UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Campus de Rio Claro

Dimensões Teórico-Metodológicas do Cálculo Diferencial e Integral: perspectivas histórica e de ensino e aprendizagem

MARCO ANTONIO ESCHER

Orientadora: Profa. Dra. Rosana Giaretta Sguerra Miskulin

Rio Claro (SP)
2011

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Campus de Rio Claro

Dimensões Teórico-Metodológicas do Cálculo Diferencial e Integral: perspectivas histórica e de ensino e aprendizagem

MARCO ANTONIO ESCHER

Orientadora: Profa. Dra. Rosana Giaretta Sguerra Miskulin

Tese de Doutorado elaborada junto ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, área de concentração em Ensino e Aprendizagem da Matemática e seus Fundamentos Filosófico-Científicos para obtenção do título de Doutor em Educação Matemática.

Rio Claro (SP)
2011

510.07 Escher, Marco Antônio
E74d Dimensões teórico-metodológicas do cálculo diferencial e integral: perspectivas histórica e de ensino e aprendizagem / Marco Antônio Escher. - Rio Claro : [s.n.], 2011
222 f. : il., figs., gráfs., tabs.

Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas
Orientador: Rosana Giaretta Sguerra Miskulin

1. Matemática - Estudo e ensino. 2. Paradigma indiciário. 3. História. 4. Tecnologias de Informação e Comunicação. I. Título.

Ficha Catalográfica elaborada pela STATI - Biblioteca da UNESP
Campus de Rio Claro/SP

Comissão Examinadora

Profa. Dra. Rosana Giaretta Sguerra Miskulin (orientadora)
Universidade Estadual Paulista – UNESP – Rio Claro (SP)

Profa. Dra. Maria Teresa Menezes Freitas
Universidade Federal de Uberlândia - UFU – Uberlândia (MG)

Prof. Dr. João Frederico da Costa Azevedo Meyer
Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP – Campinas (SP)

Profa. Dra. Adriana Cesar de Mattos
Universidade Estadual Paulista – UNESP – Rio Claro (SP)

Prof. Dr. Marcos Vieira Teixeira
Universidade Estadual Paulista – UNESP – Rio Claro (SP)

Doutorando Marco Antonio Escher
Programa de Pós Graduação em Educação Matemática
UNESP – Rio Claro (SP)

Rio Claro, 08 de junho de 2011.

Resultado: Aprovado

“Os gregos contam que Teseu recebeu de presente de Ariadne um fio. Com esse fio Teseu se orientou no labirinto, encontrou o Minotauro e o matou. Dos rastros que Teseu deixou ao vagar pelo labirinto, o mito não fala”

Carlo Ginzburg

Resumo

Esta pesquisa descreve um Cenário de Investigação criado por algumas dimensões teórico-metodológicas, as quais apresentam, em duas perspectivas inter-relacionadas, as influências, limites e potencialidades do uso das Tecnologias de Informação e Comunicação no Cálculo Diferencial e Integral: (1) em uma perspectiva histórica, e (2) em uma perspectiva de ensino e de aprendizagem. O objetivo deste trabalho consiste em investigar as dimensões teórico-metodológicas presentes nas inter-relações do Cálculo Diferencial e Integral e as Tecnologias Informacionais e Comunicacionais (TIC). A pesquisa foi desenvolvida lançando mão de uma metodologia qualitativa, com a qual o pesquisador insere-se no contexto pesquisado e no desenvolvimento da coleta dos dados da pesquisa e, aos poucos, constrói o Cenário de Investigação, tendo, como pano de fundo, o Paradigma Indiciário de Carlo Ginzburg. Desta forma, delineamos uma Coda a qual nos fornece uma síntese conceitual das perspectivas (1) e (2), viabilizando-nos a percorrer um caminho teórico-metodológico em busca dos indícios que influenciam os processos de ensinar e aprender Cálculo no contexto das Tecnologias de Informação e Comunicação. Para tanto, delineamos possíveis respostas para a questão investigativa: Quais são as dimensões teórico-metodológicas presentes nas inter-relações do Cálculo Diferencial e as Tecnologias Informacionais e Comunicacionais no contexto de ensino e aprendizagem da matemática? Dimensões como: epistemológicas, da linguagem, formalista, sócio-cultural, metodológica, entre outras, emergem da revisão da literatura relativa ao uso das tecnologias no ensino e aprendizagem do Cálculo, da análise preliminar dos livros selecionados, das Entrevistas efetuadas com professores que lecionaram, ou que ainda lecionam Cálculo e da prática em sala de aula. As conclusões mostram-nos que as TIC adquirem uma característica forte o bastante para alterar todas as dimensões, assumindo, logo, seu caráter epidêmico, justificando assim sua característica revolucionária.

Palavras-chave: Cálculo Diferencial e Integral, Paradigma Indiciário, História, Tecnologias de Informação e Comunicação.

Abstract

In this work we describe a scenario for research created by some theoretical and methodological dimensions which show influences, limits and potentialities of the use of Information and Communication Technology in Differential and Integral Calculus in two interrelated perspectives: (1) from a historical perspective, and (2) a teaching and learning point of view. The objective of this research is to investigate the theoretical and methodological dimensions present in the inter-relationships of Differential and Integral Calculus and Information and Communication Technology (TIC). Therefore, we are resorting to a qualitative methodology, in which the researcher is within the context of researching and developing data collection and research forms the Investigation Scenario in a step-by-step careful manner, with the backdrop of the Paradigm Sign of Carlo Ginzburg. Thus, we designed a Coda which provides a conceptual synthesis of perspectives (1) and (2), which makes possible a theoretical and methodological journey in search of clues that influence the processes of teaching and learning calculus in the context of Information and Communication Technology. To this end, we propose possible answers to the investigative question: What are the theoretical and methodological dimensions present in the inter-relationships of Calculus from the Information and Communication Technology in the context of teaching and learning of mathematics? Dimensions such as epistemological, linguistic, formalist, socio-cultural, methodological, among others, emerge from the literature review on the use of technology in teaching and learning of calculus and preliminary analysis of selected books, from the Interviews with the teachers who taught or still teach Differential and Integral Calculus and from classroom. The findings show that TIC acquire a characteristic strong enough to change all dimensions, thus assuming its epidemic character, justifying his revolutionary feature.

Keywords: Differential and Integral Calculus, Paradigm Sign, History, Information and Communication Technology

Dedicatória

Aos meus pais.

A uma nota musical...

Agradecimentos

A todos que estiveram presentes em momentos onde a vida parece nos tirar do rumo, mostrando novos caminhos para aprendermos a mais difícil tarefa... se compreender.

Em especial a minha orientadora, professora Rosana Giaretta Sguerra Miskulin, amiga de pouco tempo, mas que nesses compartilhamos muita coisa boa.

Aos membros da Banca, Maria Teresa Meneses Freitas, João Frederico Meyer (Joni), Adriana Cesar de Mattos e Marcos Vieira Teixeira pelas contribuições dadas no Exame de Qualificação e fora dele.

As pessoas de minha família, sempre presentes.

Aos amigos que revi ao voltar a UNESP, as funcionárias Ana, Elisa, Inajara, Lelê e Zezé, e professores, com os quais troquei muitas conversas. Em especial as informações e indicações bibliográficas sempre especiais do prof. Irineu Bicudo.

Aos mais que amigos que revi em Rio Claro, Adriana, PB, tio Helio e Sir Wiliam X, sem os quais essa Tese nunca se realizaria.

Aos amigos que fiz nessa volta, em especial a Lucieli, Carla, Roger, João Luis, Juliana e Rosilda, que muito me auxiliaram durante o doutorado.

Aos colegas de orientação, Andriceli, Carol, Edinei, Ju e Vanessa, a profa, Miriam e membros do Grupo de Pesquisa de Formação de Professores e aos membros do LEM (Laboratório de Ensino de Matemática) da UNESP.

A Valdecir Kuhl, por ver coisas no texto que eu não tinha visto. Super obrigado.

A todos que compartilharam seus saberes para que este trabalho assim se apresentasse.

A quem se sinta parte, muito obrigado.

A todos que façam uso, antecipadamente agradeço.

Sumário

Introdução 11
1. Cálculo e as Tecnologias da Informação e Comunicação 20
1.1 Sociedade e Tecnologia: algumas reflexões 22
1.2 Escola no contexto das TIC 27
1.3 Matemática e Tecnologia: algumas reflexões 30
1.4 CDI e Tecnologia: algumas reflexões 32
2. A Pesquisa em História 36
2.1 A história dos principais conceitos do Cálculo 40
3. Metodologia de pesquisa 49
3.1 O Paradigma...do método 57
4. Emergindo das Fontes 61
4.1 O fio do relato... dos professores 63
Professor JB 64
Professor J 67
Professor B 73
Professor S 76
4.2 Os Sinais... nos livros 83
4.3 As pistas nas pesquisas 96
4.4 Os Indícios na Prática Docente 107
4.4.1 O Mini-curso 107
4.4.2 Aulas de Cálculo 110
5. Inter-Relações entre os processos de Aprender e Ensinar Cálculo e as TIC 111
5.1 A Perspectiva histórica 114
5.2 A Perspectiva didático-pedagógica 121
5.3 A Coda 132
Considerações Finais 135
Bibliografia 138
Anexo A 152
Anexo B 153
Anexo C 155
Anexo D 156
Anexo E 166
Anexo F 200
Anexo G 207
Anexo H 212
Anexo I 213
Anexo J 221
Anexo K 222

Introdução

Esta pesquisa traz à discussão dois assuntos normalmente estudados separadamente na academia: relações históricas, neste caso referente ao Cálculo Diferencial e Integral e a implementação da tecnologia no contexto educacional.

Parafraseando Carlo Ginzburg, um mesmo fio conecta uma das mais antigas ciências à filha mais nova da revolução industrial. De um lado a História, oriunda do grego antigo *hitor*, significando testemunho, no sentido daquele que vê, de Heródoto[1] que se reportava à análise de processos e eventos ocorridos no passado, e de March Bloch que afirma ser a história a ciência que estuda o homem no tempo; e do outro, as Tecnologias de Informação e Comunicação, também chamadas de TIC, pertencentes às ciências exatas, aplicadas à tecnologia, as quais evidenciaremos, em nossa pesquisa, algumas dimensões de sua utilização no contexto educacional de Cálculo nos últimos 50 anos.

O percurso direcionado às escolhas feitas para a composição dessa tese baseou-se na frase de Carlo Ginzburg, destacada na epígrafe deste trabalho:

[1] Heródoto (em grego, Ἡρόδοτος - Hēródotos, na transliteração) foi um geógrafo e historiador grego, continuador de Hecateu de Mileto, nascido no século V a.C. (485?–420 a.C.) em Halicarnasso (hoje Bodrum, na Turquia). A sua criação deu-lhe o título de "*pai da história*" e a palavra que utilizou para o conseguir, *hitor*, que previamente tinha significado simplesmente "pesquisa", tomou a conotação atual de "história". Em http://pt.wikipedia.org/wiki/Her%C3%B3doto, acessado em 20/05/2010.

> Os gregos contam que Teseu recebeu de presente de Ariadne um fio. Com esse fio Teseu se orientou no labirinto, encontrou o Minotauro e o matou. Dos rastros que Teseu deixou ao vagar pelo labirinto, o mito não fala. (GINZBURG, 2007)

Inicialmente, os estudos direcionados às pesquisas em História constituíam-se como parte das atenções na realização desse trabalho. Porém, a leitura de autores como Ginzburg (1987, 1989, 2007), Prost (2008), Ricœur (2007) incorporando a leitura de Bloch (1997) trouxe uma nova perspectiva ao trabalho, transformando a pesquisa em História como delineadora e norteadora do olhar do pesquisador. A busca do querer ir além dos relatos históricos, de entender o processo pelo qual se faz a história como movimento, não sendo ela estática, faz-nos concordar com Ginzburg (1989) quando o autor menciona-nos os rastros deixados pelos atores dos episódios historicamente descritos, protagonistas ou coadjuvantes, e que pelas escolhas feitas por quem os descreve não são mencionados, em alguns casos.

Desta forma, situamos o fio mencionado por Carlo Ginzburg, o qual metaforicamente denominamos por um Cenário de Investigação[2], que começa a se constituir com documentos encontrados sobre o que hoje se identifica como a ciência Matemática.

Em nosso trabalho, concebemos Matemática como uma prática social[3] (ALTHUSSER, apud LOPES,1973), surgida como parte da vida diária do homem (BOYER, 1974) acompanhando praticamente todas suas ações, histórica e socialmente relatadas, suas práticas culturais (D'AMBROSIO, 1986) e suas descobertas, com indícios numéricos que puderam ser encontrados desde tão cedo, até a descoberta do fogo há 300.000 anos (BOYER, 1974), nas articulações feitas

[2] Cenário de Investigação refere-se aqui ao sentido encontrado em Houaiss (2001), onde o termo cenário vem do latim scaenarium – lugar da cena, e pode significar o lugar em que se desenrola algum fato, conjunto do que se descortina à vista, panorama, paisagem, cena. Assumiremos então a expressão "Cenário de Investigação" no sentido do Lugar onde o processo investigativo, de pesquisa, descortina os dados.

[3] Podemos incluir, sem perda de generalidade, a Matemática na definição de Prática Social dada por Althusser, citado no texto de Lopes (1973). O autor cita Althusser a partir de duas obras: Lire le Capital (LC) e Pour Marx (PM) e discute as definições de prática dadas por ele em PM e LC. Diz Lopes que "No primeiro, a prática é definida como «todo o processo de transformação de uma matéria-prima determinada num produto determinado, transformação efectuada por um trabalho humano determinado, utilizando meios [de produção] determinados». Para Althusser, «o momento (ou elemento) determinante não é nem a matéria-prima, nem o produto, mas a prática em sentido estrito». Esta definição de prática, acrescenta o autor, inclui em si a possibilidade da particularidade: existem práticas diferentes, realmente distintas, se bem que pertencentes organicamente a uma mesma totalidade complexa. A «unidade complexa» das práticas é designada prática social. A prática determinante é a produção, «a prática de transformação da natureza (matéria-prima) dada, em produtos de uso, pela actividade de homens existentes, trabalhando pelo emprego metodicamente regulado de meios de produção determinados, no quadro de relações de produção determinadas» (PM, pp. 167-168)" (LOPES, 1973, p. 656).

pelo homem pré-histórico quando parecia querer exprimir correspondências entre pequenas quantidades em seu dia a dia.

Da mesma forma, chamaremos também o conjunto de afazeres do professor de Matemática dentro da escola, como prática social do professor e o definiremos “como um conjunto de ações de um indivíduo que, por terem sido realizadas com certa freqüência e por determinado tempo, tornam-se características de determinado grupo social” (MIGUEL, 2004).

Como centramos nossas discussões na prática do professor de Matemática e de suas ações dentro do âmbito acadêmico, alguns dados históricos são utilizados para situar esse cenário, professor/disciplina/prática, mostrando alguns indícios do aparecimento de conceitos matemáticos tratados dentro do campo de estudo que se intitula Cálculo Diferencial e Integral, e também em sua integração com o ensino. Assim expomos alguns excertos de alguns livros de Cálculo do séc. XIX e séc. XX, compondo uma parte de nossos dados coletados nessa pesquisa, mostrando, desta forma, como os conceitos de Função, Limite, Continuidade, Derivada e Integral foram apresentados em livros antigos e como os são hoje em livros mais recentes que se referem ao Cálculo, fazendo ou não o uso das TIC.

Para tal, selecionamos oito livros, os quais foram divididos em três períodos de acordo com a data de publicação: livros muito antigos, com mais de setenta anos desde sua publicação, livros antigos, utilizados entre as décadas de 50 e 80, e, por fim, livros novos, utilizados a partir da década de 90. Um detalhamento desse processo de escolha e dos conteúdos dos livros poderá ser encontrado no Capítulo 4 no item 4.2. desta pesquisa.

Para auxiliar-nos na composição deste trabalho, utilizaremos um fio, o qual Teseu, na mitologia grega, teria recebido de Ariadne, filha do rei Minos, para guiá-lo pelo labirinto do Minotauro, metaforicamente, em nosso trabalho, a ter o sentido daquele que guia e norteia a pesquisa. Começamos a desenrolá-lo e delineá-lo por fatos e relatos encontrados nos livros mencionados a partir dos anos trinta, situando também esse cenário no Brasil, particularmente no estado de São Paulo.

Agregando a esse cenário, nossa pesquisa se volta para os relatos e fatos coletados nesse período, em que podemos encontrar, com mais ênfase, depoimentos e registros de professores que lecionaram e lecionam a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral, livros utilizados, e os relatos sobre a prática docente dos

professores pesquisados para ministrar a referida disciplina. Incluem-se, nessas práticas, para preparar e ministrar as aulas, os recursos didáticos, referências bibliográficas e estratégias didático-pedagógicas tecnológicas. O detalhamento da Prática Docente, ora comentada, está descrita no Capítulo 4.4 e as Entrevistas dos professores podem ser verificadas na íntegra nos Anexos, desta pesquisa.

Acreditamos que esse mesmo trabalho poderia ser levado adiante com a escolha de outro componente curricular de cursos de graduação em Matemática, como Álgebra ou outro pertencente à área de Geometria. A escolha pelo Cálculo Diferencial e Integral se justificaria por fazer parte, hoje, da formação básica de vários cursos acadêmicos, desde o próprio curso de Bacharelado e Licenciatura em Matemática, os cursos de Física, Engenharias, passando ainda por cursos de áreas biológicas, tornando-a uma disciplina ministrada por um grande número de professores, majoritariamente formados em cursos de Matemática.

A presente pesquisa apresenta uma Metodologia Qualitativa na qual o pesquisador insere-se no contexto pesquisado. Assim, no desenvolvimento da Coleta dos Dados da pesquisa, vamos construindo o Cenário de Investigação, o qual objetiva mostrar as possíveis inter-relações do Cálculo e as TIC na perspectiva histórica e de ensino e aprendizagem. As Entrevistas com professores que lecionaram e/ou lecionam esta disciplina, bem como a análise de alguns livros de Cálculos, novos e antigos, formam assim um primeiro conjunto de dados, relacionados entre si, como mostra, a seguir, o Diagrama 1.

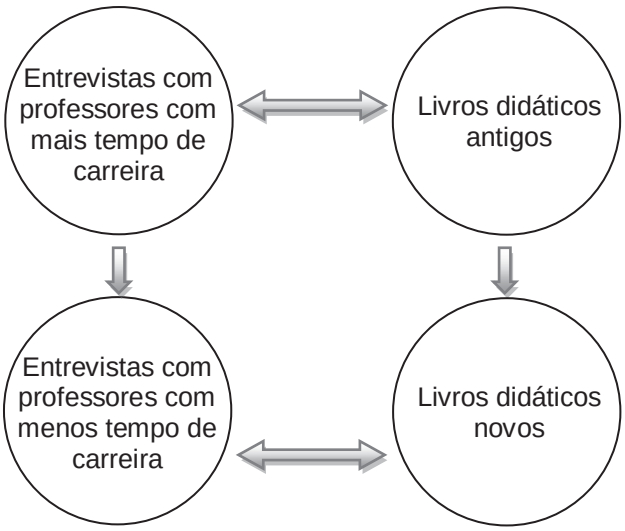


Diagrama 1: Procedimentos Metodológicos: a constituição dos Dados da Pesquisa

As justificativas para tais escolhas serão detalhadas no Capítulo 3, bem como a relação escolhida entre os dados e as setas que interligam estes. Para compor a totalidade de nossa síntese crítica, que chamaremos de Coda[4], buscaremos, por meio de um levantamento das pesquisas acadêmicas que trazem como foco a discussão da utilização das TIC no processo de ensino e aprendizagem desta disciplina, uma visão geral das pesquisas que relacionam TIC e os processos de ensinar e aprender CDI, não só em maior utilização de *software*, mas também na discussão de propostas metodológicas para a sua utilização em sala de aula.

Nosso fio, portanto, fixa sua outra extremidade no dia a dia do professor de Cálculo e em sua prática docente com esta disciplina. As Entrevistas realizadas e a Análise dos Livros de Cálculo juntam-se ao conjunto de pesquisas que retratam a inserção das TIC no contexto educacional e, com a observação e descrição da prática docente, completando o Diagrama 1 e compondo o Diagrama 2, representado a seguir:

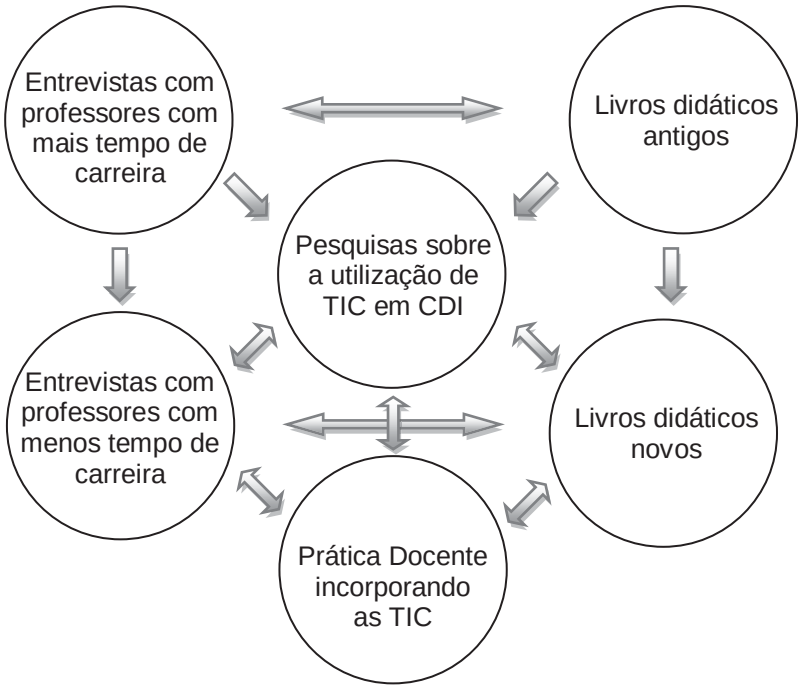


Diagrama 2: Representação do Diálogo dos Procedimentos Metodológicos da Pesquisa com a literatura sobre TIC e CDI

[4] Nesta pesquisa usaremos o termo Coda para denotar uma síntese crítica das dimensões principais presentes nas perspectivas que serão estudadas. Segundo Houaiss e Villar (2001), Coda significa seção conclusiva de uma composição, muito utilizada para descrever partes finais de uma composição musical em que há repetições.

Com esse diagrama, a pesquisa descreve um Cenário de Investigação, permeado de dimensões teórico-metodológicas, as quais apresentam as influências, limites e potencialidades do uso das TIC no Cálculo Diferencial e Integral em duas perspectivas inter-relacionadas: (1) em uma perspectiva histórica, e (2) em uma perspectiva de ensino e de aprendizagem no curso superior, como descrita a seguir:

> (1) perspectiva histórica: busca registros na história da ciência e da tecnologia relacionados a esta disciplina, Cálculo Diferencial e Integral, tendo o intuito de evidenciar a emergência das TIC;
>
> (2) perspectiva didático-pedagógica: investiga, interpreta e evidencia formas de ensinar e aprender os conceitos de Cálculo – a prática do professor - relacionada ou não às TIC, objetivando mostrar as possíveis influências, limites e potencialidades nos processos de ensinar e aprender CDI.

A partir dessas duas perspectivas, delineamos uma Coda – a qual fornece uma síntese conceitual das perspectivas (1) e (2) – mostrando um Cenário de Investigação teórico-metodológico, o qual nos viabiliza percorrer, em busca dos objetivos deste trabalho, um caminho entre a teoria e a prática, contextualizando as TIC nesse cenário, como visto no Diagrama 3, apresentado a seguir.

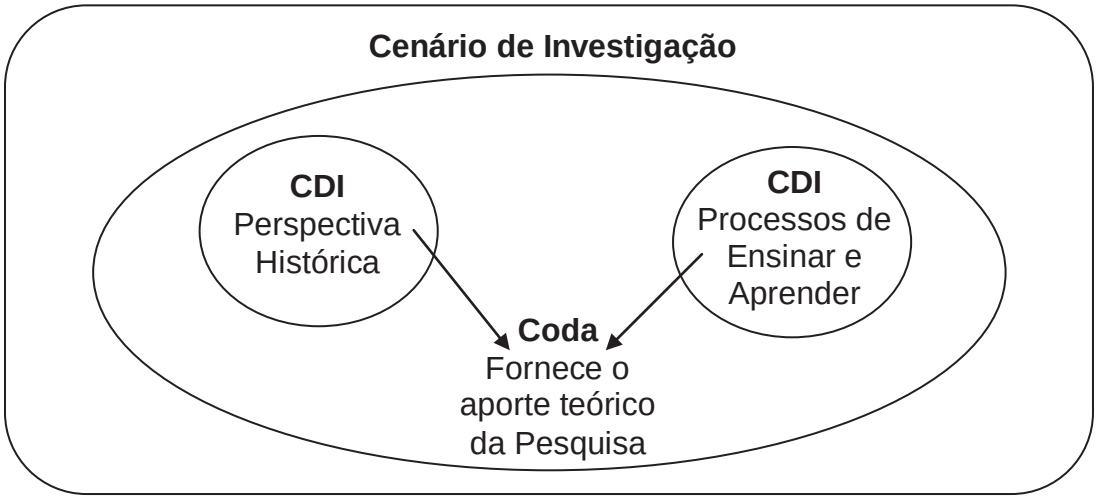


Diagrama 3: Composição do Cenário de Investigação

Nesse movimento, delineamos possíveis respostas para *a questão investigativa*, descrita a seguir:

Quais são as dimensões teórico-metodológicas presentes nas inter-relações do Cálculo Diferencial e Integral e as Tecnologias Informacionais e Comunicacionais em uma perspectiva histórica e de ensino e aprendizagem?

Assim, podemos citar como objetivos da pesquisa, *investigar e evidenciar as dimensões teórico-metodológicas presentes nas inter-relações do Cálculo Diferencial e Integral e as TIC, em uma perspectiva histórica e de ensino e aprendizagem no curso superior*. Além disso, pretendemos oferecer, aos professores e pesquisadores em Educação Matemática, um cenário teórico-metodológico, envolvendo novas formas de ensinar e aprender conceitos de Cálculo Diferencial e Integral, evidenciando, por meio da perspectiva histórica, as influências, limites e possibilidades do uso da tecnologia no processo de ensino e aprendizagem.

No presente trabalho, baseando-nos em uma abordagem qualitativa de pesquisa, procuramos tecer uma discussão acerca de algumas dimensões educacionais e tecnológicas relacionadas a esse estudo, tais como dimensões: epistemológicas, sócio-cultural, metodológicas e outras.

Utilizamos, para tanto, uma Metodologia de Pesquisa Qualitativa, alicerçada nos preceitos da Pesquisa Qualitativa (BOGDAN e BIKLEIN (1998) e LUDKE e ANDRÉ (1986)), e também baseada no Paradigma Indiciário, implícito nas concepções de Ginzburg (1987, 1989, 2007).

Nesse sentido, a composição desta obra pode ser explicitada a seguir:

Na **Introdução,** procuramos dar uma visão geral do trabalho, contextualizando um cenário geral da pesquisa, apresentando os objetivos, a questão investigativa e a estrutura da Tese apresentada em seus capítulos.

No **Capítulo 1**, intitulado: “Cálculo e as Tecnologias de Informação e Comunicação”, apresentamos uma discussão sobre as inter-relações da tecnologia e o contexto educacional. Para tanto, trazemos um cenário social da inserção das TIC na Sociedade, na Escola, em disciplinas do campo da Matemática e na disciplina Cálculo Diferencial e Integral.

No **Capítulo 2**, intitulado: “A Pesquisa em História”, expomos nosso conceito de pesquisa em história e apresentamos uma visão histórica a respeito dos conceitos de Cálculo que fazem parte do centro de nossas atenções nessa tese: Função, Limite, Continuidade, Derivada e Integral.

No **Capítulo 3**, intitulado: “Metodologia de Pesquisa”, expomos nosso conceito sobre pesquisa e relatamos os preceitos da pesquisa qualitativa, baseada em algumas dimensões teórico-metodológicas, tendo, como pano de fundo o Paradigma Indiciário de Carlo Ginzburg (1987, 1989, 2007).

No **Capítulo 4**, intitulado: “Emergindo das Fontes”, trazemos os dados coletados da pesquisa, compostos pelas Entrevistas com professores universitários, divididos em dois grupos: professores que trabalham há pouco tempo com a disciplina Cálculo Diferencial e Integral e professores que iniciaram sua vida acadêmica há mais de trinta anos, e que ministraram a disciplina de CDI.

Também apresentamos, nesse quarto momento, uma análise de alguns excertos de livros usados na disciplina Cálculo Diferencial e Integral, mostrando como os conceitos de Função, Limite, Continuidade, Derivada e Integral foram e são apresentados em livros antigos e atuais de Cálculo.

Apresentamos algumas pesquisas abordando aspectos teórico-metodológicos sobre a introdução e utilização da tecnologia no ensino e aprendizagem de Matemática, ressaltando seus limites e potencialidades no âmbito da Educação Matemática.

Ainda completando o arcabouço de nossas fontes de dados para que possamos ter uma visão atualizada da Prática Pedagógica de professores e as possibilidades da utilização das novas tecnologias no ensino de Cálculo, relatamos a investigação e as observações de nossa própria Prática Docente incorporando as TIC em dois momentos de observação: um Mini-curso proposto no X ENEM (Anexo G) em que os conceitos de Cálculo explicitados nessa tese foram trabalhados, com alunos e professores de Cálculo, com o auxílio de *software* computacional e, em um segundo momento em aulas de CDI para alunos do curso de graduação em Ciência da Computação, UNESP, campus de Rio Claro.

No **Capítulo 5**, intitulado: “Relações entre as TIC e os processos de Aprender e Ensinar Cálculo”, apresentamos a emergência das TIC no processo histórico, inter-

relacionando-as aos processos de ensinar e aprender Cálculo, constatando, dessa forma, como a prática do professor de matemática insere-se em uma prática social.

As dimensões relativas à Análise dos dados colhidos nos livros didáticos novos e antigos, aos depoimentos dos professores, às pesquisas acadêmicas e às práticas do docente em sala de aula, foram analisadas sob as perspectivas de teóricos que estudam as inter-relações entre cultura social e as Tecnologias de Informação e Comunicação.

As **Considerações Finais** deste trabalho foram elaboradas no sentido de mostrar ao leitor os cruzamentos dos dados obtidos com a teoria pesquisada e assim, possíveis caminhos e/ou rastros que levam à questão investigativa.

Além disso, o texto apresenta a **Bibliografia** e os **Anexos**, nos quais o leitor poderá entrar em contato com as fichas de análise dos livros de CDI e com revisão bibliográfica e modelo de Entrevista utilizado. Apresentamos ainda, para conhecimento do leitor, as Entrevistas na íntegra, Proposta do Mini-curso, exemplos de exercícios utilizando softwares em aulas de CDI e algumas tabelas, já comentados anteriormente.

Capítulo I

1. Cálculo e as Tecnologias da Informação e Comunicação

> *A sociedade não pode ser entendida sem as suas ferramentas tecnológicas...tecnologia é a sociedade (CASTELLS, 1999)*

Somos, sem dúvida, seres oriundos de uma época em que a presença da tecnologia na organização das práticas sociais, desde as ações mais elementares, como ligar e desligar aparelhos eletrônicos até as mais complexas, como a utilização de softwares específicos e computadores de última geração, é evidente. As mudanças têm agido como uma espécie de epidemia[5], permeando todas as esferas da atividade humana. Ações consideradas complexas passam a ser acessíveis em

[5] O termo epidemia tem origem no grego clássico: *epi* (sobre) + *demos* (povo) e sabe-se ter sido utilizado por Hipócrates no século VI a.C (http://pt.wikipedia.org/wiki/Epidemia, acessado em 27/02/2010). Embora muito utilizado ao se referir a doencas, Houaiss e Villar (2001) também o define como sendo uma generalização rápida e ampla de algo (uso, costume, método, etc.) por estar na moda.

relativamente pouco tempo. A esse tipo de propriedade inclusiva dos softwares e computadores, o que denomina "tecnologia[6]", Castells cita um movimento maior, chamando de Revolução Tecnológica, justificando uma de suas características principais: a "penetrabilidade em todas as esferas da atividade humana" (CASTELLS, p. 43, 1999).

Por conta dessa rapidez, outra característica interessante a se observar é a forma como as pessoas se "acostumam" com ela. Não é difícil encontrar alguém que, por volta do ano de 2008, solicitava a terceiros para realizar-lhe alguma tarefa em seu computador e que hoje, operando algum software computacional ou mesmo uma máquina, executa-a por si só. O que parecia ter relativo nível de complexidade, com o conjunto de atividades já exercidas pelo humano, homogeneíza-se, tornando-se menos complexa.

Da mesma forma, presenciamos uma crescente utilização da tecnologia no âmbito escolar, no qual percebemos que essa inserção tecnológica é atingida pelos mais diversos apelos, seja no sentido do incentivo a sua utilização, seja em críticas contrárias ao seu uso. Por entender que esta discussão não pode ser composta em partes separadas, mostraremos que este debate se insere em uma discussão mais ampla, levando-se em conta não apenas sua utilização na escola, mas também o lugar em que está inserida, seu contexto social, até a sua utilização no Campo da Matemática. Apresentado esse cenário, apontaremos algumas pesquisas que mostram a utilização de tecnologias em aulas de CDI. Ao final, nossa discussão voltaremos ao início, mostrando a inter-relação do campo tecnológico que o Cálculo se encontra e seu espaço na sociedade. Nosso caminho segue o fio representado no Diagrama 4 a seguir:

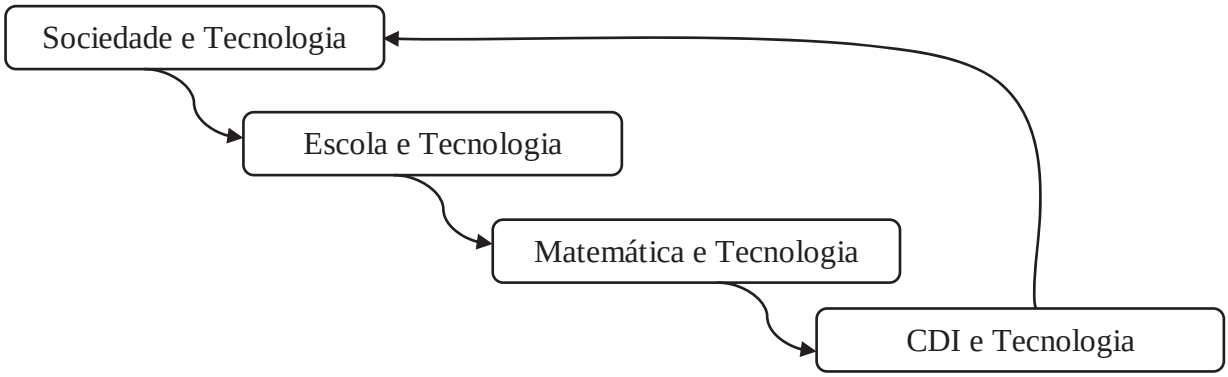


Diagrama 4: Tecnologia, da Sociedade ao contexto de CDI

[6] Castells denomina por Tecnologia o "uso de conhecimentos científicos para especificar as vias de se fazerem as coisas de uma maneira reproduzível". (CASTELLS, 1999, p.67)

Situamos esses dois campos teóricos, Sociedade e Tecnologia, para que possamos contextualizar a Escola, a Matemática e o Cálculo em nosso Cenário de Investigação. Nosso caminho então percorrerá uma discussão que relaciona todos esses termos e a inserção da presença da tecnologia.

1.1 Sociedade e Tecnologia: algumas reflexões

A presença da Tecnologia na organização das práticas sociais, enunciada anteriormente, sugere algumas discussões quanto à forma que entendemos sobre tal presença. Não se trata apenas da chegada de um componente diferente na sociedade, atingindo apenas parte dela como, por exemplo, a invenção da máquina fotográfica nos anos próximos a 1890, reconfigurando, momentaneamente, na época, a profissão dos retratistas, mas sim de um movimento com grandes proporções, participando do "processo de reestruturação do sistema capitalista a partir da década de 1980 (CASTELLS, 1999, p. 50), caracterizando o "sistema econômico e tecnológico como capitalismo informacional" (CASTELLS, 1999, p. 55).

Completa Castells

> As novas tecnologias de informação não são simplesmente ferramentas a serem aplicadas, mas processos a serem desenvolvidos. Usuários e criadores podem tornar-se a mesma coisa. Dessa forma, os usuários podem assumir o controle da tecnologia como no caso da internet. (CASTELLS, 1999, p. 69).

Pode-se citar, como exemplo do que se afirma, o processo de criação de home-pages, antes estando nas mãos de técnicos e hoje considerado assunto corriqueiro para usuários mais jovens da internet. E continua Castells,

> Há, por conseguinte, uma relação muito próxima entre os processos sociais de criação e manipulação de símbolos (a cultura da sociedade) e a capacidade de produzir e distribuir bens e serviços (as forças produtivas). Pela primeira vez na historia, a mente humana é uma força direta na produção, não apenas um elemento decisivo no sistema produtivo. . (CASTELLS, 1999, p. 69).

Ainda segundo Castells (1999), os usos das novas tecnologias de telecomunicações nas duas últimas décadas passaram por três estágios distintos: a

automação de tarefas, as experiências de usos e a reconfiguração das aplicações. Nos dois primeiros estágios, o progresso da inovação tecnológica baseou-se em aprender *usando.* No terceiro estágio, os usuários aprenderam a tecnologia *fazendo*, o que acabou resultando na reconfiguração das redes e na descoberta de novas aplicações.

Embora tratando o assunto de forma mais cultural do que econômica, Santaella afirma que "estamos vivenciando uma revolução digital" (SANTAELLA, 2003), e completa:

> A entrada do século XXI deverá ser lembrada no futuro como a entrada dos meios de comunicação em uma nova era: a da transformação de todas as mídias em transmissão digital, como se o mundo inteiro estivesse, de repente, virando digital (SANTAELLA, 2001, p.1).

Sendo assim, exporemos nossas concepções sobre a presença tecnológica em nossa sociedade, auxiliando, dessa forma, no entendimento das mudanças provocadas na escola.

Parte da comunidade acadêmica atribui à própria tecnologia certa autonomia. Nesse sentido, ao comentarmos a noção de Impacto Tecnológico[7], concordamos com Benakouche (2005) ao comentar esta noção. A autora é enfática em afirmar que muitos pesquisadores, ao se referirem à tecnologia durante a década de 70, atribuíam

> à mesma uma autonomia ou uma externalidade social que ela não possui; erroneamente, supunha-se uma dicotomia na qual de um lado estaria a tecnologia - que provocaria os ditos impactos - e do outro, a sociedade - que os sofreria (BERNAKOUCHE, 2005).

Como podemos atribuir à tecnologia o poder de influenciar a sociedade? Esta questão baseia-se no fato de que, quem determina qual tecnologia deve provocar os impactos e mesmo quem as controla é a própria sociedade e, além disso, esses impactos, caso ocorram, não são necessariamente os mesmos em todos os grupos sociais, o que retira totalmente essa intencionalidade da máquina.

Igualmente importante, a autora, embora não descartando uma possibilidade para que a dicotomia tecnologia/sociedade não seja levada à frente, arrisca-se a dizer que, baseando-se em três abordagens, é capaz de descrever, para destacar a íntima

[7] A noção de Impacto Tecnológico, ou Impacto Social Tecnológico é um termo muito utilizado principalmente nas grandes corporações industriais e empresas de tecnologia, normalmente manifestando a influência da tecnologia na sociedade, retratando que a mudança tecnológica traz mudanças sociais, sejam elas positivas ou negativa, e evidenciando o caráter autônomo desta.

e heterogênea relação entre técnica e sociedade, uma teoria a qual intitula de estudo da técnica[8], ou sociotécnica.

A sociotécnica, segundo a autora, baseia-se na abordagem (A) que evidencia o *conceito de sistema*, cuja característica é o uso da noção de grandes sistemas técnicos (LTS[9]) para nomear o conjunto de elementos sociais, políticos, econômicos e técnicos envolvidos nas várias etapas da criação, desenvolvimento e difusão de uma dada tecnologia, (B) a que insiste em seu *caráter socialmente construído*, também designada por SCOT[10], que critica o essencialismo da técnica e (C) a que privilegia o *conceito de rede*, na qual a análise integrada da tecnologia tem como base a idéia de que a mesma envolve uma rede de atores ou uma "actor-network"[11].

Justificando a partir de outros argumentos, Castells (1999) coloca que o grande avanço da indústria tecnológica, inicialmente impulsionado pelo financiamento militar e dos mercados, anos de 1940 a 1960, acentua-se, após essa década, possivelmente relacionado à "cultura da liberdade", inovação individual e provavelmente relacionada à cultura estadunidense empreendedora da década de 1960. Castells (1999) afirma que isso estaria em oposição à figura conservadora do Vale do Silício[12], exceto por afastar-se de padrões sociais do mundo dos negócios.

Segundo o autor, as tecnologias, inicialmente impulsionadas pelas pesquisas militares, foram amplamente utilizadas pelo setor financeiro, justamente em um momento de necessidade de reestruturação do capitalismo. Castells afirma que

> nem a sociedade escreve o curso da transformação tecnológica, uma vez que muitos fatores, inclusive criatividade e iniciativa empreendedora, intervêm no processo de descoberta científica, inovação tecnológica e aplicações sociais, de forma que o resultado final depende de um complexo padrão interativo. (CASTELLS, 1999, p. 43)

Baseando-se em tal afirmação e indo além do que afirmou Bernakouche, Castells enuncia que "o dilema do determinismo tecnológico é, provavelmente, um

---

[8] Seu marco inicial se dá com a publicação de "The Social Construction of Technological Systems. New Directions in the Sociology and History of Technology, organizado por Wiebe E. Bijker, Thomas P. Hughes e Trevor Pinch, publicado em 1987.

[9] Para maiores informações sobre essa teoria, ver "Networks of Power. Eletrification in Western Society, 1880-1930, publicado em 1983, escrito por Thomas Hughes, seu principal representante.

[10] Social Construction of Technology, representada principalmente por Wiebe Bijker e mostrada no livro "On Bicycles, Bakelites and Bulbs. Towards a Theory of Sociotechnical Chance, de 1985.

[11] Seus principais representantes são Bruno Latour (Jamais Fomos Modernos, 1994, entre outros), Michel Callon e o inglês John Law.

[12] O Vale do Silício, na Califórnia, nos EUA (em inglês *Silicon Valley*), é uma região na qual está situado um conjunto de empresas implantadas a partir da década de 1950 com o objetivo de gerar inovações científicas e tecnológicas, destacando-se na produção de Chips, na eletrônica e informática.

problema infundado, dado que a tecnologia é sociedade, e a sociedade não pode ser entendida sem suas ferramentas tecnológicas" (CASTELLS, 1999, p. 43). Castells afirma também que a

> Revolução Tecnológica tem seu início na década de 70, com a invenção do chip, que possibilitou a construção de micro-computadores pessoais, chamados mais tarde de PC (Personal Computer). Afirma o autor que "de fato, parece que o surgimento de um novo sistema tecnológico na década de 1970 deve ser atribuído a dinâmica da descoberta e difusão tecnológica, inclusive aos efeitos sinérgicos entre todas as varias principais tecnologias. Assim, o microprocessador possibilitou o microcomputador, os avanços em telecomunicações possibilitaram que os microcomputadores funcionassem em rede, aumentando assim o seu poder e sua flexibilidade (CASTELLS, 1999, p. 97)

Segundo ele, o paradigma tecnológico que estamos vivendo, o qual sustenta as características de uma revolução tecnológica, e no qual adicionou, aos processos sociais, as dimensões econômicas, possui 5 características:

1) A informação é sua matéria-prima, ou seja, "*são tecnologias para agir sobre a informação*, não apenas informação para agir sobre a tecnologia" (CASTELLS, 1999, p. 108);

2) *Penetrabilidade dos efeitos das novas tecnologias*, o que coaduna com nossa hipótese do caráter epidêmico da tecnologia, pois como "a informação é uma parte integral de toda atividade humana, todos os processos de nossa existência individual e coletiva são diretamente moldados (embora, com certeza não determinados) pelo meio tecnológico (CASTELLS, 1999, p. 108);

3) A *lógica das redes*, conceito esse que permeia seu livro e no qual procura explicar, com a morfologia de redes, uma configuração topológica da complexidade do aparecimento das inovações na atividade humana.

4) A *flexibilidade*, como afirma Castells, "Não apenas os processos são reversíveis, mas organizações e instituições podem ser modificadas, e até mesmo fundamentalmente alteradas, pela reorganização de seus componentes" (CASTELLS, 1999, p. 109).

5) A crescente *convergência de tecnologias específicas para um sistema altamente integrado*, "no qual trajetórias tecnológicas antigas ficam literalmente impossíveis de se distinguir em separado" (CASTELLS, 1999, p. 109).

Assim, conclui Castells, "a dimensão social da revolução da tecnologia da informação parece destinada a cumprir a lei sobre a relação entre tecnologia e a sociedade proposta algum tempo por Melvin Kranzberg" (CASTELLS, 1999, p. 113).

De acordo com o autor, “A tecnologia não é nem boa, nem ruim e também não é neutra” (KRANZBERG, apud CASTELLS, 1999, p. 113). O autor completa ainda que a mesma “é uma força que provavelmente está, mais do que nunca, sob o atual paradigma tecnológico que penetra no âmago da vida e da mente” (CASTELLS, 1999, p.113)

Em nossa pesquisa, traremos a discussão destes cinco itens, enfatizando o aparecimento da utilização da tecnologia em sala de aula, local privilegiado para que essa epidemia adentre, por, assim como afirma Castells, ser um local em que a transmissão e manipulação da informação faz-se constantemente.

Em uma discussão inicial, a qual será aprofundada no decorrer da tese, podemos encontrar, na escola, as características supracitadas, como, por exemplo, ao se referir a “*tecnologias para agir sobre a informação”.* A escola, sendo um espaço mais que propício, é repleta de dados a serem trabalhados, em todas as áreas do conhecimento. Por exemplo, Castells, ao referir-se à “p*enetrabilidade dos efeitos das novas tecnologias,*”, faz com que observemos uma similaridade em nossa discussão sobre o caráter epidêmico, mostrando-nos como as TIC adentram “sem pedir licença” no dia a dia escolar, atropelando, ou não, a discussão sobre sua aceitação e incorporando-se como parte do dia a dia escolar.

No caso da característica topológica “*lógica das redes”*, embora entendendo a maneira como a tecnologia “movimenta-se” dentro da sociedade, incorporaremos a escola como participante dessa rede, não tecendo discussões sobre como isso se configura. Já a característica “*flexibilidade*”, à medida que ela se configura novamente, é-nos bastante presente como, por exemplo, a maneira em que o Cálculo é apresentado nos livros didáticos, e, por último, a característica “*convergência de tecnologias específicas para um sistema altamente integrado”.* Podemos perceber esse fato claramente no surgimento dos softwares acadêmicos ligados ao Cálculo, em que os sistemas vão integrando-se e novas tecnologias e possibilidades de apresentação vão configurando-se. Essas discussões serão aprofundadas no decorrer de cada capítulo.

Em conjunto a essas modificações, aparece, junto a esse movimento, para dar referência as Tecnologias de Informação e Comunicação, uma terminologia denominada TIC. Martins relata a esse respeito que

> a terminologia "Tecnologias da Informação (TI)" ou "Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC)" passa a ser um termo guarda-chuva,

> popularizado na década de 90 e utilizado para nomear as tecnologias requeridas para o processamento, conversão, armazenamento, transmissão e recebimento de informações, bem como o estabelecimento de comunicações pelo computador. A terminologia TIC resulta da fusão das tecnologias de informação, antes referenciadas como informática, e as tecnologias de comunicação, relativas às telecomunicações e mídia eletrônica. As tecnologias de informação e comunicação, referenciadas na atualidade, envolvem a aquisição, o armazenamento, o processamento e a distribuição da informação por meios eletrônicos e digitais, como rádio, televisão, telefone e computadores, entre outros. (MARTINS, 2003, p. 70)

Veremos, no caso da educação, que, da mesma maneira que revolucionariamente a tecnologia adentra epidemicamente o dia a dia das pessoas, ela rompe os muros da tradicional escola.

1.2 Escola no contexto das TIC

Pudemos, principalmente a partir da década de 80, acompanhar algumas ações da política pública orquestrando a inserção da tecnologia em escolas. Encontramos ainda, na literatura, um histórico de medidas e programas governamentais que, envolvendo o uso da informática, evidenciam maior disseminação de programas educacionais. Borba e Penteado afirmam que

> Em nível nacional, umas das primeiras ações no sentido de estimular e promover a implementação do uso de tecnologia informática nas escolas brasileiras ocorreu em 1981 com a realização do I Seminário Nacional de Informática Educativa, onde estiveram presentes educadores de diversos estados brasileiros. (BORBA e PENTEADO, 2001)

Completam que, a partir daí, surgiram outros projetos como, por exemplo, o EDUCOM (COMputadores na EDUcação) estabelecido em 1983, o projeto FORMAR I em 1987 e FORMAR II em 1989, o PRONINFE (Programa Nacional de Informática na Educação, lançado em 1989 e o PROINFO lançado em 1997. Esses programas governamentais são exemplos de projetos que objetivavam implementar o uso de calculadoras e computadores nas escolas públicas.

Paralelo a esses fatos, as escolas particulares utilizaram-se, principalmente durante a década de 90, do discurso da implementação de computadores nas escolas como marketing, propagandeando uma escola “voltada ao futuro”, aparelhando, principalmente em uma época em que o acesso a computadores pessoais ainda era difícil, suas dependências com modernos laboratórios de informática.

Porém, observamos que desses muitos programas públicos e privados, alguns tiveram êxito e outros não, entretanto todos mantiveram certo distanciamento entre a implementação e a efetiva utilização e aproveitamento por conta da clientela estudantil. Sempre ficavam as perguntas: Os computadores chegaram, e agora? O que fazer com eles na escola?

Além disso, muitas outras inquietações surgem nesse cenário como, por exemplo, as precárias instalações dos laboratórios, a não existência de mão de obra especializada para manutenção dos equipamentos e suporte aos usuários, a necessidade de cursos efetivos aos professores, etc. Como afirma D'Ambrósio,

> É muito comum que os professores tenham receio de utilizar calculadoras, como também computadores. Outras vezes, mesmo estando dispostos a utilizá-los, as máquinas não estão disponíveis ou são de difícil acesso. Os professores não recebem, em sua formação, preparo para utilizar tecnologia na sala de aula. E não têm tempo de se preparar para isso. (D'AMBROSIO, 2009, p. 10)

A nosso ver, as situações geradas juntavam-se a discursos contrários a respeito de sua utilização, criando uma polêmica sobre o tema. De um lado, pesquisadores universitários, grandes empresas de desenvolvimento de tecnologia em hardware e software, e iniciativas governamentais, não necessariamente juntos, trabalham no sentido de comprovar a eficácia e os benefícios de sua utilização em sala de aula.

De outro, uma realidade econômica, dificuldades físicas de implementação de projetos, bem como uma "reação" às mudanças, atribuída a vozes dos professores e pais de alunos, dizendo que "a escola sempre esteve sem a tecnologia e, por isso, pode passar sem ela", à medida que os próprios conteúdos escolares, ministrados hoje em sala, são os mesmos de há cinqüenta anos, época em que esse apelo tecnológico não existia, a não ser pela descoberta de algum material um pouco menos alérgico que o sulfato de cálcio usado na confecção do giz, significando claramente que, até então, tudo fora feito sem o auxílio da tecnologia computacional. ou até mais contundentes, do tipo "computadores fazem mal ao aluno".

As justificativas de que a escola não está preparada para usar os computadores é uma teoria que se sucumbe ao contexto. Provida do jargão e do discurso simplista, dizer que a tecnologia não adentra na escola pela falta de preparo dos agentes do ensino alimenta a tese de que mais pesquisas na área devem ser

realizadas para que a escola possa usufruir de um “baú” de exemplos de como isso deve ser feito.

Segundo Papert (1994), quem se utiliza desse argumento “está fundamentalmente errado” (PAPERT, 1994, p. 42). E completa que “é evidente que a pesquisa aumentará a variedade e a eficácia do uso dos computadores, porém, não é isso que mudará a natureza do uso do computador nas escolas” (PAPERT, 1994, p. 42). É nesse quadro que estabeleceremos nossa discussão.

Sabemos que, historicamente, com a introdução, disseminação e apropriação das tecnologias digitais em nossa sociedade, tem havido uma utilização maior das Tecnologias da Informação e Comunicação no contexto educacional; gerando, portanto, novos comportamentos e novas ações humanas (MISKULIN, 1999) como resposta e frente às mudanças provocadas em várias dimensões de nossas vidas.

Embora não se trate ainda do que poderíamos dizer uma massificação da utilização de meios tecnológicos computacionais dentro da esfera escolar, e sim do início da configuração de um cenário de transformações tecnológicas (CASTELLS, 1999), podemos notar que várias pesquisas têm sido elaboradas no sentido de evidenciar e discutir a viabilidade de sua utilização no meio acadêmico.

Nesse cenário, encontramos também o desenvolvimento de novos equipamentos que podem ser utilizados dentro do âmbito educacional, como projetores, mesas digitalizadoras e lousas eletrônicas, além de sua popularização e facilitação ao acesso, colocando a comunidade acadêmica em discussão a respeito da necessidade de novas práticas educacionais, que possam gerar, como resposta a essas novas implementações, um nível diferente de informação, resultando em condições que permitam aos alunos integrarem-se nessa nova “configuração social” (CASTELLS, 1999).

Como afirma Miskulin, “os educadores devem estar atentos para essas novas formas do saber humano, novas maneiras de gerar e dominar o conhecimento” (MISKULIN, 1999, p. 33). Atenção essa motivada pela própria condição de ser inserido na revolução tecnológica (CASTELLS, 1999), do mesmo modo que a discussão de novas formas de produção e apropriação do saber científico, possibilitando, com essa nova configuração social, um ensino condizente.

1.3 Matemática e Tecnologia: algumas reflexões

Diversos softwares são desenvolvidos e adaptados à utilização, na escola, em diversas áreas do conhecimento presentes nas disciplinas ali contidas. Em especial, podemos encontrar, na matemática, muitos softwares que acompanham essa diretriz. Várias pesquisas acadêmicas têm mostrado a utilização de softwares no ensino e aprendizagem de geometria, álgebra, gráficos de funções, simulações numéricas, trigonometria, enfim, em quase todos os conteúdos matemáticos normalmente trabalhados no ambiente escolar, desde a Educação Básica, até a formação acadêmica superior. Alguns desses softwares, como poderemos verificar nas entrevistas, tornam-se peça fundamental à realização de algumas atividades acadêmicas.

Com o aparecimento desse tipo de tecnologia, uma série de outras ações necessitam ser repensadas, desde o aperfeiçoamento de instalações físicas até a formação das pessoas envolvidas com esse "novo".

Assim, como em todo processo educativo, a premissa paulofreireana: "educar não é treinar pessoas" está presente, o educar, em uma sociedade de informação, é muito mais do que "treinar" pessoas no uso das novas tecnologias, tratando-se de formar indivíduos de forma a prepará-los à contínua e acelerada transformação do conhecimento tecnológico (MISKULIN, 1999). Tal afirmação torna-se importante no sentido de que o uso de tecnologia pode confundir-se com o trabalho mecânico, vide, como exemplo, linhas de produção ou ainda outros tipos de trabalhos autômatos. Nesse sentido, o educador matemático, à medida que compatibiliza os métodos de ensino e teorias de trabalho com as Tecnologias de Informação e Comunicação, assume papel fundamental no processo educativo, tornando-as partes integrantes da realidade do aluno.

Quando nos propomos a introduzir as TIC na educação, faz-se necessário pensarmos cuidadosamente sobre a escolha da tecnologia e, conseqüentemente, do software a ser utilizado na sala de aula, devendo também esta escolha atender e contemplar os objetivos projetados pelo professor ao mediar o processo educativo.

Miskulin (1999), em sua tese de doutorado, afirma existir duas maneiras de se utilizar computadores na educação. Uma delas seria promover atividades projetadas para se ensinar, da mesma forma, o que já se ensinava na escola tradicional, porém

usando tais equipamentos apenas como um novo instrumento na sala de aula, já a outra, e mais adequada, segundo a autora, seria proporcionar, explorando os recursos que a tecnologia possui, novas atividades, atingindo novas maneiras de visualização e representação do conteúdo trabalhado.

Nessa perspectiva, Carvalho e Pereira propõem que "o professor precisa conhecer as limitações e as potencialidades do software escolhido*" (*CARVALHO e PEREIRA, 2004, *p.52), conhecendo* essas limitações e potencialidades, poderá criar situações de ensino, nas quais os conceitos matemáticos poderão ser trabalhados com a mídia computacional.

Muitas pesquisas retratam a utilização de softwares como, por exemplo, Cabri[13], Logo[14], Derive[15], além de muitos outros. Ressalta-se, nesse campo, a existência de grande variedade de softwares comerciais e livres, o que nos leva a perceber claramente que dispomos de uma série de ferramentas e recursos tecnológicos possíveis de se utilizar dentro do campo de conhecimento da Matemática, objetos que, até então, não nos eram acessíveis.

Por outro lado, vemos também uma realidade, no que tange a escola, em relação às adequações necessárias à efetiva implementação desses recursos tecnológicos e à formação das pessoas que se utilizam ou devem utilizar-se dessas ferramentas. Infelizmente há um déficit na demanda de cursos de formação ou formação continuada que contemplem essas discussões. Uma questão importante é tentar medir as velocidades com que esses dois lados atuam.

---

[13] O Cabri-Geómètre é um software que permite construir todas as figuras da geometria elementar que podem ser traçadas com a ajuda de uma régua e de um compasso. Uma vez construídas, as figuras podem se movimentar conservando as propriedades que lhes haviam sido atribuídas. Essa possibilidade de deformação permite o acesso rápido e contínuo a todos os casos, constituindo-se numa ferramenta rica de validação experimental de fatos geométricos. Ele tem outros aspectos que vão muito além da manipulação dinâmica e imediata das figuras. Pode ser encontrado em http://www.cabri.com.br/index.php

[14] Logo é uma linguagem de programação interpretada, voltada principalmente para crianças, jovens e até adultos. É utilizada com grande sucesso como ferramenta de apoio ao ensino regular e por aprendizes em programação de computadores. Ela implementa, em certos aspectos, a filosofia construtivista, segundo a interpretação de Seymour Papert, co-criador da linguagem junto com Wally Feurzeig.

[15] O Derive é um software que trabalha algébrica e numericamente problemas matemáticos. Pode ser encontrado em http://www.chartwellyorke.com/derive.html

1.4 CDI e Tecnologia: algumas reflexões

O avanço tecnológico e a permanente modificação e aprimoramento das ferramentas contidas nos softwares fazem com que, a cada dia, novas possibilidades de aplicações computacionais, visualização e manipulação de dados possam ser executadas, dentro dos assuntos tratados no CDI. Embora esse fato possa ser extremamente positivo, em relação à qualidade da interação homem/máquina, acompanhar essas modificações é uma tarefa também difícil e nova.

Sendo assim encontramos presente, no ensino da disciplina CDI, a existência de elementos tecnológicos, desde o aperfeiçoamento da edição dos livros didáticos, a presença de alusão ao uso de softwares específicos de matemática, até a utilização, em muitos cursos já estabelecidos, de computadores em sala de aula.

A disciplina Cálculo Diferencial e Integral, assim como outras relacionadas ao ensino e aprendizagem da Matemática, dispõe de uma série de softwares e aplicativos que tratam dos diversos assuntos que integram esse componente curricular. Podemos citar, entre muitos, alguns softwares especializados, como Mathematica[16], MatLab[17], Maple[18], MathCad[19], Scientific Workplace[20], Derive[21], Reduce[22], wxMaxima[23], Winplot[24], Octave[25] e Scilab[26], além de outros com interface mais visual, possuindo menor número de ferramentas, sendo igualmente bem

[16] O fabricante do Mathematica é a Wolfram Research. A empresa foi fundada em 1987 por Stephen Wolfram e lançou a primeira versão de seu produto carro-chefe, o Mathematica, em 23/07/1988. Em 2009 foi lançada a versão 7.0. Mais informações podem ser encontradas em http://www.sia.com.br/mathematica.htm acesso em 01/03/2010.

[17] MATLAB (MATrix LABoratory) é um software interativo de alta performance voltado para o cálculo numérico. Mais informacoes podem ser encontradas no site http://www.mathworks.com acesso em 01/03/2010.

[18] O Maple é um software comercial de Computação Algébrica de uso geral que possui inúmeros recursos numéricos, gráficos, fazendo cálculos avançados e resolvendo equações algébricas, além de também funcionar como uma linguagem de programação. Ele vem sendo desenvolvido no Canadá desde 1981 pela Waterloo Maple Inc. Em 1988 foi criada a Maplesoft, uma divisão da Waterloo Maple Inc para desenvolver as novas versões do Maple. Em 2009 foi lançada a versão 13. Mais informações podem ser encontradas no site http://www.maplesoft.com acesso em 01/03/2010.

[19] Mathcad é um entorno de documentação técnica com prestações de cálculo numérico e simbólico, que permite explorar problemas, formular idéias, analisar dados, modelar e verificar cenários, determinar a melhor solução, assim como também documentar, apresentar e comunicar os resultados. Site: http://www.ptc.com/products/mathcad (acesso em 01/03/2010).

[20] Criado pela Maskichan em 1993. Software comercial encontrado no site: http://www.mackichan.com/ (acesso em 03/01/2011).

[21] Site: http://staff.science.uva.nl/~christof/Derive/about.html acesso em 03/01/2011.

[22] Site: http://www.reduce-algebra.com/ acesso em 03/01/2011.

[23] Site: http://wxmaxima.sourceforge.net/wiki/index.php/Main_Page acesso em 11/01/2011.

[24] Site: http://math.exeter.edu/rparris/winplot.html Acesso em 11/01/2011.

[25] Octave é um software livre. Site: http://www.gnu.org/software/octave/ . Acesso em 11/01/2011.

[26] Scilab é um software livre, algébrico, que pode ser encontrado no site www.scilab.org na versão 5.2.

interessantes como, por exemplo, Geogebra[27]. Muitos aplicativos mais simples também estão disponíveis na internet, podendo ser encontrados, consultando a web, diversos sites, blogs e fóruns sobre o assunto.

A utilização, em aulas tradicionais das disciplinas de graduação, de novas dinâmicas e/ou ferramentas tecnológicas auxiliam a desvendar algumas dificuldades que os alunos enfrentam ao se depararem principalmente com novos conteúdos não trabalhados no Ensino Fundamental e Médio. Vários autores da comunidade de educadores matemáticos citam, na disciplina Cálculo, principalmente a alunos ingressantes, essas dificuldades de compreensão, aquisição e aplicação nos/dos conceitos de Função, Limite, Continuidade, Derivada e Integral (BEAN, 2004; OLIMPIO, 2006).

Nesse sentido, apresentaremos as fichas para realização da revisão bibliográfica[28] de trabalhos acadêmicos que se utilizaram de softwares computacionais no ensino de Cálculo Diferencial e Integral. As fichas foram produzidas para visualizar melhor os itens de interesse em cada uma e encontram-se, na íntegra, nos Anexos A e D.

De acordo com essa leitura e os excertos elencados[29], visualizamos um cenário acadêmico que mostra uma relação entre o CDI e o uso das tecnologias, mesmo quando mencionadas algumas considerações sobre dificuldades de implementação ou o relato sobre posturas dos professores frente a estas implementações. Podemos notar como as pesquisas incentivam, no ensino de Cálculo, a utilização de softwares computacionais, estabelecendo algumas práticas e ou tomando como base o discurso dos professores que ensinam CDI.

Inter-relacionando os resultados dessas pesquisas com nossa discussão inicial, podemos esboçar alguns indícios, pistas e sinais sobre algumas questões relacionadas às mudanças nos modos de ensinar e aprender os conteúdos presentes na disciplina Cálculo Diferencial e Integral, e sobre a utilização de softwares.

---

[27] O software Geogebra é um software livre de geometria dinâmica criado por Markus Hohenwarter em 2002 para ser utilizado em ambiente de sala de aula. O programa reúne recursos de geometria, álgebra e cálculo. O GeoGebra possui todas as ferramentas tradicionais de um programa de geometria dinâmica: pontos, segmentos, retas e seções cônicas além da possibilidade de se trabalhar com equações e coordenadas, que podem ser inseridas diretamente. Assim tem a vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo, duas representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si: sua representação geométrica e sua representação algébrica. O software está disponível no site: http://www.geogebra.org/cms, acesso em 01/03/2010, em sua versão 3.2.

[28] A escolha metodológica e os pressupostos que justificam a revisão bibliográfica estão inseridos no Capítulo II, se baseando nos pressupostos da Pesquisa Qualitativa.

[29] Os excertos estão colocados no Capítulo 4.3.

Algumas questões podem ser levantadas:

1) Qual é a necessidade da utilização de computadores no processo de ensino e aprendizagem dos conceitos de Cálculo?

2) Há algum conhecimento matemático que só pode ser compreendido por meio da utilização dos computadores?

3) Pode-se afirmar que as novas maneiras de representar conceitos de Cálculo (gráfico, applets e planilhas) favorecem o entendimento do conceito em relação ao modo tradicional?

4) Podemos explicitar motivos pelos quais a comunidade escolar se ampara para, de certa forma, negar a utilização dos meios computacionais na escola?

5) A velocidade da implementação das novas tecnologias no processo educacional é proporcional à velocidade das adequações físicas dos espaços escolares e da capacitação dos profissionais da área educacional para sua utilização?

6) A implementação das novas tecnologias, enquanto componente da revolução tecnológica, necessita do aceite das pessoas envolvidas nesse processo?

Embora voltemos a discuti-las na totalidade da pesquisa, com relação ao cenário tecnológico esboçado neste capítulo, podemos tecer algumas considerações.

A observância de que a entrada da tecnologia na sociedade faz-se dentro de um panorama de uma sociedade capitalista, sendo o próprio mercado aquele que se apropria do movimento que intitulamos de epidemia, citada no início deste capítulo, à medida que, antes mesmo da comprovação ou estudo da “eficácia” ou não de determinada tecnologia, esta adentra na estrutura permeável da sociedade de consumo, justificada pela melhoria do ensino ou pela modernização da escola.

Os objetos tecnológicos são igualmente transformados em mercadoria dentro do sistema capitalista e, portanto, em objetos de consumo. Segundo Marx e Engels, no Manifesto Comunista, todas as coisas viram mercadoria. O mercado, através da “burguesia despojou de sua auréola todas as atividades até então reputadas veneráveis e encaradas com piedoso respeito. Do médico, do jurista, do sacerdote, do poeta, do sábio fez seus servidores assalariados.” (MARX e ENGELS, 1995). Não se trata mais em afirmar se o uso de um determinado objeto ou método é, do ponto de vista acadêmico, bom ou não. A discussão sobre benefícios da implementação de

um determinado meio para ser usado em aula ou mesmo na vida cotidiana, passa a saber se o mercado o acolheu.

De outro lado, observamos, na escola, um desejo de melhorar o ensino em suas diversas instâncias. A ideologia[30] da melhoria do ensino, ou também chamada de "ideologia da melhora" baseia-se no fato de que, "Como nunca se diz para quem vai ficar melhor, essa ideologia, como qualquer outra, reforça a concepção religiosa de um bem comum, universal, irmanando as pessoas que se reconhecem adeptas da melhora" (BALDINO, 1992). Continua o autor, dizendo que "a inobservância a perguntas básicas como: Se tem que melhorar, é por que deixou de estar bom? Já esteve? Quando vai estar bom? faz com que a ideologia se perpetue, e não se discuta os verdadeiros motivos, mantendo o quadro de fracasso escolar". (BALDINO, 1992).

Neste sentido, a simples implementação da tecnologia ou a implementação de novas práticas de ensinar pode comprometer sua própria utilização, deixando espaço a críticas negativas de suas verdadeiras potencialidades.

Como citamos no início deste capítulo, Castells afirma que "A sociedade não pode ser entendida sem as suas ferramentas tecnológicas...tecnologia é a sociedade" (CASTELLS, 1999). O caráter epidêmico que foi evidenciado corrobora, do ponto de vista de uma análise da própria sociedade, para a indissociabilidade do ser humano e suas ferramentas tecnológicas.

Procuramos, com isso, descrever um primeiro cenário em que esteja colocado, exatamente, o professor de Cálculo Diferencial e Integral. Por entender que sua presença em sala de aula, frente a alunos de um curso de graduação e ministrando essa disciplina, está inserida em um ambiente mais amplo, nossas discussões sobre a emergência da tecnologia nas aulas de Cálculo passam obrigatoriamente pelas discussões a respeito das mudanças que a sociedade, a escola e os próprios modos de ensinar e aprender Matemática também passam ao presenciarem os efeitos do aparecimento das tecnologias computacionais.

As Entrevistas e as pesquisas que retratam a utilização de computadores nas aulas de Cálculo, bem como os novos livros didáticos de CDI e a observação da prática do professor em sala de aula, irão corroborar com essa afirmação.

---

[30] Ideologia aqui será entendida a partir de Althusser, 1985, onde define como sendo um conjunto de representação de relações imaginárias com as condições reais de existência.

Capítulo II

2. A Pesquisa em História

...uma intrincada marchetaria...
(Ginzburg, 2007)

Como citado na epígrafe e comentado na Introdução deste trabalho, Carlo Ginzburg inicia seu último livro com uma metáfora, comentando a respeito de uma lenda grega, o Minotauro. Nela, Teseu teria recebido de presente de Ariadne um fio com o qual se orientou no labirinto de Creta, encontrando, mais tarde, o Minotauro e matando-o. A quem já conhece essa lenda, ela não surpreende, desde que a compreendamos como um processo de criação de um mito, muito utilizado para criar situações de medo ou admiração a pessoas ou a situações que não deveriam ser desrespeitadas. O que nos chamou a atenção foi a maneira como Ginzburg completa o texto: “Dos rastros que Teseu deixou ao vagar pelo labirinto, o mito não fala” (GINZBURG, 2007, p. 7). Tomamos então essa metáfora para criarmos um caminho, um trilhar dentro da pesquisa. Buscar informações daquilo que não se fala,

transformando-o no fio condutor de nosso trabalho. Um fio histórico que entrelaça as discussões apontando nossa trajetória de pesquisa, a qual nos evidencia a atenção, o olhar do pesquisador frente a seus dados e ao seu objetivo maior.

Como já citado, esse fio compõe nosso caminho, orientando-nos a formar o Cenário de Investigação, iniciado com os primeiros documentos encontrados sobre o que hoje identificamos como Matemática, uma prática social[31] (ALTHUSSER, apud LOPES, 1973), surgida como parte da vida diária do homem (BOYER, 1974) acompanhando praticamente todas as ações humanas histórica e socialmente relatadas, suas práticas culturais (D'AMBROSIO, 1986) e suas descobertas, com indícios numéricos desde tão cedo quanto à descoberta do fogo há 300.000 anos (BOYER, 1974), que puderam ser encontrados nas articulações feitas pelo homem pré-histórico quando o mesmo parecia querer exprimir correspondências entre pequenas quantidades em seu dia a dia.

Corroboramos, desse modo, com Prost no fato de que a História é concebida como sendo uma "prática social" (PROST, 2008).

Da mesma forma, como já mencionamos anteriormente, chamaremos também o conjunto de ações do professor de Matemática dentro da escola, de prática social do professor de Matemática, definindo-a em consonância com Miguel "como um conjunto de ações de um indivíduo que, por terem sido realizadas com certa freqüência e por determinado tempo, tornam-se características de determinado grupo social" (MIGUEL, 2004). Ou ainda de uma maneira mais abrangente, Miguel refere-se à prática social como a

> Toda ação ou conjunto intencional e organizado de ações-físico-afetivo-intelectuais realizadas, num tempo e espaço determinados, por um conjunto de indivíduos, sobre o mundo material e/ou humano e/ou institucional e/ou cultural, ações estas que, por serem, sempre, e em certa medida, e por um certo período de tempo, valorizadas por determinados segmentos sociais,

[31] Conforme já mencionado anteriormente, podemos incluir, sem perda de generalidade, a Matemática na definição de Prática Social dada por Althusser, citado no texto de Sergio Lopes. O autor cita Althusser a partir de duas obras: Lire le Capital (LC) e Pour Marx (PM) e discute as definições de prática dadas por Althusser em PM e LC. Diz Lopes que no livro LC "a prática é definida como «todo o processo de transformação de uma matéria-prima determinada num produto determinado, transformação efectuada por um trabalho humano determinado, utilizando meios [de produção] determinados». Para Althusser, «o momento (ou elemento) determinante não é nem a matéria-prima, nem o produto, mas a prática em sentido estrito». Esta definição de prática, acrescenta o autor, inclui em si a possibilidade da particularidade: existem práticas diferentes, realmente distintas, se bem que pertencentes organicamente a uma mesma totalidade complexa. A «unidade complexa» das práticas é designada prática social. A prática determinante é a produção, «a prática de transformação da natureza (matéria-prima) dada, em produtos de uso, pela actividade de homens existentes, trabalhando pelo emprego metodicamente regulado de meios de produção determinados, no quadro de relações de produção determinadas» (PM, pp. 167-168)" (LOPES, 1973).

> adquirem uma certa estabilidade e realizam-se com certa regularidade. (MIGUEL, 2004, p.27)

Como afirmamos no início deste texto, preocuparemo-nos em, ao esboçar uma descrição do surgimento da Matemática, e de sua utilização pelo professor em sala de aula, citar alguns dados históricos, mostrando alguns indícios do aparecimento do Cálculo, no âmbito do ensino, a fim de situar nosso cenário, expondo excertos de livros de Cálculo do séc. XIX e séc. XX, compondo assim uma parte de nossos dados.

