

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

ANDERSON ALMEIDA ESCOBAL

Matéria Escura como Campo Escalar : Aspectos Teóricos e Observacionais

Guaratinguetá

2020

Anderson Almeida Escobal

Matéria Escura como Campo Escalar : Aspectos Teóricos e Observacionais

Dissertação de Mestrado apresentada ao Conselho de Curso de Pós-Graduação em Física da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Mestre em Mestrado em Física.

Orientador: Prof. Dr. José Fernando de Jesus

Coorientador: Prof. Dr. Saulo Henrique Pereira

Guaratinguetá

2020

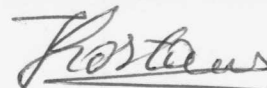
E74m	Escobal, Anderson Almeida Matéria escura como campo escalar: aspectos teóricos e observacionais / Anderson Almeida Escobal – Guaratinguetá, 2020. 59 f : il. Bibliografia: f. 54-56 Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2020. Orientador: Prof. Dr. José Fernando de Jesus Coorientador: Prof. Dr. Saulo Henrique Pereira 1. Cosmologia. 2. Matéria escura (Astronomia). 3. Processos Gaussianos. 4. Teoria bayesiana de decisão estatística. I. Título. CDU 524.82(043)
------	--

ANDERSON ALMEIDA ESCOBAL

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
“MESTRE EM FÍSICA”

PROGRAMA: FÍSICA

APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO



Prof. Dr. Konstantin Georgiev Kostov
Coordenador

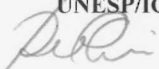
BANCA EXAMINADORA:



Prof. Dr. JOSÉ FERNANDO DE JESUS
Orientador / UNESP/FEG



Prof. Dr. MARCIO EDUARDO DA SILVA ALVES
UNESP/ICT



Prof. Dr. RODOLFO VALENTIM DA COSTA LIMA
UNIFESP/Diadema

Março de 2020

DADOS CURRICULARES

ANDERSON ALMEIDA ESCOBAL

NASCIMENTO 19/05/1992 - São Paulo / SP

FILIAÇÃO Mauro Escobal
Maria Lucia de Almeida Lima

2013 / 2017 Formação acadêmica ou Complementar
Bacharelado em Física
Universidade de São Paulo (USP)

Dedico a minha dissertação a todos que me ajudaram a seguir esse caminho árduo, sempre lutarei por
você.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a todos que me ajudaram nessa etapa da minha vida. À minha família e amigos, que sempre me apoiaram e forneceram todos os recursos possíveis para me ajudar a seguir nessa jornada. Aos meu pais, que sempre fizeram de tudo o que puderam na vida pra me dar as melhores condições de estudo possíveis. À minha companheira Isabela, que sempre se manteve ao meu lado e me incentivou a continuar na luta mesmo com todas as dificuldades e sempre conseguiu fazer um milagre nos meus textos. À minhas avós e minha irma que sempre me apoiaram e ajudaram. Também aos meus amigos de infância, que até hoje continuam como parte da minha vida, ao Leandro, Douglas, Jhonas, Denis e todos os outros.

Agradeço ao meu Orientador Prof. Dr. José Fernando de Jesus, que não só teve paciência em me introduzir nessa linha de pesquisa, como me acolheu em sua casa, agradeço a também à sua esposa Tânia por sempre me receber.

Ao meu coorientador Prof. Dr. Saulo Perreira, pelas discussões teóricas sobre Teoria de Campos e o aprofundamento teórico, que me forneceu em diversas situações.

Agradeço também a todos os professores da FEG, que me auxiliaram e sempre foram muito solidários em discussões, em especial ao Prof. Julio, que participou de muitas discussões interessantes e Prof. Hott e Prof Elias pelas conversas produtivas na entrada da FEG, entre um cafezinho e outro. Aos colegas da pesquisa em Física, meu colaborador e amigo Prof. Dr. Rodolfo da Unifesp, que já me aconselhou em diversas ocasiões e sempre me incentivou a continuar seguindo em frente cada vez mais. Também ao Dr. Felipe do IFT, que mesmo com agenda cheia de compromissos, arrumava um tempo para discutir conceitos comigo. Ao colega e Professor o Pós-Doc Dr. Rogério, que com um excelente curso de Introdução a Relatividade Geral me mostrou como essa teoria é simplesmente magnífica. Aos Prof. Dr. Frenkel, que mostrou as maravilhas do mundo eletromagnético. E a todos os outros Professores bons que conheci na USP.

Aos amigos da pós graduação da FEG, ao Canario e sua família que me ajudou em momentos difíceis até dividindo sua casa, ao Marcos, Thiaguinho, Pedro, Douglas, entre outros, que se reuniam comigo para estudar na FEG, ao colega de sala Victor que sempre propiciou conversas interessantes na hora do café. Agradeço muito aos amigos de graduação da USP o Luiz, Wagnão, o Professor Xavier, Kelvin, Ramsés e á todos que me acompanham há muito tempo nesta estrada da Física, com muito bom humor e discussões que sempre me ajudaram.

A todos os funcionários da FEG, por todo auxílio em questões burocráticas e na vivncia no campus.

Este trabalho contou com o apoio da(s) seguinte(s) entidade(s):

CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoa de Nível Superior

CNPq - Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico

“Jamais considere seus estudos como uma obrigação, mas como uma oportunidade invejável para aprender a conhecer a influência libertadora da beleza do reino do espírito, para seu próprio prazer pessoal e para proveito da comunidade à qual seu futuro trabalho pertencer.”
(Albert Einstein)

RESUMO

Estudamos o campo escalar real como um possível candidato para explicar a matéria escura no universo. No contexto de um campo escalar livre com potencial quadrático, após encontrar as equações dinâmicas do modelo usamos os dados observacionais para limitar os parâmetros livres e assim encontrar um limite inferior para o valor da massa que foi da ordem de 10^{-34} eV, esse valor está próximo ao encontrado por alguns autores. Não foi possível encontrar um limite superior para a massa da matéria escura do campo escalar combinando os dados de $H(z)$, SNe Ia. Como verificado neste trabalho e observado em outros estudos, a matéria escura pode ser descrita por um campo escalar real. Em outra linha de pesquisa, usando um método estatístico não-paramétrico envolvendo os chamados Processos Gaussianos, obtivemos um valor do redshift de transição, z_t , de $z_t = 0.59^{+0.12}_{-0.11}$ para dados de $H(z)$ e $z_t = 0.683^{+0.11}_{-0.082}$ para dados de SNe Ia.

PALAVRAS-CHAVE: Cosmologia, Campo Escalar, Matéria Escura, Estatística Bayesiana, Processos Gaussianos.

ABSTRACT

We studied the real scalar field as a possible candidate to explain the dark matter in the universe. In the context of a free scalar field with quadratic potential, after finding the dynamic equations of the model we used the observational data to limit the free parameters and thus find a lower limit for the mass value that was in the order of 10^{-34} eV , this value is close to that found by some authors. It was not possible to find an upper limit for the mass of dark matter in the scalar field by combining the $H(z)$ + SNe Ia data. As verified in this work and observed in other studies, dark matter can be described by a real scalar field. In another line of research, using a non-parametric statistical method involving the so-called Gaussian Processes, we obtained a value of the transition redshift, z_t , of $z_t = 0.59^{+0.12}_{-0.11}$ for $H(z)$ data and $z_t = 0.683^{+0.11}_{-0.082}$ for SNs Ia data.

KEYWORDS: Cosmology, Scalar Field, Dark Matter, Bayesian Statistics, Gaussian Processes.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	Evolução dos Parâmetros de Densidade Ω_ϕ , Ω_b e Ω_Λ para o modelo SFDM com massa $m = 100H_0$	35
Figura 2	Comparação entre SFDM e Λ CDM, para $\mu = 100$	36
Figura 3	Compa, para $\mu = 10^5$	36
Figura 4	Comparação entre a solução exata e a aproximada para SFDM, em $\log(\mu) = 5$.	39
Figura 5	Gráfico das Cadeias de MC	41
Figura 6	Plano Triangular dos parâmetros Ω_ϕ , $\log_{10}(\mu)$, θ_0 e H_0 em 1σ (contornos escuros) e em 2σ (contornos claros).	42
Figura 7	Plot Triangular dos parâmetros, somente o combinado com 1σ (contornos escuros) e em 2σ (contornos claros).	43
Figura 8	Reconstrução de $H(z)$ a partir de funções de covariância: Quadrado Exponencial (superior), Matérn(5/2) (inferior-esquerdo) e Matérn(7/2) (inferior-direito), mostrando os intervalos de confiança de 68,3%, 95,4% e 99,7% , junto com os dados de $H(z)$	46
Figura 9	Reconstrução do $q(z)$ a partir dos dados de $H(z)$, usando a função de correlação : Quadrado Exponencial (superior) , Matérn(5/2) (inferior esquerdo) e Matérn(7/2) (inferior esquerdo), mostrando os intervalos de confiança de 68,3%, 95,4% e 99,7%. E para comparação a curva de $H(z)$ Λ CDM	47
Figura 10	Reconstrução de $D_L(z)$ com os dados do Pantheon. Quadrado Exponencial (superior), Matérn(5/2) (inferior-esquerdo) e Matérn(7/2) (inferior-direito), mostrando os intervalos de confiança de 68,3%, 95,4% e 99,7% . E para comparação a curva de D_L Λ CDM	48
Figura 11	Reconstrução $q(z)$ dos dados do Pantheon SNe Ia. Quadrado Exponencial (superior), Matérn(5/2) (inferior esquerdo) e Matérn(7/2) (inferior direito), mostrando os intervalos de confiança de 68,3%, 95,4% e 99,7% para amostra Pantheon. E para comparação a curva de $q(z)$ Λ CDM.	49
Figura 12	Comparação $q(z)$ entre SFDM e Λ CDM, para diferentes valores de μ	50
Figura 13	Comparação $q(z)$ entre SFDM e Λ CDM, para diferentes valores de μ	51

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Intervalos dos Priors dos Parâmetros	41
Tabela 2 – Valores Médios dos Parâmetros	42
Tabela 3 – Restrições para z_t a partir dos dados de $D_L(z)$ e $H(z)$	50

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

UNESP	Universidade Estadual Paulista
SFDM	do inglês Scalar Field Dark Matter
CMB	do inglês Cosmic Microwave Background
SNe	do latim Supernovae
SNe Ia	Supernovas do Tipo IA
BAO	do inglês Barions Acoustic Oscillation
DM	do inglês Dark Matter
DE	do inglês Dark Energy
CDM	do inglês Cold Dark Matter
GUT	do inglês Grand Unification Theory
BEC	do inglês Bose-Einstein Condensate

LISTA DE SÍMBOLOS

Unidades Naturais este trabalho foi formulado em Unidades Naturais, $c = \hbar = \kappa = 1$

c Velocidade da Luz

$\hbar$ Constante de Planck h dividida por 2π

κ Constante de Boltzmann

α Letra Grega Alfa

β Letra grega Beta

γ Letra grega Gama

e Número de Euler

μ Letra Grega mu

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
2	O MODELO DE CONCORDÂNCIA CÓSMICA	19
2.1	O REDSHIFT z	23
2.2	DISTÂNCIAS EM COSMOLOGIA	25
2.3	IDADE	26
3	DADOS COSMOLÓGICOS	27
3.1	$H(z)$	27
3.1.1	OSCILAÇÕES ACÚSTICAS DOS BÁRIONS	27
3.1.2	CRONÔMETROS CÓSMICOS	28
3.1.3	FUNÇÃO DE CORRELAÇÃO DE GALÁXIAS VERMELHAS LUMINOSAS	28
3.2	SUPERNOVAS TIPO IA	28
4	ESTATÍSTICA BAYESIANA	30
4.1	MÉTODO NUMÉRICO	30
5	CAMPO ESCALAR COMO MATÉRIA ESCURA	32
5.1	CAMPO ESCALAR ϕ	32
5.2	O MODELO SFDM	32
5.3	APROXIMAÇÃO PARA $\mu \gg 1$ ($m \gg H_0$)	37
5.4	TESTE ESTATÍSTICOS DO SFDM	40
5.4.1	ANÁLISE DE $H(z)$	40
5.4.2	ANÁLISE DE SNe IA	40
5.5	RESULTADOS	41
6	PROCESSOS GAUSSIANOS	44
6.1	RECONSTRUINDO A DERIVADA DE UMA FUNÇÃO	45
6.2	COMBINANDO $f(x)$ E SUAS DERIVADAS	45
6.3	ANÁLISES E RESULTADOS	46
6.3.1	RECONSTRUÇÃO COM OS DADOS DE $H(z)$	46
6.3.2	RECONSTRUÇÃO PARA OS DADOS DE SNe Ia	48
7	CONCLUSÃO	52
	REFERÊNCIAS	54

1 INTRODUÇÃO

Atualmente, a área de pesquisa científica responsável por estudar a evolução e composição do Universo, desde a sua origem até os dias de hoje e fazer previsões sobre o seu futuro, é a Cosmologia (Do grego *κοσμολογία*, *κοσμο*="cosmos"/"ordem"/"mundo"+ *λογία*="discurso"/"estudo"), que utiliza, por sua vez, outros ramos da Física para criar um modelo teórico que melhor descreva o Universo observado. Como veremos, a base teórica da evolução do Universo é formulada com base na Teoria da Relatividade Geral (GR, do inglês General Relativity) de Einstein (WEINBERG, 2008), que atualmente é a melhor teoria para explicar com precisão os fenômenos gravitacionais que ocorrem devido ao conteúdo material presente no espaço-tempo, além de ser a melhor forma de descrevê-lo.

As observações astronômicas nos fornecem a maior parte das informações sobre a evolução do Universo e selecionam os modelos cosmológicos teóricos que melhor as descrevem. Os dados de Supernovas do tipo Ia (SNe Ia)(SCOLNIC et al., 2018) completaram o trabalho de Edwin Hubble (HUBBLE, 1929), que conseguiu, a partir de uma pequena amostra de dados de cefeidas, montar o chamado diagrama de Hubble. Com o trabalho de Hubble, obteve-se a primeira prova de que o Universo não era estático, mas estava se expandindo. Com um conjunto muito maior, que são os de dados de SNe Ia, foi possível verificar que atualmente a expansão do Universo se tornou acelerada devido à dominação da energia escura (DE, do inglês "Dark Energy").

Através da observação de mais de mil galáxias e aglomerados de galáxias o astrônomo Fritz Zwicky em 1930 mediu suas velocidades e montou a curva de rotação de galáxias (ZWICKY, 1933), pode-se obter a velocidade de rotação em função da distância ao centro da galáxia e, assim, construir a chamada curva de rotação da galáxia. Isso é possível ao um espectro eletromagnético cobrindo diferentes partes de uma galáxia espiral vista de perfil, por exemplo. Essa curva medida, chamada curva de rotação, é diferente da que é prevista com base na matéria observada (estrelas+gás), que não consegue explicar as altas velocidades medidas longe do centro da galáxia. Com base na matéria observada a velocidade dos astros teriam que diminuir conforme a distância do centro aumentasse, mas como isso não ocorre teríamos então que ter mais massa do que era observado para poder reproduzir as curvas observadas o que levou à proposta de uma componente material que não interage eletromagneticamente de forma a ser observada, sendo somente seu efeito gravitacional o responsável por manter a velocidade de rotação constante longe do centro da galáxia, como é observado. Essa componente foi determinada matéria escura (BERTONE; HOOPER; SILK, 2005).

Além disso ao observarmos as primeiras estrelas formadas, conseguimos obter limites inferiores para a idade do Universo, o que exclui automaticamente modelos cosmológicos que forneçam uma idade pro Universo menor do que a desses astros. E, embora saibamos que as temperaturas em diversos pontos do nosso planeta ou sistema solar e galáxia não são as mesmas, vemos que os fótons do universo primordial, denominados Radiação Cósmica de Fundo (CMB, do inglês Cosmic Microwave Background) (AGHANIM et al., 2018) apresentam praticamente a mesma temperatura de 2.7 K a menos de anisotropias da ordem de 10^{-5} , ou seja, o universo como um todo possui basicamente a mesma temperatura. Essa evidência estabelece que o Universo, em larga escala, é homogêneo e

isotrópico.

Toda essa simetria observada no Universo permitiu a formulação de uma métrica muito simples, encontrada independentemente pelos pesquisadores Friedmann, Lemaître, Robertson e Walker, (FLRW) que, quando introduzida nas equações de campo da GR, nos fornece o modelo de concordância cósmica denominado Λ CDM, onde Λ é a constante cosmológica que representa a energia escura e corresponde à 68,66% do conteúdo material do Universo, já a matéria escura fria (CDM, do inglês cold dark matter) representa à 26,41%, e a Matéria bariônica corresponde à 4,93% de acordo com os resultados finais da missão do telescópio espacial Planck (AGHANIM et al., 2018) que também estabelece que atualmente a contribuição da radiação é praticamente nula.

A evolução térmica do Universo é descrita pela teoria de Hot Big Bang (ALPHER; BETHE; GAMOW, 1948), que previu a nucleossíntese primordial e a radiação cósmica de fundo e em conjunto com um modelo inflacionário (LINDE, 1982), permitiu que o universo primordial pudesse evoluir de acordo com as previsões da física nuclear (KOLB; TURNER, 1981).

O modelo de concordância cósmica reproduz naturalmente e com grande precisão boa parte das observações, mas como ainda não sabemos todas as informações sobre o Universo, este modelo tem suas limitações. O modelo Λ CDM prevê galáxias com halos de alta densidade no centro enquanto observamos halos planos, problema conhecido como Cuspyócore (DELLIOU, 2017). Além disso, muito menos galáxias satélites do que é previsto teoricamente através de simulações de N-corpos utilizando Λ CDM (Missing Satellites Problem). Esses são alguns dos problemas devido à incompreensão da natureza da matéria escura (PERIVOLAROPOULOS, 2008). Mas não é somente a matéria escura que sofre com problemas, em relação à energia escura temos por exemplo a gritante diferença de até 120 ordens de grandeza entre o valor da densidade do vácuo quântico previsto pela Teoria Quântica de Campos e o valor encontrado das observações cosmológicas (WEINBERG, 1989), e o problema da Coincidência que questiona porque as densidades de matéria e da energia escura que já tiveram uma razão 10^5 na época da recombinação atingiram a mesma ordem de grandeza apenas recentemente, esses são alguns dos problemas que envolvem a energia escura (CARROLL; PRESS; TURNER, 1992). Isso estimula a busca por novas formas de descrever a matéria escura e energia escura.

