

unesp

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO
EM
ENGENHARIA ELÉTRICA

1210001085



Nº 21

CONTROLE ROBUSTO DE MÁQUINAS ASSÍNCRONAS
USANDO ESTRUTURA VARIÁVEL E MODOS DESLIZANTES
ALUNO: SANDRO GOMES DA SILVA
ORIENTADOR: JOSÉ PAULO FERNANDES GARCIA

Te. 1085

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA "JULIO DE MESQUITA FILHO"

FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA

CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

STRICTO SENSU

ÁREA DE AUTOMAÇÃO

**CONTROLE ROBUSTO DE MÁQUINAS ASSÍNCRONAS
USANDO ESTRUTURA VARIÁVEL E MODOS DESLIZANTES**

1210001085



"Dissertação submetida à Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira – Unesp, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica, junto ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica."

Orientador: Prof. Dr. José Paulo Fernandes Garcia

Orientado: Sandro Gomes da Silva

Proc 54/99 NRD. 93/99

UNESP- "CAMPUS" DE ILHA SOLTEIRA	
SERVIÇO DE BIBLIOTECARIA E DOCUMENTAÇÃO	
DATA DE CRIAÇÃO	DATA DE TURNO
<i>30.07.99</i>	<i>31.08.99</i>
REGISTRO	TÍTULO
<i>Ilha</i>	<i>1085</i>
CLASSIFICAÇÃO	
<i>Doacaf R\$ 10,00 autoi</i>	<i>S 586 c</i>

2040405

Ilha Solteira – SP
Março de 1998



**"CONTROLE ROBUSTO DE MÁQUINAS ASSÍNCRONAS USANDO
ESTRUTURA VARIÁVEL E MODOS DESLIZANTES"**

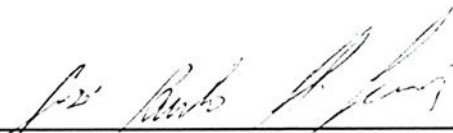
Sandro Gomes da Silva

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA
SOLTEIRA – UNESP – COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA
A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA (ME).

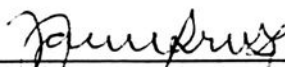


Nobuo Oki - Coordenador

COMISSÃO EXAMINADORA:



José Paulo Fernandes Garcia - Orientador



José Jaime da Cruz



Marcelo Carvalho Minhoto Teixeira

Ilha Solteira – SP, abril de 1998

AGRADECIMENTOS

A Deus, por me dar sabedoria e me fortalecer nos momentos de dificuldades.

Aos meus pais, pelo apoio dado em todos os momentos da minha vida.

À minha noiva Elaine, por estar sempre ao meu lado e pela paciência com minha ausência em alguns momentos de nossas vidas.

Ao meu orientador Prof. José Paulo Fernandes Garcia, pela sua amizade, sinceridade, incentivo e paciência.

Ao Departamento de Engenharia Elétrica, pela suas instalações e pelo apoio de seus funcionários.

Ao CNPq, pelo apoio financeiro dado no primeiro ano através de seu auxílio financeiro.

A FAPESP, pelo seu apoio financeiro, através da bolsa de estudo e do financiamento de materiais necessários à realização da pesquisa.



ÍNDICE

ABSTRACT 1

RESUMO 2

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO 3

CAPÍTULO 2 - ESTUDO DINÂMICO DE MÁQUINAS ELÉTRICAS ASSÍNCRONAS 5

2.1 - EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DA MÁQUINA ASSÍNCRONA TRIFÁSICA SIMÉTRICA..... 5

2.2 - MODELO MATEMÁTICO DA MÁQUINA ASSÍNCRONA EM COORDENADAS DE CAMPO COM CORRENTE DE ESTATOR IMPOSTA..... 14

2.3 - MODELO MATEMÁTICO DA MÁQUINA ASSÍNCRONA EM COORDENADAS DE CAMPO COM TENSÃO DE ESTATOR IMPOSTA..... 17

CAPÍTULO 3 - CONTROLE DE ESTRUTURA VARIÁVEL E MODOS DESLIZANTES..... 20

3.1 - DEFINIÇÕES E PRELIMINARES 22

3.1.1 - *MODELO DO SISTEMA*..... 22

3.1.2 - *SUPERFÍCIE DE CHAVEAMENTO* 23

3.1.3 - *MODOS DESLIZANTES*..... 23

3.1.4 - *CONDIÇÕES PARA A EXISTÊNCIA DE UM MODO DESLIZANTE*..... 24

3.2 - PROJETO DA SUPERFÍCIE DE DESLIZAMENTO 26

3.2.1 - *MÉTODO DE CONTROLE EQUIVALENTE* 26

3.2.2 - *REDUÇÃO DE ORDEM*..... 27

3.2.3 - *FORMA REGULAR E DINÂMICA DE ORDEM REDUZIDA* 30

3.3 - PROJETO DO CONTROLADOR 32

3.3.1 - *MÉTODOS DE DIAGONALIZAÇÃO* 33

3.3.2 - *OUTROS MÉTODOS DE PROJETO DO CONTROLADOR*..... 40

3.4 - TREPIDAÇÃO 41

3.5 - SISTEMAS INCERTOS 45

3.5.1 - *DEFINIÇÃO* 45

3.5.2 - *O MÉTODO DE CONTROLE COM ESTRUTURA VARIÁVEL E MODO DESLIZANTE PARA O CONTROLE DE SISTEMAS INCERTOS*..... 46

CAPÍTULO 4 - APLICAÇÃO..... 49

4.1 - CONTROLE CEV APLICADO AO MODELO DA MÁQUINA EM COORDENADAS DE CAMPO COM CORRENTE DE ESTATOR IMPOSTA..... 49

4.1.1 - *MODELO* 49

4.1.2 - *REPRESENTAÇÃO EM VARIÁVEIS DE ESTADO NORMALIZADAS*..... 50

4.1.3 - *PROJETO CONTROLADOR COM ESTRUTURA VARIÁVEL E MODO DESLIZANTE* 51



4.1.3 - PROJETO DO OBSERVADOR DE ESTADOS COM ESTRUTURA VARIÁVEL E MODO DESLIZANTE	54
4.1.4 - OBSERVADOR CONVENCIONAL	57
4.2 - CONTROLE CEV APLICADO AO MODELO EM COORDENADAS DE CAMPO COM TENSÃO DE ESTATOR IMPOSTA.....	57
4.2.1 - MODELO	57
4.2.1 - REPRESENTAÇÃO EM VARIÁVEIS DE ESTADO NORMALIZADAS	58
4.2.2 - PROJETO DO CONTROLADOR COM ESTRUTURA VARIÁVEL E MODO DESLIZANTE.....	60
CAPÍTULO 5 - RESULTADOS	64
5.1 - RESULTADOS DO CONTROLE CEV APLICADO AO MODELO EM COORDENADAS DE CAMPO COM CORRENTE DE ESTATOR IMPOSTA.....	64
5.2 - RESULTADOS DO CONTROLE CEV APLICADO AO MODELO EM COORDENADAS DE CAMPO COM TENSÃO DE ESTATOR IMPOSTA.....	77
CAPÍTULO 6 - CONCLUSÃO	88
CAPÍTULO 7 - REFERÊNCIA BIBLIOGRAFIA	89



ABSTRACT

A combined Sliding Mode (SM) and Variable Structure (VS) observer-controller is presented. A VS control design is made, it used two asynchronous machine model in field coordinates: model with imposed stator current and model with imposed stator voltage. The object of controller is the robust control of angular speed and magnetizing current satisfying any specifications just as: no overshoot, zero steady state error with step inputs, robustness to parameter and load variation (it consist of an external torque applied on rotor axis).

The implementation of controller needs complete state acess of machine, at reality it is difficult. A robust SM observer was designed to estimate the state variables, only angular speed is available at imposed stator current model. In the case of imposed stator voltage model, the observer is suggested to next works.

Finally, it will be presented simulations results executed to any operation state and parameter incertainties. In the case of imposed stator current model, it compared the proposed VS and PI controller using designed SM and conventional observer.



RESUMO

Um controlador e observador de Estrutura Variável e Modo Deslizante (EV-MD) é apresentado. Usando dois modelos de máquina assíncrona em coordenadas de campo, um com corrente de estator imposta e outro com tensão de estator imposta, foi projetado um controlador CEV. O problema de controle é o rastreamento robusto da velocidade angular e da corrente de magnetização para entradas degrau, variação de parâmetro e perturbação de carga (consiste de um torque externo aplicado no eixo do rotor).

Este controlador necessita do vetor de estado da máquina completo. Considerando que é difícil o acesso ao vetor de estado, foi projetado um observador MD robusto supondo que somente a velocidade angular está disponível para o modelo com corrente de estator imposta. No caso do modelo com tensão de estator imposta, deixa-se como sugestão para trabalhos futuros.

Finalmente, será apresentado os resultados de simulações para algumas condições de operação e incertezas paramétricas. No caso do modelo com corrente imposta, comparou-se o controlador EV-MD proposto com um controlador PI, usando o observador MD projetado e um observador convencional.



Capítulo 1 - INTRODUÇÃO

A máquina assíncrona é o tipo de máquina mais utilizada em aplicações industriais. Sua principal vantagem é a eliminação de todos os contatos elétricos deslizantes, resultando em uma construção extremamente simples, segura e fisicamente robusta, o que proporciona a realização de sua manutenção em períodos maiores e a menor custo. A dificuldade está no seu acionamento, sendo necessário equipamentos adicionais implicando em grandes perdas de energia e aumentando o custo do sistema.

A teoria da máquina assíncrona para condições dinâmicas é um tanto complicada devido aos campos magnéticos girantes e às relações espaciais das quais dependem a velocidade e o torque eletromagnético. Além disso, o circuito equivalente deduzido da operação em regime permanente com tensões senoidais demonstra ser inadequado se tratando de transitórios ou quando a máquina é alimentada por um conversor estático, por isso, a condição de regime permanente seria tratada como um caso especial da solução mais geral.

O controle eficiente da máquina assíncrona é muito pesquisado, colaborando para o surgimento de muitas soluções sendo algumas complexas e caras. Devido ao progresso da tecnologia dos semicondutores, os conversores de frequência estáticos tornaram-se viáveis, facilitando a implementação de sistemas que utilizam a máquina assíncrona com velocidade variável.

O Controle com Estrutura Variável e Modo Deslizante (CEV-MD), atualmente, gera considerável interesse em aplicações de teoria de controle devido aos benefícios realizados, tais como robustez, rejeição a perturbações, redução de modelo e possível linearização através do controle. Este esquema de controle é aplicado em processos químicos e industriais, controle de voo, controle de altitude de espaçonave, robótica e controle de máquinas elétricas rotativas.

Um controle de sistemas com estrutura variável (CEV) força as trajetórias do sistema a interceptar uma superfície de deslizamento projetada no espaço de estado. As trajetórias são submetidas a esta superfície por todo o tempo subsequente através do uso de controle com chaveamentos de alta velocidade. As vantagens de tal esquema de controle são:

- 1- A superfície de chaveamento ou deslizamento, pode ser selecionada de maneira que o sistema seja robusto a variações paramétricas ou perturbações do sistema quando as trajetórias estão situadas sobre esta superfície;
- 2- Enquanto as trajetórias permanecem sobre a superfície de chaveamento, o sistema desempenha o comportamento de um sistema de ordem reduzida. Se as não-linearidades do sistema são



limitadas e "casadas" (*matching conditions*), então o sistema pode ser forçado a comportar-se como um sistema linear através do uso do controle CEV;

- 3- O algoritmo de controle é completamente elementar e sua implementação é possível através do uso de simples relés e comparadores;
- 4- Finalmente, variando a superfície de chaveamento com o tempo, o problema de rastreamento pode ser tratado com sucesso.

No capítulo 2, é apresentado um estudo dinâmico da máquina assíncrona com a dedução de suas equações diferenciais, incluindo o modelo da máquina assíncrona em coordenadas de campo com corrente imposta no estator e tensão imposta no estator [1]. No capítulo 3, tem-se um resumo da teoria de controle com estrutura variável e modo deslizante, com definição da superfície de chaveamento, modo deslizante e alguns exemplos de CEV [2], [3], [4] e [5].

No capítulo 4 será apresentado uma aplicação do controle CEV-MD no controle da máquina assíncrona, utilizando os modelos em coordenadas de campo visto no capítulo 2, a partir do estudo de alguns trabalhos já realizados [6], [7], [8] e [9]. Um observador com modo deslizante será projetado para estimar as variáveis de estado que são necessárias para a implementação do controlador projetado para os modelo da máquina em coordenadas de campo.

No capítulo 5 serão apresentados também os resultados das simulações realizadas por computador, realizadas através de um aplicativo especializado, evidenciando que os controladores/observadores projetados a partir da metodologia CEV proporcionam um melhor comportamento dinâmico da máquina diante de incertezas paramétricas e perturbações de carga, quando comparados à controladores do tipo PI.

No capítulo 6 pode ser visto algumas conclusões, incluindo considerações a respeito do trabalho desenvolvido e sugestões para trabalhos futuros. Finalmente, o capítulo 7 contém as referências bibliográficas citadas na dissertação.



Capítulo 2 - ESTUDO DINÂMICO DE MÁQUINAS ELÉTRICAS ASSÍNCRONAS

Este capítulo trata de um resumo sobre a modelagem da máquina assíncrona, com a dedução de suas equações diferenciais, finalizando com o modelo em coordenadas de campo.

Para maiores detalhes, veja a referência [1].

2.1 - EQUAÇÕES DIFERENCIAIS DA MÁQUINA ASSÍNCRONA TRIFÁSICA SIMÉTRICA

A análise a seguir se aplica a máquinas de dois pólos: para máquinas com mais de dois pólos a velocidade assíncrona é reduzida correspondentemente. As permeabilidade do ferro μ do rotor e estator, que são completamente laminados, por enquanto, são assumidas infinitas: saturação, perdas no ferro e efeitos de ranhura são desprezados.

O campo magnético no entreferro da máquina tem direção radial paralela devido às superfícies lisas do rotor e estator e a permeabilidade infinita do ferro, portanto, tratar-se-á com o problema de campo magnético em duas dimensões.

As correntes do estator $i_{s1}(t), i_{s2}(t), i_{s3}(t)$ podem assumir qualquer forma de onda e devido ao condutor neutro,

$$i_{s1}(t) + i_{s2}(t) + i_{s3}(t) = 0 \quad (2.1)$$

é válido em todo instante.

Com todas estas simplificações e definições, a onda de força magnetomotriz (f.m.m.) radial no entreferro excitada pelo enrolamento do estator é dada por:

$$\Theta_s(\alpha, t) = N_s \left[i_{s1}(t) \cos \alpha + i_{s2}(t) \cos(\alpha - \gamma) + i_{s3}(t) \cos(\alpha - 2\gamma) \right], \quad \gamma = \frac{2\pi}{3} \quad (2.2)$$

sendo que,

N_s é número total de espiras do enrolamento do estator;

α é o ângulo elétrico da f.m.m. $\Theta_s(\alpha, t)$;

t é o tempo.

Se as correntes do estator são senoidais e formam um sistema trifásico simétrico (satisfaz a eq.(2.1)), a onda da f.m.m. exibe amplitude constante e gira a velocidade angular constante. Reformulando a Eq. (2.2), tem-se a seguinte equação:



$$\Theta_s(\alpha, t) = \frac{1}{2} N_s \left[\underline{i}_s(t) e^{-j\alpha} + \underline{i}_s^*(t) e^{j\alpha} \right], \text{ é real} \quad (2.3)$$

sendo que,

$$\underline{i}_s(t) = i_{s1}(t) + i_{s2}(t) e^{j\gamma} + i_{s3}(t) e^{j2\gamma} \quad (2.4)$$

é um **vetor corrente do estator** dependente do tempo, definido no plano complexo e

$$\underline{i}_s^*(t) = i_{s1}(t) + i_{s2}(t) e^{-j\gamma} + i_{s3}(t) e^{-j2\gamma} \quad (2.5)$$

é o vetor complexo conjugado correspondente. A grandeza $\Theta_s(\alpha, t)$ é real, sendo fisicamente mensurável, dependente de α e t . A amplitude e o ângulo variam no tempo conforme:

$$\underline{i}_s(t) = i_s(t) e^{j\zeta(t)} \quad (2.6)$$

sendo que, ζ é o ângulo elétrico.

O vetor corrente do estator, deste modo, determina a amplitude instantânea e a posição angular do pico da f.m.m distribuída senoidalmente, produzido pelos três enrolamentos do estator deslocado espacialmente, de maneira que

$$\underline{\Theta}_s(t) = N_s \underline{i}_s(t) \quad (2.7)$$

Novamente, se as correntes do estator são senoidais e formam um sistema trifásico simétrico, as extremidades de $\underline{i}_s(t)$ e $\underline{\Theta}_s(t)$ se movem com velocidade constante sobre uma trajetória circular ao redor da origem do plano complexo.

Já que os vetores complexos definidos pelas Eqs.(2.4-2.7) descrevem a distribuição espacial de um campo magnético plano, são também chamados **vetores espaciais** ou **fases espaciais**.

O mesmo raciocínio é considerado para a f.m.m. produzida pela movimentação dos enrolamentos trifásicos no rotor,

$$\underline{\Theta}_R(t) = N_R \left[i_{R1}(t) \cos \beta + i_{R2}(t) \cos(\beta - \gamma) + i_{R3}(t) \cos(\beta - 2\gamma) \right] \quad (2.8)$$

Definindo o **vetor corrente do rotor**,

$$\underline{i}_R(t) = i_{R1}(t) + i_{R2}(t) e^{j\gamma} + i_{R3}(t) e^{j2\gamma} = i_R(t) e^{j\zeta(t)} \quad (2.9)$$

$$\underline{i}_R^*(t) = i_{R1}(t) + i_{R2}(t) e^{-j\gamma} + i_{R3}(t) e^{-j2\gamma} = i_R(t) e^{-j\zeta(t)} \quad (2.10)$$

a onda de f.m.m. excitada pelas correntes do rotor e movendo-se com o rotor, assume a forma:

$$\Theta_R(\beta, t) = \frac{1}{2} N_R [i_R(t) e^{-j\beta} + i_R^*(t) e^{j\beta}], \quad (2.11)$$

que é uma grandeza real. Seu efeito sobre o estator é obtido substituindo

$$\beta = \alpha - \varepsilon \quad (2.12)$$

$$\Theta_R(\alpha, \varepsilon, t) = \frac{1}{2} N_R [i_R(t) e^{-j(\alpha - \varepsilon)} + i_R^*(t) e^{j(\alpha - \varepsilon)}] \quad (2.13)$$

A onda f.m.m. resultante é uma superposição da f.m.m do rotor e do estator

$$\Theta(\alpha, \varepsilon, t) = \Theta_S(\alpha, t) + \Theta_R(\alpha, \varepsilon, t) \quad (2.14)$$

Visto que a permeabilidade do ferro é assumida infinita, a força magnetomotriz torna-se efetiva no cruzamento dos dois entrefeirros produzindo uma densidade de fluxo local no entreferro no lado do estator,

$$B_S(\alpha, \varepsilon, t) = \frac{1}{2h} \mu_o [\Theta_S(\alpha, t) + \chi \Theta_R(\alpha, \varepsilon, t)] \quad (2.15)$$

sendo que χ é o fator de acoplamento e levando em conta a dispersão magnética : μ_o é a permeabilidade do ar.

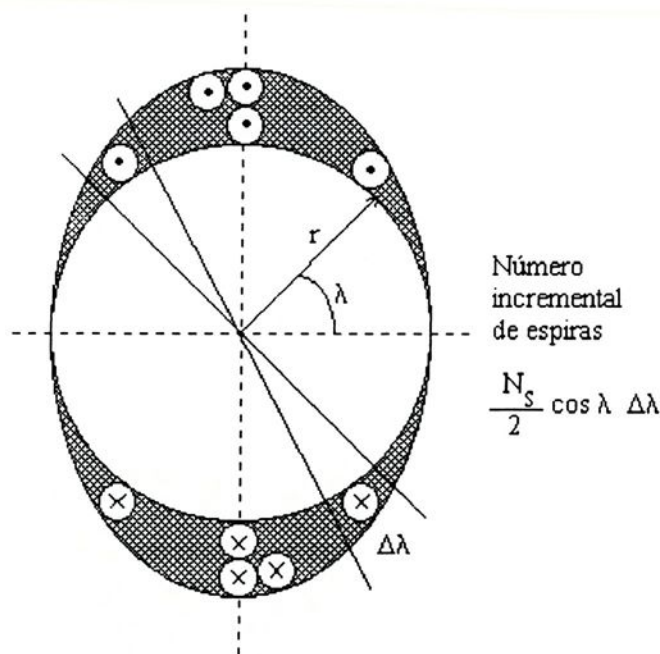


Fig.2.1 - Enrolamento distribuído.

Calculando o fluxo concatenado, a distribuição espacial de corrente nos enrolamentos devem ser consideradas como indicado na Fig.2.1 para o enrolamento do estator na fase 1. Assumindo uma distribuição quase contínua de espiras com uma “densidade incremental” $1/2 N_S \cos \lambda$, isto resulta em uma distribuição senoidal da f.m.m. exigida nesta análise e ao mesmo tempo o número total de espiras torna-se N_S , como demonstrado pela integração no intervalo

$$-\frac{\pi}{2} \leq \lambda \leq \frac{\pi}{2}. \quad \text{Portanto, o fluxo}$$

concatenado no enrolamento 1 do estator é obtido por uma dupla integração, dado pela equação:

$$\Psi_{s1}(t) = \frac{1}{2} N_s \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos \lambda \left[\int_{\alpha=\lambda-\frac{\pi}{2}}^{\lambda+\frac{\pi}{2}} l r B_s(\alpha, \varepsilon, t) d\alpha \right] d\lambda \quad (2.16)$$

sendo que N_s é o número total de espiras do estator, l é o comprimento axial efetivo do estator e r o raio do rotor. A integração sobre α é uma consequência da não-uniformidade do campo no entreferro, enquanto a integração sobre λ é exigida pela distribuição de corrente nos enrolamentos

Com as abreviações para a auto-indutância L_s e indutância mútua M , como a seguir:

$$\frac{N_s^2 l r}{8h} \pi \mu_o = \frac{1}{3} L_s, \quad (2.17)$$

$$\chi \frac{N_s N_R l r}{8h} \pi \mu_o = \frac{1}{3} M, \quad (2.18)$$

sendo h a largura do entreferro. É obtido um resultado simples dado pela equação abaixo:

$$\psi_{s1}(t) = \frac{1}{3} L_s [\underline{i}_s(t) + \underline{i}_s^*(t)] + \frac{1}{3} M [\underline{i}_R(t) e^{j\gamma} + \underline{i}_R^*(t) e^{-j\gamma}] \quad (2.19)$$

O fluxo concatenado no enrolamento 1 do estator é uma grandeza integral e real. O fluxo concatenado nos outros enrolamentos do estator é calculado igualmente sendo que os limites de integração sobre λ , representando a posição dos enrolamentos, são deslocados de $\gamma \pm \frac{\pi}{2}$ e $2\gamma \pm \frac{\pi}{2}$ respectivamente, resultando na equações:

$$\psi_{s2}(t) = \frac{1}{3} L_s [\underline{i}_s(t) e^{-j\gamma} + \underline{i}_s^*(t) e^{j\gamma}] + \frac{1}{3} M [\underline{i}_R(t) e^{j(\varepsilon-\gamma)} + \underline{i}_R^*(t) e^{-j(\varepsilon-\gamma)}] \quad (2.20)$$

$$\psi_{s3}(t) = \frac{1}{3} L_s [\underline{i}_s(t) e^{-j2\gamma} + \underline{i}_s^*(t) e^{j2\gamma}] + \frac{1}{3} M [\underline{i}_R(t) e^{j(\varepsilon-2\gamma)} + \underline{i}_R^*(t) e^{-j(\varepsilon-2\gamma)}] \quad (2.21)$$

A simetria destas equações dá origem à definição de um vetor complexo de fluxo concatenado:

$$\underline{\psi}_s(t) = \psi_{s1}(t) + \psi_{s2}(t) e^{j\gamma} + \psi_{s3}(t) e^{j2\gamma} \quad (2.22)$$

Combinando as Eqs.(2.19-2.22), tem-se a seguinte equação:

$$\underline{\psi}_s(t) = L_s \underline{i}_s(t) + M \underline{i}_R(t) e^{j\varepsilon(t)} \quad (2.23)$$

Este vetor fluxo concatenado descreve a amplitude e a posição angular do pico da distribuição de fluxo senoidal no entreferro da máquina. O termo exponencial relacionado a $\underline{i}_R(t)$ indica que o vetor corrente do rotor deve ser ajustado pelo ângulo de rotação mecânica devido ao movimento do rotor antes de adicionar o seu efeito ao do vetor corrente do estator $\underline{i}_S(t)$.

O fluxo concatenado dos enrolamentos do rotor em movimento podem ser calculados da mesma maneira. A conversão do vetor corrente para as coordenadas do rotor por meio da Eq.(2.12) fornece a seguinte equação:

$$\Theta_R(\beta, \varepsilon, t) = \frac{1}{2} N_R \left[\underline{i}_R(t) e^{-j(\beta + \varepsilon)} + \underline{i}_R^*(t) e^{j(\beta + \varepsilon)} \right], \quad (2.24)$$

que, junto com a corrente do rotor, gera uma densidade de fluxo magnético na superfície do rotor, correspondente a Eq.(2.15), dado pela equação:

$$B_R(\beta, \varepsilon, t) = \frac{1}{2h} \mu_o \left[\Theta_R(\beta, t) + \chi \Theta_S(\beta, \varepsilon, t) \right], \quad (2.25)$$

O mesmo fator de dispersão χ é assumido, levando em conta os efeitos inevitáveis da dispersão magnética.

A interação junto à superfície do rotor, outra vez pressupondo uma distribuição de corrente infinitesimal no enrolamento do rotor, leva a uma expressão para o fluxo concatenado no enrolamento 1 do rotor dado pela seguinte equação:

$$\psi_{R1}(t) = \frac{1}{3} L_R \left[\underline{i}_R(t) + \underline{i}_R^*(t) \right] + \frac{1}{3} M \left[\underline{i}_S(t) e^{-j\gamma} + \underline{i}_S^*(t) e^{j\gamma} \right] \quad (2.26)$$

semelhante a Eq.(2.19). Porém, como este fluxo é definido nas coordenadas do rotor, o vetor corrente do estator é girado para trás em relação à posição do rotor, sendo que

$$\frac{N_R^2 l r}{8h} \pi \mu_o = \frac{1}{3} L_R \quad (2.27)$$

define a auto-indutância de um enrolamento do rotor.

Da mesma maneira, o fluxo concatenado dos outros enrolamentos do rotor são obtidos:

$$\psi_{R2}(t) = \frac{1}{3} L_R \left[\underline{i}_R(t) e^{-j\gamma} + \underline{i}_R^*(t) e^{j\gamma} \right] + \frac{1}{3} M \left[\underline{i}_S(t) e^{j(\varepsilon - \gamma)} + \underline{i}_S^*(t) e^{-j(\varepsilon - \gamma)} \right] \quad (2.28)$$

$$\psi_{R3}(t) = \frac{1}{3} L_R \left[\underline{i}_R(t) e^{-j2\gamma} + \underline{i}_R^*(t) e^{j2\gamma} \right] + \frac{1}{3} M \left[\underline{i}_S(t) e^{j(\varepsilon - 2\gamma)} + \underline{i}_S^*(t) e^{-j(\varepsilon - 2\gamma)} \right] \quad (2.29)$$

Estas expressões são usadas para formar o vetor complexo para o fluxo do rotor:

$$\underline{\psi}_{-R}(t) = \psi_{R1} + \psi_{R2}e^{j\gamma} + \psi_{R3}e^{j2\gamma} = L_{-R}i_{-R}(t) + Mi_{-S}e^{-j\beta} \quad (2.30)$$

As ligações magnéticas descritas pelas Eqs.(2.19 - 2.26,2.28) são agora usadas para formular as equações de tensão para os circuitos do estator e rotor, representados na Fig.2.2.

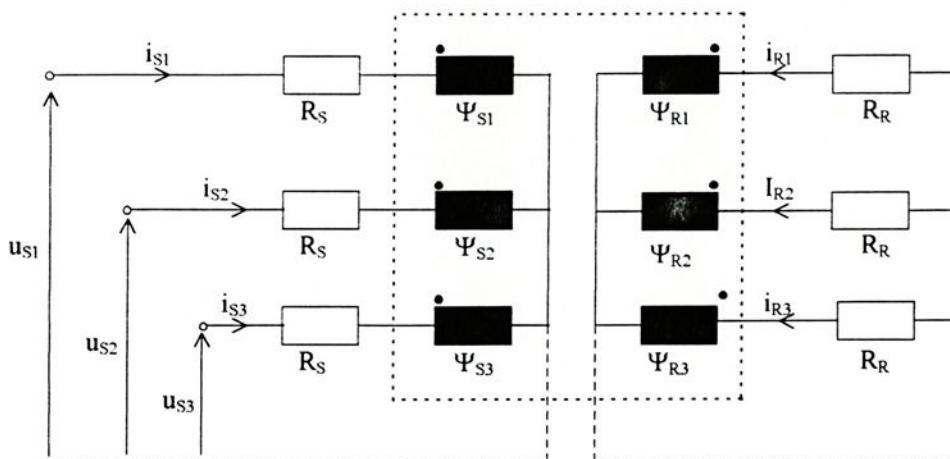


Fig.2.2 - Tensões e Ligações Magnéticas

As tensões de fase no circuito do estator são dadas pelas seguintes equações:

$$\begin{aligned} R_S i_{S1} + \frac{d\psi_{S1}}{dt} &= u_{S1}(t) \\ R_S i_{S2} + \frac{d\psi_{S2}}{dt} &= u_{S2}(t) \\ R_S i_{S3} + \frac{d\psi_{S3}}{dt} &= u_{S3}(t) \end{aligned} \quad (2.31)$$

sendo, R_S a resistência do estator por fase e u_{S1}, u_{S2}, u_{S3} as tensões de fase do estator com forma de onda arbitrária. Estas equações podem ser combinadas introduzindo os vetores complexos. Pela definição formal de um vetor tensão do estator, tem-se a seguinte equação:

$$\underline{u}_S(t) = u_{S1}(t) + u_{S2}(t)e^{j\gamma} + u_{S3}(t)e^{j2\gamma} \quad (2.32)$$

e com as Eqs.(2.23 - 2.31), a Eq.(3.32) resulta na seguinte equação:

$$R_S \underline{i}_S + \frac{d\underline{\psi}_S}{dt} = R_S \underline{i}_S + L_S \frac{d\underline{i}_S}{dt} + M \frac{d}{dt}(\underline{i}_R e^{j\beta}) = \underline{u}_S(t) \quad (2.33)$$

Empregando-se as regras de diferenciação, esta equação assume a seguinte forma:

$$R_S \underline{i}_S + L_S \frac{d\underline{i}_S}{dt} + M \frac{d\underline{i}_R}{dt} e^{j\beta} + j\omega M \underline{i}_R e^{j\beta} = \underline{u}_S(t) \quad (2.34)$$

sendo que $\omega = d\varepsilon/dt$ é a velocidade angular do rotor. Os dois termos contendo a corrente do rotor podem ser interpretados como tensões devido a indução magnética e a rotação do rotor, respectivamente.

Inserindo as Eqs.(2.19 - 2.21) dentro da Eq.(2.31) e considerando a Eq.(2.1), deduz-se a seguinte equação:

$$u_{s1}(t) + u_{s2}(t) + u_{s3}(t) \equiv 0 \quad (2.35)$$

As equações de tensão no circuito do rotor reflete a condição de circuito simétrico, desde que as correntes do rotor são simétricas, isto é,

$$i_{r1}(t) + i_{r2}(t) + i_{r3}(t) \equiv 0 \quad (2.36)$$

a ligação pontilhada ao neutro na Fig.2.2 é redundante na realidade. Portanto as equações de tensão são dadas pelas seguintes equações:

$$\begin{aligned} R_R i_{r1} + \frac{d\psi_{r1}}{dt} &= 0 \\ R_R i_{r2} + \frac{d\psi_{r2}}{dt} &= 0 \\ R_R i_{r3} + \frac{d\psi_{r3}}{dt} &= 0 \end{aligned} \quad (2.37)$$

Com a ajuda das Eqs.(2.9 e 2.30), as Eqs.(2.37) são combinadas para formar uma equação vetorial dada pela equação:

$$R_R \underline{i}_R + \frac{d\underline{\psi}_R}{dt} = R_R \underline{i}_R + L_R \frac{d\underline{i}_R}{dt} + M \frac{d}{dt} (\underline{i}_s e^{-j\varepsilon}) = 0 \quad (2.38)$$

sendo que $\underline{i}_R$ e $\underline{\psi}_R$ são definidas nas coordenadas do rotor.

Calculando a derivada do último termo, a Eq.(2.38) assume a forma alternativa:

$$R_R \underline{i}_R + L_R \frac{d\underline{i}_R}{dt} + M \frac{d\underline{i}_s}{dt} e^{-j\varepsilon} - j\omega M \underline{i}_s e^{-j\varepsilon} = 0 \quad (2.39)$$

As equações diferenciais vetoriais (2.33) e (2.39) descrevendo as interações eletromagnéticas da máquina assíncrona simétrica em condições transitórias e de regime permanente são completadas pelas equações para o torque elétrico e os transitórios mecânicos. O torque é calculado sobre a força tangencial exercida sobre os enrolamentos do rotor pelo campo magnético radial produzido pela f.m.m. do estator. A componente da densidade de fluxo sobre a superfície do rotor devido as correntes do estator segue da Eq.(2.25):

$$B_{RS}(\beta, \varepsilon, t) = \chi \frac{N_s \mu_o}{4h} \left[i_{-s}(t) e^{-j(\beta + \varepsilon)} + i_{-s}^*(t) e^{j(\beta + \varepsilon)} \right] \quad (2.40)$$

O campo magnético produzido pelas correntes do rotor não geram quaisquer forças tangenciais líquidas, já que com o entreferro uniforme não há torque de relutância.