Nesta pesquisa, observamos indícios de mudanças nos componentes velocidade e diversificação gráfica, desde épocas em que a disseminação das descobertas era lenta e feita utilizando-se impressões com poucos elementos gráficos (desenhos) ou também com a utilização de uma edição monocromática, como vemos em Bouchalart (1838) ou ainda em livros mais antigos, já com referências aos conteúdos tratados no Cálculo, caminhando até os nossos dias, quando os livros apresentam uma diversidade gráfica de cores e de elementos representativos e mesmo a utilização de CD-ROM, com animações dos conteúdos tratados, como em Stewart (2008).

Objetivamos relacionar alguns indícios de algumas mudanças que ocorreram durante o processo histórico da Matemática, o que nos leva a olhar a um “presente histórico” conciso, porém repleto de sinais e pistas que nos impulsiona a resgatar, no passado histórico, fatos, problemas e relatos, os quais nos ajudam a compreender esse próprio presente.

Ao se falar da Matemática, no presente, faz-se necessário dizermos o que entendemos sobre esse campo de conhecimento. Parece-nos, todavia, que nem o presente é tão claro assim, sendo, por educadores, a todo momento, “platonizado” por meio de concepções, como – “o que não tem esse formato, não pode ser definido como Matemática”. Tal concepção transparece também em alguns aspectos da História da Matemática, ou melhor, nos livros que sugerem retratar, em seu vasto sentido, do exato à racionalidade técnica, a História da Matemática, “clara”.

Assim encontramos, em alguns livros de História da Matemática, uma matemática internalista, na qual seus objetos mostram uma natureza estritamente *simbólica* (LINS, 2004), compreendida e repreendida dentro dela mesma, cuja natureza cambiante faz momentos de unidade orgânica.

A “clareza” com que conceitos e fórmulas são relatados como, por exemplo, em livros como Boyer (1949), Eves (1987) ou mesmo nos livros mais contemporâneos de Cálculo não revelam a possibilidade de que conceitos anteriores participassem ou não na influência dos mesmos, e esses com o seu próprio entorno. Vemos capítulos estanques de uma história de muitos momentos. Em relação ao Cálculo Diferencial e Integral, podemos dizer que este campo da Matemática também apresenta essas mesmas características. Nesse sentido, Miskulin postula que:

> um dos aspectos mais importantes da História da Matemática é lançar luz sobre a natureza da Matemática. A escolha da ordem lógica como uma ordem de ensino não deveria ser apenas encarada como uma questão metodológica, mas, acima de tudo, uma decisão que tem subjacente uma concepção educacional abrangente. (MISKULIN, 1994, p. 65)

Com relação a mudanças de concepções sobre os objetos matemáticos, a mesma autora comenta ainda que:

> A partir da década de 30, foi tentada uma unificação da Matemática, através da reconstrução de vários de seus ramos, utilizando-se a Teoria dos Conjuntos, ou seja, procurou-se dar uma explicação da Matemática de modo a torná-la compreensível aos olhos dos matemáticos. O entendimento da Matemática passou assim a se dar através das estruturas e teorias algébricas. Essa visão estruturalista estava em consonância com o pensamento dominante da época. No currículo enfatizou-se a Álgebra em detrimento da Geometria Euclidiana. Instaurou-se a Matemática Moderna. Porém, a unidade Matemática não foi encontrada na Teoria dos Conjuntos (MISKULIN, 1994, p. 65).

A história, nessa perspectiva, assume um papel importante, agregando ao fato o todo que a circunda. Assim os estudos do acontecimento histórico não são apenas percebidos pelo fato em si, mas também por tudo que se passa em sua volta, em seu entorno, em seu contexto. E a busca dos indícios, sejam eles registros dos livros, transcrições de depoimentos, observação de possibilidades de impressões gráficas, observância das possibilidades tecnológicas contemporâneas, forma nossa arca de dados que compõem nossa pesquisa, ou ainda nosso Cenário de Investigação.

March Bloch define a história como a “ciência que estuda o homem no tempo” (BLOCH, 1997, p. 89), o que revela a importância do entorno do fato, explicitando que, na apuração da veracidade ou não dos depoimentos, “para que o erro de uma testemunha se torne o de muitos homens, para que uma má observação se transforme num falso rumor, é preciso também que o estado da sociedade favoreça tal difusão” (BLOCH, 1997, p. 140). Esse mesmo autor, ao tratar da

legitimidade de registros escritos e textos, enfatiza que, para termos a veracidade de um fato, precisamos compreendê-lo em seu contexto, ou seja,

> Cada termo importante, cada talhe característico de estilo, se torna num verdadeiro elemento do conhecimento – mas somente quando confrontado com o seu ambiente, restituído ao uso da época, no meio ou do autor (BLOCH, 1997, p. 178).

Portanto se fundem dois campos, Matemática e História, numa mesma esfera de discussão, socialmente construídos, cujos elementos compõem agora outro campo, o da História da Matemática, da qual faremos um breve recorte histórico com relação ao tema Cálculo para situarmos nossos elementos.

Citaremos algumas referências históricas sobre o Cálculo, tomando, como base, alguns livros de Cálculo e História da Matemática, os quais nos ajudarão na composição de nosso Cenário de Investigação, proporcionando um contraponto com a Análise dos dados.

2.1 A história dos principais conceitos do Cálculo

Sabemos que o que hoje conhecemos como o Cálculo Diferencial e Integral, por muitos creditado principalmente a partir dos estudos de Newton[32] e Leibniz[33], é também obra de incansáveis mudanças e contribuições de muitos matemáticos e, da mesma forma, as possibilidades e maneiras que possuímos hoje para ensinar e aprender o Cálculo também passam por essas mudanças e descobertas da sociedade como um todo.

---

[32] Isaac Newton nasceu no dia 25 de dezembro de 1642 (pelo calendário gregoriano), 04 de janeiro de 1643 de acordo com o calendário atual, mesmo ano da morte de Arquimedes, em meio à efervescência política (guerra civil) e intelectual (Galileu, Kepler, Copérnico) da Inglaterra. A partir de 1663 se dedica a Matemática no Trinity College em Cambrige, sob orientação de seu professor Isaac Barrow (1630-1677), do qual teve suas maiores influências em suas proposições. (BARON (a), 1985, p. 6) Sobre Barrow, o historiador Boyer afirma que "De todos os matemáticos que anteciparam partes do cálculo diferencial e integral, nenhum chegou mais perto da nova análise que Barrow." (BOYER, 1974, p. 285). Morreu em 1727.

[33] Gottfried Wilhelm Leibinz nasceu em 1645 na cidade alemã chamada Leipzig. Aos 20 anos recebe o titulo de doutor em direito pela Universidade de Altdorf (titulo não conferido pela sua primeira universidade, de Leipzig por ser considerado muito jovem). Em 1672, em uma missão diplomática conhece o matemático holandês Christiaan Huygens, da Academia Real de Paris, considerado o primeiro cientista natural e matemático da Europa, que o influencia nos seus estudos em Matemática e na visita a Sociedade Real em Londres. (BARON (a), 1985, p. 40). Morreu em 14 de setembro de 1716.

Especificamente para alguns conceitos matemáticos diretamente relacionados a este conteúdo, podemos identificar, principalmente a partir do ano 300 a.C, a influência mais direta de matemáticos com os métodos de Integração para o cálculo em áreas de regiões delimitadas por curvas de Arquimedes.

Como afirma Baron e BOS,

> o desenvolvimento do Cálculo Infinitesimal seguiu um caminho longo e irregular, que se estendeu das especulações filosóficas dos antigos gregos e das demonstrações clássicas de Arquimedes até o século XVI, quando mudanças significativas ocorreram – tanto na quantidade de trabalho realizado quanto na natureza dos métodos utilizados (BARON e BOS, 1985, p. 05).

A afirmação da exatidão dos acontecimentos históricos que se relacionam ao aparecimento dos conceitos estudados hoje no Cálculo, bem como a existência ou não de outros personagens nesse caminho é uma tarefa bastante difícil e, diria, impossível. Como todo fato a ser relatado, as escolhas são feitas em relação às fontes que são acessadas e de acordo com as influências sofridas, seja pelo local em que o historiador se encontra, pelo acesso as fontes, pela formação acadêmica e até por opções políticas.

Como centro de nossas atenções, essa pesquisa referencia-se aos conceitos de Função, Limite, Continuidade, Derivada e Integral. Limitarmo-nos a esses conceitos, dando uma visão histórica de como foram propostos, se apresentaram e apresentam-se.

Os livros modernos, como Stewart (2005), Leithold (1972) e tantos outros trazem, em seu conteúdo, uma ordem que apresenta inicialmente o conceito de Função, em seguida o de Limite, Continuidade, Derivada e, por último, o conceito de Integral numa seqüência dependente, isto é, o conceito posterior necessita obrigatoriamente do anterior.

O interessante é que historicamente essa não foi a ordem formalmente apresentada. Esses conceitos tiveram quase que uma “vida” própria, não dependendo de outro para existir, entretanto, como toda descoberta científica, é bastante difícil precisar o momento exato de sua primeira formulação, dado que muitas outras pessoas, formas e práticas sociais podem ter contribuído para que determinado conceito fosse formulado, ou mesmo, pode-se ainda supor a existência de uma descoberta científica com resultado semelhante sendo apresentada em outra época e lugar no mundo e que não tenha sido relatada.

Não havendo, porém, o registro e a difusão, esse conhecimento não existe para a academia, até que alguém possa fazê-lo.

Um dos parâmetros para isso são os momentos do reconhecimento acadêmico, dando uma existência formal e o reconhecimento dentro da comunidade científica, o que não deixa de admitir a possibilidade de existência se outros matemáticos que possam ter proposto semelhante conceito, mas que apenas não possuem, até o momento, o mérito acadêmico. Marafon afirma que o

> reconhecimento acadêmico é a constituição de códigos de prestígio exercido através da vigilância. É produzido em instituições como as universidades, centros de pesquisa, academias, sociedades científicas, entre outros. (MARAFON, 2001, p. 44)

Portanto iremos citar alguns personagens e datas academicamente reconhecidos, sem negar a possibilidade de existência de outros que não são aqui citados. Isso corrobora com a afirmação da dificuldade em personificar os acontecimentos. E quais tópicos são considerados importantes dentro do Cálculo Diferencial e Integral? Quais escolhas foram historicamente feitas?

A esse respeito, Richard Courant afirma que, “a parte principal da Matemática moderna gira em torno dos conceitos de função e de limite” (COURANT e ROBBINS, 2000), como se fossem conceitos centrais e como se dessem uma base para todos os outros.

Segundo Courant e Robbins (2000), o alemão Leibniz, com formação inicial em direito mas que se interessou muito pela Matemática, “foi o primeiro a utilizar a palavra função” (COURANT e ROBBINS, 2000, p. 332). Segundo o autor, “para os matemáticos do Século XVIII, a idéia de uma relação funcional estava mais ou menos identificada com a existência de uma fórmula matemática simples expressando a natureza da relação.” (COURANT e ROBBINS, 2000, p. 332).

Porém, semelhante ao processo que acompanhou a formalização de vários conceitos matemáticos, as situações físicas necessitavam de outro enfoque, mais amplo, dado que os textos anteriores ao séc. XVIII faziam referências a alguns casos particulares de situações.

A “idéia” de Função pode também ser verificada nos resultados de Newton sobre os fluentes e fluxões[34], mesmo sem ser explicitada. Segundo Baron e Bos

[34] Inspirado por Napier e Cavalieri, Newton fundamentou suas idéias em duas noções básicas: a de fluente e a de fluxão . Em suas próprias palavras: “Vejo as grandezas não como formadas de partes infinitamente pequenas, mas como descritas por movimento contínuo: linhas (descritas pelo movimento contínuo de pontos), superfícies

(1985) foi Leibniz quem primeiro utilizou a palavra “função” na Matemática. Segundo a autora ele “chamava de “funções” as quantidades geométricas variáveis relacionadas a uma certa curva, tais como coordenadas, tangentes, subtangentes, normais, raios de curvatura, etc”.

Porém, a partir de cartas entre Leibniz e Bernoulli[35], a noção de Função incorpora uma definição mais geral, por meio de uma expressão analítica, e veio a público por um artigo em 1716 publicado por Bernoulli, e mesmo assim, algumas idéias foram “lapidadas” por Euler[36], aluno de Bernoulli, que publicou um artigo tratando da notação de função em 1748 chamado Introductio in analysin infinutirum[37].

Segundo Correia (1999), “em 1755, no prefácio de Institutiones Calculi Differentialis, Euler deu ao conceito de função uma forma mais universal e abstracta”, e enunciou da seguinte forma:

> Se algumas quantidades dependem de outras quantidades, de modo que se estas variam as primeiras variam, então chamamos às primeiras quantidades funções das últimas. Esta designação é da natureza mais ampla e compreende qualquer método por meio do qual uma quantidade pode ser determinada por outras. Se, por conseguinte, x denota uma quantidade variável, então todas as quantidades que dependem de algum modo de x, ou por ele são determinadas, são chamadas funções de x. (EULER apud CORREIA, 1999, p. 65)

De acordo com essa formulação, vemos que Euler não exigia que uma função tivesse uma apresentação analítica. Outro nome reconhecido nesse tema é do alemão Dirichilet[38] que contribui com uma conceituação mais moderna de Função.

Isso mostra como um determinado conceito passa por transformações e é reconhecido em épocas diferentes, tornando muito difícil a tarefa de precisar datas e personificá-los ao ponto de afirmarmos que foi tal matemático que “criou” o conceito.

Exemplificando, em Courant e Robbins(1963, p. 14) uma função é definida da seguinte maneira:

(descritas pelo movimento contínuo de linhas), ângulos (descritos pelo movimento contínuo rotacional de seus lados) e o tempo por um fluxo contínuo. O que determina o valor de uma grandeza é a velocidade de seu crescimento”. Em termos mais objetivos: os fluentes eram as grandezas geradas e as fluxões as velocidades de movimento dessas grandezas. Ou seja: o fluente corresponde a integral e a fluxão a derivada. (http://www.mat.ufrgs.br/~portosil/newton.html acessado em 31/05/2010)

[35] Johann Bernoulli, matemático suíço, nascido em 27 de julho de 1667 em Basileia. Morreu em 1748.
[36] Leonhard Euler (1707-1783)
[37] Afirma Boyer (1974) que “no quarto parágrafo da Introductio define função de uma quantidade variável como qualquer expressão analítica formada daquela quantidade variável e de números ou quantidades constantes”. (BOYER, 1974)
[38] Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet, 1805-1859

Conceito de Função

Fixamos idéias sobre um intervalo definido do eixo dos números, digamos o intervalo compreendido entre os números a e b, e consideremos a totalidade dos números x pertencentes a este intervalo, isto é, que satisfaz a relação

$$a \leq x \leq b$$

Se considerarmos o número x como designando. À vontade, qualquer dos números deste intervalo, chamá-lo-emos uma variável no intervalo. Se a cada valor de x neste intervalo, corresponder a um único valor definido para y, e se x e y forem ligados por uma lei qualquer, diremos que y é uma função de x e escrevemos, simbolicamente

$$y=f(x),\ y=F(x),\ y=g(x)$$

ou outra expressão semelhante. Chamaremos, então, x de variável independente e atribuímos a y a denominação de variável dependente.

Essa também não é a única forma de apresentação do conceito de Função, assim como os próximos conceitos a serem apresentados, e uma das pretensões deste trabalho é justamente mostrar como a apresentação desses conceitos podem ter sido influenciados dentro do processo histórico e apresentados nos livros didáticos utilizados pelos professores em suas aulas. Enfoques diferentes, recursos tipográficos e o aparecimento de recursos tecnológicos computacionais vão contribuir para a mudança de apresentação dos conceitos nos livros. Nesse sentido, escolhemos então apenas um dos autores para exemplificar os conceitos principais do Cálculo neste capítulo, deixando para os próximos capítulos a apresentação e Análise de suas outras formas de apresentação nos livros didáticos.

Prosseguindo na exposição dos conceitos de Cálculo, a proposição do conceito de Limite não poderia trilhar caminhos diferentes. Segundo Baron e Bos (1985), o matemático britânico Robins[39]

> acentuou o fato de que as razões últimas e as quantidades últimas de Newton são, geralmente, limites. Ele deu a seguinte explicação sobre o que entendia por limite:...nós...definimos uma grandeza como sendo o limite do qual uma grandeza variável pode aproximar-se, embora ela nunca possa tornar-se absolutamente igual a ele. (ROBINS, apud BARON, 1985, p. 27)

Ainda segundo Baron e Bos (1985), na Europa, “o uso do conceito de limite para fundamentar as bases do Cálculo foi defendida por Jean Le Rond d’Alembert (1717-1783), matemático, cientista e filósofo francês” (BARON e BOS, 1985). Uma proposição mais formal e próxima ao conceito com o uso dos épsilons e deltas é creditada ao matemático francês Cauchy[40].

[39] Benjamin Robins (1707-1751)
[40] Augustin-Louis Cauchy (1789 -1857)

Segundo Courant (1963, p. 46) o conceito de Limite de uma função pode ser definido da seguinte maneira:

Conceito de Limite
Estabelecemos que o valor da função f(x) tende para um limite l, à medida que x tende para ξ, ou, em símbolos $\lim_{n\to\infty} f(x) = l,$ Se todos os valores da função f(x), para os quais x está situado bastante perto de ξ, diferirem arbitrariamente pouco, ou ainda Dada uma quantidade positiva ξ, arbitrariamente pequena, podemos determinar, em torno de ξ, um intervalo $\|x-\xi\|<\varepsilon$ tão pequeno que, para cada ponto x deste intervalo, num intervalo, difere do próprio ξ, verifica-se a desigualdade $\|f(x)-l\|<\varepsilon$.

Segundo Courant (1963, p. 50) o conceito de Função Contínua pode ser definido da seguinte maneira:

Conceito de Função Contínua
Diz-se que uma função é continua no ponto ξ, se o valor de f(ξ) for se aproximando, com um grau de precisão ε, preestabelecido de todos os valores de f(x), para os quais x estiver suficientemente próximo de ξ.[41]

Courant afirma que o conceito de derivada, assim como o de integral

> é de origem intuitiva. Suas fontes são (1) o problema da construção da tangente a uma curva dada, num ponto determinado, e (2), a pesquisa de uma definição precisa, para a velocidade, num movimento arbitrário. (COURANT, 1963, p. 88).

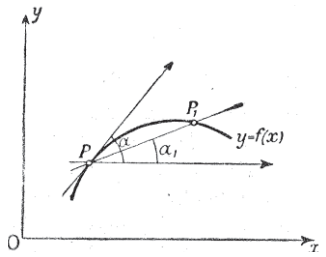
Uma das contribuições de Leibniz nesse campo foi a notação, utilizada até os dias de hoje. Segundo Courant (1963, p. 88) o conceito de Derivada[42] de uma função pode ser definido da seguinte maneira:

Conceito de Derivada
Seja P um ponto sobre uma curva dada (ver figura). Definiremos a tangente à curva no ponto P, de acordo com a intuição comum, por meio do seguinte processo limite. Marquemos, além de P, um segundo ponto, P_1, sobre a curva. Façamos passar uma reta pelos pontos, reta esta secante à curva. Se o ponto P_1 se mover sobre a curva, dirigindo-se para P, a secante tenderá para uma posição limite, a qual é independente do lado pelo qual P_1 se aproxima de P. A posição-limite da secante é a tangente, e a afirmação de que tal posição-limite existe é equivalente à hipótese de que a curva possui tangente definida ou direção definida no ponto P.

[41] O autor ainda se refere ao conceito de duas formas, uma delas semelhantes ao conceito encontrado nos livros atuais.

[42] Iremos apresentar aqui a sua apresentação para a derivada como reta tangente. Courant apresenta ainda a forma da derivada enquanto velocidade e demais conceitos necessários.

Imaginemos o ângulo que uma linha reta l faz com o eixo x, como sendo aquele que a parte positiva do eixo deve girar, na direção positiva da rotação, a fim de ficar paralelo, pela primeira vez, à reta l. Seja α_1 o ângulo que a secante PP_1 faz com a parte positiva do eixo dos x (fig.) e α o ângulo que a tangente forma com o mesmo eixo. Se pusermos de lado o caso da tangente perpendicular, temos:



$$\lim_{P1 \to P} \alpha_1 = \alpha$$

Onde o significado dos símbolos é perfeitamente compreensível. Se x,y [=f(x)] e x_1, y_1 [=f(x_1)] forem coordenadas dos pontos P e P_1, temos imediatamente

$$tg\ \alpha_1 = \frac{y_1 - y}{x_1 - x} = \frac{f(x_1) - f(x)}{x_1 - x}$$

e, assim, o processo-limite estudado será representado pela equação

$$\lim_{x_1 \to x} \frac{f(x_1) - f(x)}{x_1 - x} = tg\alpha$$

A expressão

$$\frac{f(x_1) - f(x)}{x_1 - x} = \frac{y_1 - y}{x_1 - x} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Será denominada quociente das diferenças da função y=f(x). A tangente de α , é portanto , igual ao limite para qual tende o quociente das diferenças da função considerada, quando x_1 tende para x.

Chamaremos este limite a derivada da função y=f(x) no ponto x, e, de acordo com a notação de Lagrange, empregaremos para representá-la o símbolo y' = f'(x), ou $\frac{dy}{dx}$, $\frac{df(x)}{dx}$ ou $\frac{d}{dx}f(x)$, de conformidade a Leibniz.

Segundo Courant (1963, p. 88) o conceito de Integral de uma função pode ser definido da seguinte maneira:

Conceito de Integral Definida

Seja f(x) uma função positiva e contínua no intervalo $a \leq x \leq b$ (de extensão $b - a$). Imaginaremos o intervalo dividido por (n-1) pontos x_1, x_2,..., x_{n-1}, em n partes iguais ou desiguais, e faremos x_0=a, x_n=b. Em cada intervalo escolheremos um ponto arbitrário, ξ_1 no primeiro, ξ_2 no segundo, ..., ξ_n no último, ponto este que pode estar situado no interior ou mesmo num extremo do intervalo.

Se o numero de pontos de divisão crescer sem limite e se, ao mesmo tempo, o comprimento do maior intervalo tender para zero, a soma anterior tende para um limite. Este limite é independente da maneira particular pela qual os pontos de divisão x_1, x_2, ..., x_{n-1} e os pontos intermediários ξ_1, ξ_2, ..., ξ_n forem escolhidos.

O valor limite é denominado integral definida da função f(x) que, por sua vez, é dita integrada entre os limites a e b.

Embora possamos evidenciar um maior conjunto de resultados propostos que se referenciam ao Cálculo durante o séc. XVII, podemos ainda notar a influência de

pessoas do século XIX, como Dedekind[43] e no séc. XX Shannon[44] com contribuições mais refinadas ao Cálculo, o que mostra ser um campo de conhecimento da Matemática que, como era nosso objetivo, se baseou em conceitos da influência grega do período antigo até os tempos atuais.

Trabalharemos com indícios históricos e epistemológicos que poderão nos dar uma visão de como os principais conceitos do Cálculo foram influenciado pelas diversas áreas, em diferentes épocas. Podemos encontrar em trabalhos acadêmicos um vasto referencial que inclui informações sobre um dos principais locais no qual se ministrou esta disciplina. Como cita OLIVEIRA,

> O cálculo ministrado na Escola Politécnica de São Paulo, no período de 1904 a 1932, tomava como referência, segundo a análise feita por Antonio Sylvio Vieira, o livro de Cálculo *Premiers Èlements du Calcul Infinitesimal de Hyppolite Sonnet*. Esse livro, utilizado pelo professor Rodolfo Baptista de San Thiago (1870-1933), trata o Cálculo na concepção de Leibniz e Newton, ou seja, com ênfase nos infinitesimais e na noção intuitiva de limite (OLIVEIRA, 2004).

Caminhando um pouco mais por esse cenário, encontramos a introdução da Matemática institucional no Brasil. Logo após sua chegada ao Brasil, a corte tratou de criar uma Academia Real Militar, que passou a funcionar em 1811. Ali se criou um Curso de Ciências Físicas, Matemáticas e Naturais, com duração de quatro anos. Os livros adotados eram de Euler (Álgebra), Bézout (Cálculo e Aritmética), Monge (Estatística), Lacroix (Cálculo) e outros destacados textos franceses. Dentre seus professores estava José Saturnino da Costa Pereira, mencionado acima. Podemos encontrar os primeiros indícios deste campo de conhecimento no Brasil, como afirma D'Ambrósio,

> Na colônia já consolidada, a fundação de cidades na costa e no interior não muito profundo do país, exigiu a construção de grandes igrejas e edifícios públicos, a urbanização e o traçado de estradas, a construção de pontes, e outras tantas atividades que revelam considerável grau de matematização. Igualmente se pode dizer do desenvolvimento comercial. Mas mais evidente é o esforço para a defesa. E em 1744 temos o primeiro livro de matemática escrito no Brasil, por José Fernandes Pinto Alpoim (1700-1765), o *Exame de Artilheiro*, seguido em 1748 por outra obra do mesmo autor, *Exame de Bombeiro*. (D'AMBROSIO, 2009)

Observamos que inicialmente o Cálculo é introduzido nos cursos de graduação como parte dos conhecimentos básicos na formação dos engenheiros, e mais tarde

[43] Julius Wihelm Richard Dedekind (1831 - 1916)
[44] Claude Elwood Shannon (1916 - 2001)

na formação de matemáticos, e também se referiam ao Cálculo como a Introdução a Análise.

No Brasil, a formação matemática inicia-se com a criação da Escola de Engenharia, hoje Politécnica da USP (OLIVEIRA, 2004) a partir de 1893. Já a partir de 1934 temos a criação do primeiro curso de Matemática da USP, sendo um local privilegiado onde podemos encontrar os primeiros registros.

Os recortes escolhidos não almejam criar uma historia do Cálculo. Nosso ponto inicial, histórico, se baseia inicialmente no que nos traz Foucault (1989), onde relata que “a história tradicional procura [...] dissolver o acontecimento singular em uma continuidade ideal - movimento teleológico ou encadeamento natural" (FOUCAULT, 1989, p. 28), ou busca fazer "ressurgir o acontecimento no que ele pode ter de único e agudo" (FOUCAULT, 1989, p. 28), o que podemos chamar de história 'efetiva'. As escolhas fazem parte da criação do Cenário de Investigação e não de eleger acontecimentos mais importantes que outros.

Uma pesquisa sobre alguns exemplares de livros didáticos de CDI, utilizados nos cursos de graduação de Matemática e/ou Engenharia revela uma grande quantidade de autores, editoras e enfoques (como exposto no próximo capítulo). Se tomarmos como base a invenção da imprensa, e o fato de que a impressão e divulgação de livros demoraram alguns anos, e considerando-se ainda que as primeiras formalizações sobre Cálculo fossem realizadas por volta do final do século XVIII, podemos dizer que, historicamente, esses livros não possuem uma longa existência.

Procuramos indícios nos livros e textos que abordam alguns elementos principais que constituíram o conteúdo Cálculo Diferencial e Integral, principalmente a partir do séc. XVII, em documentos que relatam o processo de pesquisa e formação dos conceitos, para com isso situar o leitor nessa disciplina acadêmica. Em seguida, encontramos livros textos mais utilizados nos cursos de Cálculo, tanto nas primeiras décadas do séc. XX até nos anos mais recentes da primeira década do séc. XXI. Os principais dados são colhidos em momentos de 1930 a 2009.

No Capítulo seguinte expomos nosso conceito de pesquisa e relatamos os preceitos da pesquisa qualitativa, baseada em algumas dimensões teórico-metodológicas, tendo como pano de fundo o Paradigma Indiciário de Carlo Ginzburg.

Capítulo III

3. Metodologia de pesquisa

...ter uma interrogação e andar em torno dela, em todos os sentidos, sempre buscando, suas múltiplas dimensões e andar outra vez e outra ainda, buscando mais sentido, mais dimensões, e outra vez mais... (BICUDO, 2005)

A história contextualizada tornou-se para nós, pesquisadores, indícios de um cenário (CODA) no qual podemos buscar e resgatar, por meio de aspectos do Paradigma Indiciário, um diálogo com fatos, épocas, situações, possibilidades tecnológicas, tipos de representações, entre outros, possibilitando-nos a

compreensão da dimensão metodológica do conceito matemático no contexto da Educação Matemática.

O fio metodológico traçado, desde alguns dos procedimentos de coleta de dados desta pesquisa, até a análise desses nos leva a uma teia de relações, incorporando nitidamente variáveis do espaço/tempo, mostrando um caminho metodológico de pesquisa, do movimento de “ir aos dados”, e do “olhar” nessa busca pelo pesquisador. Nesse caso, se relativarmos nossos dados, podemos perceber uma supremacia do espaço em relação ao tempo, ou seja, transformações e mudanças na Matemática acontecendo em várias partes do planeta, num curto espaço de tempo, como a História do Cálculo em relação da História da Matemática, e em nosso caso, como os dados coletados em relação à História do Cálculo.

Segundo Bicudo, pesquisar significa “ter uma interrogação e andar em torno dela, em todos os sentidos, sempre buscando, suas múltiplas dimensões e andar outra vez e outra ainda, buscando mais sentido, mais dimensões, e outra vez mais...” (BICUDO, 2005, p.8).

Nossa opção por uma metodologia qualitativa de pesquisa se baseia no fato de que a investigação qualitativa se mostra suficiente e direcionada para analisar os dados coletados, formado pelas entrevistas, a análise de livros e a pesquisa bibliográfica e a observação da prática docente. A investigação qualitativa “é rica em dados descritivos, é aberta e flexível e foca a realidade de forma complexa e contextualizada” (LÜDKE & ANDRÉ, 1986, p. 18) e que “a fonte direta dos dados é o ambiente natural, constituindo o investigador o instrumento principal” (BOGDAN & BIKLEN, 1998, p. 47).

Alguns componentes corroboram para isso. Podemos elencar que:

a) o processo de investigação possui uma forte componente descritiva, recorrendo para as transcrições de excertos dos livros didáticos e da leitura das pesquisas que enfocam o tema. Assim, “os dados recolhidos são em forma de palavras e não de números” (BOGDAN & BIKLEN, 1998, p. 48);

b) a preocupação que norteou a investigação – enfocamos principalmente a análise do desenvolvimento do processo e não os resultados, muito utilizado em investigações educacionais. A prática dos professores em relação aos modos de ensinar e aprender o Cálculo se transformam em dados para a pesquisa, mostrando a emergência da utilização da tecnologia nesse processo;

c) quando do início da pesquisa, não partimos de hipóteses pré-definidas, mas sim das observações de como a realidade se mostrou. Embora alicerçados nos princípios da própria pesquisa qualitativa, durante a pesquisa as estratégias, direções e desdobramentos foram se descortinando, em função dos próprios dados que surgiram, ao mesmo tempo em que outros foram mostrando a importância de serem investigados e,

d) as conclusões e finalizações do estudo serão marcadas a partir da análise da perspectiva dos dados escritos (análise dos livros didáticos), das pesquisas, da perspectiva dos participantes na investigação e das observações da prática docente. Nossa leitura a partir dos significados atribuídos na análise dos dados que compõem o Cenário de Investigação nos permitiram chegar às conclusões do trabalho.

Como mencionado na Introdução da Tese, a pesquisa apresenta uma Metodologia Qualitativa na qual o pesquisador insere-se no contexto pesquisado. Assim no desenvolvimento da Coleta dos Dados da pesquisa vamos aos poucos construindo o Cenário de Investigação, o qual objetiva mostrar as possíveis inter-relações do Cálculo e as TIC, na perspectiva histórica e de ensino e aprendizagem. As Entrevistas com professores que lecionaram e/ou lecionam esta disciplina, bem como a análise de alguns livros de Cálculo, novos e antigos, formam assim um primeiro conjunto de dados, que se inter-relacionam, como mostra o Diagrama 1, que reapresentamos a seguir:

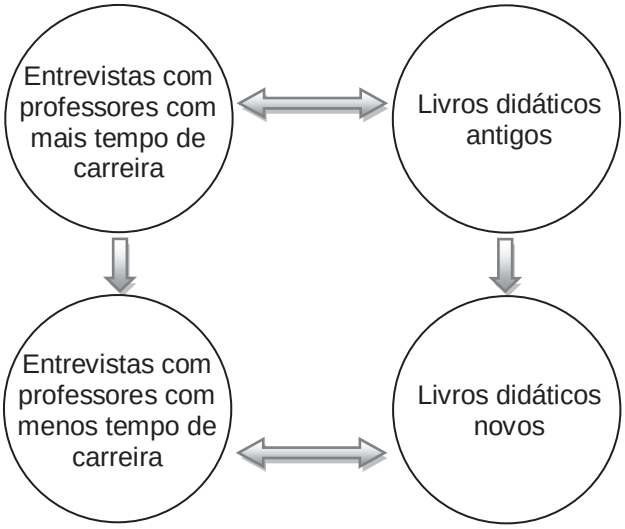


Diagrama 1: Procedimentos metodológicos: a Constituição dos Dados da Pesquisa

O objetivo de coletarmos depoimentos e narrativas, por meio das Entrevistas de professores de Cálculo que já haviam lecionado esta disciplina se constituiu por

apresentar alguns aspectos teórico-metodológicos dos processos de ensinar e aprender Cálculo, os quais puderam nos auxiliar na compreensão das estratégias metodológicas dos professores que hoje ainda lecionam o Cálculo. A busca do passado relaciona-se à nossa hipótese principal[45]: como os professores mais antigos utilizavam recursos gráficos, representações entre outros em suas aulas de Cálculo?

Com os depoimentos dos professores que lecionam esta disciplina há menos tempo, obtidos durante as Entrevistas, procuramos os mesmos aspectos teórico-metodológicos dos processos de ensinar e aprender Cálculo, elencados anteriormente, mas agora com uma componente temporal diferenciada, possibilitando a influência de novos fatores nessa prática. Logo, a seguinte questão incorpora-se à nossa hipótese principal: Como e por que as novas tecnologias adentram na prática do professor, no processo de ensinar e aprender Cálculo?

Ou seja, dado que os conceitos estudados na disciplina Cálculo Diferencial e Integral foram historicamente construídos, e, como veremos mais adiante, embora tenham sofrido algumas variações em sua formulação teórica, alcançaram uma formalização e apresentação que perduram por mais de 100 anos, quais tipos de mudanças são percebidas no âmbito da sala de aula dos cursos que se utilizam desses conceitos?

Sabemos que, historicamente, com a introdução, disseminação e apropriação das tecnologias digitais em nossa sociedade, “tem havido uma utilização maior da Informática e da automação nos meios de produção e de serviços, gerando novos comportamentos e novas ações humanas” (MISKULIN, 1999), como resposta às mudanças provocadas em várias dimensões de nossas vidas.

Embora não se trate ainda do que poderíamos dizer uma massificação da utilização de meios tecnológicos computacionais dentro da esfera escolar, mas sim do início da configuração de um cenário de transformações tecnológicas (CASTELLS, 1999), podemos notar que várias pesquisas têm sido elaboradas no sentido de evidenciar e discutir a viabilidade de sua utilização no meio acadêmico. E, além disso, podemos dizer que muitos são os professores que hoje utilizam algum recurso metodológico, utilizando as TIC em suas aulas de Cálculo.

[45] Cabe ressaltar que nossa hipótese inicial foi a de que as TIC estão presentes nos processos de ensinar e aprender Calculo Diferencial e Integral, porém, ela foi colocada em estado de espera, para que os dados pudessem mostrar esse fato.

Encontramos também na literatura em geral o desenvolvimento de recursos tecnológicos que podem ser utilizados dentro do âmbito educacional, assim como a sua popularização e facilitação ao acesso, impondo[46] à comunidade acadêmica discussões a respeito da necessidade de novas práticas educacionais.

Uma das justificativas é que possam gerar um nível diferente da prática de ensinar e aprender, resposta a essas novas implementações, resultando em condições que permitam aos alunos integrarem-se nessa nova configuração social, corroborando com a idéia de que "a sociedade não pode ser entendida ou representada sem suas ferramentas tecnológicas" (CASTELLS, 1999). Ou seja, professores e alunos do ensino superior, livros didáticos e ferramentas tecnológicas compõem o nosso cenário.

Para acompanhar essas mudanças, Miskulin afirma que "os educadores devem estar atentos para essas novas formas do saber humano, novas maneiras de gerar e dominar o conhecimento" (MISKULIN, 1999, p. 33), motivados pela própria condição de já estarem inseridos na Revolução Tecnológica (CASTELLS, 1999).

Sendo assim, mostraremos, por meio dos dados coletados, que encontramos presente no ensino e na aprendizagem do Cálculo a utilização da tecnologia em vários aspectos. Seja no aperfeiçoamento e surgimentos (descoberta) dos conceitos hoje estudados, nas mudanças nas edições dos livros didáticos, na inclusão de atividades e exercícios nos quais a utilização de um software específico de Matemática se faz necessária ou, ainda que em menor grau, na utilização de calculadoras e computadores em atividades de sala de aula.

A presença dessas mudanças é percebida, e descreveremos esse processo ao longo de nossa pesquisa, dentro do processo educativo, o que confirma que o processo de ensino e aprendizagem da disciplina Cálculo Diferencial e Integral se contextualiza nesse cenário tecnológico, situado no tempo e no espaço, mas que irá revelar, dentro de nossa tese, uma supremacia do espaço. O Cálculo tem se disseminado durante o século XX por meio do currículo (Lei) das ciências exatas. Como podemos ver no decorrer deste trabalho, as próprias ciências exatas incorporam a discussão de que precisam ser repensadas no contexto das TIC, e assim também o Cálculo Diferencial Integral.

[46] O uso da palavra "imposição" terá respaldo no Capítulo 1.1 e na Análise da pesquisa, quando a discussão das características da revolução tecnológica (CASTELLS, 1999), mais precisamente quando a característica de penetrabilidade dos recursos tecnológicos na sociedade atual for abordada.

Como já mencionado na introdução deste texto, para compor a totalidade de nossa Coda, buscamos uma visão geral das pesquisas que relacionam TIC e os processos de ensinar e aprender CDI, por meio de um levantamento das pesquisas acadêmicas que trazem como foco a discussão da utilização das TIC no processo de ensino e aprendizagem desta disciplina, seja em uma maior utilização de softwares, assim como na discussão de propostas para a sua utilização em sala de aula.

Nosso fio então fixa sua outra extremidade no dia a dia do professor de Cálculo - em sua prática docente com esta disciplina. As Entrevistas realizadas e a Análise dos Livros de Cálculo se juntam ao conjunto de pesquisas que retratam a inserção das TIC no contexto educacional, e com a observação e descrição da prática docente, completando o Diagrama 1 e compondo o Diagrama 2, representado a seguir:

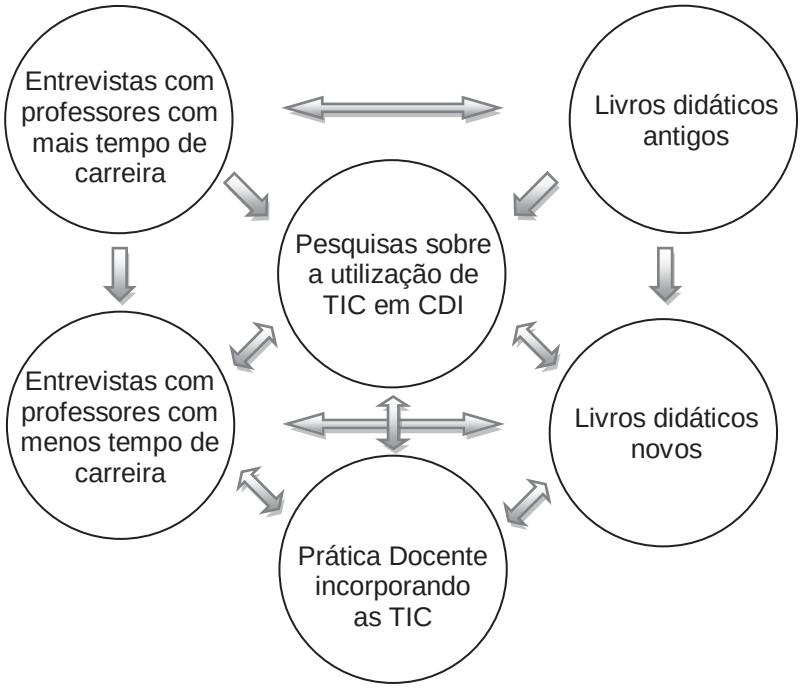


Diagrama 2: Representação do Diálogo dos Procedimentos metodológicos de pesquisa com a literatura sobre TIC e CDI

Com esse diagrama, a pesquisa descreve um Cenário de Investigação, permeado de dimensões teórico-metodológicas, as quais apresentam as influências, limites e potencialidades do uso das TIC no Cálculo Diferencial e Integral em duas perspectivas inter-relacionadas: (1) em uma perspectiva histórica, e (2) em uma

perspectiva de ensino e de aprendizagem no curso superior, como descrevemos a seguir:

> (1) perspectiva histórica: busca registros na história da ciência e da tecnologia relacionados a esta disciplina, o Cálculo Diferencial e Integral, com o intuito de evidenciar a emergência das TIC;
>
> (2) perspectiva didático-pedagógica: investiga, interpreta e evidencia formas de ensinar e aprender – a prática – os conceitos de Cálculo, relacionados ou não às TIC, objetivando mostrar as possíveis influências, limites e potencialidades nos processos de ensinar e aprender CDI.

A partir dessas duas perspectivas, delineamos uma Coda – a qual fornece uma síntese conceitual das perspectivas (1) e (2) – mostrando um Cenário de Investigação teórico-metodológico, o qual nos viabiliza percorrer um caminho entre a teoria e a prática em busca dos objetivos deste trabalho, contextualizando as TIC nesse cenário, como se vê no Diagrama 3, apresentado a seguir:

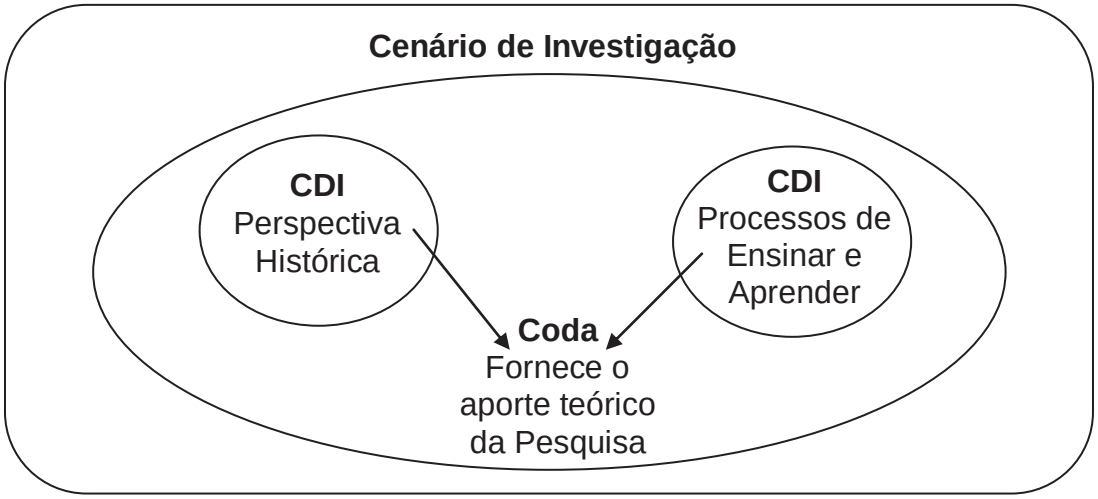


Diagrama 3: Composição do Cenário de Investigação

Nesse movimento, delineamos possíveis respostas para *a questão investigativa*, descrita a seguir:

Quais são as dimensões teórico-metodológicas presentes nas inter-relações do Cálculo Diferencial e Integral e as Tecnologias Informacionais e Comunicacionais em uma perspectiva histórica e de ensino e aprendizagem?

Assim, podemos citar como objetivo da pesquisa**:** *investigar e evidenciar as dimensões teórico-metodológicas presentes nas inter-relações do Cálculo Diferencial e Integral e as TIC, em uma perspectiva histórica e de ensino e aprendizagem no curso superior*. Além disso, pretendemos oferecer aos professores e pesquisadores em Educação Matemática um cenário teórico-metodológico, envolvendo novas formas de ensinar e aprender conceitos de Cálculo Diferencial e Integral, evidenciando por meio da perspectiva histórica as influências, limites e possibilidades do uso da tecnologia no processo de ensino e aprendizagem.

Na presente pesquisa, baseados em uma abordagem qualitativa de pesquisa, procuramos tecer uma discussão acerca de algumas dimensões educacionais e tecnológicas relacionadas à pesquisa, tais como dimensões: epistemológicas, sócio-cultural, metodológicas, entre outras.

Utilizamos para isso uma Metodologia de Pesquisa Qualitativa, alicerçada nos preceitos da Pesquisa Qualitativa (BOGDAN e BIKLEIN (1998) e LUDKE e ANDRÉ (1986), e também baseada no Paradigma Indiciário, explicitado nas concepções de Ginzburg (1987, 1989, 2007).

Carlo Ginzburg, em Mitos, Emblemas, Sinais editado em 1989, reúne ensaios escritos, entre 1961 e 1986, os quais demonstram que o conhecimento de algo a ser investigado pode ser obtido por meio da observação de fatos de aparente irrelevância e constrói o paradigma de um "saber indiciário", um método de conhecimento como diz o próprio autor, cuja força está na observação do pormenor[47] revelador, mais do que na dedução. A obra de 2007, O Fio e os Rastros, do mesmo autor, fundamenta esse método, o qual o aproximou-se a um Método de Pesquisa, detalhado no próximo capítulo.

[47] Carlo Ginzburg, em seu livro: Mitos, Emblemas, Sinais: Morfologia e História, 1989, chama de pormenor aquela pista, sinal ou indício que pode não estar no centro da discussão do fato, mas no entorno. É o que exemplifica como o lóbulo de uma orelha em uma pintura, um documento encontrado mas que não cita necessariamente o réu, um... Ele se torna revelador na medida em que, enquanto negligenciado, não contribuía para o veredicto. Após ser considerado uma prova como todas as outras, se soma a estas e compõe as fontes de pesquisa. Diferenciamos aqui o pormenor da escolha do individuo. Ele não é apenas um indicio que foi deixado de lado, dentro dos parâmetros da pesquisa. Do que falamos, não seria levado em conta tradicionalmente.

3.1 O Paradigma...do método

A escolha pelo que chamamos método de pesquisa está baseada no paradigma, o qual as ciências se apóiam. Da racionalidade técnica instaurada no período moderno cujos primeiros indícios se dão no início do séc. XX, Suassuna afirma que

> O acelerado ritmo do progresso trouxe instabilidade à própria ciência, e, paulatinamente, foi-se abandonando a idéia de que a verdade científica seria una e única, isso ocorrendo mesmo no âmbito das chamadas Ciências Exatas e Naturais (COSTA, 1996, apud SUASSUNA, 2008, p. 344).

Para tanto, delineamos por meio de uma metodologia baseada no Paradigma Indiciário de Ginzburg (1989, 2007), um cenário teórico-metodológico sobre o aporte histórico e epistemológico do Cálculo Diferencial e Integral no desenvolvimento da ciência. Assim, resgatamos conteúdos estudados nesse campo de conhecimento. Nessa busca evidenciamos fatos históricos, epistemológicos, contextualizados sócio/culturalmente, em uma perspectiva didático-pedagógica em Cursos de Licenciatura de Matemática, bem como outros cursos de graduação, ao longo do tempo.

A fim de justificar nosso método de pesquisa, esboçaremos uma discussão sobre o Paradigma Indiciário. Entendemos e explicitaremos o Paradigma Indiciário como um tipo específico de Pesquisa Qualitativa.

Dada a natureza dos dados coletados nesta pesquisa: Entrevistas, trechos de livros e pesquisa, observações, explicitaremos como o Paradigma enxerga cada um desses componentes da coleta de dados. Paul Ricœur, no livro “A memória, a história, o esquecimento”, cita Ginzburg fazendo uma importante conclusão sobre o paradigma indiciário[48]. Diz o autor para explicitar, de acordo com o paradigma, da relação entre indício e testemunho quando se refere a uma possível crítica que Marc Bloch faz ao que chama de testemunho:

> ...não penso que seja escolher entre as duas análises. Ao englobar o conhecimento histórico sob o paradigma indiciário, C. Ginzburg enfraquece o conceito de indício, que se beneficia ao ser oposto ao de testemunho escrito. Inversamente, o tratamento por M. Bloch dos vestígios como testemunhos não-escritos prejudica a especificidade do testemunho como intermediário da memória em sua fase declarativa e sua expressão narrativa (RICŒUR, p. 185, 2007).

[48] Contextualizando, o autor refere-se às obras de Ginzburg publicadas até o ano de 2007. Nesse mesmo ano, Ginzburg lança o livro “O fio e os rastros”, onde explicita as bases para o Paradigma Indiciário.

Ricœur (2007) define a historiografia inicialmente como a memória arquivada. Tratamos como uma afirmação inicial porque em seguida levanta possíveis problemas na passagem da memória viva, coletiva ou privada, no que diz respeito à temporalidade e espacialidade, e, de modo interessante, coloca a memória e a história como num debate tempestuoso, usando da metáfora do remédio e do veneno, quando se reporta as origens dos discursos gregos e do que classificavam como a heresia do testemunho escrito. Continuando, Ricœur afirma que

> o indício é referenciado e decifrado; o testemunho é dado e criticado. Certamente, é a mesma sagacidade que preside as duas series de operações. Mas seus pontos são distintos. A semiologia indiciária[49] exerce seu papel de complemento, de controle, de corroboração em relação ao testemunho oral ou escrito. Na medida em que os signos que ela decifra são de ordem verbal: impressões digitais, arquivos fotográfico e, hoje em dia, exames de DNA[50], testemunham por seu mutismo. Os discursos diferem entre si de maneira diferente que os lóbulos de orelhas. (RICŒUR, p. 185, 2007)

O que parece uma contradição, indício e testemunho acabam se completando destro do Paradigma. Ressaltamos que discordamos do autor quando se refere ao DNA como um discurso. Claro, como ele mesmo afirma, é uma memória arquivada, da mesma maneira que um fio de cabelo testemunha pelo mesmo mutismo. Nessa discussão, Ricœur afirma que:

> o beneficio da contribuição de C. Ginzburg é então o de estabelecer uma dialética do indício e do testemunho no interior da noção de rastro e de, assim, dar ao conceito de documento toda sua envergadura. Ao mesmo tempo, a relação de complementaridade entre testemunho e indício vem inscrever-se no círculo da coerência interna-externa que estrutura a prova documental. (RICŒUR, p. 185, 2007)

Suassuna relata que Ginzburg "reivindica, para o paradigma indiciário, outros critérios de rigor e cientificidade, compatíveis com situações de pesquisa em que a singularidade dos dados é decisiva". (SUASSUNA, 2008, p. 368)

Ginzburg intitula esse modo de pesquisar de *Paradigma Indiciário*, estabelecendo suas primeiras bases teóricas sobre o que vem a chamar de *um método de conhecimento* cuja força está na *observação do pormenor revelador*, mais do que na dedução. A utilização do olhar do pesquisador em história, mais

---

[49] Semiologia indiciária significa aqui as maneiras indiciária de se abordar uma investigação.

[50] DNA, em inglês: *deoxyribonucleic acid* ou ADN, em português: *ácido desoxirribonucleico*, é um composto orgânico cujas moléculas contêm as instruções genéticas que coordenam o desenvolvimento e funcionamento de todos os seres vivos e alguns vírus. O seu principal papel é armazenar as informações necessárias para a construção das proteínas e ARNs (*ácido ribonucleico*).

propriamente do que Ginzburg relata em seu programa de pesquisa, indo ao encontro do olhar do pesquisador que trabalha com os preceitos da Pesquisa Qualitativa.

Suassuna aponta que “o paradigma indiciário pode ser considerado como um tipo específico de pesquisa qualitativa” (SUASSUNA, 2008, p. 362), e expõe em seu trabalho diversas pesquisas que o fazem.

Nesta pesquisa, essa discussão de insere de duas maneiras. Uma delas, na perspectiva histórica do CDI, desde sua apropriação pelos meios acadêmicos no âmbito do ensino e da aprendizagem, onde trataremos os documentos através dos pressupostos da pesquisa em história. Temos ainda, documentos escritos (livros, anotações, livros didáticos) e depoimentos (Entrevistas, práticas de professores) nos quais buscamos os indícios necessários para a análise. De uma outra maneira, a partir das afirmações de Ginzburg, utilizar a pesquisa em história, mais propriamente o que ele chama de Paradigma Indiciário, como sendo um Método de Pesquisa.

Buscando os objetivos delineados, realizamos Entrevistas com professores que trabalharam com esta disciplina ao longo dos anos, investigando saber como os conteúdos eram apresentados nos livros didáticos ou não, da época e ensinados nas universidades. Além disso, entrevistamos também professores que, atualmente, lecionam Cálculo e utilizam ou não as TIC em seus cursos e como as utilizam, investigando se houve alguma mudança na forma como se apresenta esta disciplina, nos livros didáticos ou textos. Procuramos conhecer *os livros* que trazem mudanças nas formas de apresentação de tal conteúdo (CDI). Serão também analisados *documentos históricos* – excertos de livros didáticos – que retratam a História do Cálculo Diferencial e Integral complementando com *teses e/ou dissertações* que abordam temas circundantes.

Ricœur (2007) afirma que o Paradigma Indiciário de Carlo Ginzburg abriu um campo imenso para as pesquisas. Segundo ele, “se a realidade é opaca, existem zonas privilegiadas – rastros, indícios – que permitem decifrá-las” (Ricœur, 2007, p. 185). Ele afirma que é essa a idéia principal do Paradigma Indiciário, progredindo nos domínios das mais varias áreas do conhecimento, principalmente nas ciências humanas.

Esse paradigma será utilizado em duas perspectivas, concebidas pelo autor na frase: “a relação entre o fio – o fio do relato, que ajuda a nos orientarmos no labirinto da realidade – e os rastros” (GINZBURG, 2007), ou seja, como caminho metodológico

do movimento de “ir aos dados da pesquisa”, e do olhar necessário nessa busca pelo pesquisador. Estaremos propondo um “método interpretativo centrado sobre os resíduos, sobre os dados marginais, considerados reveladores” (GINZBURG, 1989, p. 149), já que a impossibilidade do refazer a experiência e a complexidade dos dados nos direcionam a analisar e interpretar os dados do ponto de vista qualitativo (BICUDO, 2004).

Os textos dos livros e das pesquisas selecionadas, bem como as Entrevistas e a observação da Prática do professor serão relacionados aqui serão relacionados ora como a prova documental reconhecida pela historiografia, assim como indícios e testemunhos não escritos, “a maneira de Marc Bloch” Ricœur, 2007, p. 186). O indício pode ser considerado uma escrita, na mesma maneira que a escrita pode ser considerado um indício (quando se leva em conta a grafia, por exemplo). Ricœur (2007) afirma que “tudo considerado, o beneficiário da operação seria o conceito de documentos, soma dos indícios e dos testemunhos, cuja amplitude final alcança a amplitude inicial do rastro” (Ricœur, 2007, p. 186).

Capítulo IV

4. Emergindo das Fontes

"...então eu trabalho assim, com software, eu uso figura, uso imagem, uso metáfora, uso frase do Renato Teixeira"

(trecho de Entrevista com o professor J.)

Neste Capítulo trazemos os dados da pesquisa, relacionado às Entrevistas com quatro professores universitários, excertos dos livros de Cálculo selecionados e a descrição da prática de um professor de Cálculo.

Os professores entrevistados (quatro) foram divididos em dois grupos: professores que trabalham há pouco tempo com a disciplina CDI (B e S), e

professores que iniciaram sua vida acadêmica há mais de 40 anos (JB e J)[51] e trabalharam com CDI, todos pertencentes a universidades do Estado de São Paulo (UNESP, UNICAMP, USP e UFSCar).

Além disso, apresentamos uma análise de alguns[52] excertos de livros relacionados à disciplina Cálculo Diferencial e Integral, mostrando como os conceitos de Função, Limite, Continuidade, Derivada e Integral foram e são apresentados, em livros antigos e como os são nos livros atuais de Cálculo. Foram selecionados oito livros, divididos em três períodos: o Período 1 se refere a livros muito antigos, com mais de 80 anos de sua publicação. O Período 2 se refere a livros antigos, utilizados nas décadas de 60 a 80, e, por final, o Período 3 refere-se a livros novos, utilizados nas décadas de 90 até os dias atuais.

Sendo assim, compomos a lista dos livros da seguinte maneira:

Período 1 – Lacroix (1816), Laboureur (1913), Bouchalart (1928)

Período 2 – Courant (1963), Piskunov (1969), Leithold (1982)

Período 3 – Stewart (2008) e Swokowski (1994).

O objetivo desta parte da pesquisa é, situado o livro no contexto histórico, observar como os conteúdos Função, Limite, Continuidade, Derivada e Integral se fazem presentes, bem como a existência de indícios se o livro faz menção ou não ao uso de tecnologia computacional.

A apresentação da Prática do professor será uma descrição sobre a nossa própria prática enquanto professor de CDI, em dois momentos:

a) durante a realização de um Mini-curso;

b) na observação e gravação de algumas aulas.

Segue então uma apresentação dos entrevistados e excertos das Entrevistas, uma apresentação dos livros e excertos relacionados aos conteúdos de Cálculo Diferencial e Integral, já mencionados e os comentários sobre a prática do professor.

[51] As identidades dos entrevistados não serão reveladas, para isso utilizamos iniciais de seus nomes para a identificação das Entrevistas nesse texto.

[52] A escolha destas obras se baseia nas pesquisas de Schubring (2003), Barufi (1999), Marin (2009) e D'Ambrósio (1975). O critério de escolha será explicitado na próxima parte deste capítulo.

4.1 O fio do relato... dos professores

Como já mencionado, como parte da coleta de dados da pesquisa foram realizadas Entrevistas com professores universitários que trabalharam com a disciplina Cálculo Diferencial e Integral ao longo dos anos, e que hoje estão na condição de profissional aposentado, embora podendo exercer ainda suas atividades acadêmicas. O outro de grupo de professores entrevistados é formado por professores universitários que lecionam atualmente Cálculo, com poucos anos de atuação em atividades acadêmicas em sala de aula.

Os dois blocos foram assim classificados:

Bloco A - Entrevistas com professores que lecionaram há mais tempo a disciplina CDI. Neste bloco incluímos as Entrevistas de JB e J.

Bloco B - Entrevistas com professores que lecionam há pouco tempo a disciplina CDI. Neste bloco incluímos as Entrevistas de B e S.

No Bloco A de Entrevistas, procuramos informações e relatos dos professores de quais estratégias didático-metodológicas foram utilizadas em sala de aula, como descrevem a maneira que preparavam e se atualizavam para preparar suas aulas de Cálculo e como os conceitos eram apresentados nos livros, da época de sua formação universitária até sua atuação enquanto professor. No Bloco B, embora utilizamos o mesmo roteiro de Questões (Anexo B) , procuramos saber se, além das mesmas questões elencadas no Bloco A, os professores utilizam ou não as TIC em seus cursos, relatando se houve alguma mudança na forma como esta disciplina se apresenta, nos livros, nos textos e nas práticas de ensinar e aprender CDI.

As informações registradas fruto das Entrevistas, armazenadas inicialmente em gravador digital foram transcritas e foram enviadas aos entrevistados para anuência antes de serem utilizadas na finalização da Tese. No momento das Entrevistas foi solicitado aos professores que lessem um termo de compromisso junto com o roteiro de Questões (Anexo B), onde nos comprometemos que a identidade do entrevistado seria mantida desconhecida no texto da Tese a ser produzida. Para isso então optamos por usar uma das iniciais do nome de cada um deles para identificar suas falas e, apenas para seguir um padrão, usamos a letra E para indicar o entrevistador (Escher).

Algumas questões permearam os depoimentos dos professores durante as Entrevistas, tais como: a troca de informações sobre como preparar suas aulas, a escolha dos livros didáticos, a existência de grupos de professores que se reuniam para discutir conteúdos ou métodos de ensinar Cálculo, o trabalho no Cálculo com Projetos, o trabalho com a História da Matemática, a observação de alguma mudança nas formas, maneiras e modos de ensinar essa disciplina, a utilização de desenhos, gráficos e materiais manipulativos, a modificação de sua prática de professor, em sala de aula, experiências com o uso de alguma tecnologia eletrônica em sala de aula e opiniões sobre a necessidade de usá-las. A íntegra da transcrição das Entrevistas pode ser encontrada no Anexo F desta pesquisa.

A seguir, trazemos algumas das observações com relação aos pontos citados anteriormente, fazendo inicialmente uma apresentação de cada entrevistado:

Bloco A – Entrevistas com professores que lecionaram há mais tempo a disciplina CDI

Professor JB

O professor JB se formou na graduação em 1962 na USP, em São Paulo. Foi professor no Ensino Médio por 8 anos, quando ingressou na UNESP, em Rio Claro em 1970. Lecionou disciplinas como Geometria, Álgebra Linear, Análise Matemática, Cálculo I e Cálculo II, mas relata que se concentrou no Cálculo e no Cálculo Numérico.

Relata que preparava as aulas sem a participação em grupos, mas chegou a se atualizar em cursos de verão e participação de congressos. A escolha de livros era aconselhada pelos professores mais velhos.

Com relação a utilizar a História durante as aulas, afirma que não passava de comentários sobre datas de nascimento e morte dos matemáticos envolvidos nos teoremas estudados.

Sobre a sua prática de ensinar o Cálculo, relatou que em seu tempo, o ensino em Rio Claro sofria muito a influência americana, e na USP a influência francesa e italiana. Em suas palavras:

> Na verdade o jeito que o Cálculo era dado lá na USP, quando eu era aluno, era diferente do jeito que a gente dava aqui. Primeiro de tudo que lá, seguia um influência italiana ou francesa e quando chegou aqui nos começamos a

> sofrer uma influência americana, mais simplificada....Lá não! Lá mais linha Bourbaki e aqui é uma linha meio americanizada... (JB)

Afirma que essa diferença se traduzia nos livros e na maneira que era apresentado, trazendo conseqüências, segundo ele, na aprendizagem, conforme suas palavras:

> Os americanos são mais práticos. Por exemplo, você ficava um tempo imenso em limite. Ter que provar que numa função o limite é tal, mas por épsilons e deltas... não é fácil hein? Então você tinha muito disso, de ter que provar por épsilons e deltas. Depois o sistema americano fazia diferente. Tem umas provinhas fundamentais e o resto é conseqüência. Então não é a mesma coisa. Nesse ponto melhorou. Facilitou! Agora..., se amadureceu o aluno já é outro problema. (JB)

Com relação ainda a essa diferença na prática de ensinar, JB chega a classificar que existia uma diferença qualitativa negativa, havendo certa piora,

> Porque a sua visão, quando o cara pensa em limite, ele não aprende limite diretamente. Porque a idéia de limite veio purificando, isso digamos 1700, sei lá, quando começou aqueles cara magníficos, essas coisas .... que vieram ... até eles andavam errando por aí ... até chegar 300 anos na cabeça desse cara ... pra dizer que cabeça boa, imagine se um aluno em 5 anos ou 4 anos vai amadurecer? Isso é absurdo né?!?! O amadurecimento nisso é demorado! Você não pode forçar o amadurecimento. Não há livro que fala isso. O conceito de limite é muito fino e precisa amadurecer. Não aprende. Logo que se sai do secundário para o colegial você não está maduro pra isso. E é normal que não esteja! É normal que não esteja! Se os caras levaram 300 anos pra amadurecer nisso, agora quer que em 4 anos os caras amadureçam? É forçar muito a barra. Não amadurece mesmo!. (JB)

Sobre a emergência da tecnologia em seus cursos, embora ainda não fossem utilizadas em sala de aula, relata que, por volta de 1979, utilizou calculadoras que um professor do campus tinha, ou mesmo de computadores situados em outra universidade:

> Aqui particularmente em Rio Claro o Cálculo Numérico precisava de muitos, muitos cálculos, então aqui, inicialmente, a gente usava uma calculadora comum. Depois a Geologia tinha uma calculadora que era do Landim e essa calculadora aceitava programas. Faziam os programas numas fitas desse tamanho e dessa largura. Aceitava programas. Era meio enjoada, mas aceitava programa. Então a gente usava essas fitinhas. Foi uma melhoria. Depois apareceu um computador. O primeiro computador que nós vimos por aí era um tal de Apple. Eram 60 k de memória. Absurdo mesmo! Quando a gente tava fazendo os cursos lá em São Carlos tinha um computador IBM então a gente fazia os trabalho de computador e você tinha que perfurar uns cartõezinhos e levava lá...a gente usava a linguagem Fortram na época. Deixava os cartõezinhos lá porque não processava na hora. Tinha uma sala grande pro computador com ar condicionado ... a manutenção do computador era a própria IBM que fazia e ele tinha também uma memória menor que esse com Apple... era enorme....daí tinha os cartãozinhos e você ia ver e tinha uma vírgula no lugar que era pra ser um ponto, aí na outra semana você levava lá pra corrigir, aí aparecia o erro noutro lugar, essa era a vida da gente . Mais uma semana esperando...daí quando apareceu esse Apple...que maravilha.. primeiro efeito muito bom. Você não tinha que bater o cartão. Vinha na tela,

> você podia corrigir direto lá...gravava em disquetinho..o Apple não era disquete...o conseguiu adaptar uma fita cassete...gravava em fita cassete... (JB)

Relata que, pelo que tem visto nos dias atuais:

> Nos tempos modernos, eu parei de dar aula...eu aposentei... eu to vendo os alunos apresentando trabalho agora com vídeo show[53].... ah, outra coisa!!!.... Assim que eu queria dar uma aula!! Dá o processo e mostra no vídeo show, aquilo sendo processado. (JB)

Completa o pensamento, dizendo que: na verdade se eu tivesse lecionando hoje eu teria mais recurso. (JB)

O que mostra que essa escolha é mais que um método. Ela fica acima do planejamento acadêmico de como apresentar a aula. É na verdade uma característica de como a tecnologia é epidêmica.

Sobre sua opinião da necessidade da utilização de computadores no curso de Matemática, afirma que:

> Eu tenho a impressão que para o professor de matemática não é não, mas professor de Cálculo Numérico eu acho que é interessante. Do tipo vídeo show, você dá um processo e o cara vê como é que a convergência está se realizando na vista dele. O que quero dizer é no Cálculo Numérico é pra usar essas maquinas sim. Mas o que quero dizer é que você não pode se divorciar da teoria, você não pode ficar só na máquina, na coisa... por que senão você vai se perder, vai dar informação errada...tem que casar, tem que ponderar. Na verdade todas as coisas você tem que analisar mais finamente. Eu sempre falo que as coisas que você enxerga assim, eu sempre digo, uma superfície que aparentemente plana, na hora que você coloca uma lente, aparecem os buracos. Assim é o Cálculo Numérico, a Análise em todo lugar. Se tiver uma coisa mais fina, ela vai ver que aquilo que se pensava que tava certinho, estava errado. (JB)

Sobre o uso dos computadores em aulas de Cálculo, como ferramenta de visualização de gráficos, acredita que ajuda e motiva o aluno, mas considera importante não esquecer a teoria. Assim, continua:

> E na verdade o gráfico da uma idéia muito boa pro aluno, então, quando ele vai estudar uma função ele vai usar Análise, ponto de máximo, mínimo, inflexão, o gráfico ajuda pra isso. Na atualidade o computador tem o gráfico na tela e acho que isso motiva ele estudar o Cálculo. Eu acho que ajuda. Sempre que o cara pensar que é um estimulante. Mas ele tem que sempre estudar a teoria pra saber os motivos e não ser induzido. Nunca divorciar teoria e prática, juntando os dois. Essas teorias que estão por aí, apesar de elas serão sei lá quantos anos, quem falou que elas são definitivas? Você pode ter uma idéia diferente e criar novas coisas. (JB)

A seguir temos a próxima entrevista com o professor J.

[53] Quando o entrevistado comenta sobre "Vídeo Show" está se referindo a projetor multimídia, também chamado de Data Show.

Bloco A – Entrevistas com professores que lecionaram há mais tempo a disciplina CDI

Professor J

O professor J iniciou seus estudos universitários em 1967, na Unicamp, na primeira turma do curso de Matemática daquela universidade. Sua vida profissional foi construída na cidade de Campinas, sempre lecionando na Unicamp, embora tenha sido convidado a dar cursos em varias universidades do país e fora dele.

Relata que a primeira vez que ministrou Cálculo I foi em 1971, passando por disciplinas como Cálculo, Cálculo Numérico e Biomatemática, ou variantes como, Equações Diferenciais, Variáveis Complexas, Análise Numérica II, Análise Numérica III, Biomatemática I, Biomatemática II. Em especial, comenta que os cursos de Cálculo são para turmas mistas na Unicamp, o que, segundo ele, enriquece as aulas. Conforme suas palavras:

> Muda completamente. Porque o Cálculo foi desenvolvido pra resolver problemas, e quando a gente dá aula pra matemáticos que tem interesse, o que a gente chama de matemático puro, a gente pode ter uma justificativa de dar o Cálculo do ponto de vista do professor de Cálculo. Mas quando você dá aula pra quem precisa do Cálculo pra resolver problemas na sua vida, você tem que dar o Cálculo do ponto de vista de quem está usando. Então trabalhando com Farmácia eu achava melhor trabalhar com exemplos de absorção de drogas, sangue, de meia-vida, super dosagem, procurar o máximo sobre recepção de drogas nos organismos do que trabalhar com circuitos elétricos, aquelas equações diferenciais de segunda ordem que colocava o capacitor, o resistor e o gerador de potência... Então muda algo.(J)

Completa dizendo que: ...posso garantir a você que é muito mais divertido. (J)

Sobre a prática pedagógica que utilizou quando começou a ensinar o Cálculo, relatou que, inicialmente copiou as maneiras de quando ele foi aluno, contextualizando com o momento da época (década de 70, e o período da Ditadura Militar) e depois pôde trabalhar com grupo de professores, o que considera muito interessante. Expressa essas idéias pelas palavras:

> ...eu comecei dando aula como as pessoas davam aula pra mim. Então era o que eu aprendi, eu ensinava. Uma diferença grande era, como houve uma efervescência política muito grande em 67, 68, uma das atividades da greve nós ocupamos a escola. A gente ocupou a escola politicamente, simbolicamente, ou seja, quem tinha que entrar entrava, saia, fazia o que tinha que fazer e a gente ocupava simbolicamente a escola pra “derrubar a ditadura”. E durante essa ocupação da escola, a gente passava o tempo todo na escola e o Ivan e eu dávamos aula de Cálculo pros nossos colegas que tinham dificuldades. O Julio Hadler, hoje é diretor da Física aqui dava aula de física, O Pecini, professor aposentado do instituto de Química dava aula de

química, um outro colega nosso chamado Pozzi, Gabriel Pozzi dava aula Fortram, nós aprendemos com o professor Simon... Então a gente tinha um contato com o Cálculo que era um contato a partir das dificuldades. Então, quando eu comecei a dar aula, o que eu acrescentei eram as minhas dificuldades e não só as aulas que tive de Cálculo. Diga-se de passagem, que eu tive professores excelentes de Cálculo. Excelentes, que davam aula com brilho nos olhos. O Murilo Marques, Paulo Boulos, Eduardo Sebastiani, pessoas que punham o coração naquilo. Então era um paradigma ultrapassado? Era, mas o brilho dos olhos dá outro tempero pra aquele mesmo feijãozinho de todo dia. Depois, na década de 70 ainda, eu me juntei com Vera Lucia C. Figueiredo, professora que se formou um ano depois de mim, aqui na Unicamp, José Armando Valente, que fez engenharia em São Carlos, Eduardo Tadao Takahashi, que se formou aqui, Fernando Antonio Vanini, pode ser que eu esteja dando uma idéia errada, nós fizemos pela primeira vez, na década de... era 1974, o curso de Cálculo, Introdução à Computação, Programação de Computadores... eram três coisas. E a gente integrou o ensino de Cálculo ao ensino de Computação. E o que foi enriquecedor pra nós, é que éramos obrigados a discutir cada passo do andamento da disciplina com os outros. Então, o Valente que dava aula de Introdução a IC estava ensinando Pascal pela primeira vez na Unicamp, a gente era obrigado a incorporar as dificuldades dele no que nós fazíamos em Cálculo. E muitas vezes um exercício que eu pedia era feito com a ajuda do Tadao em Pascal e corrigido pelo Valente e vice-versa. Isso aconteceu de maneira muito forte. Depois nós trabalhamos com Modelagem Matemática, era um grupo de professores de Cálculo, mas não foi uma experiência tão forte quanto a experiência que aconteceu na virada do século que foi conduzida pela Vera, pela Margarida e pela Sandra Santos, que era o ensino de Cálculo com aplicações em que nós tínhamos quatro horas de aula, todas as turmas de Cálculo, com exceção da Matemática, todas as outras turmas de Cálculo da Universidade que tinha um altíssimo índice de reprovação, de evasão e de desistência, todas as turmas estavam dentro desse programa. E nós dávamos quatro aulas de aula teórica e na sexta-feira as nossas aulas mudavam de lugar (a tal da sala deixava de existir, não existia turma) e a gente dividia essa aula em uma aula de exercícios e exemplos do lado do laboratório com metade da turma, enquanto a outra metade realizava os exercícios e exemplos usando os softwares. Isso em 1998 ou 99. O professor doutor Arlindo José de Souza Filho, professor de Uberlândia, fez a tese dele analisando essa experiência. O Arlindo começou a tese dele pensando que as tecnologias tinham reformulado o ensino de Cálculo. Eu quero dizer a você que durante os anos que isso aconteceu, os mesmos professores com as mesmas idades avançadas, didaticamente falando, fazendo matéria igual, dando aula igual, lista de exercício igual conseguiram com alunos, “cada vez mais que entram mais despreparados na Universidade” conseguiram um índice de aprovação muito superior. Eu não comecei a fazer, de repente, provinhas fáceis. Nem eles, nem Cesar, nem Zoraide... todo mundo continuou a fazer a prova de Cálculo que sempre fez, Uma prova de Cálculo que antes tinham grande reprovação e agora não tinha mais. Por quê? Alguma coisa aconteceu! O Arlindo quando foi estudar tinha certeza, e eu também tinha, acompanhei de perto o trabalho dele, que era a introdução da tecnologia que tinha mudado isso. E a hora que ele começou a trabalhar com os professores, monitores e tutores, ele descobriu que a força atrás dessa mudança na aprendizagem de Cálculo, no ensino, mas na aprendizagem também, vinha de fato (nossas aulas eram das 8 as 10, segunda, quarta e sexta) só que sexta-feira, das 10 ao meio-dia tinha reunião de todo mundo: coordenadora, auxiliar de coordenação, professores, monitores e tutores. Havia professores em exercício do doutorado, do mestrado, e os alunos de graduação que eram monitores, e todos davam palpites. E a gente montava as próximas atividades nessas duas horas. E a gente verificou que essa troca de experiência, essa discussão coletiva, bem

> Paulo Freire mesmo, a gente tinha mais horas pra ver o mundo e dialogicamente construir. (J)

Sobre trabalhar com projetos em sala de aula, com muita motivação ele responde que:

> Projetos sim, na sala de aula nem sempre. Uma das coisas que nós fazíamos nessas aulas era propor exercícios pros alunos no sentido: "você é da Engenharia mecânica, e você está se interessando por uma parte da engenharia mecânica, no projeto, o que você usa de Cálculo no seu trabalho?". E os alunos eram obrigados a preparar isso pra depois de terminado o período letivo, e antes de ser entregue as notas, num seminário de Cálculo, eles apresentavam seus projetos. Eles tinham tempo, tinham coordenador de seção... como se fosse uma coordenação técnica de um congresso. E era apaixonante! E eles podiam por pôsteres pra apresentação e, é claro, que tinha gente que fazia cara feia pra aquilo... mas eles faziam, mas muitas pessoas que estavam incomodadas com o ensino anterior de Cálculo com grande evasão, desistência e reprovação altas vibravam com como os alunos faziam, da Engenharia Mecânica, agrícola, Física, como eles faziam a importância do Cálculo. Isso é só um exemplo, como trabalhou o pessoal da Engenharia Agrícola era mais com projetos. (J)

Continuando, ele exemplifica que:

> Uma outra coisa que aconteceu também com a professora Margarida Melo, mandou os alunos desenharem um chapéu de cangaceiro. Pode ser uma elipse, pode ser uma circunferência. É claro que tinha um aluno que fazia pá pá, acabou. Mas tinha uns que punham uns cabelinhos, desenhavam estrelinhas, e se divertiam fazendo isso. É claro que é um desafio lúdico, eu sei que é. (J)

Sobre a manipulação de objetos, o professor J completa que:

> Você ta manipulando, você tá dominando os procedimentos. Aí quando você precisar, no seu emprego como Engenheiro Elétrico, fazer um projeto, você domina o processo. E se domina o Mathematica, você domina o Maple, o Reduce, e domina o Derive... e domina o que aparecer pela frente. Você domina o conceito. (J)

Sobre o uso da História da Matemática nas aulas de Cálculo, o professor J utiliza inclusive uma crítica a professores que não autorizam o uso de calculadoras em sala de aula para dizer de sua opinião sobre a importância da utilização dos conceitos históricos durante as aulas.

