BRUNO CHAVES FRANCO

PLANEJAMENTO ECONÔMICO DE GRÁFICOS DE CONTROLE $\bar{X}$ PARA MONITORAMENTO DE PROCESSOS AUTOCORRELACIONADOS

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica na área de Gestão e Otimização.

Orientadora: Profª. Drª. Marcela Aparecida Guerreiro Machado

Co-Orientador: Prof. Dr. Antônio Fernando Branco Costa

Guaratinguetá
2011

Franco, Bruno Chaves
F825p Planejamento econômico de gráficos de controle $\bar{X}$ para monitoramento de processos autocorrelacionados. / Bruno Chaves Franco – Guaratinguetá : [s.n], 2011.
110 f. : il.
Bibliografia: f. 86-99

Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2011.
Orientador: Profª Drª Marcela Aparecida Guerreiro Machado
Coorientador: Prof. Dr. Antonio Fernando Branco Costa

1. Controle de qualidade – Métodos estatísticos 2. Pesquisa operacional I. Título

CDU 658.56

unesp

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

BRUNO CHAVES FRANCO

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
"MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA"

PROGRAMA: ENGENHARIA MECÂNICA
ÁREA: GESTÃO E OTIMIZAÇÃO

APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO

Prof. Dr. Marcelo dos Santos Pereira
Coordenador

B A N C A E X A M I N A D O R A:

Profª. Drª. MARCELA A. GUERREIRO MACHADO
Orientador / Unesp-Feg

Prof. Dr. FERNANDO AUGUSTO SILVA MARINS
Unesp - Feg

Prof. Dr. ANDERSON PAULO DE PAIVA
UNIFEI

Junho de 2011

BRUNO CHAVES FRANCO

NASCIMENTO	17.02.1982 – SÃO PAULO / SP
FILIAÇÃO	Oswaldo Antonio Franco Marilda Meireles Chaves Franco
2003/2007	Curso de Graduação em Engenharia de Produção Mecânica, na Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá da UNESP.
2009/2011	Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, nível de Mestrado, na Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá da UNESP

DEDICATÓRIA

De modo especial, a minha esposa Mariana,
que sempre está ao meu lado em meus desafios.

AGRADECIMENTOS

Aos meus orientadores Prof[a]. Dr[a]. Marcela Aparecida Guerreiro Machado e Prof. Dr. Antônio Fernando Branco Costa, por tudo que aprendi com eles, pela paciência e dedicação.

Aos meus pais que foram os grandes incentivadores para que eu continuasse meus estudos.

A todos os professores e amigos do mestrado pela acolhida e disponibilidade em me ajudar.

A CAPES, pelo fundamental suporte financeiro dispensado à execução desta pesquisa.

FRANCO, B. C. **Planejamento econômico de Gráficos de Controle $\overline{X}$ para monitoramento de processos autocorrelacionados.** 2010. 110f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2011.

RESUMO

Esta pesquisa propõe o planejamento econômico de gráficos de controle $\bar{X}$ para o monitoramento de uma característica de qualidade na qual as observações se ajustam a um modelo autorregressivo de primeira ordem com erro adicional. O modelo de custos de Duncan é usado para selecionar os parâmetros do gráfico, tamanho da amostra, intervalo de amostragem e os limites de controle. Utiliza-se o algoritmo genético na busca do custo mínimo de monitoramento. Para determinação do número médio de amostras até o sinal e o número de alarmes falsos são utilizadas Cadeias de Markov. Uma análise de sensibilidade mostrou que a autocorrelação provoca efeito adverso nos parâmetros do gráfico elevando seu custo de monitoramento e reduzindo sua eficiência.

PALAVRAS-CHAVE: Processos Autocorrelacionados, Gráficos de Controle $\bar{X}$, Planejamento Econômico, Algoritmo Genético, Cadeia de Markov.

FRANCO, B. C. **Economic Design of $\bar{X}$ Control Charts for monitoring autocorrelated processes.** 2010. 110p. Dissertation (Master Degree in Mechanical Engineering) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2011.

ABSTRACT

This research proposes an economic design of a $\bar{X}$ control chart used to monitor a quality characteristic whose observations fit to a first-order autoregressive model with additional error. The Duncan's cost model is used to select the control chart parameters, namely the sample size, the sampling interval and the control limit coefficient, using genetic algorithm in order to search the minimum cost. The Markov chain is used to determine the average number of samples until the signal and the number of false alarms. A sensitivity analysis showed that the autocorrelation causes adverse effect on the parameters of the control chart increasing monitoring cost and reducing significantly their efficiency.

KEYWORDS: Autocorrelated Processes, $\bar{X}$ Chart, Economic Design, Genetic Algorithm, Markov Chain.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – Modelo de Pesquisa para Modelagem/Simulação 21
FIGURA 2 – Exemplo de Gráfico de controle $\overline{\boldsymbol{X}}$ 26
FIGURA 3 – Gráfico de Controle $\overline{\boldsymbol{X}}$ – ocorrência de um alarme falso 31
FIGURA 4 – Gráfico de Controle $\overline{\boldsymbol{X}}$ – ocorrência de um alarme verdadeiro..... 32
FIGURA 5 – Tempo Esperado até o Sinal (TES) 34
FIGURA 6 – Fluxograma Básico de um GA 54
FIGURA 7 – Exemplo de Cruzamento de um Ponto..... 57
FIGURA 8 – Influência do Número de Gerações no Tempo de Processamento 59
FIGURA 9 – Influência do Tamanho da População no Tempo de Processamento 60
FIGURA 10 – Influência da Autocorrelação no Custo de Monitoramento..... 77
FIGURA 11 – Influência da Autocorrelação no Poder de detecção..... 78
FIGURA 12 – Influência da Autocorrelação no NMA..... 78
FIGURA 13 – Influência da Autocorrelação no Tamanho da Amostra 79
FIGURA 14 – Influência da Autocorrelação no Intervalo de Amostragem..... 79
FIGURA 15 – Influência da Autocorrelação no Fator de Abertura dos Limites de Controle..... 81
FIGURA 16 – Influência da Autocorrelação no NMAF..... 81
FIGURA 17 – Comparativo da Influência da autocorrelação no Custo de Monitoramento do Gráfico quando a Magnitude do Desvio da Média está em Função de $\boldsymbol{\sigma_x}$ ou $\boldsymbol{\sigma_e}$ 83
FIGURA 18 – Comparativa da Influência da Autocorrelação no Poder de Detecção do Gráfico quando a Magnitude do Desvio da Média está em Função de $\boldsymbol{\sigma_x}$ ou $\boldsymbol{\sigma_e}$ 83

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – Valores do Fator de Abertura Adicional f(n, Ψ) 64

TABELA 2 – Valores de $\boldsymbol{\sigma_a^2}$ e $\boldsymbol{\phi^h}$ sobre Influência de h..... 65

TABELA 3 – Planejamento de Experimento da Matriz Ortogonal L9 69

TABELA 4 – SN médio dos Parâmetros do GA..... 69

TABELA 5 – Planejamento de Experimento L36 para os Parâmetros do Modelo 71

TABELA 6 – Análise de Variância para o Custo de Monitoramento 72

TABELA 7 – Análise de Regressão Linear para o Custo de Monitoramento..... 72

TABELA 8 – Análise de Variância para o Poder de Detecção 73

TABELA 9 – Análise de Regressão Linear para o Poder de Detecção..... 73

TABELA 10 – Análise de Variância para o Tamanho da Amostra 74

TABELA 11 – Análise de Regressão Linear para o Tamanho da Amostra 74

TABELA 12 – Análise de Variância para o Intervalo de Amostragem 75

TABELA 13 – Análise de Regressão Linear para o Intervalo de Amostragem..... 75

TABELA 14 – Análise de Variância para o Fator de Abertura dos Limites de Controle..... 76

TABELA 15 – Análise de Regressão Linear para o Fator de Abertura dos Limites de Controle..... 76

TABELA 16 – Análise da Influência da Autocorrelação nos Parâmetros do Modelo 77

TABELA 17 – Análise da Influência da Autocorrelação nos Parâmetros do Modelo quando a Magnitude do Desvio da Média é uma Função do Desvio Padrão da Amostra 82

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 – Níveis Planejados para os Parâmetros do GA 68
QUADRO 2 – Planejamento de Níveis para os Parâmetros do Modelo Econômico... 70
QUADRO 3 – Planejamento de Níveis para ϕ e ψ. 76

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

AR(1)	–	Modelo autoregressivo de primeira ordem
ARMA(1,1)	–	Modelo autoregressivo e de médias móveis de primeira ordem
AG	–	Algoritmo Genético
CUSUM	–	Soma cumulativa
EWMA	–	Média móvel ponderada exponencialmente
h	–	Intervalo de tempo entre retirada de amostras
L	–	Fator de abertura dos limites de controle
LC	–	Limite de controle
LM	–	Linha média
LIC	–	Limite inferior de controle
LSC	–	Limite superior de controle
n	–	Tamanho de amostra
NG	–	Número de Gerações
NMA	–	Número médio de amostras até o sinal
NMA_0	–	Número médio de amostras até o sinal durante o período em controle
NMAF	–	Número esperado de alarmes falsos
PC	–	Probabilidade de *Crossover*

Pd ou 1- β	–	Poder de detecção do gráfico de controle
PM	–	Probabilidade de Mutação
TES	–	Tempo esperado até o sinal
TMAF	–	Tempo médio até a ocorrência de um alarme falso
TP	–	Tamanho da População

LISTA DE SÍMBOLOS

α	–	Probabilidade de alarme falso
α_k	–	Erro aleatório adicional da k-ésima média
β	–	Probabilidade de não detecção
δ	–	Deslocamento da média da variável *X* em relação ao seu valor alvo
e_{ki}	–	Erro aleatório associado ao i-ésimo item da *k*-ésima amostra
$f(n,\psi)$	–	Fator de abertura adicional dos limites de controle resultante do movimento oscilatório da média, em função de n, ψ
λ	–	Taxa de ocorrência de produtos não conformes
μ_0	–	Média do processo em controle
μ_k	–	Média do processo no instante em que a *k*-ésima amostra é formada
ξ	–	Valor em torno do qual a média do processo oscila
$\overline{X}$	–	Média amostral
σ_0	–	Desvio padrão do processo em controle
σ_μ	–	Desvio padrão da média
σ_e	–	Desvio padrão do erro aleatório
σ_X	–	Desvio padrão da variável *X*

σ_α	–	Desvio padrão do erro aleatório adicional
ϕ	–	Grau de correlação
ϕ^h	–	Correlação entre média no *k-ésimo* instante (μ_k) e a média no *(k-1)-ésimo* instante (μ_{k-1}), no intervalo *h* de amostragem
ψ	–	Proporção da variabilidade do processo atribuída à oscilação da média
~N(0,1)	–	Distribuição normal de média zero e desvio padrão 1

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS
LISTA DE TABELAS
LISTA DE QUADROS
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS
LISTA DE SÍMBOLOS

1 INTRODUÇÃO 18
1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS 18
1.2 OBJETIVOS 18
1.3 JUSTIFICATIVA E IMPORTÂNCIA 19
1.4 DELIMITAÇÕES DO TRABALHO 20
1.5 MÉTODO DE PESQUISA 21
1.6 ORGANIZAÇÃO DO TEXTO 22
2 GRÁFICOS DE CONTROLE $\overline{X}$ 24
2.1 INTRODUÇÃO 24
2.2 CAUSAS ESPECIAIS E CAUSAS ALEATÓRIAS 27
2.2.1 Subgrupos racionais 28
2.3 DESEMPENHO DOS GRÁFICOS DE CONTROLE $\overline{X}$ 30
3 PLANEJAMENTO ECONÔMICO 37
3.1 INTRODUÇÃO 37
3.2 MODELO DE DUNCAN 38
3.3 OUTROS MODELOS E ADAPTAÇÕES 41
4 PROCESSOS AUTOCORRELACIONADOS 43
4.1 INTRODUÇÃO 43
4.2 MODELO DE REYNOLDS JR, ARNOLD E BAIK 44
4.3 OUTROS MODELOS E ADAPTAÇÕES 46
5 ALGORITMO GENÉTICO 51
5.1 INTRODUÇÃO 51
5.2 COMPONENTES BÁSICOS E ESTRUTURA 53

5.2.1 População **54**
5.2.2 Avaliação **55**
5.2.3 Seleção **56**
5.2.4 Operadores genéticos **57**
5.2.5 Elitismo **58**
5.3 PARÂMETROS DO ALGORITMO GENÉTICO 59
5.4 RESTRIÇÕES NOS ALGORITMOS GENÉTICOS 61
6 MODELO PROPOSTO **62**
6.1 MODELO QUE DESCREVE AS OBSERVAÇÕES DE X 62
6.2 MODELO ECONÔMICO-ESTATÍSTICO 65
6.3 PROCEDIMENTO PARA SOLUÇÃO 67
6.4 ANÁLISE DE SENSIBILIDADE 70
7 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA FUTURAS PESQUISAS **84**
7.1 VERIFICAÇÃO DOS OBJETIVOS 85
7.2 SUGESTÕES PARA FUTURAS PESQUISAS 85
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS **86**
APÊNDICE A – DETERMINAÇÃO DO NMA COMO FUNÇÃO DO NÚMERO ESPERADO DE VISITAS AOS ESTADOS TRANSIENTES DE UMA CADEIA DE MARKOV **100**
APÊNDICE B – DETERMINAÇÃO DO NMAF COMO FUNÇÃO DO NÚMERO ESPERADO DE VISITAS AOS ESTADOS TRANSIENTES DE UMA CADEIA DE MARKOV **101**
APÊNDICE C – CÓDIGOS COMPUTACIONAIS EM FORTRAN **102**

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Em um mundo competitivo, é o foco na qualidade, seja do produto ou do serviço, que garante a sobrevivência das empresas. Investir em qualidade é vital. Dentre os investimentos em qualidade, destacam-se aqueles destinados a sua manutenção e o gráfico de controle se enquadra neste quesito, pois é uma técnica de monitoramento da qualidade muito conhecida no ambiente fabril, principalmente para o monitoramento da média do processo.

Porém, as condições para seu uso são negligenciadas em alguns processos de manufatura, como, por exemplo, produção por batelada ou contínua, pois quando Shewhart (1931) propôs os gráficos de controle, pressupôs que a média do processo era uma constante e a característica de qualidade medida ao longo do tempo era influenciada por um erro aleatório independente com distribuição normal, ou seja, desde o início da produção até a ocorrência de uma causa especial a média do processo permanecia constante em um valor alvo e, a partir deste instante, ela se deslocava.

Isto se deve ao fato do comportamento oscilatório da média que pode estar associado a uma causa especial, porém, em certos processos, este comportamento pode ser, em parte, devido à variabilidade natural do processo, assim, a suposição de Shewhart de que a média permanece constante ao longo do tempo, pode não ser mais válida. Pensando nisso, Reynolds Jr, Arnold e Baik (1996) foram os pioneiros na investigação do efeito desta oscilação no desempenho dos gráficos de controle.

1.2 OBJETIVOS

O objetivo geral do trabalho foi propor um modelo, econômico-estatístico, que permitisse a obtenção dos valores dos parâmetros do gráfico de controle $\bar{X}$ sob a hipótese de observações autocorrelacionadas.

Os objetivos específicos foram:

- Construir um modelo econômico-estatístico para o gráfico de controle $\bar{X}$ tomando por base o modelo econômico de Duncan (1956) e a estrutura de autocorrelação proposta por Reynolds Jr, Arnold e Baik (1996);
- Aplicar um algoritmo genético para a obtenção dos valores ótimos dos parâmetros do gráfico de $\bar{X}$;
- Elaborar uma análise de sensibilidade para os parâmetros do modelo utilizando o método de planejamento de experimentos de Taguchi (1987).

1.3 JUSTIFICATIVA E IMPORTÂNCIA

Muitos pesquisadores têm tratado o planejamento econômico dos gráficos de controle, surgindo, assim, muitos modelos para vários tipos de processos na busca da redução dos custos de monitoramento.

Em se tratando de planejamento econômico de gráficos de controle, a literatura sobre o tema é bastante rica e, dentre muitos, pode-se citar: Duncan (1956), Zimmer e Burr (1963), Knappenberger e Grandage (1969), Gibra (1969, 1975, 1978), Baker (1971), Ladany (1973), Ladany e Bedi (1976), Taguchi (1981, 1990), Woodall (1985, 1986), Lorenzen e Vance (1986), Collani (1987), Hu (1984), Banerjee e Rahim (1988), Saniga (1989), Srivastava e Wu (1991, 1995), Yourstone e Zimmer (1992), Rahim e Banerjee (1993), Saniga, Davis e McWillians (1995), Torng *et al*. (1995), Montgomery *et al*. (1995), Keats *et al*. (1997), Prabhu, Montgomery e Runger (1997), Chou, Chen e Liu (2000, 2001a), Prabhu, Runger e Keats (2001), De Magalhães, Epprecht e Costa (2001), Eppecht e Leiras (2007), Zhang, Xie e Goh (2008), Chen e Yeh (2009), Torng, Lee e Liao (2009).

Estes autores citados utilizam o modelo em que a característica de qualidade é a média amostral e os valores das observações são independentes, como apresentado por: Montgomery e Mastrangelo (1991), Superville e Adams (1994), Runger e Willemain (1995, 1996), Atienza *et al*. (1998), Testik (2005), Timmer *et al*. (2000), De Magalhães *et al*. (2008),

O estudo dos gráficos de controle destinados ao monitoramento de processos cuja média oscila segundo um modelo autoregressivo de primeira ordem (AR(1)) tem atraído a atenção de muitos pesquisadores, tais como: Reynolds Jr., Arnold e Baik (1996), Vanbrackle e Reynolds (1997), Lu e Reynolds (1999a, 1999b, 2001), Zou, Wang e Tsung (2008), Sheu e Lu (2008, 2010), Lin e Chou (2008), Wang (2009), Lin (2009), Costa e Claro (2008, 2009), Claro *et al*. (2009) e Costa e Machado (2011).

Há ainda outra vertente de pesquisa que considera processos com médias bem comportadas, porém, a autocorrelação está presente nas observações da amostra, como apresentado por: Yang e Hancock (1990), Chou, Liu e Chen (2001), Liu, Chou e Chen (2002), Chen e Chiou (2005), Chen, Hsie e Chang (2007), Torng *et al* (2009) e Costa e Castagliola (2011).

Na busca da solução para modelos econômico-estatísticos desenvolvidos, alguns autores utilizam algoritmos genéticos (AG) como bons resultados, como: Celano e Ficheira (1999), Vommi e Seetalab (2007a, 2007b), Choua, Chenb e Chenc (2005), Choua, Chenb e Liu (2006), Chou, Cheng e Lai (2008), Chau-Chen, Pei-His e Nai-Yi (2009), Chen e Yeh (2009) e Kaya (2009a, 2009b). E o uso do AG na determinação dos valores dos parâmetros dos gráficos de controle justifica-se pela não linearidade da função objetivo do modelo econômico-estatístico como será melhor explicado no Capítulo 3.

1.4 DELIMITAÇÕES DO TRABALHO

Neste estudo, são consideradas as seguintes delimitações:

- Os resultados obtidos são válidos apenas para o caso de processos cujas observações se ajustam a uma distribuição normal univariada (apenas uma dimensão da qualidade);
- O planejamento econômico será realizado para Gráficos de Controle $\bar{X}$ utilizando-se o modelo proposto por Duncan (1956);
- Supõem-se conhecidos os custos do modelo e o mecanismo com que o processo se desajusta;

- O processo é contínuo, o modelo é estacionário e a média oscila de acordo com um modelo auto regressivo de primeira ordem (AR (1));
- A causa especial altera a posição em torno da qual a média do processo oscila, sem afetar seu comportamento oscilatório;
- As variâncias do modelo que descreve as observações da média são constantes;
- O modelo não aborda erros de medição.

1.5 MÉTODO DE PESQUISA

O presente trabalho utiliza como método a modelagem e simulação, pois como apresentado por Morabito e Pureza (2009), aborda investigações quantitativas em que modelos de relações causais entre variáveis controladas e desempenho são desenvolvidos, analisados ou testados. Sua construção é baseada em um conjunto de variáveis que variam em domínios específicos com relações causais que definem a sua interdependência.

O modelo de pesquisa desenvolvido por Arenales *et al*. (2007), Figura 1, foi a base para o desenvolvimento do trabalho em que, na fase formulação/modelagem, desenvolve-se um modelo a partir de modelos propostos na literatura estudada e definem-se as variáveis de interesse, bem como as relações matemáticas que descrevem o comportamento do sistema.

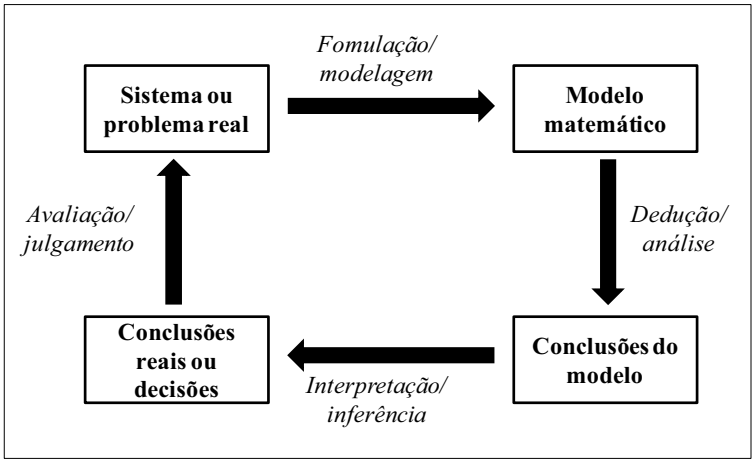

Figura 1 – Modelo de Pesquisa para Modelagem/Simulação
Fonte: Adaptado de ARENALES *et al*. (2007)

Uma vez conhecidas as variáveis, o conceito que orienta o modelo e as relações causais entre as variáveis de interesse, passa-se para a fase de dedução/análise em que são aplicadas técnicas matemáticas e tecnologia para resolver o modelo matemático, que, no caso deste trabalho, foi um Algoritmo Genético. A fase de interpretação/inferência busca a discussão acerca do quão aderente o modelo conceitual é do problema real. Assim, na fase de avaliação/julgamento, a preocupação do pesquisador é verificar se o escopo do problema e a sua modelagem precisam de revisão.

Segundo Bertrand e Fransoo (2002), a presente pesquisa pode ser classificada como sendo uma pesquisa axiomática normativa, em que se objetiva, prioritariamente, gerar soluções no domínio de um modelo específico e garantir que a solução obtida forneça uma visão sobre o problema definido pelo modelo. Envolve desde a elaboração conceitual e construção do modelo, bem como sua solução, e seus resultados são verificados em função do comportamento esperado deste modelo, produzindo conhecimento sobre a resposta das variáveis, baseado em hipóteses sobre o comportamento de outras. Este tipo de pesquisa é usada para desenvolver políticas, estratégias e ações para melhorar os resultados da literatura na busca de soluções ótimas para problemas e/ou comparar diferentes estratégias possíveis para a sua solução.

1.6 ORGANIZAÇÃO DO TEXTO

A dissertação está estruturada em seis capítulos, além deste introdutório.

O Capítulo 2 é dedicado aos gráficos de controle $\bar{X}$ univariados, apresentando suas características. O Capítulo 3 trata do planejamento econômico, apresentando o modelo de Duncan (1956).

No Capítulo 4, apresentam-se os modelos propostos na literatura para o controle de processos autocorrelacionados, e descreve-se o modelo proposto por Reynolds Jr, Arnold e Baik (1996), que foi a base para este trabalho.

O Capítulo 5 é dedicado a apresentação do Algoritmo Genético de forma detalhada, com enfoque em sua estrutura e relevância de seus parâmetros na busca de um algoritmo eficiente para o modelo proposto.

No Capítulo 6 é realizada a descrição do modelo proposto, bem como o procedimento para sua solução com a utilização do planejamento de experimentos de Taguchi (1987) e a análise de sensibilidade sobre os parâmetros do modelo. No Capítulo 7, estão as conclusões e sugestões para futuras pesquisas.

No Apêndice A, apresenta-se a Cadeia de Markov para a determinação do número médio de amostras até o sinal (NMA). No Apêndice B, apresenta-se a Cadeia de Markov para a determinação do número esperado de alarmes falsos (NMAF). No Apêndice C, está o modelo implementado na linguagem de programação MICROSOFT FORTRAN POWER STATION 4.0.

2 GRÁFICOS DE CONTROLE $\bar{X}$

Neste capítulo, é apresentada uma introdução sobre o gráfico de controle de Shewhart, o conceito de causa aleatória e causa especial de variação, bem como mecanismos de verificação do desempenho dos gráficos de controle.

2.1 INTRODUÇÃO

Segundo Montgomery (2004) o Controle Estatístico do Processo (CEP) é uma técnica útil na busca da estabilidade do processo e na melhoria de sua capacidade através da redução da variabilidade em torno das dimensões-alvo. Seu início deu-se com o desenvolvimento e aplicação dos gráficos de controle por Shewhart (1926) nos Estados Unidos. Os primeiros dispositivos utilizados, além de apresentarem resultados satisfatórios, tinham a vantagem de simplicidade na construção, aplicação e sua ampla operacionalidade conduziu à fácil aceitação da técnica e uma disseminação de sua utilização.

Porém, Mosteller (1945) mostrou que as indústrias americanas só adotaram amplamente as técnicas de gráficos de controle após a segunda Guerra Mundial, e a década de 70 pode ser considerada como a década dos gráficos de Shewhart, como narrado por Machado (2006), isto proporcionou a divulgação de diversas técnicas estatísticas especialmente desenvolvidas para o monitoramento de processos industriais, porém, devido ao modismo, os gráficos de controle passaram a ser utilizados de forma indevida, ou pior, em situações desnecessárias, caindo assim no descrédito e ainda hoje, se sente o efeito deste modismo.

Segundo Costa, Epprecht e Carpinetti (2005), os gráficos de controle $\bar{X}$ são empregados para monitorar a média de um processo ou a sua variabilidade, iniciando em um estado denominado de controle estatístico (processo sob controle) permanecendo neste até o surgimento de uma causa especial que os levem para um estado em que as condições de controle estatístico deixam de existir (processo fora de controle). Assim, um gráfico de controle é uma representação visual na qual se demarcam as regiões de rejeição e não-rejeição definidas pelas hipóteses: H_0: O

processo está sob controle estatístico e H_1: O processo não está sob controle estatístico.

Para se testar a hipótese H_0 define-se uma estatística de teste G e constrói-se a região de rejeição da hipótese nula definida pelos limites de controle. Caso os pontos definidos pelas estatísticas G estejam dentro destes limites, não se rejeita H_0 e conclui-se que não há nenhum desvio no processo. No entanto, se algum ponto encontrar-se fora desses limites rejeita-se H_0 e procura-se identificar as possíveis causas que levaram à suspeita de que haja alguma irregularidade no processo. Porém, há riscos estatísticos de erroneamente considerar-se o processo fora de controle quando o mesmo estiver em controle (H_0 verdadeira) representado pelo erro tipo I (α) ou considerar-se o processo em controle quando o mesmo está sobre influência de uma causa especial (H_1verdadeira) associado ao erro tipo II (β) (COSTA, EPPRECHT E CARPINETTI, 2005).

Os gráficos de controle de $\bar{X}$ para dados independentes são, em geral, usados para monitorar a média (μ) de um processo cuja característica de qualidade de interesse X é uma grandeza mensurável representada pelo modelo de Shewhart (1931) dado por:

$$X_k = \mu + e_k, \qquad k = 1,2,3, \ldots \tag{1}$$

Em que μ é a média do processo e e_k é uma variável aleatória independente e identicamente distribuída que adere a uma distribuição normal - IID~N$(0, \sigma_e^2)$, que representa o erro aleatório proveniente da variabilidade natural do processo.