Os campos escalares são importantes objetos matemáticos muito utilizados em diversos ramos da física teórica, sendo sempre uma boa abordagem inicial para um problema desconhecido, devido a suas características de simetria com aplicações da Teoria Quântica de Campos até a Cosmologia. Eles estão presentes desde a origem do Universo, como os campos escalares fundamentais das teorias de grande unificação (GUT, Grand Unification Theory), (GUTH, 1997; LIDDLE, 1997) e, logo depois, na evolução do universo, são responsáveis pela inflação (GUTH; PI, 1982; LINDE, 1982). Além disso, alguns autores também já supõem a origem da matéria escura e da energia escura como um campo escalar (CALDWELL; DAVE; STEINHARDT, 1998; CARROLL, 1998; WANG et al., 2000; RATRA; PEEBLES, 1988; PEEBLES; RATRA, 1988). Embora somente o bóson de Higgs tenha sido detectado experimentalmente na natureza como campos escalares fundamentais, os campos escalares não podem ser descartados, pois são uma importante ferramenta para o desenvolvimento dos estudos teóricos, que descrevem uma partícula bosônica de spin zero.

Neste estudo veremos as propriedades da matéria escura sendo representada por um campo escalar

real ϕ , modelo SFDM (Scalar Field Dark Matter). Neste modelo, as partículas de matéria escura são bósons de spin 0, que devido ao seu comprimento de onda Compton ser da ordem de kpc permite que as partículas de matéria escura se aglutinem em poços de potenciais, formando assim condensados de Bose-Einstein logo no início do Universo. Assim, teríamos a formação dos halos de matéria escura nas Galaxias.

Podemos também estudar o universo sem a utilização de um modelo cosmológico de fundo, afinal ainda não sabemos qual é o modelo que descreve perfeitamente o universo. Aquilo que observamos no Universo nos revela aspectos importantes a seu respeito. Um fóton que partiu do objeto fonte e será posteriormente observado na Terra, por exemplo, percorre seu caminho seguindo a sua geodésica, e, quanto maior a distância viajada por esse fóton, mais ele sentirá em seu comprimento de onda o efeito da curvatura do espaço tempo e sua expansão. Sem dúvida, os dados observacionais são de importância fundamental para o desenvolvimento da cosmologia. Assim buscar ferramentas que permitam as mais variadas formas de análise é muito importante. Neste contexto, um método estatístico não paramétrico chamado Processos Gaussianos possibilita que se reconstrua uma função contínua e suas derivadas, a partir de um conjunto discreto de valores dessa função. Partindo apenas da suposição de que cada valor da amostra é representado por uma variável aleatória gaussiana, o método permite não somente reconstruir uma função como suas derivadas. Uma técnica como essa é de importante auxílio ao estudo de diversas áreas do conhecimento, pois permite obter informações somente do conjunto de dados sem supor nenhum tipo de ajuste. Usaremos os dados de $H(z)$ (MAGANA et al., 2018) e $SNe Ia$ (SCOLNIC et al., 2018) para reconstruir o parâmetro de desaceleração $q(z)$ onde buscamos descobrir o *redshift* de transição no qual o universo passou a expandir aceleradamente. Assim, podemos não somente comparar esse valor com o obtido pelo modelo de concordância cósmica como também pelo modelo SFDM.

Nesse trabalho, estudamos a evolução do modelo SFDM em que a DM é representada por um bóson escalar real e homogêneo ϕ , que está minimamente acoplado à gravidade, sujeito a um potencial de campo livre e sem auto-interação. Após relembrarmos os fundamentos do modelo padrão no capítulo 2, podemos seguir para a formulação do modelo SFDM. Assim, realizando o estudo do comportamento dinâmico desse modelo no capítulo 3 chegamos ao sistema de equações parametrizadas para o tratamento numérico, que nos permite limitar os parâmetros livres do modelo a partir dos dados observacionais. O modelo será analisado de acordo com a Estatística Bayesiana (D'AGOSTINI, 2003; P.C., 2005) usando como ferramenta as cadeias de Monte Carlo-Markov (Monte Carlo Markov Chains, MCMC) (GELMAN, 2014; D. J. Spiegelhalter, 1996; J. Goodman, ; FOREMAN, 2013).

Fizemos a análise individualmente e combinada da amostra de dados explicitada no capítulo 3, que consiste de 51 dados de $H(z)$ (MAGANA et al., 2018) os 1048 dados de $SNe Ia$ da amostra do Pantheon (SCOLNIC et al., 2018). O objetivo é conseguir obter um limite inferior para massa de matéria escura no modelo SFDM. Para tornar a resolução numérica mais eficiente quando analisados grandes valores da massa de matéria escura, em que a análise numérica se torna lenta devido as oscilações do campo, propomos então uma aproximação JWKB (RATRA, 1991), método desenvolvido pelos físicos Gregor Wentzel, Hendrik Anthony Kramers e Léon Brillouin em 1926, mas 1923 o matemático Harold Jeffreys (JEFFREYS, 1926) desenvolveu um método geral de aproximação de

soluções para equações diferenciais lineares de segunda ordem, como os físicos não sabiam do trabalho do matemático ele costuma ser negligenciado por isso em geral vemos o nome aproximação WKB, como é comum em muitos livros de Mecânica Quântica. Dessa forma, conseguimos encontrar uma expressão para o campo ϕ além de melhorar muito o tempo da análise numérica.

2 O MODELO DE CONCORDÂNCIA CÓSMICA

A Cosmologia Moderna está sustentada sobre o princípio cosmológico, que pode ser enunciado como (I.C.R.A., 2010)

i) As leis da Física, que determinamos em nossa vizinhança, são equivalentes em qualquer região do universo em qualquer escala de tempo e distância.

ii) O Universo é espacialmente Homogêneo e Isotrópico em larga escala.

Sem a primeira afirmação não poderíamos ter acesso ao comportamento da matéria em regiões distantes do universo, sendo então impossível a criação de um modelo cosmológico. A partir de observações cosmológicas locais podemos constatar que a carga de objetos astronômicos é muito próxima de zero, o que nos permite supor que a única interação de longo alcance agindo no Universo é a gravitacional.

Sendo assim a Teoria da Relatividade Geral de Einstein nos fornece as ferramentas necessárias para a exploração teórica do Universo, pois relaciona o conteúdo material do Universo com sua forma geométrica além de possibilitar descobrir quais efeitos as componentes materiais podem causar no universo, como por exemplo a expansão que foi verificada experimentalmente por Hubble, que já era considerada teoricamente possível.

A homogeneidade e isotropia do espaço garante que observadores em diferentes pontos do universo, consigam medir o mesmo espectro de CMB independentemente da direção de observação, a menos de um dipolo, devido a velocidade peculiar em relação ao fluxo de Hubble. Ou seja, o universo observado em larga escala é o mesmo em qualquer ponto e em qualquer direção de observação.

Toda essa simetria do Universo tem uma consequência fundamental na determinação da métrica, pois implica em 3 possíveis geometrias para o universo, que pode ser plano, fechado como uma esfera ou aberto como a sela de um cavalo. Este fato foi descoberto ao mesmo tempo e de forma independente por Friedmann, Lemaitre, Robertson e Walker. A métrica de FLRW, em um sistema de coordenadas esféricas (r, θ, ϕ) , para um Universo não estático e com uma dependência temporal na parte espacial da métrica dada pelo fator de escala $a(t)$, pode ser escrita como :

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{a(t)^2}{1 - kr^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a(t)^2 r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a(t)^2 r^2 \sin^2 \theta \end{pmatrix}. \quad (2.1)$$

É interessante expressar a parte espacial da métrica como :

$$\tilde{g}_{ij} = \begin{pmatrix} \frac{1}{1-kr^2} & 0 & 0 \\ 0 & r^2 & 0 \\ 0 & 0 & r^2 \sin^2 \theta \end{pmatrix}, \quad (2.2)$$

onde k é a constante de curvatura, que determina a geometria do Universo

$$k = \begin{cases} -1, & \text{Aberto} \\ 0, & \text{Plano} \\ +1, & \text{Fechado} \end{cases}. \quad (2.3)$$

Isto nos permite escrever um elemento de linha na métrica FLRW, como

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dX^\mu dX^\nu = -dt^2 + a(t)^2 \left[\frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right]. \quad (2.4)$$

Os Símbolos de Christoffel, são definidos a partir da métrica como

$$\Gamma_{\mu\nu}^\alpha = \frac{1}{2} g^{\alpha\beta} (\partial_\mu g_{\nu\beta} + \partial_\nu g_{\beta\mu} - \partial_\beta g_{\mu\nu}), \quad (2.5)$$

e na métrica FLRW (2.1), os símbolos de Christoffel ficam

$$\Gamma_{ij}^0 = a \dot{a} \tilde{g}_{ij}, \quad \Gamma_{0i}^j = \frac{\dot{a}}{a} \delta_i^j, \quad (2.6)$$

$$\Gamma_{ij}^l = \frac{1}{2} \tilde{g}^{ln} (\partial_i \tilde{g}_{jn} + \partial_j \tilde{g}_{ni} - \partial_n \tilde{g}_{ij}), \quad (2.7)$$

$$\Gamma_{rr}^r = \frac{kr}{1-kr^2}, \quad \Gamma_{\theta\theta}^r = -(1-kr^2)r, \quad \Gamma_{\phi\phi}^r = -(1-kr^2)r \sin^2 \theta \quad (2.8)$$

$$\Gamma_{\phi\phi}^\theta = -\sin \theta \cos \theta, \quad \Gamma_{\theta r}^\theta = \Gamma_{r\theta}^\theta = \Gamma_{\theta\phi}^\phi = \Gamma_{\phi\theta}^\phi = \frac{1}{r}, \quad \Gamma_{\theta\phi}^\phi = \Gamma_{\phi\theta}^\phi = \cot \theta \quad (2.9)$$

E também o Tensor de Riemann:

$$R_{\mu\nu\kappa}^\alpha = \partial_\kappa \Gamma_{\mu\nu}^\alpha - \partial_\nu \Gamma_{\mu\kappa}^\alpha + \Gamma_{\beta\kappa}^\alpha \Gamma_{\mu\nu}^\beta - \Gamma_{\beta\nu}^\alpha \Gamma_{\mu\kappa}^\beta. \quad (2.10)$$

O tensor de Ricci, pode ser obtido a partir de uma contração do tensor de Riemann

$$R_{\mu\nu} = R_{\mu\alpha\nu}^\alpha = \partial_\nu \Gamma_{\mu\alpha}^\alpha - \partial_\alpha \Gamma_{\mu\nu}^\alpha + \Gamma_{\beta\nu}^\alpha \Gamma_{\mu\alpha}^\beta - \Gamma_{\beta\alpha}^\alpha \Gamma_{\mu\nu}^\beta, \quad (2.11)$$

sendo suas componentes dadas por

$$R_{00} = -3\frac{\ddot{a}}{a}, \quad R_{ij} = (2\dot{a}^2 + a\ddot{a} + 2k)\tilde{g}_{ij}, \quad R_{i0} = R_{0i} = 0, \quad (2.12)$$

podemos encontrar o escalar de Ricci

$$R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu} = 6 \left[\left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 + \frac{\ddot{a}}{a} + \frac{k}{a^2} \right].$$

Partimos da Ação de Einstein-Hilbert

$$S = -\frac{1}{16\pi G} \int d^4x \sqrt{-g} (R + 2\Lambda), \quad (2.13)$$

onde Λ é a constante cosmológica, G é a constante Gravitacional e R é o escalar de curvatura de Ricci (WEINBERG, 2008). Variando a ação S com relação a métrica, $g_{\mu\nu}$, obtemos as equações de movimento do campo gravitacional:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + \Lambda g_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu}, \quad (2.14)$$

que correspondem às equações de Einstein da RG. Podemos então calcular o tensor de Energia-momento, $T_{\mu\nu}$, do conteúdo material do universo através da definição

$$T_{\mu\nu} \equiv \frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta S^{mat}}{\delta g^{\mu\nu}}. \quad (2.15)$$

Aproximando as componentes materiais observadas como sendo um fluido perfeito, com densidade de energia ρ , pressão p e quadri-velocidade U_μ , temos:

$$T_{\mu\nu} = (\rho + p) U_\mu U_\nu - g_{\mu\nu} p. \quad (2.16)$$

A componente temporal das equações da RG com a métrica de FLRW é então

$$\begin{aligned} R_{00} - \frac{1}{2} g_{00} R + \Lambda g_{00} &= 8\pi G T_{00} \\ \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 &= \frac{8\pi G}{3} \rho - \frac{k}{a^2} + \frac{\Lambda}{3}, \end{aligned} \quad (2.17)$$

onde ρ é a densidade total de energia, e definido

$$\rho_\Lambda = \frac{\Lambda}{8\pi G}, \quad (2.18)$$

sendo a parte espacial

$$\begin{aligned} R_{ij} - \frac{1}{2} g_{ij} R + \Lambda g_{ij} &= 8\pi G T_{ij} \\ \frac{\ddot{a}}{a} &= -\frac{4\pi G}{3} (\rho + 3p) + \frac{\Lambda}{3}. \end{aligned} \quad (2.19)$$

A conservação do tensor de energia-momento,

$$\nabla_\mu T^{\mu\nu} = 0, \quad (2.20)$$

implica na conservação da densidade de energia ρ para as componentes materiais do Universo

$$\begin{aligned} \nabla_\mu T^{\mu 0} &= 0 \\ \frac{\partial T^{0\mu}}{\partial x^\mu} + \Gamma_{\mu\nu}^0 T^{\nu\mu} + \Gamma_{\mu\nu}^\mu T^{0\nu} &= 0 \\ \frac{\partial T^{00}}{\partial t} + \Gamma_{ij}^0 T^{ij} + \Gamma_{i0}^i T^{00} &= 0 \\ \frac{d\rho}{dt} + \frac{3\dot{a}}{a}(\rho + p) &= 0 \\ \dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}(\rho + p) &= 0. \end{aligned} \quad (2.21)$$

Vamos considerar uma equação de estado da forma

$$p = \omega \rho, \quad (2.22)$$

onde ω é uma constante. Isso nos permite encontrar através da solução de (2.21), uma relação entre a densidade de energia de cada componente energética do universo ρ_i e o fator de escala $a(t)$

$$\rho_i = \rho_{i,0} a^{-3(1+\omega)}, \quad (2.23)$$

com a constante $\rho_{i,0}$ correspondendo a densidade de energia da componente material calculada hoje. O valor de ω em (2.23) depende do tipo de matéria analisada. Para matéria bariônica ou matéria escura, $\omega = 0$, pois matéria possui pressão desprezível. Já para radiação, $\omega = 1/3$ e para constante cosmológica Λ que desempenha o papel de DE no modelo padrão, $\omega = -1$. Chegamos assim nas seguintes relações para ρ_i

$$\rho_b = \rho_{b,0} a^{-3}, \quad (2.24)$$

$$\rho_{DM} = \rho_{DM,0} a^{-3}, \quad (2.25)$$

$$\rho_{rad} = \rho_{rad,0} a^{-4}, \quad (2.26)$$

$$\rho_\Lambda = \rho_{\Lambda,0} \quad (2.27)$$

O parâmetro de Hubble é a taxa de expansão do Universo, definido a partir do fator de escala como

$$H(t) = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)}, \quad (2.28)$$

sendo o tempo cosmológico hoje dado por t_0 , as medidas observacionais mais recentes, fornecem um

valor de H_0 dado por

$$H_0 = \frac{\dot{a}(t_0)}{a(t_0)} = 67,4 \pm 0,5 \text{ km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}, \quad (2.29)$$

valor obtido das análises dos resultados da missão espacial Planck (AGHANIM et al., 2018). Com o valor da constante de Hubble é determinado o valor da densidade de energia critica $\rho_{crit,0}$, que representa a densidade total de energia para um Universo espacialmente plano preenchido pelas componentes materiais :

$$\rho_{crit,0} \equiv \frac{3H_0^2}{8\pi G} = 2,634 \cdot 10^{-10} \text{ g cm}^{-3} \quad (2.30)$$

É conveniente a definição de uma quantidade adimensional para se estudar a evolução dinâmica do universo, assim definimos o parâmetro de densidade Ω

$$\Omega_i = \frac{\rho_{i,0}}{\rho_{crit,0}}, \quad (2.31)$$

sendo Ω_k , definido por

$$\Omega_k = -\frac{k}{H_0^2}, \quad (2.32)$$

e assim a equação (2.17), toma a forma

$$H^2 = H_0^2 \left[\Omega_m a^{-3} + \Omega_r a^{-4} + \Omega_k a^{-2} + \Omega_\Lambda \right] \quad (2.33)$$

o que leva ao vínculo de Friedmann,

$$1 = \Omega_m + \Omega_r + \Omega_k + \Omega_\Lambda \quad (2.34)$$

Uma quantidade fundamental é o parâmetro de desaceleração $q(t)$, que é definido por

$$q(t) = -\frac{\ddot{a}(t)}{a(t)H^2}, \quad (2.35)$$

o parâmetro $q(t)$ nos ajuda a descobrir por exemplo o redshift em que o universo começa a ser acelerado, chamado redshift de transição z_t . Utilizaremos $q(t)$ para tentar descobrir o valor z_t a partir dos dados observacionais utilizando Processos Gaussianos como pode ser visto no capítulo 6.

