados de filtros “passa banda”. O inverso deste filtro – filtros que bloqueiam as frequências contidas no intervalo entre frequências de corte – são conhecidos como filtros “rejeita-banda” (BRAGA, 2022).

O desempenho de um filtro digital pode ser avaliado considerando seu funcionamento ideal. Um filtro de frequência seria considerado ideal se o resultado da transformada de Fourier do sinal após filtragem fosse 0 para todas as frequências nas bandas de rejeição e idênticos aos valores da onda original para todas as frequências dentro da banda de passagem (BRAGA, 2022).

Os filtros reais (analógicos) possuem zonas de transição entre a banda de passagem e a banda de bloqueio, onde ocorre uma atenuação gradual dos valores originais da onda (BRAGA, 2022). Já os filtros digitais, apesar de muito eficazes, têm efeitos externos sobre a onda sendo filtrada. Entre estes efeitos, pode-se observar o “Ripple”, uma oscilação introduzida nas bandas de corte (rejeição) e passagem perto da frequência de corte (BRAGA, 2022).

Devido aos critérios de avaliação da eficácia de filtros, foram desenvolvidos diversos algoritmos diferentes para a filtragem de sinais discretos. A principal classificação dos diferentes tipos de filtro se baseia nas equações matemáticas utilizadas para a filtragem do sinal. Os tipos de filtro divididos baseando-se neste critério são os filtros de resposta impulsiva finita (FIR) e filtros de resposta impulsiva infinita (IIR). O cálculo de saída dos filtros tipo IIR utilizam a saída anterior para calcular a saída, desta forma se tornando uma função recursiva enquanto o filtro FIR independe do estado anterior (BRAGA, 2022).

3.9.1 Filtro IIR – Butterworth

Os filtros do tipo IIR são projetados pelo método recursivo, em outras palavras, a função que descreve o funcionamento do filtro é obtida levando em consideração o estado de saída anterior do sistema. Existem diversos tipos de filtros projetados desta forma.

A equação deste tipo de filtro é dada pela equação 13.

$$y(n) = \sum_{i=0}^N b_i x(n-i) + \sum_{i=1}^N a_i y(n-i) \quad (13)$$

Filtros do tipo IIR são mais leves em termos de custo computacional e possuem atraso (*delay*) não constante. Além disso este tipo de filtro pode apresentar instabilidades (BRAGA, 2022).

3.10 Predição

Predição é o processo de entender e modelar os comportamentos futuros de uma determinada variável, de forma que é possível prever eventos futuros baseado nos dados passados. Existem várias técnicas para realizar previsões, assim como análise das séries temporais, de forma a analisar e modelar padrões antigo e entendendo o comportamento tendencial de série. É possível se fazer a predição em vários temas diferentes, incluindo preço e ações, clima, vendas, saúde de máquinas etc. (NIELSEN, 2019).

A utilização das técnicas de predição deve ser escolhida de acordo com o dado a ser analisado, ou seja, dependendo do tipo do dado e da quantidade do dado, podem existir estratégias que se adequam de melhor forma. Os modelos de séries temporais podem ser lineares ou não-lineares, e podem ser utilizadas técnicas de média móvel autorregressiva (ARMA), média móvel integrada autorregressiva (ARIMA) e decomposição sazonal. É possível também utilizar algoritmos de aprendizado de máquina, os quais aprendem os padrões e tendências dos dados com os dados passados. São normalmente utilizados os algoritmos de árvore de decisão, árvores aleatórias e redes neurais. Existem também métodos econômicos de análise, os quais utilizam teorias estatísticas para gerar indicadores, medir inflação e empregabilidade. Normalmente são utilizados regressões lineares e autorregressão vetorial. O trabalho em questão vai discutir a respeito do tema do método ARIMA e de suas variações (NIELSEN, 2019).

O modelo ARIMA, mencionado é uma composição de três componentes, o modelo Autorregressivo e o modelo de Média Móvel, porém, eles são estabilizados com uma componente diferencial que é atribuída com a sigla “I”. Para melhor entendimento do modelo ARIMA, cada uma das componentes serão discutidas.

3.10.1 Modelo Autorregressivo (AR)

O modelo Autorregressivo (AR) é um modelo estatístico que utiliza valores passados para prever valores futuros. O termo autorregressivo refere ao fato de que o modelo utiliza os próprios valores passados da série temporal como preditores. É chamado de preditor as variáveis independentes, ou seja, utilizando-as é possível calcular a série de predição. Esse método é utilizado para predição em contextos estatísticos, econômicos e processamento de sinal, (HYNDMAN, 2019). Nesse modelo as variáveis preditoras são os valores de Y em índices anteriores (Y_{t-n}), onde “n” é o atraso de índice, elas são multiplicadas por um coeficiente. A variável de resultado é diretamente ligada à sua variável preditora (X_t). O que difere uma regressão linear de um modelo autorregressivo é que no último os valores de Y dependem tanto de X quanto de Y . O parâmetro (p) indica a ordem do modelo, onde AR (1) utiliza variáveis preditoras que estão apenas a um índice de atraso, ou seja Y_{t-1} (BRANDT; WILLIAMS, 2001). Portanto a equação matemática do modelo AR(p) está presente a seguir na equação X:

$$Y(t) = C + \sum_{n=1}^p \phi_n Y_{t-n} + E(t) \quad (14)$$

Podemos notar que quanto maior a ordem p maior a quantidade de componentes utilizadas no resultado da predição. O coeficiente ϕ_n é um número real que multiplica cada componente e C é um número real que indica a condição inicial de observação. Assumindo que o processo é estacionário (a média μ deve ser zero e a variância deve ser constante), o valor esperado do processo deve ser o mesmo o tempo todo. Logo podemos escrever a seguinte equação:

$$Y_t - \mu = \sum_{n=1}^{\infty} \phi_n E_{t-n} \quad (15)$$

Isso quer dizer que o valor predito menos a média do processo é igual a uma função linear do erro (E_{t-n}). É importante mencionar que o valor de ϕ deve ser maior que -1 e menor que 1, levando em consideração que o processo é estacionário (NIELSEN, 2019).

3.10.2 Modelo de média móvel (MA)

O modelo de média móvel (MA) é um modelo estatístico que utiliza dados passados para prever dados futuros. O termo média móvel se refere ao fato de que ele utiliza uma janela rolante de valores dos dados passados para suavizar as flutuações de curto prazo e destaca as tendências de longo prazo nos dados (NIELSEN, 2019).

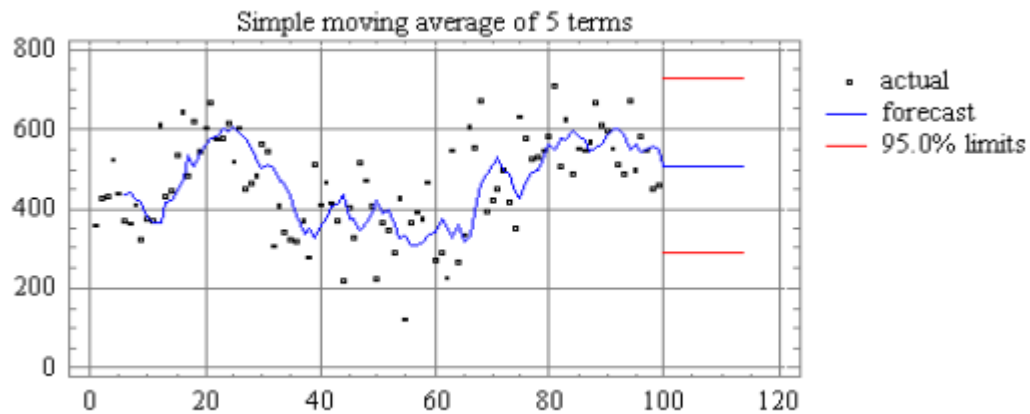
Um modelo de média móvel pode ser expresso de forma semelhante a um modelo autorregressivo (AR) exceto que os termos incluídos na equação linear referem-se termos de erros atuais e passados termos, em vez de valores atuais e passados do próprio processo $Y(t)$. O modelo MA também considera que a série temporal analisada também é uma série estacionária (NIELSEN, 2019). Portanto, um modelo MA de a ordem q é expressa na equação 16 a seguir:

$$Y(t) = C + \sum_{n=1}^q \phi_n E_{t-n} + E(t) \quad (16)$$

Pode-se entender os erros como uma série de impulsos, e o modelo pode ser entendido como um filtro finito de impulsos, ou seja, qualquer impulso tem duração de tempo finito (NIELSEN, 2019).

