

unesp 

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica

**CONTROLE ATIVO DE VIBRAÇÃO DE
ROTORES EM CONDIÇÕES DE
VELOCIDADES CRÍTICAS**

SANDRA APARECIDA HIPÓLITO

1210001685



MILS

Ilha Solteira - SP





UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA

Controle Ativo de Vibração de Rotores em Condições de Velocidades Críticas

Sandra Aparecida Hipólito

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, como parte dos requisitos exigidos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Luiz de Paula do Nascimento

Ilha Solteira, Dezembro de 2005.

un 001368963

copy 455774
sys 59618

BCpIS - FEIS • UNESP



FICHA CATALOGRÁFICA

Elaborada pela Seção Técnica de Aquisição e Tratamento da Informação/Serviço Técnico de Biblioteca e Documentação da UNESP-Ilha Solteira

Hipólito, Sandra Aparecida

H667c Controle ativo de vibração de rotores em condições de velocidades críticas / Sandra Aparecida Hipólito . – Ilha Solteira : [s.n.], 2005
125p.

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, 2005

Orientador: Luiz de Paula do Nascimento

Bibliografia: p. 121-125

650 690 690
1. Rotores - Dinâmica. 2. Mancais magnéticos ativos. 3. Controle ativo.

30503000



CERTIFICADO DE APROVAÇÃO

TÍTULO: CONTROLE ATIVO DE VIBRAÇÃO DE ROTORES EM CONDIÇÕES DE VELOCIDADES CRÍTICAS

AUTORA: SANDRA APARECIDA HIPOLITO
ORIENTADOR: Prof. Dr. LUIZ DE PAULA DO NASCIMENTO

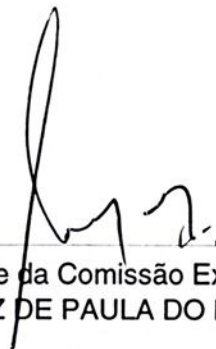
Aprovada como parte das exigências para obtenção do Título de MESTRE em ENGENHARIA MECÂNICA pela Comissão Examinadora:

Prof. Dr. LUIZ DE PAULA DO NASCIMENTO
 Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. ADYLES ARATO JUNIOR
 Departamento de Engenharia Mecânica / Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira

Prof. Dr. PABLO SIQUEIRA MEIRELLES
 Departamento de Mecânica Computacional da UNICAMP - Campinas-SP

Data da realização: 02 de dezembro de 2005.



Presidente da Comissão Examinadora
 Prof. Dr. LUIZ DE PAULA DO NASCIMENTO

UNESP - "CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA"	
SERVIÇO TÉC. DE BIBLIOTECA E DOCUMENTAÇÃO	
DATA DE CHEGADA	DATA DE TOMBO
02.02.06	28.04.06
REGISTRADO POR	TOMBO
Ailza	Tr. 1685
AQUISIÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
Wesley Autor R.H.10.00	H667c



BCpIS - FEIS - UNESP

A Deus, aos meus pais Nadir e José, ao meu
irmão Reinaldo e ao meu namorado Jorge.

BCpIS - FEIS - UNESP



AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por iluminar meus caminhos, meus pensamentos e por estar sempre presente em minha vida guiando meus passos.

Ao meu estimado e dedicado professor e orientador Dr. Luiz de Paula do Nascimento pela amizade, pelos valiosos ensinamentos, pela paciência e pela orientação que me deram suporte para a realização deste trabalho. Meu muito obrigada especial.

Aos professores Dr. Gilberto Pechoto de Melo e Dr. Adyles Arato Júnior pelas valiosas discussões e sugestões.

A todos os professores e funcionários do Departamento de Engenharia Mecânica, que de forma direta ou indireta, colaboraram para a realização deste trabalho.

À minha mãe Nadir pelos exemplos de honestidade e dignidade, pelo sacrifício, amor e dedicação durante toda a minha vida. Que cada uma das minhas conquistas seja a realização de seus próprios sonhos.

Ao meu irmão Reinaldo, ao meu pai José e aos meus avós Maria e João pela ajuda direta e indireta em todos os aspectos da minha vida.

Ao meu namorado Jorge pelo carinho, amor, apoio e compreensão em todos os momentos.

Aos amigos Marcos Donisete, Romildo, Edlene, Arlete, Jussara, Ivone, Katia e demais amigos e amigas, que apesar de não mencionados, nunca serão esquecidos.

A todos muito obrigada e minha eterna gratidão.

“O valor das coisas não está no tempo em que elas duram, mas na intensidade com que acontecem. Por isso existem momentos inesquecíveis, coisas inexplicáveis e pessoas incomparáveis.”

(Fernando Pessoa)



RESUMO

HIPÓLITO, S. A. **Controle ativo de vibração de rotores em condições de velocidades críticas.** Dissertação de Mestrado. Faculdade de Engenharia – Campus de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2005.

Neste trabalho apresenta-se uma análise teórica do desempenho de um sistema de controle ativo de vibrações de rotores utilizando mancais magnéticos. Trata-se de uma alternativa de controle ativo de vibrações de rotores onde um sistema adaptativo “*feedforward*” é empregado sobreposto ao sistema de controle “*feedback*” dos mancais magnéticos. O desempenho de várias alternativas de controle foi analisado, tanto em termos de vibração global como em vibração local do rotor, considerando o efeito da posição e do número de sensores de erro, bem como da posição dos atuadores sobre a redução da resposta ao desbalanceamento em condições de velocidades críticas. O sistema de controle foi aplicado em um modelo teórico de rotor desenvolvido pelo método da matriz de impedância.

Palavras-chave: Mancais Magnéticos Ativos, Controle Ativo, Dinâmica de Rotores.



ABSTRACT

HIPÓLITO, S. A. **Active control of vibration of rotors in critical speed conditions**. Master's Thesis. Faculdade de Engenharia – Campus de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2005.

In this work a theoretical analysis of the performance of a system which actively controls vibrations of rotors using magnetic bearings is presented. The proposed system of control is an alternative of active control of rotor vibrations in which an adaptive feedforward system superimposed on the feedback control system of the magnetic bearings is used. The performance of several control alternatives was analyzed, in terms of global vibration as in terms of local vibration of the rotor, considering the effect of the position and number of error sensors, as well as of the position of the actuators on the reduction of the unbalance response in critical speeds. The control system was applied in a theoretical rotor model developed by the matrix impedance method.

Key-words: Active Magnetic Bearing, Active Control, Rotor Dynamics.



LISTA DE SÍMBOLOS

H	Campo magnético
N	Número de espiras
i	Corrente elétrica
L	Comprimento do caminho magnético
ϕ	Fluxo magnético
B	Densidade de fluxo
A_g	Área da face do pólo
g	Folga entre o rotor e o estator
μ_0	Permeabilidade do espaço livre
ε	Fator geométrico de correção
B_b	Densidade de fluxo permanente
B_p	Densidade de fluxo de perturbação
i_b	Corrente permanente
i_p	Corrente de perturbação (ou de controle)
g_0	Espessura nominal da folga
K_i	Rigidez de corrente
K_x	Rigidez de posição
K_{eq}	Rigidez equivalente
C_{eq}	Amortecimento equivalente
G	Função de transferência global do sistema
a_G	Parte real da função de transferência global do sistema
b_G	Parte imaginária da função de transferência global do sistema
SS	Função de transferência do sensor de posição
LP	Função de transferência do filtro passa baixa
PID	Função de transferência do filtro PID

\mathbf{u}_m	Vetor velocidade dos pontos nodais
\mathbf{u}_{i_a}	Vetor velocidade antes da aplicação do controle
\mathbf{u}_{i_d}	Vetor velocidade depois da aplicação do controle
\mathbf{f}_r	Vetor da força de reação nos pontos nodais
\mathbf{f}_j	Vetor das forças externas
\mathbf{f}_c	Vetor das forças de controle secundárias
\mathbf{f}_p	Vetor das forças de perturbação primárias
\mathbf{e}	Vetor de erro

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	21
2. ATUADORES MAGNÉTICOS.....	25
2.1. INTRODUÇÃO.....	25
2.2. TEORIA BÁSICA.....	26
2.3. CIRCUITO DE CONTROLE (“ <i>FEEDBACK</i> ”).....	33
2.3.1. SENSOR DE POSIÇÃO.....	35
2.3.2. FILTRO PASSA BAIXA.....	35
2.3.3. FILTRO PROPORCIONAL, INTEGRAL E DERIVATIVO (PID FILTRO).....	36
2.3.4. AMPLIFICADOR DE POTÊNCIA.....	36
2.4. MODELO MATEMÁTICO DO SISTEMA ROTOR-MANCAL MAGNÉTICO.....	37
2.5. RIGIDEZ E AMORTECIMENTO EQUIVALENTES.....	38
3. CONTROLE ATIVO DE VIBRAÇÕES.....	41
3.1. INTRODUÇÃO.....	41
3.2. CONTROLE ATIVO TIPO “ <i>FEEDBACK</i> ”.....	42
3.2.1. RESPOSTA DE UM SISTEMA DE UM GRAU DE LIBERDADE COM CONTROLE “ <i>FEEDBACK</i> ”.....	45
3.2.2. CONTROLE “ <i>FEEDBACK</i> ” USANDO VARIÁVEIS DE ESTADO.....	48
3.2.3. CONTROLE ÓTIMO.....	51
3.3. CONTROLE ATIVO TIPO “ <i>FEEDFORWARD</i> ”.....	53
3.3.1. CONTROLADOR DIGITAL ADAPTATIVO.....	57
3.3.2. CONTROLADORES ADAPTATIVOS MULTICANAIS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA.....	63
3.3.3. CONTROLADORES ADAPTATIVOS MULTICANAIS NO DOMÍNIO DO TEMPO.....	67
4. MODELO TEÓRICO.....	73



4.1. INTRODUÇÃO.....	73
4.2. TEORIA BÁSICA DA MODELAGEM MATEMÁTICA.....	74
4.3. CONTROLE ATIVO ÓTIMO.....	79
4.4. DESCRIÇÃO DO ROTOR TEÓRICO PARA ANÁLISE.....	81
5. ANÁLISE DO CONTROLE ATIVO DE VIBRAÇÃO DO ROTOR.....	85
5.1. INTRODUÇÃO.....	85
5.2. ANÁLISE DO DESEMPENHO DOS ATUADORES.....	86
5.3. ESTRATÉGIA DE CONTROLE USANDO UM ATUADOR E UM SENSOR DE ERRO.....	87
5.3.1. ROTOR COM MASSAS DESBALANCEADAS EM FASE.....	88
5.3.2. ROTOR COM MASSAS DESBALANCEADAS EM OPOSIÇÃO DE FASE.....	97
5.3.3. ROTOR COM MASSAS DESBALANCEADAS SIGNIFICATIVAMENTE DIFERENTES.....	104
5.4. ESTRATÉGIA DE CONTROLE USANDO UM ATUADOR E DOIS SENSORES DE ERRO.....	107
5.5. ESTRATÉGIA DE CONTROLE USANDO UM ATUADOR E TRÊS SENSORES DE ERRO.....	112
5.6. ESTRATÉGIA DE CONTROLE USANDO DOIS ATUADORES E DOIS SENSORES DE ERRO....	114
6. CONCLUSÕES GERAIS E PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS.....	117
6.1. CONCLUSÕES GERAIS.....	117
6.2. PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS.....	119
7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	121

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Os mancais magnéticos ativos são mecanismos que suportam eixos rotativos por levitação em um campo magnético. Os princípios básicos de funcionamento de um mancal magnético ativo podem ser encontrados nos trabalhos de Nascimento (2002) e de Allaire *et al.* (1993). Atualmente a tecnologia dos mancais magnéticos têm sido testada em várias aplicações, resultando assim, em diversas publicações envolvendo este mecanismo, como Kasarda (2000), Ji *et al.* (2003), Auchet *et al.* (2004) e Khanfir *et al.* (2005).

Dentre as várias aplicações dos mancais magnéticos encontra-se a sua utilização como atuador de sistema de controle ativo de vibrações de rotores. Entretanto, as estratégias de controle ativo de vibrações em rotores utilizando mancais magnéticos geralmente ficam restritas ao sistema de controle ativo tipo “*feedback*”. A redução de vibração em rotores também pode ser obtida com a aplicação de uma estratégia de controle ativo tipo “*feedforward*” sobreposta à estratégia “*feedback*” necessária para manter a estabilidade do rotor, quando os mancais operam como suportes e atuadores ao mesmo tempo.

Várias publicações podem ser encontradas em que os autores utilizam os mancais magnéticos como atuadores de diversos esquemas e algoritmos de controle de vibração, como por exemplo, Kasarda *et al.* (2004). Neste trabalho, os autores propõem um sistema de controle ativo moderno que utiliza uma tecnologia com mancais magnéticos ativos juntamente com mancais de apoio convencionais para reduzir as vibrações subsíncronas de um rotor com um único disco desbalanceado. Segundo os autores, instabilidades do rotor em turbomáquinas se manifestam frequentemente como uma re-excitação da primeira velocidade crítica do rotor, resultando em vibrações laterais em uma frequência abaixo da frequência operacional do rotor. Os autores, então, propõem uma solução para este problema utilizando os mancais magnéticos ativos como um amortecedor magnético ativo juntamente com os mancais de apoio



convencionais. Desta forma, as vibrações subsíncronas são reduzidas com o uso do amortecedor magnético ativo, conseguindo uma elevada redução da amplitude de vibração.

Outro trabalho que pode ser mencionado é o de Shi *et al.* (2004) onde os autores desenvolveram algoritmos de controle adaptativo para minimizar vibrações medidas em rotores através do ajuste da amplitude e da fase de um sinal sincrônico injetado sobre o sinal de controle “*feedback*” do mancal magnético. Neste trabalho dois métodos foram analisados. O primeiro é a aplicação de técnicas que utilizam filtros adaptativos x- filtrado para atenuar diretamente os deslocamentos do rotor, e é referido como método direto. O segundo minimiza a magnitude do sinal de erro do mancal magnético e é referido como método indireto para atenuar perturbações síncronas. Neste trabalho são apresentados resultados experimentais mostrando a eficácia dos algoritmos para a redução das vibrações.

Um trabalho interessante que utiliza mancais magnéticos como atuadores é o de Piper *et al.* (2005). Neste trabalho os autores estudaram um sistema de controle ativo de ruído provocado por um ventilador de fluxo axial usando mancais magnéticos ativos. O ventilador foi conectado a um motor por um eixo rígido pequeno apoiado por mancais magnéticos. Os autores utilizaram os mancais magnéticos como atuadores para controlar a posição do eixo fazendo com que o ventilador vibrasse a uma frequência e amplitude desejada. Esta estratégia de controle ativo funciona analogamente a um sistema de controle que utiliza um alto-falante para contrapor à fonte de ruído indesejado. Um processador de sinal digital foi implementado usando um algoritmo mínimo médio quadrático. A resposta desse algoritmo de controle comanda a ação do controlador do mancal magnético.

Outra publicação que pode ser citada é a de Jang *et al.* (2005) onde os autores apresentam uma análise e controle de mancais magnéticos ativos com um rotor flexível. Um esquema de controlador de modo “*sliding*” (quando ocorre contato entre o rotor e a parte estacionária do mancal auxiliar) foi proposto para compensar os efeitos não lineares do sistema de mancais magnéticos ativos. Um modelo não linear para o mancal magnético ativo com um atuador eletromagnético e um rotor flexível é proposto para facilitar a análise do projeto do controlador. Neste modelo não linear foi considerado a dinâmica do rotor flexível, as características do sistema eletromagnético de suspensão e a força de contato entre o mancal auxiliar e o eixo. Os resultados numéricos mostraram que o sistema de controle tem elevada precisão e robustez quando opera sob o modo de controle “*sliding*”.

Alguns sistemas de controle ativo com mancais magnéticos são empregados conjuntamente com sistemas de controle de falhas ou de diagnose de falhas. Cole *et al.* (2004),

por exemplo, analisaram um projeto de sistema de controle de um rotor com mancais magnéticos integrado com alguns métodos de controle de falhas toleráveis no rotor. Segundo os autores, uma avaliação do sistema permitiu estabelecer os possíveis modos de falhas, as quais foram classificadas como internas ou externas ao sistema de controle ativo dos mancais magnéticos. Uma melhora na tolerância das falhas externas é alcançada utilizando um controlador H_∞ com o critério de rejeição da perturbação otimizado. A análise da tolerância para falhas internas requer a integração de um sistema de controle adicional que inclui um algoritmo para a detecção da falha e um algoritmo para supervisionar e reconfigurar o controle na ocorrência desta falha.

Outro trabalho interessante neste contexto é o de Zhu *et al* (2003) que analisaram teoricamente as características dinâmicas de um rotor trincado apoiado por mancais magnéticos. Os autores discutiram os efeitos dos parâmetros do controlador sobre as características dinâmicas do rotor trincado e o efeito da trinca sobre a estabilidade do sistema de controle ativo. Segundo os autores, as características dinâmicas de um rotor trincado usando mancais magnéticos são mais complexas do que as de um rotor trincado tradicional, pois o controle adaptativo com mancais magnéticos pode ocultar as características da falha do rotor trincado. Portanto, é muito difícil detectar a trinca no rotor com um sistema de controle com mancais magnéticos quando a vibração do rotor é plenamente controlada. Aenis *et al.* (2002) também apresenta um procedimento de identificação e diagnose de falhas em turbomáquinas utilizando-se da característica ativa dos mancais magnéticos.

A contribuição deste trabalho é apresentar uma alternativa de controle ativo de vibrações de rotores empregando-se um sistema tipo “*feedforward*” sobreposto ao sistema de controle “*feedback*” dos mancais magnéticos. Para o sistema de controle ativo adaptativo utilizou-se um algoritmo LMS para a minimização de uma função custo para se alcançar um controle ótimo. Analisou-se o desempenho de algumas arquiteturas de controle considerando o efeito da posição dos sensores de erro e dos atuadores sobre a redução da resposta ao desbalanceamento de rotores com operações em velocidades críticas.

Este trabalho está organizado em 6 capítulos. No capítulo 2 apresenta-se a teoria básica dos mancais magnéticos ativos e o circuito eletrônico com os equipamentos utilizados no controle ativo “*feedback*”. Além disso, são apresentadas as funções de transferência usadas nos dispositivos do circuito eletrônico, com as quais determina-se a função de transferência global do sistema de controle. Um modelo matemático é proposto para a determinação da rigidez e do amortecimento equivalentes do mancal magnético em função de suas características e dos ganhos do controlador.

Na seqüência, o capítulo 3 apresenta os fundamentos básicos do controle ativo de ruído e vibrações usando as estratégias de controle tipo “*feedback*” e “*feedforward*”. A teoria completa de controle ativo é ampla e complexa, envolvendo assim, várias áreas do conhecimento em engenharia. Deste modo, está apresentado neste capítulo, apenas uma introdução da teoria básica envolvendo essas duas técnicas, o suficiente para a compreensão da arquitetura de controle empregada neste trabalho para a redução de vibrações em rotores.

No capítulo 4 apresenta-se uma metodologia para o desenvolvimento de modelos de rotores apoiados em mancais magnéticos ativos utilizando o método da matriz de impedância, com o objetivo de investigar teoricamente o desempenho de um sistema de controle ativo aplicado nos rotores. A partir do modelo de um rotor, se estabelece um sistema de controle ativo de vibrações que minimiza uma função custo através do método dos mínimos quadrados das saídas dos sensores de erro. Também é apresentada uma descrição do rotor teórico utilizado na análise do desempenho de arquiteturas de controle ativo de vibração empregando os mancais magnéticos como atuadores.

O capítulo 5 é dedicado à apresentação de resultados. Nele apresenta-se uma análise do desempenho do sistema de controle ativo de vibração do rotor em função da posição dos atuadores magnéticos e dos sensores de erro, de forma a se obter a máxima redução possível dos níveis de vibração, sobretudo nas condições de velocidades críticas do rotor, as quais são de grande interesse na prática. Neste capítulo foram analisadas estratégias de controle ativo utilizando um único atuador e um único sensor de erro levando em conta as situações que podem ocorrer na prática, como o rotor com massas desbalanceadas em fase, o rotor com massas desbalanceadas em oposição de fase, e ainda, o rotor com massas desbalanceadas de magnitudes significativamente diferentes. Também, são analisadas estratégias de controle ativo empregando um único atuador com dois e três sensores de erro e, ainda, estratégias de controle empregando dois atuadores e dois sensores de erro. A análise do desempenho do sistema de controle deu-se em termos níveis globais e níveis locais de vibração.

Finalmente, o capítulo 6 apresenta as considerações finais do trabalho e as sugestões para futuras pesquisas.



CAPÍTULO 2

ATUADORES MAGNÉTICOS

2.1- INTRODUÇÃO

Os mancais magnéticos são dispositivos eletromagnéticos projetados para manter um eixo suspenso dentro do mancal sem que haja contato entre eles. Os mancais magnéticos podem suportar tanto cargas radiais quanto cargas axiais utilizando apenas forças magnéticas para a levitação do eixo.

Os mancais magnéticos podem ser usados com muita eficiência no controle ativo de vibrações por apresentar a capacidade de criar e corrigir a posição do eixo milhares de vezes por segundo. Isso pode ser feito através de forças adicionais atuando sobre o sistema, que irão eliminar as vibrações ao longo do rotor através dos mancais magnéticos ativos.

As vibrações causadas por desbalanceamento de rotores são problemas comuns em máquinas rotativas, incluindo rotores que são suportados por sistemas de mancais magnéticos. Desbalanceamento residual sempre acontece e gera vibrações. Se a vibração for grande o bastante, a operação da máquina se torna impossível. Com isso é necessário compensar ativamente a vibração utilizando mancais magnéticos ativos.

Há muitas razões para se compensar as vibrações com sistemas de mancais magnéticos ativos, entre elas:

- (i) As vibrações e a emissão de ruídos são reduzidas;
- (ii) As amplitudes dos deslocamentos da órbita do eixo permanecem reduzidas quando a velocidade de rotação da máquina passa por uma velocidade crítica durante a partida e parada da máquina;
- (iii) Em termos de resistência, os mancais magnéticos geralmente têm consumo de potência muito mais baixo que os elementos rolantes dos mancais de rolamento;

- (iv) Devido à natureza de não-contato dos mancais magnéticos, eles têm uma expectativa de vida muito maior do que a dos mancais convencionais;
- (v) Os mancais magnéticos podem operar a mais elevadas temperaturas ou a mais baixas temperaturas que os mancais lubrificados com óleo.

Uma grande limitação para o emprego dos mancais magnéticos é sua baixa capacidade de carga comparada com a dos mancais convencionais. Dependendo da capacidade de carga necessária, as dimensões do mancal tornam-se grandes, inviabilizando o seu uso. Outra desvantagem dos mancais magnéticos é o elevado investimento inicial necessário para a sua instalação, uma vez que operam controlados por um circuito eletrônico contendo vários equipamentos.

Um sistema de controle ativo é necessário para que se mantenha a estabilidade do sistema eixo-mancal, uma vez que o eixo estará sujeito a forças externas que irão tentar desestabilizar o conjunto. Este sistema de controle utiliza sinais enviados por sensores que estão localizados adjacentes ao mancal e computa a corrente elétrica para a estabilização necessária para o mancal. Amplificadores proporcionam a corrente requerida para o atuador, o qual cria forças de estabilização em forma de fluxo magnético que percorre o material que reveste o eixo. Este mecanismo de realimentação e retorno, que se denota "*feedback loop*" é realimentado milhares de vezes por segundo.

2.2- TEORIA BÁSICA

Em um modelo teórico, para se estudar os mancais magnéticos ativos, é necessário que se considerem várias hipóteses :

- (i) os níveis de fluxo magnético estão sempre abaixo do nível de saturação do material magnético;
- (ii) os movimentos do eixo são pequenos comparados com o tamanho da folga do mancal;
- (iii) a distribuição de fluxo magnético na seção transversal do estator é relativamente uniforme;
- (iv) a perda elétrica é pequena.

A parte magnética mostrada no circuito da Fig. 2.1 é constituída de um material magnético ordinário como o aço silício ou de outros materiais que apresentem elevados índices de saturação magnética, como é o caso do “Vanadium Permendur”. A folga entre o rotor e o estator tem espessura g e área A_g . O fluxo magnético é produzido em cada seção do atuador (em forma de ferradura) por um enrolamento de N espiras com uma corrente i fluindo através dele. Um amplificador de potência produz a corrente elétrica necessária no enrolamento. O caminho do fluxo de comprimento L passa pela seção do atuador, através das folgas no final de cada face dos pólos do atuador e através do material do rotor.

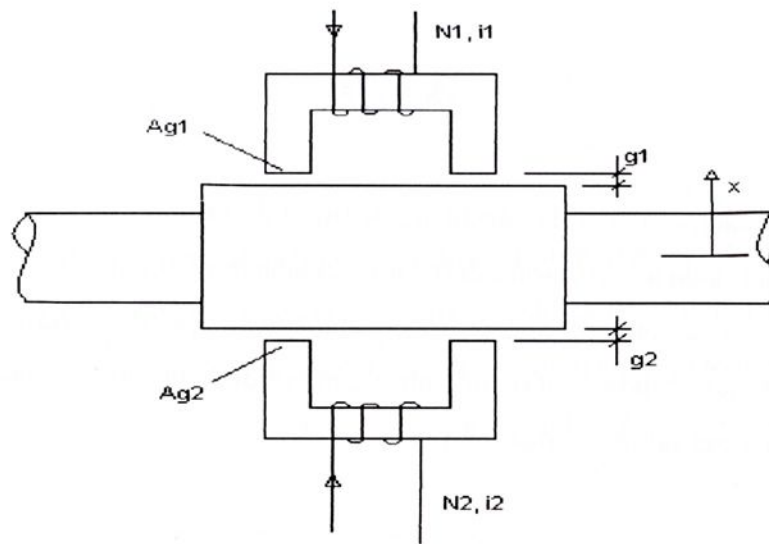


Figura 2.1 – Geometria básica da ação dupla de um atuador magnético.

A lei de *Ampere* indica que a intensidade do campo magnético H induzido por N espiras enroladas ao redor de um caminho magnético de comprimento L e conduzindo uma corrente elétrica i , é dada por,

$$H = \frac{Ni}{L} \quad (2.1)$$

O fluxo magnético ϕ no circuito é igual à densidade de fluxo B multiplicada pela área da face do pólo A_g ,

$$\phi = BA_g \quad (2.2)$$

Os mancais magnéticos são geralmente construídos de um material magnético ferroso com a menor folga possível (praticável) para minimizar a força magnetomotiva requerida. Um típico material ferromagnético aplicado em um atuador eletromagnético tem a curva de magnetização, B versus H , como ilustrada na Fig. 2.2. A curva $B-H$ é aproximadamente linear para uma ampla faixa de B . A inclinação dessa curva na faixa linear é chamada de permeabilidade do espaço livre (ar), μ_0 , sendo $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \left(\frac{\text{Tesla} \cdot \text{m}}{\text{Amp}} \right)$. Assim, a relação $B-H$ fica,

$$B = \mu_0 H \quad (2.3)$$

Para elevados valores da densidade de fluxo do campo magnético (B), a curva $B-H$ não é linear. A região onde a curva sofre deflexão é chamada de região de saturação. Esta região de saturação indica que a um determinado índice de magnetização do material, a densidade de fluxo praticamente não aumentará com o aumento da intensidade de campo magnético (H), ou seja, o material atingiu a sua saturação magnética.

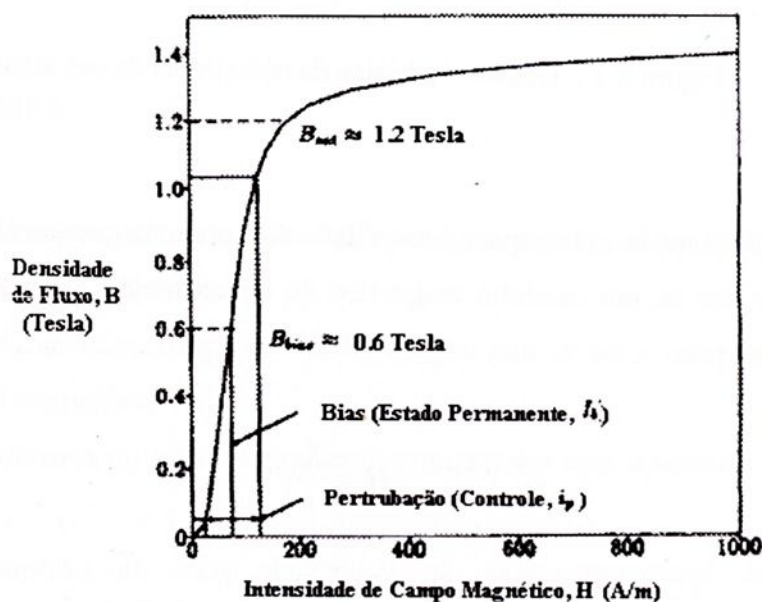


Figura 2.2 – Densidade de fluxo magnético (B) vs. Intensidade de campo magnético (H) para o aço silício (Allaire, 1993).

A densidade de fluxo B em cada folga do mancal é,

$$B = \frac{\mu_0 Ni}{2g} \quad (2.4)$$

a qual é induzida por um total de N espiras que circundam o circuito magnético. Essa expressão do fluxo é linearmente proporcional à força magnetomotiva Ni e inversamente proporcional à folga g .

A força F que atrai o rotor para o estator e permite que o atuador magnético atue como um mancal é dada por,

$$F = \frac{B^2 A_g}{\mu_0} = \frac{\mu_0 N^2 i^2 A_g}{4g^2} \quad (2.5)$$

Um circuito magnético real possui efeitos tais como difusão das linhas de forças e fugas de corrente que, em geral, são desprezadas e não consideradas na equação da força eletromagnética. Um fator de correção geométrico ε pode ser convenientemente usado para conduzir a resultados mais precisos, de forma a levar em consideração esses efeitos. Então, a força da Eq. (2.5), torna-se:

$$F = \varepsilon \frac{\mu_0 N^2 i^2 A_g}{4g^2} \quad (2.6)$$

Geralmente, o valor do fator geométrico de correção é admitido ser 0,9 para mancais axiais e 0,8 para mancais radiais, aproximadamente (Allaire, 1993). A diferença entre esses dois fatores de correção se dá devido ao efeito de fuga de corrente ser mais acentuado na geometria dos mancais radiais.

A operação do mancal magnético envolve a superposição de dois fluxos: um fluxo permanente (*bias*) e um fluxo de perturbação, como mostra a Fig.2.2. O fluxo permanente é responsável pela levitação do eixo no mancal, enquanto o fluxo de perturbação é responsável pela força magnética que irá corrigir a posição do eixo, caso alguma força externa atue sobre ele.