> Ah sim!!! O que a Bete e a Sandra fizeram, e a Sueli também, eu trabalhei num projeto muito interessante da Capes com a Sueli.... Era colocar a história... por quê que foi colocado logaritmos? E isso muda o seu jeito de ser professor de Cálculo Numérico, ou de Cálculo. Você deve ter ouvido falar do tempo de aluno que tinha professores que proibiam de usar a calculadora na prova de Cálculo. Infelizmente proibiram logaritmo. Porque aquilo é uma calculadora que transforma multiplicação em soma. Então você limita, o professor diz: Na minha aula eu proíbo os logaritmos. Onde vai parar o raciocínio se ninguém multiplica mais. E o resultado é inexato. Mas era o jeito que a humanidade tinha pra calcular o que tinha de calcular. Tão inexato quanto a calculadora hoje que usa um sistema digital. Mas, a história da matemática é interessante também, pros alunos perceberem duas coisas. Um: o que hoje é verdade típica amanha é bruxaria. A frase é do Rubem Alves. (J)

O professor, completando sobre os paradigmas da educação:

> Então você ta vendo que eu to falando de como os paradigmas foram mudando! Então a primeira coisa é que uma crença que levou a uma invenção, Logaritmo, a Integral, a Derivada, a Equação Diferencial, a História que contam esse problema motivou esta invenção matemática. E há histórias em que esse conceito matemático, o matemático colocou ele debaixo do braço e ficou procurando o que fazer com ele. Há exemplos lindos nesse sentido. Então o método do "Shuting", é o método que você dar tiro pra matar melhor o inimigo. E a seqüência da integral de Richardson, foi inventada, e passaram muitos anos, pra essa maneira de calcular a integral foi passada a ser usada. E foram os soviéticos que usaram pra prever onde que o primeiro satélite artificial ia aparecer no horizonte...mas é a seqüência da integral numérica de Richardson, é a integral mais bobinha que tem. A historia é boa pra isso. E a segunda coisa é que o aspecto histórico coloca a gente numa dinâmica do tempo. Então o aluno é parte de um processo que não acabou. Não tinha um fim. Acabou, final feliz, the end, a gente come a última pipoquinha, pega na mão, e sai com a namorada do cinema. Quando a gente trabalha com ciência, com Cálculo, não tem isso, a coisa continua. Então a segurança que a gente tem com a resposta certa, quando a gente coloca a perspectiva histórica, vai embora. (J)

Sobre a escola, em relação a mudanças que a sociedade presenciou o professor comenta que:

> Eu não sei mas você já deve saber que um cara disse que se um médico da década de 50 entrasse num hospital hoje, ele não iria reconhecer nada, tem computador, luz. Se um piloto que pilotava um avião na década de 50, pilotasse um avião hoje, magina! Um motorista de caminhão, Marcão, eu guiei um Ford Perkins, de câmbio seco, carregava 8 metros cúbicos de areia no talo. Hoje, senta um mulequinho num caminhão, de 15 anos, só direção hidráulica, confortável, ar condicionado, com 22 toneladas de areia atrás, ai assim, eu vou precisar a 3 marcha e vai, ele aciona o eletrônico e faz a mudança pra ele. Qualquer lugar que você for, delegacia de policia, cadeia, hospital, qualquer lugar que você for, mudou tudo. Alguns poucos mudaram quase nada. E um dos lugares que mudaram quase nada, foi a sala de aula. (J)

Sobre os livros de Cálculo que utilizou ou utiliza, diz que:

> Eu usei o Thomas, que tinha muitas aplicações, no começo. Usei o livro de Cálculo, Piskunov, especialmente por que ele tem um cuidado muito grande com o conceito matemático, e depois usei o livro do Paulo Boulos, usei o livro do Leithold, usei o livro do Thomas mais recentemente, e usei também dando Cálculo pra Biologia, um livro que não é um livro "de Cálculo", embora trate de Cálculo, chamado Batschelet, Introdução a Matemática para Biocientistas. É que eu achei muito útil mesmo. Tem mais um livro que eu to esquecendo, ah, o livro do Lang em 4 capítulos. Agora, o que eu mais gostei mesmo, foram os livros que tinham aplicações. Não aplicações falsas, do tipo, a função que descreve a produção de uma fábrica de cadeiras é uma parábola. E pergunta pra que número de cadeiras tem a produção máxima? Eu fico revoltado com esses troços, ridículo, né. .....Ah, desculpe, claro, e esse livro de Cálculo da Vera, chamado Cálculo com Aplicações, que é fantástico, projetos, problemas, desafios. (J)

Sobre as mudanças nos livros de Cálculo, o professor ainda comenta que:

> Completamente. O livro do Piskunov põe quase nada no uso de tecnologia, os gráficos são feitos a mão, a lápis no papel quadriculado. E hoje você tem livros que dizem, use o software pra traçar o gráfico de tal função, o que você observa nos arredores de x igual a tanto, incorpora o uso do software...alguns

> livros trazem CD, até disquetes antigamente, com o software que você pode usar. (J)

Ainda sobre os livros:

> O livro, a coleção daquele grupo Frances, Bourbaki. Há livro de geometria sem nenhum desenho. Tinha um professor que eu amava de paixão, professos de lógica, Matemática teórica, fui visitá-lo, conheci a esposa, os filhos. Aí uma vez eu fui ser banca de uma prova pra contratar professor no estado de São Paulo. A figura de professores que montava a prova, e ele fazia a prova e avaliava. Ele pegava a prova que nos preparávamos e dizia: "Essa prova serve" ou "Essa prova não serve". Então nós trabalhamos diversos dias viajando pra São Paulo, e chegou a prova tava pronta, e tava num envelope selado, e o professor Ricardo Bassi, que trabalhou com a professora Maria Enilde em Americana, no ginásio vocacional, ela na época foi cassada, por que era uma matemática que produzia maus elementos. Foi cassada! Então o professor Ricardo entregou para o professor, essa prova, nesse envelope. Ele formalmente abriu a prova, olhou, pegou o cigarro, e falou: "Eu não gostei!", eu disse "Como que você não gostou, nem leu!!", ele disse "Tem figura, a figura atrapalha o raciocínio" (risos). E o Bourbaki tem, e a nossa tradição foi por muito tempo, de fazer a Matemática em que a figura atrapalha o raciocínio abstrato. O que seria de Piero de la Francesca, com os pontos de fuga, na arte renascentista, sem a figura, sem o quadro, ah, o que é isso!! E é bonito também né, por que você nega ao aluno! (J)

Sobre o uso de recursos adicionais na aula:

> ...um aluno que nunca foi atropelado, chega na universidade, eu pergunto: Você já foi atropelado? Nunca. Você atravessava a SP 320...500?, Atravessava. Atravessava a BR...? Atravessava. Então você sabe calcular a derivada. E o cara vai atravessar a avenida dois, na entrada de Rio Claro...você já viu uma dona de casa, com uns pacotes de supermercado e um filho em cada mão, que começa a atravessar a rua, e vê que o carro ta vindo mais depressa, e corre pra acabar de atravessar, ou, como se diz em Mogi Mirim, e vorta pra trás, ela calculou a velocidade, mas a velocidade do carro tava mudando, então ela viu que conforme estava mudando a velocidade, a derivada segunda, ela mudava a opinião sobre como que tinha de atravessar a rua. Não era a derivada de seno é cosseno. Não passou pela formalização Newtoniana Leibniziana, não é assim, mas o cálculo intuitivo sim, era feito. Agora, o meu trabalho como professor é, como é que eu incorporo esse saber. Você sabe o que é um chute sem pulo? Pelo amor de Deus. É uma geometria diferencial variacional. O cara tem que dar o pé no ponto certo, na hora certa, pra poder fazer o sem pulo, e o cara sabe fazer isso, mas vai me dizer pra mim que esse cara "não sabe derivar", bom. Ele sabe a teoria Newtoniana na expressão Leibniziana do que é derivada, como se calcula, pá pá pá. Não, mas eu vou dizer, ele sabe calcular a velocidade? Pelo amor de Deus, quem vai dizer que não? E quem disser que não, não sabe. Ou não sabe chutar, ou não sabe o que é um sem-pulo. Impossível! Então eu uso figura, eu uso ... eu conheço gente que usa música, sabe, usa escala, não usar a música, mas usar escala, e escala é! E, agora, no fundo, no fundo, então você trabalha com teses, sabe aquela coisa, que você sabe, desculpa a expressão leviana, você quer mostrar que essa coisa que a qual você ta trabalhando, ensino e aprendizagem, ta relacionado com a vida das pessoas, com a comunidade das pessoas, e aí você tem de ser um pouco cínico, caiu na rede é peixe, se serve, serve, então eu trabalho assim, com software, eu uso figura, uso imagem, uso metáfora, uso frase do Renato Teixeira (risos). (J)

Sobre o surgimento de novos recursos didáticos, calculadoras, computadores e suas influências na sua prática em sala de aula, o professor afirma que:

> Completamente. Quando a gente deu aquela aula lá atrás, o Ubiratan orientou uma tese observando o que a gente fez, misturando o ensino de Pascal, com introdução a computação, como Cálculo. Aí teve um aluno de uma tese do Ubiratan, daquelas teses da OEA. Quando a gente fez aquilo a gente nem sonhava em ter o Mathematica, o Maple, o Derive, o Reduce, o Eureka. Nem sonhava em ter ma coisa assim. Se já pensou a miséria que a gente teria feito se a gente tivesse esse tipo de coisa. Então a nossa parte computacional era de maneira muito incipiente a visualização gráfica de resultados e cálculo de séries, serie de potencias, métodos pra resolver Equação Diferencial, computacional.A medida que foi melhorando, a gente foi enxergando mais longe. Se usava só ar comprimido, se usar do nitróxido você vai mergulhar de outro. Então a gente incorporava tudo o que podia. Especialmente porque os alunos ensinam muito pra gente. Você deve conhecer pelo interiorzão aí, que o professor de cálculo, sei lá, o aluno traz uma coisa e ele pega aquilo e se vira, ele faz e incorpora na aula. Enquanto tem alguns que não tem o tesão, e..não tenho nada a ver com isso, não quero saber. (J)

Sobre a experiência com o uso de tecnologia, afirma que:

> Eu tive aula de Cálculo Numérico com um dos primeiros computadores do estado de São Paulo, professor Inri Simom, então a gente aprendeu programação usando Fortran IV, e desde aquele tempo, nesse aspecto, sabe Marcão, eu sempre fui muito privilegiado, nos professores, no ambiente que a gente tinha aqui, era uma turma pequena, tinha muitos professores moços, recém formados. Eu fui aluno de iniciação cientifica do Rodney em 69, imagina, o jeito que o Rodney é de energia, imagina como ele era em 69. E a gente sempre tentou incorporar essas coisas, calculadoras, retro-projetor, tal. Nós trabalhamos com educação à distância em 78/79, trabalha com educação a distancia, em t4 Cálculo com computador. Então, a gente sempre teve esse privilegio, de estar perto de pessoas que ajudavam a gente a incorporar a tecnologia. (J)

Quando perguntado ao professor sua opinião sobre a utilização de software educativos como parte de sua prática pedagógica, ele completa suas respostas anteriores, onde já evidencia achar importante o uso das TIC, ressaltando um aspecto de alguns softwares possuírem um histórico nas construções:

> Ele acompanhava isso, fazia um histórico. Isso é um software que enriquece muito o trabalho de avaliação do professor, um passo que há outros softwares que aumentam o alcance da ferramenta mental. Então esse tipo de software é necessário. Por que tira a ênfase da repetição, deixa eu dizer pra você, a gente aprende no Ensino Fundamental e Médio a calcular a raiz quadrada. Por que só raiz quadrada? Por que a gente consegue? Não, tentativa e erro. Mas se você tiver um software, isso permite com que você trabalhe com x elevado a um sobre y, como tem a calculadora, que é o que a gente quer de fato. Então eu acho que o software é necessário. (J)

Ainda sobre a utilização da história, o professor J comenta que:

> É capenga. Algumas coisas mudam. Quando você quer ver um Santos e Corinthians na televisão, você liga a televisão, então tem um programa do Faustão, sei lá, aí começa o jogo, você vê o jogo e fecha. Se você liga o radio, o jogo é muito mais emocionante, por que meia hora antes o cara tá....., e a torcida.....é muito mais interessante que transmissão de corrida de formula 1....A Fórmula 1 é xoxa já. O GP de motocicleta. Aquilo muda de, na última volta da corrida, muda de líder 3 vezes. É muito mais divertido. Ou você vê, ou você não descreve. A gente não tem na nossa cultura. Eu acho que ensinar Cálculo hoje sem história é um fracasso. Você não pode dizer eu

> não tenho material. Na pior hipótese o Wikipédia. Na pior hipótese. Pior hipótese. Agora é claro que eu to falando de um professor que recebe salário para agir de maneira docente, não um vendedor de informações, como muitas vezes, um cara que dá 60 horas de aula por semana, como é que ele vai ter tempo de entrar no Wikipédia pra ver de onde que vem o logaritmo, mas, inclusive tem uma coisa interessante do Cálculo. Eu não sei se você se lembra do Galvão Bueno transmitindo uma corrida. E ele falava assim: Na saída da curva fala mais forte o motor. Não é nada disso, é que a diferença que ele vê é cartesiana, e que a diferença dos carros é Newtoniana. Se eu to 2 segundos atrás, digamos, se eu estou a 36 km/h, em um segundo eu ando 100 metros. Se eu to a 360 km/h, em um segundo eu ando quilômetro. Então a distância não é distância..... A diferença tá no tempo. Então você vê que você chega perto do cara pra passar a lombada, o cara tá na sua frente. Você quase encosta nele. Quando você acaba de passar, ele ta lá longe. Por quê? Porque a distância é uma distância temporal. E isso aí, sabe, não dá pra você dar um curso de Cálculo, sem mostrar essa burrice, que se fazia. Felizmente alguém ensinou pro Galvão Bueno, e pras outras pessoas que transmitem corridas, que não é igual, que a distancia é a distancia no tempo. E que quando o tempo vai pra zero, a distância no espaço também vai. Mas a velocidade interfere, ou seja, é Cálculo Diferencial. É um exemplo típico. (J)

Continuando as Entrevistas, mostraremos o Bloco B, onde selecionamos as Entrevistas com professores que lecionam há pouco tempo a disciplina CDI.

Bloco B - Entrevistas com professores que lecionam há pouco tempo a disciplina CDI

Professor B

O professor B tem toda a sua vida acadêmica realizada na Unicamp, iniciando a carreira de professor nesta universidade em 2005. Relata que está mais relacionado profissionalmente às disciplinas na área de Análise Numérica, mas trabalhou com o Cálculo em outros anos, assim como Álgebra Linear e disciplinas ligadas à Análise Numérica: Análise Numérica, Cálculo Numérico, Método Numéricos para Equações Diferenciais. Quando perguntado se houve uma troca de informações com outros professores pra preparação dessas aulas, o professor comenta que:

> Sim, inclusive porque, aqui, por exemplo, as turmas de Cálculo aqui na Unicamp, em geral são coordenadas. Então todas as turmas daquele semestre tem uma coordenação central e a gente discute os assuntos que vão ser abordados no semestre (não varia muito), fecha o livro-texto, discute mais ou menos a seqüência que vai ser usada, então, em geral há essa conversa. Isso acontece também com Cálculo Numérico, que também são turmas coordenadas. (B)

Que podemos perceber ser uma característica da própria Unicamp. O professor relata que nunca trabalhou com a metodologia de projetos, assim como a menção ao uso da historia dentro do ensino das disciplinas. Sobre esses aspectos comenta que:

> Pouco. Alguma menção. Por exemplo, nesse semestre eu vou falar, minha próxima aula método de Newton e ai a gente comenta alguma coisa do Newton, sobre qual foi a história do método, como ele foi criado. Mas é uma informação en passant. (B)

Com um tempo menor de atuação como professor, B aponta para a importância da utilização das tecnologias no processo de ensino e aprendizagem, porém, com uma experiência menor nessa utilização, e apontando alguns problemas para a efetivação de propostas que envolvam sua utilização, nos diz que":

> Acho que, talvez, eu consigo enxergar uma mudança da época em que eu era aluno e agora. Então, pra disciplina de Cálculo Numérico houve alguma mudança. Claro que depende do professor, isso. Porque houve uma mudança tecnológica e não necessariamente essa mudança tecnológica é levada pra sala de aula. Depende se o professor tem familiaridade com a mudança tecnológica. Um exemplo clássico é pra resolução de sistemas lineares tem métodos iterativos: tem dois métodos que são muito comuns e sempre abordados em disciplinas de Cálculo Numérico que seriam o Método de Jacobi e Método de Gauss-Seidel, são amplamente abordados. É uma informação corriqueira, você encontra em qualquer livro de Cálculo Numérico que o Gauss-Seidel é melhor do que o Jacob. Isso era assim até alguns anos atrás. Até 10 anos atrás, talvez até menos. Porém, hoje em dia, como é muito comum que haja computadores de grande porte montados em arquitetura de plantas, você agregar computador pra fazer um computador maior, o método de Jacobi voltou a ser melhor, porque ele é um método possível de ser implementado numa arquitetura paralela. Enquanto o método de Gauss-Seidel não. Então professores que tenham uma certa vivência com esse salto tecnológico, com os avanços da tecnologia e da computação paralela e coisas assim, conseguem levar esse tipo de informação pra dentro da sala de aula. Mas isso depende da bagagem do professor também. Quem não tem uma vivência com computação paralela não pode. (B)

Sobre os livros utilizados ele comenta apenas dos livros usados na disciplina de Analise Numérica. Sobre a utilização de algum apelo visual, gráfico, materiais, etc.

> Eu costumo tirar proveito de usar o Data Show em alguma apresentação. Porque nessa parte de Cálculo Numérico, todos os métodos têm muita interpretação gráfica. Então a gente pode fazer essa interpretação gráfica usando a lousa, mas eu gosto também de levar um exemplo concreto, de fato calculado, pra que o aluno veja como é. Porque as vezes você mostra apenas um exemplo que você desenhou e fica com a impressão: "deu certo, mas é porque ele fez o exemplo, ele fez assim". Então eu gosto de mostrar um exemplo de verdade. Eu tiro proveito, agora que as nossas salas de aula do núcleo básico têm esses recursos multimídia pra explorar algumas apresentações pra poder mostrar exemplos e gráficos "reais" pra eles." (B)

Quando perguntado se nesse espaço de tempo em que começou a dar aula, a tecnologia teria mudado a sua maneira de dar aula, o professor responde que:

> Ela mudou no sentido de que eu tiro proveito desses recursos, tipo projetor multimídia, de poder fazer uma apresentação, de poder exibir na hora o método rodando, o método funcionando. Rodar o método dentro da sala de aula pra que o aluno veja acontecendo. Era uma coisa impossível de ser feita quando eu era aluno, há 15 anos atrás, alguma coisa assim. Ninguém tinha um computador, um projetor, ninguém tinha um projetor multimídia na época,

> então não era uma coisa que pudesse ser feita dentro da sala de aula. Então mudou nesse sentido. Não sei se chega a ser uma mudança profunda, é mais uma mudança de forma. (B)

Quanto a considerar a utilização da tecnologia em sala de aula, o professor responde que:

> Eu acho que ela complementa. Ela não é imprescindível. Acho que um aluno poderia aprender Cálculo Numérico mesmo sem ter esse tipo de recurso. De fato, nós aprendemos, nós chegamos aqui. Então eu acho que ela complementa, é uma coisa que ajuda, mas ela não é imprescindível. (B)

Ainda sobre as mudanças tecnológicas acontecidas, o professor completa que:

> ... a tecnologia caminha numa velocidade e a incorporação disso aí dentro da sala de aula é mais lenta. Porque não basta que a tecnologia tenha mudado pra que seja implantada na sala de aula. As pessoas têm que mudar também, as pessoas têm que absorver isso daí. Então a tecnologia que temos hoje vai ter um impacto na sala de aula talvez quando os alunos de hoje forem os professores. Acho que essa transição é mais lenta do que a tecnologia. Parece que a tecnologia é muito rápida e tudo isso vai acontecer agora. (B)

Comenta ainda que o fato da tecnologia ter mudado não significa que ela adentra no exato momento em que ela muda, isto é, a sua utilização não acompanha o seu desenvolvimento[54].

> De fato, acho que tem um delay de anos aí, pra que isso daí seja incorporado na sala de aula ou qualquer outro ambiente. As pessoas de hoje que estão tendo contato com essa tecnologia que vão levar ela pra frente aí, pro futuro. Não acho que essa mudança é tão rápida assim. (B)

Sobre uma possível “rejeição” à utilização de tecnologias em sala de aula, o professor B, utilizando-se do termo “inércia”, comenta que:

> Não diria que é uma rejeição. Eu diria que é uma inércia. Eu acho que o camarada que está acostumado, que dá aula há 10 anos, 15 anos, 20 anos, e não precisou dela, talvez não sinta a necessidade de uma tecnologia dessa nova. Se sente confortável fazendo o uso dos recursos que ele tem já. Eu acho que esses recursos vão passar a ser mais importantes na medida em que surjam pessoas que já sabem tirar proveito dele. Então, hoje seria impensável pra gente viver sem e-mail, mas pro meu pai, pros meus avôs, pros meus tios mais velhos que nunca usaram isso, eles vivem muito bem sem e-mail. E você disser que não pode passar uns dias sem ler e-mail eles vão achar que isso é bobagem. Eu acho que a tecnologia vai ser incorporada e vai justificar mais “indispensável” na medida em que as pessoas que foram criadas nessa tecnologia assumam essas posições de levar pra frente. Não sei se é uma rejeição. Acho que é só uma inércia. (B)

Continuando as Entrevistas, apresentamos mais um professor que faz parte do Bloco B.

[54] Os vários aspectos que possam estar relacionados a essa diferença de velocidade também serão aprofundados na Análise dos Dados desta pesquisa.

Bloco B – Entrevistas com professores que lecionam há pouco tempo a disciplina CDI

Professor S

O professor S teve sua formação acadêmica em Bacharelado em Matemática na universidade Federal de São Carlos no período de 1981 a 1986, continuando seus estudos na UNB e Universidade de Londres até 1993. Lecionou em várias universidades a partir de 1993 e, quando da execução desta Entrevista, trabalhava na UNESP. Hoje é professor da UFSCar. Nos anos em que lecionou, comenta que trabalhou com disciplinas como Geometria Diferencial, quatro vezes, e Cálculo I, Cálculo Diferencial Integral, quatro ou cinco vezes.

Sobre o trabalho em salas de aulas mistas ou não, ele afirma que isso depende da instituição, pois considera que tem de haver um ensino diferenciado. Comenta ele que:

> ...tem que ministrar de forma diferente, vamos chamar assim, na prestação de serviço você não está muito preocupado na formação do matemático, mas sim do usuário da Matemática. Então no curso de Química, de Física, você está mais preocupado em que o aluno trabalhe com os conceitos de uma forma operacional, enquanto que no curso de matemática é importante que ele aprenda também o pensar matemático, trabalhar do matemático, então eu acho que tem de ministrar de forma diferente sim. (S)

A respeito de trabalho em grupo, se existiu uma atualização, uma troca de informações com outras pessoas como forma para preparar suas aulas, o professor S responde que

> Eu acho assim, só duas oportunidades pode-se ter neste tipo de situação. Na Universidade de Brasília, que o Cálculo I é dado para n turmas, umas 10 turmas diversificadas, e a turma da Matemática esta no meio, foi a vez que eu dei para o curso de Matemática, mas você tem uma equipe de Cálculo I, então você divide com outros professores o andar da disciplina, onde cada um está. As provas são quase na mesma época, então é feito uma coisa mais de grupo, o grupo é que trabalha. (S)

E completa que:

> ...na realidade eram alunos de Matemática e Estatística, então não existe esta separação bem clara, né. Mas era a razão de eu ter ido lá, foi uma solicitação do Departamento de Matemática na época que era pra selecionar alunos do PET este tipo de coisa, então era importante que tivesse um professor adaptado para este tipo de seleção futura. Indicar quem poderia ser os alunos, este tipo de coisa, agora de equipe mesmo, acho que foi só esta oportunidade, na UNB e uma vez na Federal de São Carlos. São universidades em que o curso de Cálculo, não só Cálculo I, Cálculo II e III são dados como uma prestação de serviço, ele é um grupo de trabalho de professores que vão ministrar aquela disciplina, então é importante que você seja um grupo coeso, que não haja diferença na forma de dar aula, provas e

> exercício, você não fuja do grupo, então esta troca existe neste sentido de troca de informações, é importante, já aqui na UNESP, este tipo de coisa não existe, não se aplica, os professores são muito individualizados, existe vida própria. (S)

E completa dizendo que

> Acho que é bem naquele sentido de que, o que o departamento de Matemática tá oferecendo. Então, quando é uma disciplina de prestação de serviço com vários cursos novos, então essa noção de equipe existe, né, de troca vai existir, né, então se pegar a Federal de São Carlos, eles abrem lá são 10, 12 turmas de Cálculo, só de Cálculo I, na USP com certeza também é o mesmo ritmo. (S)

Sobre essa maneira de organizar as turmas, ele considera que á apenas para uniformizar as turmas. Assim nos diz que:

> Eu acho que é pra uniformidade mesmo, pra manter aquela coisa de, ah, um professor é mais fácil do que o outro, pra enfrentar esse tipo de coisa. E é como uma disciplina em si. Tentar manter um padrão de qualidade. Agora aqui na UNESP já não existe isso, uma vez que você tem lá Cálculo pra Geologia, quer dizer, a sala é individualizada, Cálculo pra Computação, só a computação que faz, então, mesmo assim eu nunca vi uma motivação local dos professores quererem uniformizar esse tipo de trabalho. (S)

Sobre trabalhar com projetos, temas, dentro da disciplina Cálculo, afirma que:

> Não...quase se tentou, aqui em Rio Claro, no curso de Física, uma disciplina de projeto integrador. Se tentou, mas o coordenador acabou pegando só pra ele a disciplina, e isso foi excluído do Cálculo. Então nesse sentido eu nunca trabalhei em projetos, esse tipo de coisa. (S)

Sobre trabalhar com em sala de aula, usando por algum motivo temas da História da Matemática, afirma que:

> Citar eu cito, às vezes a gente passa pro aluno. Mas é difícil perante o volume de trabalho que você tem de fazer. Isso é importante, mas fica em segundo plano. Não é uma coisa prioritária. (S)

Afirma ainda que o tempo é um dos fatores que impedem o trabalho com a histórica pois:

> Impede esse tipo de trabalho mais lento, de pesquisa, comentar a historia. Eu costumo sempre como curiosidade. (S)

Quando questionado sobre se presenciou alguma mudança nas maneiras de ensinar a disciplina, ele afirma que:

> Isso sem dúvida...a primeira vez que eu ministrei o Cálculo foi em 94, e a última vez em 2007. O público é diferente, totalmente diferente, não só em relação a universidades, mas certas coisas que você, naquela época era permitido fazer, hoje não é permitido, ouve um empobrecimento da qualidade do curso, o aluno não responde a certas coisas. Tanto é que esse curso que dou aqui na UNESP de 120 horas é anual. O mesmo conteúdo desse curso, tirando alguns tópicos, a gente costuma dar em 90 horas na UNB, um curso mais rápido, muito mais colocado para o aluno fazer, boa parte era ele que desempenhava, e hoje você vê que se você tiver esse tipo de tratamento pedagógico o aluno não vai responder mais, vai se perder ai na historia, o curso mudou, tanto o nível de cobrança, o nível de conteúdo o curso mudou. (S)

E parece relacionar com o que chama de produtividade na sala quando afirma que:

> Aí conseqüentemente isso aí reflete no modo de ensinar, você ensina de uma forma diferente. Você não vai seguir os mesmos padrões ou técnicas de 10 anos atrás. (S)

Perguntado se durante sua atuação, enquanto professor de Cálculo Diferencial e Integral utilizou ou utiliza ainda desenhos, gráficos e algum material manipulativos ao ensinar essa disciplina, ele responde que:

> Assim... material mesmo pra entregar pros alunos, não, nunca utilizei, mas, a forma de ensinar, talvez seja a questão da inserção do computador, atividades que podem ser feitas no computador, basicamente é isso, a calculadora, fica muito restrito a instituição ter ou não a calculadora, de todas que eu passei acho eu só vi aqui. A transição pro computador foi tão rápida que atropelou a calculadora. Então não se apela ao uso de calculadora. Então é mais nesse sentido mesmo. Agora a questão de usar desenhos e gráficos vai mais restrito, muito a maneira de expor, é um professor que faz, não que ele fique utilizando o papel gráfico, esse tipo de coisa. Acho que se entrou algo ai, na maneira de ensinar foi o computador. (S)

Nessa questão o professor comenta que utiliza esporadicamente, usando o termo “dentro do possível”, comentando que:

> ... talvez a das instituições que eu passei, a mais agressiva nesse uso foi a Federal de São Carlos, é bem agressivo o uso do computador, houve um grupo de professores que elaboraram um material, era suposto que você levasse os alunos, todos os professores já começam o curso com um número de hora no laboratório que tinha de cumprir. É muito mais agressivo que aqui, aqui fica mais voluntario do professor utilizar. Eu dentro do possível. Eu não uso muito, vou ser bem sincero, talvez umas 4 aulas, no máximo, que eu trouxe os alunos pra trabalhar no computador, mais como um recurso complementar. Eu fico feliz que tem muito aluno que começou a usar, depois da aula, por conta própria, quer dizer, você passa mais um caráter divulgativo, você divulga pro aluno, ele próprio investiga, eu vi muitos alunos trazendo uma lista de exercício, olha eu fiz lá no Maple, o Maple me deu essa resposta, eu não to conseguindo fazer no papel, acho que nesse ponto supriu, foi muito interessante. Não como parte integrante da disciplina, por que acho que também faltou um pouco de infra-estrutura, você tem que ter a infra-estrutura pra poder incorporar. (S)

Sobre o fato de conhecer o software Maple e tendo possibilidades do uso do computador nos últimos 10 anos, o professor afirma que isso mudou sua prática. Assim, conforme suas palavras:

> Já existia naquela época, né, mas não era, por que você não tinha laboratório, em 94 ainda tava começando. Como depois eu só fui voltar no Cálculo I em 97, 98, 4 anos depois, que aí, no caso da federal de São Carlos, já havia um laboratório de informática implementado, então isso ficou fácil de você agregar na aula, de acrescentar o recurso. Mais nesse sentido, agora, no início, eu tinha conhecimento, foi uma ferramenta de trabalho do meu doutorado. Eu tinha domínio do uso de programas e ferramentas. Agora, na aula mesmo, só veio surgir mesmo em 98, anos depois. Com essas que a gente já comentou. Você tem de ter infra-estrutura, senão não tem como implementar. Sem estrutura, sem laboratório, sem técnico, você não consegue implementar esse tipo de atividade com 40 alunos numa sala de aula, é complicado. (S)

Sobre sua opinião se considera que o professor de matemática deva utilizar ou não softwares de matemática como parte da aula, afirma que:

> ...é positivo, se você do mesmo modo que você ta incorporando o uso de multimídia na aula, a transparência eletrônica, o PowerPoint, algumas atividades cabe de você fazer sozinho, sem aluno no computador, pra você mostrar pra ele, já fiz isso e da certo. Então atividade que você, anda rápido com o conteúdo, você expõe o conteúdo, o aluno compreende, ele aceita, ele convive muito bem com o computador naquele momento que você ta expondo. Mas aí é só você e o computador. Você mexendo, no projetor. Junto disso, tem uma atividade de laboratório que você pode também agregar. Agora a questão central é sempre a dosagem. Como o professor vai dosar isso. Eu sou a favor da dosagem comedida, então, no sentido de que é muito mais importante, principalmente num curso de Cálculo I, que o aluno ta vindo de uma estrutura de Ensino Médio, em que ele não tem a disciplina de estudo, muitas vezes. Pra ele é uma novidade a universidade, ta ainda um pouco imaturo. Então ele entrar na universidade é importante primeiro ele adquirir uma disciplina. E essa disciplina de estudo de trabalho perde-se um pouco se utilizar o computador. Ele vai misturar muito com aquela coisa da recreação dele em casa, do joguinho, por que ele nunca vi u o computador servindo dessa forma. Ele não sabe. Então você tem que saber fazer essa transição, e essa transição tem de ser gradativa ao longo do curso. Então no começo é importante muito mais o trabalho em sala de aula, atividades de sala de aula, exposição, algumas atividades o professor mostrar usando o computador, e algumas vezes sentando e trabalhando no computador. Agora não uma coisa assim ao contrario. Uma atividade majoritária no computador. Tem de ser essa dosagem. Talvez vamos por assim, talvez assim, vamos quantificar, 80% do curso, do mesmo modo que você fala, ó, 80% do curso vai ser teórico, 20% exercícios. Então poderia ser 80% atividades de aula mesmo, exercícios, e 20% com atividades talvez até de pesquisa na internet, usando esses outros recursos. Pelo perfil do aluno que ingressa! Acho mais importante é isso, pelo perfil que ele ingressa. (S)

Sobre a necessidade da utilização das TIC nos processo de ensino e aprendizagem, afirma que:

> Se tornou né....acho que se tornou...não tem como você...a mesma coisa que você virar pra um cara de pesquisa que ele não vai usar a internet. Por mais idoso que ele seja, vai ter que fazer parte da pesquisa hoje em dia esse recurso. Até pra ele mandar um artigo de pesquisa ele tem de usar a internet, não tem como ele se exclui do processo, então o computador aí no caso, não tem como você se excluir do processo, você tem que utilizar. (S)

E completa que:

> Esse é o maior problema, é você não ter sido educado nessa estrutura, e agora você é o educador. Esse é um problema no caso do professor. (S)

Sobre a função do computador como “acelerador”, termo utilizado pelo próprio entrevistado, explicita que:

> Acho que sim, ele serve como um acelerador, ele acelera o processo. Por exemplo, você vai estudar no Cálculo as superfícies, esse tipo de coisa, recursos de visualização você nunca teve. O cara tinha de criar como atividade pessoal dele, habilidade de interpretação espacial, geométrica. Hoje é muito fácil. O cara sem essa aptidão, de conseguir enxergar o que ta acontecendo no espaço, hoje ele põe no computador, ele gira a superfície, ele se afasta, fica debaixo dela, fica por cima. Quer dizer, como recurso, eu

> acho que ele acelera nesse sentido. Quer dizer, você utiliza e mostra mais rápido os conceitos. Não quer dizer que você ta acelerando o aprendizado, não é isso, o explicar fica mais condensado, mais rápido. Por que o que antes você tinha que ficar abstraindo junto com o aluno, criando, falando pra ele você vai pegar, vai cortar um plano, criando mecanismos, hoje em dia, hoje em dia você diz ó, a superfície é essa, você gira pra esquerda, direita, e ele ta vendo o que ta acontecendo, então, o acelerar aí é pelo fato de ele ser muito imediato. Não que ele ta fazendo que o aluno aprenda mais rápido, talvez não. (S)

Ainda comenta que:

> Talvez haja uma perda, por que, aquilo ficava. Quer dizer, quando você tava trabalhando, fazendo a pessoa entender aquilo. Todo aquele processo, aquele processo fica. Talvez como computador, ele viu, entendeu, mas aquilo não ficou, não se construiu o conceito abstratamente na mente dele. Você pode correr esse risco. Nesse sentido acho que se tornou parte da vida da gente. (S)

Sobre a transição entre os tempo em que não havia os computadores na Educação e os tempos de hoje, afirma que:

> Quem fica no extremo é o que mais perde né. Se o cara fica no extremo de não aceitar a tecnologia, e não usar ela, ele fica naquela poeira do passado. Ele não consegue avançar, por que ta preso aos recursos disponíveis dele, vai sofrer muito mais pra entender, ou pra explicar aquilo. Como também que fica no outro extremo, quer dizer, só usou isso, eu acho que ele perde também, como ele não tem a conceituação sólida, os conceitos de maneira sólida, ele também não tem condição de explorar o recurso que é dado pra ele. Quer dizer, quem leva a maior vantagem, apesar de ser parecer uma desvantagem, mas somos nós, por que aprendemos um pouco naquele estilo, e estamos tentando aprender no novo estilo. Eu acho assim, quem vier, e foi educado só nisso, corre o risco de, saber usar, mas não vai evoluir naquilo, não vai ter a dimensão de explorar exemplos, de entender, por que a parte daquele trabalho individual, abstrato, ele não teve. Eu falo isso por que muitas vezes eu sinto isso. As vezes eu sinto que, num único exemplo que eu tenha que fazer no computador, o que me faz o exemplo ficar mais, com maior conteúdo, é o fato de eu ter tido essa bagagem teórica anterior. (S)

Comentando sobre a visualização de objetos matemáticos utilizando softwares na sala de aula, nos diz que:

> Ou mesmo também, por que quando você vai visualizar você sabe o que você vai visualizar por que você tem aquele treinamento anterior, enquanto que o jovem, o que só aprendeu isso não sabe nem como fazer essa pergunta. Então as vezes você, aquelas surpresas de você fazer um exemplo, e falar por que que não deu isso? A razão dessa surpresa ‘e por que você já sabia a resposta que tinha que dar, tem todo um trabalho abstrato acontecendo. A minha duvida é se o cara que só ficou na informática, se ele vai ter esse senso crítico essa previsão. Talvez ele não tenha essa previsão. (S)

Sobre a vantagem de se estar nessa transição de mudanças de prática do professor, afirma que:

> Mas eu acho que quem esta nessa transição leva uma vantagem. Ele tem a dimensão dos dois lados, né. Quem ficar nos extremos pode ser, e pode acontecer, de quem foi educado no extremo da informática, do uso da informática, do uso dos recursos, pode ser que daqui a uns 10 anos, esteja

> recuperando a questão teórica novamente. Falando, olha isso aqui não ta me suprindo, eu preciso desse trabalho intelectualizado, e talvez haja uma volta ao tradicional, pode acontecer. Ninguém tem bola de cristal, mas pode acontecer. Ninguém vai ficar sabendo. Nós que estamos aqui na transição, a gente já sabe dos dois lados, a vantagem de um, como sabe a vantagem do outro. (S)

Uma metáfora interessante usada pelo professor foi ter chamado o uso do computador em sala de aula como slide dinâmico, que seria a transparência vegetal antiga. Sobre isso, comenta que:

> ...um tipo de atividade que aconteceu, não num curso de Cálculo I, mas em Geometria Analítica, tem uma parte, uma aula do curso que eu faço com o Maple. Já adotei como parte do curso. Então eu levo, sou eu que brindo só, só eu que faço lá na frente, e a razão, quando você ta, é aquela parte de cônicas, e você parte da equação de 2 grau geral em x e y, e aí você quer mostrar os invariantes, a quantidade sob translação e sobre rotação. Então o que acontece, do ponto de vista de conteúdo, é só conta, então vai virar pro aluno, e vai dizer ó, vamos pegar uma translação em x e y, vamos substituir na equação original, vamos expandir tudo, vamos agrupar os termos em x quadrado, y quadrado, ver a equação final, e ver que quantidades alteraram e que quantidades não alteraram da equação original pra equação transladada. E como esse tipo de atividade é puramente Cálculo só, eu faço tudo no Maple. Então eu levo na aula, coloco a equação, mando expandir, mostro pra eles: Viu ó resultado que dá? Ah, vimos! Então o enunciado do teorema: A quantidade tal permanece invariante. A demonstração, a conta que a gente acabou de fazer. Então você consegue dar uma coisa que, do ponto de vista da aula tradicional você levaria duas horas, ou duas aulas, de maneira que o aluno acompanhasse e estendesse, você faz isso em uma hora. Então é bem claro pra ele o que acontecendo. E os alunos, eu cheguei a perguntar o que eles achavam, e teve aluno que gostou demais. Ah não professor, deu pra entender totalmente. A gente entendeu o processo. Ele não reproduziu as contas, mas ele entendeu todo o processo. Então pra aquele tipo de assunto, naquele momento, acho que era o objetivo a ser atingido. A idéia não era que o aluno soubesse substituir cossenos, senos. A idéia não era essa. Que ele entendesse o processo. Tanto é que eu utilizo, acho que é uma idéia boa. Então é um momento em que é um slide dinâmico em que você insere no curso sem problema algum. Você pode ter atividades no Cálculo que você não faria do ponto de vista tradicional que você pode fazer com o computador ligado naquele momento. Tipo, ah, se eu somo dois na coordenada x o que acontece com o gráfico da função. Esse tipo de atividade você faz e o aluno visualiza naquele momento, não precisa ta no computador fazendo, não é uma atividade que demanda desse tipo de coisa. Ele ate poderia, mas você pode fazer como um recurso adicional na aula, e te acelera também a aula, condensa a aula, te da a chance de trabalhar outras coisas, outros conteúdos. (S)

Ainda sobre o uso do que chama do “slide dinâmico”, explica que:

> Por exemplo num curso de Cálculo Numérico. Eu nunca vi nenhum professor fazendo isso, na hora que você tá explicando o método, induzindo o método, se você vê o computador do lado, com o método já programado e você executar pro aluno, quer dizer, ele vai ver todos os recursos, tudo aquilo que ele já ta aprendendo , discutindo com você, ele vai ver ao vivo. Então ele vai ver se o método converge, quanto que ele demora. Você pode estar testando alguns exemplos lá na hora. Fala, olha, aqui a precisão foi melhor, aqui foi pior. Mudei o espaçamento, mudei isso. Aquele convergiu, esse não. Quer dizer, aquelas discussões que muitas vezes passam as vezes como curiosidade na aula, você pode fazer ao vivo, pra todo mundo ver. Ele não precisa estar lá programando, por que talvez não seja o objetivo naquele

> momento, ensinar esse tipo de coisa. A idéia é que ele aprenda o método, e veja o método em ação. Então é um exemplo que você pode entrar com atividade computacional complementar. É um recurso aditivo na aula. (S)

Sobre uma frustração profissional, o professor afirma que gostaria de ter a oportunidade de utilizar de uma maneira mais “agressiva” as TIC na sala de aula. Assim, afirma que:

> A única coisa é um pouco de frustração, por que eu gostaria de levar isso mais a sério. Estruturar melhor isso. Talvez usar uma sala de aula meia cobaia, e fazer de uma forma mais agressiva, programar um curso usando computação, computadores, esse tipo de coisa, programar atividades, e ver que tipo de inseguranças vão surgir. Por que eu nunca levei o processo ao extremo. A minha frustração é nesse sentido. Ter utilizado, usado, horas funcionam bem, horas não funcionam, esse tipo de coisa. Fazer um teste mais agressivo. Talvez uma frustração que eu tenha. (S)

Como motivos dessa frustração, comentou de uma certa dificuldade física no uso da tecnologia, dizendo que:

> É, você tem o problema do apoio computacional, técnico, que você possa não ter, né, no local, um pouco também de insegurança por que a gente foi educado no sistema antigo. Pode dar aquela sensação que você não cumpriu satisfatoriamente aquele processo. Acho que é mais nesse sentido, e, acho que a questão infra-estrutura é forte. Tem uma infra-estrutura funcionando. Então isso vai desde ter um laboratório, como um monitor, um grupo de apoio pra que a coisa funcione, de maneira agressiva. Por que dar aula em laboratório é estressante. Um professor só não da conta. Tem que ter um grupo de apoio, monitores trabalhando junto, e experimentando. Uma universidade que tem falta de recursos, isso já fica limitante, significativo. (S)

Análise inicial das entrevistas

Os excertos das Entrevistas foram selecionados tomando-se por base contextualizar o tipo de trabalho que o professor desenvolvia/desenvolve em suas aulas, principalmente de Cálculo. Assim, retomamos alguns detalhes dos depoimentos.

Pudemos perceber diferentes concepções, daqueles que se utilizavam de projetos e contextualizações históricas (Entrevista J) ou os que não se utilizam (S e B) ou não utilizaram (JB).

Verificamos ainda que todos os professores entrevistados evidenciaram o uso da tecnologia, seja no caso do professor JB que não a tinha à sua disposição, mas que, como comenta, se as tivesse hoje as usaria:

> Nos tempos modernos, eu parei de dar aula...eu aposentei... eu to vendo os alunos apresentando trabalho agora com vídeo show[55].... ah, outra coisa!!!.... Assim que eu queria dar uma aula!! Dá o processo e mostra no vídeo show, aquilo sendo processado. (JB)

E completa, dizendo que "na verdade se eu tivesse lecionando hoje eu teria mais recurso". (JB)

Com relação a utilização da tecnologia computacional em sala de aula, o professor S afirma que

> Se tornou né....acho que se tornou...não tem como você...a mesma coisa que você virar pra um cara de pesquisa que ele não vai usar a internet. Por mais idoso que ele seja, vai ter que fazer parte da pesquisa hoje em dia esse recurso. Até pra ele mandar um artigo de pesquisa ele tem de usar a internet, não tem como ele se exclui do processo, então o computador aí no caso, não tem como você se excluir do processo, você tem que utilizar. (S)

E completa afirmando que o computador "serve como um acelerador, ele acelera o processo" (S)

EM outro depoimento, o professo B afirma que a tecnologia se torna dia a dia indispensável, e justifica:

> Eu acho que a tecnologia vai ser incorporada e vai justificar mais "indispensável" na medida em que as pessoas que foram criadas nessa tecnologia assumam essas posições de levar pra frente. Não sei se é uma rejeição. Acho que é só uma inércia. (B)

Salientamos alguns termos utilizados pelos entrevistados, e que serão posteriormente problematizados. As palavras *resistência*, *inércia*, *empolgação* e *suporte* surgem nos depoimentos, e serão ressaltadas nas conclusões desse trabalho. Outros aspectos serão levantados e analisados a partir das Entrevistas dos professores entrevistados e também alimentarão nossa discussão final.

4.2 Os Sinais... nos livros

Como citado anteriormente, buscamos sinais das mudanças nas práticas de ensinar e aprender o Cálculo que possam ter sido influenciadas pelas possíveis alterações nos livros que trazem este conteúdo. Existe, hoje, um grande número de livros sobre o assunto, editados nas mais diversas línguas e com vários tipos de

[55] Quando o entrevistado comenta sobre "Vídeo Show" está se referindo a projetor multimídia, também chamado de Data Show.

abordagens. Condensados ou ainda distribuídos em vários volumes, há os que trazem o tema de um ponto de vista mais “formal”, chamados de teóricos, onde a apresentação se faz de uma forma a evidenciar os conceitos e teoremas, e há aqueles que evidenciam aplicações do Cálculo nas mais diversas áreas do conhecimento, trazendo exemplos, exercícios e aplicações onde podemos verificar a utilização do conceito em situações práticas, contextualizadas ou ainda com a disposição da coleta de dados de uma situação real.

Segundo Schubring (2003), a análise de livros didáticos não foi considerada sempre balizadora de uma produção ou mesmo das mudanças no cenário científico. Schubring afirma que “os livros destinados ao uso no ensino não são um tópico comum ou padrão da história da ciência. Tradicionalmente foram tratados mais ou menos com desdém.” (SCHUBRING, 2003, p. 7). Porém, afirma Schubring que Thomas Kuhn mudou profundamente a maneira de que esses livros são vistos dentro da história da Ciência, principalmente quando este publica o livro: “A Estrutura das Revoluções Científicas” em 1962. Nele o autor afirma que: “Os textbooks entraram em cena como objetos legítimos de pesquisa histórica depois que Kuhn os discutiu longamente, embora os desmerecendo” (SCHUBRING, 2001, p. 9). Kuhn justifica dizendo que

> Quando um cientista pode considerar um paradigma como certo, não precisa mais, em seus trabalhos mais importantes, tentar construir seu campo de estudos começando pelos primeiros princípios e justificando o uso de cada conceito introduzido. Isso pode ser deixado para os autores de livros-texto. Entretanto, dado o livro-texto, o cientista pode começar sua pesquisa onde esse texto o interrompe, e assim concentrar-se exclusivamente nos aspectos mais sutis e esotéricos dos fenômenos naturais que interessam ao seu grupo (KUHN, 1962, apud Schubring, 2001, p. 9).

Escolher os livros tornou-se então uma tarefa a ser enfrentada, tanto pelo professor que ministra tal disciplina, quanto nessa pesquisa. Escolhemos por seguir a indicação de livros em três trabalhos pesquisados. Primeiramente pela leitura da tese de doutoramento de Barufi (1999), na qual a autora busca a negociação de significados no trabalho do professor de Cálculo, fazendo um levantamento de 24 livros de Cálculo, considerando-os importante em sua análise por “constituírem um instrumento sempre presente no trabalho do professor na sala de aula” (BARUFI, 1999).

Outra fonte de informação para selecionar os livros foi a Dissertação de Mestrado de Marin (2009), onde apresenta 15 livros de Cálculo, que foram sugeridos

pelos professores que foram entrevistados em seu trabalho acadêmico, e que mostra uma relação de livros utilizados em seus cursos.

D'Ambrósio (1975) faz o seguinte comentário em relação ao seu próprio livro e indica algumas outras fontes para o professor de Cálculo:

> Há inúmeros textos que poderiam, de fato deveriam, ser consultados para um estudo mais aprofundado, mais rigoroso nos casos em que demos um tratamento apenas intuitivo e informal, ou mesmo para um tratamento diferente, que poderá abrir novas perspectivas para o leitor. Citamos com especial recomendação o texto clássico de R.Courant: Cálculo Diferencial e Integral (tradução de Alberto Nunes Serrão e Ruy Honório Bacelar) e volumes, Rio de Janeiro, Editora Globo, 1965. Também recomendável, pela clareza de exposição é o texto de N. Piskunov: Cálculo Diferencial e Integral. Um texto que além de um tratamento completo de vários casos, com muitos detalhes, apresenta uma boa coleção de exercícios é o de Cesar Dacorso Netto: Elementos de Cálculo Infinitesimal, Companhia Editora Nacional, 1966. Igualmente, uma ótima coleção de exercícios se encontra em W.A.Granville, P. F. Smith e W.R.Longley: Elementos de Calculo Diferencial e Integral, 5ª. ed., trad de J. Abdelhay, que pode ser de muita utilidade, bem como um resumo de vários resultados clássicos e técnicas muito utilizadas encontram-se em I. Bronstein e K.Semendiaev: Manual de Matemáticas para Ingenieros y Estudiantes, trad. do russo, Editora MIR, Moscou. (D'Ambrósio, 1975, p. x)

Por último, as Entrevistas realizadas nos deram informações sobre os livros que os professores utilizavam ou utilizam.

Segue uma tabela[56] com os livros citados em Barufi (1999) em número de 24 e Marin (2009) onde quase todos se encontram na lista anterior, outros citados por D'Ambrósio (1975) e completada com livros encontrados também na biblioteca da UNESP, campus de Rio Claro, que possui um bom acervo de livros relacionados à Matemática, completando ao todo 41 exemplares diferentes:

Tabela 1: Relação de livros de Cálculo

	Autor	Nome	Ano
1	ALEXANDER H.W. ET alii	A Programed Course In Calculus	1968
2	ANTON, H.	Cálculo: um novo horizonte,	2000
3	APOSTOL, T.M.	Calculus	1962
4	APOSTOL, T.M.	Mathematical Analysis	1957
5	ÁVILA, G.	Cálculo das Funções de Múltiplas Variáveis,	2006
6	BARTKOVICH, K.G ET alii	Contemporary Calculus Though Applications	1995
7	BOULOS, P.	Introdução ao Cálculo	1974

[56] A tabela de livros de Cálculo possui um caráter informativo tanto da diversidade quanto da quantidade de livros disponíveis, por isso não conterá todos os dados bibliográficos das obras. A disposição se deu em ordem alfabética do sobrenome do primeiro autor, que normalmente é usado como referencia ao citá-lo. Temos a certeza de que deixaremos de citar vários livros mais contemporâneos, dada a própria facilidade hoje da edição e publicação de livros.

8	BOULOS, P.; ABUD, Z.I.	Cálculo Diferencial e Integral	2002
9	BRONSTEIN, I. e SEMENDIAEV, K.	Manual de Matemáticas para Ingenieros y Estudiantes	1972
10	BRUCKHEIMER, M. ET alii	Introduccíon al Cálculo y al Álgebra	1976
11	BUCK, R. C.,	Advanced Calculus	1965
12	COURANT, R. and JOHN, F.,	Introduction to Calculus and Analysis	1965
13	COURANT, R.	Cálculo Diferencial e Integral	1963
14	D'AMBROSIO, U.	Cálculo e Introdução a Analise	1975
15	EDWARDS JR, C.H.; PENNEY, D.E.	Cálculo com Geometria Analítica	1999
16	GOLDSTEIN, L. J.	Matemática Aplicada: economia, contabilidade	2000
17	GONÇALVES, M.B; FLEMING, D. M.	Cálculo A	2004
18	GRANVILLE, W. A. SMITH, P. F. e LONGLEY, W.R.	Elementos de Cálculo Diferencial e Integral	1966
19	GREENSPAN, H. P. and BENNEY, D.J.	Calculus: An Introduction to Applied Mathematics	1973
20	GUIDORIZZI, H. L.	Um curso de Cálculo	1997
21	HOFFMANN, L. D.; BRADLEY, G. L.	Cálculo: um curso de moderno e suas aplicações	2002
22	KAPLAN, W e LEWIS, D.J.	Cálculo e Álgebra Linear	1972
23	KAPLAN, W.	Advanced Calculus	1959
24	LANG, S.	Cálculo	1969
25	LARSON, R. E; HOSTETLER, R.P.; EDWARDS, B H.	Cálculo com Geometria Analítica	1998
26	LEITHOLD, L.,	O Cálculo com Geometria Analítica	1982
27	MELLO, M. SANTOS, S, FIGUEIREDO, V.	Cálculo com Aplicações: Atividades Computacionais e Projetos	2005
28	MOISE. E.E.,	Cálculo: um curso universitário	1970
29	MUNEM, M.A.; FOULIS, D.J.	Cálculo	2002
30	DACORSO NETTO, C.	Elementos de Cálculo Infinitesimal	1966
31	PISKUNOV, N.	Cálculo Diferencial e Integral	1963
32	RUDIN, W.	Principles of Mathematical Analysis	1964
33	SANTOS, A.R.; BIANCHINI, W.	Aprendendo Cálculo com Maple: Cálculo de uma variável	2002
34	SIMMONS, G.F.	Cálculo com Geometria Analítca	1987
35	SPIVAK, M.,	Cálculo Infinitesimal	1975
36	STEWART, J.	Cálculo	2002
37	SWOKOWSKI, E. W.	O Cálculo com Geometria Analítica	1994
38	TAN, S.T.	Matemática aplicada a Administração e Economia	2003
39	THOMAS, G.B.	Cálculo	2003
40	WHITE,	Análise Real: uma introdução	1973
41	WILLCOX, A.B. et alii,	Introduction to Calculus	1971

A consulta a uma das obras de Schubring (2003) trouxe importantes informações sobre a produção e utilização de livros de Cálculo, no período de 1800 a

1900, trazendo, por exemplo, a importância histórica do livro de Lacroix, uma de nossas escolhas para esta tese.

Já a Tese de Doutoramento de Marafon (2001) traz importantes informações sobre os livros que estavam sendo utilizados pelos professores nos cursos de Graduação no Brasil, especificamente na Universidade de São Paulo, na década de 1930. Em sua Tese, Marafon (2001) relata que em 1933 houve um concurso para preenchimento de duas vagas na Politécnica, participando José Octávio Monteiro de Camargo e Omar Catunda. Marafon comenta que:

> Os livros encontrados na Biblioteca Central da Escola Politécnica, anteriores ao concurso, em geral, eram de autores franceses, alemães ou italianos; havia alguns americanos. Tinham por fim servir de referencial para os estudantes de engenharia daquela época, para aqueles dispostos ao concurso para professor e para os professores em exercício. Os livros foram encontrados com base no assunto proposto e alguns, recomendado por um professor aposentado da Escola Politécnica (USP). As bibliografias apresentadas possuem data anterior a 1933. (MARAFON, 2001)

A autora traz uma listagem e cópia dos Prefácios dos livros indicados na bibliografia de um dos concursos realizados em 1935, o qual os professores José Octávio Monteiro de Camargo e Omar Catunda participaram. Dos livros citados, elencamos alguns autores dos livros de Cálculo e a respectiva data da edição:

Tabela 3: Livros de Cálculo relacionados a pesquisa de Marafon (2001)

Autor	Título	Ano
CREFCCEUR, A. J. M.	Calcul Différentiel et Calcul Intégral	1912
BOUCHALART	Élemens de Calcul Differentiel et de Calcul Intégral	1838
FRANCOEUR	Calculo Diferencial e Cálculo Integral	1878
SCHAAR, M.	Élemens de Calcul Differentiel et de Calcul Intégral	1862
HAAG, P.	Cours de Calcul Différentiel et Intégral	1893

Por último, fizemos uma pesquisa junto à biblioteca da UNESP, campus de Rio Claro, a qual tem um importante acervo na área de Matemática, da qual selecionamos o livro de Laboureur (1913). Além disso, essa busca traz outros livros alem dos já listados nas pesquisas de Barufi (1999) e Marin (2009), apresentando assim uma grande quantidade de livros disponíveis hoje aos alunos de graduação.

Cabe esclarecermos o motivo pelo qual citamos alguns livros com mais de 100 anos de sua edição O primeiro vem do fato de que, apesar da imprensa ter sido inventada por volta de 1440, Schubring afirma que

> “A invenção crucial de Gutenberg não foi propriamente a imprensa...a mudança essencial foi a introdução dos tipos móveis, que permitiram a impressão muito elevado de cópias de livros volumosos, estendendo e acelerando assim a reprodução de textos” (SCHUBRING, 2003, p. 39)

E é exatamente a aceleração dessa reprodução, e disseminação dos livros é que estamos interessados, pois queremos saber da influência de tais livros no âmbito acadêmico. Ainda segundo Schubring (2003), podemos verificar uma produção intensa de livros de Cálculo na Europa. Vejamos uma parte de uma tabela retirada de Schubring (2003, p. 135)

Tabela 2: Produção de livros-texto entre os anos de 1775 e 1829

Local	Número de livros
França	19
Prússia	30
Bavária	4
Áustria	3
Outros Estados alemães	18
Itália	-
Inglaterra	3
Outros países europeus	1
Total	78

Um segundo motivo é o fato de que muitos professores de cursos universitários das áreas chamadas exatas que tiveram sua formação próxima ao período de 1930 a 1950 dispunham de uma literatura formada pelos livros citados, ou mesmo por textos baseados nesses livros, influenciando assim seus modos de trabalho com os seus alunos.

Dos livros escolhidos, de acordo com os critérios estabelecidos na pesquisa, trazemos no Anexo G uma ficha catalográfica, e mais alguns dados importantes, bem como a cópia, quando possível, de parte do livro para arquivo.

Além disso, apresentamos uma análise de alguns excertos de livros relacionados à disciplina Cálculo Diferencial e Integral, mostrando como os conceitos de Função, Limite, Continuidade, Derivada e Integral foram e são apresentados, em livros antigos e como os são nos livros atuais de Cálculo.

Foram selecionados oito livros, divididos em três períodos: o Período 1 se refere a livros muito antigos, com mais de 80 anos de sua publicação; o Período 2 se

refere a livros antigos, utilizados nas décadas de 60 a 80, e, finalmente, o Período 3 refere-se a livros novos, utilizados nas décadas de 90 até os dias atuais. Pesquisamos então os sinais das mudanças de apresentação de conteúdos matemáticos em alguns livros de Cálculo, os quais foram divididos em três períodos, como segue:

Período 1 - Lacroix (1816), Laboureur (1913), Bouchalart (1928)

Período 2 - Courant (1963), Piskunov (1969), Leithold (1982)

Período 3 - Stewart (2008) e Swokowski (1994).

Resgatando os indícios e sinais presentes em um determinado conceito de Cálculo, nosso objetivo, na presente pesquisa consiste em buscar nesses livros, no *rastro* do desenvolvimento histórico do Cálculo as mudanças provocadas ou ainda quais mudanças foram "induzidas", para que no âmbito acadêmico do ensino e da aprendizagem pudéssemos presenciar tais alterações.

Podemos observar os sinais encontrados nos livros pesquisados, principalmente em algumas publicações do séc. XVIII e XIX época de poucos recursos tipográficos, e observando também as publicações mais recentes. Vejamos algumas observações iniciais dos livros pesquisados:

Período 1

Lacroix (1816) – O livro: Elementary Treatiseon the Differential and Integral Calculus, de S.F. Lacroix, foi traduzido para várias línguas. Segundo Schubring (2003) foi editado em Londres, pela University Cambridge em 1816, considerado o "autor francês mais freqüentemente traduzido...usados em toda a Europa, e também nas Américas." (SCHUBRING, 2003, p. 106).

Seu conteúdo, de 763 páginas originalmente escritas em francês, foi traduzido no mesmo ano da publicação para o inglês por Mr. Babbage, Mr. Peacock e Mr. Herschel, do Trinity College, e traz importantes considerações e mudanças de enfoque para a época, como a "substituição dos métodos de Cálculo de limite de D'Alembert por um método mais "natural" de Lagrange" (LACROIX, 1816, p. III).

A seguir uma cópia de um trecho onde o autor explica a definição de Taxa de Variação Média.

Let us take a function a little more complicated, $u=ax^2$; putting $x+h$ for x, it becomes $u'=a(x^2+2hx+h^2)$, and subtracting the first equation from the second, we have $u'-u=2axh+ah^2$: if we then divide both sides by h, it becomes $\frac{u'-u}{h}=2ax+ah$. Here the ratio of the increment of the function to that of the variable is composed of two parts; one of these is independent of the particular value of the quantity h by which x is increased, the other not so. If we conceive this quantity continually to diminish, the result will continually approach to $2ax$, and will only become equal to it by supposing $h=0$; so that $2ax$ is the limit of the ratio $\frac{u'-u}{h}$, or it is, *the value towards which this ratio tends in proportion as the quantity* h *diminishes, and to which it may approach as near as we choose to make it.*

Figura 2: Taxa de Variação Média e Instantânea (LACROIX, 1816, p. 2)

Observamos que, no livro todo não há figuras e também um menor uso de descrições geométricas dos resultados, prática muito comum em textos iniciais de Cálculo.

Bouchalart (1828) – O livro: An Elementary Treatise on the Differential and Integral Calculus, foi publicado em Londres, no ano de 1828. Contem 396 páginas em impressão preta e branca. O livro possui poucos exemplos e listas pequenas de exercício, e uma quantidade pequena de figuras ilustrativas, próprio da época em que foi editado. Traz uma sucinta definição de Função, e não consta ainda o uso de limite e continuidade em suas discussões.

Laboureur (1913) – O livro: Cours de Calcul Algébrique, Difierentiel et Integral: leçons de mathématiques à l'usage dês ingénieurs, de Maurice Laboureur COI editado na França em 1913 pela Ch. Béranger Editeur, contendo 520 páginas, contendo poucos exemplos, e uma lista de exercícios única ao final do livro com 50 exercícios.

Em duas páginas (61 e 62) define função, de uma e várias variáveis, implícita, algébrica e transcendental, inversa, fala dos zeros da função, pólos, paridade e periodicidade Não há figuras e apenas um exemplo para cada definição.

Com relação ao conceito de Limite, define em poucas palavras e dá as propriedades. Nas notas de rodapé consta a frase: "Ces deux déinitions que sont

rigoreuses ne nous servant pas dans la suite, on peut se contenter des notions premières qu'on a sur celles-ci."[57] (LABOUREUR, 1913, p. 63).

Apresenta-se como um livro teórico, aborda o conceito diretamente da definição, dirigido a cursos de engenharias.

Período 2

Piskunov (1969) – O livro: Cálculo Diferencial e Integral, do matemático russo N. Piskunov teve sua primeira versão em espanhol publicada em 1969 pela já extinta editora Mir, estando nessa mesma época em sua sétima edição em russo. É dividido em dois Tomos (fascículos), sendo o primeiro Tomo incluindo os capítulos de I a XII, com 519 páginas, e o segundo indo até o XIX.

Em seu prefácio, comenta que algumas modificações foram introduzidas objetivando facilitar a assimilação do curso, e que as noções básicas de número, variáveis, funções e limites foram abreviadas, de forma a dar mais ênfase ao que chama de "noção principal do Cálculo, a Derivada.

Apresenta-se como um curso mais "moderno" de Cálculo, já incluído de discussões mais precisas de função e limite, e trazendo algumas ilustrações das situações ali relatadas, provavelmente confeccionadas a mão livre, como podemos ver no excerto a seguir:

[57] Ambas são definições rigorosas que não utilizaremos na seqüência, podemos simplesmente tomar como as primeiras idéias que temos sobre eles.

§ 2. LIMITE DE LA FUNCION

Examinemos algunos casos de variación de una función cuando el argumento x tiende a un límite a o al infinito.

Definición 1. Supongamos que la función $y = f(x)$ está definida en determinada vecindad del punto a o en ciertos puntos de la misma.

La *función* $y = f(x)$ *tiende al límite* b $(y \to b)$ *cuando* x *tienda a* a $(x \to a)$, si para cada número positivo ε, por pequeño que éste sea, es posible indicar un número positivo δ tal que para todos los valores de x, diferentes de a, que satisfacen la desigualdad* $|x - a| < \delta$, se verificará la desigualdad:

$$|f(x) - b| < \varepsilon.$$

Si b es el *límite de la función* $f(x)$, cuando $x \to a$, su notación es:

$$\lim_{x \to a} f(x) =$$

o bien $f(x) \to b$, cuando $x \to a$.

Si $f(x) \to b$, cuando $x \to a$, entonces en la gráfica de la función $y = f(x)$ esto se interpreta así (fig. 31): puesto que de la desigualdad $|x - a| < \delta$ se deduce $|f(x) - b| < \varepsilon$, entonces, todos los puntos M en la gráfica de la función $y = f(x)$, correspondientes a los puntos x que se encuentran a una distancia no mayor que δ del punto a, se localizarán dentro de una banda de ancho 2ε, limitada por las rectas $y = b - \varepsilon$ e $y = b + \varepsilon$.

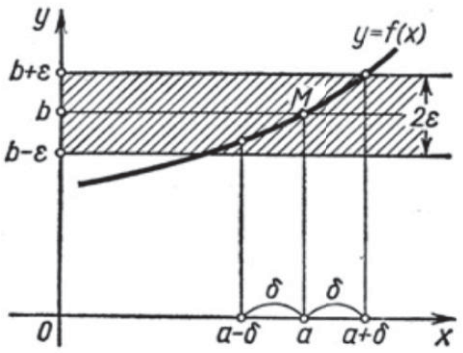


Fig. 31

Figura 3: A Definição de Limite em Piskunov (PISKUNOV, 1969, p. 31)

Courant (1963) – o Livro: Cálculo Diferencial e Integral, vol. 1, de Richard Courant (1888-1972) foi inicialmente escrito em alemão, seu idioma, e publicado no ano de 1931. Em 1934, após a constatação “das diferenças entre os métodos de ensino de Cálculo na Alemanha, Inglaterra e Américas” (COURANT, 1963, p. ix), o autor chega a fazer algumas alterações quanto à forma de apresentação do conteúdo, “a fim de atender às necessidades dos estudantes de idioma inglês” (COURANT, 1963, p. ix).

A primeira edição no Brasil foi em 1951, reimpressa em 1958. A segunda e última foi em 1963, que retrata todas as características (conteúdo e impressão) da versão em inglês. O livro contém 616 páginas, com poucas figuras e é considerado um livro teórico, ou formal, com “muitos assuntos que podem ser omitidos num curso inicial...destinados aos estudantes que desejam penetrar mais profundamente na

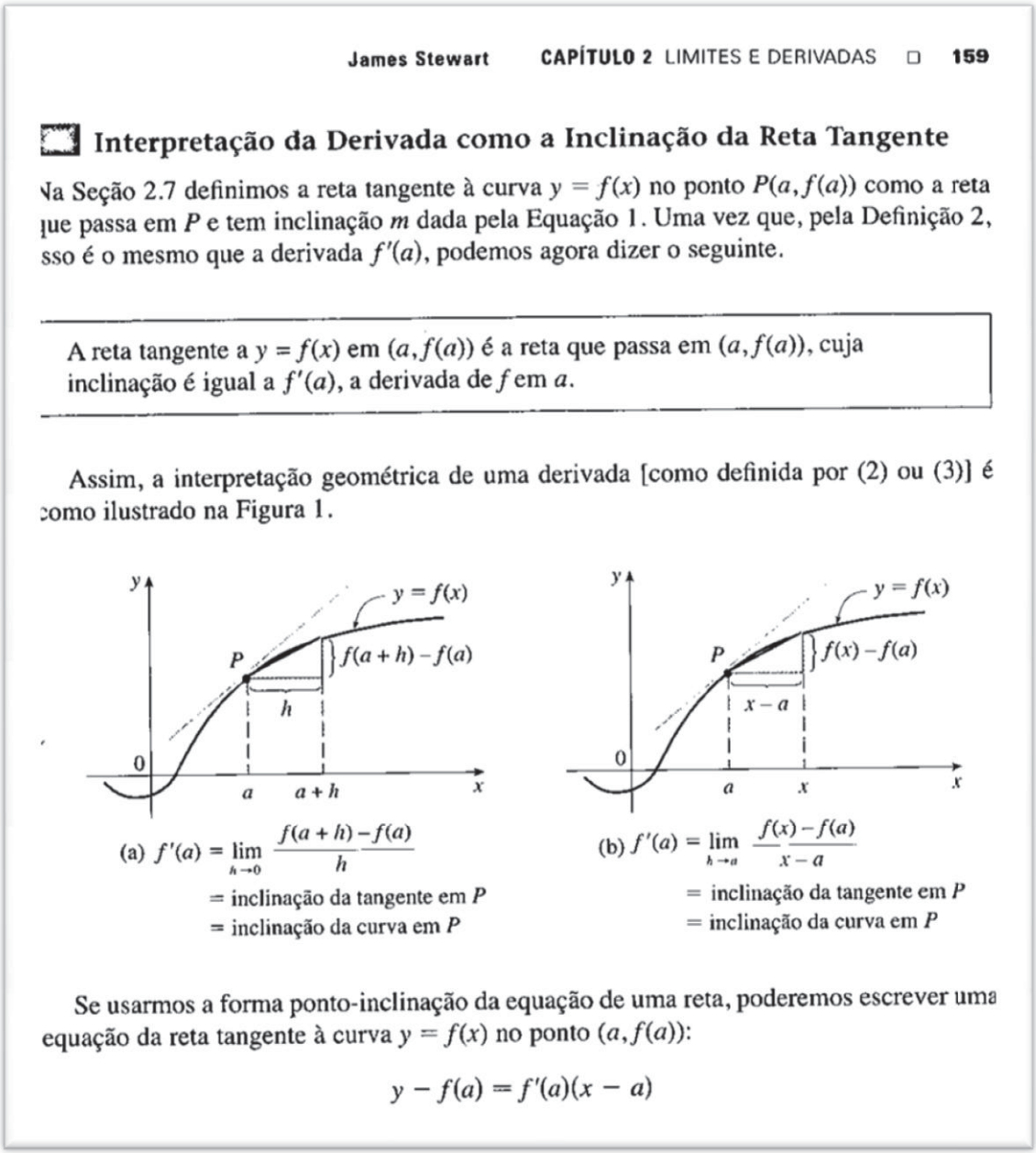
teoria” (COURANT, 1963, p. ix) com poucas aplicações, e ainda com uma inversão do ponto de vista epistemológico, onde, diz o autor, “o leitor notará o completo rompimento com a antiga tradição de tratar separadamente, o calculo diferencial e o calculo integral” (COURANT, 1963, p. vii) .