A distribuição de corrente $a_R(\beta, t)$ ao longo da circunferência do rotor é, também, com as suposições feitas, senoidal. Conforme Fig.2.3, é definida como a derivada espacial da f.m.m. do rotor, mostrado na equação abaixo.

$$a_R(\beta, t) = \frac{1}{2} \frac{\partial \Theta_R(\beta, t)}{\partial (r\beta)} = j \frac{N_R}{4r} \left[i_R e^{-j\beta} - i_R^* e^{j\beta} \right] \quad (2.41)$$

A força tangencial df agindo sobre uma faixa axial de largura $r d\beta$ da superfície do rotor é o produto da densidade de fluxo e a distribuição de corrente do rotor dado na seguinte equação:

$$df = -B_{RS}(\beta, \varepsilon, t) a_R(\beta, t) l r d\beta \quad (2.42)$$

que pela integração produz o torque elétrico na direção de rotação, conforme a equação abaixo:

$$m_d(t) = r \int_F df = -r^2 \int_0^{2\pi} B_{RS}(\beta, \varepsilon, t) a_R(\beta, t) l d\beta \quad (2.43)$$

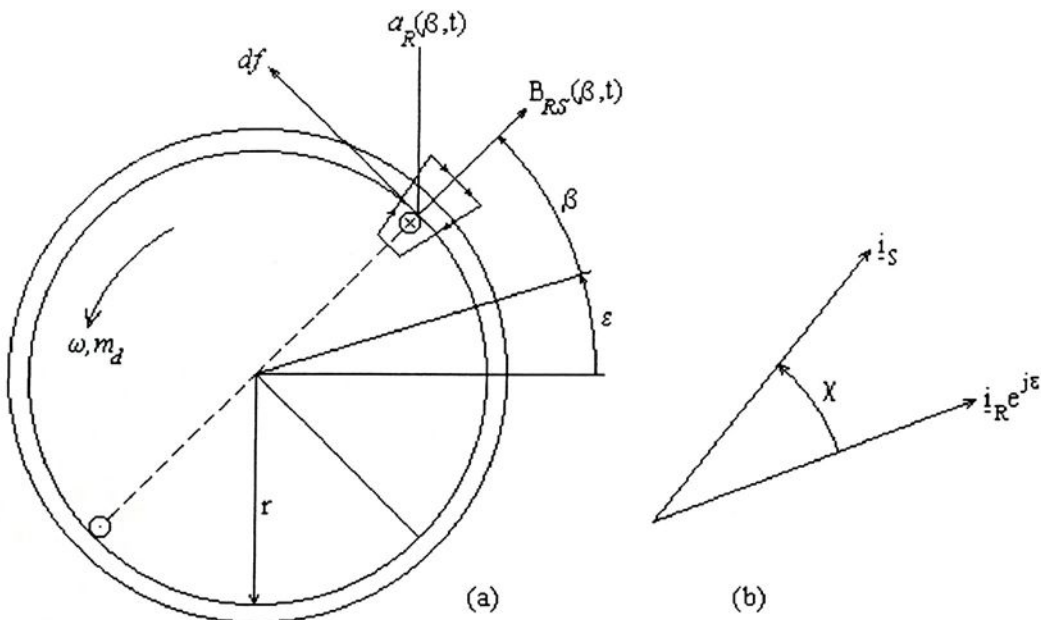


Fig.2.3a.b - Distribuição de Corrente do Rotor e Torque.

Inserindo as Eqs.(2.40,2.41) na Eq.(2.43), tem-se:

$$m_d = -\frac{M}{6\pi j} \int_0^{2\pi} \left[i_{-s} e^{-j(\beta + \varepsilon)} + i_{-s}^* e^{j(\beta + \varepsilon)} \right] \left[i_R e^{-j\beta} + i_R^* e^{j\beta} \right] d\beta$$

sendo M a indutância mútua definida na Eq.(2.18). Quando integrado sobre toda a circunferência do rotor, os termos exponenciais contendo $j\beta$ retiram-se. Consequentemente,

$$m_d = \frac{M}{3\pi} \int \frac{\underline{i}_s \underline{i}_R^* e^{-j\epsilon} - \underline{i}_s^* \underline{i}_R e^{j\epsilon}}{2j} d\beta = \frac{2}{3} M \operatorname{Im} \left[\underline{i}_s(t) (\underline{i}_R e^{j\epsilon})^* \right] \quad (2.44)$$

A parte imaginária do colchete é equivalente ao produto vetorial, sendo proporcional ao produto de dois vetores corrente e o seno do deslocamento angular χ como visto na Fig.(2.3b).

Assumindo que os enrolamentos do estator e rotor tenham o mesmo número de espiras, $N_R = N_S$, tem-se a seguinte equação:

$$L_S = (1 + \sigma_S) L_o, \quad L_R = (1 + \sigma_R) L_o, \quad M = L_o \quad (2.45)$$

sendo que,

σ_S é fator de dispersão do estator;

σ_R é fator de dispersão do rotor.

O modelo matemático completo da máquina assíncrona simétrica com inércia rígida, então, assume a seguinte forma, com m_L sendo o torque de carga líquido:

$$R_S \underline{i}_S + L_S \frac{d\underline{i}_S}{dt} + L_o \frac{d}{dt} (\underline{i}_R e^{j\epsilon}) = \underline{u}_S(t) \quad (2.46)$$

$$R_R \underline{i}_R + L_R \frac{d\underline{i}_R}{dt} + L_o \frac{d}{dt} (\underline{i}_S e^{-j\epsilon}) = 0 \quad (2.47)$$

$$J \frac{d\omega}{dt} = m_d(t) - m_L(t) = \frac{2}{3} L_o \operatorname{Im} \left[\underline{i}_S (\underline{i}_R e^{j\epsilon})^* \right] - m_L(\epsilon, \omega, t) \quad (2.48)$$

$$\frac{d\epsilon}{dt} = \omega \quad (2.49)$$

Já que as primeiras duas equações podem ser divididas em parte real e imaginária, esse modelo é formado por um conjunto de 6 equações diferenciais não-lineares escalares. Elas são válidas para qualquer forma de onda de tensões, correntes, torque de carga e velocidade variáveis.

As correntes físicas, por exemplo nos enrolamentos do estator, são facilmente deduzidas da representação vetorial. Com a Eq.(2.1) o vetor corrente [Eq.(2.4)] torna-se:

$$\underline{i}_S(t) = \frac{3}{2} i_{s1} + j \frac{\sqrt{3}}{2} [i_{s2}(t) - i_{s3}(t)]$$

a partir dessa equação pode-se encontrar as equações abaixo:

$$i_{s1}(t) = \frac{2}{3} \operatorname{Re}[i_s(t)] \quad (2.50)$$

$$i_{s2}(t) = \frac{2}{3} \operatorname{Re}[i_s e^{-j\gamma}] \quad (2.51)$$

$$i_{s3}(t) = \frac{2}{3} \operatorname{Re}[i_s e^{-j2\gamma}] \quad (2.52)$$

Igualmente as correntes no enrolamento do rotor são obtidas, claro, no caso de um rotor gaiola, a noção de correntes de fase perde sua identidade física. As Eqs.(2.46 - 2.49) representam o modelo da máquina assíncrona e são ponto de partida de todas as investigações posteriores com respeito a fenômenos transitórios.

2.2 - MODELO MATEMÁTICO DA MÁQUINA ASSÍNCRONA EM COORDENADAS DE CAMPO COM CORRENTE DE ESTATOR IMPOSTA

Nesta seção será deduzido um modelo da máquina assíncrona em coordenadas de campo, que consiste na transformação de coordenadas das variáveis da máquina para um sistema de coordenadas definido por uma variável que representa o fluxo magnético no rotor. Dessa forma, pode-se obter um modelo semelhante ao da máquina c.c., onde todas as variáveis permanecem estáticas.

A expressão para o torque elétrico (2.44),

$$m_d = \frac{2}{3} L_0 \operatorname{Im}[i_s (i_R e^{j\gamma})^*] \quad (2.53)$$

foi obtida descrevendo a interação entre as correntes do rotor e a onda de fluxo resultante das correntes do estator. Já que as correntes do rotor não podem ser medidas em máquinas com rotor gaiola, é apropriado substituir $i_R e^{j\gamma}$ por uma grandeza equivalente que poderia ser medida ou estimada baseada no estator. Uma escolha adequada, como será mostrado, é o vetor corrente de magnetização do rotor representando o fluxo no rotor definido nas coordenadas do estator,

$$i_{mR}(t) = i_s(t) + (1 + \sigma_R) i_R e^{j\gamma} = i_{mR}(t) e^{j\phi(t)} \quad (2.54)$$

Eliminando a corrente do rotor da Eq.(2.53), tem-se a seguinte equação:

$$m_d(t) = \frac{2}{3} \frac{L_0}{1 + \sigma_R} \operatorname{Im}[i_s (i_{mR} - i_s)^*],$$

que é simplificada para

$$m_d(t) = \frac{2}{3} \frac{L_0}{1 + \sigma_R} \text{Im}[\underline{i}_s \underline{i}_{mr}^*] \quad (2.55)$$

Inserindo o vetor corrente de magnetização conforme Eq.(2.53), tem-se

$$m_d(t) = \frac{2}{3} \frac{L_0}{1 + \sigma_R} i_{mR} \text{Im}[\underline{i}_s e^{-j\rho}], \quad (2.56)$$

sendo que,

$$\underline{i}_s e^{-j\rho} = i_s e^{j\delta} = i_{sd} + j i_{sq} \quad (2.57)$$

representa o vetor corrente do estator visto de uma referência móvel que é definido pelo vetor corrente de magnetização i_{mR} . A relação angular dos vetores correntes é representada na Fig.2.4; o vetor corrente do estator em coordenadas de campo consiste de duas componentes ortogonais,

$$\begin{aligned} i_{sd} &= \text{Re}[\underline{i}_s e^{-j\rho}] = i_s \cos \delta \\ i_{sq} &= \text{Im}[\underline{i}_s e^{-j\rho}] = i_s \sin \delta \end{aligned} \quad (2.58)$$

sendo que

i_{sd} é a corrente do estator direta na direção do vetor corrente de magnetização;

i_{sq} é a corrente do estator em quadratura, perpendicular ao vetor corrente de magnetização.

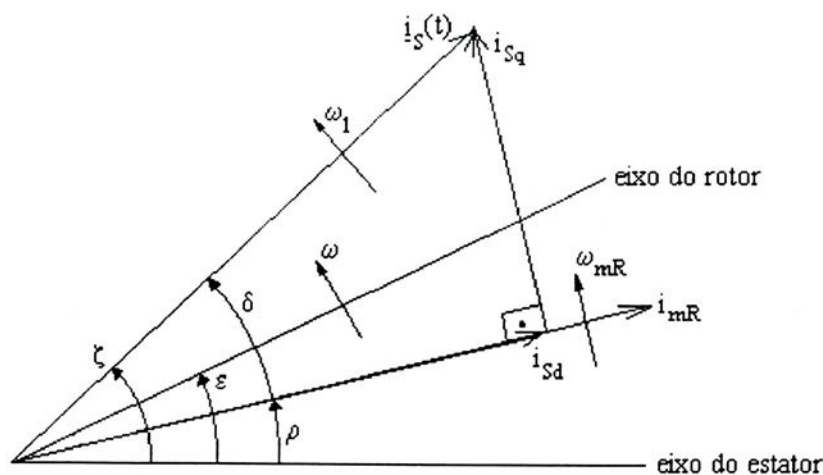


Fig.2.4 - Relações angulares dos vetores correntes.

Introduzindo a componente de corrente em quadratura na Eq.(2.55), tem-se uma expressão simples

$$m_d(t) = k i_{mR} i_{sq}, \quad k = \frac{2}{3} \frac{L_0}{1 + \sigma_R} \quad (2.59)$$

que mostra uma das vantagens da transformação do vetor corrente do estator em coordenadas de campo, também chamado **Orientação por Campo**, proposto por Blaschke.

A Eq.(2.59) lembra a expressão para o torque elétrico de uma máquina c.c., onde i_{mR} corresponde ao fluxo principal e i_{sq} a corrente de armadura. Portanto, i_{sd} e i_{sq} são as duas grandezas de entrada independentes controlando o torque do motor, δ representa um ângulo de carga que se anula na ausência de carga.

Os eixos d-q determinado por i_{mR} diferem-se daqueles comumente usados com máquinas síncronas onde a transformação é baseada na posição do rotor e a referência é o vetor fluxo que se move sobre o estator a frequência do estator e sobre o rotor com frequência de escorregamento.

Para obter o modelo completo da máquina assíncrona em coordenadas de campo com corrente de estator imposta, i_{mR} é agora inserido na equação de tensão do rotor (2.47), tem-se a seguinte equação:

$$R_R i_{mR} + L_0 \frac{d}{dt} \underbrace{\left[(1 + \sigma_R) i_{mR} + i_S e^{-j\epsilon} \right]}_{i_{mR} e^{-j\epsilon}} = 0,$$

que resulta em

$$\tau_R \frac{di_{mR}}{dt} + (1 - j\omega\tau_R) i_{mR} = i_S \quad (2.60)$$

sendo que $\frac{d\epsilon}{dt} = \omega$.

Da figura 2.4 deduz-se as velocidades angulares instantâneas dos vetores corrente de magnetização e corrente do estator

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{dt} &= \omega_{mR}(t) \\ \frac{d\xi}{dt} &= \omega_1(t) = \omega_{mR} + \frac{d\delta}{dt} \end{aligned} \quad (2.61)$$

Multiplicando a Eq.(2.60) por $e^{j\epsilon}$ e expandindo a expressão do lado esquerdo, chega-se a

$$\tau_R \frac{di_{mR}}{dt} + j\omega_{mR} \tau_R i_{mR} + (1 - j\omega\tau_R) i_{mR} = i_S e^{-j\epsilon},$$

que pode ser dividida em partes reais e imaginárias,

$$\tau_R \frac{di_{mR}}{dt} + i_{mR} = i_{sd} \quad (2.62)$$

$$\frac{1}{\omega_0} \frac{d\rho}{dt} = \frac{\omega}{\omega_0} + \frac{i_{sq}}{\omega_0 \tau_R i_{mR}} = \frac{\omega}{\omega_0} + \frac{\omega_2}{\omega_0} \quad (2.63)$$

As Eqs.(2.59, 2.62, 2.63) juntamente com as equações mecânicas (2.48, 2.49) constituem um modelo do motor de indução em coordenadas de campo.

As duas correntes de entrada orientadas por campo são produzidas transformando as correntes do estator com base no ângulo de fluxo ρ . Isto é realizado primeiramente convertendo as três correntes do estator para um sistema bifásico ortogonal,

$$\underline{i}_s(t) = i_{s1} + i_{s2}e^{j\gamma} + i_{s3}e^{j2\gamma} = i_{sa} + j i_{sb} \quad (2.64)$$

Com a condição para correntes trifásicas simétricas, $i_{s1} + i_{s2} + i_{s3} = 0$, isto resulta em

$$\begin{aligned} i_{sa}(t) &= \frac{3}{2} i_{s1}(t) \\ i_{sb}(t) &= \frac{\sqrt{3}}{2} [i_{s2}(t) - i_{s3}(t)] \end{aligned} \quad (2.65)$$

Estas correntes c.a. são então, pela transformação em coordenadas de campo, convertidas a grandezas c.c.

$$\underline{i}_s(t)e^{-j\rho} = (i_{sa} + j i_{sb})(\cos\rho - j\sin\rho) = i_{sd} + j i_{sq} \quad (2.66)$$

disto tem-se

$$\begin{aligned} i_{sd}(t) &= i_{sa} \cos\rho + i_{sb} \sin\rho \\ i_{sq}(t) &= i_{sb} \cos\rho - i_{sa} \sin\rho \end{aligned} \quad (2.67)$$

O ângulo do fluxo ρ é obtido pela integração da Eq.(2.63), ou seja, é uma variável interna. A transformação de coordenada essencialmente constitui uma *demodulação*.

2.3 - MODELO MATEMÁTICO DA MÁQUINA ASSÍNCRONA EM COORDENADAS DE CAMPO COM TENSÃO DE ESTATOR IMPOSTA

Foi visto na Seção anterior o que é a Orientação por Campo e a dedução de um modelo com corrente imposta. Este modelo com corrente imposta simplifica o modelo da máquina e cancela os efeitos da resistência do estator e a reatância de dispersão do estator, além disso, a hipótese de uma fonte senoidal é muito mais realística com correntes do estator do que com tensões quando é empregado um conversor de potência chaveado.

Nesta seção será deduzido o modelo da máquina assíncrona em coordenadas de campo com tensão de estator imposta, a partir da Eq.(2.46),

$$R_s \underline{i}_s + L_s \frac{d\underline{i}_s}{dt} + L_o \frac{d}{dt} (\underline{i}_R e^{j\epsilon}) = \underline{u}_s(t) \quad (2.68)$$

Sendo o vetor corrente de magnetização do rotor dado pela equação:

$$\underline{i}_{mR}(t) = \underline{i}_s(t) + (1 + \sigma_R) \underline{i}_R e^{j\epsilon} = \underline{i}_{mR}(t) e^{j\rho(t)} \quad (2.69)$$

Inserindo a Eq.(2.69) na Eq.(2.69), tem-se a seguinte equação:

$$R_s \underline{i}_s + L_s \frac{d\underline{i}_s}{dt} + \frac{L_o}{(1 + \sigma_R)} \frac{d}{dt} (\underline{i}_{mR} - \underline{i}_s) = \underline{u}_s(t) \quad (2.70)$$

Agrupando os termos semelhantes,

$$R_s \underline{i}_s + L_s \left[1 - \frac{1}{(1 + \sigma_s)(1 + \sigma_R)} \right] \frac{d\underline{i}_s}{dt} + L_s \left[\frac{1}{(1 + \sigma_s)(1 + \sigma_R)} \right] \frac{d\underline{i}_{mR}}{dt} = \underline{u}_s \quad (2.71)$$

definindo,

$$\sigma = 1 - \frac{1}{(1 + \sigma_s)(1 + \sigma_R)}, \text{ o fator de dispersão total da máquina assíncrona}$$

tem-se:

$$R_s \underline{i}_s + \sigma L_s \frac{d\underline{i}_s}{dt} + (1 - \sigma) L_s \frac{d\underline{i}_{mR}}{dt} = \underline{u}_s \quad (2.72)$$

Multiplicando a Eq.(2.72) por $e^{-j\rho}$, isto resulta na equação:

$$R_s \underline{i}_s e^{-j\rho} + \sigma L_s \frac{d\underline{i}_s}{dt} e^{-j\rho} + (1 - \sigma) L_s \frac{d\underline{i}_{mR}}{dt} e^{-j\rho} = \underline{u}_s e^{-j\rho} \quad (2.73)$$

Sabendo que,

$$\frac{d\underline{i}_{mR}}{dt} e^{-j\rho} = \frac{d\underline{i}_{mR}}{dt} + j \underline{i}_{mR} \frac{d\rho}{dt} \quad (2.74)$$

e

$$\frac{d\underline{i}_s}{dt} = \frac{d}{dt} (\underline{i}_s e^{-j\rho}) + j (\underline{i}_s e^{-j\rho}) \frac{d\rho}{dt} \quad (2.75)$$

E substituindo as Eqs.(2.72) e (2.73) na Eq.(2.71), tem-se a seguinte equação:

$$R_s \underline{i}_s e^{-j\rho} + \sigma L_s \left[\frac{d}{dt} (\underline{i}_s e^{-j\rho}) + j (\underline{i}_s e^{-j\rho}) \frac{d\rho}{dt} \right] + (1 - \sigma) L_s \left[\frac{d\underline{i}_{mR}}{dt} + j \underline{i}_{mR} \frac{d\rho}{dt} \right] = \underline{u}_s e^{-j\rho} \quad (2.76)$$

$$\sigma\tau_s \frac{d}{dt}(\underline{i}_s e^{-j\theta}) + \underline{i}_s e^{-j\theta} = \frac{\underline{u}_s e^{-j\theta}}{R_s} - \sigma\tau_s j(\underline{i}_s e^{-j\theta}) \frac{d\theta}{dt} - (1-\sigma)\tau_s \left[\frac{di_{mR}}{dt} + j i_{mR} \frac{d\theta}{dt} \right] \quad (2.77)$$

Definindo,

$$\underline{u}_s e^{-j\theta} = u_{sd} + j u_{sq}$$

sendo que,

τ_s é a constante de tempo do estator;

u_{sd} é a componente direta do vetor tensão do estator em coordenadas de campo;

u_{sq} é a componente em quadratura vetor tensão do estator em coordenadas de campo.

Separando a parte real e imaginária, tem-se as seguintes equações:

$$\sigma\tau_s \frac{di_{sd}}{dt} + i_{sd} = \frac{u_{sd}}{R_s} - (1-\sigma)\tau_s \frac{di_{mR}}{dt} + \sigma\tau_s i_{sq} \frac{d\theta}{dt} \quad (2.78)$$

$$\sigma\tau_s \frac{di_{sq}}{dt} + i_{sq} = \frac{u_{sq}}{R_s} - (1-\sigma)\tau_s i_{mR} \frac{d\theta}{dt} - \sigma\tau_s i_{sd} \frac{d\theta}{dt} \quad (2.79)$$

As Eqs.(2.78) e(2.79) representam a dinâmica do estator e juntamente com as Eqs.(2.59, 2.62, 2.63) que representam a dinâmica do rotor e as Eqs.(2.48 e 2.49) formam o modelo da máquina em coordenadas de campo com tensão de estator imposta.

Capítulo 3 - CONTROLE DE ESTRUTURA VARIÁVEL E MODOS DESLIZANTES

Neste capítulo será apresentado um resumo sobre o Controle de Estrutura Variável e Modo Deslizante (CEV-MD), com suas definições e alguns exemplos. Será apresentado também, um resumo sobre sistemas incertos, inclusive a aplicação do CEV-MD a sistemas incertos. As principais fontes de referência desse capítulo são as referências [2] - [5].

O Controle de Estrutura Variável (CEV) é um controle realimentado com chaveamento rápido viável, que produz condições robustas e efetivas de controle de sistemas não-lineares/incertos.

Por exemplo, considere uma planta com dois estados acessíveis e uma entrada de controle como descrito pelas seguintes equações de estado,

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \quad |u| \leq 1 \quad (3.1)$$

Sendo $\sigma(x_1, x_2) = s_1 x_1 + x_2 = 0$ denominada superfície de chaveamento; a lei de controle será dada por:

$$u = -\operatorname{sgn}[\sigma(x_1, x_2)] \quad (3.2)$$

sendo que,

$$\operatorname{sgn}(\sigma) = \begin{cases} 1 & \sigma > 0 \\ -1 & \sigma < 0 \end{cases}$$

Uma representação de (3.1) e (3.2) aparece na Fig. 3.1.

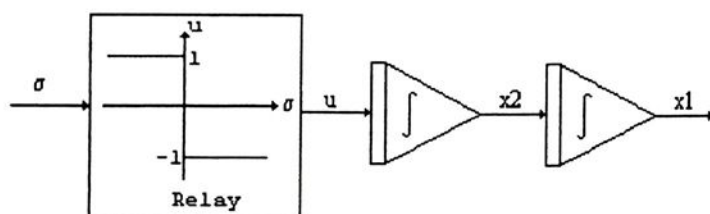


Fig. 3.1 - Diagrama de um sistema de segunda ordem descrito por (3.1) e (3.2).

Um diagrama do sistema de malha fechada é representado na Fig. 3.2.

O objetivo básico do CEV é levar a trajetória de um sistema para uma superfície de deslizamento escolhida pelo projetista no espaço de estados, e mantê-la sobre esta superfície por

todo o tempo subsequente. A superfície é denominada *Superfície de Chaveamento ou Deslizamento*.

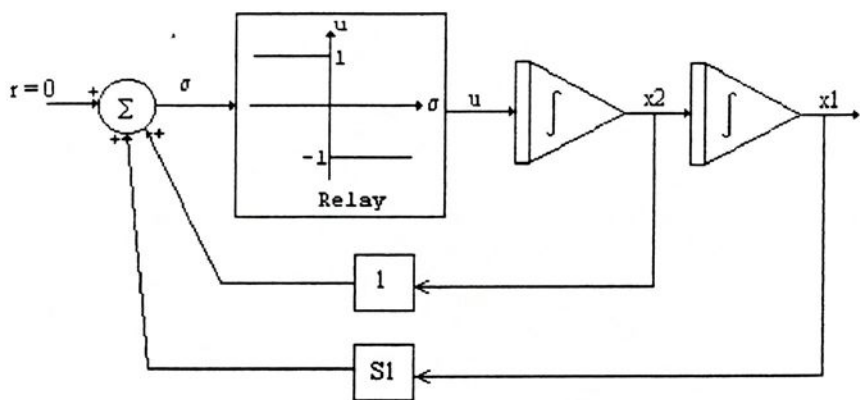


Fig. 3.2 - Diagrama do sistema de malha fechada com a estratégia de controle (3.2)

A figura 3.3(a) mostra a trajetória do sistema da Fig.3.2 para $s_1 > 0$ pequeno e a figura 3.3(b) mostra a trajetória para $s_1 > 0$ grande. O comportamento do sistema resultante sobre a linha de chaveamento $\sigma = s_1 x_1 + x_2$ (Fig. 3.3(a)) é descrito pela equação diferencial $\dot{x}_1 + s_1 x_1 = 0$.

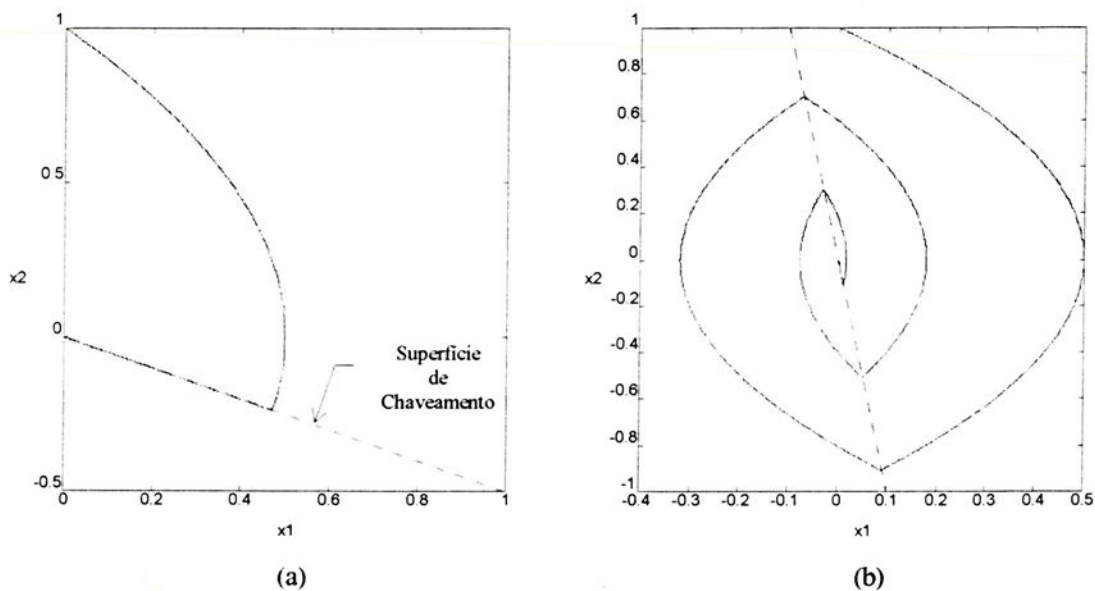


Fig. 3.3 - (a) Trajetória de estado do sistema da Fig. 3.2 para um s_1 pequeno;
(b) Trajetória de estado do sistema da Fig. 3.2 para um s_1 grande.

É importante notar que o comportamento do sistema sobre $\sigma = 0$ é dependente somente da inclinação s_1 da linha de chaveamento, mostrando a insensibilidade do sistema a qualquer variação ou perturbação dos parâmetros da planta contidos na linha inferior da matriz A de (3.1). O movimento da Fig. 3.3(b) é mais complexo, onde a trajetória de estado chaveia para um novo

movimento parabólico toda vez que intercepta a linha de chaveamento $\sigma = 0$. Porém os movimentos parabólicos “espiral” são em direção à origem.

Ainda neste exemplo, nota-se que, para a superfície de chaveamento, $\sigma_2(x_1, x_2) = s_1 x_1 + x_2 = 0$ da Fig. 3.3(a), depois que a trajetória de estado intercepta a superfície, a trajetória permanece sobre ela por todo o tempo subsequente. Esta propriedade de permanência sobre a superfície de chaveamento depois de interceptada é chamada **Modo Deslizante**.

Um modo deslizante existirá para um sistema, se na vizinhança da superfície de chaveamento, o vetor velocidade de estado(a derivada do vetor estado) é apontado para a superfície [2].

O projeto CEV divide-se em duas fases principais:

- 1) O projeto da superfície de chaveamento, de maneira que a planta ou o sistema original restrito à superfície tenha um comportamento desejado;
- 2) O projeto de uma lei de controle de chaveamento, que satisfaça um conjunto de “condições suficientes” para a existência e alcançabilidade de um modo deslizante.

3.1 - DEFINIÇÕES E PRELIMINARES

3.1.1 - MODELO DO SISTEMA

Considere uma classe de sistemas tendo um modelo de estado não-linear no vetor de estado $x(\cdot)$ e linear no vetor de controle $u(\cdot)$ da forma

$$\dot{x}(t) = f(t, x, u) = f(t, x) + B(t, x)u(t) \quad (3.3)$$

sendo o vetor estado $x(t) \in R^n$, o vetor controle $u(t) \in R^m$, $f(t, x): R \times R^n \rightarrow R^n$, e $B(t, x) \in R^{n \times m}$, além disso, cada elemento de $f(t, x)$ e $B(t, x)$ é assumido ser contínuo com derivada limitada contínua com respeito a x .

Cada entrada $u_i(t)$ do controle chaveado $u(t) \in R^m$ tem a seguinte forma:

$$u_i(t, x) = \begin{cases} u_i^+(t, x) & \text{com } \sigma_i(x) > 0 \\ u_i^-(t, x) & \text{com } \sigma_i(x) < 0 \end{cases} \quad i = 1, \dots, m \quad (3.4)$$

sendo que $\sigma_i(x) = 0$ é a i -ésima superfície de chaveamento associada com a superfície de chaveamento de dimensão $(n-m)$

$$\sigma(x) = [\sigma_1(x) \quad \dots \quad \sigma_m(x)]^T = 0 \quad (3.5)$$

3.1.2 - SUPERFÍCIE DE CHAVEAMENTO

A superfície de chaveamento $\sigma(x) = 0$ é um espaço fechado de dimensão $(n-m)$ em R^n determinado pela intersecção de m superfícies de chaveamento de dimensão $(n-1)$ $\sigma_i(x) = 0$. As superfícies de chaveamento são projetadas de forma a garantir que a resposta do sistema restrito a $\sigma(x) = 0$ tenha um comportamento desejado tal como estabilidade, linearidade ou rastreamento.

3.1.3 - MODOS DESLIZANTES

Um aspecto importante do CEV após o projeto da superfície de chaveamento é garantir a existência de um modo deslizante. Um modo deslizante existe, se na vizinhança de uma superfície de chaveamento, $\sigma(x) = 0$, o vetor tangente ou velocidade da trajetória de estados sempre aponta para a superfície de chaveamento. Conseqüentemente, se a trajetória cruza a superfície de deslizamento, o valor da trajetória de estado permanece dentro de uma vizinhança ε de $\{x/\sigma(x) = 0\}$. Se um **modo deslizante** existe sobre $\sigma(x) = 0$, então $\sigma(x)$ é chamado uma **superfície de deslizamento**. Como visto na Fig. 3.4, um modo deslizante não pode existir sobre $\sigma_i(x) = 0$ separadamente, mas somente sobre a intersecção.

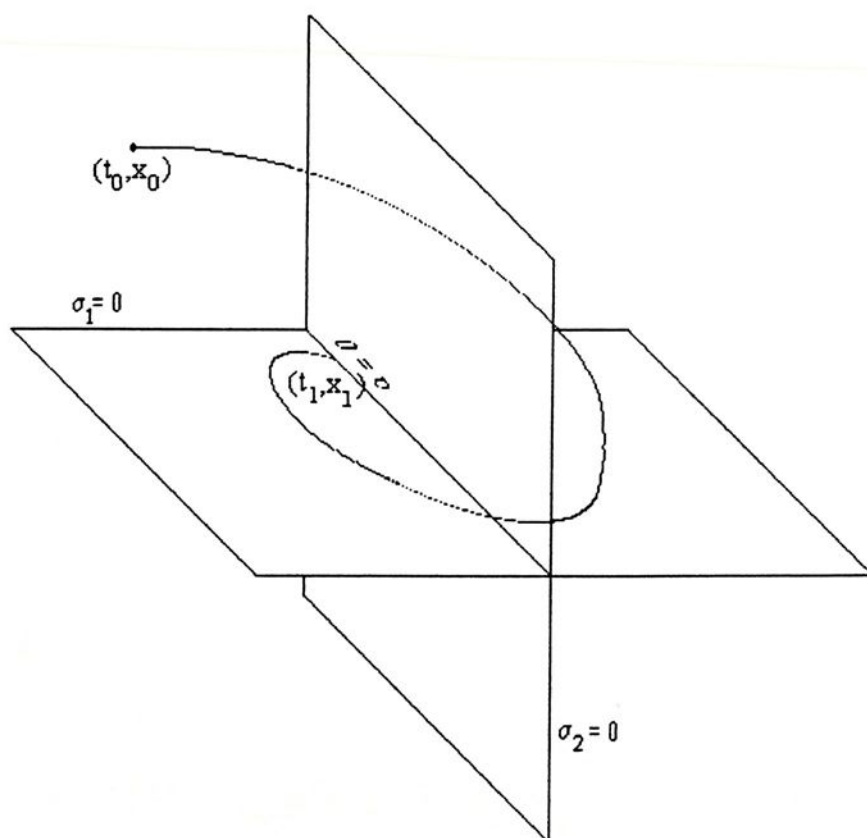


Fig. 3.4 - Uma situação em que existe deslizamento somente sobre a intersecção das duas superfícies de deslizamento.

Um modo deslizante ideal existe somente quando a trajetória de estado $x(t)$ da planta controlada satisfaz $\sigma(x) = 0$ em todo $t \geq t_0$ para algum t_0 , o que exige um chaveamento infinitamente rápido. Em sistemas reais, isso é impossível devido às imperfeições existentes na função de controle tais como atraso, histerese, etc., o que limita a frequência chaveamento do controlador. Dessa forma, a trajetória do sistema oscila dentro de uma vizinhança da superfície de chaveamento e esta oscilação é chamada **trepidação**.

Se a frequência de chaveamento é muito alta comparada com a resposta dinâmica, as imperfeições e as frequências de chaveamento finitas não podem ser desprezadas.

3.1.4 - CONDIÇÕES PARA A EXISTÊNCIA DE UM MODO DESLIZANTE

A existência de um modo deslizante requer estabilidade da trajetória de estado para a superfície de deslizamento $\sigma(x) = 0$, no mínimo em uma vizinhança de $\{x/\sigma(x) = 0\}$, isto é, a trajetória do sistema deve aproximar-se da superfície assintoticamente. A maior vizinhança é chamada **região de atração**. Geometricamente, o vetor tangente ou derivada no tempo do vetor estado deve apontar para a superfície de deslizamento na região de atração.