Sejam $H_0: \mu = \mu_0$ e $H_1: \mu \neq \mu_0$, em que μ_0 é o valor alvo para μ e equivale à situação em que o processo está sob controle estatístico. Então, a cada intervalo de tempo h, retira-se uma amostra aleatória de tamanho n, calcula-se a estatística G (média amostral) e desenha-se em um gráfico que possui três linhas: limite inferior de controle (LIC), linha média (LM) e limite superior de controle (LSC) como ilustrado na Figura 2 (MONTGOMERY, 2004).

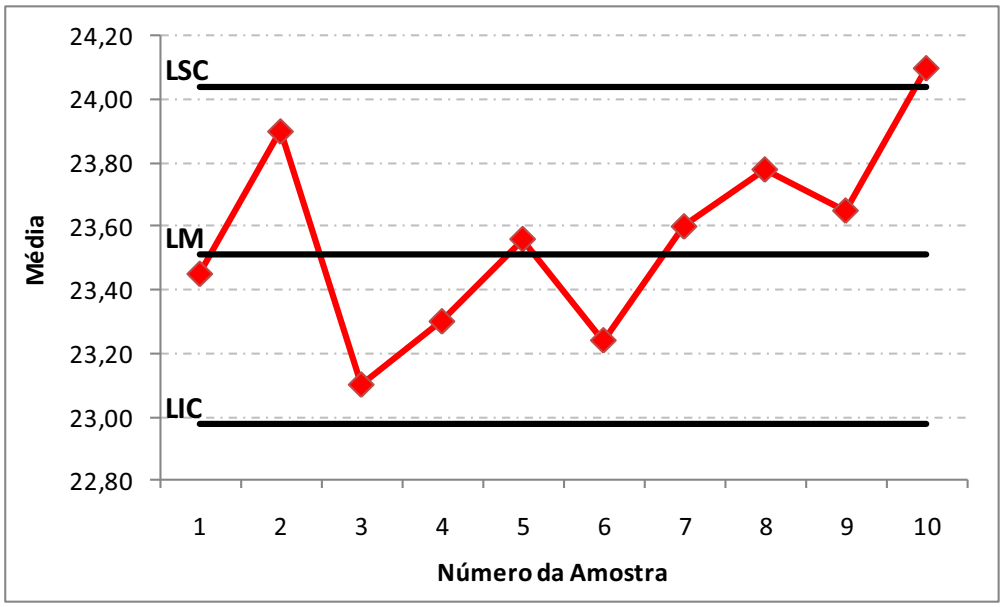

Figura 2: Exemplo de Gráfico de Controle $\bar{X}$.

Se o valor da estatística de teste G estiver entre os limites de controle, diz-se que o processo está sob controle estatístico, caso contrário, H_0 é rejeitada e suspeita-se então que a média do processo não é igual à média postulada em H_0. A linha média e os limites de controle são estabelecidos com o processo sob controle. Se a distribuição da característica de qualidade monitorada X for normalmente distribuída, a distribuição de $\bar{X}$ também o será. Caso contrário, se a distribuição de X não for normal, pelo Teorema Central do Limite, a distribuição de $\overline{X}$ com boa precisão se aproximará de uma normal. E supondo independência entre os valores individuais dos elementos da amostra, o valor esperado da estatística G, que para o casa dos gráficos de controle da média é $\bar{X}$, coincide com o valor esperado da média μ_X da variável aleatória X (COSTA, EPPRECHT E CARPINETTI, 2005).

A linha média (LM) para o gráfico de $\bar{X}$ é localizada na média (valor esperado) de $\bar{X}$, e os limites de controle podem ser definidos como:

$$LSC = \mu_0 + L\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}} \tag{2}$$

$$LM = \mu_0 = \xi_0 \tag{3}$$

$$LIC = \mu_0 - L\frac{\sigma_0}{\sqrt{n}} \tag{4}$$

sendo μ_0 a média do processo sob controle e σ_o o desvio padrão do processo sob controle, L o fator de abertura dos limites de controle e n o tamanho do subgrupo racional. E como a dispersão dos valores de $\bar{X}$, como apresentado por Costa, Epprecht e Carpinetti (2005), reduz-se à medida que aumenta o tamanho das amostras, então a relação entre a variância das observações individuais, ${\sigma_0}^2$, e dos valores de $\bar{X}$, ${\sigma_{\bar{X}}}^2$, é ${\sigma_{\bar{X}}}^2 = {\sigma_0}^2/n$, portanto o desvio-padrão é: $\sigma_{\bar{X}} = \sigma_0/\sqrt{n}$.

Os limites de controle foram propostos por Shewhart com L = 3, que corresponde a um nível de significância igual a 0,0027 na distribuição normal. Uma vez determinado os limites de controle, tem-se a região de ação do gráfico de controle, constituída das áreas abaixo do LIC e acima do LSC. Dependendo da variabilidade do processo e do nível de exigência, o usuário pode aumentar ou diminuir o valor da constante L, isto é, do nível de significância do teste que está associado ao erro tipo I (risco α). Na Figura 2 pode-se observar um o comportamento aleatório até a 9ª amostra e na 10ª amostra tem-se um valor acima do LSC, indicando que o processo pode estar sob influência de uma causa especial e o processo está fora de controle estatístico.

Outro fator que requer atenção é o comportamento dos dados amostrais através da estatística de teste G dentro dos limites de controle. Caso os valores se comportem de maneira sistemática ou não-aleatória, há indício de que o processo esteja com algum desajuste, mesmo que todos os valores das estatísticas G estejam dentro dos limites.

2.2 CAUSAS ESPECIAIS E CAUSAS ALEATÓRIAS

Shewhart (1926) foi o primeiro a reconhecer e discutir a impossibilidade de se produzirem itens idênticos em um sistema de produção. Ele argumentava que existem efeitos aleatórios que são impossíveis de serem controlados devido à variabilidade natural do processo que, por sua vez, pode ser considerada desprezível e aceitável. Em contrapartida, um sistema que não se comporta de maneira previsível e com variabilidade natural controlada encontra-se sob efeito de perturbações, comumente denominadas “causas especiais”, que interferem negativamente no monitoramento destes processos. Nesse caso, são necessárias intervenções para o cumprimento de

ajustes que conduzirão à estabilidade do processo no que se refere aos parâmetros que precisam ser controlados.

A variabilidade é intrínseca ao processo, pois mesmo em um processo muito bem projetado e controlado, há a presença da variabilidade natural do mesmo, fruto de causas aleatórias ou comuns, as quais não exigem nenhuma ação gerencial, pois o processo é dito estar em controle estatístico. Ocasionalmente, podem ocorrer mudanças que afetem a distribuição da variável aleatória monitorada, ou seja, alguma perturbação gerada por causas especiais tiram sua média do valor alvo e/ou aumentando a sua variabilidade (COSTA, EPPRECHT, CARPINETTI, 2005). Máquinas ajustadas ou controladas de maneira inadequada, erros do operador, ou matéria-prima defeituosa são exemplos de causas especiais.

As causas especiais fazem com que os valores da estatística G se afastem da linha central do gráfico de controle. Deste modo, a presença de uma causa especial é sinalizada por um valor de G além dos limites de controle, assim o gráfico de controle é um modo de se exibir dados (ou de uma estatística calculada a partir dos dados) graficamente com a finalidade de distinguir causas aleatórias das causas especiais de variação.

2.2.1 Subgrupos racionais

Subgrupo racional pode ser entendido como sendo a retirada de pequenas amostras de tamanho n, constituídas de dados obtidos quase num mesmo instante, a intervalos de tempos regulares (h), com o objetivo de que dentro dos subgrupos apenas causas comuns estejam presentes e a ocorrência de causas especiais se dê entre subgrupos. Ao admitir a formação de subgrupos, espera-se que a chance destes conterem dados de diferentes populações seja mínima, em outras palavras, espera-se que a chance da causa especial ocorrer durante a formação do subgrupo seja mínima, tornando a formação do subgrupo racional importante na busca de informações úteis do processo.

Para obter informações suficientes para se detectar uma causa especial, Ledolter e Burrill (1999) defendem a retirada de grandes amostras selecionadas com grande

frequência, mas isto é inviável na prática devido aos custos envolvidos no monitoramento. Assim, as indústrias acabam selecionando pequenas amostras, compostas por quatro ou cinco unidades, com maior frequência, porém, este tipo de prática funciona bem se for possível tolerar pequenas mudanças em um parâmetro do processo, caso contrário, grandes amostras são necessárias.

Grant e Leavenworth (1996) apresentam outro método de selecionar subgrupos racionais, baseado na ordem da produção, onde duas diferentes abordagens são possíveis:

- Subgrupo formado por itens produzidos o mais próximo possível, em um determinado intervalo de tempo. O próximo subgrupo deverá ser selecionado do mesmo modo após um determinado intervalo de tempo e assim por diante;
- Selecionar um subgrupo representativo de toda produção em um determinado período de tempo. Os demais subgrupos deverão ser também representativos e deverão ter aproximadamente a mesma quantidade dos subgrupos já selecionados e assim por diante.

O primeiro método segue a regra de seleção de um subgrupo racional que permite reduzir a possibilidade de variação dentro do subgrupo e maximizar a possibilidade de variação entre os subgrupos, permitindo maior sensibilidade na detecção de uma perturbação no processo (causa especial). Porém, se a perturbação no processo ocorrer entre a seleção de subgrupos e não durante a formação destes e a perturbação se corrige, tal perturbação não será refletida no gráfico de controle. Assim, o segundo método pode ser preferido.

Segundo Wheeler e Chambers (1992) algumas orientações com relação a disposição das observações, podem ser consideradas como:

- nunca agrupar conscientemente observações originárias de diferentes fluxos do processo, pois isto pode disfarçar a presença de causas especiais;
- coletar, no menor intervalo possível de tempo, os dados com o objetivo de minimizar a variação dentro de cada subgrupo para aumentar a

sensibilidade da carta de controle às variações existentes entre os subgrupos;

- manter intervalos longos entre as amostras com o objetivo de permitir que fatores de variação existentes no ambiente do processo se manifestem, maximizando a oportunidade para variação entre os subgrupos;
- adotar subgrupos com tamanho de amostra maior que a unidade, assim, ao monitorar a média das observações, espera-se tornar mais fácil a detecção de diferenças entre subgrupos;
- preparar planos de amostragem e procedimentos operacionais e usá-los na rotina de monitoramento.

2.3 DESEMPENHO DOS GRÁFICOS DE CONTROLE $\bar{X}$

Quando o processo está em um estado de controle estatístico, tem-se o risco α de um valor da estatística G calculada estar fora dos limites de controle, sinalizando indevidamente uma causa especial, denominado de “alarme falso” ou erro tipo I. A Figura 3 ilustra a ocorrência de um alarme falso no gráfico de controle de $\bar{X}$. A consequência de ordem prática associada ao erro do tipo I é o risco de intervir no processo na hora errada, quando o mesmo está isento de causas especiais, ocasionando custos indesejáveis pela interrupção do processo, além do risco de desajustar um processo que estava ajustado, configurando-se assim um alarme falso, ou seja, o gráfico acusou um desvio da média, porém, não há causas especiais e o processo está no estado de controle. O risco de se assumir que o processo está fora de controle, na ausência de causa especial (alarme falso), não depende do tamanho do subgrupo (n) e sim apenas do fator de abertura dos limites de controle (L) (COSTA, EPPRECHT E CARPINETTI, 2005).

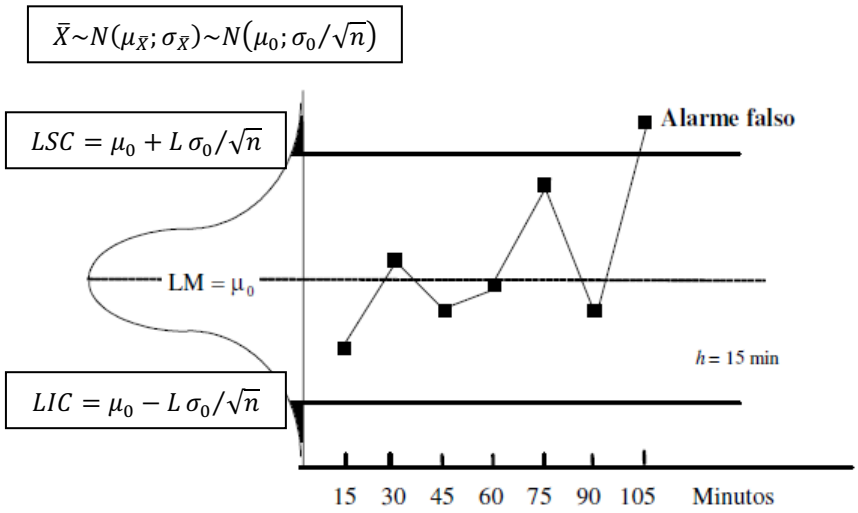

Figura 3: Gráfico de Controle $\bar{X}$– Ocorrência de um Alarme Falso
(Fonte: adaptada de COSTA, EPPRECHT E CARPINETTI, 2005, p.29)

O erro tipo I ou risco α depende da distribuição da variável aleatória $\overline{X}$. Se a distribuição da característica de qualidade monitorada X for normalmente distribuída, a distribuição de $\overline{X}$ também o será. Caso contrário, se a distribuição de X não for normal, pelo Teorema Central do Limite, a distribuição de $\overline{X}$ com boa precisão se aproximará de uma Normal, mesmo para subgrupos racionais pequenos. (COSTA, EPPRECHT E CARPINETTI, 2005)

A padronização da variável aleatória $\overline{X}$ é dada pela expressão:

$$Z = \frac{(\bar{X} - \mu_0)}{\sigma_{\bar{X}}} \tag{5}$$

onde $Z \sim N(\mu_z = 0, \sigma_z^2 = 1)$

A probabilidade de um ponto $\overline{X}$ cair fora da região de controle do gráfico é dada por: $\alpha = \Pr(\bar{X} > LSC_{\bar{X}}) + \Pr(\bar{X} < LIC_{\bar{X}})$, ou ainda:

$$\alpha = \Pr\left(\bar{X} > \frac{LSC_{\bar{X}} - \mu_{\bar{X}}}{\sigma_{\bar{X}}}\right) + \Pr(\bar{X} < \frac{\mathrm{LIC}_{\bar{X}} - \mu_{\bar{X}}}{\sigma_{\bar{X}}}) \tag{6}$$

Para um fator de abertura L,

$$\alpha = \Pr(Z > L) + \Pr(Z < -L) = \Pr(|Z| > L) \tag{7}$$

Quando o processo está fora de controle, portanto, sob a influência de uma ou várias causas especiais, tem-se o erro tipo II ou risco β de um valor de $\bar{X}$ cair dentro dos limites de controle, não sinalizando assim a existência da causa especial, ou seja, assumir o risco de o processo estar sob controle, na presença de causas especiais comprometendo a qualidade dos itens produzidos. Portanto, o quanto antes estas causas forem descobertas e eliminadas, melhor.

A Figura 4, extraída de Costa, Epprecht e Carpinetti (2005), ilustra a inércia do gráfico em sinalizar um deslocamento da média, com magnitude δ, devido a uma causa especial. O sinal só ocorre quando o 5º ponto, correspondente a média da 5ª amostra, cai na região de ação do gráfico.

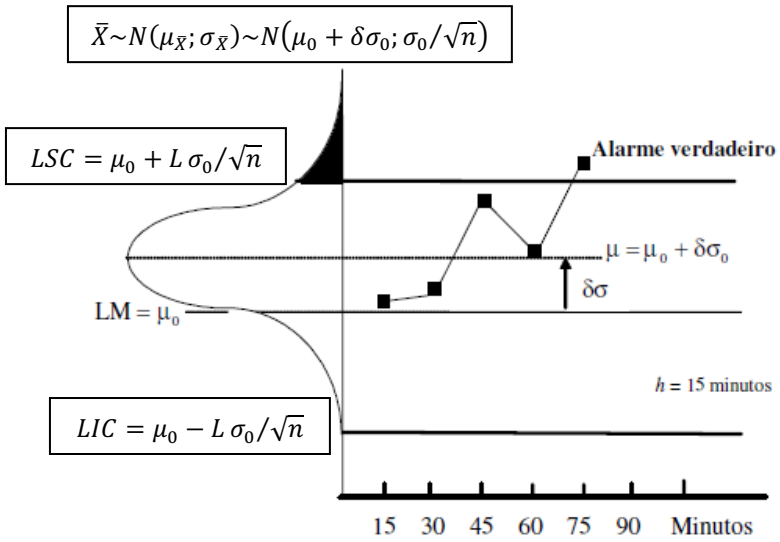

Figura 4: Gráfico de Controle $\bar{X}$– Ocorrência de um Alarme Verdadeiro
(Fonte: adaptada de COSTA, EPPRECHT E CARPINETTI, 2005, p.70)

A probabilidade de um ponto cair fora dos limites de controle é denominada de poder de detecção do gráfico (Pd):

$$Pd = 1 - \beta = 1 - \Pr(LSC_{\bar{X}} \leq \bar{X} \leq LIC_{\bar{X}} / \mu = \mu_0 + \delta\sigma_0) \quad (8)$$

ou

$$Pd = \Pr(Z \leq -L + \delta\sqrt{n}) + \Pr(Z \leq -L - \delta\sqrt{n}) \quad (9)$$

O desempenho dos gráficos de controle é medido pelo número médio de amostras até o sinal (NMA) ou pelo tempo esperado até o sinal (TES). Estas medidas

de desempenho dependem dos parâmetros de projeto do gráfico de controle: tamanho da amostra (n) intervala de amostragem (h) e fator de abertura dos limites de controle (L). Os parâmetros de projeto influenciam de forma diferente no desempenho dos gráficos de controle, nos riscos α e β e no custo de inspeção (COSTA, EPPRECHT E CARPINETTI, 2005).

Durante o período em controle o $NMA = 1/\alpha$ e é denominado NMA_0; durante o período fora de controle $NMA = 1/Pd$. Quando um processo está sob controle é desejável que o número médio de amostras retiradas do processo desde o início do monitoramento até o sinal (NMA_0) seja grande, de modo a garantir poucos alarmes falsos. Quando um processo está fora de controle é desejável que o número médio de amostras retiradas desde a ocorrência de uma causa especial até o sinal (NMA) seja pequeno, de modo a garantir uma rápida detecção da causa especial.

O TES, isto é, o tempo esperado entre a ocorrência da causa especial e a sua detecção é dado por:

$$TES = E(TS) = E(h * NAS - M) = h * E(NAS) - E(M) \quad (10)$$

onde TS é o tempo até o sinal, NAS é o número de amostras até o sinal, M é o intervalo de tempo entre o momento da retirada da última amostra antes da ocorrência da causa especial e a ocorrência da causa especial. O número médio de amostras até o sinal, E(NAS), é o NMA. A causa especial pode ocorrer em qualquer instante dentro de um intervalo h. Para simplificar a análise, h é ajustado a uma distribuição uniforme com espaço amostral [0,h] - M ~ U (0, h), tem-se:

$$E(M) = h/2. \quad (11)$$

Portanto, substituindo (11) em (10) e E(NAS) por NMA, tem-se:

$$TES = h * NMA - h/2 = h/Pd - h/2 \quad (12)$$

Durante o período em controle o TES é denominado TMAF, tempo médio até a ocorrência de um alarme falso.

$$TMAF = h/\alpha = h * NMA_0 \quad (13)$$

A Figura 5 ilustra o tempo até o sinal:

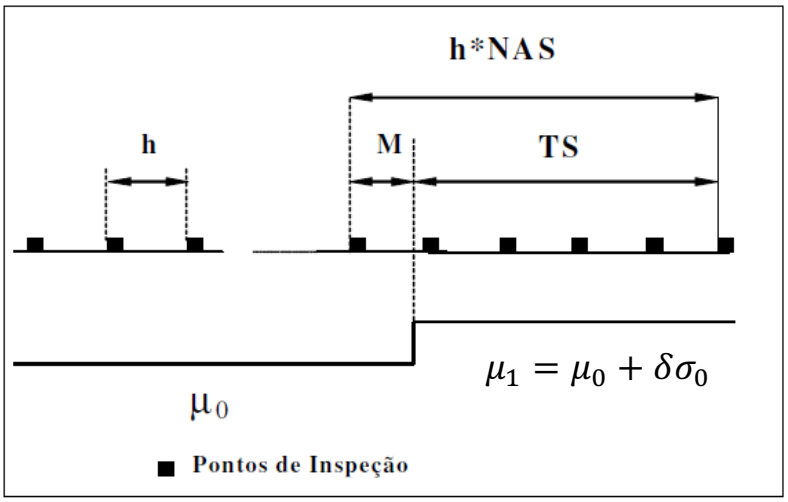

Figura 5 – Tempo Esperado até o Sinal (TES)
(Fonte: adaptada de COSTA, EPPRECHT E CARPINETTI, 2005, p.100)

O desempenho do planejamento dos Gráficos de Controle, que consiste na determinação dos valores de seus parâmetros de construção (n, h e L), pode ser medido pelo NMA ou pelo TES que determinará a rapidez com que o Gráfico detecta a causa especial. Machado (2006) apresenta por meio de um exemplo a influência dos parâmetros de construção do Gráfico na eficiência estatística e no custo de monitoramento:

- um aumento do tamanho da amostra melhora o desempenho do gráfico, ou seja, aumenta o poder de detecção de um desajuste do processo. Consequentemente, o risco β diminui. Porém, o custo de inspeção se eleva com o aumento do tamanho da amostra;
- o risco α independe de n. Já o aumento de L tem um impacto negativo sobre o desempenho dos gráficos, pois diminui o seu poder de detecção (Pd). Em contrapartida, reduz-se a incidência de alarmes falsos, ou seja, o risco α diminui;

- valores pequenos do intervalo de amostragem (h) implicam em custos elevados com amostragens e maior incidência de alarmes falsos, devido a rapidez na retirada de amostras;
- O poder de detecção (Pd) aumenta com o aumento da magnitude do deslocamento da média (δ) e/ou com o aumento do tamanho da amostra (n), consequentemente, o NMA se reduz;
- o investimento em inspeção pelo aumento da amostra é compensado pela redução do tempo que o gráfico requer para sinalizar a causa especial, isto é, o processo permanece menos tempo fora de controle, diminuindo assim o prejuízo advindo de operar o processo em tal condição.

Porém, antes de se planejar o gráfico de controle de Shewhart, como afirma Machado (2006), é importante investigar se as condições do processo a ser monitorado satisfazem às suposições necessárias para a utilização do gráfico, isto é, se as observações da característica de qualidade de interesse são independentes e normalmente distribuídas, pois segundo Montgomery (2004), a suposição mais importante relativa aos gráficos de controle é a de independência das observações, porque os gráficos de controle convencionais não funcionam bem se a característica da qualidade apresenta níveis, ainda que baixos, de correlação ao longo do tempo.

Especificamente, esses gráficos de controle darão resultados enganosos sob a forma de demasiados alarmes falsos se os dados são autocorrelacionados, como será melhor explicado no Capítulo 4, presentes em processos por batelada ou contínuos frequentemente encontrados na indústria química e na indústria metalúrgica. Este aspecto tem sido enfatizado por vários autores, incluindo Russo e Camargo (2004), Moreira e Echeveste (2004), Moreira e Caten (2004) e Costa, Eprecht e Carpinetti (2005), os quais afirmam que tais processos raramente produzem observações independentes, de modo que não podem ser monitorados pelos gráficos convencionais. Este problema não se restringe somente a estes processos, mas também, a processos discretos altamente automatizados que descrevem resultados de equações diferenciais, ou seja, associados ao fluxo ou taxa.

Portanto, é extremamente importante antes de iniciar o planejamento de um gráfico de controle para o monitoramento de um processo, identificar se ele produz observações independentes ou se é autocorrelacionado, pois um gráfico de controle inadequado, que produza alarmes falsos em excesso, poderá cair em descrédito ou mantido apenas para cumprir alguma exigência formal.

3 PLANEJAMENTO ECONÔMICO

Neste capítulo, são apresentados alguns modelos econômicos encontrados na literatura e suas deficiências, com maior ênfase no modelo de Duncan (1956), foi aplicado neste trabalho.

3.1 INTRODUÇÃO

Desde a década de 50, muitos pesquisadores têm se concentrado no aspecto econômico do planejamento dos gráficos de controle $\bar{X}$, interesse este que, segundo Montgomery (2004), decorre do fato deste tipo de gráfico de controle ter um grande uso na prática. Os primeiros modelos desenvolvidos se baseiam no planejamento semieconômicos propostos por Girshick e Rubin (1952). Porém, este modelo tem enfoque puramente teórico e não conduz a regras de controle de processo de fácil implementação prática.

Duncan (1956) publicou o primeiro modelo totalmente econômico para o planejamento ótimo dos gráficos de controle de Shewhart, além de incorporar a metodologia formal de otimização na determinação dos parâmetros de projeto.

Segundo Chen (2003), o planejamento econômico dos gráficos de controle consiste em desenvolver um modelo de custo para um determinado tipo de processo de fabricação e, em seguida, determinar os parâmetros ótimos dos gráficos de controle, minimizando em longo prazo o custo esperado por hora no monitoramento. Portanto, o planejamento econômico dos gráficos de controle $\bar{X}$ é desenvolvido baseado em uma função de custo horária, admitindo-se que o processo inicia em um estado sob controle, passa pelo estado de desajuste, até a eliminação da causa especial, com a acumulação de custos durante este ciclo (MONTGOMERY, 2004).

Assim, ao invés de definir os parâmetros de projeto n, h e L (tamanho de amostra, intervalo de tempo entre amostras consecutivas, e o fator de abertura dos limites de controle), por meios estatísticos, o planejamento passa a abordar características do processo e, segundo Mortarino (2010), esta abordagem gera uma técnica mais adequada às características do processo de produção a ser monitorado.

Muitos pesquisadores seguiram o modelo proposto por Duncan (1956), em que o tempo esperado em que o processo permanece sob controle é uma variável aleatória exponencial com média $1/\lambda$ (sendo λ, a frequência de ocorrências por hora) e trabalha com os três parâmetros mencionados anteriormente, entre eles: Knappenberger e Grandage (1969), Gibra (1969, 1975), Montgomery *et al*. (1975), Lorenzen e Vance (1986) e Collani (1987), Zhang, Xie e Goh (2008), Chen (2004), Chou, Chen e Liu (2001), Montgomery *et al*.(1995), Torng *et al*. (1995), Prabhu, Montgomery e Runger (1997), Prabhu, Runger e Keats (2001), De Magalhães, Epprecht e Costa (2001) e Torng, Lee e Liao (2009).

Há muitos estudos relacionados ao planejamento econômico de gráficos de controle. Neste trabalho, alguns exemplos são citados, porém, revisões mais abrangentes podem ser encontradas em Montgomery (1980), Svoboda (1991), Ho e Case (1994), Keats *et al*. (1997) e Ho e Trindade (2009).

Woodall (1985) já mencionava que o projeto econômico dos gráficos de controle possui pontos fracos pois os riscos estatísticos (erro tipo I e II) não são levados em consideração. O primeiro a considerar restrições estatísticas nos modelos foi Saniga (1989). Nesta mesma linha, tem-se os trabalhos de Saniga *et al* (1995) e Chen e Yeh (2009).

