UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

JÉSSICA BUENO DA SILVA

Combinatória: atividades para o desenvolvimento do raciocínio combinatório em alunos do 6º ano do Ensino Fundamental

Guaratinguetá - SP
2021

Jéssica Bueno da Silva

Combinatória: atividades para o desenvolvimento do raciocínio combinatório em alunos do 6º ano do Ensino Fundamental

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Licenciatura em Matemática da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Licenciatura em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Antonio Carlos de Souza

Guaratinguetá - SP
2021

Silva, Jéssica Bueno da
S586c Combinatória: atividades para o desenvolvimento do raciocínio combinatório em alunos do 6 º ano do ensino fundamental / Jéssica Bueno da Silva – Guaratinguetá, 2021.
36 f. : il.
Bibliografia: f. 35-36

Trabalho de Graduação em Licenciatura em Matemática – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2021.
Orientador: Prof. Dr. Antonio Carlos de Souza

1. Análise combinatória. 2. Combinações (Matemática). 3. Educação básica. I. Título.

CDU 519.1

Luciana Máximo
Bibliotecária CRB-8/3595

unesp UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

JÉSSICA BUENO DA SILVA

ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO PARTE DO REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE "**GRADUADO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**"

APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE GRADUAÇÃO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Profa. Dra. Silvia Maria Giuliatti Winter

BANCA EXAMINADORA:

Prof. Dr. Antonio Carlos de Souza
Orientador/UNESP-FEG

Profa. Me. Vanessa de Oliveira
UNESP-FEG

Profa. Dra. Cristiane de Arimatéa Rocha
UFPE

Março de 2021

Dedico este trabalho à minha família e amigos que sempre estiveram presentes em minha vida.

AGRADECIMENTOS

Agradeço à minha mãe, que sempre me ajudou e me apoiou para que eu conseguisse realizar meus sonhos. Acreditou e foi forte nesses 5 anos que passei longe de casa.

Ao meu orientador Prof. Dr. Antonio Carlos de Souza, sempre disposto a me ouvir e sanar minhas dúvidas. Além de ser meu orientador, tive o prazer de ser sua aluna desde o primeiro ano de faculdade e sou muito grata por tudo que aprendi com ele.

Aos meus amigos da Moradia Estudantil que me acolheram desde o início da faculdade e que se tornaram tão especiais em minha vida. Gostaria de citar cada um nesses agradecimentos, mas de modo geral, eles sabem o quanto os amo e serei eternamente grata por cada conselho, conversa e momentos de diversão que me proporcionaram.

Ao meu namorado que está nessa caminhada também, por ser paciente e me incentivar diante os momentos de frustação e medo durante a graduação.

“Se você faz tudo sempre igual é seguro que nunca se perca, mas é possível que nunca se ache.”

Sérgio Vaz

RESUMO

A Combinatória é formalizada e trabalhada com mais ênfase na 2ª série do Ensino Médio, porém há necessidade em trabalhar ideias relacionadas à Combinatória desde a Educação Infantil, uma vez que as crianças possuem noções intuitivas referentes a situações combinatórias, são capazes de compreender relações básicas e podem desenvolver procedimentos adequados à solução de problemas desta natureza no seu cotidiano. Assim, ressalta-se a importância da abordagem da Combinatória gradativamente na Educação Básica, bem como torná-la mais compreensiva e prazerosa, utilizando diversas ferramentas para trabalhar com os alunos. Diante disso, o presente trabalho, de cunho qualitativo, consiste em uma proposta didática que possibilita a contextualização de problemas de Combinatória para serem trabalhados com alunos do 6 º ano do Ensino Fundamental, tendo como objetivo apresentar algumas situações de ensino para abordagem da Combinatória nessa fase da escolaridade.

PALAVRAS-CHAVE: Combinatória. Educação básica. Permutação. Combinação. Arranjo. Produto cartesiano.

ABSTRACT

The Combinatorial is formal and worked with more emphasis on the 2nd grade of High School, although there is a need to work on ideas related to Combinatorial since the Preschool Education, once children have intuitive notions about combinatorial situations, they are capable to understand basics relations and they can develop appropriate procedures to problems solutions of this nature in their daily lives. Hence, reinforce the value of Combinatorial gradually approach in Basic Education, in an understanding and pleasure way, using a lot of tools to work with the students. Therefore, in this project of qualitative nature, consists of a didactic proposal that enables the contextualization of Combinatorial problems to be worked with the students of the 6th year of Elementary School, aiming to present some teaching situations of Combinatorial approach at this stage of schooling.

KEYWORDS: Combinatorial. Basic education. Permutation. Combination. Arrangement. Cartesian product.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1– Boneca, roupas e sapatos.....21
Figura 2– Sanduíches, bebidas e sobremesas.....22
Fugira 3– Fichas dos números.....24
Figura 4– Modelo para a atividade “Verdes, azuis e vermelhinhas”.....27
Figura 5– Desejos.....30
Figura 6– Atacantes.....31

LISTA DE QUADROS

Quadro 1– Demonstração dos resultados da atividade “Vestindo a boneca”.....22
Quadro 2– Demonstração dos resultados da atividade “Lanchonete”.....23
Quadro 3– Demonstração dos resultados da atividade “Algarismos”.....25
Quadro 4– Demonstração dos resultados da atividade “Representante e Vice”.....25
Quadro 5– Demonstração dos resultados da atividade “Anagramas”.....26
Quadro 6– Demonstração dos resultados da atividade “Azuis, Verdes e Vermelhinhas”.....28
Quadro 7– Demonstração dos resultados da atividade “Desejos”.....30
Quadro 8– Demonstração dos resultados da atividade “Futebol”.....32

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 11
2 METODOLOGIA 13
3 COMBINATÓRIA 16
4 AS ATIVIDADES 20
4.1 PRODUTO CARTESIANO 20
4.1.1 Atividade 1: “Vestindo a boneca” 20
4.1.2 Atividade 2: “Lanchonete” 22
4.2 ARRANJO 24
4.2.1 Atividade 1: “Algarismos” 24
4.2.2 Atividade 2: “Representante e Vice” 25
4.3 PERMUTAÇÃO 26
4.3.1 Atividade 1: “Anagramas” 26
4.3.2 Atividade 2: “Verdes, azuis e vermelhinhas” 27
4.4 COMBINAÇÃO 28
4.4.1 Atividade 1: “Desejos” 29
4.4.2 Atividade 2: “Futebol” 30
5 ANÁLISE DAS ATIVIDADES 32
6 CONCLUSÃO 35
REFERÊNCIAS 36

1 INTRODUÇÃO

A escolha do tema, Combinatória, surgiu de um interesse pessoal por ser algo diferente dos projetos que já havia participado no Núcleo de Ensino[1]. Ao buscar meios de me aprofundar no assunto, surgiu a oportunidade de realizar o curso, gratuito e online, intitulado "Análise Combinatória", que foi oferecido pelo Instituto Federal do Rio Grande do Sul, reforçando ainda mais a ideia de se trabalhar com o ensino de Combinatória.

A princípio, o trabalho aqui apresentado foi planejado para ser desenvolvido presencialmente com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental a fim de introduzir o ensino de Combinatória e acompanhar o desenvolvimento dos alunos durante as atividades propostas, mas devido a pandemia de COVID-19, tivemos que replanejar o trabalho e adequá-lo para uma proposta de atividades que possa ser aplicada futuramente.

Ao pensar sobre o público alvo, escolhemos trabalhar com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, pois o primeiro contato que o graduado em Licenciatura em Matemática possui são com os alunos da Educação Básica anos finais, podendo através da criação de atividades propor aos alunos problemas contextualizados que abrangem a Combinatória de modo a desenvolver o raciocínio combinatório sem limitar-se as fórmulas.

A Base Nacional Comum Curricular – BNCC – (BRASIL, 2017) e os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN – (BRASIL, 1998) foram os principais documentos utilizados nessa pesquisa para justificar a abordagem do tema desde os anos iniciais. Mediante a esses documentos, podemos observar que a importância de se trabalhar com o ensino da Combinatória não é algo recente, tanto o PCN quanto a BNCC reforçam que os alunos, desde a Educação Básica, desenvolvam seu raciocínio combinatório por meio de problemas de contagem.

