

unesp

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO
EM
ENGENHARIA ELÉTRICA

1210001123



Nº 33

"PLANEJAMENTO DE REATIVOS EM SISTEMAS DE
ENERGIA ELÉTRICA USANDO TÉCNICAS DE
DECOMPOSIÇÃO DE BENDERS E BRANCH-AND-BOUND"
ALUNO: JOSÉ WANDERLEY SCUCUGLIA
ORIENTADOR: JOSÉ ROBERTO SANCHES MANTOVANI

Te.1123

unesp



12 13 14 15 16 17 18 19

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA – UNESP
FACULDADE DE ENGENHARIA – CAMPUS DE ILHA SOLTEIRA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
CURSO DE PÓS GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

**“PLANEJAMENTO DE REATIVOS EM SISTEMAS DE
ENERGIA ELÉTRICA USANDO TÉCNICAS DE
DECOMPOSIÇÃO DE BENDERS E BRANCH-AND-BOUND”**

1210001123



Proc. 54/99 Lisa - NRO 162

UNESP- "CAMPUS" DE ILHA SOLTEIRA SERVIÇO DE BIBLIOTECA E DOCUMENTAÇÃO	
DATA DE ENTRADA <i>12/11/99</i>	DATA DE TOMBO <i>30/11/99</i>
REGISTRO <i>lilia</i>	TOMBO <i>1.123</i>
ADQUIÇÃO <i>Doacap - auto R\$ 10,00</i>	CLASSIFICAÇÃO <i>5436p</i>

3040400

Dissertação submetida à Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira – UNESP, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Elétrica (ME).

AUTOR : José Wanderley Scucuglia
ORIENTADOR : José Roberto Sanches Mantovani

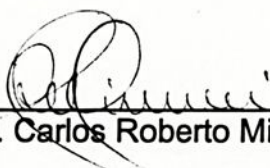
Ilha Solteira – SP, fevereiro de 1999.



“PLANEJAMENTO DE REATIVOS EM SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA USANDO TÉCNICAS DE DECOMPOSIÇÃO DE BENDERS E BRANCH-AND-BOUND”

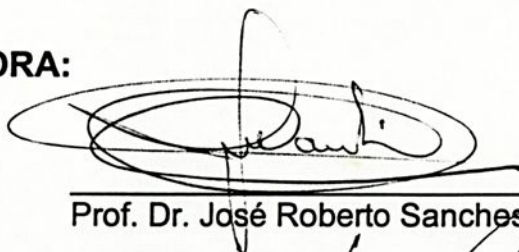
JOSÉ WANDERLEY SCUCUGLIA

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA À FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA – UNESP – COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA (ME).

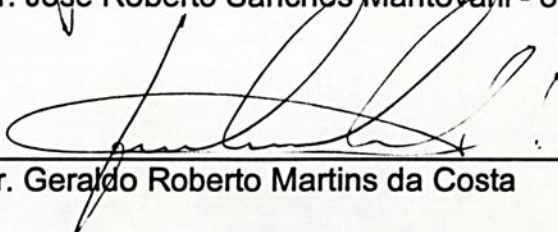


Prof. Dr. Carlos Roberto Minussi - Coordenador

COMISSÃO EXAMINADORA:



Prof. Dr. José Roberto Sanches Mantovani - orientador



Prof. Dr. Geraldo Roberto Martins da Costa



Prof. Dr. Rubén Augusto Romero Lázaro

Ilha Solteira – SP, fevereiro de 1999

Entre para valer nos projetos da vida e descubra a Beleza nas coisas que te cercam. Quem consegue descobri-la, descobre tudo.....

Deixe-te guiar por tua intuição, sonhe e te entregues à alquimia da vida pois ela é a manifestação real de Deus....

J.W.S.



À minha família

*Meus filhos Júlia e Pedro e minha
mulher Patrícia, que sempre estiveram ao
meu lado, o meu muito obrigado e que
Deus retribua tudo o que me concederam.*



Agradecimentos

Ao Prof. Dr. José Roberto Sanches Mantovani, pela competência na orientação desta pesquisa e sobretudo pela amizade e compreensão que sempre me dispensou não medindo esforços e recebendo-me com disposição sempre que precisei independente do dia ou do horário.

Ao Professor Rubén pelas valiosas discussões envolvendo o tema Decomposição de Benders.