3.2 MODELO DE DUNCAN

Baseado no trabalho de Girshick e Rubin (1952), Duncan desenvolveu um modelo para o planejamento econômico que utiliza um critério para maximizar a receita líquida do processo por unidade de tempo. Para isso, Duncan admitiu algumas suposições:

- O processo inicia em um estado sob controle μ_0 e uma causa especial de magnitude δ desloca a média do processo para $\mu_0 \pm \delta\sigma$;
- Quando desajustado, inicia-se uma busca pela causa atribuível, porém, o processo não é interrompido;
- Os custos de ajustes ou reparos não são levados em consideração;

- O mecanismo de falha segue um processo de Poisson, assim o tempo esperado em que o processo permanece sob controle segue uma distribuição exponencial;
- Os custos baseiam-se em quatro etapas do ciclo de produção: período sob controle, período fora de controle, tempo de extração de uma amostra e interpretação dos resultados, e o tempo para encontrar a causa especial;
- Quando o processo está efetivamente fora de controle, o mesmo se comporta como uma distribuição geométrica com média 1/(1-β);
- O tempo exigido para encontrar a causa atribuível é uma constante D;
- Supõe-se conhecidos os valores de μ_0, δ e σ.

Como o Modelo de Duncan (1956) baseia-se na divisão do ciclo de produção em quatro etapas, são considerados os seguintes custos:

- a_1 - Custo fixo de extração de uma amostra de tamanho n;
- a_2 - Custo variável de extração de uma amostra de tamanho n;
- a_3 - Custo de determinação de um causa atribuível;
- a_4 - Custo de investigação de um alarme falso;
- a_5 - Custo horário da penalidade associada à produção no estado fora de controle.

Para a elaboração do modelo, segundo Montgomery (2004), torna-se necessário determinar os períodos em cada uma das quatro etapas do ciclo de produção. Assim, como o período sob controle segue uma distribuição exponencial, o intervalo de tempo que o processo permanece neste estado tem média 1/λ, portanto, dada a ocorrência da causa especial entre a $j^{\underline{a}}$ e a $(j+1)^{\underline{a}}$ amostras, o tempo esperado de ocorrência dentro deste intervalo é dado pela probabilidade de ocorrência no tempo *t* no intervalo entre a $j^{\underline{a}}$ e a $(j+1)^{\underline{a}}$ amostras dado que a ocorrência está no intervalo entre a $j^{\underline{a}}$ e a $(j+1)^{\underline{a}}$ amostras, representado pela expressão (14):

$$\tau = \frac{\int_{jh}^{(j+1)h} e^{-\lambda t}\lambda(t-jh)dt}{\int_{jh}^{(j+1)h} e^{-\lambda t}\lambda dt} = \frac{1-(1+\lambda h)e^{-\lambda h}}{\lambda(1-e^{-\lambda h})} \qquad (14)$$

Quando uma causa atribuível ocorre, ela pode ou não ser detectada dependendo do poder de detecção do gráfico. A probabilidade de ela ser detectada em qualquer amostra subsequente, denominada de poder de detecção do gráfico, é dada por:

$$Pd = 1 - \beta = \int_{-\infty}^{-k-\delta\sqrt{n}} \emptyset(z)dz + \int_{k-\delta\sqrt{n}}^{\infty} \emptyset(z)dz \quad (15)$$

onde $\emptyset(z) = (2\pi)^{-1/2} e^{(-z^2/2)}$ é a densidade normal padrão.

O número de amostras exigidas para produzir um sinal de fora de controle, é 1/(1- β). Pelo fato do processo fora de controle se comportar como uma variável aleatória geométrica, tem-se que o comprimento esperado do período fora de controle é h/(1- β) $- \tau$.

O tempo exigido para extrair uma amostra, interpretar os resultados e achar a causa atribuível é gn + D, onde g é uma constante proporcional ao tamanho da amostra. Desta forma, o tempo esperado de um ciclo completo é:

$$E(T) = \frac{1}{\lambda} + \frac{h}{(1-\beta)} - \tau + gn + D \quad (16)$$

Como a probabilidade de um alarme falso é dada por

$$\alpha = 2\int_{k}^{\infty} \emptyset(z)dz \quad (17)$$

tem-se que o número esperado de alarmes falsos é o número esperado de amostras extraídas antes da mudança da média multiplicada pela probabilidade de alarme falso (erro tipo I), ou seja:

$$\alpha \sum_{j=0}^{\infty} \int_{jh}^{(j+1)h} je^{-\lambda t} dt = \alpha * \frac{e^{-\lambda h}}{1-e^{-\lambda h}} \quad (18)$$

Portanto, com os períodos do ciclo de produção definidos é possível determinar a função de custo horária, que deve ser minimizada:

$$E(L) = \frac{a_1 + a_2 n}{h} + \frac{a_5\left[\frac{h}{1-\beta} - \tau + gn + D\right] + a_3 + a_4 \frac{\alpha e^{-\lambda h}}{(1 - e^{-\lambda h})}}{\frac{1}{\lambda} + \frac{h}{1-\beta} - \tau + gn + D} \quad (19)$$

3.3 OUTROS MODELOS E ADAPTAÇÕES

Quando Duncan (1956) adotou uma variável aleatória de distribuição exponencial para o modelo, supôs que o processo não possui memória, o que contradiz alguns estudos realizados por Baker (1971) e Hu (1984), que mostram que o deslocamento da média de um dado processo não ocorre de acordo com um processo de Poisson, como pressuposto por Duncan (1956). Isto se deve ao fato de Baker (1971) considerar que a escolha adequada do mecanismo de falha do processo, ou seja, a distribuição de probabilidade que modela a ocorrência do desvio no processo, com base em informações sobre o processo de produção, é um requisito importante a ser considerado no planejamento econômico ótimo dos gráficos de controle. Então Baker (1971) criou um modelo discreto que pressupõe que a ocorrência dos desvios do processo é ditada por meio de uma Cadeia de Markov e difere do modelo de Duncan, devido ao fato do tempo de duração do processo no estado sob controle ser uma variável aleatória geometricamente distribuída para processos não-regenerativos e uma variável aleatória com distribuição de Poisson para processos regenerativos, além do parâmetro de intervalo da amostra estar implícito na função de custo.

Seguindo a linha de pensamento de Baker (1971), outros pesquisadores procuraram desenvolver modelos econômicos com base em outras distribuições como: Banerjee e Rahim (1988), com base na distribuição de Weibull, Rahim e Banerjee (1993), Chen e Yeh (2009) com base na distribuição Gamma, além dos pesquisadores Zimmer e Burr (1963), Yourstone e Zimmer (1992), Chou, Chen e Liu (2000), e Chen (2003) com base na distribuição de Burr.

Já Ladany (1973) e Ladany e Bedi (1976) seguem a linha de Duncan, porém apresentam um modelo econômico desenvolvido com base no número esperado de interrupções no processo, calculado a partir da probabilidade de haver interrupções entre duas amostras consecutivas. O tempo total do processo difere do modelo de Duncan devido ao fato de iniciar e terminar com os *setups* do processo ou os ajustes

que recolocam o processo no estado sob controle, tendo sua função de custo significativamente diferente de todos os outros modelos, além do modelo trabalhar com os parâmetros de tamanho da amostra, intervalo entre amostras e o número de desvios padrões para a determinação dos limites de controle.

Outro pesquisador que apresentou um modelo econômico interessante foi Taguchi (1981, 1990) com contribuições de Srivastava e Wu (1991, 1995). Taguchi desenvolveu um modelo com sua função de custo baseada na função perda quadrática, em que se penaliza os pequenos desvios do valor alvo e se considera os parâmetros de limites de controle e o intervalo entre amostras medidas em unidades produzidas, não considerando, explicitamente, o mecanismo de falha do processo, bem como a sequência do processo. O modelo serve para processos não regenerativos, em que os *setups* são não planejados.

Para processos autocorrelacionados, alguns autores desenvolveram modelos baseados no modelo de correlação proposto por Yang e Hancock (1990) como: Chou, Liu e Chen (2001) que empregaram o modelo de custos de Duncan (1956); Liu, Chou e Chen (2002) empregaram o modelo de custo de Alexander *et al.* (1995) baseado na função de perda de Taguchi; Chen, Hsie e Chang (2007) apresentam um modelo de custo para o gráfico de controle com tamanho de amostra e intervalo de amostragem variáveis (VSSI) para dados correlacionados. Chen e Chiou (2005), também empregaram o modelo de autocorrelação de Yang e Hancock (1990), porém, usam o modelo de custo desenvolvido por Costa (1997, 2001) que utiliza cadeia de Markov para obtenção das propriedades do gráfico. E, mais recentemente, Torng *et al.* (2009) modificaram o modelo de custo de Lorenzen e Vance's (1986) para determinação dos parâmetros para o gráfico de controle com amostragem dupla, porém, também utilizam o modelo de correlação de Yang e Hancock (1990).

Costa e Claro (2009) realizaram o planejamento econômico dos gráficos de controle $\bar{X}$ autocorrelacionados, utilizando o modelo de Duncan. Constataram que uma estratégia de amostragem considerando a criação de subgrupos racionais reduz significativamente o custo de monitoramento.

4 PROCESSOS AUTOCORRELACIONADOS

Neste capítulo, é apresentado o modelo proposto por Reynolds Jr., Arnold e Baik (1996), base para o modelo nesta dissertação, bem como algumas adaptações e outros modelos propostos.

4.1 INTRODUÇÃO

A autocorrelação dá-se quando há dependência entre observações da característica de qualidade, pois devido à rapidez com que itens são produzidos em processos contínuos, por batelada ou mesmo automatizados, faz com que a diferença entre observações muito próximas na escala do tempo seja muito menor que entre observações em instantes de tempo distantes. Esta falta de independência entre observações da variável de monitoramento de itens produzidos próximos na escala do tempo é diferente do caso tratado nesta dissertação, o qual assume que a média do processo oscila e, por conseguinte, valores da média de subgrupos racionais próximos na escala do tempo é que são correlacionados. Para efeito de distinção, o primeiro caso é denominado como dados ou observações auto correlacionadas e o segundo, como observações da média auto correlacionadas.

Este efeito tem sido a preocupação de alguns pesquisadores que vêm trazendo propostas de como monitorar tais processos. Segundo Stoumbos *et al.* (2000), há duas maneiras de se lidar com a autocorrelação: alargando os limites de controle ou modelando a estrutura correlacional com um modelo apropriado de série temporal.

Claro (2008), Vassilopoulos e Stamboulis (1978), Vanbrackle e Reynolds Jr (1997) e Schmid (1995) abordam o ajuste dos limites de controle com o objetivo de controlar a taxa de alarmes falsos e trabalhar com os dados originais. Schmid (1995) apresenta tabelas com o valores do fator de abertura L considerando o NMA_0 de 500, e os dados do processo que se ajustam a um modelo AR(1). Kramer e Schmid (1997) sugerem o uso destas tabelas quando o nível de autocorrelação é alto, porém, recomendam a escolha do valor do fator de abertura L de um processo independente, se o nível de correlação for moderado ou baixo.

Alwan e Roberts (1998), Harris e Ross (1991), Montgomery e Mastrangelo (1991), Mastrangelo e Montgomery (1995) e Lu e Reynolds Jr (1999a) apresentam alguns modelos e adaptações em que os valores da variável de monitoramento são os resíduos de um modelo de série temporal, em que a média do processo é positivamente autocorrelacionada, e que as observações se ajustam a um modelo AR(1) com erro aleatório adicional, e a propriedade de independência dos resíduos permite o uso de gráficos tradicionais. Quando ocorre uma perturbação no processo, a chance dela ser detectada na amostra subsequente a sua ocorrência é razoável, mas a partir desta, as chances de detecção diminuem substancialmente, pois o modelo tende a absorver o efeito da perturbação. No caso do gráfico de $\overline{X}$, a partir da segunda amostra após a mudança da média do processo, a sua capacidade de sinalização fica comprometida. Portanto, os gráficos de resíduos não têm as mesmas propriedades dos gráficos cujas variáveis de monitoramento são funções diretas das observações originais. Isto foi demonstrado pela primeira vez por Ryan (1991), para o modelo AR (1). À mesma conclusão chegaram Wardel *et al*. (1994) após estudarem a distribuição do número de amostras dos resíduos até o sinal e, mais recentemente, Zhang (1997) e Lu e Reynolds Jr (1999a).

4.2 MODELO DE REYNOLDS JR, ARNOLD E BAIK

Reynolds Jr., Arnold e Baik (1996) utilizaram o modelo autoregressivo e de médias móveis de primeira ordem (ARMA(1,1)) para representação do processo que tornou referência para muitas pesquisas. Neste modelo, a média do processo oscila de acordo com um modelo AR(1) e além disso, as observações da característica de qualidade, entre itens de mesmos subgrupos racionais, são consideradas independentes e normalmente distribuídas em torno do valor da média do processo no instante em que o subgrupo é formado. Estes autores, estudaram as propriedades do gráfico de controle $\bar{X}$ utilizando intervalos entre amostragens variáveis (AIV) e fixos (AIF). Concentraram-se na detecção de causas especiais em processos cuja média "oscila" ao redor de um valor alvo, quando as causas especiais não estão presentes, ou em torno de

um valor distante do valor alvo, na presença das mesmas. Neste caso, o modelo é dado por:

$$X_k = \mu_k + e_k \tag{20}$$

em que a média μ_k, no período t_k, se comporta de acordo com um modelo estocástico e a variância de X_k tem duas componentes: a primeira é a variância de longo prazo de μ_k e a segunda é a variância do erro aleatório e_k de curto prazo, atribuída muitas vezes ao erro de medição, além do erro aleatório adicional α_k associado à oscilação da média. Todas as variações são consideradas constantes ao longo do tempo.

O modelo considerado para μ_k para AIF é o AR(1):

$$\mu_k = (1 - \phi)\xi + \phi\mu_{k-1} + \alpha_k \tag{21}$$

onde $\mu_k \sim N[E(\alpha_k) = \xi\ , \sigma_\mu^2 = \frac{\sigma_\alpha^2}{1-\phi^2}]$

A esperança de X_ke a variância do modelo são:

$$E(X_k) = E(\mu_k + e_k) = \xi \tag{22}$$

$$\sigma_X^2 = \sigma_\mu^2 + \sigma_e^2 = \frac{\sigma_\alpha^2}{1-\phi^2} + \sigma_e^2 \tag{23}$$

em que ξ é o valor em torno do qual a média do processo oscila: com o processo em controle $\xi = \mu_0$ e com ele fora de controle $\xi = \mu_0 + \delta\alpha_x$.

Uma parcela da variabilidade do modelo é devida à parte auto regressiva designado por ψ e o restante devido ao erro, com:

$$\psi = \frac{\sigma_\mu^2}{\sigma_X^2} = \frac{\sigma_\mu^2}{\sigma_\mu^2 + \sigma_e^2} \tag{24}$$

Quando ψ = 1 ($\sigma_e^2 = 0$) os dados do processo são explicados puramente por um modelo AR(1), ao passo que, quando ψ = 0 ($\sigma_\mu^2 = 0\ e\ \sigma_e^2 > 0$), sofrem apenas influências aleatórias não existindo estrutura de correlação presente, ou seja, os dados passam a ser independentes.

Já o modelo considerado para AIV continua sendo o AR(1), porém, a correlação entre $\mu_k\ e\ \mu_{k-1}$ passa a depender do intervalo de amostragem (t):

$$\mu_k = (1 - \phi^t)\xi + \phi^t \mu_{k-1} + \alpha_k \tag{25}$$

A variância de α_k é dada por:

$$\sigma_{\alpha_k}^2 = \frac{(1-\phi^{2t})\sigma_\alpha^2}{(1-\phi^2)} \tag{26}$$

Quando $\phi(t) \to 1$ e $\sigma_\alpha^2(t) \to 0$ então $t \to 1$ na expressão (25), ou seja, quanto mais próximo for o intervalo entre amostras maior será a correlação entre as médias.

Para comparação, Reynolds Jr., Arnold e Baik (1996) adotaram a eficiência dos gráficos de controle no monitoramento de processos independentes como referência, e o desempenho é medido pelo NMA e o tempo médio até o sinal (TMS) considerando diferentes deslocamentos (δ) expressos em unidades de desvio-padrão do modelo, $\delta = (\xi - \xi_0)/\sigma_X$. Concluíram que, apesar de o gráfico de controle com intervalo variável (AIV) ser mais eficiente que o com intervalo fixo (AIF), o efeito da autocorrelação é sempre de aumentar o tempo de detecção da causa especial, porém com processos altamente autocorrelacionados a diferença entre eles é pequena.

4.3 OUTROS MODELOS E ADAPTAÇÕES

Wardell *et al*. (1992) implementaram o gráfico EWMA para um processo ARMA (1,1) e observaram que a capacidade do gráfico EWMA em detectar mudanças na média de processo é bastante robusta quando os dados são correlacionados. Claro, Costa e Machado (2008) e Costa e Claro (2008) estenderam os estudos de Wardell *et*

al. (1992) investigando como a dependência entra as amostras afeta a velocidade de detecção em gráficos de controle $\bar{X}$ com amostragem dupla.

VanBrackle e Reynolds Jr (1997) introduziram uma modificação do gráfico de controle de média móvel ponderada exponencialmente (EWMA) para o modelo AR(1) com erro aleatório adicional, quando apenas uma observação está disponível em cada amostra e utilizaram o método de equação integral e cadeias de Markov para avaliar o NMA do gráfico de controle de EWMA e de soma acumulativa (CUSUM). Concluíram que o desempenho é extremamente afetado quando é alto o grau de autocorrelação e grande a oscilação da média.

Zhang (1998) propôs uma extensão do gráfico de controle tradicional EWMA denominado EWMAST, que utiliza o valor obtido pela estatística EWMA das observações originais como estatística de controle e os limites são determinados a partir de um conjunto histórico de observações com processo em controle, levando em conta apenas a autocorrelação da série de observações de forma independente do modelo. Para comparação, utilizou o gráfico de controle EWMA com linha móvel proposto por Montgomery e Mastrangelo (1991) com os modelos AR(1), AR(2) e ARMA(1,1) e demonstrou que o EWMAST é mais eficiente em processos com autocorrelação positiva e moderada quando se quer detectar deslocamentos de pequena e média magnitude da média.

Lu e Reynolds Jr (1999a, 1999b) consideraram o modelo ARMA(1,1) e estudaram o poder de detecção do gráfico de EWMA baseado nos resíduos. O desempenho deste gráfico foi comparado com o gráfico de EWMA baseado nas observações originais e conclui-se que a autocorrelação mascara pequenas mudanças na média do processo e quanto maior for o grau de autocorrelação, o tempo para detectar mudanças na média do processo de determinada magnitude é muito maior se comparado com um processo independente.

Ainda utilizando o modelo ARMA(1,1), aprofundaram seus estudos considerando o problema de monitorar simultaneamente a média e a variância de um processo em que seis esquemas de monitoramento envolvendo os gráficos de Shewhart e de EWMA foram testados e, dentre eles, duas combinações ofereceram melhores desempenhos: gráfico de Shewhart para os resíduos com EWMA para os resíduos e

com EWMA para as observações originais e devido a facilidade na interpretação e eficiência na detecção de desvios na média e/ou variância, especialmente com grau de autocorrelação baixo a moderado, a segunda combinação é preferida.

Jiang *et al.* (2000) propuseram uma extensão do esquema EWMA baseado no monitoramento da estatística ARMA das observações originais e demonstraram que o esquema proposto é melhor quando comparado ao gráfico EWMAST proposto por Zhang (1998) na presença de dados autocorrelacionados por meio de simulação.

Ainda utilizando-se do modelo ARMA(1,1), Lu e Reynolds Jr (2001) investigaram o desempenho do gráfico de controle CUSUM no monitoramento da média, considerando os esquemas de observações originais e resíduos oriundos do modelo ARMA (1,1) e chegaram a conclusão de que para níveis moderados de autocorrelação ambos os esquemas apresentam desempenho semelhante quanto ao tempo de detecção de uma causa especial. O mesmo acontece quando se tem níveis elevados de autocorrelação, mas o deslocamento da média é pequeno. No entanto, quando o desvio da média e a autocorrelação são grandes o esquema CUSUM baseado nos resíduos apresenta melhor desempenho. Mas comparado com os gráficos de Shewhart e de EWMA, apresentou desempenho similar.

Zou, Wang e Tsung (2008) estenderam o trabalho de Reynolds Jr., Arnold e Baik (1996) propondo o uso de dois gráficos de controle adaptativos: um com amostragem em intervalo variável em tempo pré-definido (AIVPD) e o outro com amostras com tamanho variável e amostragem em intervalo variável em tempo pré-definido (ATIVPD). O esquema AIVPD é uma modificação do esquema AIV e o esquema ATIVPD considera adicionalmente o caso em que uma amostra possui mais de uma observação.

Em ambos os esquemas, o conceito é utilizar intervalo entre as amostras longo se não houver indicação de mudança na média do processo: caso contrário, o intervalo entre as amostras é diminuído a uma fração pré-definida do intervalo original. No esquema ATIVPD que considera amostras não unitárias, quando não há sinalização de mudança no processo a próxima amostra é pequena e tomada em intervalo longo pré-definido, caso contrário, a amostra seguinte é grande e tomada em intervalo menor. Para verificação da eficiência do esquema proposto, este foi comparado com os

esquemas AIV e EWMA ($\lambda = 0,2$) e constatou-se que os esquemas AIVPD e AIV possuem desempenho similar, porém o esquema ATIVPD tem melhor desempenho para detecção de pequenos e moderados deslocamentos quando a oscilação da média é pequena como no esquema EWMA. Para maiores deslocamentos, o esquema AIVPD apresentou melhor desempenho.

Sheu e Lu (2008) utilizaram o gráfico proposto por Sheu e Lin (2003) denominado *Generally Weighted Moving Average* (GWMA) e compararam com o esquema EWMA no monitoramento dos resíduos obtidos através do modelo ARMA(1,1) levando em consideração o desajuste da média e/ou variância do processo. Demonstraram que, para pequenos deslocamentos, o esquema GWMA possui desempenho superior, no entanto, para grandes desvios, ambos possuem desempenho ruim.

Lin e Chou (2008) analisaram o desempenho do gráfico de Shewhart considerando tamanho de amostra e intervalo de amostragem variável (ATIV) e compararam o desempenho do gráfico de Shewhart com parâmetro fixo (PF), amostragem com intervalo variável (AIV), amostra de tamanho variável (ATV) e o esquema EWMA. Concluíram que o esquema EWMA é melhor na detecção de pequenos deslocamentos da média, especialmente quando há um alto grau de autocorrelação.

Ainda analisando o desempenho do gráfico de Shewhart considerando tamanho de amostra e intervalo de amostragem variável, Lin (2009) demonstrou que, quando o grau de autocorrelação do processo é pequeno e a média oscila pouco, o gráfico de ATIV é superior aos demais para detectar pequenos desvios na média do processo, entretanto, quando o grau de autocorrelação entre as médias do processo é alto e o deslocamento da média provocada por uma causa especial é grande, o esquema ATIV não é vantajoso. O ATIV foi comparado ao esquema CUSUM, apresentou desempenho inferior na detecção de pequenos deslocamentos da média especialmente quando há um alto grau de autocorrelação entre as médias do processo, porém, o esquema CUSUM não é tão eficaz na detecção de grandes desvios da média.

Sheu e Lu (2010) estenderam seus estudos e compararam o desempenho do gráfico de GWMA e EWMA através de simulação e apontaram um melhor

desempenho do gráfico de GWMA, na presença de autocorrelação, quando se deseja detectar pequenos desajustes na média. Contudo, o desempenho do gráfico de GWMA indica que o tempo para detectar mudança na média do processo é menor na presença de níveis baixos de autocorrelação.

Seguindo a vertente de Reynolds Jr., Arnold e Baik (1996) Costa e Machado (2011) realizaram um comparativo entre os gráficos de controle com parâmetros variáveis e amostragem dupla na presença da autocorrelação utilizando cadeias de Markov. E, mais recentemente, Costa e Castagliola (2011) estudaram o efeito do erro de medição e a autocorrelação nos gráficos de controle $\bar{X}$.

5 ALGORITMO GENÉTICO

Neste capítulo, são apresentadas as origens do método, sua estrutura, definições, relevância dos parâmetros bem como procedimentos para configuração dos mesmos.

5.1 INTRODUÇÃO

O Algoritmo genético (AG) foi desenvolvido originalmente por John H. Holland em 1975, em seu livro "Adaptation in Natural and Artificial Systems" e popularizado por David Goldberg em 1989 com o primeiro sucesso em uma aplicação industrial. Os AG's fazem parte de um escopo da chamada computação evolucionistas, em que pesquisadores de diferentes pontos dos Estados Unidos e Europa convergiam para a ideia de mimetizar o mecanismo de evolução biológica para resolver problemas das mais diversas áreas, em especial a de otimização, resultando em diferentes abordagens de algoritmos como estratégias evolucionistas (RECHENBERG, 1973), programação evolucionista (FOGEL *et al*, 1966) e algoritmos genéticos (DE JONG, 1975, GOLDBERG, 1989, DAVIS, 1991, MICHALEWICZ, 1996).

Concebido como uma ferramenta para estudo do comportamento adaptativo, os AG`s são procedimentos de busca, em espaços de buscas de soluções potenciais de um determinado problema, baseados num processo de aprendizagem de uma população de indivíduos (BACK e SCHWEFEL, 1993) através de sua adaptação, aplicando os mecanismos da seleção natural da teoria Darwiniana e da genética, ou seja, os indivíduos visam melhorar seu desempenho geral com relação a um dado problema (GOLDEBERG, 1989). Assim os AG`s são algoritmos de busca baseados nos mecanismos de seleção natural e genética, combinando a sobrevivência entre os melhores indivíduos com a troca de informação genética formando uma estrutura heurística de busca (MITCHELL, 1999).

O AG ficou largamente conhecido como método para otimização de funções e é atualmente o Algoritmo Evolutivo mais conhecido e utilizado. Segundo Chou, Cheng e Lai (2008) e Goldbarg *et al* (2004) o AG difere dos métodos tradicionais e possui algumas vantagens na solução de problemas complexos tais como:

1. Possibilidade de obter o ótimo global permitindo a passagem por soluções de ótimo local através dos seus operadores genéticos;
2. Opera sobre uma população de pontos (espaço de soluções codificadas) e não sobre um ponto isolado (um espaço de busca diretamente);
3. Necessita somente de informação sobre o valor de uma função de aptidão para cada membro da população sem qualquer outro tipo de conhecimento;
4. Usa transições probabilísticas e não regras determinísticas;
5. Permite a busca de varias soluções possíveis no mesmo tempo.

Segundo Grupe e Jooste (2004) o AG apresenta algumas limitações, pois não garante a resolução de um problema de uma forma otimizada, embora a solução ótima seja possível, portanto, encontra a melhor solução que eles são capazes de chegar dada a maneira pela qual elas são estruturadas e organizadas.

Entre as limitações do AG, tem-se:

1. Desenvolvimento de um AG e interpretação dos resultados requerem um analista que tenha habilidades exigidas tanto de programação quanto estatística/matemática;
2. Em algumas situações, os genes de alguns indivíduos considerados ótimos podem vir a dominar a população, fazendo com que convirjam para um mínimo ou máximo local. Uma vez que a população tenha convergido, a capacidade do AG para continuar a busca das melhores soluções é efetivamente eliminada: cruzamento de cromossomos quase idênticos produz poucos indivíduos novos. Então, somente a mutação continua a explorar inteiramente novas soluções;
3. Maior parte dos AGs dependem de geradores de números aleatórios que produzem resultados diferentes cada vez que o modelo funciona. Embora exista a probabilidade de haver um alto grau de coerência entre as corridas, eles podem variar;
4. Seleção de métodos pelos quais a população evoluirá exige uma reflexão e avaliação. Se o intervalo de soluções possíveis é pequeno, um AG irá

> convergir rapidamente em uma solução. Presumivelmente, um espaço de busca sem limites também é problemático, uma vez que podem exigir os tempos de execução excessiva. Quando a evolução continua muito rapidamente, alterando assim as boas soluções muito rápidas, os resultados podem perder a melhor solução.