A densidade de fluxo permanente B_b é um fluxo com nível permanente induzido por uma corrente permanente (*bias*) i_b no enrolamento. A densidade de fluxo de perturbação B_p é

uma densidade de fluxo de controle que deve variar com o tempo, dependendo da carga que atua no eixo levantado pelo mancal. A densidade de fluxo B_p é desenvolvida por uma corrente de perturbação (ou de controle) i_p no enrolamento. O fluxo total e a corrente total no enrolamento são,

$$B = B_p + B_b \quad \text{e} \quad i = i_b + i_p \quad (2.7)$$

Da Eq. (2.4), as duas densidades de fluxo são,

$$B_b = \frac{\mu_0 N i_b}{2g} \quad \text{e} \quad B_p = \frac{\mu_0 N i_p}{2g} \quad (2.8)$$

Em geral, o nível do fluxo permanente B_b é tomado em torno da metade do nível da saturação magnética do material, mostrado na Fig. 2.2, permitindo uma variação relativamente maior dos níveis de fluxo de perturbação (ou de controle) para cima e para baixo do nível permanente. Essa faixa de variação é importante, e deve ser ampla, pois é dela que se obterá a força necessária para corrigir a posição do eixo no mancal. Portanto nada melhor do que tomar um valor médio entre a faixa onde a curva B - H é linear. A expressão da força associada a essas densidades de fluxo, de acordo com a Eq. (2.6), torna-se,

$$F = \varepsilon \frac{A_g (B_b + B_p)^2}{\mu_0} \quad (2.9)$$

A máxima capacidade de força dos mancais magnéticos ocorre quando o material magnético é saturado e não mais desenvolverá qualquer fluxo adicional. A máxima força de um mancal de dupla ação será obtida quando em um lado a densidade de fluxo é reduzida a zero e no outro lado o valor do fluxo atinge o máximo (saturação). A expressão da força máxima torna-se,

$$F_{\max} = \varepsilon \frac{B_{\text{sat}}^2 A_g}{\mu_0} \quad (2.10)$$

As forças eletromagnéticas são apenas de atração, de modo que os atuadores devem ser colocados em ambos os lados diametralmente opostos ao rotor, em um arranjo de dupla ação, como ilustrado na Fig. 2.1. Da Eq. (2.6), a força líquida F_N em um plano do mancal é dada por,

$$F_N = F_2 - F_1 = \varepsilon \frac{\mu_0 A_g N^2}{4} \left(\frac{i_2^2}{g_2^2} - \frac{i_1^2}{g_1^2} \right) \quad (2.11)$$

sendo i_1 e i_2 as correntes nos magnetos 1 e 2, e g_1 e g_2 as folgas entre a massa do rotor e os magnetos 1 e 2, respectivamente. As espessuras das folgas em ambos os lados do mancal podem ser escritas como,

$$g_1 = g_0 - x \quad \text{e} \quad g_2 = g_0 + x \quad (2.12)$$

sendo g_0 a espessura nominal da folga, com o rotor devidamente centrado e x representa a perturbação na posição do rotor, medida do centro. A diferença no sinal entre as expressões das duas folgas é porque quando o rotor se move em direção a qualquer um dos magnetos, estará se distanciando do outro. De maneira análoga, as correntes i_1 e i_2 podem ser escritas como,

$$i_1 = i_b - i_p \quad \text{e} \quad i_2 = i_b + i_p \quad (2.13)$$

Substituindo as Eqs. (2.12) e (2.13) na Eq. (2.11), tem-se a expressão,

$$F_N = \frac{\varepsilon \mu_0 A_g N^2}{4} \left[\frac{(i_b + i_p)^2}{(g_0 + x)^2} - \frac{(i_b - i_p)^2}{(g_0 - x)^2} \right] \quad (2.14)$$

O modelo linearizado da força líquida F_N assume que a corrente de perturbação i_p e a perturbação x são pequenas quando comparadas com a corrente permanente i_b e a folga nominal g_0 , respectivamente. Isso permite a exclusão dos termos de maior ordem da corrente de perturbação i_p e da perturbação x , resultando na seguinte equação,

$$F_N = \left(\frac{\varepsilon \mu_0 A_g N^2 i_b}{g_0^2} \right) i_p - \left(\frac{\varepsilon \mu_0 A_g N^2 i_b^2}{g_0^3} \right) x \quad (2.15)$$

As forças do atuador magnético variam com a corrente e com a espessura da folga. A variação devida à mudança na corrente do enrolamento, denominada de ganho de rigidez de corrente K_i , é o fator mais importante para os mancais magnéticos. A variação da força devida a variação na espessura da folga (correspondendo à variação na posição do rotor) é chamada de rigidez de posição K_x . A rigidez de corrente dentro da faixa linear, para todas as quatro folgas da ação dupla do mancal, é definida como,

$$K_i = \frac{\partial F_N}{\partial i_p} = \varepsilon \frac{\mu_0 A_g N^2 i_b}{g_0^2} \quad (2.16)$$

A rigidez de corrente de um mancal magnético é positiva devido a que o aumento da força externa aplicada ao mancal, em uma dada direção, é contraposto por um aumento da corrente de controle no outro lado do mancal, aumentando a força de atração que se opõe a essa força externa.

A expressão da rigidez de corrente, Eq. (2.16), é independente da corrente de perturbação, porém linearmente relacionada com a corrente permanente (*bias*). Assim, o atuador magnético não deve operar com uma corrente permanente muito baixa para evitar uma fraca resposta quando uma mudança na força é requerida. Se i_b é a metade do valor de saturação, então a faixa de atuação dinâmica do atuador é máxima.

A rigidez de posição, para todas as quatro folgas de um mancal de ação dupla, é definida como,

$$K_x = -\frac{\partial F_N}{\partial x} = -\varepsilon \frac{\mu_0 A_g N^2 i_b^2}{g_0^3} \quad (2.17)$$

A rigidez de posição é negativa. Quando o rotor se move para um lado, a força aumenta tendendo a puxá-lo na mesma direção de seu movimento, diferentemente de uma mola mecânica, que tenderia a empurrá-lo para o centro. Portanto, o mancal é instável e precisa do controle.

2.3- CIRCUITO DE CONTROLE (“FEEDBACK”)

Em um mancal magnético, é necessário um sistema de controle ativo para manter a estabilidade do sistema rotor-mancal. O sistema de controle utiliza sinais emitidos por sensores, localizados adjacentes aos atuadores, para determinar a corrente de estabilização necessária. Amplificadores, então, proporcionarão a corrente necessária para os atuadores, os quais criam as forças de estabilização na forma de fluxo eletromagnético (forças eletromagnéticas). Esse circuito fechado (“*feedback loop*”) é retroalimentado milhares de vezes por segundo. A Fig.2.3 mostra o diagrama de controle de um mancal radial, em um único plano de controle, de um sistema controlador. Além da malha retroalimentada de estabilização do mancal, um controlador de malha aberta também pode ser simultaneamente usado para minimizar as vibrações transmitidas para os suportes dos mancais. Em um controle de malha aberta, a natureza ativa dos mancais magnéticos é usada para, adaptativamente, cancelar as componentes síncronas da posição medida no eixo. É importante frisar que um controle de malha aberta por si só não proporciona uma levitação estável do rotor, isto é, ele somente pode ser usado porque o rotor é estabilizado através da ação concomitante do controle retroalimentado (controle “*feedback*”).

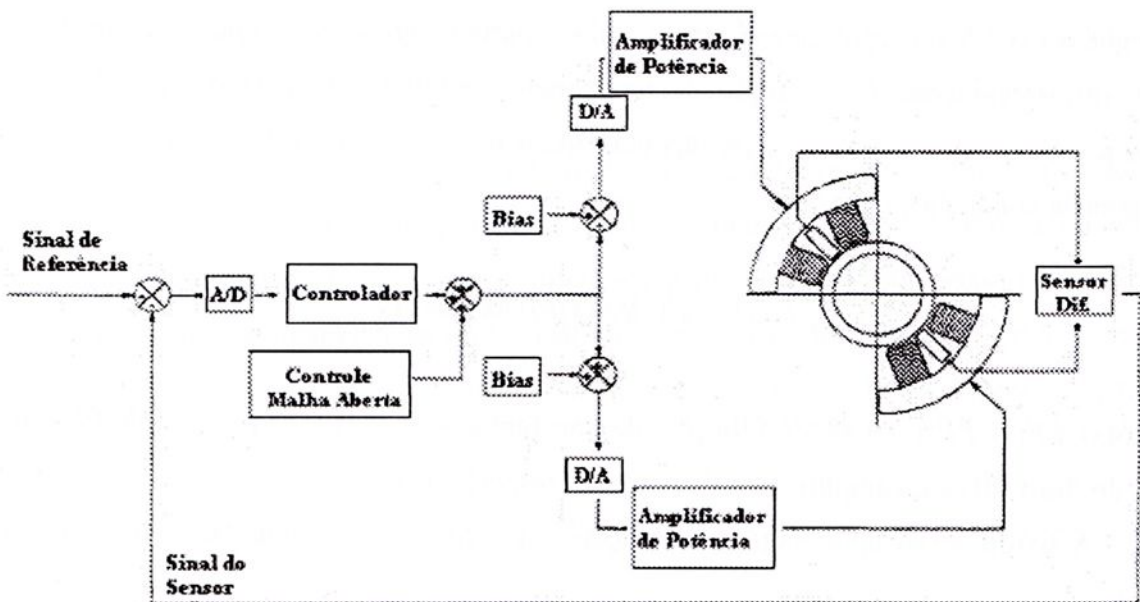


Figura 2.3 – Diagrama de controle de uma malha fechada de um mancal radial.

Como pode ser visto na Fig. 2.3, o circuito eletrônico, o qual controla a corrente nos enrolamentos do estator, tem três componentes básicos: sensor, controlador e amplificador de potência. Eventualmente, um filtro passa baixa também pode ser convenientemente usado. Neste circuito, a corrente no enrolamento do atuador é determinada com base na posição do rotor. A equação geral (empregando a transformada de Laplace, onde s é uma variável complexa) para o circuito de controle é,

$$i_p(s) = G(s)x(s) \quad (2.18)$$

sendo $G(s)$ a função de transferência global que expressa a relação entre a corrente de perturbação (saída) e a posição do eixo (entrada). Se não for empregado um controlador retroalimentado, a rigidez de posição negativa K_x do atuador, Eq. (2.17), mostra que o atuador é instável. Entretanto, o propósito principal do controle retroalimentado é estabilizar o rotor e mantê-lo centrado. A função de transferência $G(s)$ é composta por uma série de componentes de função de transferência multiplicadas entre si, e pode ser escrita como,

$$G(s) = a_G(s) + ib_G(s) \quad (2.19)$$

sendo que $a_G(s)$ e $b_G(s)$ representam a parte real e a parte imaginária da função de transferência global, respectivamente. Essa função de transferência multiplicada pela posição do eixo x , produz a corrente de controle i_p . Considerando todos os componentes do circuito, a função de transferência completa é dada por,

$$G(s) = SS(s)LP(s)PID(s)AMP(s) \quad (2.20)$$

com $SS(s)$, $LP(s)$, $PID(s)$ e $AMP(s)$ funções de transferência do sensor de posição, do filtro passa baixa, do filtro PID e do amplificador de potência, respectivamente.

A seguir serão apresentadas as funções que regem cada componente do circuito de controle.

2.3.1- SENSOR DE POSIÇÃO

Os sensores de posição são usados continuamente para monitorarem a posição do rotor no mancal magnético. Normalmente são de não-contato (proxímetro) tipo indutivo ou capacitivo, ou até mesmo, sensores ópticos. O sensor emite uma pequena voltagem de saída proporcional à posição do eixo, e a função de transferência do sensor, considerando que ele se comporta linearmente na faixa de movimento do rotor, é dada simplesmente por, (Clements, 2000),

$$SS(s) = V_x(s) / x(s) \quad (2.21)$$

Para captar o movimento do eixo que irá comandar o sistema de controle do mancal, o sensor pode ser colocado em qualquer lugar ao longo do eixo. Em um mancal magnético radial, o sensor deve ser colocado o mais próximo possível da localização do mancal, isso porque garante uma melhor precisão na medida próxima ao mancal e evita problemas no controle. Um problema particular surge quando um ponto nodal do eixo, associado a uma particular frequência natural do rotor, é localizado entre o sensor e o mancal.

2.3.2- FILTRO PASSA BAIXA

O filtro passa baixa é utilizado dentro do controlador para reduzir o ganho das altas frequências do controlador, acima da largura de banda de controle pré-estabelecida, e no mínimo um filtro deve ser usado para que o mancal opere adequadamente. O filtro passa baixa também proporciona uma operação silenciosa do mancal, atenuando o ruído de origem elétrica, de altas frequências. Um modelo de filtro passa baixa de segunda ordem pode ser expresso da forma, (Clements, 2000),

$$LP(s) = \frac{V_{LP}}{V_x} = \frac{\omega_{LP}^2}{s^2 + 2\xi_{LP}\omega_{LP}s + \omega_{LP}^2} \quad (2.22)$$

sendo que V_{LP} é a voltagem de saída do filtro, V_x é a voltagem de entrada de posição, ω_{LP} é a frequência de corte do filtro, ξ_{LP} é o fator de amortecimento do filtro e s é a variável complexa de frequência.

2.3.3- FILTRO PROPORCIONAL, INTEGRAL E DERIVATIVO (PID FILTRO)

O controle PID é o método de controle normalmente usado para mancais magnéticos. A forma padrão da função de transferência do filtro PID é dada por, (Clements, 2000),

$$PID(s) = \frac{V_{PID}}{V_{LP}} = \frac{K_T (K_D s^2 + K_P s + K_I)}{s} \quad (2.23)$$

sendo K_T o ganho total, K_D o ganho derivativo, K_P o ganho proporcional, K_I o ganho integral e s a variável de frequência complexa. V_{PID} é a voltagem de saída do filtro e V_{LP} é a voltagem de entrada vinda do filtro passa baixa. Em geral, o ganho proporcional afeta diretamente a rigidez do mancal, uma vez que ele está multiplicado diretamente pelo sinal de posição. De forma similar, o ganho derivativo afeta diretamente o amortecimento do eixo, porque ele está multiplicado pela derivada do sinal de posição. O ganho integral age sobre os níveis permanentes DC (“*steady offsets*”) dentro do eixo e proporciona um sinal de controle para eliminar o DC (“*offset*”). O ganho total é simplesmente um multiplicador sobre os três ganhos simultaneamente.

2.3.4- AMPLIFICADOR DE POTÊNCIA

O sinal de saída vindo do circuito de controle é tipicamente uma pequena voltagem proporcional à corrente a ser enviada para os enrolamentos do mancal. Entretanto, a corrente requerida é normalmente muito maior, em ordem de Amps, tal que um amplificador de potência é necessário para cada enrolamento do mancal. A função de transferência de um amplificador pode ser expressa como, (Clements, 2000),

$$AMP(s) = \frac{I_C}{V_{PID}} = K_a \frac{\omega_A^2}{s^2 + \sqrt{2}\omega_A s + \omega_A^2} \quad (2.24)$$

sendo I_C a corrente de controle para um magneto individualmente, V_{PID} a voltagem de entrada vinda do filtro PID, ω_A a frequência de corte, K_a o ganho do amplificador e s a variável complexa de frequência.

2.4- MODELO MATEMÁTICO DO SISTEMA ROTOR-MANCAL MAGNÉTICO

Em um único eixo de controle dentro do mancal magnético atuam dois magnetos opostos conforme está mostrado na Fig. 2.4.

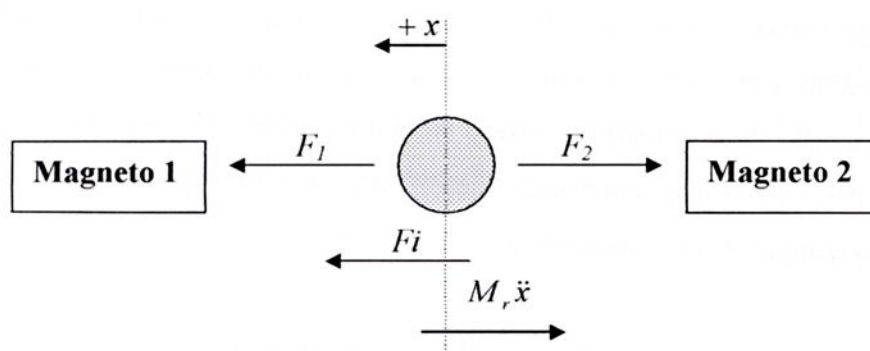


Figura 2.4 – “Layout” de um eixo de controle de um mancal radial.

Essa figura mostra a força de atração de cada magneto oposto, F_1 e F_2 , agindo sobre a massa dentro de um único eixo de controle. A equação do movimento que descreve esse sistema é dada por,

$$M_r \ddot{x} + F_2 - F_1 = F_i \quad (2.25)$$

onde F_i é a força externa aplicada sobre o sistema e M_r é a massa do rotor. A rigidez e o amortecimento do sistema no eixo de controle são derivados da força líquida aplicada sobre a

massa pelos dois magnetos opostos. A força líquida ($F_2 - F_1$) é dada pela Eq. (2.15). Substituindo a rigidez de corrente e a rigidez de posição, Eqs. (2.16) e (2.17), na Eq. (2.25), tem-se,

$$M_r \ddot{x} + K_x x + K_i i_p = F_i \quad (2.26)$$

2.5- RIGIDEZ E AMORTECIMENTO EQUIVALENTES

Um controlador retroalimentado tira vantagem da rigidez positiva de corrente para proporcionar estabilidade do sistema. O controlador ajusta a corrente de perturbação i_p para os magnetos contraporem à mudança na posição detectada por um sensor dentro do mancal. A função de transferência do controlador fornece uma relação entre a corrente de perturbação (saída) e a posição (entrada), como discutida anteriormente. A corrente de perturbação, i_p , é também referida como corrente de controle, i_c , porque ela é gerada pelo sistema de controle, associada à eletrônica envolvida. A função de transferência do controlador, Eq. (2.19), também contém a informação da fase relativa entre o sinal da corrente e o sinal da posição de entrada. Essa equação pode ser convenientemente simplificada, substituindo-se a variável de Laplace s pela frequência complexa $i\omega$ para chegar a,

$$G(i\omega) = a_G(\omega) + ib_G(\omega) \quad (2.27)$$

Essa função de transferência, multiplicada pela posição x , leva à corrente de controle i_p , a qual pode ser substituída na Eq. (2.26) para dar,

$$-M_r X \omega^2 + [K_x + K_i(a_G + ib_G)]X = \bar{F}_i \quad (2.28)$$

A Eq. (2.28) assume uma força harmônica externa atuando sobre o sistema, tal que a aceleração da massa pode ser representada como $-X\omega^2$. Assim a rigidez e o amortecimento do mancal podem agora ser determinados igualando a força líquida, produzida pela rigidez de posição e de corrente juntamente com a função de transferência do controlador, com uma força

produzida por uma rigidez e um amortecimento equivalentes. Equacionando essas duas forças tem-se,

$$(K_{eq} + C_{eq}i\omega)X = [K_x + K_i(a_G + ib_G)]X \quad (2.29)$$

e, igualando os termos reais de ambos os lados da equação, obtém-se a rigidez equivalente dada como,

$$K_{eq} = K_x + K_i a_G \quad (2.30)$$

e, dos termos imaginários, obtém-se o amortecimento equivalente expresso por,

$$C_{eq} = \frac{K_i b_G}{\omega} \quad (2.31)$$

As Eqs. (2.30) e (2.31) representam a rigidez e o amortecimento linearizados de um único eixo de controle. Esses valores variam com a frequência devido à sua dependência da parte real e da parte imaginária da função de transferência do controlador, que também são dependentes da frequência. Para modelar um sistema de mancal magnético radial com sucesso, a função de transferência do controlador deve ser conhecida.

A equação de movimento completa de um sistema rotor mancal magnético pode ser obtida combinando a equação do modelo do rotor com a equação do modelo do mancal magnético ativo representado pelas Eqs. (2.30) e (2.31). A equação completa pode ser escrita como,

$$\mathbf{M}_s \ddot{\mathbf{u}} + (\mathbf{C}_s + \mathbf{C}_b) \dot{\mathbf{u}} + (\mathbf{K}_s + \mathbf{K}_b) \mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (2.32)$$

onde \mathbf{M}_s é a matriz de massa do sistema, \mathbf{u} é o vetor posição do sistema, \mathbf{C}_s é a matriz de amortecimento do rotor, \mathbf{C}_b é a matriz de amortecimento do MMA (Mancal Magnético Ativo), \mathbf{K}_s é a matriz de rigidez do rotor, \mathbf{K}_b é a matriz de rigidez do MMA e \mathbf{f} é o vetor das forças externas aplicadas ao sistema. As matrizes \mathbf{K}_b e \mathbf{C}_b contém as propriedades do mancal magnético que são calculadas pelas Eqs. (2.30) e (2.31).

CAPÍTULO 3

CONTROLE ATIVO DE VIBRAÇÕES

3.1- INTRODUÇÃO

Controle ativo de ruído é uma técnica que tem como propósito “cancelar” o ruído indesejável através da introdução de um campo de som adicional gerado eletronicamente, enquanto que o controle ativo de vibração tem como propósito “cancelar” a vibração indesejável introduzindo uma perturbação secundária, essencialmente usando as mesmas técnicas de controle como no controle ativo de ruído. Embora a idéia básica do controle ativo de ruído e vibração data desde os anos 60, só recentemente que a sua implementação prática tornou-se viável, como resultado dos avanços nos microprocessadores e na tecnologia dos transdutores acústicos. Na última década houve uma expansão gigantesca, dentro da literatura acadêmica, no tratamento dos vários aspectos do controle ativo de ruído e vibração. Incluindo na literatura, pode-se encontrar os resultados de um vasto número de implementações experimentais, demonstrando o potencial dessa tecnologia de controle de ruído e vibração. Mesmo assim a implementação comercial em larga escala do controle ativo de ruído e vibração, particularmente nos bens de consumo de massa, não ocorreu. O interesse em controle ativo está essencialmente restrito à comunidade acadêmica. Um dos fatores de maior impedimento do uso massivo de controle ativo de ruído e vibração é o grande conhecimento científico requerido para a implementação prática desse método de controle nos sistemas.

Existem duas técnicas que são usadas para implementar sistemas de controle ativo de ruído e vibração: “*feedback*” (retroalimentado) e “*feedforward*”. Neste capítulo será feito um estudo dos fundamentos básicos dessas técnicas. Para o entendimento mais aprofundado deste assunto é necessário conhecer alguns princípios fundamentais de um número razoável de áreas da engenharia. Para uma introdução geral em processamento de sinais, os textos publicados por Gold e Radar (1969) e Oppenheim e Shafer (1975) são muito úteis. Para uma introdução em

processamento de sinal adaptativo, pode referir-se a Cowan e Grant (1985) ou Widrow e Stearns (1985). Para uma introdução em acústica e vibrações, o leitor poderá usar a referência Bies e Hansen (1988). Para referência em controle ativo de ruído e vibrações, o leitor poderá usar o livro de Nelson e Elliott (1992), o qual trata especificamente de controle ativo de ruído, e o livro de Fuller, Elliott e Nelson (1996), que trata especificamente de controle ativo de vibrações.

3.2- CONTROLE ATIVO TIPO “*FEEDBACK*”

Considere o comportamento de um sistema com um único sensor de controle e um único atuador secundário para um controlador tipo “*feedback*” de apenas um canal. O sensor de controle medirá a resposta total do sistema mecânico. O sinal desse sensor comanda a ação do controlador que, através do atuador, introduzirá um sinal secundário sobre o sistema mecânico. O diagrama de bloco para o sistema de controle “*feedback*” é mostrado na Fig. 3.1, no qual assume-se que a excitação do sistema mecânico é a diferença entre a excitação primária e a secundária. A função de transferência do sistema mecânico, denominada $G(s)$, pode ser definida como a razão da transformada de Laplace de resposta, $W(s)$, e a diferença entre as forças de excitação, $F_p(s) - F_s(s)$.

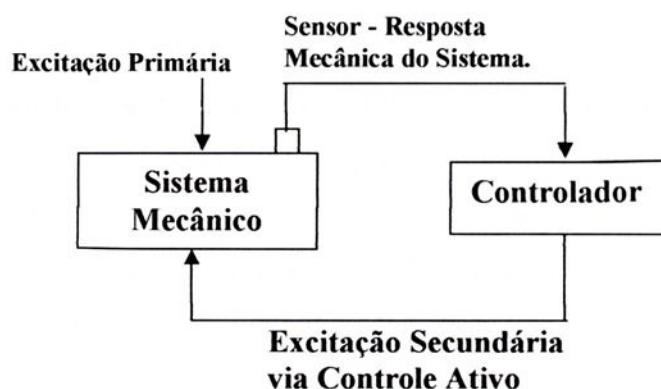


Figura 3.1 – Componentes de um sistema “*feedback*”.

A função de transferência do controlador tipo “*feedback*” é também definida como a razão entre a transformada de Laplace de excitação secundária $F_s(s)$ e a transformada de

Laplace de resposta $W(s)$, denominada $H(s)$. A Fig. 3.2 é um diagrama de um sistema de controle “*feedback*” onde está representada a diferença entre as excitações primárias e secundárias.

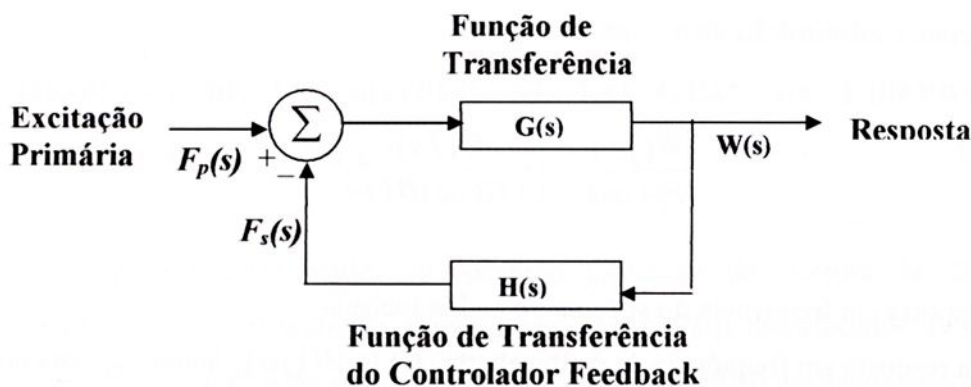


Figura 3.2 – Diagrama de um sistema de controle “*feedback*”.

Da definição da função de transferência do sistema mecânico original $G(s)$, pode-se expressar a transformada de Laplace da resposta como,

$$W(s) = G(s)[F_p(s) - F_s(s)] \quad (3.1)$$

A transformada de Laplace da excitação secundária pode ser escrita usando a definição da função de transferência do controlador tipo “*feedback*”, $H(s)$, como,

$$F_s(s) = H(s)W(s) \quad (3.2)$$

Substituindo a Eq. (3.2) na Eq. (3.1) obtém-se,

$$W(s) = G(s)[F_p(s) - H(s)W(s)] \quad (3.3)$$

Fazendo uma manipulação algébrica, a função de transferência de um sistema mecânico com um controle tipo “*feedback*” pode ser escrita como,

$$\frac{W(s)}{Fp(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} \quad (3.4)$$

A Eq. (3.4) pode ser usada para obter as características da malha fechada para qualquer sistema mecânico e controlador tipo “*feedback*”. Transformando a Eq. (3.4) em uma resposta em frequência, com a substituição de $s = j\omega$ obtém-se,

$$\frac{W(j\omega)}{Fp(j\omega)} = \frac{G(j\omega)}{1 + G(j\omega)H(j\omega)} \quad (3.5)$$

a qual é a resposta em frequência do sistema de malha fechada.

Se na resposta em frequência da malha aberta, $G(j\omega)H(j\omega)$, houver apenas um pequeno deslocamento de fase (“*phase shift*”) na faixa de frequência de interesse e simultaneamente houver um ganho muito maior que a unidade, então pode escrever que,

$$|1 + G(j\omega)H(j\omega)| \gg 1 \quad \text{para } \omega \text{ na faixa de trabalho,} \quad (3.6)$$

tal que,

$$\left| \frac{W(j\omega)}{F_p(j\omega)} \right| \ll G(j\omega) \quad \text{para } \omega \text{ na faixa de trabalho.} \quad (3.7)$$

A resposta do sistema mecânico é, assim, significativamente reduzida na região de frequência de trabalho, isso pela ação do controlador “*feedback*”. Fora da faixa de frequência de trabalho, entretanto, não se pode assegurar que o deslocamento da fase da resposta em frequência da malha aberta seja pequeno. Em particular, qualquer atraso (“*delay*”) no caminho do sistema mecânico ou do sistema “*feedback*” irá inevitavelmente provocar um aumento no deslocamento da fase nas altas frequências. Se o ganho da malha aberta é unitário para uma dada frequência ω_c , e ao mesmo tempo ocorre um deslocamento de fase de 180° , então,

$$G(j\omega)H(j\omega) = -1 \quad \text{para } \omega = \omega_c \quad (3.8)$$

então

$$W(j\omega) \rightarrow \infty \quad \text{para } \omega = \omega_c \quad (3.9)$$

O projeto de um sistema de controle “*feedback*” prático envolve, assim, um compromisso entre ter um ganho elevado para a malha aberta atingir um bom desempenho na faixa de trabalho, e ter o mais baixo ganho para a malha aberta que assegure certa estabilidade fora da faixa de frequência de trabalho.

3.2.1- RESPOSTA DE UM SISTEMA DE UM GRAU DE LIBERDADE COM CONTROLE “*FEEDBACK*”.

Nesta seção será apresentado um exemplo particular de sistema de controle tipo “*feedback*” de um único canal aplicado a um sistema massa-mola-amortecedor. O sistema está ilustrado na Fig. 3.3, no qual o sinal do sensor, W , é proporcional ao deslocamento da massa. O atuador, gerando a entrada secundária, introduz no sistema uma força, F_s , proporcional ao sinal de controle. Qualquer rigidez ou amortecimento associado ao atuador pode ser dinamicamente agregado ao sistema massa-mola-amortecedor original sem controle. Antes do controle ativo, o sinal de controle dirigido ao atuador secundário e também a força secundária serão iguais a zero. Nestas condições, a resposta do sistema dinâmico massa-mola-amortecedor pode ser deduzida pela equação diferencial descrita em termos da força primária, $f_p(t)$, e do deslocamento da massa como, $w(t)$, dadas por,

$$f_p(t) = M\ddot{w}(t) + C\dot{w}(t) + Kw(t) \quad (3.10)$$

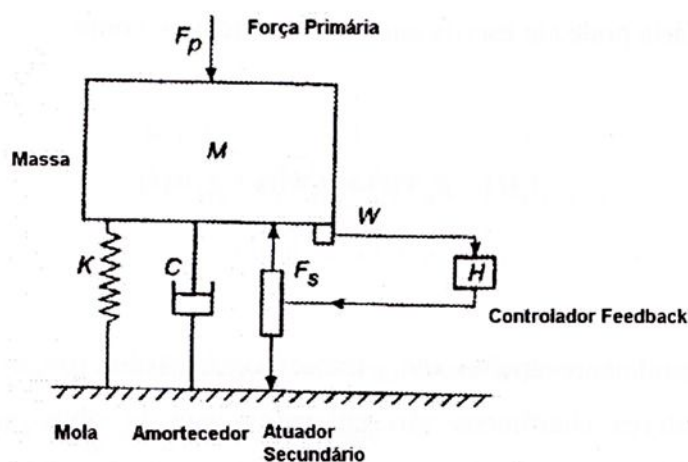


Figura 3.3 – Controlador tipo “*Feedback*” aplicado ao sistema massa-mola-amortecedor.