2.1 O REDSHIFT Z

Vamos considerar uma fonte na coordenada comóvel r com as coordenadas θ e ϕ fixas, que emite um fóton em $t = t_e$, posteriormente observada na Terra em $r = 0$ em um tempo $t = t_o$. Como a linha

de mundo do fóton é nula, ou seja, $ds^2 = 0$, temos então

$$dt = \pm a(t) \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}},$$

$$\int_{t_e}^{t_o} \frac{dt}{a(t)} = - \int_r^0 \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}} = \int_0^r \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}}, \quad (2.36)$$

onde o sinal de menos é empregado devido a diminuição da distância com o passar do tempo. Considerando agora um segundo sinal, emitido em $t_e + \delta t_e$ e recebido em $t_o + \delta t_o$, como $t_e \gg \delta t_e$ e $t_o \gg \delta t_o$ a distância entre a fonte e observador se manteve aproximadamente a mesma, sendo assim

$$\int_{t_e + \delta t_e}^{t_o + \delta t_o} \frac{dt}{a(t)} = \int_{t_e}^{t_o} \frac{dt}{a(t)}$$

$$\frac{\delta t_e}{a(t_e)} = \frac{\delta t_o}{a(t_o)}. \quad (2.37)$$

Sendo a frequência do fóton emitido $\nu_e = 1/\delta t_e$ e a do fóton observado $\nu_o = 1/\delta t_o$, podemos então a partir de (2.37), relacionar o comprimento de onda λ_e do fóton emitido e do fóton observado λ_o com o fator de escala correspondente a emissão e observação da forma

$$\frac{\lambda_e}{\lambda_o} = \frac{\delta t_e}{\delta t_o} = \frac{a(t_e)}{a(t_o)}. \quad (2.38)$$

Devido ao efeito Doppler é possível determinar o desvio para o vermelho (redshift) z , que é dado por

$$z(t_o) = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_e} = \frac{\lambda_o - \lambda_e}{\lambda_e} = \frac{a(t_o)}{a(t_e)} - 1, \quad (2.39)$$

como $a(t_o) = 1$,

$$1 + z = \frac{1}{a(t)}. \quad (2.40)$$

Agora temos uma relação entre o redshift e o fator de escala $a(t)$, o que nos possibilita escrever as equações de Friedmann em função de z ou $a(t)$. Os movimentos relativos devido a dilatação do espaço entre a Terra e a fonte de radiação que foi observada é determinado pelo valor do redshift, que pode determinar se a fonte está se afastando quando as linhas espectrais desviam para o vermelho ($z > 0$), ou se aproximando, e as linhas espectrais deviam para o azul ($z < 0$).

Como todo o conteúdo material do universo está contido no mesmo fluido cosmológico temos que os objetos ligados gravitacionalmente, ou seja, próximos o suficiente para se atraírem, podem gerar um blueshift. Mas o espaço-tempo está em expansão, fazendo com que os objetos astronômicos que não estão ligados por efeitos gravitacionais se afastem. Então através da relação entre o fator de escala e o redshift das observações cosmológicas podemos determinar a evolução universo, se ele está em expansão e se essa expansão está sendo acelerada por exemplo.

2.2 DISTÂNCIAS EM COSMOLOGIA

A determinação de distâncias em cosmologia é de extrema importância para analisar a maior parte dos dados observacionais, como por exemplo os dados de SNe Ia, que serão discutidos posteriormente. Nesse caso, a medida do fluxo de luminosidade depende do inverso da distância de luminosidade. Inicialmente veremos distância de horizonte, também chamada de distância de Hubble, que corresponde à distância percorrida por um fóton desde a origem do universo até hoje

$$D(r, t) = a(t) \int_0^r \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}}. \quad (2.41)$$

Como esperado, vemos que a curvatura do universo interfere no valor da distância, sendo assim, temos

$$D(r, t) = a(t) \cdot \begin{cases} \sinh^{-1}(r), & k = -1 \\ r, & k = 0 \\ \sin^{-1}(r), & k = +1 \end{cases}, \quad (2.42)$$

Agora, a partir da definição de fluxo de luminosidade F

$$F = \frac{l}{4\pi (1+z)^2 r^2(t)} \quad (2.43)$$

onde l é a luminosidade do objeto, podemos então definir a distância de luminosidade D_L

$$D_L = (1+z)r(t) \quad (2.44)$$

A coordenada radial $r(z)$ de uma fonte que é observada hoje com redshift z pode ser calculada por:

$$r(z) = S \left[\int_{t(z)}^{t_0} \frac{dt}{a(t)} \right] \quad (2.45)$$

onde:

$$S[y] \equiv \begin{cases} \sinh(y), & k = -1 \\ y, & k = 0 \\ \sin(y), & k = +1 \end{cases} \quad (2.46)$$

Podemos colocar $r(z)$ em termos de uma integral no redshift, usando (2.28) e (2.40)

$$r(z) = S \left[\int_0^z \frac{dz'}{a_0 H(z')} \right], \quad (2.47)$$

ou, ainda, usar a Eq. (2.33) para expressar $a_0 H_0$ em termos de Ω_{k0} , assim obtemos:

$$a_0 r(z) = \frac{1}{H_0 \Omega_{k0}^{1/2}} \sinh \left[\Omega_{k0}^{1/2} \int_0^z \frac{dz'}{E(z')} \right] \quad (2.48)$$

onde $E(z) \equiv H(z)/H_0$. Com isso, podemos escrever para a distância de luminosidade de uma fonte

observada hoje no redshift z :

$$D_L(z) = \frac{(1+z)}{H_0 \Omega_{k0}^{1/2}} \sinh \left[\Omega_{k0}^{1/2} \int_0^z \frac{dz'}{E(z')} \right] \quad (2.49)$$

A partir da métrica de FLRW (2.1), podemos ver que uma fonte na coordenada radial comóvel r_1 que emite luz no tempo t_1 e é observada atualmente subentendendo um pequeno ângulo θ , se estende por uma distância própria s (normal linha de visada) igual a $a(t_1)r_1\theta$. A distância de diâmetro angular d_A é definida de tal forma que θ é dado pela relação usual da geometria euclidiana:

$$\theta = s/D_A \quad (2.50)$$

e podemos ver que

$$D_A = a(t_1)r_1. \quad (2.51)$$

Comparando-se este resultado com a Eq. (2.44), podemos ver que a razão das distâncias de luminosidade e de diâmetro angular é simplesmente uma função do redshift:

$$D_A/D_L = (1+z)^{-2}. \quad (2.52)$$

Essa relação é conhecida como Equação de Dualidade de distância de Etherington. E, portanto, com base em (2.49), podemos escrever:

$$D_A(z) = \frac{1}{H_0 \Omega_{k0}^{1/2} (1+z)} \sinh \left[\Omega_{k0}^{1/2} \int_0^z \frac{dz'}{E(z')} \right] \quad (2.53)$$

2.3 IDADE

Definindo o tempo zero como aquele que corresponde ao fator de escala zero (redshift infinito), o tempo em que a luz foi emitida por uma fonte que está no redshift z pode ser encontrado a partir de:

$$dt = \frac{da}{\dot{a}} = \frac{da}{aH} = -\frac{dz}{(1+z)H(z)}. \quad (2.54)$$

Integrando entre 0 e $t(z)$:

$$t(z) = \int_z^\infty \frac{dz'}{(1+z')H(z')} \quad (2.55)$$

essa é a idade do universo no redshift z . Portanto, a idade total do Universo é dada por:

$$t_0 = \int_0^\infty \frac{dz'}{(1+z')H(z')}. \quad (2.56)$$

Essas quantidades podem ser usadas para fazermos o teste de idade no redshift z e teste da idade total, respectivamente.

3 DADOS COSMOLÓGICOS

Buscamos utilizar o maior número de dados possíveis em nossa análise. Para isso contamos com dados de medidas diretas de $H(z)$ e as distâncias provenientes das medidas de SNe Ia.

Cada conjunto de dados impõe diferentes limites para os parâmetros livres do modelo Λ CDM. Para podermos obter um limite mais preciso, utilizamos a combinação de todos os dados para realizar as análises estatísticas.

3.1 $H(z)$

Os dados de parâmetro de Hubble como função de *redshift* produzem um dos testes cosmológicos mais diretos porque são inferidos apenas de observações astrofísicas, não dependendo de quaisquer modelos cosmológicos de fundo. No momento, os métodos mais importantes para obter dados de $H(z)$ são através de (i) oscilações acústicas de bárions (BAO) (GAZTANAGA; CABRE; HUI, 2009; EISENSTEIN et al., 2005), (ii) “cronômetros cósmicos” (SIMON; VERDE; JIMENEZ, 2005), e (iii) através da função de correlação de galáxias vermelhas luminosas (LRG) (CHUANG; WANG, 2013; OKA et al., 2014).

3.1.1 OSCILAÇÕES ACÚSTICAS DOS BÁRIONS

No início do universo, logo após a inflação e antes da recombinação o universo ainda era muito quente e denso contendo todo o conteúdo material distribuído no espaço-tempo como um fluido. A matéria estava acoplada à radiação, formando o fluido fóton-bárion, os fótons e elétrons interagiam através do espalhamento Compton.

O movimento dos elétrons espalhados pelos fótons gera um gradiente de pressão no fluido fóton-bárion, causando perturbações no fluido. Em uma região com alta densidade inicial haverá uma alta pressão no fluido, que se propagará como uma onda sonora esférica, com diferentes comprimentos de ondas, já que existiam diversos pontos fontes que continham matéria escura no centro. Por causa da pouca interação com as outras componentes, a matéria escura acaba não se movimentando. A onda acústica formada se propagou até o momento em que a temperatura do universo fosse da ordem de TeV o que levou ao desacoplamento da matéria e radiação e os fótons primordiais começaram a viajar livremente no Universo. E assim os prótons e os elétrons puderam formar efetivamente os primeiros átomos de Hidrogênio do universo. Consequentemente temos o acúmulo de matéria bariônica, distribuída esfericamente com relação à fonte da onda que contém os poços de matéria escura.

A primeira medida do pico acústico do BAO (Do inglês, Baryon acoustic Oscillations) foi obtida por Eisenstein e colaboradores (EISENSTEIN et al., 2005) através de uma função de correlação esférica de média de dois pontos a partir de dados de galáxias vermelhas luminosas compilados pelo Sloan Digital Sky Survey (SDSS). Esta primeira medição foi uma média entre o chamado BAO transversal (ou angular), σ_{BAO} , medido no plano do céu, e o BAO radial, π_{BAO} , medido ao longo da linha de

visada. No entanto, o BAO transversal, que fornece informações diretas sobre a distância angular, não é particularmente útil para determinar a função $H(z)$. Por outro lado, o BAO da linha de visão produz uma medida indireta de $H(z)$ porque está relacionada ao histórico de expansão pela expressão:

$$\pi_{\text{BAO}} = \frac{c\Delta z}{H(z)}, \quad (3.1)$$

portanto, os valores de $H(z)$ podem ser inferidos porque π_{BAO} e Δz são determinados observacionalmente.

3.1.2 CRONÔMETROS CÓSMICOS

Em termos do *redshift*, o parâmetro de Hubble $H(z)$ pode ser expresso como

$$H(z) = -\frac{1}{1+z} \frac{dz}{dt}. \quad (3.2)$$

Assim, a partir das idades diferenciais de uma classe de objetos, dt/dz , podemos estimar valores de $H(z)$, contanto que tomemos o cuidado de escolher objetos de metalicidades similares e baixas taxas de formação de estrelas (galáxias elípticas antigas) (D. Stern, 2003). Também devem ser escolhidas as galáxias mais antigas de cada faixa de *redshift*, de modo a formarmos um envelope que melhor descreve a variação da idade do Universo com o *redshift*.

3.1.3 FUNÇÃO DE CORRELAÇÃO DE GALÁXIAS VERMELHAS LUMINOSAS

As anisotropias nos aglomerados de galáxias também trazem informações importantes sobre os modelos cosmológicos (CHUANG; WANG, 2013; OKA et al., 2014). As anisotropias surgem do efeito de Alcock-Paczynski (ALCOCK; PACZYNSKI, 1979) e do efeito de distorção do *redshift* (PEEBLES, 1980; HAMILTON, 1998). Essas medidas, estimadas a partir das Galáxias Vermelhas Luminosas presentes nos grandes surveys 2dFGRS (COLLESS et al., 2001), SDSS (AHN et al., 2014), WiggleZ Dark Energy Survey (BLAKE et al., 2009) etc.) atuais, permitem obter independentemente a taxa de crescimento linear f , a distância de diâmetro angular $D_A(z)$ e o $H(z)$ (OKA et al., 2014).

Entre esses métodos para estimar $H(z)$, a compilação de 51 dados agrupada por (MAGANA et al., 2018) consiste em 20 dados de clustering (BAO + LRG) e 31 dados de idade diferencial de $H(z)$. Diferentemente de (SHAROV; VORONTSOVA, 2014), optamos por não usar H_0 em nossos principais resultados aqui, devido à tensão atual entre valores de H_0 estimados a partir de observações diferentes (RIESS et al., 2016; AGHANIM et al., 2018).

3.2 SUPERNOVAS TIPO IA

Atualmente acredita-se que Supernovas do tipo Ia ocorrem quando uma estrela anã branca em um sistema binário acreta matéria suficiente da sua companheira de modo a empurrar sua massa próxima ao limite de Chandrasekhar, a massa máxima possível que pode ser suportada pela pressão de degenerescência dos elétrons (Fowler, W. A., 1960). Quando isso acontece, a anã branca torna-se

instável, e o aumento em temperatura e densidade favorece a conversão de carbono e oxigênio em ^{56}Ni , resultando em uma explosão termonuclear, uma supernova, que pode ser vista a distâncias de milhares de megaparsecs. A estrela em explosão sempre possui uma massa próxima ao limite de Chandrasekhar, de tal forma que há pouca variação na luminosidade absoluta dessas explosões, fazendo delas indicadores de distância praticamente ideais (Tammann, G. A., 1982), ou (SUNTZEFF et al., 1999), (HOFLICH et al., 2003), para revisões). A variação que existe parece estar bem correlacionada com o tempo de crescimento e de declínio da curva de luz da supernova: quanto mais lento o declínio, maior a luminosidade absoluta (BROWN et al., 2010; HAMUY et al., 1995; RIESS; PRESS; KIRSHNER, 1995; Jha, S. Riess A., 2007).

Escolhemos trabalhar com uma das maiores amostras de SNe Ia até hoje, ou seja, a amostra Pantheon (SCOLNIC et al., 2018). Esta amostra consiste em 279 SNe Ia da Pesquisa Profunda Média Pan-STARRS1 (PS1) ($0,03 < z < 0,68$), combinada com estimativas de distância de SNe Ia do SDSS (Sloan Digital Sky Survey), SNLS as amostras do Telescópio Espacial Hubble para formar a maior amostra combinada de SNe Ia, acarretando em um total de 1048 SNe Ia na faixa de $0,01 < z < 2,3$.

4 ESTATÍSTICA BAYESIANA

A limitação do número de dados e a impossibilidade de reprodução das medidas torna a análise estatística Bayesiana a melhor forma de realizar os testes observacionais com o modelo *SFDM* a fim de limitar os parâmetros livres do modelo.

Para encontrar a distribuição de probabilidade $p(M_i|D)$ (posterior), para um determinado modelo M_i com base em um conjunto de dados D , sabendo que o modelo de interesse tem um conjunto θ_i de parâmetros livres com uma distribuição de probabilidade $\pi(\theta_i|M_i)$ que representa a confiabilidade que temos no modelo em relação a seus parâmetros livres denominada distribuição *a priori* e com o auxílio da função de verossimilhança (Em inglês, *likelihood*) $\mathcal{L}(D|\theta_i M_i)$ condicionada aos dados D , utilizando o Teorema de Bayes:

$$p(M_i|D) = \frac{\mathcal{L}(D|\theta_i M_i) \pi(\theta_i|M_i)}{p(D)} \quad (4.1)$$

onde $p(D)$ é a chamada evidência Bayesiana, que atua como uma constante de normalização, dada por

$$p(D) = \int \mathcal{L}(D|\theta_i M_i) \pi(\theta_i|M_i) d\theta \quad (4.2)$$

vemos que a evidência Bayesiana não depende dos parâmetros livres, pois é o resultado da integração de $\mathcal{L}(D|\theta_i M_i) \pi(\theta_i|M_i)$ sobre o conjunto θ . Então para limitar os parâmetros livres do modelo, o numerador de (4.1) é que nos importa, utilizaremos o Teorema de Bayes como

$$p(\theta_j) \propto \pi(\theta_j) \mathcal{L}(M_i, D_i, \theta_j) \quad (4.3)$$

Agora podemos aplicar este resultado para analisar os dados de $H(z)$ e SNe Ia. Supondo para o modelo uma distribuição de probabilidade do tipo $\mathcal{L} \propto e^{-\chi^2/2}$ (W. H. Press S. A. Teukolsky, 1992), onde

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{M(D_i, \theta_j) - M_{obs,i}}{\sigma_{M_i}} \right)^2 \quad (4.4)$$

4.1 MÉTODO NUMÉRICO

Para se obter as restrições sobre os parâmetros livres, nós amostramos as probabilidades $\mathcal{L}_{H(z)}$, $\mathcal{L}_{\text{Sne Ia}}$ separadamente e combinadas, através da análise de Monte Carlo Markov Chain (MCMC). Um método MCMC simples e poderoso é o chamado Ensemble Invariante Afim de ensembles (J. Goodman,), que foi implementado na linguagem Python com o software *emcee* por (FOREMAN, 2013). Este método MCMC tem a vantagem sobre os métodos simples de Metropolis-Hastings (MH) de depender apenas de um parâmetro de escala da distribuição de proposta e do número de walkers, enquanto os métodos

de MH em geral dependem da matriz de covariância do parâmetro, isto é, depende em $n(n + 1)/2$ parâmetros de ajuste, onde n é a dimensão do espaço de parâmetros.

A ideia principal do amostrador invariante afim de Goodman-Weare é o chamado “movimento de stretch”, onde a posição (vetor de parâmetros no espaço de parâmetros) de um walkers (cadeia) é determinada pela posição dos outros walkers. Foreman-Mackey et al. modificaram este método, a fim de torná-lo adequado para a paralelização, dividindo os walkers em dois grupos, então a posição de um walker em um grupo é determinada *somente* pela posição de walkers do outro grupo ¹.