O modelo MA exibem forte reversão a média, portanto as previsões utilizando este modelo convergem rapidamente para a média do processo μ (NIELSEN, 2019). Uma previsão realizada utilizando o modelo de média móvel pode ser observada na Figura 11.

Figura 11 - Modelo de média móvel aplicado a dados reais



Fonte: https://people.duke.edu/~rnau/Decision411_2007/411avg.htm

É possível verificar que o valor predito foi um valor constante equivalente a média do processo, assim como comentado anteriormente.

3.10.3 Modelo de média móvel (ARIMA)

Este modelo é uma combinação dos modelos AR e MA considerando que uma série pode ter uma somatória das duas dinâmicas. Todavia o modelo obtido seria chamado de ARMA, mas é adicionado uma terceira componente de diferenciação, a qual é responsável por remover a tendência do dado, o deixando a série resultante estacionária. A diferenciação é realizada subtraindo uma série temporal $([Y_1, Y_2, Y_3, Y_4])$ da mesma série com um atraso $([Y_0, Y_1, Y_2, Y_3])$. Ou seja, isso faz com que a componente derivativa seja removida, portanto o dado resultante não vai mais ter tendência μv

O modelo ARMA pode ser escrito algebricamente de acordo com a equação 17 a seguir:

$$Y(t) = C + \sum_{n=1}^p \phi_n Y_{t-n} + E(t) - \sum_{n=1}^q \phi_n E_{t-n} \quad (17)$$

Nesta equação 17 é aplicado o sinal negativo na componente MA pois ela representa a predição do erro no domínio do tempo. A transição do modelo ARMA para o modelo ARIMA é que ela apresenta um terceiro termo chamado de integrativo, o qual se refere à diferenciação que produz uma série estacionária, como comentado anteriormente (NIELSEN, 2019).

No geral, os valores de cada parâmetro do modelo ARIMA(p,d,q) devem ter o menor valor possível, para evitar complexidades desnecessárias e o sobreajuste no dado adquirido.

Valores de ‘d’ maiores que 2 e valores de ‘p’ e ‘q’ maiores que 5, na maioria dos casos indicam sobreajuste μ (NIELSEN, 2019).

3.10.4 Modelo de média móvel (SARIMA)

O modelo SARIMA é uma extensão do modelo ARIMA considerando uma componente sazonal que se repete ao longo da série, podendo ter repetições diárias, mensais, anuais, etc. Este modelo é utilizado para modelar séries com repetições cíclicas, utilizando o modelo ARIMA para modelar e prever a parte sazonal. Em uma série temporal sazonal, é possível fazer sua decomposição separando a parte sazonal do sinal, e aplicando um modelo ARIMA para esta componente μ (NIELSEN, 2019).

O modelo SARIMA também chamado de ARIMA sazonal, assume que existe uma componente sazonal multiplicativa. O modelo SARIMA pode ser expresso como $ARIMA(p, d, q) \times (P, D, Q)m$, sendo que o comportamento sazonal pode ser pensado como um processo ARIMA de tamanho m que se repete ciclicamente μ (NIELSEN, 2019).

A equação 18, representa o modelo SARIMA descrito anteriormente:

$$Y(t) = C + \sum_{n=1}^p \phi_n Y_{t-n} + \sum_{n=1}^q \phi_n E_{t-n} + \sum_{n=1}^P \phi_n Y_{t_m-n} + \sum_{n=1}^Q \phi_n E_{t_m-n} + E(t) \quad (18)$$

Portanto o modelo SARIMA é um somatório de dois modelos ARIMA, uma para a componente de tendência e outro para a componente sazonal (PHOSGENE89, 2018).

4. Metodologia

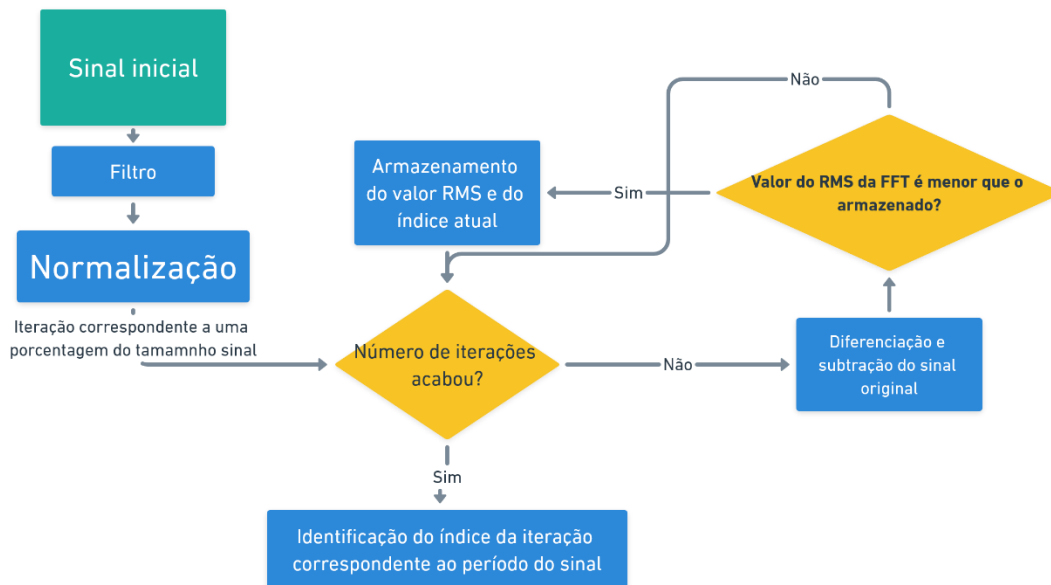
Visto que a identificação do parâmetro da sazonalidade é um problema na predição automática de séries temporais de máquinas e processos industriais, realizou-se o trabalho para o desenvolvimento do método capaz dessa identificação. O trabalho em questão visa o estudo de séries temporais simuladas e real e o desenvolvimento de um método matemático e iterativo capaz de encontrar o parâmetro ‘m’ do modelo SARIMA, sendo equivalente ao maior período de uma série temporal em escala de indexação, senso que a escala de indexação indica que a cada ponto lido é considerado um índice. Isso significa que se existirem mais de uma componente de frequência numa série, a frequência indicada pelo algoritmo deverá ser a frequência mais baixa entre elas, sem que ela seja a frequência correspondente à tendência. O valor do período na escala de indexação é o valor de ‘m’ que possui o melhor ajuste para o modelo SARIMA. Isso foi realizado criando-se um algoritmo iterativo capaz de testar em cada iteração o valor do RMS da FFT do sinal diferenciado. O teste visa encontrar o menor valor RMS da FFT, ou seja, a menor energia do espectro, portanto indicará que a diferenciação foi capaz de cancelar as componentes de frequência.