Aos Professores do DEE (Departamento de Engenharia Elétrica) pelos ensinamentos, amizade e saudável convivência.

Aos funcionários do DEE pela eficiência e prontidão na execução das tarefas e em especial ao Arlindo, secretário da Pós Graduação do DEE, pela gentileza e simpatia no trato com as pessoas.

Aos meus colegas da Pós Graduação pelo companheirismo acolhendo-me sempre com simpatia em suas repúblicas.

Ao meu sogro Sr. Luiz Manoel e minha sogra Sra. Lurdes por sempre me incentivarem e torcerem pelo meu sucesso.



ABSTRACT

This work presents the Benders Decomposition technique and Branch-and-Bound algorithm used in the reactive planning in electric energy systems. The Benders Decomposition will be presented, to separate the planning problem into two sub-problems: one is an investment sub-problem (master) and other an operation sub-problem (slave), which will be alternately solved. The operation sub-problem will be solved through a successive linear programming algorithm while the investment problem through an integer linear programming algorithm (ILP), and this one uses of the Branch-and-Bound technique to solve a problem involving discrete variables.

The developed techniques have been implemented in a computer system in FORTRAN programming language and present result for three systems, two classical ones, with 30 buses and another with 118 buses, under several load and contingency conditions, and a real one of 309 buses.

Resumo

Este trabalho apresenta a técnica de *Decomposição de Benders* e o algoritmo de *Branch-and-Bound (B&B)* usados no Planejamento de Reativos em Sistemas de Energia Elétrica. Será apresentada a *Decomposição de Benders* utilizada na separação do problema de planejamento em dois subproblemas: um subproblema de investimento (mestre) e outro de operação (escravo) que serão resolvidos alternadamente. O subproblema de operação será resolvido usando um algoritmo de programação linear sucessiva (**PLS**) e o de investimento um **PLI** que é um algoritmo de programação linear inteira e irá utilizar-se da técnica *Branch-and-Bound* para resolver um problema que envolve variáveis discretas.

As técnicas desenvolvidas foram implementadas em um Sistema Computacional em linguagem de programação FORTRAN e apresentam resultados para três sistemas, dois sistemas clássicos [52], um de 30 barras e um de 118 barras, sob várias condições de carga e contingências, e um sistema real de 309 barras.

Conteúdo

1. Introdução.....	1
2. Problema de Planejamento de Reativos em Sistemas de Energia Elétrica.....	4
2.1 Despacho Ótimo de Reativos.....	4
2.1.1 Programação Quadrática Sequencial.....	5
2.1.2 Programação Linear Sucessiva.....	6
2.1.3 Programação Não Linear.....	6
2.1.4 Métodos de Busca Heurística.....	8
2.1.5 Sistemas Especialistas.....	8
2.2 Planejamento de Reativos em Sistemas de Energia Elétrica.....	9
2.3 Fontes de Potência Reativa no Sistema de Energia Elétrica.....	10
2.3.1 Geradores Síncronos.....	10
2.3.2 Linhas de Transmissão de Alta Tensão.....	11
2.3.3 Alteração da Topologia do Sistema.....	12
2.3.4 Transformadores com mudança de “tap” sob carga.....	12
2.4 Principais Equipamentos de Compensação.....	12
2.4.1 Capacitores “shunt”.....	13
2.4.2 Indutores “shunt”.....	14
2.4.3 Compensadores Estáticos.....	14
2.4.4 Compensadores Síncronos.....	15
2.5 Custos dos Investimentos em Fontes Reativas.....	16
2.6 Condições que Requerem o planejamento de Reativos.....	18
2.7 Formulação Geral do Problema.....	19
3. Metodologia de Solução Proposta.....	21
3.1 Introdução.....	21
3.2 Planejamento de Reativos sob Vários Cenários.....	22
3.2.1 Contingências.....	22
3.2.2 Múltiplos Níveis de Carga.....	23

3.3 O Conjunto de Barras Candidatas.....	24
3.4 A Técnica de Decomposição de Benders.....	24
3.4.1 O Algoritmo de Benders.....	28
3.5 Decomposição de Benders Aplicada ao Planejamento de Reativos.....	29
3.6 Solução do PRSEE usando a Decomposição de Benders.....	35
3.6.1 Solução do Subproblema de Operação.....	36
3.6.1.1 Programação Linear Sucessiva.....	37
3.6.1.2 Fluxo de Potência Inicial.....	38
3.6.2 Solução do Subproblema de Investimento.....	38
3.6.2.1 Algoritmo de Branch-and-Bound	39
3.7 Algoritmo para Planejamento de Reativo através do Modelo Proposto.....	47
4. Testes e Resultados.....	50
Conclusões.....	60
Bibliografia.....	62
Apêndice A	66
(Exemplo Aplicativo do Algoritmo de Decomposição de Benders)	
Apêndice B.....	70
(Interpretação Econômica dos Multiplicadores de Lagrange)	