Estudos como os de Silva e Pessoa (2015), apontam que os alunos, ao se depararem com a formalização da Combinatória no Ensino Médio apresentam dificuldades em situações que precisam identificar qual tipo de agrupamento utilizar por não terem uma base de problemas envolvendo Combinatória desde cedo, correndo o risco de serem meros aplicadores de fórmulas. A BNCC (BRASIL, 2017) defende que o emprego desses problemas devem ser gradativo, a fim de desenvolver procedimentos básicos como a organização dos dados em tabelas, gráficos e diagramas, bem como a classificação de eventos segundo um ou

[1] Núcleo de Ensino: O Programa Núcleos de Ensino da UNESP têm por metas prioritárias a produção de conhecimento na área educacional, a formação inicial de nossos alunos nos diferentes cursos de graduação e a formação continuada dos docentes em exercício, pautadas pela articulação entre ensino, pesquisa e extensão.

mais critérios, úteis não só em Matemática como também em outros campos.

Assim, o presente trabalho, de cunho qualitativo, tem por objetivo apresentar algumas atividades para a abordagem da Combinatória com alunos 6 º ano do Ensino Fundamental.

Para a realização da pesquisa, temos como pergunta norteadora que tipo de situações podem ser utilizadas para discutir Combinatória no 6º ano do Ensino Fundamental?

Alegamos que, nesta pesquisa, não foi realizado um trabalho de campo, portanto as atividades aqui propostas não foram desenvolvidas com os alunos do Ensino Fundamental e assim não teremos uma discussão sobre a pergunta norteadora.

Quanto à estrutura do presente texto, iniciamos apresentando a metodologia utilizada, explorando o sentido da pesquisa qualitativa e da sua abordagem na Educação Matemática, que muitas vezes busca compreender, segundo Bicudo (2012), como os alunos constroem suas aprendizagens individualmente ou com os colegas, atribuindo a essa perspectiva a característica de indagar-se pelo que se busca através das investigações.

Em seguida, trazemos os conceitos e definições da Combinatória e sua importância ao ser trabalhada ainda nos anos iniciais. O raciocínio combinatório é um pensamento que leva um longo período para ser desenvolvido, logo, se faz necessário abordar o conteúdo de Combinatória de forma gradativa de modo que ao ingressar no Ensino Médio, a formalização da desse conteúdo seja mais compreensível e os alunos possam ter uma melhor compreensão.

Na sequência no trabalho apresentamos as atividades que foram elaboradas para a proposta. Algumas delas foram solicitadas a utilização do material manipulativo de modo que o aluno consiga perceber a relação do concreto e abstrato, porém o professor pode adequá-las de acordo com a sua realidade escolar. As atividades foram divididas em quatro grupos: produto cartesiano, permutação, arranjo e combinação.

Apresentamos uma análise sobre as atividades propostas e finalizamos o trabalho trazendo nossas considerações finais e referenciais.

2 METODOLOGIA

Em um de seus estudos sobre a pesquisa qualitativa, Garnica (2001) traz uma citação de Descartes (1971), em seu "*Regras para a Direção do Espírito"*, onde ele, Descartes, buscou, para a pesquisa, um método que fosse descrito com regras certas e preestabelecidas, reforçando a noção de um conhecimento verdadeiro e absoluto, propondo um modelo cartesiano que se chegasse ao verdadeiro conhecimento de tudo o que fosse possível conhecer. Porém, essa pretensão cartesiana, por mais que bastante conhecida e aceita, difere do significado e dos objetivos de uma pesquisa que seja qualitativa, de acordo com outros autores lidos.

A pesquisa qualitativa vem ganhando espaço em publicações acadêmicas pertencentes às diversas áreas do conhecimento e busca estudar a complexidade dos fenômenos. Segundo Garnica (2001), em abordagens qualitativas de pesquisa, não há modelos fixos, não há normatização absoluta, não há a segurança estática dos tratamentos numéricos, do suporte rigidamente exato. Nesse modo de pesquisa não se insiste em procedimentos sistemáticos, no que já é previsto ou estipulado, sendo que o caminhar da investigação segue a análise de dados produzidos.

Nesta pesquisa, de natureza qualitativa, a fonte direta de dados é o ambiente natural, que trata o pesquisador como principal instrumento de investigação. Para Bicudo (2012), a pesquisa qualitativa em educação permite colocar o sujeito do processo em relevo, de modo contextualizado cultural e socialmente, além de trabalhar concebendo-o sempre junto ao mundo. Ao coletar dados predominantemente descritivos, os investigadores qualitativos abordam o mundo de forma minuciosa, ou seja, essa abordagem exige que o mundo seja analisado com a ideia de que nada é trivial.

A pesquisa qualitativa é caracterizada como aquela que possui:

> (a)a transitoriedade de seus resultados; (b) a impossibilidade de uma hipótese *a priori*, cujo objetivo da pesquisa será comprovar ou refutar; (c) a não neutralidade do pesquisador que, no processo interpretativo, vale-se de suas perspectivas e filtros vivenciais prévios dos quais não consegue se desvencilhar; (d) que a constituição de suas compreensões dá-se não como resultado, mas numa trajetória em que essas mesmas compreensões e também os meios de obtê-las podem ser (re)configuradas; e (e) a impossibilidade de estabelecer regulamentações, em procedimentos sistemáticos, prévios, estáticos e generalistas (GARNICA, 2004 p. 86).

A princípio, não há um modo correto de pesquisar qualitativamente, o que significa dizer que não há um padrão de procedimentos a serem seguidos. Borba (2004) ressalta que as

características descritas acima não devem ser vistas como regras, o próprio entendimento do que é pesquisa qualitativa está em movimento e as noções acima levam a ênfases diferentes. Porém, Garnica (2001) defende que, na abordagem qualitativa, independentemente do método utilizado para assegurar a compreensão do fenômeno, é preciso que haja uma responsabilidade do pesquisador em relação ao pesquisado. Devem existir critérios que direcionem as ações organizando e ordenando o que é estudado.

A pesquisa qualitativa, como já ressaltado, vem ganhando espaço nas publicações acadêmicas, em especial na pesquisa em Educação Matemática. Conforme apresenta Bicudo (2012), alguns aspectos destacados para a utilização dessa modalidade são os epistemológicos e aqueles concernentes à concepção de educação e de ser humano em formação. Aspectos esses que se entrelaçam, apresentando uma complexidade específica dada à educação, evidenciando contextos de ensino, aprendizagem, políticas educacionais, ideologias, concepções de ciência, compreensões de história e de vida, possibilitando meios abrangentes e profundos para uma nova investigação.

Segundo Bicudo (2012), a pesquisa em Educação Matemática mostra-se na historicidade, na grande maioria das vezes, de maneira qualitativa. As respostas costumam não serem objetivas, os resultados não são contabilizados em números exatos, possibilitando um grande campo investigativo. Como exemplo, a busca por compreender os modos pelos quais os alunos constroem suas aprendizagens (de matemática), individualmente ou com os colegas, atribuindo a essa perspectiva a característica de indagar-se pelo que se busca através das investigações.

Assim, em uma pesquisa qualitativa, emergem aspectos subjetivos que levam a pensamentos não explícitos, mas que estão implícitos nas informações obtidas. Seu uso é recomendado quando se procura percepções naturais e entendimentos espontâneos sobre a questão que está sendo interrogada.

Ressalta-se que o olhar do pesquisador é que faz a articulação entre a teoria e os dados obtidos. Esses dados são confrontados com a teoria que embasa, promove e articula, o objeto estudado e a pesquisa. Abrangendo a Educação Matemática, é necessário fazer uso de uma metodologia que oriente o desenrolar dos dados, de forma coerente, pois estes devem ser considerados fatores que influenciam na conclusão do trabalho.

O presente trabalho trata-se de uma pesquisa qualitativa, tendo como base a BNCC (BRASIL, 2017) e os PCN (BRASIL, 1998). Esses documentos destacam a abordagem da Combinatória desde os anos iniciais, cujo foco deve ser o desenvolver o raciocínio combinatório por meio de problemas de contagem. Escolhemos trabalhar com alunos do 6º

ano do Ensino Fundamental, por esse o primeiro ano dos anos finais do Ensino Fundamental e também por ser o ano com alunos mais jovens que um graduado em Licenciatura em Matemática pode lecionar. anos finais.