Depois de definir o algoritmo e realizar sua programação, ele foi testado a fim de validar sua aplicação e robustez. Utilizou-se dados simulados e um dado real com componentes sazonais previamente conhecidas. Dos dados simulados testou-se com até 4 componentes sazonais de frequências diferentes, e alterando-se sua amplitude. Nos dados reais, utilizou-se o estudo com uma amostra de temperatura de um motor e de um ventilador industrial.

4.1 Estudo explorativo

O trabalho em questão visa encontrar o período da componente sazonal para ser utilizada na modelagem em aplicações de predições de saúde de motores. Utilizou-se um dado de temperatura de motor para se fazer a análise exploratória, a análise foi dividida nos seguintes tópicos: Observação da série temporal, identificação visual do período sazonal, decomposição da série e validação do período estipulado. Após a observação, foi idealizado um algoritmo presente no diagrama da Figura 12.

Figura 12 - Diagrama de bloco do algoritmo de identificação sazonal.



Fonte: Autoria própria

É possível verificar que inicialmente o sinal passa por um filtro e após filtrado o sinal passa por uma iteração e então dentro aplica-se uma transformação por diferenciação em uma quantidade n de índices, e então testa-se o valor RMS do espectro de frequência resultante e se esse valor é menor do que o testado anteriormente, esse valor é salvo em uma variável dentro do escopo da iteração junto do estágio n da iteração. E por fim identifica-se o valor n salvo na variável, que é o valor correspondente ao tamanho da sazonalidade.

4.2 Normalização

Aplica-se no início do algoritmo uma normalização do dado, pois cada tipo de série estudada pode estar em uma escala diferente, assim normalizando-a é produzido uma série temporal que tem sua amplitude entre -1 e 1. Dessa forma toda série que estudada terá a mesma escala após essa transformação.

4.3 Filtro

Assim que o dado estiver normalizado, é aplicado um filtro de frequência para remover as frequências baixas, ou seja removendo a tendência de uma série temporal. Desse modo, o resultado é apenas uma série oscilatória sem componente de tendência.

Desse modo a série temporal fica com as componentes oscilatórias em torno de zero. É importante que a série esteja sem componentes de tendência para que possa ser testado a presença de outras frequências mais altas na série, pois elas indicarão a sazonalidade.

4.4 Iteração

A iteração é responsável pelo teste de frequência em loop até que haja o cancelamento das frequências ainda presentes na série em alguma determinada iteração, isso significa que no momento de cancelamento o RMS do espectro de frequência da série terá seu menor valor.

O método aplicado a cada iteração que provoca a alteração da FFT do sinal é a diferenciação do sinal. Portanto aplica-se a diferenciação e então

4.4.1 Diferenciação da série temporal

O grau de diferenciação do método depende do número atual da iteração, portanto a cada iteração aumenta-se o grau da iteração. Isso é realizado porque o objetivo do algoritmo é encontrar o grau de diferenciação que gere um sinal, que quando subtraído do sinal original é capaz de cancelar as componentes sazonais. Logo cancelando-se as componentes é possível encontrar qual o período da sazonalidade, pois levando-se em consideração que um sinal repetitivo, se for subtraído sua repetição, o resultado é zero.

4.4.2 Teste de RMS da FFT do sinal

Diferenciando-se o sinal, é aplicado a FFT na série resultante e então realiza-se o cálculo do valor RMS. O valor alto do RMS indica que ainda existem muitas componentes de frequência do sinal, já o menor valor de RMS indica que as frequências foram canceladas, e somente restará o ruído do sinal. Logo, a cada iteração é testado a energia das componentes de frequência, e o valor atual da contagem da iteração em que isso ocorre equivale ao número de pontos do período de sazonalidade.

4.5 Realização do código

Depois de definido o algoritmo, realizou-se sua programação utilizando a linguagem python, pois ela detém uma série de bibliotecas que são capazes de realizar os passos do algoritmo. As bibliotecas utilizadas foram: Pandas, Matplotlib, Numpy, Scipy e Sklearn.

Para a realização do código inicialmente fez-se a execução de cada um dos blocos exemplificados na seção 4.4 e então foi criado uma classe contendo métodos que executam os

blocos de algoritmo, dessa forma a chamada das funções fica mais organizada e abstraída para sua utilização. Cada método criado será discutido nos subitens a seguir.

4.5.1 Método de cálculo da sazonalidade

É a função principal da classe, ela é responsável por executar o cálculo do período da sazonalidade, essa função faz a chamada de todas os outros métodos auxiliares e retorna o a quantificação de índices de um vetor que equivalem ao período.

4.5.2 Método de normalização

Esse método recebe um vetor de dados e calcula a função de transformação normal dele e então é retorna-se o vetor transformado e sua função de transformação. É retornado a função de transformação normal caso seja necessário fazer a transformação inversa. Na implementação da normalização no código utilizou-se a biblioteca *sklearn*, com sua função *MinMaxScaler* em *python*.

4.5.3 Método de normalização de frequências

Esse método é muito importante pois ele encontra a frequência de aquisição do dado, visto que esse resultado é utilizado no método de filtro e no cálculo da FFT. Essa função calcula o delta de tempo entre a primeira posição do vetor e a segunda, de forma que é possível encontrar um valor em segundos entre um ponto e outro. A frequência de aquisição é normalizada por valores diários, então são identificados quantos pontos existem em um dia, esse valor é equivalente ao período, então o inverso dele é a frequência. Normalmente em cálculos de FFT são utilizados dados em escalas de segundos, porém por motivos de adequação à situação estudada, utilizou-se a notação de aquisição diária.

4.5.4 Método de remoção de frequências baixas

Esse método pertencente a classe executa um filtro o qual remove as frequências extremamente baixas, ou seja, ele remove a tendencia do sinal. Isso faz com que o sinal resultante seja apenas as frequências mais altas da amostragem.

4.5.5 Método de cálculo da FFT

É responsável por aplicar a Transformada Rápida de Fourier. Portanto essa função recebe dois parâmetros, um sinal em forma de vetor e sua frequência de amostragem. Com eles é calculado e são retornados dois vetores em X e outro em Y do resultado da transformada.

4.5.6 Método de cálculo do RMS de um vetor

Essa função recebe apenas um parâmetro, um vetor de dados e calcula o valor médio quadrático da entrada. O resultado desse método é utilizado no teste dentro da iteração mencionada na seção 4.4.

4.5.7 Método de aplicação de translação e diferenciação

Esse método recebe dois parâmetros, um deles é um array de dados e o outro é o passo da diferenciação (n). É aplicado uma translação de n índices do vetor e então é realizado a subtração do vetor original com o transladado. No código são descartadas as posições que têm valores nulos

4.6 Teste do código python

O código produzido foi submetido a um teste com um dado simulado com sazonalidade de frequência conhecida, assim validando seu desempenho ao comparar a sazonalidade encontrada pelo algoritmo e a sazonalidade determinada na simulação. Este teste também valida se o filtro aplicado está removendo a componente de tendencia do sinal. Levando em consideração que podem existir várias componentes sazonais em uma série temporal e o cancelamento delas deve ser realizado quando diferencia-se a série temporal com um atraso do tamanho do período da sazonalidade de menor frequência, fez-se a simulação de uma série temporal com duas componentes senoidais, mais uma onda triangular, mais uma componente de tendencia e somados a um ruído. A configuração utilizada na simulação das componentes está presente na Tabela 1.