Leithold (1982) – O livro: O Cálculo com Geometria Analítica, de Louis Leithold está em sua 3ª edição lançada em 1994 pela editora Harbra & Row do Brasil (HARBRA). A versão estudada foi a 2ª, de 1982, sendo que a primeira edição americana foi lançada em 1968. O livro sofreu poucas alterações desde sua primeira edição e as inclusões foram mínimas, possuindo hoje 526 páginas e mais 90 de anexos.

Nesta edição não conta a impressão de ilustrações coloridas, e apresenta seus capítulos sempre com listas de exercício e muito exemplos em seus finais. Foi traduzido do original em inglês a partir de 1977. É considerado por muitos professores que lecionam em cursos de Bacharelado em Matemática como um ótimo livro texto.

Período 3

Stewart (2008) - O livro Cálculo, de James Stewart em sua 5ª. edição se apresenta em dois volumes. O primeiro traz discussões sobre o Cálculo para uma variável. Já traduzido, é um dos livros mais adotados em cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil. Escrito originalmente no Canadá, possui uma diagramação com elementos diversificados, como gráficos e cores e apresenta varias aplicações do Cálculo em situações de outras áreas do conhecimento, como a Biologia e a própria Física. A seguir incluímos a cópia do onde mostra a interpretação da Derivada como a inclinação da reta tangente.



James Stewart CAPÍTULO 2 LIMITES E DERIVADAS □ 159

Interpretação da Derivada como a Inclinação da Reta Tangente

Na Seção 2.7 definimos a reta tangente à curva $y = f(x)$ no ponto $P(a, f(a))$ como a reta que passa em P e tem inclinação m dada pela Equação 1. Uma vez que, pela Definição 2, isso é o mesmo que a derivada $f'(a)$, podemos agora dizer o seguinte.

A reta tangente a $y = f(x)$ em $(a, f(a))$ é a reta que passa em $(a, f(a))$, cuja inclinação é igual a $f'(a)$, a derivada de f em a.

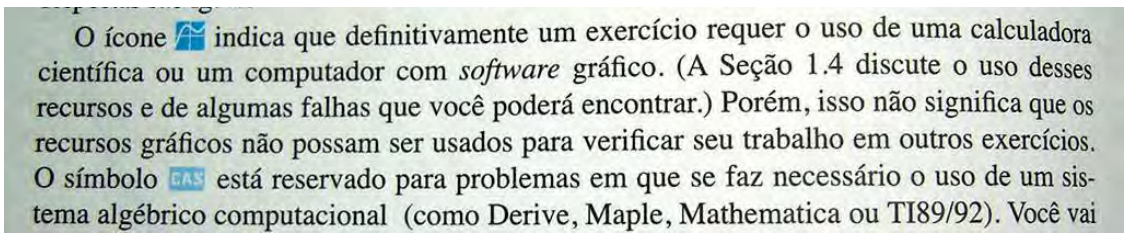
Assim, a interpretação geométrica de uma derivada [como definida por (2) ou (3)] é como ilustrado na Figura 1.

Se usarmos a forma ponto-inclinação da equação de uma reta, poderemos escrever uma equação da reta tangente à curva $y = f(x)$ no ponto $(a, f(a))$:

$$y - f(a) = f'(a)(x - a)$$

Figura 4: Interpretação da Derivada como a Inclinação da Reta Tangente (STEWART, 2007, p. 159)

Também analisando o livro de Stewart, encontramos a utilização de ícones para indicar que em determinados exercícios, a utilização de computadores e/ou calculadoras.



O ícone indica que definitivamente um exercício requer o uso de uma calculadora científica ou um computador com *software* gráfico. (A Seção 1.4 discute o uso desses recursos e de algumas falhas que você poderá encontrar.) Porém, isso não significa que os recursos gráficos não possam ser usados para verificar seu trabalho em outros exercícios. O símbolo CAS está reservado para problemas em que se faz necessário o uso de um sistema algébrico computacional (como Derive, Maple, Mathematica ou TI89/92). Você vai

Figura 5: Indicação do livro de L. Stewart (STEWART, 2008, p. VXIII)

Segundo o autor no livro citado acima, o ícone significa que o exercício requer o uso de uma calculadora científica, e (CAS – Sistema Algébrico Computacional) significa que o exercício requer um determinado software. A indicação é um aviso geral, colocado no início do livro. Nas listas de exercício, podemos visualizar que muitos exercícios contêm alguns dos ícones mencionados, indicando uma forte tendência ao incentivo da utilização da tecnologia nos processos de resolução dos exercícios.

Ainda em seu prefácio, o autor esclarece sucintamente que ira apresentar os tópicos usando a “Regra de Três”, onde os “tópicos devem ser apresentados de forma geométrica, numérica e algebricamente” (STEWART, 2008), e apenas comenta o que há de novo em relação às edições anteriores.

Complementa ainda que

> Visualização, experimentação numérica e gráfica e outras abordagens mudaram radicalmente a forma de ensinar o raciocínio conceitual. Mais recentemente a Regra de Três foi expandida, tornando-se a Regra de Quatro, com o acréscimo do ponto de vista verbal ou descritivo. (STEWART, 2008, p. vii)

No livro SWOKOWSKI (1994), o autor faz algumas considerações sobre mudanças em relação a edição anterior. Uma delas se refere a presença de um novo símbolo a frente de alguns exercícios. O símbolo foi utilizado para marcar exercícios em que a utilização de alguma tecnologia computacional deva ser utilizada. No prefácio do livro o autor insere o seguinte parágrafo alusivo a esta discussão:

> Calculadoras - Como os estudantes podem ter acesso a diversos tipos de calculadora ou computadores, não procuramos categorizar os exercícios marcados com . O enunciado de um problema deve proporcionar informação suficiente para indicar ou sugerir o tipo de calculadora ou computador disponível para obter uma solução numérica. Por exemplo, se um exercício indica que se deve aplicar a regra trapezoidal com n=4, qualquer calculadora é adequada, desde que a função não seja muito complicada. Já para n=20, é recomendável uma calculadora programável ou um computador. Se a solução de um exercício envolve um gráfico, pode ser adequada uma calculadora que imprima gráficos, todavia, funções ou superfícies complicadas podem exigir um equipamento computacional sofisticado. Como a precisão numérica depende também do tipo de dispositivo computacional utilizado, algumas respostas aparecem arredondadas para duas casas decimais, em outros casos, a precisão pode chegar a oito casas decimais. (SWOKOWSKI, 1994. p. XXII)

Outras considerações serão feitas no Capítulo 5.1, porem, algumas considerações podem já ser descritas.

Ao analisar nos livros os conceitos elencados nesta pesquisa, Função, Limite, Continuidade, Derivada e Integral, pudemos perceber algumas dimensões. As dimensões epistemológicas, da linguagem, formalista, sócio-cultural, metodológica, entre outras emergem da Análise preliminar dos livros selecionados e corroborarão com as dimensões ressaltadas nas Entrevistas.

Por exemplo, quando apresentamos a foto do livro do Stewart (2007) podemos encontrar a dimensão metodológica presente, pois, ao propor exercícios que possam ser resolvidos, utilizando as TIC, o autor passa a ressaltar a importância da Tecnologia como “meio” para que o aluno relacione os conceitos matemáticos que estão sendo trabalhados em sala de aula.

Já no livro Courant (1963) identificamos uma similaridade no posicionamento descrito pelo autor no prefácio do livro e o depoimento do professor JB. O autor identifica as diferenças de abordagens teórico-metodológicas utilizadas entre europeus e americanos, chegando a fazer alterações na edição americana, cuja versão foi baseada para a versão em português. Ele afirma que em 1934, após a constatação “das diferenças entre os métodos de ensino de Cálculo na Alemanha, Inglaterra e Américas” (COURANT, 1963, p. ix), o autor chega a fazer algumas alterações quanto à forma de apresentação do conteúdo, “a fim de atender às necessidades dos estudantes de idioma inglês” (COURANT, 1963, p. ix). Já o professor JB afirma que:

> Na verdade o jeito que o Cálculo era dado lá na USP, quando eu era aluno, era diferente do jeito que a gente dava aqui. Primeiro de tudo que lá, seguia uma influência italiana ou francesa e quando chegou aqui nos começamos a sofrer uma influência americana, mais simplificada....Lá não! Lá mais linha Bourbaki e aqui é uma linha meio americanizada...Agora depois de uns tempos os americanos também melhoraram. Mas naquele tempo era bem ruim (JB)

Podemos verificar então uma diferenciação quanto à forma apresentada nos livros disponíveis e utilizamos na década de 60 e 70.

4.3 As pistas nas pesquisas

Relatamos alguns excertos das leituras dos trabalhos acadêmicos, Teses e Dissertações dos seguintes pesquisadores: Araújo (2002), Barbosa (2009), Barufi

(1999), Javaroni (2007), Marin (2009), Sad (1998), Scucuglia (2006), Souza Junior (2000) e Villarreal (1999). A escolha desses trabalhos foi baseada em levantamento feito por Marin (2009) o qual fez um levantamento de pesquisas sobre Cálculo.

Procuramos mostrar o que exatamente o autor comenta sobre mudanças nos modos de ensinar e aprender Cálculo e sobre o uso de softwares nesta disciplina para levantar algumas conjecturas ou hipóteses a respeito da relação do aparecimento de tecnologias e o ensino de Cálculo, as quais foram relacionadas às Entrevistas, à Análise dos livros e à descrição da prática do professor de CDI a fim de compor o Cenário de Investigação. As fichas dessas leituras encontram-se no Anexo D desta pesquisa.

O objetivo de trazermos essas pesquisas concentra-se no fato de contextualizarmos nosso estudo no movimento das pesquisas já produzidas na área.

Iniciando, Barbosa (2009), em sua tese: "*Tecnologias da informação e comunicação, função composta e regra de cadeia*", relata que, baseando-se na noção de coletivo pensante seres-humanos-com-mídias, o objetivo de seus estudos foi responder à pergunta diretriz: Como o coletivo, formado por alunos-com-tecnologias, produz, a partir de uma abordagem gráfica, o conhecimento acerca de função composta e regra da cadeia? Segundo a autora, o processo de visualização implícito nessa pergunta é potencializado pelas Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC), que transformam o modo como o conhecimento é produzido, reorganizando a forma de interagir e pensar. Os dados foram coletados, durante os "Experimentos de Ensino", com alguns alunos ingressantes no Curso de Matemática da UNESP - Rio Claro. Foram elaborados cinco episódios que apresentaram subsídios para responder à pergunta diretriz desta pesquisa. Tais episódios, segundo Barbosa, indicam que a produção do conhecimento dos alunos envolvidos acerca de função composta e regra da cadeia, ocorreu por meio de elaborações de conjecturas, formuladas durante o processo de visualização potencializado pelas TIC.

Segundo a autora,

> tais conjecturas foram confirmadas ou refutadas levando-se em conta o entrelaçamento das representações múltiplas, que permearam todas as atividades, e um coletivo pensante seres-humanos-com-mídias, no qual o ser humano transforma e é transformado pelas mídias em um processo interativo. A partir desses resultados, outras indagações surgiram sobre o papel do professor-pesquisador e sua prática na sala de aula (BARBOSA, 2009).

O objetivo do trabalho foi mostrar a possibilidade de incorporar a visualização ao ensino e aprendizagem da função composta e da regra da cadeia, entendendo que essa seja uma alternativa ao aspecto estritamente algébrico.

A autora conclui que a produção do conhecimento acerca de função composta e regra da cadeia, a partir de uma abordagem que não seja a estritamente algébrica, com o envolvimento das TIC, pode ajudar outros professores-pesquisadores a proporem diferentes atividades que envolvam diversos tópicos a serem estudados na disciplina CDI.

Observamos que o texto deixa em evidência a utilização das TIC na produção do conhecimento acerca da Regra da Cadeia e da Função Composta, principalmente na sua apresentação visual. Comenta a autora que

> Entendo que esse formalismo tem trazido conseqüências para o ambiente de ensino e aprendizagem da Matemática, levando os professores e, conseqüentemente, os alunos a pensarem em uma supremacia da álgebra em detrimento das imagens e dos gráficos. Não quero com isso desmerecer a representação algébrica, mas outorgar à abordagem gráfica pelo menos o mesmo *status*. (BARBOSA, 2009).

O trabalho enfatiza a visualização dos processos e utiliza, para tanto, necessariamente atividades com o uso do computador.

Barufi (1999), em sua tese: **"***A construção/negociação de significados no curso universitário inicial de Cálculo Diferencial e Integral*" relata as dificuldades existentes, nos cursos iniciais da Universidade, em relação ao o ensino do Cálculo Diferencial e Integral, constituindo a grande motivação para este trabalho.

À luz do referencial teórico da rede de conhecimentos e significados, o autor buscou a compreensão dessas dificuldades a partir dos livros didáticos por esses constituírem um instrumento sempre presente no trabalho do professor na sala de aula. Baseando-se no fato de que "que conhecer é conhecer o significado" (BARUFI, 1999), o enfoque principal residiu na negociação dos significados para esclarecer em que medida a abordagem do Cálculo realizada é uma simples revelação ou uma construção significativa.

A análise dos livros didáticos selecionados baseou-se em um modelo construído a partir do referencial teórico proposto e mostrou que a dificuldade não reside na falta de bons livros. A diversidade dos percursos nos livros analisados traduz-se numa maior ou menor adequação à construção/negociação de significados no Cálculo. No trabalho, discute-se o papel fundamental do professor em sala de aula tendo, como potencial aliado, o computador, muito referenciado como instrumento

facilitador, que abre novos horizontes, possibilitando o estabelecimento de múltiplas relações e a negociação de significados. Faz a avaliação de 24 livros de Cálculo, e a partir das idéias de Brousseau[58] de rede de conhecimentos e significados, seleciona 5 critérios para realizar a avaliação: idéias, problematização, linguagem, visualização, argumentação e formalização e generalização.

Sua questão investigativa foi examinar o conhecimento matemático que é trabalhado na sala de aula, especificamente no curso de Cálculo, na USP, no que diz respeito a alguns aspectos. O objetivo foi o de propiciar aos alunos uma primeira visão mais ampla e global de como o conhecimento matemático pode ser articulado, resolvendo um grande número de problemas reais.

A autora conclui que todos os livros selecionados apresentam propostas válidas, podendo ser apreciadas dentro de determinado contexto. A utilização do livro didático conforme os critérios do professor, segundo a autora, poderá ser um instrumento mais ou menos facilitador do processo de ensino/aprendizagem do Cálculo, no sentido de propiciar maior ou menos vivência dos significados, os quais podem otimizar a construção do conhecimento. Completa que é uma

> ferramenta extremamente útil para propiciar a formulação de inúmeros questionamentos, reflexões e análises que fazem com que a sala de aula se torne um ambiente onde relações podem ser estabelecidas, possibilitando articulações diversas e, portanto, a construção do conhecimento (BARUFI, 1999, p. 176).

A autora não explicita, nem faz menção da utilização das TIC nos livros estudados, porém, alerta para a importância de trabalhos nessa área e menciona critérios que envolvem tecnologia na avaliação de 24 livros didáticos, como a visualização e formalização/generalização.

Javaroni (2007), em sua tese: **"***Abordagem geométrica: possibilidades para o ensino e aprendizagem de Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias*" relata que a pesquisa tem, por objetivo, analisar as possibilidades de ensino e aprendizagem sobre a introdução às equações diferenciais ordinárias a partir da abordagem qualitativa de alguns modelos matemáticos auxiliada pelas tecnologias de informação e comunicação. Relata que foi realizado um curso de extensão no qual nove alunos de graduação foram levados a investigar os modelos de objetos em queda, de

[58] Guy Brousseau é um educador matemático francês. Em 2003 recebeu a medalha Felix Klein pelo desenvolvimento da Teoria das situações didáticas.

crescimento populacional de Malthus e de Verhulst e da lei de resfriamento, utilizando, não só a planilha eletrônica Excel, mas também os softwares Winplot e Maple. Da análise desses episódios emergiram os temas: processo de visualização em atividades investigativas auxiliadas pelas mídias informáticas, abordagens algébrica e geométrica com as mídias informáticas e o conhecimento como rede de significados.

Segundo a autora, a interação entre os alunos e as mídias utilizadas, em particular os softwares utilizados, propiciou novas possibilidades para a abordagem qualitativa dos modelos estudados, levando assim a sugerir a necessidade de repensar o ensino das equações diferenciais ordinárias, enfatizando não só o aspecto geométrico de modelos matemáticos, mas igualmente o aspecto algébrico.

Tomou como questão de investigação a pergunta “Quais as possibilidades de ensino e aprendizagem de introdução às equações diferenciais ordinárias através da análise qualitativa dos modelos matemáticos, com o auxílio de Tecnologia de Informação e Comunicação?”, procurando analisar, com ênfase na abordagem geométrica das soluções, as possibilidades de ensino e aprendizagem de EDO por meio do auxílio das TIC.

A autora espera que o trabalho

> traga elementos que possam auxiliar pessoas interessadas no ensino dessa disciplina a elaborarem suas próprias propostas de ensino. Acredito que iniciar o curso de EDO com a idéia de Aplicação do par Modelagem Matemática/Aplicação, trazida em APPLICATIONS (2002), ou seja, iniciar com o estudo de modelos matemáticos clássicos da literatura, explorando-os com o auxílio das TIC, pode trazer mais possibilidades para o processo de aprendizagem dos alunos e, talvez assim, conseguir atribuir algum significado para essa disciplina (JAVARONI, 2007, p. 171).

Javaroni utiliza o software Maple para investigar e propor situações no processo de ensino e aprendizagem de Equações Diferenciais. O processo de visualização das respostas dadas pelos gráficos é bastante evidenciado por ela. Inicia afirmando, sem maiores justificativas, que

> Antes do advento das TIC, mais especificamente do computador, a abordagem geométrica seria menos atrativa devido às dificuldades de exploração e visualização, fato que hoje se torna favorável com os recursos disponíveis nos softwares algébricos e/ou geométricos. (JAVARONI, 2007, p. 20).

Araújo, em sua tese: “*Cálculo, Tecnologias e Modelagem Matemática: as discussões dos alunos*” investigou como são as discussões que ocorrem entre alunos de Cálculo Diferencial e Integral quando estão desenvolvendo projetos de Modelagem

Matemática em ambientes computacionais. Adotou, por meio de observações de dois grupos, cujos componentes eram alunos de Engenharia Química em uma universidade pública do Estado de São Paulo, uma abordagem qualitativa para realizar a coleta de dados. O software utilizado pelos alunos foi o Maple. Segundo a autora, a perspectiva de Modelagem Matemática na Educação Matemática estabelecida no contexto do estudo foi influenciada pelo estilo de comunicação e pela visão de matemática e de sua relação com a realidade presentes nesse contexto. Esses, por sua vez, podem enraizar-se em outras atividades da disciplina e nas experiências anteriores dos participantes.

A autora afirma que a interação entre seres humanos e informática proporcionou novas possibilidades de investigação. Em sua pesquisa, levantou a hipótese da escola (ou universidade) estar mais aberta à incorporação da informática do que à consideração de situações reais. Por fim, apontou o ambiente de ensino e aprendizagem de Cálculo no qual a Modelagem Matemática e as Tecnologias Informáticas estão presentes como férteis em possibilidades para a constituição de cenários investigativos que abordem as questões levantadas pela Educação Matemática Crítica.

A autora indica os computadores como um forte aliado no desenvolvimento de cálculo algébrico, deixando os alunos mais livres para explorarem aplicações e conceitos, realizando simulações, gerando várias possibilidades de investigação. A autora comenta ainda que

> a imprevisibilidade dos acontecimentos, quando se trabalha em ambientes informatizados, abre possibilidades para que investigações aconteçam. Mas a simples presença dos computadores não garante a existência de investigações: é importante que os alunos aceitem o convite às investigações, seja ele feito pelo professor ou pelos próprios alunos diante das possibilidades abertas pelo computador (ARAUJO, 2002, p.161).

A pesquisadora afirma que, em geral, as formas de se abordarem os problemas são variadas; existindo, porém, um grande número de trabalhos que apresentam o uso de computadores e/ou calculadoras gráficas como uma alternativa para os problemas encontrados ou ainda a fim de analisar os recursos na disciplina de Cálculo. Ainda, afirma que:

> Até décadas passadas, antes do advento das TIC, essa abordagem geométrica seria menos atrativa por conta das dificuldades de visualização, porém o avanço dos softwares gráficos e algébricos tem propiciado tanto ao docente quanto ao aluno, maiores possibilidades visuais que auxiliam na interpretação e análise (ARAUJO, 2002).

Marin (2009), em sua dissertação: **"***Professores de matemática que usam a tecnologia de informação e comunicação no ensino superior*", relata que a pesquisa teve, por finalidade, compreender como os professores de Cálculo fazem, em suas aulas, uso da tecnologia de informação e comunicação (TIC). Seus participantes foram professores do ensino superior que utilizam TIC para ensinar Cálculo. Esses professores foram localizados pela indicação de colegas, através de listas de discussões eletrônicas, a partir da leitura de teses e dissertações, por indicação de outros participantes da pesquisa e ainda por visitas a instituições de ensino superior.

O autor comenta que não se limitou a examinar a questão apenas no âmbito do curso de Matemática, mas abrangeu professores de diferentes cursos que apresentam a disciplina em seu currículo. Os dados foram provenientes de entrevistas e do preenchimento de um formulário. A análise dos dados, que foi guiada pela pergunta "Como os professores de matemática fazem uso da TIC na disciplina de Cálculo?", possibilitou discutir os seguintes temas: perfil dos professores, estrutura oferecida pelas instituições, planejamento e gestão da aula, vantagens e desvantagens do uso de TIC na sala de aula.

Ainda segundo o autor, o trabalho pode contribuir por apresentar sugestões para o professor do ensino superior a respeito de estratégias no ensino e aprendizagem do Cálculo através da utilização da TIC, constituindo-se num referencial para outras pesquisas em Educação Matemática.

Na análise dos dados, o autor comenta que

> foi possível identificar que a escolha do professor pelo uso de tecnologia tem uma justificativa de nível mais pragmática no sentido de que necessitam manter o emprego e uma justificativa em nível mais conceitual que está relacionada com a visão de educação que os professores possuem. Neste nível eles falam sobre ampliar abordagens pedagógicas, de estar em sintonia com o que ocorre fora da escola e de atender ao mercado de trabalho. Indentifica-se que a TIC permite realizar atividades que seriam impossíveis de serem feitas somente com o uso de lápis e de papel, proporcionando a organização de situações pedagógicas com maior potencial para aprendizagem, aumentando o tempo de dedicação do professor. É possível compreender que existe um ganho desses professores ao explorarem as potencialidades da TIC para evidenciar um resultado ou convencer os alunos a respeito de aspectos que seriam de difícil e demorada numa demonstração realizada de forma tradicional. Os dados revelam que existem muitas outras vantagens em explorar as potencialidades da TIC, tais como ganho em tempo com as contas, autonomia que o aluno ganha e a melhora da relação professor-aluno (MARIN, 2009).

O autor escolhe, por privilegiar em seu trabalho, a discussão sobre a utilização das TIC, colocando-a como centro de suas discussões.

Sad (1998), em sua tese de Doutorado: "*Cálculo Diferencial e Integral: uma abordagem epistemológica de alguns aspectos*" relata que, desde o início da pesquisa, conduziu as investigações centradas na produção de conhecimento a partir do Cálculo. Seu interesse por uma pesquisa ligada ao ensino e aprendizagem de Cálculo com bases epistemológicas, teve, como motivo principal, as experiências vividas pela pesquisadora em termos de sala de aula dessa disciplina e a preocupação em contribuir para a compreensão do desenvolvimento do pensamento diferencial e integral do estudante em meio às atividades pertinentes ao Cálculo.

O trabalho, como relata a autora, divide-se em duas partes, uma de fundamentações teóricas e investigações histórico-epistemológicas e, outra, empírica de pesquisa de campo. Faz uma revisão de literatura sobre trabalhos que têm interseções com Cálculo e Epistemologia, seguida de uma abordagem sobre teorias do conhecimento e de uma fundamentação para esta pesquisa centrada no Modelo Teórico dos Campos Semânticos (MTCS). A parte referente à pesquisa de campo, de ordem qualitativa envolve coleta e análise de dados do tipo entrevistas, gravações de atividades em sala de aula, soluções escritas de problemas e observações em um caderno de campo. As análises são desenvolvidas à luz do MTCS, mostrando que "não somente esse modelo é adequado, mas, principalmente, apontando os diferentes modos de produção de significados, objetos e conhecimentos em relação ao Cálculo" (SAD, 1998).

Embora não centre sua discussão na utilização das TIC, não privilegiando a utilização destas, menciona que as mesmas podem estar incorporadas dentro das atividades. Nesse sentido, a autora comenta sobre o caráter de uma abordagem utilizada pelo professor, afirmando que:

> Sem pretensões de estabelecer abordagens ideais para sala de aula de Cálculo, nosso propósito é de indicar que certas posturas e procedimentos pedagógicos do professor contribuem mais que outras para que ele possa interagir, em nível das produções epistemológicas do aluno, em conseqüência, uma aprendizagem efetiva se realize (SAD, 1998).

Scucuglia (2006)**,** em sua dissertação de Mestrado: **"***A Investigação do Teorema Fundamental do Cálculo com Calculadoras Gráficas*", relata que a Informática vem gerando discussões sobre fundamentos da Matemática, reorganizando dinâmicas em Educação Matemática.

Baseado nessa idéia, e em seu engajamento como pesquisador participante do GPIMEM[59], estruturou uma pesquisa em que discute como Estudantes-com-Calculadoras-Gráficas investigam o Teorema Fundamental do Cálculo (TFC). Apoiado na perspectiva epistemológica Seres-Humanos-com-Mídias, que "evidencia o papel das tecnologias no processo de produção de conhecimento" (Scucuglia, 2006), realizou experimentos de ensino com duplas de estudantes do primeiro ano da graduação em matemática, UNESP, Rio Claro, SP. A partir da análise de vídeos da primeira sessão de Experimentos de Ensino, notou que "a utilização de programas e comandos da Calculadora Gráfica TI-83 condicionou o pensamento das estudantes na investigação dos conceitos de Soma de Riemann e Integração (conceitos intrinsecamente inerentes ao TFC)" (Scucuglia, 2006). Numa segunda sessão, explorando, com o comando de integração definida da Calculadora Gráfica, exemplos de funções polinomiais, notou que

> os coletivos pensantes formados por Estudantes-com-Calculadoras-Gráficas-Lápis-e-Papel estabeleceram conjecturas sobre o TFC. No processo de demonstração deste Teorema, foram utilizadas noções intuitivas e notações simplificadas, antes que fosse usada a simbologia padronizada pela Matemática Acadêmica (SCUCUGLIA, 2006).

O autor completa ainda que essa abordagem possibilitou o engajamento gradativo das estudantes em "discussões matemáticas dedutivas" a partir dos resultados obtidos "experimentalmente" com as atividades propostas na pesquisa. Com isso, o autor dá indícios de que, ao desenvolver atividades promovidas pelo uso da TIC, cria-se a possibilidade de produção por parte dos alunos.

Relata também o uso das mídias ao transcrever colocações como

> "Ah! Dessa forma é bem mais fácil!" ou "Primeira vez que a gente conseguiu demonstrar alguma coisa!" permitem considerar a possibilidade de que um processo investigativo do TFC (Teorema Fundamental do Cálculo) com calculadoras gráficas, permeado por uma abordagem de caráter dedutivo, possibilita a discussão e produção de conhecimento de estudantes (SCUCUGLIA, 2006, p.104).

Souza Junior (2000), em sua tese de Doutorado: "*Trabalho coletivo na Universidade: Trajetória de um grupo no processo de ensinar e aprender Cálculo Diferencial e Integral*" relata a trajetória de um grupo que produziu saberes sobre o ensinar-aprender Cálculo na Universidade. Este grupo foi formado não só por professores de disciplinas os quais compõem a área de Cálculo Diferencial e Integral,

[59] Grupo de Pesquisa em Informática, outras Mídias e Educação Matemática, UNESP, Campus de Rio Claro/SP.

mas também por alunos de graduação e pós-graduação de diferentes cursos da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Devido ao interesse da investigação e por causa da especificidade do trabalho realizado pelo Grupo em questão, decidiu realizar-se uma pesquisa qualitativa do tipo estudo de caso etnográfico.

Durante dois anos letivos, período em que esteve presente nas reuniões semanais do grupo, realizou o que se qualifica observação participante. Para a obtenção dos dados, utilizou diferentes instrumentos de pesquisa: observação, entrevista e análise dos documentos, os quais, como afirma o autor, complementam-se, permitindo estabelecer uma triangularização dos dados coletados.

Para o autor, “o movimento do grupo como um todo e dos participantes em particular estão inseridos numa dinâmica histórico cultural” (SOUZA JUNIOR, 2000). Analisou a trajetória do grupo em três eixos: no primeiro, discutiu a dinâmica do trabalho coletivo; no segundo, apresentou o envolvimento de indivíduos no trabalho coletivo e, no terceiro eixo, procurou compreender o processo de produção de saberes daquele grupo. Afirma Souza Junior que

> A trajetória percorrida pelo grupo foi marcada por um processo de reflexão e discussão sistemáticas e coletivas, o que favoreceu a busca de melhores condições profissionais e também confirmou um caminho possível para ser trilhado na utilização do computador e de outros recursos importantes na realização do ensino com a pesquisa na Universidade (SOUZA JUNIOR, 2000)

Segundo o autor, seu objetivo foi o de, a partir de uma análise da história do grupo da UNICAMP, compreender sua dinâmica, o envolvimento de seus membros e os professores de produção negociada de saberes sobre ensinar e aprender Cálculo.

O autor conclui que o trabalho de professores, reunidos em grupos, constitui um requisito fundamental ao estabelecimento das negociações necessárias para a construção do saber. Comenta ainda que

> No caso desta pesquisa, essa negociação girou em torno da utilização de computadores, do trabalho com projetos e da promoção de uma prática educativa em que os professores e alunos se assumiram como produtores de conhecimento. A utilização do computador foi um aglutinador entre os membros desse grupo (SOUZA JUNIOR, 2000)

O autor inicia o seu trabalho acreditando na idéia de que apenas a utilização dos computadores poderia justificar a qualidade do trabalho de um grupo de professores. Porém, no decorrer da pesquisa, outros fatores influenciaram-no, principalmente o trabalho dos professores reunidos em grupo, discutindo a utilização de computadores, o trabalho com projetos e mudança de postura dos alunos.

Villarreal (1999), em sua tese de Doutorado: "*O Pensamento Matemático de Estudantes Universitários de Cálculo e Tecnologias Informáticas"* apresenta compreensões sobre processos de pensamento matemático de estudantes de Cálculo Diferencial e Integral que trabalham em ambiente computacional, abordando questões matemáticas relacionadas ao conceito de derivada.

Comenta a autora que três duplas de estudantes de Biologia participaram voluntariamente do estudo. Foi, com cada dupla, realizado um experimento de ensino, gravados em vídeo, considerados como uma variação das entrevistas clínicas. Após a transcrição completa das filmagens, foram selecionados doze episódios que ofereciam possíveis respostas às perguntas da pesquisa. A análise realizada foi do tipo indutivo/construtivo, aprofundada através de um entrelaçamento com a literatura sobre o tema. Os tópicos emergentes foram assim resumidos:

> ...o pensamento matemático é permeado e reorganizado pelas mídias utilizadas, que constituem, com as estudantes e a pesquisadora, uma ecologia cognitiva particular; as estudantes desenvolvem abordagens tanto visuais quanto algébricas no ambiente computacional, sugerindo a necessidade de coordená-las para superar uma dicotomia visual/algébrico; jogos de conjecturas e refutações caracterizam os processos de pensamento matemático das estudantes que não seguem caminhos lineares, mas em rede. (VILLARREAL, 1999)

A autora afirma que tais aspectos sugerem a necessidade de repensar o ensino de Cálculo, a partir de uma "visão de conhecimento como rede de significados que desafia a vigência da visão cartesiana" (VILLARREAL, 1999).

Conclui a autora que

> ... o computador pode ser tanto um reorganizador quanto um suplemento nas atividades dos estudantes para aprender Matemática, dependendo da abordagem que eles desenvolvam nesse ambiente computacional. Do tipo de atividades propostas, das relações que for estabelecida com o computador, da freqüência no uso e da familiaridade no uso e da familiaridade que se tenha com ele (VILLARREAL, 1999, p. 362).

De acordo com essa leitura e os excertos elencados, visualizamos um cenário acadêmico que mostra uma relação entre o CDI e o uso das tecnologias, mesmo quando mencionadas algumas considerações sobre dificuldades de implementação ou o relato sobre posturas dos professores frente a estas implementações. Podemos notar como as pesquisas incentivam, no ensino de Cálculo, a utilização de softwares computacionais, estabelecendo algumas práticas e ou tomando como base o discurso dos professores que ensinam CDI.

4.4 Os Indícios na Prática Docente

Ainda completando o arcabouço de nossas fontes de dados, e para que possamos ter uma visão atualizada da Prática Pedagógica de professores e as possibilidades da utilização das novas tecnologias no ensino de Cálculo, relataremos a investigação e as observações da Prática Docente incorporando as TIC em dois momentos de observação: um Mini-curso proposto no X ENEM (Anexo G) onde os conceitos de Cálculo explicitados nessa tese foram trabalhados com o auxílio de softwares computacionais com alunos e professores de Cálculo e, em um segundo momento em aulas de CDI para alunos do curso de graduação em Ciência da Computação, UNESP, campus de Rio Claro.

4.4.1 O Mini-curso

O Mini-curso foi proposto por nós para ser ministrado durante o X ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática, realizado em Salvador-BA, no período de 7 a 9 de julho de 2010. Ele foi aprovado pela Comissão Científica (ver íntegra do texto enviado no Anexo G) e foi ministrado durante os dias 8 e 9, com duração de 2 horas a cada dia.

Participaram das atividades 22 pessoas entre alunos da graduação, alunos de programas pós-graduação, professores do ensino fundamental e médio e professores do ensino superior. As atividades foram desenvolvidas em um laboratório de Informática da UFBA.

Das 22 pessoas participantes, 8 pessoas já conheciam o Maple, software usado para desenvolver as atividades, mas queriam aperfeiçoar seus entendimentos sobre o assunto. Dos outros 14 alunos, alguns conheciam outros softwares, mas revelaram que gostariam de aprender a trabalhar com o Maple.

Um questionário foi distribuído aos cursistas (ver Anexo H) com o objetivo de mapear os interesses e saberes sobre o assunto, semelhante ao que se faz numa aula tradicional, às vezes chamada de avaliação investigativa.

Durante o Mini-curso foram tratados, de acordo com a proposta, os temas fundamentais estudados na disciplina Cálculo 1 – Funções, Limite, Continuidade,

Derivada e Integral - mostrando possíveis ferramentas e a sintaxe equivalente no software para que pudessem trabalhar os conceitos usando a tecnologia.

Alguns problemas foram enfrentados durante a realização do Mini-Curso, como por exemplo, o aparecimento de situações inesperadas em relação as instalações do Laboratório que foi reservado para as atividades. Um deles, o principal, foi de que as máquinas não tinham o software instalado. A saída encontrada foi de instalar em poucas máquinas enquanto fazíamos uma breve introdução dos comandos principais usados para operações mais aritméticas mais simples.

Para dar continuidade ao curso, resolvemos então expor as atividades na tela, utilizando o projetor multimídia (que demorou a chegar[60]) e interagir com os participantes de modo que pudessem expor suas idéias sobre o tema e o que desejariam que o software calculasse ou mostrasse.

Mesmo quando nos cercamos da prevenção de empecilhos que poderiam, de certa forma, atrapalhara dinâmica adotada para um curso que utiliza de um laboratório de informática, muitos problemas podem acontecer. Assim como imprevistos podem acontecer em uma sala de aula comum como, por exemplo, a falta de energia, chuvas torrenciais, calor, etc., quando se utiliza mais algum equipamento eletrônico a probabilidade do acontecimento de imprevistos aumenta. É o que Borba e Penteado intitulam como “Zona de Risco”, na qual “é preciso avalias constantemente as conseqüências das ações propostas”(BORBA, 2003).

Alguns fatos já são considerados bem conhecidos de quem se utiliza das TIC, como a falta de software instalado, máquinas que travam pela falta de manutenção e instalações inadequadas. Porém, como são fatos e situações conhecidas, isso não pode desestimular nem atrapalhar o andamento de um curso programado. Algumas soluções paralelas necessitam ser previamente programadas, como por exemplo, impressão de atividades extras, conhecimento e uso de softwares alternativos, e ainda a possibilidade de alterações de datas e locais do curso.

As atividades escolhidas fizeram parte de um aprendizado contínuo e constante por parte do professor, reformulado a cada vez que trabalhava com classes

[60] Gostaríamos de ressaltar que em nenhum momento a falta de algum equipamento ou despreparo técnico do laboratório tivesse como causa a organização do evento, que, por sinal, fez de tudo para poder brindar de êxito um encontro que teve 4.500 pessoas participantes.

de alunos nos cursos de graduação das universidades trabalhadas[61], sempre com a utilização das TIC no preparo das aulas e sempre que possível na utilização durante as aulas.

Dentre esse aprendizado continuo situo as pesquisas desenvolvidas junto ao grupo de orientação e pesquisa comandado pela profa. Dra. Rosana Miskulin. Num dos seus trabalhos publicados, Miskulin adverte que

> A natureza de uma atividade ou um problema não compreende em si mesma características de exploração e investigação. A mediação do professor no desenvolvimento da aula será de fundamental importância na constituição da característica exploratório-investigativa de uma atividade ou um problema de Matemática. O professor ao mediar o processo educativo, por meio de atividades exploratório-investigativas, cria situações desafiantes, investigativas, através dos recortes dessas atividades em vários problemas intermediários que possibilitam aos alunos deslocarem-se muitas vezes da atividade ou problema principal, olhando-o e percebendo-o sob uma outra perspectiva, possibilitando-lhes a busca de novos caminhos e a reavaliação constante de suas estratégias e objetivos, enfim, envolvendo-os, cada vez mais, no processo de investigação e construção do conhecimento matemático (MISKULIN, R.G.S., ESCHER, M.A., SILVA, C.R.M, 2007).

Baseado nisso, a dinâmica do curso transcorreu da seguinte forma:

i) discussão do conceito matemático

ii) possíveis formas de apresentação do conceito utilizando giz e lousa

iii) exploração de idéias para utilização do computador para apresentar o conceito

iv) apresentação dos comandos suficientes para tal implementação

v) troca de idéias entre o grupo para possíveis mudanças nas formas encontradas

vi) apresentação de outros comandos complementares

Embora o tempo fosse relativamente curto, como todos os cursistas já conheciam o conceito matemático dos tópicos trabalhados, as atenções foram canalizadas nos itens (iii) a (vi), o que possibilitou que todos os conceitos e atividades fossem desenvolvidos durante o curso.

Ao final, alguns comentários foram feitos pelos alunos, e pudemos solicitar que preenchessem um pequeno questionário com algumas questões sobre o curso.

Nossa avaliação final foi a de que os objetivos foram cumpridos.

---

[61] Nossa experiência profissional soma 12 anos trabalhando em escolas públicas e privadas do ensino fundamental e médio, 7 anos em faculdades privadas e 5 anos em universidades públicas.

4.4.2 Aulas de Cálculo

As aulas de Cálculo Diferencial e Integral registradas e analisadas se desenvolveram no ano de 2009, para uma turma de Ciência da Computação da UNESP, campus de Rio Claro. Para registro, as aulas foram filmadas e revistas posteriormente. De forma análoga ao curso, as aulas tiveram a seguinte dinâmica:

- Apresentação das atividades a serem desenvolvidas.
- Localização da instalação do software no computador.
- Como o software utilizado foi o Maple, solicitamos a que eles tentassem fazer algo, sem as explicações iniciais.[62]
- Foram apresentadas as várias mudanças de versões ao longo de 10 anos, e o tipo de interface (sem botões de atalho, tela praticamente branca).
- Apresentação de comandos básicos

A atuação nas demais horas foi seguida de uma dinâmica que incluía, apresentar alguns comandos, propor alguma situação onde se aplicava o comando, e em paralelo propor alguma situação que pudesse resultar em algo inesperado, ou um questionamento, de forma a desestabilizar algum conhecimento prévio sobre o conteúdo, como por exemplo, a apresentação de algum gráfico feito pelo software que sem a utilização de parâmetros resulta numa aparência fora dos padrões.

As explicações para a turma foram dadas de modo geral, percorrendo sempre entre as mesas dos alunos.

Constantemente o *software* foi utilizado, mostrando alguma apresentação feita nele no painel. Várias perguntas foram feitas aos alunos em relação aos resultados obtidos na tela (projeção).

[62] A tela inicial do software é quase toda branca, com poucos ícones, o que dificulta que o usuário que não saiba manuseá-lo possa desenvolver algo que não seja escrever na tela, como se fosse um editor de texto.

Capítulo V

5. Inter-Relações entre os processos de Aprender e Ensinar Cálculo e as TIC

Apresentamos nesse capítulo a emergência das TIC no processo histórico, inter-relacionando-as aos processos de ensinar e aprender Cálculo, mostrando assim, como a prática do professor de Matemática insere-se em uma prática social.

As Dimensões relativas da Análise dos dados colhidos nos livros didáticos novos e antigos, nos depoimentos do professores e na prática do professor em sala de aula são analisadas sob a perspectivas de teóricos que estudam as correlações entre cultura social, demonstrada pelas práticas dos professores de Matemática e as Tecnologias de Informação e Comunicação.

Nas considerações sobre a metodologia de pesquisa colocadas no Capítulo 3, desta pesquisa, expusemos a formação de um diagrama onde as fontes de dados se entrelaçam no sentido de que alguns de seus componentes sofrem a influência de outros. Vejamos novamente o Diagrama 2, representado a seguir.

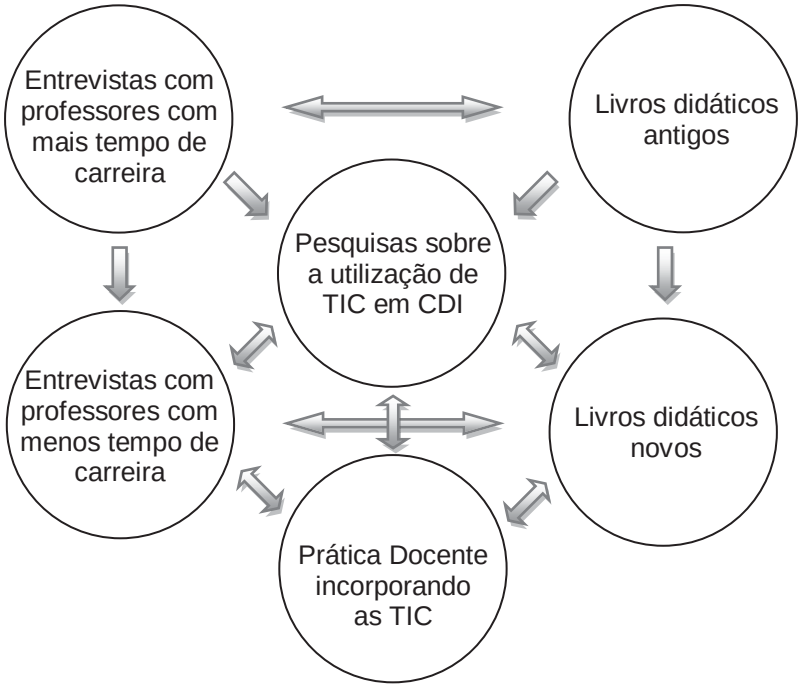


Diagrama 2: Representação do diálogo dos Procedimentos Metodológicos desta pesquisa com a literatura sobre TIC e CDI

O Diagrama 2 ora apresentado pretende mostrar como os dados coletados se inter-relacionam. Das possíveis leituras que um diagrama pode sugerir ao leitor, iremos detalhar como os dados coletados compõem as perspectivas enunciadas no Capítulo 3 auxiliando então em nossa Análise.

As Entrevistas realizadas com professores mais antigos (bloco A) se relacionam com os livros mais antigos, usados por eles ou que foram usados durante sua formação acadêmica. Abaixo, apresentamos um relato do professor JB:

> Aí voltava lá, ia ver que livros que a USP ia seguir e a gente sempre tentava seguir aqueles. Mas às vezes a USP tentava uns livros que era broca. Mas eu não sei se seguia. Porque uma coisa é a proposta, aí agora tem que ver se tem o cara que vai dar o curso. Você pode até propor dá um livro lá, mas você não tem quem dê o curso. (JB)

O que mostra a relação entre a formação acadêmica e a atuação profissional do professor pesquisado.

Da mesma maneira, as Entrevistas com os professores com menos tempo de carreira (Bloco B do Anexo E) retratam que os professores entrevistados são influenciados na preparação de suas aulas pela existência de livros contemporâneos

a eles[63]. A utilização de livros para o preparo das aulas é uma prática bastante usual entre os professores universitários ou da escola básica. A escolha pelo livro depende de fatores que vão desde sua preferência pessoal, a sua formação acadêmica, a existência de livros disponíveis aos alunos na biblioteca de cada universidade ou mesmo por programas governamentais. Schubring (2003) relata diferentes períodos na história onde os livros utilizados nas academias eram indicados por comissões governamentais (era Napoleônica, em 1803, por exemplo), ou ainda por programas nacionais de livros didáticos (PNLD) no caso do ensino básico no Brasil, adotado em finais do século XX.

As pesquisas sobre a utilização de TIC no contexto do CDI realizada por diversos pesquisadores no âmbito acadêmico (Anexo A), por sua vez, é influenciada pela bibliografia existente na área, por livros novos e antigos, pelas maneiras com que os professores pesquisados utilizam a tecnologia em suas aulas e pela influência que as pessoas que hoje investigam sobre as tecnologias na educação tiveram dos professores que participaram do processo de formação acadêmica. Essa influência pode ser efetivada do ponto de vista da crítica à uma determinada maneira de ministrar as aulas ou mesmo de exemplos de atitudes e didáticas escolhidas.

Podemos inferir que a prática do professor é também influenciada pelos livros contemporâneos, por seus professores, e pelas novas pesquisas que envolvem e incorporam as TIC nas ações docentes, e em contrapartida, novos livros são lançados no mercado incorporando as TIC, influenciados pelas pesquisas ou mesmo pelo aparecimento de novos recursos na sociedade.

O mercado então funciona como incentivador de novas pesquisas ao propagandear que as tecnologias devem estar presentes na escola, e ao mesmo tempo re-configura a edição de novos livros. Portanto, o conteúdo de um livro lançado pode advir de uma pesquisa acadêmica ou de um apelo de mercado.

Com Diagrama 2, a pesquisa descreve um Cenário de Investigação, permeado de dimensões teórico-metodológicas, as quais apresentam as influências, limites e potencialidades do uso das TIC no Cálculo Diferencial e Integral em duas perspectivas inter-relacionadas, como descrevemos a seguir.

[63] O fato de haver a influência não significa que ela é diretamente entre as pessoas escolhidas para as Entrevistas e os livros aqui escolhidos. Ela pode se configurar também com exemplares de livros contemporâneos a esses.

5.1 A Perspectiva histórica

Nosso objetivo aqui será descrever os registros na história da ciência e da tecnologia relacionados à disciplina Cálculo Diferencial e Integral com o intuito de evidenciar a emergência das TIC. Para isso daremos destaque a trechos dos livros pesquisados e excertos dos depoimentos dos professores entrevistados.

Num primeiro momento, percebemos que nos livros os conceitos matemáticos ganham ou perdem conotações mais privilegiadas. Isso é mostrado na medida em que observamos alterações na sua apresentação, devido ao aparecimento de novas tecnologias para impressão ou mesmo em sua disposição em relação a outros conceitos. O conceito de Limite, por exemplo, mesmo levando-se em conta que foi formalizado anos após os conceitos de Integral e Derivada, a partir da década de 40 assumem uma ordem diferente de apresentação nos livros, e tomam seu lugar de destaque na teoria. Como citamos anteriormente, a esse respeito, Richard Courant afirma que, “a parte principal da Matemática moderna gira em torno dos conceitos de Função e de Limite” (COURANT, 2000), assumindo-os como conceitos centrais e imprescindíveis para o desenvolvimento do aprendizado do Cálculo.

Poucos livros de Cálculo, mesmo de edição mais moderna, trazem uma apresentação dos conceitos que não se inicia pelo conceito de Função, e desenvolva os resultados apresentando na seqüência, Limite, Continuidade, Derivada e Integral.

Diagrama 5: Ordem Usual de Ensino dos Conceitos de Cálculo

Mesmo que o conceito de Limite tenha se tornado padrão nos livros e nos modos de conceber um curso de Cálculo, sua não utilização restringiu-se ao campo de estudos da Educação Matemática. Nesse sentido, podemos encontrar grupos acadêmicos de pesquisa que trabalham dessa maneira, ou seja, retirando-se do Cálculo o conceito de Limite. Em um desses grupos de estudos chamado GPA[64], um

[64] O Grupo de Pesquisa-Ação em Educação Matemática (GPA), registrado no CNPq sob o número 8.Unesp.026, coordenado pelos autores, é constituído por diversos profissionais que atuam em diferentes áreas da Educação Matemática, do Ensino Básico e Superior. A questão básica de pesquisa do grupo é o fracasso do ensino de Matemática e as rotinas que o sustenta. Foi fundado em 1993 e funcionou durante mais de 20 anos nas

de seus subgrupos desenvolveu atividades com essa filosofia na década de 1990. Comenta o prof. Baldino, um dos coordenadores do grupo que:

> Em 1994, um grupo de estudos de Geometria Analítica (GPA-5), partindo do exame das concepções sobre o coeficiente angular da reta, produziu uma proposta para o ensino de Cálculo, evitando a concepção de limite, para ser executada em nível de 2º grau. (BALDINO, 1995, p. 388)

A alternativa nesse tipo de trabalho é a inserção do conceito de Infinitésimos. O conceito de Infinitésimos esteve presente principalmente nos trabalhos de Liebniz, porém, com os trabalhos de Cauchy, Dedekind e Weierstrass o conceito de Limite toma uma definição mais precisa e comercialmente mais utilizada.

Notamos que esse "novo" formato (Função, Limite, Continuidade, Derivada e Integral) se adaptou muito bem às práticas dos professores de Cálculo, e vice versa, sendo que muitos deles desconhecem a história do desenvolvimento da disciplina e das mudanças ocorridas para chegar a esse formato. Essa discussão nos leva a concluir que a discussão sobre os infinitésimos (Leibniz) passou então do campo da Matemática para a Filosofia.

A modernização das máquinas responsáveis pela impressão dos livros (tipografia e fotolitos), pela edição (desenhos manuais e mais tarde computadores e softwares) e manuseio dos textos (os computadores) fez com que a apresentação dos conceitos fosse tomando formas diferentes, seja do ponto de vista da diagramação e disposição nos livros, tamanho, uso de cores e refinamento dos traços.

Nos livros estudados, vimos que os livros do *Período 1 (muito antigos)*, trazem poucos registros de formas geométricas e sua impressão uma baixa qualidade, típica dos livros da época. Dos livros do *Período 2 (décadad e 50 a 70)*, apenas o livro Leithold (1982) apresenta sua impressão utilizando duas cores (preto e vermelho), e, nos livros do *Período 3 (década de 90 em diante)*, encontramos outras cores sendo utilizadas.[65]

Com relação a sinais e/ou indícios de utilização de TIC, podemos notar que os livros do *Período 3* trazem referências diretas à sua utilização. Como comentado no Capítulo 4, item 2, o livro Stewart (2008) apresenta indicações claras de que

---

dependências do Departamento de Matemática da UNESP – Campus de Rio Claro, com reuniões periódicas aos sábados pela manhã.

[65] Nota-se diferença na utilização de cores quando comparados um mesmo livro de edição brasileira e edição norte americana, e também diferenças do ponto de vista da Estética quando comparados aos livros destinados ao uso do professor e do aluno.

determinados exercícios deverão ser resolvidos com a ajuda de uma calculadora ou um CAS (Sistema Operacional Algébrico). O prefácio do livro traz as seguintes recomendações:

> O ícone indica um exemplo ou exercício que requer o uso de uma calculadora científica. Porém, isso não significa que os recursos gráficos não possam ser usada também em outros exercícios. O símbolo CAS é reservado para os problemas em que é requedida toda a capacidade de um sistema algébrico computacional (como Derive, Maple, Mathematica ou TI89/92[66]) (STEWART, 2008, p. ix)

O que pudemos conferir é que essa recomendação do início do livro é pouco utilizada. De acordo com a tabela (Anexo J), dos 3726 exercícios que o livro de 680 páginas traz, 47 fazem referência à um CAS (representando 1,3% do total) e 272 para que seja utilizada uma calculadora científica (o que representa 7,3% do total).

O total de 319 indicações para utilização de TIC para a execução de exercícios (representando 8,6% do total) pode significar uma quantidade relativamente pequena, mas discutiremos esse fato e a presença desses exercícios no livro, nas Considerações Finais, desta pesquisa.

Um fato interessante, citado por Stewart no prefácio de seu livro, é de que as modificações ocorridas no texto a partir das edições de 1986 foram provocadas em conseqüência das diretrizes elencadas na “Conferência de Tulane”. O autor comenta no prefácio de seu livro que:

> A ênfase está na compreensão dos conceitos. Penso que todos concordam que esta deve ser a meta principal no ensino do calculo. De fato, o ímpeto para o atual movimento de reforma do cálculo vem da Conferência de Tulane, de 1986, que formulou como recomendação fundamental: *Focalizar na compreensão conceitual*. (STEWART, 2008, p. vii)

A Conferência de Tulane ocorreu em janeiro de 1986 na Universidade de Tulane, situada em New Orleans, LA (USA). Temos poucas referências em relação a esta Conferência e algumas a colocam como um marco na história das reformas do Cálculo, do ponto de vista do Ensino. Os poucos textos encontrados citam o professor Ronald Douglas como o pai das reformas do Ensino do Cálculo. Embora citada pelo autor como de supra importância, não encontramos mais nenhuma referência sobre a citada conferência em outros livros ou pesquisas nacionais.

---

[66] TI 89/92 são dois modelos de calculadoras científicas lançadas pela Texas Instruments em 1989. A maior vantagem desse tipo de calculadora em relação às outras lançadas na mesma época é a de possuírem um sistema algébrico computacional (CAS).

De modo semelhante, o livro Swokowski (1994) faz referência a presença de exercícios cuja resolução deva ser feita com o auxilio de calculadora/computadores. Diferente do livro Stewart (2008), o autor escolhe por não decidir quais das duas tecnologias devem ser utilizadas, ficando a cargo do leitor a decisão.

Novamente, o que pudemos conferir é que essa recomendação do prefácio do livro é pouco utilizada. De acordo com a tabela (Anexo K), dos 3339 exercícios que o livro de 744 páginas traz 167 fazem referência a que seja usado uma calculadora ou computador (representando 5 % do total).

Da mesma forma podemos considerar que essa quantidade é relativamente pequena, discussão que será retomada nas considerações finais.

Nas Entrevistas realizadas, pudemos perceber alguns indícios que aludem sobre as mudanças que evidenciam o aparecimento das TIC durante o processo histórico que o ensino do CDI percorreu até os dias de hoje. Esses fatos são mais observados nos Depoimentos dos professores com mais tempo de carreira docente, provavelmente por terem presenciado o aparecimento das tecnologias computacionais, década de 1970, que assim como afirma Castells, a “Revolução Tecnológica tem seu início na década de 70, com a invenção do chip, que possibilitou a construção de micro-computadores pessoais, chamados mais tarde de PC (Personal Computer)” (CASTELLS, 1999, p. 97).

O que podemos perceber nas falas do professor JB é que suas referências às mudanças nos modos de trabalhar o Cálculo reportam a como era dado a disciplina na USP, como firma:

> Na verdade o jeito que o Cálculo era dado lá na USP, quando eu era aluno, era diferente do jeito que a gente dava aqui. Primeiro de tudo que lá, seguia um influência italiana ou francesa e quando chegou aqui nos começamos a sofrer uma influência americana, mais simplificada. Aqui era mais simplificada. Lá não! Lá mais linha Bourbaki e aqui é uma linha meio americanizada ... avacalhada. Agora depois de uns tempos os americanos também melhoraram. Mas naquele tempo era bem ruim, não era muito...(JB)

E afirma ainda a respeito de modos de ensinar na época que,

> Os americanos são mais práticos. Por exemplo, você ficava um tempo imenso em limite. Ter que provar que numa função o limite é tal, mas por épsilons e deltas ... não é fácil hein? Então você tinha muito disso, de ter que provar por épsilons e deltas. Depois o sistema americano fazia diferente. Tem umas provinhas fundamentais e o resto é conseqüência. Então não é a mesma coisa. Nesse ponto melhorou. Facilitou! Agora ....., se amadureceu o aluno já é outro problema. (JB)

O professor JB faz uma crítica sobre a existência de uma disciplina (Cálculo Numérico) sem a existência de tecnologia para se trabalhar os cálculos necessários

> Na verdade enfiaram o Cálculo Numérico sem ter a infra-estrutura. Não é que não existia, não existia aqui por que essa coisa de Cálculo Numérico e Analise Numérica é mais ou menos recente... mas quando q foi inventada a bomba atômica? Foi inventada com o uso de máquina, de computador... pra fazer as contas... não tinha teoria envolvida, mas fazia muita conta...né? ...Então... em algum lugar havia computador... Tem uma história que contam das guerras onde tiveram as grandes revoluções e descobertas, antes da segunda guerra mundial, tinha um cara que, um tal de Babagge que tentou fazer um comp. Deu um projeto pro governo inglês e o governo não desenvolveu o projeto que ficava muito caro. Ai veio a guerra e os submarinos alemães afundamento os navios ingleses, americanos, etc, aí eles foram estudar descobriram que estavam com computador e começaram a descobrir até códigos secretos, as trocas secretas que os caras faziam. O computador lia. Aí conseguiram fazer o computador. Aí acharam que o computador era importado, uma utilidade. Valia a pena gastar. Lá fora as máquina saíram antes. Agora não por que o mundo tá tão..., sai lá e já sai aqui... principalmente essas coisas de vender máquinas... no caso de computador pra Inglaterra ...(JB)

Observamos, pelo depoimento acima que o Professor JB mostra indícios da necessidade de utilização de computadores no ensino de Cálculo Numérico, e comenta da dificuldade do ensino da disciplina sem a possibilidade de acesso as máquinas para fazer os cálculos.

Com relação a mudança de paradigma, o professor J exemplifica algumas modificações ocorridas na sociedade provocadas pelas novas invenções:

> Talvez seus pais se lembrem disso, ou seus avós se lembrem disso. Você passava numa região de várzea e tapavam o nariz com lenço. Vou repetir pra você a frase que era do Conselho Nacional de Medicina: Quem transmite é o miasma mefítico. Miasma são esses ares pesados que tem perto do pântano, e mefítico refere-se ao diabo. Então é o fedor do capeta. E quem falava isso, não era a bruxa que morava no distrito não sei da onde nos arredores de Iracemápolis, era o Conselho de Medicina. Que dizia, olha, os hospitais tinham de ficar com as janelas fechadas. E os alunos acabavam a aula de anatomia, com os grandes nomes da medicina, e sem lavar as mãos, mas com as janelas fechadas pra não entrar os gases mefíticos atendias as mulheres em trabalho de parto. E a mortalidade, as mulheres tinham de fugir do hospital, e ter o bebe em casa pra não morrer de septicemia. E átomo era uma coisa que não se divide mais, e a maior velocidade da luz, e hoje nos já temos velocidades supra luminares. E a definição de reta era o raio de luz, como se a luz não entrasse, fizesse a curva e entrasse no buraco negro pra nunca mais sair. Luz faz curva. Então você ta vendo que eu to falando de como os paradigmas foram mudando. Então a primeira coisa é que uma crença que levou a uma invenção, logaritmo, a integral, a derivada, a equação diferencial, a história que conta esse problema motivou esta invenção matemática. E há histórias em que esse conceito matemático, o matemático colocou ele debaixo do braço e ficou procurando o que fazer com ele. Há exemplos lindos nesse sentido. Então o método do Shooting, é o método que você dar tiro pra matar melhor o inimigo. E a seqüência da integral de Richardson, foi inventada, e passaram muitos anos, pra essa maneira de calcular a integral foi passada a ser usada. E foram os soviéticos

> que usaram pra prever onde que o primeiro satélite artificial ia aparecer no horizonte. Eu me esqueci da integral. Tá no livro do carnahan. Daqui a pouco eu lembro, mas é a seqüência da integral numérica de Richardson, é a integral mais bobinha que tem (eu to gagá, rsrs) A história é boa pra isso. E a segunda coisa é que o aspecto histórico coloca a gente numa dinâmica do tempo. Então o aluno é parte de um processo que não acabou. Não tinha um fim. Acabou, final feliz, the end, a gente come a última pipoquinha, pega na mão, e sai com a namorada do cinema. Quando a gente trabalha com ciência, com cálculo, não tem isso, a coisa continua. Então a segurança que a gente tem com a resposta certa, quando a gente coloca a perspectiva histórica, vai embora. (J)

Vê-se claramente como o processo histórico influencia nas noções de verdade e na concepção do que é utilitário ou não para a sociedade, em contraposição a noção de pesquisa acadêmica desinteressada. O que é importante hoje, passa a não ser depois de algumas décadas, e vice-versa.

E sobre locais onde as mudanças tecnológicas foram mais acentuadas, ou não, o professor J exemplifica que:

> Eu não sei, mas você já deve saber que um cara disse que se um médico da década de 50 entrasse num hospital hoje, ele não iria reconhecer nada, tem computador, luz. Se um piloto que pilotava um avião na década de 50, pilotasse um avião hoje, magina! Um motorista de caminhão, Marcão, eu guiei um Ford Perkins, de câmbio seco, carregava 8 metros cúbicos de areia no talo. Hoje, senta um mulequinho num caminhão, de 15 anos, só direção hidráulica, confortável, ar condicionado, com 22 toneladas de areia atrás, ai assim, eu vou precisar a 3 marcha e vai, ele aciona o eletrônico e faz a mudança pra ele. Qualquer lugar que você for, delegacia de polícia, cadeia, hospital, qualquer lugar que você for, mudou tudo. Alguns poucos mudaram quase nada. E um dos lugares que mudaram quase nada, foi a sala de aula. (J)

Sobre os livros que utilizou para ministrar as aulas, que eram produzidos e concebidos sem uso de tecnologias computacionais, e sobre os livros de hoje, o professor J afirma que

> O livro do Piskunov põe quase nada no uso de tecnologia, os gráficos são feitos a mão, a lápis no papel quadriculado. E hoje você tem livros que dizem, use o software pra traçar o gráfico de tal função, o que você observa nos arredores de x igual a tanto, incorpora o uso do software. (J)

Completa ainda, dizendo sobre a importância e os cuidados da incorporação da tecnologia nos livros, conforme suas palavras:

> E os novos livros estão mudando, e não é só o livro da Vera e da Rocha que são assim. Tem livro de Cálculo com o Mathematica, Cálculo com o Maple. Livros que incorporam a possibilidade tecnológica, de deixar a ênfase no cálculo, na aprendizagem do conceito, e não só no exercício repetitivo, que é o que eu acho que precisa. Quem treina natação sabe o que é isso. 400 m só braço esquerdo, 400 m. só braço direito. Exercício repetitivo. Só que é pro joelho aprender, pro cotovelo aprender a bater braço, não a mente. (J)

Diferente de outros professores, o professor J teve em sua formação acadêmica o privilégio de estar em contado com os computadores. De acordo com seu Depoimento, temos que:

> Eu tive aula de Cálculo Numérico com um dos primeiros computadores do estado de São Paulo, professor Imre Simom, então a gente aprendeu programação usando Fortran IV, e desde aquele tempo, nesse aspecto, sabe Marcão, eu sempre fui muito privilegiado, nos professores, no ambiente que a gente tinha aqui, era uma turma pequena, tinha muito s professores moços, recém formados. Eu fui aluno de iniciação cientifica do Rodney em 69, imagina, o jeito que o Rodney é de energia, imagina como ele era em 69. E a gente sempre tentou incorporar essas coisas, calculadoras, retro-projetor, tal. Nós trabalhamos com educação a distancia em 78/79, trabalha com educação a distancia, em ter Cálculo com computador. Então, a gente sempre teve esse privilegio, de estar perto de pessoas que ajudavam a gente a incorporar a tecnologia. (J)

Com relação aos professores que tem um menor tempo de carreira (Bloco B), podemos notar o aparecimento das TIC já em sua formação acadêmica (Pós-Graduação, 1997). O professor B relata que:

> ...eu prestava apoio didático pra disciplina, em laboratório. Então naquela época, houve um projeto de utilizar o MATHEMATICA, o software MATHEMATICA, como uma ferramenta de apoio pra disciplina de Cálculo. Daí havia projetos que eram conduzidos dentro do MATHEMATICA. (B)

E sobre mudanças observadas durante sua carreira docente, afirma que

> Acho que, talvez, eu consigo enxergar uma mudança da época em que eu era aluno e agora. Então, pra disciplina de Cálculo Numérico houve alguma mudança. Claro que depende do professor, isso. Porque houve uma mudança tecnológica e não necessariamente essa mudança tecnológica é levada pra sala de aula. Depende se o professor tem familiaridade com a mudança tecnológica. Um exemplo clássico é pra resolução de sistemas lineares tem métodos interativos: têm dois métodos que são muito comuns e sempre abordados em disciplinas de Cálculo Numérico que seriam o Método de Jacobi e Método de Gauss-Seidel, são amplamente abordados. É uma informação corriqueira, você encontra em qualquer livro de Cálculo Numérico que o Gauss-Seidel é melhor do que o Jacob. Isso era assim até alguns anos atrás. Até 10 anos atrás, talvez até menos. Porém, hoje em dia, como é muito comum que haja computadores de grande porte montados em arquitetura de plantas, você agregar computador pra fazer um computador maior, o método de Jacobi voltou a ser melhor, porque ele é um método possível de ser implementado numa arquitetura paralela. Enquanto o método de Gauss-Seidel não. Então professores que tenham uma certa vivência com esse salto tecnológico, com os avanços da tecnologia e da computação paralela e coisas assim, conseguem levar esse tipo de informação pra dentro da sala de aula. Mas isso depende da bagagem do professor também. Quem não tem uma vivência com computação paralela não pode. (B)

O professor S afirma que:

> Já existia naquela época, né, mas não era, por que você não tinha laboratório, em 94 ainda tava começando. Como depois eu só fui voltar no Cálculo I em 97, 98, 4 anos depois, que aí, no caso da federal de São Carlos, já havia um laboratório de informática implementado, então isso ficou fácil de você agregar na aula, de acrescentar o recurso. Mais nesse sentido, agora,

> no início, eu tinha conhecimento, foi uma ferramenta de trabalho do meu doutorado. Eu tinha domínio do uso de programas e ferramentas. Agora, na aula mesmo, só veio surgir mesmo em 98, anos depois. (S)

Continuando, o professor acima referido, fala sobre a necessidade de uso do computador nas aulas de Cálculo, o professor S afirma que:

> Se tornou né....acho que se tornou...não tem como você...a mesma coisa que você virar pra um cara de pesquisa que ele não vai usar a internet. Por mais idoso que ele seja, vai ter que fazer parte da pesquisa hoje em dia esse recurso. Até pra ele mandar um artigo de pesquisa ele tem de usar a internet, não tem como ele se exclui do processo, então o computador aí no caso, não tem como você se excluir do processo, você tem que utilizar. (S)

Ainda justificando a necessidade e as possibilidades que o aparecimento do computador nas aulas de Cálculo pode trazer, em um exemplo de situação como de aumentar a precisão de um determinado cálculo, afirma que:

> Quero com 30 casas decimais...isso a gente não faria, por que não tinha como, a calculadora com 9 casas era o máximo. Então possa haver uma troca de enfoques (S).

As análises dos excertos serão comentadas no Capítulo 5, item 3, e auxiliarão nas conclusões do trabalho.

5.2 A Perspectiva didático-pedagógica

Nosso objetivo consiste em descrever, evidenciar e interpretar formas de ensinar e aprender os conceitos de Cálculo, relacionados às TIC, objetivando mostrar as possíveis influências, limites e potencialidades nos processos de ensinar e aprender CDI.

As fontes de pesquisa que utilizaremos e que nos dão pistas sobre isso são também os livros e os Depoimentos de professores que lecionam essa disciplina. Usaremos ainda alguns exemplos da prática de um professor de Cálculo, com a descrição de algumas atividades desenvolvidas no Mini-curso executado no X ENEM (Anexos G e I) e em aulas de Cálculo ministradas na UNESP, campus de Rio Claro.

Nos livros pesquisados podemos verificar em alguns enunciados de exercícios propostos formas diferentes de abordar o conteúdo. Como por exemplo:

> 73. Obtenha os gráficos das funções dadas em uma mesma tela. Como esses gráficos estão relacionados?

$y = sen\,x\ ;\ -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}\ ,\ y = sen^{-1}x, y = x$
(STEWART, 2006, p. 77)

Outro exemplo:

29. Faça o gráfico dos membros da família de funções $f(x) = \ln(x^2 - c)$ para vários valores de c. Como o gráfico se modificará quando c variar. (STEWART, 2006, p. 79)

Sabemos que na prática em sala de aula, desenhar uma quantidade muito grande de gráficos de funções torna-se uma tarefa bastante difícil e trabalhosa. Acrescentamos um grau de dificuldade a esse fato quando as expressões não são as mais amigáveis (estruturas algébricas mais simples), como as das equações lineares ou mesmo as de segundo graus. Nesse sentido, os exercícios propostos só fazem sentido com a utilização de calculadoras gráficas ou computadores. Outro fato interessante é que a observação de vários gráficos numa mesma tela requer que tenham sido construídos com um grau maior de precisão matemática, ação que a mão livre se torna bastante difícil.

Com relação aos Depoimentos dos professores podemos observar vários indícios de mudanças das formas de ensinar com o aparecimento da tecnologia.

O professor JB comenta que próximo aos anos de 1979 e 1980 chegou a usar uma calculadora e computadores tipo Aplle e o PC500 nas aulas de Cálculo Numérico, mas não durante as aulas, e sim como suporte paralelo, como descrito a seguir:

> Aqui particularmente em Rio Claro o Cálculo Numérico precisava de muitos, muitos cálculos, então aqui, inicialmente, a gente usava uma calculadora comum. Depois a Geologia tinha uma calculadora que era do Landim e essa calculadora aceitava programas. Faziam os programas numas fitas desse tamanho e dessa largura. Aceitava programas. Era meio enjoada, mas aceitava programa. Então a gente usava essas fitinhas. Foi uma melhoria. Depois apareceu um computador. O primeiro computador que nós vimos por aí era um tal de Apple. Eram 60 k de memória. Absurdo mesmo! Quando a gente tava fazendo os cursos lá em São Carlos tinha um computador IBM então a gente fazia os trabalho de computador e você tinha que perfurar uns cartõezinhos e levava lá...a gente usava a linguagem Fortram na época. Deixava os cartõezinhos lá por que não processava na hora. Tinha uma sala grande pro computador com ar condicionado ... a manutenção do computador era a própria IBM que fazia e ele tinha também uma memória menor que esse com Apple... era enorme....daí tinha os cartõezinhos e você ia ver e tinha uma vírgula no lugar que era pra ser um ponto, aí na outra semana pra você levar lá pra corrigir, aí aparecia o erro noutro lugar, essa era a vida da gente. Mais uma semana esperando...daí quando apareceu esse Apple...que maravilha.. primeiro efeito muito bom. Você não tinha que bater o cartão. Vinha na tela, você podia corrigir direto lá...gravava em disquetinho..o Apple não era

> disquete...o .....conseguiu adaptar uma fita cassete...gravava em fita cassete...(JB)

Comenta ainda, que o fato de não haver recursos computacionais ou de calculadoras, atrapalhava o andamento da aula, pois os alunos não faziam os exercícios em sala, e na hora da prova era problemático a situação, como afirma

> Não eles não apresentavam na aula. A gente só dava os exercícios. Não havia uma cobrança desse jeito. Aí quando chegava a prova aí que...eu não me lembro mais se a gente permitia que eles usavam calculadora, ou coisa assim, era problemático, era problemático dar prova dessa coisa, não dá pra controlar... não dá... então a gente judiava da gente mesmo e judiava dos alunos também. A falta de equipamento era terrível, terrível nessa área minha de Cálculo Numérico, de Análise.. muito. (JB)

Embora o professor JB se encontre aposentado, arrisca-se a dizer que hoje em dia suas aulas poderiam ser diferentes

> Nos tempos modernos, eu parei de dar aula...eu aposentei... eu to vendo os alunos apresentando trabalho agora com vídeo show.... ah, outra coisa!!!.... Assim que eu queria dar uma aula!! Dá o processo e mostra no vídeo show, aquilo sendo processado. (JB)

Afirma ainda, que o ensino de Cálculo, ou disciplinas afins como o Cálculo Numérico e a Análise mudou com o aparecimento das TIC, conforme suas palavras:

> Mudou por que eu já parecia que tinha uma máquina pra fazer isso. A parte de Cálculo numérico sempre pressupõe que você tenha máquina pra fazer o cálculo... (desde o inicio que o senhor começou a dar aula) ou máquina manual.. só que na máquina manual o tempo que você iria demorar e um absurdo. Ia ver o resultado quando?? ... É que a gente dava as coisas que era compatível. Que não envolvia tantos cálculos. Um problema muito simplório. Você pede pro cara resolver uma equação do terceiro grau... polinomial do terceiro grau. O cara aprende na teoria a formula pra resolver isso. Eu pergunto: você já usou a fórmula daquilo lá? Não é fácil! (JB)

Porém, com relação à necessidade de uso das tecnologias computacionais para o professor, sua visão é de que não é imprescindível a utilização de softwares para a disciplina de Cálculo.