Fazendo a transformada de Laplace de cada termo da equação diferencial e assumindo as condições iniciais iguais a zero, isto é, $w(0)$ e $\dot{w}(0)$, a Eq. (3.10) pode ser escrita como,

$$F_p(s) = Ms^2W(s) + CsW(s) + KW(s) \quad (3.11)$$

sendo que $F_p(s)$ e $W(s)$ são as transformadas e Laplace de $f_p(t)$ e $w(t)$, respectivamente.

A função de transferência que define a resposta do sistema antes do controle é dada da forma,

$$G(s) = \frac{W(s)}{F_p(s)} \quad (3.12)$$

na qual introduzindo a Eq. (3.11), chega-se, neste caso, a,

$$G(s) = \frac{1}{Ms^2 + Cs + K} \quad (3.13)$$

Para se determinar a resposta da malha fechada do sistema mostrado na Fig. 3.3, é necessário conhecer a forma do controlador “*feedback*”, $H(s)$. Assume-se que a resposta eletrônica do controlador é tal que a força secundária tem três componentes, as quais são proporcionais à aceleração, velocidade e deslocamento da massa, com ganhos constantes g_a , g_v e g_d . A força secundária pode ser escrita em função do tempo, como,

$$f_s(t) = g_a\ddot{w}(t) + g_v\dot{w}(t) + g_d w(t) \quad (3.14)$$

Na prática, geralmente apenas um transdutor é usado, por exemplo, para medir a aceleração e integradores eletrônicos são utilizados para se obter sinais proporcionais à velocidade e ao deslocamento. Tal aproximação somente é válida sobre uma faixa de frequências. A Eq. (3.14) pode ser um bom modelo para o controle de vibração tipo “*feedback*”

sobre a faixa de frequências importante nos problemas de vibração, até mesmo com um único acelerômetro como sensor. Se, alternativamente, houver um único sensor disponível para medir a velocidade da massa, um sistema "feedback" da forma da Eq. (3.14) pode ser obtido com um diferenciador e um integrador eletrônico.

A transformada de Laplace da Eq. (3.14) pode ser tomada termo a termo e reorganizada para dar a função de transferência do controle "feedback", $H(s)$, como,

$$H(s) = \frac{F_s(s)}{W(s)} = g_a s^2 + g_v s + g_d \quad (3.15)$$

As duas funções de transferência das malhas abertas, Eq. (3.13) e a Eq. (3.15), podem ser usadas para a dedução da resposta da malha fechada, dada pela Eq. (3.4), como,

$$\frac{W(s)}{F_p(s)} = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} = \frac{1}{(M + g_a)s^2 + (C + g_v)s + (K + g_d)} \quad (3.16)$$

O efeito da realimentação da aceleração, da velocidade e do deslocamento é claramente modificar a massa efetiva, o amortecimento e a rigidez do sistema mecânico, respectivamente.

A Eq. (3.16) pode também ser escrita, por analogia com a Eq. (3.13), como,

$$\frac{W(s)}{F_p(s)} = \frac{1}{M' s^2 + C' s + K'} \quad (3.17)$$

sendo $M' = M + g_a$ a massa modificada, $C' = C + g_v$ o coeficiente de amortecimento modificado do amortecedor e $K' = K + g_d$ a rigidez modificada.

Neste caso, a estabilidade do sistema de malha fechada é garantida visto que, M' , C' e K' são todos positivos. Em princípio, a massa, o amortecimento e a rigidez podem ser independentemente modificados pelos três ganhos no controlador tipo “*feedback*”, tal que cada um destes parâmetros pode ser selecionado para qualquer frequência dentro da faixa analisada.

3.2.2- CONTROLE “*FEEDBACK*” USANDO VARIÁVEIS DE ESTADO.

A generalização de um controlador tipo “*feedback*” com múltiplos canais a partir de um controlador de um único canal discutido na seção 3.2, é retro-alimentar cada entrada a partir de cada saída respectiva, através de um elemento na matriz de ganhos “*feedback*”. Tal arranjo está ilustrado na Fig. 3.4. Nesta seção será apresentada uma análise da resposta da malha fechada do sistema usando a aproximação por variáveis de estado. Por conveniência de notação, as matrizes serão representadas por letras latinas maiúsculas em negrito e os vetores serão representados por letras latinas minúsculas também em negrito. Assume-se, portanto, que o sistema mecânico antes do controle é governado pelas equações de variáveis de estado,

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \quad (3.18)$$

e

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}_{me}\mathbf{x}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t) \quad (3.19)$$

sendo $\mathbf{x}(t)$ o vetor de estado, $\mathbf{A} \in R^{2n \times 2n}$, $\mathbf{B} \in R^{2n \times p}$, $\mathbf{C}_{me} \in R^{k \times 2n}$, $\mathbf{D} \in R^{k \times p}$, onde $2n$ é a ordem do sistema, p o número de entradas $\mathbf{u}(t)$ e k o número de saídas $\mathbf{y}(t)$.

A matriz \mathbf{A} é conhecida como matriz de estado ou matriz dinâmica e sua representação é, (Hu e Ng, 2005),

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

sendo \mathbf{M} , \mathbf{C} e \mathbf{K} as matrizes de massa, amortecimento e rigidez do sistema, respectivamente, todos de ordem $n \times n$.

A matriz de entrada das perturbações \mathbf{B} é dada por:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1} \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

A matriz \mathbf{C}_{me} é conhecida como matriz de saída ou matriz de medida. Ela é montada de acordo com o número de variáveis da resposta que se deseja obter devido a uma entrada. A matriz \mathbf{D} é geralmente chamada de matriz de transmissão direta.

Com o controle “*feedback*” a entrada para o sistema mecânico é, agora, a diferença entre a entrada, representada por $\mathbf{r}(t)$, e os sinais retro-alimentados da saída, $\mathbf{y}(t)$, ponderados pelos elementos da matriz de ganho \mathbf{G}_0 , de maneira que,

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{r}(t) - \mathbf{G}_0 \mathbf{y}(t) \quad (3.22)$$

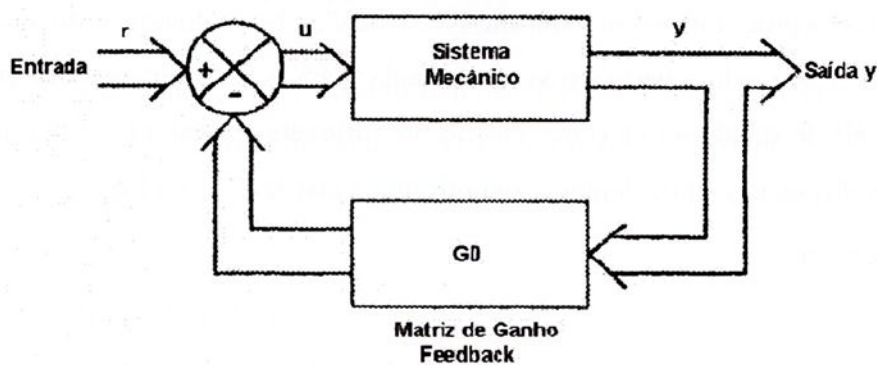


Figura 3.4 – Diagrama de bloco de um sistema mecânico com múltiplos canais com Controle “*feedback*”.

Usando a Eq. (3.19) de $\mathbf{y}(t)$ na Eq. (3.22), então pode-se obter o vetor de entrada líquida do sistema mecânico escrito da forma,

$$\mathbf{u}(t) = [\mathbf{I} + \mathbf{G}_0 \mathbf{D}]^{-1} [\mathbf{r}(t) - \mathbf{G}_0 \mathbf{C}_{me} \mathbf{x}(t)] \quad (3.23)$$

Substituindo a Eq. (3.23) na Eq. (3.18), o sistema mecânico com controle “*feedback*” é agora governado pela nova equação com variáveis de estado,

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = [\mathbf{A} - \mathbf{B}[\mathbf{I} + \mathbf{G}_0 \mathbf{D}]^{-1} \mathbf{G}_0 \mathbf{C}_{me}] \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}[\mathbf{I} + \mathbf{G}_0 \mathbf{D}]^{-1} \mathbf{r}(t) \quad (3.24)$$

Portanto, a matriz dinâmica das variáveis de estado do sistema mecânico é agora governada pelo novo sistema de matrizes,

$$\mathbf{A}_0 = [\mathbf{A} - \mathbf{B}[\mathbf{I} + \mathbf{G}_0 \mathbf{D}]^{-1} \mathbf{G}_0 \mathbf{C}_{me}] \quad (3.25)$$

Para um determinado sistema mecânico e matriz de ganho “*feedback*”, as propriedades do sistema de malha fechada podem ser calculadas usando a Eq. (3.25). Em particular, a estabilidade do sistema de malha fechada pode ser avaliada pelo cálculo dos autovalores de \mathbf{A}_0 . Vários métodos têm sido desenvolvidos para calcular os elementos de ganho da matriz \mathbf{G}_0 para se determinar uma resposta desejada da malha fechada.

Considere, agora, o efeito do controle “*feedback*” sobre a dinâmica do sistema quando o vetor de estado é calculado a partir do vetor de saída. Para isso, assume-se que se têm acesso a todas as variáveis de estado e que o número destas variáveis é igual ao número de variáveis de saída. Estas condições são equivalentes a assumir que a matriz \mathbf{C}_{me} da Eq. (3.19) é inversível, tal que se pode escrever,

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{C}_{me}^{-1} [\mathbf{y}(t) - \mathbf{D}\mathbf{u}(t)] \quad (3.26)$$

sendo que \mathbf{C}_{me} deve ser quadrada e não singular para a expressão ser válida. Tendo obtido os sinais das variáveis de estado, então o processo de retro-alimentação é feito através da matriz de ganho \mathbf{G}_x , tal que se pode escrever,

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{r}(t) - \mathbf{G}_x \mathbf{x}(t) \quad (3.27)$$

sendo que $\mathbf{r}(t)$ expressa a entrada do sistema da malha fechada mostrado na Fig. 3.5.

Substituindo a Eq. (3.27) na Eq. (3.18), a equação da variável de estado do sistema de malha fechada com "feedback" de estado pode ser escrita como,

$$\dot{x}(t) = [A - BG_x]x(t) + Br(t) \quad (3.28)$$

Resultando a matriz do sistema de malha fechada dada por,

$$A_x = A - BG_x \quad (3.29)$$

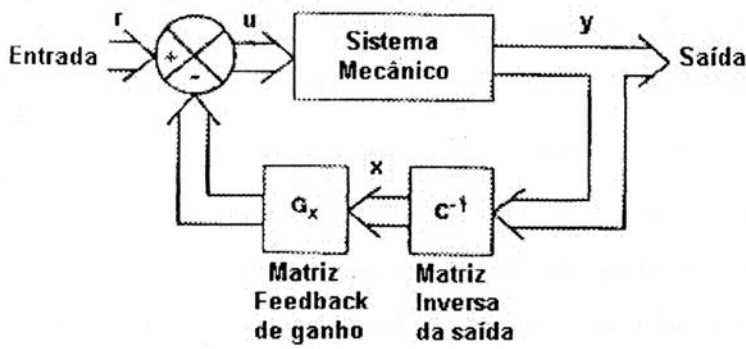


Figura 3.5 – Diagrama de bloco de um sistema "feedback" com variável de estado usando o vetor de saída para calcular o vetor de estado.

3.2.3- CONTROLE ÓTIMO

O propósito do controle "feedback" é freqüentemente reduzir o movimento vibratório do sistema mecânico o máximo possível através da escolha de um conjunto de ganhos para o sistema de controle. A escolha de uma determinada mudança nas propriedades dinâmicas dos sistemas é geralmente motivada pelo propósito da redução das respostas. Por exemplo, o fator de amortecimento de um sistema poderia ser ajustado pelo controle "feedback" de forma que o sistema de malha fechada passaria a ser amortecido criticamente.

Há vários métodos diretos para projetar sistemas de controle "feedback", os quais conseguem as maiores reduções possíveis na resposta. Os sistemas projetados usando esses métodos são conhecidos como sistemas de controle ótimo. Em um controle ótimo, o sistema de controle "feedback" é projetado para minimizar uma função custo ou o índice de desempenho o

qual é proporcional à medida requerida da resposta do sistema. Assume-se, aqui, que o objetivo é reduzir a resposta o máximo e, neste caso, o sistema de controle é dito agir como um regulador. Algebricamente, é bastante conveniente definir uma função custo que é quadraticamente dependente da resposta, uma vez que isso simplifica bastante o problema de otimização. Uma função custo apropriada para um regulador seria (Kwakernaak e Sivan, 1972),

$$J = \int_0^{t_f} [\mathbf{y}^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{y}(t) + \mathbf{u}^T(t) \mathbf{R} \mathbf{u}(t)] dt + \mathbf{y}^T(t_f) \mathbf{S} \mathbf{y}(t_f) \quad (3.30)$$

onde \mathbf{Q} e \mathbf{R} são matrizes de ponderação simétricas positivas definidas. Uma função custo análoga para um servo sistema pode ser obtida substituindo $\mathbf{y}(t)$ na Eq. (3.30) por $(\mathbf{y}_D(t) - \mathbf{y}(t))$, onde $\mathbf{y}_D(t)$ é um vetor de saídas desejadas. A quantidade escalar $\mathbf{y}^T(t) \mathbf{Q} \mathbf{y}(t)$ é quadraticamente dependente das saídas do sistema sob controle e, $\mathbf{u}^T(t) \mathbf{R} \mathbf{u}(t)$, é quadraticamente dependente das entradas do controle. O propósito do segundo termo da Eq. (3.30) é levar em conta o esforço que pode ser empreendido pelo sistema de controle quando pequenas reduções na saída não são obtidas devido aos níveis não significativos de entrada. O termo final $\mathbf{y}^T(t_f) \mathbf{S} \mathbf{y}(t_f)$ também é incluído para independentemente ponderar a saída no tempo final do período considerado.

Assumindo que a equação da saída do sistema sob controle pode novamente ser escrito na forma reduzida,

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}_{me} \mathbf{x}(t) \quad (3.31)$$

a função custo, Eq. (3.30), pode então ser escrita da forma,

$$J = \int_0^{t_f} [\mathbf{x}^T(t) \mathbf{Q}_1 \mathbf{x}(t) + \mathbf{u}^T(t) \mathbf{R} \mathbf{u}(t)] dt + \mathbf{x}^T(t_f) \mathbf{S}_1 \mathbf{x}(t_f) \quad (3.32)$$

tal que $\mathbf{Q}_1 = \mathbf{C}_{me}^T \mathbf{Q} \mathbf{C}_{me}$ e $\mathbf{S}_1 = \mathbf{C}_{me}^T \mathbf{S} \mathbf{C}_{me}$ são as matrizes de ponderação das variáveis de estado, as quais são positivas semi-definidas porque, em geral, há mais estados que saídas. A Eq. (3.32) é a função custo geralmente considerada em um controle ótimo.

Wang e Huang (2002) mostraram que o sistema de controle “*feedback*” que minimiza esta função custo, para um sistema linear e invariante no tempo, definido pela equação,

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \quad (3.33)$$

emprega o “*feedback*” de estado com uma matriz de ganho “*feedback*” $\mathbf{G}^0(t)$ variando no tempo, tal que,

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{G}^0(t) \mathbf{x}(t) \quad (3.34)$$

A matriz de ganho “*feedback*” ótima variando no tempo é dada por,

$$\mathbf{G}^0(t) = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T \mathbf{P}(t) \quad (3.35)$$

onde $\mathbf{P}(t)$ é a solução da matriz da equação de Riccati,

$$\dot{\mathbf{P}}(t) = -\mathbf{Q}_1 - \mathbf{A}^T \mathbf{P}(t) - \mathbf{P}(t)\mathbf{A} + \mathbf{P}(t)\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T \mathbf{P}(t) \quad (3.36)$$

Este conjunto de equações diferenciais não-lineares deve ser resolvido no tempo com a condição inicial $\mathbf{P}(t_f) = \mathbf{S}$. Vários algoritmos podem ser usados para resolver numericamente a equação de Riccati e eles são apresentados, por exemplo, por Meirovitch (1990). Foi verificado por Merovitch, entretanto, que a convergência e a estabilidade de tais algoritmos não podem ser garantidas e as chances de obter uma solução convergente diminuem bastante à medida que a ordem do sistema de controle aumenta e o número de atuadores diminui.

3.3- CONTROLE ATIVO TIPO “*FEEDFORWARD*”

Na implementação dos sistemas de controle é possível obter, em muitos casos, alguma medida da perturbação indesejável na entrada, freqüentemente referida na literatura de controle ativo como sinal de referência. Um exemplo disso ocorre quando uma perturbação (onda) se propaga “conduzida” ao longo de um dispositivo (tal como um duto condutor de ar), onde é possível obter uma medição à montante dessa perturbação. Um segundo exemplo é onde a fonte

da perturbação (a fonte primária) é de uma máquina rotativa, onde a perturbação é periódica, e um sinal de um tacômetro estará relacionado com essa perturbação. Nestes exemplos é possível enviar uma medida da perturbação para um controlador, produzindo um sistema de controle ativo tipo “*feedforward*”, como apresentado na Fig. 3.6. Os sistemas de controle “*feedforward*”, quando podem ser implementados, freqüentemente oferecem um maior potencial de atenuação que os sistemas de controle tipo “*feedback*”. Heuristicamente, o sistema de controle “*feedforward*” pode ser visto como um sistema que oferece uma prevenção à perturbação, produzindo uma saída para contrapor à perturbação antes de sua propagação, enquanto que no sistema tipo “*feedback*”, deve-se esperar que a perturbação ocorra e que seja medida na saída do sistema controlado, para que o mesmo possa agir e atenuar o efeito da perturbação.

Os componentes físicos de um sistema de controle tipo “*feedforward*” de apenas um canal estão ilustradas na Fig. 3.6.

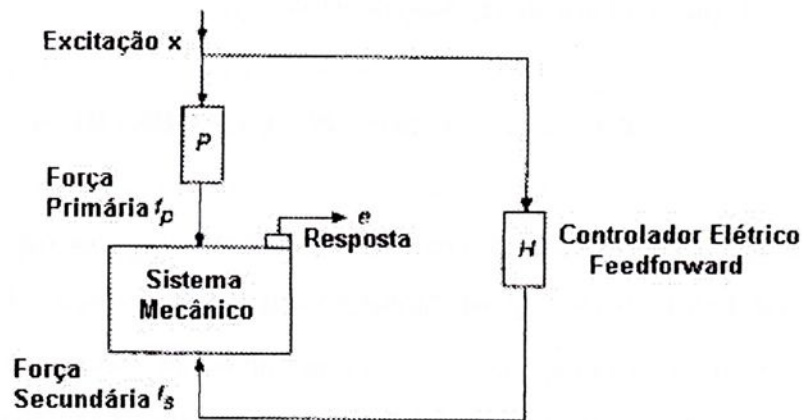


Figura 3.6 – Componentes de um sistema de controle “*feedforward*”.

A diferença entre este diagrama e o do controlador tipo “*feedback*”, mostrado na Fig. 3.1, é que o controlador elétrico, H , é agora dirigido por uma estimativa da excitação original do sistema mecânico devida à fonte de excitação primária x . O sinal proporcional da resposta do sistema mecânico e , não representa parte direta na trajetória do controle, mas poderia ser usado para adaptar a resposta do controlador. A excitação original influencia o sistema mecânico pela força primária, f_p , que está relacionada à excitação original pela trajetória de transmissão primária P . A excitação líquida do sistema mecânico é novamente proporcional à diferença

entre as forças primária e secundária ($f_p - f_s$) e a resposta do sistema mecânico está relacionada à esta excitação líquida via função de resposta do sistema mecânico, G . A Fig. 3.7 mostra o diagrama de bloco do sistema de controle tipo “*feedforward*”, no qual os sinais são representados por suas transformadas de Laplace e as respostas dos vários componentes por suas funções de transferência.

A transformada de Laplace da resposta do sistema mecânico, observando a Fig. 3.7, pode ser escrita como,

$$E(s) = G(s)[P(s) - H(s)]X(s) \quad (3.37)$$

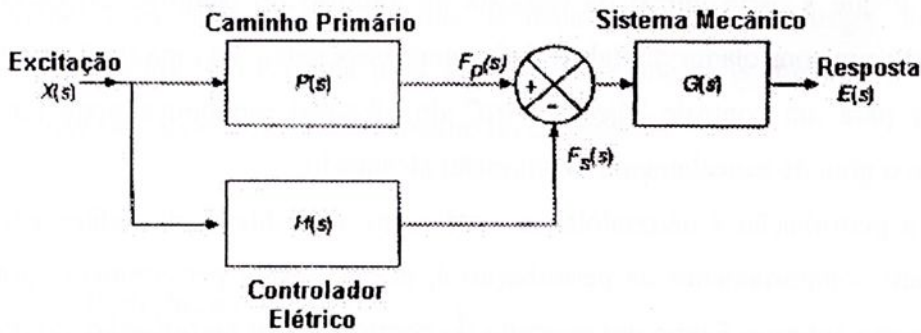


Figura 3.7 – Diagrama de bloco de um sistema de controle “*feedforward*”.

Neste caso, assume-se que a resposta do sistema mecânico é devido apenas às excitações primária e secundária. Em particular, assume-se que nenhum outro sinal não correlato está presente, pois este agiria como ruído no sistema. Na ausência de ruídos, pode-se, em princípio, conduzir a resposta do sistema para zero usando o controle “*feedforward*”, isto é, pode-se perfeitamente cancelar a resposta do sistema o tempo todo equilibrando exatamente F_p com F_s . A transformada de Laplace da resposta poderia também ser zero sob estas condições e, da Eq. (3.37), fica claro que isso pode ocorrer se o controlador responde exatamente igual ao caminho primário, isto é,

$$\text{se } H(s) = P(s) \text{ então } E(s) = 0 \quad (3.38)$$

Assumindo que a perturbação original é aleatória, a Eq. (3.38) tem que ser satisfeita para todos os valores da frequência complexa, s . Isto significa que a amplitude e a fase da resposta em frequência do controlador “*feedforward*” deve, exatamente, igualar-se à resposta do caminho primário para todas as frequências, de forma que as respostas ao impulso destes sistemas devem também ser iguais. Em princípio, esta tarefa é um problema de projeto de filtro elétrico. Na prática, vários problemas surgem, particularmente quando o controlador “*feedforward*” é implementado digitalmente, como normalmente é o caso quando o controlador é adaptável. Filtros elétricos implementados digitalmente têm uma inevitável defasagem associada a eles. Isto é, em parte, devido ao tempo de processamento do sistema digital mas, o mais importante, é também devido ao deslocamento de fase de filtros passa baixa que são geralmente usados para prevenir “*aliasing*” e reconstruir a forma de onda da saída. Uma consequência desta inerente defasagem é que a parte inicial da resposta ao impulso do caminho primário não pode ser modelada por um controlador digital. A defasagem associada com uma implementação digital do controlador para um controle “*feedforward*” de vibração randômica pode ter consequências sérias sobre o grau de cancelamento de vibração alcançado.

Se a perturbação é determinística, entretanto, o problema de defasagem é contornado, pois o futuro comportamento da perturbação é, em princípio, perfeitamente previsível do seu comportamento anterior. Como um exemplo do controle de tal perturbação, considere o controle de uma perturbação senoidal de frequência angular ω_0 e admite-se trabalhar em termos de variáveis complexas no domínio da frequência. O sinal de referência, neste caso, pode ser um complexo senoidal unitário ($X(j\omega_0) = e^{j\omega_0 t}$) de forma que a resposta complexa do sistema mecânico pode ser escrita como,

$$E(j\omega_0) = G(j\omega_0)[P(j\omega_0) - H(j\omega_0)] \quad (3.39)$$

Para cancelar exatamente a resposta à esta frequência, é apenas necessário tomar medidas para assegurar-se que a amplitude e a fase da resposta do controlador à frequência ω_0 sejam iguais às do caminho primário. Em termos das respostas complexas a ω_0 , tem-se,

$$\text{se } H(j\omega_0) = P(j\omega_0) \text{ então } E(j\omega_0) = 0 \quad (3.40)$$

Esta condição, para um único valor de ω_0 , é obviamente uma condição bem menos difícil de se encontrar que o caso de excitação aleatória Eq. (3.38), uma vez que a resposta em frequência do controlador apenas tem que se igualar à resposta do caminho primário à uma única frequência.

3.3.1- CONTROLADOR DIGITAL ADAPTATIVO

A forma de sistema de controle “*feedforward*” atualmente implementada em sistemas de controle ativo é uma estratégia adaptativa, mostrada na Fig. 3.8. Neste caso, uma medida da saída do sistema é usada para ajustar o sistema de controle e propiciar uma máxima atenuação, a qual é efetivamente uma adaptação de malha fechada para uma estratégia de controle “*feedforward*”. Essa medida não é usada para conduzir diretamente o controlador eletrônico, porém é usada apenas para monitorar o desempenho do controlador.

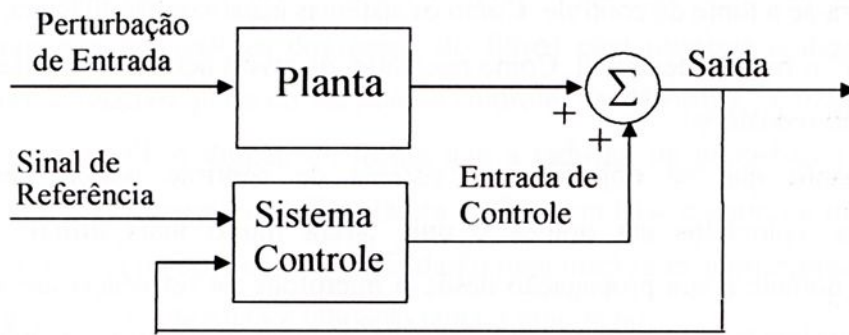


Figura 3.8 – Diagrama de um sistema de controle “*feedforward*” adaptativo.

Para entender esse tipo de controle, considere o sistema de controle ativo apresentado na Fig. 3.9, o qual é um arranjo “*feedforward*” adaptativo. Uma medição da perturbação indesejável no duto, tomada como “sinal de referência”, é obtida por um microfone colocado “à montante” do sistema de controle (um “microfone de referência”). Esse arranjo trabalha porque o ruído a algum ponto “à montante” do duto será estritamente o mesmo que o ruído à algum ponto “à jusante” após um período de tempo finito, sendo esse tempo função da velocidade do som.

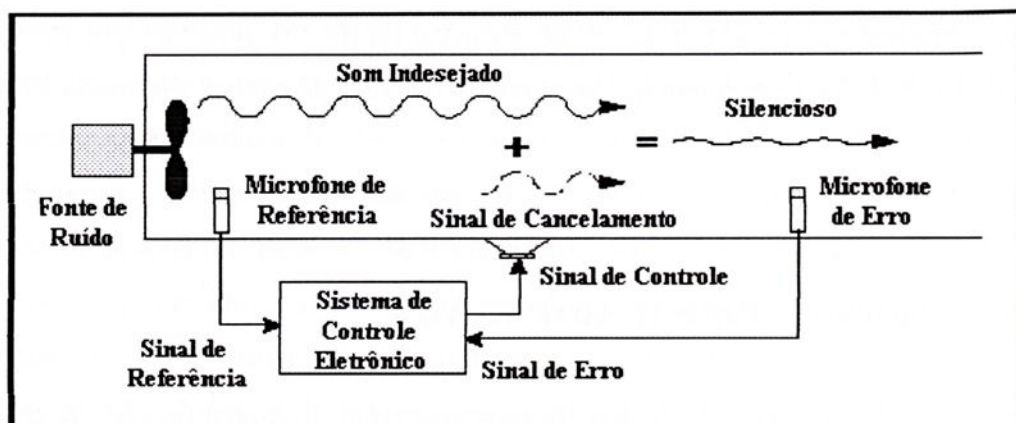


Figura 3.9 – Componentes básicos de um sistema de controle ativo de ruído adaptativo “*feedforward*”, implementado para a atenuação da propagação de som em um duto de ar.

De posse do sinal de referência, o trabalho do sistema de controle é determinar um sinal acústico de igual amplitude, porém em oposição de fase da perturbação, e introduz esse sinal via uma “fonte de controle” (alto falante) dentro do duto quando o ruído indesejável chega no ponto onde encontra-se a fonte de controle. Como os sistemas acústicos são lineares, o sinal de controle irá “cancelar” o ruído indesejável. Como resultado, os níveis acústicos “à jusante” do sistema de controle serão reduzidos.

Enquanto que os objetivos do sistema de controle podem ser categoricamente estabelecidos, colocá-los em prática é uma tarefa muito mais difícil. Uma variação na perturbação durante a sua propagação desde o microfone de referência até a fonte de controle deve ser considerada, assim como uma variação no sinal de controle quando ele passa através dos filtros, amplificadores e altos falantes. Por outro lado, as magnitudes destas variações são fortemente relacionadas com as mudanças nas condições ambientais (tal como a temperatura) e o desgaste do transdutor. Com base nisso, torna-se aparente que o sistema de controle deve ser adaptativo, ou seja, deve continuamente ajustar-se para proporcionar um resultado ótimo. Para colocar em prática o controle adaptativo, uma medida do campo de som residual, um “sinal de erro”, é captado por um “microfone de erro”, e enviado para o sistema de controle. Um algoritmo de adaptação é normalmente implementado como parte do sistema de controle, que altera continuamente as características do controlador para, mais eficientemente, minimizar a perturbação medida no sensor de erro.

O processamento de sinal digital adaptativo é um campo que cresceu inicialmente em função da necessidade dos modernos sistemas de telecomunicação. Nesses sistemas, há uma freqüente necessidade de se obter um sinal através de um processo de filtragem, tal que ele pode ser extraído de um ruído contaminado. O processamento de sinal “convencional” empregado para desenvolver essa tarefa opera em uma malha aberta, usando um filtro com características fixas.

As hipóteses que devem ser assumidas para o uso de filtros fixos são que as características do sinal de entrada são conhecidas, e que as características da perturbação e da resposta do sistema não variam com o tempo. Portanto, se as características do sinal de entrada e a resposta do sistema não são conhecidas, ou podem estar lentamente variando com o tempo, então o uso de filtros com características fixas poderá não dar um desempenho satisfatório. Na prática, o sinal de excitação e caminho primário mudam lentamente com o tempo e para manter o delicado equilíbrio requerido pelo controle “*feedforward*”, a resposta do controlador também deve mudar com o tempo. É relativamente fácil mudar a característica do filtro digital pelo ajuste dos seus coeficientes, mas é geralmente difícil mudar a resposta de um complicado filtro analógico. Por esta razão a maioria das implementações práticas de sistemas ativos para controle “*feedforward*” de vibrações usam filtros digitais adaptáveis que ajustam suas características (através de uma variação nos valores dos pesos do filtro) para otimizar o desempenho do sistema. O algoritmo adaptativo, parte do sistema de controle “*feedforward*”, é responsável pela modificação dos pesos do filtro digital, de forma que a redução da perturbação acústica ou vibracional indesejável seja maximizada. Essa tarefa é feita com base em um ou mais sinais de erro enviados para o sistema de controle, os quais darão uma medida da perturbação indesejável que o sistema de controle ativo de ruído e vibração tentará minimizar.