No próximo capítulo abordaremos os conceitos e definições da Combinatória e sua importância ao ser trabalhada ainda no Ensino Fundamental.

3 COMBINATÓRIA

A Matemática se faz presente na vida dos indivíduos desde os tempos mais remotos, chegando à conclusão de que não se pode viver sem os seus conhecimentos, pois ela desempenha um papel fundamental em inúmeras atividades no âmbito da sociedade, desde uma simples compra de um produto a situações mais complexas do cotidiano.

Dentre os diferentes conteúdos matemáticos, no presente trabalho abordaremos a Combinatória. Os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN – (BRASIL, 1997) recomendam que os estudantes estejam em contato com situações combinatórias que envolvam arranjos, combinações e permutações e, especialmente, o uso do princípio fundamental de contagem. A Base Nacional Comum Curricular – BNCC – (BRASIL, 2017) enfatiza que os problemas de contagem envolvendo o raciocínio combinatório estejam presentes desde os anos iniciais do Ensino Fundamental.

A BNCC traz, em suas habilidades a importância e o objetivo ao se trabalhar com o ensino da Combinatória, das quais destacamos:

> (EM13MAT310) Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo agrupamentos ordenáveis ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore (BRASIL, 2017, p. 546).

As habilidades mencionadas, vão de encontro com o objetivo da pesquisa aqui presente, pois ao abordar problemas de Combinatória desde o Ensino Fundamental, pretende-se desenvolver desde cedo o raciocínio combinatório do aluno, a fim de compreender suas estratégias e formas de registro pessoais, de modo que o mesmo possa a adquirir um método sistemático e gradativo para a resolução dos problemas, visando uma posterior formalização no Ensino Médio.

As origens da Análise Combinatória são remotas e ocorreu ao longo dos anos. Segundo Souza (2010), sabe-se que o processo de contagem ocorreu devido a necessidade de controlar a quantidade de coisas que o homem possuía. Eles contavam uma a uma utilizando pedras, nós em cordas, mas quando esse número excedia os recursos possíveis que utilizavam para contar, alguns problemas do seu dia a dia não eram solucionados, surgindo a necessidade de outro método de contagem que, posteriormente, aparece a noção de agrupamentos de objetos de um conjunto, não tendo assim a necessidade de contá-los um a um.

Segundo Cardoso e Guirado (2007), ao longo do tempo, a Análise Combinatória

originou-se também no estudo dos jogos de azar, sofreu intensas mudanças e hoje seus métodos são aplicados em diversas áreas como no cálculo de probabilidades, em problemas de transporte, de confecção de horários, de elaboração de planos de produção, de economia, de lógica, etc.

A Combinatória estuda técnicas de contagem direta e implícita de agrupamentos possíveis, a partir de elementos dados, que satisfaçam a determinadas condições (BORBA, ROCHA, AZAVEDO, 2015). Segundo Morgado, Pitombeira de Carvalho, Carvalho e Fernandez (1991), a Análise Combinatória é a parte da Matemática que analisa estruturas e relações discretas, no qual apresenta dois tipos de problemas que ocorrem com mais frequência em seu estudo. São eles: 1) Demonstrar a existência de subconjuntos de elementos de um conjunto finito dado e que satisfazem certas condições; e 2) Contar ou classificar os subconjuntos de um conjunto finito e que satisfazem condições dadas.

> A combinatória nos permite quantificar conjuntos ou subconjuntos de objetos ou de situações, selecionados a partir de um conjunto dado, ou seja, a partir de determinadas estratégias ou de determinadas fórmulas, pode-se saber quantos elementos ou quantos eventos são possíveis numa dada situação, sem necessariamente ter que contá-los um a um (PESSOA e BORBA, 2010, p.2).

Os problemas típicos de Combinatória são os de permutação, arranjo, combinação e produto cartesiano que de forma direta ou indireta, solicitam possíveis agrupamentos que atendem a específicas formas de escolha e de ordenação de elementos de um ou mais de um conjunto (BORBA, 2013), no qual cada um apresenta suas características próprias e maneiras de organizar o raciocínio combinatório.

Segundo Borba (2013), os problemas do tipo produto cartesiano são determinados a partir da escolha de diferentes conjuntos; nos problemas de arranjo, os elementos são escolhidos a partir de um único conjunto, mas nem todos os elementos são escolhidos todas as vezes e a ordem de escolha desses elementos constituem novas possibilidades; nos problemas de combinação, alguns elementos de um único conjunto são escolhidos e a ordem dessa escolha não constituem novas possibilidades. Já os casos de permutação, que são tratados como casos particulares de arranjo, todos os elementos do conjunto dado são utilizados e podem ser ordenados de distintas maneiras. Para Borba (2013, p. 4), “cognitivamente falando, entretanto, estes são tipos de problemas distintos, pois nos arranjos os elementos não são todos utilizados na escolha de cada possibilidade e nas permutações todos os elementos são utilizados em cada uma das possibilidades”, o que esclarece a distinção entre esses dois tipos de problema.

O estudo da Combinatória a partir dos anos iniciais do Ensino Fundamental é essencial à formação do indivíduo. Por mais que os processos de contagem estejam presentes no nosso cotidiano, a Combinatória muitas vezes só é abordada no Ensino Médio, sendo um dos principais motivos pelo qual os alunos demostram dificuldade no assunto. Assim, seu ensino contínuo, além de preparar o aluno aos conceitos mais concretos nos anos posteriores, exerce um papel relevante no desenvolvimento da aprendizagem e do raciocínio matemático.

Este conteúdo deve ser ensinado de forma interativa entre o professor e seus alunos, Aquino (2010) ressalta que deve-se destacar as ideias em comum, reunindo novas formas de pensar e de interagir com as informações propostas, ou seja, o professor deve incentivar o educando a problematizar, a raciocinar, tendo seu aluno como sujeito ativo e participante do processo de ensino e aprendizagem.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) advertem que:

> (...) o emprego de problemas envolvendo combinatória leva o aluno, desde cedo, a desenvolver procedimentos básicos como a organização dos dados em tabelas, gráficos e diagramas, bem como a classificação de eventos segundo um ou mais critérios, úteis não só em Matemática como também em outros campos, o que reforça a argumentação dos defensores de seu uso desde as séries iniciais do ensino fundamental (BRASIL, 1998, p. 52).

Já a BNCC, adverte que, através do ensino de Probabilidade e Estatística:

> No Ensino Fundamental – Anos Finais, o estudo deve ser ampliado e aprofundado, por meio de atividades nas quais os alunos façam experimentos aleatórios e simulações para confrontar os resultados obtidos com a probabilidade teórica – probabilidade frequentista. A progressão dos conhecimentos se faz pelo aprimoramento da capacidade de enumeração dos elementos do espaço amostral, que está associada, também, aos problemas de contagem (BRASIL, 2017, p. 274).

Geralmente, em uma aula tradicional, os alunos costumam identificar fórmulas para resolver determinado problema, como consequência de talvez não terem participado de uma sistematização adequada do conteúdo anteriormente, a qual possibilita o processo de construção do raciocínio de forma progressiva em relação à complexibilidade dos problemas. Silva e Pessoa (2015) ressaltam que se o trabalho com a Combinatória não acontecer de forma sistemática desde cedo, esse tipo de método acaba influenciando os alunos a aplicarem os dados nas fórmulas e, quando se depararem com uma diversidade de problemas, não apresentaram um bom resultado, pois não conseguiram diferenciar a forma de resolução e o tipo de agrupamento. Os alunos conseguem desenvolver um raciocínio muito mais criativo e flexível ao, desde cedo, compreenderem os diferentes tipos de problemas combinatórios, em

vez de deixar essa aprendizagem para mais tarde, no Ensino Médio.

Silva e Pessoa (2015) defendem que quanto antes a Combinatória for introduzida aos alunos, mais consistente e significativa será sua compreensão e aprendizado. O raciocínio combinatório é muito importante para o raciocínio lógico matemático, além de ter relação com outras áreas do conhecimento, uma vez que sua aplicabilidade vai além da teoria e da sala de aula, por isso a necessidade de um trabalho com a temática desde a Educação Infantil.