Tabela 1 - Configurações das senoide testadas

Senoide 1	Frequência de 1 dia e amplitude de 1,5
Senoide 2	Frequência de 12 horas e amplitude 1
Onda triangular	Frequência de 7 horas e amplitude de 5
Rampa	Coefficiente angular de 0,005; valor inicial 0; Quantidade de pontos 8000;
Ruído	Ruido branco de amplitude de 0.1

Fonte: Aatoria própria

O código deve ser capaz de filtrar a componente de tendência e deverá informar o resultado do parâmetro da sazonalidade. De acordo com essa configuração o resultado do algoritmo deveria ser igual a quantidade de pontos que equivalem a 1 dia de coleta, fazendo o cancelamento das componentes sazonais.

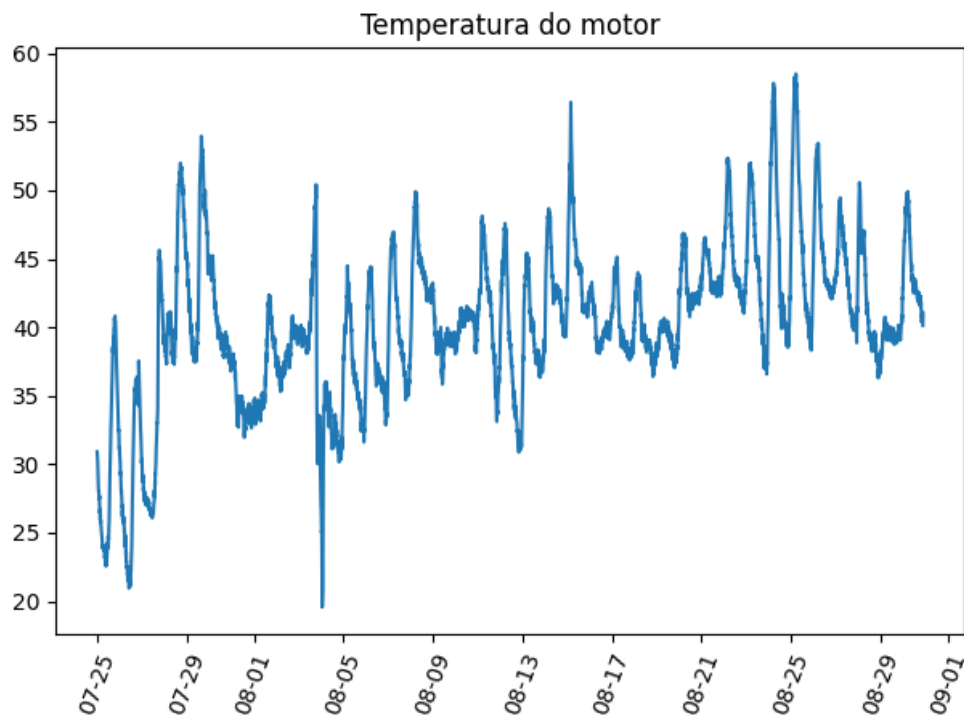
5. Resultados

O tópico 5.1 indica quais fatores foram utilizados no estudo explorativo dos dados, demonstrando quais as necessidades as quais o algoritmo deveria desempenhar. Logo em seguida foram realizados testes com dados simulados e uma série temporal com dados reais.

5.1 Resultado do Estudo explorativo

O estudo explorativo visava entender o comportamento de uma variável real e para isso utilizou-se um conjunto de dados da temperatura de um motor ao longo de dois meses. O gráfico da temperatura desse motor está presente na figura 13 a seguir:

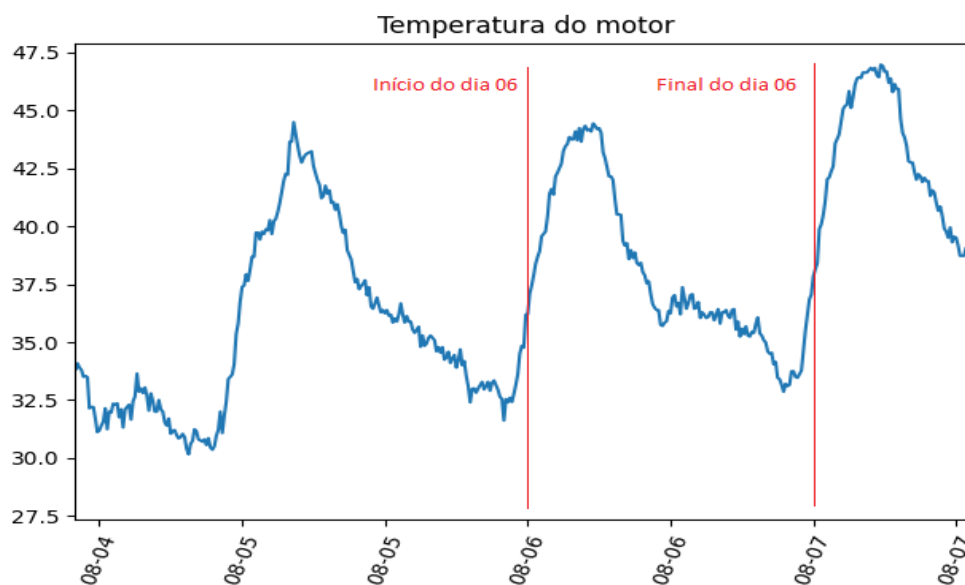
Figura 13 - Temperatura do motor ao longo de 2 meses



Fonte: Autoria própria

Parece existir uma componente sazonal presente no dado, porém ela apresenta junto dela uma modulação por amplitude. Além disso é possível verificar uma certa tendência positiva. Visto que essa é uma variável de temperatura, é natural que exista uma componente de temperatura com a frequência de um dia. Portanto para validar essa hipótese observou-se o mesmo dado numa escala de 3 dias, presente na imagem 14 a seguir:

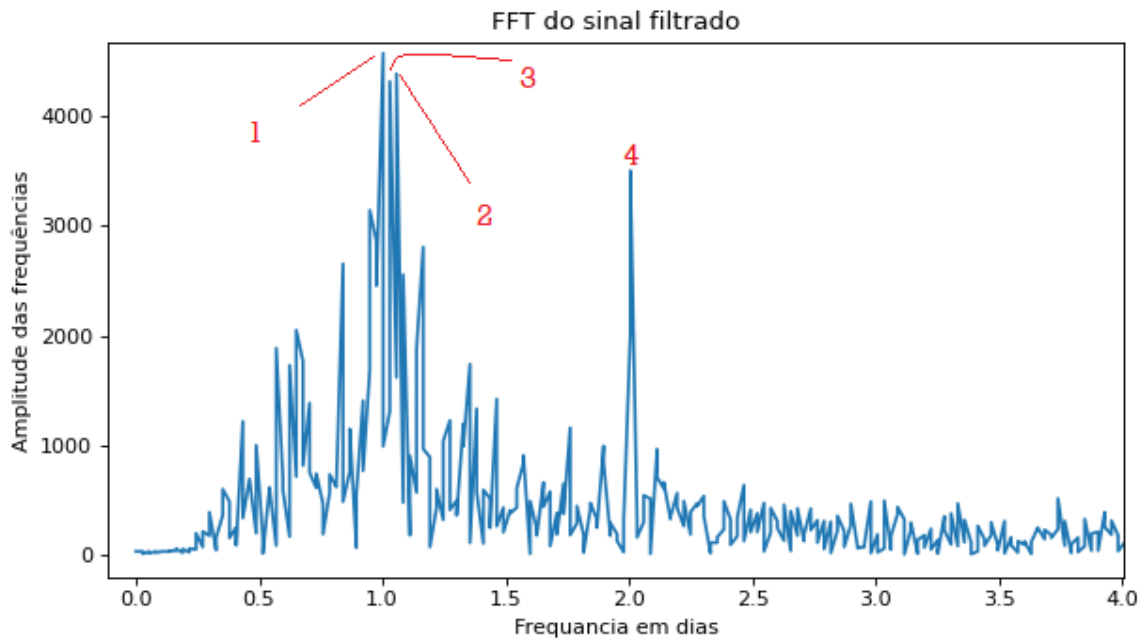
Figura 14 - Temperatura do motor durante 4 dias



Fonte: Autoria própria

O gráfico com uma maior escala mostra uma repetição presente, sendo possível verificar esse padrão ao longo da série temporal. Para constatar que existe uma componente de frequência nesse dado, decidiu-se realizar um filtro para remover a componente de tendência e então realizar a FFT do sinal resultante.