Nos próximos tópicos deste capítulo serão apresentados os componentes básicos, a estrutura e os parâmetros bem como suas configurações e influências no AG.

5.2 COMPONENTES BÁSICOS E ESTRUTURA

Na busca por soluções ótimas, o AG utiliza uma combinação de estratégias de exploração e prospecção com reprodução e mecanismos de recombinação, respectivamente. A exploração é alcançada através do operador de reprodução em que são selecionados indivíduos (soluções) de valores da função de aptidão elevados para aumentar a probabilidade de convergência em direção a uma região ótima ou quase ótima. Embora outros métodos de seleção pudessem ser empregados, a roleta proposto por Holland (1975) é o tipo mais comum de seleção, segundo Deb (2001). Uma vez selecionados os indivíduos mais aptos, são aplicados os mecanismos de cruzamento e mutação, propagando assim o que é aprendido a partir de gerações anteriores, permitindo usar algumas soluções selecionadas aleatoriamente para trocas genéticas gerando novas soluções possíveis.

Pinho (2008) disserta a respeito de dois tipos de AG que diferem quanto à forma como os indivíduos criados são inseridos na população: o geracional e o de estado estacionário. Em uma estrutura geracional toda população anterior é substituída por completa pela nova população gerada, chamada de filhos, não existindo convivência, podendo ocorrer desta forma uma perda dos bons indivíduos envolvidos nas soluções. Assim, um método bastante empregado é o elitismo, em que o melhor ou os melhores indivíduos de uma geração são preservados e repassados à geração seguinte. Na estrutura de estado estacionário um único indivíduo é criado por vez, e

depois de realizada sua avaliação através da função aptidão, este será ou não inserido na população, em substituição a algum outro indivíduo em caso, por exemplo, de sua aptidão ser melhor que de um indivíduo da população.

As populações do AG são constituídas por indivíduos que podem ser representados por uma cadeia de binária, na qual cada indivíduo é capaz de representar completamente uma possível solução do problema tratado. Para problemas multidimensionais, como é o caso da presente pesquisa, pode-se utilizar um cromossomo para cada dimensão ou um cromossomo composto com as informações de todas as dimensões. Neste trabalho, adotou a primeira opção, assim cada indivíduo da população possui três cromossomos diferentes representando cada dimensão do problema.

Para melhor compreender a estrutura de um AG, seu fluxograma é apresentado na Figura 6.

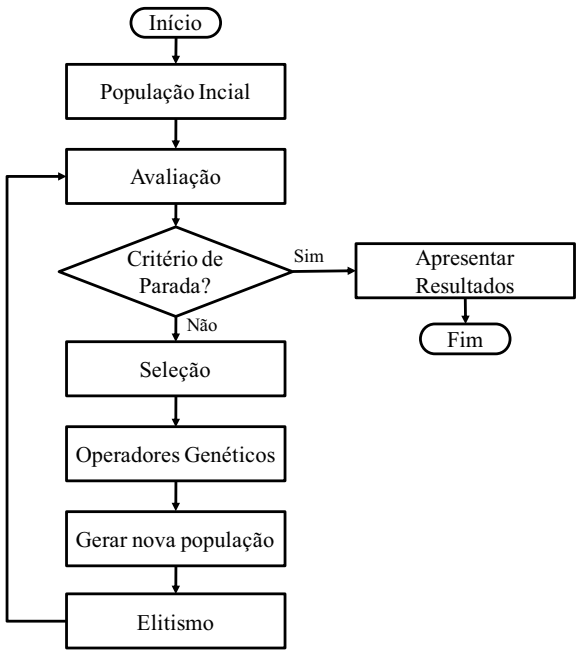

Figura 6: Fluxograma Básico de um AG.
(Fonte: adaptada HOLLAND, 1975)

5.2.1 População

Neste trabalho considera-se a existência de apenas uma população de tamanho constante (TP), em uma estrutura geracional em que toda geração anterior (pais) é inteiramente substituída pela outra (filhos), não existindo convivência.

Como o AG trata de um processo evolutivo, há a necessidade de uma população inicial. Aqui se utilizou a geração da população inicial de forma totalmente aleatória. Portanto, todos os indivíduos da população inicial são gerados aleatoriamente, significando que os cromossomos da população inicial são gerados aleatoriamente. Para isso, foi empregado o método da roleta em que a probabilidade de a roleta parar em 0 ou em 1 são iguais (50%). Assim, para gerar um cromossomo com n genes, aciona-se a roleta n vezes.

Porém, segundo Herrera, Lozano e Verdegay (1998), a representação binária não é adequada para problemas com múltiplas dimensões de variáveis contínuas, devido ao fato da necessidade de um grande número de *bits* dificultando a operação do AG. E o bom desempenho na busca de soluções não tem relação direta com o fato de usar uma representação binária. Assim, foram adotados para os parâmetros, fator de abertura dos Limites de Controle (L) e Intervalo de Amostragem (h), a representação com números reais e a representação binária é aplicada neste trabalho apenas para o parâmetro Tamanho da Amostra (n), devido a sua característica inteira.

Após a geração da população inicial, esta sofre operações sequenciais, geração após geração, e ao final de um determinado número de gerações total (NG), o processo evolutivo é parado, e tendo-se, então, a população final.

5.2.2 Avaliação

Avaliação é a ação de atribuir um valor a cada indivíduo através da função aptidão. Portanto, quanto maior o valor maior será a aptidão do indivíduo. Koza, Keane e Streeter (2003) defendem que a função aptidão deve refletir os objetivos do problema, tornando-se a função objetivo do problema.

Assim, a função de custo de monitoramento desenvolvida nesta pesquisa torna-se a função aptidão, em que para o melhor indivíduo é atribuído o menor custo de monitoramento (função de aptidão), tornando-se um problema de minimização, no qual, segundo Silva e Biscaia Jr (2003), não é bem aceito por alguns pesquisadores da área biológica, devido ao fato de os indivíduos mais aptos, com maiores valores da função de aptidão, terem maiores chances de sobreviver, como se trata de um

problema de minimização, o indivíduo mais apto é o de menor valor de aptidão, não contradizendo a afirmação anterior e sim apenas invertendo o ponto de vista.

Como a aptidão de um indivíduo não depende somente de sua avaliação, mas também das avaliações de todos os outros indivíduos da população, toda vez em que se é gerada uma nova população, torna-se necessária a avaliação de todos os indivíduos para que possa haver uma comparação, obtendo-se assim, o grau de aptidão de cada indivíduo.

5.2.3 Seleção

O processo de seleção é onde os indivíduos com melhor valor de aptidão possuem maior probabilidade de gerar um ou mais descendentes para a nova população, como uma espécie artificial de seleção apresentada por Darwin em que os indivíduos que melhor se adaptam ao meio sobrevivem. Segundo Deb (2001) o objetivo da seleção é trazer boas soluções para a nova população, eliminando as soluções com baixa aptidão, quando o tamanho da população é constante.

Assim, a geração da nova população é realizada através de uma seleção por torneio (BLICKLE e THIELE, 1995), em que são realizadas várias competições entre três indivíduos (soluções) e a melhor solução é copiada, repetindo este procedimento até que a população intermediária tenha o mesmo tamanho da população anterior. Existem outras estratégias de seleção tais como: Roleta (GOLDBERG, 1989), Torneio Proporcional, Seleção Aleatória (GOLDBERG, 1989), Seleção Determinística, Seleção Estocástica por Resto Sem Reposição, Seleção Estocástica por Resto Com Reposição (GOLDBERG, 1989), Seleção Estocástica Sem Reposição (DE JONG, 1975) e Seleção por Ranking (BLICKLE e THIELE, 1995), citadas por Vianna *et al* (2010). Porém, Deb (2001) mostra que o método de seleção por torneio possui uma convergência igual ou melhor que as outras estratégias, além de possuir uma complexidade computacional menor.

5.2.4 Operadores Genéticos

Uma vez selecionados os indivíduos para a reprodução, entram os operadores genéticos com o objetivo de manipular os indivíduos para obtenção de indivíduos mais adaptados ao ambiente na nova população. Compõem os operadores genéticos, os processos de recombinação (*crossover*) e a mutação.

Segundo Goldberg (1989), o operador de recombinação gera novos indivíduos (soluções) a partir de dois indivíduos escolhidos aleatoriamente na população intermediária, a qual já passou pelo processo de seleção, recombinando seus genes. Essa recombinação para cromossomos representados em forma binária pode ser feita através de alguns tipos de algoritmos como: cruzamento de um ponto, cruzamento de dois pontos, cruzamento de múltiplos pontos e cruzamento uniforme. Sendo a forma mais simples o cruzamento de um ponto que consiste em:

1. Escolher dois indivíduos arbitrariamente;
2. Escolher dentro da cadeia binária do indivíduo uma posição p1 chamada de posição de cruzamento;
3. Criar novos descendentes trocando as cadeias binárias parciais de cada um dos indivíduos.

A Figura 7 ilustra este processo para melhor entendimento.

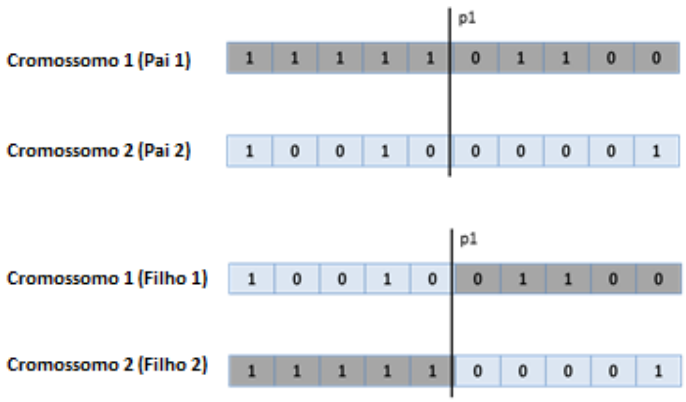

Figura 7: Exemplo de Cruzamento de um Ponto

(Fonte: adaptada PINHO, 2008)

As recombinações para representações reais podem ser realizadas por alguns tipos de algoritmos: *crossover* simples, *crossover flat*, *crossover* aritmético, *crossover* discreto. O algoritmo utilizado aqui para determinação dos parâmetros n, L e h é o *crossover flat* que consiste em:

1. Escolher dois indivíduos arbitrariamente;
2. Estabelecer um intervalo fechado de valores no cromossomo, do menor para o maior;
3. Criar novos descendentes escolhendo um valor aleatório pertencente a este intervalo.

É importante salientar que o cruzamento é realizado com uma probabilidade associada denominada de Probabilidade de *Crossover* (PC), que geralmente são valores próximos a 1.

Outro operador genético é o de mutação, que consiste em alterar, aleatoriamente, o valor dos alelos de alguns genes no cromossomo de um indivíduo, podendo transformar indivíduos menos aptos em mais aptos e vice-versa, mas esta pequena alteração impede que o algoritmo tenha uma convergência muito rápida, evitando sua estabilização em regiões de ótimos locais. Aqui o operador de mutação é aplicado em todos os indivíduos da população, assim em função da probabilidade de mutação (PM) associada, um gene pode ter ou não seu alelo trocado de 0 para 1 ou 1 para 0. Geralmente os valores da probabilidade de mutação são baixos.

5.2.5 Elitismo

O operador de elitismo consiste em manter na população gerada os melhores indivíduos da população anterior, não deteriorando a melhor solução ao longo das gerações. Uma maneira de aplicar o elitismo é copiar diretamente os n indivíduos mais adaptados da população atual para a seguinte e o restante é gerado por meio dos operadores genéticos. Outra forma de elitismo consiste em criar a nova população a partir da população atual usando os operadores genéticos, e escolher as melhores os melhores indivíduos de ambas as populações.

5.3 PARÂMETROS DO ALGORITMO GENÉTICO

Existem quatro parâmetros do AG que influenciam o tempo de processo e a convergência da função objetivo e, segundo Goldberg (1989) para se obter um bom desempenho no AG, faz-se necessária a correta configuração dos parâmetros de controle, tornando-se um dos aspectos mais relevantes dentro da estratégia dos AGs.

Castro e Cavalca (2003) apresentam esses quatro parâmetros do AG da seguinte forma:

1. Número de Gerações (NG) - caracteriza a condição de parada do algoritmo. Um aumento deste parâmetro resulta em um aumento linear do tempo de processamento como ilustrado na Figura 8;

2. Tamanho da População (TP) - representa o número de indivíduos de cada geração. O aumento deste número eleva a probabilidade da função objetivo convergir. No entanto, o tempo de processamento aumenta significativamente, como ilustrado na Figura 9;

3. Probabilidade de Mutação (PM) - é a probabilidade de que um gene de um dado cromossomo sofra mutação;

4. Probabilidade de Cruzamento (PC) - é a probabilidade de que ocorra o cruzamento de dois indivíduos dentro da população para a geração de dois novos indivíduos para a nova geração.

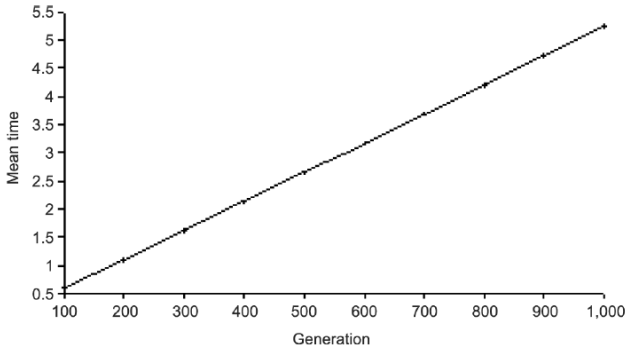

Figura 8: Influência do Número de Gerações no Tempo de Processamento

(Fonte: CASTRO e CAVALCA, 2003)

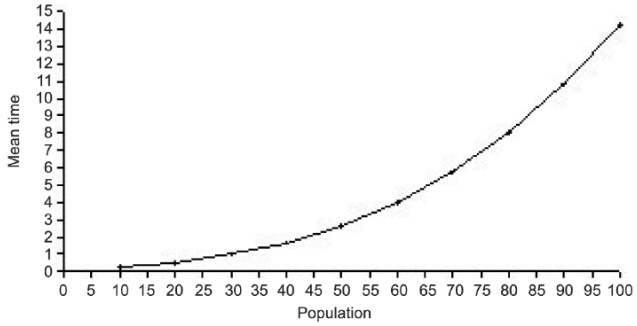

Figura 9: Influência do Tamanho da População no Tempo de Processamento
(Fonte: CASTRO e CAVALCA, 2003)

Pinho (2008) realizou uma pesquisa interessante a respeito dos parâmetros do AG encontrando na literatura uma gama de valores para os parâmetros. Para o tamanho da população, Pinho (2008) encontrou autores, como Georgy e Basily (2008), que afirmam que a determinação deve ser realizada por tentativa e erro baseada na experiência do pesquisador. Outros autores definem uma função, como é o caso de Goldberg (1989). E alguns autores são mais específicos indicando um intervalo ou mesmo tamanhos fixos de populações em suas pesquisas, como é o caso de Tanomaru (1995), Michel (1996), Lobo e Goldeberg (2004), Núñez-Letamendia (2007), Al-Aomar e Al-Okaily (2006) e Zhang e Ishikawa (2004). Já Hwang e He (2006), Myers e Handcock (1997), Kamei e Ishikawa (2004, 2007), Rees e Koehler (2006), Khalik *et al*. (2007), Azadeh e Tarverdian (2007), Cheng e Chang (2007).

O número de gerações é um critério de parada para o encerramento do processo, mas alguns autores, como Goldberg (1989), apresentam o critério de análise de convergência em que, por exemplo, analisa-se o desvio padrão dos valores de aptidão dos indivíduos da geração atual em comparação com o desempenho da geração anterior, e se o desvio padrão for igual ou menor que o estabelecido como aproximação aceitável, o processo então é encerrado, tornando o número de gerações apenas conhecido ao término do processo. E como ocorre com o parâmetro de tamanho da população alguns autores definem faixas ou valores fixos, como é o caso de Hwang e He (2006), Núñez-Letamendia (2007), Zhang e Ishikawa (2004), Kamei e Ishikawa (2004), Khalik *et al*. (2007), Al-Aomar e Al-Okaily (2006). O mesmo ocorre com a Probabilidade de Mutação e Cruzamento. Porém, a maioria dos autores utilizam-se de metodologias de planejamento de experimentos para a determinação dos

parâmetros ótimos dos AG`s, o que segundo Georgy e Basily (2008), traz uma melhor adequação do AG à aplicação, pois os parâmetros do AG dependem do tipo de aplicação que se está realizando. Assim, o planejamento de experimentos torna-se uma metodologia muito útil, que vem ao encontro de opiniões de vários autores, que trabalham com o planejamento econômico de gráficos de controle e também utilizam o planejamento de experimento, como: Choua, Chenb e Chenc (2005), Chen e Yeh (2009), Kaya (2009a, 2009b).

5.4 RESTRIÇÕES NOS ALGORITMOS GENÉTICOS

Num problema, em que seja necessária a satisfação de restrições adicionais, podem ser definidos como um conjunto em que haja um espaço de busca e um subconjunto de uma ou mais fórmulas lógicas que dividem este espaço de busca em uma região admissível e outra inadmissível. Porém, uma solução inadmissível não pode ser excluída do processo de busca, pois pode haver soluções que estão muito próximas de uma região admissível e conter características interessantes em termos de avaliação trazendo um ganho na agilidade na busca de soluções melhores.

Porém, como explicado por Falcão e Borges (2001), a convergência tende a ser mais lenta, pois há uma considerável carga computacional com o uso de restrições e uma solução é penalizar a avaliação do indivíduo lembrando. Estas penalidades aplicadas na função de aptidão são amplamente utilizadas para tratar problemas com restrições. Michalewicz (1996) apresentou seis alternativas de penalização da função de aptidão.

Assim, segundo Falcão e Borges (2001), pode-se lidar com soluções inviáveis no âmbito de um programa de evolução, que em geral é usado funções especiais que atribuem penas superiores a inviabilidade. As penalidades na função de aptidão devem ser muito sensível a grandes desvios e menos sensível a pequenos desvios, lembrando que se deve garantir que o pior indivíduo que respeita as restrições tem uma avaliação superior àquela do melhor indivíduo inadmissível.

6 MODELO PROPOSTO

6.1 MODELO QUE DESCREVE AS OBSERVAÇÕES DE X

O modelo que descreve as observações de X é baseado no modelo de Reynolds Jr., Arnold e Baik (1996) que possui duas componentes aleatórias, uma associada ao comportamento oscilatório da média do processo observada entre subgrupos racionais e outra associada à variabilidade natural entre observações de *X* pertencentes a um mesmo subgrupo racional. Pode-se denominar como um modelo AR(1) com erro aleatório adicional.

Assim, o modelo segue o modelo de Shewhart (1926) em que μ_k é a média do processo no instante em que a *k*-ésima amostra é formada e e_{ki} é o erro aleatório associado ao i-ésimo item da *k*-ésima amostra, fruto da imprecisão do instrumento de medida e da variabilidade natural do processo, então para *i*=1, 2,..,*n* e *k*=1, 2,..,

$$X_{ki} = \mu_k + e_{ki} \tag{27}$$

Em geral, assume-se que e_{ki} é uma variável aleatória com distribuição normal de média zero e desvio padrão 1, isto é e_{ki}~N(0,1). E a parte do modelo que descreve o comportamento oscilatório da média é descrita por um modelo auto regressivo de primeira ordem AR (1), dada pela expressão (28),

$$\mu_k = (1 - \phi^h)\xi + \phi^h \mu_{k-1} + \alpha_k \tag{28}$$

em que $|\phi^h| < 1$ determina o grau de correlação entre μ_k e μ_{k-1}, $\alpha_k \sim N(0, \sigma_\alpha)$ representa o erro aleatório adicional $\alpha_k \sim \mathrm{N}(0; \sigma_\alpha)$ associado à oscilação da média μ_k do processo e ξ é o valor em torno do qual a média do processo oscila.

Com o processo em controle $\xi = \mu_0$ e com ele fora de controle $\xi = \mu_0 + \delta\alpha_e$ diferenciando-se um pouco do modelo de Reynolds Jr, Arnold e Baik (1996), pois em um processo fora de controle $\xi = \mu_0 + \delta\alpha_X$. Os erros aleatórios e_{ki} e α_k são considerados independentes.

Alguns autores utilizaram este modelo para avaliar a eficiência de diferentes esquemas de controle. Dentre eles, Reynolds Jr, Arnold e Baik (1996), VanBrackle e Reynolds Jr (1997), Lu e Reynolds (1999, 1999a, 2001), Lin e Chou (2008), Zou, Wang e Tsung (2008) e Lin (2009).

De acordo com Reynolds Jr, Arnold e Baik (1996), se $\mu_1 \sim N(\xi, \sigma_\mu^2)$, então:

$$\sigma_\mu^2 = \frac{\sigma_\alpha^2}{(1-\phi^{2h})} \tag{29}$$

De acordo com a expressão (26), X possui duas componentes de variabilidade

$$\sigma_X^2 = \sigma_\mu^2 + \sigma_e^2 \tag{30}$$

A proporção da variabilidade de X atribuída à oscilação da média é dada pela expressão (31) e tem sido utilizada como medida do grau de oscilação.

$$\Psi = \frac{\sigma_\mu^2}{\sigma_X^2} = \frac{\sigma_\mu^2}{\sigma_\mu^2+\sigma_e^2} \tag{31}$$

Quando n > 1, da expressão (27) decorre que $\bar{X}_k = \mu_k + \bar{e}_k$, com $\bar{e}_k = \sum_{i=1}^{n} e_{ki}/n$. A variância de $\bar{X}_k$é então igual a:

$$\sigma_{\bar{X}}^2 = \sigma_\mu^2 + \frac{\sigma_e^2}{n} \tag{32}$$

Da expressão (32) e da definição de Ψ, dada pela expressão (31) segue que:

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma_e}{\sqrt{n}}\sqrt{1+\frac{n\Psi}{1-\Psi}} = \frac{\sigma_e}{\sqrt{n}} f(n, \Psi) \tag{33}$$

Como os limites de controle são dados por $\mu_0 \pm L^* \sigma_e/\sqrt{n}$, onde $L^* = f(n,\Psi)L$ e quando a média do processo não oscila, a expressão (33) se reduz a $\sigma_{\bar{X}} = \sigma_e/\sqrt{n}$, tem-se que $f(n,\Psi)$ mede o quanto os limites de controle ($\mu_0 \pm L\,\sigma_e/\sqrt{n}$) devem ser alargados para compensar o comportamento oscilatório da média do processo.

Leoni, Costa e Machado (2010) apresentam com um exemplo a influência dos valores de *n* e de Ψ sobre o fator de abertura adicional $f(n,\Psi)$ dos limites de controle, resultante do movimento oscilatório da média, como pode-se observar na Tabela 1. Para entender melhor o resultado apresentado, $f(n,\Psi) = 1{,}1$ significa que os limites de controle alargaram-se em 10%.

Tabela 1 - Valores do Fator de Abertura Adicional $f(n,\Psi)$.
(Fonte: LEONI, COSTA e MACHADO, 2010)

n	Ψ	$\boldsymbol{f(n,\Psi)}$
1	0,1	1,05
	0,5	1,41
	0,9	3,16
4	0,1	1,20
	0,5	2,24
	0,9	6,08
20	0,1	1,80
	0,5	4,58
	0,9	13,45

Da Tabela 1 pode-se observar que, ao aumentar a proporção da variabilidade de *X* atribuída à oscilação da média (Ψ) há um alargamento dos limites de controle e este efeito é intensificado conforme se eleva o valor de n.

Outra questão a ser abordada no modelo é a relação entre o valor de *h*, a variância do erro aleatório adicional (σ_α^2) e a correlação entre $\mu_k e\ \mu_{k-1}$.

Em que de acordo com as expressões (28) e (29), à medida que *h* aumenta, σ_α^2 também aumenta, contudo a correlação entre $\mu_k e\ \mu_{k-1}$, dada por ϕ^h, diminui, de tal sorte que a variância σ_μ^2, parâmetro do movimento oscilatório da média, permanece independente de *h*.

Em outras palavras, em intervalos *h* mais espaçados o valor da variável μ_k depende mais do movimento oscilatório e menos do valor de μ_{k-1}, contudo, sua variância é sempre constante e igual a σ_μ^2, para todo e qualquer valor de *h*. A Tabela 2 apresenta a influência do intervalo de retirada de amostras em σ_α^2 e ϕ^h, para $\sigma_\mu^2 =$

5,2632. A Tabela 2 ilustra o fenômeno citado, em que, para um determinado *h,* o modelo passa a ser independente ($\phi^h = 0$), dependendo apenas do movimento oscilatório da média.

Tabela 2 - Valores de σ_α^2 e ϕ^h sobre influência de h
(Fonte: LEONI, COSTA e MACHADO, 2010)

h	σ_α^2	ϕ^h
1	1,0000	0,9000
4	2,9975	0,6561
8	4,2879	0,4305
12	4,8433	0,2824
16	5,0824	0,1853
20	5,1854	0,1216
30	5,2537	0,0424
40	5,2620	0,0148
50	5,2630	0,0052
100	5,2632	0,0000

6.2 MODELO ECONÔMICO-ESTATÍSTICO

O modelo econômico aqui adotado se baseia no modelo de Duncan e respeita as suposições em que a média do processo inicia-se em um estado sob controle μ_0 e uma causa especial de magnitude δ desloca a média do processo para $\mu_0 \pm \delta\sigma_e$.

Para a ocorrência de uma causa atribuível, ao invés de ser determinado o poder de detecção do gráfico através de (15), em que não há o efeito da autocorrelação, este passa a ser determinado pelo NMA e sua obtenção deixa de ser simples quando a média do processo oscila.

Reynolds Jr, Arnold e Baik (1996) recorreram a um procedimento bastante complexo, envolvendo cadeias de Markov e métodos de equação integral com quadratura. Um procedimento mais simples, proposto por Costa e Machado (2011), permite obter o NMA direto de uma cadeia de Markov, ou seja, se os estados transientes da cadeia são adequadamente definidos, o NMA é simplesmente uma função do número esperado de vezes em que eles são visitados, antes do estado absorvente ser alcançado, ver detalhes no Apêndice A. Assim, o poder de detecção do gráfico pode ser calculado pelo inverso do NMA:

$$Pd = 1 - \beta = \frac{1}{NMA} \tag{34}$$

O tempo exigido para extrair uma amostra, interpretar os resultados e achar a causa atribuível é gn + D, onde g é uma constante proporcional ao tamanho da amostra é uma função do NMA:

$$E(T) = \frac{1}{\lambda} + hNMA - \tau + gn + D \tag{35}$$

Porém, quando uma causa atribuível ocorre no dispositivo de controle pode-se tratar de um alarme falso, em que sua probabilidade é dada pela expressão (17) quando se considera um processo não autocorrelacionado. Mas, em um processo autocorrelacionado, a média oscila e assim não é possível determinar o erro tipo I (α) como na expressão (17) em que pressupõe que a não há oscilação da média.