Usamos o software disponível gratuitamente **emcee** para amostrar a nossa probabilidade no espaço de parâmetro n -dimensional utilizamos um prior plano sobre os parâmetros. Para plotar todas as restrições em cada modelo na mesma figura, usamos o software disponível gratuitamente **getdist** ².

¹ Veja (ALLISON R. E DUNKLEY, 2014) para uma comparação entre várias técnicas de amostragem MCMC.

² **getdist** faz parte do grande amostrador MCMC e do solucionador de espectro de potência de CMB COSMOMC, por (LEWIS, 2002).

5 CAMPO ESCALAR COMO MATÉRIA ESCURA

5.1 CAMPO ESCALAR ϕ

Frequentemente utilizados em diversas aplicações teóricas, os campos escalares são objetos matemáticos muito importantes, muitas vezes sendo ponto de partida na abordagem de problemas. Embora somente o bóson de Higgs seja a única partícula fundamental observada que é descrita por um campo escalar, isso não desestimula os estudos com campos escalares, permanecendo esses modelos como uma possível explicação para energia escura e matéria escura. Além disso, campo escalar é o modelo mais bem aceito para a fase inflacionária do universo primordial, onde o inflaton é uma partícula descrita por um campo escalar, atuando como uma componente com pressão negativa, o que gera uma expansão acelerada logo no início do universo que proporcionou as condições iniciais necessárias para evolução do universo observado hoje. Ainda seguindo em direção à origem do universo, Teorias de Grande Unificação (GUT) (GUTH, 1997; LIDDLE, 1997) também utilizam campos escalares para descrever os fenômenos primordiais. Podemos começar os estudos do campo escalar a partir da sua densidade Lagrangeana, que é dada por

$$\mathcal{L}^\phi = \frac{1}{2} \partial^\mu \phi \partial_\mu \phi - V(\phi), \quad (5.1)$$

onde $V(\phi)$ é o potencial associado ao campo escalar ϕ , contendo toda informação sobre o campo, como sua massa e suas possíveis interações. E consequentemente, a ação do campo escalar S_ϕ

$$S^\phi = \int d^4x \sqrt{-g} \mathcal{L}^\phi. \quad (5.2)$$

A equação de movimento para o campo escalar, denominada equação de Klein-Gordon, é obtida a partir do princípio da mínima ação aplicado a ação S^ϕ

$$\square \phi - \frac{dV(\phi)}{d\phi} = 0. \quad (5.3)$$

onde $\square$ é o operador d'Alembertiano que depende da métrica.

5.2 O MODELO SFDM

O modelo que descreve a natureza da matéria escura como um campo escalar real ϕ sujeito a um potencial $V(\phi)$ que pode conter informações como a massa da partícula de matéria escura e a auto-interação é denominado "Scalar Field Dark Matter" (SFDM) ou Fuzzy Dark Matter, wave dark matter. Em (MATOS; VAZQUEZ-GONZALEZ; MAGANA, 2009; MAGANA; MATOS, 2012) foi proposto que a matéria escura é um bóson de spin zero ultraleve com massa da ordem de 10^{-22} eV com comprimento de onda Compton da ordem de alguns kpc. Devido à sua baixa massa as partículas de matéria escura formam condensados de Bose-Einstein (BEC, do inglês Bose–Einstein condensate)

criando gigantes gotas de matéria escura logo no início do Universo quando ele ainda estava em altas temperaturas, da ordem de 10^{30}eV , no mesmo tempo em que as outras partículas ainda estavam interagindo entre si, a nucleossíntese ainda não havia começado. Teríamos então a formação dos Halos das galáxias mais cedo na evolução do universo, já que as gotas de matéria escura criam poços de potencial gravitacional que atrai a matéria bariônica à sua volta dando assim origem à galáxia. Isso também implica que as galáxias seriam todas bem semelhantes por terem se formado aproximadamente ao mesmo tempo. Foi verificado que o perfil de rotação dos halos de matéria escura do modelo SFDM (MATOS; VAZQUEZ-GONZALEZ; MAGANA, 2009; MAGANA; MATOS, 2012) são compatíveis com os observados. A análise do ponto de vista hidrodinâmico das flutuações de densidade do campo escalar também foi feita, utilizando um dado potencial $V(\phi)$, com uma massa de 10^{-22}eV para partícula de matéria escura. Em regime de perturbação linear o modelo SFDM reproduz os mesmos resultados do modelo ΛCDM , diferenciando-se apenas em regimes não lineares. Nesses casos, o modelo SFDM apresenta um perfil de densidade plano no centro (forma-se um núcleo), enquanto ΛCDM tem maior formação de galáxias e aglomerados de galáxias no centro.

Neste estudo veremos as propriedades da matéria escura sendo representada por um campo escalar real ϕ , modelo SFDM. Introduzindo $\mathcal{L}^\phi$ na ação S^{mat} , que representa o conteúdo material do universo, temos

$$S^{\text{mat}} = \int d^4x \sqrt{-g} \mathcal{L}^{mo} + \int d^4x \sqrt{-g} \mathcal{L}^\phi, \quad (5.4)$$

sendo a matéria observada descrita por $\mathcal{L}^{mo}$. Podemos então calcular o tensor de Energia-momento, $T_{\mu\nu}^\phi$, do campo escalar através da definição (2.15):

$$T_{\mu\nu}^\phi = \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} [\partial^\alpha \phi \partial_\alpha \phi - 2V(\phi)]. \quad (5.5)$$

O tensor de energia-momento geral é dado por

$$T_{\mu\nu} = T_{\mu\nu}^{mo} + T_{\mu\nu}^\phi, \quad (5.6)$$

com uma parte correspondente a matéria observável, $T_{\mu\nu}^{mo}$, e outra associada ao campo escalar ϕ , $T_{\mu\nu}^\phi$. Para deixar $T_{\mu\nu}^\phi$ na forma do tensor de energia-momento de um fluido perfeito como (2.16), definimos a densidade de energia ρ^ϕ , pressão p^ϕ e quadrivelocidade u_μ^ϕ do campo ϕ como:

$$\begin{aligned} \rho_\phi &= \frac{1}{2} \partial^\alpha \phi \partial_\alpha \phi + V(\phi), \\ p_\phi &= \frac{1}{2} \partial^\alpha \phi \partial_\alpha \phi - V(\phi), \\ u_\mu &= (\partial_\mu \phi) / \sqrt{\partial^\alpha \phi \partial_\alpha \phi}. \end{aligned}$$

Assumindo que o campo é homogêneo, de acordo com o princípio cosmológico, ($\partial_i \phi = 0$), as relações acima se tornam:

$$\rho_\phi = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 + V(\phi), \quad p_\phi = \frac{1}{2} \dot{\phi}^2 - V(\phi). \quad (5.7)$$

Considerando que o Universo é composto de um componente bariônico com densidade de energia ρ_b , um termo associado a constante cosmológica com densidade de energia ρ_Λ e a matéria escura sendo descrita por um campo escalar ϕ , com ρ_ϕ para sua densidade de energia, as equações de estado desses componentes são respectivamente

$$\begin{aligned} p_b &= 0, \\ p_\Lambda &= -\rho_\Lambda, \\ p_\phi &= \omega_\phi \rho_\phi, \end{aligned}$$

onde $\omega_\phi \equiv \frac{p_\phi}{\rho_\phi}$ é a equação de estado de ϕ . E para o modelo *SFDM*, assim como visto no capítulo anterior, as equações de Friedmann que governam a evolução do universo podem ser escritas como

$$\dot{H} = -\frac{\kappa^2}{2} (\dot{\phi}^2 + \rho_b), \quad (5.8)$$

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + \frac{dV}{d\phi} = 0, \quad (5.9)$$

$$\dot{\rho}_b + 3H\rho_b = 0, \quad (5.10)$$

$$\dot{\rho}_\Lambda = 0, \quad (5.11)$$

supondo $k = 0$, de acordo com a inflação e CMB, o vínculo de Friedmann é

$$H^2 = \frac{\kappa^2}{3} (\rho_\phi + \rho_b + \rho_\Lambda), \quad (5.12)$$

onde ρ_b , ρ_ϕ e ρ_Λ correspondem respectivamente a densidade de energia da matéria bariônica, do campo escalar ϕ , da constante cosmológica Λ e a constante $\kappa^2 \equiv 8\pi G$. Como antes $H \equiv \dot{a}/a$ é o parâmetro de Hubble.

Utilizando um potencial quadrático da forma $V(\phi) = m^2\phi^2/2$, sendo m a massa associada ao campo escalar, e utilizando a mudança de variáveis adotada em (JESUS; PEREIRA S. H., 2009),

$$r \equiv \sqrt{\Omega_\phi}, \quad \theta \equiv \tan^{-1} \frac{m\phi}{\dot{\phi}}, \quad b \equiv \frac{\kappa}{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{\rho_b}}{H}, \quad l \equiv \frac{\kappa}{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{\rho_\Lambda}}{H}. \quad (5.13)$$

podemos então reescrever as equações dinâmicas do modelo, (5.8)-(5.11), como:

$$r' = -3r \cos^2(\theta) + \frac{3}{2}\Pi r, \quad (5.14)$$

$$\theta' = s + \frac{3}{2} \sin(2\theta), \quad (5.15)$$

$$b' = \frac{3}{2} (\Pi - 1) b, \quad (5.16)$$

$$l' = \frac{3}{2} \Pi l, \quad (5.17)$$

$$s' = \frac{3}{2} \Pi s. \quad (5.18)$$

com $\Pi = 2r^2 \cos^2(\theta) + b^2$, sendo que agora as componentes do sistema estão sendo derivadas com

relação a N , “e-folding number”, que é definido por $N \equiv \ln a$ e onde s é um novo parâmetro, definindo por

$$s \equiv m/H . \quad (5.19)$$

Aqui corrigimos a equação para θ' que está incorreta em (JESUS; PEREIRA S. H., 2009). Podemos visualizar a evolução dinâmica dos parâmetros de densidade do modelo SFDM na Figura 1

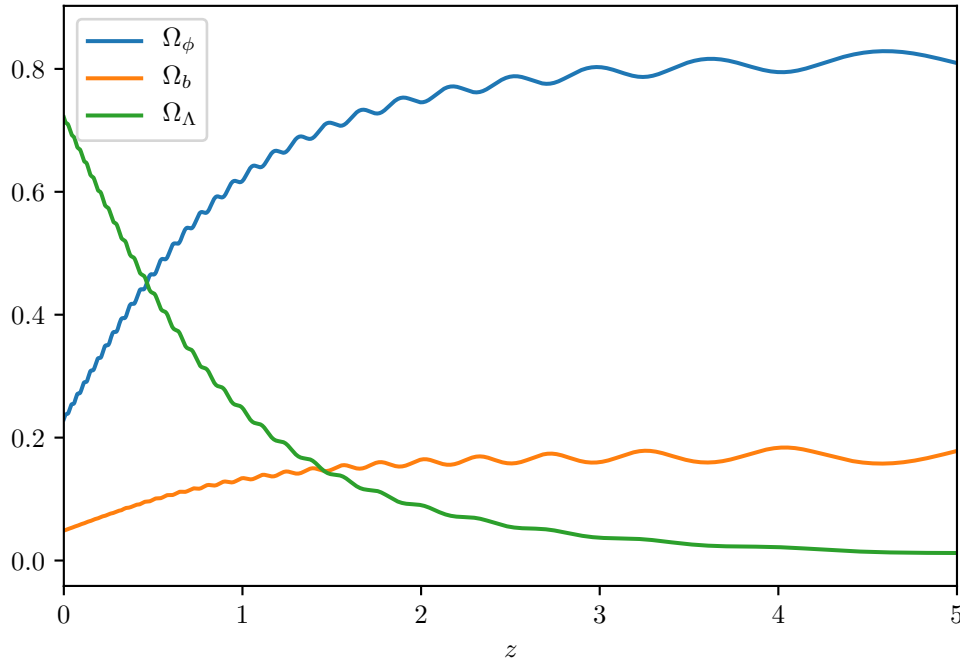


Figura 1 – Evolução dos Parâmetros de Densidade Ω_ϕ , Ω_b e Ω_Λ para o modelo SFDM com massa $m = 100H_0$

Por fim, completamos o novo sistema de equações, (5.14)-(5.18), com uma sexta equação que nos permita poder analisar dados de Supernovas Ia. Os dados de SNe Ia dependem da distância de luminosidade D_L , que é dada em termos da distância comóvel, D_c :

$$D_L = (1 + z) \frac{H_0}{c} D_c . \quad (5.20)$$

Sendo que D_c depende de $H(z)$, mas não temos uma expressão analítica para $H(z)$, então precisamos de uma equação diferencial para D_c . Para um universo espacialmente plano podemos escrever:

$$\frac{dD_c}{dz} \equiv \frac{1}{E(z)}, \quad (5.21)$$

Como $E(z) \equiv \frac{H(z)}{H_0}$. Com relação a variável independente N , temos :

$$D'_c(N) = -\frac{e^{-N}s}{\mu} \quad (5.22)$$

onde $\mu = m/H_0$. Temos então a sexta equação para o sistema dinâmico (5.14)-(5.18), o que define o vetor de variáveis $\vec{r}$:

$$\vec{r} = (r, \theta, b, l, s, D_c) . \quad (5.23)$$

As condições iniciais dadas em $N = 0$, são dadas pelo vetor de parâmetros $\vec{r}_0$:

$$\vec{r}_0 = \left(\sqrt{\Omega_{\phi 0}}, \theta_0, \sqrt{\Omega_{b0}}, \sqrt{1 - \Omega_{\phi 0} - \Omega_{b0}}, \mu, 0 \right) . \quad (5.24)$$

Ainda podemos ver o caráter oscilatório do modelo SFDM, para baixo valores de massa μ , como $\mu = 100$ pode ser visto na Figura 2

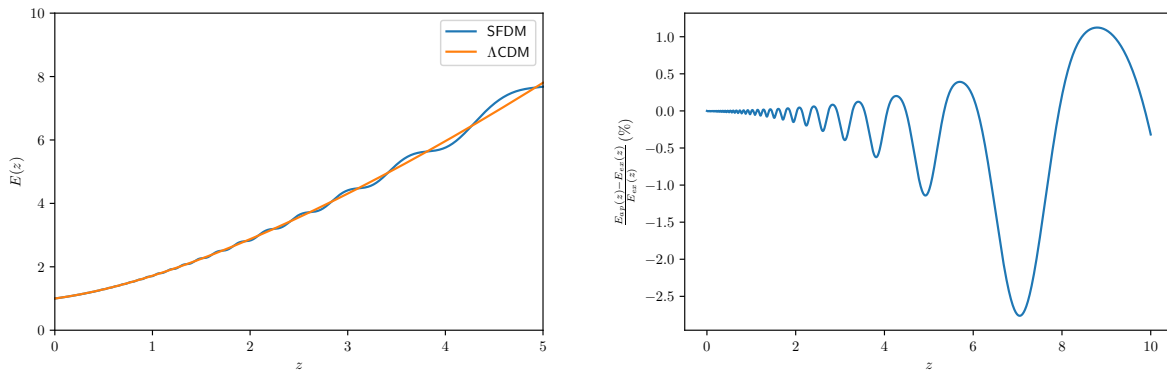


Figura 2 – Comparação entre SFDM e Λ CDM, para $\mu = 100$.

Agora a confirmação de que o modelo SFDM recai no modelo de concordância cósmica Λ CDM quando a massa μ tem valores altos, $\mu = 10^5$, como vemos na Figura 3.

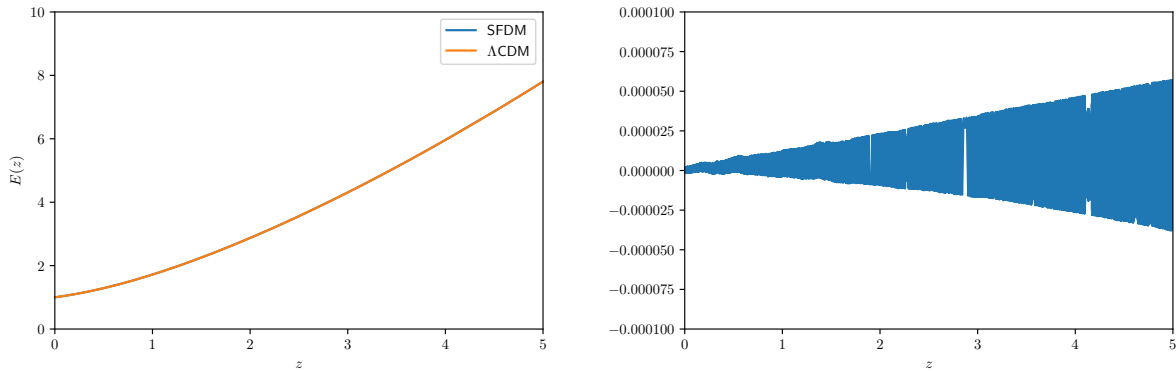


Figura 3 – Compa, para $\mu = 10^5$.

É sempre útil, como visto no capítulo 2, a definição do parâmetro de desaceleração $q(z)$. No modelo SFDM ele é dado por

$$q(z) = \frac{3}{2} \left[2\Omega_{\phi} \cos^2(\theta) - \Omega_b \right] - 1 . \quad (5.25)$$

Esta quantidade será mais analisada no próximo capítulo.

5.3 APROXIMAÇÃO PARA $\mu \gg 1$ ($m \gg H_0$)

Supondo uma função η que possua somente dependências temporais $\eta(t)$, podemos escrever a equação dinâmica do campo escalar (5.9) como:

$$\phi'' + \phi' \left(\frac{\ddot{\eta} + 3H\dot{\eta}}{\dot{\eta}^2} \right) + \frac{m^2\phi}{\dot{\eta}^2} = 0, \quad (5.26)$$

onde usamos $\phi' = \frac{d\phi}{d\eta}$.