Figura 15 - FFT da temperatura do motor com filtro de remoção de tendência



Fonte: Autoria própria

Observando-se o gráfico da transformada é possível verificar que existem 4 pontos de interesse no espectro, ou seja, os que indicam a frequência com maior amplitude no sinal e portanto dão pistas sobre a frequência do sinal. Para identificação das quatro frequências indicadas no espectro realizou-se uma ordenação nos dados de amplitude afim de identificar os quatro pontos maiores, e então encontrou-se os índices no eixo 'x' que correspondem às 4 maiores amplitudes. E resolveu-se calcular baseado nas frequências identificadas a quantidade de pontos que correspondem ao período destas frequências. Para encontrar a quantidade de pontos, foi necessário multiplicar o valor de frequência por um valor que representasse o período em minutos, e então dividir pela taxa de aquisição, de acordo com a equação a seguir:

$$T = \frac{(frequência) * (horas dentro de um dia) * (minutos em uma hora)}{taxa de aquisição em minutos}$$

Ou seja:

$$T = \frac{f * 24 * 60}{10}$$

Utilizando-se esta equação nos 4 pontos identificados na figura 15, obtemos o seguinte resultado:

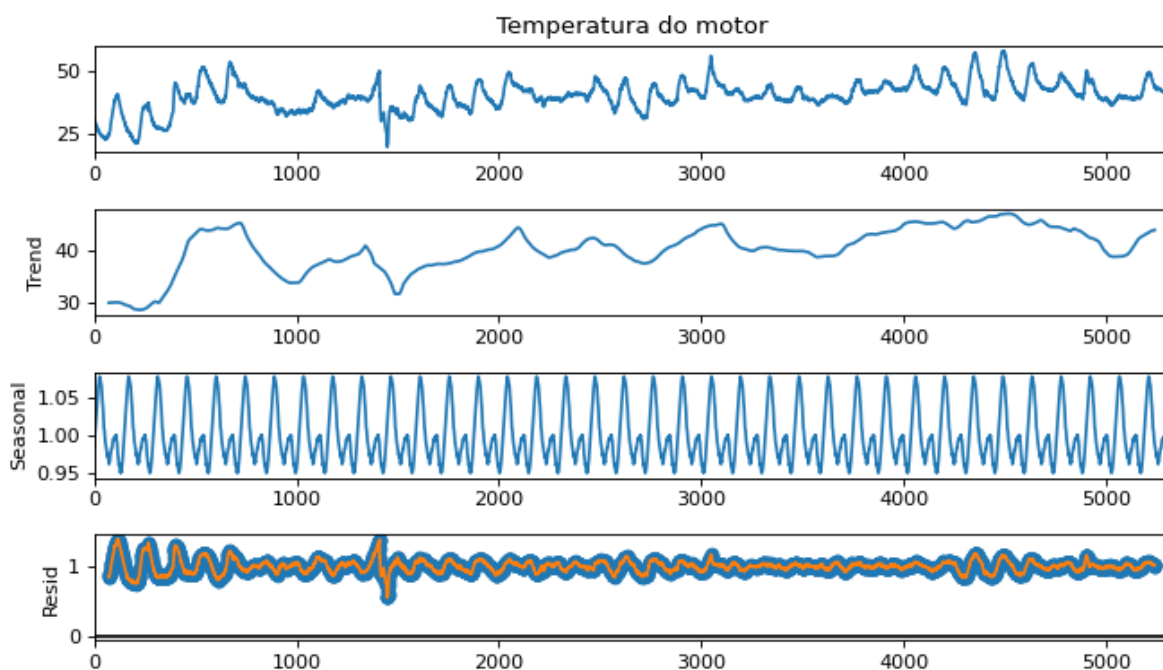
Tabela 2 - Período de cada frequência identificada na imagem 15

Identificação na imagem 15	Frequência do ponto (f)	Período em índices (T)
1	1,0028232636928291	144,4065499717674
2	1,0299265951439867	148,30942970073409
3	1,0570299265951442	152,21230942970075
4	2,0056465273856583	288,8130999435348

Fonte: Autoria própria

Verifica-se então que existem alguns períodos que podem representar a sazonalidade da série. Então é possível constatar que de fato existe uma componente sazonal na série observada na imagem. E para ter uma visão isolada das componentes dessa série temporal, decidiu-se realizar a decomposição da série temporal utilizando os 4 períodos encontrados na tabela 2 (144, 148, 152 e 288 índices). O resultado com menor resíduo representa a melhor escolha da sazonalidade. O índice que obteve o menor ruído foi o índice de 144, a imagem 16 tem o resultado da decomposição da série temporal com 144 índices:

Figura 16 - Temperatura do motor decomposta em componentes de tendência, sazonal e resíduo



Fonte: Autoria própria

O resultado da decomposição indica que existe uma componente de tendência positiva e a sazonalidade utilizada correspondeu a um bom resultado na decomposição do sinal visto que a amplitude do resíduo é baixa comparado a amplitude do sinal original. Portanto este resultado valida a hipótese de que o período de sazonalidade corresponde a um dia. Portanto o algoritmo

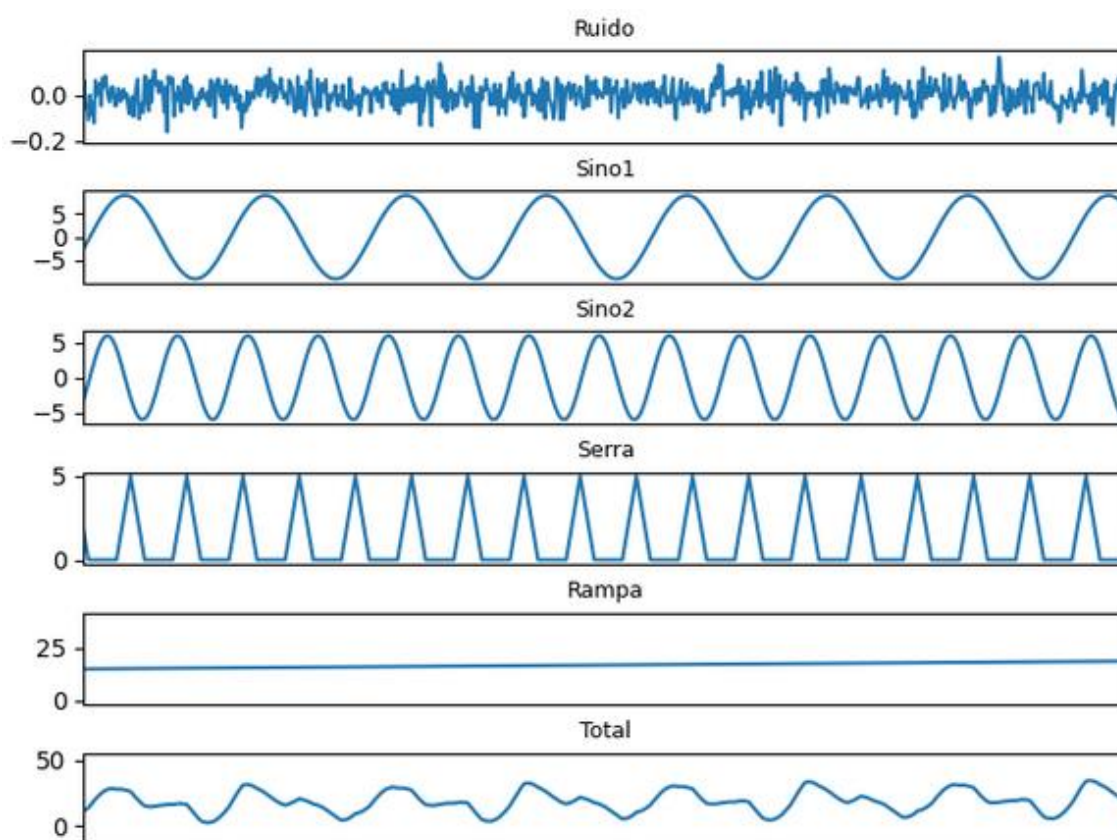
produzido deverá ser capaz de identificar a quantidade de índices que equivale a um dia de aquisição da temperatura do motor, ou seja, 144 pontos.