A maioria dos algoritmos adaptativos usados no campo de controle de ruído e vibração é do tipo “algoritmos de gradiente decrescente”. Esses algoritmos operam adicionando nos valores correntes dos pesos do filtro uma pequena porcentagem do gradiente negativo do erro (critério do erro em função dos pesos do filtro) para calcular um conjunto “melhorado” de pesos para o filtro. No trabalho do controle ativo de ruído e vibração, o critério do erro é definido como a soma dos valores quadrados dos sinais de erro. A minimização desse critério de erro conduzirá à minimização da perturbação acústica ou de vibração indesejável nos pontos onde os sensores de erro estão localizados.

As propriedades e a implementação de filtros digitais estão descritas em inúmeros livros textos, por exemplo, Lynn (1982), e Nelson e Elliott (1992). Aqui, será comentado apenas sobre

a adaptação dos filtros digitais cujas saídas são formadas pela soma ponderada das entradas prévias. Tais filtros digitais têm uma resposta impulsiva (de duração finita) e são conhecidos como filtros de resposta impulsiva finita, ou filtros FIR (“*Finite Impulse Response*”), (Widrow e Stearns, 1985). Em um sistema de controle de um único canal, se o sinal de excitação vindo da fonte primária for digitalizado em uma taxa de amostragem fixa para produzir uma seqüência $x(n)$, e se essa seqüência for utilizada como sinal de entrada para o filtro FIR que atua como controlador em um sistema de controle de vibração “*feedforward*”, então a seqüência de saída do controlador pode ser escrita como, (Elliot, 1998)

$$u(n) = \sum_{i=0}^{I-1} h_i x(n-i) \quad (3.41)$$

Nessa equação, n é o número de amostras, o qual pode apenas assumir valores inteiros, $n = \dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$, e as variáveis h_i são os coeficientes do filtro que ponderam as $I-1$ prévias amostras de entrada do sinal $x(n)$. Por conveniência, utiliza-se a notação q^{-1} para representar um operador de “defasagem” unitário, o qual, quando opera sobre a seqüência $x(n)$, transforma-a na mesma seqüência defasada de uma amostra (Fuller *et al.* 1996). Esse operador é normalmente escrito como,

$$q^{-1}x(n) = x(n-1) \quad (3.42)$$

A ação do filtro FIR pode também ser representada utilizando esse operador, podendo ser expresso como,

$$H(q) = h_0 + h_1 q^{-1} + h_2 q^{-2} + \dots + h_{I-1} q^{I-1} \quad (3.43)$$

tal que a Eq. (3.41) pode agora ser escrita na forma do operador,

$$u(n) = H(q)x(n) \quad (3.44)$$

Para utilizar a seqüência de saída definida pela Eq. (3.41) na condução do atuador secundário, ela deve ser convertida em uma voltagem analógica usando um conversor

digital-analógico, e a onda deve ser filtrada usando um filtro passa baixa analógico. De forma análoga, antes da resposta líquida do sistema mecânico ser utilizada para ajustar os coeficientes do controlador digital, ela deve passar por um filtro analógico passa baixa para prevenir “aliasing” e então ser convertida em uma seqüência, discretizada na mesma taxa de amostragem através da passagem do sinal analógico por um conversor analógico-digital. Portanto, no caminho total do sinal desde a seqüência de saída do controlador até a seqüência representando a resposta líquida, há vários componentes que produzem efeitos sobre a resposta do sistema mecânico. Considerando que os filtros analógicos previnem o “aliasing” do sinal digital, então cada componente deste caminho tem uma resposta linear. Esse caminho total pode, assim, ser completamente modelado pela resposta de um filtro digital fixo equivalente que é representado pelo operador $\hat{G}(q)$, como ilustrado na Fig. 3.10.

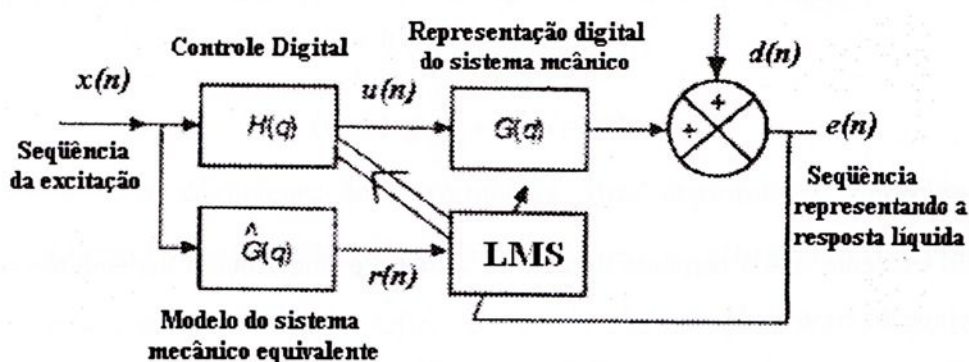


Figura 3.10 – Diagrama equivalente do sistema de controle digital adaptativo “feedforward”.

A seqüência representando a resposta líquida do sistema mecânico, $e(n)$, pode, assim, ser escrita como a soma da resposta do sistema devido ao sinal da perturbação na ausência do controle, $d(n)$, mais a resposta devido ao sinal do atuador secundário, $G(q)u(n)$, tal que,

$$e(n) = d(n) + G(q)u(n) \quad (3.45)$$

A Eq. (3.45) pode ser usada para expressar a seqüência da resposta líquida em termos da resposta do controlador e da seqüência de excitação, $x(n)$, a qual é também chamada de sinal de referência. Assim,

$$e(n) = d(n) + G(q)H(q)x(n) \quad (3.46)$$

Visto que os operadores $G(q)$ e $H(q)$ são lineares e não variáveis com o tempo, a ordem desses operadores na Eq. (3.46) pode ser invertida, tal que a expressão da resposta líquida pode então ser escrita da seguinte forma,

$$e(n) = d(n) + H(q)r(n) \quad (3.47)$$

sendo,

$$r(n) = G(q)x(n) \quad (3.48)$$

que é a seqüência gerada pela passagem do sinal de excitação através do filtro digital representando o comportamento do sistema mecânico, e é chamada de “sinal de referência filtrado”. A Eq. (3.47) expandida na notação de operador, usando a Eq. (3.43), pode ser escrita como,

$$e(n) = d(n) + \sum_{i=0}^{I-1} h_i r(n-i) \quad (3.49)$$

deixando evidente que a resposta líquida do sistema é linearmente dependente de cada um dos coeficientes do controlador digital.

Para melhor adaptar os coeficientes do filtro digital pode-se proceder à minimização de uma função custo igual ao quadrado da resposta líquida, ou seja, (Vipperman e Burdisso, 1995)

$$J = e^2(n) \quad (3.50)$$

Esta função quadrática tem um único mínimo global. Um algoritmo do gradiente decrescente pode ser empregado para convergir à solução ótima global deste problema. Tal algoritmo adaptativo é da forma,

$$h_i(n+1) = h_i(n) - \mu \frac{\partial J}{\partial h_i(n)} \quad (3.51)$$

sendo μ um número positivo que define a porção do gradiente negativo a ser adicionado a cada iteração, referido como coeficiente de convergência.

Da Eq. (3.49), a derivada do erro, $e(n)$, com relação à h_i resulta em,

$$\frac{\partial J}{\partial h_i(n)} = 2e(n) \frac{\partial e(n)}{\partial h_i(n)} = 2e(n)r(n-i) \quad (3.52)$$

A Eq. (3.51) pode agora ser escrita como,

$$h_i(n+1) = h_i(n) - \alpha e(n)r(n-i) \quad (3.53)$$

na qual, $\alpha = 2\mu$ é outro coeficiente de convergência. Esse algoritmo é conhecido como filtrado-x LMS algoritmo (“*filtered-x LMS algorithm*”), uma vez que $r(n)$ é obtido pela filtragem do sinal de referência $x(n)$ passando por $\hat{G}(q)$, de acordo com a Eq. (3.48). O algoritmo foi primeiramente proposto por Morgan (1980), por Burgess (1981) para controle ativo de som e por Widrow *et al.* (1981) para qualquer tipo de controle ativo “*feedforward*”.

3.3.2- CONTROLADORES ADAPTATIVOS MULTICANAIS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

Assumindo que o conjunto de sinais de excitação descrito no diagrama de bloco da Figura 3.11 consiste de um conjunto de senóides, podendo ser harmônicas de uma perturbação periódica primária, então o espectro de cada elemento do vetor resposta, e , estará relacionado com a frequência de cada respectiva componente das senóides da excitação. Uma vez que cada

canal dos equipamentos entre o atuador até o sensor é linear e o sistema está no estado permanente, então a ação do conjunto de filtros do controlador que afeta uma frequência, não terá efeito sobre a resposta de outra frequência (outro canal). A análise do problema de controle é consideravelmente simplificada, neste caso, pois o ajuste de cada conjunto de filtros afetando cada frequência de referência pode ser considerado independentemente. A análise do desempenho de cada um dos multicanais terá que ser verificada a uma única frequência.

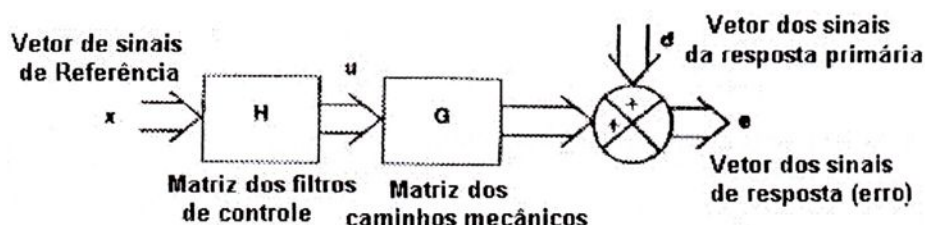


Figura 3.11 – Diagrama de bloco de um sistema de controle “*feedforward*” com múltiplos canais.

É conveniente adotar uma notação complexa para representar a amplitude e fase dos vários sinais, e representar as respostas em frequência dos caminhos mecânicos à frequência de referência. Também, as matrizes serão representadas por letras latinas maiúsculas e os vetores por letras latinas minúsculas ambos em negrito. O vetor dos sinais da resposta complexa pode ser escrito como,

$$\mathbf{e}(j\omega_0) = \mathbf{d}(j\omega_0) + \mathbf{G}(j\omega_0)\mathbf{u}(j\omega_0) \quad (3.54)$$

sendo $\mathbf{u}(j\omega_0)$ o vetor das contribuições para cada um dos atuadores na frequência ω_0 . O diagrama de bloco do controlador tipo “*feedforward*” de multicanais com as variáveis no domínio da frequência está mostrado na Fig. 3.12. Note que a amplitude e fase do controlador à frequência ω_0 (\mathbf{H} na Fig. 3.11) foram absorvidos na definição de $\mathbf{u}(j\omega_0)$, que são as variáveis que podem ser ajustadas pelo controlador.

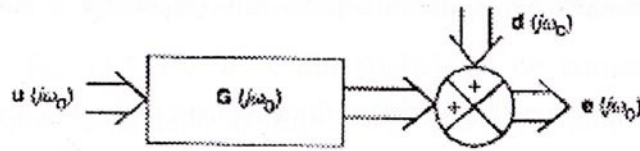


Figura 3.12 – Diagrama de bloco de um controlador “*feedforward*” de multicanais na frequência de referência ω_0 .

Para ajustar as componentes de $\mathbf{u}(j\omega_0)$ deve-se proceder à minimização de uma função custo que conduza a um controle ótimo. Para isso, a dependência explícita de ω_0 nas variáveis será eliminada para se chegar a uma notação mais conveniente. Assim, a Eq. (3.54) pode ser escrita como,

$$\mathbf{e} = \mathbf{d} + \mathbf{G}\mathbf{u} \quad (3.55)$$

Nelson e Elliot (1992), Wang e Huang (2002) e Hu e Vukovich (2005), por exemplo, mostraram que a função custo a ser minimizada através do ajuste das partes real e imaginária dos componentes de \mathbf{u} , foi definida como,

$$J = \mathbf{e}^H \mathbf{Q} \mathbf{e} + \mathbf{u}^H \mathbf{R} \mathbf{u} \quad (3.56)$$

sendo que o sobrescrito H representa o Hermitiano (transposto conjugado) dos vetores; \mathbf{Q} e \mathbf{R} são matrizes positivas definidas de ponderação, mas não necessariamente diagonais (de forma que $\mathbf{Q}^H = \mathbf{Q}$ e $\mathbf{R}^H = \mathbf{R}$) e J é um escalar real. Observe a semelhança entre essa função custo e aquela minimizada no controle “*feedback*” ótimo, Eq. (3.30). O primeiro termo da Eq. (3.56) depende da resposta do sistema sob controle, o segundo termo depende do esforço gasto pelos

atuadores e a matriz de ponderação \mathbf{R} permite que o esforço de alguns atuadores seja maior que outros, por exemplo.

Substituindo a Eq. (3.55) na Eq. (3.56), a função custo pode ser escrita como,

$$J = \mathbf{u}^H [\mathbf{G}^H \mathbf{Q} \mathbf{G} + \mathbf{R}] \mathbf{u} + \mathbf{u}^H \mathbf{G}^H \mathbf{Q} \mathbf{d} + \mathbf{d}^H \mathbf{Q} \mathbf{G} \mathbf{u} + \mathbf{d}^H \mathbf{Q} \mathbf{d} \quad (3.57)$$

a qual pode ser escrita na forma quadrática Hermitiana como,

$$J = \mathbf{u}^H \mathbf{A} \mathbf{u} + \mathbf{u}^H \mathbf{b} + \mathbf{b}^H \mathbf{u} + c \quad (3.58)$$

onde as definições de \mathbf{A} , \mathbf{b} e c são óbvias da Eq. (3.57). Ressalta-se que a matriz \mathbf{A} na Eq. (3.58) não é a mesma que a matriz dinâmica do sistema com variável de estado. Nelson e Elliot (1992) e Elliot (1994), por exemplo, mostraram que o vetor das variáveis de controle, \mathbf{u}_0 , que minimiza a função custo da Eq. (3.56) e o valor mínimo resultante de $J(J_{\min})$ podem então ser identificados como sendo $\mathbf{u}_0 = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{b}$ e $J_{\min} = c - \mathbf{b}^H \mathbf{A}^{-1} \mathbf{b}$. Neste caso, o conjunto ótimo de sinais do atuador pode ser escrito como,

$$\mathbf{u}_0 = -[\mathbf{G}^H \mathbf{Q} \mathbf{G} + \mathbf{R}]^{-1} \mathbf{G}^H \mathbf{Q} \mathbf{d} \quad (3.59)$$

A matriz complexa Hessiana $\mathbf{A} = \mathbf{G}^H \mathbf{Q} \mathbf{G} + \mathbf{R}$ associada à função custo é positiva-definida. Em particular, a definição assumida de positiva definida para a matriz de ponderação \mathbf{R} assegura esta condição para a matriz \mathbf{A} até mesmo se $\mathbf{G}^H \mathbf{Q} \mathbf{G}$ for mal condicionada, ou ter um “rank” inadequado, como é o caso quando há menos sensores de resposta que atuadores secundários, por exemplo. É garantido, assim, que a função custo tem um único valor mínimo global para $\mathbf{u} = \mathbf{u}_0$ como determinado acima.

Um dos métodos padrões de ajustar as variáveis de controle, quando a função custo é quadrática dessas variáveis com um garantido mínimo global, é o método do algoritmo de gradiente decrescente. Tal algoritmo pode ser escrito na forma padrão, (Nelson e Elliot (1992) e Elliot (1994)), como,

$$\mathbf{u}(k+1) = \mathbf{u}(k) - \alpha [\mathbf{A} \mathbf{u}(k) + \mathbf{b}] \quad (3.60)$$

em que $\mathbf{u}(k)$ representa o vetor das variáveis de controle na k -ésima iteração, \mathbf{A} e \mathbf{b} são os termos definidos pela Eq. (3.58) e α é um coeficiente de convergência. Substituindo as expressões desses termos, deduzidos na Eq. (3.57), na Eq. (3.60), resulta no algoritmo de gradiente decrescente que minimiza a função custo definido pela Eq. (3.56). Este algoritmo adaptativo pode ser reescrito, usando a Eq. (3.55), como,

$$\mathbf{u}(k+1) = [\mathbf{I} - \alpha\mathbf{R}]\mathbf{u}(k) - \alpha\mathbf{G}^H \mathbf{Q}\mathbf{e}(k) \quad (3.61)$$

sendo $\mathbf{e}(k)$ o vetor dos sinais da resposta complexa medida no estado permanente depois da aplicação das variáveis de controle $\mathbf{u}(k)$.

3.3.3- CONTROLADORES ADAPTATIVOS MULTICANAIS NO DOMÍNIO DO TEMPO

Ao invés de assumir que o conjunto de sinais de referência (\mathbf{x} , na Fig. 3.11) são senóides contínuas, assume-se agora que estes sinais são seqüências amostradas. Essas seqüências ainda representam senóides com frequências de excitação da fonte primária, mas também poderiam representar seqüências de amostragem estimadas de um número de excitações aleatórias primárias.

Nesta seção, considere o ajuste dos coeficientes dos filtros digitais FIR cujas entradas possuem K seqüências de referência, $x_k(n)$, e cujas saídas, $u_m(n)$, possui M atuadores secundários. O i -ésimo coeficiente, h_{mki} , do filtro conduzindo o m -ésimo atuador do k -ésimo sinal de excitação permite representar a saída desse filtro por, (Elliot, 1998)

$$u_m(n) = \sum_{k=1}^K \sum_{i=0}^{l-1} h_{mki} x_k(n-i) \quad (3.62)$$

que pode ser considerado como uma generalização da Eq. (3.41), tal que existem agora, MK filtros de controle com l coeficientes cada. Novamente, usando a notação de operador introduzida na seção 3.3.1, a Eq. (3.62) pode ser escrita como,

$$u_m(n) = \sum_{k=1}^K H_{mk}(q)x_k(n) \quad (3.63)$$

na qual, o operador $H_{mk}(q)$ é definido como,

$$H_{mk}(q) = \sum_{i=0}^{l-1} h_{mki}q^{-i} \quad (3.64)$$

Adotando novamente um desenvolvimento análogo ao caso de um controlador de um único canal, assume-se que a resposta global, incluindo os filtros analógicos, conversores de dados, resposta do atuador e sistema mecânico, no caminho do sinal desde a m -ésima saída do controlador até o l -ésimo sinal do erro amostrado (resposta), é representada por um filtro digital fixo cuja resposta é denominada de $G_{lm}(q)$. A l -ésima seqüência do erro pode ser escrita como,

$$e_l(n) = d_l(n) + \sum_{m=1}^M G_{lm}(q)u_m(n) \quad (3.65)$$

onde $d_l(n)$ é a l -ésima seqüência de erro na ausência de controle. Usando a Eq. (3.63), esta seqüência de erro pode ser escrita explicitamente em termos da resposta do controlador como,

$$e_l(n) = d_l(n) + \sum_{m=1}^M \sum_{k=1}^K G_{lm}(q)H_{mki}(q)x_k(n) \quad (3.66)$$

E esta equação pode ser também escrita como,

$$e_l(n) = d_l(n) + \sum_{m=1}^M \sum_{k=1}^K H_{mk}(q)r_{lmk}(n) \quad (3.67)$$

sendo os sinais de referência filtrados, agora, definidos como,

$$r_{lmk}(n) = G_{lm}(q)x_k(n) \quad (3.68)$$

A expressão para o l -ésimo sinal de erro é agora dada em termos dos coeficientes dos filtros no controlador digital, usando a Eq. (3.67), como,

$$e_l(n) = d_l(n) + \sum_{m=1}^M \sum_{k=1}^K \sum_{i=0}^{l-1} h_{mki} r_{lmk}(n-i) \quad (3.69)$$

que pode ser escrito em notação de vetores da forma, (Elliot, 1998),

$$\mathbf{e}_l(n) = \mathbf{d}_l(n) + \mathbf{r}_l^T(n) \mathbf{h} \quad (3.70)$$

sendo

$$\mathbf{r}_l(n) = [r_{l11}(n) r_{l11}(n-1) \dots r_{lMK}(n-I+1)]^T \quad (3.71)$$

e

$$\mathbf{h} = [h_{110} h_{111} \dots h_{MKl-1}]^T \quad (3.72)$$

Definindo os vetores de todos os sinais de erros e dos sinais primários como,

$$\begin{aligned} \mathbf{e}(n) &= [e_1(n) e_2(n) \dots e_L(n)]^T \\ \mathbf{d}(n) &= [d_1(n) d_2(n) \dots d_L(n)]^T \end{aligned} \quad (3.73)$$

pode-se, agora, expressar a resposta amostrada permanente do problema de controle “*feedforward*” de multicanais, em uma forma matricial, por,

$$\mathbf{e}(n) = \mathbf{d}(n) + \mathbf{T}(n) \mathbf{h} \quad (3.74)$$

com

$$\mathbf{T}(n) = [\mathbf{r}_1(n) \mathbf{r}_2(n) \dots \mathbf{r}_L(n)]^T \quad (3.75)$$

Retornando à Eq. (3.62), pode-se, agora, escrever a seqüência que atua sobre o m -ésimo atuador como,

$$u_m(n) = \mathbf{x}_m^T(n)\mathbf{h} \quad (3.76)$$

sendo

$$\mathbf{x}_m^T = [0 \ 0 \ \dots x_1(n) \ x_1(n-1) \ \dots 0 \ \dots x_2(n) \ x_2(n-1) \ \dots 0] \quad (3.77)$$

de forma que o vetor de sinais comandando os atuadores são,

$$\mathbf{u}(n) = \mathbf{X}(n)\mathbf{h} \quad (3.78)$$

com

$$\mathbf{X}(n) = [\mathbf{x}_1(n) \ \mathbf{x}_2(n) \ \dots \ \mathbf{x}_M(n)]^T \quad (3.79)$$

Uma função custo generalizada, semelhante àquela usada na teoria de controle tipo “feedback” ótimo é também definida aqui da forma, (Elliot, 1994),

$$J = E[\mathbf{e}^H(n)\mathbf{Q}\mathbf{e}(n) + \mathbf{u}^H(n)\mathbf{R}\mathbf{u}(n)] \quad (3.80)$$

na qual o sobrescrito ^H representa o Hermitiano e E representa um operador de expectativa. O Hermitiano transposto é colocado aqui para permitir a possibilidade de se trabalhar com sinais amostrados complexos. \mathbf{Q} é uma matriz de ponderação de erro, \mathbf{R} é uma matriz de ponderação de “esforço” e ambas são Hermitianas positivas definidas mas não necessariamente diagonais. Usando as equações de $\mathbf{e}(n)$ e $\mathbf{u}(n)$, a função custo pode ser escrita na forma quadrática complexa,

$$J = \mathbf{h}^H \mathbf{A} \mathbf{h} + \mathbf{h}^H \mathbf{b} + \mathbf{b}^H \mathbf{h} + c \quad (3.81)$$

com

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A} &= E[\mathbf{T}^H(n)\mathbf{Q}\mathbf{T}(n) + \mathbf{X}^H(n)\mathbf{R}\mathbf{X}(n)], \\
 \mathbf{b} &= E[\mathbf{T}^H(n)\mathbf{Q}\mathbf{d}(n)], \\
 \mathbf{c} &= E[\mathbf{d}^H(n)\mathbf{Q}\mathbf{d}(n)].
 \end{aligned}
 \tag{3.82}$$

A Eq. (3.81) tem um único mínimo global, assumindo que \mathbf{A} é positiva definida, para um conjunto de coeficientes do filtro de controle dado por, (Elliot, 1994),

$$\mathbf{h}_{\text{opt}} = -\mathbf{A}^{-1}\mathbf{b} \tag{3.83}$$

que resulta no valor mínimo quadrático da função custo,

$$J_{\text{min}} = \mathbf{c} - \mathbf{b}^H\mathbf{A}^{-1}\mathbf{b} \tag{3.84}$$

Na prática, somente uma aproximação para cada função de transferência dos caminhos desde a fonte secundária até o sensor de erro pode ser medida e usada para gerar os sinais de referência filtrados implementados, resultando na matriz que pode ser denominada de $\hat{\mathbf{T}}(n)$. Assim, um algoritmo para atualizar todos os coeficientes do filtro de controle de cada amostra pode ser estabelecido como, (Elliot, 1994),

$$\mathbf{h}(n+1) = \mathbf{h}(n) - \alpha[\hat{\mathbf{T}}^H(n)\mathbf{Q}\mathbf{e}(n) + \mathbf{X}^H(n)\mathbf{R}\mathbf{u}(n)] \tag{3.85}$$

Se todos os sinais de erro são igualmente ponderados ($\mathbf{Q} = \mathbf{I}$) e nenhum termo de “esforço” é usado ($\mathbf{R} = \mathbf{0}$), este algoritmo se reduz ao algoritmo de erro múltiplo LMS. Neste caso, a Eq. (3.85) pode ser escrita em termos da adaptação dos coeficientes individuais do controlador como,

$$h_{mki}(n+1) = h_{mki}(n) - \alpha \sum_{l=1}^L \hat{r}_{lmk}(n) e_l(n-i) \tag{3.86}$$

onde \hat{r}_{lmk} é o sinal de referência filtrado obtido pela passagem do sinal de referência $x_k(n)$ através de uma estimativa da função de transferência do caminho desde o m -ésimo atuador até o l -ésimo sensor de erro, $\hat{G}_{lm}(q)$.



CAPÍTULO 4

MODELO TEÓRICO

4.1- INTRODUÇÃO

Neste capítulo será apresentada uma metodologia para o desenvolvimento de modelos de rotores apoiados em mancais magnéticos ativos com o objetivo de investigar teoricamente o desempenho de um sistema de controle ativo aplicado nos rotores.

Com o propósito de analisar um sistema de controle de vibração com atuadores magnéticos, um modelo simplificado de rotor, considerando a vibração apenas na direção vertical, será desenvolvido. O movimento do rotor na direção horizontal não será considerado no modelo, assumindo-se que o movimento nesta direção seja independente do movimento vertical. Qualquer vibração na direção horizontal pode ser controlada, da mesma maneira que a vibração na direção vertical, usando um outro sistema de controle ativo desacoplado, produzindo resultados similares.

Na modelagem, o rotor será considerado como uma viga apoiada em mancais magnéticos representados por elementos de rigidez e de amortecimento. Sobre essa viga são fixadas massas representativas do material magnético dos mancais e de discos desbalanceados. As forças de desbalanceamento e as forças de controle serão introduzidas no modelo para se determinar o desempenho do sistema de controle ativo ótimo.

Nesta metodologia de modelagem de rotores, o modelo é desenvolvido em duas fases. Inicialmente modela-se o eixo considerando-o uma viga livre-livre sem qualquer elemento de massa, rigidez ou amortecimento concentrados conectados à ele. Apenas os efeitos de massa e rigidez distribuídos do eixo, bem como o amortecimento estrutural do material são considerados. Para essa modelagem do eixo empregou-se a teoria de que a relação entre as forças externas aplicadas em uma viga livre-livre e o seu movimento vibratório pode ser estabelecida a partir do

cômputo de um número finito de frequências naturais e modos de vibração, Johnson *et. al.* (2003).

Na segunda fase os efeitos de rigidez e amortecimento dos mancais magnéticos, bem como as massas concentradas dos discos e materiais ferromagnéticos são introduzidos no modelo de viga livre-livre empregando-se o método das matrizes de impedância, Bonello e Brennan (2001).

Os valores da rigidez e do amortecimento equivalentes dos mancais magnéticos são determinados conforme a teoria apresentada no capítulo 2, Eqs. (2.30) e (2.31).

4.2- TEORIA BÁSICA DA MODELAGEM MATEMÁTICA

Nesta seção será apresentada a teoria básica de modelagem matemática empregada neste trabalho. Por conveniência de notação, as matrizes serão representadas por letras latinas maiúsculas e os vetores por letras latinas minúsculas, ambos em negrito. Como já mencionado, apenas os movimentos do rotor na direção vertical serão considerados. Além disso, será desconsiderado o efeito giroscópio na modelagem.

Para descrever a teoria básica da modelagem, considere um rotor simples, conforme mostra a Fig. 4.1, discretizado em N pontos nodais. O rotor é composto de um eixo apoiado em mancais que atuam como elementos de rigidez e de amortecimento. Sobre o eixo é fixado um disco com uma determinada massa.

Considere também os pontos nodais particulares l , p e q pertencentes ao eixo. Nos pontos nodais l e q estão conectados os elementos de rigidez k_l e k_q , e de amortecimento c_l e c_q , respectivamente. No ponto nodal p está conectada a massa do disco m_p , de acordo com a Fig. 4.1.

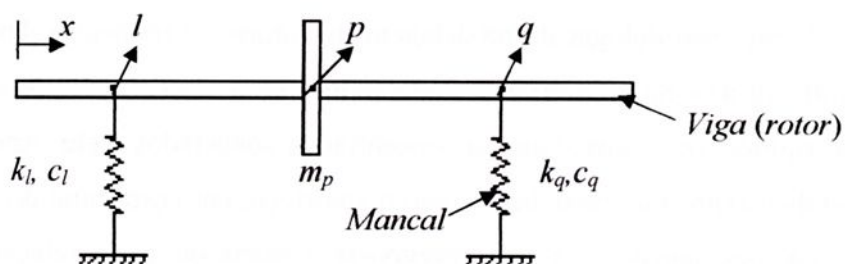


Figura 4.1- Esquema de um rotor para a descrição da teoria básica.