Para eliminarmos o termo de ϕ' e podermos utilizar a aproximação JWKB (JEFFREYS, 1926), devemos anular o termo entre parênteses da relação acima. Logo

$$\ddot{\eta} + 3H\dot{\eta} = 0,$$

cuja solução é

$$\dot{\eta} = Ca^{-3}. \quad (5.27)$$

onde C é uma constante. Assim, a equação (5.26), torna-se:

$$\phi'' + \frac{m^2a^6\phi}{C^2} = 0. \quad (5.28)$$

A equação acima é da forma

$$\frac{d^2y(x)}{dx^2} + h^2\psi(x)y(x) = 0, \quad (5.29)$$

com solução aproximada para $h \gg 1$ dada por:

$$y = \psi^{-\frac{1}{4}}(A \cos L + B \sin L), \quad (5.30)$$

$$L = \int_0^x \psi^{\frac{1}{2}} dx, \quad (5.31)$$

sendo A e B constantes, o que nos permite escrever uma solução para ϕ :

$$\phi = a^{-\frac{3}{2}} \left(\frac{m}{C} \right)^{-\frac{1}{2}} \left[A \cos \left(\int \frac{ma^3}{C} d\eta \right) + B \sin \left(\int \frac{ma^3}{C} d\eta \right) \right], \quad (5.32)$$

$$= a^{-\frac{3}{2}} \left(\frac{m}{C} \right)^{-\frac{1}{2}} \left[A \cos \left(\int m dt \right) + B \sin \left(\int m dt \right) \right], \quad (5.33)$$

$$\phi = a^{-\frac{3}{2}} [A \cos(mt) + B \sin(mt)]. \quad (5.34)$$

Redefinindo as constantes como

$$\begin{aligned} A &= \alpha' \sin \beta, \\ B &= \alpha' \cos \beta, \end{aligned}$$

e utilizando a relação, $\mu = \frac{m}{H_0}$ e definindo $\tau = H_0 t$, podemos reescrever a equação (5.34) como função de N

$$\phi = \alpha' e^{-\frac{3N}{2}} \sin(\mu\tau + \beta). \quad (5.35)$$

Podemos escrever uma quantidade adimensional Φ ,

$$\Phi \equiv \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \phi. \quad (5.36)$$

A solução (5.35), fica

$$\Phi = \alpha e^{-\frac{3N}{2}} \sin(\mu\tau + \beta), \quad (5.37)$$

o nos permite reescrever as variáveis dinâmicas r e θ

$$r = \sqrt{\Omega_\phi} = \sqrt{\frac{1}{H^2} \left[\frac{H_0^2}{2} \left(\frac{d\Phi}{d\tau} \right)^2 + \frac{m^2 \Phi^2}{2} \right]}, \quad (5.38)$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{\mu\Phi}{\frac{d\Phi}{d\tau}}, \quad (5.39)$$

com $\frac{d}{dt} = H_0 \frac{d}{d\tau}$.

As condições iniciais são dadas em $\tau = 0$,

$$\Omega_0 = \alpha^2 \left[\frac{9 \sin^2 \beta}{8} - \frac{3\mu \sin 2\beta}{4} + \frac{\mu^2}{2} \right], \quad (5.40)$$

$$\theta_0 = \tan^{-1} \frac{\mu \sin \beta}{\mu \cos \beta - \frac{3}{2} \sin \beta}, \quad (5.41)$$

com isso podemos escrever α em função de β , como:

$$\alpha = \sqrt{\frac{8\Omega_{\phi 0}}{9 \sin^2 \beta - 6\mu \sin 2\beta + 4\mu^2}}. \quad (5.42)$$

Utilizando a relação (5.36), a equação de Friedmann se torna,

$$\left(\frac{H}{H_0} \right)^2 = \frac{\frac{1}{2} \mu^2 \Phi(N)^2 + \Omega_{b0} e^{-3N} + \Omega_{\Lambda 0}}{1 - \frac{1}{2} \Phi'(N)^2}, \quad (5.43)$$

que nos permite encontrar uma relação para $\frac{dN}{d\tau} = \frac{H}{H_0}$:

$$\frac{dN}{d\tau} = \frac{\sqrt{\Delta} - 3\mu\alpha^2 \sin[2(\beta + \mu\tau)]}{8e^{3N} - 9\alpha^2 \sin^2(\beta + \mu\tau)} \quad (5.44)$$

com

$$\Delta \equiv [8e^{3N} - 9\alpha^2 \sin^2(\beta + \mu\tau)] [8(\Omega_b + \Omega_\Lambda e^{3N}) + 4\mu^2\alpha^2 \sin^2(\beta + \mu\tau)] + 32\mu^2\alpha^2 e^{3N} \cos^2(\beta + \mu\tau) \quad (5.45)$$

Definindo $\gamma \equiv \frac{1}{\mu}$, podemos expandir (5.44) em série em torno de $\gamma = 0$ ($\mu \rightarrow \infty$), obtendo em primeira ordem:

$$\frac{dN}{d\tau} \simeq \sqrt{(\Omega_b + \Omega_\phi)e^{-3N} + \Omega_\Lambda} - \frac{3\gamma}{4}e^{-3N}\Omega_\phi \left[\sin \left[2 \left(\beta + \frac{\tau}{\gamma} \right) \right] - e^{\frac{3N}{2}} \sin(2\beta) \right]. \quad (5.46)$$

O primeiro termo corresponde a E_Λ , teríamos assim o segundo termo como uma correção de primeira ordem.

$$\frac{dN}{d\tau} \simeq E_\Lambda - \frac{3\gamma}{4}e^{-3N}\Omega_\phi \left[\sin \left[2 \left(\beta + \frac{\tau}{\gamma} \right) \right] - e^{\frac{3N}{2}} \sin(2\beta) \right]. \quad (5.47)$$

A aproximação JWKB se mostrou extremamente vantajosa nas análises numéricas, diminuindo drasticamente o tempo de execução dos programas. Com a aproximação a análise numérica para os dados $H(z)$ levou em torno de 33 minutos, sem a aproximação a estimativa de tempo era de 2300 horas, o que inviabiliza a execução da análise. A aproximação se mostrou extremamente precisa como podemos observar na Figura 4.

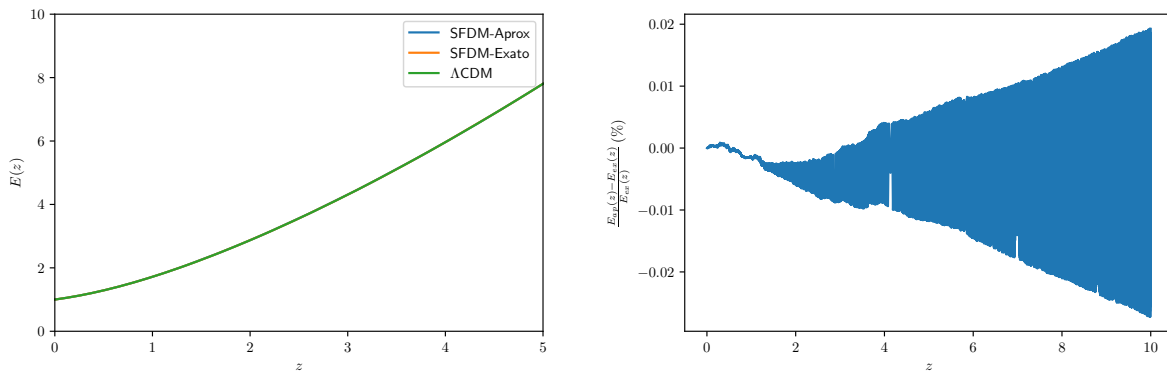


Figura 4 – Comparação entre a solução exata e a aproximada para *SFDM*, em $\log(\mu) = 5$

A aproximação foi utilizada na análise numérica para valores de $\log(\mu) > 3,0$, onde a obtenção da solução numérica exata de SFDM começa a ser extremamente demorada e para valores maior só aumenta o tempo de calculo numérico. Por isso foi muito importante utilizar a solução aproximada para análise numérica do modelo.

5.4 TESTE ESTATÍSTICOS DO SFDM

Faremos uso da estatística Bayesiana, abordada no capítulo 4, para analisar o modelo *SFDM* buscando limitar os parâmetros livres e obter informações sobre o modelo, como por exemplo a massa m da partícula bosônica de matéria escura. Em nossas análises, usamos *priors* planos sobre os parâmetros, portanto, sempre as posteriores são proporcionais às probabilidades.

5.4.1 ANÁLISE DE $H(z)$

Para os dados de $H(z)$, a função de distribuição de verossimilhança é dada por $\mathcal{L}_H \propto e^{-\frac{\chi_H^2}{2}}$. Para os 51 dados combinados de $H(z)$, temos

$$\chi_{H(z)}^2 = \sum_{i=1}^{51} \frac{[H_{obs,i} - H(z_i, \mathbf{s})]^2}{\sigma_{H_i,obs}^2}. \quad (5.48)$$

5.4.2 ANÁLISE DE SNe Ia

Os parâmetros de ajuste de curva de luz SALT2 são transformados em distâncias usando uma versão modificada da fórmula de Tripp (TRIPP, 1998)

$$\mu = m_B - M + \alpha x_1 - \beta c + \Delta_M + \Delta_B, \quad (5.49)$$

onde μ é o módulo de distância, Δ_M é uma correção de distância baseada na massa da galáxia hospedeira da SN, e Δ_B é uma correção de distância baseada nos vieses previstos das simulações. Como pode ser visto, α é o coeficiente da relação entre luminosidade e alongamento, enquanto β é o coeficiente da relação entre luminosidade e cor, e M é a magnitude absoluta na banda B de uma SNe Ia com $x_1 = 0$ e $c = 0$.

Para SNe Ia do Pantheon, temos a probabilidade $\mathcal{L}_{SN} \propto e^{-\frac{\chi_{SN}^2}{2}}$, onde

$$\chi_{SNe}^2 = \Delta \mathbf{m}^T \cdot \mathbf{C}^{-1} \cdot \Delta \mathbf{m}, \quad (5.50)$$

sendo $\mathbf{C}$ a matriz de covariância e $\Delta \mathbf{m} = m_B - m_{\text{mod}}$, com a magnitude aparente dada por

$$m_{\text{mod}} = 5 \log_{10} D_L(z) + \mathcal{M}, \quad (5.51)$$

onde $\mathcal{M}$ é um parâmetro que depende de H_0 e M . Como $\mathcal{M}$ é uma constante aditiva, fazer a projeção da *likelihood* $\mathcal{L} \propto e^{-\chi^2/2}$ sobre $\mathcal{M}$ é equivalente a marginalizar a *likelihood* sobre $\mathcal{M}$, o que nos levou ao resultado

$$\chi_{proj}^2 = S_{mm} - \frac{S_m^2}{S_A} \quad (5.52)$$

com $S_{mm} = \sum_{i,j} \Delta m_i \Delta m_j A_{ij} = \Delta \mathbf{m}^T \cdot \mathbf{A} \cdot \Delta \mathbf{m}$, $S_m = \sum_{i,j} \Delta m_i A_{ij} = \Delta \mathbf{m}^T \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{1}$, $S_A = \sum_{i,j} A_{ij} = \mathbf{1}^T \cdot \mathbf{A} \cdot \mathbf{1}$ e $\mathbf{A} \equiv \mathbf{C}^{-1}$.

A fim de obter limites para a massa de matéria escura, temos que restringir o conjunto de parâmetros livres do modelo SFDM, a saber, $s = (\Omega_{\phi 0}, \theta_0, \mu, H_0)$. Assim, mesmo impondo planicidade espacial, como previsto pela inflação e indicado pelas observações do CMB (AGHANIM et al., 2018), acabamos com 3 parâmetros livres. Podemos ver na Figura 5 a likelihood, $\mathcal{L}_{SFDM}$, sendo percorrida pelos walkers de acordo com os limites obtidos para os parâmetros.

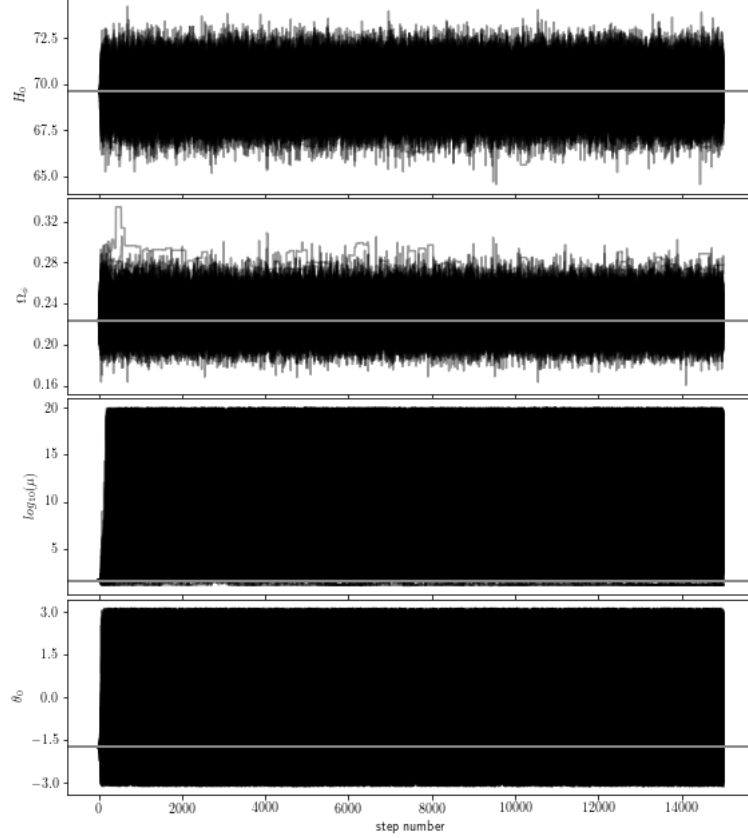


Figura 5 – Gráfico das Cadeias de MC

5.5 RESULTADOS

Para a realizar análise estatística de *SFDM*, utilizaremos a probabilidade $\mathcal{L}_{H(z)}$ e $\mathcal{L}_{SNeIA}$ separadamente e combinando a distribuição de probabilidade dada por $L \propto e^{-\frac{\chi^2}{2}} = e^{-\frac{1}{2}(\chi_{SN}^2 + \chi_H^2)}$. A likelihood $\mathcal{L}_{SFDM}$ foi amostrada no espaço dos parâmetros com auxílio do MCMC. A likelihood foi sondada com prior plano dos parâmetros. Os intervalos dos priors podem ser vistos na Tabela 1

Parâmetros		
0.001	$< \Omega_{\phi} <$	1.0
50	$< H_0 <$	100
-1	$< \log_{10}(\mu) <$	20
$-\pi/2$	$< \theta_0 <$	$\pi/2$

Tabela 1 – Intervalos dos Priors dos Parâmetros

Utilizamos a combinação do conjunto de todos os dados disponíveis em baixo *redshift*, os 51 dados de $H(z)$ e os 1048 da amostra Pantheon. Obtivemos um χ^2 mínimo para o modelo com valor

$\chi^2_{SFDM,Min} = 1064,846$. As médias dos parâmetros fornecida pelo MCMC estão ilustradas na Tabela 2.

Parâmetros	95% limites
H_0	$69,5^{+2,0}_{-2,1}$
Ω_ϕ	$0,230^{+0,033}_{-0,031}$
$\log_{10}(\mu)$	$> -1,28$
θ_0	$0,0^{+3,0}_{-3,0}$

Tabela 2 – Valores Médios dos Parâmetros

Na Figura 6 apresentamos o gráfico de contornos resultante da análise das funções de probabilidade via MCMC para os dados de $H(z)$, SNe Ia e para a combinação deles. É nítido a visualização do efeito da combinação dos diferentes tipos de dados para estabelecer limites mais fortes sobre os parâmetros livres, e poder estimar um limite inferior melhor para a massa da partícula de matéria escura.

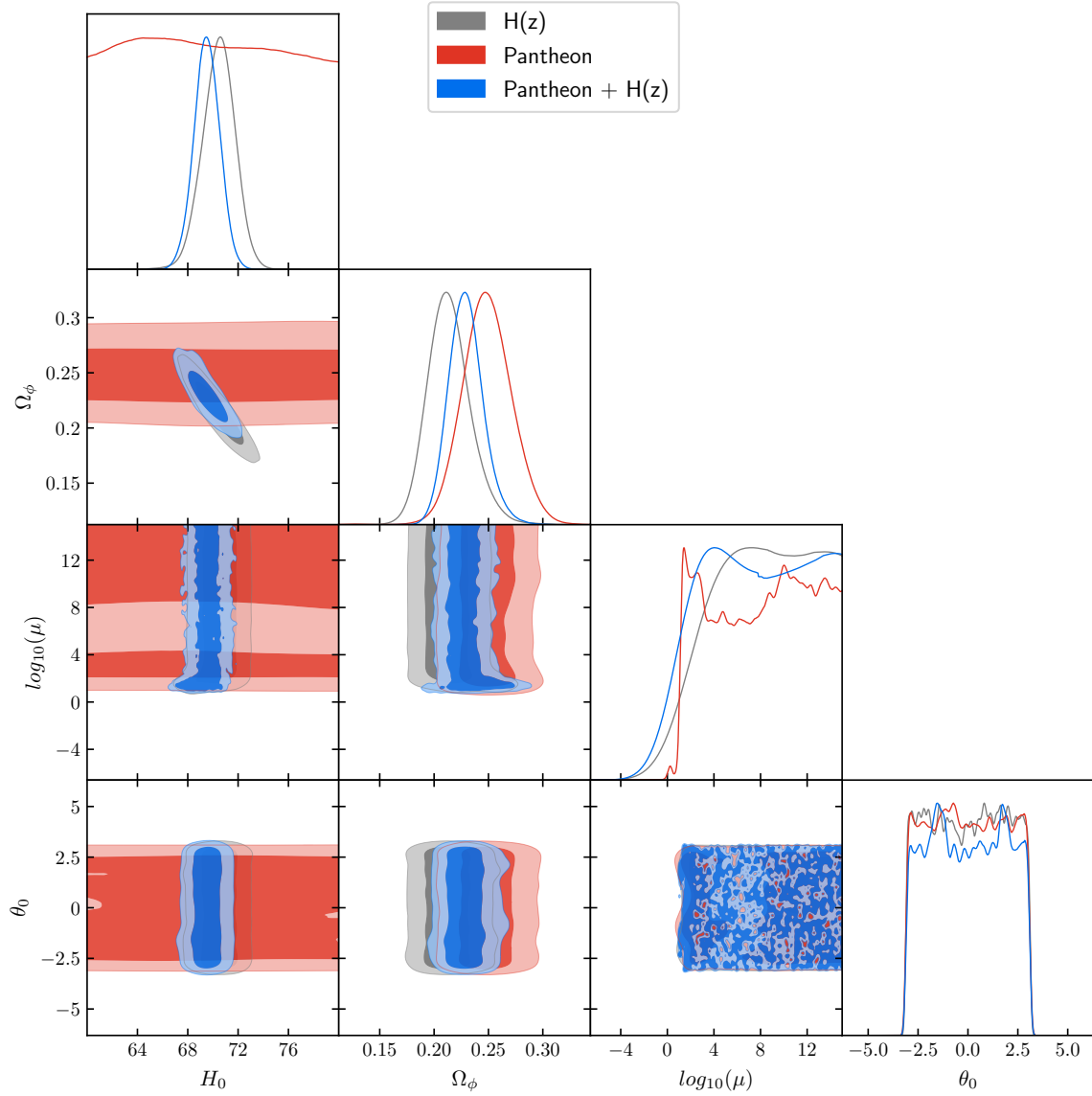


Figura 6 – Plano Triangular dos parâmetros Ω_ϕ , $\log_{10}(\mu)$, θ_0 e H_0 em 1σ (contornos escuros) e em 2σ (contornos claros).