O trabalho com Combinatória desde os anos iniciais pode facilitar a abordagem desse assunto no Ensino Médio, sem necessariamente formalizar o estudo. Segundo Almeida e Ferreira (2008), proporcionar ao aluno situações de discussões, dando-o a oportunidade de expor suas ideais, propor sugestões, questionar e refletir, faz com que ele não dê importância ao fato de errar e sim no que acarretou o erro, além de desenvolver sua autoconfiança para buscar novas alternativas ampliando sua autonomia e capacidade de argumentação, conforme destaca a habilidade

> (EF04MA08) Resolver, com o suporte de imagem e/ou material manipulável, problemas simples de contagem, como a determinação do número de agrupamentos possíveis ao se combinar cada elemento de uma coleção com todos os elementos de outra, utilizando estratégias e formas de registro pessoais (BRASIL, 2017, p. 291).

Os PCN (BRASIL, 1997) destacam que os alunos, ao chegarem à sala de aula, trazem diferenciadas ferramentas básicas para a aprendizagem matemática, por exemplo, classificar, ordenar, quantificar e medir. Tais ferramentas são desenvolvidas através das experiências que vivenciam em seu grupo sociocultural. A BNCC (BRASIL, 2017) ressalta também que, desde os anos iniciais, não se pode frear o entusiasmo e a curiosidade pela aprendizagem tão comum nessa etapa da escolaridade, muito menos os conhecimentos prévios dos alunos. Assim, ao abordar a Combinatória antes de sistematizar as fórmulas, que são apresentadas no segundo ano do Ensino Médio, os alunos desenvolvem o raciocínio combinatório ao longo dos anos de escolarização que, de modo geral, é muito importante para a aprendizagem e o entendimento matemático, sendo possível através desse processo verificar a compreensão dos alunos, suas facilidades, dificuldades e estratégias para a resolução de problemas de Combinatória.

A seguir apresentaremos algumas atividades que usam o material manipulativo ou não para a exploração e produção do conhecimento envolvendo a Combinatória.

4 AS ATIVIDADES

As atividades propostas nesse trabalho têm como finalidade abrir possibilidades ao professor de introduzir problemas que envolvam Combinatória desde o Ensino Fundamental. Tal qual entendemos ser possível, por meio de problemas de Combinatória, atribuir significados a conteúdos matemáticos que estão presentes no cotidiano, além de possibilitar a compreensão na formalização das fórmulas nos anos subsequentes.

Buscamos trazer atividades que exploram os conteúdos e habilidades propostas na BNCC (BRASIL, 2017) que visam a abordagem e o desenvolvimento do raciocínio combinatório por meio de diferentes atividades utilizando ou não o material manipulativo na resolução de problemas de produto cartesiano, arranjo, permutação e combinação.

4.1 PRODUTO CARTESIANO

As atividades propostas a seguir se caracterizam como produto cartesiano, pois segundo Borba (2013) os problemas desse tipo são determinados a partir da escolha de diferentes conjuntos, ou seja, o produto cartesiano revela uma relação entre dois conjuntos no qual é possível formar um terceiro conjunto a partir de todos os pares que se podem formar com o primeiro e segundo conjunto.

4.1.1 Atividade 1: “Vestindo a boneca”[2]

Julia vai sair com suas amigas e está decidindo qual roupa irá usar. Dentre as 2 camisetas, 2 saias e 2 pares de sapatos, quantos looks diferentes Julia pode montar?

[2] Adaptado de Arcanjo (2015)

Figura 1: Boneca, roupas e sapatos

Fonte: Google imagens (2020).

Para a realização da atividade, será necessário o seguinte material:

- Folhas de papel com figuras da boneca;
- Figuras das saias, camisetas e sapatos;
- Folha sulfite para registro das combinações;
- Tesoura;
- Lápis;
- Borracha.

Procedimentos metodológicos

Em grupos, os alunos receberão a imagem da boneca e as respectivas roupas para serem recortadas. Pede-se aos alunos que façam a composição dos diferentes looks através da manipulação do material e em seguida realizar os registros, da maneira que acharem melhor, cada look que conseguirem compor.

Após os registros, discute-se com os grupos os resultados encontrados e as estratégias que cada grupo utilizou para alcançar os resultados.

Quadro 1: Demonstração dos resultados da atividade “Vestindo a boneca”

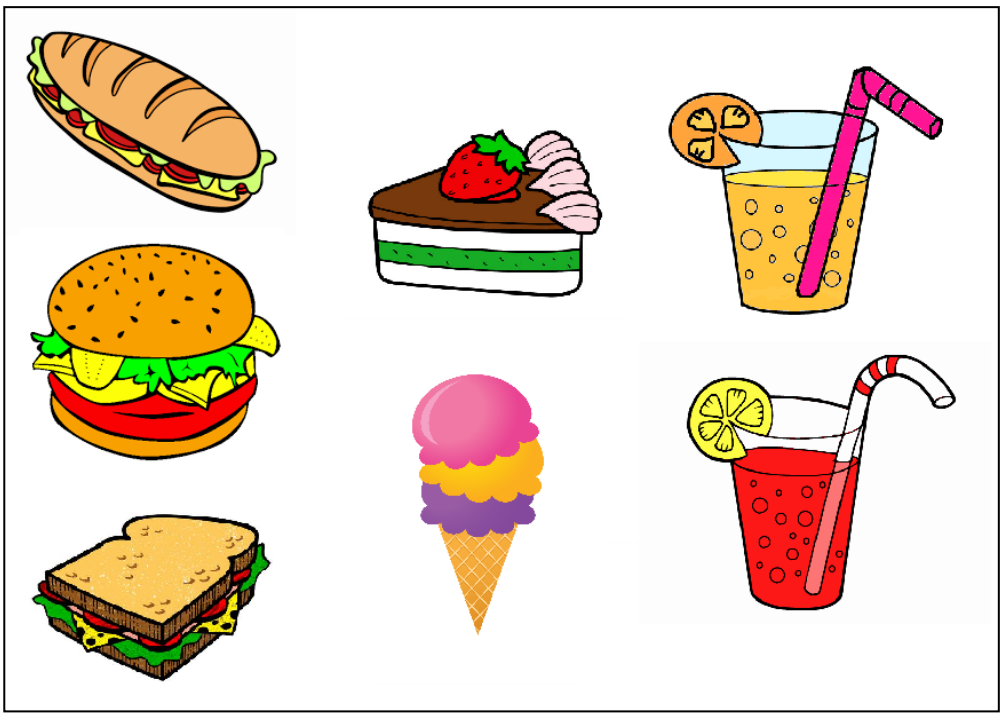
Camiseta	Saia	Sapato
Camiseta	Saia	Sapato
Camiseta	Saia	Sapato
Camiseta	Saia	Sapato
Camiseta	Saia	Sapato
Camiseta	Saia	Sapato
Camiseta	Saia	Sapato
Camiseta	Saia	Sapato

Fonte: Elaborado pela autora.

4.1.2 Atividade 2: “Lanchonete”[3]

Uma lanchonete tem uma promoção de combo com preço reduzido em que o cliente pode escolher dentre 3 tipos diferentes de sanduíches, 2 tipos de bebida e 2 tipo de sobremesa, um combo formado por 1 sanduíche, 1 bebida e 1 sobremesa. Quantos combos diferentes os clientes podem montar?

Figura 2: Sanduíches, bebidas e sobremesas



Fonte: Google imagens (2020).

[3] Adaptado de Quizlet https://quizlet.com/br/518114260/analise-combinatoria-questoes-de-revisao-flash-cards/

Para a realização da atividade, será necessário o seguinte material:

- Folhas de papel com figuras dos sanduíches, sobremesas e bebidas;
- Tesoura;
- Lápis;
- Borracha;
- Folha sulfite para registro.

Procedimentos metodológicos

Em grupo, os alunos receberão uma folha com as figuras dos sanduíches, sobremesas e bebidas para recorte. Pede-se para os alunos recortarem as figuras e que façam a composição dos combos possíveis de serem montados através da manipulação do material e em seguida, registrar da maneira que acharem melhor, o número de combinações possíveis.

Após os registros, discute-se com os grupos os resultados encontrados e as estratégias que cada grupo utilizou para alcançar os resultados.