O problema assemelha-se ao de estabilidade generalizado, portanto o segundo método de Lyapunov fornece um conjunto natural para a análise, sendo que a estabilidade para a superfície de chaveamento requer seleção de uma função de Lyapunov generalizada $V(t, x, \sigma)$ que é definida positiva e tem uma derivada no tempo negativa na região de atração.

Definição 1: Um domínio D no espaço fechado $\sigma(x) = 0$ é um domínio de modo deslizante se para cada $\varepsilon > 0$, existe $\delta > 0$, tais que qualquer movimento iniciado dentro de uma vizinhança δ de dimensão n de D pode deixar a vizinhança ε de dimensão n de D somente através da vizinhança ε de dimensão n da fronteira de D (Vide Fig. 3.5). Já que a região D está situada sobre a superfície $\sigma(x) = 0$, dimensão $[D] = n - m$.

Teorema 1: Para o domínio D de dimensão $n - m$ ser o domínio de um modo deslizante, é suficiente que em algum domínio de dimensão n $\Omega \supset D$, existe uma função $V(t, x, \sigma)$ continuamente diferenciável com respeito a todos os seus argumentos, satisfazendo as seguintes condições:

- 1) $V(t, x, \sigma)$ é definida positiva com respeito a σ , isto é, $V(t, x, \sigma) > 0$ com $\sigma \neq 0$ e t, x arbitrários, e $V(t, x, 0) = 0$; e sobre a esfera $\|\sigma\| = \rho$ para todo $x \in \Omega$ e qualquer t considera as relações

$$i) \inf_{\|\sigma\|=\rho} V(t, x, \sigma) = h_\rho \quad h_\rho > 0 \quad (3.6)$$

$$\text{ii) } \sup_{\sigma=p} V(t, x, \sigma) = H_p \quad H_p > 0 \quad (3.7)$$

sendo que h_p e H_p depende de ρ ($h_p \neq 0$ se $\rho \neq 0$).

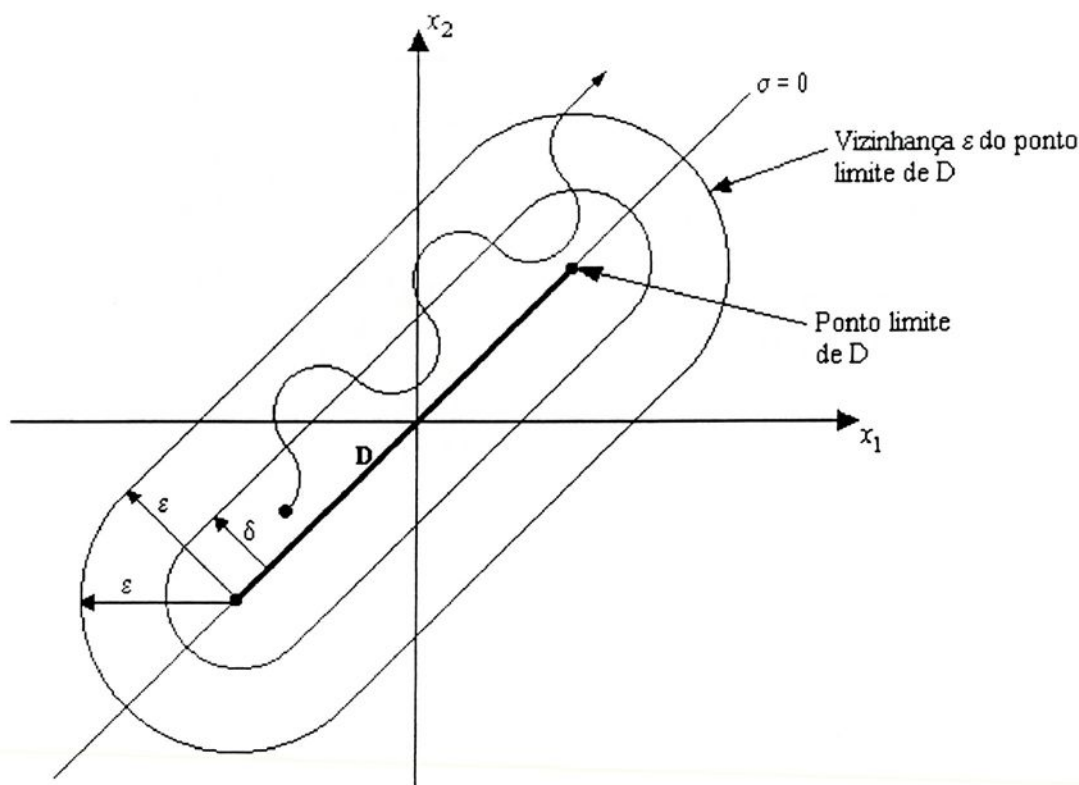


Fig. 3.5 - Ilustração bidimensional do domínio do modo deslizante.

2) A **derivada no tempo** de $V(t, x, \sigma)$ para o sistema (3.3) tem um supremo negativo para todo $x \in \Omega$ exceto para x sobre a superfície de chaveamento onde as entradas de controle são indefinidas e a derivada de $V(t, x, \sigma)$ não existe.

Um modo deslizante é globalmente **alcançável** se o domínio de atração é o espaço de estado completo.

Para sistemas multivariáveis, as funções de Lyapunov úteis mostram-se difíceis de serem encontradas, exceto em casos especiais [2]. Especificamente:

1) Suposto existir uma transformação simétrica, definida positiva $W(t, x)$ tal que

$$R(t, x) = -W(t, x)SB(t, x) \quad \text{sendo que } R = [r_{ij}] \quad \text{tem a propriedade } r_{ii} > \sum_{j=1, j \neq i}^m |r_{ij}| \quad \text{para}$$

$i = 1, \dots, m$, isto é, $R(t, x)$ é **diagonalmente dominante**. Se somente se, a forma recomendada de $V(t, x, \sigma)$ é uma forma quadrática em $\sigma(t, x)$ com coeficientes dependendo de t e x .

2) Suposto $SB(t, x)$ ser simétrico. A forma recomendada é $V(t, x, \sigma) = \sigma^T R \sigma$ sendo que R é simétrico e diagonaliza SB .

3) Suposto $SB(t, x)$ ser diagonalmente dominante. Aqui a forma recomendada de $V(t, x, \sigma)$ é uma quadrática simples $V(t, x, \sigma) = \sigma(x)^T W(t, x) \sigma(x)$ onde $W(t, x)$ é uma matriz não-singular diagonal.

4) Finalmente suposto $SB(t, x)$ ser diagonal. A forma recomendada de $V(t, x, \sigma)$ é $V(t, x, \sigma) = \sigma(x)^T \sigma(x)$.

Para estes casos, o cálculo dos ganhos de realimentação necessários para implementar um projeto CEV são simples. Para outros casos, normalmente executa-se alguma forma de transformação para obter uma forma semelhante.

3.2 - PROJETO DA SUPERFÍCIE DE DESLIZAMENTO

3.2.1 - MÉTODO DE CONTROLE EQUIVALENTE

O método de controle equivalente é um método de determinação do movimento do sistema restrito a superfície de chaveamento $\sigma(x) = 0$. Supondo que em t_0 , a trajetória da planta intercepta a superfície de chaveamento e um modo deslizante existe para $t \geq t_0$. A existência de um modo deslizante implica 1) $\dot{\sigma}(x(t)) = 0$, e 2) $\sigma(x(t)) = 0$ para todo $t \geq t_0$. Da regra da cadeia $[\partial\sigma/\partial x]\dot{x} = 0$. Substituindo $\dot{x}$

$$\left[\frac{\partial\sigma}{\partial x} \right] \dot{x} = \left[\frac{\partial\sigma}{\partial x} \right] \left[f(t, x) + B(t, x)u_{eq} \right] = 0$$

sendo que u_{eq} é o chamado controle equivalente que resolve esta equação. Após a substituição deste u_{eq} em (3.3), a equação resultante descreve o comportamento do sistema restrito à superfície de chaveamento, desde que a condição inicial $x(t_0)$ satisfaz $\sigma(x(t_0)) = 0$.

Para calcular u_{eq} assume-se que o produto da matriz $[\partial\sigma/\partial x]B(t, x)$ é não-singular para todo t e x . Dessa forma, tem-se a seguinte equação:

$$u_{eq} = - \left[\left(\frac{\partial\sigma}{\partial x} \right) B(t, x) \right]^{-1} \frac{\partial\sigma}{\partial x} f(t, x) \quad (3.8)$$

Portanto, dado $\sigma(x(t_0)) = 0$, a dinâmica do sistema sobre a superfície de chaveamento para $t \geq t_0$ é dado por:

$$\dot{x} = \left[I - B(t, x) \left[\frac{\partial\sigma}{\partial x} B(t, x) \right]^{-1} \frac{\partial\sigma}{\partial x} \right] f(t, x) \quad (3.9)$$

No caso especial de uma superfície de chaveamento linear $\sigma(x) = Sx = 0$, $\partial\sigma/\partial x = S$, sendo $S \in R^{m \times n}$, (3.9) se reduz a,

$$\dot{x} = [I - B(t, x)[SB(t, x)]^{-1}S]f(t, x) \quad (3.10)$$

Observe que a equação (3.9) em conjunto com $\sigma(x) = 0$ determina o movimento do sistema sobre a superfície de chaveamento. Assim, o movimento sobre a superfície de chaveamento será regido por um conjunto de equações de ordem reduzida devido a restrição $\sigma(x) = 0$.

Deve-se notar que algumas aplicações de controle podem exigir uma superfície de chaveamento variante no tempo $\sigma(x) = 0$. Neste caso, $\dot{\sigma}(t, x) = (\partial\sigma/\partial t) + (\partial\sigma/\partial x)\dot{x}$ e o controle equivalente toma a seguinte forma

$$u_{eq} = -\left[\frac{\partial\sigma}{\partial x}B(t, x)\right]^{-1}\left[\frac{\partial\sigma}{\partial x}f(t, x) + \frac{\partial\sigma}{\partial t}\right] \quad (3.11)$$

3.2.2 - REDUÇÃO DE ORDEM

Para tornar o estudo simples, será estudado o caso em que a superfície de chaveamento é linear, $\sigma(x) = Sx = 0$. Como mencionado acima, em um modo deslizante, o sistema equivalente deve satisfazer não somente a dinâmica de estado de dimensão n (3.9), mas também as “ m ” equações algébricas, $\sigma(x) = 0$. Estas restrições reduzem a dinâmica do sistema de um modelo de n -ésima ordem para um modelo de $(n-m)$ -ésima ordem.

Supondo-se que o sistema não-linear de (3.3) é restrito à superfície de chaveamento $\sigma(x) = Sx = 0$, com a dinâmica do sistema dado por (3.10). Então é possível resolver para m variáveis de estado em termos das $m-n$ variáveis de estado restante, se o $rank[S] = m$.

A condição de que $rank[S] = m$ mantém-se sob a suposição de que $[\partial\sigma/\partial x]B(t, x)$ é não-singular para todo t e x . Para obter a solução, calcula-se as m variáveis de estado em termos de $n-m$ variáveis de estado restantes, substitui-se estas relações nas $n-m$ equações restantes de (3.10) e as equações correspondente às m variáveis de estado. O sistema resultante de ordem $(n-m)$ descreve completamente o sistema equivalente dado uma condição inicial satisfazendo $\sigma(x) = 0$.

Exemplo 1 [2]: Para esclarecer o procedimento acima, considere o sistema $\dot{x} = A(t, x)x(t) + Bu(t)$, sendo que

$$A(t, x) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ a_{11}(t, x) & a_{12}(t, x) & a_{13}(t, x) & a_{14}(t, x) & a_{15}(t, x) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_{21}(t, x) & a_{22}(t, x) & a_{23}(t, x) & a_{24}(t, x) & a_{25}(t, x) \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Assume-se que a terceira e quinta linhas de $A(t, x)$ têm elementos não-lineares variantes no tempo e são limitados: $a_{ij}^{min} \leq a_{ij}(t, x) \leq a_{ij}^{max}$ para todo $x \in R^n$ e $t \in [t_0, \infty)$.

O método de controle equivalente leva ao seguinte sistema equivalente, conforme Eq.(3.10)

$$\dot{x}(t) = [I - B(SB)^{-1}S]A(t, x)x(t) \quad (3.13)$$

dado $\sigma(x(t_0)) = 0$ para qualquer t_0 .

Se os parâmetros da superfície de chaveamento linear são dados por:

$$S = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} & s_{15} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} & s_{24} & s_{25} \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

então,

$$SB = \begin{bmatrix} s_{13} & s_{15} \\ s_{23} & s_{25} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

Para simplificar o exemplo, escolhemos $s_{13}s_{25} - s_{15}s_{23} = 1$. Especificamente, escolhe-se $s_{13} = 2$, $s_{15} = s_{23} = s_{25} = 1$. Assim,

$$(SB)^{-1} = \frac{\begin{bmatrix} s_{25} & -s_{15} \\ -s_{23} & s_{13} \end{bmatrix}}{s_{13}s_{25} - s_{15}s_{23}} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

O que leva a seguinte equação,

$$\dot{x}(t) = [I - B(SB)^{-1}S]A(t, x)x(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & s_{21} - s_{11} & s_{22} - s_{12} & 0 & s_{24} - s_{14} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & s_{11} - 2s_{21} & s_{12} - 2s_{22} & 0 & s_{14} - 2s_{24} \end{bmatrix} x(t) \quad (3.17)$$

sujeito a $\sigma(x) = 0$, em que

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \\ x_5 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{14} \\ s_{21} & s_{22} & s_{24} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Observar-se da equação (3.17), que a principal vantagem do controle com estrutura variável é a eliminação da influência dos parâmetros da planta quando o sistema está sobre a superfície de deslizamento.

Obs.: Isso é válido desde que os parâmetros estejam casados, ou seja, possam ser compensados pelas entradas do sistema.

Resolvendo a equação (3.18) para x_3 e x_5

$$\begin{bmatrix} x_3 \\ x_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{14} \\ s_{21} & s_{22} & s_{24} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_4 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

O sistema linear invariante no tempo equivalente de ordem reduzida é dado por:

$$\begin{bmatrix} \tilde{\dot{x}}_1 \\ \tilde{\dot{x}}_2 \\ \tilde{\dot{x}}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ s_{21} - s_{11} & s_{22} - s_{12} & s_{24} - s_{14} \\ s_{21} - 2s_{11} & s_{12} - 2s_{22} & s_{14} - 2s_{24} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \\ \tilde{x}_3 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

sendo que $\tilde{x}_1 = x_1$, $\tilde{x}_2 = x_2$, $\tilde{x}_3 = x_4$.

Um exemplo de como o projeto de controle pode ser realizado, suponha que uma limitação de projeto exige que o sistema equivalente tenha os seguintes pólos $\{-1, -2, -3\}$; resultando na característica polinomial desejada

$$\pi_A(\lambda) = \lambda^3 + 6\lambda^2 + 11\lambda + 6$$

A característica polinomial do sistema equivalente dado em (3.20) é por:

$$\pi_A(\lambda) = \lambda^3 + (s_{12} - s_{22} + 2s_{24} - s_{14})\lambda^2 + (s_{12}s_{24} - s_{14}s_{22} + s_{11} - s_{21})\lambda + (s_{11}s_{24} - s_{14}s_{21})$$

Os coeficientes de potências semelhantes de λ produzem o conjunto de equações

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 & -1 & 2 \\ 1 & s_{24} & -s_{22} & -1 & 0 & 0 \\ s_{24} & 0 & 0 & -s_{14} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{11} \\ s_{12} \\ s_{14} \\ s_{21} \\ s_{22} \\ s_{24} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 11 \\ 6 \end{bmatrix}$$

Uma solução que realiza o objetivo do projeto de controle é:

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 1.8333 & 2 & -6 & 1 \\ 1 & 1.8333 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Concluindo, o sistema equivalente de ordem reduzida com os autovalores desejados é $\dot{\tilde{x}} = \tilde{A}\tilde{x}$, sendo que,

$$\tilde{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \\ -1 & -1.8333 & -6 \end{bmatrix}$$

A facilidade na resolução deste exemplo se deve ao fato de que a dinâmica do sistema original foi dado na forma canônica de Luenberger [2]. Os sistemas que não estão nesta forma freqüentemente exigem uma transformação para uma forma mais geral denominada **forma regular**.

3.2.3 - FORMA REGULAR E DINÂMICA DE ORDEM REDUZIDA

A forma regular da dinâmica da planta (3.3), é dado por:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(x, t) \\ \dot{x}_2 &= f_2(x, t) + B_2(t, x)u \end{aligned} \quad (3.21)$$

sendo $x_1 \in R^{n-m}$ e $x_2 \in R^m$. Um sistema nesta forma tem dinâmica equivalente de ordem reduzida de cálculo simplificado. O cálculo, desta forma, assume $B_2(t, x)$ ser não-singular $m \times m$. Esta suposição é necessária para a existência do controle equivalente.

O cálculo da dinâmica de ordem reduzida, assume uma superfície de chaveamento linear (esta será generalizado depois) da forma

$$\sigma(x) = \begin{bmatrix} S_1 & S_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (3.22)$$

Sem perda de generalidade assume-se que S_2 é não-singular. Assim em um modo deslizante

$$x_2 = -S_2^{-1}S_1x_1 \quad (3.23)$$

e

$$\dot{x}_1 = f_1(t, x_1, x_2) = f_1(t, x_1, -S_2^{-1}S_1x_1) \quad (3.24)$$

que representa a dinâmica de ordem reduzida do sistema. Se f_1 tem uma estrutura linear

$$\dot{x}_1 = f_1(t, x) = A_{11}x_1 + A_{12}x_2$$

então a dinâmica de ordem reduzida é dado pela seguinte equação:

$$\dot{x}_1 = [A_{11} - A_{12}S_2^{-1}S_1]x_1 \quad (3.25)$$

que tem uma estrutura de realimentação “ $A_{11} + A_{12}F$ ” com $F = -S_2^{-1}S_1$ e A_{12} desempenhando a função de matriz de entrada. Se o par (A_{11}, A_{12}) é controlável, então é possível usar efetivamente as técnicas clássicas de controle por realimentação para calcular um F tal que $A_{11} + A_{12}F$ tenha características desejáveis. Determinando-se F , pode-se calcular $[S_1 \ S_2]$ tal que $F = -S_2^{-1}S_1$, completando assim o projeto da superfície de chaveamento.

Para o caso mais geral de uma superfície de chaveamento não-linear considere

$$\sigma(x) = \sigma_1(x_1) + S_2x_2 = 0 \quad (3.26)$$

que é linear em x_2 , a dinâmica de ordem reduzida em um modo deslizante terá a seguinte forma:

$$\dot{x}_1 = f_1(t, x_1, -S_2^{-1}\sigma_1(x_1)) \quad (3.27)$$

Uma questão importante é como transformar a dinâmica do sistema dado (3.3) na forma regular de (3.21). Primeiro considera-se o caso de uma superfície de chaveamento linear de (3.22) e uma transformação linear invariante no tempo não-singular $z = Tx$. Tomando a derivada de z no tempo, tem-se:

$$\dot{z} = T\dot{x} = Tf(t, x) + TB(t, x)u \quad (3.28)$$

Se é verdade que

$$TB = \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{B}_2 \end{bmatrix} \quad (3.29),$$

então, nas novas coordenadas a dinâmica da planta (3.3) torna-se

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= \hat{f}_1(t, z) \\ \dot{z}_2 &= \hat{f}_2(t, z) + \hat{B}_2(t, z)u \end{aligned} \quad (3.30)$$

Conseqüentemente, em um modo deslizante a dinâmica equivalente de ordem reduzida é dado por,

$$\dot{z}_1 = \hat{f}(t, z_1, -\hat{S}_2^{-1}\hat{S}_1z_1) \quad (3.31)$$

sendo que $[\hat{S}_1 \ \hat{S}_2] = [S_1 \ S_2]T^{-1}$.

Caso não exista uma transformação linear tal que (3.29) seja satisfeita, então pode-se recorrer às transformações não-lineares da forma

$$z = T(t, x) = \begin{bmatrix} T_1(t, x) \\ T_2(t, x) \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

sendo que:

- 1) Existe $\tilde{T}(t, z) = x$ o inverso de $T(t, x)$, diferenciável contínuo satisfazendo $\tilde{T}(t, 0) = 0$ para todo t ;
- 2) $T_1(\cdot, \cdot): R \times R^n \rightarrow R^{n-m}$ e $T_2(\cdot, \cdot): R \times R^n \rightarrow R^m$.

Derivando z em (3.32) em relação ao tempo, tem-se:

$$\dot{z} = \frac{\partial T}{\partial x}(t, x)\dot{x} + \frac{\partial T}{\partial t}(t, x) \quad (3.33)$$

Substituindo (3.3) em (3.33)

$$\dot{z} = \frac{\partial T}{\partial x} f(t, x) + \frac{\partial T}{\partial x} B(t, x)u(t) + \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3.34)$$

Se a transformação tem a seguinte propriedade,

$$\frac{\partial T}{\partial x} B(t, x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial T_1}{\partial x} \\ \frac{\partial T_2}{\partial x} \end{bmatrix} B(t, x) = \begin{bmatrix} 0 \\ \hat{B}_2(t, x) \end{bmatrix} \quad (3.35)$$

então, nas novas coordenadas, as equações descrevendo o sistema ou planta são:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= \frac{\partial T_1}{\partial x} f(t, \tilde{T}(t, z)) + \frac{\partial T_1}{\partial t} B(t, \tilde{T}(t, z))u \triangleq \hat{f}_1(t, z) \\ \dot{z}_2 &= \frac{\partial T_2}{\partial x} f(t, \tilde{T}(t, z)) + \frac{\partial T_2}{\partial t} B(t, \tilde{T}(t, z))u \triangleq \hat{f}_2(t, z) + \hat{B}_2(t, z)u \end{aligned} \quad (3.36)$$

Com a superfície de deslizamento projetada, o próximo passo é determinar uma lei de controle que garanta a existência e o alcance de um modo deslizante sobre essa superfície.

3.3 - PROJETO DO CONTROLADOR

O projeto do controlador é a segunda fase do procedimento de projeto CEV, sendo que o objetivo é determinar os ganhos de realimentação chaveados que levarão a trajetória de estados da planta à superfície de chaveamento e manterão a condição de modo deslizante. A suposição é que a superfície de deslizamento já tenha sido projetada. Em geral, o controle é um vetor de dimensão m $u(t)$ do qual cada um dos elementos tem seguinte estrutura:

$$u_i = \begin{cases} u_i^-(t, x), & \text{para } \sigma_i(x) > 0 \\ u_i^+(t, x), & \text{para } \sigma_i(x) < 0 \end{cases} \quad (3.37)$$

sendo que $\sigma(x) = [\sigma_1(x) \ \cdots \ \sigma_m(x)]^T = 0$.

3.3.1 - MÉTODOS DE DIAGONALIZAÇÃO

Serão descritas duas maneiras para projetar o controlador, classificadas como métodos de diagonalização. O aspecto essencial destes métodos é a transformação de um problema de projeto de m entradas em m problemas de projeto de entradas simples.

O primeiro método implica na elaboração de um novo vetor de controle u^* através de uma transformação não-singular, $Q^{-1}(t, x)[\partial\sigma/\partial x]B(t, x)$ do controle original u definido como:

$$u^*(t) = Q^{-1}(t, x) \left[\frac{\partial\sigma}{\partial x}(x) \right] B(t, x) u(t) \quad (3.38)$$

sendo que $Q(t, x)$ é uma matriz diagonal $m \times m$ arbitrária com os elementos $q_i(t, x)$ ($i = 1, \dots, m$) tal que $\inf[q_i(t, x)] > 0$ para todo $t \geq 0$ e todo x . A transformação real do problema de projeto de m entradas para m problemas de projeto de entrada simples é realizada pelo termo $[\partial\sigma/\partial x]B(t, x)$ com os elementos diagonais de $Q^{-1}(t, x)$ meramente seguindo de flexibilidade no projeto, por exemplo, ponderando as várias entradas de u^* .

Freqüentemente $Q(t, x)$ é escolhida como uma matriz identidade. Em termos de u^* , a dinâmica de estado torna-se

$$\dot{x}(t) = f(t, x) + B(t, x) \left[\frac{\partial\sigma}{\partial x}(x) B(t, x) \right]^{-1} Q(t, x) u^*(t) \quad (3.39)$$

Embora esta nova estrutura de controle pareça ser mais complicada, a estrutura de $\sigma(x) = 0$ permite uma escolha independentemente dos m elementos de u^* para satisfazer as condições suficientes de existência e alcançabilidade de um modo deslizante. Uma vez que u^* é conhecido, ele pode ser invertido para gerar o controle u exigido. Para ver isto, recorda-se que para garantir a existência e alcançabilidade de um modo deslizante é suficiente satisfazer a condição $\sigma^T(x)\dot{\sigma}(x) < 0$. Em termos de u^*

$$\dot{\sigma}(x) = \frac{\partial\sigma}{\partial x}(x) f(t, x) + Q(t, x) u^*(t) \quad (3.40)$$

Assim, se os elementos u_i^{*-} e u_i^{*+} são escolhidos para satisfazer

$$\begin{aligned}
q_i(t, x)u_i^* &< -\nabla\sigma(x)f(t, x) = -\sum_{j=1}^n s_{ij}f_j(t, x) \quad \text{quando } \sigma_i(x) > 0 \\
q_i(t, x)u_i^* &> -\nabla\sigma(x)f(t, x) = -\sum_{j=1}^n s_{ij}f_j(t, x) \quad \text{quando } \sigma_i(x) < 0
\end{aligned} \tag{3.41}$$

então, as condições suficientes para a existência e alcançabilidade são satisfeitas sendo que s_{ij} é igual ao j -ésimo elemento de $\nabla\sigma_i(x)$ que é a i -ésima linha de $\partial\sigma/\partial x$. Em particular, as condições (3.41) obrigam cada termo na somatória de $\sigma^T \dot{\sigma}$ ser definido negativo. Como mencionado antes, o controle realmente implementado é,

$$u(t) = \left(\frac{\partial\sigma}{\partial x} B(t, x) \right)^{-1} Q(t, x)u^*(t) \tag{3.42}$$

O segundo método de diagonalização exige uma transformação não-singular de σ ao invés do controle u . Em particular, considere a nova superfície de chaveamento

$$\sigma^*(t, x) = \Omega(t, x)\sigma(x) = 0 \tag{3.43}$$

para uma transformação apropriada $\Omega(t, x)$. Este método é baseado no fato de que o sistema equivalente é invariante a uma transformação de superfície de chaveamento não-singular como verificado no teorema a seguir.

Teorema 2: Supondo que o sistema original é dado por (3.3), (3.4) com superfícies de chaveamento $\sigma_i(x) = 0$ ($i = 1, \dots, m$), então o movimento de deslizamento (trajetória do sistema equivalente) é invariante à transformação da superfície de chaveamento $\sigma^*(t, x) = \Omega(t, x)\sigma(x) = 0 \in R$, se $\|\Omega\|$ e $\|\Omega^{-1}\|$ são limitados para todo $t, x \in S \subseteq R \times R^n$.

Prova: Primeiro, pelo método de controle equivalente

$$\dot{\sigma}^* = \Omega(t, x) \frac{\partial\sigma}{\partial x}(x) (f(t, x) + Bu_{eq}^*) + \Omega \frac{\partial\sigma}{\partial t} + \dot{\Omega}\sigma = 0 \tag{3.44}$$

Já que $\Omega(t, x)$ é uma matriz $m \times m$ não-singular

$$u_{eq}^* = -\left(\frac{\partial\sigma}{\partial x}(x)B \right)^{-1} \frac{\partial\sigma}{\partial x}(x)f - \left(\frac{\partial\sigma}{\partial x}(x)B \right)^{-1} \Omega^{-1} \dot{\Omega}\sigma - \left(\frac{\partial\sigma}{\partial x}(x)B \right)^{-1} \frac{\partial\sigma}{\partial t} \tag{3.45}$$

que difere de u_{eq} somente pelo termo $\left((\partial\sigma/\partial x)B \right)^{-1} \Omega^{-1} \dot{\Omega}\sigma$. Porém, sobre a superfície de chaveamento, $\sigma = 0$,

$$u_{eq}^* = -\left(\frac{\partial \sigma}{\partial x}(x)B\right)^{-1} \frac{\partial \sigma}{\partial x}(x)f - \left(\frac{\partial \sigma}{\partial x}(x)B\right)^{-1} \frac{\partial \sigma}{\partial t} = u_{eq} \quad (3.46)$$

conseqüentemente os sistemas equivalentes são idênticos e os movimentos no modo deslizante coincidem.

Resumindo, o movimento no modo deslizante é independente de uma transformação variante no tempo possivelmente não-singular das superfícies de chaveamento. Observe que qualquer transformação não-singular Ω com derivadas limitadas produzirá o mesmo sistema “equivalente”.

Neste segundo procedimento de diagonalização, seleciona-se $\Omega(t, x)$ de maneira que $\Omega(t, x)\left(\frac{\partial \sigma}{\partial x}(x)B(t, x)\right)$ é uma matriz diagonal $Q(t, x) = \text{diag}[q_i(t, x)]$ cujos elementos são limitados e seus limites diferentes de zero. Especificamente seleciona-se $\Omega(t, x)$ como,

$$\Omega(t, x) = Q(t, x) \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x}(x)B(t, x) \right]^{-1} \quad (3.47)$$

para $Q(t, x)$ apropriado.

Para determinar as condições de existência e alcançabilidade é necessário calcular $\dot{\sigma}^*$ como

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}^* &= Q(t, x) \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x}(x)B(t, x) \right]^{-1} \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x}(x) \right] f(t, x) \\ &\quad + \Omega(t, x) \frac{\partial \sigma}{\partial t} + Q(t, x)u + \dot{\Omega}(t, x)\Omega^{-1}(t, x)\sigma^* \\ &\triangleq \sigma^0(t, x) + Q(t, x)u + \sigma_{\Omega}(t, x) \end{aligned} \quad (3.48)$$

sendo que o termo de controle u “entra” em σ^* através da matriz diagonal $Q(t, x)$.

As condições suficientes para alcançabilidade/existência do modo deslizante são encontradas se para qualquer ponto no espaço de estado e para todo $t \geq t_0$, $\sigma_i^*(t, x)$ e $\dot{\sigma}_i^*(t, x)$ são de sinais opostos. Especificamente, isto exige que

$$\begin{aligned} q_i(t, x)u_i^+ &< -\sigma_i^0(t, x) - \sigma_{i\Omega}(t, x), & \text{para } \sigma_i^* > 0 \\ q_i(t, x)u_i^- &> -\sigma_i^0(t, x) - \sigma_{i\Omega}(t, x), & \text{para } \sigma_i^* < 0 \end{aligned} \quad (3.49)$$

sendo $\sigma_{\Omega}(t, x)$ o i -ésimo elemento de

$$\sigma_{\Omega}(t, x) \triangleq \dot{\Omega}(t, x)\Omega^{-1}(t, x)\sigma^*(t, x) \quad (3.50)$$

Exemplo 2 [2]: Para exemplificar os métodos de diagonalização, considere o sistema do exemplo 1, sendo que:

$$\dot{x}(t) = A(t, x)x(t) + Bu(t) \quad (3.51)$$

sendo que,

$$A(t, x) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ a_{11}(t, x) & a_{12}(t, x) & a_{13}(t, x) & a_{14}(t, x) & a_{15}(t, x) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ a_{21}(t, x) & a_{22}(t, x) & a_{23}(t, x) & a_{24}(t, x) & a_{25}(t, x) \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.52)$$

A superfície $\sigma(x) = Sx = 0$ foi projetada como mostra a equação abaixo:

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 1.8333 & 2 & -6 & 1 \\ 1 & 1.8333 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & s_{14} & s_{15} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} & s_{24} & s_{25} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

O objetivo deste exemplo é ilustrar a segunda fase do processo de projeto do controlador CEV usando o primeiro e o segundo método de diagonalização descritos acima. O primeiro projeto emprega o primeiro método que transforma o controle u conforme (3.38),

$$u^*(t) = Q^{-1}(t, x)SB(t, x)u(t) \quad (3.54)$$

sendo que $Q(t, x)$ é uma matriz diagonal não-singular tal que $\inf |q_i(t, x)| > 0$. Por simplicidade escolhe-se

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, \quad Q^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix} \quad (3.55)$$

A escolha foi aleatória. Porém, os elementos diagonais de Q podem ser escolhidos para ponderar diferentes entradas de controle ou compensar a “distorção” introduzida por $[SB(t, x)]^{-1}$. Conforme (3.39), a dinâmica de estado conduzida por u^* é

$$\dot{x}(t) = A(t, x)x(t) + B(t, x)[SB(t, x)]^{-1}Q(t, x)u^*(t) \quad (3.56)$$

No cálculo dos ganhos de realimentação para encontrar as condições de existência, (3.40) torna-se:

$$\dot{\sigma}(t) = S\dot{x}(t) = SA(t, x)x(t) + Q(t, x)u^*(t, x)$$

Já que $Q(t, x)$ é diagonal, usando (3.41), as condições suficientes para a existência de um modo deslizante são dadas por:

$$\begin{aligned} q_i(t, x)u_i^- &< -[s_{i1} \cdots s_{i5}]A(t, x)x(t), & \text{se } \sigma_i > 0, i = 1, 2 \\ q_i(t, x)u_i^- &> -[s_{i1} \cdots s_{i5}]A(t, x)x(t), & \text{se } \sigma_i < 0, i = 1, 2 \end{aligned} \quad (3.57)$$

Segue-se que, para a primeira superfície de chaveamento $\sigma_1(x) = [s_{11} \cdots s_{15}]x(t) \triangleq S_1x(t)$ tem-se:

$$\begin{aligned} S_1A(t, x)x(t) = \{ & (2a_{11} + a_{21})x_1 + (1 + 2a_{12} + a_{22})x_2 + (1.8333 + 2a_{13} + a_{23})x_3 \\ & + (2a_{14} + a_{24})x_4 + (2a_{15} + a_{25} - 6)x_5 \} \end{aligned} \quad (3.58)$$

Recordando que $a_{ij}^{min} \leq a_{ij}(t, x) \leq a_{ij}^{max}$, $i = 1, 2$, $j = 1, \dots, 5$. Segundo esta suposição e a lei de controle $u^\pm = Kx$ onde $K = [k_{ij}^\pm]$, para satisfazer a condição de existência de (3.57), k_{ij} deve satisfazer as seguintes condições:

$$\begin{aligned} k_{11} &= \begin{cases} < -(2a_{11}^{max} + a_{21}^{max}), & \text{se } \sigma_1x_1 > 0 \\ > -(2a_{11}^{min} + a_{21}^{min}), & \text{se } \sigma_1x_1 < 0 \end{cases} \\ k_{12} &= \begin{cases} < -(1 + 2a_{12}^{max} + a_{22}^{max}), & \text{se } \sigma_1x_2 > 0 \\ > -(1 + 2a_{12}^{min} + a_{22}^{min}), & \text{se } \sigma_1x_2 < 0 \end{cases} \\ k_{13} &= \begin{cases} < -(1.8333 + 2a_{13}^{max} + a_{23}^{max}), & \text{se } \sigma_1x_3 > 0 \\ > -(1.8333 + 2a_{13}^{min} + a_{23}^{min}), & \text{se } \sigma_1x_3 < 0 \end{cases} \\ k_{14} &= \begin{cases} < -(2a_{14}^{max} + a_{24}^{max}), & \text{se } \sigma_1x_4 > 0 \\ > -(2a_{14}^{min} + a_{24}^{min}), & \text{se } \sigma_1x_4 < 0 \end{cases} \\ k_{15} &= \begin{cases} < -(2a_{15}^{max} + a_{25}^{max} - 6), & \text{se } \sigma_1x_5 > 0 \\ > -(2a_{15}^{min} + a_{25}^{min} - 6), & \text{se } \sigma_1x_5 < 0 \end{cases} \end{aligned} \quad (3.59)$$

Com respeito à segunda superfície de chaveamento, $\sigma_2(x) = [s_{21} \cdots s_{25}]x(t) \triangleq S_2x(t)$, tem-se:

$$\begin{aligned} S_2A(t, x)x(t) = \{ & (a_{11} + a_{21})x_1 + (1 + a_{12} + a_{22})x_2 + (1.8333 + a_{13} + a_{23})x_3 \\ & + (a_{14} + a_{24})x_4 + (a_{15} + a_{25})x_5 \} \end{aligned} \quad (3.60)$$

Admitindo $u_2^* = k_2x$; para satisfazer as condições de existência (3.57), k_{2j} deve satisfazer o seguinte:

$$\begin{aligned}
k_{21} &= \begin{cases} < -1/2(a_{11}^{max} + a_{21}^{max}), & se \quad \sigma_2 x_1 > 0 \\ > -1/2(a_{11}^{min} + a_{21}^{min}), & se \quad \sigma_2 x_1 < 0 \end{cases} \\
k_{22} &= \begin{cases} < -1/2(1 + a_{12}^{max} + a_{22}^{max}), & se \quad \sigma_2 x_2 > 0 \\ > -1/2(1 + a_{12}^{min} + a_{22}^{min}), & se \quad \sigma_2 x_2 < 0 \end{cases} \\
k_{23} &= \begin{cases} < -1/2(1.8333 + a_{13}^{max} + a_{23}^{max}), & se \quad \sigma_2 x_3 > 0 \\ > -1/2(1.8333 + a_{13}^{min} + a_{23}^{min}), & se \quad \sigma_2 x_3 < 0 \end{cases} \\
k_{24} &= \begin{cases} < -1/2(a_{14}^{max} + a_{24}^{max}), & se \quad \sigma_2 x_4 > 0 \\ > -1/2(a_{14}^{min} + a_{24}^{min}), & se \quad \sigma_2 x_4 < 0 \end{cases} \\
k_{25} &= \begin{cases} < -1/2(a_{15}^{max} + a_{25}^{max}), & se \quad \sigma_2 x_5 > 0 \\ > -1/2(a_{15}^{min} + a_{25}^{min}), & se \quad \sigma_2 x_5 < 0 \end{cases} \quad (3.61)
\end{aligned}$$

Resumindo, $u^* = Kx(t)$ sendo que os termos de K são especificados por (3.59) e (3.61).