Para uma melhor visualização, a Figura 7 mostra somente os contornos da combinação de dados

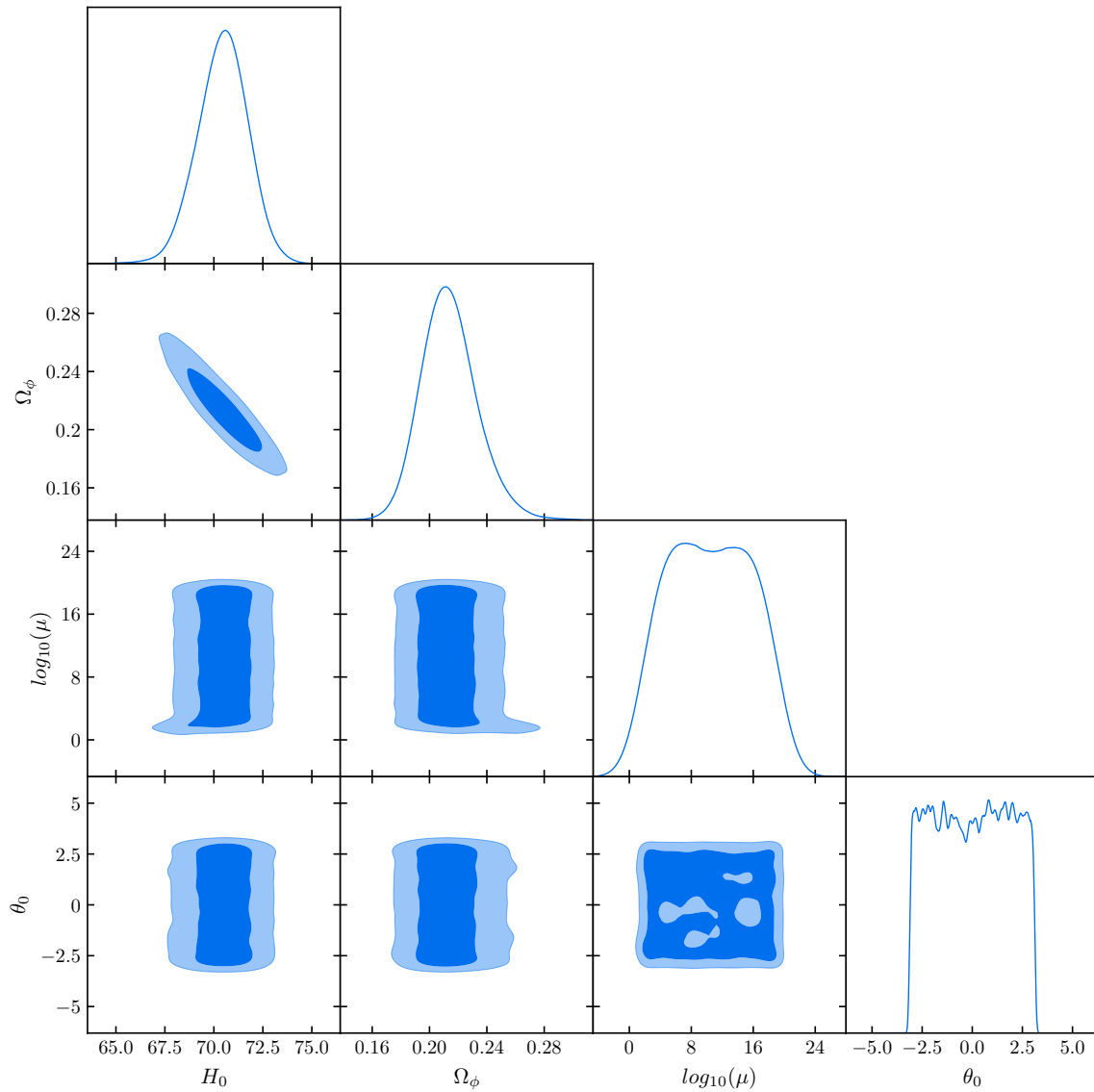


Figura 7 – Plot Triangular dos parâmetros, somente o combinado com 1σ (contornos escuros) e em 2σ (contornos claros).

O limite inferior com 2σ de confiança encontrado para a massa de matéria escura foi $m = 5,1 \times 10^{-34}$ eV, sendo compatível com os trabalhos anteriores (MATOS; VAZQUEZ-GONZALEZ; MAGANA, 2009; MAGANA; MATOS, 2012; JESUS; PEREIRA S. H., 2009; GUZMAN, 2000). Não foi possível ainda encontrar um limite superior para massa, novos testes devem ser feitos para se tentar chegar a um limite.

6 PROCESSOS GAUSSIANOS

Agora faremos uma discussão sobre a importância dos dados observacionais e como eles podem nos fornecer informações sem a necessidade de um modelo cosmológico parametrizando as funções analisadas. O Processo Gaussiano (GP, do inglês Gaussian Process) (SEIKEL; CLARKSON; SMITH, 2012; JESUS et al., 2019) permite a reconstrução de uma função contínua $f(x)$ a partir do conjunto discreto de valores das medidas de $f(x_i) \pm \delta_{x_i}$. Mas supondo que cada valor de $f(x_i)$ é uma variável aleatória que segue uma distribuição gaussiana, temos também a dependência entre os valores da função em cada ponto x , sendo necessário a definição da função de correlação $k(x_i, x_j)$ entre os pontos x_i e x_j . Podemos descrever a função de distribuição como

$$\mu(x) = \langle f(x) \rangle, \quad k(x, x') = \langle (f(x) - \mu(x))(f(x') - \mu(x')) \rangle, \quad \text{Var}(x) = k(x, x), \quad (6.1)$$

e para o GP, temos então

$$f(x) \sim \mathcal{GP}(\mu(x), k(x_i, x_j)) \quad (6.2)$$

A análise do GP foi feita com 3 funções de correlação diferentes $k(x_i, x_j)$ para testar as dependências entre os resultados. Começamos com a Quadrado Exponencial,

$$k(x, x') = \sigma_f^2 \exp \left[-\frac{(x - x')^2}{2l^2} \right], \quad (6.3)$$

com σ_f e l sendo denominados hiperparâmetros do GP, que são determinados a partir dos dados. Também utilizamos o Matérn(5/2):

$$k(x_i, x_j) = \sigma_f^2 \exp \left[-\frac{\sqrt{5}|x_i - x_j|}{l} \right] \left[1 + \frac{\sqrt{5}|x_i - x_j|}{l} + \frac{5(x_i - x_j)^2}{3l^2} \right] \quad (6.4)$$

e o Matérn(7/2):

$$k(x_i, x_j) = \sigma_f^2 \exp \left[-\frac{\sqrt{7}|x_i - x_j|}{l} \right] \left[1 + \frac{\sqrt{7}|x_i - x_j|}{l} + \frac{14(x_i - x_j)^2}{5l^2} + \frac{7\sqrt{7}|x_i - x_j|^3}{15l^3} \right]. \quad (6.5)$$

Os hiperparâmetros σ_f e l são otimizados para os dados observados, maximizando o logaritmo da likelihood marginalizada (SEIKEL; CLARKSON; SMITH, 2012):

$$\begin{aligned} \ln \mathcal{L} &= \ln p(\mathbf{y} | \mathbf{X}, \sigma_f, l) = \\ &= -\frac{1}{2}(\mathbf{y} - \boldsymbol{\mu})^T [K(\mathbf{X}, \mathbf{X}) + C]^{-1}(\mathbf{y} - \boldsymbol{\mu}) - \frac{1}{2} \ln |K(\mathbf{X}, \mathbf{X}) + C| - \frac{n}{2} \ln 2\pi \end{aligned} \quad (6.6)$$

onde $\mathbf{X} = x_i$ é o conjunto de pontos de entrada, $K(\mathbf{X}, \mathbf{X})$ é a matriz de covariância com componentes $k(x_i, x_j)$, $\mathbf{y}$ é o vetor de dados, C é a matriz de covariância dos dados e n é o número de dados. Após otimizar σ_f e l , a função reconstruída f^* nos pontos escolhidos $\mathbf{X}^*$ pode ser dada por

$$\langle f^* \rangle = \mu^* + K(\mathbf{X}^*, \mathbf{X})[K(\mathbf{X}, \mathbf{X}) + C]^{-1}(\mathbf{y} - \mu) \quad (6.7)$$

com

$$\text{cov}(f^*) = K(\mathbf{X}^*, \mathbf{X}^*) - K(\mathbf{X}^*, \mathbf{X})[K(\mathbf{X}, \mathbf{X}) + C]^{-1}K(\mathbf{X}, \mathbf{X}^*) \quad (6.8)$$

Como veremos, para reconstruir as distâncias de luminosidade de $q(z)$ de $H(z)$ e SNe Ia, precisamos reconstruir também as derivadas da função

6.1 RECONSTRUINDO A DERIVADA DE UMA FUNÇÃO

A derivada de um GP também é um GP, portanto, é possível obter a covariância entre a função e sua derivada diferenciando a função de covariância:

$$\text{cov} \left(f_i, \frac{\partial f_j}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial k(x_i, x_j)}{\partial x_j} \quad (6.9)$$

e

$$\text{cov} \left(\frac{\partial f_i}{\partial x_i}, \frac{\partial f_j}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial^2 k(x_i, x_j)}{\partial x_i \partial x_j} \quad (6.10)$$

Assim, temos

$$f'(x) \sim \mathcal{GP} \left(\mu'(x), \frac{\partial^2 k(x, \tilde{x})}{\partial x \partial \tilde{x}} \right) \quad (6.11)$$

e da mesma forma para derivadas mais altas.

6.2 COMBINANDO $f(x)$ E SUAS DERIVADAS

Podemos além de reconstruir uma função $f(x)$ e suas derivadas, reconstruir uma função $g(f(x), f'(x), \dots)$ que seja uma combinação delas, para isso precisamos conhecer a covariância entre a função $f(x)$ e suas derivadas $f^* = f(x^*)$, em cada ponto onde g será reconstruída. Essas covariâncias são dadas por:

$$\text{cov}(f^{*(i)}, f^{*(j)}) = k^{(i,j)}(x^*, x^*) - K^{(i)}(x^*, \mathbf{X})[K(\mathbf{X}, \mathbf{X}) + C]^{-1}K^{(j)}(\mathbf{X}, x^*) \quad (6.12)$$

onde $f^{*(i)}$ é a i -ésima derivada de f^* e $k^{(i,j)}(x^*, x^*)$ significa que $k(x^*, x^*)$ é derivado i vezes em relação ao primeiro argumento e j vezes em relação ao segundo argumento.

Aqui, usamos o pacote Python GaPP¹ para reconstruir $q(z)$ a partir dos dados de $H(z)$ e de SNe Ia

¹ Disponível em <<http://www.acgc.uct.ac.za/~seikel/GAPP/index.html>>. Veja (SEIKEL; CLARKSON; SMITH, 2012) para mais detalhes.

para poder obter o redshift de transição z_t da condição $q(z_t) = 0$. Para reconstruir $q(z)$ (JESUS et al., 2019), precisamos da primeira derivada de $H(z)$ e da segunda derivada em $D_L(z)$, como veremos na próxima seção (Eqs. (6.13) e (6.15)). É por isso que optamos por trabalhar com os kernels Gaussiano, Matérn (5/2) e Matérn (7/2), que produzem essas derivadas, em vez do kernel Matérn (3/2), que reconstrói apenas até a primeira derivada.

6.3 ANÁLISES E RESULTADOS

6.3.1 RECONSTRUÇÃO COM OS DADOS DE $H(z)$

Podemos então com auxílio dos GP reconstruir o parâmetro de Hubble $H(z)$ e sua primeira derivada a partir da amostra de 51 dados de $H(z)$, como podemos ver no gráfico da Figura 8 onde reconstruímos a função em um intervalo de 3σ e adicionamos a curva de $H(z)$ do modelo de concordância cósmica.

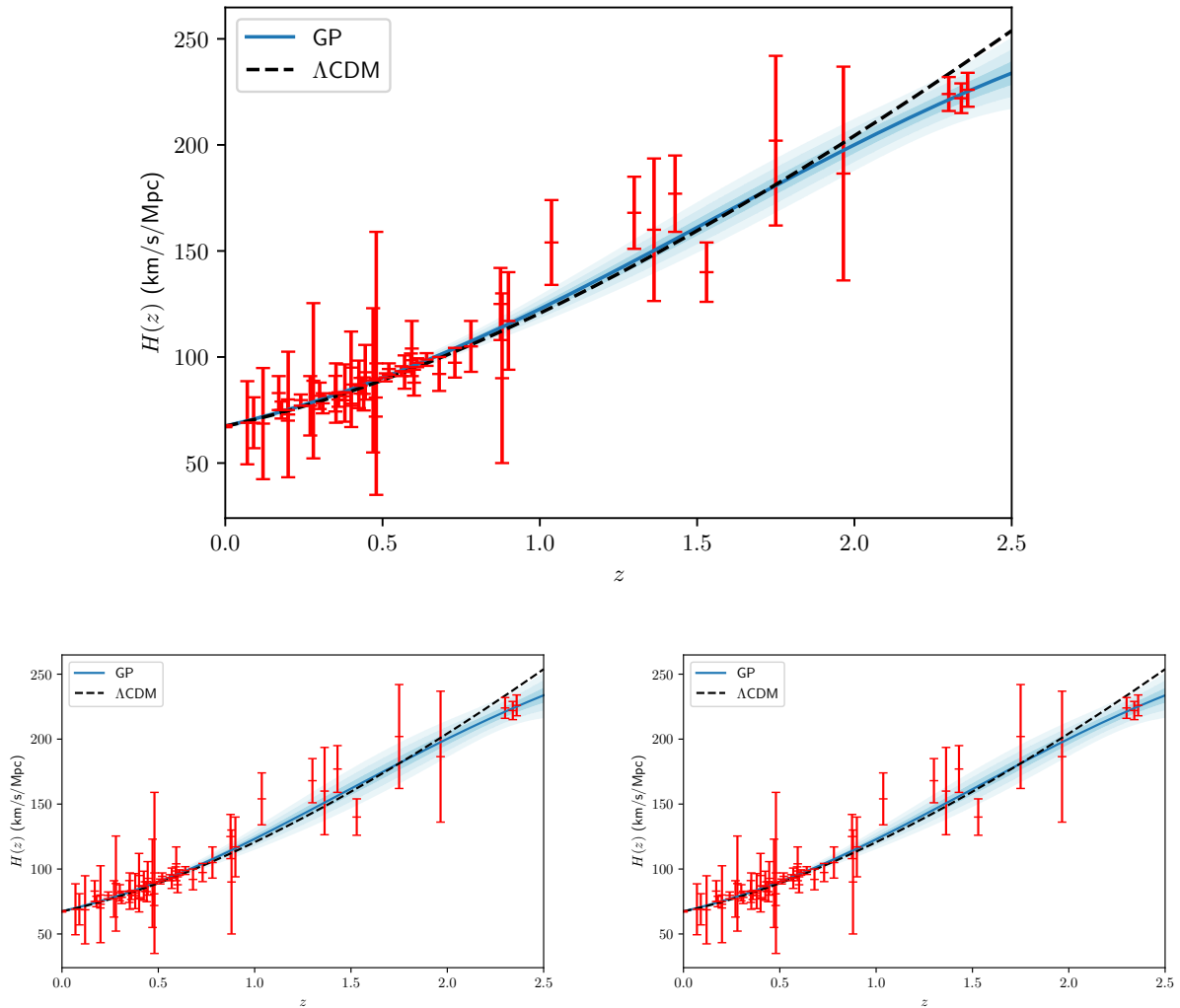


Figura 8 – Reconstrução de $H(z)$ a partir de funções de covariância: Quadrado Exponencial (superior), Matérn(5/2) (inferior-esquerdo) e Matérn(7/2) (inferior-direito), mostrando os intervalos de confiança de 68,3%, 95,4% e 99,7% , junto com os dados de $H(z)$.