Tomando inicialmente apenas o eixo do rotor como uma viga livre-livre, então a velocidade, u , da viga pode ser descrita como uma série ou somatório dos modos de vibração, Johnson et al. (2003).

$$u(x, \omega) = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha_n(\omega) \psi_n(x) \quad (4.1)$$

onde o n -ésimo modo de vibração $\psi_n(x)$ é função da posição x e a amplitude complexa do n -ésimo modo é dado por $\alpha_n(\omega)$. Se a faixa de frequência de interesse é limitada, então é possível descrever, com uma precisão satisfatória, o comportamento vibratório da viga usando um conjunto finito de modos. Os dois primeiros modos da viga livre-livre são modos de corpo rígido e os modos de maior ordem são dados pela combinação de funções seno, cosseno e hiperbólica. Assim, os modos de vibração são dados pelas equações,

$$\psi_0(x) = 1 \quad (4.2)$$

$$\psi_1(x) = 1 - \frac{2x}{l} \quad (4.3)$$

$$\psi_n(x) = \cos \gamma \left(\frac{x}{l} - 0.5 \right) + k \cosh \gamma \left(\frac{x}{l} - 0.5 \right) \quad \text{para } n = 2, 4, 6, \dots \quad (4.4)$$

sendo,
$$\tan \frac{\gamma}{2} + \tanh \frac{\gamma}{2} = 0 \quad \text{e} \quad k = -\frac{\text{sen} \frac{\gamma}{2}}{\text{senh} \frac{\gamma}{2}} \quad (4.5)$$

$$\psi_n(x) = \text{sen} \gamma' \left(\frac{x}{l} - 0.5 \right) + k' \text{senh} \gamma' \left(\frac{x}{l} - 0.5 \right) \quad \text{para } n = 3, 5, 7, \dots \quad (4.6)$$

sendo,
$$k' = -\frac{\text{sen} \frac{\gamma'}{2}}{\text{senh} \frac{\gamma'}{2}} \quad \text{e} \quad \tan \frac{\gamma'}{2} - \tanh \frac{\gamma'}{2} = 0 \quad (4.7)$$

A amplitude do modo $a_n(\omega)$ é função da frequência angular ω e pode ser calculada considerando-se todas as forças agindo sobre o rotor. A amplitude do modo devido a uma única força $F(\omega)$ agindo sobre um ponto x_j do rotor é dada por,

$$a_n(\omega) = \frac{2}{m_r} \left(\frac{j\omega}{(\omega_n^2 - \omega^2) + 2j\zeta_n\omega_n\omega} \psi(x_j) \right) F(\omega) \quad (4.8)$$

sendo ω_n e ζ_n a frequência natural e o fator de amortecimento do n -ésimo modo, respectivamente, e m_r é a massa total do rotor. Os fatores de amortecimento modais são tipicamente baixos para um rotor de aço, na ordem de 0,005, Johnson *et. al.* (2003). Foi considerado que a maior parte do amortecimento do sistema é fornecida pelos mancais. As frequências naturais relativas aos modos de uma viga livre-livre podem ser calculadas usando as equações,

$$\omega_0 = 0 \quad (4.9)$$

$$\omega_1 = 0 \quad (4.10)$$

$$\omega_n = \frac{(n-0.5)^2 \pi^2 d}{4l^2} \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad \text{para } n \geq 2 \quad (4.11)$$

sendo E o módulo de elasticidade, d o diâmetro do eixo, l o comprimento do eixo e ρ a densidade do material.

Pela combinação da Eq. (4.1) e Eq. (4.8), pode-se calcular os termos da matriz de transferência de mobilidade através da seguinte equação,

$$T_{ij}(\omega) = \frac{2}{m_r} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{j\omega}{(\omega_n^2 - \omega^2) + 2j\zeta_n\omega_n\omega} \psi(x_i)\psi(x_j) \quad (4.12)$$

A matriz de transferência de mobilidade \mathbf{T}_{ij} relaciona a velocidade da viga na posição x_i devido à ação de uma força externa na posição x_j .

Para uma determinada frequência discreta, as velocidades a um número de posições do rotor podem ser descritas na forma matricial como,

$$\mathbf{u}_i = \mathbf{T}_{ij} \mathbf{f}_j \quad (4.13)$$

sendo que o vetor coluna \mathbf{u}_i descreve as velocidades nas posições \mathbf{x}_i devido a um número de forças externas \mathbf{f}_j agindo nas posições \mathbf{x}_j . Cada elemento da matriz \mathbf{T}_{ij} é calculado usando a Eq. (4.12).

A Eq. (4.13) pode ser usada unicamente para modelar uma viga livre-livre. Entretanto, atuam sobre esta viga as forças de reação devido aos efeitos da rigidez e amortecimento dos mancais e das massas concentradas fixadas ao rotor. Esses efeitos serão introduzidos no modelo usando a teoria da matriz de impedância, Bonello e Brennan (2001).

No rotor da Fig. 4.1, se os mancais também forem utilizados como atuadores de um sistema de controle ativo, então serão consideradas como forças externas as forças de controle nos pontos nodais l e q e uma força de desbalanceamento do disco no ponto nodal p . Por outro lado, a massa do disco e a rigidez e o amortecimento dos mancais utilizados ao eixo criam forças de reação nos pontos nodais l , p e q quando o rotor se move. Essas forças de reação podem ser modeladas utilizando uma matriz de impedância \mathbf{Z} , da seguinte forma,

$$\mathbf{f}_r = -\mathbf{Z} \mathbf{u}_m \quad (4.14)$$

onde \mathbf{Z} é uma matriz diagonal de ordem $N \times N$.

Para o modelo de rotor esquematizado na Fig. 4.1, a matriz de impedância será,



Introduzindo a Eq. (4.19) na Eq. (4.14) obtém-se a equação das forças de reação em termos das forças externas,

$$\Rightarrow \mathbf{f}_r = -\mathbf{Z}\mathbf{u}_m = -\mathbf{Z}[\mathbf{I} + \mathbf{T}_{mm}\mathbf{Z}]^{-1}\mathbf{T}_{mj}\mathbf{f}_j \quad (4.20)$$

As duas matrizes \mathbf{T}_{mm} e \mathbf{T}_{mj} contém as mobilidades do rotor descrevendo as velocidades nos pontos de interesse do rotor devido à aplicação das forças de reação e das forças externas, respectivamente. Os elementos dessas matrizes podem ser calculados usando a Eq. (4.12). As Eqs. (4.19) e (4.20) podem ser usadas para calcular um novo conjunto de mobilidades “compacto” do rotor $\hat{\mathbf{T}}_{ij}$ que inclui a força de reação \mathbf{f}_r das massas, amortecimentos e rigidezes. A partir desse novo conjunto de equações pode-se calcular a velocidade em qualquer ponto nodal do rotor devido à força aplicada em qualquer outro ponto ao longo do rotor. Pode-se, agora, reescrever a mobilidade, Eq. (4.13) como,

$$\mathbf{u}_i = \mathbf{T}_{ij}\mathbf{f}_j + \mathbf{T}_{im}\mathbf{f}_r = \hat{\mathbf{T}}_{ij}\mathbf{f}_j \quad (4.21)$$

$$\hat{\mathbf{T}}_{ij} = [\mathbf{T}_{ij} - \mathbf{T}_{im}\mathbf{Z}[\mathbf{I} + \mathbf{T}_{mm}\mathbf{Z}]^{-1}\mathbf{T}_{mj}] \quad (4.22)$$

As duas matrizes \mathbf{T}_{im} e \mathbf{T}_{ij} contém as mobilidades do rotor descrevendo a velocidade no ponto de observação \mathbf{x}_i devido às forças agindo nos pontos de localização de forças de reação e nos pontos de aplicação das forças externas. Usando esse conjunto de equações, o desempenho de um sistema de controle ativo pode ser avaliado.

4.3- CONTROLE ATIVO ÓTIMO

Um método para verificar o desempenho de um sistema de controle ativo será agora apresentado. Um sistema de controle tentará minimizar a soma do quadrado das saídas dos sensores de erro. Se um sistema de controle tem K atuadores de controle e L sensores de erro, então, a uma dada frequência discreta, o vetor de erro \mathbf{e} de comprimento L pode ser escrito em

termos do vetor das forças de perturbação primárias \mathbf{f}_p (ou seja, desbalanceamento do rotor) e do vetor das forças de controle secundárias \mathbf{f}_c de comprimento K .

$$\mathbf{e} = \hat{\mathbf{T}}_{ep} \mathbf{f}_p + \hat{\mathbf{T}}_{ec} \mathbf{f}_c \quad (4.23)$$

As duas matrizes $\hat{\mathbf{T}}_{ep}$ e $\hat{\mathbf{T}}_{ec}$ contém as mobilidades do rotor descrevendo as velocidades nos locais dos sinais de erro \mathbf{x}_e devido às forças de desbalanceamento (perturbações primárias) agindo nos pontos \mathbf{x}_p onde os discos estão fixados, e devido às forças de controle (perturbações secundárias) aplicadas nas posições \mathbf{x}_c do rotor. A soma do quadrado dos sinais de erro pode ser calculada usando o transposto Hermitiano (ou transposto conjugado denominado por H) definido como,

$$J = \mathbf{e}^H \mathbf{e} \quad (4.24)$$

que é minimizado quando as forças de controle secundárias \mathbf{f}_c adquirem os valores, Fuller (1996) e Nelson (1993),

$$\mathbf{f}_{c_otimo} = [\hat{\mathbf{T}}_{ec}^H \hat{\mathbf{T}}_{ec}]^{-1} \hat{\mathbf{T}}_{ec}^H \hat{\mathbf{T}}_{ep} \mathbf{f}_p \quad (4.25)$$

Utilizando essas forças otimizadas, a velocidade a qualquer número de locais de observação \mathbf{x}_i ao longo do rotor pode então ser calculada antes da aplicação do sistema de controle (\mathbf{u}_{i_a}), e após a aplicação do controle ótimo (\mathbf{u}_{i_d}), como segue,

$$\mathbf{u}_{i_a} = \hat{\mathbf{T}}_{ip} \mathbf{f}_p \quad (4.26)$$

$$\mathbf{u}_{i_d} = \hat{\mathbf{T}}_{ip} \mathbf{f}_p + \hat{\mathbf{T}}_{ic} \mathbf{f}_{c_otimo} \quad (4.27)$$

As duas matrizes $\hat{\mathbf{T}}_{ip}$ e $\hat{\mathbf{T}}_{ic}$ contém as mobilidades descrevendo as velocidades nos pontos de observação \mathbf{x}_i devido às forças agindo no ponto de aplicação \mathbf{x}_p da força de

desbalanceamento (perturbação primária) e nos pontos x_c das forças de controle. Esse processo pode ser repetido para uma banda de frequências.

Foi implementado um programa computacional no ambiente MatLab para o desempenho do modelo matemático e para a análise do controle de vibração do rotor.

4.4- DESCRIÇÃO DO ROTOR PARA ANÁLISE TEÓRICA

Nesta seção apresenta-se a descrição de um rotor teórico que será utilizado para a análise do desempenho de arquiteturas de controle ativo de vibração empregando os mancais magnéticos como atuadores. As arquiteturas de controle serão analisadas considerando-se o efeito da posição dos sensores de erro e dos atuadores sobre a redução da resposta ao desbalanceamento do rotor nas frequências críticas.

O rotor consiste de um eixo de 604 mm de comprimento e 9,52 mm de diâmetro apoiado por dois mancais magnéticos dispostos em ambas extremidades. A Fig. 4.2 mostra esquematicamente esse rotor. Sobre o eixo são fixados dois discos, sendo um de 0,5 kg posicionado em $x = 177$ mm e o outro de 0,9 kg posicionado em $x = 427$ mm. É considerado um desbalanceamento unitário em ambos os discos. Adicionalmente é fixada uma massa de 0,25 kg em cada extremidade do eixo correspondente ao material ferromagnético necessário ao funcionamento dos mancais. Essas dimensões correspondem a uma bancada experimental existente no laboratório de vibrações deste campus. Um resumo das propriedades físicas do rotor e dos mancais é apresentado na Tab. 4.1.

A fim de introduzir adequadamente as características dos mancais magnéticos ativos no modelo matemático para a análise, os valores da rigidez e do amortecimento equivalentes do mancal magnético ativo foram devidamente calculados. Foi utilizado um determinado conjunto de ganhos do filtro PID (integral, derivativo e proporcional) e do modelo de função de transferência descrito no capítulo 2. A rigidez de posição (K_x) e a rigidez de corrente (K_i) foram calculadas usando o modelo linearizado em função das características do mancal magnético ativo através das Eqs. (2.16) e (2.17). Os valores calculados desses parâmetros foram: $K_x = -73286$ Nm^{-1} e $K_i = 18,6145$ N.Amp^{-1} . O modelo do circuito de controle do mancal magnético ativo, dado pela Eq. (2.20) foi usada para calcular a função de transferência do controlador. Para isso, uma rotina computacional empregando o “software” MatLab foi implementada para determinar essa função de transferência. Neste cálculo, introduziu-se a sensibilidade do sensor diferencial

que é de $161,53 \times 10^{-6}$ micron/V, e considerou-se para o filtro passa baixa uma frequência de corte de 800 Hz e um fator de amortecimento de 0,707. Os ganhos usados para o filtro PID foram os seguintes: $K_I = 50$, $K_P = 35$, $K_D = 0,023$ e $K_T = 0,0001$. Para o amplificador de potência tomou-se um ganho de 760 e uma frequência de corte de 20000 Hz. Com o modelo de função de transferência do controlador e com os valores calculados da rigidez de posição e de corrente, determinou-se a rigidez e o amortecimento equivalentes do mancal magnético. Desta forma, obteve-se $K_{eq} = 50000 \text{ Nm}^{-1}$ e $C_{eq} = 5 \text{ Nm}^{-1}\text{s}$.

No desenvolvimento do modelo do rotor, o eixo foi discretizado em 30 pontos nodais e foram considerados 5 modos de vibração na modelagem do eixo como viga livre-livre, conforme teoria da seção 4.2. Em uma análise prévia constatou-se que esse número de modos foi suficiente para garantir uma precisão satisfatória para o modelo.

Os pontos nodais do modelo foram utilizados para posicionar o sensor de erro para se analisar o desempenho do controle ativo. A Fig. 4.3 mostra o esquema do rotor com os pontos nodais onde o sistema de controle alcançou os melhores desempenhos para reduzir as vibrações.

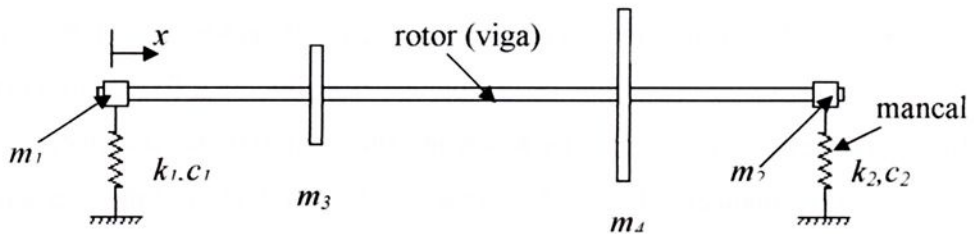


Figura 4.2 – Esquema do sistema de rotor utilizado no modelo teórico.

Tabela 4.1 – Propriedades Físicas do Rotor e dos Mancais usados na Simulação.

	<i>Rotor</i>		<i>Mancal 1</i>		<i>Mancal 2</i>		<i>Massa Desb. 1</i>		<i>Massa Desb. 2</i>
Comprimento	604 mm	Massa	0,25 kg	Massa	0,25 kg	Massa	0,5 kg	Massa	0,9 kg
Diâmetro	9,52 mm	Rigidez	50000Nm ⁻¹	Rigidez	50000Nm ⁻¹	-	-	-	-
Módulo de Elasticidade (E)	200GNm ⁻²	Amortec.	5 Nm ⁻¹ s	Amortec.	5 Nm ⁻¹ s	-	-	-	-
Densidade (ρ)	7850kg ⁻³					-	-	-	-
Fator de Poisson (ν)	0,3	Posição	2 mm	Posição	602 mm	Posição	177 mm	Posição	427 mm
		x_1		x_2		x_3		x_4	

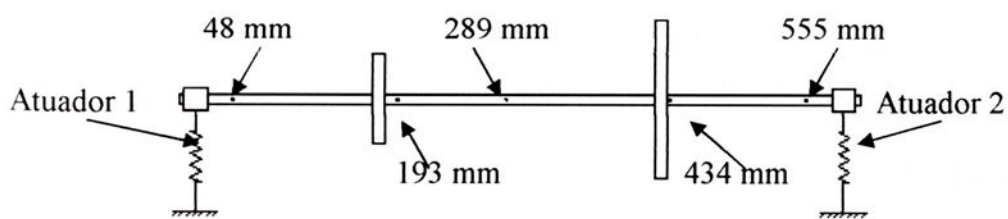


Figura 4.3- Esquema do rotor mostrando os pontos nodais utilizados para a análise.

CAPÍTULO 5

ANÁLISE DO CONTROLE ATIVO DE VIBRAÇÃO DO ROTOR

5.1- INTRODUÇÃO

Neste capítulo será apresentada uma análise do desempenho de um sistema de controle ativo de vibração aplicado no modelo teórico apresentado na seção 4.4. A análise será realizada em função da posição dos atuadores magnéticos e dos sensores de erro de forma a se obter a máxima redução possível dos níveis de vibração, sobretudo nas condições de velocidades críticas do rotor, as quais são de grande interesse na prática.

A análise do desempenho do sistema se dará em termos de controle localizado e controle global dos níveis de vibração. O nível global de vibração se refere ao nível de deslocamento médio quadrático ponderado sobre o comprimento total do rotor considerando os pontos nodais adotados. Ainda que, freqüentemente, é mais importante reduzir níveis de vibração em pontos particulares ao longo do rotor, o nível de vibração global irá proporcionar alguma indicação do desempenho global do sistema de controle e poderá ressaltar problemas potenciais de controle.

Nos rotores reais, normalmente as primeiras velocidades críticas demandam maiores cuidados visto que têm maior probabilidade de serem excitadas, sobretudo nos transientes de partida ou parada do rotor. Assim, esta análise será restrita à uma faixa de frequência compreendida entre 0 a 200 Hz, na qual estão contidas as quatro primeiras velocidades críticas do rotor teórico. A mobilidade do rotor dada na Eq. (4.22) contém as informações das velocidades críticas e dos seus respectivos modos de vibração. As velocidades críticas referentes aos quatro primeiros modos de vibração são: 18,4 Hz, 47,2 Hz, 76,8 Hz e 100,8 Hz.

A arquitetura de controle de vibração do rotor utilizada nesta análise teórica consiste basicamente de dois sistemas de controle ativo operando conjuntamente: um sistema tipo “*feedback*” necessário para a operação dos atuadores e que tentará minimizar as vibrações do rotor nos pontos onde os atuadores estão localizados e outro sistema tipo “*feedforward*”

operando sobreposto ao primeiro e que buscará reduzir os níveis de vibração nos locais monitorados pelos sensores de erro.

5.2- ANÁLISE DO DESEMPENHO DOS ATUADORES

Em geral, nos rotores reais, a distribuição de massa ao longo do eixo não é uniforme, tornando-os não simétricos em relação aos mancais. Assim, cada mancal estará exposto ao efeito de diferentes forças dinâmicas, e se esses mancais também operam como atuadores de um sistema de controle ativo, então o desempenho de cada um deles poderá ser distinto. Portanto, é muito importante fazer uma análise comparativa do desempenho dos atuadores.

Para analisar o desempenho dos atuadores do modelo teórico da Fig. 4.3, denomina-se de atuador 1 o da extremidade esquerda e de atuador 2 o da extremidade direita. Também, assume-se que o sistema de controle ativo é projetado para minimizar o nível global de vibração utilizando um sensor de erro “perfeito”, ou seja, que ele seja capaz de medir diretamente as vibrações de todos os pontos nodais simultaneamente (condição não realizável na prática).

A Fig. 5.1 mostra o nível global de vibração do rotor sem controle e com controle em três casos analisados:

- (i) quando o mancal 1 é usado como atuador;
- (ii) quando o mancal 2 é usado como atuador;
- (iii) quando os dois mancais são usados como atuadores simultaneamente.

A curva do nível de vibração sem controle da Fig. 5.1 apresenta nitidamente os picos de amplitudes correspondentes às quatro frequências críticas do rotor. Em termos de controle ativo, nota-se que nas três condições analisadas esses picos praticamente desapareceram.

Pode-se verificar, através desses resultados, que a diferença na redução dos níveis de vibração do atuador 1 com o atuador 2 é pouco significativa. Entretanto, o atuador 2 têm um desempenho ligeiramente mais efetivo, respectivamente ao lado do rotor onde se concentra uma maior quantidade de massa.

Se ambos os atuadores forem utilizados simultaneamente (atuador 1 + atuador 2), o ganho na redução do nível global de vibração não é tão importante como se poderia esperar, conseguindo apenas uma melhor redução na primeira frequência crítica. Isso já é uma forte indicativa de que, em termos de custos de “*hardware*”, a utilização de apenas um atuador pode ser mais viável economicamente, considerando a relação custo-benefício.

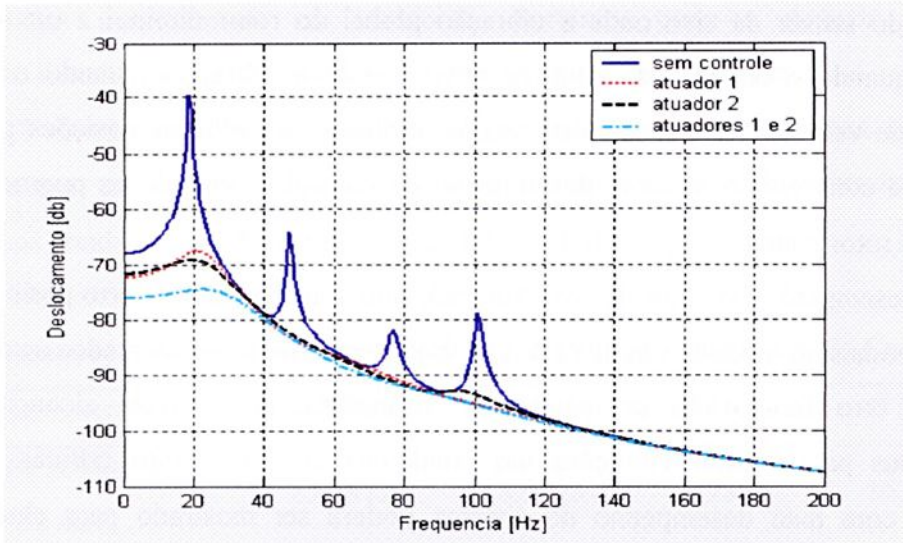


Figura 5.1 – Vibração global do rotor usando o atuador 1, atuador 2 e ambos.

A Tab. 5.1 apresenta os valores exatos das reduções de vibração global nas quatro primeiras frequências críticas, para os três casos analisados.

Tabela 5.1 – Redução do Nível Global de Vibração (*dB*) em Função dos Atuadores.

<i>Atuadores</i>	<i>1° Modo</i>	<i>2° Modo</i>	<i>3° Modo</i>	<i>4° Modo</i>
<i>Atuador 1</i>	28,3976	18,8061	8,7382	16,4628
<i>Atuador 2</i>	29,6881	18,2516	9,5557	14,9673
<i>Atuador 1 + Atuador 2</i>	35,1889	18,7975	9,9371	16,6595

5.3- ESTRATÉGIA DE CONTROLE USANDO UM ATUADOR E UM SENSOR DE ERRO

A estratégia de controle ativo tipo “*feedforward*” mais simples é aquela que utiliza um único atuador e um único sensor de erro para a sua operação. Em termos de vibração local, esta estratégia estará condicionada à redução de vibração no ponto do rotor onde o sensor de erro está instalado. Entretanto, através de uma análise apurada pode-se determinar pontos para a

instalação do sensor de erro onde a vibração global do rotor diminui a um nível requerido. Também, quando o objetivo do controle ativo é reduzir vibrações quando o rotor opera nas condições de velocidades críticas, esta análise indicará as melhores posições para o sensor de erro para se conseguir o máximo desempenho do controle, evitando os pontos modais onde a resposta do rotor é nula.

O desempenho do controle ativo foi analisado com o sensor de erro posicionado em todos os pontos nodais do modelo, um de cada vez. Entretanto, serão apresentados os resultados com o sensor de erro fixado nas posições onde o sistema de controle alcançou os melhores desempenhos para reduzir vibrações nas condições de velocidades críticas. Eventualmente, resultados com mau desempenho do sistema poderá ser mostrado para elucidar melhor as conclusões. O modelo teórico da Fig. 4.3 mostra o rotor com os pontos nodais onde o sistema de controle alcançou os melhores desempenhos para reduzir as vibrações.

A análise do desempenho da estratégia de controle ativo usando um atuador e um sensor de erro foi feita, também, levando em conta as situações que podem ocorrer na prática como:

- (i) o rotor com massas desbalanceadas em fase;
- (ii) o rotor com massas desbalanceadas em oposição de fase;
- (iii) o rotor com massas desbalanceadas significativamente diferentes.

5.3.1- ROTOR COM MASSAS DESBALANCEADAS EM FASE

Nesta subseção, o desempenho do controle ativo usando um atuador e um sensor foi analisado considerando duas massas desbalanceadas em fase, uma em cada disco do rotor, excitando o sistema por forças de desbalanceamento unitárias em fase e atuando em planos diferentes. Neste caso, o sistema de controle, em geral, proporciona desempenhos insatisfatórios na maioria dos pontos nodais. Entretanto, fazendo-se uma análise mais aprofundada desta estratégia de controle, pode-se verificar que existe uma posição para o sensor de erro, em $x = 555$ mm usando o atuador 1 e em $x = 48$ mm usando o atuador 2, onde os desempenhos foram muito bons. Esses resultados, em termos de vibração global, são apresentados nas Figs. 5.2 e 5.3. Verifica-se que o sistema de controle foi capaz de reduzir significativamente todos os picos de amplitudes das velocidades críticas simultaneamente.

Observa-se também, neste caso, que para um dado atuador, a posição do sensor de erro, onde se obtém o máximo desempenho, é próximo à extremidade oposta ao atuador. Esse fato

acontece igualmente para ambos os atuadores. Portanto, pode-se deduzir que esse comportamento do sistema de controle irá ocorrer em outros rotores diferentes.

A Tab. 5.2 mostra os valores exatos da redução dos níveis globais nas velocidades críticas quando se usa um atuador e um sensor no rotor com massas desbalanceadas em fase. Nota-se que as duas condições produzem desempenhos similares.

Tabela 5.2 - Redução do Nível Global de Vibração (dB) nas Duas Situações de Controle.

<i>Atuadores e Sensores</i>	<i>1º Modo</i>	<i>2º Modo</i>	<i>3º Modo</i>	<i>4º Modo</i>
<i>Atuador 1 e sensor em $x = 555 \text{ mm}$</i>	25,3872	15,9623	8,7355	16,3108
<i>Atuador 2 e sensor em $x = 48 \text{ mm}$</i>	26,2097	18,2342	7,4254	14,9862

Apesar dessas estratégias de controle atenuarem significativamente os níveis nas velocidades críticas, conforme mostra a Tab. 5.2, isto não garante que elas reduzam os níveis globais em frequências mais elevadas, bem como em baixíssimas frequências, como mostram as Figs. 5.2 e 5.3, onde os níveis não reduziram, mas sim, aumentaram muito. Além disso, mesmo que haja redução do nível global, isso não garante que haverá redução de vibração em todos os pontos ao longo do rotor.

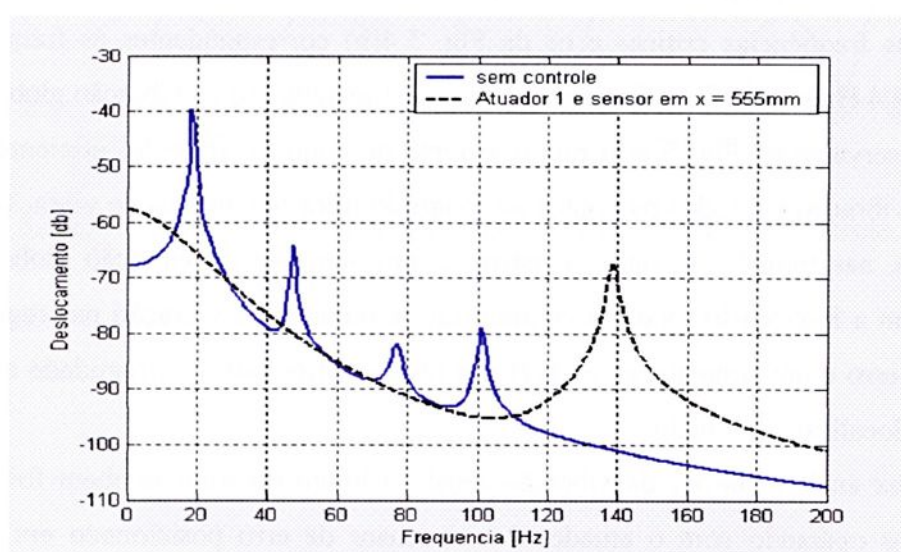


Figura 5.2 – Vibração global usando o atuador 1 e sensor de erro na posição $x = 555 \text{ mm}$.

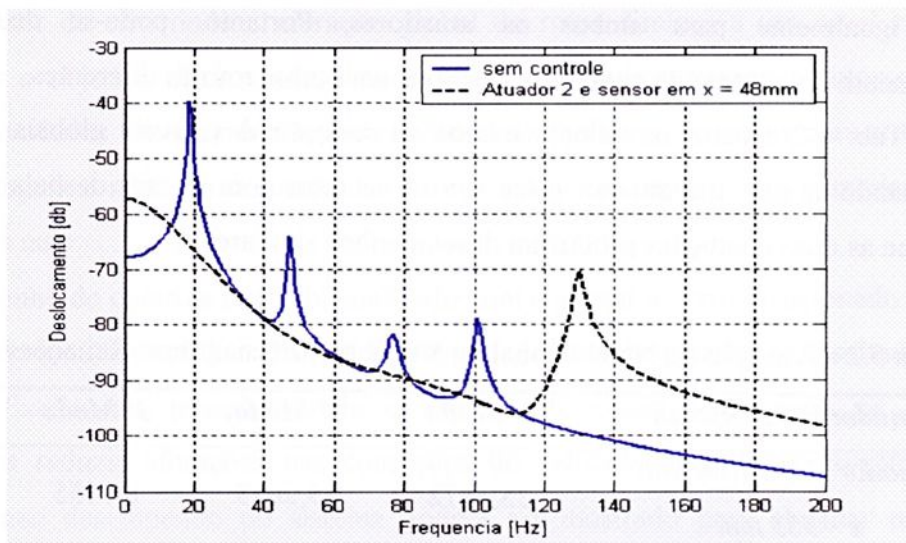


Figura 5.3 – Vibração global usando o atuador 2 e sensor de erro na posição $x = 48$ mm.

Pode-se observar que ocorre um pico muito acentuado na frequência 138,4 Hz na Fig. 5.2 e na frequência 129,6 Hz na Fig. 5.3. Isso ocorre porque com o controle, o sistema passa a se comportar dinamicamente como outro sistema.

Com base nos resultados do controle global de vibração, buscou-se a seguir, analisar o desempenho do controlador para reduzir os níveis de vibração ao longo do eixo (vibrações locais) para determinadas frequências. Utilizando o sistema de controle com o atuador 1 e o sensor de erro na posição $x = 555$ mm, obteve-se os resultados apresentados na Fig. 5.4(a) relativos às frequências críticas e os da Fig. 5.4(b) correspondentes às frequências de 4 Hz, 40 Hz, 138,4 Hz e 180 Hz, nas quais verificou-se um aumento da vibração global.

Observa-se na Fig. 5.4(a) que o sistema de controle ativo foi eficiente para reduzir os níveis de vibração em todos os pontos ao longo do rotor nos modos de vibração analisados. Por outro lado, nas frequências onde registrou-se um aumento da vibração global, verifica-se, de acordo com a Fig. 5.4(b), que houve uma ligeira redução da vibração nas regiões próximas ao sensor de erro e um aumento apreciável nas regiões próximas à extremidade esquerda do rotor, onde está localizado o atuador.