Já que $u(t) = (SB)^{-1}Qu^*(t, x)$, o controle real é $u(t) = [u_1(t) \quad u_2(t)]^T$, de maneira que

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1^* \\ u_2^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_{11}^\pm & k_{12}^\pm & k_{13}^\pm & k_{14}^\pm & k_{15}^\pm \\ k_{21}^\pm & k_{22}^\pm & k_{23}^\pm & k_{24}^\pm & k_{25}^\pm \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{bmatrix} \quad (3.62)$$

Isto completa a ilustração do primeiro método de diagonalização. Mudando-se para o segundo método. Novamente assume-se que o projeto da superfície de chaveamento está completo. No segundo método de diagonalização, o objetivo é desacoplar os controles fazendo uma transformação não-singular da superfície de chaveamento. As componentes de controle, os elementos de u , agora chaveiam sobre $\sigma_i^*(x) = 0$, $i = 1, 2$, com $\sigma_i^*(x) = 0$ dado por (3.43). Para desempenhar a diagonalização escolhe-se $\Omega(t, x)$ conforme (3.47) onde $\partial\sigma/\partial x = S$. Se Q é escolhido conforme (3.55), então

$$\Omega(t, x) = Q(t, x)[SB(t, x)]^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \quad (3.63)$$

Para elaborar um controlador encontrando as condições de existência de um modo deslizante considera-se que a derivada de $\sigma_i^*(x)$ é dada por (3.48), notando que $\Omega = 0$

$$\dot{\sigma}^*(t, x) = \Omega(t, x)SA(t, x)x(t) + Q(t, x)u(t) \quad (3.64)$$

sendo que,

$$\Omega(t, x)SA(t, x)x(t) = \begin{bmatrix} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + a_{14}x_4 + (a_{15} - 6)x_5 \\ 2a_{21}x_1 + 2(1 + a_{22})x_2 + 2(a_{23} + 1.8333)x_3 \\ + 2a_{24}x_4 + 2(a_{25} + 6)x_5 \end{bmatrix} \quad (3.65)$$

$$\text{e } Qu = \begin{bmatrix} u_1 & 2u_2 \end{bmatrix}^T.$$

As condições para a existência de um modo deslizante (3.49) para este exemplo é:

$$\begin{aligned} q_i u_i^+ &< -\sigma_i^0(t, x), \\ q_i u_i^- &> -\sigma_i^0(t, x), \end{aligned} \quad i = 1, 2 \quad (3.66)$$

sendo que $\sigma_i^0(t, x)$ é a i -ésima componente de $\sigma^0(t, x) = \Omega(t, x)SA(t, x)x(t)$.

Admite-se $u = Kx$ sendo $K = [k_{ij}]$, $i = 1, 2$, $j = 1, \dots, 5$. Já que $a_{ij}^{\min} \leq a_{ij}(t, x) \leq a_{ij}^{\max}$,

$i = 1, 2$, $j = 1, \dots, 5$, então para satisfazer (3.66), exige-se que

$$k_{11} = \begin{cases} < -a_{11}^{\max}, & \text{se } \sigma_1 x_1 > 0 \\ > -a_{11}^{\min}, & \text{se } \sigma_1 x_1 < 0 \end{cases}$$

$$k_{21} = \begin{cases} < -a_{21}^{\max}, & \text{se } \sigma_2 x_1 > 0 \\ > -a_{21}^{\min}, & \text{se } \sigma_2 x_1 < 0 \end{cases}$$

$$k_{12} = \begin{cases} < -a_{12}^{\max}, & \text{se } \sigma_1 x_2 > 0 \\ > -a_{12}^{\min}, & \text{se } \sigma_1 x_2 < 0 \end{cases}$$

$$k_{22} = \begin{cases} < -(1 + a_{22}^{\max}), & \text{se } \sigma_2 x_2 > 0 \\ > -(1 + a_{22}^{\min}), & \text{se } \sigma_2 x_2 < 0 \end{cases}$$

$$k_{13} = \begin{cases} < -(1 + a_{13}^{\max}), & \text{se } \sigma_1 x_3 > 0 \\ > -(1 + a_{13}^{\min}), & \text{se } \sigma_1 x_3 < 0 \end{cases}$$

$$k_{23} = \begin{cases} < -(1.8333 + a_{23}^{\max}), & \text{se } \sigma_2 x_3 > 0 \\ > -(1.8333 + a_{23}^{\min}), & \text{se } \sigma_2 x_3 < 0 \end{cases}$$

$$k_{14} = \begin{cases} < -a_{14}^{\max}, & \text{se } \sigma_1 x_4 > 0 \\ > -a_{14}^{\min}, & \text{se } \sigma_1 x_4 < 0 \end{cases}$$

$$k_{24} = \begin{cases} < -a_{24}^{\max}, & \text{se } \sigma_2 x_4 > 0 \\ > -a_{24}^{\min}, & \text{se } \sigma_2 x_4 < 0 \end{cases}$$

$$k_{1s} = \begin{cases} < -(a_{1s}^{max} - 6), & se \quad \sigma_1 x_s > 0 \\ > -(a_{1s}^{min} - 6), & se \quad \sigma_1 x_s < 0 \end{cases}$$

$$k_{2s} = \begin{cases} < -(6 + a_{2s}^{max}), & se \quad \sigma_2 x_s > 0 \\ > -(6 + a_{2s}^{min}), & se \quad \sigma_2 x_s < 0 \end{cases} \quad (3.67)$$

Já que $\Omega(t, x)$ em (3.63) é constante e $\dot{\Omega} = 0$, as equações acima são também as condições suficientes para alcançar a superfície de deslizamento. Além desses dois métodos de diagonalização, existem outros métodos para determinar a lei de controle que garanta a existência e alcance de um modo deslizante.

3.3.2 - OUTROS MÉTODOS DE PROJETO DO CONTROLADOR

Uma variedade infinita de estratégias de controle da forma (3.37) são possíveis. Uma estrutura alternativa para o controle de (3.37) é

$$u_i = u_{ieq} + u_{iN} \quad (3.68)$$

sendo que, u_{ieq} é a i -ésima componente do controle equivalente (que é contínuo) e u_{iN} é a parte descontínua ou chaveada de (3.37). Para os controladores tendo a estrutura de (3.68), tem-se:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}(x) &= \frac{\partial \sigma}{\partial x} \dot{x} = \frac{\partial \sigma}{\partial x} \left[f(t, x) + B(t, x)(u_{eq} + u_N) \right] \\ &= \frac{\partial \sigma}{\partial x} \left[f(t, x) + B(t, x)u_{eq} \right] + \frac{\partial \sigma}{\partial x} B(t, x)u_N \\ &= \frac{\partial \sigma}{\partial x} B(t, x)u_N \end{aligned}$$

Assume-se que $(\partial \sigma / \partial x) B(t, x) = I$. Então $\dot{\sigma}(x) = u_N$, esta condição permite uma verificação fácil das condições de suficiência para a existência e alcançabilidade de um modo deslizante, isto é, a condição $\sigma_i \dot{\sigma}_i < 0$ quando $\sigma(x) \neq 0$. Abaixo estão algumas estruturas de controle descontínuo para u_N :

1) Função Sinal com ganhos constantes:

$$u_{iN} = \begin{cases} \alpha_i \operatorname{sgn}(\sigma_i(x)), & \sigma_i(x) \neq 0, \quad \alpha_i < 0 \\ 0 & \sigma_i(x) = 0 \end{cases} \quad (3.69)$$

A condição suficiente para a existência de um modo deslizante é obtido da seguinte forma:

$$\sigma_i \dot{\sigma}_i = \alpha_i \sigma_i(x) \operatorname{sgn}(\sigma_i(x)) < 0, \quad se \quad \sigma_i(x) \neq 0$$



2) Função Sinal com ganhos dependente dos estados:

$$u_{iN}(x) = \begin{cases} \alpha_i \operatorname{sgn}(\sigma_i(x)), & \sigma_i(x) \neq 0, \\ 0, & \sigma_i(x) = 0 \end{cases} \quad \alpha_i(\cdot) < 0 \quad (3.70)$$

Novamente é simples verificar que

$$\sigma_i \dot{\sigma}_i = \alpha_i(x) \sigma_i(x) \operatorname{sgn}(\sigma_i(x)) < 0, \quad \text{se } \sigma_i(x) \neq 0$$

Para um exemplo de $\alpha_i(x)$ considere $\alpha_i(x) = \beta_i (\sigma_i^{2k}(x) + \gamma_i)$ com $\beta_i < 0$, $\gamma_i > 0$, sendo que k é um número natural.

3) Realimentação Linear com Ganhos chaveados:

$$u_{iN}(x) = \psi x; \quad \psi = [\psi_{ij}], \quad \psi_{ij} = \begin{cases} \alpha_{ij}, & \sigma_i x_j > 0 \\ \beta_{ij}, & \sigma_i x_j < 0 \end{cases}$$

com $\alpha_{ij} < 0$ e $\beta_{ij} > 0$. Assim novamente,

$$\sigma_i \dot{\sigma}_i = \sigma_i (\psi_{i1} x_1 + \psi_{i2} x_2 + \dots + \psi_{in} x_n) < 0$$

4) Realimentação Linear contínua:

$$u_{iN}(x) = \alpha_i \sigma_i(x) \quad e \quad \alpha_i < 0$$

A condição para a existência de um modo deslizante é

$$\sigma_i \dot{\sigma}_i = \alpha_i \sigma_i^2(x) < 0$$

ou mais genericamente,

$$u_N(x) = -L\sigma(x)$$

sendo $L \in R^{m \times m}$ uma matriz constante definida positiva. A condição para a existência de um modo deslizante é facilmente verificada

$$\sigma^T(x) \dot{\sigma}(x) = -\sigma^T(x) L \sigma(x) < 0, \quad \text{se } \sigma(x) \neq 0.$$

5) Vetor Unitário não-linear com fator de escala:

$$u_N(x) = \frac{\sigma(x)}{\|\sigma(x)\|} \rho, \quad \rho < 0$$

As condições de existência são:

$$\sigma^T(x) \dot{\sigma}(x) = \|\sigma(x)\| \rho < 0, \quad \text{se } \sigma(x) \neq 0$$

3.4 - TREPIDAÇÃO

Os controladores com estrutura variável desenvolvidos na Seção 3.3 garantem o comportamento desejado do sistema em malha fechada. Estes controladores, porém, exigem um



mecanismo de chaveamento infinitamente rápido (no caso ideal) o que não é possível no caso real. Devido ao chaveamento finito a trajetória do sistema sobre a superfície de deslizamento oscila, esta oscilação é denominada **trepidação** (*chattering*). As componentes de alta frequência da trepidação são indesejáveis por poderem excitar as dinâmicas não modeladas de alta frequência da planta, resultando em instabilidades não previsíveis.

Uma solução para esse problema consiste em introduzir no controlador uma **Camada Limite**, ou seja, permitir que a trajetória do sistema permaneça sobre uma região ao redor da superfície de deslizamento e não restritamente sobre essa superfície.

Define-se o conjunto

$$\{x \mid \|\sigma(x)\| \leq \varepsilon, \quad \varepsilon > 0\}$$

como a chamada **Camada Limite** de espessura 2ε . Considere a lei de controle:

$$u = \begin{cases} u_{eq} - \frac{B^T \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x}(t, x) \right]^T \sigma(t, x)}{\left\| B^T \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x}(t, x) \right]^T \sigma(t, x) \right\|_2} \hat{\rho}, & \text{se } \|\sigma\| \geq \varepsilon \\ u_{eq} + p, & \text{se } \|\sigma\| < \varepsilon \end{cases} \quad (3.71)$$

onde u_{eq} é dado por,

$$u_{eq} = - \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x} B \right]^{-1} \left[\frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{\partial \sigma}{\partial x} f \right]$$

e sendo $p = p(t, x)$ qualquer função contínua tal que

$$p(t, x) = - \frac{B^T \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x}(t, x) \right]^T \sigma(t, x)}{\left\| B^T \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x}(t, x) \right]^T \sigma(t, x) \right\|_\varepsilon} \hat{\rho}$$

toda vez que $\|\sigma\| = \varepsilon$ e $\|p\| = \hat{\rho}$. Este controle garante atratividade para a camada limite e no interior da camada limite, (3.71) oferece uma aproximação contínua para a ação de controle descontínuo de

$$u(t, x) = u_{eq} + u_{NL} = u_{eq} - \frac{B^T(t, x) \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x}(t, x) \right]^T \sigma(t, x)}{\left\| B^T \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x}(t, x) \right]^T \sigma(t, x) \right\|} \hat{\rho}(t, x)$$

Uma opção para a lei de controle dada em (3.71) é

$$u(\varepsilon) = \begin{cases} -\frac{B^T(t,x) \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x}(t,x) \right]^T \sigma(t,x)}{\left\| B^T \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x}(t,x) \right]^T \sigma(t,x) \right\|} \hat{\rho}(t,x), & \text{para } \|\sigma(t,x)\| \geq \varepsilon \\ -\frac{B^T \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x}(t,x) \right]^T \sigma(t,x)}{\left\| B^T \left[\frac{\partial \sigma}{\partial x}(t,x) \right]^T \right\| \varepsilon} \hat{\rho}(t,x), & \text{para } \|\sigma(t,x)\| < \varepsilon \end{cases} \quad (3.72)$$

Reduzindo o valor de ε , o desempenho deste esquema de controle da camada limite pode ser feito arbitrariamente junto àquele da lei de controle descontínuo original.

Uma outra lei de controle com camada limite é dada por

$$u(t,x) = u_{eq} + u_N = u_{eq} - \hat{\rho}(t,x) \frac{\sigma}{\|\sigma\| + \varepsilon} \quad (3.73)$$

A fig.3.6 mostra as curvas das leis de controle (3.72) e (3.73),

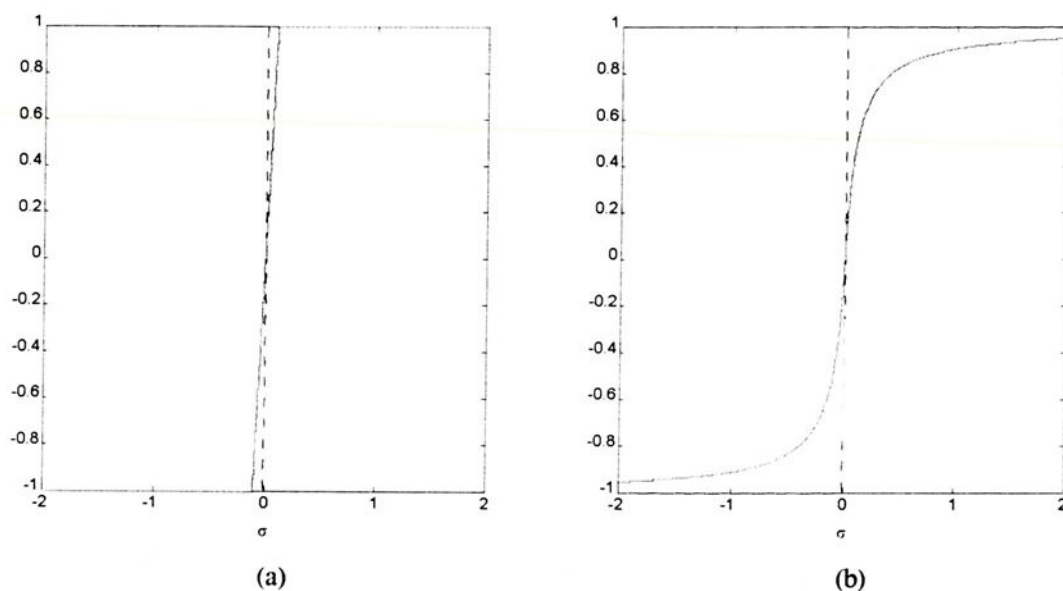


Fig.3.6 - (a) Gráfico da Lei de Controle (3.72)
(b) Gráfico da Lei de Controle (3.73)

Exemplo 3: Para ilustrar o efeito da camada limite sobre a lei de controle de um CEV, é mostrado o comportamento de um sistema de segunda ordem utilizando uma lei de controle sem camada limite e uma lei de controle utilizando a camada limite. A planta utilizada tem a seguinte equação,

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

cujo comportamento desejado está sobre a seguinte superfície de deslizamento,

$$\sigma(x) = x_1 + x_2 = 0$$

e cuja a lei de controle é

$$u(t, x) = u_{eq} + u_N$$

sendo que,

$$u_{eq} = -x_2$$

e

$$u_N = -\frac{\sigma}{|\sigma|} \quad (3.74)$$

ou

$$u_N = -\frac{\sigma}{|\sigma| + 0.01} \quad (3.75)$$

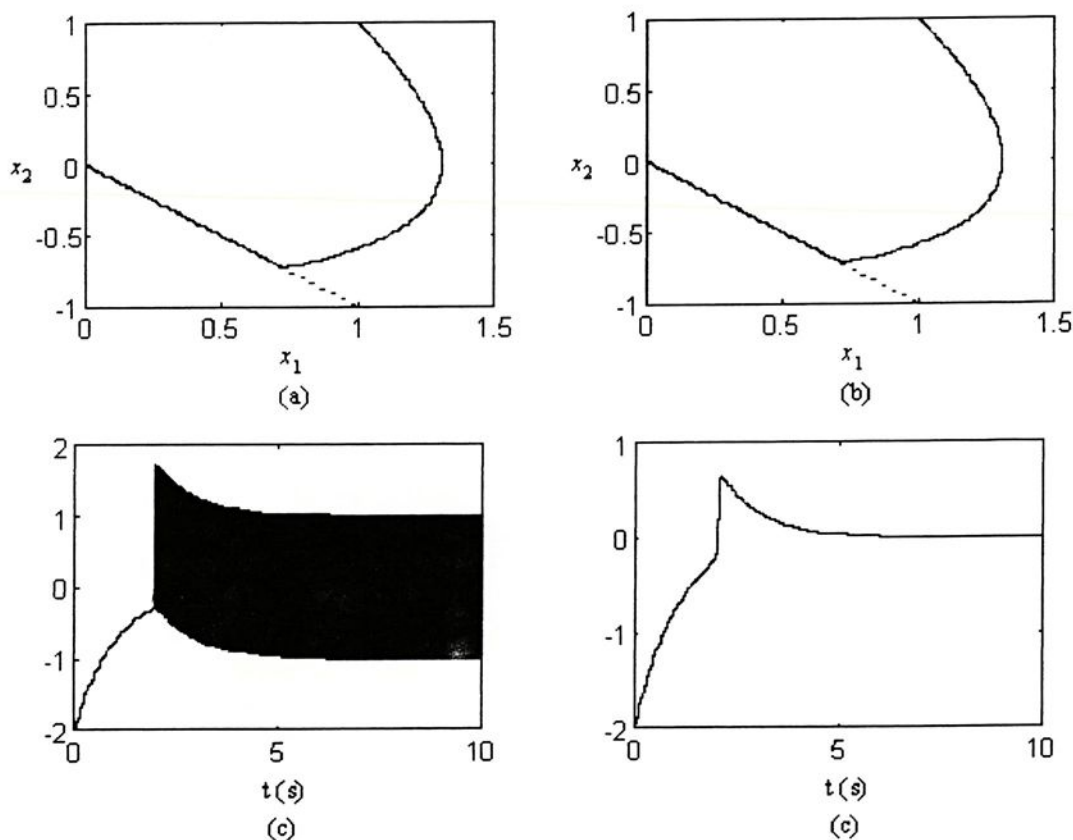


Fig.3.7 - (a) Trajetória do sistema utilizando a lei de controle sem Camada Limite.
 (b) Trajetória do sistema utilizando a lei de controle com Camada Limite.
 (c) Controle u do sistema utilizando a lei de controle sem Camada Limite.
 (d) Controle u do sistema utilizando a lei de controle com Camada Limite.

A fig.3.7 mostra os resultados da simulação comparando as leis de controle (3.74) e (3.75). Observa-se da fig.3.7(b) que o controle u com a camada limite do sistema pode ser considerado como o valor médio do controle u sem a camada limite. Uma outra observação é que o sistema atinge a superfície de deslizamento de forma suave quando usado um controle com camada limite. Porém é importante ressaltar que a trajetória do sistema estará restrito a uma região ao redor da superfície de deslizamento.

3.5 - SISTEMAS INCERTOS

3.5.1 - DEFINIÇÃO

Considere um sistema dinâmico modelado pela equação diferencial

$$\begin{aligned}\dot{x} &= (A + \Delta A(t, x))x + f(t, x, u) + B[u + w(t, x, u)] \\ y &= Cx\end{aligned}\tag{3.76}$$

sendo o estado $x \in R^n$, o controle $u \in R^m$, a saída $y \in R^p$ e as matrizes $B \in R^{n \times m}$ e $C \in R^{p \times n}$ são de posto pleno. O termo $\Delta A(t, x) \in R^{n \times n}$ representa as incertezas da parte linear da planta, $f(t, x, u): R^1 \times R^n \times R^m \rightarrow R^n$ simboliza as não-linearidades da planta enquanto $w(t, x, u): R^1 \times R^n \times R^m \rightarrow R^n$ pode ser interpretado como as não-linearidades ou perturbações na entrada. Denota-se $\Omega, \underline{\Delta} R_+^1$, então o conjunto sobre o qual o sistema (3.76) é definido pode ser representado por

$$\Omega = \Omega_t \times \Omega_x \times \Omega_u$$

Para o propósito de existência, assume-se que $\Delta A, f$ e w são contínuos. Além disso, as seguintes condições de combinação (*matching conditions*) são assumidas serem válidas:

Suposição A1: Existe funções $h(\cdot): R_+^1 \times R^n \times R^m \rightarrow R^m$ e $d(\cdot): R_+^1 \times R^n \rightarrow R^m$ tal que,

$$\begin{aligned}f(t, x, u) &= Bh(t, x, u) \\ \Delta A(t, x) &= Bd(t, x)\end{aligned}$$

Fazendo com que,

$$v(t, x, u) = \begin{bmatrix} v_1(t, x, u) \\ \vdots \\ v_m(t, x, u) \end{bmatrix} = h(t, x, u) + d(t, x)x + w(t, x, u)\tag{3.77}$$

Então supõe-se que a seguinte condição é válida, ou seja, as incertezas da planta são “casadas”.

Suposição A2: Existem funções escalares finitas positivas contínuas $r(\cdot)$ e $\rho(\cdot)$ tais que,

$$\|v(t, x, u)\| < r(t, x)$$



e

$$\|v(t, x, u)\| \leq \rho(t, u)$$

para todo $(t, x, u) \in \Omega$. Assim o sistema (3.76) é simplificado,

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + B[u + v(t, x, u)] \\ y &= Cx\end{aligned}\tag{3.78}$$

sendo que v representa as incertezas "casadas".

Com respeito a uma análise de estabilidade do modelo (3.78), as seguintes definições são pertinentes:

Definição 2: $x(\cdot): [t_0, \infty] \rightarrow R^n$ é a solução de (3.78). $x(\cdot)$ é uniformemente limitado se para cada x_0 há uma constante finita positiva, $d(x_0)$, $(0 < d(x_0) < \infty)$ tal que $\|x(t)\| < d(x_0)$ para todo $t \in [t_0, \infty]$.

Definição 3: Soluções para (3.78) são localmente uniformemente limitado com relação a qualquer conjunto limitado $S \subset R^n$ se para cada x_0 há uma constante não negativa $T(x_0, S) < \infty$ tal que $x(t) \in S$ para todo $t > t_0 + T(x_0, S)$.

3.5.2 - O MÉTODO DE CONTROLE COM ESTRUTURA VARIÁVEL E MODO DESLIZANTE PARA O CONTROLE DE SISTEMAS INCERTOS

O primeiro passo na síntese do controle CEV de sistemas incertos é selecionar uma superfície de chaveamento de dimensão $n - m$ apropriada tal que os sistema exibam comportamento desejável quando sua trajetória é confinada à superfície de chaveamento. Supondo que o resultado deste primeiro passo é a superfície de chaveamento dado por:

$$\sigma(t, x) = [\sigma_1(t, x) \quad \dots \quad \sigma_m(t, x)]^T = 0\tag{3.79}$$

O próximo passo na síntese é escolher a lei de controle tal que a condição,

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} \sigma^T \sigma \right) = \sigma^T \dot{\sigma} < 0$$

seja satisfeita, esta condição garante a atratividade e existência do modo deslizante.

Denote o gradiente de σ com respeito a x por,

$$\frac{\partial \sigma(t, x)}{\partial x} \triangleq S(t, x)$$

Considere o sistema nominal obtido fixando $v \equiv 0$ no sistema (3.78). O controle equivalente é por definição o controle tal que $\dot{\sigma} = 0$ e é dado por:

$$u_{eq} = -[S(t, x)B]^{-1} \left(S(t, x)Ax + \frac{\partial \sigma}{\partial t} \right) \quad (3.80)$$

sendo que $[S(t, x)B]$ é assumido ser não-singular para todo $(t, x) \in \Omega_t \times \Omega_x$. Retornando para o caso quando $v \neq 0$, pode-se agora declarar a seguinte proposição.

Proposição: Para a classe de sistemas descrito por (3.78), se as suposições A1 e A2 são válidas, então a condição

$$\sigma^T \dot{\sigma} < 0$$

é satisfeita empregando a lei de controle

$$u = u_{eq} + u_N \quad (3.81)$$

sendo,

$$u_N = \begin{cases} -\frac{B^T S(t, x)^T \sigma}{\|B^T S(t, x)^T \sigma\|} r(t, x), & \text{para } \sigma \neq 0 \\ 0, & \text{para } \sigma = 0 \end{cases}$$

Prova: Dado o sistema (3.78) a expressão,

$$\sigma^T \dot{\sigma} = \sigma^T \left[S(t, x) \left(Ax + B(u + v(t, x, u)) \right) \right]$$

Substituindo (3.81) na equação anterior,

$$\begin{aligned} \sigma^T \dot{\sigma} &= \sigma^T S(t, x) B (u_N + v) = -\|\sigma^T S(t, x) B\| r(t, x) + \sigma^T S(t, x) B v(t, x, u) \\ &\leq -\|\sigma^T S(t, x) B\| r(t, x) + \|\sigma^T S(t, x) B\| \|v(t, x, u)\| < 0 \end{aligned}$$

para todo x tal que $\sigma(t, x) \neq 0$.

Interpretando geometricamente os dois termos do controle em (3.81) separadamente, o primeiro controle, u_{eq} age para “anular” a ação da planta nominal e restringir o desempenho do sistema sobre a superfície de chaveamento. O segundo controle age para superar os efeitos das incertezas/não-linearidades e inclina as trajetórias do sistema completo para a superfície de chaveamento até que ocorra a intersecção. Uma vantagem deste esquema de controle sobre outros algoritmos de controle não-lineares é que não é exigido nenhum conhecimento das não-linearidades e/ou incertezas da planta exceto que sejam “casadas” (satisfazam as condições de *matching*) e sejam limitadas.

Denota-se



$$S(t,x)B = [Sb_1(t,x), \dots, Sb_m(t,x)]$$

e supõe que $[r_1(t,x), \dots, r_m(t,x)] \in \Omega_u$ é tal que,

$$\|v_i(t,x,u)\| < r_i(t,x) \leq r(t,x), \quad \text{para } i = 1, \dots, m$$

sendo $v(t,x,u) = [v_1(t,x,u), \dots, v_m(t,x,u)]^T$. E definindo um controle alternativo para o controle dado em (3.81) pela equação

$$u = u_{eq} + \bar{u} \quad (3.82)$$

sendo que,

$$\bar{u} = [\bar{u}_1, \dots, \bar{u}_m]^T$$

e

$$\bar{u}_i = -r_i(t,x) \operatorname{sgn}(\sigma^T Sb_i), \quad i = 1, \dots, m.$$

Usando uma análise similar àquele usada na prova anterior, pode ser mostrado que o controle dado por (3.82) pode ser intercambiado com o controle dado em (3.81) (note que para $m = 1$, (3.81) e (3.82) são idênticos). Apesar que,

$$\|\bar{u}\| > \|u\|,$$

a vantagem do emprego de $\bar{u}$ como oposto para o controle dado em (3.81) consiste na implementação.

Supor que a superfície de chaveamento desejada é da forma

$$\sigma(x) = Sx + z$$

sendo $S \in R^{m \times n}$ e $z \in R^m$ são constantes. Podemos substituir os ganhos variáveis $r_i(t,x)$ pelos ganhos constantes

$$\bar{r}_i = \max_{t,x \in \Omega_t \times \Omega_x} [r_i(t,x)]$$

Sobre tal circunstância, a lei de controle dada em (3.82) assume a forma de um termo de realimentação linear (u_{eq}) mais um vetor de ganhos constantes com sinais variáveis (o controle $\bar{u}$ pode ser prontamente implementado através de simples somas, comparadores, e multiplicadores, ainda possui a capacidade de regulação do desempenho ou planejamento da trajetória para um sistema da forma de (3.78)).

Capítulo 4 - APLICAÇÃO

Neste capítulo será apresentado duas aplicações do controle de estrutura variável e modo deslizante no controle da máquina assíncrona.

A primeira aplicação, utiliza um modelo da máquina em coordenadas de campo com corrente de estator imposta. Também foi desenvolvido um observador com estrutura variável e modo deslizante para estimar as variáveis de estado necessárias na implementação do controlador projetado.

Na segunda aplicação foi utilizado um modelo da máquina em coordenadas de campo com tensão imposta.

4.1 - CONTROLE CEV APLICADO AO MODELO DA MÁQUINA EM COORDENADAS DE CAMPO COM CORRENTE DE ESTATOR IMPOSTA

4.1.1 - MODELO

Para esta aplicação será usado o modelo da máquina assíncrona em coordenadas de campo deduzido na Seção 2.2 dado pelas seguintes equações:

$$\frac{di_{mR}}{dt} = -\frac{1}{\tau_R} i_{mR} + \frac{1}{\tau_R} i_{sd} \quad (4.1)$$

$$\frac{d\rho}{dt} = \omega + \frac{i_{sq}}{\tau_R i_{mR}} \quad (4.2)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{J} \frac{2}{3} \frac{L_o}{(1 + \sigma_R)} i_{mR} i_{sq} - \frac{1}{J} m_L \quad (4.3)$$

sendo que

$\underline{i}_{mR}(t) = \underline{i}_s(t) + (1 + \sigma_R) \underline{i}_{-R} e^{j\epsilon} = i_{mR}(t) e^{j\rho(t)}$ é o vetor corrente de magnetização no rotor (Ampère);

$\underline{i}_s(t) = i_{s1}(t) + i_{s2}(t) e^{j\gamma} + i_{s3}(t) e^{j2\gamma}$ é o vetor corrente do estator (Ampère);

$\underline{i}_R(t) = i_{R1}(t) + i_{R2}(t) e^{j\gamma} + i_{R3}(t) e^{j2\gamma}$ é o vetor corrente do rotor (Ampère);

$\underline{i}_s(t) e^{-j\rho} = i_{sd}(t) + j i_{sq}(t)$ é o vetor corrente do estator vista da referência móvel no vetor corrente de magnetização no rotor (Ampère);

ρ é a fase do vetor corrente de magnetização no rotor (rad);

ϵ é o ângulo do rotor (rad);



ω é a velocidade angular do rotor (rad/s);

τ_R é a constante de tempo do rotor (segundo);

L_o é indutância mútua (Henry);

σ_R é o fator de dispersão do rotor;

J é o momento de inércia da máquina (kg.m²);

m_L é o torque de carga externo aplicado à máquina (N.m).