E como podemos escrever o parâmetro de desaceleração $q(z)$ em função de $H(z)$ e sua derivada,

como

$$q(z) = -\frac{\ddot{a}}{aH^2} = \frac{1+z}{H} \frac{dH}{dz} - 1, \quad (6.13)$$

assumindo $H' = dH/dz$, temos agora $q(z)$ em termos de $H(z)$, $H'(z)$ utilizando a propagação de incertezas (HELEN, 1991), a incerteza σ_q será dada por

$$\left(\frac{\sigma_q}{1+q}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_{H'}}{H'}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_H}{H}\right)^2 - \frac{2\sigma_{HH'}}{HH'}, \quad (6.14)$$

Temos assim a reconstrução do parâmetro de desaceleração $q(z)$ mostrado na Figura 9, onde também incluímos a curva de $q(z)$ do modelo de concordância cósmica para melhor visualizar o intervalo estimado para o z_t a partir do GP.

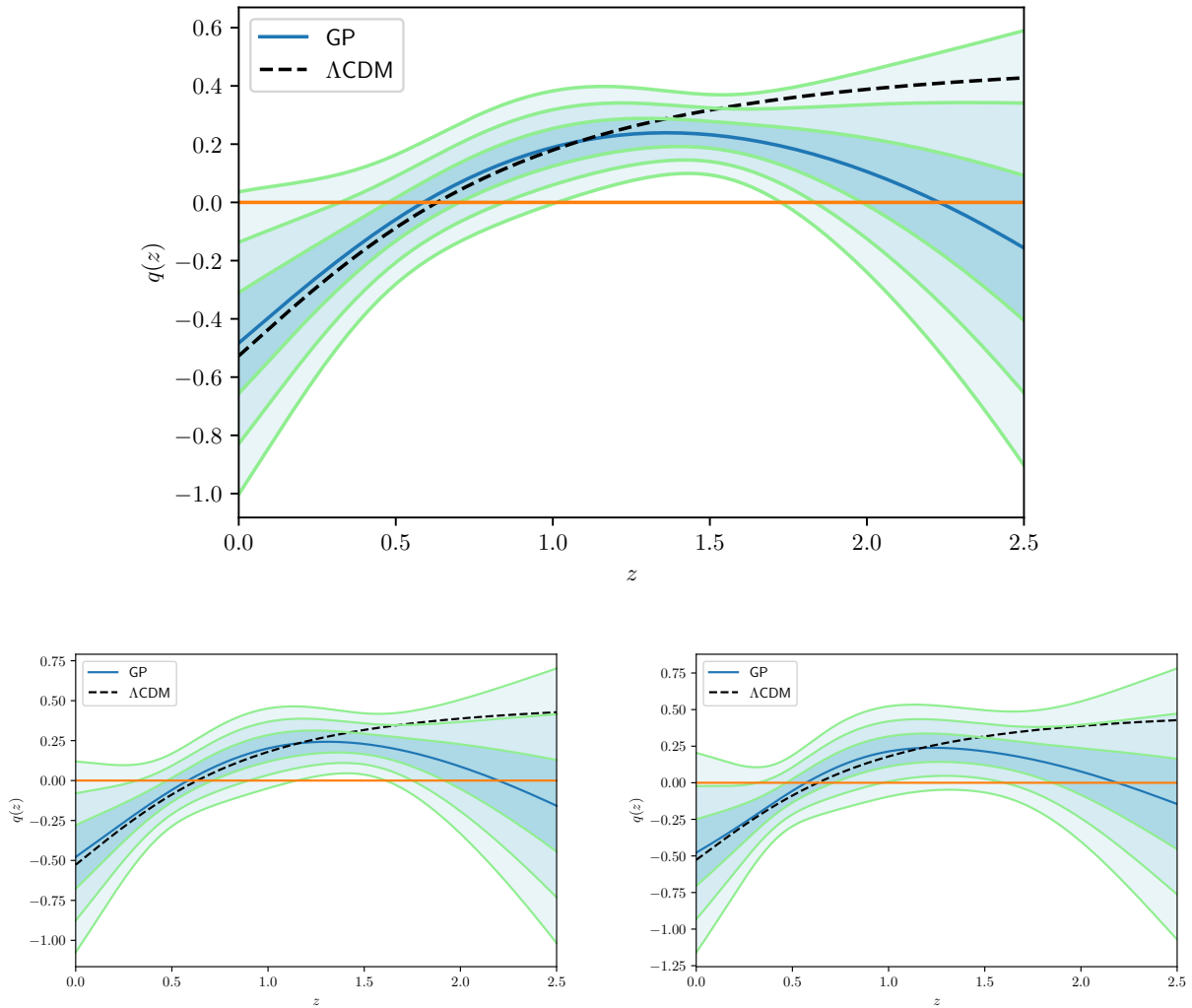


Figura 9 – Reconstrução do $q(z)$ a partir dos dados de $H(z)$, usando a função de correlação : Quadrado Exponencial (superior) , Matérn(5/2) (inferior esquerdo) e Matérn(7/2) (inferior esquerdo), mostrando os intervalos de confiança de 68,3%, 95,4% e 99,7%. E para comparação a curva de $H(z)$ Λ CDM

Na Figura 9, podemos ver que o kernel quadrado exponencial faz o melhor ajuste aos dados fornecendo a curva mais suave se comparados com os matérns que fornecem curvas mais grossas,

Podemos ver também a falsa impressão de ter ocorrido um segundo *redshift* de transição, isso se deve ao fato dos dados estarem limitados a *redshift* menores que 2,5 e o GP acaba divergindo para os valor de *redshift* maior que 2,5. Num intervalo de confiança de 2σ vemos que não poderia existir esse segunda transição.

6.3.2 RECONSTRUÇÃO PARA OS DADOS DE SNe Ia

Procedendo de formula análoga reconstruiremos, D_L , D'_L e D''_L . E para a reconstrução com os dados de SNe Ia, podemos ver na Figura 10 a reconstrução de D_L a partir da amostra Pantheon, o gráfico mostra a D_L em 3σ e a curva de D_L para o modelo Λ CDM

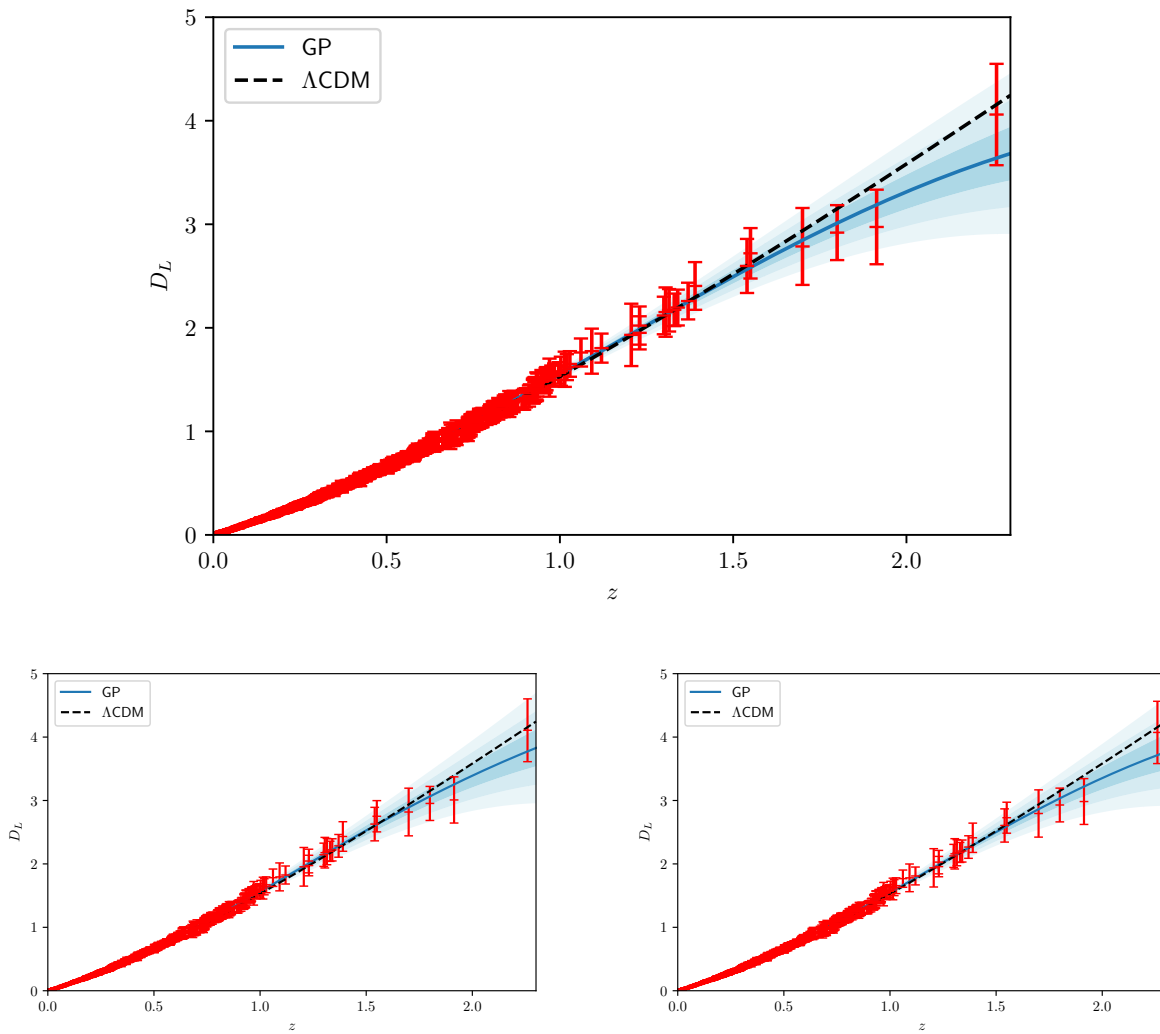


Figura 10 – Reconstrução de $D_L(z)$ com os dados do Pantheon. Quadrado Exponencial (superior), Matérn(5/2) (inferior-esquerdo) e Matérn(7/2) (inferior-direito), mostrando os intervalos de confiança de 68,3%, 95,4% e 99,7% . E para comparação a curva de D_L Λ CDM

E então a partir da definição de $q(z)$ em termos de D_L e suas derivadas

$$q(z) = \frac{(1+z)^2 D''_L}{D_L - (1+z) D'_L} + 1, \quad (6.15)$$

e agora σ_q é dado como

$$\begin{aligned} \left(\frac{D_L''}{q-1} \right)^2 \sigma_q^2 &= \frac{(q-1)^2}{(1+z)^4} \sigma_{D_L}^2 + \frac{(q-1)^2}{(1+z)^2} \sigma_{D_L'}^2 + \sigma_{D_L''}^2 - \\ &\quad - \frac{2(q-1)^2}{(1+z)^3} \sigma_{D_L D_L'} - 2 \frac{(q-1)}{(1+z)^2} \sigma_{D_L D_L''} + 2 \frac{(q-1)}{(1+z)} \sigma_{D_L' D_L''}. \end{aligned} \quad (6.16)$$

Na Figura 11, temos a reconstrução de $q(z)$ para os dados de SNe Ia no intervalo de 3σ de confiança, além da curva de $q(z)$ do modelo de Λ CDM que ajuda a visualizar o intervalo obtido para z_t

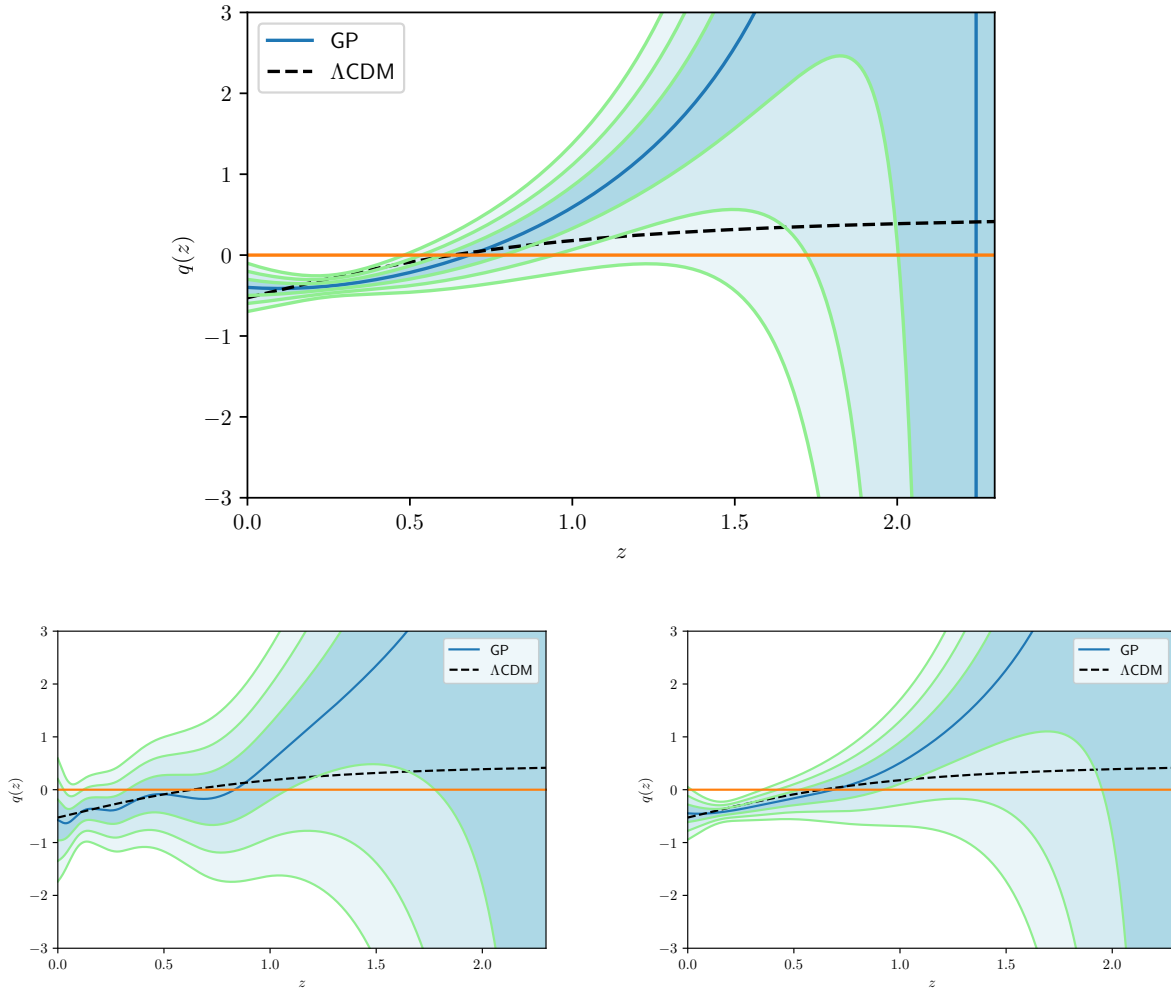


Figura 11 – Reconstrução $q(z)$ dos dados do Pantheon SNe Ia. Quadrado Exponencial (superior), Matérn(5/2) (inferior esquerdo) e Matérn(7/2) (inferior direito), mostrando os intervalos de confiança de 68,3%, 95,4% e 99,7% para amostra Pantheon. E para comparação a curva de $q(z)$ Λ CDM.

Novamente a limitação para baixos *redshift*, $z < 2,5$, faz com que os GP diverjam para altos *redshift* o que dá a impressão de ter existido um *redshift* de transição para $z > 2,5$, mas como vemos essa suposição não engloba 3σ do intervalo de confiança. E também como antes temos a confirmação do kernel quadrado exponencial como melhor ajuste para os dados de SNe Ia, assim como foi com os dados de $H(z)$.

Todos os nossos resultados foram compilados na Tabela 3. Vemos que embora as curvas do kernel matérn 5/2 e 7/2 sejam menos suaves que a do kernel quadrado exponencial os valor para z_t para ambos os kernels são compatíveis em 1σ , sendo a maior discrepância entre os valores obtidos foi o z_t para o kernel Matérn 5/2 proveniente dos dados de SNe Ia porem os valor continuam compatíveis em 1σ . Como referencial também mostramos o valor de z_t para o modelo de concordância cósmica.

Method	z_t	
	$H(z)$	$D_L(z)$
Sq. Exp.	$0.59^{+0.12+0.26}_{-0.11-0.26}$	$0.683^{+0.11+0.26}_{-0.082-0.15}$
Matérn(5/2)	$0.57^{+0.14+0.40}_{-0.10-0.25}$	$0.83^{+0.25}_{-0.50}$
Matérn(7/2)	$0.58^{+0.13+0.32}_{-0.11-0.26}$	$0.69^{+0.23}_{-0.16}$
Λ CDM	0.632 ± 0.018	

Tabela 3 – Restrições para z_t a partir dos dados de $D_L(z)$ e $H(z)$.

Fizemos a comparação entre o $q(z)$ obtido pelos GP, o do modelo Λ CDM e o modelo $SFDM$. Primeiro podemos ver os efeitos da oscilação do campo ϕ , agora na comparação entre a curva que representa $q(z)$ fornecido pelo modelo $SFDM$, e com a encontrada por Λ CDM como podemos ver na Figura 12.

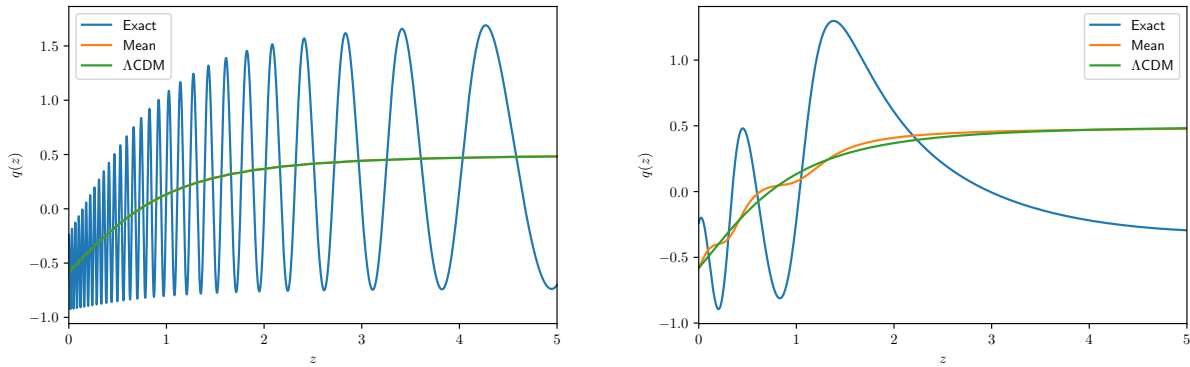


Figura 12 – Comparação $q(z)$ entre $SFDM$ e Λ CDM, para diferentes valores de μ

Devido ao caráter oscilatório do campo ϕ , utilizamos a média do $q(z)$ como sua representação. Vemos mais uma vez a consistência no modelo que deve diferir do modelo de concordância cósmica quando a massa μ assume pequenos valores como podemos ver na Figura 13, onde comparamos o $q(z)$ reconstruído pelos GP em até 3σ com o $q(z)$ de $SFDM$ para diferentes valores de μ e também com o $q(z)$ de Λ CDM.