Uma análise similar da vibração local ao longo do rotor também foi realizada com o controlador operando com o atuador 2 e o sensor de erro posicionado em $x = 48$ mm. As Figs. 5.5(a) e 5.5(b) mostram os resultados para os modos de vibração analisados e para as frequências de 4 Hz, 88 Hz, 129,6 Hz e 180 Hz, respectivamente.

Igualmente ao caso anterior, esta arquitetura de controle opera eficientemente para reduzir as amplitudes modais de vibração mas amplifica as amplitudes em várias regiões do eixo, sobretudo nas próximas ao atuador, nas frequências bem baixas e nas frequências acima do quarto modo.

Considerando que essa vibração tem um valor complexo, então, por conveniência, é apresentado o valor absoluto do deslocamento.

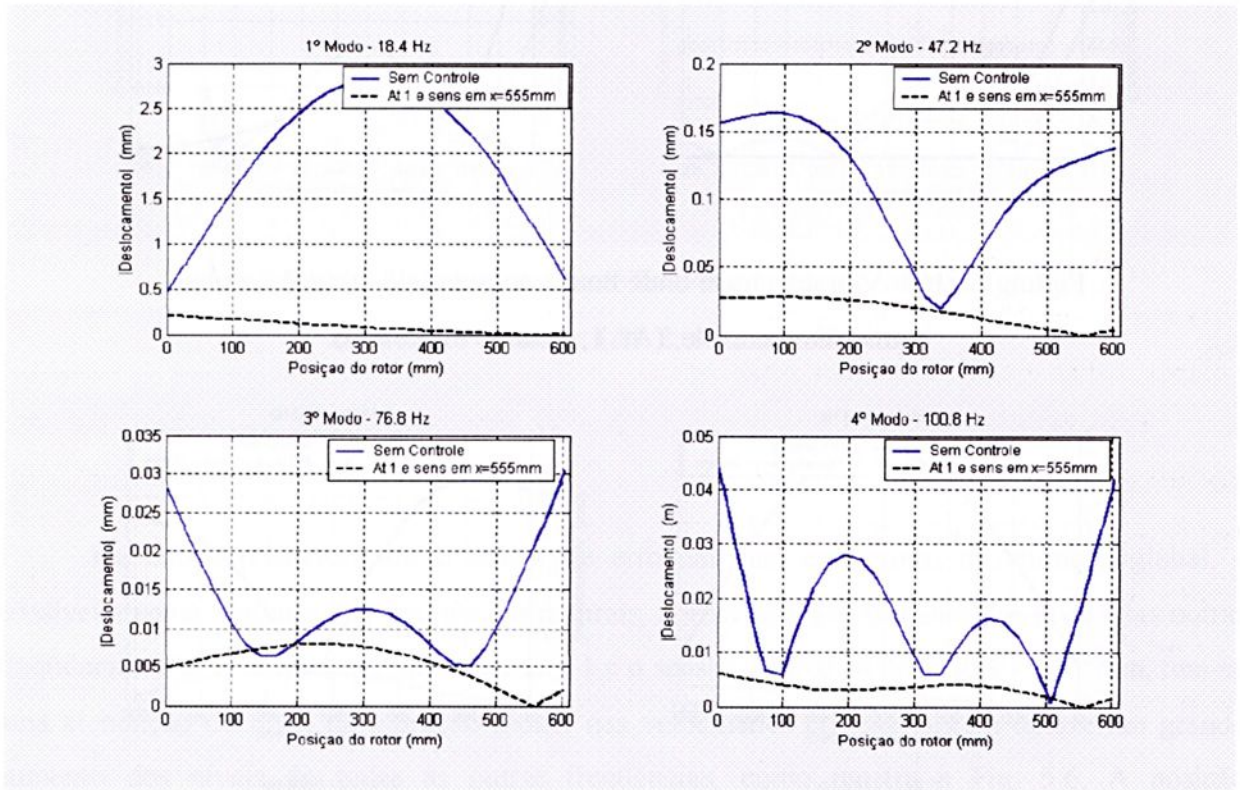


Figura 5.4(a) – Vibração local nas velocidades críticas, com e sem controle, (At. 1; sens. $x = 555$ mm).

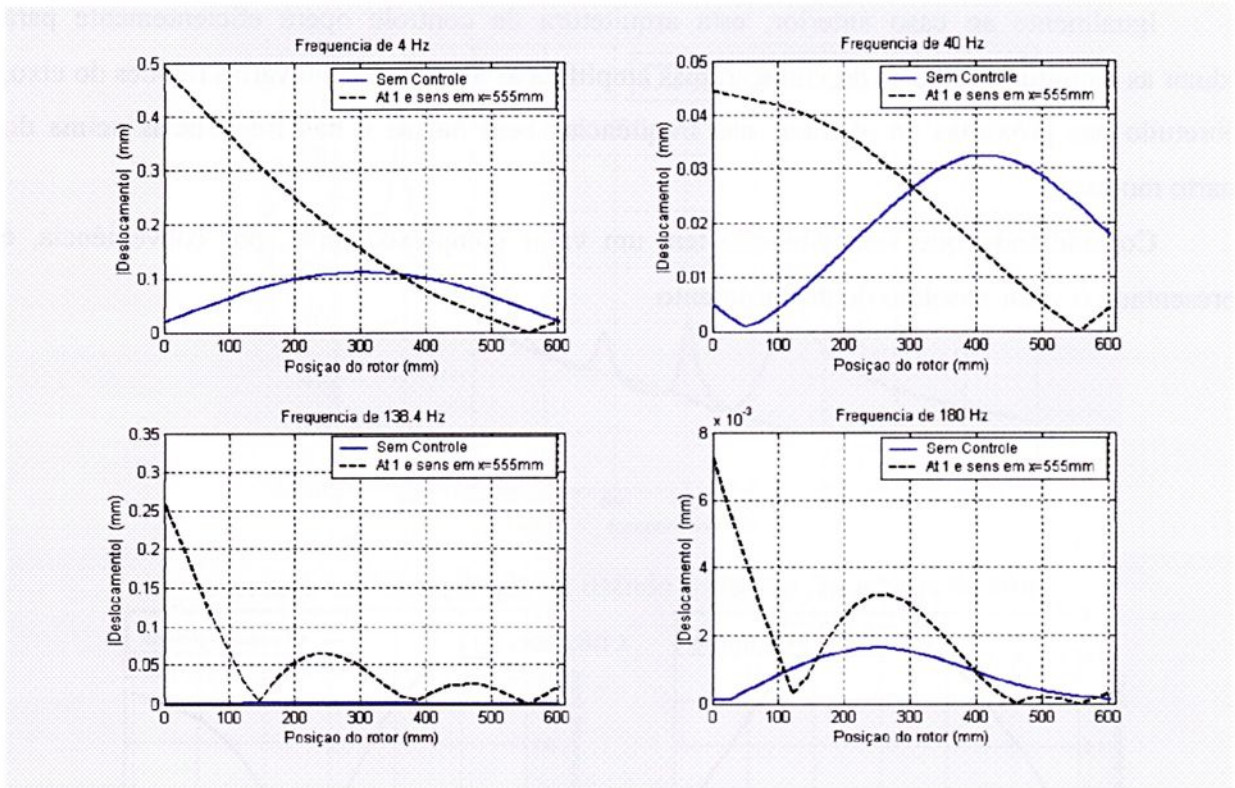


Figura 5.4(b) – Vibração local onde houve aumento de vibração global, com e sem controle, (At. 1; sens. $x = 555$ mm).

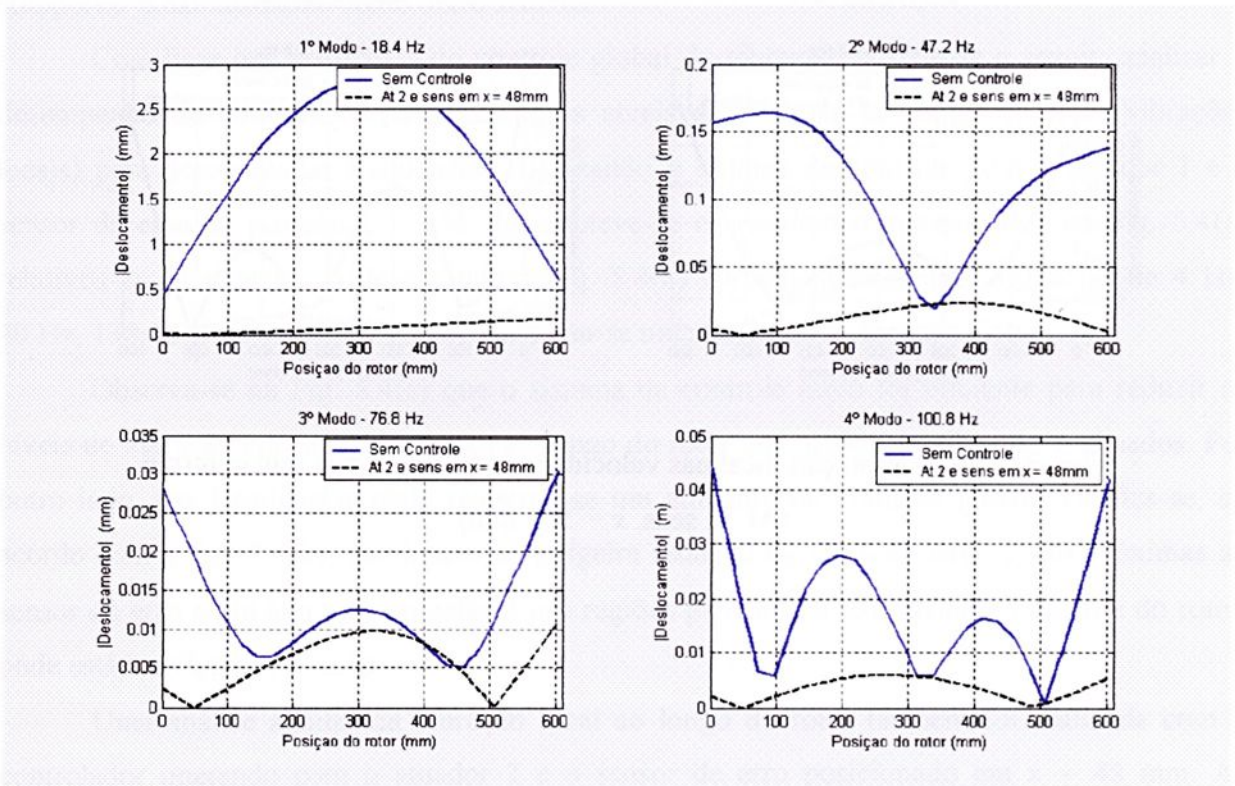


Figura 5.5(a) – Vibração local nas velocidades críticas, com e sem controle, (At. 2; sens. $x = 48$ mm).

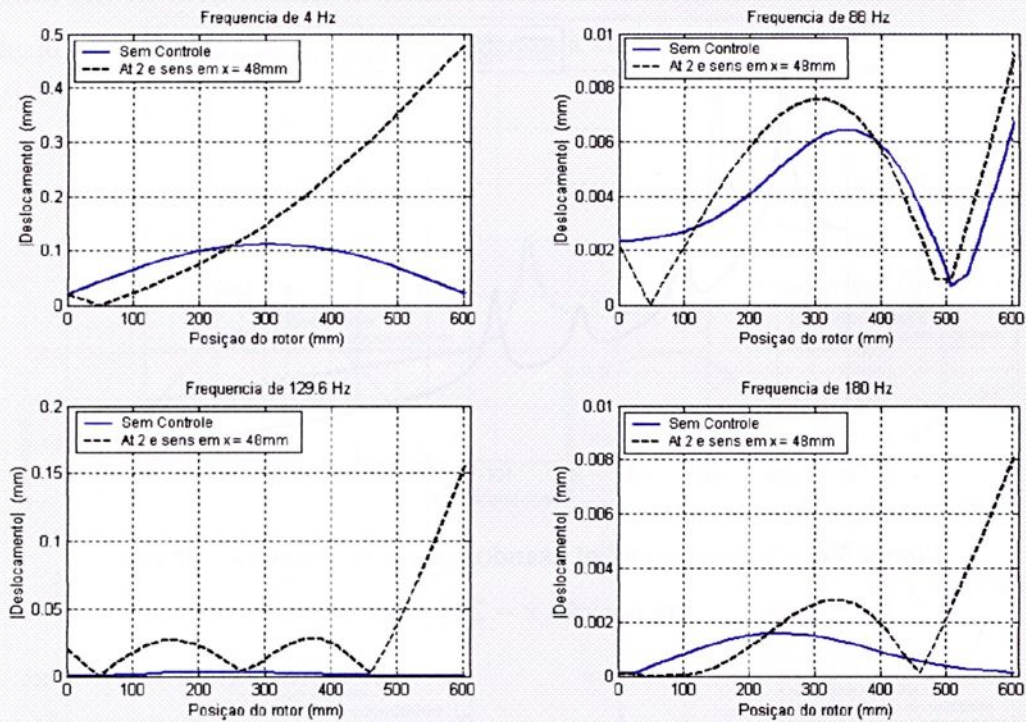


Figura 5.5(b) – Vibração local onde houve aumento de vibração global, com e sem controle, (At. 2; sens. $x = 48$ mm).

Há outras posições para o sensor de erro em que, em termos de vibração global, é possível atenuar algumas das frequências naturais, porém com um aumento dos níveis das outras frequências. Por exemplo, usando o atuador 1 e o sensor de erro na posição $x = 289$ mm, tem-se uma atenuação do nível da vibração global nas velocidades críticas, porém ocorre um grande aumento dos níveis de todas as outras frequências, como mostra a Fig. 5.6. A posição $x = 289$ mm corresponde aproximadamente ao meio do rotor, entre os dois discos (ver Fig. 4.3).

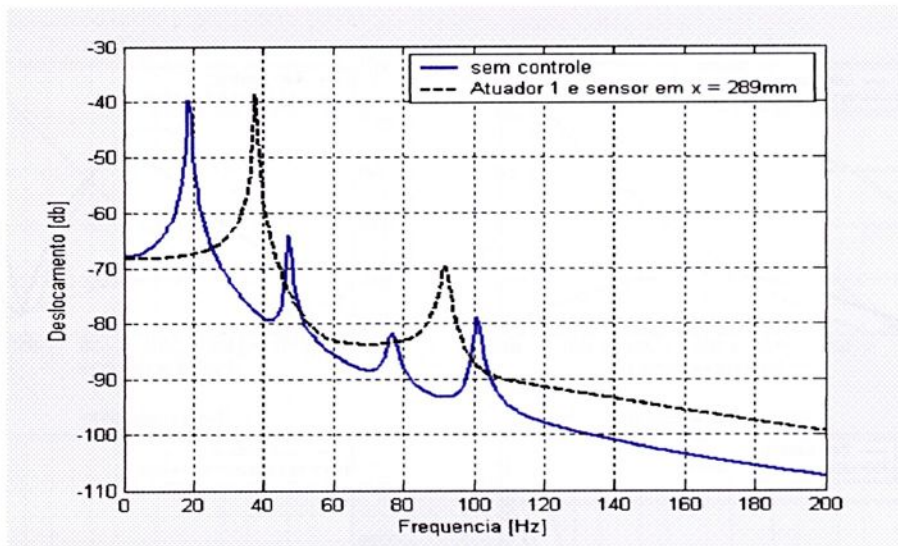


Figura 5.6 – Vibração global usando o atuador 1 e sensor de erro na posição $x = 289$ mm.

A Tab. 5.3 mostra a redução do nível global de vibração nas frequências críticas e também em algumas frequências onde ocorrem um aumento do nível de vibração. Nota-se uma redução global mínima do terceiro modo bem como uma amplificação significativa (indicada com valor negativo) das frequências de 37,6 Hz e 92 Hz. Nas frequências acima de 120 Hz ocorre uma amplificação de aproximadamente 8 dB.

Tabela 5.3 - Redução do Nível Global de Vibração (dB).

<i>Atuador 1 e sensor em $x = 289$ mm</i>			
<i>1° Modo</i>	28,1963	<i>37.6 Hz</i>	-39,0454
<i>2° Modo</i>	10,0827	<i>64Hz</i>	-3,3332
<i>3° Modo</i>	1,8821	<i>92Hz</i>	-23,3742
<i>4° Modo</i>	8,8179	<i>180Hz</i>	-8,1538

Os resultados da análise da vibração local ao longo do rotor, com e sem controle, nas velocidades críticas são apresentados na Fig. 5.7(a) e nas frequências onde houve um aumento expressivo dos níveis de vibração global, ou seja, em 37,6 Hz, 64 Hz, 92 Hz e 180 Hz, são

apresentados na Fig. 5.7(b). Estes resultados foram obtidos com a mesma estratégia de controle que produziu as curvas da Fig. 5.6, correspondentes à vibração global.

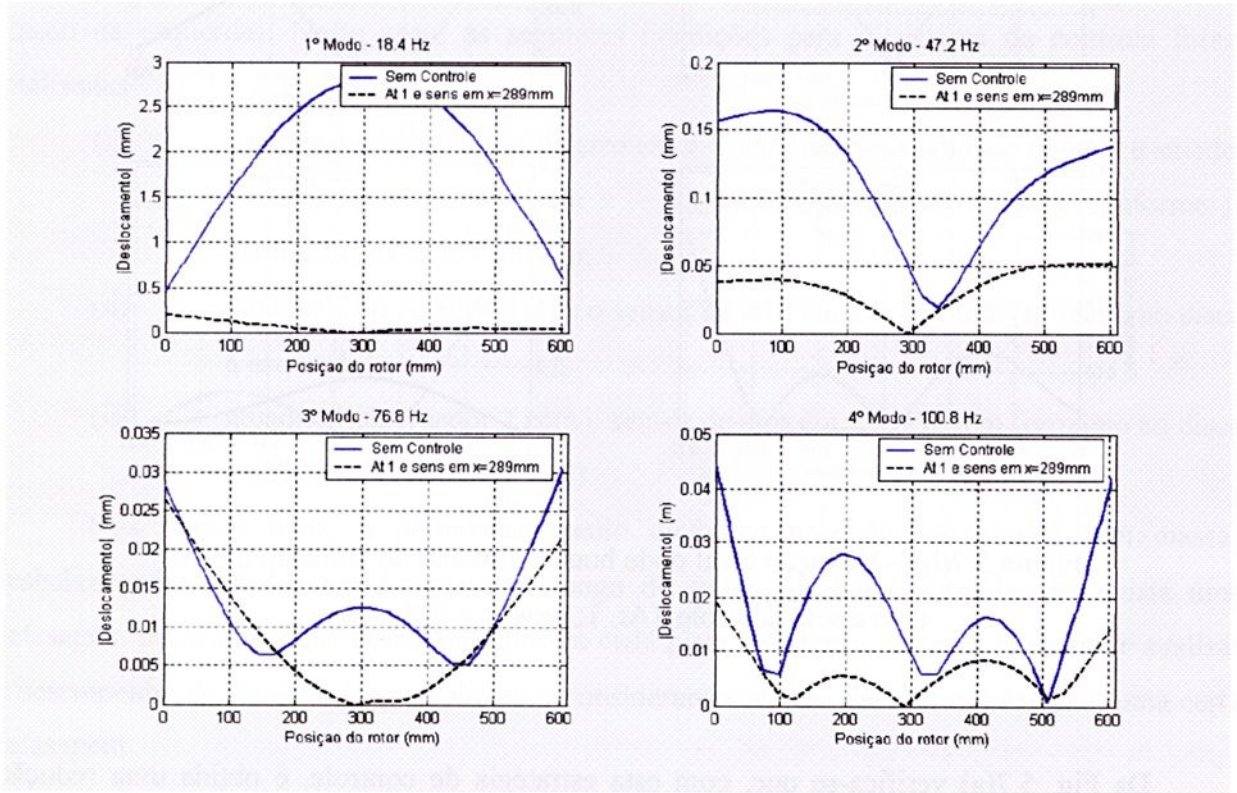


Figura 5.7(a) – Vibração local nas velocidades críticas, com e sem controle, (At. 1; sens. $x = 289$ mm).

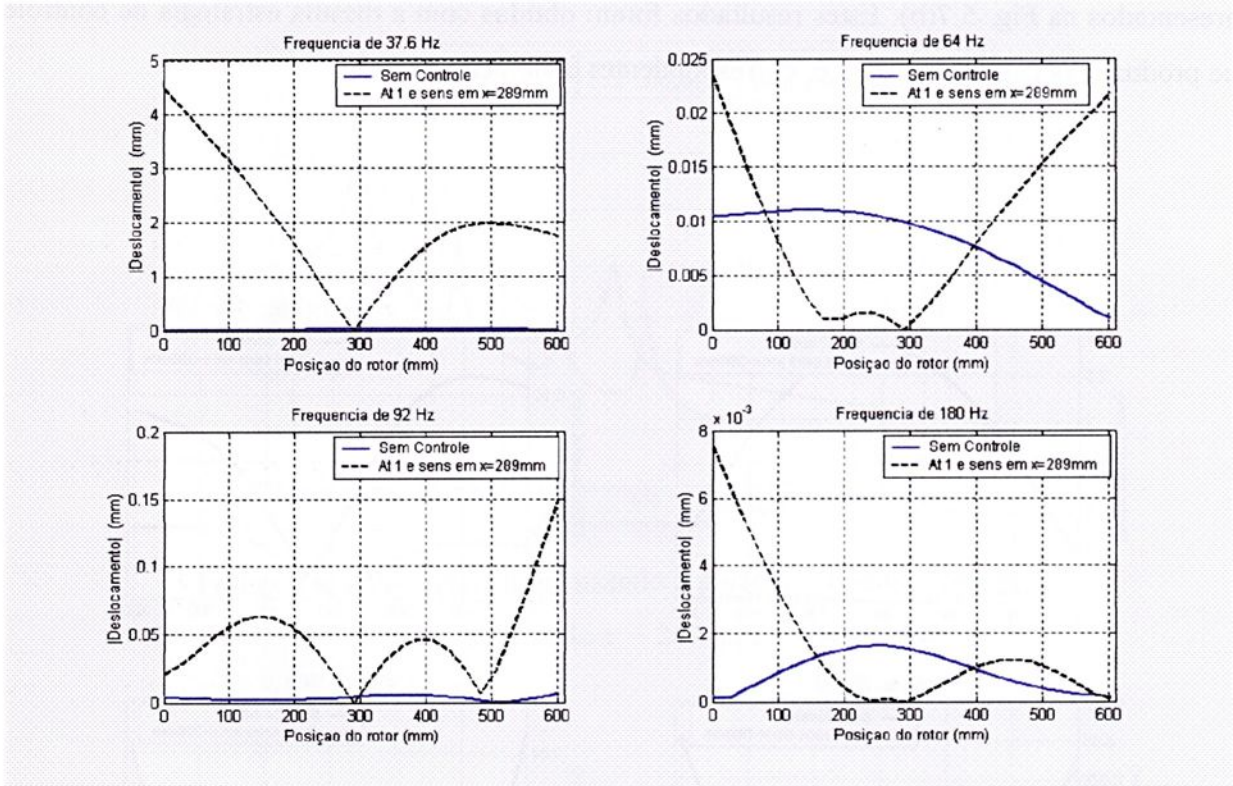


Figura 5.7(b) – Vibração local onde houve aumento de vibração global, com e sem controle, (At. 1; sens. $x = 289$ mm).

Da Fig. 5.7(a) verifica-se que, com esta estratégia de controle, é obtida uma redução apreciável das amplitudes modais, com exceção do terceiro modo onde a redução ficou basicamente restrita nos pontos nodais compreendidos entre os dois discos. Também, da Fig. 5.7(b), observa-se um grande aumento nos níveis locais de vibração na maioria dos casos, sobretudo nas extremidades do rotor. Nas frequências de 64 Hz e 180 Hz, apesar da vibração global indicar um aumento, na realidade há uma região intermediária do rotor onde ocorre uma redução da vibração local.

5.3.2- ROTOR COM MASSAS DESBALANCEADAS EM OPOSIÇÃO DE FASE

Para realizar esta análise, tomou-se o sistema de controle com um atuador e um sensor de erro. Também, tomou-se as duas forças de desbalanceamento nos discos rígidos em sentido opostos (em oposição de fase), isto é, atribuindo a uma das forças um valor unitário negativo (disco da esquerda). Neste caso, as seguintes condições para o sistema de controle foram analisadas:

- (i) atuador 1 com o sensor de erro em $x = 555$ mm (extremidade oposta) e atuador 2 com sensor de erro em $x = 48$ mm (extremidade oposta), conforme já analisados na seção anterior;
- (ii) atuador 1 ou atuador 2 com o sensor de erro em $x = 193$ mm (próximo ao disco à esquerda);
- (iii) atuador 1 ou atuador 2 com o sensor de erro em $x = 434$ mm (próximo ao disco à direita, conforme Fig. 4.3).

Nos rotores reais, o desbalanceamento dinâmico normalmente ocorre com massas desbalanceadas em diferentes planos ao longo do rotor. Também, normalmente existe uma defasagem entre as massas desbalanceadas de cada plano. Portanto, torna-se importante analisar o desempenho do sistema de controle ativo considerando massas desbalanceadas com uma certa defasagem.

Vale ressaltar que as três condições enumeradas anteriormente foram as que produziram os melhores resultados em termos de controle ativo do rotor. As Figs. 5.8 e 5.9 mostram os resultados, em termos de vibração global, obtidos na condição “(i)” do sistema de controle. Observa-se que, com o desbalanceamento dinâmico com forças em oposição de fase, o terceiro modo de vibração desse rotor não é excitado e o pico da terceira frequência natural não aparece nos gráficos.

Da mesma forma que na análise anterior (desbalanceamento com forças em fase), neste caso, a arquitetura de controle com os sensores de erro monitorando as vibrações na extremidade oposta do rotor em relação ao atuador, mostra-se bastante eficaz para reduzir os níveis de vibração nos modos excitados. Também, fora das faixas de ressonância ocorrem aumentos nos níveis globais, sobretudo nas frequências abaixo do primeiro modo e nas frequências acima do quarto modo.

Comparando-se as curvas da Fig. 5.8 com as da Fig. 5.9, verifica-se que o desempenho do sistema de controle usando o atuador 1 ou o atuador 2 com o sensor de erro na extremidade

oposta é praticamente o mesmo. As diferenças nos valores da redução nos picos de frequências críticas são muito pequenas, como podem ser vistas nas Tabs. 5.4 e 5.5 para $x = 555$ mm e $x = 48$ mm, respectivamente. Entretanto, quando se utiliza o atuador 1, aparece um pico bastante destacado na frequência de 138,4 Hz quando o rotor está sob controle.

As Figs. 5.10 e 5.11 apresentam os níveis globais de vibração com e sem controle com o sensor de erro em $x = 193$ mm utilizando o atuador 1 e o atuador 2, respectivamente (condição “(ii)”). Também, as Figs. 5.12 e 5.13 mostram os níveis globais relativos à condição “(iii)”, com o sensor de erro em $x = 434$ mm com o atuador 1 e o atuador 2, respectivamente. Estes resultados mostram que quando o sensor é colocado próximo a um dos discos rígidos é possível reduzir significativamente os níveis de vibração nas frequências críticas, utilizando tanto o atuador 1 como o atuador 2. Isso também pode ser constatado comparando-se os valores de redução das Tabs. 5.4 e 5.5. Entretanto, observou-se que, em geral, fora das faixas de frequências críticas os níveis globais de vibração aumentaram significativamente com a aplicação do controle ativo, aumentos maiores que os observados na condição “(i)”, Figs. 5.8 e 5.9.

Em resumo, estes resultados demonstram que quando tem-se um desbalanceamento dinâmico provocado por forças em oposição de fase agindo em planos distintos do rotor, o sistema de controle ativo também pode ter um desempenho satisfatório nas faixas de frequências críticas. Mesmo assim, também é necessário fazer uma análise para se determinar as posições do sensor de erro com as quais se consegue os melhores desempenhos do sistema de controle. Neste caso, utilizando o sensor de erro na extremidade oposta à do atuador é a condição mais indicada para o controle do rotor. Entretanto, não é possível eliminar as amplificações nas frequências fora das regiões de ressonância. Uma outra configuração de sistema de controle, utilizando um número maior de sensores de erro poderá resolver esse problema, conforme será analisado posteriormente.

Estas conclusões foram obtidas com as forças de desbalanceamento em oposição de fase. Isso indica que elas podem ser generalizadas para qualquer defasagem destas forças.

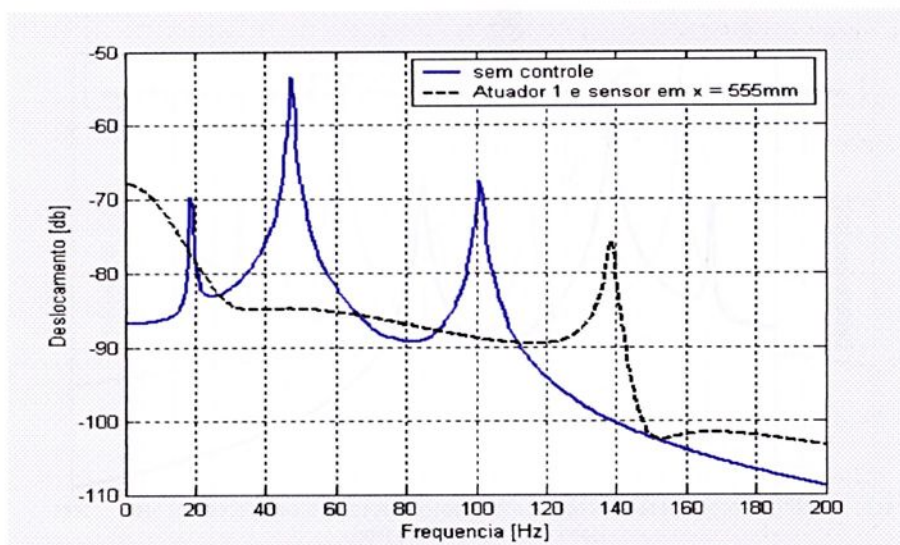


Figura 5.8 – Vibração global usando o atuador 1 e sensor de erro na posição $x = 555$ mm, com forças de desbalanceamento em oposição de fase.

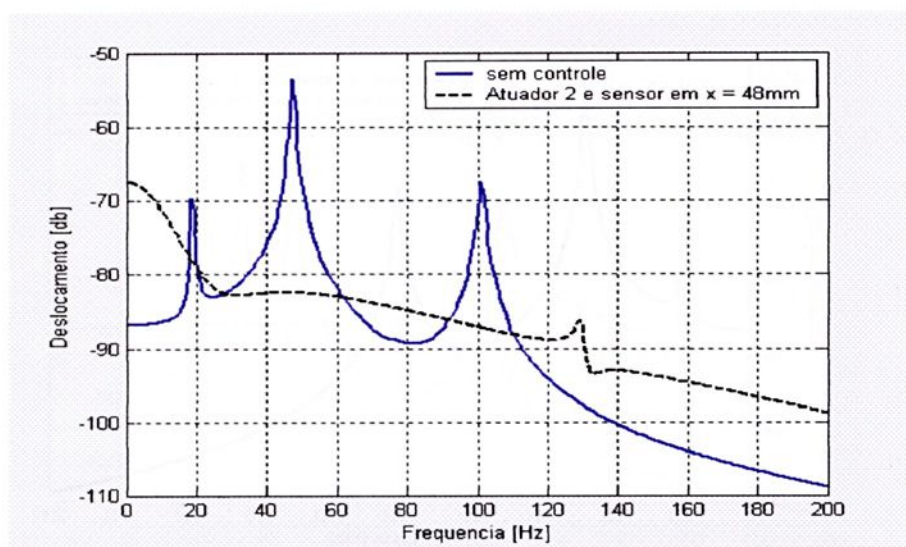


Figura 5.9 – Vibração global usando o atuador 2 e sensor de erro na posição $x = 48$ mm, com forças de desbalanceamento em oposição de fase.