Quadro 2: Demonstração dos resultados da atividade “Lanchonete”

Sanduiche 1	Suco 1	Sobremesa 1
Sanduiche 1	Suco 1	Sobremesa 2
Sanduiche 1	Suco 2	Sobremesa 1
Sanduiche 1	Suco 2	Sobremesa 2
Sanduiche 2	Suco 1	Sobremesa 1
Sanduiche 2	Suco 1	Sobremesa 2
Sanduiche 2	Suco 2	Sobremesa 1
Sanduiche 2	Suco 2	Sobremesa 2
Sanduiche 3	Suco 1	Sobremesa 1
Sanduiche 3	Suco 1	Sobremesa 2
Sanduiche 3	Suco 2	Sobremesa 1
Sanduiche 3	Suco 2	Sobremesa 2

Fonte: Elaborado pela autora.

4.2 ARRANJO

As atividades aqui propostas se caracterizam como Arranjo, pois segundo Borba (2013) nos problemas de arranjo, os elementos são escolhidos a partir de um único conjunto, mas nem todos constituem possibilidades de serem enumerados, ou seja, são agrupamentos formados com p elementos de um conjunto de n elementos nos quais a ordem de seus elementos faz diferença, mesmo que os elementos de dois arranjos sejam os mesmos, esses arranjos podem ser diferentes.

4.2.1 Atividade 1: “Algarismos”

Dadas as fichas abaixo, quantos números distintos de dois algarismos podemos formar com os algarismos 1, 2 e 5.

Figura 3: Fichas dos números

1	1	1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2	2	2
5	5	5	5	5	5	5	5

Fonte: Elaborado pela autora (2020).

Para a realização da atividade, será necessário o seguinte material:

- Ficha dos números para recorte;
- Tesoura.

Procedimentos metodológicos

Em grupo, os alunos recortaram as 24 fichas para recortar e compor números distintos de dois algarismos. O objetivo de trazer um número maior de fichas do que é possível combinar, é para evitar induzir o aluno a utilizar apenas as peças disponíveis que garantam as combinações, sem verificar se há necessidade ou não de utilizar mais fichas. Ao verificar que algumas fichas sobraram, as alunos poderão tentar fazer novas composições e irão perceber que provavelmente essas novas composições já terão sido feitas.

Após a manipulação do material, discute-se com os grupos os resultados encontrados e as estratégias que cada grupo utilizou para alcança-los.

Quadro 3: Demonstração dos resultados da atividade “Algarismos”

11	12	15
21	22	25
51	52	55

Fonte: Elaborado pela autora.

4.2.2 Atividade 2: “Representante e Vice”

Certo dia a professora do 6º ano resolveu nomear dois alunos da turma para serem o Representante e o Vice Representante da sala. Para que a escolha dos alunos fosse justa, a professora estabeleceu um critério: os alunos precisavam ter a maior frequência escolar naquele mês. Ao consultar o diário da classe, verificou que 4 alunos possuíam a maior frequência e poderiam ser nomeados representante e vice. Dentre os 4 alunos, Ana, Laura, João e Pedro, quantas combinações diferentes a professora pode formar?
Para a realização da atividade, será necessário o seguinte material:

- Lápis;
- Borracha;
- Folha sulfite para registro.

Procedimentos metodológicos

Em grupo, os alunos irão verificar as maneiras diferentes de determinar o Representante e Vice. Nessa atividade, sem a utilização do material manipulativo, o objetivo principal será a verificação das estratégias de registros utilizadas pelos alunos.

Quadro 4: Demonstração dos resultados da atividade “Representante e Vice”

Ana e Laura	Ana e Pedro	Ana e João
Laura e Ana	Laura e Pedro	Laura e João
Pedro e Ana	Pedro e Laura	Pedro e João
João e Ana	João e Laura	João e Pedro

Fonte: Elaborado pela autora.

4.3 PERMUTAÇÃO

As atividades aqui propostos se caracterizam Permutação, pois segundo Borba (2013), os casos de permutação são tratados como casos particulares de arranjo onde todos os elementos do conjunto dado são utilizados, todos os objetos podem ser arranjados em ordens diferentes.

4.3.1 Atividade 1: “Anagramas”

Quantos anagramas[4] diferentes podemos formar (com ou sem sentido) usando as letras da palavra LUA, RUA, NOS, ELA, PIA, SOL, RIO

Para a realização da atividade, será necessário o seguinte material:

- Ficha com as letras das palavras;
- Folha sulfite para registro.

Procedimentos metodológicos

Nessa atividade, cada grupo receberá uma palavra diferente de três letras para manipular as fichas e registrar os anagramas construídos em uma folha sulfite. Após a manipulação do material, discute-se com os grupos os resultados encontrados e as estratégias que cada grupo utilizou para alcança-los.

A seguir trazemos a resolução de uma das palavras escolhida como exemplo:

Quadro 5: Demonstração dos resultados da atividade “Anagramas”

LUA	**LAU**
ULA	**UAL**
ALU	**AUL**

Fonte: Elaborado pela autora.

[4] Anagrama: transposição de letras de palavra ou frase para formar outra palavra ou frase diferente

4.3.2 Atividade 2: “Verdes, azuis e vermelhinhas”[5]

O livro “Verdes, azuis e vermelhinhas” (DIAS, 2009) conta a história de Belinha, uma menina que gosta de visitar o trabalho do papai, principalmente por causa de um pote cheio de bolas de várias cores (azuis, verdes e vermelhas) que ele guarda em cima do armário. Ela brinca e se diverte muito sozinha ou com os amigos do papai, até que um dia, ao brincar, o pote de bolinhas tomba fazendo com que todas se espalhem pelo chão da sala.
Para a realização da atividade, será necessário o seguinte material:

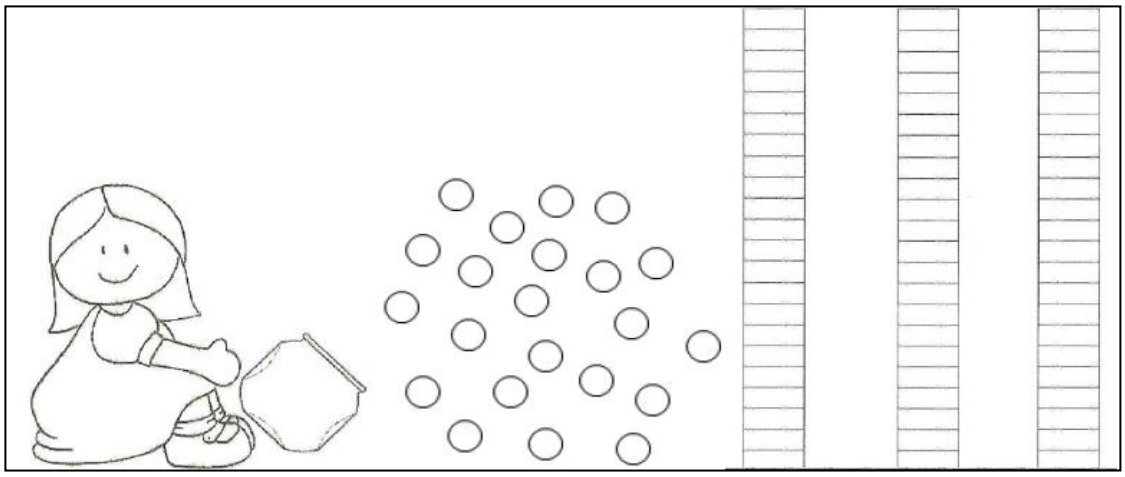
- Lápis de cor

Procedimentos metodológicos

Nessa atividade, individualmente, cada aluno receberá uma folha da atividade “Azuis, verdes e vermelhinhas” para pintar as bolinhas como quiserem, considerando as três cores. Depois de pintada as bolinhas, os alunos deverão pintar as colunas considerando uma coluna para cada cor e as frequências correspondentes.

Para a exploração da Combinatória, pede-se para os alunos verificarem e construir as possíveis sequências que podem ser formadas com as colunas nas cores azul, verde e vermelho.