> Eu tenho a impressão que o professor de matemática não é não, mas professor de Cálculo Numérico eu acho que é interessante. (Professor de Cálculo Numérico ou Cálculo?). Cálculo Numérico! Do tipo vídeo show, você dá um processo e o cara vê como é que a convergência está se realizando na vista dele. (JB)

Chega a afirmar que o uso de *software* poderia dar uma discussão diferente em aula, como por exemplo, em uma situação envolvendo funções do tipo $sen\frac{1}{x}$:

> ...é pra solução na vista dele, ou divergindo. Aí ele vai sentir que tem processos bons convergindo na vista dele rápidos convergentes que convergem e que não convergem também e aí eu acho bom de ver na hora lá. Muito importante durante a aula. E mesmo os métodos que são bons pra resolver umas equações. Tem equações que são estáveis e tem algumas que

> dão uma loucura. Mesmo por que quem faz analise matemática, olhar o gráfico das funções. Uma função muito seria que dá muita discussão é a famosa seno de um sobre x. E você percebe que essa oscilação que você fica: ela é contínua? Uma loucura? Perto do zero aquilo fica uma loucura!! Verdadeiramente louco. (JB)

Completa ainda, dizendo que o computador não iria mudar a situação, mas, conforme suas palavras:

> ...o cara, ele iria ver um problema que está acontecendo. Ele teria um problema de Cálculo Numérico e um problema de analise normal. Por que o passo, no computador as palavras tem um comprimento limitado. Na analise não tem comprimento. Na analise matemática o comprimento é livre. No Cálculo nas máquinas, as palavras e o número tem comprimento limitado. Aquelas coisas vão dar loucura. Alguma coisa fora dessa numeração, fora desse espaço, fora do comprimento dos números. Então não tá valendo nada. Fica muito visível pro aluno ver esse problema da oscilação rápida nessa função (JB)

O Professor JB adverte para possíveis erros que a maquina não consegue solucionar, principalmente em sua limitação ao exibir algum tipo de gráfico.

> ...a máquina é enganadora por que como ela é limitada, dá o resultado limitado, esse cara pensa que terminou. Não terminou. É que a máquina não foi capaz. O que ela trabalha, de certa forma, esconde a verdade, por que é uma espécie de cegueira. Se você não esta vendo o que está acontecendo propriamente e vai confiar nos números e está confiando errado. (JB)

Essa postura mostra uma desconfiança na tecnologia. Ao mesmo tempo em que o professor a apóia, demonstra muita importância em se saber a teoria, vejamos o depoimento a seguir:

> A medida do segmento é continua, mas o numero que exprime não é, é discreto. No caso do computador ele é discreto. Basta você vê, como é que você representa a raiz quadrada de 2, como é que você representa PI, são dois números de qualidade diferente. Um é irracional algébrico e o outro é irracional transcendente. Você tem uma equação que o coeficiente é PI, polinomial, mas o coeficiente é PI, é difícil você usar o computador pra funcionar, você vai pro PI lá? O PI entra no computador com quantas casas?... Então, as duas não pode divorciar. A hora que ele vê o fenômeno que a máquina produz ele tem que ter a teoria mais fina pra dizer, não aquilo lá está acontecendo pro conta disso aqui. (JB)

E complementa:

> O que quero dizer é no Cálculo Numérico é pra usar essas maquinas sim. Mas o que quero dizer é que você não pode se divorciar da teoria, você não pode ficar só na máquina, na coisa... por que senão você vai se perder, vai dar informação errada...tem que casar, tem que ponderar. Na verdade todas as coisas você tem que analisar mais finamente.(JB)

Ainda mostrando a importância em poder usar o computador quando dava aula, o professor afirma que a falta de equipamento prejudicou suas aulas:

> Na verdade enquanto eu era professor de Cálculo Numérico eu tinha tudo mais ou menos estável. Uma teoria bem arrumada, bem formulada e agente lecionava aquilo lá. A hora que passou pra Analise Numérica, sem equipamentos, que era nosso caso, eu fiquei devendo pros alunos. Devo até hoje. (JB)

Durante toda a entrevista o professor JB mostrou-se favorável a utilização da tecnologia, principalmente os computadores e projetores multimídia, porem sempre com uma postura conservadora em relação a importância de se saber a teoria, o que poderia ser resumido em sua frase: “Nunca divorciar teoria e prática” (JB), lembrando que a palavra prática aqui foi utilizada nos processo de utilização e visualização dos resultados pelo computador.

Uma observação a ser feita é a de que, de acordo com a leitura da transcrição da Entrevista, podemos perceber que em nenhum momento o professor JB se mostra influenciado pelas perguntas, mostrando posicionamentos fortes em suas respostas.

Com relação as respostas encontradas na transcrição da Entrevista do professor J, podemos destacar que ele já iniciou a utilização de computadores no ensino nos anos de 1974, juntamente com outros professores.

Uma de suas experiências marcantes foi a de que, inicialmente acreditou que o sucesso da experiência desenvolvida com esses professores na implementação de atividades utilizando os softwares se deu pela utilização da tecnologia. Porém, com a defesa da Tese de um de seus orientandos percebeu que o êxito se deu principalmente pela formação do grupo e do trabalho em conjunto.

> O Arlindo quando foi estudar tinha certeza, e eu também tinha, acompanhei de perto o trabalho dele, que era a introdução da tecnologia que tinha mudado isso. E a hora que ele começou a trabalhar com os professores, monitores e tutores, ele descobriu que a força atrás dessa mudança na aprendizagem de Cálculo, no ensino, mas na aprendizagem também, vinha de fato (nossas aulas eram das 8 as 10, segunda, quarta e sexta) só que sexta-feira, das 10 ao meio-dia tinha reunião de todo mundo: coordenadora, auxiliar de coordenação, professores, monitores e tutores. Havia professores em exercício do doutorado, do mestrado, e os alunos de graduação que eram monitores, e todos davam palpites. E a gente montava as próximas atividades nessas duas horas. E a gente verificou que essa troca de experiência, essa discussão coletiva, bem Paulo Freire mesmo, a gente tinha mais horas pra ver o mundo e dialogicamente construir...(J)

Sobre a utilização do software, o professor J afirma que

> Você ta manipulando, você tá dominando os procedimentos. Aí quando você precisar, no seu emprego como Engenheiro Elétrico, fazer um projeto, você domina o processo. E se domina o Mathematica, você domina o Maple, o Reduce, e domina o Derive... e domina o que aparecer pela frente. Você domina o conceito. (J)

O que mostra claramente o aspecto de “convergência das tecnologias” (Castells, 1999), mostrando que ao saber um determinado software, ou ter algum conhecimento de algumas tecnologias, isso já o faz apto a saber de outras que estão a sua volta.

O professor J lembra que existem outros tipos de práticas e conhecimentos não eletrônicos que poderiam sofrer as mesmas críticas que o uso de calculadoras e computadores recebe por alguns educadores. Nesse sentido afirma que

> Você deve ter ouvido falar do tempo de aluno que tinha professores que proibiram de usar a calculadora na prova de Cálculo. Infelizmente proibiram logaritmo. Por que aquilo é uma calculadora que transforma multiplicação em soma. Então você limita, o professor diz: Na minha aula eu proíbo os logaritmos. Onde vai parar o raciocínio se ninguém multiplica mais. E o resultado é inexato. Mas era o jeito que a humanidade tinha pra calcular o que tinha de calcular. Tão inexato quanto a calculadora hoje que usa um sistema digital. Mas, a história da matemática é interessante também, pros alunos perceberem duas coisas. Um: o que hoje é verdade típica amanha é bruxaria. A frase é do Rubem Alves. (J)

Sobre a relação da escola e os computadores, o professor J mostra o quanto a instituição de ensino não mudou em relação a outras instituições, e a existencia de professores que não acompanham essas mudanças.

> Há colegas que dão aula, como eu tive aula, na década de 60, há 50 anos atrás. A 50 anos atrás não tinha TV colorida a válvula. Não é que não tinha LCD. Telefone celular não existia, a sombra. Existia o Dick Tracy, nas historias em quadrinhos, em que ele falava no telefone no relógio dele, mas não existia telefone celular, existia telecomunicação por radio. Talvez a Xuxa tivesse nascido, mas não tinha a Turma do Balão mágico. Ninguém sabe o que é isso hoje. Injeção eletrônica existia, mas não era costumeira, quer dizer, eu consertava meu fuscão, eu achava ferramenta pra consertar meu fuscão no açougue. Hoje não, por que o carro quebra tem que trocar a placa inteira. É uma desgraça. Tem de chamar alguém que entende de eletrônica. O Ubiratan diz que o ensino de Cálculo DOI (o D eu esqueci) Obsoleta e Inútil. O D eu não sei se era desmotivado, desatualizado. E o Cálculo não é mais como esse Cálculo, o Cálculo da abstração é com o giz, mas o Cálculo sem o computador eu acho que não faz sentido, mas tem gente que não usa. (J)

Mostrando empolgação e confiança na utilização de computadores em suas aulas, afirma que, se tivesse os recursos que existem hoje, aposta em dizer que faria muito mais.

> Quando a gente deu aquela aula lá atrás, o Ubiratan orientou uma tese observando o que a gente fez, misturando o ensino de Pascal, com introdução a computação, como calculo. Aí teve um aluno de uma tese do Ubiratan, daquelas teses da OEA. Quando a gente fez aquilo a gente nem sonhava em ter o Mathematica, o Maple, o Derive, o Reduce, o Eureka. Nem sonhava em ter ma coisa assim. Se já pensou a miséria que a gente teria feito se a gente tivesse esse tipo de coisa. (J)

Sobre sua opinião sobre a prática do uso dos computadores em aulas de Calculo, o professor J utiliza um exemplo para mostrar sua confiança e ao mesmo tempo uma surpresa nos resultados obtidos:

> Use um método qualquer pra achar a raiz dessa função. Método de Euler, método da bipartição, método de Newton, método da secante. A gente ensinava direitinho. Você chega hoje, na sala com computadores e diz pros alunos: Acha! Método numérico. Um aluno pode dar roots no MatLab e acha aquela raiz. Um outro aluno fez isso e o que eu podia falar, e o que eu podia falar, por que eu não disse qual método era, fez o gráfico e foi dando zoom. Até que chegou na tela do computador que os 4 números que apareciam era o mesmo, e a função ficava deitadinha passando ali pelo zero, então, os números que davam ali no computador eram diferentes, mas a expressão com 4 algarismos, era, sei lá eu, 2,41523 , 1 , 3 , 7 e , 8, mas ele só escrevia o 4, 1523, a outra não aparecia, mas aparecia o gráfico, ou seja, a raiz era 4, 21523, com aproximação até a 4 casa decimal. Pronto, é uma tecnologia, um método que faz sentido, uma tecnologia que faz sentido. (J)

Mas nem por isso faz críticas a alguns tipos de softwares que se propõe apenas a dizer se determinadas respostas a perguntas previamente formuladas estão certas ou erradas, e exemplifica um tipo de software que acha interessante:

> ...você já deve ter visto ou ouvir falar aqueles softwares que se você acertar a conta de 12 mais 7, se você puser 18 ou 20 o software desenha um acarinha chorando. Eu passo. Agora a professora Joice que era da USP, hoje dá aula no Senac, tinha um software pra resolver exercícios de Cálculo Numérico. E o software acompanhava o que o aluno tinha feito. Se ele fazia 18 tentativas, e na base do chute achava a resposta, ou se o cara fazia 3 tentativas. Ele acompanhava isso, fazia um histórico. Isso é um software que enriquece muito o trabalho de avaliação do professor, um passo que há outros softwares que aumentam o alcance da ferramenta mental. Então esse tipo de software é necessário. Por que tira a ênfase da repetição. (J)

Com relação a afirmar a necessidade da utilização de calculadoras num curso de Cálculo, o professor J afirma que um curso deste sem calculadoras “é capenga” (J). Ele faz um paralelo com a transmissão de futebol pela televisão e pelo radio, afirmando ser muito mais emocionante a transmissão apenas do som. Já para a transmissão de uma corrida de Fórmula 1, não faria sentido. Isso mostra o quanto determinada tecnologia deve ou não ser aplicada em cada situação.

Com relação aos professores com menos tempo de profissão docente, podemos verificar uma postura mais conservadora em relação à utilização de computadores nas aulas de CDI.

O professor B afirma que utiliza mais o projetor multimídia em suas aulas do que propriamente um determinado software, mas chega a afirmar que o a incorporação dos computadores nas aulas mudou sua maneira de dar aula.

> Ela mudou no sentido de que eu tiro proveito desses recursos, tipo projetor multimídia, de poder fazer uma apresentação, de poder exibir na hora o método rodando, o método funcionando. Rodar o método dentro da sala de aula pra que o aluno veja acontecendo. Era uma coisa impossível de ser feita quando eu era aluno, há 15 anos atrás, alguma coisa assim. Ninguém tinha um computador, um projetor, ninguém tinha um projetor multimídia na época, então não era uma coisa que pudesse ser feita dentro da sala de aula. Então mudou nesse sentido. Não sei se chega a ser uma mudança profunda, é mais uma mudança de forma. (B)

Considera a tecnologia como um "complemento" (B) na sala de aula. Com relação à necessidade de sua utilização, afirma que

> Ela não é imprescindível. Acho que um aluno poderia aprender Cálculo Numérico mesmo sem ter esse tipo de recurso. De fato, nós aprendemos, nós chegamos aqui. Então eu acho que ela complementa, é uma coisa que ajuda, mas ela não é imprescindível. (B)

Sua opinião com relação a incorporação da tecnologia na sociedade e na escola é a de que

> a tecnologia caminha numa velocidade e a incorporação disso aí dentro da sala de aula é mais lenta. Porque não basta que a tecnologia tenha mudado pra que seja implantada na sala de aula. As pessoas têm que mudar também, as pessoas têm que absorver isso daí. Então a tecnologia que temos hoje vai ter um impacto na sala de aula talvez quando os alunos de hoje forem os professores. Acho que essa transição é mais lenta do que a tecnologia. Parece que a tecnologia é muito rápida e tudo isso vai acontecer agora. (B)

E ainda sobre a aceitação ou não dessas mudanças por parte dos professores, o professor B classifica como uma postura em "inércia", da seguinte forma:

> Não diria que é uma rejeição. Eu diria que é uma inércia. Eu acho que o camarada que está acostumado, que dá aula há 10 anos, 15 anos, 20 anos, e não precisou dela, talvez não sinta a necessidade de uma tecnologia dessa nova. Se sente confortável fazendo o uso dos recursos que ele tem já. Eu acho que esses recursos vão passar a ser mais importantes na medida em que surjam pessoas que já sabem tirar proveito dele... Eu acho que a tecnologia vai ser incorporada e vai justificar mais "indispensável" na medida em que as pessoas que foram criadas nessa tecnologia assumam essas posições de levar pra frente. Não sei se é uma rejeição. Acho que é só uma inércia. (B)

Com uma postura semelhante, o professor S afirma que utiliza o computador em suas aulas mais na projeção das aulas na parede, utilizando o projetor multimídia, e fazendo o que chamou de "slides dinâmicos", quando mostra para a turma o software calculando ou mesmo um gráfico que possibilite manipulá-lo.

Porém, teve algumas experiências mais "agressivas" (S) com a possibilidade de uso de laboratórios de informática nas aulas de Cálculo:

> a Federal de São Carlos, é bem agressivo o uso do computador, houve um grupo de professores que elaboraram um material, era suposto que você

> levasse os alunos, todos os professores já começam o curso com um número de hora no laboratório que tinha de cumprir. É muito mais agressivo que aqui, aqui fica mais voluntario do professor utilizar. (S)

Considera o computador como um acelerador, no processo de aprendizagem, porem, alerta para o fato de haver perdas, no sentido de que quando o aluno apenas executa o comando, não incorpora o conhecimento, ou seja, não constrói o conhecimento.

> Talvez haja uma perda, por que, aquilo ficava. Quer dizer, quando você tava trabalhando, fazendo a pessoa entender aquilo. Todo aquele processo, aquele processo fica. Talvez como computador, ele viu, entendeu, mas aquilo não ficou, não se construiu o conceito abstratamente na mente dele. Você pode correr esse risco. Nesse sentido acho que se tornou parte da vida da gente. (S)

Porém, assim como todos os professores anteriores, afirma que gostaria de utilizar mais os recursos computacionais em sala de aula.

Com relação à prática do professor, podemos exemplificar com um exercício proposto por nós durante o Mini-curso comentado anteriormente (Anexo I). As atividades foram de dois tipos: apresentar o Maple e os comandos básicos para a sua utilização, e, ainda, discutir atividades e formas de apresentação do Maple para que conceitos de Cálculo fossem trabalhados em sala de aula.

Depois de apresentado os conceitos básicos, foi sugerido aos participantes a seguinte questão:

> O que é necessário saber sobre uma função? Que tipo de informação os conceitos de Cálculo revelam sobre uma função? Elabore uma lista de comandos no Maple e uma apresentação para que os conceitos e resultados importantes sejam estudados sobre uma função.

Uma possível apresentação poderia ser a seqüência de comandos a seguir[67]:

```
> f := x->(x^2+x-6)/(x^2-1):
> 'f(x)' = f(x)
> 'Fatoração de f(x)' = factor(f(x))
> 'Exibindo as raízes' = solve(f(x) = 0)
> 'f é par se f(x) = f(-x), e f(-x)' = f(-x)
> evalb(f(x) = f(-x))
> 'f é ímpar se f(x) = -f(-x), e-f(-x)' = -f(-x)
> evalb(f(x) = -f(-x))
> 'Pontos de descontinuidade' = discont(f(x), x)
> d := discont(f(x), x);
> Limit(f(x), x = d[1]) = limit(f(x), x = d[1])
> Limit(f(x), x = d[2]) = limit(f(x), x = d[2])
```

[67] O símbolo " > " usado das linhas de comando fazem parte da estrutura sintática do software Maple.

```
> Limit(f(x), x = d[1], left) = limit(f(x), x = d[1], left)
> Limit(f(x), x = d[1], right) = limit(f(x), x = d[1], right)
> Limit(f(x), x = d[2], left) = limit(f(x), x = d[2], left)
> Limit(f(x), x = d[2], right) = limit(f(x), x = d[2], right)
> Limit(f(x), x = infinity) = limit(f(x), x = infinity)
> Limit(f(x), x = -infinity) = limit(f(x), x = -infinity)
> plot(f(x))
> plot(f(x), x = -5 .. 12, y = -20 .. 20, discont = true, gridlines, adaptive = true)
> with(plots);
> F := plot(f(x), x = -10 .. 18, y = -10 .. 10, gridlines, legend = f(x))
> ah := plot(1, x = -10 .. 18, color = blue, legend = 1, style = point, symbolsize = 4)
> display(F, ah)
> Diff('f(x)', x) = diff(f(x), x)
> Fatorando .. Diff('f(x)', x) = factor(diff(f(x), x))
> 'Pontos críticos de f(x)' = solve(diff(f(x), x) = 0)
> c := solve(diff(f(x), x) = 0)
> 'Pontos críticos com valor aproximado' = evalf(solve(diff(f(x), x) = 0), 4)
> Diff('f(x)', `$`(x, 2)) = diff(f(x), `$`(x, 2))
> Fatorando .. Diff('f(x)', `$`(x, 2)) = factor(diff(f(x), `$`(x, 2)))
> 'Teste da derivada segunda no*ponto*crítico' = factor(((D@@2)(f))(c[1]));
> evalf(factor(((D@@2)(f))(c[1])), 6)
> 'Teste da derivada segunda no ponto crítico' = factor(((D@@2)(f))(c[2]))
> evalf(factor(((D@@2)(f))(c[2])), 6)
> 'O gráfico corta a assíntota em x' = solve(f(x) = limit(f(x), x = -infinity))
> Pontos de inflexão = evalf(solve(diff(f(x), x, x) = 0))
> i := solve(diff(f(x), x, x) = 0)
> G := plot(f(x), x = -8 .. 18, y = -15 .. 20, discont = true, gridlines):
> l := plot([[c[2], f(c[2])], [c[1], f(c[1])]], style = point, symbol = circle, color = black,
      symbolsize = 12):
> s := plot([[i[1], f(i[1])]], style = point, symbol = circle, color = green, symbolsize = 12):
> display(G, l, s, ah)
```

Depois de executar os comandos anteriores, o software Maple apresenta várias informações sobre a função, como suas raízes, paridade, pontos de descontinuidade, limites importantes, pontos críticos, pontos de inflexão e executa alguns testes. Um dos resultados visuais é mostrado no Gráfico 1 a seguir:

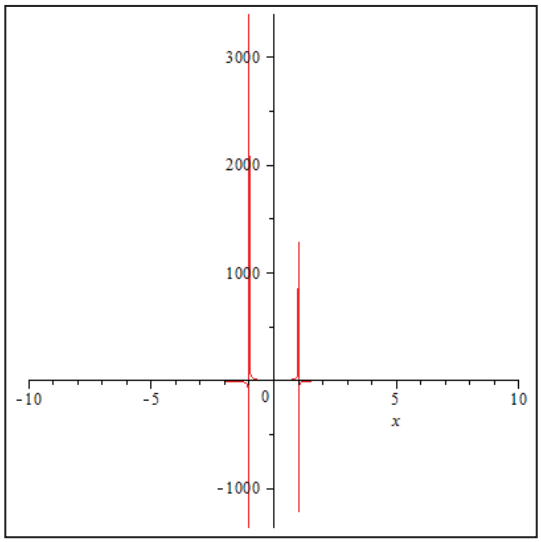


Gráfico 1: Função no Maple

Esse primeiro gráfico foi executado sem parâmetros, ou seja, o próprio software escolheu a relação entre os eixos, mostrando um gráfico que nos dá poucas informações sobre a função. Após refletirmos sobre as informações colhidas, podemos estipular parâmetros melhores para obter o Gráfico 2 a seguir:

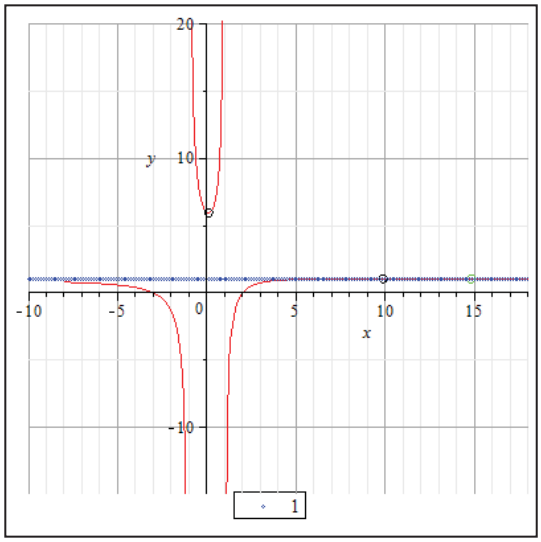


Gráfico 2: Função no Maple com parâmetros escolhidos

As observações relatadas nos Capítulos 5, itens 1 e 2, serão analisadas a seguir, buscando as inter-relações das duas perspectivas anteriormente elencadas.

5.3 A Coda

A partir dessas duas perspectivas, delineamos uma Coda – a qual fornece uma síntese conceitual das perspectivas (1) que relaciona a Perspectiva Histórica e (2) que relaciona a Perspectiva de Ensino e Aprendizagem – mostrando-nos, como se vê no Diagrama 3, um Cenário de Investigação teórico-metodológico.

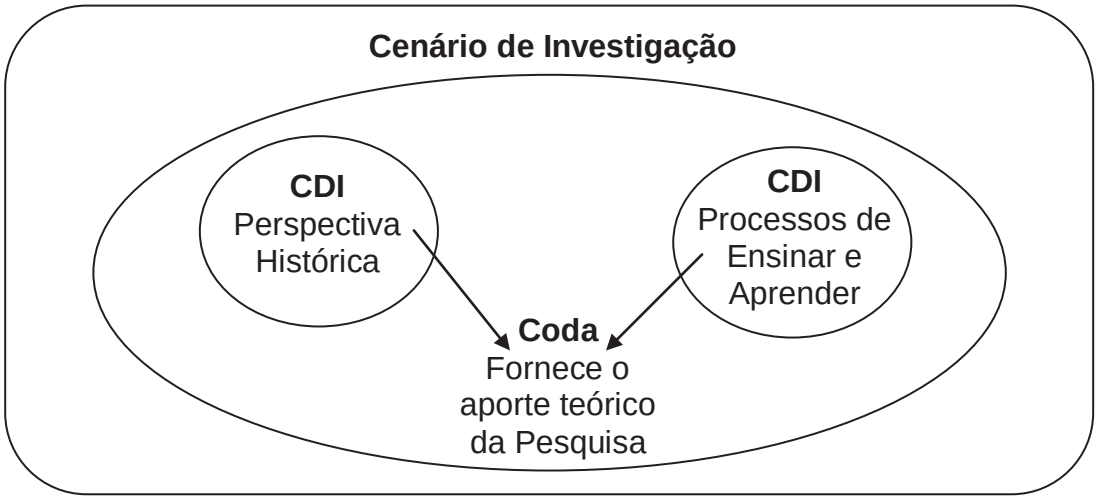


Diagrama 3: Composição do Cenário de Investigação

O Cenário de Investigação viabiliza-nos percorrer, em busca dos objetivos deste trabalho, um caminho entre a teoria e a prática, contextualizando as TIC nesse cenário.

Embora consigamos relacionar fatos em separado nas duas perspectivas, julgar a não dependência entre eles foi uma tarefa difícil. Tivemos, como foco, determinar a Perspectiva Histórica (1), relacionada no Capítulo 5, item 1, aquilo que não tinha incidência direta com a prática em sala de aula. Buscamos então os registros das mudanças provocadas no desenvolvimento histórico do Cálculo pelo aparecimento das TIC, consultando os livros pesquisados e considerando as Entrevistas, especificamente no processo de formação dos docentes. Nesse processo, evidenciamos algumas dimensões descritas a seguir:

Dimensão Lingüística: podemos observar nos livros do Período 3 (livros novos, editados a partir da década de 90) a inserção, em seus textos, de novos símbolos e códigos para a descrição de exercícios nos quais o aluno/leitor deve utilizar das TIC no processo de resolução dos mesmos. A utilização dessa nova linguagem acompanha, a partir da década de 80, o aparecimento e popularização das

tecnologias computacionais, paralelo ao processo de popularização dos computadores pessoais inicializado nessa mesma época. Novos símbolos, como o @ (arroba, usada nos endereços de email), *que indica a necessidade de uso de uma calculadora,* e novos termos como *CAS (Sistema Algébrico Computacional), plotar (que pode ser entendido como desenhar um gráfico ou mesmo imprimir um determinado exercício)* entre outros são encontrados nos novos livros juntamente com os tradicionais textos matemáticos.

Dimensão Formalista/Epistemológica: no processo histórico, a dimensão formalista foi também atingida no âmbito de ensino e aprendizagem. As TIC foram utilizadas para acompanhar a prática da intuição como, por exemplo, na citação dos encaminhamentos sugeridos no livro de Stewart (2008) a respeito de uma abordagem sugerida na Conferência de Tulane, citada no Capítulo 5.

No mesmo sentido, as TIC são sugeridas como parte integrante do aprendizado do aluno, objetivando proporcionar novas formas de leitura do problema (como por exemplo, nos gráficos) e na manipulação dos dados sugeridos utilizando algum tipo de *software*. Pudemos constatar também que, nos depoimentos dos professores mais antigos, caso esses tivessem acesso a essas novas tecnologias nos anos em que lecionaram, as aulas seriam enriquecidas e mais exploradas.

Dimensão Sócio-cultural: observamos, nos processos de formação docente descritos pelos professores entrevistados, principalmente na formação dos professores com menor tempo de atuação em sala de aula, que o aparecimento das TIC permeia o processo gradativamente. Porem, de acordo com os relatos das Entrevistas, todos os professores tiveram mais contato com a tecnologia na prática do que durante sua formação acadêmica.

A participação, por exemplo, do professor S em grupos de professores que utilizavam *software* para o ensino de Calculo foi primordial para inseri-lo nessa prática. No caso do professor J, a participação em grupos de pesquisa interessados em conhecer e desenvolver novas estratégias de utilização do computador nas aulas de cursos de graduação foi relevante.

No caso da Perspectiva de Ensino e Aprendizagem (2), descrita no Capítulo 5, item 2, tivemos como foco, determinar pontos que revelavam uma incidência direta nos processos de ensinar e aprender Cálculo, ou seja, na prática de sala de aula. Nesse processo, evidenciamos algumas dimensões descritas a seguir:

Dimensão Lingüística: pudemos observar as mudanças provocadas nos livros, principalmente no Período 3, quando nesses encontramos novos enunciados de exercícios fazendo alusão a utilização das TIC no processo de resolução. O caráter investigativo também é observado, incentivado pela resolução de exercícios contendo dados experimentais, os quais resultam em cálculos cuja necessidade de utilização do computar ou de calculadora se faz obrigatória para que a atenção ao objetivo do exercício não seja desviada para o excessivo numero de cálculos.

Formalista/Epistemológica: pudemos observar a existência de situações em que a experimentação ganhava força no processo de ensino e aprendizagem mesmo considerando a concepção Formalista vigente. No relato dos professores entrevistados, pudemos verificar que a ênfase na experimentação nas situações em que o computador era utilizado é uma das características da utilização das TIC no ensino de Cálculo.

Sócio-cultural: pudemos identificar nos processos de formação docente descritos pelos professores entrevistados, que o aparecimento das TIC se mostrava presente, num processo gradativo. O perfil e realidade sociocultural dos professores entrevistados, principalmente aqueles com menor tempo de atuação profissional, indicam de forma bastante concreta a necessidade de se preparar profissionais no campo da docência que tenham uma formação para atuar com a utilização das TIC.

Outro momento observado foi a declaração de um dos entrevistados com mais tempo de carreira (prof. JB) quando se refere a utilizar os mesmos livros textos que o local de origem de formação acadêmica, e ainda, sobre a influência exercida na maneira de abordar a disciplina estimulada por se adotar livros de Calculo de origem americana ou européia.

Nesse sentido, pudemos evidenciar as Dimensões Lingüística, Formalista, Epistemológica e Sociocultural presentes nas pesquisas, nos relatos dos professores entrevistados, nos livros e na prática do professor de Cálculo.

Considerações Finais

As Considerações Finais desta pesquisa foram elaboradas objetivando mostrar ao leitor os cruzamentos dos dados obtidos junto à teoria pesquisada e, dessa forma, possíveis caminhos que delineiam resposta à questão investigativa.

Desde o início do trabalho, uma pergunta guiou-nos nesse processo. O fio condutor da pesquisa, também chamada de *questão investigativa,* foi assim elaborado:

> **Quais são as dimensões teórico-metodológicas presentes nas inter-relações do Cálculo Diferencial e Integral e as Tecnologias Informacionais e Comunicacionais em uma perspectiva histórica e de ensino e aprendizagem?**

Essa questão nos fez elaborar o principal objetivo da pesquisa, o qual foi *investigar e evidenciar,* no curso superior, *em uma perspectiva histórica e de ensino e aprendizagem, as dimensões teórico-metodológicas presentes nas inter-relações do Cálculo Diferencial e Integral e as TIC*.

Utilizamos para tal uma Metodologia de Pesquisa Qualitativa, alicerçada em preceitos da Pesquisa Qualitativa (BOGDAN e BIKLEIN (1998) e LUDKE e ANDRÉ (1986), entre outros também baseados no Paradigma Indiciário, implícito nas concepções de Ginzburg (1989, 2007).

As perspectivas histórica e de ensino e aprendizagem foram evidenciadas no Capítulo 5 (itens 1 e 2). Na perspectiva histórica pudemos descrever os registros na história da ciência e da tecnologia relacionados à disciplina Cálculo Diferencial e Integral com o intuito de evidenciar a emergência das TIC. Para isso demos destaque a trechos dos livros pesquisados e excertos dos depoimentos dos professores entrevistados, por conter, no decorrer do tempo, o componente da prática social.

Pudemos então verificar como os livros começam a trazer, em seu conteúdo, evidências de indicações para utilização das TIC influenciando a prática do professor de Cálculo. Pudemos ainda verificar a influência de fatores como a realização de congressos que ressaltam a necessidade da inserção das TIC nos novos livros textos.

Da mesma maneira, verificamos no relato dos professores entrevistados a forma que utilizam ou desejariam utilizar as TIC em sua prática em sala de aula.

Na perspectiva didático-pedagógica, descrevemos, evidenciamos e interpretamos formas de ensinar e aprender os conceitos de Cálculo, relacionados às TIC, objetivando, desta forma, mostrar as possíveis influências, limites e potencialidades nos processos de ensinar e aprender CDI.

Nesse caso, uma característica importante a ser ressaltada é a mudança da linguagem dos livros e a inserção de nova simbologia para indicar que os exercícios sejam resolvidos com a utilização de um *software* ou calculadora.

Por meio do relato dos professores, pudemos observar as dificuldades enfrentadas pelos docentes com maior tempo de magistério no sentido das impossibilidades em proporcionar aos alunos maneiras mais práticas e rápidas no calculo e desenvolvimento da teoria das disciplinas. Outro ponto importante é o depoimento de que, caso se dispusessem da tecnologia que hoje está ao alcance da maioria dos alunos, suas aulas teriam melhoras quantitativas e qualitativas.

Pudemos ainda mostrar como os professores, com menor tempo de magistério superior, usam as TIC em sua prática ou ainda do modo que desejariam utilizá-la, devido a alguns problemas mencionados.

Com relação à prática do professor, pudemos exemplificar com um exercício proposto por nós durante o Mini-curso comentado anteriormente (Anexo I). As atividades foram de dois tipos: apresentar o Maple e os comandos básicos para a sua utilização, e, ainda, discutir atividades e formas de apresentação do Maple para que conceitos de Cálculo fossem trabalhados em sala de aula.

Além disso, tivemos por objetivo oferecer aos professores e pesquisadores em Educação Matemática um cenário teórico-metodológico envolvendo novas formas de ensinar e aprender conceitos de Cálculo Diferencial e Integral, evidenciando, por meio da perspectiva histórica, as influências, limites e possibilidades do uso da tecnologia no processo de ensino e aprendizagem.

Esse cenário pode ser delineado pelas pesquisas apresentadas, pelo relato dos professores entrevistados, pela descrição dos principais tópicos estudados no Cálculo Diferencial e Integral – Função, Limite, Continuidade, Derivada e Integral – contido nos livros e pela discussão da prática do professor em sala de aula, mostrando as possibilidades de abordagem da disciplina utilizando as TIC. Tivemos como exemplo disso as atividades mostradas no Anexo I.

A partir dessas duas perspectivas, delineamos uma Coda – a qual nos forneceu uma síntese conceitual das perspectivas (1) que relaciona a Perspectiva Histórica e (2) que relaciona a Perspectiva de Ensino e Aprendizagem, evidenciando as Dimensões Lingüísticas, Formalistas, Epistemológicas e Socioculturais presentes nas pesquisas, nos relatos dos professores entrevistados, nos livros e na prática do professor de Cálculo.

Inter-relacionando os resultados da pesquisa evidenciada nas Dimensões com nossa discussão inicial sobre como a tecnologia se apresenta frente a pratica do professor de Calculo, podemos esboçar alguns indícios, pistas e sinais sobre algumas questões relacionadas às mudanças nos modos de ensinar e aprender os conteúdos presentes na disciplina Cálculo Diferencial e Integral e sobre a utilização de softwares.

De acordo com as observações das Entrevistas, dos livros, da pesquisa bibliográfica e da prática em sala de aula, retomamos as questões levantadas no Capítulo 1, baseadas na leitura de Castells (1999).

Sobre a necessidade da utilização de computadores no processo de ensino e aprendizagem dos conceitos de Cálculo, observamos que ela foi mencionada por todos os professores entrevistados, contudo sempre justificada pelo fato técnico e não

tanto pela dimensão epistemológica, ou seja, não há como não usar a tecnologia nas aulas de Cálculo. Ela está presente nos livros e na prática diária das pessoas, porém, esse fato não tem uma ligação direta com um possível resultado diferente de quando não se utiliza a tecnologia.

Não foi citado nenhum conhecimento matemático (conteúdo) que só pode ser compreendido através da utilização dos computadores. Por outro lado, os exercícios e práticas em sala de aula mostraram a possibilidade de apresentar situações diferentes das tradicionalmente trabalhadas.

Da mesma forma, não pudemos afirmar que as novas maneiras de representar conceitos de Cálculo (gráfico, *applet* e planilhas) e a utilização de projetores em aula, favorecem o entendimento do conceito em relação ao modo tradicional. Embora tenhamos depoimentos de professores (prof. J. e JB) de que seria muito melhor a utilização da tecnologia no trabalho de alguns tópicos do Cálculo e também do Cálculo Numérico, evitaremos, por questões da dificuldade de se mensurar conhecimento adquirido de uma forma ou de outra, um juízo de valor.

Baseando-se nesse ponto, observamos que muitos alunos, professores e pesquisadores consideram a apresentação de um conceito utilizando um software como sendo de “mais fácil” aprendizagem aos novos alunos, mas se esquecem de que partem de um patamar diferente do ponto de vista epistemológico. Já conhecem o conceito, o que os colocam em situação diferente, proporcionando então uma difícil comparação da eficácia ou não do método em relação aos métodos mais tradicionais e sem o uso da tecnologia. Esse fato, de maneira alguma, descarta a importância da utilização dos computadores nos processos de ensino e aprendizagem das mais diversas disciplinas acadêmicas, mas salienta a responsabilidade de se colocar, como melhor ou pior que o ensino tradicional, o ensino via tecnologia.

Sobre os motivos pelos quais a comunidade escolar se ampara para, de certa forma, negar a utilização dos meios computacionais na escola, nota-se que o processo de entrada de tecnologias no ambiente escolar rompe esse discurso. Um exemplo deste fato foi a implementação de computadores nas escolas estaduais de São Paulo. Mesmo antes da preparação dos professores e da adequação física das escolas, todos os estabelecimentos de ensino público receberam laboratórios completos os quais, em muitos casos, ficaram sem utilização.

De acordo com o que pudemos constatar no depoimento dos professores, das pesquisas acadêmicas, na presença das referências acerca de sua utilização nos livros e da própria prática do professor, o computador tem sido utilizado. A cada momento uma crítica a sua não utilização é derrubada. Se um dia o problema era o preço do equipamento, novos computadores são lançados com preços mais acessíveis. Se o número de máquinas nas instituições educacionais preocupava, isso tem se resolvido. Da mesma forma as instalações inadequadas, a falta de técnicos presentes nas escolas, inexistência de softwares especializados e outras críticas vão se esvaindo com o passar do tempo.

Segundo Papert (1994), quando se refere aos efeitos da entrada da tecnologia na escola afirma que

> a mudança de um instrumento radicalmente subversivo na sala de aula para um obtuso instrumento no laboratório de computação não adveio de uma falta de conhecimento nem de uma falta de software. Eu o explico por uma inteligência inata da Escola, que agiu como qualquer organismo vivo defendendo-se de um corpo estranho. Ela ativou uma reação imunológica cujo resultado final seria digerir e assimilar o intruso. (PAPERT, 1994, P. 42)

Sobre a velocidade da implementação das novas tecnologias no processo educacional, notamos que ela é bem maior que a velocidade das adequações físicas dos espaços escolares e da capacitação dos profissionais da área educacional para a sua utilização. Nos depoimentos dos professores entrevistados chega-se a afirmar que, tão logo as novas gerações venham a ocupar os lugares dos atuais mestres, esse fato se dissipará.

Sobre como a implementação das novas tecnologias, como componente da revolução tecnológica, faz-se, a pesquisa revela que, independente ao aceite ou a recomendação pela comunidade acadêmica e escolar, epidemicamente ela adentra todos os âmbitos da escola, assim como na sociedade como um todo. Isso complementa a idéia da pseudo resistência imunológica citada por Papert (1994), retirando a discussão apenas do âmbito escolar e acadêmico.

Sendo assim, as cinco características elencadas por Castells (1999), que colocam as tecnologias como parte de uma revolução tecnológica, foram evidenciadas nesta pesquisa. A prática da utilização da "*tecnologias para agir sobre a informação*, não apenas informação para agir sobre a tecnologia" (CASTELLS, 1999, p. 108); a p*enetrabilidade dos efeitos das novas tecnologias*, o que coaduna com nossa hipótese do caráter epidêmico da tecnologia, pois, como "a informação é uma

parte integral de toda atividade humana, todos os processos de nossa existência individual e coletiva são diretamente moldados pelo meio tecnológico (CASTELLS, 1999, p. 108); a *lógica das redes*, como uma configuração topológica da complexidade do aparecimento das inovações na atividade humana; a *flexibilidade*, em que organizações e instituições "podem ser modificadas, e até mesmo fundamentalmente alteradas, pela reorganização de seus componentes" (Castells, 1999, p. 109); e a crescente *convergência de tecnologias específicas para um sistema altamente integrado*, "no qual trajetórias tecnológicas antigas ficam literalmente impossíveis de se distinguir em separado" (Castells, 1999, p. 109).

Logo, como enunciamos anteriormente, "a dimensão social da revolução da tecnologia da informação parece destinada a cumprir a lei sobre a relação entre tecnologia e a sociedade" (CASTELLS, 1999, p. 113), afirmação esta já proposta por Melvin Kranzberg (KRANZBERG apud CASTELLS, 1999, p. 113). KRANZBERG enuncia que "a tecnologia não é nem boa, nem ruim e também não é neutra" (KRANZBERG, apud CASTELLS, 1999, p. 113).

Castells completa que a tecnologia "é uma força que provavelmente está, mais do que nunca, sob o atual paradigma tecnológico que penetra no âmago da vida e da mente" (CASTELLS, 1999, p.113).

Foi mostrada na Coda (Capítulo 5, item 3) a presença das dimensões: Linguagem, Formalista/Epistemológica e Sócio-cultural, presentes nas pesquisas, nos relatos dos professores entrevistados, nos livros e na prática do professor de Cálculo..

Embora esteja evidenciada a presença das TIC nos processos de ensinar e aprender o Cálculo Diferencial e Integral concordamos com Castells (1999) ao analisar os reais motivos de sua presença nos diversos locais de nossa sociedade. Ao se analisar a presença das TIC nas Dimensões acima descritas, observamos características que se sobrepõem a todos esses processos.

Sendo assim, a Tecnologia, embora presente nas dimensões elencadas sobrepõe-se aos processos epistemológicos, lingüísticos ou outros. Um dos motivos para tanto, é que as TIC não existem apenas no ou para o Cálculo. Elas estão em todas as áreas de conhecimento da sociedade atual. O fato do aparecimento das TIC na disciplina Cálculo Diferencial e Integral não é uma peculiaridade desta disciplina, pois, assim como ela se manifesta em todos os lugares (acadêmicos ou não), ela também se manifesta na prática de ensinar e aprender Cálculo.

As TIC adquirem uma característica forte o bastante para alterar todas as dimensões - Linguagem, Formalista, Sócio-cultural, Metodológicas ou Epistemológicas - assumindo, pois, seu caráter epidêmico, justificando sua característica revolucionária (Castells, 1999) retratado na exposição da teoria com base nos dados desta pesquisa, evidenciado nas pesquisas sobre as TIC, nas Entrevistas com professores, nos livros e na prática do professor.

Assim como a própria Sociedade não pode ser reduzida a alguns aspectos que a caracterizam, a teoria aqui utilizada coloca a Tecnologia num papel superior, impossibilitando-a de fazer as mesmas reduções. “Tecnologia é Sociedade” (Castells, 1999).

Na Educação Matemática, o uso das TIC é visto como uma Tendência de Pesquisa, todavia a pesquisa evidenciou que ela deve ser tratada de forma mais ampla. Diferente de outras tendências como, por exemplo, a Resolução de Problemas, Etnomatemática, e ainda outras, que existem na área de Educação Matemática, os estudos sobre as TIC sobrepõem todos os outros campos de conhecimento, os bancos, as fábricas, etc. Não que ela não possa ser tratada como uma tendência de pesquisa, mas tratá-la apenas desse contexto provoca uma redução ao caráter epistemológico, ignorando a característica *epidêmica* aqui mencionada.

A tecnologia fez da sociedade uma sociedade tecnológica. Sua entrada pôde ser vista nas Entrevistas, nos livros pesquisados, nas pesquisas relatadas e na prática em sala de aula. Ainda que na aprendizagem ou no ensino de matemática nas instituições a utilização das TIC esteja ocorrendo em ritmo lento comparado ao outros setores do mercado comum (consumo), notamos que mesmo assim está ocorrendo. Ocorrendo o que chamamos de uma revolução tecnológica informacional, citada por Castells (1999).

Bibliografia

ALEXSANDROV, A. D. et al. **Vision General de la Matemática. In: La matemática: su contenido, métodos y significado**. 7 ed. Madrid: Alianza Universidad, 1985.

ALTHUSSER, L. **Aparelhos ideológicos de Estado: nota sobre os Aparelhos Ideológicos de Estado (AIE)**, 4ª. ed. Rio de Janeiro: Graal, 1985.

AMÂNCIO, C. N., **Uma perspectiva Sociológica do Conhecimento**, Tese de Doutorado. UNESP, Rio Claro, 2004.

ARAÚJO, J. L. **Cálculo, Tecnologias e Modelagem Matemática: As Discussões dos Alunos.** 2002. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2002.

BALDINO, R. R., **A ideologia da melhora do ensino da matemática**. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 4, 1992, Blumenau. Anais. Blumenau, 1992.

BALDINO, R. R., **Cálculo Infinitesimal: Passado ou Futuro?** Temas & Debates. São Paulo: SBEM, ano VIII, n.6, p.513, 1995.

BARBOSA, S. M., **Tecnologias da informação e comunicação, função composta e regra da cadeia**. Tese de doutorado. – Rio Claro: [s.n.], 2009

BARON, M. E. e BOS, J. M., **Curso de Historia da Matemática: origens e desenvolvimento do Cálculo** – Unidade 3 – Newton e Leibniz: editora Universidade de Brasília, Brasília, 1985.

BARON, M. E. e BOS, J. M., **Curso de Historia da Matemática: origens e desenvolvimento do Cálculo** – Unidade 4 – O Cálculo no Séc. XVIII (fundamentos): editora Universidade de Brasília, Brasília, 1985.

BARON, M. E. e BOS, J. M., **Curso de Historia da Matemática: origens e desenvolvimento do Cálculo** – Unidade 5 – O Cálculo no Séc. XVIII (Técnicas e aplicações): editora Universidade de Brasília, Brasília, 1985.

BARON, M. E., **The Origins of the Infinitesimal Calculus**, New York: Dover Publications, 1969.

BARTO, M. C. A. L., **Um olhar sobre as Idéias Matemáticas em um Curso de Cálculo: a produção de significados para a comunidade**. Dissertação de mestrado.

BARUFI, M.C.B. **A construção / negociação de significados no curso universitário inicial de Cálculo Diferencial e Integral**. 1999. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1999.

BEAN, D. W., **Aprendizagem pessoal e aprendizagem afastada**. Tese de doutorado. Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas, 2004.

BENAKOUCHE, T. **Tecnologia é sociedade: contra a noção de impacto tecnológico**. In: DIAS, L. C.; SILVEIRA, R. L. L. (Org.). Redes, sociedades e territórios. Santa Cruz do Sul: EDUNISC, p. 79-106, 2005.

BICUDO, M.A.V. (organizadora). **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e perspectivas**. São Paulo: Ed. UNESP, 1999.

BICUDO, M.A.V. (organizadora). **Pesquisa em Educação Matemática: Pesquisa em movimento**. São Paulo: Ed. CORTEZ, 2004.

BICUDO, M.A.V., Pesquisa Qualitativa: Significados e a Razão que a Sustenta**.** IN: **Revista pesquisa qualitativa**/publicação da Sociedade de Estudos e Pesquisa Qualitativos. - Ano 1, n.1 (2005) – São Paulo: SE&PQ, 2005.

BLOCH, M., **Introdução à História**. Lisboa: Publicações Europa-América, 1997.

BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Qualitative Research for Education**: an Introduction for Theory and Methods. 3. ed. Boston: Allyn and Bacon, 1998.

BORBA, M. C., ARAUJO, J. L. **Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

BORBA, M. C., PENTEADO, M. G., **Informática e Educação Matemática,** Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

BOUCHALART, J. L.**, Élemens De Calcul Differentiel Et De Calcul Intégral**; 5ª ed. Paris: Bachelier, Imprimeur – Libraire, 1838.

BOUCHALART, J.L., **An Elementary Treatise on the Differential and Integral Calculus**, Londres: W.P.Grant, 1828.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. São Paulo. Ed. Edgard Blucher, 1974.

BOYER, C. B. **The History of the Calculus and its Conceptual Development**. New York. Dover, 1949.

CARVALHO, N. T. B; PEREIRA, R. **O Software "MAPLE" no Estudo de Funções de Várias Variáveis**. Educação Matemática em Revista, n.º 17, ano 11, p.52-60, Dezembro de 2004.

CASTELLS, M**. A Teoria Marxistas das Transformações Econômicas e as Transformações do Capitalismo**. Rio de Janiero: Paz e Terra, 1979.

CASTELLS, M**. A Sociedade em Rede - A Era da Informação: economia, sociedade e cultura, volume 1.** São Paulo: Paz e Terra, 1999.

CASTRO, F. M. O. **A matemática no Brasil**. In: AZEVEDO, F. As Ciências no Brasil. São Paulo: Melhoramentos, 1955. p.41-80. v.I Cap.1. A matemática no Brasil. Campinas: Ed. UNICAMP, 1992. 80 p.

COURANT, R., **Cálculo Diferencial e Integral**, Porto Alegre: Editora Globo, 1963.

COURANT, R., ROBBINS, H., **O que é Matemática?** Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda, 2000.

COOREA, J.M.T., **A Evolução do Conceito de Função na Segunda Metade do Século XVIII**, 1999, Dissertação de Mestrado, Universidade de Lisboa, Porto, 1999.

D'AMBRÓSIO, U., **Cálculo e Introdução a Análise**. São Paulo: Companhia Editora Nacional, 1975.

DAMBRÓSIO, U., **Da realidade à ação — reflexões sobre educação e matemática.** São Paulo, SUMMUS/UNICAMP, 1986.

D'AMBRÓSIO, U., **Etnomatemática**, São Paulo: Editora Ática, 1990.

D'AMBRÓSIO, U., **Reflexões sobre história, filosofia e educação matemática**. BOLEMA Especial, n. 2, pp. 42-60, 1992

D'AMBRÓSIO, U., VI CIBEM, Puerto Montt, Chile: Universidad de Los Lagos, 2009.

E-CÁLCULO site em http://www.cepa.if.usp.br/e-calculo/index.htm (acesso em 17/11/2008)

EPIDEMIA. Disponível http://pt.wikipedia.org/wiki/Epidemia, acessado em 27/02/2010.

ESCHER, M. A., MISKULIN, R.G.S., DA SILVA, C.R.M., **A Inserção Das Tics No Contexto Educacional: uma experiência com a utilização do Maple em aulas de Cálculo Diferencial**. Anais do XII CIAEM – Conferencia Interamericana de Educación Matemática – Santiago de Querétaro/México, 2007.

ESCHER, M. A., MISKULIN, R.G.S., DA SILVA, C.R.M., **Reflexões Sobre a Prática Docente em Atividades Exploratório-Investigativa em uma Aula de Cálculo Diferencial I**, Anais do IX ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática, Belo Horizonte/MG, 2007.

ESCHER, M. A., MISKULIN, R.G.S., **Dimensões Teórico-Metodológicas Implícitas nas Inter-Relações entre o Desenvolvimento Histórico do Cálculo Diferencial e Integral e seu Contexto da Educação Matemática.** Anais do XI EBRAPEM – Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática – Curitiba/PR, 2007.

ESCHER, M. A., MISKULIN, R.G.S., DA SILVA, C.R.M **As Potencialidades Pedagógicas das Tics na Cultura Escolar: uma atividade com Maple em Cálculo Diferencial**. Anais do IV CIEM – Congresso Internacional de Educação Matemática – Canoas/RS, 2007.

ESCHER, M. A., **Dimensões Teórico-Metodológicas Implícitas nas Inter-Relações entre o Desenvolvimento Histórico do Cálculo Diferencial e Integral e seu Contexto na Educação Matemática.** Anais do XII EBRAPEM – Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática – Rio Claro/SP, 2008.

ESCHER, M. A., MISKULIN, R.G.S., **A Busca de Indícios nas Inter-relações do Desenvolvimento Histórico do Cálculo Diferencial e Integral e o seu Contexto Teórico-Metodológico Permeado pelas Tics na Educação Matemática.** Anais do VI CIBEM – Congreso Iberoamericano de Educación Matemática – Puerto Montt/Chile, 2009.

ESCHER, M. A., MISKULIN, R.G.S., **Inter-relações do Desenvolvimento Histórico do Cálculo Diferencial e Integral e o seu Contexto de Ensino e Aprendizagem: uma perspectiva metodológica baseada no Paradigma Indiciário.** Anais do VIII SNHM – Seminário Nacional de Historia da Matemática, Belém/PA, 2009.

ESCHER, M. A., **Dimensões Teórico-Metodológicas Implícitas nas Inter-Relações do Desenvolvimento Histórico do Cálculo Diferencial e Integral e seu Contexto na Educação Matemática**. Anais do XIII EBRAPEM – Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática – Goiânia/GO, 2009.

ESCHER, M. A., MISKULIN, R.G.S., **O Cálculo e as Tecnologias: perspectivas histórica e de ensino e aprendizagem**. Anais do V HTEM – Colóquio de História e Tecnologia no Ensino da Matemática, Recife, 2010.

EVES, H., **Introdução à História da Matemática**, Campinas: Editora da Unicamp, 1997.

FOUCAULT, M., **A Ordem do Discurso**. São Paulo: Loyola, 1989.

FOUCAULT, M., **Microfísica do Poder**. Rio de Janeiro: Graal. 11ª ed.,1993.

GARNICA, A. V. M. **O Escrito e o Oral: uma discussão inicial sobre métodos da História.** In: Ciência e Educação, UNESP/FC: Bauru. Vol. 5 n.01, 1998. pág. 27-35.

GINZBURG, C. **O Queijo e os Vermes**. São Paulo: Companhia das Letras, 1987.

GINZBURG, C. **Mitos, Emblemas, Sinais: Morfologia e História**. São Paulo: Companhia das Letras, 1989.

GINZBURG, C. **O Fio e os Rastros: verdadeiro, falso, fictício**. São Paulo: Companhia das Letras, 2007.

HOUAISS, A., VILLAR, M. de S., **Dicionário Houaiss da Língua Portuguesa**. Rio de Janeiro: Objetiva, 2001.

JAVARONI, S. L., **Abordagem geométrica: possibilidades para o ensino e aprendizagem de Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias**. Tese de Doutorado, UNESP, Rio Claro: [s.n.], 2007.

KUHN, T. S., **A Estrutura das Revoluções Científicas**; São Paulo, Perspectiva. 9ª edição, 2007.

LABOUREUR, M., **Cours de Calcul Algébrique, Difierentiel et Integral: leçons de mathématiques à l'usage dês ingénieurs**, Liege: Ch. Béranger Editeur. 1913.

LACROIX, S.F., **Elementary Treatiseon the Differential and Integral Calculus**. Londres: University Cambridge, Ch. Béranger Editeur, 1816.

LAKATOS, E. M., MARCONI, M. A. **Metodologia do trabalho científico**. 4ª ed. São Paulo: Atlas, 1992.

LATOUR, B., **Jamais Fomos Modernos: ensaios de antropologia simétrica**. Rio de Janeiro: Editora 34, 1994.

LEITHOLD, L., **O Cálculo com Geometria Analítica**, São Paulo: Harbra & Row do Brasil, 1982.

LINS, R.C., **Matemática, Monstros, Significados e Educação Matemática**. In: Educação Matemática: pesquisa em movimento. BICUDO, M.A.V. e BORBA, M.C. (eds). São Paulo: Cortez, 2004.

LOPES, S., **Ideologia e prática social**, in Análise Social, Vol. X (4.º), 1973 (n.º 40), pp. 656-678.

LOPEZ, R. J., **Maple via Calculus: a tutorial approach**. Birkhauser: Berlin, 1994.

LUDKE, H. A. & ANDRÉ, M. E. D., **A. Pesquisa em Educação: Abordagens Qualitativas**, São Paulo: Ed. Pedagógica e Universitária, 1986.

MARAFON, A. C. de M. **Vocação matemática como reconhecimento acadêmico.** Tese (Doutorado em Educação) – FE, UNICAMP, Campinas, 2001.

MARIN, D., **Professores de matemática que usam a tecnologia de informação e comunicação no ensino superior** . Dissertação de Mestrado – UNESP - Rio Claro: [s.n.], 2009.

MARTINS, M.C., **Criança e mídia: "Diversa-mente" em ação em contextos educacionais**. Tese de Doutorado. Campinas, SP : [s.n.], 2003.

MARX, K.; ENGELS, F. **Manifesto do Partido Comunista**. In: CADERNOS DESAFIO. n.1, p.46, 1995.

MENDES, J. R., GRANDO, R. C. org. **Múltiplos Olhares: Matemática e Produção de Conhecimento**. São Paulo: Musa Editora, 2007.

MIGUEL, A. O Projeto de Disciplinarização da Prática Social em Educação Matemática. In: **Educação Matemática: Uma Área de Conhecimento em consolidação. O papel da Constituição de um Grupo de Trabalho dessa Área na ANPED**. Núcleo de Estudos e Pesquisa, 2004.

MISKULIN, R. G. S. **Concepções Teórico-Metodológicas Baseadas em Logo e em Resolução de Problemas para o Processo Ensino/Aprendizagem da Geometria.** Faculdade de Educação/UNICAMP – Dissertação de Mestrado em Educação na Área de Educação Matemática, 1994.

MISKULIN, R. G. S. **Concepções Teórico-Metodológicas Sobre a Introdução e a Utilização de Computadores no Processo Ensino/Aprendizagem da Geometria.** Faculdade de Educação/UNICAMP - Tese de Doutorado em Educação na Área de Educação Matemática, 1999.

MISKULIN, R.G.S., ESCHER, M.A., SILVA, C.R.M., **A Prática Docente do Professor de Matemática no Contexto das TICs: uma experiência com a utilização do MAPLE em Cálculo Diferencial**. Revista de Educação Matemática, vol. 10 Número 11, Gráfica Compacta, 2007.

MOREIRA, P. C., **O Conhecimento Matemático do Professor**, Tese de Doutorado. UFMG: Belo Horizonte, 2004.

OLIMPIO Jr., A., **Compreensões de conceito de Cálculo Diferencial no primeiro ano de Matemática – uma abordagem integrando oralidade, escrita e informática**. Tese de doutorado. UNESP, Rio Claro, 2006.

OLIVEIRA, A. H., **A Noção de Integral no Contexto das Concepções operacional estrutural**. Dissertação de mestrado. PUC: São Paulo, 2004.

OLIVEIRA, A. S. V., **O Ensino de Cálculo Diferencial e Integral na Escola Politécnica de São Paulo, no ano de 1904: uma análise documental** – UNESP, Rio Claro: [s.n.], 2003.

PAPERT, S., **A Máquina das Crianças: repensando a escola na era da informática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1994.

PISKUNOV, N. , **Calculo Diferencial e Integral**. Moscou: Editora Mir, 1969.

PROST, A., **Doze Lições sobre a História**. Belo Horizonte: Autentica Editora, 2008.

REGO, R. M., **Uma Abordagem Alternativa de Ensino de Cálculo Utilizando Infinitésimos**. Tese de Doutorado. UFRN: Natal, 2000.

REIS, F. da S. **A tensão entre rigor e intuição no ensino de cálculo e análise: a visão de professores e autores de livros didáticos**. Tese Doutorado - FE, UNICAMP, Campinas, 2001.

RICŒUR, P. **A História, a Memória, o Esquecimento**. Campinas: Ed. Unicamp, 2007.

SAD L. A. **Cálculo Diferencial e Integral: uma abordagem epistemológica de alguns aspectos.** Tese (Doutorado em Educação Matemática) – UNESP: Rio Claro, 1998.

SANTAELLA, L. **Cultura das Mídias**. São Paulo: Experimento, 2001.

SANTAELLA, L., **Cultura e artes pós-humano: da cultura das mídias a cibercultura**, São Paulo: Paulus, 2003.

SCUCUGLIA, R., **A Investigação do Teorema Fundamental do Cálculo com Calculadoras Gráficas** – Dissertação de Mestrado – UNESP – Rio Claro: [s.n.], 2006.

SCHUBRING, G. **The conception of pure mathematics as an instrument in the professionalization of mathematics**. In: BOS, Henk J.M.; MEHRTENS, Herbert; SCHNEIDER, I. (eds). Social history of nineteenthcentury Mathematics. Boston: Birkhäuser, 1981.

SCHUBRING, G., **Análise Histórica de Livros de Matemática: Notas de aula**, Campinas. SP: Autores Associados, 2003.

SILVA, C. A., **A Noção de Integral em Livros Didáticos e os Registros de Representação Semiótica**. Dissertação de Mestrado. PUC: São Paulo, 2004.

SOUTO, R. M. A., **Mario Tourasse Teixeira: o Homem, o Educador, o Matemático**, Rio Claro, UNESP, Tese de Doutorado, 2006.

SOUZA, A. C. C. de, BALDINO, R. R., **A Pesquisa em Sala de Aula: Grupo de Pesquisa-Ação em Educação Matemática (GPA).** Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos, Brasília, v. 76, n. 182/183, p. 367/402, 1995.

SOUZA JUNIOR, A. J. de, **Trabalho Coletivo na Universidade: trajetória de um grupo no processo de ensinar e aprender Cálculo Diferencial e Integral**. Campinas, Universidade Estadual de Campinas, Tese de Doutorado, 2000.

STEWART, J., **Cálculo, vol. 1**, 5ª. ed., São Paulo: Cengage Learning, 2008.

SUASSUNA, L., **Pesquisa qualitativa em Educação e Linguagem: histórico e validação do paradigma indiciário**, PERSPECTIVA, Florianópolis, v. 26, n. 1, 341-377, jan./Jun. 2008.

SWOKOWSKI. E. W., **Cálculo com Geometria Analítica**. 2ª edição. São Paulo: Makron Books, 1994.

VILLARREAL, M. E. **O Pensamento Matemático de Estudantes Universitários de Cálculo e Tecnologias Informática*s*.** 1999. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1999.

WHITESIDE, D. T. (ed.) **The Mathematical Papers of Isaac Newton**. Cambridge University Press, 1967.

Anexo A

Modelo de ficha para realização da revisão bibliográfica dos trabalhos acadêmicos que se utilizaram de softwares computacionais no ensino de Cálculo.

Revisão Bibliográfica

Essa ficha, além dos dados bibliográficos das referências utilizadas no trabalho, tem o objetivo de mostrar o que exatamente o autor comenta sobre mudanças nos modos de ensinar e aprender Cálculo e sobre o uso de softwares nesta disciplina, para levantar algumas conjecturas ou hipóteses da relação do aparecimento de tecnologias e o ensino de Cálculo, as qual se somarão com as entrevistas e a análise dos livros para compor a Coda.

1) Autor:

2) Título:

3) Tipo:

4) Ano publicação:

5) Local:

6) Palavras chaves:

7) Resumo:

8) Questão de investigação:

9) Objetivos:

10) Conclusões:

11) Relações entre o uso das TIC nos processos de ensinar e aprender Cálculo:

12) Comentários:

Anexo B

Modelo de formulário das Entrevistas

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JULIO DE MESQUITA FILHO"
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS
Pós-Graduação em Educação Matemática

Entrevista

Esta Entrevista faz parte dos Procedimentos Metodológicos da pesquisa, intitulada, "*Dimensões Teórico-Metodológicas Implícitas nas Inter-Relações entre o seu Contexto Didático-pedagógico do Cálculo Diferencial e Integral e o seu Desenvolvimento Histórico*", pesquisa de Doutorado, que está sendo desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática – UNESP/Rio Claro.

As informações registradas, fruto desta Entrevista, serão transcritas e enviadas ao entrevistado para ciência antes de serem utilizadas na elaboração da Tese. Comprometemo-nos também que a identidade do entrevistado será mantida desconhecida no texto da Tese a ser produzida.

Doutorando: Prof. Ms. *Marco Antonio Escher*
Orientadora: Prof. Dra. *Rosana Giareta Sguerra Miskulin*

Autorização

Eu, abaixo identificado, autorizo a utilização do conteúdo posteriormente transcrito da entrevista no conteúdo do texto da Tese fruto da pesquisa acima relacionada.

Assinatura: _____

Roteiro de Questões da Entrevista

a) Nome completo do entrevistado: _____
b) Data da entrevista: ___ / ___ / 2008
c) Local da entrevista: _____
d) Recursos utilizados durante a entrevista: _____

1. Qual a cidade de origem e que atualmente reside/trabalha?

2. Fale sobre sua formação acadêmica:

3. Quais os locais onde lecionou no Ensino Superior e em que época (ano)?

4. Em sua trajetória acadêmica, ministrou no ensino superior, predominantemente algum tipo de disciplina?

5. Lecionou Cálculo Diferencial e Integral? Somente para turmas de Cursos de Matemática ou também para as turmas de outros cursos, como Geologia, Ciência da Computação, Biologia, Física, entre outros?

6. Durante os anos em que lecionou onde e como atualizou-se ou trocou informações sobre como preparar suas aulas?

7. Onde trabalhou havia grupos de professores que se reuniam para discutir conteúdos ou métodos de ensinar Cálculo Diferencial e Integral?

8. Trabalhou ou ainda trabalha em Cálculo Diferencial e Integral com Projetos na sala de aula?

9. Trabalhou ou ainda trabalha na sala de aula, em Cálculo Diferencial e Integral, com a História da Matemática? Porque e como?

10. Durante sua atuação, enquanto professor de Cálculo Diferencial e Integral presenciou alguma mudança nas formas, maneiras, modos de ensinar essa disciplina?

11. Durante sua atuação, enquanto professor de Cálculo Diferencial e Integral utilizou ou utiliza ainda desenhos, gráficos e matérias manipulativos ao ensinar essa disciplina?

12. Durante sua atuação, enquanto professor de Cálculo Diferencial e Integral, motivado ou não pelo aparecimento de novos recursos didáticos, calculadoras e/ou computadores modificou a sua prática de professor, em sala de aula?

13. Qual é a sua experiência com o uso de alguma tecnologia eletrônica em sala de aula?

14. Comente um pouco sobre a sua opinião do professor de Matemática utilizar, na sala de aula, softwares educativos (matemáticos ou não) como parte de sua metodologia de ensino. Em sua opinião, a utilização desses recursos não/serão necessários ao professor de Matemática? Por quê?

15. Sinta-se a vontade para comentar aspectos de sua vida como professor que julgar necessário.

Rua 10 nº 2527 - CEP 13500-230 - Rio Claro - SP - Brasil - Cx. Postal, 178 ☎Fone (19) 3526-2223 Fax (19) 3534-8250

Anexo C

Modelo de ficha para realização da coleta de dados dos livros de Cálculo pesquisados

Roteiro para análise dos livros de Cálculo

Dos livros escolhidos em acordo com os critérios estabelecidos na pesquisa, abaixo temos uma ficha catalográfica, e mais alguns dados importantes, bem como a copia, quando possível, de parte do livro para arquivo. O principal objetivo desta é, situado o livro no contexto histórico, avaliar como os tópicos relacionados na questão número 18 se apresentam, bem como a existência de indícios para a questão 16.

1) Autor:

2) Título:

3) Ano de publicação:

4) Edição:

5) Editora:

6) Local de publicação:

7) Número de páginas:

8) Idioma:

9) Biblioteca:

10) Volume:

11) Encadernação:

12) Impressão (visual, cores):

13) Prefácio:

14) Índice:

15) Exemplos e exercícios:

16) Menção ao uso de tecnologia computacional:

17) Observações:

18) Apresentação de conteúdos:

a) Função: (p.)

b) Limite: (p.)

c) Continuidade: (p.)

d) Derivada: (p.)

e) Integral: (p.)

19) Fotos:

Anexo D

Fichas de revisão bibliográfica

Modelo

1) Autor:

2) Título:

3) Tipo:

4) Ano publicação:

5) Local:

6) Palavras chaves:

7) Resumo:

8) Questão de investigação:

9) Objetivos:

10) Conclusões:

11) Relações entre o uso das TIC nos processos de ensinar e aprender Cálculo:

12) Comentários: ênfase na visualização dos processos.

Ficha 1

1) Autor: **Sandra Malta Barbosa**

2) Título: Tecnologias da informação e comunicação, função composta e regra de cadeia

3) Tipo: Tese doutorado

4) Ano publicação: 2009

5) Local: UNESP – Rio Claro /SP

6) Palavras chaves: Cálculo diferencial. Educação matemática. Cálculo integral. Experimentos de ensino. Seres-humanos-com-mídias

7) Resumo: Baseando-me na noção de coletivo pensante seres-humanos-com-mídias, o objetivo desta pesquisa foi responder à pergunta diretriz Como o coletivo, formado por alunos-com-tecnologias, produz o conhecimento acerca de função composta e regra da cadeia, a partir de uma abordagem gráfica? O processo de visualização implícito nessa pergunta é potencializado pelas Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC), que transformam o modo como o conhecimento é produzido, reorganizando a forma de interagir e pensar. Os dados foram coletados com alguns alunos ingressantes no Curso de Matemática da **UNESP** - Rio Claro durante os "Experimentos de Ensino". Foram elaborados cinco episódios que apresentaram subsídios para responder à pergunta diretriz desta pesquisa. Tais episódios indicam que a produção do conhecimento dos alunos envolvidos, acerca de função composta e regra da cadeia, ocorreu por meio de elaborações de conjecturas, formuladas durante o processo de visualização potencializado pelas TIC. Tais conjecturas foram confirmadas ou refutadas levando-se em conta o entrelaçamento das representações múltiplas, que permearam todas as atividades, e um coletivo pensante seres-humanos-com-mídias, no qual o ser humano transforma e é transformado pelas mídias em um processo interativo. A partir desses resultados, outras indagações surgiram sobre o papel do professor-pesquisador e sua prática na sala de aula.

8) Questão de investigação: Como o coletivo, formado por alunos-com-mídias, produz o conhecimento acerca de *Função Composta e Regra da Cadeia, a partir de uma abordagem gráfica?*

9) Objetivos: incorporar a visualização ao ensino e aprendizagem da função composta e da regra da cadeia, entendendo que essa seja uma alternativa ao aspecto estritamente algébrico

10) Conclusões: A produção do conhecimento acerca de função composta e regra da cadeia, a partir de uma abordagem que não seja a estritamente algébrica, com o envolvimento das TIC, pode ajudar outros professores-pesquisadores a proporem diferentes atividades que envolvam diversos tópicos a serem estudados na disciplina CDI.

11) Relações entre o uso das TIC nos processos de ensinar e aprender Cálculo: o texto deixa em evidencia a utilização das TIC na produção do conhecimento acerca da Regra da Cadeia e da Função Composta, principalmente na sua apresentação visual . "Entendo que esse formalismo tem trazido conseqüências para o ambiente de ensino e aprendizagem da Matemática, levando os professores e, conseqüentemente, os alunos a pensarem em uma supremacia da álgebra em detrimento das imagens e dos gráficos. Não quero com isso desmerecer a representação algébrica, mas outorgar à abordagem gráfica pelo menos o mesmo *status*."

12) Comentários: ênfase na visualização dos processos.