Assim, como é necessário identificar o número esperado de alarmes falsos gerados durante o período sob controle para o cálculo do custo de investigação de alarmes falsos, recorreu-se ao mesmo procedimento realizado para obtenção do NMA. Porém, a cadeia de Markov é estruturada de maneira em que seus estados transientes são adequadamente definidos.

Para um processo sob controle o número esperado de alarmes falsos (NMAF) é simplesmente uma função do número esperado de vezes em que os estados transientes são visitados antes do estado absorvente ser alcançado. O estado absorvente é alcançado quando o processo se desajusta, ver detalhes em Apêndice B.

Assim, o número esperado de alarmes falsos não é mais o número esperado de amostras extraídas antes da mudança da média multiplicada pela probabilidade de alarme falso (erro tipo I) como ilustrado em (18) e sim o número esperado de vezes em com o processo em controle a média cai fora dos limites de controle determinado por uma cadeia de Markov.

Neste caso, a função de custo horária passa a ser:

$$E(L) = \frac{a_1 + a_2 n}{h} + \frac{a_5[hNMA - \tau + gn + D] + a_3 + a_4 NMAF}{\frac{1}{\lambda} + hNMA - \tau + \mathrm{gn} + \mathrm{D}} \tag{36}$$

Para garantir que o gráfico de controle seja eficiente, ou seja, apresente poucos alarmes falsos e tenha um poder de detecção em que possa indicar um desvio da média o mais rápido possível, o planejamento passa a ser além de econômico, estatístico, como mencionado no Capítulo 3. São impostos ao modelo restrições quanto ao poder de detecção e ao risco de alarme falso para garantir que ocorra no máximo um alarme falso em 333 amostras retiradas e o gráfico apresente um poder de detecção aceitável. Assim, pode-se definir o problema como:

$$Min\ E(L)$$

$$Sujeito\ a: \begin{cases} \alpha \leq 0{,}0027 \\ (1-\beta) \geq 0{,}10 \\ 1 \leq n \leq 20 \\ 1 < L \leq 5 \\ 0{,}1 \leq h \leq 10 \end{cases} \tag{37}$$

6.3 PROCEDIMENTO PARA SOLUÇÃO

Na busca por soluções ótimas o AG utiliza uma combinação de estratégias de exploração e prospecção, com reprodução e mecanismos de recombinação, respectivamente. A Exploração é alcançada através do operador de reprodução em que são selecionados indivíduos (soluções) de valores da função de aptidão elevados para aumentar a probabilidade de convergência em direção a uma região ótima ou quase ótima. Uma vez selecionados os indivíduos mais aptos, os mecanismos de recombinação, cruzamento e mutação, são aplicados, propagando assim o que é aprendido a partir de gerações anteriores, permitindo-se usar algumas soluções selecionadas aleatoriamente para trocas genéticas e gerando novas soluções possíveis (ver detalhes no Capítulo 5).

Há necessidade de se determinar os parâmetros do AG: tamanho da população (TP), número de gerações (NG), probabilidade de mutação (PM) e probabilidade de cruzamento (PC). Foi empregado neste estudo o planejamento de experimentos através de arranjos ortogonais apresentado por Taguchi (1987), para encontrar uma combinação dos parâmetros mencionados por meio da análise sinal-ruído. Os níveis sugeridos para cada parâmetro (fator) são apresentados no Quadro 1.

Quadro 1: Níveis Planejados para os Parâmetros do AG

Parâmetro (Fator)	Nível 1	Nível 2	Nível 3
Tamanho da População (TP)	10	50	100
Número de Gerações (NG)	10	20	100
Probabilidade de Mutação (PM)	0,05	0,1	0,5
Probabilidade de Crossover (PC)	0,55	0,75	0,95

Para a solução do problema deste estudo foi utilizado o seguinte procedimento:

- População inicial: são as soluções iniciais para n, L, h aleatórias em um espaço de busca sobre as condições de restrição: $1 \leq n \leq 20,\ 1 < L \leq 5,\ 0{,}1 \leq h \leq 10$ e seu tamanho foi determinado pelo experimento da matriz ortogonal L9;
- Avaliação: cada solução gerada (indivíduo) foi avaliada através da função de aptidão. Que no caso deste estudo, é determinada pelo modelo econômico apresentado na expressão (36);
- Seleção: a seleção dos pais para a formação da nova população foi realizado por meio de torneio em que são selecionados três indivíduos aleatoriamente e escolhido o melhor dentre eles com relação a sua função de aptidão;
- Cruzamento: foi realizado o cruzamento para números reais em que o intervalo fechado é composto pelo maior e menor valor dentre um par de pais escolhidos até que a quantidade de filhos da nova geração foi igual ao tamanho da população. Estes cruzamentos foram realizados com probabilidade de 0,75, determinada pelo experimento da matriz ortogonal L9;
- Mutação: a mutação foi realizada utilizando o intervalo de busca para geração da população inicial com probabilidade de 0,5, determinada no experimento da matriz ortogonal L9;
- Número de Gerações: os passos 2 a 6 foram repetidos conforme o número de gerações determinado no experimento da matriz ortogonal L9, cujo valor é 10.

Devido ao emprego da Cadeia de Markov para determinação do NMA e α, observou-se um tempo elevado de processamento. Foi proposta, então, uma amplitude maior para os níveis de tal maneira que se obtivesse uma combinação de valores para os parâmetros com um melhor tempo de processamento e resultados adequados.

Os valores de custos, de δ, de Ψ e de ϕ foram fixados em $a_1 = 1, a_2 = 0{,}10, a_3 = 25, a_4 = 50, a_5 = 100, \lambda = 0{,}05, \delta = 1{,}5, \Psi = 0, \phi = 0$. Uma vez fixados os parâmetros, foram realizados testes de acordo com a matriz ortogonal L9 obtendo os níveis apresentados no Quadro 1.

O resultado do experimento da matriz L9 é apresentado na Tabela 3, com um total de nove combinações dos quatros parâmetros do AG com três réplicas, obtendo valores de custo horário de monitoramento. Por meio dos valores das réplicas foi calculado o sinal-ruído (SN) para cada experimento através da expressão (38), introduzida por Taguchi (1987) para problemas de minimização:

$$SN_i = -10 * log\left(\sum_{\mu=1}^{N_i} \frac{T_\mu^2}{N_i}\right) \tag{38}$$

Tabela 3: Planejamento de Experimento da Matriz Ortogonal L9

Experimento	TP	NG	PM	PC	T1	T2	T3	SN
1	1	1	1	1	11,406	11,430	11,767	-21,241
2	1	2	2	2	11,501	11,304	11,874	-21,261
3	1	3	3	3	11,515	11,975	11,305	-21,290
4	2	1	2	3	11,489	11,610	11,885	-21,336
5	2	2	3	1	11,828	11,566	11,301	-21,264
6	2	3	1	2	11,954	11,776	11,646	-21,432
7	3	1	3	2	11,448	11,302	11,351	-21,113
8	3	2	1	3	11,437	11,363	11,625	-21,195
9	3	3	2	1	11,383	11,546	11,878	-21,292

Depois de calculada a relação Sinal-Ruído para os nove experimentos, foi calculado o valor médio de SN para cada parâmetro (fator) e nível, como apresentado na Tabela 4. Pelo método pretende-se maximizar a relação Sinal-Ruído, porém como é um problema de minimização determina-se a melhor combinação com base no maior valor absoluto do valor médio de SN. Observa-se que a melhor combinação apresentada pela matriz ortogonal L9 foi $TP = 50,\ NG = 10,\ PM = 0{,}5,\ PC = 0{,}75$.

Tabela 4: SN médio dos Parâmetros do AG

Nível	TP	NG	PM	PC
1	-21,264	-21,230	-21,290	-21,266
2	-21,344	-21,240	-21,296	-21,269
3	-21,200	-21,338	-21,223	-21,274

O algoritmo AG foi implementado em linguagem de programação MICROSOFT FORTRAN POWER STATION 4.0 e devido a sua característica de

compilar o código desenvolvido obteve-se maior agilidade na sua execução. O código computacional utilizado neste estudo pode ser visto no Apêndice C.

6.4 ANÁLISE DE SENSIBILIDADE

Esta seção discute os efeitos da autocorrelação no planejamento econômico dos gráficos de controle para o monitoramento da média. Para isso, emprega-se o planejamento de experimentos, mais especificamente arranjos ortogonais, com análise de variâncias (ANOVA) e regressões múltiplas, em que os parâmetros do modelo (δ, ϕ, Ψ, λ, D, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5) são considerados como variáveis independentes e os parâmetros de projeto e saídas do modelo (n, L, h, NMAF, NMA, α, Pd, Custo) são considerados como variáveis dependentes. O Quadro 2 apresenta o planejamento para os níveis das variáveis independentes.

Quadro 2: Planejamento de Níveis para os Parâmetros do Modelo Econômico.

Parâmetros	**Nível 1**	**Nível 2**	**Nível 3**
δ	0,500	1,50	-
Φ	0,000	0,40	0,8
Ψ	0,100	0,50	0,9
λ	0,025	0,05	0,1
D	0,500	1,00	2,0
$\boldsymbol{a_1}$	0,500	1,00	2,0
$\boldsymbol{a_2}$	0,050	0,10	0,2
$\boldsymbol{a_3}$	12,500	25,00	50,0
$\boldsymbol{a_4}$	25,000	50,00	100,0
$\boldsymbol{a_5}$	50,000	100,00	200,0

Definidos os níveis para os parâmetros do modelo (fatores) foi empregado o arranjo ortogonal L36 e, para cada experimento, as variáveis dependentes (parâmetros de projeto e saídas do modelo) ficaram sujeitas ao planejamento econômico proposto através da aplicação do AG, conforme apresentado na Tabela 5.

Tabela 5: Planejamento de Experimento L36 para os Parâmetros do Modelo

Exp.	Parâmetros do Modelo										Parâmetros do Projeto			Saídas				
	δ	Φ	Ψ	λ	D	a1	a2	a3	a4	a5	n	L	h	NMAF	NMA	α	Pd	Custo
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	11	2,971	0,196	0,61	31,67	0,0030	0,0316	13,21
2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	2,972	0,100	0,59	271,05	0,0030	0,0037	70,53
3	1	3	3	3	3	3	3	3	3	3	1	3,075	0,100	0,21	1679,40	0,0021	0,0006	211,28
4	1	1	1	1	1	2	2	2	2	3	11	2,973	0,137	0,86	31,82	0,0030	0,0314	38,96
5	1	2	2	2	2	3	3	3	3	1	2	2,980	0,110	0,53	285,92	0,0029	0,0035	54,70
6	1	3	3	3	3	1	1	1	1	2	3	3,094	0,091	0,22	2544,50	0,0020	0,0004	103,11
7	1	1	1	2	3	1	2	3	3	1	10	2,978	0,231	0,25	33,99	0,0029	0,0294	25,57
8	1	2	2	3	1	2	3	1	1	2	1	2,966	0,102	0,30	265,57	0,0030	0,0038	85,67
9	1	3	3	1	2	3	1	2	2	3	1	3,015	0,100	1,03	1428,30	0,0026	0,0007	177,39
10	1	1	1	3	2	1	3	2	3	2	10	2,870	0,168	0,25	26,72	0,0028	0,0285	58,44
11	1	2	2	1	3	2	1	3	1	3	8	2,993	0,122	0,91	338,23	0,0028	0,0030	116,35
12	1	3	3	2	1	3	2	1	2	1	1	3,042	0,321	0,15	817,47	0,0024	0,0012	53,08
13	1	1	2	3	1	3	2	1	3	3	5	2,897	0,116	0,33	129,32	0,0038	0,0077	144,97
14	1	2	3	1	2	1	3	2	1	1	1	3,000	0,112	0,97	612,74	0,0027	0,0016	38,45
15	1	3	1	2	3	2	1	3	2	2	15	2,977	0,202	0,29	82,40	0,0029	0,0121	58,77
16	1	1	2	3	2	1	1	3	2	3	7	2,905	0,100	0,37	128,66	0,0037	0,0078	127,79
17	1	2	3	1	3	2	2	1	3	1	1	3,011	0,110	0,95	637,50	0,0026	0,0016	43,11
18	1	3	1	2	1	3	3	2	1	2	15	2,971	0,523	0,12	53,04	0,0030	0,0189	68,67
19	2	1	2	1	3	3	3	1	2	2	3	2,957	0,302	0,41	20,54	0,0031	0,0487	26,14
20	2	2	3	2	1	1	1	2	3	3	12	2,996	0,105	0,52	402,17	0,0028	0,0025	143,16
21	2	3	1	3	2	2	2	3	1	1	13	2,990	0,951	0,03	1,81	0,0030	0,5526	16,39
22	2	1	2	2	3	3	1	2	1	1	12	2,980	0,353	0,16	16,15	0,0029	0,0619	22,35
23	2	2	3	3	1	1	2	3	2	2	2	3,082	0,135	0,15	432,71	0,0021	0,0023	91,50
24	2	3	1	1	2	2	3	1	3	3	11	2,972	0,838	0,14	1,95	0,0030	0,5131	15,77
25	2	1	3	2	1	2	3	3	1	3	2	2,990	0,102	0,55	156,09	0,0028	0,0064	105,59
26	2	2	1	3	2	3	1	1	2	1	16	3,039	1,115	0,02	1,47	0,0027	0,6791	13,17
27	2	3	2	1	3	1	2	2	3	2	1	2,981	0,124	0,93	103,73	0,0029	0,0096	34,02
28	2	1	3	2	2	2	1	1	3	2	2	2,996	0,148	0,37	158,79	0,0028	0,0063	63,56
29	2	2	1	3	3	3	2	2	1	3	16	3,001	0,600	0,05	1,51	0,0029	0,6625	52,70
30	2	3	2	1	1	1	3	3	2	1	1	2,982	0,128	0,90	102,51	0,0029	0,0098	19,91
31	2	1	3	3	3	2	3	2	2	1	2	2,984	0,194	0,15	153,43	0,0029	0,0065	46,01
32	2	2	1	1	1	3	1	3	3	2	18	2,996	1,454	0,08	1,37	0,0028	0,7303	8,28
33	2	3	2	2	2	1	2	1	1	3	1	3,000	0,100	0,54	118,24	0,0027	0,0085	84,81
34	2	1	3	1	2	3	2	3	1	2	1	2,970	0,128	0,93	152,12	0,0030	0,0066	51,42
35	2	2	1	2	3	1	3	1	2	3	11	2,988	0,616	0,09	1,75	0,0029	0,5726	30,86
36	2	3	2	3	1	2	1	2	3	1	2	3,009	0,315	0,08	70,34	0,0027	0,0142	39,15

Os resultados da análise de regressão linear e análise de variâncias para variáveis dependentes são apresentados nas Tabelas de 6 a 15. Para as variáveis independentes NMAF e α não foram realizados testes estatísticos, devido à restrição imposta, como mencionado na seção 6.2., para NMA também não é realizado o teste estatístico, pois este é uma função inversa do Poder de Detecção (*Pd*) e está inserido na análise. Para a execução das análises foi usado o software estatístico MINITAB 15, em que, para cada variável dependente, são apresentadas duas saídas da análise de regressão: uma com os resultados do teste estatístico através de uma análise de variância (ANOVA) e a outra contendo os coeficientes da análise de regressão. Foi considerado o nível de significância de 5% para a análise do valor-*P*.

As Tabelas 6 e 7 apresentam a ANOVA e a análise de regressão, respectivamente, para o custo horário de monitoramento do processo. Observa-se na

Tabela 6 a influência significativa de δ, ψ, λ, a_1 e a_5. Não se observou a influência de interações entre as fontes de variação (variáveis independentes) no custo de monitoramento, assim estas foram retiradas da Tabela 6 para melhor visualização.

Tabela 6: Análise de Variância para o Custo de Monitoramento

Fonte de Variação	***gl***	**SQ**	**MQ**	**F**	**Valor-*P***
δ	1	10859,7	10859,7	33,90	0,000
Φ	2	2323,0	1161,5	3,63	0,065
ψ	2	10062,3	5031,1	15,70	0,001
λ	2	4276,2	2138,1	6,67	0,014
D	2	613,5	306,8	0,96	0,416
a_1	2	3167,9	1583,9	4,94	0,032
a_2	2	581,1	290,6	0,91	0,435
a_3	2	326,3	163,2	0,51	0,616
a_4	2	837,7	418,8	1,31	0,313
a_5	2	3465,9	1733,0	5,41	0,026
Erro Residual	10	3203,8	320,4		
Total	35	41976,8			

A análise de regressão mostrou um $R^2(adj)$ de 86,6% para o custo de monitoramento, o que mostra que a regressão linear pode representar o modelo para o custo de monitoramento. Na Tabela 7, pode-se observar a influência significativa de δ, ψ, λ, porém o mesmo não ocorre para a_1 e a_5 quando se aplica a análise de regressão. Porém é possível entender melhor o efeito das variáveis independentes através do sinal dos valores dos coeficientes, em que um aumento dos valores de ψ, λ, a_3 e a_5 há um aumento do custo horário de monitoramento e, em contra partida, para uma redução de δ há um aumento do custo de monitoramento.

Tabela 7: Análise de Regressão Linear para o Custo de Monitoramento

Variáveis	**Coeficiente**	**Erro Padrão**	**Valor-t**	**Valor-*P***
Constant	65,4128	2,983	21,927	0,000
δ	17,3683	2,983	5,822	0,000
Φ	-21,6235	9,434	-2,292	0,045
ψ	-32,1354	5,966	-5,386	0,000
λ	-15,3839	5,966	-2,578	0,027
D	-7,9859	9,434	-0,847	0,417
a_1	-5,0179	5,966	-0,841	0,420
a_2	9,8083	7,307	1,342	0,209
a_3	-4,4359	5,966	-0,743	0,474
a_4	-6,6770	5,966	-1,119	0,289
a_5	-22,8904	11,162	-2,051	0,067

Com a análise do Poder de Detecção é possível entender porque o Custo de Monitoramento é tão afetado pelo custo a_5, pois o poder de detecção está diretamente relacionado ao tempo que o processo está fora de controle e ainda não sinalizou a ocorrência da causa especial.

As Tabelas 8 e 9 apresentam o efeito dos parâmetros do modelo no valor do poder de detecção, e os resultados mostram que há influência significativa de δ e ψ, bem como sua interação, no poder de detecção do gráfico. Esta influência é dada pela magnitude do desvio na média, em que um aumento em seu valor resulta em um aumento do poder de detecção, o que já era esperado, pois quanto maior o desvio da média mais rápida será sua detecção. Já um aumento no valor de ψ ocasiona uma redução do poder, ou seja, quanto maior for o grau de oscilação da média, menor será o poder de detecção do gráfico. A análise de regressão apresentou um $R^2(adj)$ de 98,6%.

Tabela 8: Análise de Variância para o Poder de Detecção

Fonte de Variação	***gl***	**SQ**	**MQ**	**F**	**Valor-*P***
δ	1	0,381512	0,381512	504,13	0,000
Φ	2	0,006025	0,003012	3,98	0,053
ψ	2	0,385370	0,192685	254,61	0,000
λ	2	0,000881	0,000441	0,58	0,577
D	2	0,000510	0,000255	0,34	0,722
a_1	2	0,002698	0,001349	1,78	0,218
a_2	2	0,002527	0,001263	1,67	0,237
a_3	2	0,000771	0,000386	0,51	0,616
a_4	2	0,000132	0,000066	0,09	0,917
a_5	2	0,000075	0,000038	0,05	0,952
δ* ψ	2	0,082737	0,041368	54,66	0,000
Erro Residual	10	0,007568	0,000757		
Total	35	0,871117			

Tabela 9: Análise de Regressão Linear para o Poder de Detecção

Variáveis	**Coeficiente**	**Erro Padrão**	**Valor-t**	**Valor-*P***
Constant	0,113361	0,004585	24,725	0,000
δ	-0,102944	0,004585	-22,453	0,000
Φ	0,013750	0,014499	0,948	0,365
ψ	0,206894	0,009170	22,563	0,000
λ	-0,007703	0,009170	-0,840	0,421
D	0,011806	0,014499	0,814	0,434
a_1	-0,011817	0,009170	-1,289	0,227
a_2	0,019169	0,011231	1,707	0,119
a_3	-0,008758	0,009170	-0,955	0,362
a_4	0,003453	0,009170	0,377	0,714
a_5	-0,003478	0,017155	-0,203	0,843
δ* ψ	-0,188883	0,018340	-10,299	0,000

Nas Tabelas 10 e 11 apresenta-se a análise do efeito dos parâmetros do modelo no valor de n, e observa-se que apenas o grau de oscilação da média (Ψ) afeta significativamente o valor de n, e um aumento em seu valore resulta em uma redução do tamanho da amostra. Observa-se, também, que se for considerado o nível de significância de 10% o parâmetro de custo a_2 passa a influênciar o tamanho da amostra, devido ao fato de a_2 representar o custo variável de extração de uma amostra de tamanho n. A análise de regressão apresentou um $R^2(adj)$ de 77,7%.

Tabela 10: Análise de Variância para o Tamanho da Amostra

Fonte de Variação	***gl***	**SQ**	**MQ**	**F**	**Valor-*P***
δ	1	13,444	13,444	1,84	0,205
Φ	2	10,433	5,217	0,71	0,513
ψ	2	434,111	217,056	29,69	0,000
λ	2	1,361	0,681	0,09	0,912
D	2	10,178	5,089	0,70	0,521
a_1	2	17,333	8,667	1,19	0,345
a_2	2	57,796	28,898	3,95	0,054
a_3	2	21,583	10,792	1,48	0,274
a_4	2	10,528	5,264	0,72	0,510
a_5	2	11,056	5,528	0,76	0,495
Erro Residual	10	73,111	7,311		
Total	35	687,433			

Tabela 11: Análise de Regressão Linear para o Tamanho da Amostra

Variáveis	**Coeficiente**	**Erro Padrão**	**Valor-t**	**Valor-*P***
Constant	6,38889	0,4507	14,177	0,000
δ	-0,61111	0,4507	-1,356	0,205
Φ	-1,33333	1,4251	-0,936	0,372
ψ	6,94444	0,9013	7,705	0,000
λ	-0,36111	0,9013	-0,401	0,697
D	0,38889	1,4251	0,273	0,790
a_1	-1,00000	0,9013	-1,110	0,293
a_2	2,86111	1,1039	2,592	0,027
a_3	-1,08333	0,9013	-1,202	0,257
a_4	1,02778	0,9013	1,140	0,281
a_5	1,72222	1,6862	1,021	0,331

As Tabelas 12 e 13 apresentam o efeito dos parâmetros do modelo no intervalo de amostragem (h). A análise de regressão apresentou um $R^2(adj)$ de 82,5% e observa-se que um aumento da magnitude do desvio da média (δ) resulta em um aumento do intervalo de amostragem, porém um aumento do grau de oscilação da média (ψ) reduz o intervalo de amostragem. Observa-se também que a interação de δ e ψ afeta significativamente o valor de h.

Tabela 12: Análise de Variância para o Intervalo de Amostragem

Fonte de Variação	*gl*	SQ	MQ	F	Valor-*P*
δ	1	0,631230	0,631230	34,10	0,000
Φ	2	0,004764	0,002382	0,13	0,881
ψ	2	0,580645	0,290323	15,68	0,001
λ	2	0,001114	0,000557	0,03	0,970
D	2	0,088190	0,044095	2,38	0,143
a_1	2	0,035112	0,017556	0,95	0,420
a_2	2	0,057451	0,028726	1,55	0,259
a_3	2	0,015518	0,007759	0,42	0,669
a_4	2	0,018445	0,009222	0,50	0,622
a_5	2	0,060919	0,030459	1,65	0,241
δ* ψ	2	0,195815	0,097907	5,29	0,027
Erro Residual	10	0,185117	0,018512		
Total	35	1,938344			

Tabela 13: Análise de Regressão Linear para o Intervalo de Amostragem

Variáveis	Coeficiente	Erro Padrão	Valor-t	Valor-*P*
Constant	0,295806	0,02268	13,045	0,000
δ	-0,132417	0,02268	-5,839	0,000
Φ	0,025167	0,07171	0,351	0,733
ψ	0,253694	0,04535	5,594	0,000
λ	0,005056	0,04535	0,111	0,913
D	0,143222	0,07171	1,997	0,074
a_1	-0,053500	0,04535	-1,180	0,265
a_2	0,086111	0,05555	1,550	0,152
a_3	-0,038583	0,04535	-0,851	0,415
a_4	0,028444	0,04535	0,627	0,545
a_5	0,118722	0,08485	1,399	0,192
δ* ψ	-0,295000	0,09071	-3,252	0,009

Para o fator de abertura dos limites de controle do gráfico (L), a análise de regressão apresentou um $R^2(adj)$ de 46,8%, não mostrando ser representativa a regressão linear, o que já era esperado, pois L não influência diretamente o custo de monitoramento, mas sim os valores do risco α e do poder de detecção do gráfico (Pd). Porém, através das Tabelas 14 e 15 é possível observar que o valor de ψ afeta significativamente o valor de L. Em outras palavras, um aumento do valor do ψ resulta em um alargamento dos limites de controle quando um gráfico de controle de $\bar{X}$ é usado para monitorar um processo autocorrelacionado.

Tabela 14: Análise de Variância para o Fator de Abertura dos Limites de Controle

Fonte de Variação	*gl*	SQ	MQ	F	Valor-*P*
δ	1	0,001381	0,001381	1,34	0,275
Φ	2	0,002274	0,001137	1,10	0,370
ψ	2	0,015699	0,007849	7,59	0,010
λ	2	0,001158	0,000579	0,56	0,588
D	2	0,003769	0,001884	1,82	0,212
a_1	2	0,000014	0,000007	0,01	0,993
a_2	2	0,002186	0,001093	1,06	0,384
a_3	2	0,000788	0,000394	0,38	0,693
a_4	2	0,001865	0,000933	0,90	0,437
a_5	2	0,000565	0,000283	0,27	0,766
Erro Residual	10	0,010347	0,001035		
Total	35	0,043170			

Tabela 15: Análise de Regressão Linear para o Fator de Abertura dos Limites de Controle

Variáveis	Coeficiente	Erro Padrão	Valor-t	Valor-*P*
Constant	2,98897	0,005361	557,528	0,000
δ	-0,00619	0,005361	-1,155	0,275
Φ	-0,02500	0,016953	-1,475	0,171
ψ	-0,02183	0,010722	-2,036	0,069
λ	-0,00608	0,010722	-0,567	0,583
D	0,02158	0,016953	1,273	0,232
a_1	0,00067	0,010722	0,062	0,952
a_2	0,00917	0,013132	0,698	0,501
a_3	0,00342	0,010722	0,319	0,757
a_4	0,01433	0,010722	1,337	0,211
a_5	0,01258	0,020059	0,627	0,545

Para melhor visualização da influência da autocorrelação, as Figuras 10 a 16 com base nos dados da Tabela 16, apresentam a influência da autocorrelação no custo de monitoramento, no poder de detecção, bem como nos parâmetros *n*, *h*, *L*, NMA, NMAF em relação ao planejamento econômico-estatístico para dados independentes, ou seja, $\psi = 0$ e $\phi = 0$. A Tabela 16 apresenta os dados do experimento da matriz ortogonal L18 em que os valores de ϕ e ψ variam conformes os níveis apresentados no Quadro 3. Os outros parâmetros do modelo, extraídos de Montgomery (2004), foram fixados em: $\delta = 1{,}5$, $\lambda = 0{,}05$, $D = 1$, $a_1 = 1$, $a_2 = 0{,}10$, $a_3 = 25$, $a_4 = 50$, $a_5 = 100$.

Quadro 3: Planejamento de Níveis para ϕ e ψ .