4.1.2 - REPRESENTAÇÃO EM VARIÁVEIS DE ESTADO NORMALIZADAS

O sistema normalizado é obtido usando os valores base de corrente, velocidade angular e torque mecânico I_B , ω_B e m_B . Usando o sistema (4.1 - 4.3) e os valores de base:

$$\frac{dx_1}{dt} = -\frac{1}{\tau_R} x_1 + \frac{1}{\tau_R} u_1 \quad (4.4)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = \omega_B x_3 + \frac{1}{\tau_R} \frac{u_2}{x_1} \quad (4.5)$$

$$\frac{dx_3}{dt} = \frac{k}{\tau_m} x_1 u_2 - \frac{1}{\tau_m} v \quad (4.6)$$

sendo que

$u_1 = \frac{i_{sd}}{I_B}$ e $u_2 = \frac{i_{sq}}{I_B}$ são as entradas de controle normalizadas;

$x_1 = \frac{i_{mR}}{I_B}$ é a amplitude do vetor corrente de magnetização no rotor normalizado;

$x_2 = \rho$ é a fase do vetor corrente de magnetização no rotor;

$x_3 = \frac{\omega}{\omega_B}$ é a velocidade angular normalizado, $x_3 > 0$;

$k = \frac{2}{3} \frac{L_o I_B^2}{(1 + \sigma_R) m_B}$ é constante;

$\tau_m = \frac{J \omega_B}{m_B}$ é a constante mecânica da máquina de indução;

$v = \frac{m_L}{m_B}$ é o torque de carga normalizado.

Para representar a variação do parâmetro τ_R ,



$$\frac{1}{\tau_R} = \frac{1}{\tau_{Rnom}} + \Delta \frac{1}{\tau_R}$$

sendo,

$\frac{1}{\tau_{Rnom}}$ o valor nominal;

$\Delta \frac{1}{\tau_R}$ a variação de $\frac{1}{\tau_R}$ em torno de $\frac{1}{\tau_{Rnom}}$.

Assim, o modelo acima pode ser considerado um sistema com incertezas paramétricas inseridas nas equações (4.4) e (4.5) através do parâmetro $\frac{1}{\tau_R}$.

4.1.3 - PROJETO CONTROLADOR COM ESTRUTURA VARIÁVEL E MODO DESLIZANTE

Nesta Seção será apresentado o projeto de controle de estrutura variável e modo deslizante. O objetivo é controlar a velocidade angular e o módulo do vetor corrente de magnetização da máquina assíncrona sujeitos às seguintes especificações:

- a) resposta transitória rápida e nenhum sobre-sinal (*overshoot*);
- b) erro de regime nulo para uma entrada degrau;
- c) robustez a variações de parâmetros e perturbação de carga;
- d) correntes trifásicas balanceadas ($i_{s1} + i_{s2} + i_{s3} = 0$).

Todos estes requisitos são satisfeitos durante o projeto da superfície de deslizamento e da lei de controle. Os requisitos (a) e (b) são satisfeitos durante o projeto da superfície de deslizamento, os requisitos (c) e (d) são satisfeitos durante o projeto da lei de controle.

PROJETO DA SUPERFÍCIE DE DESLIZAMENTO

Para o projeto da superfície de deslizamento será utilizado o *Método do Controle Equivalente* estudado na Seção 3.2, que consiste na determinação do movimento do sistema sobre a superfície $\sigma(t, x) = 0$.

Assim, o sistema sobre a superfície de deslizamento implica em $\sigma(t, x) = \dot{\sigma}(t, x) = 0$ e $\Delta \frac{1}{\tau_R} = 0$. Como se quer controlar somente x_1 e x_3 , serão usadas somente as equações (4.4) e (4.6) já que ambas não dependem de x_2 .

Desse modo, escolhe-se que as variáveis x_1 e x_3 tenham os seguintes comportamentos:



$$\dot{x}_1 = -c_1(x_1 - x_{1Ref}) \quad (4.7)$$

$$\dot{x}_3 = -c_2(x_3 - x_{3Ref}) \quad (4.8)$$

sendo que c_1 e c_2 são constantes positivas ; x_{1Ref} e x_{3Ref} são as entradas de referência (em valores p.u.) [8].

Uma superfície de deslizamento adequada pode ser escolhida da seguinte forma,

$$\sigma_1(t, x) = x_1 + c_1 \int_0^t (x_1 - x_{1Ref}) d\tau \quad (4.9)$$

$$\sigma_2(t, x) = x_3 + c_2 \int_0^t (x_3 - x_{3Ref}) d\tau \quad (4.10)$$

Para calcular u_{eq} , tem-se que a derivada da superfície de deslizamento no tempo é dada por:

$$\dot{\sigma}_1(t, x) = \dot{x}_1 + c_1(x_1 - x_{1Ref}) = \frac{1}{\tau_{Rnom}}(-x_1 + u_{1eq}) + c_1(x_1 - x_{1Ref}) = 0$$

$$\dot{\sigma}_2(t, x) = \dot{x}_3 + c_2(x_3 - x_{3Ref}) = \frac{1}{\tau_m}(kx_1 u_{2eq} - v) + c_2(x_3 - x_{3Ref}) = 0$$

Assim, para $x_1 \neq 0$

$$\begin{aligned} u_{eq1} &= x_1 - \tau_{Rnom} c_1 (x_1 - x_{1Ref}) \\ u_{eq2} &= \frac{1}{kx_1} \left[v - \tau_m c_2 (x_3 - x_{3Ref}) \right] \end{aligned} \quad (4.11)$$

PROJETO DA LEI DE CONTROLE

O objetivo desta fase é encontrar uma lei de controle descontínua que garanta a existência do modo deslizante. O método direto de Lyapunov é usado para a análise da estabilidade da superfície de deslizamento [2], [3], [8]. A lei de controle escolhida é formada por uma parte contínua e outra descontínua,

$$u = u_{eq} + u_{NL},$$

sendo que u_{eq} é o controle equivalente visto no projeto da superfície de deslizamento (4.15) e u_{NL} é o controle descontínuo, para $x_1 \neq 0$:

$$\begin{aligned} u_{NL1} &= -\tau_R P_1 \operatorname{sgn}(\sigma_1) \\ u_{NL2} &= -\frac{\tau_m}{kx_1} P_2 \operatorname{sgn}(\sigma_2) \end{aligned} \quad (4.12)$$

Para satisfazer a condição de existência do modo deslizante [2] escolhemos a seguinte função de Lyapunov,

$$V(\sigma) = \frac{1}{2}(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)$$

Sua derivada no tempo é dado por,

$$\dot{V}(\sigma) = \sigma^T \dot{\sigma} = \sigma_1 \dot{\sigma}_1 + \sigma_2 \dot{\sigma}_2$$

A condição suficiente para garantir a alcançabilidade e existência de um modo deslizante é

$$\dot{V}(\sigma) < 0$$

Calculando a derivada da superfície no tempo para $\sigma_1 \neq 0$ e $\sigma_2 \neq 0$, tem-se

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_1(t, x) &= \dot{x}_1 + c_1(x_1 - x_{1Ref}) = \left(\frac{1}{\tau_{Rnom}} + \Delta \frac{1}{\tau_R} \right) (-x_1 + u_{1eq} + u_{NL1}) + c_1(x_1 - x_{1Ref}) \\ \dot{\sigma}_2(t, x) &= \dot{x}_3 + c_2(x_3 - x_{3Ref}) = \frac{1}{\tau_m} \left[kx_1(u_{2eq} + u_{NL2}) - v \right] + c_2(x_3 - x_{3Ref}) \end{aligned}$$

Substituindo as equações (4.11 e 4.12):

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_1(t, x) &= \left(\frac{1}{\tau_{Rnom}} + \Delta \frac{1}{\tau_R} \right) \left[-x_1 + x_1 - \tau_{Rnom} c_1(x_1 - x_{1Ref}) + -\tau_{Rnom} P_1 \operatorname{sgn}(\sigma_1) \right] + c_1(x_1 - x_{1Ref}) \\ \dot{\sigma}_2(t, x) &= \frac{1}{\tau_m} \left\{ kx_1 \frac{1}{kx_1} \left[v - \tau_m c_2(x_3 - x_{3Ref}) - \tau_m P_2 \operatorname{sgn}(\sigma_2) \right] - v \right\} + c_2(x_3 - x_{3Ref}) \end{aligned}$$

Assim,

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_1(t, x) &= -\Delta \tau_{Rnom} c_1(x_1 - x_{1Ref}) - \left(\frac{1}{\tau_{Rnom}} + \Delta \frac{1}{\tau_R} \right) \tau_{Rnom} P_1 \operatorname{sgn}(\sigma_1) \\ \dot{\sigma}_2(t, x) &= -P_2 \operatorname{sgn}(\sigma_2) \end{aligned}$$

A condição de alcançabilidade,

$$\begin{aligned} \sigma_1 \dot{\sigma}_1 &= -\sigma_1 \left[\Delta \frac{1}{\tau_R} \tau_{Rnom} c_1(x_1 - x_{1Ref}) + \left(\frac{1}{\tau_{Rnom}} + \Delta \frac{1}{\tau_R} \right) \tau_{Rnom} P_1 \operatorname{sgn}(\sigma_1) \right] < 0 \\ \sigma_2 \dot{\sigma}_2 &= -P_2 \sigma_2 \operatorname{sgn}(\sigma_2) < 0 \end{aligned}$$

Isto é verdadeiro para $P_1 > \left| \frac{\tau_{nom} \Delta \frac{1}{\tau_R}}{1 + \tau_{Rnom} \Delta \frac{1}{\tau_R}} (x_1 - x_{1Ref}) \right|$ e $P_2 > 0$.

Para evitar o problema de trepidação, o controle descontínuo das eqs. (4.12) ser substituído pelo controle contínuo com camada limite dado pelas equações abaixo:

$$\begin{aligned} u_{NL1} &= -\tau_R P_1 \frac{\sigma_1}{|\sigma_1| + \varepsilon} \\ u_{NL2} &= -\frac{\tau_m}{kx_1} P_2 \frac{\sigma_2}{|\sigma_2| + \varepsilon} \end{aligned}, \quad x_1 \neq 0.$$

Assim, a Eq.(4.11) juntamente com a equação acima forma o controlador com estrutura variável e modo deslizante aplicado a máquina assíncrona. É importante notar que o projeto do CEV foi realizado supondo acesso a todas as variáveis de estado da máquina inclusive a perturbação de carga, isto porém, não é realizável na prática.

4.1.3 - PROJETO DO OBSERVADOR DE ESTADOS COM ESTRUTURA VARIÁVEL E MODO DESLIZANTE

Foi visto na seção anterior que para implementação do controlador é necessário acesso a todas as variáveis de estado além da perturbação de carga, assim exige-se que estas variáveis de estado estejam disponíveis, na prática isso é difícil pois exige a montagem de equipamentos especiais para medição, em alguns casos isso se torna impossível. Assim uma solução é utilizar um observador de estado para estimar essas variáveis, um observador adequado é aquele usando Modo Deslizante (MD) que pode produzir robustez com relação às variações de parâmetros.

Fazendo a perturbação de carga v uma variável de estado e supondo o observador ter uma dinâmica suficientemente rápida comparada com a variação da perturbação de carga,

$$\frac{dv}{dt} = 0$$

Um observador de estado para estimar as variáveis de estados não acessíveis pode ter as seguintes equações, tendo como variável de saída (acessível) x_3 :

$$\dot{\hat{x}}_1 = -\frac{1}{\tau_{Rnom}} (\hat{x}_1 - u_1) \quad (4.13)$$

$$\dot{\tilde{x}}_2 = \omega_B \tilde{x}_3 + \frac{1}{\tau_{Rnom}} \frac{u_2}{\tilde{x}_1} \quad (4.14)$$

$$\dot{\tilde{x}}_3 = \frac{1}{\tau_m} (k \tilde{x}_1 u_2 - \tilde{v}) + L_1 \operatorname{sgn}(x_3 - \tilde{x}_3) \quad (4.15)$$

$$\dot{\tilde{v}} = L_2 \operatorname{sgn}(x_3 - \tilde{x}_3) \quad (4.16)$$

sendo que,

$\tilde{x}_1$, $\tilde{x}_2$ e $\tilde{x}_3$ são os valores estimados das variáveis de estado;

$\tilde{v}$ é o valor estimado da perturbação de carga.

Definindo os erros, $e_1 = x_1 - \tilde{x}_1$, $e_2 = x_2 - \tilde{x}_2$, $e_3 = x_3 - \tilde{x}_3$ e $e_4 = v - \tilde{v}$; tem-se que

$$\dot{e}_1 = -\frac{1}{\tau_{Rnom}} e_1 - \Delta \frac{1}{\tau_R} (x_1 - u_1) \quad (4.17)$$

$$\dot{e}_2 = \omega_B e_3 + \frac{1}{\tau_{Rnom}} \left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{\tilde{x}_1} \right) u_2 + \Delta \frac{1}{\tau_R} \frac{u_2}{x_1} \quad (4.18)$$

$$\dot{e}_3 = \frac{1}{\tau_m} (k u_2 e_1 - e_4) - L_1 \operatorname{sgn}(e_3) \quad (4.19)$$

$$\dot{e}_4 = -L_2 \operatorname{sgn}(e_3) \quad (4.20)$$

Sobre a superfície deslizante ($e_3 = \dot{e}_3 = 0$ e $\Delta \frac{1}{\tau_R} = 0$), e dessa forma tem-se que:

$$\dot{e}_1 = -\frac{1}{\tau_{Rnom}} e_1 \quad (4.21)$$

$$\dot{e}_2 = \frac{1}{\tau_{Rnom}} \left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{\tilde{x}_1} \right) u_2 \quad (4.22)$$

$$\dot{e}_3 = \frac{1}{\tau_m} (k u_2 e_1 - e_4) - L_1 \operatorname{sgn}(e_3) = 0 \quad (4.23)$$

$$\dot{e}_4 = -L_2 \operatorname{sgn}(e_3) \quad (4.24)$$

Da equação (4.23), deduz-se que:

$$\frac{1}{\tau_m} e_4 = -L_1 \operatorname{sgn}(e_3)$$

$$e_1 = 0$$

Fazendo $L_2 = -KL_1$, sendo K uma constante positiva;

$$\dot{e}_1 = 0$$

$$\dot{e}_2 = 0$$

$$\dot{e}_4 = -\frac{K}{\tau_m} e_4$$

Para analisar a estabilidade assintótica do observador **sobre a superfície deslizante**, escolhe-se a seguinte função de Lyapunov,

$$V = \frac{1}{2}(e_1^2 + e_2^2 + e_4^2) = \frac{1}{2}e_4^2$$

Para garantir a estabilidade assintótica,

$$\dot{V} = e_4 \dot{e}_4 = -\frac{K}{\tau_m} e_4^2 < 0$$

A equação acima é válida pois $K > 0$. Assim, garantimos a estabilidade do observador sobre a superfície de deslizamento.

Para verificar a existência e alcançabilidade do modo deslizante, deve-se verificar se a condição de existência do modo deslizante é satisfeita:

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt}(e_3^2) = e_3 \dot{e}_3 = e_3 \left[\frac{1}{\tau_m} (ke_1 u_2 - e_4) - L_1 \operatorname{sgn}(e_3) \right] < 0$$

Para que a equação acima tenha solução,

$$L_1 > \max \left| \frac{1}{\tau_m} (ku_2 e_1 - e_4) \right|$$

Portanto o observador MD é dado pelas seguintes equações:

$$\dot{\tilde{x}}_1 = -\frac{1}{\tau_{Rnom}} (\tilde{x}_1 - u_1)$$

$$\dot{\tilde{x}}_2 = \omega_B \tilde{x}_3 + \frac{1}{\tau_{Rnom}} \frac{u_2}{\tilde{x}_1}$$

$$\dot{\tilde{x}}_3 = \frac{1}{\tau_m} (k\tilde{x}_1 u_2 - \tilde{v}) + L_1 \operatorname{sgn}(x_3 - \tilde{x}_3)$$

$$\dot{\tilde{v}} = L_2 \operatorname{sgn}(x_3 - \tilde{x}_3)$$

sendo que,

$$L_1 > \max \left| \frac{1}{\tau_m} (ku_2 e_1 - e_4) \right|;$$

$$L_2 = -KL_1.$$

4.1.4 - OBSERVADOR CONVENCIONAL

O observador convencional é formado pelas equações do modelo da máquina de assíncrona:

$$\frac{d\hat{x}_1}{dt} = -\frac{1}{\tau_{Rnom}} \hat{x}_1 + \frac{1}{\tau_{Rnom}} u_1 \quad (4.25)$$

$$\frac{d\hat{x}_2}{dt} = \omega_B x_3 + \frac{1}{\tau_{Rnom}} \frac{u_2}{\hat{x}_1} \quad (4.26)$$

$$\hat{v} = k\hat{x}_1 u_2 - \tau_m \frac{dx_3}{dt} \quad (4.27)$$

sendo que,

$\hat{x}_1$ é o valor estimado de x_1 ;

$\hat{x}_2$ é o valor estimado de x_2 ;

$\hat{v}$ é o valor estimado de v ;

x_3 é a variável de estado disponível (saída).

Definindo os erros, $e_1 = x_1 - \hat{x}_1$, $e_2 = x_2 - \hat{x}_2$, $e_3 = x_3 - \hat{x}_3$ e $e_4 = v - \hat{v}$; tem-se que

$$\dot{e}_1 = -\frac{1}{\tau_{Rnom}} e_1 - \Delta(x_1 - u_1)$$

$$\dot{e}_2 = \frac{1}{\tau_{Rnom}} \left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{\hat{x}_1} \right) u_2 + \Delta \frac{u_2}{x_1}$$

$$\dot{e}_3 = ku_2 e_1$$

4.2 - CONTROLE CEV APLICADO AO MODELO EM COORDENADAS DE CAMPO COM TENSÃO DE ESTATOR IMPOSTA

4.2.1 - MODELO

Nesta aplicação foi utilizado um modelo da máquina assíncrona em coordenadas de campo com tensão de estator imposta, dado pelas equações:



$$\frac{di_{sd}}{dt} = -\frac{1}{\sigma\tau_s} i_{sd} - \frac{(1-\sigma)}{\sigma} \frac{di_{mR}}{dt} + i_{sq} \frac{d\rho}{dt} + \frac{1}{\sigma\tau_s} \frac{u_{sd}}{R_s} \quad (4.28)$$

$$\frac{di_{sq}}{dt} = -\frac{1}{\sigma\tau_s} i_{sq} - \left[\frac{(1-\sigma)}{\sigma} i_{mR} + i_{sd} \right] \frac{d\rho}{dt} + \frac{1}{\sigma\tau_s} \frac{u_{sq}}{R_s} \quad (4.29)$$

$$\frac{di_{mR}}{dt} = -\frac{1}{\tau_R} i_{mR} + \frac{1}{\tau_R} i_{sd} \quad (4.30)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{J} \frac{2}{3} \frac{L_o}{(1+\sigma_R)} i_{mR} i_{sq} - \frac{1}{J} m_L \quad (4.31)$$

$$\frac{d\rho}{dt} = \omega + \frac{i_{sq}}{\tau_R i_{mR}} \quad (4.32)$$

sendo que,

$\underline{u}_s e^{-j\rho} = u_{sd} + ju_{sq}$ é o vetor tensão do estator visto do referencial móvel no vetor corrente de magnetização no rotor (Ampère);

u_{sd} é a componente direta do vetor tensão do estator em coordenadas de campo;

u_{sq} é a componente em quadratura do vetor tensão do estator em coordenadas de campo;

τ_s é a constante de tempo do estator;

σ é o fator de dispersão total da máquina.

4.2.1 - REPRESENTAÇÃO EM VARIÁVEIS DE ESTADO NORMALIZADAS

Para obter o modelo normalizado foi usado os valores de base de tensão, corrente, velocidade angular e torque mecânico V_B , I_B , ω_B e m_B . A partir das eqs.(4.28 - 4.32) chega-se ao sistema normalizado dado pelas equações abaixo:

$$\frac{dx_1}{dt} = -\frac{1}{\sigma\tau_s} x_1 - \frac{(1-\sigma)}{\sigma} \frac{dx_3}{dt} + x_2 \frac{dx_5}{dt} + \frac{1}{\sigma\tau_s} \frac{V_B}{R_s I_B} u_1 \quad (4.33)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = -\frac{1}{\sigma\tau_s} x_2 - \left[\frac{(1-\sigma)}{\sigma} x_3 + x_1 \right] \frac{dx_5}{dt} + \frac{1}{\sigma\tau_s} \frac{V_B}{R_s I_B} u_2 \quad (4.34)$$

$$\frac{dx_3}{dt} = -\frac{1}{\tau_R} x_3 + \frac{1}{\tau_R} x_1 \quad (4.35)$$

$$\frac{dx_4}{dt} = \frac{1}{\tau_R} [kx_3x_2 - v] \quad (4.36)$$

$$\frac{dx_5}{dt} = \omega_B x_4 + \frac{x_2}{\tau_R x_3} \quad (4.37)$$

sendo,

$$u_1 = \frac{u_{sd}}{V_B} \text{ é o valor normalizado de } u_{sd};$$

$$u_2 = \frac{u_{sq}}{V_B} \text{ é o valor normalizado de } u_{sq};$$

$$x_1 = \frac{i_{sd}}{I_B} \text{ é o valor normalizado de } i_{sd};$$

$$x_2 = \frac{i_{sq}}{I_B} \text{ é o valor normalizado de } i_{sq};$$

$$x_3 = \frac{i_{mR}}{I_B} \text{ é o valor normalizado de } i_{mR};$$

$$x_4 = \frac{\omega}{\omega_B} \text{ é o valor normalizado de } \omega;$$

$$x_5 = \rho;$$

$$\tau_m = \frac{J\omega_B}{m_B} \text{ é a constante de tempo mecânica};$$

$$k = \frac{2}{3} \frac{L_o I_B^2}{(1 + \sigma_B) m_B} \text{ é uma constante.}$$

Substituindo as Eqs.(4.35 e 4.37) nas Eqs.(4.33 e 4.34), que leva a:

$$\frac{dx_1}{dt} = -a_1 x_1 + a_2 x_3 + \left(\omega_B x_4 + \frac{x_2}{\tau_R x_3} \right) x_2 + b_1 u_1 \quad (4.38)$$

$$\frac{dx_2}{dt} = -a_1 x_2 - \left[\left(\frac{(1-\sigma)}{\sigma} x_3 + x_1 \right) \omega_B x_4 + \frac{x_1 x_2}{\tau_R x_3} \right] + b_1 u_2 \quad (4.39)$$

$$\frac{dx_3}{dt} = -\frac{1}{\tau_R} (x_3 - x_1) \quad (4.40)$$

$$\frac{dx_4}{dt} = \frac{1}{\tau_R} [kx_3x_2 - v] \quad (4.41)$$

$$\frac{dx_4}{dt} = \omega_B x_4 + \frac{x_2}{\tau_R x_3} \quad (4.42)$$

sendo que,

$$a_1 = \frac{1}{\sigma \tau_s} + \frac{(1-\sigma)}{\sigma \tau_R};$$

$$a_2 = \frac{(1-\sigma)}{\sigma \tau_R};$$

$$b_1 = \frac{1}{\sigma \tau_s} \frac{V_B}{R_s I_B}.$$

As Eqs.(4.38 - 4.41) formam o modelo da máquina assíncrona em coordenadas de campo com tensão de estator imposta. Assim como no modelo com corrente de estator imposta, o parâmetro $\frac{1}{\tau_R}$ é considerado um parâmetro variável e devido ao fato dos parâmetros a_1 , a_2 dependerem deste parâmetro, eles também são variáveis.

4.2.2 - PROJETO DO CONTROLADOR COM ESTRUTURA VARIÁVEL E MODO DESLIZANTE

As especificações do controlador dessa seção são as mesmas da Seção 4.1.2. O objetivo é controlar a velocidade angular e o módulo do vetor corrente de magnetização da máquina assíncrona.

PROJETO DA SUPERFÍCIE DE DESLIZAMENTO

Conforme as Eqs.(4.38 - 4.41), o modelo da máquina em coordenadas de campo está na forma regular como mostrado na equação abaixo:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= f_1(t, x_1, x_2) + B_1 u \\ \dot{x}_2 &= f_2(t, x_1, x_2) \end{aligned}$$

Dessa forma, pode-se escolher uma superfície de deslizamento como mostrado nas equações abaixo:

$$\begin{aligned} \sigma_1(t, x) &= x_1 + S_1(t, x_3, x_4) = 0 \\ \sigma_2(t, x) &= x_2 + S_2(t, x_3, x_4) = 0 \end{aligned} \quad (4.43)$$

assim,



$$\begin{aligned}x_1 &= -S_1(t, x_3, x_4) \\x_2 &= -S_2(t, x_3, x_4)\end{aligned}\tag{4.44}$$

Substituindo a equação (4.44) nas equações (4.40) e (4.41), tem-se as seguintes equações:

$$\dot{x}_3 = -\frac{1}{\tau_R}(x_3 + S_1(t, x_3, x_4))\tag{4.45}$$

$$\dot{x}_4 = -\frac{1}{\tau_m}(kx_3 S_2(t, x_3, x_4) - v)\tag{4.46}$$

As equações (4.45) e (4.46) representam o sistema de ordem da máquina sobre a superfície de deslizamento, dessa forma, pode-se escolher o comportamento da máquina sobre a superfície de deslizamento e a partir daí, calcular $S_1(t, x_3, x_4)$ e $S_2(t, x_3, x_4)$.

O comportamento desejado sobre a superfície de deslizamento é dado pelas equações abaixo:

$$\dot{x}_3 = -\frac{1}{\tau_R}(x_3 + S_1(t, x_3, x_4)) = -c_1(x_3 - x_{3ref})\tag{4.47}$$

$$\dot{x}_4 = -\frac{1}{\tau_m}(kx_3 S_2(t, x_3, x_4) - v) = -c_2(x_4 - x_{4ref})\tag{4.48}$$

Assim, a superfície de deslizamento tem as seguintes equações:

$$\begin{aligned}\sigma_1(t, x) &= x_1 - x_3 + \tau_R c_1(x_3 - x_{3ref}) = 0 \\ \sigma_2(t, x) &= x_2 + \frac{1}{kx_3}(\tau_m c_2(x_4 - x_{4ref}) - v) = 0\end{aligned}\tag{4.49}$$

Considere uma superfície ideal, onde os parâmetros da máquina permanecem constante em seus valores nominais, portanto,

$$\begin{aligned}\sigma_{1ideal}(t, x) &= x_1 - x_3 + \tau_{Rnom} c_1(x_3 - x_{3ref}) = 0 \\ \sigma_{2ideal}(t, x) &= x_2 + \frac{1}{kx_3}(\tau_m c_2(x_4 - x_{4ref}) - v) = 0\end{aligned}$$

Sua derivada no tempo é dada por:

$$\begin{aligned}\dot{\sigma}_{1ideal} &= \dot{x}_1 + (\tau_{Rnom} c_1 - 1)\dot{x}_3 = 0 \\ \sigma_{2ideal}(t, x) &= \dot{x}_2 + \frac{1}{kx_3}[\tau_m c_2 x_3 \dot{x}_4 - (\tau_m c_2(x_4 - x_{4ref}) - v)\dot{x}_3] = 0\end{aligned}\tag{4.50}$$



Substituindo as equações (4.38) e (4.39) na equação acima, sabendo-se que: $a_1 = a_{1nom}$,

$a_2 = a_{2nom}$, $u_1 = u_{1eq}$ e $u_2 = u_{2eq}$, tem-se

$$\dot{\sigma}_{1ideal} = -a_{1nom}x_1 + a_{2nom}x_3 + \left(\omega_B x_4 + \frac{x_2}{\tau_{Rnom} x_3} \right) x_2 + b_1 u_{1eq} - \frac{(\tau_{Rnom} c_1 - 1)}{\tau_{Rnom}} (x_3 - x_1) = 0$$

$$\begin{aligned} \sigma_{2ideal} = & -a_{1nom}x_2 - \left[\left(\frac{(1-\sigma)}{\sigma} x_3 + x_1 \right) \omega_B x_4 + \frac{x_1 x_2}{\tau_{Rnom} x_3} \right] + b_1 u_{2eq} + \\ & + \frac{1}{kx_3^2} \left[c_2 x_3 (kx_3 x_2 - v) + \frac{1}{\tau_{Rnom}} (\tau_m c_2 (x_4 - x_{4ref}) - v) (x_3 - x_1) \right] = 0 \end{aligned}$$

Da equação acima:

$$u_{1eq} = \frac{1}{\tau_{Rnom} b_1} \left[\tau_{Rnom} (a_{1nom} - c_1 + 1) x_1 + \tau_{Rnom} (c_1 - a_2 - 1) x_3 - \left(\tau_{Rnom} \omega_B x_4 + \frac{x_2}{x_3} \right) x_2 \right] \quad (4.51)$$

$$\begin{aligned} u_{2eq} = & \frac{1}{\tau_{Rnom} b_1} \left\{ \tau_{Rnom} (a_{1nom} - c_2) x_2 + \left[\tau_{Rnom} \omega_B \left(\frac{1-\sigma}{\sigma} x_3 + x_1 \right) x_4 + \frac{x_1 x_2}{x_3} \right] + \right. \\ & \left. + \frac{1}{kx_3^2} \left[(\tau_{Rnom} c_2 x_3 + x_3 - x_1) v - \tau_m c_2 (x_4 - x_{4ref}) (x_3 - x_1) \right] \right\} \end{aligned} \quad (4.52)$$

As equações (4.51) e (4.52) representam o controle equivalente, que mantém o sistema sobre a superfície de deslizamento.

PROJETO DA LEI DE CONTROLE

Agora será deduzido a lei de controle que garante a existência e alcance de um modo deslizante.

Uma lei de controle adequada é dada pela equação abaixo:

$$u_1 = u_{1eq} + u_{1NL}$$

$$u_2 = u_{2eq} + u_{2NL}$$

sendo,

u_{1eq} - controle contínuo definido nas equações (4.51) e (4.52);

u_{1NL} - controle descontínuo.

Para $\sigma_{1ideal} \neq 0$ e $\sigma_{2ideal} \neq 0$, tem-se que a derivada no tempo é dada por:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{1ideal} &= -b_1 u_{1eq} + b_1 u_1 \\ \sigma_{2ideal} &= -b_1 u_{2eq} + b_1 u_2 \end{aligned} \quad (4.53)$$

Substituindo a lei de controle na equação (4.53), chega-se:

$$\begin{aligned}\dot{\sigma}_{1ideal} &= b_1 u_{1NL} \\ \dot{\sigma}_{2ideal} &= b_1 u_{2NL}\end{aligned}\quad (4.54)$$

Escolhendo o controle descontínuo tenha a seguinte forma:

$$\begin{aligned}u_{1NL} &= -\frac{L_1}{b_1} \sigma_{1ideal} & L_1 > 0 \\ u_{2NL} &= -\frac{L_2}{b_1} \sigma_{2ideal} & L_2 > 0\end{aligned}\quad (4.55)$$

Tem-se,

$$\begin{aligned}\dot{\sigma}_{1ideal} &= -L_1 \sigma_{1ideal} \\ \dot{\sigma}_{2ideal} &= -L_2 \sigma_{2ideal}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{1ideal}(t) &= \sigma_{1ideal}(0) e^{-L_1 t} \\ \sigma_{2ideal}(t) &= \sigma_{2ideal}(0) e^{-L_2 t}\end{aligned}\quad (4.56)$$

Quanto maior o valor de L_1 e L_2 mais rapidamente as equações (4.56) convergem para zero. O erro entre a superfície de deslizamento real e a superfície de deslizamento ideal é dado por:

$$\begin{aligned}\sigma_1(t, x) &= x_1 - x_3 + \tau_R c_1 (x_3 - x_{3ref}) = 0 \\ \sigma_2(t, x) &= x_2 + \frac{1}{kx_3} \left(\tau_m c_2 (x_4 - x_{4ref}) - v \right) = 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_{1ideal}(t, x) &= x_1 - x_3 + \tau_{Rnom} c_1 (x_3 - x_{3ref}) = 0 \\ \sigma_{2ideal}(t, x) &= x_2 + \frac{1}{kx_3} \left(\tau_m c_2 (x_4 - x_{4ref}) - v \right) = 0\end{aligned}$$

$$\Delta\sigma_1 = \sigma_1 - \sigma_{1ideal} = (\tau_R - \tau_{Rnom}) c_1 (x_3 - x_{3ref}) \quad (4.57)$$

$$\Delta\sigma_2 = \sigma_2 - \sigma_{2ideal} = 0 \quad (4.58)$$

As equações (4.57) e (4.58) calculam o erro entre a superfície de deslizamento real e a superfície de deslizamento ideal.

Capítulo 5 - RESULTADOS

Os dados da máquina assíncrona usados nas simulações são fornecidos na Tabela 1. As simulações foram realizadas em um computador digital através do aplicativo **SIMULINK**, utilizando o método de integração Runge-Kutta de 5ª ordem, com um passo igual a 10^{-3} e uma tolerância de 10^{-3} . Para representar o parâmetro variável $\frac{1}{\tau_R}$ escolheu-se a seguinte função:

$$\frac{1}{\tau_R} = \frac{1}{\tau_{Rnom}} [1 + 0.1 \text{sen}(10t)]$$

Tabela I - Valores nominais e parâmetros de uma Máquina de Indução

Dados	Valor	Parâmetros Nominais	Valor
Potência Nominal (W)	600	Resistência do Estator (Ω)	1.09
Tensão Nominal (V)	220	Resistência do Rotor (Ω)	1.14
Corrente Nominal (A)	4.2	Indutância do Estator (mH)	100
Velocidade Nominal (rpm)	1500	Indutância do Rotor (mH)	100
Torque Nominal (Nm)	3.274	Indutância Mútua (mH)	92
3 fase (conexão Y)	-----	Momento de Inércia (kgm^2)	3.2×10^{-4}

5.1 - RESULTADOS DO CONTROLE CEV APLICADO AO MODELO EM COORDENADAS DE CAMPO COM CORRENTE DE ESTATOR IMPOSTA

Nesta seção será apresentado os resultados gráficos obtidos de algumas simulações realizadas no **SIMULINK** utilizando o esquema da Fig.5.1. O objetivo aqui é avaliar através dessas simulações o desempenho do controlador CEV-MD projetado para controle da máquina assíncrona, juntamente com o observador MD projetado, através de comparações com outros tipos de controladores. Para realizar essa comparação será utilizado um controlador do tipo PI (ver referência [1]) e um observador convencional cujas as equações são citadas na Seção 4.1.4, que consiste simplesmente de uma manipulação das equações do modelo da máquina em coordenadas de campo com corrente de estator imposta supondo conhecido as condições iniciais dos estados da máquina.