Ficha 2

1) Autor: **Maria Cristina Bonomi Barufi**

2) Título: A construção/negociação de significados no curso universitário inicial de Cálculo Diferencial e Integral

3) Tipo: Tese doutorado

4) Ano publicação: 1999

5) Local: USP – São Paulo

6) Palavras chaves: Negociação de significados no Cálculo; Ensino de Cálculo; Conhecimento significativo no Cálculo; Computador no ensino de Cálculo

7) Resumo: As dificuldades existentes com o ensino do Cálculo Diferencial e Integral nos cursos iniciais da Universidade constituíram a grande motivação para este trabalho. À luz do referencial teórico da rede de conhecimentos e significados, buscou-se a compreensão dessas dificuldades a partir dos livros didáticos, por constituírem um instrumento sempre presente no trabalho do professor na sala de aula. Uma vez que conhecer é conhecer o significado, o enfoque principal residiu na negociação dos significados, para esclarecer em que medida a abordagem do Cálculo realizada é uma simples revelação ou uma construção significativa. A análise dos livros didáticos selecionados baseou-se em um modelo construído a partir do referencial teórico proposto e mostrou que a dificuldade não reside na falta de bons livros. A diversidade dos percursos nos livros analisados se traduz numa maior ou menor adequação à construção/negociação de significados no Cálculo. No trabalho discute-se o papel fundamental do professor na sala de aula, tendo como potencial aliado o computador, como instrumento facilitador, que abre novos horizontes, possibilita o estabelecimento de múltiplas relações e a negociação de significados.

8) Questão de investigação: examinar o conhecimento matemático que é trabalhado na sala de aula, especificamente no curso de Cálculo, na USP, no que diz respeito a alguns aspectos.

9) Objetivos: propiciar aos alunos uma primeira visão mais ampla e global de como o conhecimento matemático pode ser articulado, resolvendo um grande número de problemas reais.

10) Conclusões: Os livros selecionados apresentam todos propostas que são válidas e que podem ser apreciadas dentro de determinado contexto. A utilização do livro didático conforme os critérios do professor, poderá ser um instrumento mais ou menos facilitador do processo de ensino/aprendizagem do Cálculo, no sentido de propiciar maior ou menos vivência dos significados que podem otimizar a construção do conhecimento. “ferramenta extremamente útil para propiciar a formulação de inúmeros questionamentos, reflexões e análises que fazem com que a sala de aula se torne um ambiente onde relações podem ser estabelecidas, possibilitando articulações diversas e, portanto, a construção do conhecimento” (p. 176).

11) Relações entre o uso das TIC nos processos de ensinar e aprender Cálculo: a autora não explicita nem faz menção da utilização das TIC nos livros estudados, porém, alerta para a importância de trabalhos nessa área e trás critérios que envolvem tecnologia na avaliação de 24 livros didáticos, como a visualização e formalização/generalização.

12) Comentários: Faz a avaliação de 24 livros de Cálculo, e a partir das idéias de Brousseau de rede de conhecimentos e significados, seleciona 5 critérios, idéias, problematização, linguagem, visualização, argumentação, e formalização e generalização.

Ficha 3

1) Autor: **Sueli Liberatti Javaroni**

2) Título: Abordagem geométrica: possibilidades para o ensino e aprendizagem de Introdução às Equações Diferenciais Ordinárias

3) Tipo: Tese doutorado

4) Ano publicação: 2007

5) Local: UNESP – Rio Claro/SP

6) Palavras chaves: Equações diferenciais ordinárias, Estudo e ensino, Abordagem qualitativa, Tecnologias da Informação e Comunicação, Modelagem matemática.

7) Resumo: Esta pesquisa tem por objetivo analisar as possibilidades de ensino e aprendizagem de introdução às equações diferenciais ordinárias a partir da abordagem qualitativa de alguns modelos matemáticos auxiliada pelas tecnologias de informação e comunicação. Foi realizado um curso de extensão onde alunos de graduação (9) foram levados a investigar os modelos de objeto em queda, de crescimento populacional de Malthus e de Verhulst e da lei de resfriamento, utilizando a planilha eletrônica Excel e os softwares Winplot e Maple. Da análise desses episódios emergem os temas: processo de visualização em atividades investigativas auxiliadas pelas mídias informáticas, abordagens algébrica e geométrica com as mídias informáticas e o conhecimento como rede de significados. A interação entre os alunos e as mídias utilizadas, em particular os softwares utilizados, propiciou novas possibilidades para a abordagem qualitativa dos modelos estudados, levando assim a sugerir a necessidade de repensar o ensino das equações diferenciais ordinárias enfatizando o aspecto geométrico de modelos matemáticos além do aspecto algébrico.

8) Questão de investigação: Quais as possibilidades de ensino e aprendizagem de introdução às equações diferenciais ordinárias através da análise qualitativa dos modelos matemáticos, com o auxílio de Tecnologia de Informação e Comunicação?

9) Objetivos: analisar as possibilidades de ensino e aprendizagem de EDO com ênfase na abordagem geométrica das soluções com o auxílio das TIC

10) Conclusões: Espera que esse trabalho “traga elementos que possam auxiliar pessoas interessadas no ensino dessa disciplina a elaborarem suas próprias propostas de ensino. Acredito que iniciar o curso de EDO com a idéia de Aplicação do par Modelagem Matemática/Aplicação, trazida em APPLICATIONS (2002), ou seja, iniciar com o estudo de modelos matemáticos clássicos da literatura, explorando-os com o auxílio das TIC, pode trazer mais possibilidades para o processo de aprendizagem dos alunos e, talvez assim, conseguir atribuir algum significado para essa disciplina” (p. 171)

11) Relações entre o uso das TIC nos processos de ensinar e aprender Cálculo: utiliza do software Maple para investigar e propor situações no processo de ensino e aprendizagem de Equações Diferenciais. O processo de visualização das respostas dadas pelos gráficos é bastante evidenciado.

12) Comentários: inicia afirmando, sem maiores justificativas, que “Antes do advento das TIC, mais especificamente do computador, a abordagem geométrica seria menos atrativa devido às dificuldades de exploração e visualização, fato que hoje se torna favorável com os recursos disponíveis nos softwares algébricos e/ou geométricos.” (p. 20).

Ficha 4

1) Autor: **Jussara de Loyola Araújo**

2) Título: Cálculo, Tecnologias e Modelagem Matemática: as discussões dos alunos

3) Tipo: Tese de Doutorado

4) Ano publicação: 2002

5) Local: UNESP – Rio Claro/SP

6) Palavras chaves: cálculo, tecnologias, modelagem, comunicação

7) Resumo: Nesta pesquisa investiguei as discussões que ocorrem entre alunos de Cálculo Diferencial e Integral I quando estão desenvolvendo projetos de Modelagem Matemática em ambientes computacionais. Adotei uma abordagem qualitativa para realizar a coleta de dados, por meio de observações de dois grupos. Seus componentes eram alunos de Engenharia Química em uma universidade pública do Estado de São Paulo. O software utilizado pelos alunos foi o Maple. A perspectiva de Modelagem Matemática na Educação Matemática estabelecida no contexto do estudo foi influenciada pelo estilo de comunicação e pela visão de matemática e de sua relação com a realidade presentes nesse contexto. Esses, por sua vez, podem ter raízes nas outras atividades da disciplina e nas experiências anteriores dos participantes. A interação entre seres humanos e informática proporcionou novas possibilidades de investigação. Levantei a hipótese de a escola (ou a universidade) estar mais aberta à incorporação da informática do que à consideração de situações reais. Por fim, apontei o ambiente de ensino e aprendizagem de Cálculo no qual a Modelagem Matemática e as Tecnologias Informáticas estão presentes como fértil em possibilidades para a constituição de cenários para investigação que abordem as questões levantadas pela Educação Matemática Crítica.

8) Questão de investigação: Quais discussões que ocorrem entre alunos de Cálculo Diferencial e Integral quando estão desenvolvendo projetos de modelagem matemática em ambientes computacionais.

9) Objetivos: Investigar as discussões que ocorrem entre alunos de Cálculo Diferencial e Integral I quando estão desenvolvendo projetos de Modelagem Matemática em ambientes computacionais

10) Conclusões: A autora indica os computadores como um forte aliado no desenvolvimento de cálculo algébrico deixando os alunos mais livres para explorar aplicações e conceitos, e realizar simulações gerando várias possibilidades de investigação

11) Relações entre o uso das TIC nos processos de ensinar e aprender Cálculo: A imprevisibilidade dos acontecimentos, quando se trabalha em ambientes informatizados, abre possibilidades para que investigações aconteçam. Mas a simples presença dos computadores não garante a existência de investigações: é importante que os alunos aceitem o convite às investigações, seja ele feito pelo professor ou pelos próprios alunos diante das possibilidades abertas pelo computador (p.161).

12) Comentários: A pesquisadora afirma que, em geral, as formas de se abordar os problemas são variados, porém, existe um grande número de trabalhos apresentando o uso de computadores e/ou calculadoras gráficas como uma alternativa para os problemas encontrados ou ainda para analisar os recursos na disciplina de Cálculo. Ainda, afirma que: Até décadas passadas, antes do advento das TIC, essa abordagem geométrica seria menos atrativa por conta das dificuldades de visualização, porém o avanço dos softwares gráficos e algébricos tem propiciado tanto ao docente quanto ao aluno, maiores possibilidades visuais que auxiliam na interpretação e análise

Ficha 5

1) Autor: **Douglas Marin**

2) Título: Professores de matemática que usam a tecnologia de informação e comunicação no ensino superior

3) Tipo: Dissertação de Mestrado

4) Ano publicação: 2009

5) Local: UNESP – Rio Claro/SP

6) Palavras chaves: Professores - Formação. Professor do ensino superior. Trabalho e formação de docente. Cálculo diferencial e integral. Educação matemática

7) Resumo: Esta pesquisa tem a finalidade de compreender como os professores de Cálculo fazem uso da tecnologia de informação e comunicação (TIC) em suas aulas. Seus participantes foram professores do ensino superior que utilizam TIC para ensinar Cálculo. Esses professores foram localizados pela indicação de colegas, através de listas de discussões eletrônicas, a partir da leitura de teses e dissertações, por indicação de outros participantes da pesquisa e ainda por visitas a instituições de ensino superior. Não se limitou a examinar a questão apenas no âmbito do curso de Matemática, mas abrangeu professores de diferentes cursos que apresentam a disciplina em seu currículo. Os dados foram provenientes de entrevistas e do preenchimento de um formulário. A análise dos dados, que foi guiada pela pergunta "Como os professores de matemática fazem uso da TIC na disciplina de Cálculo?", possibilitou discutir os seguintes temas: perfil dos professores, estrutura oferecida pelas instituições, planejamento e gestão da aula, vantagens e desvantagens do uso de TIC na sala de aula. As expectativas de contribuição deste trabalho são: apresentar sugestões para o professor do ensino superior a respeito de estratégias no ensino e aprendizagem do Cálculo através da utilização da TIC e constituir-se num referencial para outras pesquisas em Educação Matemática.

8) Questão de investigação: Como os professores usam a TIC na disciplina de Cálculo?

9) Objetivos: compreender como os professores fazem uso da tecnologia de informação e comunicação na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral

10) Conclusões: Na análise dos dados foi possível identificar que a escolha do professor pelo uso de tecnologia tem uma justificativa de nível mais pragmática no sentido de que necessitam manter o emprego e uma justificativa em nível mais conceitual que está relacionada com a visão de educação que os professores possuem. Neste nível eles falam sobre ampliar abordagens pedagógicas, de estar em sintonia com o que ocorre fora da escola e de atender ao mercado de trabalho. Indentifica-se que a TIC permite realizar atividades que seriam impossíveis de serem feitas somente com o uso de lápis e de papel, proporcionando a organização de situações pedagógicas com maior potencial para aprendizagem, aumentando o tempo de dedicação do professor. É possível compreender que existe um ganho desses professores ao explorarem as potencialidades da TIC para evidenciar um resultado ou convencer os alunos a respeito de aspectos que seriam de difícil e demorada numa demonstração realizada de forma tradicional. Os dados revelam que existem muitas outras vantagens em explorar as potencialidades da TIC, tais como ganho em tempo com as contas, autonomia que o aluno ganha e a melhora da relação professor-aluno.

11) Relações entre o uso das TIC nos processos de ensinar e aprender Cálculo: Quase a totalidade da dissertação de mestrado faz referencia ao uso das TIC

12) Comentários: levantamento muito interessante, e boa pesquisa bibliográfica

Ficha 6

1) Autor: **Ligia Arantes Sad**

2) Título: Cálculo Diferencial e Integral: uma abordagem epistemológica de alguns aspectos

3) Tipo: Tese doutorado

4) Ano publicação: 1998

5) Local: UNESP – Rio Claro/SP

6) Palavras chaves: Produção de Significados, Pensamento Diferencial e Integral

7) Resumo: Desde o princípio da pesquisa conduzimos nossas investigações centradas na produção de conhecimento a partir do Cálculo. Nosso interesse por uma pesquisa ligada ao ensino e aprendizagem de Cálculo com bases epistemológicas, tem como motivo principal as experiências vividas pela pesquisadora em termos de sala de aula dessa disciplina e a preocupação em contribuir para a compreensão do desenvolvimento do pensamento diferencial e integral do estudante em meio às atividades pertinentes ao Cálculo. Este trabalho divide-se em duas partes, uma de fundamentações teóricas e investigações histórico-epistemológicas e, outra, empírica de pesquisa de campo, embora em nossos procedimentos essa dicotomia e ordenação não faça sentido devido ao entrelaçamento encontrado entre teoria e prática. Na parte teórica procedemos a uma revisão de literatura sobre trabalhos que têm interseções com Cálculo e Epistemologia, seguida de uma abordagem sobre teorias do conhecimento e de uma fundamentação para esta pesquisa centrada no Modelo Teórico dos Campos Semânticos (MTCS). A parte referente à pesquisa de campo, de ordem qualitativa envolve coleta e análise de dados do tipo entrevistas, gravações de atividades em sala de aula, soluções escritas de problemas e observações em um caderno de campo. As análises são desenvolvidas à luz do MTCS, mostrando que não somente esse modelo é adequado, mas, principalmente, apontando os diferentes modos de produção de significados, objetos e conhecimentos em relação ao Cálculo. Sem pretensões de estabelecer abordagens ideais para sala de aula de Cálculo, nosso propósito é de indicar que certas posturas e procedimentos pedagógicos do professor contribuem mais que outras para que ele possa interagir, em nível das produções epistemológicas do aluno, em conseqüência, uma aprendizagem efetiva se realize.

8) Questão de investigação: São estabelecidas diversificações nos modos de produção de significados e de objetos a partir do Cálculo? Quais ?

9) Objetivos: uma análise epistemológica de aspectos do ensino e aprendizagem do Cálculo Diferencial e Integral

10) Conclusões:

11) Relações entre o uso das TIC nos processos de ensinar e aprender Cálculo: sim

12) Comentários:

Ficha 7

1) Autor: **Ricardo Scucuglia**

2) Título: A Investigação do Teorema Fundamental do Cálculo com Calculadoras Gráficas

3) Tipo: Dissertação de Mestrado

4) Ano publicação: 2006 **5)** Local: UNESP – Rio Claro: [s.n.]

6) Palavras chaves: Educação Matemática, Calculadoras Gráficas, Teorema Fundamental do Cálculo, Seres-Humanos-com-Mídias, Experimentação com Tecnologias.

7) Resumo: A Informática vem gerando discussões sobre fundamentos da Matemática e reorganizando dinâmicas em Educação Matemática. Baseado nessa idéia, e em meu engajamento como pesquisador participante do GPIMEM, estruturei uma pesquisa onde discuto **como Estudantes-com-Calculadoras-Gráficas investigam o Teorema Fundamental do Cálculo** (TFC). Apoiado na perspectiva epistemológica Seres-Humanos-com-Mídias, que evidencia o papel das tecnologias no processo de produção de conhecimento, realizei experimentos de ensino com duplas de estudantes do primeiro ano da graduação em matemática, UNESP, Rio Claro, SP. A partir da análise de vídeos da primeira sessão de Experimentos de Ensino notei que a utilização de programas e comandos da Calculadora Gráfica TI-83 condicionou o pensamento das estudantes na investigação dos conceitos de Soma de Riemann e Integração (conceitos intrinsecamente inerentes ao TFC). Na segunda sessão, explorando exemplos de funções polinomiais com o comando de integração definida da Calculadora Gráfica, os coletivos pensantes formados por Estudantes-com-Calculadoras-Gráficas-Lápis-e-Papel estabeleceram conjecturas sobre o TFC. No processo de demonstração deste Teorema, foram utilizadas noções intuitivas e notações simplificadas, antes que fosse usada a simbologia padronizada pela Matemática Acadêmica. Essa abordagem possibilitou o engajamento gradativo das estudantes em "discussões matemáticas dedutivas" a partir dos resultados obtidos "experimentalmente" com as atividades propostas na pesquisa.

8) Questão de investigação: Como Estudantes-com-Calculadoras-Gráficas investigam o Teorema Fundamental do Cálculo?

9) Objetivos: não estavam explícitos

10) Conclusões: dá indícios de que, ao desenvolver atividades promovidas pelo uso da TIC, cria-se a possibilidade de produção por parte dos alunos

11) Relações entre o uso das TIC nos processos de ensinar e aprender Cálculo: Colocações como "Ah! Dessa forma é bem mais fácil!" ou "Primeira vez que a gente conseguiu demonstrar alguma coisa!" permitem considerar a possibilidade de que um processo investigativo do TFC (Teorema Fundamental do Cálculo) com calculadoras gráficas, permeado por uma abordagem de caráter dedutivo, possibilita a discussão e produção de conhecimento de estudantes (p.104).

12) Comentários: mostra como a tecnologia condicionou o pensamento dos estudantes na investigação do Teorema Fundamental do Cálculo (TFC), realizando experimentos de ensino com alunos do curso de Matemática. Observa que o coletivo pensante, formado por estudantes com calculadoras gráficas, estabeleceu conjecturas sobre o TFC. Com o propósito de chegar à demonstração desse Teorema, o autor utilizou noções intuitivas e notações simplificadas, para depois formalizar a demonstração. Adotou a abordagem experimental-com-tecnologias, que é um processo de exploração, ou experimentação, de conceitos matemáticos com a utilização das TIC, e que possibilitou o envolvimento de estudantes em discussões matemáticas com características dedutivas obtidas de maneira experimental. O autor evidenciou o modo como entendimentos emergentes na investigação/experimentação com Calculadoras Gráficas podem condicionar a (re)elaboração de conjecturas, argumentações, justificativas e permear harmoniosamente discussões matemáticas gradativamente rigorosas.

Ficha 8

1) Autor: **Arlindo José de Souza Junior**

2) Título: Trabalho coletivo na Universidade: Trajetória de um grupo no processo de ensinar e aprender Cálculo Diferencial e Integral

3) Tipo: Tese doutorado

4) Ano publicação: 2000

5) Local: UNICAMP – Campinas /SP

6) Palavras chaves: Educação Matemática; Informática Educativa; Saberes Docentes.

7) Resumo: No presente trabalho analisamos a trajetória de um Grupo que produziu saberes sobre o ensinar-aprender Cálculo na Universidade. Este Grupo do formado por professores de disciplinas que compõem a área de Cálculo Diferencial e Integral e por alunos de graduação e pós-graduação de diferentes cursos da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP). Devido ao interesse de nossa investigação e por causa da especificidade do trabalho realizado pelo Grupo em questão, decidimos realizar uma pesquisa qualitativa do tipo estudo de caso etnográfico. Durante dois anos letivos em que estivemos presentes nas reuniões semanais do Grupo e realizamos o que se qualifica observação participante. Para a obtenção dos dados utilizamos diferentes instrumentos de pesquisa: observação, entrevista e análise dos documentos. Estes instrumentos se complementam e permitiram estabelecer uma triangularização dos dados coletados. Para nós, o movimento do grupo como um todo e dos participantes em particular estão inseridos numa dinâmica histórico cultural. Analisamos a trajetória do grupo em três eixos: no primeiro discutimos a dinâmica do trabalho coletivo; no segundo, apresentamos o envolvimento de indivíduos no trabalho coletivo e no terceiro eixo procuramos compreender o processo de produção de saberes daquele grupo. A trajetória percorrida pelo grupo foi marcada por um processo de reflexão e discussão sistemáticas e coletivas, o que favoreceu a busca de melhores condições profissionais e também confirmou um caminho possível para ser trilhado na utilização do computador e de outros recursos importantes na realização do ensino com a pesquisa na Universidade,

8) Questão de investigação: Analisar a trajetória de um grupo de professores em três eixos: 1) discutindo a dinâmica do trabalho coletivo; apresentando o envolvimento de indivíduos no trabalho coletivo e no terceiro eixo procurando compreender o processo de produção de saberes daquele grupo.

9) Objetivos: A partir de uma analise da historia do grupo da UNICAMP, compreender sua dinâmica, o envolvimento de seus membros e os professores de produção negociada de saberes sobre ensinar e aprender Cálculo.

10) Conclusões: O autor conclui que o trabalho de professores, reunidos em grupos, constitui um requisito fundamental pra o estabelecimento das negociações necessárias para a construção do saber. No caso desta pesquisa, essa negociação girou em torno da utilização de computadores, do trabalho com projetos e da promoção de uma prática educativa em que os professores e alunos se assumiram como produtores de conhecimento. A utilização do computador foi um aglutinador entre os membros desse grupo.

11) Relações entre o uso das TIC nos processos de ensinar e aprender Cálculo: O autor inicia o seu trabalho apostando na idéia de que apenas a utilização dos computadores poderia justificar a qualidade do trabalho de um grupo de professores. Porem, no decorrer da pesquisa, outros fatores influenciaram, principalmente o trabalho dos professores reunidos em grupo, discutindo a utilização de computadores, o trabalho com projetos e mudança de postura dos alunos.

12) Comentários: ressalvas aqui a mudança do foco da pesquisa, e no movimento professores/grupo/informática.

Ficha 9

1) Autor: **Mónica Ester Villarreal**

2) Título: O Pensamento Matemático de Estudantes Universitários de Cálculo e Tecnologias Informáticas

3) Tipo: Tese doutorado

4) Ano publicação: 1999

5) Local: UNESP – Rio Claro/SP

6) Palavras chaves: Pensamento Matemático, Educação Matemática, Computadores

7) Resumo: Este estudo apresenta compreensões da pesquisadora sobre processos de pensamento matemático de estudantes de Cálculo Diferencial e Integral que trabalham em ambiente computacional, abordando questões matemáticas relacionadas ao conceito de derivada. Três duplas de estudantes de Biologia participaram voluntariamente do estudo. Com cada dupla foi realizado um experimento de ensino, que é uma variação das entrevistas clínicas. Tais experimentos foram videogravados. Após transcrição completa, foram selecionados doze episódios que ofereciam possíveis respostas para as perguntas da pesquisa. A análise realizada é do tipo indutivo/construtivo e é aprofundada através de um entrelaçamento com a literatura sobre o tema. Os tópicos emergentes podem ser assim resumidos: o pensamento matemático é permeado e reorganizado pelas mídias utilizadas, que constituem, com as estudantes e a pesquisadora, uma ecologia cognitiva particular; as estudantes desenvolvem abordagens tanto visuais quanto algébricas no ambiente computacional, sugerindo a necessidade de coordená-las para superar uma dicotomia visual/algébrico; jogos de conjecturas e refutações caracterizam os processos de pensamento matemático das estudantes que não seguem caminhos lineares, mas em rede. Tais aspectos sugerem a necessidade de repensar o ensino de Cálculo, a partir de uma visão de conhecimento como rede de significados que desafia a vigência da visão cartesiana.

8) Questão de investigação: Como caracterizar os processos de pensamento dos estudantes ao trabalharmos questões de matemática relacionadas com o conceito de derivada em um ambiente computacional?

9) Objetivos: Compreensões sobre processos de pensamento matemático de estudantes de Cálculo Diferencial e Integral que trabalham em ambiente computacional, abordando questões matemáticas relacionadas ao conceito de derivada.

10) Conclusões: ... o computador pode ser tanto um reorganizador quanto um suplemento nas atividades dos estudantes para aprender Matemática, dependendo da abordagem que eles desenvolvam nesse ambiente computacional. Do tipo de atividades propostas, das relações que for estabelecida com o computador, da freqüência no uso e da familiaridade no uso e da familiaridade que se tenha com ele (p. 362).

11) Relações entre o uso das TIC nos processos de ensinar e aprender Cálculo: sim

12) Comentários: NO estudo, a autora analisa um “coletivo pensante”, integrado pelas estudantes, a entrvistadora, o computador, a mídia lápis e papel, etc., que constitui uma ecologia particular.

Anexo E

A) Entrevistas com professores que lecionaram a mais tempo a disciplina CDI

a) Nome completo do entrevistado: **JB**
b) Data da entrevista: 29 / 10 / 2009
c) Local da entrevista: Residência, em Rio Claro
d) Recursos utilizados durante a entrevista: gravador digital
e) Duração: 1h02min

E - Qual a sua cidade de origem/nascimento, onde o senhor reside e onde trabalhou a maior parte do tempo?

JB - Eu nasci em..., minha mãe contou que eu nasci em Traipu, município de Arapiraca, Estado de Alagoas.

E - O segundo município maior de Alagoas. Atualmente o senhor reside?

JB - Eu resido em Rio Claro.

E - Atualmente o senhor trabalha no ensino superior?

JB - Não. Atualmente não trabalho na parte de ensino.

E - Está aposentado?

JB - To, não tenho atividade didática nenhuma.

E - Sobre a sua formação acadêmica como o senhor poderia comentar desde a parte, principalmente, a formação superior? Qual sua formação superior?

JB- Bom, eu entrei na Faculdade de Filosofia Ciências e Letras da Rua Maria Antonia em São Paulo (da USP Zé). Então eu acho que foi ... não lembro mais....56... acho que foi em 1956 .... eu posso ver nas minhas coisas.... (é mais fácil achar lá....)...depois eu vejo...

(A esposa comenta algo sobre algumas pessoas que entrevistaram o professor JB em outras épocas)

E - E na USP o senhor fez graduação em?

JB - Fiz graduação em Matemática. O vestibular dava direito a fazer Física, Química ou Matemática. Você podia escolher. Aí eu escolhi Matemática.

E - Depois que passava no vestibular?

JB - É depois que passava no vestibular você tinha opção ainda. Você tinha opção ainda, aí eu escolhi Matemática.

E - Aí o senhor se formou na USP?

JB - Me formei na USP acho que em 1960...62 o ano preciso olhar.

E - E depois?

JB - E aí.... eu acho que fui lecionar no secundário. No secundário. Na verdade eu comecei lecionar ainda quando era aluno, na Vila Esperança em SP. Tinha um colega lá que também freqüentava o curso de Matemática e já lecionava no secundário e ele me convidou e eu fui lá e comecei trabalhar na Vila Esperança no (colégio Gabriel Ortiz). Colégio Gabriel Ortiz. Ginásio só. Depois esse mesmo ginásio virou colégio e eu também comecei lecionar no colégio. O ano precisa olha...

E - E depois?

JB - Ai ...deixa eu vê...eu passei num concurso e entrei num outro ginásio que é o Oswaldo Catalano. Também lá na capital. (A esposa interrompe...você num escolheu o Gabriel Ortiz a primeira vez? O Catalano foi outra vez?). É foi outra vez, então, exatamente. (Aí você foi lecionar. Aí você fez concurso e o primeiro concurso e que se fez não foi o Catalano?). Não o primeiro foi Gabriel Ortiz! (Ah, o Gabriel Ortiz. Aí depois de passado um ano ele fez concurso outra vez, passou de novo e acumulou cargo, escolhendo cadeira no Oswaldo Catalano). Que é no Tatuapé. O outro era na Vila Esperança, esse aí é no Tatuapé. E aí eu acabei arranjando um lugar pra lecionar, uma universidade que tava se formando. Universidade Estadual de Mogi das Cruzes. Universidade.....(Não, não é estadual) Era OMEC né? Era OMEC. (Universidade.....)

E - Municipal será?

JB - É....Não era municipal (Era do padre). Era dos padres.

E - Oswaldo Cruz....Mogi das Cruzes. São Paulo.

JB - Fui dá Cálculo Numérico lá (Cálculo numérico? A convite da Priscila Bechara).

E - O senhor ficou um tempo nessa universidade? Nessa faculdade?

JB - Fiquei até eu vir pra cá, mesmo depois que mudei pra cá eu continuei lecionando lá. Eu ia uma vez por semana. Morando aqui, ia de trem. (Acho que foi em 1970). Arranjei as aulas pra ser de sábado, que assim ficava.....dava aula no Batista Leme (Essa cadeira aí da Vila Esperança, ele removeu pro ginásio de Santa Gertrudes. Ginásio de Santa Gertrudes era aula noturna. Dava aula no Santa Gertrudes de segunda a quinta, acho porque dava quatro dias. E depois ele ia pra.... aí ele pediu exoneração da segunda cadeira do Catalano). Por causa que eu entrei aqui na UNESP. (Por que aí ele começou aqui na UNESP. Aí ele foi pra UNESP).

E - Que é a data que o senhor entrou, que ta lá no quadro lá.

JB - Quando eu comecei lá na UNESP. Então, mas teve um tempo que eu dava aula aqui no Batista Leme, fazia pós-graduação em São Carlos e dava aula em Mogi das Cruzes, (risos), tava bom (risos) tava bom, chegava dia de sábado., domingo...era sábado aqui duas da madrugada (domingo....era domingo). Era domingo...rs...aí passava ainda ali naquele barzinho da Toca...passava na Ilda primeiro, depois passava na Toca....tudo cheio de gente....não tinha nada de violência. Eu vinha caminhando por cima...

E - Chegava de trem?

JB - Chegava de trem.

E - Isso foi quando o senhor entrou na UNESP?

JB - Isso foi quando eu entrei na UNESP. (Quando meu filho nasceu. Há 40 anos). Quando meu filho. Foi ele que expulsou nós pra cá. (risos) na verdade foi uma coisa. A universidade aqui tava numa dividida de ir pra Campinas ou não. Nesse negócio tinha vaga pra mim aqui. Tinha vaga. Então, não sei se quem inventou. Ou se o Irineu, sei lá, uma pessoa mandou eu vim, eu vim. Aí, dava aula, aqueles contratados sabe, 12 horas, só contratado. Um negócio assim. Só contratado.

E - No início! O senhor estava fazendo já o mestrado em São Carlos?

JB - Não tava (não estava fazendo nada). Não, nesse tempo eu não estava fazendo nada. Depois começou vim exigência que a gente devia que fazer pós-graduação. Então ai.... (quando ele veio pra cá não tinha que fazer. Não tinha ninguém pra dar Cálculo Numérico). Eu dava aula no Batista Leme e também (aí ele conseguiu remover) e fazia pós graduação em São Carlos. Aí depois começou a, ... aí entrou.... pra continuar aqui em Rio Claro precisava fazer concurso, aí eu tava fazendo....ia começar o mestrado. Então o concurso ele era uma dividida porque se você não passasse no concurso, você perdia o lugar na universidade (ele já tinha exonerado o secundário...risos). Porque era uma exigência. Você

perdia o lugar na universidade. Então eu acho que eu tinha também já saído do secundário. Tava enrolado. (Exonerado do secundário porque ele tava em tempo integral). Ficava aqui em tempo integral. E apareceu candidato. (e mais titulado) e mais titulado.

E - Quantos candidatos o senhor acha que tinha?

JB - Tinha 1.

E - Ah, mais que um.

JB - Mais um candidato. Eu e mais um (não tinha 3 ZB? Eu acho que tinha 3 – esposa). Não sei, não lembro direito. Depois acho que o cara não veio fazer o concurso. Não veio o cara. O cara não veio. Mas eu passei nesse concurso. Mas aí ainda ficou, tive que fazer o mestrado ainda (mas o mestrado foi criado naquela época. Porque não era mestrado, era doutorado direto. Ele fez uma montou uma tese que já quase era pra doutorado, mas aí não podia, aí fez todos os ...ah ... as coisas). Os créditos. Os cursos e depois tinha ainda um qualified, a turma até reclamava, pô, se a gente faz o curso, fez prova do curso, porque cada curso tinha duas provas e depois ainda tem que fazer um qualified pras mesmas coisas dos cursos? A turma achava ruim isso. Tremia viu. Era ruim. A turma falava, assim mesmo teve que fazer...era barbaridade. Muitos tomavam calmante, eu não tomei nada, mas que dava muita enxaqueca dava....

E - E, aí depois que o senhor ingressou no ensino superior foi em Mogi das Cruzes e na UNESP? Nesses dois lugares?

JB - Primeiro foi em Mogi das Cruzes e depois na UNESP, ASFAF.. né .(Faculdade de Filosofia porque ainda não era UNESP).

E - E durante... o senhor tá falando da formação. O senhor fez mestrado em São Carlos na USP?

JB - Mestrado na USP e depois eu tava tentando o doutorado. Mas aí o meu orientador achou que era melhor eu ir pro exterior. Mas aí eu já tava velho já. 40 e tantos anos. Aí consegui uma bolsa pra Inglaterra. Tinha 3 lugar pra escolher. Tinha Dubly, Oxford ... tudo na Inglaterra. Não, tinha Scussing, também no norte dos EUA, mas acabei escolhendo Oxford, porque tinha um professor que deu um curso pra gente aqui que era de lá e eu pensava que ele fosse orientar a gente, já que ele veio pro Brasil ele sabia um pouquinho de português né. Chamava Makil o professor. Aí eu cheguei lá me deram um professor como orientador, que eu só vi uma vez que ele veio ler o que eu fiz. Veio ver no computador, que já tava entrando em programa. Aí que ele veio. Muito difícil. Então, aí não consegui doutoramento na Inglaterra. Que seria uma tese. Teria que escrever uma tese sobre o material do professor que orientou (Publicou). Publicou não, porque você tem que entregar a coisa escrita e em inglês né. Então eu que sou ruim de inglês toda vida, escrever aquilo lá, mas não consegui doutoramento, fiquei 1 ano só lá, aí vim embora. Tinha um teste de qualify e eu não passei... no qualify, aí depois que eu vim pra cá... aí os colegas que faziam aqui esse mesmo curso aqui nessa parte de análise numérica, aí eu informei pra eles que como é que eram as coisas e aí eles foram pra lá também e mudou o curso também. Eu fui de boi de piranha. Eu fui boi de piranha aqui em São Carlos e fui boi de piranha lá. Porque aqui, muita gente fez doutoramento antes que eu, mas aí o CNPq começou dar nota pras universidades. Começou baixar a nota de São Carlos e aí eles tinham que reprovar. (Mas não reprovaram você). Não. (Não é verdade. Eles boicotaram o seu orientador). Então (eles cancelaram a ...). Eles não deram oportunidade. (Ele tinha tese, orientador e o cara tava, ..., dispensaram esse cara).

E - Desligaram ele?

JB - Desligaram ele. (O Costa, tava prontinho. A gente achava que ele ia defender). (O Costa vinha sempre aqui. Era orientador de verdade. Queria saber. Como tava, como num tava. Eu acho que é assim que faz um orientador). Então, aí num saí....aí o tempo passou. (Aí ele tentou mais uma vez em Campinas). Tentei em Campinas, tentei em Piracicaba, mas aí

mudou completamente a coisa porque eles apelam mais pra parte de Estatística umas coisas completamente diferente do que eu estava fazendo (aí tinha que começar estudar Estatística), não é pra mim, isso aí não é pra mim.

E - Tanto em Mogi das Cruzes quanto aqui na UNESP o senhor centrou mais força em alguma disciplina ou o senhor chegou a lecionar várias disciplinas?

JB - Aqui eu cheguei a lecionar umas coisas muito interessantes. Seguei a lecionar Geometria, é e tenho a impressão de ter lecionado Álgebra Linear e Análise Matemática, né!! Que é Cálculo. Cálculo I e Cálculo II e ..... o que eu tava me preparando é que eu queira mais ir pra Matemática Aplicada e eu tava fazendo Cálculo Numérico que eu achava que era mais apropriado pra Matemática aplicada. Não, não deu o que eu pensava, foi aí que eu trabalhei o que eu pensava. Que é Análise Numérica, que é um tipo de Cálculo Numérico só que do ponto de vista que tem mais teoria.

E - Principalmente quando o senhor lecionou Cálculo foi só pra turma de Matemática ou também teve a oportunidade de lecionar para outros cursos?

JB - Ah, o Cálculo acho que tinha o pessoal da Geologia, da Biologia, da Matemática e da Física. Eu tenho a impressão que tinha tudo isso.

E - Era uma sala junta ou não?

JB - Não lembro direito como é que é o primeiro. O Primeiro ano que eu lecionei Cálculo, a classe era de 80 alunos. Era um problema até pra fazer prova porque não tinha lugar pros alunos sentarem. Se todos viessem ia ser problema pra arrumar lugar pra sentar. Esse foi o primeiro ano. Depois no segundo ano não sei o que aconteceu as classes foram diminuindo. Então, era uma classe só. Depois, não sei bem o que aconteceu, comecei a dar Cálculo Numérico só pra turma só da Geologia, eu ia na Geologia, na verdade era no Hexágono ali né ... era no Hexágono ... dava aula no Hexágono, depois que foi pra lá. E.... acho que Física era junto com os caras da Matemática, sempre foi misturado né?!?.... Geologia que sempre foi separado né. Mas eu não sei também se não tinha gente da Biologia né. Aconteceu alguma uma mudança na estrutura, que esse pessoal dessas outras coisas também precisava assistir essas coisas de Cálculo Numérico!

E - Tava devendo?

JB - Não sei, alguma coisa que no currículo deles tinha que fazer. Não sei se a Biologia era desse jeito, mas tenho a impressão que dei aula para os caras da Biologia e não sei se dei um pedaço de Estatística também. Tenho a impressão que dei um pedaço de Estatística também.

E - Durante os anos que o senhor lecionou, existia alguma uma maneira comum do senhor ou dos outros colegas de se atualizar, ou como é que se atualizava, ou como é que buscava informação para preparar aula?

JB - Bom, preparar aula, eu tinha uma biblioteca boa né, ainda tenho. (A esposa interpela...Não tinha curso?)....Ah, eu fazia aqueles cursos de pós graduação né. Nunca deixei de fazer. E também fui fazer um curso no IMPA, em 70. Em 70 eu fui fazer um curso de férias lá no Rio de Janeiro.

E - Um curso de verão?

JB - Fiz curso de verão. E lá era muito bom porque a gente, não sei se eu tive aula com o Elon, com os caras lá, o curso era de Álgebra Linear. (E tinha os congressos também). Ah, e os congressos. Me esqueci dos congressos. (ia em todos os congressos) Todo congresso que (Toda a comunidade tava lá nos congressos) ...lá no congresso.

E - O senhor costumava ir em congressos?

JB - Todos os congressos. Eu tenho as apostilas dos congressos.... (Tem até os anais). Não, as apostilinhas mesmo. Eu posso mostrar pra você. (é uma vida)

(Foi pegar as apostilinhas....)

E - É uma trajetória....

JB - Teve um ano aí que para fazer o programa eu fui na USP. No fim do ano, pra fazer o programa eu fui na USP. O que acontecia na USP a gente queria que acontecesse aqui também. Não queria ficar diferenciado da USP.

E - Existia uma relação muito grande, eu vi na palestra, da USP e aqui né?

JB - Não sei se havia. Sei que a gente ia buscar lá. Eu fui formado lá! Meus professores ainda estavam lá! (E quando ele começou aí, o Jaci Monteiro dava aula aí ainda, não dava?). Não acho que não! Não dava mais aula aí. Mas, assim que passou a revolução, aqueles camaradas, o Catunda fui pra Bahia, ele era professor da gente, era professor de Análise Matemática, as apostilas estão aí ..... O Farah era quietinho, não participava dessas coisas. Mas o pessoal achava que o, apesar que lá na Maria Antonia, o pessoal achava que todo mundo era comunista.

E - Achava que o fato estar lá já era comunista ....

JB - Eu tive aula com o Farah, com o Catunda, com o Jaci, com o Castrucci. Esses caras....

E - E aí voltava lá? Era uma referência.

JB - Aí voltava lá, ia ver que livros que a USP ia seguir e a gente sempre tentava seguir aqueles. Mas às vezes a USP tentava uns livros que era broca. Mas eu não sei se seguia. Porque uma coisa é a proposta, aí agora tem que ver se tem o cara que vai dar o curso. Você pode até propor dá um livro lá, mas você não tem quem dê o curso.

E - E aqui, por exemplo, na UNESP nessa época, tinham grupos de professores que se encontravam pra buscar informação, pra estudar um pouco.

JB - A gente não pode esquecer que a gente tem aqui o professor Mário. O professor Mário tá sempre avançado nas coisas, inclusive a parte de análise ... ele sabia bem a parte de Análise Matemática.

E - Avançado em que sentido?

JB - Ele tinha as idéias pra frente. É que na verdade quando você está fazendo cursos de pós-graduação, você tem que ler papers, no tempo da gente tinha que ler papers. Na leitura dos papers é que você ia se inspirar numa tese pra você fazer. Era só inspiração, então a gente recebia, isso que é a coisa importante... a gente recebia, é certo que era uma injeção de comércio, mas a gente recebia os catálogos das livrarias né?!.. Os livros!

E - É, hoje ainda recebe.

JB - E a indicação de outros professores que falava: Ó esse livro ele é bom! Os professores mais velhos às vezes falavam que o livro era bom porque ele já tinha conhecido o livro né.

E - Isso era comum ali?

JB - Era comum essa coisa. Então ...

E - E a figura do professor Mario nessa indicação... E também na .....

JB - Na verdade ele dava alguns temas pra você estudar ... ele falava: olha eu li achei bonitinho, vê o que você acha? A gente lia aquele negócio (e ele orientou muitas teses também).

E - Pessoa extraordinária o professor Mário!

JB - É extraordinária...

E - Em algum momento, o senhor trabalhou, fez algum projeto com o Cálculo em aplicações, em vez de só dar o Cálculo, mas tentar aplicar isso em alguma área?

JB - Eu fiz trabalho pra ... que foi apresentado num congresso. Na minha área, em Cálculo Numérico.

E - Junto com aluno seu?

JB - Com o Delarone, ele entrava numas coisas e a gente via nos papers então, baseado num paper eu apresentei um trabalho num congresso de Cálculo Numérico em Maringá, deve tá publicado lá nos anais

E - Era parte mais de?

JB - É parte ... é uma parte.... eu na verdade não lembro mais direito, viu Marco, como que era, preciso dar olhada pra ver...

E - Mas assim com relação a projetos com alunos assim?

JB - Não era outra coisa...

E - Com relação a alguma coisa usando Cálculo e História da Matemática? O senhor chegou a fazer alguma coisa?

JB - Não, história da Matemática não! Na verdade o alguma coisa que eles falavam .... falava do nascimento e morte dos caras

E - Dos personagens da ...

JB - Dos teoremas né, dos nomes dos teoremas. E mais nada!

E - Durante o tempo que o senhor deu aula o senhor presenciou alguma mudança nas maneiras de ensinar essa parte ligada ao Cálculo? Presenciou no sentido de ver pessoas fazendo coisas diferentes ou mesmo o senhor mesmo?

JB - Na verdade o jeito que o Cálculo era dado lá na USP, quando eu era aluno, era diferente do jeito que a gente dava aqui. Primeiro de tudo que lá, seguia um influência italiana ou francesa e quando chegou aqui nos começamos a sofrer uma influência americana, mais simplificada. Aqui era mais simplificada. Lá não! Lá mais linha Bourbaki e aqui é uma linha meio americanizada ... avacalhada. Agora depois de uns tempos os americanos também melhoraram. Mas naquele tempo era bem ruim, não era muito....

E - Mas essa diferença se traduziam nos livros, por exemplo, que usavam? Que chegavam aqui?

JB - Não, os livros, se você adotava um livro de autor americano era diferente dos livros franceses.

E - Então o senhor já viu uma mudança na maneira do que ensinar em relação a sua graduação?

JB - Como ensinar. Os americanos são mais práticos. Por exemplo, você ficava um tempo imenso em limite. Ter que provar que numa função o limite é tal, mas por épsilons e deltas ... não é fácil hein? Então você tinha muito disso, de ter que provar por épsilons e deltas. Depois o sistema americano fazia diferente. Tem umas provinhas fundamentais e o resto é conseqüência. Então não é a mesma coisa. Nesse ponto melhorou. Facilitou! Agora ....., se amadureceu o aluno já é outro problema.

E - O senhor não classificaria isso como melhora e sim como uma facilitação?

JB - Vamos pensar que no aprendizado tem uma espécie de potencial e só ganha potencial com trabalho. Não tem jeito de ganhar potencial sem trabalho. Facilita uma coisa vai piorar outra coisa.

E - O senhor até arriscaria dizer que houve uma certa piora?

JB - Uma certa piora. Porque a sua visão, quando o cara pensa em limite, ele não aprende limite diretamente. Porque a idéia de limite veio purificando, isso digamos 1700, sei lá, quando começou aqueles cara magníficos, essas coisas .... que vieram ... até eles andavam errando por aí ... até chegar 300 anos na cabeça desse cara ... pra dizer que cabeça boa. imagine se um aluno em 5 anos ou 4 anos vai amadurecer? Isso é absurdo né?!?! O amadurecimento nisso é demorado! Você não pode forçar o amadurecimento. Não há livro que fala isso. O conceito de limite é muito fino e precisa amadurecer. Não aprende. Logo que se sai do secundário para o colegial você não está maduro pra isso. E é normal que não esteja! É normal que não esteja! Se os caras levaram 300 anos pra amadurecer nisso, agora quer que em 4 anos os caras amadureçam? É forçar muito a barra. Não amadurece mesmo. Eu acho que essa parte é mesmo ...

(Obs: A esposa traz bolo)

E - Durante esse tempo que o senhor deu aula especialmente na área de Cálculo ou Cálculo Numérico, o senhor viu aparecer algum recurso novo pra trabalhar?

JB - Aqui particularmente em Rio Claro o Cálculo Numérico precisava de muitos, muitos cálculos, então aqui, inicialmente, a gente usava uma calculadora comum. Depois a Geologia tinha uma calculadora que era do Landim e essa calculadora aceitava programas. Faziam os programas numas fitas desse tamanho e dessa largura. Aceitava programas. Era meio enjoada, mas aceitava programa. Então a gente usava essas fitinhas. Foi uma melhoria. Depois apareceu um computador. O primeiro computador que nós vimos por aí era um tal de Apple. Eram 60 k de memória. Absurdo mesmo! Quando a gente tava fazendo os cursos lá em São Carlos tinha um computador IBM então a gente fazia os trabalho de computador e você tinha que perfurar uns cartõezinhos e levava lá...a gente usava a linguagem Fortram na época. Deixava os cartõezinhos lá por que não processava na hora. Tinha uma sala grande pro computador com ar condicionado ... a manutenção do computador era a própria IBM que fazia e ele tinha também uma memória menor que esse com Apple... era enorme....daí tinha os cartõezinhos e você ia ver e tinha uma vírgula no lugar que era pra ser um ponto, aí na outra semana pra você levar lá pra corrigir, aí aparecia o erro noutro lugar, essa era a vida da gente. Mais uma semana esperando...daí quando apareceu esse Apple...que maravilha.. primeiro efeito muito bom. Você não tinha que bater o cartão. Vinha na tela, você podia corrigir direto lá...gravava em disquetinho..o Apple não era disquete...o .....conseguiu adaptar uma fita cassete...gravava em fita cassete...

E - Quando mais ou menos o senhor acha que é esse computador? 70 e?

Obs: A esposa sai da sala.

JB - Acho que foi 1980...1979...por aí...

E - A assistência tanto deste Apple e do

JB: o Apple e o PC500

E - PC500 eram de certa forma utilizados pra coisas na sala de aula?

JB - Não, na sala de aula não. Esse era outro defeito né. A gente pedia pros alunos fazerem programas...não sei nem se eles faziam...Não usava na sala de aula.

E - Não era na sala de aula e não era nada de interesse pros alunos ou era coisas de alunos que eram feitas ali?

JB - Era coisa de aluno... por que aí você mandava o cara resolver uma equação por um método iterativo não tinha jeito de fazer se não fosse no computador, mesmo que fosse uma equação polinomial... já pensou você calcular seno, cosseno tangente...

E - Era usado com os alunos? Ele usavam num horário fora da aula por que tinha que ir até ele pra fazer os cálculos pra depois apresentar na aula.

JB - Não eles não apresentavam na aula. A gente só dava os exercícios. Não havia uma cobrança desse jeito. Aí quando chegava a prova aí que...eu não me lembro mais se a gente permitia que eles usavam calculadora, ou coisa assim, era problemático, era problemático dar prova dessa coisa, não dá pra controlar... não dá... então a gente judiava da gente mesmo e judiava dos alunos também. A falta de equipamento era terrível, terrível nessa área minha de Cálculo Numérico, de Análise.. muito

E - O aparecimento, tanto desse computador ou depois de uma calculadora.

JB - Nos tempos modernos, eu parei de dar aula...eu aposentei... eu to vendo os alunos apresentando trabalho agora com vídeo show.... ah, outra coisa!!!.... Assim que eu queria dar uma aula!! Dá o processo e mostra no vídeo show, aquilo sendo processado.

E - Na trajetória do senhor...o aparecimento dessas máquinas ainda que primitivas mudou o modo como senhor tratou a sua aula?

JB - Mudou por que eu já parecia que tinha uma máquina pra fazer isso. A parte de Cálculo numérico sempre pressupõe que você tenha máquina pra fazer o cálculo... (desde o inicio que o senhor começou a dar aula) ou máquina manual.. só que na máquina manual o tempo que você iria demorar e um absurdo. Ia ver o resultado quando?? ... É que a gente dava as coisas que era compatível. Que não envolvia tantos cálculos. Um problema muito simplório. Você pede pro cara resolver uma equação do terceiro grau... polinomial do terceiro grau. O cara aprende na teoria a formula pra resolver isso. Eu pergunto: você já usou a fórmula daquilo lá? Não é fácil!

E - Só com papel e lápis!.

JB - Mesmo com a fórmula na mão e você fazendo as contas por que aparece uma raízes estranhas que você tem que checar... Não é fácil. A não ser que a equação seja simploriazinha....daí você faz até por tentativa. Mas se é irracional? Hummm...

E - Durante o tempo que o senhor teve contato com esse Apple, com a calculadora do senhor Landim....

JB - Eu usei muito e cheguei a programar numa fitinha que apareceu...acho que era...uma calculadora, mas era programável..cheguei a fazer programas nela .

E - Mais algum equipamento? Não deu tempo pra pegar os novos?

E - Uma opinião do senhor enquanto professor de matemática: Utilizar na sala de aula software de matem como estratégia da sala de aula. Esses recursos são ou não ou serão necessários ao professor de matemática?

JB - Eu tenho a impressão que o professor de matemática não é não, mas professor de Cálculo Numérico eu acho que é interessante. (Professor de Cálculo Numérico ou Cálculo?). Cálculo Numérico! Do tipo vídeo show, você dá um processo e o cara vê como é que a convergência está se realizando na vista dele.

E - ...os resultados estão convergindo pro valor

JB - ...é pra solução na vista dele, ou divergindo. Aí ele vai sentir que tem processos bons convergindo na vista dele rápidos convergentes que convergem e que não convergem também e aí eu acho bom de ver na hora lá. Muito importante durante a aula. E mesmo os métodos que são bons pra resolver uma equações. Tem equações que são estáveis e tem algumas que dão uma loucura. Mesmo por que quem faz analise matemática, olhar o gráfico das funções. Uma função muito seria que dá muita discussão é a famosa seno de um sobre x. E você percebe que essa oscilação que você fica: ela é contínua? Uma loucura? Perto do zero aquilo fica uma loucura!! Verdadeiramente louco.

E - E o que você acha...um software, um computador iria mudar essa situação?

JB - Não ia mudar, mas o cara, ele iria ver um problema que está acontecendo. Ele teria um problema de Cálculo Numérico e um problema de analise normal. Por que o passo, no computador as palavras tem um comprimento limitado. Na analise não tem comprimento. Na analise matemática o comprimento é livre. No Cálculo nas máquinas, as palavras e o número tem comprimento limitado. Aquelas coisas vão dar loucura. Alguma coisa fora dessa numeração, fora desse espaço, fora do comprimento dos números. Então não tá valendo nada. Fica muito visível pro aluno ver esse problema da oscilação rápida nessa função.

E - Quando não tem a máquina, o vídeo..., ele acredita em alguns resultados!

JB – Então, você vê, a máquina é enganadora por que como ela é limitada, dá o resultado limitado, esse cara pensa que terminou. Não terminou. É que a máquina não foi capaz. O que ela trabalha, de certa forma, esconde a verdade, por que é uma espécie de cegueira. Se você não esta vendo o que está acontecendo propriamente e vai confiar nos números e está confiando errado.

E - Então, o senhor está dizendo que existe um positivo muito grande em usá-la, mas também ...

JB - Não pode sair da teoria. A teoria tem ser fina. Volto na historia dos limites. O limite é um ponto fundamental que a gente precisa de tempo pra amadurecer. Ele é fundamental. Muito importante! A reta é contínua né? O segmento de reta é continua/o. Mas essas coisinhas são discretas, por que o passo da palavra é pequeno, o passo do numero é pequeno, então o número, a partir dali não descreve mais... é como se você tivesse um segmento e tem alguns pontos dali que não são descritos mais pelo computador pela máquina ... não da pra dizer quanto mede aquilo lá. A medida do segmento é continua, mas o numero que exprime não é, é discreto. No caso do computador ele é discreto. Basta você vê, como é que você representa a raiz quadrada de 2, como é que você representa PI, são dois números de qualidade diferente. Um é irracional algébrico e o outro é irracional transcendente. Você tem uma equação que o coeficiente é PI, polinomial, mas o coeficiente é PI, é difícil você usar o computador pra funcionar, você vai por PI lá? O PI entra no computador com quantas casas?... Então, as duas não pode divorciar. A hora que ele vê o fenômeno que a máquina produz ele tem que ter a teoria mais fina pra dizer, não aquilo lá está acontecendo pro conta disso aqui.

E - Tem que ter uma bagagem pra saber ler o que está acontecendo?

JB - É. É essa que é a questão.

E - Pelo que entendi, mesmo com essa deficiência da limitação o senhor usaria, se o senhor pudesse estar lecionando hoje, uma tecnologia?

JB - O que quero dizer é no Cálculo Numérico é pra usar essas maquinas sim. Mas o que quero dizer é que você não pode se divorciar da teoria, você não pode ficar só na máquina, na coisa... por que senão você vai se perder, vai dar informação errada...tem que casar, tem que ponderar. Na verdade todas as coisas você tem que analisar mais finamente. Eu sempre falo que as coisas que você enxerga assim.., Eu sempre digo, uma superfície que aparentemente plana, na hora que você coloca uma lente, aparecem os buracos. Assim é o Cálculo Numérico, a Análise em todo lugar. Se tiver uma coisa mais fina, ela vai ver que aquilo que se pensava que tava certinho, estava errado.

E - O senhor quer comentar algum aspecto dentro de tudo o que foi falado, comentar algum aspecto que o senhor acha interessante?

JB - Na verdade enquanto eu era professor de Cálculo Numérico eu tinha tudo mais ou menos estável. Uma teoria bem arrumada, bem formulada e agente lecionava aquilo lá. A hora que passou pra Analise Numérica, sem equipamentos, que era nosso caso, eu fiquei devendo pros alunos. Devo até hoje.

E - O Cálculo numérico veio quase que antes da própria estrutura que ele precisa?

JB - Na verdade enfiaram o Cálculo Numérico sem ter a infra-estrutura. Não é que não existia, não existia aqui por que essa coisa de Cálculo Numérico e Analise Numérica é mais ou menos recente...mas quando q foi inventada a bomba atômica? Foi inventada com o uso de máquina , de computador... pra fazer as contas... não tinha teoria envolvida, mas fazia muita conta...né? ...Então... em algum lugar havia computador... Tem uma história que contam das guerras onde tiveram as grandes revoluções e descobertas, antes da segunda guerra mundial, tinha um cara que, um tal de Babagge que tentou fazer um comp. Deu um projeto pro governo inglês e o governo não desenvolveu o projeto que ficava muito caro. Ai veio a guerra e os submarinos alemães afundamento os navios ingleses, americanos, etc, aí eles foram estudar descobriram que estavam com computador e começaram a descobrir até códigos secretos, as trocas secretas que os caras faziam. O computador lia. Ai conseguiram fazer o computador. Ai acharam que o computador era importado, uma utilidade. Valia a pena gastar. La fora as máquina saíram antes. Agora não por que o mundo tá tão..., sai lá e já sai aqui... principalmente essas coisas de vender máquinas... no caso de computador pra Inglaterra ...

(Obs: Ele fala alguma coisa de NASA....míssil...avião a jato, dos computador que eles carregam e da precisão deles...)

E - O senhor falou da calculadora do professor Landim, o computador daqui e, o senhor se lembra de aparecer coisas logo depois aqui na universidade?

Apareceu o Apple e depois os pc500 e depois de algum tempo apareceram os computador pessoais. Com pouca memória. Tudo a gente anda devagar.

E - O senhor acha que se tivesse um laboratório, um curso de Cálculo seria um curso de cal diferente? É um curso diferente de um curso de Cálculo sem laboratório?

JB - Eu acho que o laboratório no curso de cal numérico é fundamental. Inclusive, teoria que o caro bole, o cara pode bolar teorias que não estão na atualidade. Eu sempre falo que tudo o que foi inventado e o que esta por inventar está na vista de nós todos, todo depende do ângulo de olhar. Conforme você olha você vai ver o que o outro na viu. Se você tem um laboratório você pode ensaiar, experimentar sua teoria, criar aparelhos que não estão no laboratório e em lugar nenhum. Você não pode experimentar que os outros inventem o material que você vai usam você tem que criar seu material pra sua própria pesquisa.

E - E no caso do Cálculo? O senhor falou bastante de Cálculo Numérico. Um laboratório de Cálculo no curso de Cálculo I, II e II. O senhor falou do gráfico, que olhar gráfico é importante, mais alguma coisa seria importante?

JB - E não verdade o gráfico da uma idéia muito boa pro aluno, então, quando ele vai estudar uma função ele vai usar Análise, ponto de máximo, mínimo, inflexão, o gráfico ajuda pra isso. Na atualidade o computador tem o gráfico na tela e acho que isso motiva ele estudar o Cálculo. Eu acho que ajuda. Sempre que o cara pensar que é um estimulante. Mas ele tem que sempre estudar a teoria pra saber os motivos e não ser induzido. Nunca divorciar teoria e prática, juntando os dois. Essas teorias que estão por aí, apesar de elas serão sei lá quantos anos, quem falou que elas são definitivas? Você pode ter uma idéia diferente e criar novas coisas....

E - O senhor quer complementar alguma coisa?

JB - Não. Na verdade se eu tivesse lecionando hoje eu teria mais recurso.

a) Nome completo do entrevistado: **J**
b) Data da entrevista: 17 / 09 / 2009
c) Local da entrevista: UNICAMP, Campinas
d) Recursos utilizados durante a entrevista: gravador digital
e) Duração: 1h16min50seg

E – Vamos iniciar a entrevista. Sua cidade de origem?

J – (risos)...Eu sou de Mogi Mirim: centro do mundo, filial do céu, capital do universo. (risos). Lugar de homens bonitos, inteligentes, e sobretudo modestos. Eu sou nascido em Mogi Mirim só que eu nunca morei em Mogi Mirim. Só ia por um curto período de tempo. Então é um lugar maravilhoso porque é um lugar em que eu ia passar férias. Os pais paparicavam. É claro, é o melhor lugar do mundo, qualquer pessoa que viveu no interior como eu vivi acha que a sua cidade, Promissão, Lins, Rubião, Jaboticabal, é a melhor cidade do mundo.

E - E trabalha?

J – Eu trabalho em Campinas. Eu mudei pra Campinas em 1964, vindo de Niterói.

E - Sobre sua formação acadêmica?

J – Eu sou da primeira turma da Unicamp. A gente entrava naquele tempo pra fazer curso básico, em 67. Eram dois anos de curso absolutamente igual pra todo mundo, quer fizesse Química, Engenharia de Alimentos, Física, Matemática, Computação, Engenharia Mecânica, Engenharia Elétrica. Acho que é isso. Ai a gente entrava pra fazer o que chamavam curso básico de Ciências, e depois quando a gente ia pro terceiro ano a gente optava por Matemática, Química, Física etc. Então houve uma situação sui generis, uma experiência nova. O professor Zeferino Vaz conseguiu trazer professores pra cá que queriam fazer alguma coisa nova. Então a gente teve aula com grandes nomes da Ciência naquele tempo.

E - Pessoas empolgadas.

J - Pessoas empolgadas. Havia um professor, o professor Germano, que se alguém fizesse uma pergunta pra ele (a gente tinha aula com ele no sábado de manhã)

E – Ele deu aula em Rio Claro...

J – Isso, ele vinha de Rio Claro dar aula aqui, e se alguém fizesse uma pergunta as quinze pro meio-dia, ele começava a responder desde o “principio era o verbo...” e até chegar no apocalipse já era quase uma hora da tarde. Então aquele cara era, eventualmente, crucificado por todos os colegas que tinham ficado com fome.

E - Locais onde lecionou no ensino superior?

J – Basicamente minha vida profissional foi construída em Campinas. Mas eu tive o privilégio de ser convidado pra dar cursos fora. Então dei cursos em Cuiabá, dei cursos na Federal do Mato Grosso, dei cursos no interior do Paraná, em Guarapuava, cursos regulares de pós-graduação. Já tive duas oportunidades de dar cursos fora do Brasil, na Argentina, e também já dei cursos regulares de pós-graduação na Colômbia, e os mini cursos que a gente dá. Mas esses cursos que eu dei são cursos regulares, normais, de 45, 60, 90 horas, com aluno, com diário de classe etc.

E - Em Campinas, se concentra na Unicamp?

J – Sim, na Unicamp.

E - E em que época você estava como professor?

J – Bom, eu me lembro de ter dado pela primeira vez Cálculo I em 1971. E eu me lembro também de ter dado pré-Cálculo no primeiro semestre de 2009 (risos). E aí pro meio eu faço

isso. É, o médico perguntou pra minha mulher: ‘do que ele gosta?’, ela disse: ‘ele gosta de dar aula’. Então, vai dar aula!

E - Então de 1971 a 2009.

J – Por enquanto, porque a esperança é a ultima que morre (risos).

E - Em sua trajetória acadêmica existe alguma disciplina predominante?

J – Acho que se olhar meu prontuário, (não o policial, risos), meu prontuário profissional, talvez as disciplinas mais freqüentes sejam Cálculo, Cálculo Numérico e Biomatemática, ou variantes, Equações Diferenciais, Variáveis Complexas, Análise Numérica II, Análise Numérica III, Biomatemática I, Biomatemática II. Mas nessa área de Cálculo de uma ou varias variáveis, séries, potências e Equações Diferenciais. E Cálculo Numérico, Análise Numérica. As disciplinas matemáticas, o que a gente chama de 780, 620, 724, etc.

E - Dá pra situar pra que tipo de curso?

J – Não. Não dá porque a Unicamp, no primeiro semestre, muitas vezes nós temos uma turma que é só de Engenharia Mecânica, mas no segundo semestre a gente tem alunos da Estatística, da Civil, da Física, de Alimentos e de Engenharia Elétrica, em outro semestre a gente pega outros. Então no semestre passado eu tinha alunos da Geologia, da Farmácia, e da Biologia, pra dar esse pré-Cálculo e foi até Cálculo Diferencial e Cálculo Integral.

E - Isso muda a aula?

J – Muda. Muda completamente. Porque o Cálculo foi desenvolvido pra resolver problemas, e quando a gente dá aula pra matemáticos que tem interesse, o que a gente chama de matemático puro, a gente pode ter uma justificativa de dar o Cálculo do ponto de vista do professor de Cálculo. Mas quando você dá aula pra quem precisa do Cálculo pra resolver problemas na sua vida, você tem que dar o Cálculo do ponto de vista de quem está usando. Então trabalhando com Farmácia eu achava melhor trabalhar com exemplos de absorção de drogas, sangue, de meia-vida, super dosagem, procurar o máximo sobre recepção de drogas nos organismos do que trabalhar com circuitos elétricos, aquelas equações diferenciais de segunda ordem que colocava o capacitor, o resistor e o gerador de potência... Então muda algo. Eu tive até um privilégio muito grande, dei aula de Cálculo Numérico na pós-graduação da FEAG. E tinha aluno desde o sociólogo que fazia o doutorado em assentamento agrícola, até o estatístico que trabalhava com planejamento de atividade agro-industrial. Ai eu tinha que pegar exemplos que motivassem os alunos, que dissesse: “isso aqui interessa pra você”. Sabe por que? Tem a motivação do medo: “se você não estudar, você vai ser reprovado e se for reprovado três vezes você está jubilado e tchau. E tem a motivação do “você precisa disso aqui”. “Tem esse problema seu, você sabe resolver? Não. Eu tenho a chave.” Então pronto, você aprende e resolve.

E - Numa turma diversificada assim, fica bastante complicado.

J – Eu esperei você falar o ‘complicado’ porque é verdade que é complicado. Mas eu posso garantir a você... eu tenho 62 anos de idade, faz 11 que estou aposentado... posso garantir a você que é muito mais divertido. Você é professor de Cálculo, você sabe disso.

E - Sim, a mudança que você falou é da diversificação numa mesma sala. Eu tenho isso, mas tudo junto. Não é só a Biologia, só a Computação...

J – Sim, eu dei aula uma vez pra uma Biomatemática II. Era um ano que eu tinha dado Biomatemática I. Eu tinha uma turma de 60 alunos, e cerca de 30 da Biologia e cerca de 30 vinha da Matemática aplicada. Era uma disciplina de quatro horas de aula por semana e duas horas de laboratório por semana. E as brigas entre eles eram brigas acadêmicas, não brigas pessoais, eram homéricas. O tratamento de epidemiologia. Então eu apresentava o mesmo modelo de equações diferenciais pra tratar de vacinação, e misturava os alunos e eles se pegavam de pau porque o matemático queria fazer experiência em que morria todo mundo e

eles diziam ‘olha ele vai fazer morrer todo mundo’ e o cara da Biologia queria fazer uma experiência. E eles não chegavam num acordo sobre qual parâmetro usar no modelo. E é muito rico pro aluno também... um aluno de matemática não dizia, “p*** tem aula do Jony de novo” então ele pensava: “Nossa vou ter aula junto com ciclano, beltrano...”

E - Durante os anos que você lecionou, onde e como se atualizou, trocou informações sobre como preparar suas aulas?

J – Bom, eu comecei dando aula como as pessoas davam aula pra mim. Então era o que eu aprendi, eu ensinava. Uma diferença grande era, como houve uma efervescência política muito grande em 67, 68, uma das atividades da greve nós ocupamos a escola. A gente ocupou a escola politicamente, simbolicamente, ou seja, quem tinha que entrar entrava, saia, fazia o que tinha que fazer e a gente ocupava simbolicamente a escola pra “derrubar a ditadura”. E durante essa ocupação da escola, a gente passava o tempo todo na escola e o Ivan e eu dávamos aula de Cálculo pros nossos colegas que tinham dificuldades. O Julio Rader, hoje é diretor da Física aqui dava aula de física, O Pecini, professor aposentado do instituto de Química dava aula de química, um outro colega nosso chamado Pozzi, Gabriel Pozzi dava aula Fortram, nós aprendemos com o professor Simon... Então a gente tinha um contato com o Cálculo que era um contato a partir das dificuldades. Então, quando eu comecei a dar aula, o que eu acrescentei eram as minhas dificuldades e não só as aulas que tive de Cálculo. Diga-se de passagem, que eu tive professores excelentes de Cálculo. Excelentes, que davam aula com brilho nos olhos. O V. Marques, Paulo Boulos, Eduardo Sebastiani, pessoas que punham o coração naquilo. Então era um paradigma ultrapassado? Era, mas o brilho dos olhos dá outro tempero pra aquele mesmo fejãozinho de todo dia. Depois, na década de 70 ainda, eu me juntei com Vera Lucia C. Figueiredo, professora que se formou um ano depois de mim, aqui na Unicamp, José Armando Valente, que fez engenharia em São Carlos, Eduardo Tadau Takahashi, que se formou aqui, Fernando Antonio Zanini, pode ser que eu esteja dando uma idéia errada, nós fizemos pela primeira vez, na década de... era 1974, o curso de Cálculo, Introdução à Computação, Programação de Computadores... eram três coisas. E a gente integrou o ensino de Cálculo ao ensino de Computação. E o que foi enriquecedor pra nós, é que éramos obrigados a discutir cada passo do andamento da disciplina com os outros. Então, o Valente que dava aula de Introdução a IC estava ensinando Pascal pela primeira vez na Unicamp, a gente era obrigado a incorporar as dificuldades dele no que nós fazíamos em Cálculo. E muitas vezes um exercício que eu pedia era feito com a ajuda do Tadau em Pascal e corrigido pelo Valente e vice-versa. Isso aconteceu de maneira muito forte. Depois nós trabalhamos com Modelagem Matemática, era um grupo de professores de Cálculo, mas não foi uma experiência tão forte quanto a experiência que aconteceu na virada do século que foi conduzida pela Vera, pela Margarida e pela Sandra Santos, que era o ensino de Cálculo com aplicações em que nós tínhamos quatro horas de aula, todas as turmas de Cálculo, com exceção da Matemática, todas as outras turmas de Cálculo da Universidade que tinha um altíssimo índice de reprovação, de evasão e de desistência, todas as turmas estavam dentro desse programa. E nós dávamos quatro aulas de aula teórica e na sexta-feira as nossas aulas mudavam de lugar (a tal da sala deixava de existir, não existia turma) e a gente dividia essa aula em uma aula de exercícios e exemplos do lado do laboratório com metade da turma, enquanto a outra metade realizava os exercícios e exemplos usando os softwares. Isso em 1998 ou 99. O professor doutor A.J. de Souza Filho, professor de Uberlândia, fez a tese dele analisando essa experiência. O Arlindo começou a tese dele pensando que as tecnologias tinham reformulado o ensino de Cálculo. Eu quero dizer a você que durante os anos que isso aconteceu, os mesmos professores com as mesmas idades avançadas, didaticamente falando, fazendo matéria igual, dando aula igual, lista de exercício igual conseguiram com alunos, “cada vez mais que entram mais despreparados na Universidade” conseguiram um índice de aprovação muito superior. Eu não comecei a fazer, de repente, provinhas fáceis. Nem eles, nem César, nem Zoraide... todo mundo continuou a fazer a prova de Cálculo que sempre fez, Uma prova de Cálculo que antes tinham grande reprovação e agora não tinha mais. Por que? Alguma coisa aconteceu!

O Arlindo quando foi estudar tinha certeza, e eu também tinha, acompanhei de perto o trabalho dele, que era a introdução da tecnologia que tinha mudado isso. E a hora que ele começou a trabalhar com os professores, monitores e tutores, ele descobriu que a força atrás dessa mudança na aprendizagem de Cálculo, no ensino, mas na aprendizagem também, vinha de fato (nossas aulas eram das 8 as 10, segunda, quarta e sexta) só que sexta-feira, das 10 ao meio-dia tinha reunião de todo mundo: coordenadora, auxiliar de coordenação, professores, monitores e tutores. Havia professores em exercício do doutorado, do mestrado, e os alunos de graduação que eram monitores, e todos davam palpites. E a gente montava as próximas atividades nessas duas horas. E a gente verificou que essa troca de experiência, essa discussão coletiva, bem Paulo Freire mesmo, a gente tinha mais horas pra ver o mundo e dialogicamente construir...

E - Foi o que ele chamou de comunidade de prática?

J – Sim, e isso pra mim foi marcante. E eu dou aula desse jeito até hoje. Até hoje eu tento dar aula desse jeito.

E - De certa fora, você já respondeu minha próxima pergunta. Se onde você trabalhou havia grupos de professores pra discutir conteúdos de Cálculo.

J – Isso foi exatamente isso que eu falei. Mas você tem que, é bom você verificar. Elas até produziram livros etc. Só que eu me entusiasmo tanto com esse projeto que eu talvez fale objetivamente sobre ele, porque pra mim foi um fato marcante na minha carreira docente.

E - O fato da formação desse grupo...

J – A formação desse grupo e o fato de ter trabalhado muito de perto com o Arlindo, que me fez perceber que não era o que tinha me motivado na década de 70, de introduzir o ensino de Pascal junto com o ensino de Cálculo. Então trabalhar séries era uma coisa muito obvia, não era uma coisa maçante e as integrais de Riemann a gente via que elas convergiam pra mesma coisa numericamente. Então são experiências diferentes: uma com a ênfase na tecnologia proposital, a outra com ênfase na tecnologia mas que resultou numa ênfase no trabalho coletivo, no grupo de professores de Cálculo, tutores e alunos. Desculpa, mais uma coisinha, sem querer tomar demais o seu tempo... Nessas aulas, muitas vezes o aluno de graduação colocava um conceito, uma idéia, uma sugestão prática que passava por cima da minha sugestão. Ou seja, ele tinha uma saber maior, ele era aluno de graduação, não tinha acabado de fazer topologia ou era aluno de Biologia e tinha passado na seleção, porque a Vera, a Sandra a Margarida faziam, e tinha uma idéia melhor do que a minha. Ele que nunca tinha dado aula de Cálculo na vida, que tava ajudando o programa. E trabalhar assim é ótimo. É um trabalho, realmente de construção coletiva.

E - Uma palavra que aparece na maneira de gerenciar, de preparar sua aula é ‘projetos’. Você trabalhou Cálculo a partir de projetos na sala de aula?

J – Projetos sim, na sala de aula nem sempre. Uma das coisas que nós fazíamos nessas aulas era propor exercícios pros alunos no sentido: “você é da Engenharia mecânica, e você está se interessando por uma parte da Engenharia Mecânica, no projeto, o que você usa de Cálculo no seu trabalho?”. E os alunos era obrigados a preparar isso pra depois de terminado o período letivo, e antes de ser entregue as notas, num seminário de Cálculo, eles apresentavam seus projetos. Eles tinham tempo, tinham coordenador de seção... como se fosse uma coordenação técnica de um congresso. E era apaixonante! E eles podiam por pôsteres pra apresentação e, é claro, que tinha gente que fazia cara feia pra aquilo... mas eles faziam, mas muitas pessoas que estavam incomodadas com o ensino anterior de Cálculo com grande evasão, desistência e reprovação altas vibravam com como os alunos faziam, da Engenharia Mecânica, agrícola, Física, como eles faziam a importância do Cálculo. Isso é só um exemplo, como trabalhou o pessoal da Engenharia Agrícola era mais com projetos.