Parâmetros	Nível 1	Nível 2	Nível 3	Nível 4	Nível 5	Nível 6
Φ	0,0	0,4	0,8	-	-	-
Ψ	0,0	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9

Tabela 16: Análise da Influência da Autocorrelação nos Parâmetros do Modelo

	Parâmetros do Modelo		Parâmetros de Projeto			Saídas					
Exp	ϕ	ψ	n	L	h	NMAF	NMA	α	Pd	Custo	% Custo
1	0,0	0,0	11	2,974	0,932	0,06	1,02	0,00308	0,97730	11,28	0%
2	0,0	0,1	11	2,975	0,775	0,08	1,56	0,00305	0,64143	13,14	16%
3	0,0	0,3	9	2,975	0,338	0,18	5,70	0,00298	0,17538	19,79	75%
4	0,0	0,5	6	2,996	0,241	0,23	18,52	0,00277	0,05401	29,46	161%
5	0,0	0,7	5	2,997	0,143	0,38	49,99	0,00275	0,02000	41,04	264%
6	0,0	0,9	2	2,998	0,127	0,43	159,70	0,00274	0,00626	62,09	450%
7	0,4	0,0	11	2,974	0,932	0,06	1,02	0,00308	0,97730	11,28	0%
8	0,4	0,1	11	2,975	0,742	0,08	1,70	0,00304	0,58798	13,55	20%
9	0,4	0,3	6	2,989	0,308	0,18	11,64	0,00282	0,08589	25,06	122%
10	0,4	0,5	5	2,995	0,18	0,31	43,58	0,00277	0,02295	40,38	258%
11	0,4	0,7	2	2,995	0,15	0,37	116,72	0,00277	0,00857	57,13	406%
12	0,4	0,9	1	2,995	0,123	0,45	343,08	0,00276	0,00291	78,03	592%
13	0,8	0,0	11	2,974	0,932	0,06	1,02	0,00308	0,97730	11,28	0%
14	0,8	0,1	11	2,974	0,748	0,08	1,98	0,00305	0,50515	14,39	28%
15	0,8	0,3	5	2,979	0,262	0,22	24,33	0,00293	0,04111	33,86	200%
16	0,8	0,5	3	2,979	0,153	0,38	100,68	0,00291	0,00993	54,73	385%
17	0,8	0,7	2	2,980	0,137	0,42	262,31	0,00290	0,00381	74,42	560%
18	0,8	0,9	1	2,985	0,127	0,45	739,15	0,00285	0,00135	91,66	712%

Na Tabela 16 observa-se a relação do aumento do custo (coluna "% Custo") quando se toma como referência um processo independente (ϕ = 0 e ψ = 0). Pode-se observar que um aumento do valor de ψ ocasiona um aumento do custo de monitoramento (Figura 10), como observado no poder de detecção (Figura 11), o aumento do valor de ϕ intensifica este fenômeno. Outro fato interessante é que, se não há presença de oscilação da média (ψ=0), não há efeito sobre o custo de monitoramento, mesmo para alto grau de correlação (ϕ=0,8).

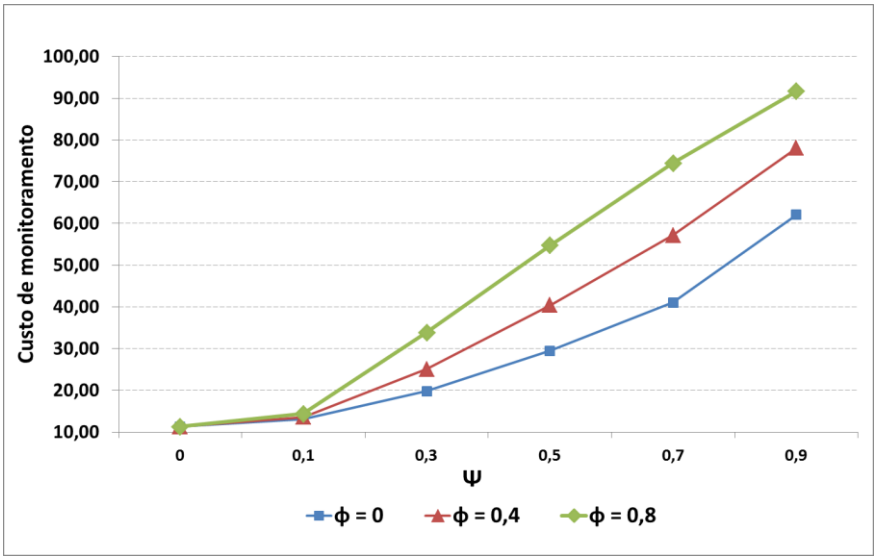

Figura 10: Influência da Autocorrelação no Custo de Monitoramento.

Tomando-se um poder de detecção de 10% como tolerável, percebe-se, na Figura 11, que para valores de ψ maiores de 30% (0,3) o gráfico de controle de $\bar{X}$ torna-se inútil para o monitoramento de processos autocorrelacionados.

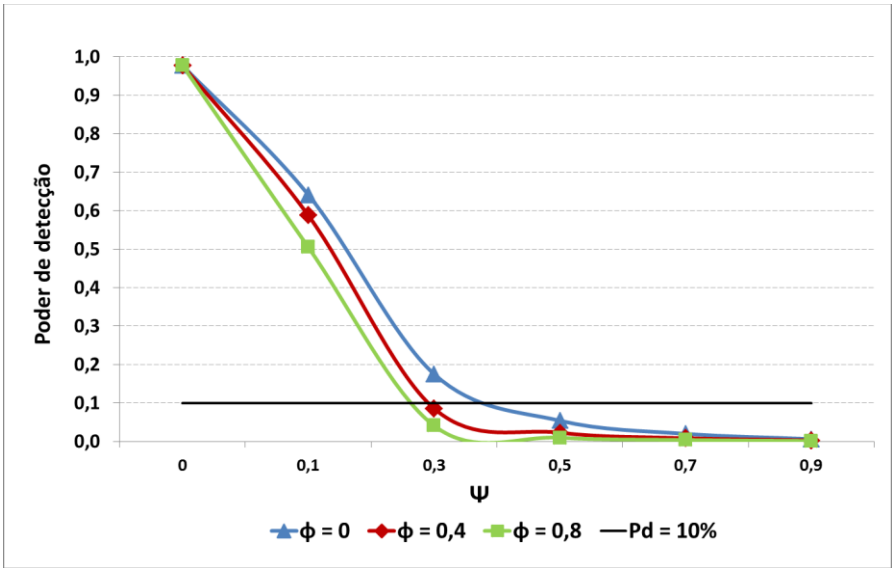

Figura 11: Influência da Autocorrelação no Poder de Detecção

A Figura 12 apresenta o efeito da autocorrelação no NMA, como este é o inverso do poder de detecção, um aumento da autocorrelação há um aumento do número médio de amostra até que o gráfico sinalize que o processo está sobre o efeito de uma causa especial.

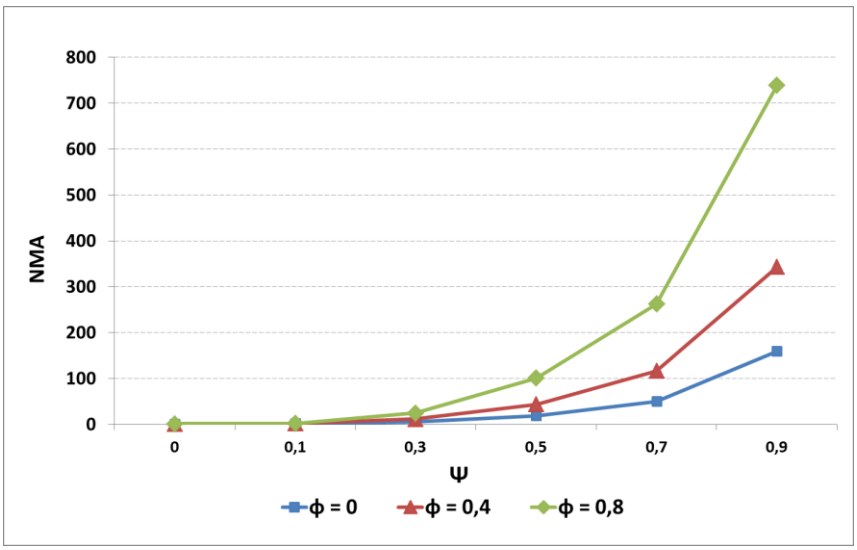

Figura 12: Influência da Autocorrelação no NMA.

As Figuras 13 e 14 apresentam a influência da autocorrelação no tamanho da amostra (n) e no intervalo de amostragem (h), respectivamente. Observa-se que, com o

aumento da autocorrelação, na tentativa de se tornar o gráfico eficiente há necessidade de se extrair amostras cada vez menores em um espaço de tempo mais curto.

Já que o modelo contempla a suposição de que quanto maior o espaçamento entre amostras menor será o efeito da autocorrelação, os dados mostram que esta estratégia não influencia no planejamento.

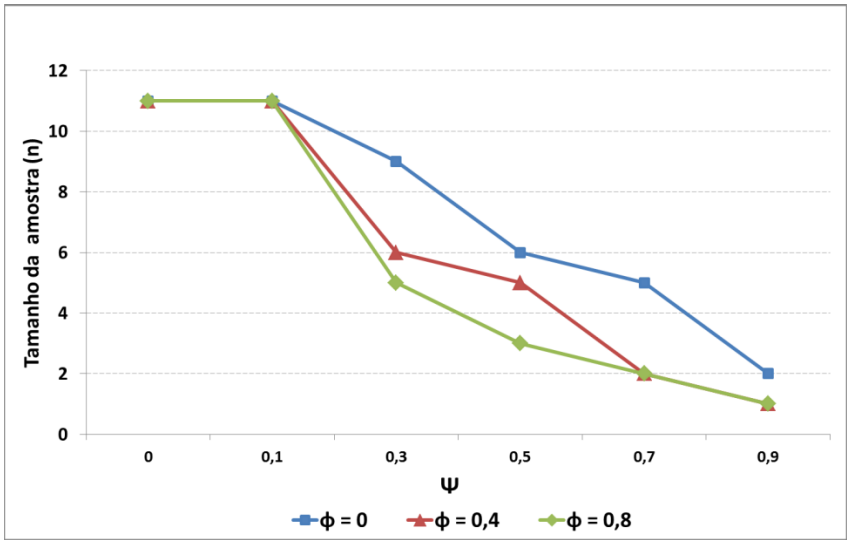

Figura 13: Influência da Autocorrelação no Tamanho da Amostra.

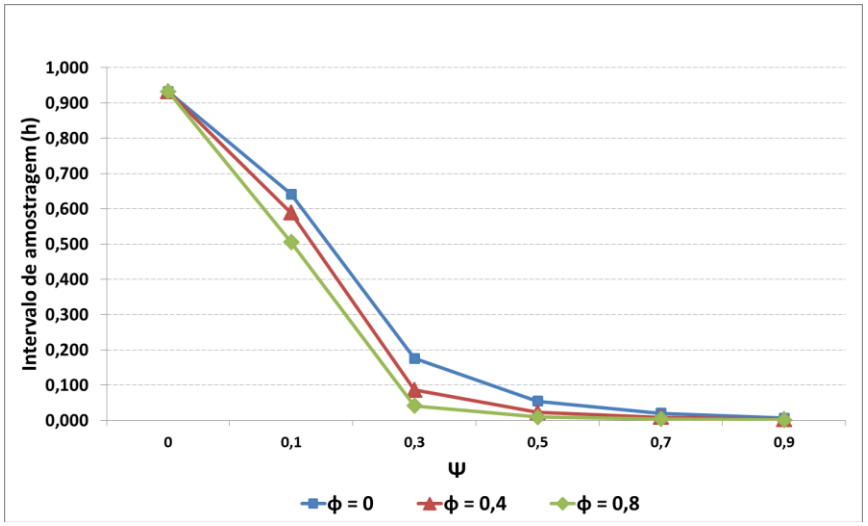

Figura 14: Influência da Autocorrelação no Intervalo de Amostragem.

As Figuras 15 e 16 apresentam a influência da autocorrelação no fator de abertura dos limites de controle (L) e no número médio de alarmes falsos (NMAF),

respectivamente. Nota-se que com o aumento da autocorrelação há um aumento do NMAF, e na tentativa de reduzir o número de alarmes falsos, o modelo alarga os limites de controle.

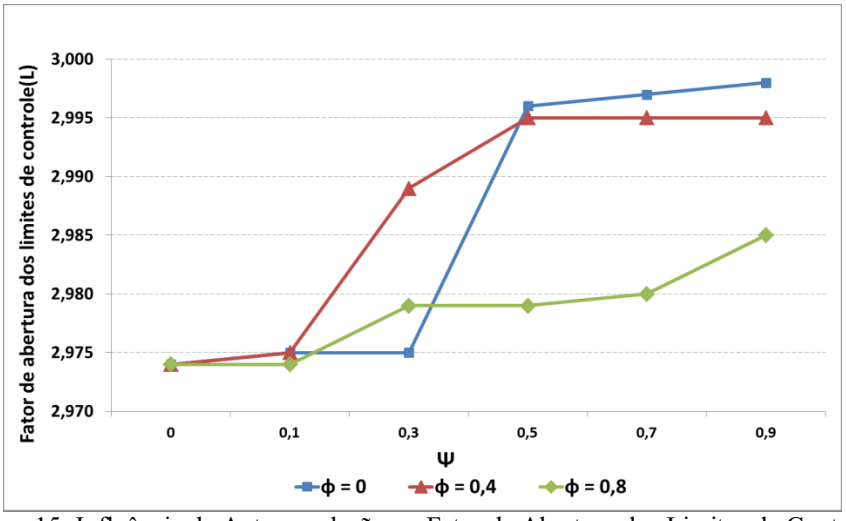

Figura 15: Influência da Autocorrelação no Fator de Abertura dos Limites de Controle.

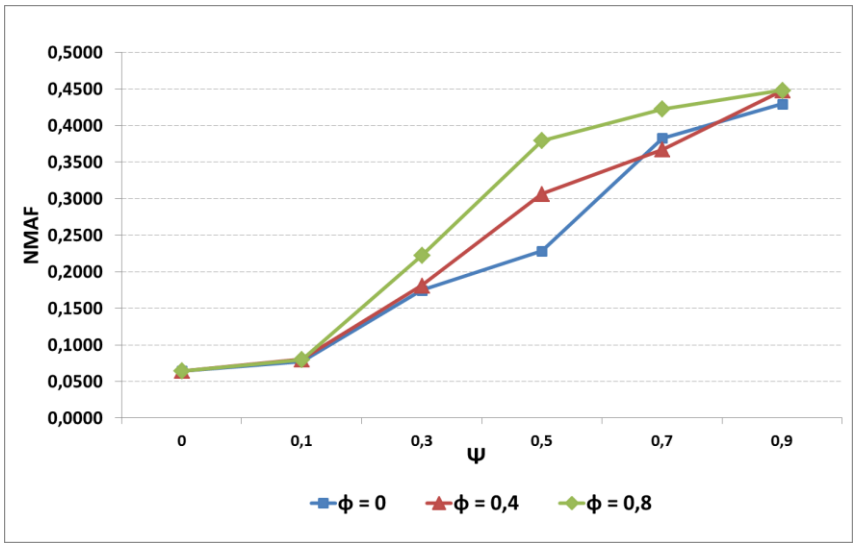

Figura 16: Influência da Autocorrelação no NMAF.

O presente estudo adotou a magnitude do desvio da média em função de α_e, obtendo $\xi = \mu_0 + \delta\sigma_e$ diferenciando-se do modelo de Reynolds Jr, Arnold e Baik (1996), pois em um processo fora de controle usa $\xi = \mu_0 + \delta\sigma_X$, como apresentado na seção 6.1. Para se entender melhor esta diferença foram gerados o planejamento econômico-estatístico para as combinações apresentadas na Tabela 16, porém, o NMA é calculado por uma cadeia de Markov que sinaliza a existência de um desvio da

média em função de dados com as mesmas σ_X como proposto por Reynolds Jr, Arnold e Baik (1996). A Tabela 17 apresenta os resultados obtidos deste experimento.

Tabela 17: Análise da Influência da Autocorrelação nos Parâmetros do Modelo quando a Magnitude do Desvio da Média é uma Função do Desvio Padrão da Amostra

	Parâmetros do Modelo		Parâmetros de Projeto			Saídas					
Exp	ϕ	ψ	n	L	h	NMAF	NMA	α	Pd	Custo	% Custo
1	0,0	0,0	11	2,978	0,942	0,06	1,02	0,00304	0,97708	11,28	0%
2	0,0	0,1	11	2,978	0,77	0,08	1,42	0,00300	0,70533	12,69	12%
3	0,0	0,3	9	2,978	0,43	0,14	3,38	0,00297	0,29545	16,52	46%
4	0,0	0,5	5	2,996	0,241	0,23	6,91	0,00277	0,14469	19,45	72%
5	0,0	0,7	4	2,998	0,153	0,36	10,22	0,00274	0,09782	22,37	98%
6	0,0	0,9	2	2,998	0,137	0,40	13,83	0,00274	0,07229	23,23	106%
7	0,4	0,0	11	2,978	0,942	0,06	1,02	0,00304	0,97708	11,28	0%
8	0,4	0,1	11	2,975	0,755	0,08	1,51	0,00301	0,66027	12,99	15%
9	0,4	0,3	6	2,989	0,323	0,17	6,60	0,00284	0,15142	19,73	75%
10	0,4	0,5	5	2,995	0,28	0,20	14,11	0,00278	0,07089	26,01	130%
11	0,4	0,7	2	2,995	0,195	0,28	26,62	0,00277	0,03757	31,10	176%
12	0,4	0,9	1	2,995	0,183	0,30	37,57	0,00277	0,02662	35,51	215%
13	0,8	0,0	11	2,978	0,942	0,06	1,02	0,00304	0,97708	11,28	0%
14	0,8	0,1	11	2,978	0,8	0,07	1,69	0,00302	0,59044	13,59	20%
15	0,8	0,3	5	2,980	0,345	0,17	11,87	0,00294	0,08423	25,71	128%
16	0,8	0,5	3	2,980	0,23	0,25	32,57	0,00292	0,03070	36,62	225%
17	0,8	0,7	1	2,985	0,131	0,43	70,79	0,00286	0,01413	43,77	288%
18	0,8	0,9	1	2,986	0,13	0,44	118,45	0,00285	0,00844	54,73	385%

Para efeito de comparação, observa-se nas Figuras 17 e 18 a relação de ψ com o poder de detecção do gráfico e o custo de monitoramento para as curvas com diferentes valores de Φ, quando comparados à magnitude do desvio da média em função de σ_X e σ_e.

O que se pode constatar é que com a magnitude do desvio média expressada em função de α_X, como proposto por Reynolds Jr, Arnold e Baik (1996), percebe-se um poder de detecção maior e um custo de monitoramento menor, como se pode observar na linha contínua dos gráficos, em relação à magnitude do desvio média expressada em função de σ_e, como podemos observar na linha tracejada dos gráficos.

Isso se deve ao fato do desvio padrão da amostra (σ_X) ser maior que o desvio padrão do erro aleatório do processo (σ_e), o que pode ocasionar erros no planejamento econômico-estatístico de gráficos de controle, pois um desvio da média, como exposto por Shewhart (1926), depende do desvio padrão do processo, ou seja, o desvio padrão referente à variabilidade natural e o erro no sistema de medida e não referente ao desvio padrão da amostra retirada, a qual sofre o efeito da oscilação da média mais a do erro aleatório.

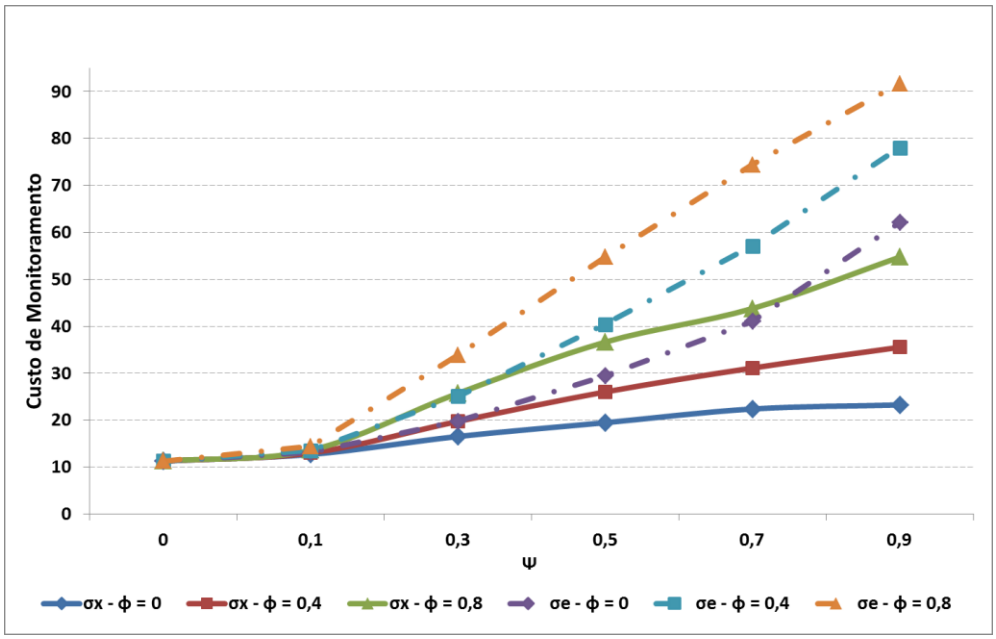

Figura 17: Comparativo da Influência da Autocorrelação no Custo de Monitoramento do Gráfico quando a Magnitude do Desvio da Média está em Função de σ_x ou σ_e

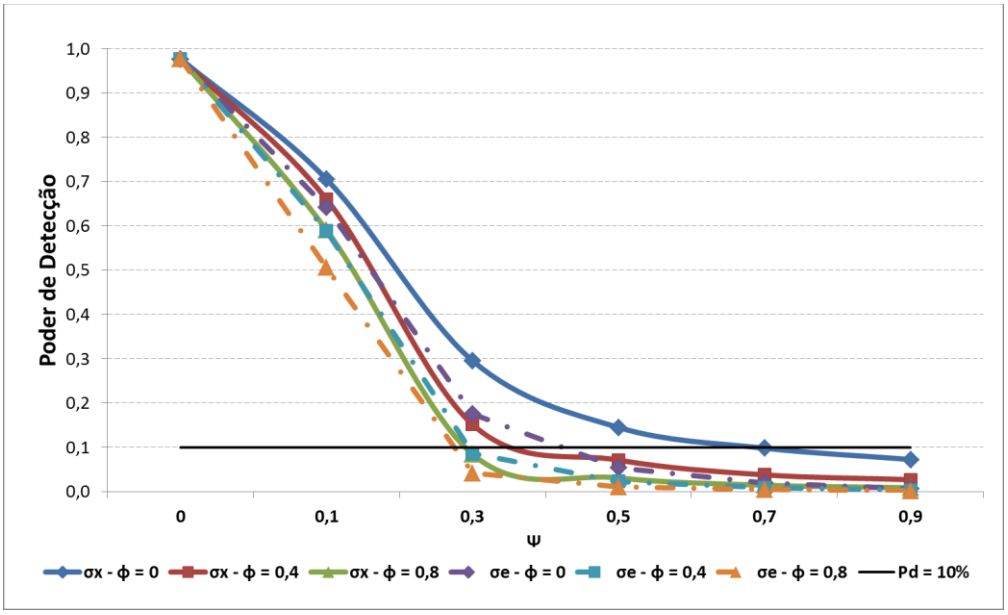

Figura 18: Comparativo da Influência da Autocorrelação no Poder de Detecção do gráfico quando a Magnitude do Desvio da Média está em função de σ_x ou σ_e

7 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA FUTURAS PESQUISAS

Neste trabalho, em que as observações se ajustam a um modelo autoregressivo de primeira ordem com erro adicional, os principais resultados encontrados mostraram que a presença da autocorrelação reduz significativamente o poder de detecção do gráfico, o tamanho da amostra, o intervalo de amostragem e o inverso é observado para o fator de abertura dos limites de controle e o custo de monitoramento.

O aumento do erro adicional, ou seja, o aumento do grau de oscilação da média mostrou-se mais significante do que o efeito da correlação entre as médias.

Outro fato exposto neste trabalho foi a diferença encontrada na abordagem proposta por Reynolds Jr, Arnold e Baik (1996) e a abordagem proposta por Shewhart (1926),

Os primeiros autores consideram a magnitude do desvio da média em função de σ_X, e o segundo autor afirma que a magnitude do desvio da média é uma função do erro aleatório (σ_e) e não da variabilidade entre amostras que apresenta valores maiores. Assim pode levar a um erro no planejamento dos parâmetros do gráfico, em que se espera uma eficiência maior do dispositivo, mas quando colocado em prática não corresponderá como projetado.

A vantagem de se utilizar o planejamento econômico-estatístico para o projeto de Gráficos de Controle é obter uma técnica adequada ao processo em que se pretende monitorar, levando em consideração os custos envolvidos neste monitoramento.

A utilização de Cadeias de Markov para obtenção das propriedades do gráfico de controle mostrou-se um procedimento mais simples do que a utilização de cálculos analíticos, devido à complexidade do modelo que descreve as observações de X. Porém observou-se um esforço computacional grande, pois houve a necessidade da definição de um número elevado de estados da cadeia, dividindo as regiões do gráfico, de maneira a identificar cada posição do movimento oscilatório da média.

A aplicação do AG trouxe maior agilidade na busca de soluções que minimizasse o custo de monitoramento, porém deve-se atentar a definição de seus parâmetros, e neste aspecto o planejamento de experimentos, mais precisamente os arranjos ortogonais de Taguchi (1987), auxiliou na determinação de valores dos

parâmetros que apresentassem soluções boas em um tempo de processamento aceitável.

Outro emprego bem sucedido dos arranjos ortogonais, nesta dissertação, foi na determinação das combinações dos parâmetros do modelo desenvolvido para a realização da análise de sensibilidade, fazendo com que obtivesse uma análise estatística confiável com poucos experimentos.

7.1 VERIFICAÇÃO DOS OBJETIVOS

Foi proposta nesta dissertação a criação de um modelo, econômico-estatístico, que permitisse a obtenção dos valores ótimos dos parâmetros do gráfico de controle $\bar{X}$ sob a hipótese de observações serem autocorrelacionadas.

De fato, o modelo foi construído com base no modelo econômico de Duncan (1956) utilizando a estrutura de autocorrelação proposta por Reynolds Jr, Arnold e Baik (1996) atendendo o primeiro objetivo específico.

Os dois últimos objetivos específicos foram cumpridos pela aplicação do algoritmo genético, para a obtenção dos valores dos parâmetros do gráfico de $\bar{X}$, proporcionando assim tanto a elaboração da análise de sensibilidade quanto à influência da autocorrelação nos parâmetros do modelo.

7.2 SUGESTÕES PARA FUTURAS PESQUISAS

Como sugestões para trabalhos futuros pode-se aplicar este modelo em um caso real na manufatura, desenvolver outros modelos de planejamento econômico como os já mencionados nesta dissertação, pode-se aplicar em processos cujas observações não se ajustem a uma distribuição normal, ou mesmo expandir o estudo para processos multivariados com a presença da autocorrelação.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALEXANDER, S. M., DILLMAN, M. A., USHER, J. S., DAMODRAN, B. Economic design of control charts using Taguchi loss function. **Computers and Industrial Engineering**, v.28, n.3, p.671–679, 1995.