5.2 Teste do algoritmo com dado simulado

Depois de realizar o código em python descrito na sessão 4.5, realizou-se seu teste a fim de verificar a integridade do resultado do algoritmo.

Produziu-se uma série temporal com as configurações descritas na sessão 4.6 e o gráfico contendo cada componente isolada e a somatória de todas elas (Total) está presente na Figura17 a seguir:

Figura 17 – Séries temporais simuladas e utilizadas nos testes do algoritmo



Fonte: Autoria própria

A onda resultando do somatório foi utilizada para testar todos os blocos do algoritmo. O período dessa onda resultante é de 33,33 horas, isso significa que o algoritmo deve encontrar um valor de 200 pontos (2000 minutos).

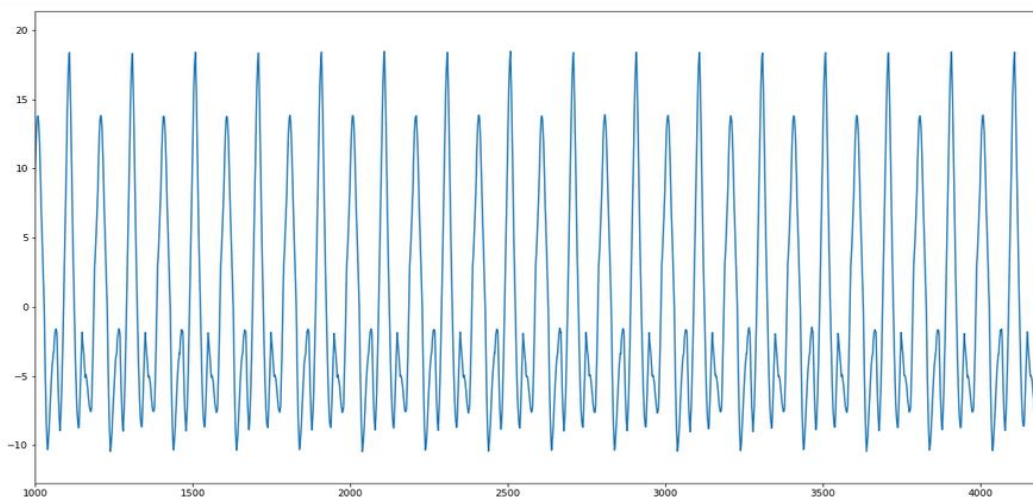
5.2.1 Bloco de normalização de frequência.

Aplicando esse bloco na série temporal simulada, obteve-se que a frequência normalizada para um dia equivalia a 144 pontos, ou seja, a quantidade de pontos coletados em um dia. Esse parâmetro é utilizado no filtro de frequências baixas e no cálculo da FFT, pois esses algoritmos recebem quantos pontos são coletados em 1 segundo, portanto o resultado da FFT é proporcional 1 segundo. No caso do algoritmo o resultado da FFT é proporcional a 1 dia. Já para o filtro, as bandas de corte não são em hertz, mas sim em dias.

5.2.2 Bloco de remoção de frequências baixas.

O Bloco seguinte na sequência do algoritmo é o bloco de remoção de frequências baixas, ou seja, as componentes de tendência. Após aplicar a função utilizando o parâmetro de frequência (144) encontrado na sessão 5.2.1 foi possível encontrar o seguinte gráfico presente na Figura 18:

Figura 18 - Imagem da somatória das senoides utilizada no teste



Fonte: Autoria própria

É possível verificar que o sinal resultando é periódico e não contém mais a componente de tendência.

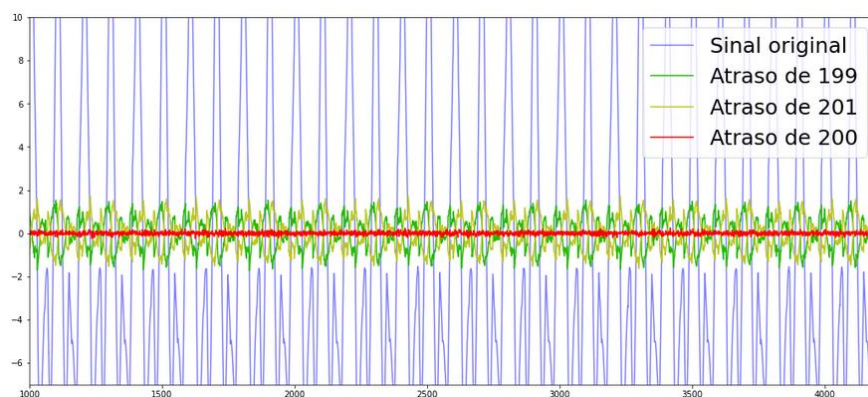
5.2.3 Iteração para encontrar o valor de sazonalidade

De acordo com o diagrama de bloco presente na figura 12 da sessão 4.1, realizou-se a iteração que diferencia o sinal, faz-se a FFT do resultado, calcula-se o RMS do sinal e armazena-se o resultado da FFT em um vetor. Ao final da iteração é possível obter um vetor com resultados de RMS do espectro de frequência de diferentes estágios de diferenciação. Por

fim, identifica-se a posição do menor valor de RMS dentro do vetor, sendo que ela equivale ao tamanho do período do sinal inicial.