E - E eles pesquisavam durante o ano, onde ele achava que o Cálculo tava presente na área dele. Enquanto isso você trabalhava o Cálculo da maneira que tinha preparado...

J – Sim, e ele tinha de apresentar. Era um tipo de projeto...

E - No final do ano ele juntava as duas coisas.

J – Sim, por exemplo, pra engenharia agrícola, pro pessoal que trabalhava com construções, assim, como é que você constrói o silo, como é a resistência do silo? É uma equação diferencial. E o cara ia descrever pra mim, ia aparecer a equação diferencial. È um tipo de projeto. Como é o crescimento populacional nos assentamentos dos casos que você já trabalhou? Então tem um período que cresce muito, depois tem o período que para de crescer, que lota... novamente você pode trabalhar com as equações diferenciais, lineares ou não. Então eu sempre gostei de trabalhar com projetos. Eu me lembro de um trabalho que a Vera e a Sandra propuseram que era calcular a superfície do teto de uma igreja em Salvador. Não pedia pra calcular x. A pergunta matemática 'quanto vale x? qual a integral de x? qual a função?' O aluno tinha que fazer. Então a primeira coisa do projeto era fazer a pergunta matemática. (interrupção) Isso é um exemplo. Um outro exemplo que a Margarida propôs que usasse Mathematica pra desenhar uma bicicleta. O software Mathematica. Você precisa saber onde é que você coloca o origem e a partir da origem fazer as circunferências, e fazer o triângulo... então você tem a ferramenta, você sabe o que quer desenhar mas você precisa colocar a circunferência no lugar certo, com o raio adequado. Esse era um exercício fantástico. Você sabe porque era fantástico? Porque quando o aluno fazia isso o aluno era dono do processo. Não era assim: 'desenhe uma bicicleta usando ..., sem usar a regra de não sei o que, usando tal limite.' É diferente dizer 'desenha uma bicicleta com geometria analítica'. E eles eram capazes. Mas precisa saber o conceito. A prática, uma máquina de QI zero com muita paciência, porque você manda ela fazer 80 vezes e ela faz, mas o conceito ela não tem, o conceito é você que deve ter. Então isso é só prática: introduzir o Maple, o Mathematica, O MAtLAb, é uma coisa fantástica.

E – Bom exemplo esse, gostei!

J - Uma outra coisa que aconteceu também com a professora Margarida Melo, mandou os alunos desenharem um chapéu de cangaceiro. Pode ser uma elipse, pode ser uma circunferência. É claro que tinha um aluno que fazia pá pá, acabou. Mas tinha uns que punham uns cabelinhos, desenhavam estrelinhas, e se divertiam fazendo isso. É claro que é um desafio lúdico, eu sei que é.

E - Mas você ta manipulando objetos matemáticos.

J – Você ta manipulando, você tá dominando os procedimentos. Aí quando você precisar, no seu emprego como Engenheiro Elétrico, fazer um projeto, você domina o processo. E se domina o Mathematica, você domina o Maple, o Reduce, e domina o Derive... e domina o que aparecer pela frente. Você domina o conceito. Desculpe, eu me entusiasmei.

E - Não... (risos)... Nas aulas de Cálculo, a influência de colocar a história da Matemática...

J - Ah sim!!! O que a Bete e a Sandra fizeram, e a Sueli também, eu trabalhei num projeto muito interessante da Capes com a Sueli..... Era colocar a história... por que foi colocado logaritmos? E isso muda o seu jeito de ser professor de Cálculo Numérico, ou de Cálculo. Você deve ter ouvido falar do tempo de aluno que tinha professores que proibiram de usar a calculadora na prova de Cálculo. Infelizmente proibiram logaritmo. Por que aquilo é uma calculadora que transforma multiplicação em soma. Então você limita, o professor diz: Na minha aula eu proíbo os logaritmos. Onde vai parar o raciocínio se ninguém multiplica mais. E o resultado é inexato. Mas era o jeito que a humanidade tinha pra calcular o que tinha de calcular. Tão inexato quanto a calculadora hoje que usa um sistema digital. Mas, a história da matemática é interessante também, pros alunos perceberem duas coisas. Um: o que hoje é verdade típica amanha é bruxaria. A frase é do Rubem Alves.

E - Ou vice versa, talvez.

J - É, veja, Marcão. Talvez seus pais se lembrem disso, ou seus avós se lembrem disso. Você passava numa região de várzea e tapavam o nariz com lenço. Vou repetir pra você a frase que era do Conselho Nacional de Medicina: Quem transmite é o miasma mefítico. Miasma são esses ares pesados que tem perto do pântano, e mefítico refere-se ao diabo. Então é o fedor do capeta. E quem falava isso, não era a bruxa que morava no distrito não sei da onde nos arredores de Iracemápolis, era o Conselho de Medicina. Que dizia, olha, os hospitais tinham de ficar com as janelas fechadas. E os alunos acabavam a aula de anatomia, com os grandes nomes da medicina, e sem lavar as mãos, mas com as janelas fechadas pra não entrar os gases mefíticos atendias as mulheres em trabalho de parto. E a mortalidade, as mulheres tinham de fugir do hospital, e ter o bebe em casa pra não morrer de septicemia. E átomo era uma coisa que não se divide mais, e a maior velocidade da luz, e hoje nos já temos velocidades supra luminares. E a definição de reta era o raio de luz, como se a luz não entrasse, fizesse a curva e entrasse no buraco negro pra nunca mais sair. Luz faz curva. Então você ta vendo que eu to falando de como os paradigmas foram mudando. Então a primeira coisa é que uma crença que levou a uma invenção, logaritmo, a integral, a deriva, a equação diferencial, a história que contam esse problema motivou esta invenção matemática. E há histórias em que esse conceito matemático, o matemático colocou ele debaixo do braço e ficou procurando o que fazer com ele. Há exemplos lindos nesse sentido. Então o método do Shuting, é o método que você dar tiro pra matar melhor o inimigo. E a seqüência da integral de Richardson, foi inventada, e passaram muitos anos, pra essa maneira de calcular a integral foi passada a ser usada. E foram os soviéticos que usaram pra prever onde que o primeiro satélite artificial ia aparecer no horizonte. Eu me esqueci da integral. Tá no livro do Cornel. Daqui a pouco eu lembro, mas é a seqüência da integral numérica de Richardson, é a integral mais bobinha que tem (eu to gagá, rsrs) A história é boa pra isso. E a segunda coisa é que o aspecto histórico coloca a gente numa dinâmica do tempo. Então o aluno é parte de um processo que não acabou. Não tinha um fim. Acabou, final feliz, the end, a gente come a ultima pipoquinha, pega na mão, e sai com a namorada do cinema. Quando a gente trabalha com ciência, com cálculo, não tem isso, a coisa continua. Então a segurança que a gente tem com a resposta certa, quando a gente coloca a perspectiva histórica, vai embora.

E - Nesse tempo de atuação você presenciou alguma mudança na forma, na maneira, modos de ensinar Cálculo?

J - É...em alguns ambientes sim, outros não, alguns colegas, infelizmente não. Há colegas que dão aula, como eu tive aula, na década de 60, há 50 anos atrás. A 50 anos atrás não tinha TV colorida a válvula. Não é que não tinha LCD. Telefone celular não existia, a sombra. Existia o Dick Trace, nas historias em quadrinhos, em que ele falava no telefone no relógio dele, mas não existia telefone celular, existia telecomunicação por radio. Talvez a Xuxa tivesse nascido, mas não tinha a Turma do Balão mágico. Ninguém sabe o que é isso hoje. Injeção eletrônica existia, mas não era costumeira, quer dizer, eu consertava meu fuscão, eu achava ferramenta pra consertar meu fuscão no açougue. Hoje não, por que o carro quebra tem que trocar a placa inteira. É uma desgraça. Tem de chamar alguém que entende de eletrônica. O Ubiratan diz que o ensino de Cálculo DOI (o D eu esqueci) Obsoleta e Inútil. O D eu não sei se era desmotivado, desatualizado. E o Cálculo não é mais como esse Cálculo, o Cálculo da abstração é com o giz, mas o Cálculo sem o computador eu acho que não faz sentido, mas tem gente que não usa.

E – Continua sendo com o giz, e não mudou a sua atuação...

J – Ainda é a transmissão da informação. E o exercício na prova é reproduzir o que o professor colocou no quadro.

E - É o que você chama que não houve mudança...

J – Não houve mudança. Em compensação, no Brasil todo tem gente recorrendo a laboratório de computação, a softwares, a visualização. Há experiências que a gente não imagina. Tem um professor chamado Dalcídio Moraes Claudio, que trabalhava sempre com matemática interpolável. E ele trabalhou numa escola privada muito boa em Porto Alegre. Ele dava aula pra engenheiros, engenheiandos, gaúchos, numa escola privada. E um exercício que ele fazia com esses alunos, imagina o ambiente. No laboratório ele dizia o seguinte: Agora todos de o olho fechado, e vocês com a mão vão simular o comportamento dessa função. Ele dava uma informação sobre pontos críticos, máximo, mínimo, assim, e vocês, com a mão, no ar, de olho fechado vão desenhar o gráfico dessa função, e ele olhava as mãos, e era fantástico. Era um cara como eu, que não tinha uma formação didática, pedagógica. E como ele tinha um filho com deficiência de falas e de audição, ele sabia ler o que as pessoas tava dizendo com as mãos. Você não tava reproduzindo o desenho do livro, você tava imaginando o conceito abstratamente e reproduzindo, então há muitas coisas que podem ser diferentes do cuspi e do giz. Eu não sei mas você já deve saber que um cara disse que se um médico da década de 50 entrasse num hospital hoje, ele não iria reconhecer nada, tem computador, luz. Se um piloto que pilotava um avião na década de 50, pilotasse um avião hoje, magina! Um motorista de caminhão, Marcão, eu guiei um Ford Perkins, de cambio seco, carregava 8 metros cúbicos de areia no talo. Hoje, senta um mulequinho num caminhão, de 15 anos, só direção hidráulica, confortável, ar condicionado, com 22 toneladas de areia atrás, ai assim, eu vou precisar a 3 marcha e vai, ele aciona o eletrônico e faz a mudança pra ele. Qualquer lugar que você for, delegacia de policia, cadeia, hospital, qualquer lugar que você for, mudou tudo. Alguns poucos mudaram quase nada. E um dos lugares que mudaram quase nada, foi a sala de aula.

E – Boa discussão, por que será? Por que não mudou?

J – Alguns lugares mudou. Eu fui uma vez fazer uma palestra em Itatiba, entrei numa sala de aula comum. Ah, usa a sala de aula da 3B que não ta tendo aula. A 3B era assim, tinha lousa nas 4 paredes, e as carteiras não eram voltadas pra mesa do professor. As carteiras eram colocadas uma virada pra outra, de maneira afazer diversos conjuntos de quatro, e as pessoas trabalhavam...uma escola publica, em Itatiba. Não to falando de uma escola do Anglo super X, dos Jardim Paulista. To falando de uma escola publica aos redores de Itatiba. Em alguns lugares as pessoas estão reagindo, por que querem outra coisa pras crianças.

E – Interessante saber o que move as pessoas a não mudar, ou o que não move, no caso da educação.

J – Na educação, no emprego, no casamento, na criação dos filhos, no partido político, é. Uma vez o Eduardo Sebastiani passou um único trabalho pra turma toda. Eu achei que era o fim do mundo fazer isso. Até que um dia, dando Métodos Matemáticos de Saneamento Básico, num curso de especialização da Unicamp, o que hoje é a faculdade de tecnologia de Limeira, eu dei um trabalho só pra turma toda. Haha, eles falaram, um trabalho só pra todo mundo? Mas como assim? Eu disse, sim. E como isso pode ser? E aí tinha aluno da biologia, da paleontologia, da geologia, engenheiro agrônomo, advogado, e cada um dava um palpite de como deveria ser a distribuição de poluente, e eu tinha dado a ferramenta matemática pra variar, e eles viram que jamais conseguiriam fazer tudo o que precisavam fazer pra resolver aquele problema. E brigaram, se reuniram de domingo, viajaram pra ta junto, até que eles entregaram a resposta pra mim.

E – Ah, era um grupo só.

J – Sim, 57 alunos. Cada um vai ter que fazer um pedaço, vamos ver tudo o que precisa fazer. Eles ficaram olhando pra mim e disseram: Como é que vamos fazer? Eu disse, divide! Você faz isso, você cuida dos programas, você avalia, e fizeram. E foi bom ver!

E – Tipos de livros que você utilizou ou utiliza?

J – Claro que lembro. Eu usei o Thomas, que tinha muitas aplicações, no começo. Usei o livro de Cálculo, Piskunov, especialmente por que ele tem um cuidado muito grande com o conceito matemático, e depois usei o livro do Paulo Boulos, usei o livro do Leithold, usei o livro do Thomas mais recentemente, e usei também dando Cálculo pra Biologia, um livro que não é um livro "de Cálculo", embora trate de Cálculo, chamado Batschelet, Introdução a Matemática para Biocientistas. É que eu achei muito útil mesmo. Tem mais um livro que eu to esquecendo, ah, o livro do Lang em 4 capítulos. Agora, o que eu mais gostei mesmo, foram os livros que tinham aplicações. Não aplicações falsas, do tipo, a função que descreve a produção de uma fábrica de cadeiras é uma parábola. E pergunta pra que numero de cadeiras tem a produção máxima? Eu fico revoltado com esses troços, ridículo, né. Mas...

J – Mas desses todos acho que Thomas que tem aplicação.

J – O livro do Stewart também tem aplicações. Mas aí nesse tempo a gente já tava acrescentando né. A gente não usava so um livro. E eu acho importante também que o aluno tenha um texto onde ta a teoria, mas que a aula, o professor não reproduz no quadro o que tá no livro. É perder tempo né, fica inútil o livro, mas, o aluno estudar pelas notas de aula. Não! O cara copia do quadro, não. O quadro tem de ser pra outra coisa, o trabalho do professor tem de ser alem do livro, pra aluno que sabe ler.

E – E já que você passou por diversos livros.

J – Ah, desculpe, claro, e esse livro de Cálculo da Vera, chamado Cálculo com Aplicações, que é fantástico, projetos, problemas, desafios.

E – Talvez eu vá falar com ela.

J – Ah, você vai ver que encanto vai ser, vai ser fantástico.

E – E, dessas primeiras escolhas dos livros, esse livro foi mudando. Por exemplo, o Thomas é muito diferente do Piskunov. Quer dizer, a escolha por trocar de livro foi muito pelo caminho da aplicação? Ou pela linguagem.

J – Ó teve disso também, mas também teve tentativa e erro. Nossa, é ruim dar aula com esse...não gostei desse livro, linguagem hermética, os exercícios muito repetitivos, 18 exercícios pra ensinar integral trigonométrica, e com resposta aos exercícios pares, sabe, é uma coisa muito padrão, muito certinha. A vida real não é assim, isso não ensina o aluno a enfrentar a vida depois lá fora. Não tem a resposta do problema se ele for par, nas ultimas paginas do livro na vida real. Então eu não achava isso muito bom. E também os alunos, eles davam o retorno se o livro era ruim. Às vezes o fala assim: eu prefiro estudar pelas notas de aula de fulano de tal do que assistir aula do professor Edimundo. Cujo quadro era de um nível espantoso, então, se entende o que eu to falando. Eu também tive dificuldade de escolher um livro pra dar variáveis complexas, por que a gente não achava um livro bom. E isso Biomatemática tem essa dificuldade, tem o livro da Vera, mas eu do tanto exemplo fora disso que a gente pega na vida que, mas, eu acho que hoje eu usaria os da Vera.

E – E nesse tempo, você acha que, independente de escolha pessoal, o livro mudou?

J – Completamente. O livro do Piskunov põe quase nada no uso de tecnologia, os gráficos são feitos a mão, a lápis no papel quadriculado. E hoje você tem livros que dizem, use o software pra traçar o gráfico de tal função, o que você observa nos arredores de x igual a tanto, incorpora o uso do software.

E – Ou mesmo tem um CD

J – Ô, alguns livros trazem CD, até disquetes antigamente, com o software que você pode usar. Quem foi que trabalhou com isso, a professora Rosa de Limeira trabalhou com isso, usando um software livre pra traçar esses gráficos, etc.

E – Isso deve deixar alguns matemáticos de cabelo em pé, essa necessidade de você ver aquele conceito..

J – Outra coisa que alguns livros modernos trazem a componente histórica, também. Então em primeiro lugar, vou falar um pouco da historia. Se você olhar pro povo que faz matemática na UFRJ no fundão, eu vou dizer pra você, há pessoas muito dedicadas, interessadas, etc, lá, mas não é um lugar em que você diz, é um novo paradigma do ensino de Cálculo, embora haja pessoas lá, como a Angela Rocha, junto com o Ricardo K. fez um novo livro com software, com tudo junto, é o pessoal também que trabalhou com aquele software que você mexe nos pontos e a geometria analítica muda, etc, tipo Cabri. Inclusive trabalha com o Cabri também (pausa) A componente histórica é muito forte. Então qualquer pessoa no função, no seminário que eu participava na área de analise, sempre trazia a componente histórica, isso ta nos livros hoje, os livros mudaram. Se você ver o Piskunov é informação a ser transmitida. Mas se você ver um livro que traz historia e aplicações, você ta indo além da informação. O que é informação? É resultado da coleta de dados, que nos da Matemática não fazemos, mas que fazia-se historicamente. Coletava-se resultados de artilharia do exercito de Napoleão, e transformava isso em informação Matemática. Que a gente tratava pra produzir conhecimento. Conhecimento de ângulo de tiro, eu to falando de uma coisa de uma época riquíssima da Matemática, dos irmãos Weistrauss, dos franceses, Variáveis Complexas. Então era dados, informação, conhecimento, e o último passo, que a gente pode ver na aplicação histórica, como que dos dados você produz tira informação, da informação você produz conhecimento, e do conhecimento você volta e produz sabedoria na sociedade. São três sub-intervalos, com um desses pontos em cada um, e quando você incorpora a parte histórica, você tem essa parte da sabedoria. Mas quando você também pega um exemplo de: construa uma igreja como aquela igreja especial de Salvador. Então atrás daquela igreja arquitetônica, você ta dizendo ao seu aluno, vai buscar os seus dados la, transforma esses dados em informação, e usa o seu conhecimento de software pra fazer o seu exercício ou projeto. E os novos livros estão mudando, e não é só o livro da Vera e da Rocha que são assim. Tem livro de Cálculo com o Mathematica, Cálculo com o Maple. Livros que incorporam a possibilidade tecnológica, de deixar a ênfase no cálculo, na aprendizagem do conceito, e não só no exercício repetitivo, que é o que eu acho que precisa. Quem treina natação sabe o que é isso. 400 m só braço esquerdo, 400 m. só braço direito. Exercício repetitivo. Só que é pro joelho aprender, pro cotovelo aprender a bater braço, não a mente.

E – Uma metáfora interessante.

J – Você treinou natação? Não treinou? Então você sabe do que to falando. Quantos exercícios a gente fez pra que o joelho aprendesse a bater sozinho. O braço com a tabuinha, nadar com a bola de tênis na mão, pra saber a posição do braço no borboleta. Exercício repetitivo, e você fazia por que queria nadar melhor. Então, se você quiser aprender Cálculo tem que se submete a alguns exercícios repetitivos, mas não pode ser só isso.

E – Quando eu falei em deixar algumas pessoas de cabelo em pé, do ponto de vista que há bastante crítica em necessitar essa visualização por exemplo.

J – O livro, a coleção daquele grupo Frances, Bourbaki. Há livro de geometria sem nenhum desenho. Tinha um professor que eu amava de paixão, professos de lógica, Matemática teórica, fui visitá-lo, conheci a esposa, os filhos. Aí uma vez eu fui ser banca de uma prova pra contratar professor no estado de São Paulo. A figura de professores que montava a prova, e ele fazia a prova e avaliava. Ele pegava a prova que nos preparávamos e dizia: “Essa prova serve” ou “Essa prova não serve”. Então nos trabalhamos diversos dias viajando pra São Paulo, e chegou a prova tava pronta, e tava num envelope selado, e o professor Ricardo Bassi, que trabalhou com a professora Maria Enilde em Americana, no ginásio vocacional, ela na época foi cassada, por que era uma matemática que produzia maus elementos. Foi cassada! Então o professor Ricardo entregou para o professor, essa prova, nesse envelope. Ele formalmente abriu a prova, olhou, pegou o cigarro, e falou: “Eu não gostei!”, eu disse “Como que você não gostou, nem leu!!”, ele disse “Tem figura, a figura atrapalha o raciocínio” (risos). E o Bourbaki tem, e a nossa tradição foi por muito tempo, de fazer a Matemática em que a figura atrapalha o raciocínio abstrato. O que seria de Piero de la

Francesca, com os pontos de fuga, na arte renascentista, sem a figura, sem o quadro, ah, o que é isso!! E é bonito também né, por que você nega ao aluno!

E – Talvez seja esse também, essa outra pessoa que faz 50 com giz e lousa, fazem parte desse mesmo grupo.

J – É. Alguns não ficam mais com cabelo em pé por que não tem mais cabelo, como eu, mas, é, alguns professores daquele tempo trabalhavam com a figura sim, quer ver o que ta acontecendo, por que que x vezes seno de um sobre x tem limite quando x vai pra zero e seno de um sobre x não tem? Sabe, e a gente usava a figura. E esses livros que eu disse pra você, muitos tinham figura, o Piskunov tinha figura. E a gente aprendia com o visual. Assim olha, faça esse exercício sem usar sem a mão direita, faça esse exercício sem usar o olho, faça o exercício sem ver a figura. Pô, fora os ridículos né, um fazendeiro queria fazer uma cerca, mas ele queria...ele não precisava por que tinha um galpão de um lado, o riacho do outro, mostra pra mim um fazendeiro na vida que teve essa questão. Eu já trabalhei, eu já fui chefe de equipe em fazenda, e um dia que a gente precisou fazer um curral circular, não fizemos nada do jeito que ta nos livros de matemática, mesmo por que tinha mato no meio.

E – Continuando, acho que você quase respondeu a próxima pergunta. Se você utilizou ou utiliza desenho, gráficos, materiais manipulativos quando ensina Cálculo.

J – Com, uso, eu sou o pior tipo se você pensar na pureza

E – desse outro professor?

J – É, sou o pior tipo, por que eu uso tudo, eu uso expressão corporal, eu uso histórias, eu uso cálculos. Vou dar exemplos, é, claro que...não, não vou dar exemplo. Não, não vou.

E – Por que não

J – Eu digo Marcão que um aluno que nunca foi atropelado, chega na universidade, eu pergunto: Você já foi atropelado? Nunca. Você atravessava a SP 320...500?, Atravessava. Atravessava a BR...? Atravessava. Então você sabe calcular a derivada. E o cara vai atravessar a avenida dois, na entrada de Rio Claro...você já viu uma dona de casa, com uns pacotes de supermercado e um filho em cada mão, que começa a atravessar a rua, e vê que o carro ta vindo mais depressa, e corre pra acabar de atravessar, ou, como se diz em Mogi Mirim, e vorta pra trás, ela calculou a velocidade, mas a velocidade do carro tava mudando, então ela viu que conforme estava mudando a velocidade, a derivada segundo, ela mudava a opinião sobre como que tinha de atravessar a rua. Não era a derivada de seno é cosseno. Não passou pela formalização Newtoniana Leibniziana, não é assim, mas o cálculo intuitivo sim, era feito. Agora, o meu trabalho como professor é, como é que eu incorporo esse saber. Você sabe o que é um chute sem pulo? Pelo amor de Deus. É uma geometria diferencial variacional. O cara tem que dar o pé no ponto certo, na hora certa, pra poder fazer o sem pulo, e o cara sabe fazer isso, mas vai me dizer pra mim que esse cara “não sabe derivar”, bom. Ele sabe a teoria Newtoniana na expressão Leibniziana do que é derivada, como se calcula, pá pá pá. Não, mas eu vou dizer, ele sabe calcular a velocidade? Pelo amor de Deus, quem vai dizer que não? E quem disser que não, não sabe. Ou não sabe chutar, ou não sabe o que é um sem-pulo. Impossível! Então eu uso figura, eu uso ... eu conheço gente que usa música, sabe, usa escala, não usar a música, mas usar escala, e escala é! E, agora, no fundo, no fundo, então você trabalha com teses, sabe aquela coisa, que você sabe, desculpa a expressão leviana, você quer mostrar que essa coisa que a qual você ta trabalhando, ensino e aprendizagem, ta relacionado com a vida das pessoas, com a comunidade das pessoas, e aí você tem de ser um pouco cínico, caiu na rede é peixe, se serve, serve, então eu trabalho assim, com software, eu uso figuro, uso imagem, uso metáfora, uso frase do Renato Teixeira (risos)

E – Outra pergunta também ficou um pouco já respondida, mas, se você enquanto professor, motivado ou não pelo aparecimento de novos recursos didáticos, calculadoras, computadores, modificou a sua prática?

J – Completamente. Quando a gente deu aquela aula lá atrás, o Ubiratan orientou uma tese observando o que a gente fez, misturando o ensino de Pascal, com introdução a computação, como calculo. Aí teve um aluno de uma tese do Ubiratan, daquelas teses da OEA. Quando a gente fez aquilo a gente nem sonhava em ter o Mathematica, o Maple, o Derive, o Reduce, o Eureka. Nem sonhava em ter ma coisa assim. Se já pensou a miséria que a gente teria feito se a gente tivesse esse tipo de coisa. Então a nossa parte computacional era de maneira muito incipiente a visualização gráfica de resultados e cálculo de séries, serie de potencias, métodos pra resolver equação diferencial, computacional. A medida que foi melhorando, a gente foi enxergando mais longe. Se usava só ar comprimido, se usar do nitróxido você vai mergulhar de outro. Então a gente incorporava tudo o que podia. Especialmente por que os alunos ensinam muito pra gente. Você deve conhecer pelo interiorzão aí, que o professor de cálculo, sei lá, o aluno traz uma coisa e ele pega aquilo e se vira, ele faz e incorpora na aula. Enquanto tem alguns que não tem o tesão, e..não tenho nada a ver com isso, não quero saber.

E – Um parênteses, numa entrevista com um dos professores que entrevistei (JB), ele disse: “Olha, se eu pudesse dar Cálculo Numérico com o computador, hoje, seria muito diferente”. Todas aquelas contas, na calculadora, na mão.

J – Aquela...

E – Aliás, como existia o Cálculo Numérico sem o computador né.

J – O JB que chegava com aquela Mobilete?

E – Isso. Uma figura, um professor empolgado ele.

J – É, adorava o JB.

E – Bom, sua experiência com o uso de tecnologia?

J – Eu tive aula de Cálculo Numérico com um dos primeiros computadores do estado de São Paulo, professor Inri Simom, então a gente aprendeu programação usando Fortran IV, e desde aquele tempo, nesse aspecto, sabe Marcão, eu sempre fui muito privilegiado, nos professores, no ambiente que a gente tinha aqui, era uma turma pequena, tinha muito s professores moços, recém formados. Eu fui aluno de iniciação cientifica do Rodney em 69, imagina, o jeito que o Rodnei é de energia, imagina como ele era em 69. E a gente sempre tentou incorporar essas coisas, calculadoras, retro-projetor, tal. Nos trabalhamos com educação a distancia em 78/79, trabalha com educação a distancia, em calculo com computador. Então, a gente sempre teve esse privilegio, de estar perto de pessoas que ajudavam a gente a incorporar a tecnologia.

E – E acreditar nela.

J – Ah sim. Não é um uso artificial. Artificial é o exercício do livro de Cálculo. Tem um exercício que eu li em algum lugar que eu achei fantástico. O que que dá mais dinheiro pro centro acadêmico: Promover uma festa pra 1000 pessoas cobrando 10 reais por cada uma, ou uma festa pra 2000 pessoas, por causa do gasto, cobrando menos, se tem que ter mais segurança. Você pergunta pra eles e eles se vêem obrigado a usar tecnologia. É fantástico. O publico é em função do preço, imagina na nossa época de graduação, o ingresso custando 10 pau, eu não vou, custava 2, eu vou, custava 7, hummm. O público, de algum modo é função do preço. Os alunos fizeram a função, linear. Tudo é linear na vida. Regra do pão de queijo. E depois, fazia o rendimento da festa, e calculava o máximo, é fantástico. Movimenta a classe toda, que é, o que não é, quanto cobre. E aí você usa a tecnologia, mas o problema é o mesmo problema que o povo tinha em 1930, na faculdade de medicina de Salvador, mas, ou seja, é um exercício que faz sentido, uma tecnologia que faz sentido, uma aplicação que faz

sentido. Posso dar um outro exemplo? Cálculo Numérico. Use um método qualquer pra achar a raiz dessa função. Método de Euler, método da bipartição, método de Newton, método da secante. A gente ensinava direitinho. Você chega hoje, na sala com computadores e diz pros alunos: Acha! Método numérico. Um aluno pode dar roots no MatLab e acha aquela raiz. Um outro aluno fez isso e o que eu podia falar, e o que eu podia falar, por que eu não disse qual método era, fez o gráfico e foi dando zoom. Até que chegou na tela do computador que os 4 números que apareciam era o mesmo, e a função ficava deitadinha passando ali pelo zero, então, os números que davam ali no computador eram diferentes, mas a expressão com 4 algarismos, era, sei lá eu, 2,41523 , 1 , 3 , 7 e , 8, mas ele só escrevia o 4, 1523, a outra não aparecia, mas aparecia o gráfico, ou seja, a raiz era 4, 21523, com aproximação até a 4 casa decimal. Pronto, é uma tecnologia, um método que faz sentido, uma tecnologia que faz sentido.

E – Um bom resultado

J – Um bom resultado!

E – Bom, quase pra fechar, sua opinião sobre softwares educativos, como parte da sala de aula, de utilizar, não utilizar, embora você já tenha falado bastante.

J – É, alguns sim outros não, viu Marcão. Aqueles assim, você já deve ter visto ou ouvir falar aqueles softwares que se você acertar a conta de 12 mais 7, se você puser 18 ou 20 o software desenha um acarinha chorando. Eu passo. Agora a professora Joice que era da USP, hoje dá aula no Senac, tinha um software pra resolver exercícios de Cálculo Numérico. E o software acompanhava o que o aluno tinha feito. Se ele fazia 18 tentativas, e na base do chute achava a resposta, ou se o cara fazia 3 tentativas. Ele acompanhava isso, fazia um histórico. Isso é um software que enriquece muito o trabalho de avaliação do professor, um passo que há outros softwares que aumentam o alcance da ferramenta mental. Então esse tipo de software é necessário. Por que tira a ênfase da repetição, deixa eu dizer pra você, a gente aprende no Ensino Fundamental e Médio a calcular a raiz quadrada. Por que só raiz quadrada? Por que a gente consegue? Não, tentativa e erro. Mas se você tiver um software, isso permite com que você trabalhe com x elevado a um sobre y, como tem a calculadora, que é o que a gente quer de fato. Então eu acho que o software é necessário. Se você ta dando aula de 50 minutos, no noturno, você não vai gastar 50 minutos calculando uma raiz cúbica. Deus me livre. Você precisa do software sim. A pergunta é, comente a opinião? Usar o software educativo é necessário. Sem o software educativo é muito difícil trabalhar de modo inteiro.

E – Você arriscaria dizer que hoje um curso de Cálculo sem calculadora, no mínimo.

J – É capenga. Algumas coisas mudam. Quando você quer ver um Santos e Corinthians na televisão, você liga a televisão, então tem um programa do Faustão, sei lá, aí começa o jogo, você vê o jogo e fecha. Se você liga o radio, o jogo é muito mais emocionante, por que meia hora antes o cara tá....., e a torcida.....é muito mais interessante transmissão de corrida de formula 1.

(interrupção)

J – É.. Agora se você tenta transmitir uma corrida de Fórmula 1, é...

E - Pelo rádio

J – Hum, pelo rádio, ...é uma coisa xoxa. A Fórmula 1 é xoxa já. O GP de motocicleta. Aquilo muda de, na última volta da corrida, muda de líder 3 vezes. É muito mais divertido. Ou você vê, ou você não descreve. A gente não tem na nossa cultura. Eu acho que ensinar Cálculo hoje sem história é um fracasso. Você não pode dizer eu não tenho material. Na pior hipótese o Wikipédia. Na pior hipótese. Pior hipótese. Agora é claro que eu to falando de um professor que recebe salário para agir de maneira docente, não um vendedor de informações, como muitas vezes, um cara que dá 60 horas de aula por semana, como é que ele vai ter tempo de

entrar no Wikipédia pra ver de onde que vem o logaritmo, mas, inclusive tem uma coisa interessante do Cálculo. Eu não sei se você se lembra do Galvão Bueno transmitindo uma corrida. E ele falava assim: Na saída da curva fala mais forte o motor. Não é nada disso, é que a diferença que ele vê é cartesiana, e que a diferença dos carros é Newtoniana. Se eu to 2 segundos atrás, digamos, se eu estou a 36 km/h, em um segundo eu ando 100 metros. Se eu to a 360 km/h, em um segundo eu ando quilômetro. Então a distância não é distância.

E - Diferença linear.

J – Não é uma diferença espacial. A diferença tá no tempo. Então você vê que você chega perto do cara pra passar a lombada, o cara tá na sua frente. Você quase encosta nele. Quando você acaba de passar, ele ta lá longe. Por quê? Por que a distancia é uma distancia temporal. E isso aí, sabe, não dá pra você dar um curso de Cálculo, sem mostrar essa burrice, que se fazia. Felizmente alguém ensinou pro Galvão Bueno, e pras outras pessoas que transmitem corridas, que não é igual, que a distancia é a distancia no tempo. E que quando o tempo vai pra zero, a distância no espaço também vai. Mas a velocidade interfere, ou seja, é Cálculo Diferencial. É um exemplo típico. Eu to falando demais

E - Não, é que agora é hora do “a vontade”. Se você quiser falar em algo do que a gente não tocou, e que você considere necessário, importante nessa trajetória como professor.

J – Importante. Ó Marcão. É uma coisa triste. Eu nunca poderia ser professor de mergulho, por causa do meu problema médico. Até o fim dessa vida e mais duas encarnações eu to proibido pensar em mergulhar. Eu fiquei sabendo do Rodolfo. Lembra do Rodolfo que fez tese com o Marcelo Borba. A não, com o Baldino. Não, foi com o Carreira, não, começou com o Carreira e mudou para o Vicente. Ele falou sobre a coisa Panóptica. Mas o Gilli tava tão presente. Enfim, hoje é instrutor de mergulho. Ele tá lá em Campos.

E - Ele não tá lá em Vitoria?

J – Isso, Vitória. Instrutor de mergulho. Isso não vou poder fazer, das minhas ansiedades, como professor. Outra coisa que parece que os meus filhos vão me negar é que eu ensine meus netos a pescar, remar, mergulhar. Isso é ser professor, ensinar alguém é ser professor. Agora como meu professor de Cálculo, o médico disse assim, vai da aula, você gosta, vai dar aula. Eu quero continuar a aprender. A gente morre pela boca. Bom, eu não sei se necessário, mas eu vou contar o seguinte. Eu cheguei pros alunos da farmácia. Eu não te acredito em aluno quieto copiando Vocês tem o direito de comentar uma coisa da matéria, um com o outro., E eu tenho de respeitar o direito. E às vezes vão comentar uma outra coisa, e eu vou perguntar o que foi? Aí vocês dizem: Não tem nada haver com isso....mas é feio falar assim. Mas eu repito, não é só o professor que fala em sala de aula. E eu não consigo controlar essa turma. O povo falava o tempo todo. O tempo todo. De tudo. E eu pude ver duas pessoas tomarem posse de um conceito, quando eu falei Antiderivada. Antiderivada funciona assim, calcula a área. “Já sei como calcular a área debaixo da curva do seno”. Ele tava do outro lado da sala, e a gente escutava. Ele tinha acabado de tomar posse de um conceito matemática. Não é fantástico. É claro que eu tive de aprender a ficar quieto. Às vezes, alguém falando alguma coisa que não ta prestando atenção em nada. Foi fogo pra mim, a gente aqui nessa idade, você acha que já sabe dar aula. 62 anos, não sabia, pra esses alunos, eles me ensinaram que eu tinha de ter um jeito novo de dar aula. Isso é um tesão. To com saudade dos alunos. Não to achando ruim, to dando aula pro doutorado agora. Pessoas mais compenetradas, mais maduras. Academicamente a postura é muito melhor. Mas eu tenho saudade daqueles moleques lá, e dando palpite em tudo, escrevendo resultado de futebol no quadro, e...

E - Provocando...

J – Provocando mesmo. Eu acho que o resultado foi bom. Eu acho que eu terminei.

E - Ok, terminamos então.

B) Entrevistas com professores que lecionam a disciplina CDI

a) Nome completo do entrevistado: **B**
b) Data da entrevista: 17 / 10 / 2009
c) Local da entrevista: UNICAMP, Campinas
d) Recursos utilizados durante a entrevista: gravador digital
e) Duração: 16min 07seg

E - Qual sua cidade de origem e atualmente onde reside e trabalha?

B - Eu sou de Santos, no litoral de São Paulo, e moro aqui em Campinas, e trabalho na Unicamp.

E - E sobre sua formação?

B - Eu sou formado em Matemática Aplicada e Computacional aqui pela Unicamp e mestrado e doutorado, estamos na Unicamp, na área de Geofísica mas aqui dentro do Departamento de Matemática Aplicada.

E - Onde lecionou no ensino superior?

B - Eu fui professor na Universidade Federal do Paraná, departamento de matemática de 2002 até 2005. Em 2005 eu passei a ser professor daqui do departamento de matemática aplicada da Unicamp.

E - Você, predominantemente, lecionou alguma disciplina ou passou por algumas?

B – Eu sou mais ligado a disciplinas da área de Análise Numérica, então eu já dei bastante aula de Cálculo, de Álgebra Linear, matérias, digamos, do ciclo básico da Matemática, mas eu tenho mais horas de aula em disciplinas ligadas à Análise Numérica: Análise Numérica, Cálculo Numérico, Método numéricos para Equações Diferenciais.

E - Mas que envolvem uma área em que o Cálculo está presente de certa forma.

B – Ah, sim, com certeza.

E - Nos cursos em que você lecionou Cálculo eram cursos que eram de licenciatura e bacharelado em Matemática ou em formação diversa?

B – Na verdade, eu acho que nunca dei aula de Cálculo pra Matemática. Acho que todas as vezes que dei aula de Cálculo foram pra turmas de Engenharia, mistas, Engenharia e talvez físicos, da área de Exatas e Tecnológicas. Mas pra Matemática, especificamente, que eu me lembre, acho que nunca dei aula de Cálculo, nem pra licenciatura.

E - Nesses anos em que você lecionou, no preparo de suas aulas, existiu alguma situação em que houve uma troca de informações com outros professores pra preparação dessas aulas?

B – Sim, inclusive porque, aqui, por exemplo, as turmas de Cálculo aqui na Unicamp, em geral são coordenadas. Então todas as turmas daquele semestre tem uma coordenação central e a gente discute os assuntos que vão ser abordados no semestre (não varia muito), fecha o livro-texto, discute mais ou menos a seqüência que vai ser usada, então, em geral há essa conversa. Isso acontece também com Cálculo Numérico, que também são turmas coordenadas.

E - Essa é uma característica da própria Unicamp?

B – É.

E - Quando você trabalhou Cálculo ou outra disciplina, houve algum trabalho em sala de aula com alguma coisa que se assemelha a trabalhar com projetos?

B – Não em Cálculo, mas em Cálculo Numérico sim. Em Cálculo Numérico é rotina que faça parte da avaliação algum tipo de projeto computacional.

E - Desenvolver um projeto…

B – Sim, isso é rotina. Todo semestre tem, e varia os projetos, varia a forma de fazer, mas é comum que tenha em Cálculo Numérico. Em Cálculo não. Se bem que teve essa experiência que o professor J. lembrou, da Vera, da Sandra e da Margarida, em noventa e pouco, eu estive relacionado com isso aí, não me lembro exatamente, em 97, por aí.

E - Não como professor?

B – Na época eu era aluno de doutorado aqui... de mestrado ou doutorado, nessa faixa. E eu prestava apoio didático pra disciplina, em laboratório. Então naquela época, houve um projeto de utilizar o MATHEMATICA, o software MATHEMATICA, como uma ferramenta de apoio pra disciplina de Cálculo. Daí havia projetos que eram conduzidos dentro do MATHEMATICA.

E – Também nessas duas disciplinas marcantes, Cálculo Numérico e Cálculo, algum apelo, alguma menção à História da Matemática durante o curso?

B – Pouco. Alguma menção. Por exemplo, nesse semestre eu vou falar, minha próxima aula método de Newton e ai a gente comenta alguma coisa do Newton, sobre qual foi a história do método, como ele foi criado. Mas é uma informação enpassant.

E - Nesse tempo de atuação como professor você chegou a ver alguma mudança na maneira de ensinar Cálculo ou Cálculo Numérico, ou o espaço de tempo foi curto pra isso?

B – Acho que, talvez, eu consigo enxergar uma mudança da época em que eu era aluno e agora. Então, pra disciplina de Cálculo Numérico houve alguma mudança. Claro que depende do professor, isso. Porque houve uma mudança tecnológica e não necessariamente essa mudança tecnológica é levada pra sala de aula. Depende se o professor tem familiaridade com a mudança tecnológica. Um exemplo clássico é pra resolução de sistemas lineares tem métodos iterativos: tem dois métodos que são muito comuns e sempre abordados em disciplinas de Cálculo Numérico que seriam o Método de Jacob e Método de Gauss-Seidel, são amplamente abordados. É uma informação corriqueira, você encontra em qualquer livro de Cálculo Numérico que o Gauss-Seidel é melhor do que o Jacob. Isso era assim até alguns anos atrás. Até 10 anos atrás, talvez até menos. Porém, hoje em dia, como é muito comum que haja computadores de grande porte montados em arquitetura de plantas, você agregar computador pra fazer um computador maior, o método de Jacob voltou a ser melhor, porque ele é um método possível de ser implementado numa arquitetura paralela. Enquanto o método de Gauss-Seidel não. Então professores que tenham uma certa vivência com esse salto tecnológico, com os avanços da tecnologia e da computação paralela e coisas assim, conseguem levar esse tipo de informação pra dentro da sala de aula. Mas isso depende da bagagem do professor também. Quem não tem uma vivência com computação paralela não pode.

E - Precisa de uma formação anterior.

B – Exato.

E - Que tipo de livro você utiliza? Você lembra os autores que mais chamam a atenção no curso de Cálculo?

B – Para os cursos de Cálculo de fato não sei qual é o livro que é usado agora. Faz tempo que eu não dou a disciplina de Cálculo. Existe uma diferença também, aqui na Unicamp, o Cálculo I e o Cálculo II, que é Cálculo de uma variável e várias variáveis, é meio separado do Cálculo III e IV, que seria Equações Diferenciais e depois variáveis complexas. Na Unicamp eu só dei aula de Cálculo III, que seria a parte de equações diferenciais. Pra esse daí, o livro mais utilizado, talvez o único livro utilizado aqui na Unicamp por muitos anos. Minha vivencia na Unicamp é de praticamente 20 anos e ele foi o único utilizado desde a minha época, é o

livro do Bois. Que é pra essa parte de equações diferenciais. Pra Cálculo I e pra Cálculo II, que é cálculo de uma variável e várias variáveis, já foram testados vários livros. Não sei exatamente qual é o livro que está sendo usado atualmente. Para Cálculo Numérico, um livro muito padrão, muito utilizado aqui na Unicamp, é o livro da professora daqui do Departamento, a professora Vera Lopes e da professora Marcia Rugiero. É um livro muito padrão, mas tem outros livros também utilizados. Nesse semestre usamos esse aqui, que é o livro da professora Cristina, que também é do Departamento aqui. E pra essa área de Análise Numérica, já tem um tempo que a gente é mais comum agregar alguma bibliografia em inglês porque tem menos livros em português.

E - Nas suas aulas, em todas as disciplinas, você costuma usar o apelo visual, gráfico, materiais, alguma coisa assim?

B – Eu costumo tirar proveito de usar o Datashow em alguma apresentação. Porque nessa parte de Cálculo Numérico, todos os métodos tem muita interpretação gráfica. Então a gente pode fazer essa interpretação gráfica usando a lousa mas eu gosto também de levar um exemplo concreto, de fato calculado, pra que o aluno veja como é. Porque as vezes você mostra apenas um exemplo que você desenhou e fica com a impressão: “deu certo, mas é porque ele fez o exemplo, ele fez assim”. Então eu gosto de mostrar um exemplo de verdade. Eu tiro proveito, agora que as nossas salas de aula do núcleo básico tem esses recursos multimídia pra explorar algumas apresentações pra poder mostrar exemplos e gráficos “reais” pra eles.

E - Nesse espaço de tempo em que você começou a dar aula, a tecnologia mudou a sua maneira de dar aula? Ou nesse espaço você tem preservado sua maneira com ela integrada?

B – Ela mudou no sentido de que eu tiro proveito desses recursos, tipo projetor multimídia, de poder fazer uma apresentação, de poder exibir na hora o método rodando, o método funcionando. Rodar o método dentro da sala de aula pra que o aluno veja acontecendo. Era uma coisa impossível de ser feita quando eu era aluno, há 15 anos atrás, alguma coisa assim. Ninguém tinha um computador, um projetor, ninguém tinha um projetor multimídia na época, então não era uma coisa que pudesse ser feita dentro da sala de aula. Então mudou nesse sentido. Não sei se chega a ser uma mudança profunda, é mais uma mudança de forma.

E - Um complemento?

B – É.

E - Então sua experiência com tecnologia eletrônica foi a que você citou agora? Você utiliza na sala de aula.

B – Utilizo.

E - Projeção de um método acontecendo.

B – Isso, apresentação, executar alguma coisa dentro da sala de aula. Com o computador eu posso de fato rodar um programa, rodar um método. Não apenas exibir informações estáticas, mas também tem alguma coisa mais dinâmica.

E - Você acha que esse tipo de atuação com tecnologia, ela é, como você avaliaria: necessária, imprescindível?

B – Eu acho que ela complementa. Ela não é imprescindível. Acho que um aluno poderia aprender Cálculo Numérico mesmo sem ter esse tipo de recurso. De fato, nós aprendemos, nós chegamos aqui. Então eu acho que ela complementa, é uma coisa que ajuda, mas ela não é imprescindível.

E - Ela é um outro Cálculo Numérico que eu aprendo?

B – Não, não é um outro Cálculo Numérico. É claro que alguns assuntos em Cálculo Numérico foram atualizados porque a ciência avança. Mas a maneira de passar essa

informação, não acho que ela tenha sido alterada. Acho que ele tira proveito desses recursos novos, como um recurso a mais.

E - Tem algum comentário desse assunto que você gostaria de falar que não está presente em alguma pergunta que a gente não ressaltou?

B – Eu acho que a mudança da tecnologia, ela, a tecnologia caminha numa velocidade e a incorporação disso aí dentro da sala de aula é mais lenta. Porque não basta que a tecnologia tenha mudado pra que seja implantada na sala de aula. As pessoas têm que mudar também, as pessoas têm que absorver isso daí. Então a tecnologia que temos hoje vai ter um impacto na sala de aula talvez quando os alunos de hoje forem os professores. Acho que essa transição é mais lenta do que a tecnologia. Parece que a tecnologia é muito rápida e tudo isso vai acontecer agora.

E - O fato dela ter mudado não significa que ela adentra no exato momento em que ela muda.

B – De fato, acho que tem um delay de anos aí, pra que isso daí seja incorporado na sala de aula ou qualquer outro ambiente. As pessoas de hoje que estão tendo contato com essa tecnologia que vão levar ela pra frente aí, pro futuro. Não acho que essa mudança é tão rápida assim.

E - Existe também, parece, que uma “rejeição” a ela por algumas pessoas. Ou de não vê-la como imprescindível, por exemplo.

B – Não diria que é uma rejeição. Eu diria que é uma inércia. Eu acho que o camarada que está acostumado, que dá aula há 10 anos, 15 anos, 20 anos, e não precisou dela, talvez não sinta a necessidade de uma tecnologia dessa nova. Se sente confortável fazendo o uso dos recursos que ele tem já. Eu acho que esses recursos vão passar a ser mais importantes na medida em que surjam pessoas que já sabem tirar proveito dele. Então, hoje seria impensável pra gente viver sem e-mail, mas pro meu pai, pros meus avôs, pros meus tios mais velhos que nunca usaram isso, eles vivem muito bem sem e-mail. E você disser que não pode passar uns dias sem ler e-mail eles vão achar que isso é bobagem. Eu acho que a tecnologia vai ser incorporada e vai justificar mais “indispensável” na medida em que as pessoas que foram criadas nessa tecnologia assumam essas posições de levar pra frente. Não sei se é uma rejeição. Acho que é só uma inércia.

E - Acho que seria isso. Agradeço.

a) Nome completo do entrevistado: **S.**
b) Data da entrevista: 15/12/2008
c) Local da entrevista: UNESP, Rio Claro
d) Recursos utilizados durante a entrevista: gravador digital
e) Duração: 45min 49seg

E - Boa tarde professor, vamos seguir então mais ou menos com a uma orientação em algumas questões aqui mas podemos voltar. Primeira pergunta, qual a cidade de origem e onde atualmente trabalha e reside?

S - Sou de São Paulo, capital. Atualmente moro na cidade de Piracicaba e trabalho aqui na UNESP de Rio Claro

E - E sobre sua formação acadêmica?

S - Eu fiz minha graduação em Bacharelado em Matemática na universidade Federal de São Carlos no período de 1981 a 1986. Depois eu ingressei no Mestrado na Universidade de Brasília, mestrado em matemática cursei dois anos e meio, de 1986 à 1989, e continuei, fui para uma programa de doutorado na Universidade de Londres, Inglaterra, de 1989 à 1993.

E - E antes de lecionar aqui na UNESP, lecionou em algum outro lugar?

S - Muitos outros lugares. Eu entrei na UNESP em 2004 e comecei oficialmente dando aula em 1993, então antes da UNESP tem 11 anos de docência que eu passei pela UNB, pela UNESP de São José do Rio Preto, pela Federal de São Carlos, pela USP de São Carlos e algumas instituições privadas.

E - Destas cidades também?

S - Não. São João da Boa Vista, Espírito Santo do Pinhal e Ribeirão Preto.

E - E nesta trajetória acadêmica existe alguma disciplina que predominou?

S - Não, acho que não. A que eu mais lecionei seria Geometria Diferencial, eu a lecionei quatro vezes, e Cálculo I, Cálculo Diferencial Integral, foram umas quatro, cinco vezes, Cálculo I anual. Depende da instituição.

E - A próxima pergunta seria se lecionou Cálculo, mas então a resposta é sim. Este Cálculo foi para turmas de matemática, ou outras turmas, outros tipos de cursos?

S - Para a turma de matemática foi uma única vez, duas vezes para o curso de Química, uma vez para o curso de Física e uma vez para o curso de licenciatura em Ciências.

E - Não está aqui, mas já que tem esta diversidade de cursos, você acha que o Cálculo ensinado por uma turma de Matemática, ele é diferente para uma turma do curso de outra área? Ou não?

S - Eu acho que tem que ser, tem que ministrar de forma diferente, vamos chamar assim, na prestação de serviço você não está muito preocupado na formação do matemático, mas sim do usuário da Matemática. Então no curso de Química, de Física, você está mais preocupado em que o aluno trabalhe com os conceitos de uma forma operacional, enquanto que no curso de matemática é importante que ele aprenda também o pensar matemático, trabalhar do matemático, então eu acho que tem de ministrar de forma diferente sim.

E – E durante os anos em que lecionou, existiu uma atualização, trocou informações com outras pessoas, de alguma forma para preparar suas aulas?

S – Eu acho assim, só duas oportunidades pode-se ter neste tipo de situação. Na Universidade de Brasília, que o Cálculo I é dado para n turmas, umas 10 turmas diversificadas, e a turma da Matemática esta no meio, foi a vez que eu dei para o curso de Matemática, mas você tem uma equipe de Cálculo um, então você divide com outros

professores o andar da disciplina, onde cada um esta. As provas são quase na mesma época, então é feito uma coisa mais de grupo, o grupo é que trabalha.

E - Embora você esteja com aquela sala sozinho?

S - É, na realidade eram alunos de Matemática e Estatística, então não existe esta separação bem clara, né. Mas era a razão de eu ter ido lá, foi uma solicitação do Departamento de Matemática na época que era pra selecionar alunos do PET este tipo de coisa, então era importante que tivesse um professor adaptado para este tipo de seleção futura. Indicar quem poderia ser os alunos, este tipo de coisa, agora de equipe mesmo, acho que foi só esta oportunidade, na UNB e uma vez na Federal de São Carlos. São universidades em que o curso de Cálculo, não so Cálculo I, Cálculo II e III são dados como uma prestação de serviço, ele é um grupo de trabalho de professores que vão ministrar aquela disciplina, então é importante que você seja um grupo coeso, que não haja diferença na forma de dar aula, provas e exercício, você não fuja do grupo, então esta troca existe neste sentido de troca de informações, é importante, já aqui na UNESP, este tipo de coisa não existe, não se aplica, os professores são muito individualizados, existe vida própria.

E - A pergunta sete é mais ou menos na linha que você falou: Se aonde trabalhou existia grupos de professores que se reuniam para discutir conteúdos ou métodos de ensinar Cálculo Diferencial Integral? No caso, nestas duas ocasiões...

S - Acho que é bem naquele sentido de que, o que o departamento de Matemática tá oferecendo. Então, quando é uma disciplina de prestação de serviço com vários cursos novos, então essa noção de equipe existe, né, de troca vai existir, né, então se pegar a Federal de São Carlos, eles abrem lá são 10, 12 turmas de Cálculo, só de Cálculo I, na USP com certeza também é o mesmo ritmo.

E – Na UFMG é assim.

S – Isso. Nestas instituições, inclusive existe um coordenador da disciplina, existe um professor que vai ser o coordenador geral daquela disciplina, vai ver a questão de provas, datas, se os professores estão cumprindo a matéria, este tipo de coisa.

E - Mas esta organização é mais pra manter uma uniformidade ou vai além disto?

S - Eu acho que é pra uniformidade mesmo, pra manter aquela coisa de, ah, um professor é mais fácil do que o outro, pra enfrentar esse tipo de coisa. E é como uma disciplina em si. Tentar manter um padrão de qualidade. Agora aqui na UNESP já não existe isso, uma vez que você tem lá Cálculo pra Geologia, quer dizer, a sala é individualizada, Cálculo pra Computação, só a computação que faz, então, mesmo assim eu nunca vi uma motivação local dos professores quererem uniformizar esse tipo de trabalho.

E – Você nas aulas de Cálculo, em algum momento trabalhou com projetos, temas, dentro da disciplina Cálculo?

S – Não...quase se tentou, aqui em Rio Claro, no curso de Física, uma disciplina de projeto integrador. Se tentou, mas o coordenador acabou pegando só pra ele a disciplina, e isso foi excluído do Cálculo. Então nesse sentido eu nunca trabalhei em projetos, esse tipo de coisa.

E – Trabalhou ou ainda trabalha em sala de aula, usando por algum motivo temas da História da Matemática, cita algumas coisas, gosta de citar.

S – Citar eu cito, às vezes a gente passa pro aluno. Mas é difícil perante o volume de trabalho que você tem de fazer. Isso é importante, mas fica em segundo plano. Não é uma coisa prioritária.

E – O volume de coisas tratadas e o tempo...

S – Impede esse tipo de trabalho mais lento, de pesquisa, comentar a história. Eu costumo sempre como curiosidade.

E – Você durante esse tempo de professor de Cálculo ou outra disciplina, presenciou alguma mudança nas maneiras de ensinar a disciplina?

S - Isso sem dúvida...a primeira vez que eu ministrei o Cálculo foi em 94, e a última vez em 2007. O público é diferente, totalmente diferente, não só em relação a universidades, mas certas coisas que você, naquela época era permitido fazer, hoje não é permitido, ouve um empobrecimento da qualidade do curso, o aluno não responde a certas coisas. Tanto é que esse curso que dou aqui na UNESP de 120 horas é anual. O mesmo conteúdo desse curso, tirando alguns tópicos, a gente costuma dar em 90 horas na UNB, um curso mais rápido, muito mais colocado para o aluno fazer, boa parte era ele que desempenhava, e hoje você vê que se você tiver esse tipo de tratamento pedagógico o aluno não vai responder mais, vai se perder ai na historia, o curso mudou, tanto o nível de cobrança, o nível de conteúdo o curso mudou.

E – Isso em relação,vamos chamar assim de produtividade na sala.

S – Aí conseqüentemente isso aí reflete no modo de ensinar, você ensina de uma forma diferente. Você não vai seguir os mesmos padrões ou técnicas de 10 anos atrás.

E - Durante sua atuação, enquanto professor de Cálculo Diferencial e Integral utilizou ou utiliza ainda desenhos, gráficos e algum material manipulativos ao ensinar essa disciplina?

S – Assim, material mesmo pra entregar pros alunos, não, nunca utilizei, mas, a forma de ensinar, talvez seja a questão da inserção do computador, atividades que podem ser feitas no computador, basicamente é isso, a calculadora, fica muito restrito a instituição ter ou não a calculadora, de todas que eu passei acho eu só vi aqui. A transição pro computador foi tão rápida que atropelou a calculadora. Então não se apela ao uso de calculadora. Então é mais nesse sentido mesmo. Agora a questão de usar desenhos e gráficos vai mais restrito, muito a maneira de expor, é um professor que faz, não que ele fique utilizando o papel gráfico, esse tipo de coisa. Acho que se entrou algo ai, na maneira de ensinar foi o computador.

E – E você utiliza. Desde quanto iniciou, como professor, tem utilizado?

S - Dentro do possível a gente utiliza. A gente passa talvez a das instituições que eu passei, a mais agressiva nesse uso foi a Federal de São Carlos, é bem agressivo o uso do computador, houve um grupo de professores que elaboraram um material, era suposto que você levasse os alunos, todos os professores já começam o curso com um número de hora no laboratório que tinha de cumprir. É muito mais agressivo que aqui, aqui fica mais voluntario do professor utilizar. Eu dentro do possível. Eu não uso muito, vou ser bem sincero, talvez umas 4 aulas, no máximo, que eu trouxe os alunos pra trabalhar no computador, mais como um recurso complementar. Eu fico feliz que tem muito aluno que começou a usar, depois da aula, por conta própria, quer dizer, você passa mais um caráter divulgativo, você divulga pro aluno, ele próprio investiga, eu vi muitos alunos trazendo uma lista de exercício, olha eu fiz lá no Maple, o Maple me deu essa resposta, eu não to conseguindo fazer no papel, acho que nesse ponto supriu, foi muito interessante. Não como parte integrante da disciplina, por que acho que também faltou um pouco de infra-estrutura, você tem que ter a infra-estrutura pra poder incorporar.

E – Ter essa cara que você disse de incentivar alguns a utilizar o uso.

S – Isso

E – E o fato de você, eu não sei de você já iniciou há 10 anos atrás...conhecendo o Maple, que ele tem mais de 10 anos. Essa possibilidade de uso do computador ele entrou durante esses 10 anos, ou desde o inicio ela ta presente. Ela mudou a sua prática?

S – Já existia naquela época, né, mas não era, por que você não tinha laboratório, em 94 ainda tava começando. Como depois eu só fui voltar no Cálculo I em 97, 98, 4 anos depois, que aí, no caso da federal de São Carlos, já havia um laboratório de informática implementado, então isso ficou fácil de você agregar na aula, de acrescentar o recurso. Mais

nesse sentido, agora, no início, eu tinha conhecimento, foi uma ferramenta de trabalho do meu doutorado. Eu tinha domínio do uso de programas e ferramentas. Agora, na aula mesmo, só veio surgir mesmo em 98, anos depois. Com essas que a gente já comentou. Você tem de ter infra-estrutura, senão não tem como implementar. Sem estrutura, sem laboratório, sem técnico, você não consegue implementar esse tipo de atividade com 40 alunos numa sala de aula, é complicado.

E – Essa pergunta praticamente você já respondeu, qual sua experiência no uso da tecnologia, seria sua experiência de algumas aulas dentro de um curso, e de sua surpresa, entre aspas, de encontrar alguns alunos...

S – Experiência também por que eu já ministrei Cálculo Numérico, quer dizer, essa parte de apelo ao uso de computação é grande, muito utilizado.

E – E qual seria sua opinião como professor de matemática de se utilizar ou não softwares de matemática como parte da aula. É necessário, não é necessário, em que grau você colocaria isso?

S – Acho que é positivo, se você do mesmo modo que você ta incorporando o uso de multimídia na aula, a transparência eletrônica, o PowerPoint, algumas atividades cabe de você fazer sozinho, sem aluno no computador, pra você mostrar pra ele, já fiz isso e da certo. Então atividade que você, anda rápido com o conteúdo, você expõe o conteúdo, o aluno compreende, ele aceita, ele convive muito bem com o computador naquele momento que você ta expondo. Mas aí é só você e o computador. Você mexendo, no projetor. Junto disso, tem uma atividade de laboratório que você pode também agregar. Agora a questão central é sempre a dosagem. Como o professor vai dosar isso. Eu sou a favor da dosagem comedida, então, no sentido de que é muito mais importante, principalmente num curso de Cálculo I, que o aluno ta vindo de uma estrutura de Ensino Médio, em que ele não tem a disciplina de estudo, muitas vezes. Pra ele é uma novidade a universidade, ta ainda um pouco imaturo. Então ele entrar na universidade é importante primeiro ele adquirir uma disciplina. E essa disciplina de estudo de trabalho perde-se um pouco se utilizar o computador. Ele vai misturar muito com aquela coisa da recreação dele em casa, do joguinho, por que ele nunca vi u o computador servindo dessa forma. Ele não sabe. Então você tem que saber fazer essa transição, e essa transição tem de ser gradativa ao longo do curso. Então no começo é importante muito mais o trabalho em sala de aula, atividades de sala de aula, exposição, algumas atividades o professor mostrar usando o computador, e algumas vezes sentando e trabalhando no computador. Agora não uma coisa assim ao contrario. Uma atividade majoritária no computador. Tem de ser essa dosagem. Talvez vamos por assim, talvez assim, vamos quantificar, 80% do curso, do mesmo modo que você fala, ó, 80% do curso vai ser teórico, 20% exercícios. Então poderia ser 80% atividades de aula mesmo, exercícios, e 20% com atividades talvez até de pesquisa na internet, usando esses outros recursos. Pelo perfil do aluno que ingressa! Acho mais importante é isso, pelo perfil que ele ingressa.

E – Mas, indo nesse raciocínio, como o computador ta sendo inserido na escola, gradativamente, há anos anteriores, talvez esse percentual pudesse aumentar daqui um tempo?

S - Poderia, depende do trabalho que é feito lá. O trabalho escolar que é feito nas fases anteriores, por que, também só colocar pro cara ficar navegando no Google, na Internet, também não é por aí. Quer dizer, como esse computador entrou na vida acadêmica dele. Aí pode gradativamente acrescentando. Sempre medindo o rendimento, o que isso ta acrescentando. Muitas vezes você vê o aluno, ele não sabe às vezes a matemática básica, então talvez é um momento de você trabalhar mais isso do que ficar com o recurso computacional, precisa ter esse amadurecimento primeiro, eu acho.

E – Mas por exemplo, eu uso uma palavra aqui que é bastante forte, eu acho, ele é necessário, o recurso computacional hoje?

S - Se tornou né....acho que se tornou...não tem como você...a mesma coisa que você virar pra um cara de pesquisa que ele não vai usar a internet. Por mais idoso que ele seja, vai ter que fazer parte da pesquisa hoje em dia esse recurso. Até pra ele mandar um artigo de pesquisa ele tem de usar a internet, não tem como ele se exclui do processo, então o computador aí no caso, não tem como você se excluir do processo, você tem que utilizar.

E – Eu faço essa pergunta por que, queira ou não, muita gente foi formado sem ele.

S – Esse é o maior problema, é você não ter sido educado nessa estrutura, e agora você é o educador. Esse é um problema no caso do professor.

E – Dessa fase de transição, vamos dizer assim. Mas, vamos um pouco mais atrás. Talvez eu tenha usado muito pouco o computador na minha formação, talvez você também, e também tem gente que nem olhou pra essa máquina, e se formou em matemática, se formou em Cálculo, não existia isso, e agora ele existe. Então, é necessário, ele se tornou necessário, eu consigo me formar matematicamente sem ele, ou o que ele me da a mais de formação, ou que uma pessoa em 1920 não teve?

S – Acho que sim, ele serve como um acelerador, ele acelera o processo. Por exemplo, você vai estudar no Cálculo as superfícies, esse tipo de coisa, recursos de visualização você nunca teve. O cara tinha de criar como atividade pessoal dele, habilidade de interpretação espacial, geométrica. Hoje é muito fácil. O cara sem essa aptidão, de conseguir enxergar o que ta acontecendo no espaço, hoje ele põe no computador, ele gira a superfície, ele se afasta, fica debaixo dela, fica por cima. Quer dizer, como recurso, eu acho que ele acelera nesse sentido. Quer dizer, você utiliza e mostra mais rápido os conceitos. Não quer dizer que você ta acelerando o aprendizado, não é isso, o explicar fica mais condensado, mais rápido. Por que o que antes você tinha que ficar abstraindo unto com o aluno, criando, falando pra ele você vai pegar, vai cortar um plano, criando mecanismos, hoje em dia, hoje em dia você diz ó, a superfície é essa, você gira pra esquerda, direita, e ele ta vendo o que ta acontecendo, então, o acelerar aí é pelo fato de ele ser muito imediato. Não que ele ta fazendo que o aluno aprenda mais rápido, talvez não.

E – Mas eu posso dar ênfase a alguns conceitos que há algum tempo.

S – Talvez haja uma perda, por que, aquilo ficava. Quer dizer, quando você tava trabalhando, fazendo a pessoa entender aquilo. Todo aquele processo, aquele processo fica. Talvez como computador, ele viu, entendeu, mas aquilo não ficou, não se construiu o conceito abstratamente na mente dele. Você pode correr esse risco. Nesse sentido acho que se tornou parte da vida da gente.

E – E aí você colocou, por conta dessa transição, vamos chamar de transição de pessoas que não foram formadas por ele, mas que agora utilizam para formar outros.

S – Quem fica no extremo é o que mais perde né. Se o cara fica no extremo de não aceitar a tecnologia, e não usar ela, ele fica naquela poeira do passado. Ele não consegue avançar, por que ta preso aos recursos disponíveis dele, vai sofrer muito mais pra entender, ou pra explicar aquilo. Como também que fica no outro extremo, quer dizer, só usou isso, eu acho que ele perde também, como ele não tem a conceituação sólida, os conceitos de maneira sólida, ele também não tem condição de explorar o recurso que é dado pra ele. Quer dizer, quem leva a maior vantagem, apesar de ser parecer uma desvantagem, mas somos nós, por que aprendemos um pouco naquele estilo, e estamos tentando aprender no novo estilo. Eu acho assim, quem vier, e foi educado só nisso, corre o risco de, saber usar, mas não vai evoluir naquilo, não vai ter a dimensão de explorar exemplos, de entender, por que a parte daquele trabalho individual, abstrato, e;Le não teve. Eu falo isso por que muitas vezes eu sinto isso. As vezes eu sinto que, num único exemplo que eu tenha que fazer no computador, o que me faz o exemplo ficar mais, com maior conteúdo, é o fato de eu ter tido essa bagagem teórica anterior.

E - Talvez até a dificuldade de visualizar alguma coisa...

S – Ou mesmo também, por que quando você vai visualizar você sabe o que você vai visualizar por que você tem aquele treinamento anterior, enquanto que o jovem, o que só aprendeu isso não sabe nem como fazer essa pergunta. Então as vezes você, aquelas surpresas de você fazer um exemplo, e falar por que que não deu isso? A razão dessa surpresa 'e por que você já sabia a resposta que tinha que dar, tem todo um trabalho abstrato acontecendo. A minha duvida é se o cara que só ficou na informática, se ele vai ter esse senso crítico essa previsão. Talvez ele não tenha essa previsão.

E - Mas também, talvez ele tenha a experiência de ter situações que a gente não teve quando estava sem a máquina. Por exemplo, você consegue aproximar valores.

S - É, o caráter investigativo pode ser melhor, pelo fato dele já saber que aquilo pode ser feito, investigado.

E - Quero com 30 casas decimais...isso a gente não faria, por que não tinha como, a calculadora com 9 casas era o máximo. Então possa haver uma troca de enfoques

S - Mas eu acho que quem esta nessa transição leva uma vantagem. Ele tem a dimensão dos dois lados, né. Quem ficar nos extremos pode ser, e pode acontecer, de quem foi educado no extremo da informática, do uso da informática, do uso dos recursos, ode ser que daqui a uns 10 anos, esteja recuperando a questão teórica novamente. Falando, olha isso aqui não ta me suprindo, eu preciso desse trabalho intelectualizado, e talvez haja uma volta ao tradicional, pode acontecer. Ninguém tem bola de cristal, mas pode acontecer. Ninguém vai ficar sabendo. Nos que estamos aqui na transição, a gente já sabe dos dosi lados, a vantagem de um, como sabe a vantagem do outro.

E – Você usou uma metáfora, que é interessante, que você em algumas vezes usou, ou pode usar o computador e o software, como recurso durante a aula, em que você ta fazendo ali, então ele é um slide dinâmico. É a transparência antiga, que a gente fazia em casa e levava pronta, que no máximo fazia um risco ali né....

S – Ou um tipo de atividade que aconteceu, não num curso de Cálculo I, mas em Geometria Analítica, tem uma parte, uma aula do curso que eu faço com o Maple. Já adotei como parte do curso. Então eu levo, sou eu que brindo só, só eu que faço lá na frente, e a razão, quando você ta, é aquela parte de cônicas, e você parte da equação de 2grau geral em x e y, e aí você quer mostrar os invariantes, a quantidade sob translação e sobre rotação. Então o que acontece, do ponto de vista de conteúdo, é só conta, então vai virar pro aluno, e vai dizer ó, vamos pegar uma translação em x e y, vamos substituir na equação original, vamos expandir tudo, vamos agrupar os termos em x quadrado, y quadrado, ver a equação final, e ver que quantidades alteraram e que quantidades não alteraram da equação original pra equação transladada. E como esse tipo de atividade é puramente Cálculo só, eu faço tudo no Maple. Então eu levo na aula, coloco a equação, mando expandir, mostro pra eles: Viu ó resultado que dá? Ah, vimos! Então o enunciado do teorema: A quantidade tal permanece invariante. A demonstração, a conta que a gente acabou de fazer. Então você consegue dar uma coisa que, do ponto de vista da aula tradicional você levaria duas horas, ou duas aulas, de maneira que o aluno acompanhasse e estendesse, você faz isso em uma hora. Então é bem claro pra ele o que acontecendo. E os alunos, eu cheguei a perguntar o que eles achavam, e teve aluno que gostou demais. Ah não professor, deu pra entender totalmente. A gente entendeu o processo. Ele não reproduziu as contas, mas ele entendeu todo o processo. Então pra aquele tipo de assunto, naquele momento, acho que era o objetivo a ser atingido. A idéia não era que o aluno soubesse substituir cossenos, senos. A idéia não era essa. Que ele entendesse o processo. Tanto é que eu utilizo, acho que é uma idéia boa. Então é um momento em que é um slide dinâmico em que você insere no curso sem problema algum. Você pode ter atividades no Cálculo que você não faria do ponto de vista tradicional que você pode fazer com o computador ligado naquele memento. Tipo, ah, se eu somo dois na coordenada x o

que acontece com o gráfico da função. Esse tipo de atividade você faz e o aluno visualiza naquele momento, não precisa ta no computador fazendo, não é uma atividade que demanda desse tipo de coisa. Ele ate poderia, mas você pode fazer como um recurso adicional na aula, e te acelera também a aula, condensa a aula, te da a chance de trabalhar outras coisas, outros conteúdos.

E – Gostei dessa palavra “slide dinâmico”, por que é a transparência, mas é a transparência mais rica, você constrói a transparência na hora. Na hora que você vai usar, você imagina que vão aparecer algumas perguntar, mas com o Maple, pode aparecer perguntas na hora.

S – Por exemplo num curso de Cálculo Numérico. Eu nunca vi nenhum professor fazendo isso, na hora que você tá explicando o método, induzindo o método, se você vê o computador do lado, com o método já programado e você executar pro aluno, quer dizer, ele vai ver todos os recursos, tudo aquilo que ele já ta aprendendo , discutindo com você, ele vai ver ao vivo. Então ele vai ver se o método converge, quanto que ele demora. Você pode estar testando alguns exemplos lá na hora. Fala, olha, aqui a precisão foi melhor, aqui foi pior. Mudei o espaçamento, mudei isso. Aquele convergiu, esse não. Quer dizer, aquelas discussões que muitas vezes passam as vezes como curiosidade na aula, você pode fazer ao vivo, pra todo mundo ver. Ele não precisa estar lá programando, por que talvez não seja o objetivo naquele momento, ensinar esse tipo de coisa. A idéia é que ele aprenda o método, e veja o método em ação. Então é um exemplo que você pode entrar com atividade computacional complementar. É um recurso aditivo na aula.