AL-AOMAR, R., AL-OKAILY, A. A. GA-based parameter design for single machine turning process with high-volume production. **Computers and Industrial Engineering**, v.50, n.3, p.317–337, 2006.

ALWAN, L. C., ROBERTS, H. V. Time-series modeling for statistical process control. **Journal of Business & Economics Statistics**, v.6, n.1, p.87-95, 1998.

ARENALES, M., ARMENTANO, V., MORABITO, R., YANASSE, H. **Pesquisa Operacional**. Rio de Janeiro: Editora Campus-Elsevier, 2007.

ATIENZA, O. O., TANG, L. C., ANG, B. W. A SPC procedure for detecting level shifts of autocorrelated procedures. **Journal of Quality Technology,** v.30, n.4, p.340-351, 1998.

AZADEH, A., TARVERDIAN, S. Integration of genetic algorithm, computer simulation and design of experiments for forecasting electrical energy consumption. **Energy Policy**, v.35, n.10, p.5229–5241, 2007.

BACK, T, SCHEWEFEL, H. P. An Overwiew of Evolutionary Algorithms for Parameter Optimization. **Evolucionary Computation The MIT Press**, v.1, n.1, p.1-23, 1993.

BAKER, K.R. Two process Models in the economic design of an X-chart. **AIIE Transactions**, v.3, n.4, p.257-263, 1971.

BANERJEE, P. K., RAHIM, M. A. Economic design of X control charts under Weibull shock models. **Technometrics**, v.30, n.4, p.407–414, 1988.

BERTRAND, J. W. M., FRANSOO, J. C. Modelling and Simulation: operations management research methodologies using quantitative modeling. **International Journal of Operations & Production Management**, v.22, n.2, p.241-264, 2002.

BLICKLE, T., THIELE, L. A Comparision of selection schemes used in genetic algorithms. **Swiss Federal Institute of Technology (ETH), Zurich,** TIK-Report, n. 11. Version 2, December, 1995.

CASTRO, H. F., CAVALCA, K. L. Availability optimization with genetic algorithm. **International Journal of Quality & Reliability Management**, v.20, n.7, p.847-863, 2003.

CELANO, G, FICHEIRA, S. Multiobjective economic design of an X control chart. **Computers & Industrial Engineering**, v.37, n.1, p.129-132, 1999.

CHAU-CHEN, T., PEI-HIS, L., NAI-YI, L. An economic-statistical design of double Xbar sampling control chart. **International Journal of Production Economics**, v.120, n.2, p. 495-500, 2009

CHEN, Y. K. An evolutionary economic-statistical design for VSI X control charts under non-normality. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v.22, n.7-8, p.602–610, 2003.

CHEN, Y. K., CHIOU, K. C. Optimal design of VSI $\bar{X}$ control charts for monitoring correlated sample. **Quality and Reliability Engineering International,** v.21, n.8, p.757–768, 2005.

CHEN, F. L. ,YEH, C. H. Economic statistical design of non-uniform sampling scheme X bar control charts under non-normality and Gamma shock using genetic algorithm. **Expert Systems with Applications,** v.36, n.5, p.9488–9497, 2009.

CHEN, Y. K., HSIE, K. L., CHANG C. C. Economic design of the VSSI $\bar{X}$ control charts for correlated data. **International journal Production Economics**, v.107, n.2, p.528–539, 2007.

CHENG, B. W., CHANG, C. L. A study on flowshop scheduling problem combining Taguchi experimental design and genetic algorithm. **Expert Systems with Applications,** v.32, n.2, p.415–421, 2007.

CHOU, C., CHENG, J, LAI, W. Economic design of variable sampling intervals EWMA charts with sampling at fixed times using genetic algorithms . **Expert Systems with Applications,** v.34, n.1, p.419–426, 2008.

CHOU, C. Y. , LIU, H. R., CHEN, C. H. Economic Design of Averages Control Charts for Monitoring a Process with Correlated Samples. **International Journal Advanced Manufacturing Technology**, v.18, n.1, p.49–53, 2001.

CHOU, C. Y., CHEN, C. H., LIU, H. R. Economic-statistical design of X chart for non-normal data by considering quality loss. **Journal of Applied Statistics**, v.27, n.8, p.939–951, 2000.

CHOU, C. Y., CHEN, C. H., LIU, H. R. Economic design of X charts for nonnormally correlated data. **International Journal of Production Research**, v.39, n.9, p.1931–1941, 2001.

CHOUA, C., CHENB, C., CHENC, C. Economic design of variable sampling intervals T2 control charts using genetic algorithms. **Expert Systems with Applications,** v.30, n.2, p.233–242, 2005.

CHOUA, C. Y., CHEN, C. H., LIU, H. R. Economic Design of EWMA Charts with Variable Sampling Intervals, **Quality & Quantity,** v.40, n.6, p.879–896, 2006

CLARO, F. A. E. **Gráfico de controle $\bar{X}$ para o monitoramento de processos autocorrelacionados**. 2008. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – UNESP – Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, SP, 2008.

CLARO, F. A. E., COSTA, A. F. B., MACHADO, M. A. G. Double Sampling Control Chart for a first order autoregressive process. **Pesquisa Operacional**, v.28, n.3, p.545-562, 2008.

COLLANI, E. The economic design of X-control charts. **In: Anais do Proceedings of IASTED International Symposium on Reliability and Quality Control**. Paris, p.186-189, 1987.

COSTA, A. F. B. Joint Economic Design of X and R Control Charts for Processes Subject to Two Independent Assignable Causes. **IIE Transactions**, v.25, n.6, p.27-33, 1993.

COSTA, A. F. B. $\bar{X}$ charts with variable sample sizes and sampling intervals. **Journal of Quality Technology,** v.29, n.2, p.197–204, 1997.

COSTA, A. F. B. Economic design of $\bar{X}$ charts with variable parameter: the Markov chain approach. **Journal of Applied Statistics,** v.28, n.7, p.875–885, 2001.

COSTA, A. F. B., CASTAGLIOLA, P. Effect of Measurement Error and Autocorrelation on the X-bar Chart. **Journal of Applied Statistics**, v.38, n.4, p.661-673, 2011.

COSTA, A. F. B., CLARO, F. A. E. Double sampling control chart for a first-order autoregressive and moving average process model. **The International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v.39, n.5-6, p.521-542, 2008.

COSTA, A. F. B., CLARO, F. A. E. Economic design of Xbar control charts for monitoring a first order autoregressive process. **Brazilian Journal of Operations and Production Management**, v.6, n.2, p.07-26, 2009.

COSTA, A. F. B., RAHIM, M. A. Economic Design of X and R Charts Under Weibull Shock Models. **Quality and Reliability Engineering International**, v.16, n.2, p.143-156, 2000.

COSTA, A.F.B., RAHIM, M. A. Economic Design of Charts with Variable Parameters: the Markov Chain Approach. **Journal of Applied Statistics**, v.28, n.7, p.875-885, 2001.

COSTA, A. F. B., EPPRECHT, E. K., CARPINETTI, L. C. R. **Controle Estatístico de Qualidade**. 2. ed. São Paulo: Editora Atlas, 2005. 334 p.

COSTA, A. F. B., MACHADO, M. A G. Variable parameter and double sampling $\bar{X}$ charts in the presence of correlation: The Markov chain approach. **International. Journal of Production Economics,** v.130, n.2, p.224-229, 2011.

DAVIS, L. **Handbook of Genetic Algorithms**. Van Nostrand Reinhold, New York, 1991.

DE JONG, K. **Analysis of Behavior of a Class of Genetic Adaptive Systems**. PhD thesis, The University of Michigan, 1975.

DE MAGALHÃES, M. S., EPPRECHT, E. K., COSTA, A. F. B. Economic Design of a Vp X chart. **International Journal of Production Economics,** v.74, n.1, p.191–200, 2001.

DEB, K. **Multi-Objective Optimization using Evolutionary Algorithms**, John Wiley & Sons, New York. 2001.

DUNCAN, A. J. The economic design of X-charts used to maintain current control of a process. **Journal of the American Statistical Association**, v.51, n.274, p.228-242, 1956.

EPPRECHT, E. K., LEIRAS, A. Otimização conjunta de gráficos de X-barra - S ou X-barra - R: um procedimento de fácil implementação. **Produção**, v.17, n.3, p.520-535, 2007.

FALCÃO, A. O.; BORGES, J. G. Designing an Evolution Program for Solving Integer Forest Management Scheduling Models: an Application in Portugal. **Forest Science**, v.47, n.2, p.158-168, 2001.

FOGEL, L. J., OWENS, A. J., E WALSH, M. J. **Artificial intelligence through simulated evolution**. Wiley, New York, 1966.

FORMISANO, M. C. A., MARTONE, R. Increasing design robustness in evolutionary optimisation. **The International Journal for Computation and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering,** v.23, n.1, p.187-196, 2004.

FOWLER, J. W., GEL, E. S., KOKSALAN, M. M., KORHONEN, P, MQRQUIS, J.L., WALLENIUS, J. Interactive evolutionary multi-objective optimization for quasi-concave preference functions. **European Journal of Operational Research,** v.206, n.2, p.417-425, 2010.

GEORGY, M., BASILY, S. Y. Using genetic algorithms in optimizing construction material delivery schedules. **Construction Innovation**, v.8, n.1, p.23-45, 2008.

GIBRA, I. N. Economically Optimal Determination of the Parameters of – Control Chart. **Management Science**, v.17, n.9, p.635-646, 1969.

GIBRA, I. N. Recent Developments in Control Chart Techniques. **Journal of Quality Technology**, v.7, n.4, p.183- 192, 1975.

GIBRA, I. N. Economically Optimal Determination of the Parameters of p-Control Chart. **Journal of Quality Technology**, v.10, p.12-19, 1978.

GOLDBERG, D. **Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning**. Addison-Wesley Reading, MA, 1989.

GOLDBARG, M. C., GOLDBARG, E. F. G., MEDEIROS NETO, F. D. An Evolutionary Approach for the Piston Pump Mobile Unit Problem. **In: Anais de Fifth International Conference on Computer Sciences**. v.1, p.281-290, 2004.

GRANT, E., LEAVENWORTH, R. **Statistical Quality Control**. 7 th ed., Toronto: McGraw-Hill Book Company, 714 p., 1996.

GRUPE, F. H., JOOSTE, S. Genetic algorithms A business perspective. **Information Management & Computer Security,** v.12, n.3, p.289-298, 2004

HARRIS, T. J., ROSS, W. H. Statistical process control procedures for correlated observations. **Canadian Journal of Chemical Engineering**, v.69, n.1, p.48-57, 1991.

HERRERA, F, LOZANO, M., VERDEGAY, J. L. Tackling Real-Coded Genetic Algorithms – Operators and Tools for Behavioural Analysis**. Artificial Intelligence Review,** v.12, n.4, p.265-319, 1998.

HO, C., CASE, K. E. Economic design of control-charts: a literature review for 1981-1991. **Journal of Quality Technology**, v.26, n.1, p.39-53, 1994.

HO, L. L., TRINDADE, A. L. G. Economic design of an X chart for short-run production. **International Journal Production Economics**, v.120, n.2, p.613–624, 2009.

HOLLAND, J. H. **Adaptation in Natural and Artificial Systems**. University of Michigan Press, Ann Arbor, 1975.

HU, P. W. Economic model of X control chart under non-Poisson process shift. **In Abstract, TIMS/ORSA Joint National Meeting**, May 1987, San Francisco. pp. 14–16, 1984.

HWANG, S. F., HE, R. S. Improving real-parameter genetic algorithm with simulated annealing for engineering problems. **Advances in Engineering Software**, v.37, n.6, p.406–418, 2006.

JIANG, W., TSUI, K. L., WOODALL, W. H. A new SPC monitoring method: The ARMA chart. **Technometrics**, v.42, n.4, p.399-410, 2000.

KAMEI, K., ISHIKAWA, M. Determination of the optimal values of parameters in reinforcement learning for mobile robot navigation by a genetic algorithm. **In: Anais do International Congress Series**, v.1269, p.193– 196, 2004.

KAMEI, K., ISHIKAWA, M. Prediction of the optimal parameter values in reinforcement learning as a function of the environment. **In: Anais do International Congress Series**, v.1301, p.210–213, 2007.

KAYA, I. A genetic algorithm approach to determine the sample size for attribute control charts. **Information Sciences,** v.179, n.10, p.1552–1566, 2009a
KAYA, I. A genetic algorithm approach to determine the sample size for control charts with variables and attributes. **Expert Systems with Applications,** v.36, n.5, p.8719–8734, 2009b.

KEATS, J. B., DEL CASTILLO, E., COLLANI. E. V., SANIGA, E. M. Economic Modeling for Statistical Process Control. A Discussion on Statistically-Based Process Monitoring and Control. **Journal of Quality Technology**, v.29, n.2, p.144- 162, 1997.

KHALIK, M. A., SHERIF, M., SARAYA, S., AREED, F. Parameter identification problem: Real-coded GA approach. **Applied Mathematics and Computation**, v.187, n.2, p.1495–1501, 2007.

KOZA, J., KEANE, M. A., STREETER, M. J. **Genetic Programming IV: Routine Human-Competitive Machine Intelligence**, Kluwer Academic Publishers, Hingham, USA, 2003.

KNAPPENBERGER H. A., GRANDAGE, . H. E. Minimum Cost Quality Control Tests. **IIE Transactions**, v.1, n.1, p.24-32, 1969.

KRAMER, H., SCHMID, W. Control charts for time series. **Journal Nonlinear Analysis: Theory, Methods & Applications**, v.30, n.7, p.4007-4016, 1997.

LADANY, S. P. Optimal use of control charts for controlling current production. **Management Science**, v.19, n.7, p.763-772, 1973.

LADANY, S. P., BEDI, D. N. Selection of the optimal set-up policy. **Naval Research Logistics Quarterly**, v.23, n.2, p.219-233, 1976.

LEONI, R. C.; COSTA, A. F. B.; MACHADO, M. A. G. O efeito da autocorrelação no desempenho do gráfico de X e na produção de itens não conformes. **In: Anais do XXX Encontro Nacional de Engenharia de Produção (ENEGEP)**, São Carlos, SP, 2010

LETAMENDIA, L. N. Fitting the control parameters of a genetic algorithm: An application to technical trading systems design. **European Journal of Operational Research**, v.179, n.3, p.847–868, 2007.

LIN, Y. C. The variable parameters control charts for monitoring autocorrelated processes. **Communications in Statistics - Simulation and Computation**, v.38, n.4, p.729-749, 2009.

LIN, Y. C., CHOU, C. Y. The variable sampling rate control charts for monitoring autocorrelated processes. **Quality and Reliability Engineering International**, v.24, n.7, p.855-870, 2008.

LIN, H. H., CHOU, C. Y., LAI, W. T. Economic design of variable sampling intervals $\bar{X}$ charts with A&L switching rule using genetic algorithms. **Expert Systems with Applications**, v.36, n.2, p.3048–3055, 2009.

LINDERMAN, K., CHOO, A. S. Robust economic control chart design. **IIE Transactions**, v.34, n.12, p.1069-1078, 2002.

LIU, H-R, CHOU, C-Y, CHEN, C-H. Minimum-loss design of x-bar charts for correlated data. **Journal of Loss Prevention in the Process Industries,** v.15, n.6, p.405–411, 2002.

LOBO, F. G., GOLDBERG, D. E. The parameter-less genetic algorithm in practice. **Information Sciences**, v.167, n.1-4, p.217–232, 2004.

LORENZEN TJ, VANCE LC. The economic design of control charts: A unified approach. **Technometrics**, v.28, n.1, p.3-10, 1986.

LU, C. W., REYNOLDS Jr, M. R. CUSUM Charts for Monitoring na Autocorrelated Process. **Journal of Quality Technology**, v.33, n.3, p.316-334, 2001.

LU, C. W., REYNOLDS Jr, M. R. EWMA control charts for monitoring the mean of autocorrelated processes. **Journal of Quality Technology**, v.31, n.2, p.166-188, 1999a.

LU, C. W., REYNOLDS Jr, M. R. EWMA control charts for monitoring the mean and variance of autocorrelated processes. **Journal of Quality Technology**, v.31, n.3, p.259-274, 1999b.

MACHADO, M. A. G. **Estudo das propriedades dos gráficos de controle bivariados com amostragem dupla**. 2006. 129f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica), Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, SP, 2006.

MASTRANGELO, C. M., MONTGOMERY, D. C. SPC with correlated observations for the chemical and process industries. **International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering**, v.11, n.2, p.79-89, 1995.

MICHALEWICZ, Z. **Genetic Algorithms + Data Structures = Evolution Programs**. Edition 3. Springer-Verlag, Berlin, 387p., 1996.

MITCHELL, M. **Introduction to genetic algorithms**. Cambridge: The MIT Press, 1999.

MONTGOMERY, D. C**. Introduction to Statistical Quality Control**, 5o edição, Wiley Sons, 2004.

MONTGOMERY, D. C., MASTRAGELO, C. M. Some Statistical Process Control Methods for Autocorrelated Data. **Journal of Quality Technology**, v.23, n.3, p.179-193, 1991.

MONTGOMERY, D. C.,,TORNG,J.C., COCHRAN,J.K., LAWRENCE, F. P., Statistically constrained economic design of the EWMA control chart. **Journal of Quality Technology**, v.27, n.3, p.250–256, 1995.

MORABITO, R., PUREZA, V. Modelagem e Simulação. **In: Miguel, P.A.C. (org.) Metodologia de Pesquisa em Engenharia de Produção e Gestão de Operações.** 248p., São Paulo: Campus, 2009.

MOREIRA, F., ECHEVESTE, M. E. Uma abordagem de análise para o Controle Estatístico de Processo com dados autocorrelacionados. **In: Anais do ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO,** 24, 2004, Florianópolis. CD ROM. Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina, 2004, 8p.

MOREIRA, F., CATEN, C. S. Proposta de uma carta de controle estatístico de dados autocorrelacionados. **In: Anais do ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO**, 24, 2004, Florianópolis. CD ROM. Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina, 2004, 8p.

MORTARINO, C. Duncan's Model for X-Control Charts:Sensitivity Analysis to Input Parameters. **Quality and Reliability Engineering International,** v.26, n.1, p.17-26, 2010.

MOVAFFAGHI , H., FRIBERG, O. Optimal placement of dampers in structures using genetic algorithm. **Engineering Computations: International Journal for Computer-Aided Engineering and Software,** v.23, n.6, p.597-606, 2006.

MOSTELLER, F. Guide for quality and control chart method of analyzing data control chart method of controlling quality during production. **Journal of the American Statistical Association**, v.40, n.231, p.379-380, 1945.

MYERS, R., HANCOCK, E. R. Genetic algorithm parameter sets for line labeling. **Pattern Recognition Letters**, v.18, n.11-13, p.1363–1371, 1997.

NUNES, L. E. N. P. **Geração e Otimização de Trajetórias de um Manipulador Robótico utilizando Algoritmos Genéticos**. 2007. 135f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica), Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, SP, 2007.

OHTA, H., RAHIM, M. A. A dynamic economic model for an (x)over-bar-control chart design. **IIE Transactions**, v.29, n.6, p.481-486, 1997.

PAN, X., JARRETT, J. Using vector autoregressive residuals to monitor multivariate processes in the presence of serial correlation. **International Journal Production Economics**, v.106, n.1, p.204–216, 2007.

PRABHU, S. S., MONTGOMERY, D. C., RUNGER, G. C. Economic-statistical design of an adaptive X chart. **International Journal of Production Economics**, v.49, n.1, p.1–15, 1997.

PRABHU, S. S., RUNGER, G. C., KEATS, J. B. X chart with adaptive sample size. **International Journal of Production Research**, v.31, n.12, p.2895–2909, 2001.

PINHO, A.F. **Metodologia para utilização de algoritmos genéticos em modelos de simulação computacional em ambientes de manufatura**. 2008. 189 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica), Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, SP, 2008.

PINHO, A. F., MONTEVECHI, J. A. B., MARINS, F. A. S. Análise da aplicação de projeto de experimentos nos parâmetros dos algoritmos genéticos. **Sistemas & Gestão**, v.2, n.3, p.314-325, 2007

PYRZ, M., ZAWIDZKA, J. Optimal discrete truss design using improved sequential and genetic algorithm. **Engineering Computations,** v.18, n.8, p.1078-1090, 2001.

RAHIM, M. A., BANERJEE, P. K. A generalized economic model for the economic design of X control charts for production systems with increasing failure rate and early replacement. **Naval Research Logistics**, v.40, n.6, p.787–809, 1993.

RECHENBERG, I. **Evolutiosstrategie: Optimierung technischer Systeme nach Prinzipien der biologischen Evolution**. Frommann–Holzboog, Stuttgart, 1973.

REES, J., KOEHLER, G. J. Learning genetic algorithm parameters using hidden Markov models. **European Journal of Operational Research**, v.175, n.2, p.806–820, 2006.

REYNOLDS JR, M. R., ARNOLD, J. C., BAIK, J. W. Variable Sampling Interval $\bar{X}$ Charts in the Presence of Correlation. **Journal of Quality Technology**, v.28, n.1, p.12-30, 1996.

REYNOLDS JR, M. R., LUZ, C-W. Control charts for monitoring processes with autocorrelated data. **Nonlinear Analysis: Theory, Methods &Applications**, v.30, n.7, p. 4059-4067, 1997.

RYAN, T. P. Discussion of Some statistical process control methods for autocorrelated Data by D.C. Montgomery and C.M. Mastrangelo. **Journal of Quality Technology**, v.23, n.3, p.200-202, 1991.

RUNGER, C. G., WILLEMAIN, T. R. Batch means control charts for autocorrelated data. **IIE Transactions**, v.28, n.6, p.483-487, 1996.

RUNGER, G. C., WILLEMAIN, T. R. Model-based and model free control of autocorrelated process. **Journal of Quality Technology**, v.27, n.4, p.283-292, 1995.

RUSSO, S., CAMARGO, M. E. Controle Estatístico de Processo: solução de um estudo de caso usando procedimentos estatísticos. **In: Anais do ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO E SISTEMAS**, 24, 2004, Florianópolis. CD ROM. Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina, 2004, 6p.

SANIGA, E. M. Economic statistical control chart designs with an application to X and R charts. **Technometrics**, v.31, n.3, p.313–320, 1989.

SANIGA, E. M., DAVIS, D. J., McWILLIAMS, T. P. Economic, Statistical and Economic- Statistical Design of Attribute Charts. **Journal of Quality Technology**, v.27, n.1, p.56-73, 1995.

SHAN, H., Zhou, S., SUN, Z. Research on assembly sequence planning based on genetic simulated annealing algorithm and ant colony optimization algorithm. **Assembly Automation**, v.29, n.3, p.249–256, 2009

SCHMID, W. CUSUM control schemes for gaussian processes. **Statistical Papers**, v.38, n.2, p.191-217, 1997.

SCHMID, W. On the run length of a Shewhart chart for correlated data. **Statistical Papers**, v.36, n.2, p.111-130, 1995.

SHEU, S. H., LIN, T. C. The generally weighted moving average control chart for detecting small shifts in the process mean. **Quality Engineering**, v.16, n.2, p.209-231, 2003.

SHEU, S. H., LU, S. L. Monitoring autocorrelated process mean and variance using GWMA chart based on residuals. **Asia-Pacific Journal of Operational Research**, v.25, n.6, p.781-792, 2008.

SHEU, S. H., LU, S. L. Monitoring the mean of autocorrelated observations with generally weighted moving average control chart. **Journal of Statistical Computation and Simulation**, v.79, n.12, p.1393-1406, 2010.

SHEWHART, W. A., **Quality control charts**. Bell System Technical Journal, 1926.

SHEWHART, W. A. **Economic control of quality of manufactured product**. D. Van Nostrand Company, NY-EUA, 501 p., 1a ed., 1931.

SILVA, C. M., BISCAIA JR., E. C. Genetic algorithm development for multiobjective optimization of batch free-radical polymerization reactors. **Computers and Chemical Engineering**, v.27, n.8-9, p.1329-1344, 2003.

SOLTANI, R., JOLAI, F., ZANDIEH, M. Two robust meta-heuristics for scheduling multiple job classes on a single machine with multiple criteria. **Expert Systems with Applications**, v.37, n.8, p.5951-5959, 2010

SRIVASTAVA, M. S., WU, Y. A second order approximation to Taguchi's on-line control procedure. **Communications in Statistics - Theory and Methods**, v.20, n7, p.2149-2168, 1991.

SRIVASTAVA, M. S., WU, Y. An improved version of Taguchi's on-line control procedure. **Journal of Statistical Planning and Inference**, v.43, n.1-2, p.133-145, 1995.

STOUMBOS, Z. G., REYNOLDS JR, M. R., RYAN, T P., WOODALL, W. H. The State of Statistical Process Control as We Proceed into the 21st Century. **Journal of the American Statistical Association**, v.95, n.451, p.992-998, 2000.

SUPERVILLE, C. R., ADAMS, B. M. An evaluation of forecast-based quality control schemes. **Communications in Statistics-Simulation and Computation**, v.23, n.3, p.645-661, 1994.

SVOBODA, L. **Economic Design of Control Charts: a Review and Literature Survey** (1979-1989). Statistical Process Control in Manufacturing, J. B. Keats e D. C. Montgomery (eds.), Marcel Dekker, New York, 1991.

TANOMARU, J. Motivação, fundamentos e Aplicações de Algoritmos Genéticos. **In: Anais do II Congresso Brasileiro de Redes Neurais**, p.373-403, Curitiba, PR, 1995.

TAGUCHI, G. **On-line Quality Control during Production.** Tokyo: Japanese Standards Association, 1981.

TAGUCHI, G. **System of Experimental design: Engeneering methods to optimize quality and minimize costs**. New York, NY, USA: UNIPUB. 1987.

TAGUCHI, G., ELSAYED, E. A., HSIANG, T. C. **Engenharia de Qualidade em Sistemas de Produção**. São Paulo : McGraw Hill, 1990.

TESTIK, M. C. Model inadequacy and residual control charts for autocorrelated processes. **Quality and Reliability Engineering International**, v.21, n.2, p.115-130, 2005.

TIMMER, D. H., PIGNATIELLO JR., J. J., LONGNECKER, M. T. Applying an AR(1) CUSUM control chart to data from a chemical process. **Quality Engineering**, v.13, n.2, p.107-114, 2000.

TIMMER, D. H., PIGNIATIELLO, JR, J. J. Change point estimates for the parameters of an AR(1) process. **Quality and Reliability Engineering International**, v.19, n.4, p.355-369, 2003.

TORNG, J. C. C., COCHRAN, J. K., MONTGOMERY, D. C., LAWRENCE, F. P. Implementing statistically constrained economic EWMA control charts. **Journal of Quality Technology**, v.27, n.3, p.257–264, 1995.

TORNG, J. C. C., LEE, P. H., LIAO, N. Y. An economic-statistical design of double sampling X control chart. **International Journal Production Economics**, v.120, p.495–500, 2009.

TORNG, J C. C., LEE, P. H., LIAO, H. S., LIAO, N. Y. An economic design of double sampling X charts for correlated data using genetic algorithms. **Expert Systems with Applications,** v.36, n.10, p.12621–12626, 2009.

VANBRACKLE, L. N., REYNOLDS JR, M. R. EWMA and CUSUM Control Charts in the Presence of Correlation. **Communications in Statistics-Simulation and Computation**, v.26, n.4, p.979-1008, 1997.

VASILOPOULOS, A. V., STAMBOULIS, A. P. Modification of control chart limits in the presence of data correlation. **Journal of Quality Technology**, v.10, n.1, p.20-30, 1978.