Executando-se iteração com o sinal da Figura 18 da sessão 5.2.2 retornou o valor de 200, ou seja, encontrou-se o período de 200 pontos para o sinal de entrada. A fim de validar o resultado graficamente, calculou-se o sinal de entrada diferenciado com atraso de 199, 200 e 201 pontos subtraído do sinal original, e obtendo-se dos resíduos dos 3 casos no gráfico 18:

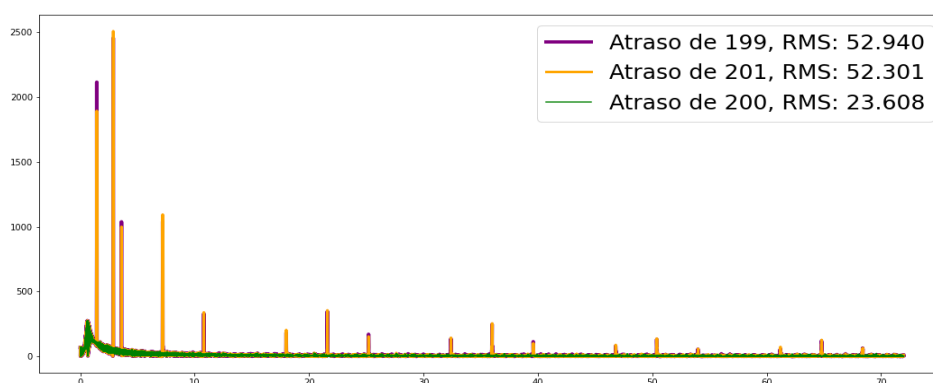
Figura 19 - Resultado da diferenciação utilizando atrasos de 199, 200 e 201



Fonte: Autoria própria

É possível verificar que o resultado do atraso de 200 (curva em vermelho) tem uma amplitude muito baixa, restando apenas um baixo ruído, portanto as componentes de frequência aparentam estar canceladas. Já o sinal com atraso de 199 (curva em verde) e 201 (curva em amarelo), aparentam ter componentes de frequência presentes e maior amplitude em relação a curva de atraso de 200 pontos. Para verificar se as outras ondas possuem realmente essas características, realizou-se a FFT e o cálculo do RMS dos espectros nos três casos, presente na imagem 20 a seguir:

Figura 20 - FFT dos dados diferenciados em 199, 200 e 201



Fonte: Autoria própria

No gráfico estão presentes as FFTs dos três casos, sendo possível verificar que os espectros verde e amarelo tem componentes de frequências residuais com amplitudes que superam o valor de 2500. Já o resultado da FFT de atraso 200 tem amplitudes que não superam o valor de 500. Analisando o RMS de cada caso fica evidente que a energia do atraso de 200 pontos é a menor portanto indica o melhor cancelamento das componentes cíclicas.

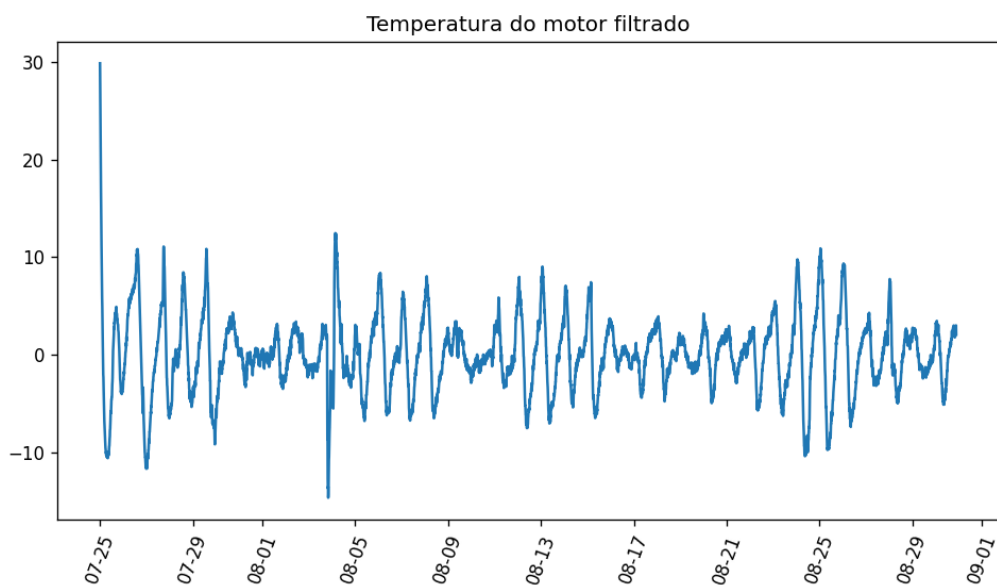
5.3 Teste do algoritmo com dado real

Após o teste com o dado simulado, resolveu-se verificar o desempenho do algoritmo com o dado de temperatura de um motor, já apresentado na imagem 13. O dado apresenta uma sazonalidade de um dia por conta da frequência da amplitude da temperatura ambiente, ou seja, o algoritmo deverá resultar em uma quantidade de pontos que equivale a um dia. Como visto na sessão 5.1, o período de um dia é equivalente a 144 pontos, logo esse deverá ser o resultado do algoritmo. Além da quantidade de índices é importante, primeiro, observar o desempenho do filtro passa alta quando aplicado ao dado real com a frequência normalizada pela função presente na sessão 4.5.3.

5.3.1 Desempenho do filtro

Aplicando-se o cálculo da frequência normalizada e por seguinte o filtro passa alta, obteve-se o sinal representado na Figura 21.

Figura 21 - Dado da temperatura do motor filtrado pelo algoritmo



Fonte: Autoria própria

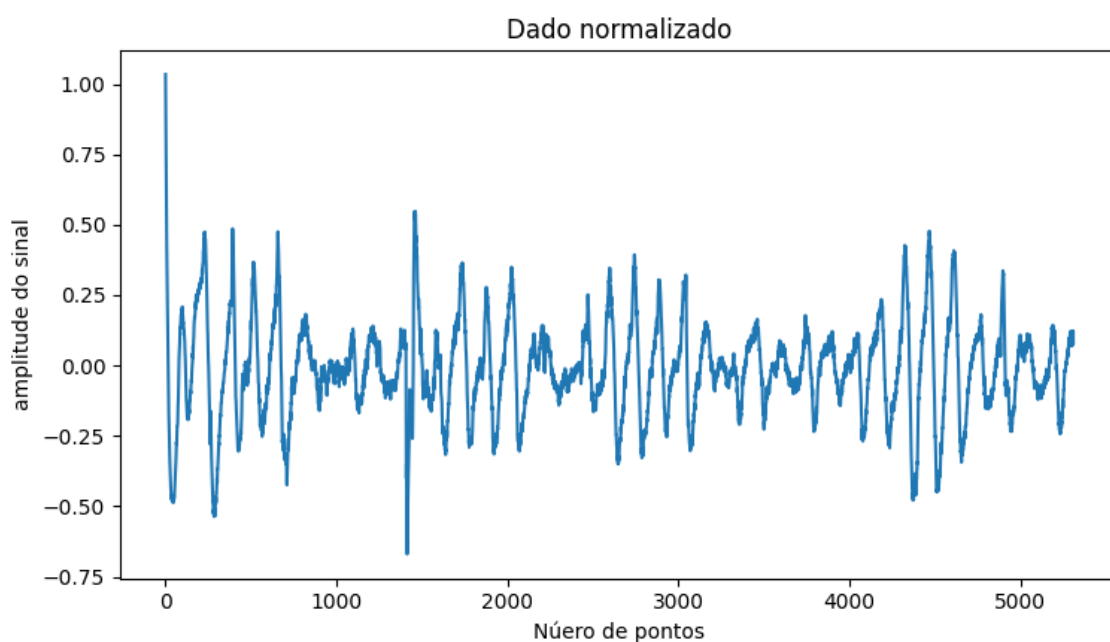
Verifica-se que o sinal não tem mais a componente de tendencia, resultando em um sinal oscilatório com média zero e amplitude de 20 graus celsius. É importante notar que

acontece um pico no início do sinal o que é característico do filtro Butterworth. Nota-se também que existe uma modulação de amplitude no sinal periódico, porém ela não é periódica, portanto, o filtro não foi capaz de remover essa componente. Isso ocorre, pois as modulações de amplitude em temperaturas ambiente variam com as condições climáticas e as massas de ar que atingem a localidade do equipamento.

5.3.2 Normalização

Após filtrar o dado, é realizada a normalização, aplicando-se a normalização com o dado filtrado, obtém-se a série temporal presente na Figura 22.