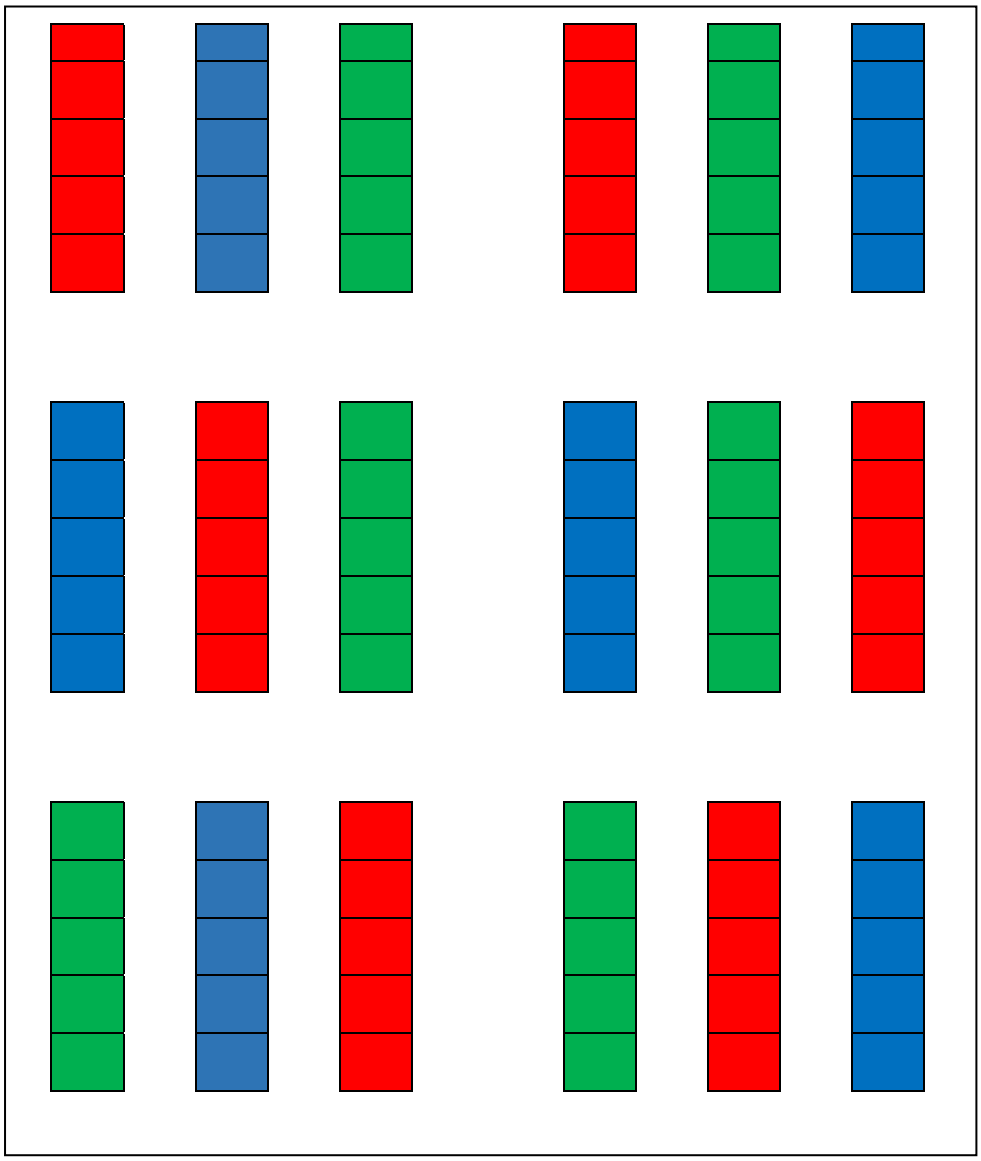
Figura 4: Modelo para a atividade “Verdes, azuis e vermelhinhas”



Fonte: Souza (2013).

[5] Adaptada de Souza (2013)

Quadro 6: Demonstração dos resultados da atividade “Verdes, Azuis e Vermelhinhas”



Fonte: Elaborado pela autora.

4.4 COMBINAÇÃO

As atividades aqui propostas se caracterizam como Combinação, pois segundo Borba (2013), nos problemas de combinação, alguns elementos de um único conjunto são escolhidos e a ordem dessa escolha não constituem novas possibilidades. Em situações em que a ordem de grande é pequena, pode-se utilizar diferentes procedimentos de resolução, com contextos pertinentes, envolvendo diferentes tipos de problemas combinatórios.

4.4.1 Atividade 1: “Desejos”[6]

Um jovem garoto herda de sua avó uma lâmpada mágica, de onde sai o gênio Crodomiro. O garoto pode pedir que sejam realizados apenas dois desejos para o gênio, porém ele deseja várias coisas. Os desejos do garoto são: Carrão, Casar com Lúcia, Mansão e Viajar muito. Quais as combinações possíveis o gênio pode fazer para realizar os desejos do garoto? Lembrando que o gênio realizará apenas dois desejos.
Para a realização da atividade, será necessário o seguinte material:

- Imagens dos desejos para recorte;
- Folha sulfite para registro;
- Tesoura;
- Lápis;
- Borracha.

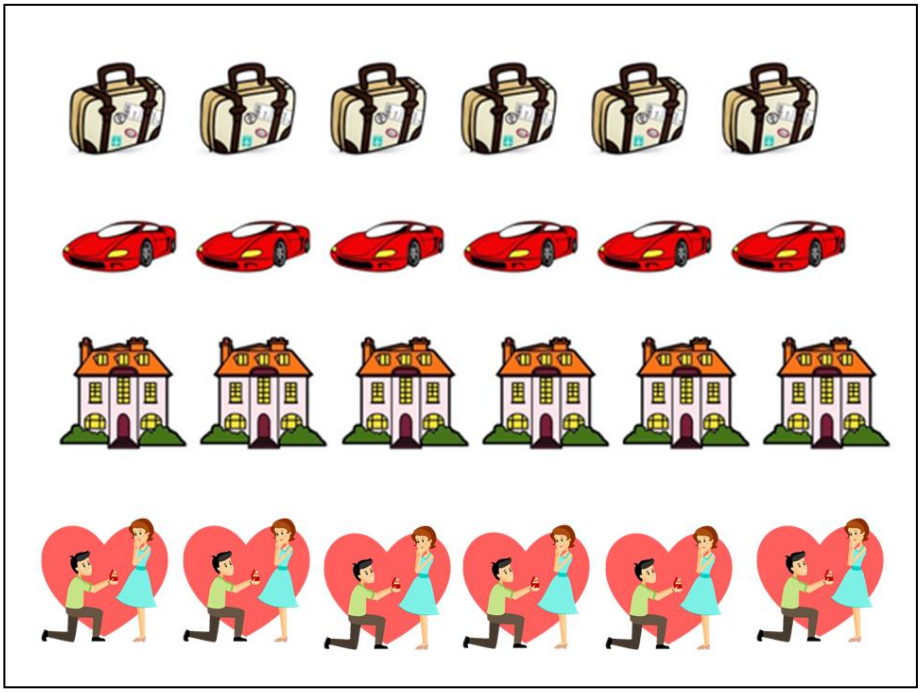
Procedimentos metodológicos

Em grupo, os alunos recortarão as 24 imagens dos desejos para compor as combinações possíveis que o gênio pode fazer para realizar os desejos do garoto. O objetivo de trazer um números maior de imagens dos desejos do que é possível combinar, é para evitar induzir o aluno a utilizar apenas as peças disponíveis que garantam as combinações, sem verificar se há necessidade ou não de utilizar mais imagens. Ao verificar que algumas imagens sobraram, ao alunos tentaram fazer novas composições e irão perceber que provavelmente essas novas composições já terão sido feitas.

Após a manipulação do material, discute-se com os grupos os resultados encontrados e as estratégias que cada grupo utilizou para alcança-los.