E – Não precisa só acreditar, né, naquilo, ele vê acontecer. Bom, a ultima pergunta na verdade é se tem algum aspecto nessa trajetória, dentro desse assunto, por que no final conversamos muitos assuntos, que tenha lembrado de comentar.

S – A única coisa é um pouco de frustração, por que eu gostaria de levar isso mais a serio. Estruturar melhor isso. Talvez usar uma sala de aula meia cobaia, e fazer de uma forma mais agressiva, programa um curso usando computação, computadores, esse tipo de coisa, programar atividades, e ver que tipo de inseguranças vão surgir. Por que eu nunca levei o processo ao extremo. A minha frustração é nesse sentido. Ter utilizado, usado, oras funcionam bem, oras não funcionam, esse tipo de coisa. Fazer um teste mais agressivo. Talvez uma frustração que eu tenha.

E – Mas e outros motivos dessa frustração, em algum momento você comentou da de uma certa dificuldade física até.

S – É, você tem o problema do apoio computacional, técnico, que você possa não ter, né, no local, um pouco também de insegurança por que a gente foi educado no sistema antigo. Pode dar aquela sensação que você não cumpriu satisfatoriamente aquele processo. Acho que é mais nesse sentido, e, acho que a questão infra-estrutura é forte. Tem uma infra-estrutura funcionando. Então isso vai desde ter um laboratório, como um monitor, um grupo de apoio pra que a coisa funcione, de maneira agressiva. Por que dar aula em laboratório é estressante. Um professor só não da conta. Tem que ter um grupo d4e apoio, monitores trabalhando junto, e experimentando. Uma universidade que tem falta de recursos, isso já fica limitante, significativo.

E – Eu encerrei aqui, tem mais algo a falar.

S – Não, obrigado

Anexo F

1) Autor: J. L. **Bouchalart**

2) Título: An Elementary Treatise on the Differential and Integral Calculus

3) Ano de publicação:1828

4) Edição:não consta

5) Editora: W.P.Grant

6) Local de publicação: Londres - Inglaterra

7) Número de páginas: 396

8) Idioma: Inglês (trad. do Francês)

9) Biblioteca: Internet – Google Books

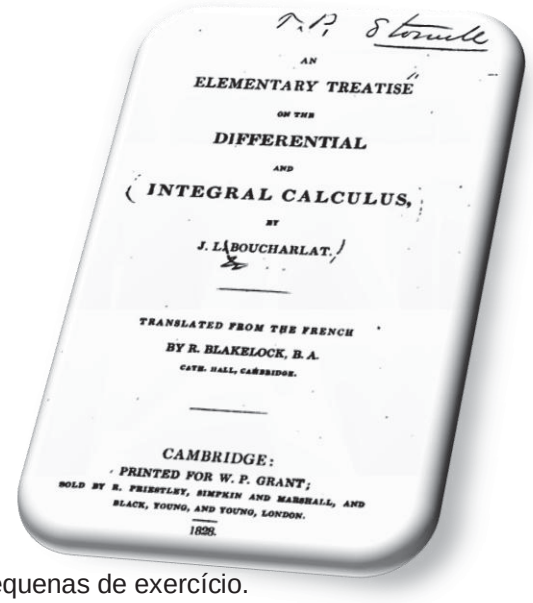
10) Volume: único

11) Encadernação: sem informação

12) Impressão (visual, cores): PB

13) Prefácio: páginas correspondentes faltando no livro

14) Índice: consta no inicio do livro, mas estão faltando 2 páginas



AN

ELEMENTARY TREATISE

ON THE

DIFFERENTIAL

AND

INTEGRAL CALCULUS,

BY

J. L. BOUCHARLAT.

TRANSLATED FROM THE FRENCH

BY R. BLAKELOCK, B. A.

CATH. HALL, CAMBRIDGE.

CAMBRIDGE:

PRINTED FOR W. P. GRANT;

SOLD BY R. PRIESTLEY, SIMPKIN AND MARSHALL, AND BLACK, YOUNG, AND YOUNG, LONDON.

1828.

15) Exemplos e exercícios: poucos exemplos e listas pequenas de exercício.

16) Menção ao uso de tecnologia computacional: não

17) Observações:

18) Apresentação de conteúdos:

a) Função: (p. 1)

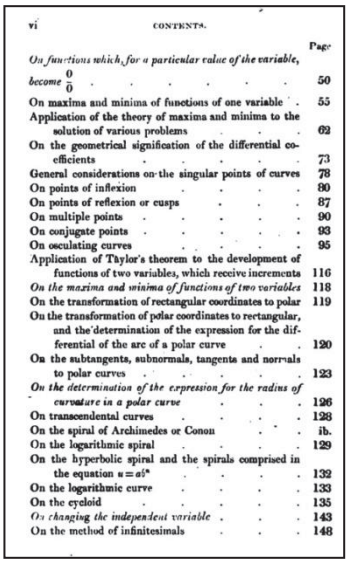
b) Limite: (p.) não consta

c) Continuidade: (p.) não consta

d) Derivada: (p. 2 a 3

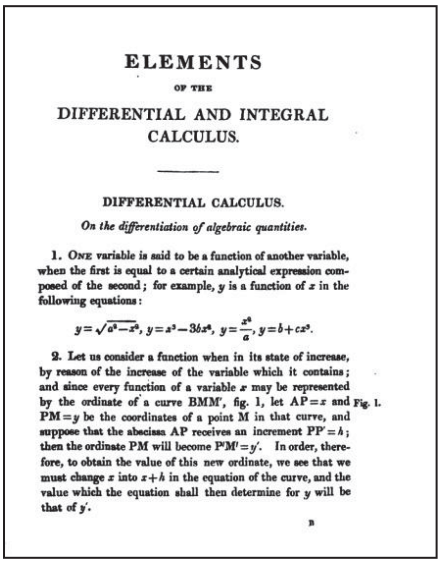
e) Integral: (p. 169 a 170)

19) Fotos:



vi CONTENTS.

	Page
On functions which, for a particular value of the variable, become $\frac{0}{0}$	50
On maxima and minima of functions of one variable	55
Application of the theory of maxima and minima to the solution of various problems	62
On the geometrical signification of the differential coefficients	73
General considerations on the singular points of curves	78
On points of inflexion	80
On points of reflexion or cusps	87
On multiple points	90
On conjugate points	93
On osculating curves	95
Application of Taylor's theorem to the development of functions of two variables, which receive increments	116
On the maxima and minima of functions of two variables	118
On the transformation of rectangular coordinates to polar	119
On the transformation of polar coordinates to rectangular, and the determination of the expression for the differential of the arc of a polar curve	120
On the subtangents, subnormals, tangents and normals to polar curves	123
On the determination of the expression for the radius of curvature in a polar curve	126
On transcendental curves	128
On the spiral of Archimedes or Conon	ib.
On the logarithmic spiral	129
On the hyperbolic spiral and the spirals comprised in the equation $u=a\beta^n$	132
On the logarithmic curve	133
On the cycloid	135
On changing the independent variable	143
On the method of infinitesimals	148



ELEMENTS

OF THE

DIFFERENTIAL AND INTEGRAL CALCULUS.

DIFFERENTIAL CALCULUS.

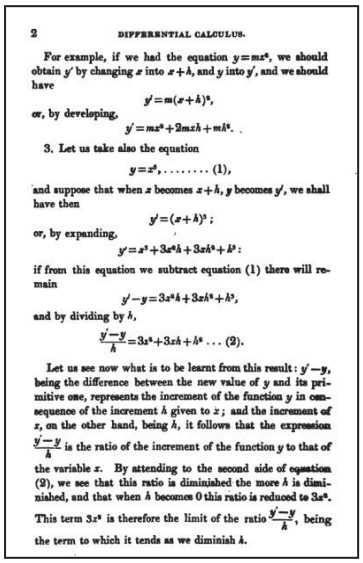
On the differentiation of algebraic quantities.

1. ONE variable is said to be a function of another variable, when the first is equal to a certain analytical expression composed of the second; for example, y is a function of x in the following equations:

$$y=\sqrt{a^2-x^2},\quad y=x^3-3bx^2,\quad y=\frac{x^5}{a},\quad y=b+cx^3.$$

2. Let us consider a function when in its state of increase, by reason of the increase of the variable which it contains; and since every function of a variable x may be represented by the ordinate of a curve BMM′, fig. 1, let $AP=x$ and Fig. 1. $PM=y$ be the coordinates of a point M in that curve, and suppose that the abscissa AP receives an increment $PP'=h$; then the ordinate PM will become $P'M'=y'$. In order, therefore, to obtain the value of this new ordinate, we see that we must change x into $x+h$ in the equation of the curve, and the value which the equation shall then determine for y will be that of y'.

B



2 DIFFERENTIAL CALCULUS.

For example, if we had the equation $y=mx^3$, we should obtain y' by changing x into $x+h$, and y into y', and we should have

$$y'=m(x+h)^3,$$

or, by developing,

$$y'=mx^3+2mxh+mh^3.$$

3. Let us take also the equation

$$y=x^3, \ldots\ldots\ldots (1),$$

and suppose that when x becomes $x+h$, y becomes y', we shall have then

$$y'=(x+h)^3;$$

or, by expanding,

$$y'=x^3+3x^2h+3xh^2+h^3:$$

if from this equation we subtract equation (1) there will remain

$$y'-y=3x^2h+3xh^2+h^3,$$

and by dividing by h,

$$\frac{y'-y}{h}=3x^2+3xh+h^2 \ldots (2).$$

Let us see now what is to be learnt from this result: $y'-y$, being the difference between the new value of y and its primitive one, represents the increment of the function y in consequence of the increment h given to x; and the increment of x, on the other hand, being h, it follows that the expression $\frac{y'-y}{h}$ is the ratio of the increment of the function y to that of the variable x. By attending to the second side of equation (2), we see that this ratio is diminished the more h is diminished, and that when h becomes 0 this ratio is reduced to $3x^2$. This term $3x^2$ is therefore the limit of the ratio $\frac{y'-y}{h}$, being the term to which it tends as we diminish h.

1) Autor: Maurice **Laboureur**

2) Título: Cours de Calcul Algébrique, Difierentiel et Integral: leçons de mathématiques à l'usage dês ingénieurs

3) Ano de publicação:1913

4) Edição:não consta

5) Editora: Ch. Béranger Editeur

6) Local de publicação: Liege, Paris,

7) Número de páginas: 520

8) Idioma publicação: Francês

9) Biblioteca: UNESP Rio claro/SP

10) Volume: único

11) Encadernação: capa dura, 14x25 cm

12) Impressão (visual, cores): PB, poucas figuras

13) Prefácio: curto

14) Índice: final do livro, detalhando as seções

15) Exemplos e exercícios: poucos exemplos, lista de exercícios única ao final do livro com 50 exercícios.

16) Menção ao uso de tecnologia computacional: não

17) Apresentação de conteúdos:

a) Função: (p. 61/62) Em duas paginas define função, de uma e varias variáveis, implícita, algébrica e transcendental, inversa, fala dos zeros da função, pólos, paridade e periodicidade Não há figuras e apenas um exemplo para cada definição.

b) Limite: (p. 63) Define em poucas palavras e dá as propriedades. Nas notas de rodapé consta a frase: "Ces deux déinitions que sont rigoreuses ne nous servant pas dans la suite, on peut se contenter des notions premières qu'on a sur celles-ci." *(Ambas são definições rigorosas que não utilizaremos na seqüência, podemos simplesmente tomar como as primeiras idéias que temos sobre eles)*.

c) Continuidade: (p. 65) Uma definição curta e formal, depois se refere a continuidade de alguns exemplos de funções.

d) Derivada: (p.100)

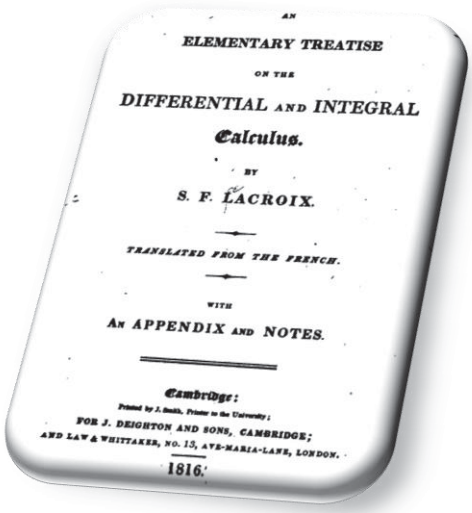
e) Integral: (p. 241/242)

18) Observações: livro teórico, aborda o conceito diretamente da definição, dirigido a cursos de engenharias

19) Fotos

1) Autor: S. F. **Lacroix**
2) Título: Elementary Treatise on the Differential and Integral Calculus

3) Ano de publicação:1816


AN
ELEMENTARY TREATISE
ON THE
DIFFERENTIAL AND INTEGRAL
Calculus.
BY
S. F. LACROIX.
TRANSLATED FROM THE FRENCH.
WITH
AN APPENDIX AND NOTES.
Cambridge:
Printed by J. Smith, Printer to the University;
FOR J. DEIGHTON AND SONS, CAMBRIDGE;
AND LAW & WHITTAKER, NO. 13, AVE-MARIA-LANE, LONDON.
1816.

4) Edição:não consta

5) Editora: Ch. Béranger Editeur

6) Local de publicação: Ave-Marie-Lane - London

7) Número de páginas: 760

8) Idioma: Inglês

9) Biblioteca: Internet – Google Books

10) Volume: único

11) Encadernação: sem informação

12) Impressão (visual, cores): PB, poucas figuras

13) Prefácio:

14) Índice: final do livro, detalhando as seções

15) Exemplos e exercícios: poucos exemplos, lista de exercícios única ao final do livro com 50 exercícios.

16) Menção ao uso de tecnologia computacional: não

17) Observações: livro teórico, traduzido do Francês para o Inglês, aborda o conceito diretamente da definição, inexistem figuras no texto, apenas ao final do livro uma pagina com alguns gráficos. Há uma errata interessante ao final do livro, em que o autor chama a atenção as correções que possuem um asterisco, dizendo que são as mais importantes.

18) Apresentação de conteúdos:

a) Função: (p. 1)

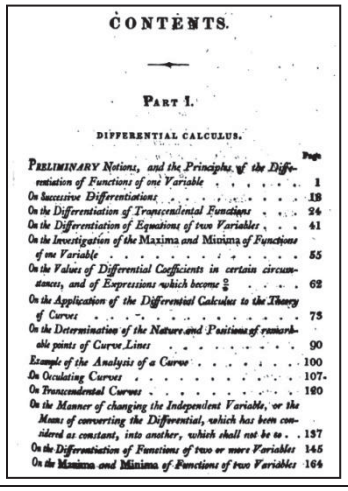
b) Limite: (p.581, Notas A) Método exaustão. Fala também de continuidade

c) Continuidade: (p.

d) Derivada: (p. 1/2/3) Usa de um polinômio x^3 para desenvolver um método de derivação. Toma alguns tipos de funções para expandir o “método”, que se constrói utilizando ....

e) Integral: (p. 179/)

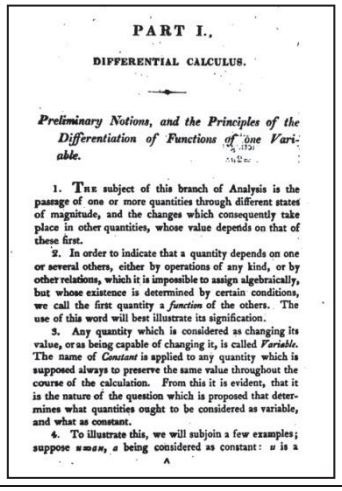
19) Fotos


CONTENTS.

PART I.

DIFFERENTIAL CALCULUS.

Page
Preliminary Notions, and the Principles of the Differentiation of Functions of one Variable 1
On Successive Differentiations 18
On the Differentiation of Transcendental Functions . . . 24
On the Differentiation of Equations of two Variables . . . 41
On the Investigation of the Maxima and Minima of Functions of one Variable 55
On the Values of Differential Coefficients in certain circumstances, and of Expressions which become $\frac{0}{0}$ 62
On the Application of the Differential Calculus to the Theory of Curves 73
On the Determination of the Nature and Positions of remarkable points of Curve Lines 90
Example of the Analysis of a Curve 100
On Osculating Curves 107
On Transcendental Curves 120
On the Manner of changing the Independent Variable, or the Means of converting the Differential, which has been considered as constant, into another, which shall not be so . . 137
On the Differentiation of Functions of two or more Variables 145
On the Maxima and Minima of Functions of two Variables 164


PART I.

DIFFERENTIAL CALCULUS.

Preliminary Notions, and the Principles of the Differentiation of Functions of one Variable.

1. The subject of this branch of Analysis is the passage of one or more quantities through different states of magnitude, and the changes which consequently take place in other quantities, whose value depends on that of these first.

2. In order to indicate that a quantity depends on one or several others, either by operations of any kind, or by other relations, which it is impossible to assign algebraically, but whose existence is determined by certain conditions, we call the first quantity a *function* of the others. The use of this word will best illustrate its signification.

3. Any quantity which is considered as changing its value, or as being capable of changing it, is called *Variable*. The name of *Constant* is applied to any quantity which is supposed always to preserve the same value throughout the course of the calculation. From this it is evident, that it is the nature of the question which is proposed that determines what quantities ought to be considered as variable, and what as constant.

4. To illustrate this, we will subjoin a few examples; suppose $u=ax$, a being considered as constant: u is a

1) Autor: Louis **Leithold**

2) Título: O Cálculo com Geometria Analítica

3) Ano de publicação: 1982.

4) Edição: 2ª. ed. A primeira edição americana foi lançada em 1968. Foi traduzido do original em inglês a partir de 1977. Hoje se encontra em sua 3ª. ed. no Brasil, lançada em 1994.

5) Editora: Harbra & Row do Brasil (HARBRA)

6) Local de publicação: São Paulo

7) Número de páginas: 526 + 90 de anexos

8) Idioma: Português

9) Biblioteca: livro próprio

10) Volume: 2 (um para funções de uma variável e o outro para funções com mais de uma variável)

11) Encadernação: brochura capa mole

12) Impressão (visual, cores): P&B

13) Prefácio: longo, faz uma apresentação dos objetivos do livro e de cada capítulo

14) Índice: sim, no início do livro

15) Exemplos e exercícios:

16) Menção ao uso de tecnologia computacional:

17) Observações:.

18) Apresentação de conteúdos:

a) Função: (p. 50/51)

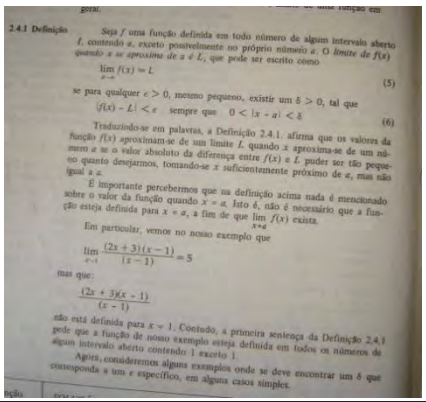
b) Limite: (p.62 a 64)

c) Continuidade: (p. 95)

d) Derivada: (p. 117/118)

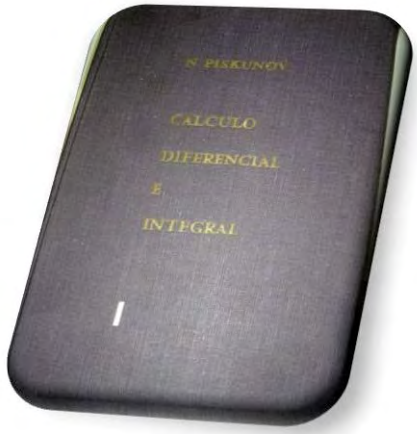
e) Integral: (p.235 a 241)

19) Fotos:



1) Autor: N. **Piskunov**

2) Título: Cálculo Diferencial e Integral



3) Ano de publicação: 1969

4) Edição: 1ª edição em espanhol, traduzida da 7ª edição russa

5) Editora: MIR

6) Local de publicação: URSS

7) Número de páginas: 519

8) Idioma: Espanhol, traduzido do russo

9) Biblioteca: Particular

10) Volume: Tomo 1

11) Encadernação: Capa dura

12) Impressão (visual, cores): P/B

13) Prefácio: curto, explicando a divisão do livro em dois Tomos, e os acréscimos desta edição.

14) Índice:ao final do livro, com muitos sub-itens

15) Exemplos e exercícios:

16) Menção ao uso de tecnologia computacional: não, mas no prefacio faz menção ao estudo de "disciplinas relacionadas com as máquinas calculadoras e sistemas automáticos (que se estudam atualmente nos grandes centros de ensino superior".

17) Observações:

18) Apresentação de conteúdos:

a) Função: (p. 11/13)

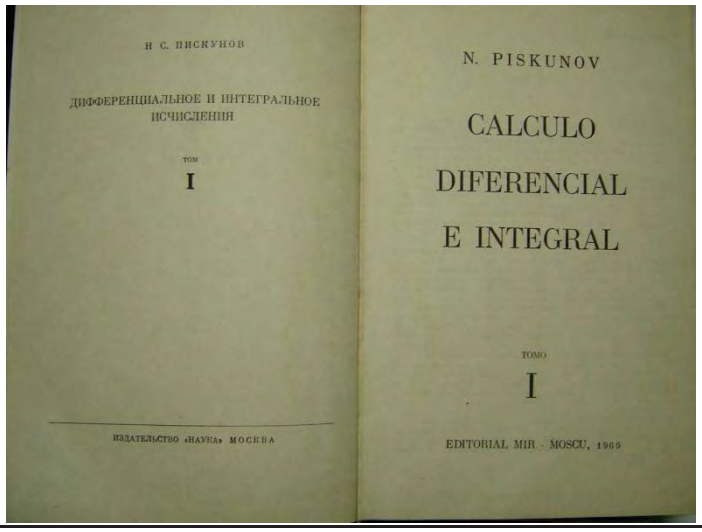
b) Limite: (p. 87/96)

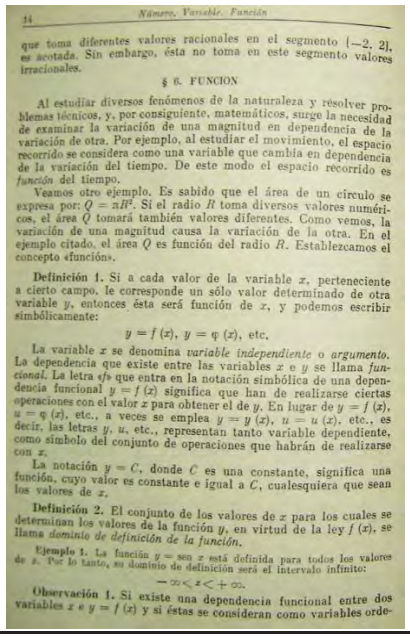
c) Continuidade: (p. 124/125)

d) Derivada: (p. 158/161)

e) Integral: (p. 369/379)

19) Fotos




14 *Número. Variable. Función*

que toma diferentes valores racionales en el segmento $[-2, 2]$, es acotada. Sin embargo, ésta no toma en este segmento valores irracionales.

§ 6. FUNCION

Al estudiar diversos fenómenos de la naturaleza y resolver problemas técnicos, y, por consiguiente, matemáticos, surge la necesidad de examinar la variación de una magnitud en dependencia de la variación de otra. Por ejemplo, al estudiar el movimiento, el espacio recorrido se considera como una variable que cambia en dependencia de la variación del tiempo. De este modo el espacio recorrido es *función* del tiempo.

Veamos otro ejemplo. Es sabido que el área de un círculo se expresa por: $Q = \pi R^2$. Si el radio R toma diversos valores numéricos, el área Q tomará también valores diferentes. Como vemos, la variación de una magnitud causa la variación de la otra. En el ejemplo citado, el área Q es función del radio R. Establezcamos el concepto «función».

Definición 1. Si a cada valor de la variable x, perteneciente a cierto campo, le corresponde un sólo valor determinado de otra variable y, entonces ésta será función de x, y podemos escribir simbólicamente:

$$y = f(x),\ y = \varphi(x),\ \text{etc.}$$

La variable x se denomina *variable independiente* o *argumento*. La dependencia que existe entre las variables x e y se llama *funcional*. La letra «f» que entra en la notación simbólica de una dependencia funcional $y = f(x)$ significa que han de realizarse ciertas operaciones con el valor x para obtener el de y. En lugar de $y = f(x)$, $u = \varphi(x)$, etc., a veces se emplea $y = y(x)$, $u = u(x)$, etc., es decir, las letras y, u, etc., representan tanto variable dependiente, como símbolo del conjunto de operaciones que habrán de realizarse con x.

La notación $y = C$, donde C es una constante, significa una función, cuyo valor es constante e igual a C, cualesquiera que sean los valores de x.

Definición 2. El conjunto de los valores de x para los cuales se determinan los valores de la función y, en virtud de la ley $f(x)$, se llama *dominio de definición de la función*.

Ejemplo 1. La función $y = \operatorname{sen} x$ está definida para todos los valores de x. Por lo tanto, su dominio de definición será el intervalo infinito:

$$-\infty < x < +\infty.$$

Observación 1. Si existe una dependencia funcional entre dos variables x e $y = f(x)$ y si éstas se consideran como variables orde-

1) Autor: **James Stewart**

2) Título: Cálculo

3) Ano de publicação: 2008

4) Edição: 5ª.

5) Editora: Cengage Learning

6) Local de publicação: São Paulo

7) Número de páginas: 680

8) Idioma: Português

9) Biblioteca: Particular

10) Volume: 1

11) Encadernação: Brochura

12) Impressão (visual, cores): boa apresentação, cores preta, azul e tons de cinza

13) Prefácio: esclarece sucintamente que ira apresentar os tópicos usando a "regra de três", Os "tópicos devem ser apresentados de forma geométrica, numérica e algebricamente", e apenas comenta o que há de novo em relação as edições anteriores.

14) Índice: No início do livro, simples mas completo.

15) Exemplos e exercícios: Muitos exemplos e exercícios. Existem listas suplementares.

16) Menção ao uso de tecnologia computacional: sim. No início do livro há um texto dirigido ao estudante, onde explica a existência de 2 ícones nas listas de exercícios, relatado a seguir:

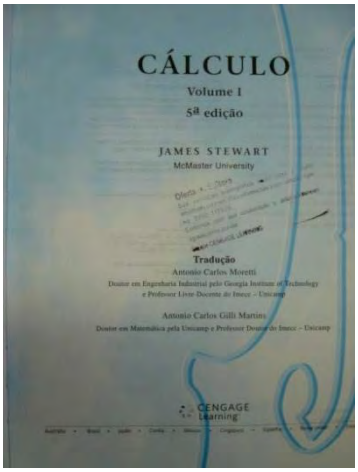
significa o exercício requer o uso de uma calculadora cientifica, e CAS significando que o exercício requer um software.

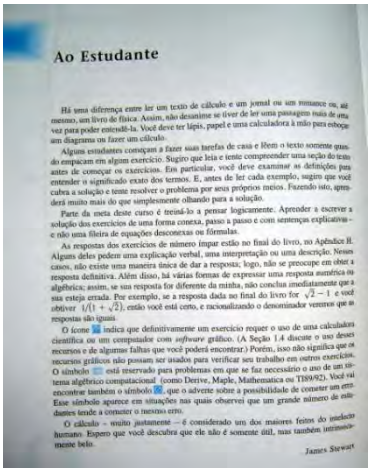
17) Observações:

18) Apresentação de conteúdos:

a) Função: (p. 11/13)
b) Limite: (p. 87/96)
c) Continuidade: (p. 124/125)
d) Derivada: (p. 158/161)
e) Integral: (p. 369/379)

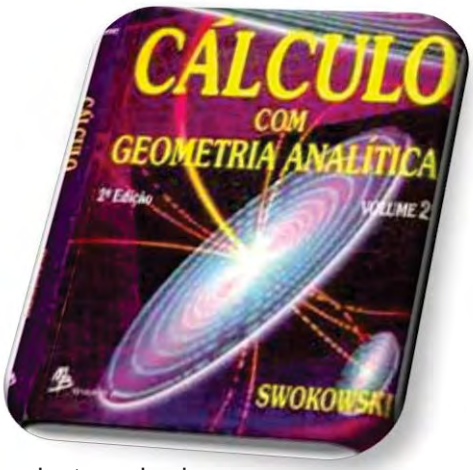
19) Fotos





1) Autor: **Earl Willian Swokowski**

2) Título: Cálculo com Geometria Analítica



3) Ano de publicação: 1994

4) Edição: 2ª.

5) Editora: Makron Books

6) Local de publicação: São Paulo

7) Número de páginas: 744

8) Idioma: Português

9) Biblioteca: Particular

10) Volume: 1

11) Encadernação: Brochura

12) Impressão (visual, cores): boa apresentação, cores preta, azul e tons de cinza

13) Prefácio:

14) Índice: No início do livro, mostra os capítulos e títulos dos sub-capítulos.

15) Exemplos e exercícios: Muitos exemplos e exercícios. Existem listas suplementares.

16) Menção ao uso de tecnologia computacional: sim. No início do livro há um texto relacionado às mudanças encontradas nessa versão em relação às outras.

17) Observações:

18) Apresentação de conteúdos:
- a) Função: (p. 17)
- b) Limite: (p. 51/52)
- c) Continuidade: (p. 98/99)
- d) Derivada: (p. 124/126)
- e) Integral: (p. 304/305)

19) Fotos

Anexo G

Proposta de Mini-curso a ser oferecido durante o X ENEM / Salvador / 2010

CÁLCULO COM MAPLE: EXPLORANDO CONCEITOS CENTRAIS DO CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL USANDO A TECNOLOGIA

RESUMO

Vivemos em uma época de grande apelo na utilização de tecnologias computacionais. Diversos softwares são desenvolvidos e outros adaptados para a utilização na escola nas diversas áreas do conhecimento. Em especial na Matemática podemos encontrar muitos softwares que acompanham essa diretriz. Várias pesquisas acadêmicas têm mostrado a utilização de softwares no ensino e aprendizagem de quase todos os conteúdos matemáticos normalmente trabalhados na escola, desde a Educação Básica, até a formação acadêmica superior. O mini-curso apresenta formas de utilização de um software Maple utilizando-o dentro das discussões de conteúdos normalmente trabalhados na disciplina Cálculo Diferencial e Integral. Os tópicos escolhidos para discussão serão: Função, Limite, Continuidade, Derivada e Integral. Pretende-se, a partir de uma metodologia investigativa, proporcionar maneiras de trabalhar com esses conceitos através da utilização do software, discutindo questões levantadas pelos participantes.

PALAVRAS-CHAVE: Cálculo Diferencial e Integral; Maple; Tecnologia

INTRODUÇÃO

Somos, sem dúvida, seres oriundos de uma época em que a presença da tecnologia na organização das práticas sociais, das ações mais elementares, como ligar e desligar aparelhos eletrônicos até as mais complexas, como a utilização de softwares específicos e computadores de última geração, é evidente. As mudanças têm agido como uma epidemia[68], chegando ao ponto de haver uma dificuldade de definir o que seria uma atividade complexa. Castells se refere à revolução da tecnologia atribuindo a propriedade de sua "penetrabilidade em todas as esferas da atividade humana" (CASTELLS, p. 43, 2001).

Por conta dessa rapidez, outra característica interessante a observar é como as pessoas se "acostumam" com ela. Não é difícil encontrar alguém que por volta do ano de 2008 solicitava a terceiros para realizar alguma tarefa, mas que hoje operando algum software computacional, ou mesmo uma máquina, executa essa tarefa por si só.

Da mesma forma, presenciamos uma crescente utilização da tecnologia no âmbito escolar, no qual percebemos que essa inserção tecnológica é atingida pelos mais diversos apelos, sejam no sentido do incentivo a sua utilização ou mesmo críticas contrárias ao seu uso.

TECNOLOGIA E A MATEMÁTICA

[68] O termo epidemia tem origem no grego clássico: *epi* (sobre) + *demos* (povo) e sabe-se ter sido utilizado por Hipócrates no século VI a.C (http://pt.wikipedia.org/wiki/Epidemia, acessado em 27/02/2010). Embora muito utilizado ao se referir a doencas, Houaiss (2001) também a define como sendo uma generalização rápida e ampla de algo (uso, costume, método, etc.) por estar na moda.

Diversos softwares são desenvolvidos e outros adaptados para a utilização na escola nas diversas áreas do conhecimento presentes nas disciplinas ali contidas. Em especial na Matemática podemos encontrar muitos softwares que acompanham essa diretriz. Várias pesquisas acadêmicas têm mostrado a utilização de softwares no ensino e aprendizagem de geometria, álgebra, gráficos de funções, simulações numéricas, trigonometria, enfim, em quase todos os conteúdos matemáticos normalmente trabalhados na escola, desde a Educação Básica, até a formação acadêmica superior. Alguns, como poderemos verificar nas entrevistas, se tornando peça fundamental para a realização de algumas atividades acadêmicas.

Com o aparecimento desse tipo de tecnologia, uma série de outras ações necessitam ser repensadas, desde a aperfeiçoamento de instalações físicas até a formação das pessoas envolvidas com esse "novo".

Mas educar uma sociedade de informação é muito mais do que "treinar" pessoas no uso das novas tecnologias, trata-se de formar os indivíduos para "aprender a aprender" de forma a prepará-los para a contínua e acelerada transformação do conhecimento tecnológico (MISKULIN, 1999). Nesse sentido, o educador matemático assume papel fundamental, a medida em que compatibiliza os métodos de ensino e teorias de trabalho com as Tecnologias de Informação e Comunicação tornando-as partes integrantes da realidade do aluno.

Quando nos propomos a introduzir as TIC na educação, faz-se necessário pensarmos cuidadosamente sobre a escolha da tecnologia e, conseqüentemente, do software a ser utilizado na sala de aula, devendo também esta escolha atender e contemplar os objetivos projetados pelo professor ao mediar o processo educativo.

Miskulin (1999) em sua tese de doutorado diz existir duas maneiras de se utilizar computadores na educação. Uma delas seria promover atividades projetadas para se ensinar da mesma forma o que já se ensinava na escola tradicional, apenas como um novo instrumento na sala de aula, outra, e mais adequada, segundo a autora, seria proporcionar novas atividades explorando os recursos que a tecnologia possui e atingindo novas maneiras de visualização e representação do conteúdo trabalhado.

Nessa perspectiva, Carvalho e Pereira propõem que "o professor precisa conhecer as limitações e as potencialidades do software escolhido" (Carvalho e Pereira, 2004, p.52), conhecendo essas limitações e potencialidades poderá criar situações de ensino, nas quais os conceitos matemáticos poderão ser trabalhados com a mídia computacional.

Muitas pesquisas retratam a utilização em aulas de matemática de softwares como o Cabri[69], o Logo[70], Derive, e muitos outros. Ressalta-se nesse campo a existência de uma grande variedade de

[69] O Cabri-Geómètre é um software que permite construir todas as figuras da geometria elementar que podem ser traçadas com a ajuda de uma régua e de um compasso. Uma vez construídas, as figuras podem se movimentar conservando as propriedades que lhes haviam sido atribuídas. Essa possibilidade de deformação permite o acesso rápido e contínuo a todos os casos, constituindo-se numa ferramenta rica de validação experimental de fatos geométricos. Ele tem outros aspectos que vão muito além da manipulação dinâmica e imediata das figuras. Pode ser encontrado em http://www.cabri.com.br/index.php

softwares comerciais e livres e podemos perceber claramente que dispomos de uma série de ferramentas e recursos tecnológicos possíveis de se utilizar dentro do campo de conhecimento da Matemática, objetos que até então não nos era acessível.

O avanço tecnológico e a permanente modificação e aprimoramento das ferramentas contidas nos softwares fazem com que, a cada dia, novas possibilidades de aplicações computacionais, visualização e manipulação de dados possam ser executadas, dentro dos assuntos tratados no Cálculo. Embora esse fato possa ser extremamente positivo, em relação à qualidade da interação homem/máquina, acompanhar essas modificações é uma tarefa também difícil e nova. Adequações necessárias a sua implementação e as pessoas que se utilizam ou devem se utilizar dessas ferramentas, com relação a cursos de formação ou formação continuada que contemplem essas discussões.

A disciplina Cálculo Diferencial e Integral, assim como outras relacionadas ao ensino e aprendizagem da Matemática, dispõe de uma série de softwares e aplicativos que tratam dos diversos assuntos que integram esse componente curricular. Podemos citar, entre muitos, alguns softwares especializados como Mathematica[71], MatLab[72], Maple[73], MathCad[74] e o Scilab[75], e muitos outros de interface mais visual, com um menor número de ferramentas, porém muito interessantes, como o Geogebra[76]. Muitos aplicativos mais simples também estão disponíveis na internet e diversos sites, blogs e fóruns sobre o assunto podem ser encontrados consultando a rede Internet.

A utilização de novas dinâmicas e/ou ferramentas tecnológicas em aulas tradicionais das disciplinas de graduação auxiliam a desvendar algumas dificuldades com que os alunos enfrentam ao se depararem principalmente com novos conteúdos não trabalhados no Ensino Fundamental e Médio. Vários autores da comunidade de educadores matemáticos citam essas dificuldades de compreensão,

---

[70] Logo é uma linguagem de programação interpretada, voltada principalmente para crianças, jovens e até adultos. É utilizada com grande sucesso como ferramenta de apoio ao ensino regular e por aprendizes em programação de computadores. Ela implementa, em certos aspectos, a filosofia construtivista, segundo a interpretação de Seymour Papert, co-criador da linguagem junto com Wally Feurzeig.

[71] O fabricante do Mathematica é a Wolfram Research. A empresa foi fundada em 1987 por Stephen Wolfram e lançou a primeira versão de seu produto carro-chefe, o Mathematica em 23/07/1988, e em 2009 foi lançada a versão 7.0. Mais informações podem ser encontradas em http://www.sia.com.br/mathematica.htm

[72] MATLAB (MATrix LABoratory) é um software interativo de alta performance voltado para o cálculo numérico. Mais informacoes podem ser encontradas no site http://www.mathworks.com

[73] O Maple é um software comercial de Computação Algébrica de uso geral que possui inúmeros recursos numéricos, gráficos, fazendo cálculos avançados e resolvendo equações algébricas, além de também funcionar como uma linguagem de programação. Ele vem sendo desenvolvido no Canadá desde 1981 pela Waterloo Maple Inc. Em 1988 foi criada a Maplesoft, uma divisão da Waterloo Maple Inc para desenvolver as novas versões do Maple. Em 2009 foi lançada a versão 13. Mais informações podem ser encontradas no site http://www.maplesoft.com.

[74] Mathcad é um entorno de documentação técnica com prestações de cálculo numérico e simbólico, que permite explorar problemas, formular idéias, analisar dados, modelar e verificar cenários, determinar a melhor solução, assim como também documentar, apresentar e comunicar os resultados. Site: http://www.ptc.com/products/mathcad

[75] Scilab é um software livre, algébrico, que pode ser encontrado no site www.scilab.org na versão 5.2.

[76] O software Geogebra é um software livre de geometria dinâmica criado por Markus Hohenwarter em 2002 para ser utilizado em ambiente de sala de aula. O programa reúne recursos de geometria, álgebra e cálculo. Possui todas as ferramentas tradicionais de um programa de geometria dinâmica: pontos, segmentos, retas e seções cônicas além da possibilidade de se trabalhar com equações e coordenadas, que podem ser inseridas diretamente. Assim tem a vantagem didática de apresentar, ao mesmo tempo, duas representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si: sua representação geométrica e sua representação algébrica. O software está disponível no site: http://www.geogebra.org/cms em sua versão 3.2.

aquisição e aplicação nos/dos conceitos de Limite, Derivada e Integral, na disciplina Cálculo, principalmente para alunos ingressantes (BEAN, 2004; OLIMPIO, 2006).

O MINI CURSO

Pretende-se durante o mini-curso desenvolver alguns conhecimentos estudados no Cálculo Diferencial e Integral, como os conceitos de Função, Limite, Continuidade, Derivada e Integral. A dinâmica consiste em propor situações que envolvam os conceitos e construir modos e maneiras de apresentação utilizando o software Maple.

Inicialmente será apresentado o software, bem como uma noção de comandos iniciais e da sintaxe aceita pelo programa.

Após a execução de todos os tópicos aqui relacionados (Função, Limite, Continuidade, Derivada e Integral), pretende-se elaborar uma apostila on-line dos resultados ali conseguidos.

Interligando os resultados do mini-curso com nossa discussão inicial, pretende-se esboçar algumas questões sobre as mudanças nos modos de ensinar e aprender os conteúdos presentes na disciplina Cálculo Diferencial e Integral, e sobre a utilização de softwares e que poderão ser discutidas no mini-curso.

Algumas questões iniciais que podem ser levantadas:

1) Qual é a necessidade da utilização de computadores no processo de ensino e aprendizagem dos conceitos de Cálculo trabalhados no mini-curso?

2) Você poderia dizer se há algum conhecimento matemático que só pode ser compreendido por meio da utilização dos computadores?

3) Pode-se afirmar que as novas maneiras de representar conceitos de Cálculo (gráfico, applets e planilhas) favorecem o entendimento do conceito em relação ao modo tradicional?

4) Você poderia explicitar um motivo pelo qual a comunidade escolar se ampara para, de certa forma, negar a utilização dos meios computacionais na escola?

5) A velocidade da implementação das novas tecnologias é proporcional à velocidade das adequações físicas e da capacitação humana para a utilização da tecnologia?

Outras questões ainda poderão ser elaboradas durante o mini-curso e de acordo com a vontade e expectativa dos participantes.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, J. Cálculo, Tecnologias e Modelagem Matemática: As Discussões dos Alunos. 2002. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - UNESP, Rio Claro, 2002.

BARON, M. E., The Origins of the Infinitesimal Calculus, New York: Dover Publications, 1969.

BEAN, D. W., Aprendizagem pessoal e aprendizagem afastada. Tese de doutorado. Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas, 2004.

BORBA, M. C., PENTEADO, M. G., Informática e Educação Matemática, Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

CARVALHO, N. T. B; PEREIRA, R. O Software “MAPLE” no Estudo de Funções de Várias Variáveis. Educação Matemática em Revista, n.º 17, ano 11, p.52-60, Dezembro de 2004.

CASTELLS, M. *A* Sociedade em Rede - A Era da Informação: economia, sociedade e cultura, volume 1. São Paulo: Paz e Terra, 1999.

LOPEZ, R. J., Maple via Calculus: a tutorial approach. Birkhauser: Berlin, 1994.

MARIN, D., Professores de matemática que usam a tecnologia de informação e comunicação no ensino superior . Dissertação de Mestrado – UNESP - Rio Claro: 2009

MISKULIN, R. G. S. Concepções Teórico-Metodológicas Sobre a Introdução e a Utilização de Computadores no Processo Ensino/Aprendizagem da Geometria. Faculdade de Educação/UNICAMP - Tese de Doutorado em Educação na Área de Educação Matemática, 1999.

MISKULIN, R.G.S., ESCHER, M.A., SILVA, C.R.M., A Prática Docente do Professor de Matemática no Contexto das TIC: uma experiência com a utilização do MAPLE em Cálculo Diferencial. Revista de Educação Matemática, vol. 10 Número 11, Gráfica Compacta, 2007

OLIMPIO Jr., A., Compreensões de conceito de Cálculo Diferencial no primeiro ano de Matemática – uma abordagem integrando oralidade, escrita e informática. Tese de doutorado. UNESP, Rio Claro, 2006.

SILVA, C. A., A Noção de Integral em Livros Didáticos e os Registros de Representação Semiótica. Dissertação de Mestrado. PUC: São Paulo, 2004.

VILLARREAL, M. E. O Pensamento Matemático de Estudantes Universitários de Cálculo e Tecnologias Informáticas. 1999. Tese de Doutorado em Educação Matemática - UNESP, Rio Claro, 1999.

Anexo H
Questionário distribuído aos participantes do Mini-curso

MC 081 - CÁLCULO COM MAPLE: EXPLORANDO CONCEITOS CENTRAIS DO CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL USANDO A TECNOLOGIA

Marco Antonio Escher – UNESP - escher@rc.unesp.br
Rosana Giaretta Sguerra Miskulin – UNESP - misk@rc.unesp.br

Após a execução de todos os tópicos aqui relacionados (Função, Limite, Continuidade, Derivada e Integral) e interligando os resultados do mini-curso com nossa discussão inicial, elaboramos algumas questões sobre as mudanças nos modos de ensinar e aprender os conteúdos presentes na disciplina Cálculo Diferencial e Integral, e sobre a utilização de softwares. Algumas questões iniciais que podem ser levantadas. Esclarecemos que as respostas serão utilizadas, sem referencia ao autor, na pesquisa que estamos desenvolvendo intitulada "Dimensões Teórico-Metodológicas do Cálculo Diferencial e Integral: perspectivas histórica e de ensino e aprendizagem"

a) Atuação: ( ) EF ( ) EM ( ) ES

b) Utiliza-se de recursos tecnológicos em aula? ( ) SIM ( ) NÃO Quais? _____

_____

c) Conhecia o Maple? ( ) SIM ( ) NÃO ( ) Conhecia outro software algébrico

1) Qual é a <u>necessidade</u> da utilização de computadores no processo de ensino e aprendizagem dos conceitos de Cálculo trabalhados no mini-curso?

_____

_____

2) Você poderia dizer se há algum conhecimento matemático que só pode ser compreendido por meio da utilização dos computadores?

_____

_____

3) Pode-se afirmar que as novas maneiras de representar conceitos de Cálculo (gráfico, applets e planilhas) favorecem o entendimento do conceito em relação ao modo tradicional?

_____

_____

4) Você poderia explicitar um motivo pelo qual a comunidade escolar se ampara para, de certa forma, negar a utilização dos meios computacionais na escola?

_____

_____

5) A velocidade da implementação das novas tecnologias é proporcional à velocidade das adequações físicas e da capacitação humana para a utilização da tecnologia?

_____

6) A implementação das novas tecnologias, enquanto componente da revolução tecnológica, necessita do aceite democrático das pessoas envolvidas nesse processo?

_____

7) Que outras questões poderiam ser elaboradas depois da realização do mini-curso?

_____

Anexo I
Atividades desenvolvidas no Mini-curso

X ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática

julho/2010 - Salvador/BA

MC 081 - Cálculo com MAPLE: Explorando conceitos centrais do Cálculo Diferencial e Integral usando a tecnologia

Marco Escher/Rosana Miskulin

Introdução

O Maple é um programa de Computação Algébrica de uso geral que possui inúmeros recursos numéricos, gráficos, fazendo cálculos avançados e resolvendo equações algébricas, além de também funcionar como uma linguagem de programação. Ele vem sendo desenvolvido no Canadá desde 1981 pela *Waterloo Maple Inc.* Em 1988 foi criado a Maplesoft, uma divisão da *Waterloo Maple Inc* para desenvolver as novas versões do Maple. Suas últimas versões foram as seguintes:

- Maple 6 (2000) - NAG (alta performance numérica), link para o Excel, utilitários usando linguagem C e Fortran, exportação para arquivos RTF e possibilidade de exportação de gráficos.
- Maple 7 (2001) – Inserção de unidades e constantes científicas, suporte para SMathML, aumento da quantidade de soluções de equações diferenciais, suporte para linguagem XML, domínio Real e ajuste no pacote de curvas (gráficos)
- Maple 8 (2002) – Sistema Maplet, pacote para Cálculo Vetorial e Calculo Variacional, relacionamento com linguagem Java, NAG para grandes dimensões, pacote para Cálculo I
- Maple 9 (2003) – Assistente e tutorial interativo, pacote de transformações discretas a analise científica de erros, OpeMaple API, código gerador para MATLAB e Visual Basic, pacote Student para Álgebra Linear e Pré-Cálculo.
- Maple 9.5 (2004) – Integrador MapleNet, pacote de Otimização e Lógica, dicionário de Matemática, melhoria no construtor de gráficos, palhetas Dockable, pacote Student para Cálculo Multivariacional.

  Maple 10 (2006) – Para comemorar os 25 anos do produto a Maplesoft lançou uma versão transforma suas atividades em documentos técnicos, com editores gráficos, tabelas, equações matemáticas, possui ferramentas que auxiliam o usuário nas diversas ações dentro do Maple, como palhetas e menus de fácil acesso. Possui ainda ferramentas de interações com a estatística e ferramentas para utilização em "educação matemática", como calculadoras gráficas e ferramentas de exploração de conceitos. Claro que diversas outras alterações foram feitas em cada versão, mas listamos aqui as principais. Erros e bugs também foram corrigidos ao longo do tempo.
- Maple 12 (2008) Comandos gráficos, dispensa a escrita. Sintaxe mais "fácil".
- Maple 13 (2009) Permite "viajar" pelos gráficos em 3-D.

Desde suas primeiras versões até a atual, é possível realizar cálculos que contenham símbolos como π, ∞ ou $\sqrt{2}$ sem a necessidade de se fazer aproximações numéricas ou realizar simplificações e cálculos com expressões algébricas como ax^2+bx+c ou $x^3+\log x$ sem a necessidade de atribuir valores numéricos às variáveis ou constantes, como em outros programas que possuem características numéricas. Devido a essas propriedades, é possível encontrar soluções exatas para problemas práticos que envolvam resolução de equações, derivadas, integrais, cálculo matricial, etc, tudo isso integrado a recursos que permitem a visualização de gráficos planos ou tridimensionais.

Mais sobre o Maple

Para saber mais sobre o Maple, você pode consultar os seguintes sites:

http://www.maplesoft.com	Site da Maplesoft
http://www.mapleapps.com	Site de Aplicações do Maple
http://www.mat.ufpb.br/~lenimar/rpm.pdf	Usando o Maple com G.A.
http://www.mat.ufmg.br/eda/maple/intro1.html	Cálculo utilizando Maple
http://maple.thiagorodrigo.com.br/index.php	Help do Maple em português
http://www.dma.uem.br/kit/oqueh.html	Kit de sobrevivência de Cálculo
http://www.mat.uc.pt/~me0203/maple.html	Várias ferramentas para Cálculo

Outros softwares

Existem no mercado outros softwares que possuem a capacidade de realizar as mesmas tarefas que o Maple, com maior ou menor profundidade do ponto de vista matemático, quantidade de erros e facilidades de utilização. Entre eles o Mathematica e o MatLab, que são softwares comerciais e o Scilab (embora seja um software numérico e não algébrico), que é um software livre. Mais informações sobre este último, acesse:

http://www.scilab.org site do software para download e informações
http://www.scilab.org/events/leaflet/prospecto-br.pdf Help em português do software

Comandos básicos do Maple

Cada comando digitado deve terminar com um "**;**" (ponto e vírgula) ou com "**:**" (dois pontos), seguido de Enter. Se o comando terminar com ponto e vírgula, o resultado da sua execução será mostrado logo em seguida. Se terminar com dois pontos, o resultado não será mostrado, podendo ser usado posteriormente.

As operações aritméticas básicas são indicadas por **+** (adição), **-** (subtração), ***** (multiplicação), **/** (divisão) e **^** (potenciação) e a ordem de prioridade nos cálculos e a mesma utilizada na Matemática. O software pode ser encontrado para bases operacionais Windows e **Linux**. Vejamos alguns exemplos:

> 10/3;

$$\frac{10}{3}$$

> evalf(10/3);

3.333333333

> 8*2;

16

O comando que realiza a exponenciação é (**^**), e radiciação é (**sqrt**(....)), como no exemplo:

> 2^3;

8

> sqrt(1024);

32

O comando **%** permite que você recupere o último resultado dado:

> %;

O comando **log** irá calcular o logaritmo na base ***e***, se quisermos calculá-lo em outra base é necessário escrever log,o logaritmando e em seguida, entre parênteses, a base. O comando **abs** nos fornece o valor absoluto, enquanto o comando **factorial** ou **!** nos fornece o fatorial.

> log(3);

$$\ln(3)$$

> abs(-1);

1

> abs(x3-7);**

$$\left| x^3 - 7 \right|$$

> factorial(6);

720

> 6!;

720

Exatidão e Aproximação do resultado

O *Maple* sempre trabalha com o valor exato, mas podemos obter os resultados exatos ou aproximados. Pode ser trabalhado o resultado na forma de fração ou seu valor aproximado, o *Maple* tem como padrão nove casas decimais, veja o seguinte exemplo em que queremos o valor de Pi:

> **Pi;**

$$\pi$$

> **evalf(Pi);**

3.141592654

Se quiséssemos o valor aproximado de **Pi**, com quinze casas decimais usaríamos:

> **evalf(Pi,15);**

3.14159265358979

Fatoração

Muitas vezes o resultado dado pelo Maple pode não ser igual ao conseguido pela realização das contas sem o uso do software. Existe alguns comandos que tem como função simplificar, expandir, combinar ou mesmo fatorar algumas expressões. Vejamos exemplos:

> expand((x+2)3);**

$$x^3 + 6x^2 + 12x + 8$$

> factor(%);

$$(x+2)^3$$

> **ifactor(720);**

$$(2)^4\ (3)^2\ (5)$$

Atribuição de variáveis

O Maple sempre interpreta uma letra como sendo uma variável. Para fixarmos o valor da variável "x" como um número, por exemplo 3 usamos

> **x:=3;**

$$x := 3$$

Desta forma, sempre que uma expressão de entrada contiver x o *Maple* interpretará como 3, para restabelecermos x como uma variável devemos utilizar um comando que já vem sendo utilizado nos tópicos anteriores, o **restart** , que apagará da memória todos os valores atribuídos as variáveis. Veja um exemplo:

> **2*x;**

$$6$$

> **y:=2;**

$$y := 2$$

> **4*x+y^3-y*x;**

$$14$$

Funções

O Maple permite que você defina previamente a função que se deseja trabalhar. Para isso basta utilizar a letra que irá representar a função seguido do comando de atribuição, da variável e da função desejada. Vejamos um exemplo:

> f:=x-> x2+3*x+1;**

$$f := x \rightarrow x^2 + 3x + 1$$

Após definida a função podemos, sempre que necessário, calcular o valor da função no ponto dado.

> f(0);

$$1$$

> f(-6);

$$19$$

As funções trigonométricas são definidas pelos comandos: cos x, sin x, tan x, csc x, sec x, cot x.

> cos(Pi);

$$-1$$

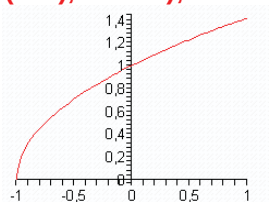
> sin(Pi/2);

$$1$$

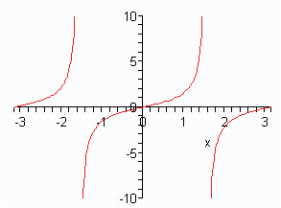
Gráficos

Para plotar um gráfico o comando é **plot(f(x,), x)**, sendo f(x) a função que se deseja plotar e x a variável de f(x). Para determinar o intervalo basta escrever **x=0..n**. Caso a função a ser plotada possua uma descontinuidade basta incluir após o intervalo a palavra (**discont=true**). Alguns exemplos

> plot(sqrt(x+1), x=-1..1);

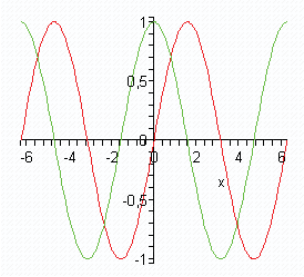


> plot(tan(x), x=-Pi..Pi, -10..10, discont=true);



Podemos também plotar vários gráficos ao mesmo tempo. Para isso basta digitar os gráficos a serem plotados entre colchetes:

> plot([sin(x), cos(x)], x=-2*Pi..2*Pi);



Limites

O comando utilizado para calcular limites é o comando **limit**. Para utilizar essa ferramenta basta digitar a palavra limit seguida da função e do valor para qual o x tende. Caso queira apenas mostrar na tela a expressão do limite basta escrever o comando com a primeira palavra maiúscula.

limit → calcula o limite
Limit → apenas escreve o limite a ser calculado
limit(f, x=a, dir) ou Limit(f, x=a, dir)

Parâmetros

f → expressão algébrica
x → variável
a → expressão algébrica; ponto limite, possibilidade infinita ou – infinita.
dir → (opcional) símbolo; sentido escolhido: direita, esquerda, real ou complexo.

Veja o exemplo:

> limit((x2-3)/(5*x), x=4);**

$$\frac{13}{20}$$

> Limit((x2-3)/(5*x), x=4);**

$$\lim_{x \to 4} \left(\frac{x^2 - 3}{5x} \right)$$

Limites Laterais

Para o cálculo dos limites laterais basta digitar após o valor para o qual o x tende a palavra **left** ou **right** (esquerda ou direita).

> limit((x2-3)/(5*x), x=0, left);**

$$\infty$$

> limit((x2-3)/(5*x), x=0, right);**

$$-\infty$$

Derivada

O comando que nos fornece a derivada da função é o comando **diff**. Para utilizá-lo basta digitar a palavra diff, a função a ser derivada e a variável na qual a função deve ser derivada. Do mesmo modo que o limite, se o comando diff for escrito com a primeira letra maiúscula nenhum cálculo será feito.

> Diff(x3-4*x**2+2*x, x);**

$$\frac{d}{dx}\left(x^3 - 4x^2 + 2x\right)$$

> diff(x3-4*x**2+2*x, x);**

$$3x^2 - 8x + 2$$

> diff(xn, x);**

$$\frac{x^n n}{x}$$

Integral

O comando que calcula a integral é semelhante ao comando que calcula a derivada da função. Basta digitar a palavra ***int***, a função que se deseja integrar, e depois a variável de integração e o cálculo será feito. Para calcular a integral definida basta escrever após a função o intervalo de integração:

> Int(x2, x);**

$$\int x^2 \, dx$$

> int(x2, x);**

$$\frac{1}{3} x^3$$

> Int(sin(x), x=0..Pi)=int(sin(x), x=0..Pi);

$$\int_0^{\pi} \sin(x) \, dx = 2$$

Atividades:

1) Conceitos básicos:

```
> 3+5;
> 3*5;
> 3/5;
> evalf(22/7);
> evalf(22/7, 19);
> Pi;
> evalf(Pi, 45);
> ifactor(72);
```

2) Comandos básicos para os conceitos de Cálculo:

```
> restart;
> f := proc (x) options operator, arrow; x^3+x^2 end proc;
> discont(f(x), x);
> limit(f(x), x = 2);
> plot(f(x));
> diff(f(x), x);
> solve(diff(f(x), x) = 0);
> diff(f(x), `$`(x, 2));
> int(f(x), x);
> int(f(x), x = 3 .. 5);
```

3) Estudo de uma função:

a)

```
> restart;
> f := proc (x) options operator, arrow; (x^2+x-6)/(x^2-1) end proc;
> 'f(x)' = f(x);
> 'fatoração*de*f(x)' = factor(f(x));
> 'raizes' = solve(f(x) = 0);
> 'f*é*par*se*f(-x)' = f(-x);
> 'f*é*par' = f(x) and f(x) = -f(x);
> 'f*é*ímpar*se-f(-x)' = -f(-x);
> 'f*é*impar' = f(-x) and f(-x) = -f(x);
> 'pontos*de*descontinuidade' = discont(f(x), x);
> d := discont(f(x), x);
> Limit(f(x), x = d[1]) = limit(f(x), x = d[1]);
> Limit(f(x), x = d[2]) = limit(f(x), x = d[2]);
> Limit(f(x), x = 1, left) = limit(f(x), x = 1, left);
> Limit(f(x), x = 1, right) = limit(f(x), x = 1, right);
> Limit(f(x), x = -1, left) = limit(f(x), x = -1, left);
> Limit(f(x), x = -1, right) = limit(f(x), x = -1, right);
> Limit(f(x), x = infinity) = limit(f(x), x = infinity);
> Limit(f(x), x = -infinity) = limit(f(x), x = -infinity);
```

```
> plot(f(x));
> plot(f(x), x = -5 .. 12, y = -20 .. 20, discont = true, gridlines, adaptive = true);
> F := plot(f(x), x = -10 .. 18, y = -10 .. 10, gridlines, legend = f(x));
> ah := plot(1, x = -10 .. 18, color = blue, legend = 1, style = point, symbolsize = 4);
> display(F, ah);
> Diff('f(x)', x) = diff(f(x), x);
> Fatorando .. Diff('f(x)', x) = factor(diff(f(x), x));
> 'Pontos*críticos' = solve(diff(f(x), x) = 0);
> 'Pontos*críticos' = evalf(solve(diff(f(x), x) = 0), 4);
> Diff('f(x)', `$`(x, 2)) = diff(f(x), `$`(x, 2));
> Fatorando .. Diff('f(x)', `$`(x, 2)) = factor(diff(f(x), `$`(x, 2)));
> 'Teste*da*derivada*segunda*no*ponto*crítico' = factor(((D@@2)(f))(5+2*sqrt(6)));
evalf(factor(((D@@2)(f))(5+2*sqrt(6))), 6);
> 'Teste*da*derivada*segunda*no*ponto*crítico' = factor(((D@@2)(f))(5+2*sqrt(6)));
evalf(factor(((D@@2)(f))(5-2*sqrt(6))), 6);
> 'O*gráfico*corta*a*assintota*em*x' = solve(f(x) = 1);
> Pontos*de*inflexão = evalf(solve(diff(f(x), x, x) = 0));
> G := plot(f(x), x = -8 .. 18, y = -15 .. 20, discont = true, gridlines);
> l := plot([[5+2*sqrt(6), f(5+2*sqrt(6))], [5-2*sqrt(6), f(5-2*sqrt(6))]], style = point, symbol = circle, color = black,
symbolsize = 12);
> s := plot([[2*18^(1/3)+(2/3)*18^(2/3)+5, f(2*18^(1/3)+(2/3)*18^(2/3)+5)]], style = point, symbol = circle, color
= green, symbolsize = 12);
> display(G, l, s, ah);
> der := proc (x) options operator, arrow; diff(f(x), x) end proc;
> ta := proc (x) options operator, arrow; f(t)+der(t)*(x-t) end proc;
> tang := [[t-3, ta(t-3)], [t+3, ta(t+3)]];
> T := seq(plot([f(x), tang(x)], gridlines, x = -8 .. 20, y = -15 .. 20, color = [red, blue]), t = -8 .. 20, .3);
> display(T, insequence = true);

b)

> f := proc (x) options operator, arrow; (x^3+3*x^2-x-3)/(x^2-4*x+3) end proc;

> 'f(x)' = f(x);
> 'fatoração*de*f(x)' = factor(f(x));
> 'raizes' = solve(f(x) = 0);
> 'f*é*par*se*f(-x)' = f(-x);
> 'f*é*par' = f(x) and f(x) = -f(x);
> 'f*é*ímpar*se-f(-x)' = -f(-x);
> 'f*é*impar' = f(-x) and f(-x) = -f(x);
> 'pontos*de*descontinuidade' = discont(f(x), x);
> Limit(f(x), x = 1) = limit(f(x), x = 1);
> Limit(f(x), x = 3) = limit(f(x), x = 3);
> Limit(f(x), x = 1, left) = limit(f(x), x = 1, left);
> Limit(f(x), x = 1, right) = limit(f(x), x = 1, right);
> Limit(f(x), x = 3, left) = limit(f(x), x = 3, left);
> Limit(f(x), x = 3, right) = limit(f(x), x = 3, right);
> Limit(f(x), x = infinity) = limit(f(x), x = infinity);
> Limit(f(x), x = -infinity) = limit(f(x), x = -infinity);
> plot(f(x));
> plot(f(x), x = -15 .. 40, y = -50 .. 50, discont = true, gridlines, adaptive = true);
> Diff('f(x)', x) = diff(f(x), x);
> Fatorando .. Diff('f(x)', x) = factor(diff(f(x), x));
> 'Pontos*críticos' = solve(diff(f(x), x) = 0);
> 'Pontos*críticos' = evalf(solve(diff(f(x), x) = 0), 4);
> Diff('f(x)', `$`(x, 2)) = diff(f(x), `$`(x, 2));
> Fatorando .. Diff('f(x)', `$`(x, 2)) = factor(diff(f(x), `$`(x, 2)));
> 'Teste*da*derivada*segunda*no*ponto*crítico' = factor(((D@@2)(f))(3+2*sqrt(6)));
evalf(factor(((D@@2)(f))(3+2*sqrt(6))), 6);
> 'Teste*da*derivada*segunda*no*ponto*crítico' = factor(((D@@2)(f))(3-2*sqrt(6)));
evalf(factor(((D@@2)(f))(3-2*sqrt(6))), 6);
> Pontos*de*inflexão = evalf(solve(diff(f(x), x, x) = 0));
> G := plot(f(x), x = -25 .. 50, y = -50 .. 60, discont = true, gridlines);
> l := plot([[3+2*sqrt(6), f(3+2*sqrt(6))], [3-2*sqrt(6), f(3-2*sqrt(6))]], style = point, symbol = circle, color = black,
symbolsize = 12);
> display(G, l);
```

```
> der := proc (x) options operator, arrow; diff(f(x), x) end proc;
> ta := proc (x) options operator, arrow; f(t)+der(t)*(x-t) end proc;
> tang := [[t-3, ta(t-3)], [t+3, ta(t+3)]];
> T := seq(plot([f(x), tang(x)], gridlines, x = -25 .. 50, y = -50 .. 60, color = [red, blue]), t = -20 .. 30, .3);
> display(T, insequence = true);
```

4)

```
> restart :
> with(plots) :
> with(plottools) :
> B := 7 : H := 10 : # base e altura do triangulo
> n := 30 : # numero de graficos da animacao
> triangulo := display(polygon([[0, 0], [B, 0], [B, H]], color = BLUE,
      thickness = 2)) :
>
  retangulo := proc(K :: integer)
   local graf, f, xi, area, r, mens;
  graf := plot(f(x), x = 0 .. B, color = BLACK, scaling = constrained,
      thickness = 2, discont = true) :
  xi := K·B / n;
  f := piecewise(x ≤ xi + 0.001, H / (B·x) · (B − x), x > xi, 0) :
   area := H / (B·xi) · (B − xi) :
  r := display(rectangle([[xi, H / (B·xi)], [B, 0], color = red, thickness
      = 2]));
  mens := textplot([[0.5, H + 0.8, cat("Largura = ", convert(evalf(B
      − xi, 4), string))], [0.5, H, cat("Altura  = ",
      convert(evalf(H / (B·xi), 4), string))], [0.5, H − 0.8,
      cat("Area  = ", convert(evalf(area, 4), string))], align
      = right, color = red]);
  display(r, triangulo, graf, mens) :
   end proc:


> display(seq(retangulo(i), i = 1 ..n), insequence = true);
> g := array(1 ..2) :
> display(animate(cos(x + t), x = −7 ..7, t = 0 ..2, frames = 9, tickmarks
      = [0, 0]));

> animate((abs(x) − 1)·(1 − t) + (−x^2 + 1)·t, x = −2 ..2, t = 0 ..1,
      frames = 16, tickmarks = [0, 0]);

> f := t → exp(cos(t)) − 2·cos(4·t) + sin(t / 12)^5 :
  h := animatecurve([f(t)·cos(t), f(t)·sin(t), t = 0 ..50], axes
      = NONE, thickness = 2, numpoints = 1000, frames = 6, scaling
      = constrained);
```

```
> g := animatecurve([sin(3·t), sin(4·t), t = 0..2·Pi], axes = NONE,
      thickness = 2, color = BLUE, numpoints = 1000):
> display(h);
```

5) Derivada

```
> restart:
> with(plots):
> f := x → exp(x):
> g1 := plot(f(x), x = -5..5, y = -1..5, thickness = 2):
> x0 := -1.0: n := 50: p := 2.0:
>
  for k from 1 to n do
   graf := plot(f(x0) + (f(x0 + (1 + n - k)·p/n) - f(x0))/((1
       + n - k)·p/n)·(x - x0), x = -5..5, y = -1..5, color = BLUE,
       thickness = 2);
   texto1 := textplot([[-4.5, 4.5, cat("x0 = -1.0, f'(x0) = ",
       convert(evalf(D(f)(x0), 2), string))], [-4.5, 4.2, cat("h = ",
       convert(evalf((1 + n - k)·p/n, 2), string))], [-4.5, 3.9,
       cat("(f(x0+h) - f(x0))/h = ", convert(evalf((f(x0 + (1 + n - k)
       ·p/n) - f(x0))/((1 + n - k)·p/n), 2), string))]], align
       = RIGHT, color = BLUE);
   texto2 := textplot([[x0, 0, "|"], [x0 + (1 + n - k)·p/n, 0, "|"]], align
       = ABOVE, color = RED);
  texto3 := textplot([[x0, 0, "|"], [x0 + (1 + n - k)·p/n, 0, "|"]], align
       = BELOW, color = RED);
   gr[k] := display(graf, texto1, texto2, texto3):
   end do:

> g2 := display(seq(gr[k], k = 1..n), insequence = true):
> display(g1, g2);
```

6) Integral

```
> restart:
> with(plots): with(student):
> nmin := 2: nmax := 100:
> a := 0: b := 2:
> f := x→x^3:
>
  for k from nmin to nmax do
   t[k] := textplot([[0.2, 3, cat("n = ", convert(k, string))], [0.2, 2.8,
       cat("Soma = ", convert(evalf(leftsum(f(x), x = a..b, k), 3),
       string))], [0.2, 2.6, cat("Integral = ", convert(evalf(int(f(x), x
       = a..b), 3), string))]], align = RIGHT, color = RED):
   g[k] := display(t[k], leftbox(f(x), x = a..b, k, color = RED,
       thickness = 3)):
   end do:

> display(seq(g[k], k = nmin..nmax), insequence = true);
```

Anexo J

Tabela de Exercícios do Livro Stewart (2006)

	Seção	Calc	CAS	Total
Funções e Modelos	1.1	0	0	68
	1.2	6	0	22
	1.3	0	0	64
	1.4	0	0	38
	1.5	7	0	28
	1.6	10	0	75
	Revisão	3	0	30
	Problemas	1	0	20
Limites e Derivadas	2.1	1	0	89
	2.2	8	0	40
	2.3	4	0	60
	2.4	7	0	44
	2.5	4	0	66
	2.6	13	0	67
	2.7	6	0	28
	2.8	4	0	35
	2.9	6	0	49
	Revisão	5	0	54
	Problemas	0	0	14
Regras de Diferenciação	3.1	8	0	64
	3.2	2	0	44
	3.3	3	0	35
	3.4	6	0	42
	3.5	8	2	81
	3.6	5	2	69
	3.7	5	1	69
	3.8	2	0	52
	3.9	2	0	55
	3.10	0	0	38
	3.11	4	0	50
	Revisão	7	0	125
	Problemas	1	1	29
Aplicação de Diferenciação	4.1	5	0	78
	4.2	2	0	36
	4.3	7	2	76
	4.4	5	0	78
	4.5	0	0	70
	4.6	0	8	38
	4.7	3	0	62
	4.8	2	0	24
	4.9	9	0	42
	4.10	7	0	79
	Revisão	9	3	82
	Problemas	0	0	24

	Seção	Calc	CAS	Total
Integrais	5.1	1	4	26
	5.2	0	4	69
	5.3	6	2	70
	5.4	5	0	64
	5.5	6	0	82
	5.6	0	0	10
	Revisão	5	1	70
	Problemas	1	0	19
Aplic. de Integração	6.1	5	1	49
	6.2	2	1	70
	6.3	2	2	0
	6.4	1	0	30
	6.5	2	0	24
	Revisão	0	0	32
	Problemas	0	1	14
Técnicas de Integração	7.1	4	0	66
	7.2	6	0	68
	7.3	2	0	41
	7.4	2	2	68
	7.5	0	0	81
	7.6	12	0	48
	7.7	0	1	48
	7.8	6	0	78
	Revisão	3	1	80
	Problemas	4	0	14
Mais aplic. Int	8.1	6	2	38
	8.2	0	6	36
	8.3	2	0	44
	8.4	1	0	16
	8.5	1	0	15
	Revisão	0	0	23

Totais	**272**	**47**	**3726**
%	**7,3%**	**1,3%**	**100%**
	8,6%		

Anexo K

Tabela de Exercícios do Livro Swokowski (1994)

	Seção	Calc	Total
Rev pre c	1.1	2	82
	1.2	2	62
	1.3	3	72
Limites e Funções	2.1	8	58
	2.2	0	42
	2.3	0	72
	2.4	0	42
	2.5	6	62
	2.6	0	44
A Derivada	3.1	4	26
	3.2	3	56
	3.3	2	82
	3.4	2	52
	3.5	2	52
	3.6	2	92
	3.7	1	44
	3.8	2	52
	3.9	0	76
Aplicações da derivada	4.1	4	52
	4.2	3	42
	4.3	4	44
	4.4	4	44
	4.5	2	42
	4.6	0	56
	4.7	0	40
	4.8	30	34
	4.9	2	40
Integrais	5.1	0	70
	5.2	0	63
	5.3	2	32
	5.4	2	36
	5.5	2	34
	5.6	0	55
	5.7	18	36
	5.8	2	54

	Seção	Calc	Total
Aplic. de Integral def.	6.1	2	42
	6.2	2	44
	6.3	2	34
	6.4	1	26
	6.5	6	43
	6.6	2	24
	6.7	2	26
	6.8	5	28
Func. Log. e Exp.	7.1	2	32
	7.2	3	58
	7.3	3	59
	7.4	2	56
	7.5	2	57
	7.6	1	26
	7.7	0	92
F. Trig. Inv e hiperb.	8.1	0	40
	8.2	2	54
	8.3	4	72
	8.4	0	41
	8.5	0	50
Tecnicas de Integração	9.1	0	54
	9.2	0	36
	9.3	0	32
	9.4	0	44
	9.5	0	20
	9.6	0	34
	9.7	0	30
	9.8	0	100
Int. improp	10.1	4	64
	10.2	2	49
	10.3	2	52
	10.4	2	46
	10.5	2	32

totais	**167**	**3339**
%	**5,0%**	**100%**