O controlador tem os seguintes parâmetros $c_1 = c_2 = 40$, $P_1 = P_2 = 1$, $\varepsilon = 0.01$, a escolha desses parâmetros está restrita a limitações da máquina tais como a corrente transitória máxima do estator, para esse caso, a corrente transitória máxima do estator foi limitada a 7 vezes a corrente de base (ou corrente nominal). Para o observador, $L_1 = 47$ e $K = 10$.



As figuras (5.2 - 5.4) mostra as curvas da velocidade angular e da amplitude do vetor corrente de magnetização da máquina assíncrona usando o controlador CEV com e sem observador com Modo Deslizante (MD), da mesma maneira as figuras (5.5 - 5.7), mas para a máquina assíncrona usando um controlador CEV com o observador MD e o observador convencional (ver Seção 4.1.4), já as figuras (5.8 - 5.10) para a máquina assíncrona usando o controlador CEV e um controlador PI, em ambos é usado o observador MD.

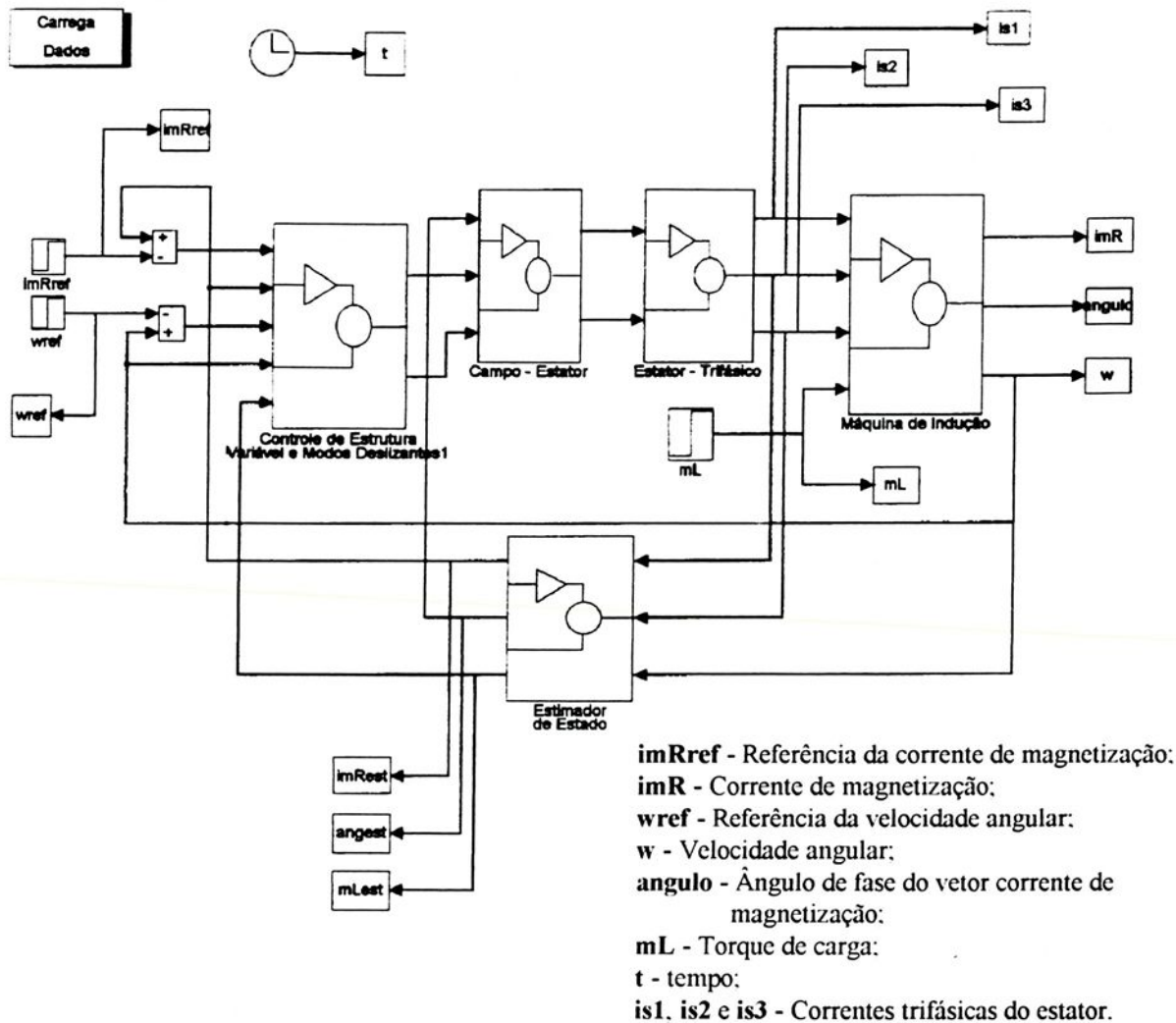


Fig.5.1 - Esquema implementado no Simulink para simulação do Controlador e Observador com Estrutura Variável.

A) Controlador CEV projetado com acesso total de estado comparado com o controlador CEV utilizando Observador com Modo Deslizante;

Nesta análise é importante observar que no caso do controlador CEV projetado sem observador considerou-se que todos os estados são diretamente acessíveis, o que na prática é de difícil realização.

1) Partida para uma entrada de referência $x_{1Ref} = 1$ p.u. e $x_{3Ref} = 1$ p.u.;

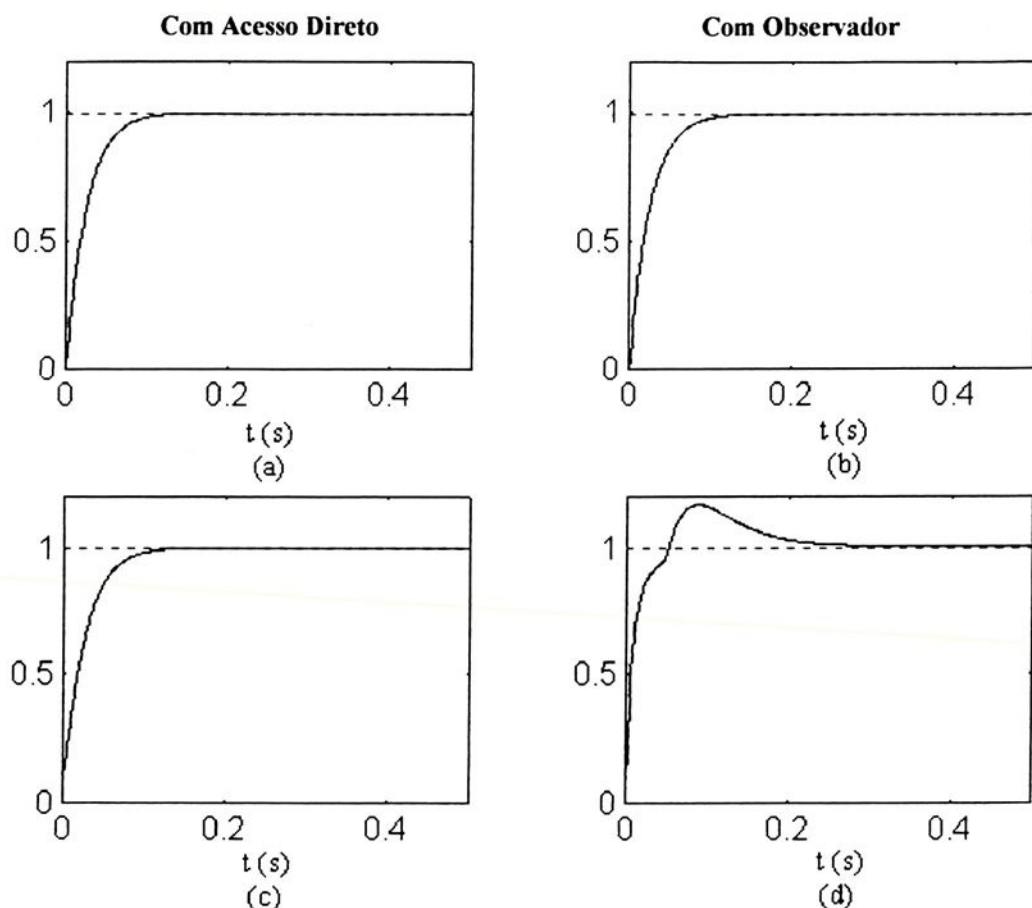


Fig.5.2 - (a) Velocidade angular com o controlador CEV sem observador MD;
 (b) Velocidade angular com o controlador CEV com observador MD;
 (c) Corrente de magnetização com o controlador CEV sem observador MD;
 (d) Corrente de magnetização com o controlador CEV com observador MD;

Na figura 5.2 é mostrado as curvas da corrente de magnetização e velocidade angular na partida para a máquina utilizando o controlador CEV projetado sem observador e para a máquina utilizando o controlador CEV combinado com o observador com estrutura variável. A máquina é acionada para as entradas de referência x_{1Ref} (referência da corrente de magnetização) e x_{2Ref} (referência da velocidade angular).

2) *Reversão de velocidade: que consiste na mudança da velocidade de referência, de $x_{3Ref} = 1$ p.u. para $x_{3Ref} = -1$ p.u.;*

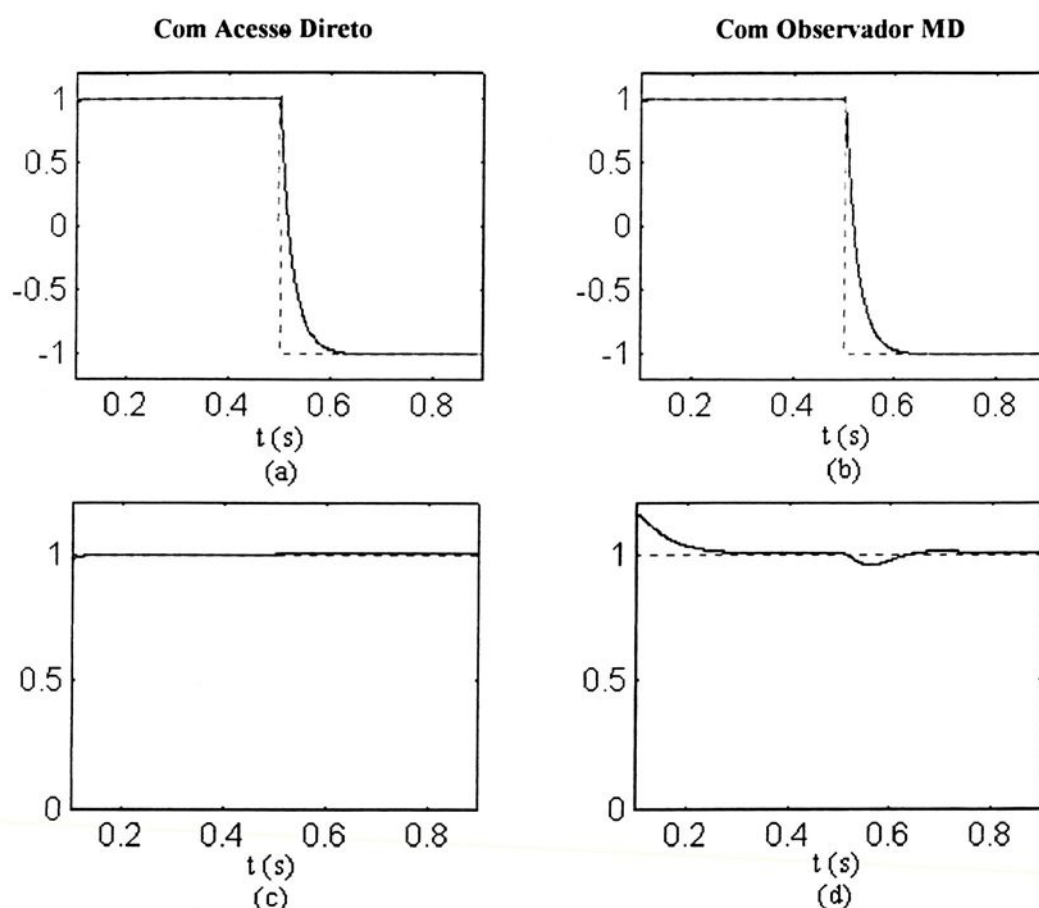


Fig.5.3 - (a) Velocidade angular com o controlador CEV sem observador MD;
 (b) Velocidade angular com o controlador CEV com observador MD;
 (c) Corrente de magnetização com o controlador CEV sem observador MD;
 (d) Corrente de magnetização com o controlador CEV com observador MD;

A figura 5.3 mostra as curvas da corrente de magnetização e velocidade angular da máquina assíncrona, quando submetida a um reversão (inversão) de velocidade angular e utilizando o controlador CEV projetado sem observador comparado com o controlador CEV combinado com o observador com estrutura variável. A reversão ocorre instantaneamente, ou seja, a máquina é parada bruscamente e no mesmo instante uma nova referência é estabelecida.

3) Carga, que consiste na aplicação de um torque ($m_e = 1 \text{ p.u.}$) externo num determinado instante ($t = 0.5 \text{ s}$);

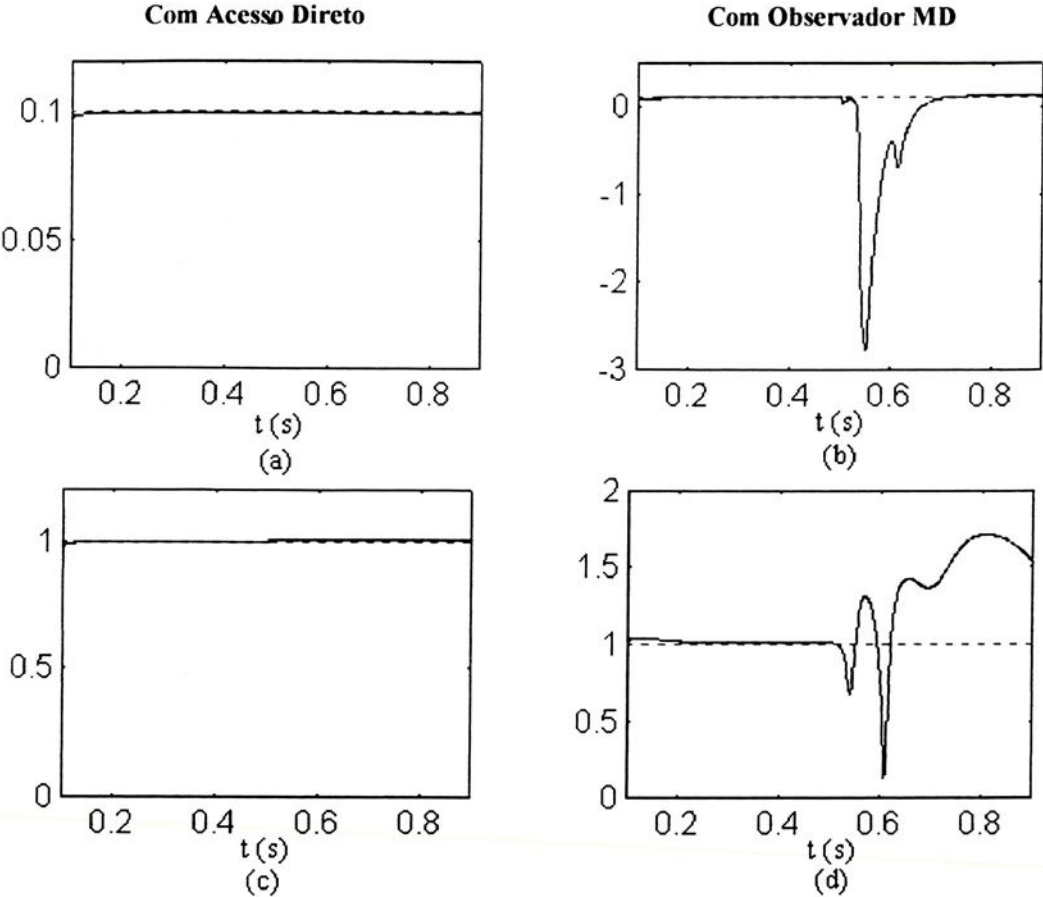


Fig.5.4 - (a) Velocidade angular com o controlador CEV sem observador MD;
 (b) Velocidade angular com o controlador CEV com observador MD;
 (c) Corrente de magnetização com o controlador CEV sem observador MD;
 (d) Corrente de magnetização com o controlador CEV com observador MD;

Na figura 5.4 pode ser visto a situação em que num determinado instante é aplicado uma carga igual ao valor nominal do torque sobre a máquina, utilizando o controlador CEV projetado sem observador comparado com o controlador CEV combinado com o observador com estrutura variável. É importante notar que a carga é aplicada à máquina quando está a baixa velocidade (10% do valor nominal ou valor de base).

B) Controlador CEV projetado utilizando Observador MD comparado ao controlador CEV utilizando um observador convencional;

Esta série de simulações se aproxima da realidade, em nenhum das situações se tem acesso a todas as variáveis de estado, somente a velocidade angular é acessível. Em todas as figuras observa-se um melhor comportamento do controlador CEV utilizando o observador com modo deslizante.

1) Partida para uma entrada de referência $x_{1Ref} = 1$ p.u. e $x_{3Ref} = 1$ p.u.;

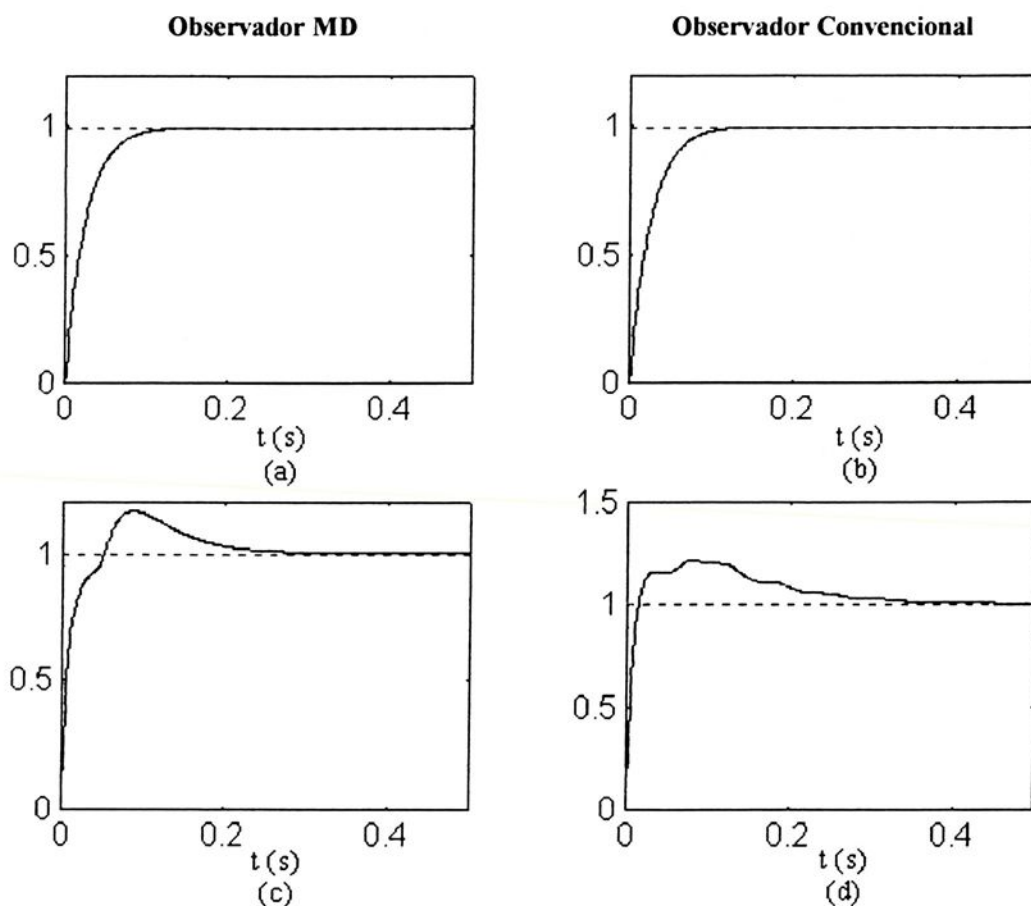


Fig.5.5 - (a) Velocidade angular com o controlador CEV com observador MD;
(b) Velocidade angular com o controlador CEV com observador convencional;
(c) Corrente de magnetização com o controlador CEV com observador MD;
(d) Corrente de magnetização com o controlador CEV com observador convencional.

Na figura 5.5 pode ser visto as curvas da corrente de magnetização e da velocidade angular da máquina utilizando o controlador CEV projetado combinado ao observador com estrutura variável comparado com o controlador CEV combinado com o observador convencional na condição de partida.

2) *Reversão de velocidade; consiste na mudança a velocidade de referência, de $x_{Ref} = 1$ p.u. para $x_{Ref} = -1$ p.u. em um determinado instante ($t = 0.5s$);*

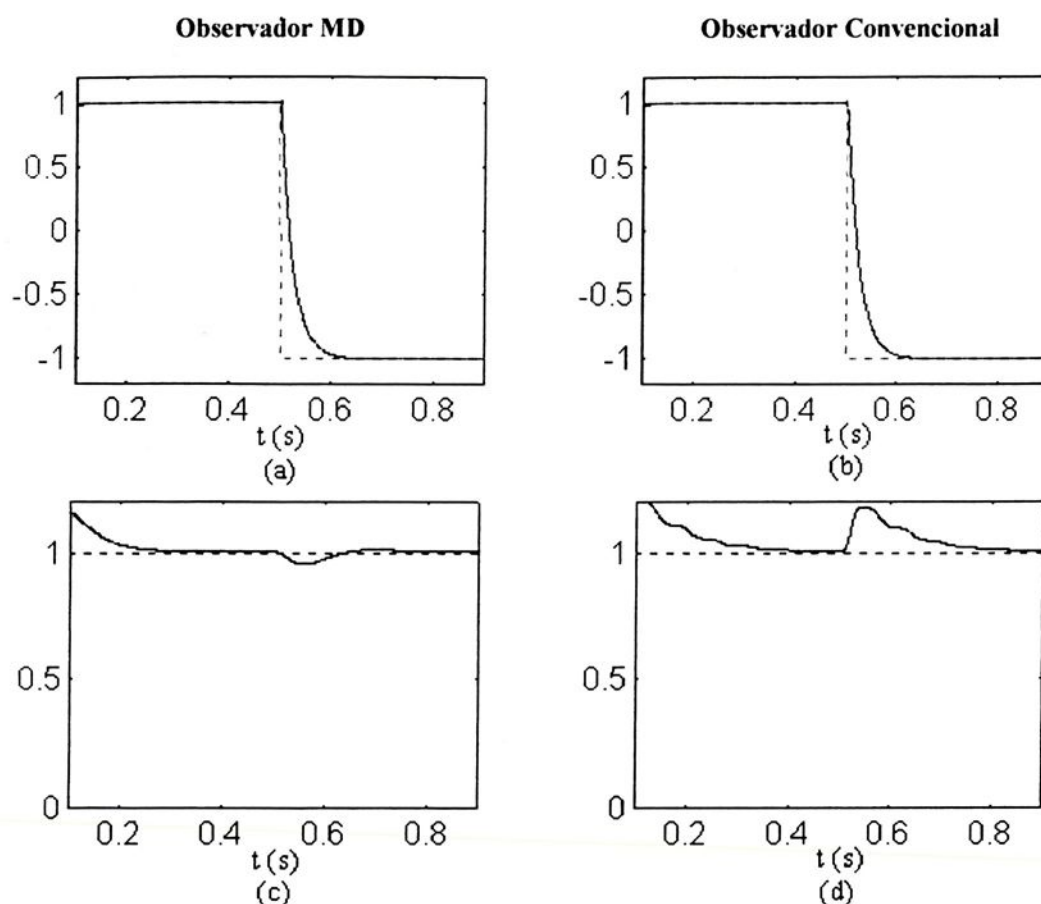


Fig.5.6 - (a) Velocidade angular com o controlador CEV com observador MD;
 (b) Velocidade angular com o controlador CEV com observador convencional;
 (c) Corrente de magnetização com o controlador CEV com observador MD;
 (d) Corrente de magnetização com o controlador CEV com observador convencional.

A figura 5.6 mostra as curvas da corrente de magnetização e da velocidade angular da máquina utilizando o controlador CEV projetado combinado ao observador com estrutura variável comparado com o controlador CEV combinado com o observador convencional na condição de reversão de velocidade.

3) Carga, que consiste na aplicação de um torque externo ($m_L = 1 \text{ p.u.}$) num determinado instante ($t = 0.5\text{s}$);

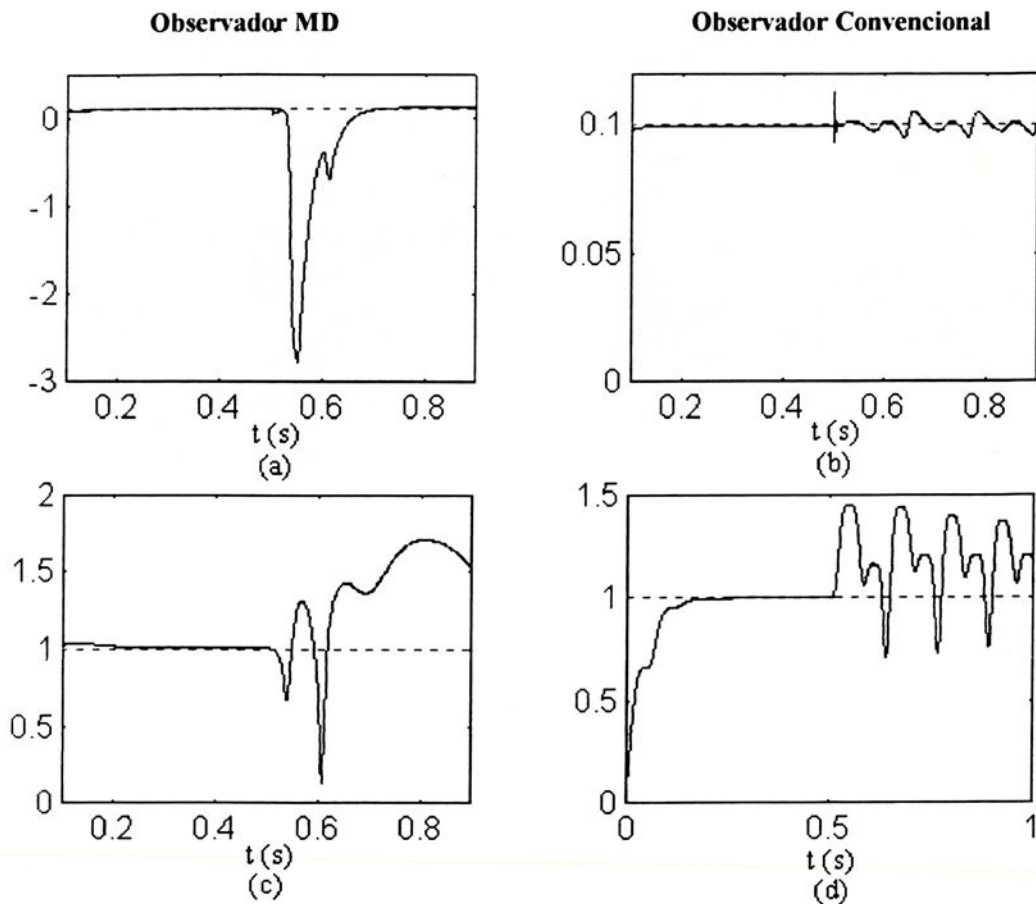


Fig.5.7 - (a) Velocidade angular com o controlador CEV com observador MD;
 (b) Velocidade angular com o controlador CEV com observador convencional;
 (c) Corrente de magnetização com o controlador CEV com observador MD;
 (d) Corrente de magnetização com o controlador CEV com observador convencional.

Na figura 5.7 pode ser visto as curvas da corrente de magnetização e da velocidade angular da máquina utilizando o controlador CEV projetado combinado ao observador com estrutura variável comparado com o controlador CEV combinado com o observador convencional na condição de mudança de carga a baixa velocidade.

C) Controlador CEV comparado com o controlador PI, ambos utilizando Observador com Modo Deslizante;

Aqui pretende-se comparar o desempenho do controlador CEV projetado com um controlador PI, e obviamente o controlador CEV tem o melhor comportamento, como será visto nas figuras abaixo.

1) Partida para uma entrada de referência $x_{1Ref} = 1 \text{ p.u.}$ e $x_{3Ref} = 1 \text{ p.u.}$;

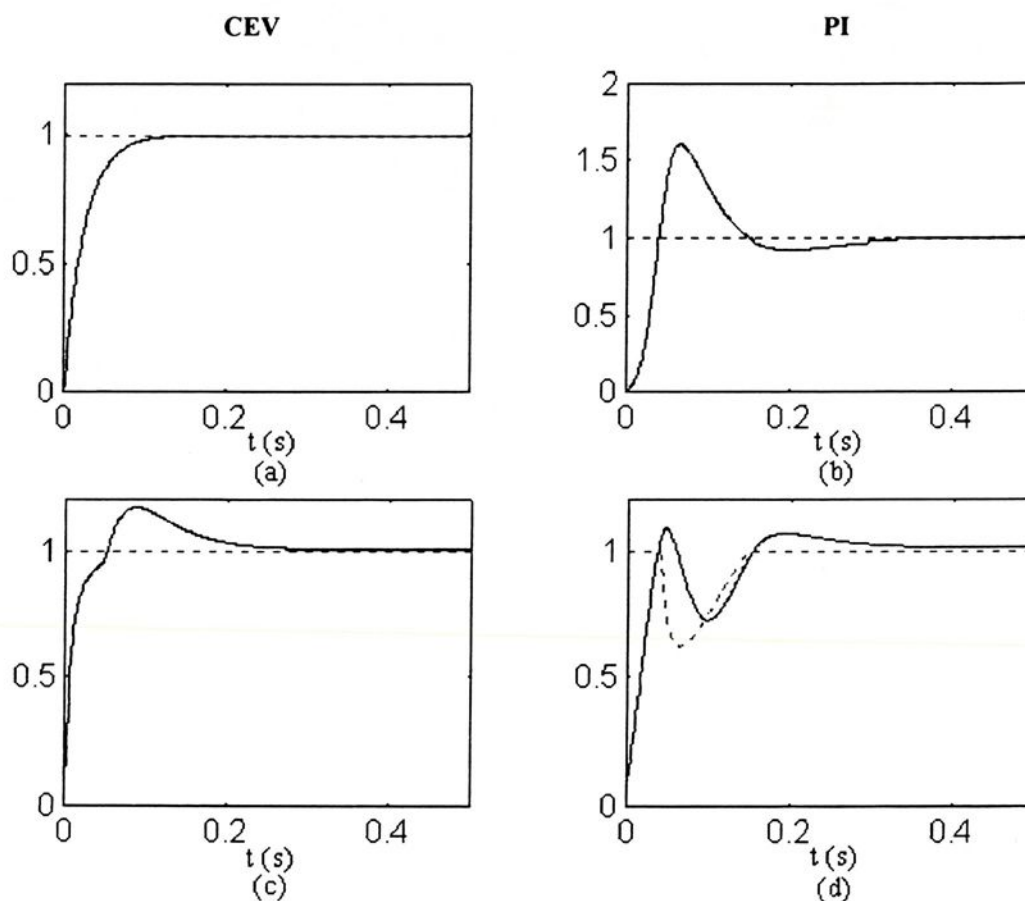


Fig.5.8 - (a) Velocidade angular com o controlador CEV;
(b) Velocidade angular com o controlador PI;
(c) Corrente de magnetização com o controlador CEV;
(d) Corrente de magnetização com o controlador PI.
Em todos os itens foi usado o observador com modo deslizante.

Na figura 5.8 é mostrado as curvas da corrente de magnetização e da velocidade angular da máquina utilizando o controlador CEV projetado comparado com um controlador PI, sendo que ambos utilizam o controlador com estrutura variável projetado na condição de partida.

2) *Reversão de velocidade; consiste na mudança da velocidade de referência, de $x_{3Ref} = 1$ p.u. para $x_{3Ref} = -1$ p.u. em um determinado instante ($t = 0.5$ s);*

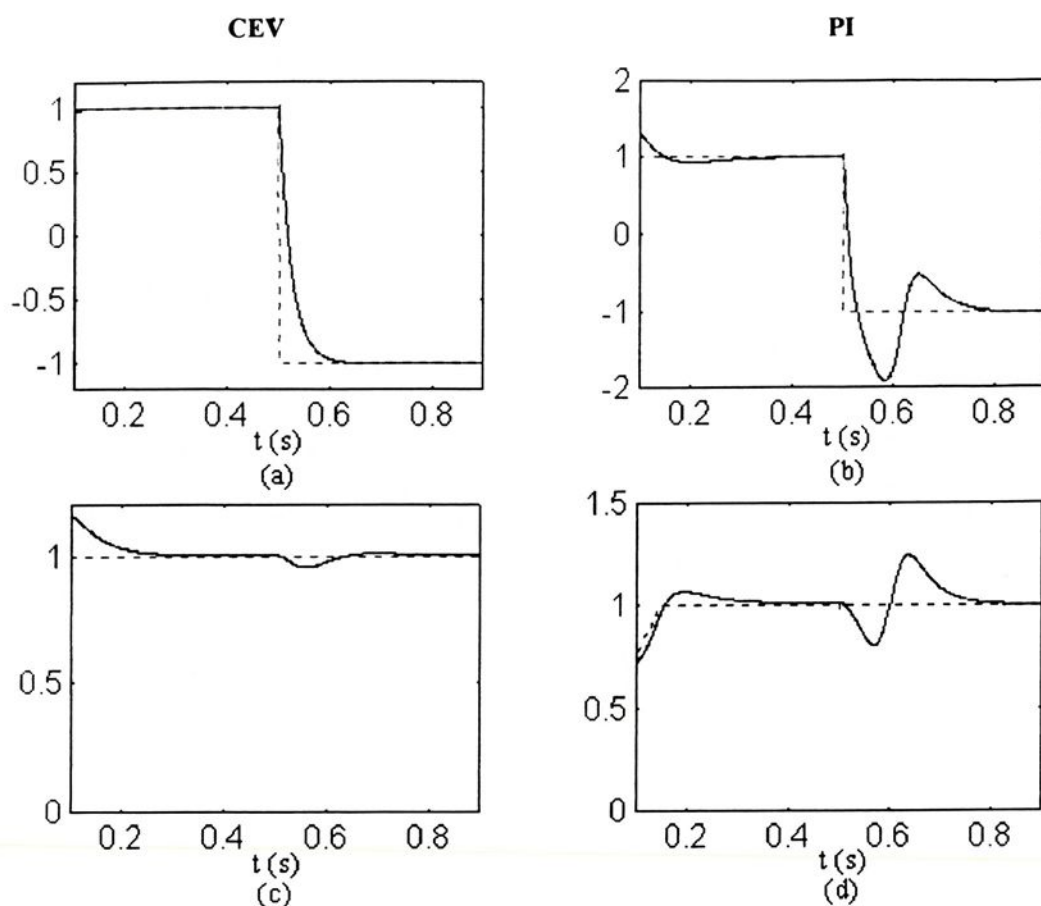


Fig.5.9 - (a) Velocidade angular com o controlador CEV;
 (b) Velocidade angular com o controlador PI;
 (c) Corrente de magnetização com o controlador CEV;
 (d) Corrente de magnetização com o controlador PI.
 Em todos os itens foi usado o observador com modo deslizante.