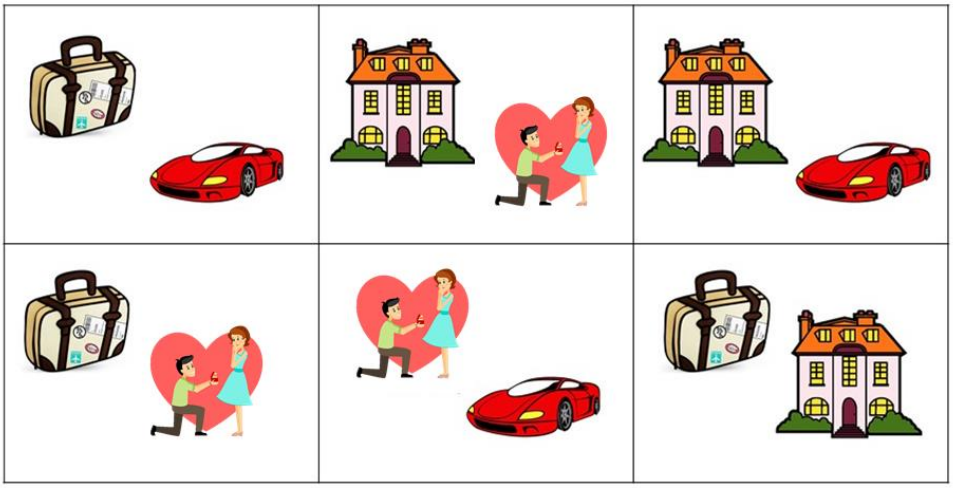
[6] Adaptado de https://m3.ime.unicamp.br

Figura 5: Desejos



Fonte: Google imagens (2020).

Quadro 7: Demonstração dos resultados da atividade “Desejos”



Fonte: Elaborado pela autora.

4.4.2 Atividade 2: “Futebol”

Mônica e seus amigos resolveram montar um time de futebol. A estratégia do técnico do time é colocar dois atacantes para que as chances de marcarem um gol sejam maiores. Mônica, Cascão, Magali, Cebolinha, Pelezinho e Ronaldinho Gaúcho são os atacantes do time. Se o técnico irá escolher dois, quantas combinações diferentes ele

pode fazer para escalar os atacantes?

Para a realização da atividade, será necessário o seguinte material:

- Imagem dos jogadores para recorte;
- Tesoura;
- Lápis;
- Borracha;
- Folha sulfite para registro.

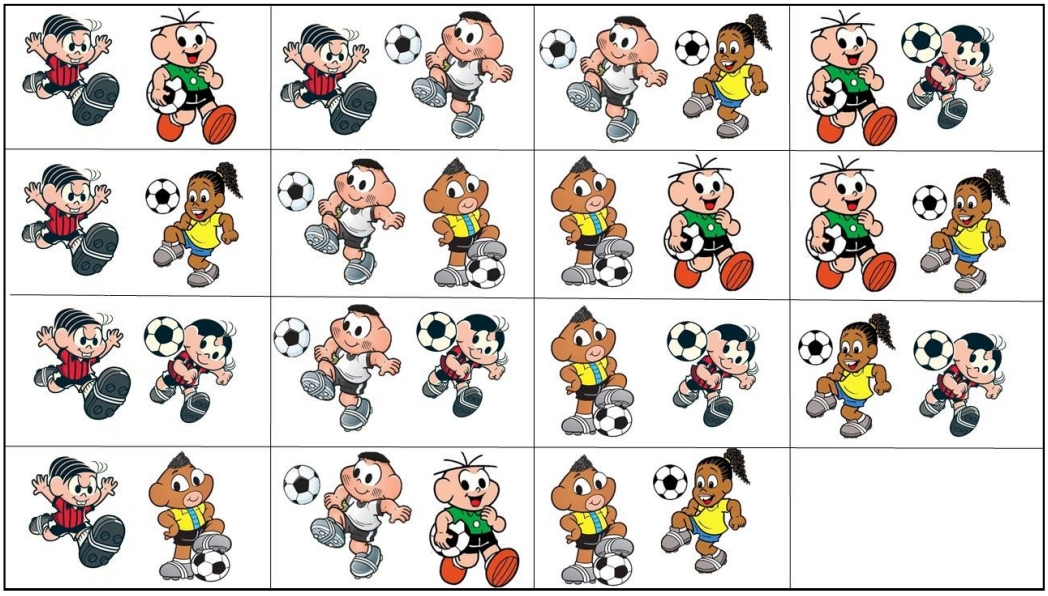
Procedimentos metodológicos

Em grupos, os alunos receberão a folha com a imagem dos jogadores para recorte e poderão utilizar a estratégia que acharem mais coerente para fazer as combinações possíveis.

Figura 6: Atacantes

Fonte: Google imagens (2020).

Quadro 8: Demonstração dos resultados da atividade “Futebol”



Fonte: Elaborado pela autora.

5 ANÁLISE DAS ATIVIDADES

O trabalho aqui proposto tem como objetivo apresentar atividades que contemplam o ensino de Combinatória tendo como base os PCN (BRASIL, 1998) e principalmente a BNCC (BRASIL, 2017), explorando suas habilidades a fim de justificar a abordagem desse conteúdo desde os anos iniciais.

A Análise Combinatória na maioria das vezes pode ser definida como o estudo das combinações, arranjos e permutação segundo Morgado, Pitombeira de Carvalho, Carvalho e Fernandez (1991), porém, embora os problemas de arranjo, combinação, permutação e produto cartesiano façam parte da Análise Combinatória, são conceitos que permitem resolver um tipo de problema: os de contagem.

A BNCC (BRASIL, 2017) traz em seu documento habilidades que contemplam o ensino de problemas que envolvam contagem por meio de material manipulativo ou não e estratégias diversas, porém trata do assunto de maneira geral, sem mencionar os tipos de problemas de contagem separadamente.

Embora o currículo da Educação Infantil ao Ensino Médio não contemplem todos esses tipos de problemas combinatórios, há situações que exigem do aluno um conhecimento mais amplo para reconhecer os diferentes tipos e a BNCC (BRASIL, 2017) deixa bem claro a importância de se trabalhar com essa temática desde os ano iniciais até o Ensino Médio e de forma gradativa:

> Os problemas de contagem, por exemplo, devem, inicialmente, estar restritos àqueles cujas soluções podem ser obtidas pela descrição de todos os casos possíveis, mediante a utilização de esquemas ou diagramas, e, posteriormente, àqueles cuja resolução depende da aplicação dos princípios multiplicativo e aditivo e do princípio da casa dos pombos. (BRASIL, 2017, p. 271)

A contagem está presente na vida do aluno em muitos aspectos, desde a contagem de uma rotina à problemas mais complexos. Ela é uma habilidade essencial para todo o conhecimento numérico que pode trazer benefícios a outros conceitos matemáticos.

Rocha (2011) ressalta que trabalhar o processo de construção do raciocínio combinatório promove o desenvolvimento de organização de dados e escolhas em diversas situações do dia a dia constituindo um instrumento importante na formação da cidadania.

Assim, o papel da contagem é de extrema importância para o desenvolvimento do raciocínio matemático e, ao ser trabalhado desde os anos inicias, pode facilitar a compreensão dos alunos nos anos subsequentes, sem serem meros aplicadores de fórmulas, pois as práticas

no ensino de Combinatória, muitas vezes, segundo Rocha (2011) é incentivada pelo uso abusivo de fórmulas, retirando o sentido das situações e apresentando apenas uma possível representação.

Com isso, as atividades aqui propostas para o 6º ano do Ensino Fundamental, mas que podem ser adequadas a outros anos, reforçam as diferentes estratégias que os alunos podem recorrer para resolverem sem a utilização de fórmulas, explorando seu raciocínio combinatório e desenvolvimento em relação aos problemas de contagem.

6 CONCLUSÃO

Neste trabalho buscamos ressaltar a importância de se trabalhar a Combinatória desde os anos iniciais da Educação Básica. Apresentamos algumas atividades que utilizam materiais manipulativos, ou não, abordando os principais problemas de Combinatória: produto cartesiano, arranjo, permutação e combinação a partir de situações-problemas contextualizadas, levando os alunos a compreenderem e atribuírem significado ao que estudam.

O estudo da Combinatória ou Análise Combinatória, segundo Gonçalves (2014) tem um foco maior a partir do Ensino Médio, o que acaba acarretando muitas dúvidas e dificuldades aos alunos por não terem um contato maior sobre o assunto nos anos anteriores. A BNCC (BRASIL, 2017) e o PCN (BRASIL, 1998) defendem que as abordagens de problemas de Combinatória devem ser realizadas de forma gradativa explorando diferentes estratégias utilizadas pelos alunos até a formalização do conteúdo e formulas no Ensino Médio, o que contribui para que o aluno reconheça os diferentes tipos de agrupamentos e qual utilizar, além de desenvolver o raciocínio combinatório para procedimentos básicos como a organização de dados, classificação de eventos que são uteis não só em Matemática mas também em outros campos.