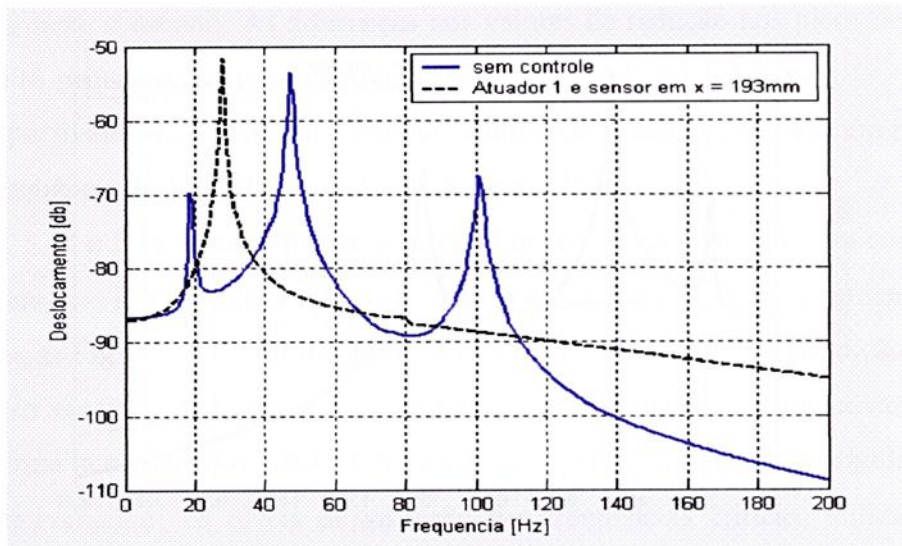


Figura 5.10 – Vibração global usando o atuador 1 e sensor de erro na posição $x = 193$ mm, com forças de desbalanceamento em oposição de fase.

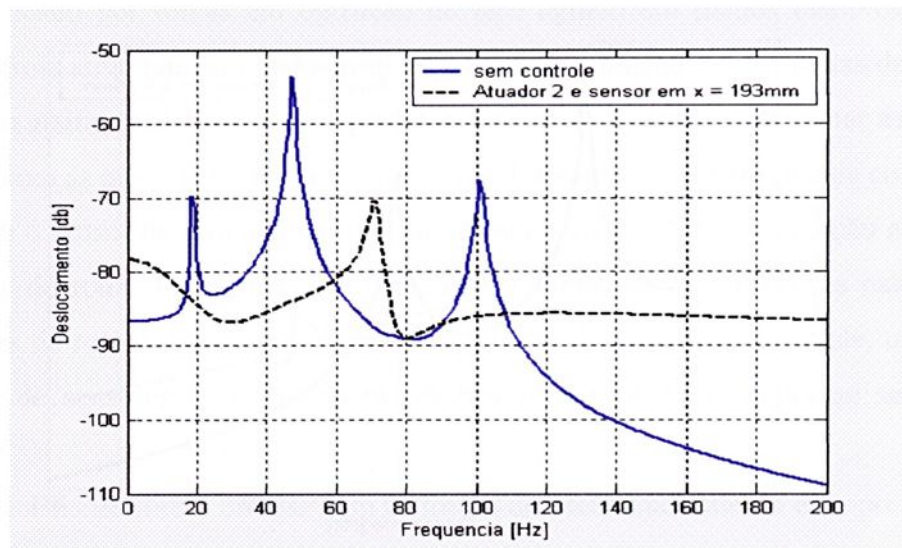


Figura 5.11 – Vibração global usando o atuador 2 e sensor de erro na posição $x = 193$ mm, com forças de desbalanceamento em oposição de fase.

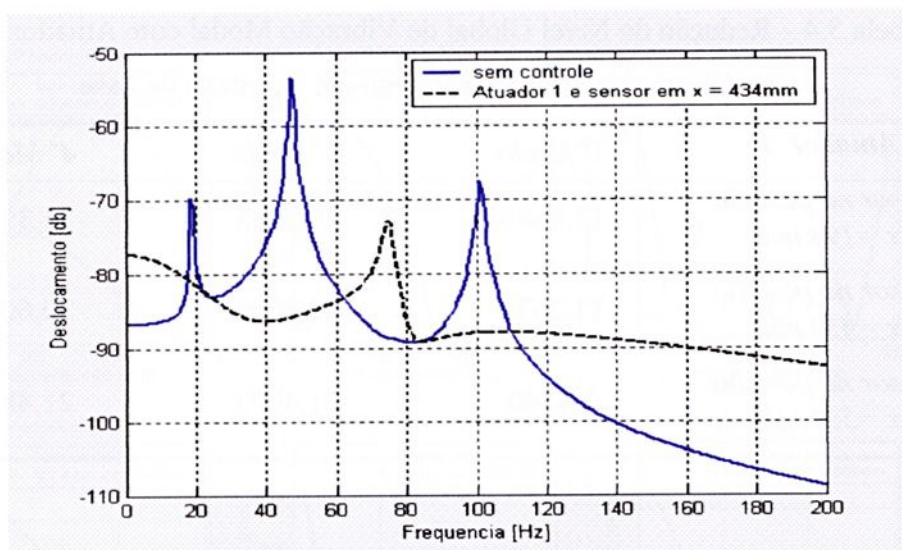


Figura 5.12 – Vibração global usando o atuador 1 e sensor de erro na posição $x = 434$ mm, com forças de desbalanceamento em oposição de fase.

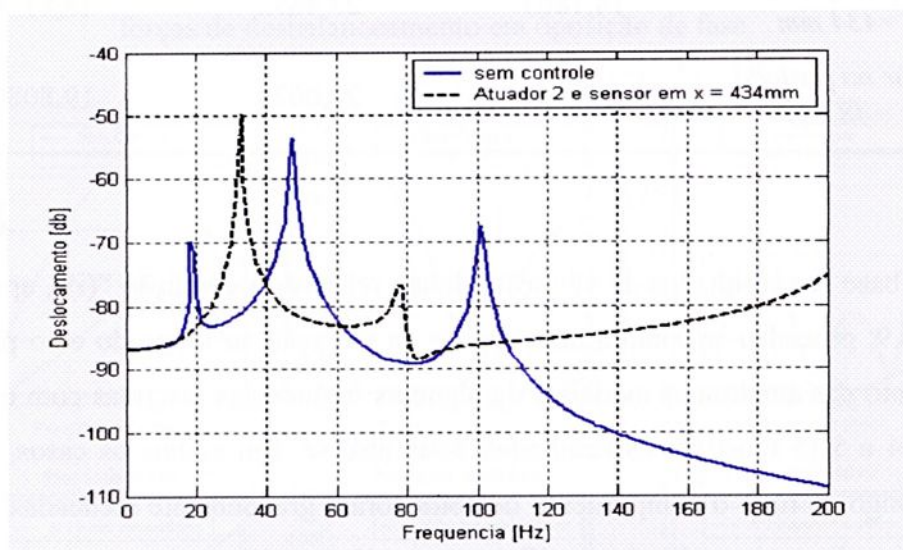


Figura 5.13 – Vibração global usando o atuador 2 e sensor de erro na posição $x = 434$ mm, com forças de desbalanceamento em oposição de fase.

Tabela 5.4 – Redução do Nível Global de Vibração Modal com Atuador 1 (dB), com Forças de Desbalanceamento em Oposição de Fase.

<i>Atuador 1</i>	<i>1° Modo</i>	<i>2° Modo</i>	<i>4° Modo</i>
<i>sensor na posição x = 193 mm</i>	11,9686	29,7485	21,3983
<i>sensor na posição x = 434 mm</i>	11,2674	32,3909	20,6054
<i>sensor na posição x = 555 mm</i>	7,4840	31,4093	21,4828

Tabela 5.5 – Redução do Nível Global de Vibração Modal com Atuador 2 (dB), com Forças de Desbalanceamento em Oposição de Fase.

<i>Atuador 2</i>	<i>1° Modo</i>	<i>2° Modo</i>	<i>4° Modo</i>
<i>sensor na posição x = 193 mm</i>	14,1294	30,5395	18,8095
<i>sensor na posição x = 434 mm</i>	14,1863	27,4853	18,8196
<i>sensor na posição x = 48 mm</i>	8,2280	29,0074	19,8080

Com base nos resultados da vibração global, relativas à condição “(i)”, apresentados nas Figs. 5.8 e 5.9, procedeu-se então a uma análise da vibração ao longo do eixo para verificar o comportamento das amplitudes modais e de algumas frequências discretas com e sem controle. As Figs. 5.14 e 5.15 mostram os resultados desta análise. Em ambos os casos, as amplitudes modais ao longo de todo o comprimento do rotor foram grandemente atenuadas, enquanto que nas frequências discretas analisadas verificam-se regiões ao longo do rotor onde as amplitudes foram significativamente amplificadas.

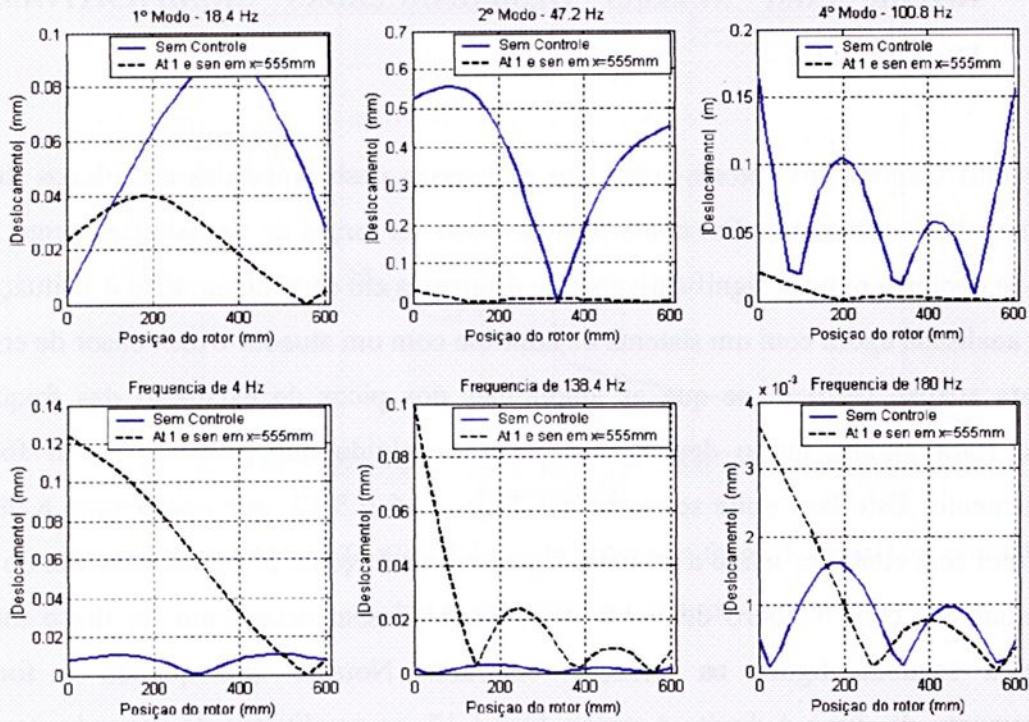


Figura 5.14 – Vibração local, com e sem controle, (At 1; sens. $x = 555$ mm), com forças de desbalanceamento em oposição de fase.

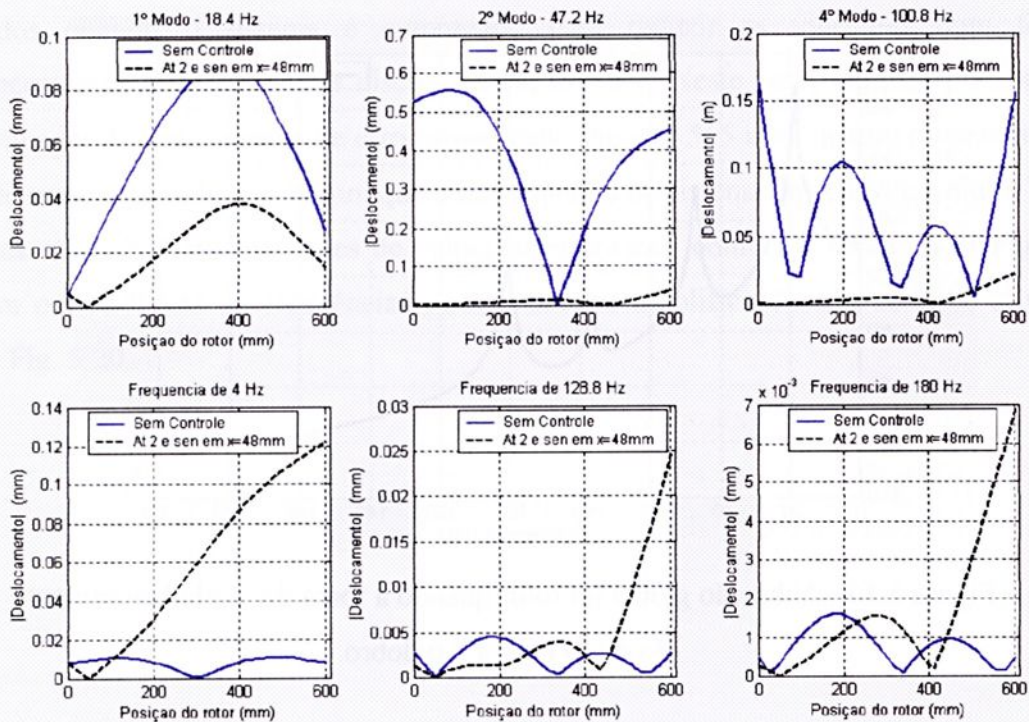


Figura 5.15 – Vibração local, com e sem controle, (At 2; sens. $x = 48$ mm), com forças de desbalanceamento em oposição de fase.

5.3.3- ROTOR COM MASSAS DESBALANCEADAS SIGNIFICATIVAMENTE DIFERENTES

É muito comum nos rotores reais que as massas desbalanceadas em planos distintos sejam de magnitude diferentes. Em consequência disso, as forças de desbalanceamento podem apresentar-se com magnitudes significativamente diferentes em cada plano. Esta é a situação que passa a ser analisada agora com um sistema de controle com um atuador e um sensor de erro.

Nesta análise verificou-se que as amplitudes dos picos de excitação das frequências naturais do rotor variam muito dependendo do disco rígido que possui a maior força de desbalanceamento. Este fato pode ser visto nas Figs. 5.16 e 5.17, que apresentam a vibração global do rotor sem controle, sendo a primeira figura com a força de desbalanceamento do menor disco (à esquerda) com o dobro do valor da força de desbalanceamento do disco maior (à direita), e a segunda figura na situação contrária. Nota-se que quando a força de desbalanceamento do disco à direita é maior, Fig. 5.17, as amplitudes do segundo, terceiro e quarto modos diminuem sensivelmente.

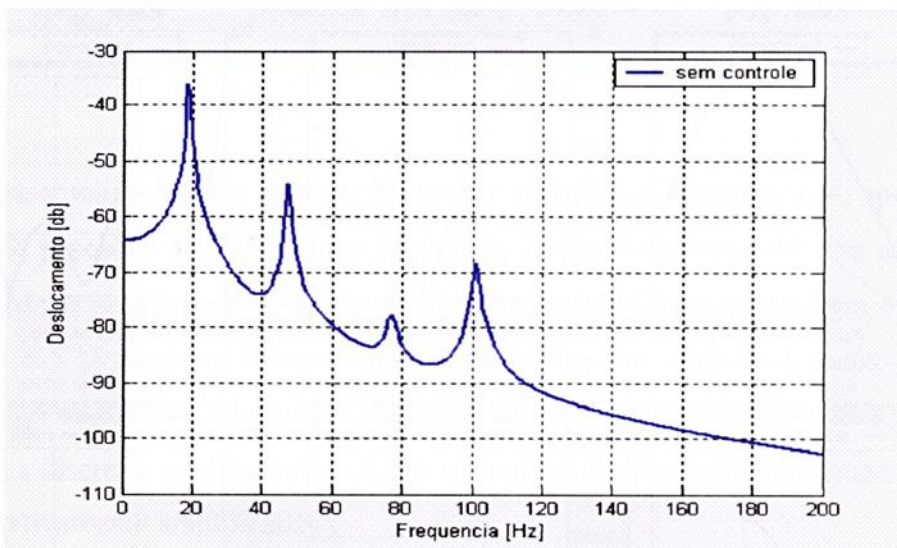


Figura 5.16 – Vibração global do rotor quando a força de desbalanceamento do disco menor é o dobro.

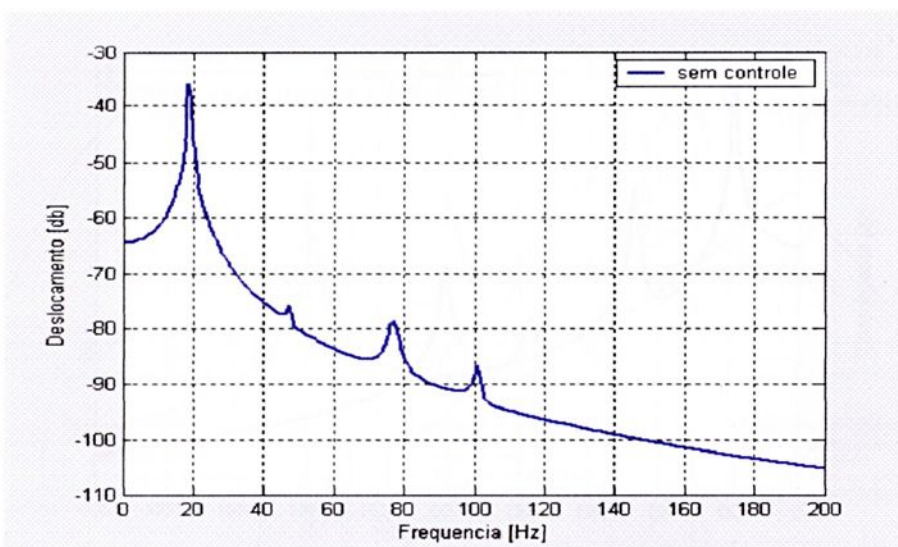


Figura 5.17 – Vibração global do rotor quando a força de desbalanceamento do disco maior é o dobro.

Desta análise verifica-se que quando o sistema de controle com um atuador e um sensor de erro é empregado para minimizar as vibrações do rotor com massas desbalanceadas com grande diferença de magnitudes dispostas em planos distintos, os resultados são semelhantes aos observados quando o sistema é empregado para reduzir as vibrações com forças de desbalanceamento iguais nos dois discos, subseção 5.3.1. Neste caso, também pode-se utilizar tanto o atuador 1 com o sensor de erro posicionado em $x = 555$ mm, quanto o atuador 2 com o sensor de erro na posição $x = 48$ mm que o desempenho do sistema de controle é muito bom para reduzir as vibrações nas condições de velocidades críticas, conforme mostram as Figs. 5.18 e 5.19. Em outras faixas de frequências podem ocorrer ampliações do controle ativo, como ilustra a Fig. 5.20.

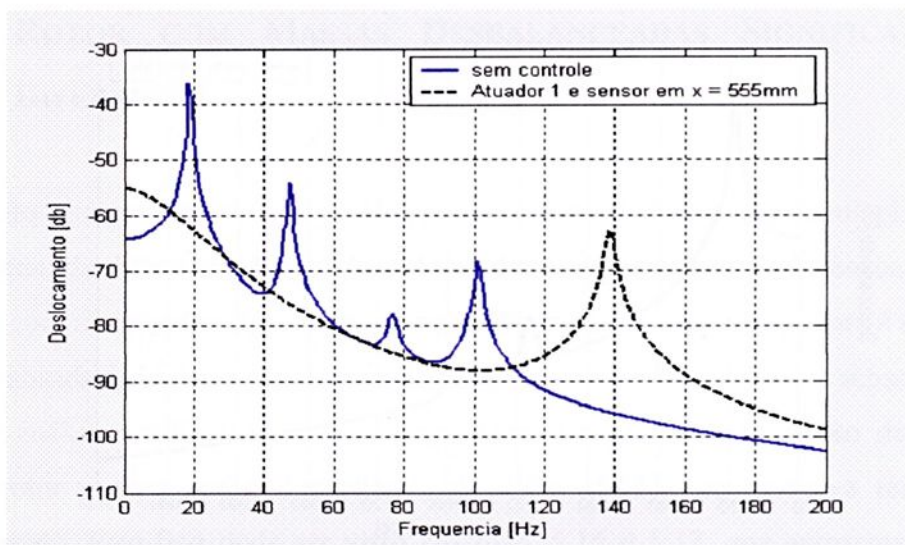


Figura 5.18 – Vibração global usando o atuador 1 e sensor de erro na posição $x = 555$ mm, com forças de desbalanceamento diferentes nos discos.

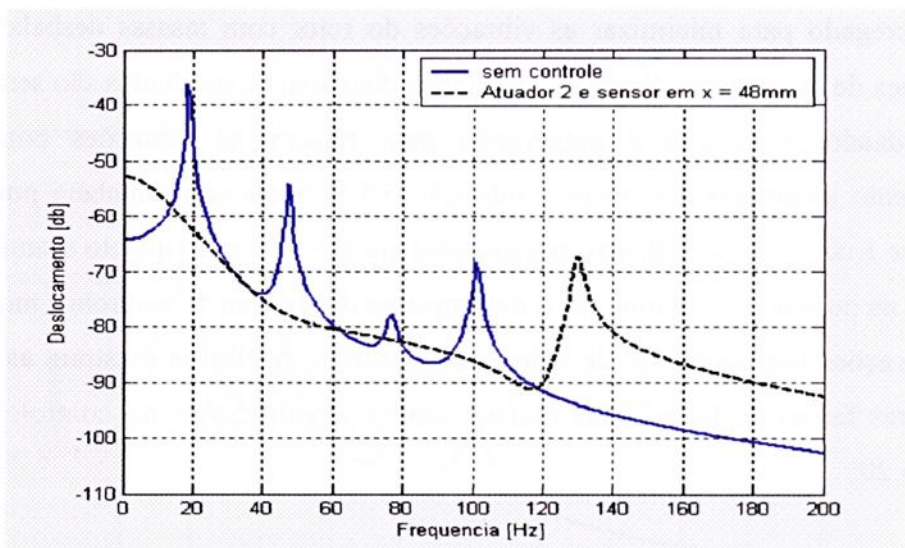


Figura 5.19 – Vibração global usando o atuador 2 e sensor de erro na posição $x = 48$ mm, com forças de desbalanceamento diferentes nos discos.

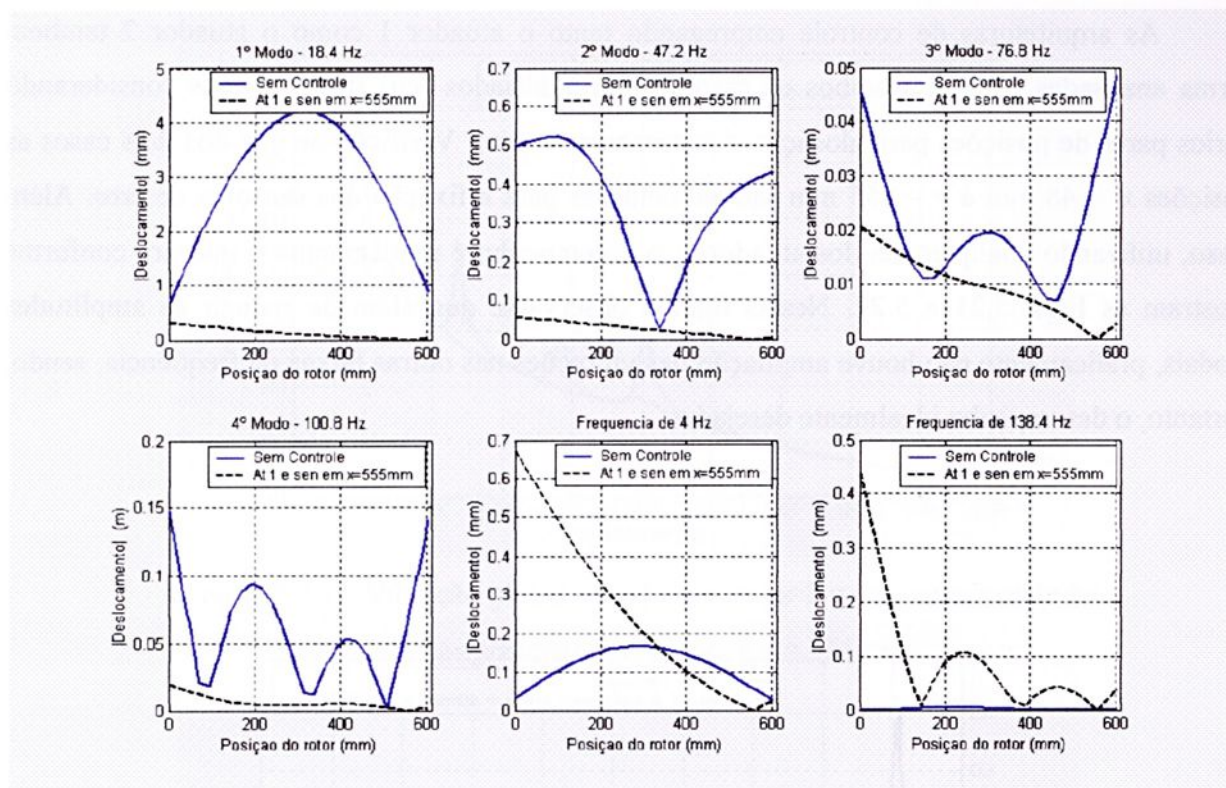


Figura 5.20 – Vibração local, com e sem controle, (At 1; sens. $x = 555$ mm), com forças de desbalanceamento diferentes nos discos.

5.4- ESTRATÉGIA DE CONTROLE USANDO UM ATUADOR E DOIS SENSORES DE ERRO

Nesta seção será feita uma análise do desempenho de uma estratégia de controle ativo usando um atuador e dois sensores de erro, considerando também que a excitação no sistema é provocada por forças de desbalanceamento unitárias nos discos rígidos.

Como já visto anteriormente, quando o sistema de controle é utilizado com um atuador e um único sensor de erro, é possível reduzir muito satisfatoriamente as vibrações nas faixas de velocidades críticas, mas sempre há outras regiões de frequências onde as amplitudes de vibração aumentam de forma indesejável. Assim, para tentar reduzir as vibrações em toda a faixa analisada, será agora empregado um sistema de controle com um atuador e dois sensores de erro e analisado o seu desempenho.

As arquiteturas de controle empregando tanto o atuador 1 como o atuador 2 também foram analisadas aqui. Em ambos os casos foram analisados seus desempenhos considerando vários pares de posições para alocação dos sensores de erro. Verificou-se que nos dois casos as posições $x = 48$ mm e $x = 555$ mm são as melhores para a fixação dos sensores de erro. Além disso, utilizando qualquer um dos atuadores, o desempenho é praticamente o mesmo, conforme mostram as Figs. 5.21 e 5.22. Nestas figuras observa-se que além de reduzir as amplitudes modais, praticamente não houve ampliação das vibrações nas outras faixas de frequência, sendo, portanto, o desempenho idealmente desejado.

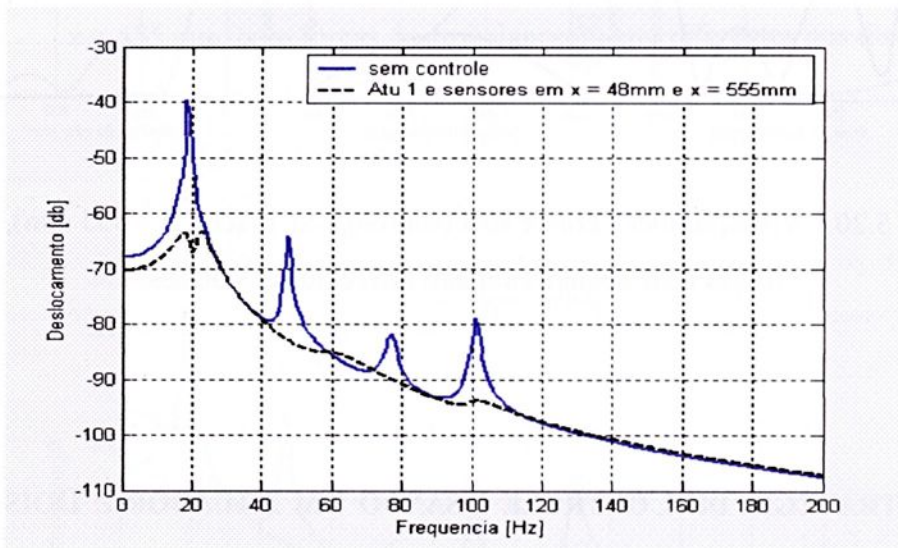


Figura 5.21 – Vibração global usando o atuador 1 e dois sensores de erro nas posições $x = 48$ mm e $x = 555$ mm.

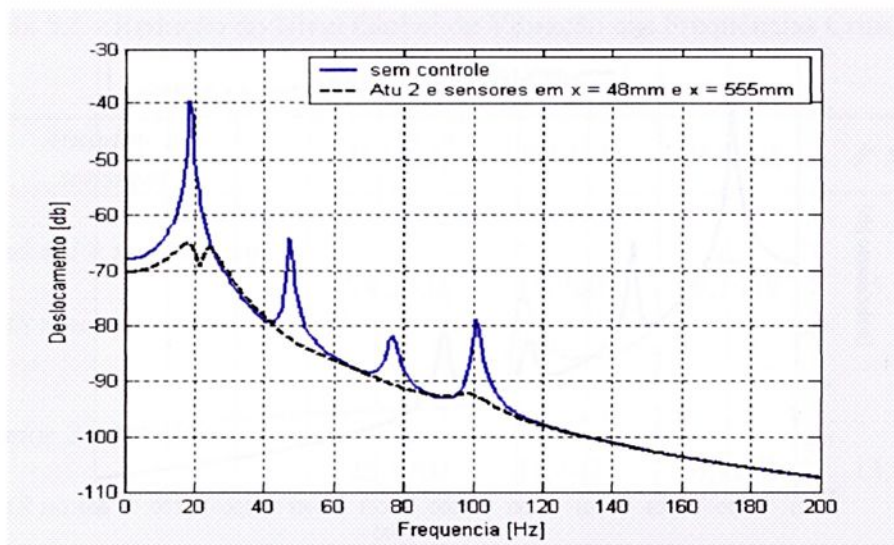


Figura 5.22 – Vibração global usando o atuador 2 e dois sensores de erro nas posições $x = 48$ mm e $x = 555$ mm.