Na figura 5.9 pode ser visto as curvas da corrente de magnetização e da velocidade angular da máquina utilizando o controlador CEV projetado comparado com um controlador PI, sendo que ambos utilizam o controlador com estrutura variável projetado na condição de reversão de velocidade.

3) Carga, que consiste em aplicar um torque externo ($m_L = 1 \text{ p.u.}$) num determinado instante ($t = 0.5 \text{ s}$);

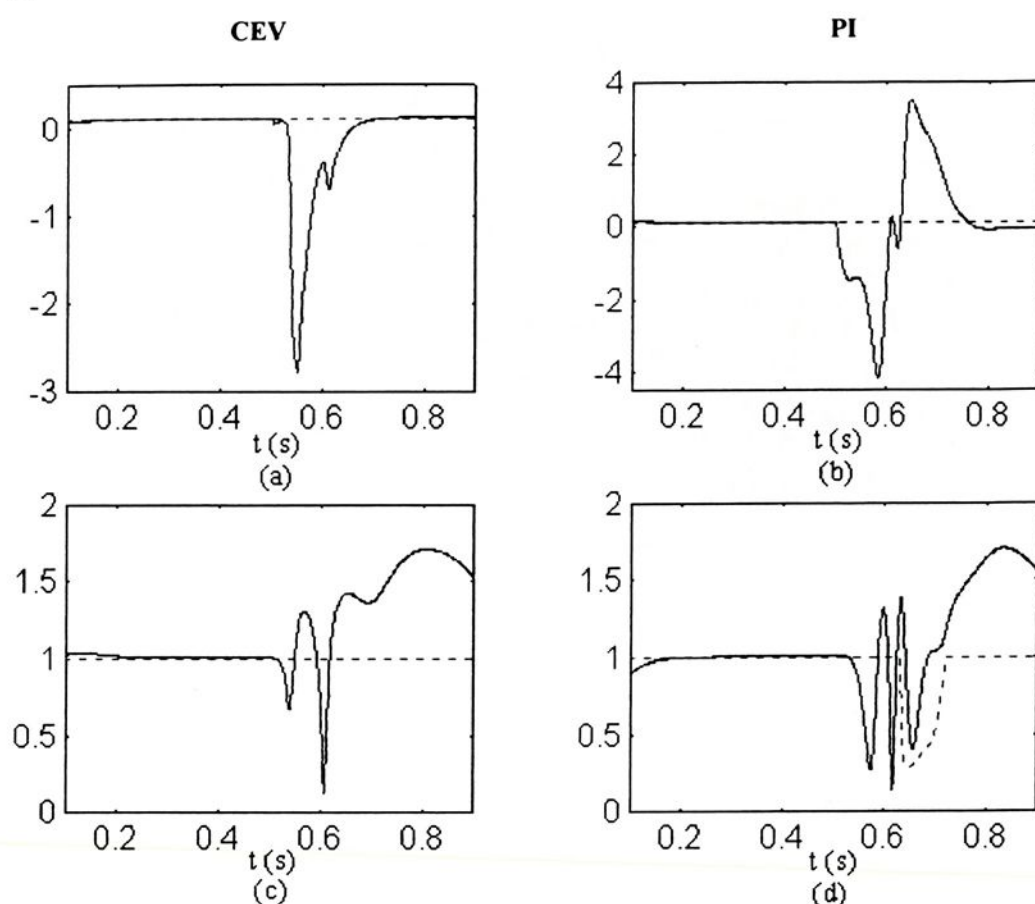


Fig.5.10-(a) Velocidade angular com o controlador CEV;
 (b) Velocidade angular com o controlador PI;
 (c) Corrente de magnetização com o controlador CEV;
 (d) Corrente de magnetização com o controlador PI.
 Em todos os itens foi usado o observador com modo deslizante.

Na figura 5.10 é mostrado as curvas da corrente de magnetização e da velocidade angular da máquina utilizando o controlador CEV projetado comparado com um controlador PI, sendo que ambos utilizam o controlador com estrutura variável projetado na condição de mudança de carga a baixa velocidade.

As figuras (5.11 - 5.14) mostram as curvas das superfícies de deslizamento (5.11), correntes trifásicas do estator (5.12), torque eletromagnético (5.13) e o ângulo de fase do vetor corrente de magnetização (5.14).

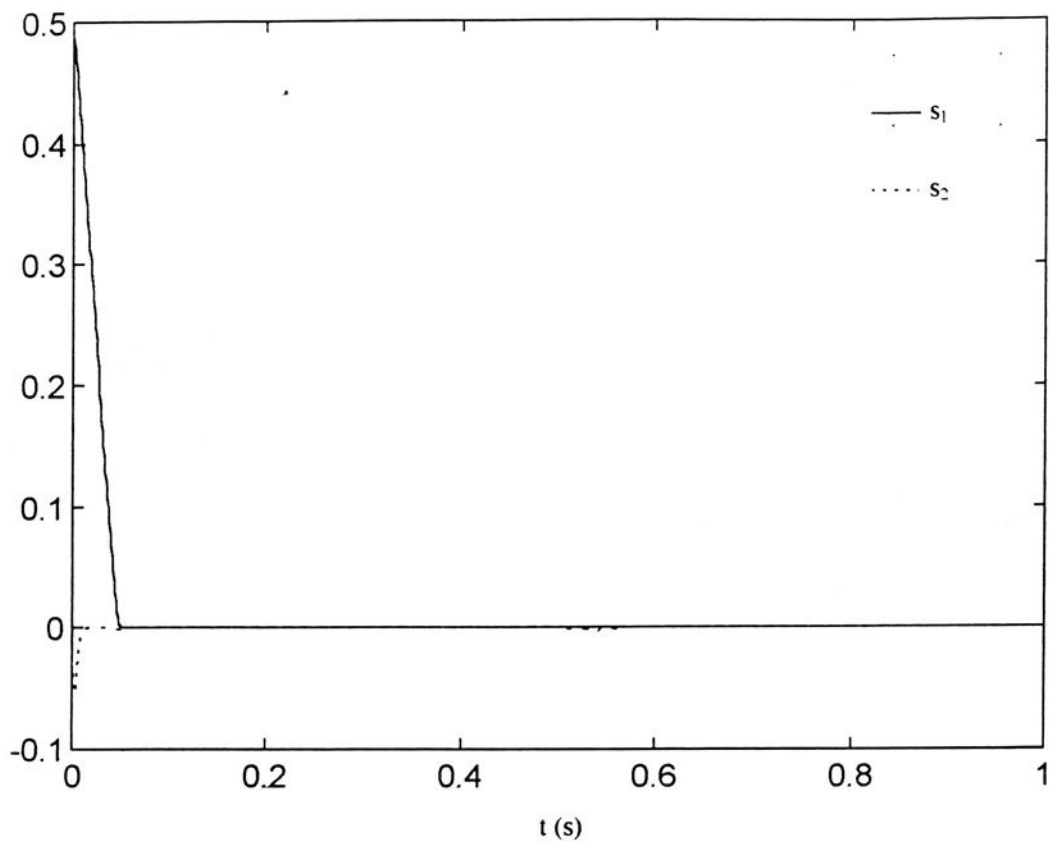


Fig.5.11 - Curvas mostrando as superfícies de deslizamento

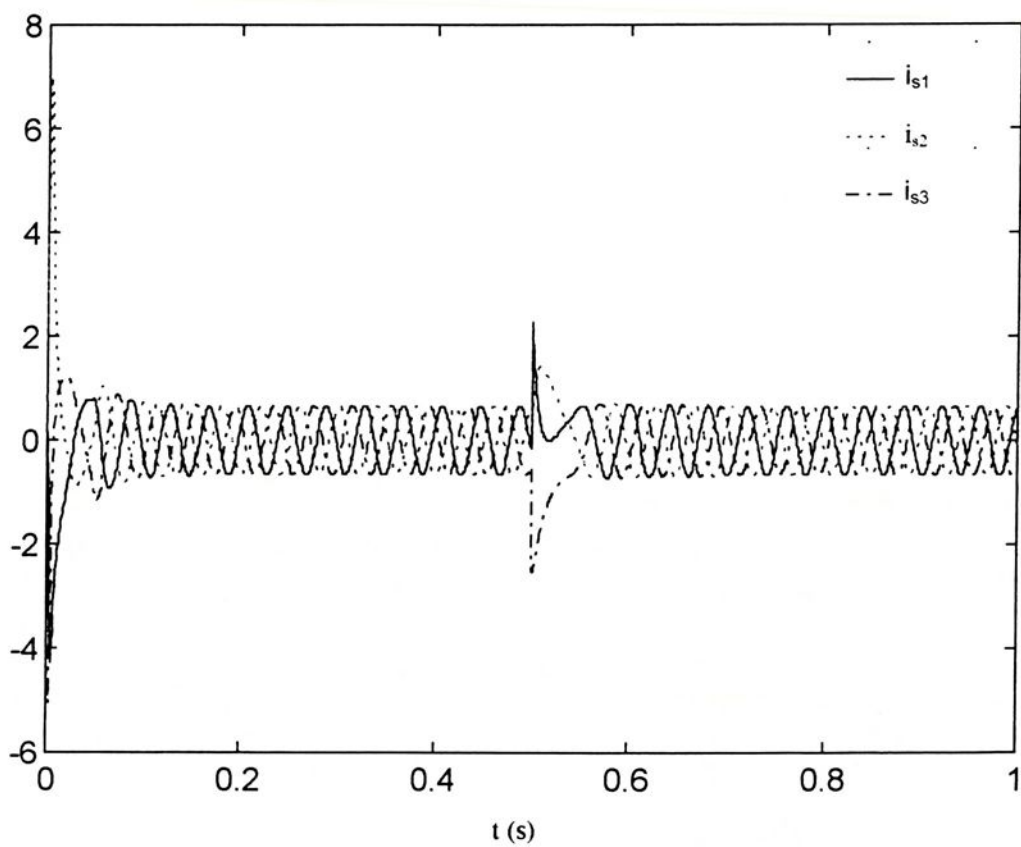


Fig.5.12 - Correntes trifásicas do estator para a condição de reversão.

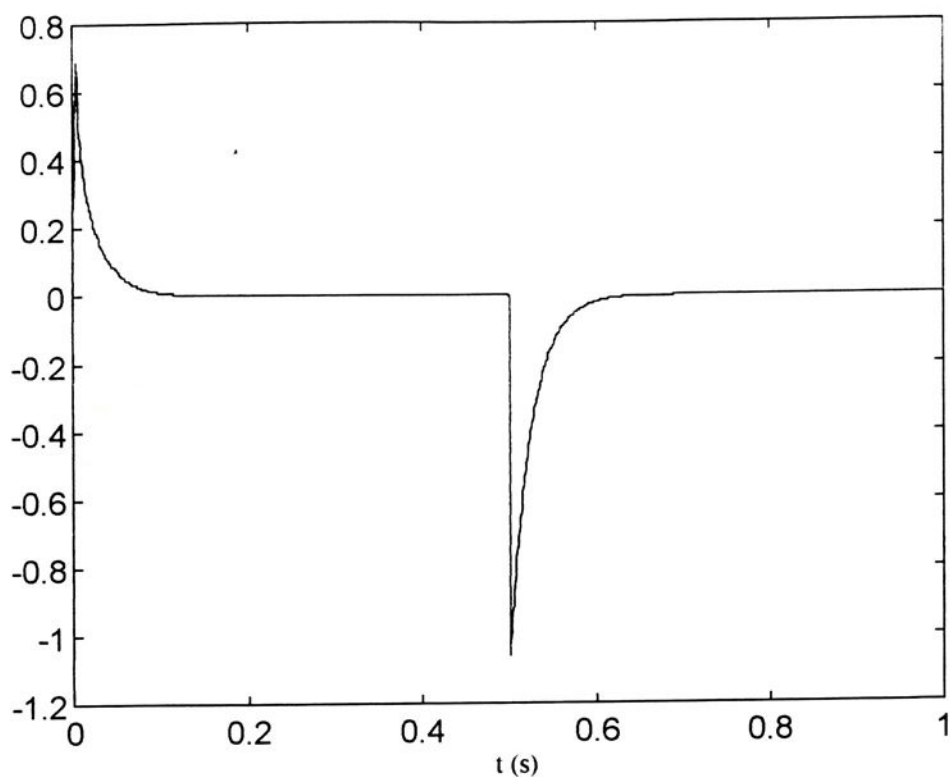


Fig.5.13 - Torque eletromagnético para a condição de reversão.

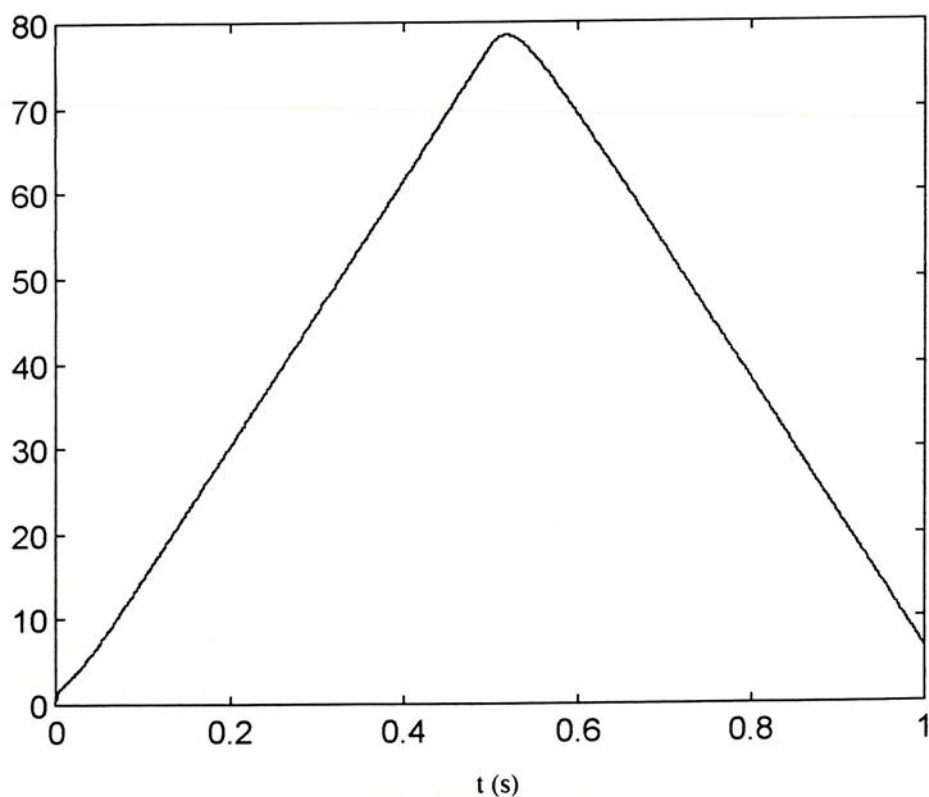


Fig.5.14 - Ângulo de fase do vetor corrente de magnetização para a condição de reversão.

5.2 - RESULTADOS DO CONTROLE CEV APLICADO AO MODELO EM COORDENADAS DE CAMPO COM TENSÃO DE ESTATOR IMPOSTA

Da mesma maneira que na Seção 5.2, será mostrado os resultados obtidos através de simulações do controlador projetado na Seção 4.2. O esquema foi implementado no **Simulink**, utilizando o método de integração Runge-Kutta 5ª ordem, com tamanho do passo igual a 10^{-3} e tolerância igual a 10^{-3} . O parâmetro variável utilizou a seguinte função:

$$\frac{1}{\tau_R} = \frac{1}{\tau_{Rnom}} (1 + 0.1 \text{sen}(10t))$$

O controlador tem os seguintes parâmetros $c_1 = c_2 = 40$, $L_1/b_1 = 0.3$ e $L_2/b_1 = 0.3$, a escolha desses parâmetros está restrita a limitações da máquina tais como a tensão transitória máxima estator, para esse caso, a tensão transitória máxima do estator foi limitada a 7 vezes a tensão de base (ou tensão nominal). O esquema implementado no **Simulink** é mostrado na figura 5.15.

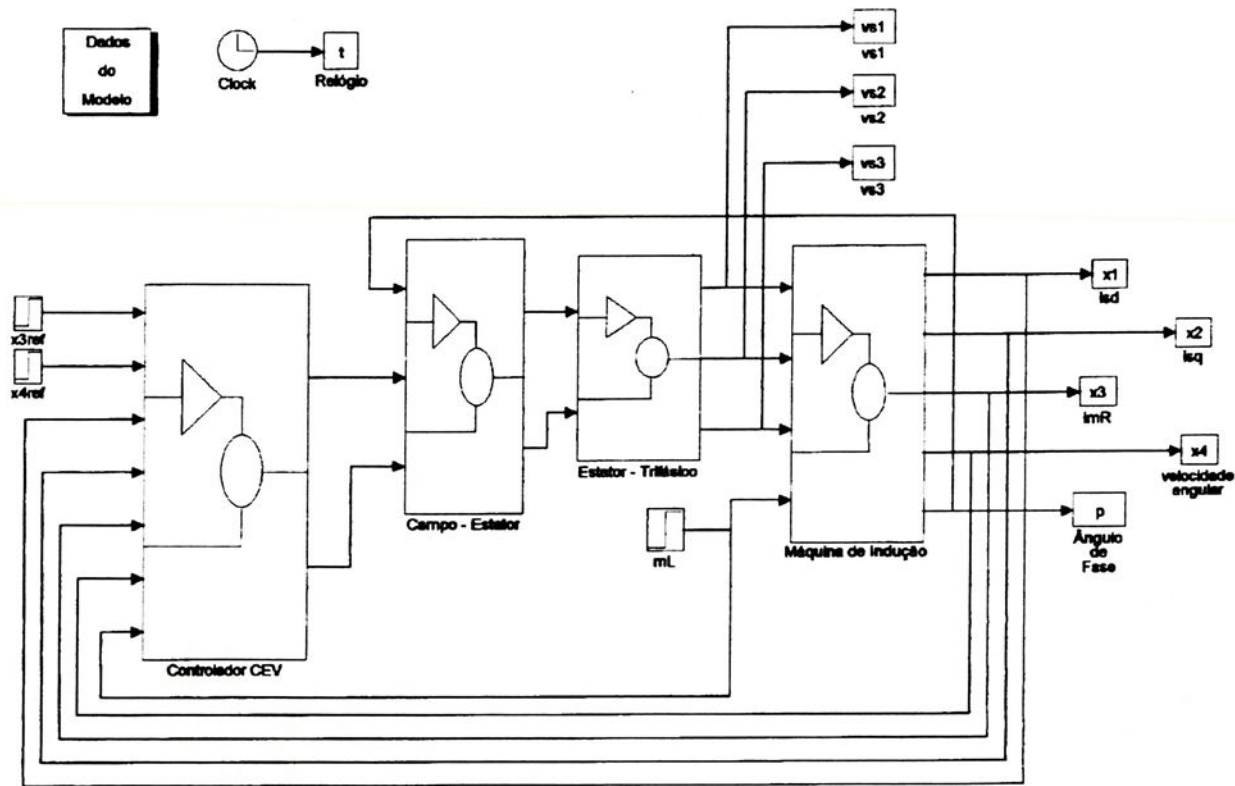


Fig.5.15 - Esquema do modelo da máquina assíncrona em coordenadas de campo com tensão de estator imposta.

A seguir é apresentados os resultados gráficos das simulações nas seguintes condições de operação da máquina assíncrona:

A) Partida;

Que consiste em fixar uma referência, por exemplo $x_{3ref} = 1$ p.u., $x_{4ref} = 1$ p.u.;



B) Reversão de velocidade angular:

Consiste em um determinado instante ($t = 0.5s$) mudar a velocidade de referência $x_{4ref} = 1$ p.u. para $x_{4ref} = -1$ p.u.;

C) Carga;

Implica na aplicação de uma carga externa na máquina ($m_L = 1$ p.u.) em um determinado instante ($t = 2s$).



A) PARTIDA

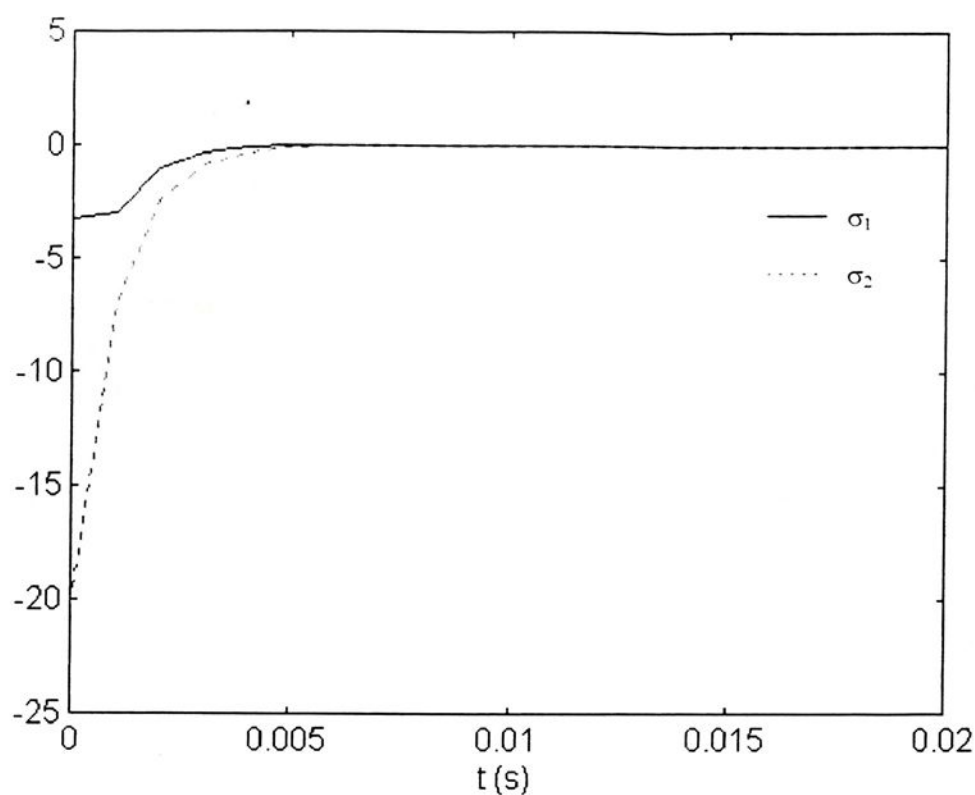


Fig.5.16 - Superfície de deslizamento do controle CEV na partida

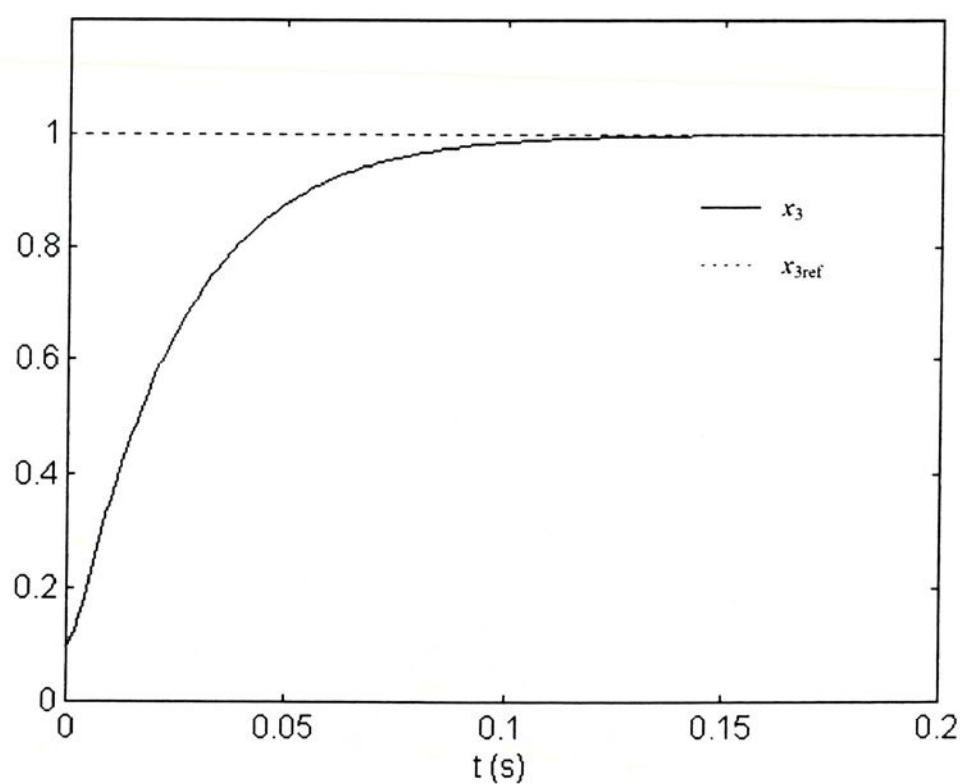


Fig.5.17 - Corrente de magnetização (p.u) na condição de partida.

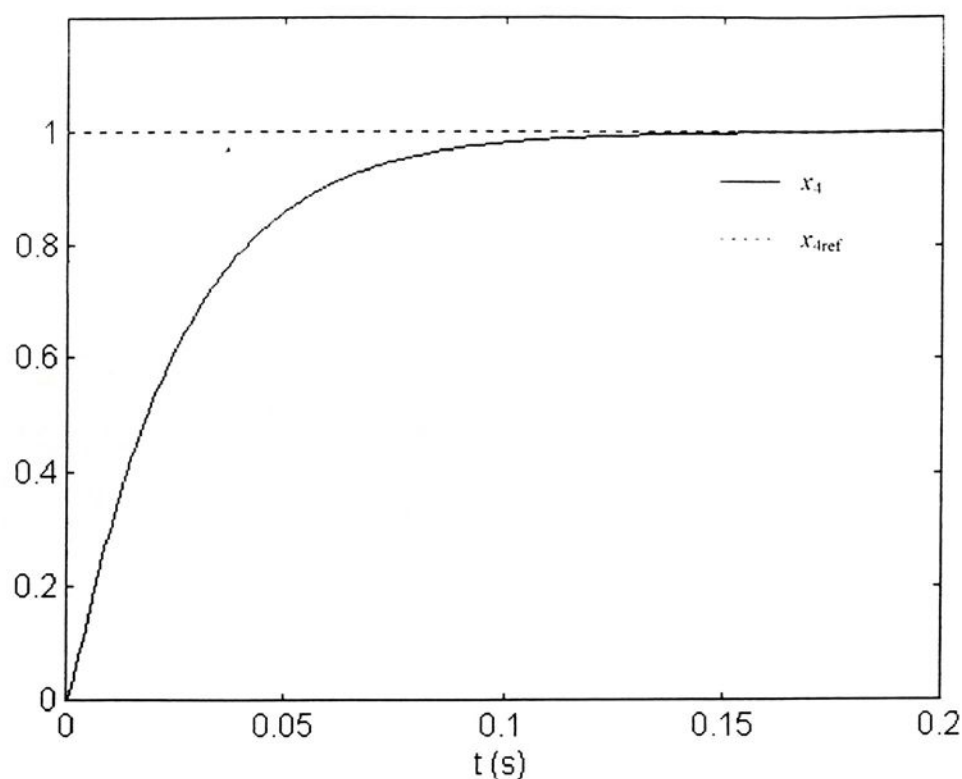


Fig.5.18 - Velocidade angular do rotor (p.u.) na condição de partida.

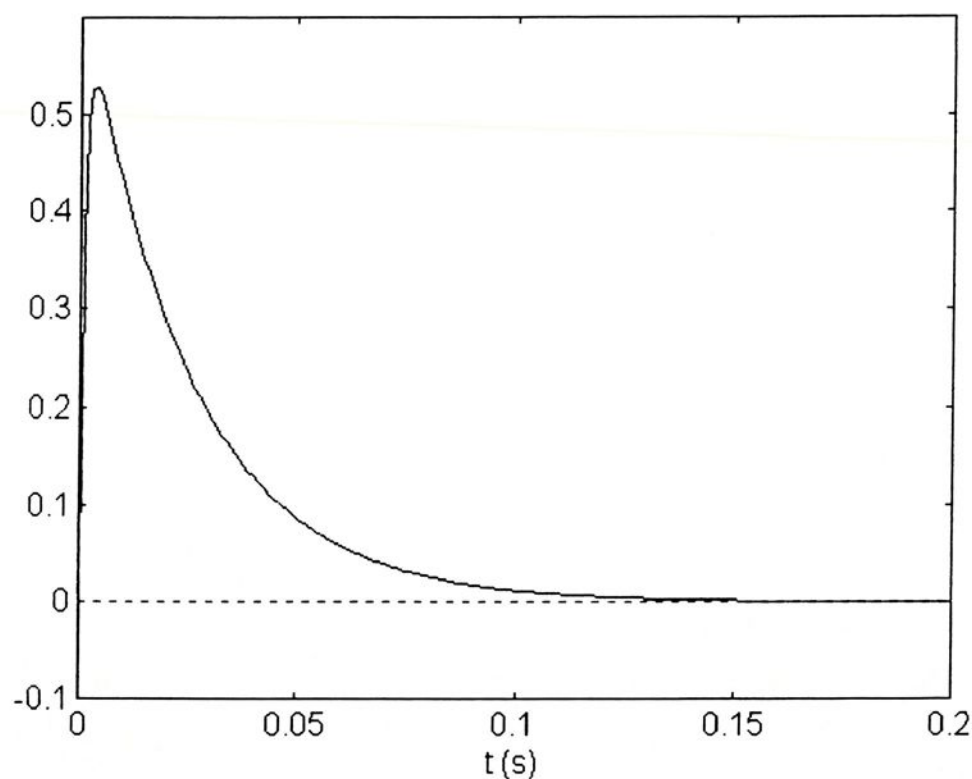


Fig.5.19 - Torque eletromagnético (p.u.) e torque de carga (p.u.) (curva pontilhada) na condição de partida.

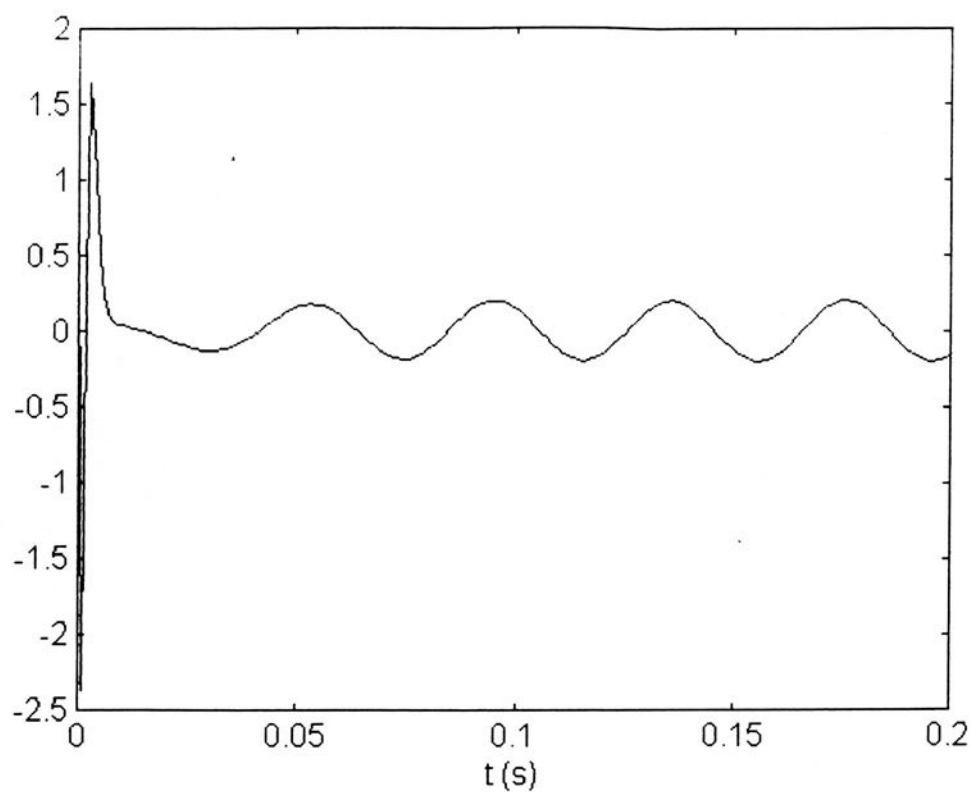


Fig.5.20 - Tensão trifásica do estator (p.u.) na condição de partida.

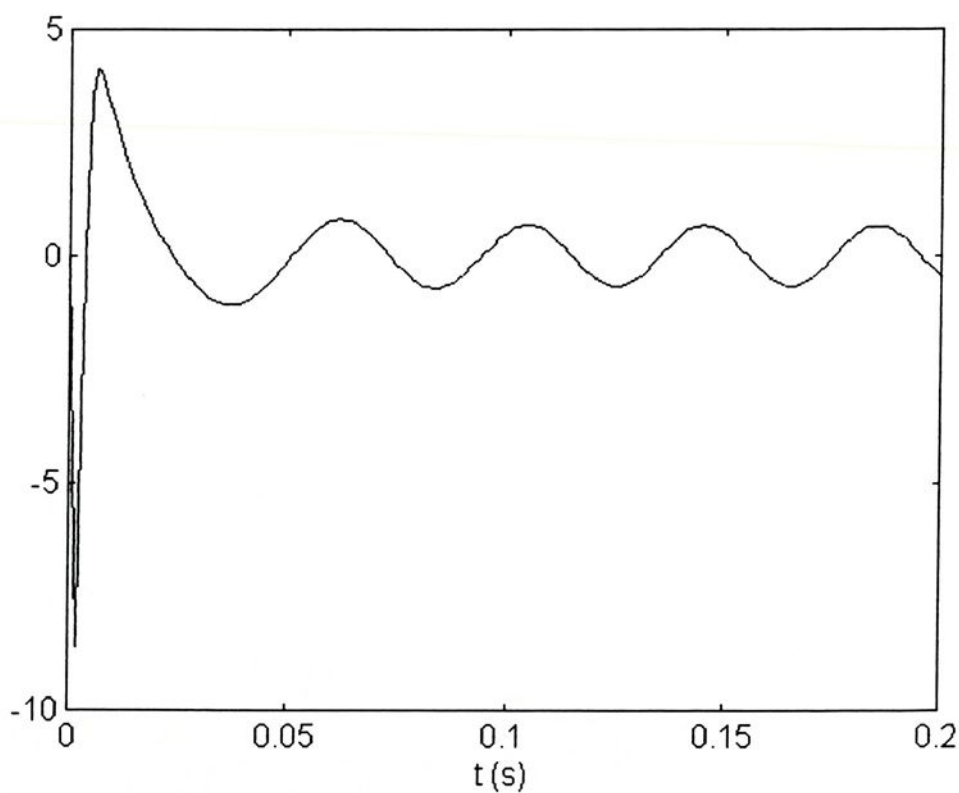


Fig.5.21 - Corrente da fase 1 do estator (p.u.) na condição de partida.