Figura 22 - Sinal sem componente de tendencia normalizado



Fonte: Autoria própria

O dado apresenta uma escala entre -1 e 1, e apresenta uma aparente média zero. Logo durante a fase de iteração, o resultado das FFTs sempre ter amplitudes na mesma escala, independente do sinal de entrada.

5.3.2 Resultado do algoritmo

Após a normalização o dado é encaminhado para a diferenciação iterativa a fim de se encontrar a contagem da iteração que contém a menor RMS da FFT. Executando-se a parte iterativa do algoritmo, foi possível obter o resultado de 144, o qual mostrou-se de acordo com o esperado, discutido na seção 5.1. O algoritmo foi implementado também em um passo anterior a aplicação automática de predição de uma empresa de otimização industrial. O algoritmo foi utilizado em um passo anterior a predição de séries temporais que possuíam

caráter periódico, a empresa antes da alteração registrou 467 pedidos de predição, sendo que as predições válidas eram de 351 no mês de setembro de 2021. Após a implementação, no mês de outubro, foram registrados 448 pedidos de predição sendo que 381 foram pedidos válidos, contabilizando um aumento de 9,88% nas predições válidas.

6. Conclusão

Com o estudo realizado foi possível realizar um algoritmo capaz de encontrar o período da sazonalidade de uma série temporal utilizando o método iterativo descrito na seção 4. Portanto ele pode ser utilizado como uma ferramenta previa a predições com modelo SARIMA. Visto que existem algoritmos iterativos, como o autoarima, que encontram de forma iterativa os parâmetros p , d , q , P , D , e Q do modelo SARIMA, porém é necessário inserir o parâmetro ‘ m ’ para que se possa realizar o autoarima. Isso significa que o método realizado pode ser utilizado de forma anterior ao algoritmo do autoarima, ou seja, combinando os dois algoritmos é possível se obter uma predição de forma automática em fontes de dados desconhecidas de forma fácil.

O algoritmo desenvolvido é sensível a altas variações de modulações de amplitude não periódicas, pois elas podem causar o não cancelamento do sinal observado, isso significa que a energia do espectro, durante as diferenciações iterativas, podem ser mais altas do que o esperado, tornando se difícil a escolha do período sazonal.

Uma forma de melhoria do algoritmo poderia ser utilizando um método capaz de equalizar as amplitudes do sinal após sua filtragem.

O Algoritmo resultou em um aumento de 9,88% nas predições validas da emprese de otimização industrial.

Referências

ABECOM (Rua 21 de Abril, 1181 Brás – São Paulo). Você conhece quais os principais tipos de motores elétricos? In: ABECOM (Rua 21 de Abril, 1181 Brás – São Paulo). **Você conhece quais os principais tipos de motores elétricos?** [S. l.], 3 fev. 2022. Disponível em: <https://www.abecom.com.br/tipos-de-motor-eletrico/>. Acesso em: 10 nov. 2021.

ADHIKARI, Ratnadip; AGRAWAL, R. K. An Introductory Study on Time Series Modeling and Forecasting. **LAP Lambert Academic Publishing**, Germany, p. 3-54, 26 fev. 2013. DOI arXiv:1302.6613. Disponível em: <https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1302/1302.6613.pdf>. Acesso em: 20 abr. 2022.

AUGURY. **Machine Health in the Manufacturing Industry and People-First Digital Transformation:** Industrial Internet of Things Machine Health Machine Learning Machine Reliability Mechanical Diagnostics Predictive Maintenance. [S. l.], 6 fev. 2020. Disponível em: <https://www.augury.com/blog/machine-health-in-the-manufacturing-industry/>. Acesso em: 26 nov. 2022.

Brandt, P. T., & Williams, J. T. (2001). **A Linear Poisson Autoregressive Model: The Poisson AR(p) Model.** *Political Analysis*, 9(02), 164–184.

CRYER, Jonathan D.; CHAN, Kung-Sik. **Time Series Analysis:** With Applications in R. Second Edition. ed. New York, USA: Springer Science+Business Media, LLC, 2008. 491 p. ISBN 978-0-387-75958-6.

DER, Lawrence. **Frequency Modulation (FM) Tutorial.** Silicon Laboratories Inc, p. 1-12, 2008. Disponível em: [https://www.semanticscholar.org/paper/Frequency-Modulation-\(fm\)-Tutorial-Armstrong/c122bb065f9a5540970b7a1298a908e88af6dfb9](https://www.semanticscholar.org/paper/Frequency-Modulation-(fm)-Tutorial-Armstrong/c122bb065f9a5540970b7a1298a908e88af6dfb9). Acesso em: 27 maio 2022.

H. Roder. **Amplitude, Phase, and Frequency Modulation**, in Proceedings of the Institute of Radio Engineers, vol. 19, no. 12, pp. 2145-2176, Dec. 1931, doi: 10.1109/JRPROC.1931.222283.

HYNDMAN, Rob J. Moving Averages. **International Encyclopedia of Statistical Science**, [S. l.], p. 866-869, 1 jan. 2010. DOI 10.1007/978-3-642-04898-2_380. Disponível em: <https://pt.scribd.com/document/507977956/Moving-Average#>. Acesso em: 27 maio 2022.

M. Ivanović and V. Kurbalija, "Time series analysis and possible applications," 2016 39th International Convention on Information and Communication Technology, Electronics and Microelectronics (MIPRO), Opatija, Croatia, 2016, pp. 473-479, doi: 10.1109/MIPRO.2016.7522190.

MORAIS, I. S. **Introdução a Big Data e Internet das Coisas (IoT).** [S.l.]: Marina Leivas

RADU, Ciprian. Lubrication of rolling bearings. In: **The Most Common Causes of Bearing Failure and the Importance of Bearing Lubrication**. [S. l.], 17 mar. 2020. Disponível em: <https://www.bearing-news.com/the-most-common-causes-of-bearing-failure-and-the-importance-of-bearing-lubrication/>. Acesso em: 3 jan. 2022.

SANTOS, Lucas de Jesus Moreira dos. **Deteção e predição de falhas em equipamentos industriais via aprendizado de máquina**. In: SANTOS, Lucas de Jesus Moreira dos. Orientador: Lilian Berton. 2022. (Bacharelado em Ciência da Computação) - Universidade Federal de São Paulo - Instituto de Ciência e Tecnologia, [S. l.], 2022. f. 85.

SKF. **O que são fissuras por fadiga?** In: Fissuras por fadiga: Resultado de falhas do rolamento. [S. l.], 14 fev. 2011. Disponível em: <https://www.skf.com/br/products/rolling-bearings/bearing-failure-and-how-to-prevent-it/white-etching-cracks-a-result-of-bearing-failures>. Acesso em: 21 set. 2021.

SOUSA, Rafaela. **Primeira Revolução Industrial**; Brasil Escola. Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/geografia/primeira-revolucao-industrial.htm>. Acesso em 04 de janeiro de 2022.

SOUSA, Rafaela. **Terceira Revolução Industrial**; Brasil Escola. Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/geografia/terceira-revolucao-industrial.htm>. Acesso em 05 de novembro de 2022.

TOLSTOV, Georgi Pavlovich; SILVERMAN, Richard A. **Fourier Series**: Dover Books on Mathematics Dover books on advanced mathematics. 9780486633176. ed. [S. l.]: Courier Corporation, 1976. 336 p.

WOLKERS, Jardel Silva. **IIoT: o que é e qual a importância para a Indústria 4.0**. [S. l.], 26 jan. 2023. Disponível em: <https://certi.org.br/blog/iiot-o-que-e-e-qual-a-importancia-para-a-industria-4-0/>. Acesso em: 28 jan. 2023.