WANG, H-Y. A EWMA for monitoring stationary autocorrelated process. Conference Paper. **Anais: International Conference on Computational Intelligence and Software Engineering. IEEE**, 2009.

WARDELL, D. G., MOSKOWITZ, H., PLANTE, R. D. Control charts in the presence of data autocorrelation. **Management Science**, v.38, n.8, p.1084-1105, 1992.

WARDELL, D. G., MOSKOWITZ, H., PLANTE, R. D. Run-length distributions of special-cause control charts for correlated process. **Technometrics**, v.36, n.1, p.3-27, 1994.

WHEELER, D. J., CHAMBERS, D. S. **Understanding Statistical Process Control**. 2nd ed., Ed. SPC Press, 406p, 1992.

WOODALL, W. H. The statistic design of quality control charts. **The Statistician**, v.34, n.2, 155–160, 1985.

WOODALL, W. H. Weaknesses of the economic design of control charts. **Technometrics**, v.28, n.4, p. 408-409, 1986.

VIANNA, D. S., SOUZA, F. D., NETO, A. J. S., LOBO, R. A. G., VIANNA, M. F. D. **Padronização de políticas de substituição para a ferramenta ToGAI**. XLII Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional, Bento Gonçalves, RS, 2010.

VOMMI, V. B., SEETALAB, M. S. N. A simple approach for robust economic design of control charts. **Computers & Operations Research,** v.34, n.7, p.2001-2009, 2007a.

VOMMI, V. B., SEETALAB, M. S. N. A new approach to robust economic design of control charts. **Applied Soft Computing**, v.7, n.1, p.211- 228, 2007b.

YANG, K., HANCOCK, W. M. Statistical quality control for correlated samples. **International Journal of Production Research**, v.28, n.3, p.595–608, 1990.

YOURSTONE, S. A., ZIMMER, W. J. Non-normality and the design of control charts for averages. **Decision Science**, v.23, n.5, p.1099–1113, 1992.

YU, F. J., CHEN, Y. S. An Economic design for a variable-sampling-interval (X) over-bar control chart for a continuous-flow process. **International Journal of Advanced Manufacturing**, v.25, p.370–376, 2005.

YUN, Y., GEN, M. Performance analysis of adaptive genetic algorithms with fuzzy logic and heuristics. **Fuzzy Optimization and Decision Making**, v.2, n.2, p.161–175, 2003.

ZHANG, N. F. Detection capability of residual control chart for stationary process data. **Journal of Applied Statistics**, v.24, n.4, p.363-380, 1997.

ZHANG, N. F. A statistical control chart for stationary process data. **Technometrics**, v.40, n.1, p.24-39, 1998.

ZHANG, H., ISHIKAWA, M. A solution to combinatorial optimization with timevarying parameters by a hybrid genetic algorithm. **In: Anais do International Congress Series**, v.1269, p.149–152, 2004.

ZHANG, Y., JIANG, P., ZHOU, G. GA - driven part e-manufacturing scheduling an online e-service platform. **Integrated Manufacturing Systems**, v.14, n.7, p.575-585, 2003.

ZHANG, C. W., XIE, M., GOH, T. N. Economic design of cumulative count of conforming charts under inspection by samples. **International Journalof Production Economics**, v.111, n.1, p.93–104, 2008.

ZIMMER, W. J., BURR, I. W. Variables sampling plans based on non-normal populations. **Industrial Quality Control**, v.21, p.18–36, 1963.

ZOU, C., WANG, Z., TSUNG, F. Monitoring autocorrelated process using variable sampling schemes at fixed-times. **Quality and Reliability Engineering International**, v.24, n.1, p.55-69, 2008.

APÊNDICE A - DETERMINAÇÃO DO NMA COMO FUNÇÃO DO NÚMERO ESPERADO DE VISITAS AOS ESTADOS TRANSIENTES DE UMA CADEIA DE MARKOV

Como a média μ do processo oscila de acordo com um modelo AR (1), utiliza-se seu valor a cada instante de amostragem para definir os estados transientes da cadeia de Markov. Para se trabalhar com uma cadeia de Markov finita, discretiza-se μ em m valores $a_1, a_2, .., a_m$,. Caso o valor de $\bar{X}$ da amostra (i) pertença à região central do gráfico de controle, então o valor $\mu_{(i+1)}$ da média do processo quando a amostra (i + 1) é formada define o estado transiente da cadeia de Markov. Se $\mu_{(i+1)} = a_l$, o estado (l) é alcançado, onde $l \in \{1,2, \ldots, m\}$. O estado absorvente é alcançado quando o gráfico de controle sinaliza um desajuste do processo, isto é, quando um valor de $\bar{X}$ surgir na região de ação. A matriz de probabilidades de transição é dada por:

$$Q = [p(r,s)], r, s \in \{1,2, \ldots, m\} \qquad (A1)$$

onde $p(r,s)$ representa a probabilidade de transição do estado (r) para o estado (s). Se a média do processo é discretizada em m valores $a_1, a_2, .., a_m$, com $\mu_j = \mu_0 - [(m-1) - 2(j-1)]\Delta$ e $\Delta = 7\sigma_\mu (m-1)^{-1}$, segue então:

$$p(r,s) = Pr\left[|\bar{X} - \mu_0| < L\sigma_{\bar{X}} \mid \bar{X} \sim N\left(\mu_r, \frac{\sigma_e^2}{n}\right)\right] * Pr\left[|\alpha - \mu_s + \phi^h \mu_r| < \Delta \mid \alpha \sim N\left(0, (1-\phi^{2h})\sigma_\mu^2\right)\right] \qquad (A2)$$

O número médio de amostras até o sinal é então dado por:

$$NMA = b(I - Q)^{-1} t \qquad (A3)$$

em que $b = (p_1, p_2, \ldots, p_m)$ com $p_i = Pr\left[|\mu - \mu_i| < \Delta \mid \mu \sim N(\mu_0, \sigma_\mu^2)\right]$ é o vetor de probabilidades iniciais e $t = (1,1, \ldots, 1)$, o intervalo entre amostragens.

APÊNDICE B - DETERMINAÇÃO DO NMAF COMO FUNÇÃO DO NÚMERO ESPERADO DE VISITAS AOS ESTADOS TRANSIENTES DE UMA CADEIA DE MARKOV

Como a média μ do processo oscila de acordo com um modelo AR (1), utiliza-se seu valor a cada instante de amostragem para definir os estados transientes da cadeia de Markov. Para se trabalhar com uma cadeia de Markov finita, discretiza-se μ em m valores $a_{1,}\ a_{2,}..,a_{m,.}$ Enquanto o processo estiver sob controle o valor $\mu_{(i+1)}$ da média do processo quando a amostra $(i + 1)$ é formada define o estado transiente da cadeia de Markov. Se $\mu_{(i+1)} = a_l$, o estado (l) é alcançado, onde $l \in \{1,2,\ldots.,m\}$. O estado absorvente é alcançado quando o processo sai de controle. É interessante observar que o valor da estatística $\bar{X}$ não interfere na cadeia de Markov. Quando o valor de $\bar{X}$ da i-ésima amostra cai na região de ação do gráfico tem-se um alarme falso, contudo, o estado da cadeia na próxima amostragem permanece sendo $\mu_{(i+1)} = a_l$ que segue o modelo AR(1), isto é, $\mu_{i+1} = (1 - \phi^h)\xi + \phi^h\mu_l + \alpha_l$ conforme expressão (27).

A matriz de probabilidades de transição é dada pela expressão (A1), onde:

$$p(r,s) = e^{-\lambda h} * Pr\left[\left|\alpha - \mu_s + \phi^h\mu_r\right| < \Delta \mid \alpha \sim N\left(0,(1-\phi^{2h})\sigma_\mu^2\right)\right] \qquad (B1)$$

em que $e^{-\lambda h}$ é a probabilidade do processo permanecer sob controle e número médio esperado de alarmes falsos é então dado pela expressão (A3)

APÊNDICE C – CÓDIGOS COMPUTACIONAIS EM FORTRAN

```
      USE MSIMSL

      DOUBLE PRECISION n, k, h
      DOUBLE PRECISION PSY, FI, SHIFT
      DOUBLE PRECISION Pop(50,10),Selec(50,3),Filho(50,10)
      DOUBLE PRECISION NMA, NMAF, Alpha
      DOUBLE PRECISION LI, LS, nLI, nLS, kLI, kLS, hLI, hLS
      DOUBLE PRECISION aFator, pFator, poderLI, poderLS, alphaLS
      DOUBLE PRECISION lb, g, T, D, a1, a2, a3, a4, a5
      DOUBLE PRECISION ProbCros, ProbMut, Sol(9)
      INTEGER nPop(50,7), nFilho(50,7), nSelec(50,7)
      INTEGER NumGeracoes, melhor
      INTEGER I, J, nG, p1, p2
      CHARACTER*64 FN1
      COMMON NMAF, Alpha
      EXTERNAL FUNCTION NMA

      !Parâmetros do AG
      TamPop = 50
      NumGeracoes = 10
      ProbMut = 0.5
      ProbCros = 0.75

      !Parametros
      nLI = 1 !Limite inferior para o tamanho da amostra
      nLS = 6 !Limite superior para o tamanho da amostra
      kLI = 1 !Limite inferior para o fator de abertura dos limites de controle
      kLS = 4 !Limite superior para o fator de abertura dos limites de controle
      hLI = 0.1 !Limite inferior para o intervalo de amostragem
      hLS = 10 !Limite superior para o intervalo de amostragem
      alphaLS = 0.003 !Restrição do risco alpha
      poderLI = 0.1 !Restrição do poder de detecção
      poderLS = 0.99999 !Restrição do poder de detecção pois não é superior a 100%

      !Parametros de custo
      lb = 0.05 !Lambida = Frequência de ocorrências por hora
      g = 0.0167 !Constante proporcional ao tamanho da amostra
      D = 1  !Tempo exigido para achar a causa atribuível a um sinal de ação
      a1 = 1  !Custo fixo de extração de uma amostra de tamanho n
      a2 = 0.1 !Custo variável de extração de uma amostra de tamanho n
      a3 = 25  !Custo de determinação de uma causa atribuível
      a4 = 50  !Custo de investigação de um alarme falso
      a5 = 100 !Custo horário da penalidade produção no estado fora de controle

      WRITE(*,10)
10    FORMAT (' Digite o nome do arquivo, FI, PSY, SHIFT:')
      READ(*,*)FN1,FI,PSY, SHIFT

      WRITE(*,13)
13    FORMAT (' Processando..')

      OPEN(9,FILE=FN1)

      !Imprime Título da Solucao
      WRITE(*,20)
20    FORMAT (' PHI PSY SHIFT n k h nNMAF NMAs ALPHA PODER Custo')

      WRITE(9,21)
```

```
21      FORMAT (' PHI PSY SHIFT n k h nNMAF NMAs ALPHA PODER Custo')

        !Inicializa Solução
        Sol(9) = 9999999999
        !*****************************************************************
        !POPULAÇÃO INICIAL: Gera n, k e h
        !*****************************************************************
        DO I = 1,TamPop
                n = 0
                DO J = 0,nLS
                        !Gera n: Tamanho da amostra
                        IF (RAND(0).GT.0.5) THEN
                                nPop(I,J) = 1
                        ELSE
                                nPop(I,J) = 0
                        ENDIF
                        n = n +  nPop(I, J) * (2 ** J)
                ENDDO
                IF (n.EQ.0D0) THEN
                        n = 1
                        nPop(I,0) = 1
                ENDIF
                Pop(I,1) = n

                k = (kLS - kLI) * RAND(1) + kLI
                Pop(I,2) = k

                h = (hLS - hLI) * RAND(1) + hLI
                Pop(I,3) = h

        ENDDO
        !*****************************************************************
        !Aplica a metaheuristica Algoritmo Genetico
        !*****************************************************************
        DO nG = 1,NumGeracoes
                !*************************************************************************
                !AVALIAÇÃO da nova populaçao
                !*************************************************************************
                DO I = 1,TamPop
                        n = Pop(I,1)

                        k = Pop(I,2)

                        h = Pop(I,3)

                        CALL nNMAF(FI,PSY,n,k,h,lb)

                        Pop(I,4) = NMAF          !Número de Alarmes Falsos

                        Pop(I,5) = NMA(FI,PSY,n,k,h,SHIFT)

                        Pop(I,6) = Alpha !Alpha

                        Pop(I,7) = 1/Pop(I,5) !Poder

                !Tempo esperado de ocorrência dada a ocorrência da causa atribuível entre j e (j+1) amostral
                        T = (1 - (1 + lb * h) * DEXP(-lb * h)) / (lb * (1 - DEXP(-lb * h)))

                        !Calculo do Custo
                        Pop(I,8) = (a1 + a2 * n)/h + (a5 * (h / Pop(I,7) - T + g * n + D) + a3 + a4 * NMAF)
```

```
&                   / ((1 / lb) + (h / Pop(I,7)) - T + g * n + D)

                    !Verifica restrição de Alpha
                    IF (Pop(I,6).GT.alphaLS) THEN
                            Pop(I,10) = 0 !Solução inadimissível
                    ELSE
                            Pop(I,10) = 1 !Solução adimissível
                    ENDIF

                    !Verifica restrição do Poder
                    IF (Pop(I,7).GE.poderLS) THEN
                            Pop(I,10) = 0 !Solução inadimissível
                    ENDIF
                    Pop(I,9) = Pop(I,8)

                    !Encontrar o melhor filho desta geração e atualizar a solução
                    IF (Pop(I,10).EQ.1) THEN
                            IF (Pop(I,9).LT.Sol(9)) THEN
                                    DO J = 1,9
                                            Sol(J) = Pop(I,J)
                                    ENDDO
                            ENDIF
                    ENDIF

            ENDDO
            !*************************************************************
            !SELEÇÃO dos pais por TORNEIO
            !*************************************************************
            DO I = 1, TamPop
                    LI = 1
                    LS = TamPop - 1
                    p1 = NINT((LS - LI + 1) * RAND(0) + LI)
                    p2 = NINT((LS - LI + 1) * RAND(0) + LI)
                    p3 = NINT((LS - LI + 1) * RAND(0) + LI)

                    IF (Pop(p1,9).LT.Pop(p2,9)
&                   .AND.Pop(p1,9).LT.Pop(p3,9)) THEN
                            melhor = p1
                    ELSE
                            IF (Pop(p2,9).LT.Pop(p3,9)) THEN
                                    melhor = p2
                            ELSE
                                    melhor = p3
                            ENDIF
                    ENDIF
                    !Armazenar o melhor indivíduo para posterior recombinações
                    DO J = 1,3
                            Selec(I,J) = Pop(melhor,J)
                    ENDDO
                    DO J = 0,nLS
                            nSelec(I,J) = nPop(melhor,J)
                    ENDDO
            ENDDO
            !*****************************************************************
            !MIGRAÇÃO dos pais selecionados para nova população
            !*****************************************************************
            DO I = 1,TamPop
                    DO J = 1,3
                            Filho(I,J) = Selec(I,J)
                    ENDDO
```

```
        DO J = 0,nLS
            nFilho(I,J) = nSelec(I,J)
        ENDDO
ENDDO
!*****************************************************************
!CROSSOVER entre os pares de pais selecionados
!*****************************************************************
I = 1
DO WHILE (I.LT.tamPop)
        !Verificar a probalidade de crossover
        IF (RAND(0).LE.probCros) THEN
            !Aplica Crossover flat para n
            LI = 1
            LS = nLS
            p1 = NINT((LS - LI + 1) * RAND(0) + LI)
            DO J = 0,p1
                nFilho(I,J) = nSelec(I+1,LS - J)
                nFilho(I+1,J) = nSelec(I,LS - J)
            ENDDO
            n = 0
            !Converte Binário para Inteiro
            DO J = 0,nLS
                n = n +  nFilho(I, J) * (2 ** J)
            ENDDO
            Filho(I,J) = n
            !Verifica se n á ZERO
            IF (n.EQ.0D0) THEN
                Filho(I,J) = 1
                nFilho(I,0) = 1
            ENDIF
            n = 0
            !Converte Binário para Inteiro
            DO J = 0,nLS
                n = n +  nFilho(I+1, J) * (2 ** J)
            ENDDO
            Filho(I+1,J) = n
            !Verifica se n á ZERO
            IF (n.EQ.0D0) THEN
                Filho(I+1,J) = 1
                nFilho(I+1,0) = 1
            ENDIF

            !Aplica Crossover flat para k e h
            DO J = 1,3
                LI = Selec(I,J)
                LS = Selec(I+1,J)
                IF(LS.LT.LI)THEN
                    X = LI
                    LI = LS
                    LS = X
                ENDIF
                IF (J.EQ.1) THEN
                    Filho(I,J) = NINT((LS - LI) * RAND(0)+LI)
                    Filho(I+1,J) = NINT((LS - LI) *RAND(0)+LI)
                ELSE
                    Filho(I,J) = (LS - LI) * RAND(0) + LI
                    Filho(I+1,J) = (LS - LI) * RAND(0) + LI
                ENDIF
            ENDDO
        ENDIF
```

```
                I = I + 2
            ENDDO
            !*****************************************************************
            !MUTAÇÃO para a Nova População
            !*****************************************************************
            DO I = 1,tamPop
                !Aplica mutação para n
                !O limites são os limites dos parâmetros
                DO J = 0,nLS
                    IF (RAND(0).LE.probMut) THEN
                        IF (nFilho(I,J).EQ.1) THEN
                            nFilho(I,J) = 0
                        ELSE
                            nFilho(I,J) = 1
                        ENDIF
                    ENDIF
                ENDDO
                n = 0
                !Converte Binário para Inteiro
                DO J = 0,nLS
                    n = n +  nFilho(I, J) * (2 ** J)
                ENDDO
                Filho(I,J) = n
                !Verifica se n á ZERO
                IF (n.EQ.0D0) THEN
                    Filho(I,J) = 1
                    nFilho(I,0) = 1
                ENDIF
                !Aplica mutação para k
                !O limites são os limites dos parâmetros
                IF (RAND(0).LE.probMut) THEN
                    Filho(I,2) = (kLS - kLI) * RAND(0) + kLI
                ENDIF
                !Aplica mutação para h
                IF (RAND(0).LE.probMut) THEN
                    Filho(I,3) = (hLS - hLI) * RAND(0) + hLI
                ENDIF
            ENDDO
            !*****************************************************************
            !MIGRAÇÃO dos filhos para a população
            !*****************************************************************
            DO I = 1,TamPop
                DO J = 1,3
                    Pop(I,J) = Filho(I,J)
                ENDDO
                DO J = 0,nLS
                    nPop(I,J) = nFilho(I,J)
                ENDDO
            ENDDO
        ENDDO
        !*****************************************************************
        !Imprime solução
        !*****************************************************************
        WRITE(*,30)FI,PSY,SHIFT,Sol(1),Sol(2),Sol(3),Sol(4),Sol(5),Sol(6),Sol(7),Sol(8)
30      FORMAT (11F20.5)

        WRITE(9,31)FI,PSY,SHIFT,Sol(1),Sol(2),Sol(3),Sol(4),Sol(5),Sol(6),Sol(7),Sol(8)
31      FORMAT (11F20.5)

        WRITE(*,100)
```

```
100     FORMAT (' Pressione qualquer tecla para fechar')
        READ(*,*)

        END

        !*****************************************************************
        !Calculo do Número de Alarmes Falsos e Alpha Médio
        !*****************************************************************

        SUBROUTINE nNMAF(PHI,PSY,n,k,h,lb)

        USE MSIMSL

        PARAMETER (M=500)

        INTEGER I,J
        DOUBLE PRECISION PSY,PHI,n,k,h,lb
        DOUBLE PRECISION MI(M),SIGMI,D,SIGE,SIGX,SIGXBAR,SIGALFA
        DOUBLE PRECISION PI(M),P1,P2
        DOUBLE PRECISION P3,P4,P5,P6,C(M,M),BINV(M,M),LSC,LIC
        DOUBLE PRECISION AR(M),Abertura, ARTotal, NMAF, Alpha
        COMMON NMAF, Alpha

        !FATOR DE ABERTURA DAS REGIÕES DO GRÁFICO PARA A CADEIA DE MARKOV
        Abertura = 7.0D0

        !DESVIO PADRÃO DO ERRO
        SIGE = 1.0D0

        ! DESVIO PADRÃO DE MI
        SIGMI = SIGE * DSQRT(PSY / (1.0D0 - PSY))

        D = (Abertura * SIGMI) / M

        ! DESVIO PADRÃO DO ALPHA
        SIGALFA = SIGMI * DSQRT(1.0D0 - (PHI ** (2 * h)))

        ! DESVIO PADRÃO DO X
        SIGX = DSQRT((SIGMI ** 2) + (SIGE ** 2))

        ! DESVIO PADRÃO DO X Barra
        SIGXBAR = DSQRT((SIGMI ** 2) + (SIGE **2) / n)

        !CALCULO DOS LIMITES DE CONTROLE
        LSC = +k * SIGXBAR
        LIC = -k * SIGXBAR

        DO I = 1,M
                !DIVIDE A CURVA DA NORMAL EM +- ABERTURA DE SIGMI
                MI(I) = -Abertura * SIGMI + (I - 1) * (2.0D0 * D) + D
                P1 = DNORDF((MI(I) - D) / SIGMI)
                P2 = DNORDF((MI(I) + D) / SIGMI)
                PI(I) = P2 - P1
        ENDDO

        !CALCULA AS PROBABILIDADES DE TRANSIÇÃO DA CADEIA DE MARKOV
        DO I = 1,M
                !MÉDIA MI DO ESTADO i
                MI(I) = -Abertura * SIGMI + (I - 1) * (2.0D0 * D) + D
                DO J = 1,M
```

```
                !MÉDIA MI DO ESTADO J
                MI(J) = -Abertura * SIGMI + (J - 1) * (2.0D0 * D) + D
                !PROBABILIDADE DE ALPHA MI DO ESTADO i PARA j
                P3 = DNORDF((MI(J) - D - (PHI ** h) * MI(I)) / SIGALFA)
                P4 = DNORDF((MI(J) + D - (PHI ** h) * MI(I)) / SIGALFA)
                !PROBABILIDADE DO PROCESSO ESTAR EM CONTROLE
                P5 = DEXP(-lb * h)
                !PROB DE TRANSIÇÃO C(I,J) = Pr[MIj/MIi]*Pr[PROCESSO EM CONTROLE]
                C(I,J) = - (P4 - P3) * P5
                IF (I.EQ.J) THEN
                        C(I,J) = C(I,J) + 1.0D0
                ENDIF
        ENDDO
ENDDO

!CALCULA A INVERSA DE C EM BINV
CALL DLINRG(M,C,M,BINV,M)
!NÚMERO DE VEZES EM QUE SÃO VISITADOS CADA ESTADO
DO J = 1,M
        AR(J) = 0.0D0
        DO I = 1,M
                AR(J) = AR(J) + BINV(J,I)
        ENDDO
ENDDO

!CALCULA O NÚMERO DE ALARMES FALSOS NO CICLO 1
ARTotal = 0.0D0
NMAF = 0.0D0
DO J = 1,M
        !PROB DA MÉDIA MI ESTAR FORA DOS LIMITES DE CONTROLE
        MI(J) = -Abertura * SIGMI + (J - 1) * (2.0D0 * D) + D
        P5 = DNORDF(DSQRT(n) * (LIC - MI(J)) / SIGE)
        P6 = DNORDF(DSQRT(n) * (LSC - MI(J)) / SIGE)
        ARTotal = ARTotal + PI(J) * AR(J)
        NMAF = NMAF + (1 - (P6 - P5)) * PI(J) * AR(J)
ENDDO
Alpha = NMAF/ARTotal
RETURN
END

!*****************************************************************
!Calculo do NMA
!*****************************************************************

FUNCTION NMA(PHI,PSY,n,k,h,SHIFT)

USE MSIMSL
PARAMETER (M=500)

INTEGER I,J
DOUBLE PRECISION PSY,PHI,SHIFT,n,k,h
DOUBLE PRECISION MI(M),SIGMI,D,SIGE,SIGX,SIGXBAR,SIGALFA
DOUBLE PRECISION PI(M),P1,P2
DOUBLE PRECISION P3,P4,P5,P6,C(M,M),BINV(M,M),LSC,LIC
DOUBLE PRECISION AR(M),Abertura,NMA

!FATOR DE ABERTURA DAS REGIÕES DO GRÁFICO PARA A CADEIA DE MARKOV
Abertura = 7.0D0

!DESVIO PADRÃO DO ERRO
```

```
SIGE = 1.0D0

! DESVIO PADRÃO DE MI
SIGMI = SIGE * DSQRT(PSY / (1.0D0 - PSY))

D = (Abertura * SIGMI) / M

! DESVIO PADRÃO DO ALPHA
SIGALFA = SIGMI * DSQRT(1.0D0 - (PHI ** (2 * h)))

! DESVIO PADRÃO DO X
SIGX = DSQRT((SIGMI ** 2) + (SIGE ** 2))

! DESVIO PADRÃO DO X Barra
SIGXBAR = DSQRT((SIGMI ** 2) + (SIGE **2) / n)

!CALCULO DOS LIMITES DE CONTROLE
LSC = +k * SIGXBAR
LIC = -k * SIGXBAR

!CALCULO DAS PROBABILIDADES INICIAIS
DO I = 1,M
        !DIVIDE A CURVA DA NORMAL EM +- ABERTURA SIGMI
        MI(I) = -Abertura * SIGMI + (I - 1) * (2.0D0 * D) + D
        P1 = DNORDF((MI(I) - D) / SIGMI)
        P2 = DNORDF((MI(I) + D) / SIGMI)
        PI(I) = P2 - P1
ENDDO

!CALCULA AS PROBABILIDADES DE TRANSIÇÃO DA CADEIA DE MARKOV
DO I = 1,M
        !MÉDIA MI DO ESTADO i
        MI(I) = -Abertura * SIGMI + (I - 1) * (2.0D0 * D) + D
        DO J = 1,M
                !MÉDIA MI DO ESTADO J
                MI(J) = -Abertura * SIGMI + (J - 1) * (2.0D0 * D) + D
                !PROBABILIDADE DE ALPHA MI DO ESTADO i PARA j
                P3 = DNORDF((MI(J) - D - (PHI ** h) * MI(I)) / SIGALFA)
                P4 = DNORDF((MI(J) + D - (PHI ** h) * MI(I)) / SIGALFA)
!PROB DA MÉDIA MI ESTAR FORA DOS LIMITES DE CONTROLE COM O EFEITO DO SHIFT
                P5 = DNORDF(DSQRT(n) * (LIC - MI(J) + SHIFT * SIGE) / SIGE)
                P6 = DNORDF(DSQRT(n) * (LSC - MI(J) + SHIFT * SIGE) / SIGE)
!PROB DE TRANSIÇÃO C(I,J) = Pr[MIj/MIi]*Pr[ALARME DEVIDO AO DESVIO/MIj]
                C(I,J) = -(P6 - P5) * (P4 - P3)
                IF (I.EQ.J) THEN
                        C(I,J) = C(I,J) + 1.0D0
                ENDIF
        ENDDO
ENDDO

!CALCULA A INVERSA DE C EM BINV
CALL DLINRG(M,C,M,BINV,M)
!NÚMERO DE VEZES EM QUE SÃO VISITADOS CADA ESTADO
DO J = 1,M
        AR(J) = 0.0D0
        DO I = 1,M
                AR(J) = AR(J) + BINV(J,I)
        ENDDO
ENDDO
```

```
!CALCULO DO NMA
NMA = 0.0D0
DO J = 1,M
        NMA = NMA + PI(J) * AR(J)
ENDDO

RETURN
END
```