B) REVERSÃO DE VELOCIDADE

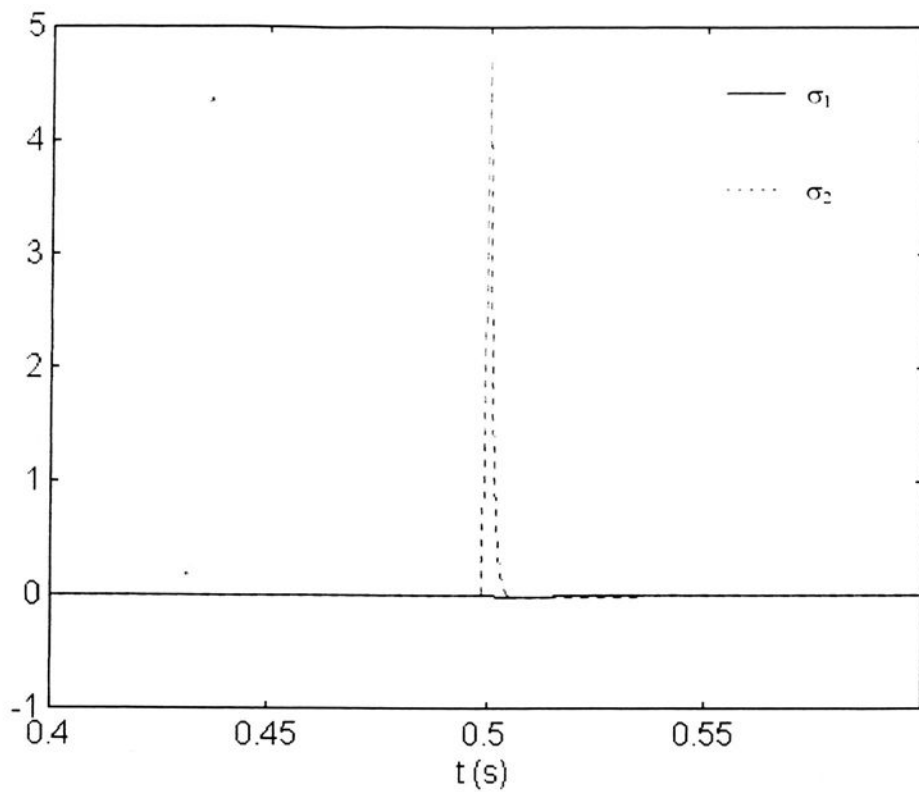


Fig.5.22 - Superfícies de deslizamento do controle CEV na condição de reversão de velocidade.

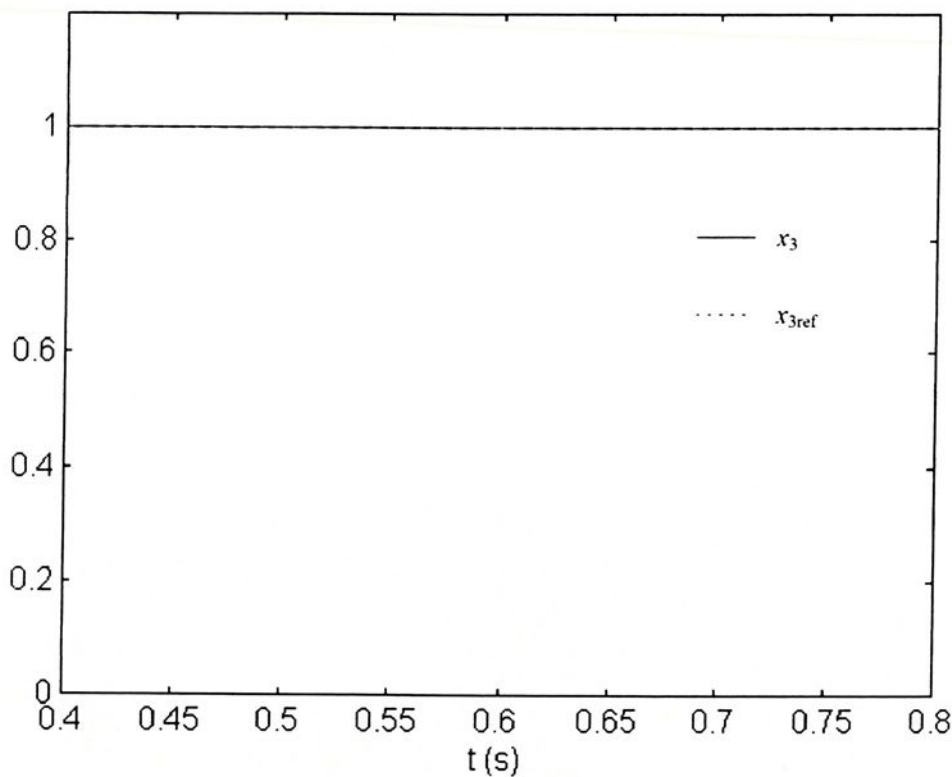


Fig.5.23 - Corrente de magnetização (p.u.) na condição de reversão de velocidade.

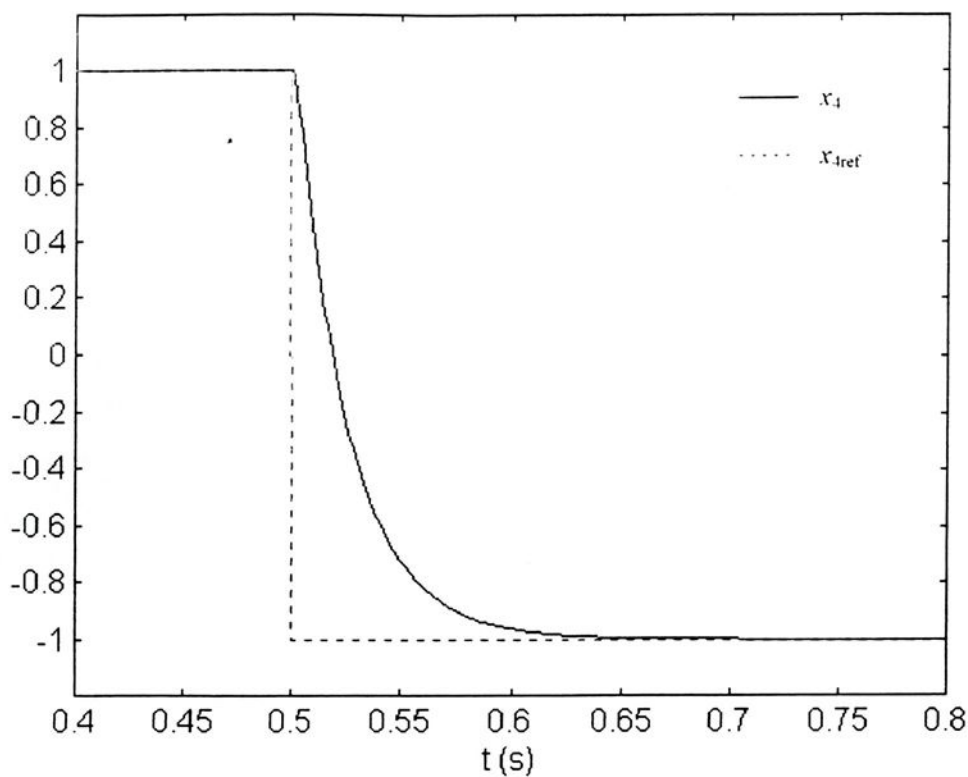


Fig.5.24 - Velocidade angular (p.u) na condição de reversão de velocidade.

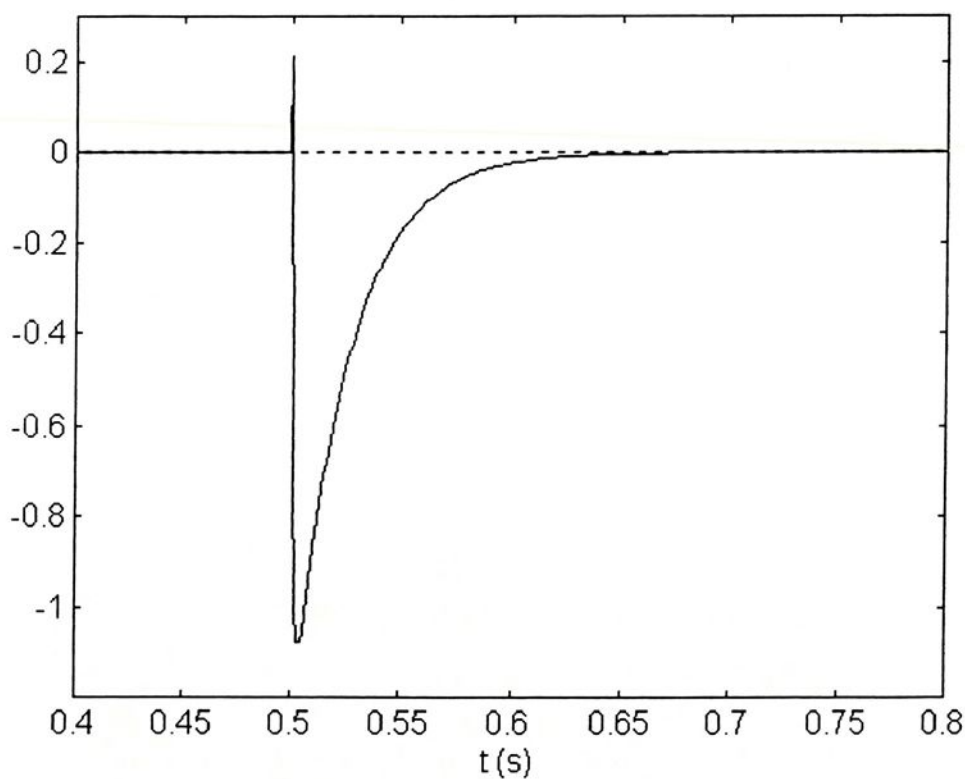


Fig. 5.25 - Torque eletromagnético (p.u) e torque de carga (p.u.)(curva pontilhada) na condição de reversão de velocidade.

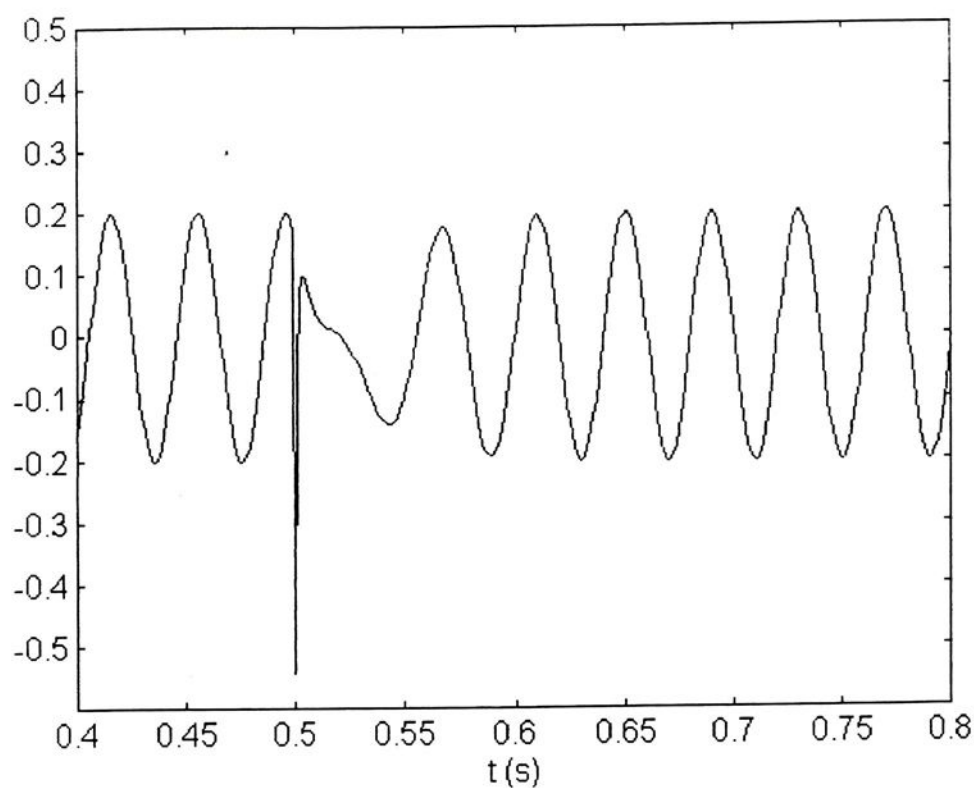


Fig.5.26 - Tensão da fase 1 do estator (p.u.) na condição de reversão de velocidade.

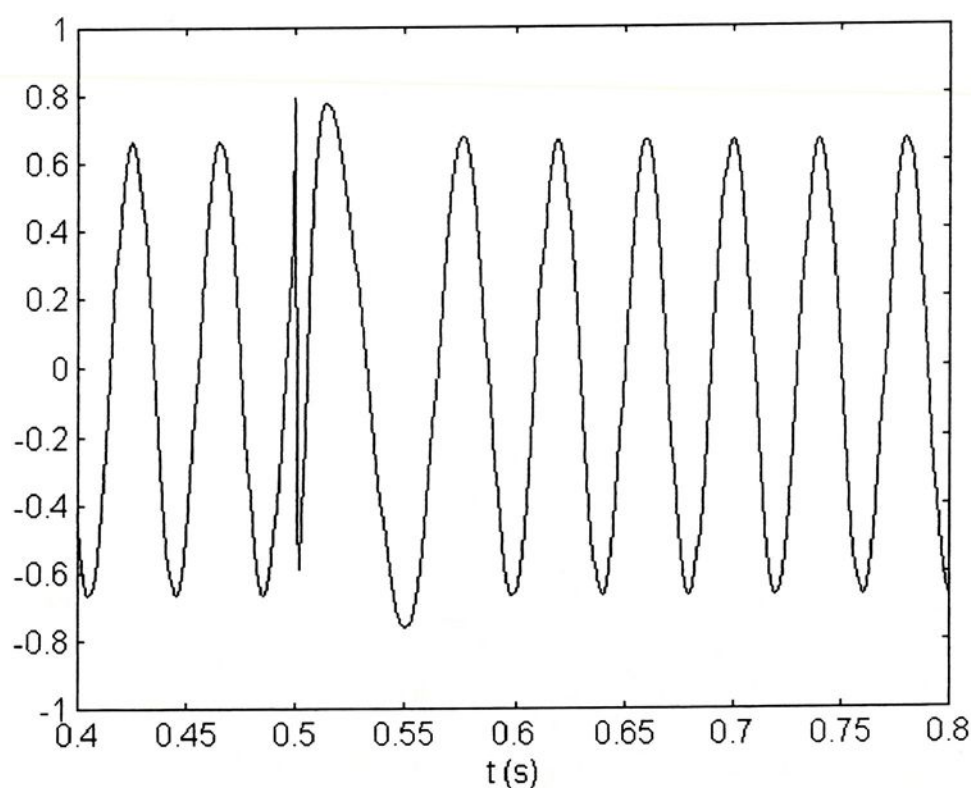


Fig.5.27 - Corrente da fase 1 do estator (p.u.) na condição de reversão de velocidade.

C) CARGA

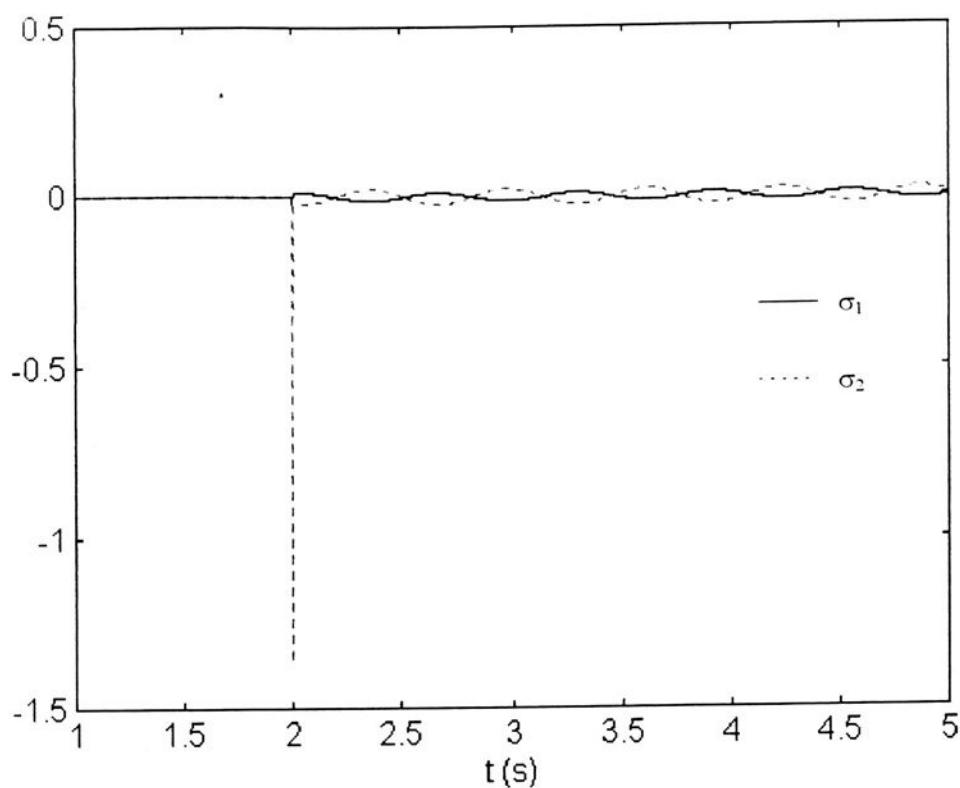


Fig.5.28 - Superfícies de deslizamento do controle CEV na condição de carga.

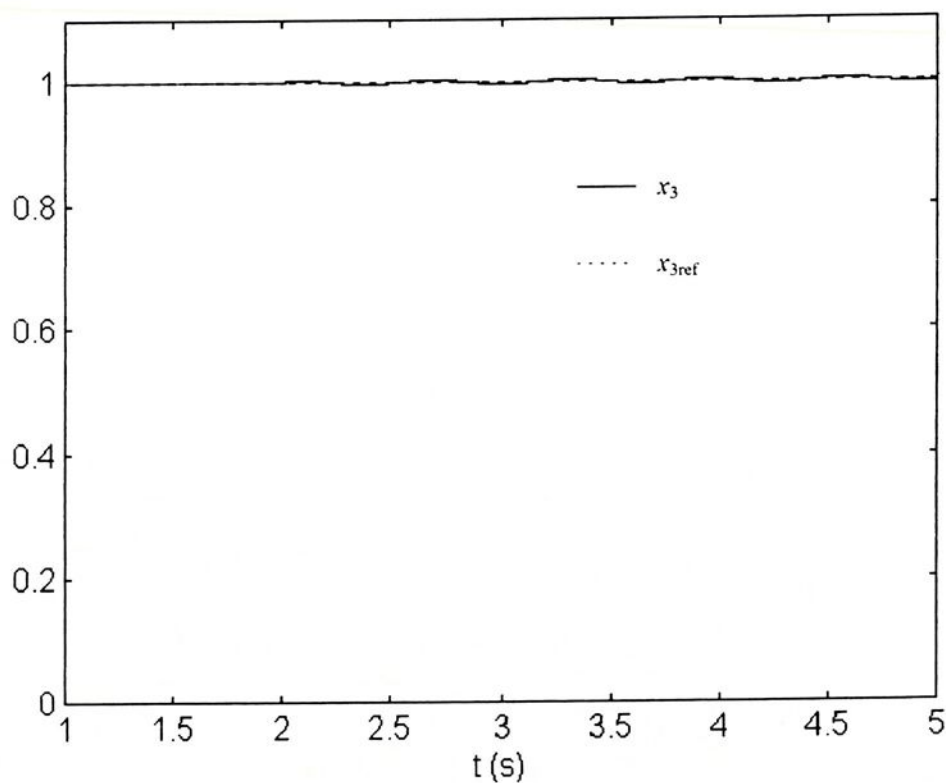


Fig.5.29 - Corrente de magnetização (p.u.) na condição de carga.

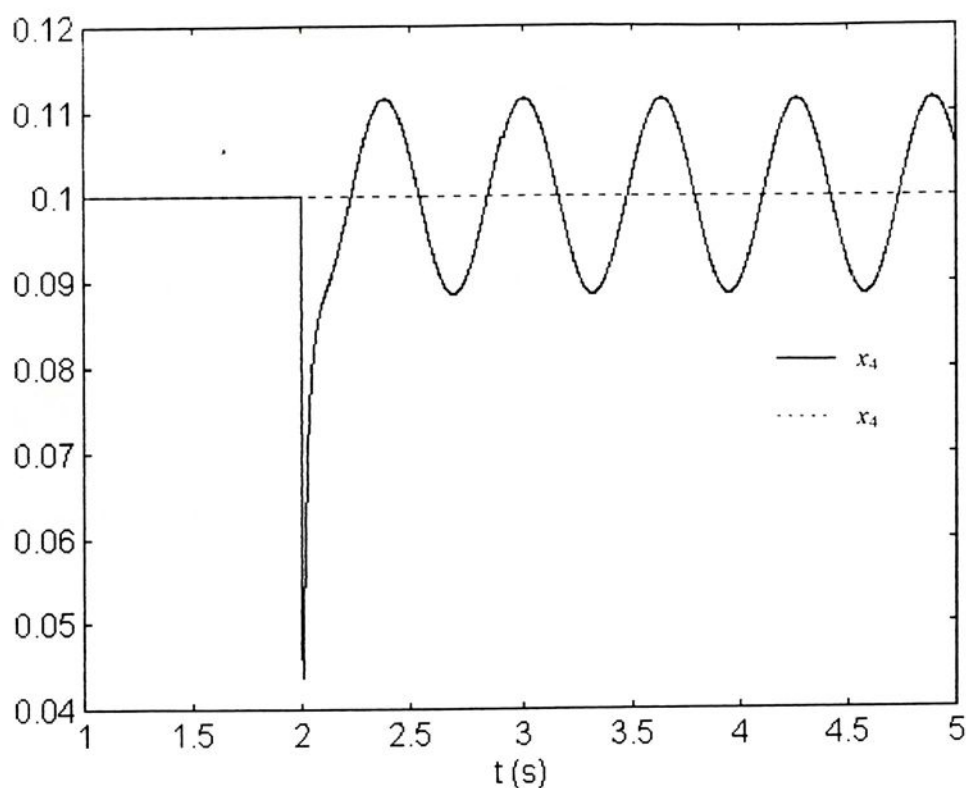


Fig.5.30 - Velocidade angular (p.u.) na condição de carga.

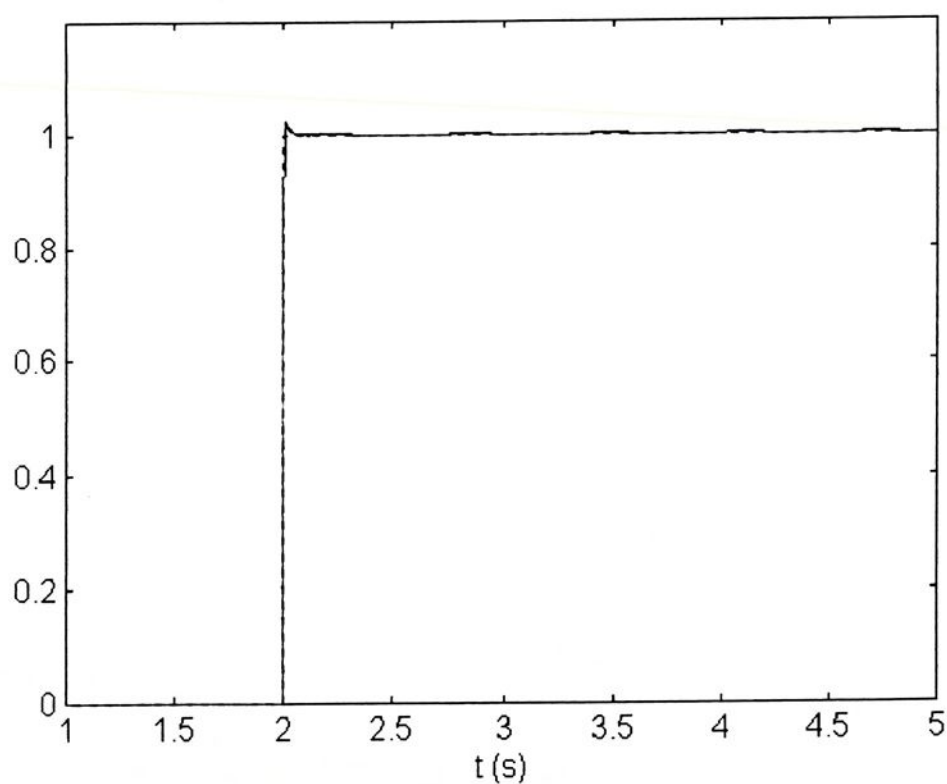


Fig.5.31 - Torque eletromagnético (p.u.) e torque de carga (p.u.) (curva pontilhada) na condição de carga

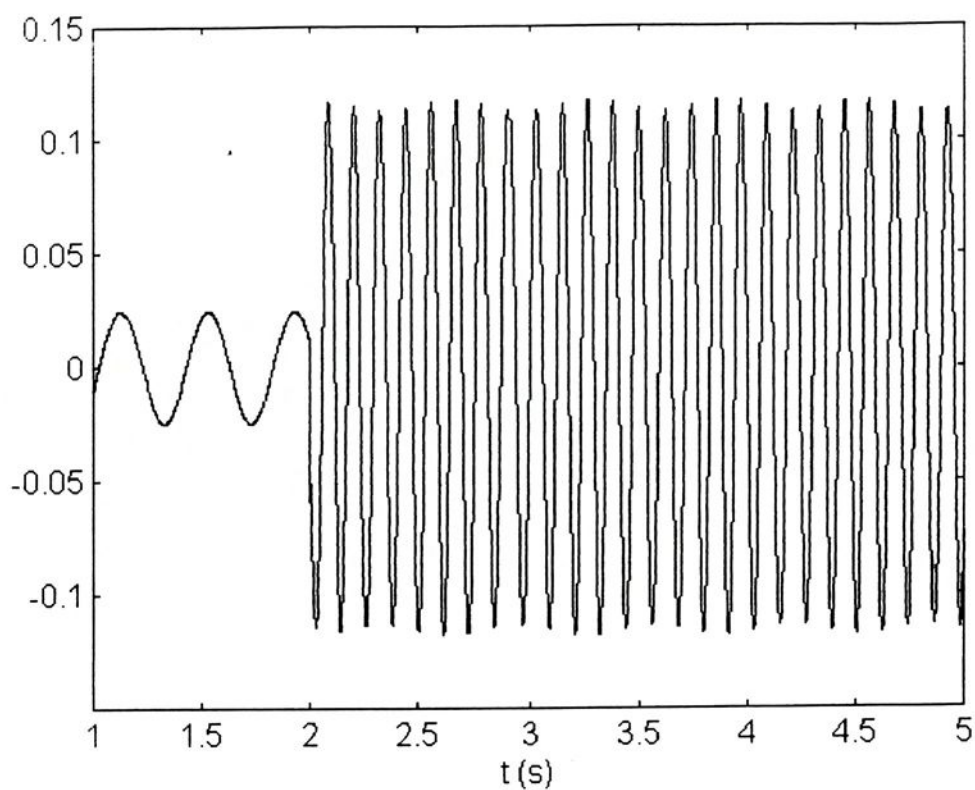


Fig.5.32 - Tensão da fase 1 do estator (p.u.) na condição de carga.

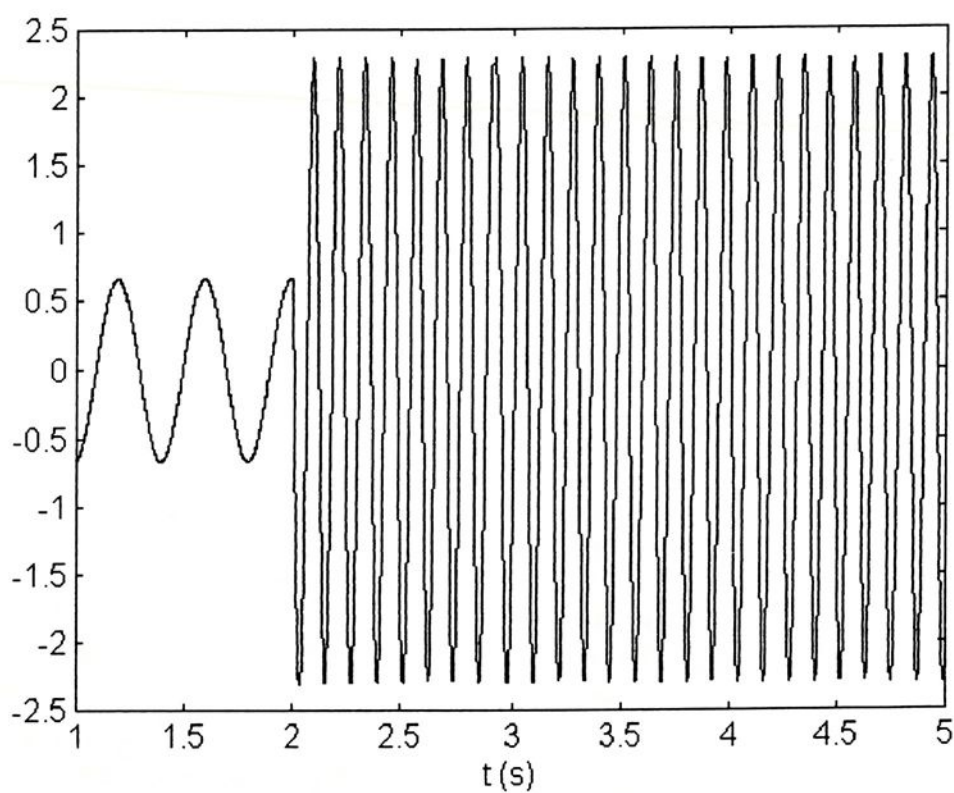


Fig.5.33 - Corrente da fase 1 do estator (p.u.) na condição de carga.

Capítulo 6 - CONCLUSÃO

O controlador CEV torna o controle da máquina assíncrona mais robusto a perturbação de carga e variação de parâmetro do que aquele usando um controlador PI. Uma dificuldade de projeto encontrada na implementação do controlador EV-MD é a necessidade de acesso às variáveis de estado e a perturbação, tornando-se necessário um observador de estado que estime estas grandezas.

Para resolver esse problema foi projetado um observador com modo deslizante, que apresenta um bom desempenho tanto para a condição de partida da máquina quanto para a condição de reversão de velocidade, onde a máquina é parada bruscamente, sujeito às variações paramétricas. A dificuldade está no seu desempenho, quando a máquina é sujeita a mudança de carga. No momento em que ocorre a mudança de carga, a velocidade angular se desvia do valor de referência, mas após algum tempo retorna ao valor de referência, ou seja, a sensibilidade é acentuada, mas o controle da máquina continua robusto. Já no caso da corrente de magnetização, ela se perde completamente, desviando-se do valor de referência. Este é um problema que deixamos em aberto, ficando como sugestão para novas investigações.

Utilizamos um outro modelo considerando tensão do estator imposta, onde projetamos o controlador CEV e observamos também robustez do controle mesmo considerando a presença de variação de parâmetros não-casadas. Este modelo dá possibilidade de projeto de estimadores que eliminam necessidade de medição da velocidade. Em nosso trabalho atual fizemos apenas a investigação do controlador, deixando como sugestão estudos referentes ao projeto do observador que elimine a necessidade de medição e utilizando apenas tensões e correntes do estator.



Capítulo 7 - REFERÊNCIA BIBLIOGRAFIA

- [1] Leonhard W.; *Control of Electrical Drives*; Springer - Verlag; Berlin; Heidelberg; New York; Tokyo, 1985.
- [2] R. A. DeCarlo, S. H. Zak, e G. P. Matthews, *Variable Structure Control of Nonlinear Multivariable Systems: A Tutorial*, Proc. IEEE, vol. 76, no. 3, pp. 212-232, Mar. 1988.
- [3] B. Drazenovic, *The Invariance Conditions in Variable Structure Systems*, Automatica, Vol. 5, pp. 287-295, Março 1969.
- [4] B. S. Heck e A. A. Ferri, *Application of Output Feedback to Variable Structure Systems*, Engineering Notes, vol. 12, no 6, pp. 932-935, Nov/Dec. 1989.
- [5] B. L. Walcott e S. H. Zak; *Combined Observer - Controller Synthesis for Uncertain Systems with Applications*, IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics, vol. 18, no. 1, pp. 88-104, Jan/Fev. 1988.
- [6] Soto e K. S. Yeung, *"Sliding-Mode Control of an Induction Motor without Flux Measurement"*, IEEE Trans. Ind. Applicat., vol. 31, no. 4, pp. 744-751, Jul./Ag. 1995;
- [7] Ho-Sun Yoo e In-Joong Há, *"A Polar Coordinate-Oriented Method of Identifying Rotor Flux and Speed of Induction Motors without Rotational Transducers"*, IEEE Trans. Contr. Contr. Syst. Technol., vol. 4, no. 3, Maio 1996.
- [8] Chung, J. Lee, J. Ko e M. Youn, *"A Robust Speed Control of Brushless Direct Drive Motor Using Integral Variable Structure Control with Sliding Mode Observer"*, Conf. Rec. - IEEE IAS Annual Meeting, v 1, pp 393-400, 1994.
- [9] E. Rundell, S. V. Drakunov e R. A. DeCarlo, *"A Sliding Mode Observer and Controller for Stabilization of Rotational Motion of a Vertical Shaft Magnetic Bearing"*, IEEE Trans. Contr. Syst. Tech., vol. 4, no. 5, pp. 598-608, Setembro 1996.



**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA - UNESP
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA
AV. BRASIL, 56 - CAIXA POSTAL 31
15385-000 - ILHA SOLTEIRA - SP**