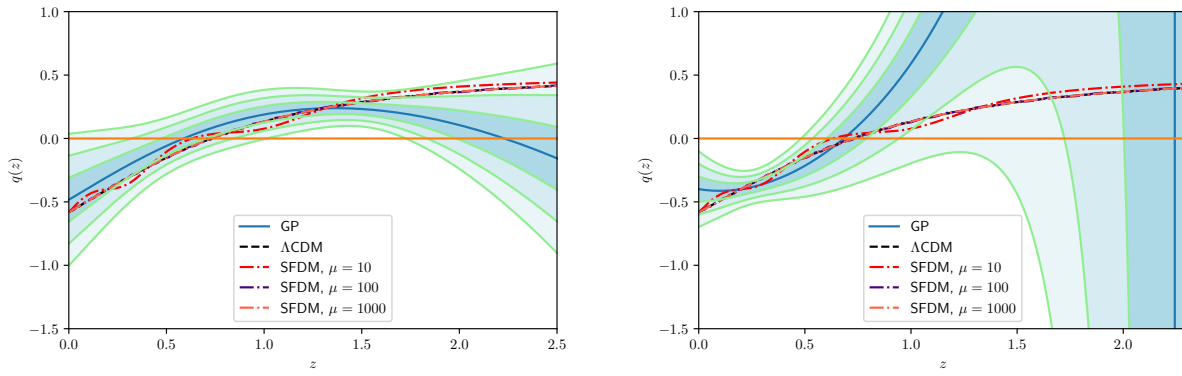


Figura 13 – Comparação $q(z)$ entre SFDM e Λ CDM, para diferentes valores de μ

Mesmo com valor de $\mu = 1$ próximo ao limite inferior em 2σ , a curva de $q(z)$ médio de *SFDM* se manteve compatível com as demais e conforme os valores de μ aumentam, os $q(z)$ do modelo de concordância cósmica e o *SFDM* se aproximam, como era de se esperar baseado na análise do capítulo 5.5.

7 CONCLUSÃO

Neste trabalho, estudamos o modelo SFDM, que tem como hipótese a descrição da matéria escura por um campo escalar real ϕ . Tomando um potencial do tipo de campo livre, foi realizada a análise dinâmica do modelo com testes estatísticos com a combinação da amostra de dados de $H(z)$ e SNe Ia. Com as análises foi possível estabelecer limites para os parâmetros livres do modelo obtendo um limite inferior para a massa da partícula de matéria escura da ordem de 10^{-34} eV valor próximo ao encontrado em (JESUS; PEREIRA S. H., 2009; MARSH; FERREIRA, 2010) (de cerca de 10^{-33} eV).

O modelo SFDM se mostrou satisfatório em descrever as observações astronômicas reproduzindo resultados compatíveis com Λ CDM e ainda, quando a massa da matéria escura é muito alta o modelo SFDM recai em Λ CDM. A vantagem do modelo alternativo se dá na formação de estruturas já que as partículas de matéria escura formam condensados de Bose-Einstein muito cedo na evolução do universo, devido a sua baixa massa, o que leva a criação de um perfil de densidade plano no centro das galáxias.

Experimentos envolvendo detecções de partículas de matéria escura, por exemplo, DAMA (BERNABEI et al., 2008), pesquisam partículas com massa na faixa ($\sim 15 - 120$ GeV). Mais recentemente (HARLING; PETRAKI, 2014), foi estabelecido um limite superior para a massa de matéria escura de ~ 197 TeV, com base na abundância de relíquias de partículas térmicas de matéria escura aniquiladas por meio de uma interação de longo alcance.

O limite superior ainda não foi alcançado, mas esse fato não é o suficiente para se descartar o modelo SFDM. Vimos que o campo escalar ϕ se mostrou um candidato promissor para matéria escura, mais análises e testes devem ser feitos com o modelo para refinar os seus resultados e poder levar a melhores conclusões, mas enquanto a natureza da matéria escura não é descoberta as possibilidades estão em aberto.

A transição da fase desacelerada para a atual fase acelerada de expansão do universo é uma questão importante na cosmologia moderna. É sabido que o *redshift* de transição z_t é fortemente dependente do modelo, no entanto, alguns métodos recentes permitem estimar parâmetros cosmológicos em abordagens independentes do modelo. O chamado método do processo gaussiano fornece uma maneira interessante de reconstruir algumas funções cosmológicas baseadas apenas em dados observacionais, sem a necessidade de um modelo a priori. Dada a quantidade crescente de dados cosmológicos recentes, é uma ferramenta poderosa para testar modelos teóricos. No presente trabalho, encontramos restrições sobre o desvio para a transição z_t dos dados $H(z)$ e SNe Ia, usando o método não-paramétrico do Processo Gaussiano. Foi realizada a reconstrução da função $H(z)$ e suas derivadas até terceira ordem, juntamente com suas incertezas, e o desvio para o vermelho de transição foi obtido a partir do parâmetro de desaceleração $q(z)$. O mesmo procedimento foi realizado com o SNe Ia, onde a distância da luminosidade foi reconstruída da magnitude aparente.

Os principais resultados estão resumidos na Tabela I. A reconstrução do parâmetro de desaceleração a partir dos dados $H(z)$ produz $z_t = 0,59^{+0,12}_{-0,11}$. A reconstrução a partir dos dados SNe Ia assume planicidade espacial e produz $z_t = 0,683^{+0,11}_{-0,082}$. Para cada kernel, como Quadrado Exponencial,

Matern (5/2) e Matern (7/2), as restrições sobre z_t de $H(z)$ e $D_L(z)$ são compatíveis com 1σ . O kernel Quadrado exponencial foi o que melhor se ajustou aos dados, e utilizando ele visualizamos a curva média de $q(z)$ do modelo *SFDM* oscilando em torno do $q(z)$ do modelo de concordância cósmica, o que dá mais confiabilidade ao modelo *SFDM*.

A continuação dos estudos do modelo *SFDM* pode avançar em diversos contextos, por exemplo, no estudo de perturbações lineares e não lineares para impor limites mais precisos sobre os parâmetros do modelo. Outra análise possível é realizada com auxílio dos GP para estudar variáveis dinâmicas do modelo a fim de descobrir informações sobre o potencial do campo escalar. Existe ainda muito trabalho a ser feito com ambos os termos o que motiva a continuação dos estudos na área.

REFERÊNCIAS

- AGHANIM, N. et al. Planck 2018 results. vi. cosmological parameters. 2018.
- AHN, C. P. et al. The Tenth Data Release of the Sloan Digital Sky Survey: First Spectroscopic Data from the SDSS-III Apache Point Observatory Galactic Evolution Experiment. **Astrophys. J. Suppl.**, v. 211, p. 17, 2014.
- ALCOCK, C.; PACZYNSKI, B. An evolution free test for non-zero cosmological constant. **Nature**, v. 281, p. 358–359, 1979.
- ALLISON R. E DUNKLEY, J. Comparison of sampling techniques for bayesian parameter estimation. **Mon. Not. Roy. Astron. Soc.**, 2014.
- ALPHER, R. A.; BETHE, H.; GAMOW, G. The origin of chemical elements. **Phys. Rev.**, v. 73, p. 803–804, 1948.
- BERNABEI, R. et al. First results from DAMA/LIBRA and the combined results with DAMA/NaI. **Eur. Phys. J.**, C56, p. 333–355, 2008.
- BERTONE, G.; HOOPER, D.; SILK, J. Particle dark matter: Evidence, candidates and constraints. **Phys. Rept.**, v. 405, p. 279–390, 2005.
- BLAKE, C. et al. The WiggleZ Dark Energy Survey: small-scale clustering of Lyman Break Galaxies at $z < 1$. **Mon. Not. Roy. Astron. Soc.**, v. 395, p. 240, 2009.
- BROWN, P. J. et al. The Absolute Magnitudes of Type Ia Supernovae in the Ultraviolet. **Astrophys. J.**, v. 721, p. 1608–1626, 2010.
- CALDWELL, R. R.; DAVE, R.; STEINHARDT, P. J. Cosmological imprint of an energy component with general equation of state. **Phys. Rev. Lett.**, v. 80, p. 1582–1585, 1998.
- CARROLL, S. M. Quintessence and the rest of the world. **Phys. Rev. Lett.**, v. 81, p. 3067–3070, 1998.
- CARROLL, S. M.; PRESS, W. H.; TURNER, E. L. The Cosmological constant. **Ann. Rev. Astron. Astrophys.**, v. 30, p. 499–542, 1992.
- CHUANG, C.-H.; WANG, Y. Modeling the Anisotropic Two-Point Galaxy Correlation Function on Small Scales and Improved Measurements of $H(z)$, $D_A(z)$, and $\beta(z)$ from the Sloan Digital Sky Survey DR7 Luminous Red Galaxies. **Mon. Not. Roy. Astron. Soc.**, v. 435, p. 255–262, 2013.
- COLLESS, M. et al. The 2dF Galaxy Redshift Survey: Spectra and redshifts. **Mon. Not. Roy. Astron. Soc.**, v. 328, p. 1039, 2001.
- D. J. Spiegelhalter, W. S. Markov chain monte carlo in practice. 1996.
- D. Stern, R. L. T. **Astrophys. J.**, v. 593, 2003.
- D’AGOSTINI, G. Bayesian reasoning in data analysis: a critical introduction. **World Scientific Publishing**, 2003.
- DELLIOU, A. D. P. e M. L. Small scale problems of the λ cdm model: a short review. **Galaxies**, 2017.
- EISENSTEIN, D. J. et al. Detection of the Baryon Acoustic Peak in the Large-Scale Correlation Function of SDSS Luminous Red Galaxies. **Astrophys. J.**, v. 633, p. 560–574, 2005.

- FOREMAN, D. et al. emcee: The mcmc hammer. **Publ. Astron. Soc. Pac.**, 2013.
- Fowler, W. A., H. Nucleosynthesis in supernovae. **Astroph. J.**, v. 132, 1960.
- GAZTANAGA, E.; CABRE, A.; HUI, L. Clustering of Luminous Red Galaxies IV: Baryon Acoustic Peak in the Line-of-Sight Direction and a Direct Measurement of $H(z)$. **Mon. Not. Roy. Astron. Soc.**, v. 399, p. 1663–1680, 2009.
- GELMAN, A. Bayesian data analysis. **CRC Press**, 2014.
- GUTH, A. H. **The Inflationary Universe The Quest for a New Theory of Cosmic Origins**. [S.l.]: Perseus Books, 1997.
- GUTH, A. H.; PI, S. Y. Fluctuations in the New Inflationary Universe. **Phys. Rev. Lett.**, v. 49, p. 1110–1113, 1982.
- GUZMAN, T. M. e F. S. Scalar fields as dark matter in spiral galaxies. **Class. Quant. Grav.**, 2000.
- HAMILTON, A. J. S. The evolving universe. **Astrophysics and Space Science Library**, v. 231, n. 185, 1998.
- HAMUY, M. et al. A Hubble diagram of distant type IA supernovae. **Astron. J.**, v. 109, p. 1–13, 1995.
- HARLING, B. von; PETRAKI, K. Bound-state formation for thermal relic dark matter and unitarity. **JCAP**, v. 1412, p. 033, 2014.
- HELEN, V. R. V. O. A. **Tratamento Estatístico De Dados Em Física Experimental**. São Paulo, São Paulo - Brasil: Edgard Blücher, 1991.
- HOFLICH, P. et al. Models for Type Ia supernovae and cosmology. 2003.
- HUBBLE, E. A relation between distance and radial velocity among extra-galactic nebulae. v. 15, n. 3, p. 168–173, 1929.
- I.C.R.A., C. **Programa mínimo de Cosmologia**. [S.l.]: JAUÁ, 2010.
- J. Goodman, J.
- JEFFREYS, H. On Certain Approximate Solutions of Lineae Differential Equations of the Second Order. **Proceedings of the London Mathematical Society**, s2-23, p. 428–436, 1926.
- JESUS, J.; PEREIRA S. H., F. Can Dark Matter Decay in Dark Energy? **Phys. Rev.**, D79, p. 043517, 2009.
- JESUS, J. F. et al. Gaussian Process Estimation of Transition Redshift. 2019.
- Jha, S. Riess A., K. Improved distances to type ia supernovae with multicolor light-curve shapes: Mlcs2k2. **Astroph. J.**, v. 659, 2007.
- KOLB, E. W.; TURNER, M. S. The Early Universe. **Nature**, v. 294, p. 521, 1981.
- LEWIS, S. B. A. Cosmological parameters from cmb and other data: A monte carlo approach. **Phys. Rev. D**, 2002.
- LIDDLE, D. H. L. A. R. **Cosmological inflation and large scale structure**. 2000: Cambridge University Press, 1997.

- LINDE, A. D. A New Inflationary Universe Scenario: A Possible Solution of the Horizon, Flatness, Homogeneity, Isotropy and Primordial Monopole Problems. **Phys. Lett.**, v. 108B, p. 389–393, 1982.
- MAGANA, J. et al. The Cardassian expansion revisited: constraints from updated Hubble parameter measurements and type Ia supernova data. **Mon. Not. Roy. Astron. Soc.**, v. 476, n. 1, p. 1036–1049, 2018.
- MAGANA, J.; MATOS, T. A brief Review of the Scalar Field Dark Matter model. **J. Phys. Conf. Ser.**, v. 378, p. 012012, 2012.
- MARSH, D. J. E.; FERREIRA, P. G. Ultra-Light Scalar Fields and the Growth of Structure in the Universe. **Phys. Rev.**, D82, p. 103528, 2010.
- MATOS, T.; VAZQUEZ-GONZALEZ, A.; MAGANA, J. ϕ^2 as Dark Matter. **Mon. Not. Roy. Astron. Soc.**, v. 393, p. 1359–1369, 2009.
- OKA, A. et al. Simultaneous constraints on the growth of structure and cosmic expansion from the multipole power spectra of the SDSS DR7 LRG sample. **Mon. Not. Roy. Astron. Soc.**, v. 439, p. 2515–2530, 2014.
- P.C., G. Bayesian logical data analysis for the physical sciences: A comparative approach with ‘mathematica’ support. **Cambridge University Press**, 2005.
- PEEBLES, P. J. E. **The Large-Scale Structure of the Universe**. Princeton, NJ: Princeton Univ. Press, 1980.
- PEEBLES, P. J. E.; RATRA, B. Cosmology with a Time Variable Cosmological Constant. **Astrophys. J.**, v. 325, p. L17, 1988.
- PERIVOLAROPOULOS, L. Six Puzzles for LCDM Cosmology. 2008.
- RATRA, B. Expressions for linearized perturbations in a massive scalar field dominated cosmological model. **Phys. Rev.**, D44, p. 352–364, 1991.
- RATRA, B.; PEEBLES, P. J. E. Cosmological Consequences of a Rolling Homogeneous Scalar Field. **Phys. Rev.**, D37, p. 3406, 1988.
- RIESS, A. G. et al. A 2.4% Determination of the Local Value of the Hubble Constant. **Astrophys. J.**, v. 826, n. 1, p. 56, 2016.
- RIESS, A. G.; PRESS, W. H.; KIRSHNER, R. P. Using SN-Ia light curve shapes to measure the Hubble constant. **Astrophys. J.**, v. 438, p. L17–20, 1995.
- SCOLNIC, D. M. et al. The Complete Light-curve Sample of Spectroscopically Confirmed SNe Ia from Pan-STARRS1 and Cosmological Constraints from the Combined Pantheon Sample. **Astrophys. J.**, v. 859, n. 2, p. 101, 2018.
- SEIKEL, M.; CLARKSON, C.; SMITH, M. Reconstruction of dark energy and expansion dynamics using Gaussian processes. **JCAP**, v. 1206, p. 036, 2012.
- SHAROV, G. S.; VORONTSOVA, E. G. Parameters of cosmological models and recent astronomical observations. **JCAP**, v. 1410, n. 10, p. 057, 2014.
- SIMON, J.; VERDE, L.; JIMENEZ, R. Constraints on the redshift dependence of the dark energy potential. **Phys. Rev.**, D71, p. 123001, 2005.

SUNTZEFF, N. B. et al. Optical Light Curve of the Type Ia Supernova 1998bu in M96 and the Supernova Calibration of the Hubble Constant. **Astron. J.**, v. 117, p. 1175, 1999.

Tammann, G. A., S. Steps toward the hubble constant. viii - the global value. **Astroph. J.**, v. 256, 1982.

TRIPP, R. A Two-parameter luminosity correction for type Ia supernovae. **Astron. Astrophys.**, v. 331, p. 815–820, 1998.

W. H. Press S. A. Teukolsky, W. B. Numerical recipes in fortran. the art of scientific computing. **Cambridge University Press**, 1992.

WANG, L.-M. et al. Cosmic concordance and quintessence. **Astrophys. J.**, v. 530, p. 17–35, 2000.

WEINBERG, S. The Cosmological Constant Problem. **Rev. Mod. Phys.**, v. 61, p. 1–23, 1989.

WEINBERG, S. **Cosmology**. [S.l.]: Oxford University Press, 2008.

ZWICKY, F. Die Rotverschiebung von extragalaktischen Nebeln. **Helv. Phys. Acta**, v. 6, p. 110–127, 1933.