É importante ressaltar que quando se faz uso de um atuador e dois sensores de erro, existem pares de posições para os sensores para os quais ocorrem reduções dos níveis globais de vibração em algumas frequências críticas, mas com um aumento do nível global de vibração em outras frequências críticas. Um exemplo disso está mostrado na Fig. 5.23, onde uma estratégia de controle usando o atuador 1 e os sensores de erro posicionados próximos às duas massas de desbalanceamento, em $x = 193$ mm e em $x = 434$ mm, foi utilizada. Neste caso, houve uma boa redução dos níveis globais de vibração nos primeiro, segundo e quarto modos, mas em compensação, obteve-se um aumento do nível global de vibração de $5,1272$ dBs no terceiro modo, como também nas frequências acima de 110 Hz.

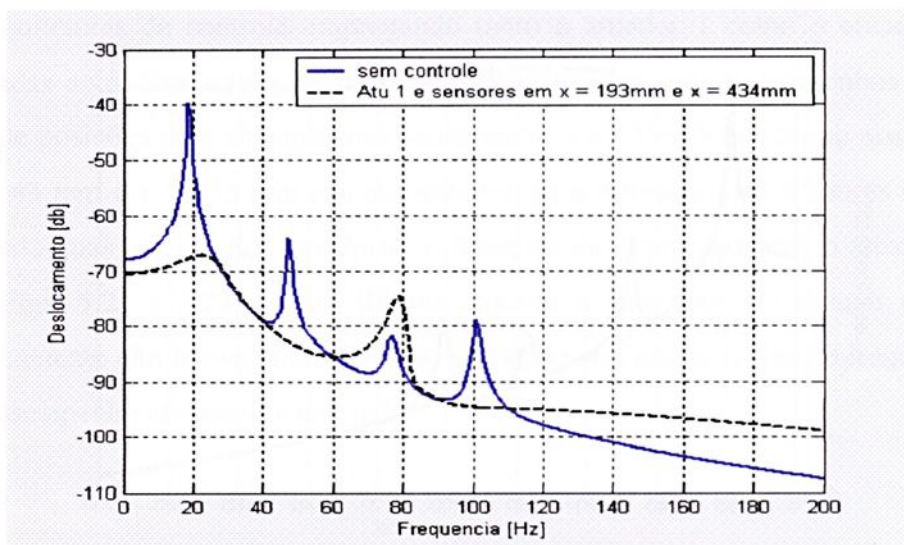


Figura 5.23 –Vibração global usando o atuador 1 e dois sensores de erro nas posições $x = 193$ mm e $x = 434$ mm.

A Tab. 5.6 mostra um resumo das reduções de vibração modal dos três casos referentes às Figs. 5.21, 5.22 e 5.23. Se compararmos os valores desta tabela com os valores da Tab. 5.2, relativa ao sistema com um atuador e um sensor de erro, fica então confirmado que, em termos de redução das amplitudes nas velocidades críticas, não há ganho que justifique a utilização de um sistema com dois sensores de erro. Entretanto, se o sistema de controle é atenuar as frequências críticas e ao mesmo tempo, no mínimo, preservar os níveis de vibração em outras frequências, então um sistema de controle com dois sensores de erro pode ser utilizado com sucesso.

A Tab. 5.6 também mostra mais claramente que se usarmos os dois sensores de erro próximos aos discos rígidos (perto das perturbações), há um ganho na redução das frequências críticas em relação aos outros casos, exceto na frequência do terceiro modo, que houve uma ampliação importante (valor negativo).

Tabela 5.6 - Redução do Nível Global de Vibração nas Frequências Críticas (dB), com Dois Sensores de Erro.

<i>Atuador e sensores</i>	<i>1º Modo</i>	<i>2º Modo</i>	<i>3º Modo</i>	<i>4º Modo</i>
<i>Atuador 1 e sensores em $x = 48 \text{ mm}$ e $x = 555 \text{ mm}$</i>	24,3336	18,7891	8,1459	15,0921
<i>Atuador 2 e sensores em $x = 48 \text{ mm}$ e $x = 555 \text{ mm}$</i>	25,4703	18,1418	8,9271	13,9890
<i>Atuador 1 e sensores em $x = 193 \text{ mm}$ e $x = 434 \text{ mm}$</i>	28,3220	18,8078	-5,1272	15,8161

A Fig. 5.24 mostra as vibrações locais do rotor relativas ao caso com resultado na Fig. 5.22. Percebe-se nitidamente a importante redução dos níveis modais e as variações nas amplitudes nas outras frequências, com e sem controle, são mínimas.

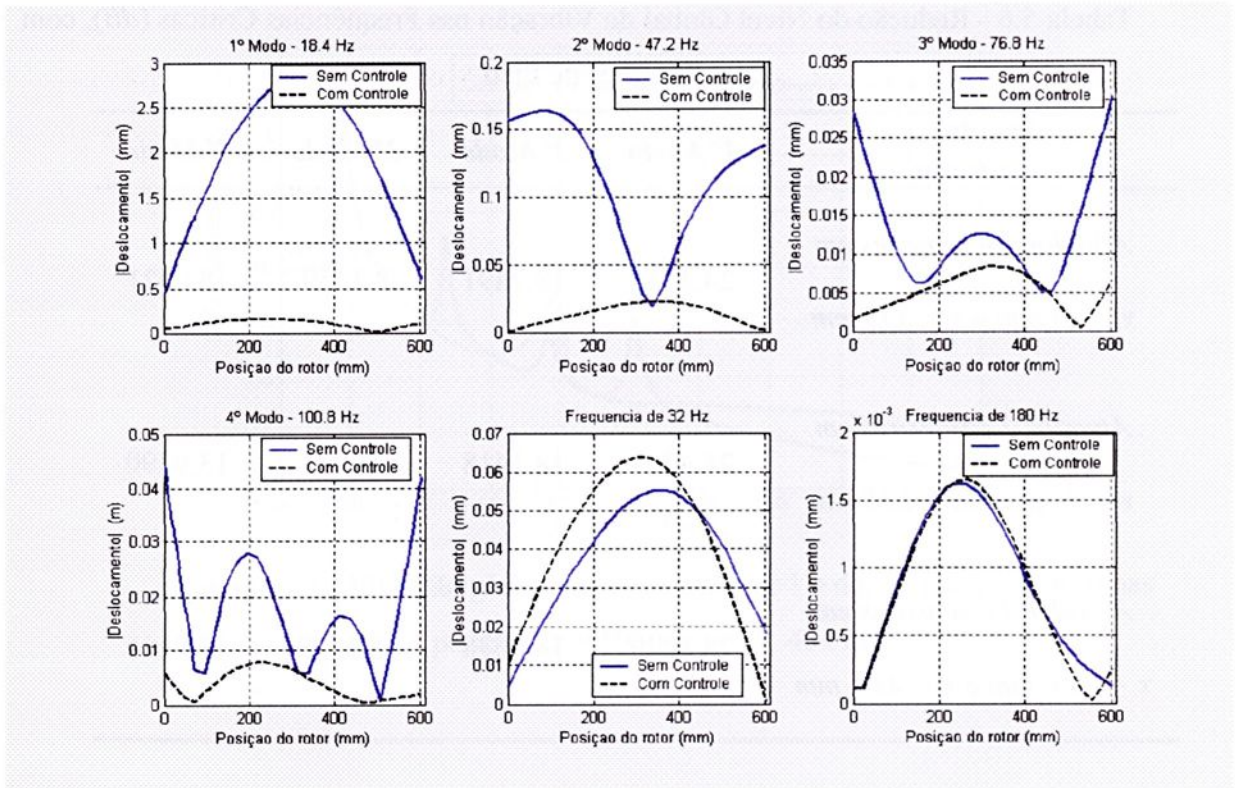


Figura 5.24 – Vibração local, com e sem controle, (At 2; sens. em $x = 48$ mm e em $x = 555$ mm).

5.5- ESTRATÉGIA DE CONTROLE USANDO UM ATUADOR E TRÊS SENSORES DE ERRO

Nesta seção será realizada uma análise do desempenho de uma estratégia de controle ativo usando um atuador e três sensores de erro, considerando que a excitação no sistema é provocada por forças de desbalanceamento unitárias nos discos rígidos.

Quando é usada essa arquitetura de controle, consegue-se uma excelente redução dos níveis globais de vibração em todas as frequências críticas e não ocorre um aumento dos níveis de vibração em outras frequências, desde que os sensores estejam o mais equidistantes possível ao longo do rotor. As três posições onde pode-se colocar os sensores de erro para que se obtenha um desempenho muito bom dessa arquitetura próximos às extremidades do rotor, em $x = 48$ mm e $x = 555$ mm, e no meio, em $x = 289$ mm, entre os dois discos. Com essas posições para os sensores, pode-se utilizar tanto o atuador 1 como o atuador 2 que os resultados não são significativamente diferentes.

A Fig. 5.25 mostra o nível de vibração global usando o atuador 1 e a Fig. 5.28 mostra o nível de vibração global usando o atuador 2, ambos com os sensores de erro posicionados conforme mencionado acima. Nota-se, em ambos os casos, que todas as frequências críticas forma sensivelmente amortizadas e não houve qualquer amplificação em toda faixa de frequência analisada.

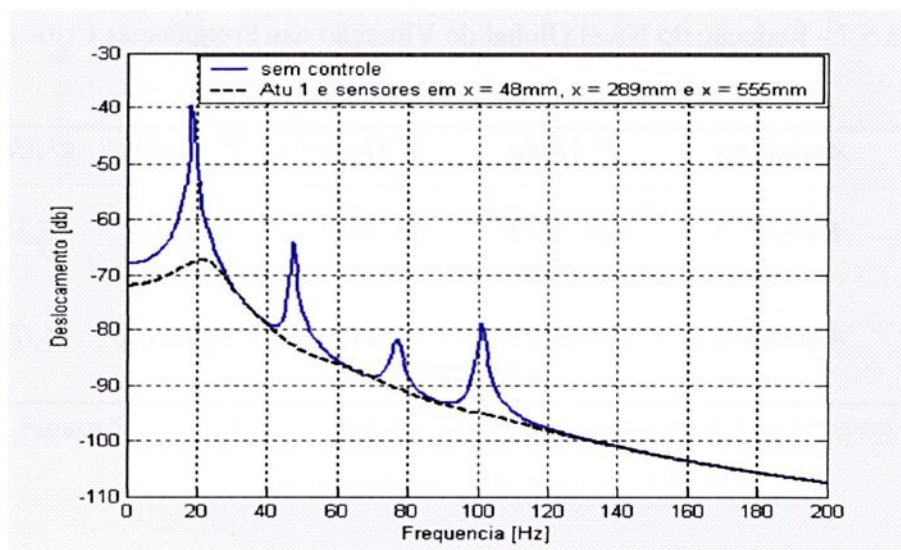


Figura 5.25 – Vibração global usando o atuador 1 e três sensores de erro nas posições $x = 48$ mm, $x = 289$ mm e $x = 555$ mm.

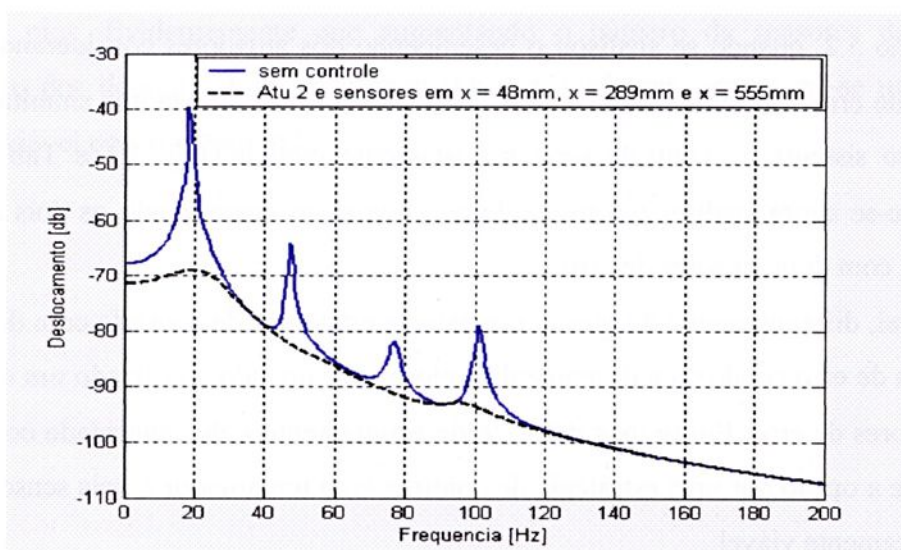


Figura 5.26 – Vibração global usando o atuador 2 e três sensores de erro nas posições $x = 48$ mm, $x = 289$ mm e $x = 555$ mm.

A Tab. 5.7 mostra os valores da redução dos níveis globais de vibração nas frequências críticas quando é usado o atuador 1 ou o atuador 2 com os três sensores de erro. Comparando-se estes valores com os valores da Tab. 5.6, referente ao controle com dois sensores de erro, verifica-se que com três sensores de erro consegue-se um ligeira melhora na redução das amplitudes modais, sobretudo a amplitude do primeiro modo.

Tabela 5.7 - Redução do Nível Global de Vibração nas Frequências Críticas (dB) com Três Sensores de Erro.

<i>Atuadores</i>	<i>1º Modo</i>	<i>2º Modo</i>	<i>3º Modo</i>	<i>4º Modo</i>
<i>Atuador 1</i>	28,2940	18,7831	8,6810	16,3159
<i>Atuador 2</i>	29,6779	18,2433	9,4804	15,0175

5.6- ESTRATÉGIA DE CONTROLE USANDO DOIS ATUADORES E DOIS SENSORES DE ERRO

Na seção 5.2, quando se analisou o desempenho dos atuadores considerando a hipótese de um sensor de erro “perfeito”, observou-se que usando os dois atuadores simultaneamente, o desempenho do sistema de controle seria supostamente melhor (Fig. 5.1 e Tab. 5.1). Neste sentido, propõe-se agora analisar o sistema de controle ativo empregando os dois atuadores ao mesmo tempo, com dois sensores de erro.

Em geral, diferentemente do que se esperava, a estratégia de controle com dois atuadores e dois sensores de erro conduziu a desempenhos piores que quando é utilizado um único atuador com dois sensores de erro. Em termos de custo de equipamento e de capacidade computacional, tudo indica que a opção por uma estratégia de controle com um atuador e dois sensores de erro é mais economicamente viável.

O melhor desempenho desta arquitetura de controle foi observada com os sensores nas posições $x = 48$ mm e $x = 193$ mm, conforme mostra a Fig. 5.27. Definitivamente é um

desempenho muito pior que o apresentado na Fig. 5.22, que ilustra o desempenho do atuador 2 com dois sensores de erro.

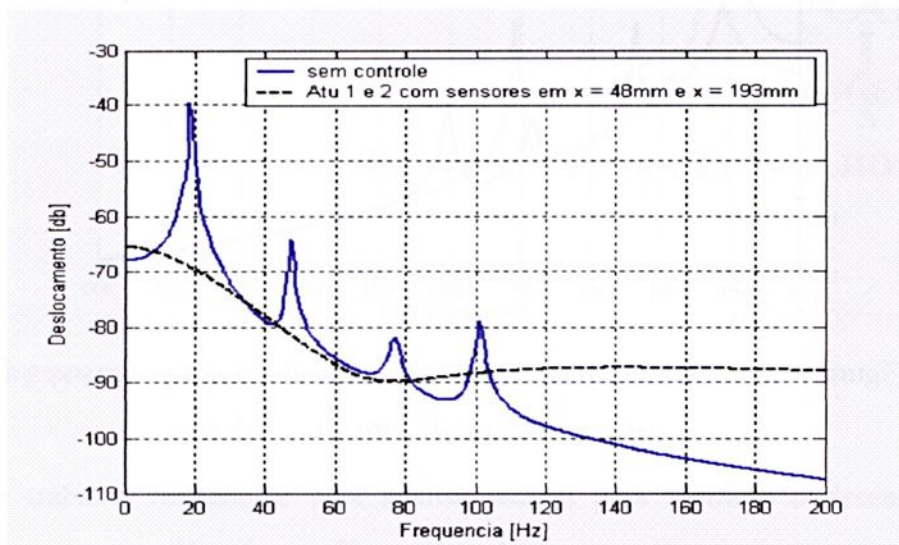


Figura 5.27 – Vibração global usando dois atuadores e dois sensores de erro nas posições $x = 48$ mm e $x = 193$ mm.

A Fig. 5.28 mostra o resultado quando se utiliza os dois atuadores simultaneamente e os sensores de erro próximos às extremidades do rotor, em $x = 48$ mm e $x = 555$ mm. Com os sensores nestas mesmas posições mas utilizando apenas o atuador 2, produziu o resultado da Fig. 5.22. Como se pode ver, o desempenho do sistema de controle com dois atuadores é notavelmente pior. Evidentemente que aumentando o número de sensores de erro para o funcionamento dos dois atuadores, o desempenho irá melhorar, mas torna-se uma arquitetura totalmente inviável economicamente.

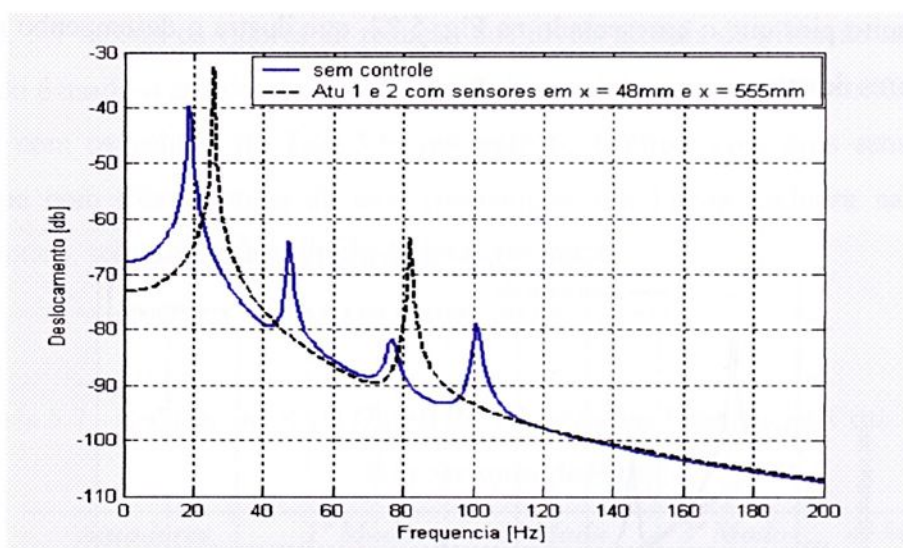


Figura 5.28 – Vibração global usando dois atuadores e dois sensores de erro nas posições $x = 48$ mm e $x = 555$ mm.

CAPÍTULO 6

CONCLUSÕES GERAIS E PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS

6.1 - CONCLUSÕES GERAIS

Neste trabalho realizou-se uma análise teórica para verificar o desempenho de um sistema de controle ativo “*feedforward*” empregando os mancais magnéticos como atuadores. As arquiteturas de controle foram analisadas considerando-se o efeito da posição dos sensores de erro e dos atuadores sobre a redução da resposta ao desbalanceamento do rotor nas frequências críticas. Para o sistema de controle ativo adaptativo “*feedforward*” utilizou-se um algoritmo LMS que minimiza a função custo definida como a soma dos quadrados das saídas dos sensores de erro sobreposto ao sistema de controle “*feedback*” do mancal magnético. A estratégia de controle ativo utilizada neste trabalho demonstrou ser eficiente, conseguindo reduções significativas das vibrações.

A análise teórica demonstrou que a localização dos atuadores e dos sensores de erro ao longo do rotor é muito importante no desempenho do sistema de controle para a redução de vibrações tanto nas frequências críticas como também em outras frequências. Dependendo da localização do sensor de erro e do atuador, pode-se obter reduções significativas dos níveis de vibração local como também dos níveis de vibração global. Entretanto, no propósito de controlar vibração local, existe uma grande probabilidade de ocorrer um aumento de vibração em outras regiões do rotor não assistidas por sensores de erro. Também, o número de atuadores e de sensores utilizados no controle exerce grande influência no desempenho do sistema de controle, podendo aumentar ou reduzir os níveis de vibração nas frequências críticas assim como em outras frequências.



Uma redução global a uma determinada frequência não significa necessariamente que a amplitude da vibração foi atenuada em todos os pontos ao longo do rotor. Poderão existir regiões do rotor com grandes atenuações e outras com uma certa ampliação.

O sistema de controle com apenas um atuador e um sensor de erro pode ter um desempenho excelente para reduzir os níveis de vibração nas frequências críticas, mas sempre é importante proceder à uma análise criteriosa para se determinar as posições do atuador e do sensor de erro para alcançar esse desempenho. Em um rotor com dois mancais, o desempenho máximo é obtido com o sensor de erro localizado próximo à extremidade oposta daquela que contém o mancal que também opera como atuador. Com esse sistema de controle pode-se atenuar as vibrações nas frequências críticas, mas sempre haverá faixas de frequências em que as amplitudes são amplificadas.

Quando o rotor opera com forças de desbalanceamento fora de fase atuando em planos distintos ao longo do rotor, bem como quando a força de desbalanceamento de um destes planos é muito maior que a força de desbalanceamento do outro plano, o sistema de controle ativo com um atuador e um sensor de erro também teve um desempenho satisfatório. Da mesma forma que no caso anterior, também é necessário fazer uma análise para se determinar a posição ótima do sensor de erro para cada um dos atuadores.

Fazendo-se uso de uma estratégia de controle ativo com um atuador e dois sensores de erro, existem pares de posições para os sensores, para os quais ocorrem reduções dos níveis globais de vibração nas velocidades críticas, mas com um aumento do nível global de vibração em outras faixas de frequências. Entretanto, verificou-se que as melhores posições para a fixação dos dois sensores de erro continuam sendo as próximas às extremidades do rotor conseguindo, assim, uma redução das amplitudes modais, sem qualquer ampliação das vibrações nas outras faixas de frequência, sendo, portanto, o desempenho idealmente desejado.

Diferentemente do que se esperava, a estratégia de controle com dois atuadores e dois sensores de erro conduziu à desempenhos piores que quando é utilizado um único atuador com dois sensores de erro. Portanto, em termos de desempenho, nenhuma vantagem em relação à estratégia anterior foi verificada e tudo indica que a opção por uma estratégia de controle ativo com um atuador e dois sensores de erro é mais economicamente viável.

Pode ser vantagem, em termos de redução de equipamentos e de esforços computacionais, trabalhar com um esquema de controle com maior número de sensores de erro e reduzido número de atuadores.



6.2 - PROPOSTAS PARA FUTUROS TRABALHOS

Como proposta para futuros trabalhos, pode-se enumerar as seguintes:

- Proceder a uma análise experimental a fim de se obter dados experimentais para comparar com os dados de simulação.
- Analisar rotores com maior número de mancais;
- Analisar rotores bem rígidos ou extremamente flexíveis;
- Fazer uma análise quando o mancal magnético ativo é apenas atuador e não mancal suporte.



CAPÍTULO 7

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AENIS, M.; KNOPF, E. AND NORDMANN, R. Active Magnetic bearings for the identification and fault diagnosis in turbomachinery. **MECHATRONICS**, v. 12, pp. 1011-1021, 2002.

ALLAIRE, P. E. *ET. AL.* **Magnetic bearings, handbook of tribology and lubrication**, v. III, Charlottesville, USA, 1993.

AUCHET, S.; CHEVRIER, P.; LACOUR, M. AND LIPINSK, P. A new method of cutting force measurement based on command voltages of active eletro-magnetic bearings. **INTERNATIONAL JOURNAL OF MACHINE TOOLS & MANUFACTURE**, v. 44, pp. 1441-1449, 2004.

BIES, D. AND HANSEN, C. H. **Engineering noise control**, Unwin-Hyman, London, 1988.

BONELLO, P. AND BRENNAN, M. J. Modelling the dynamic behaviour of a supercritical rotor on a flexible foundation using the mechanical impedance technique. **JOURNAL OF SOUND AND VIBRATION**, v. 239 (3), pp. 445-466, 2001.

BURGESS, J. C. Active adaptive sound control in a duct: a computer simulation. **JOURNAL OF THE ACOUSTICAL SOCIETY OF AMERICA**, v. 70, pp. 715-726, 1981.

CLEMENTS, J. R. **The experimental testing of an active magnetic bearing/rotor system undergoing base excitation**. Master Thesis, Virginia Tech, 2000.



COLE, M. O. T.; KEOGH, P. S.; SAHINKAYA, M. N. AND BURROWS, C. R. Towards fault-tolerant active control of rotor-magnetic bearing systems. **CONTROL ENGINEERING PRACTICE**, v. 12, pp. 491-501, 2004.

COWAN, C. F. N. AND GRANT, P.M. **Adaptive Filters**, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1985.

ELLIOT, S. J. AND NELSON, P. A. Multiple point equalization in a room using adaptive digital filters. **JOURNAL AUDIO ENGINEERING SOCIETY**, v. 37(11), pp. 899-908, 1989.

ELLIOT, S. J.; BOUCHER, C.C. AND NELSON, P.A. The behavior of a multiple channel active control system. **INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERS TRANSACTION ON SIGNAL PROCESSING**, v. 40, pp. 1041-1052, 1992.

ELLIOT, S. J. AND BILLET, L. Active adaptive of flexural waves propagation in a beam. **JOURNAL OF SOUND AND VIBRATION**, v. 163, pp. 295-310, 1993.

ELLIOT, S. J. Active control of structure-borne noise. **JOURNAL OF SOUND AND VIBRATION**, v. 177(5), pp. 651-673, 1994.

ELLIOT, S. J. Filtered reference and filtered error LMS algorithms for adaptive feedforward control. **MECHANICAL SYSTEMS AND SIGNAL PROCESSING**, v. 12(6), pp. 769-781, 1998.

ERIKSSON, L. J.; ALLIE, M. C. AND GREINER, R. A. The selection and application of in adaptive filters for use in active sound attenuation. **INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONIC ENGINEERS TRANSACTION OF ACOUSTICS, SPEECH AND SIGNAL PROCESSING**, ASSP-35, pp. 433-437, 1987.

FULLER, C. R. ET AL. **Active control of vibration**, Academic Press, San Diego, 1996.

GOLD, B. AND RADAR, C. M. **Digital processing of signals**, McGraw-Hill, New York, 1969.

HU, Y. AND NG, A. Active robust vibration control of flexible structures. **JOURNAL OF SOUND AND VIBRATION**, v. 288, pp. 43-56, 2005.

HU, Y. AND VUKOVICH, G. Active robust shape control of flexible structures. **MECHATRONICS**, v. 15, pp. 807-820, 2005.

JANG, M.; CHEN, C. AND TSAO, Y. Sliding mode control for active magnetic bearing system with flexible rotor. **JOURNAL OF THE FRANKLIN INSTITUTE**, v. 342, pp. 401-419, 2005.

JI, J.C. AND LEUNG, A. Y. T. Non-linear oscillations of a rotor-magnetic bearing system under superharmonic resonance conditions. **INTERNATIONAL JOURNAL OF NON-LINEAR MECHANICS**, v. 38, pp. 829-835, 2003.

JOHNSON, M. E.; NASCIMENTO, L. P.; KASARDA, M. AND FULLER, C. R. The effect of actuator and sensor placement on the active control of rotor unbalance. **JOURNAL OF VIBRATION AND ACOUSTICS**, v. 125, pp. 365-373, 2003.

KASARDA, M. E. F., An overview of active magnetic bearing technology and application. **THE SHOCK AND VIBRATION DIGEST**, v. 32, No.2, pp. 91-99, 2000.

KASARDA, M. E. F.; MENDOZA, H.; KIRK, R. G. AND WICKS, A. Reduction of subsynchronous vibration in a single-disk rotor using an active magnetic damper. **MECHANICS RESEARCH COMMUNICATIONS**, v. 31, pp. 689-695, 2004.

KWAKERNAAK, H. AND SIVAN, R. **Linear optimal control systems**. Wiley, New York, 1972.

KHANFIR, H.; BONIS, M. AND REVEL, P. Improving waviness in ultra precision turning by optimizing the dynamic behavior of a spindle with magnetic bearings. **INTERNATIONAL JOURNAL OF MACHINE TOOLS & MANUFACTURE**, v. 45, pp. 841-848, 2005.

LYNN, P. A. **An introduction to the analysis and processing of signals**, 2nd ed., Macmillan Press, London, 1982.

MEIROVITCH, L. **Dynamics and control of structures**. John Wiley and Sons, New York, 1990.



MORGAN, D. R. An analysis of multiple correlation cancellation loops with a filter in auxiliary path. **INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERS TRANSACTIONS ON ACOUST SPEECH AN SIGNALS PROCESSING**, ASSP-28, pp. 464-467, 1980.

NASCIMENTO, L. P. Dynamic of active magnetic bearings, In: **II CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA-CONEM'2002**, 10, Fortaleza, 2002.(CD-R paper CPB0488).

NELSON, P. A. AND ELLIOT, S. J. **Active control of sound**, Academic Press, San Diego, 1992.

OPPENHEIM, A. V. AND SHAFER, R. W. **Digital signal processing**, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1975.

PIPER, G. E.; WATKINS, J. M. AND THORP III, O. G. Active control of axial-flow fan noise using magnetic bearings. **JOURNAL OF VIBRATION AND CONTROL**, v. 11(9), pp. 1221-1232, 2005.

SHI, J.; ZMOOD, R. AND QIN, L. Synchronous disturbance attenuation in magnetic bearing systems using adaptive compensating signals. **CONTROL ENGINEERING PRACTICE**, v. 12, pp. 283-290, 2004.

VIPPERMAN, J. S. AND BURDISSO, R. A. AND FULLER, C. R. Active control of broadband structures vibration using the LMS adptive algorithm. **JOURNAL OF SOUND AND VIBRATION**, v. 166(2), pp. 283-294, 1993.

VIPPERMAN, J. S. AND BURDISSO, R. A. Adaptive feedforward control of non-minimum phase structural systems. **JOURNAL OF SOUND AND VIBRATION**, v. 183(3), pp. 369-382, 1995.

WANG, D. AND HUANG, Y. Modal space vibration control of a beam by using the feedforward and feedback control loops. **INTERNATIONAL JOURNAL OF MECHANICAL SCIENCES**, v. 44, pp. 1-19, 2002.

WIDROW, B.; SHUR, D. AND SHAFFER, S. On adaptive inverse control. **PROCESSING OF THE 15 TH ASILOMAR CONFERENCE ON CIRCUITS, SYSTEMS AND COMPUTERS**, pp. 185-195, 1981.



WIDROW, B. AND STEARNS, S. D. **Adaptive signals processing**. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1985.

ZHU, C.; ROBB, D. A. AND EWINS, D. J. The dynamics of a cracked rotor with an active magnetic bearing. **JOURNAL OF SOUND AND VIBRATION**, v. 265, pp. 469-487, 2003.





unesp 

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"**

**Campus de Ilha Solteira
Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica
Av. Brasil Centro, 56
CEP 15385-000 - Ilha Solteira - SP
www.dem.feis.unesp.br**