O trabalho focou em possibilidades de se trabalhar em sala de aula com a Combinatória com alunos do 6º ano do Ensino Fundamental, no qual teve como objetivo, propor situações variadas e contextualizadas que possam ser discutidas, colocadas em prática e adaptadas, a fim de auxiliar o aluno no seu momento de construção do conhecimento utilizando ferramentas que estimulem, amparem e que com a mediação do professor, possam construir a formalização de conceitos mais rapidamente e de maneira eficaz, além de desenvolverem suas próprias estratégias de registro e resolução.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, A. L.; FERREIRA, A. C. Aprendendo análise combinatória através da resolução de problemas: um estudo com classes de 9º ano do Ensino Fundamental e 2º ano do Ensino Médio. *In*: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12., 2008, Rio Claro. **Anais** [...]. Rio Claro, 2008. Educação Matemática: possibilidadesde interlocução.

ARCANJO, L. V. R. **Proposta de jogos como estratégia de ensino para o estudo do princípio fundamental da contagem no ensino fundamental**. 2015. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal do Amapá, PROFMAT, Macapá, 2015.

AQUINO, C. A. **Introduzindo o pensamento combinatório aos anos finais do Ensino Fundamental**: uma proposta de ensino. 2013. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT) – Universidade Federal do Vale do São Francisco, Campus Juazeiro, Juazeiro, 2013.

BICUDO, M. A. V. A pesquisa em educação matemática: a prevalência da abordagem qualitativa. **Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia**, v. 5, n. 2, p. 15-16, mai/ago.2012.

BORBA, R.. Vamos combinar, arranjar e permutar: aprendendo combinatória desde os anos iniciais. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 11., 2013, Curitiba- PR. **Anais** [...]. Curitiba- PR, 2013. p. 1-15.

BORBA, R.; ROCHA, C. A.; AZEVEDO, J. Estudos em raciocínio combinatório: investigações e práticas de ensino na educação básica. **Bolema:** Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, v. 29, p. 1348-1368, 2015.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular**: educação infantil e ensino fundamental.Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2017.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**: matemática. (3º e 4º ciclos do ensino fundamental). Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais** : matemática. Brasília : MEC/SEF, 1997.

CARDOSO. E. R.; GUIRADO, J. C. Análise combinatória: da manipulação à formalização de conceitos. *In*: ENCONTRO PARANAENSE DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 9., 2007, Assis Chateaubriand. **Anais** [...]. Assis Chateaubriand, 2007.

DIAS, V. L. **Verdes, azuis e vermelhinhas**. São Paulo: Elementar, 2009.

GARNICA, A. V. M. Pesquisa qualitativa e educação (matemática): de regulações, regulamentos, tempos e depoimentos. **Mimesis**, Bauru, v. 22, n. 1, p. 35-48, 2001.

GARNICA, A. V. M. **História oral e educação matemática**. *In*: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J.

L. (org.) **Pesquisa qualitativa em educação matemática**. Belo Horizonte:Autêntica, 2004.

GOOGLE CHROME. **Bolo desenho.** Disponível em: https://galeria.colorir.com/comida/lacteos-e-sobremesas/bolo-de-morango-pintado-por-ikalline-1034390.html. Acesso em: 30 nov. 2020.

GOOGLE CHROME. **Bonecos de papel para vestir**. Disponível em: https://br.pinterest.com/pin/352617845815042600/. Acesso em: 30 nov. 2020.

GOOGLE CHROME. **Camiseta desenho para colorir**. Disponível em: https://br.pinterest.com/pin/703476404287103321/. Acesso em: 30 nov. 2020.

GOOGLE CHROME. **Cebolinha**. Disponível em: https://www.pinterest.co.kr/pin/471963235952434463/?amp_client_id=CLIENT_ID(_)&mweb_unauth_id={{default.session}}&from_amp_pin_page=true. Acesso em: 4 fev. 2021.

GOOGLE CHROME. **Desenho carro Ferrari**. Disponível em: https://galeria.colorir.com/veiculos/carros/carro-esportivo-pintado-por-matheus150-1019690.html. Acesso em: 14 dez. 2020.

GOOGLE CHROME. **Desenho copo de refrigerante**. Disponível em: https://galeria.colorir.com/comida/bebidas/copo-de-refrigerante-pintado-por--1482477.html. Acesso em: 30 nov. 2020.

GOOGLE CHROME. **Desenho mala**. Disponível em: https://www.pinterest.pt/pin/758293655982084403/. Acesso em: 14 dez. 2020

GOOGLE CHROME. **Desenho mansão**. Disponível em: https://galeria.colorir.com/edificios/casas/mansao-pintado-por-imshampoo-1126555.html. Acesso em: 14 dez. 2020.

GOOGLE CHROME. **Desenho suco de laranja**. Disponível em: https://gartic.com.br/fabicmoraes/desenho-livre/suco-de-laranja. Acesso em: 30 nov. 2020.

GOOGLE CHROME. **Lanches desenho**. Disponível em: https://br.pinterest.com/tecfacil60/lanches/. Acesso em: 30 nov. 2020.

GOOGLE CHROME. **Pedido de casamento desenho**. Disponível em: https://pt.depositphotos.com/vector-images/pedido-de-casamento.html. Acesso em: 14 dez. 2020.

GOOGLE CHROME. **Ronaldinho Gaúcho turma da Mônica**. Disponível em: https://www.metropoles.com/esportes/futebol/hoje-tem-gabigol-no-gibi-mauricio-de-sousa-desenha-o-artilheiro. Acesso em: 4 fev. 2021.

GOOGLE CHROME. **Saia desenho**. Disponível em: https://www.gratispng.com/png-8ba58y/. Acesso em: 30 nov. 2020.

GOOGLE CHROME. **Sanduiche desenho**. Disponível em: https://galeria.colorir.com/comida/pao-e-pasta/sanduiche-integral-pintado-por-- 1399879.html.

Acesso em: 30 nov. 2020.

GOOGLE CHROME. **Sanduiche desenho**. Disponível em: https://pt.vecteezy.com/arte-vetorial/553788-illlustration-de-vetor-de-desenhos-animados-de-sanduiche. Acesso em: 30 nov. 2020.

GOOGLE CHROME. **Sorvete desenho**. Disponível em: https://br.pinterest.com/pin/626844841865045401/. Acesso em: 30 nov. 2020.

GOOGLE CHROME. **Turma da Mônica futebol**. Disponível em: https://atarde.uol.com.br/cultura/noticias/2060082-turma-da-monica-faz-homenagem-para-a-copa-do-mundo-de-futebol-feminino. Acesso em: 4 fev. 2021.

GOOGLE CHROME. **Turma da Mônica futebol**. Disponível em: https://monica.fandom.com/pt-br/wiki/Pelezinho. Acesso em: 4 fev. 2021.

GOOGLE CHROME. **Turma da Mônica futebol**. Disponível em: http://turmadamonica.uol.com.br/donasdarua/soccer-camp.php. Acesso em: 4 fev. 2021.

GONÇALVES, R. R. S. **Uma abordagem alternativa para o ensino de análise combinatória no ensino médio**. 2014. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, Programa de Mestrado Profissional em Matemática, Rio de Janeiro, 2014.

MORGADO, A. *et al*. **Análise combinatória e probabilidade**. Rio de Janeiro: Graftex, 1991.

PESSOA, C.; BORBA, R. O desenvolvimento do raciocínio combinatório na escolarização básica. **Em teia**: Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana, v.1, n.1. 2010.

ROCHA, C. A. **Formação docente e o ensino de problemas combinatórios**: diversos olhares, diferentes conhecimentos. 2011. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica) – Universidade Federal de Pernambuco, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Recife, 2011.

SILVA, M. C.; PESSOA, C. A. S. A combinatória: estado da arte em anais de eventos científicos nacionais e internacionais ocorridos no Brasil de 2009 a 2013. **Educação Matemática Pesquisa**, v. 17, p. 670-693, 2015.

SOUZA, A. C. P. **Análise combinatória no ensino médio apoiada na metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática através da resolução de problemas**. 2010. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, 2010.

SOUZA, A. C. **O desenvolvimento profissional de educadoras da infância**: uma aproximação à educação estatística. 2013. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Cruzeiro do Sul, São Paulo, 2013.