Capítulo 1

Introdução

O Planejamento de Reativos em Sistemas de Energia Elétrica (**PRSEE**), consiste na determinação a um custo mínimo da localização, capacidade e natureza das fontes reativas a serem instaladas no sistema para permitir a sua operação em condições aceitáveis (níveis de tensões nas barras/subestações, limites na geração de potência reativa das fontes existentes), quando sujeito às diversas condições de cargas (leve, média, pesada) e alterações estruturais e/ou de parâmetros ocasionados por contingências (perdas de linhas, transformadores, etc.). Nem sempre é possível atender estas condições apenas com a alocação de fontes reativas, sendo necessário em tais casos que se proceda a um planejamento mais amplo do sistema: adição de novas unidades geradoras, construção de novas linhas de transmissão/subestações, etc.

Vários trabalhos foram publicados tratando do estudo de **PRSEE**. Dentro da filosofia do planejamento executado em um estágio, que enfocam a solução do problema por Programação Linear (**PL**), citam-se alguns trabalhos: Mamandur e Chenoweth [34] que estudaram o controle ótimo de potência reativa e a minimização de perdas. Consideram como restrições os limites de potência reativa e magnitudes das tensões nas barras de carga além dos limites de operação nas variáveis de controle (“taps” de transformadores, magnitude das tensões nos geradores e chaveamento de outros componentes reativos). O método proposto emprega técnicas de **PL** juntamente com uma relação de sensibilidade baseada na matriz Jacobiano do Fluxo de Carga do método de Newton [39]. Ávila [1] desenvolveu um modelo

que utiliza o método primal de **PL**, adota como linearização (sensibilidade) as matrizes **B'** e **B''** do Fluxo de Carga Desacoplado Rápido (**FCDR**). A Função Objetivo (**FO**) tratada é linear por partes e reflete os custos em alocar potência reativa em um determinado conjunto de barras (candidatas). Garcia [14] utiliza esta mesma filosofia, deriva um modelo analítico que permite o uso do algoritmo Dual-Simplex de **PL**. Mantovani [37] adota um modelo semelhante a [1], usa como sensibilidade a matriz Jacobiano Reativa [**LCRIC**] desenvolvida por J. L. Carpentier [8]. Através de um aumento do número de variáveis do problema, transforma a **FO**, levando em conta custos de novos investimentos, em fontes reativas numa função linear, mas não considera os custos fixos provenientes da alocação de novas fontes. Já Haffner [23] apresenta a solução do problema usando o algoritmo Dual-Simplex igual ao apresentado em Garcia [14], que opera com uma **FO** linear por partes e testa o uso de várias matrizes de sensibilidade. K. Iba [27], propõe a solução do planejamento e despacho ótimo de reativos usando um algoritmo genético modificado: a idéia básica está apoiada em algoritmos genéticos, mas utilizando-se valores discretizados para as variáveis discretas ao invés dos “bits” 0/1 que são utilizados nos algoritmos genéticos convencionais. C.R.R. Dornellas [10], apresenta um método de otimização do despacho de reativos combinando um algoritmo genético simples e um programa de fluxo de carga convencional. J.R. Mantovani e A. V. Garcia [36], propõem para a solução do problema, uma metodologia baseada em técnicas de buscas binárias e o uso de uma heurística especial para obter soluções discretas relacionadas com os bancos reativos existentes no sistema.

Outra filosofia proposta para a solução do problema, é a aplicação da técnica de *Decomposição de Benders*, separando o problema em dois subproblemas: Um referente à operação do sistema e o outro referente à expansão ótima das fontes reativas. Esta técnica foi proposta inicialmente por W. M. Lebow [32, 33], e a seguir citam-se alguns trabalhos nesta linha, entre eles: Granville e outros [19, 20], apresentam a solução do **PRSEE** usando técnicas de decomposição, igual a proposta em [33], adotando vários níveis de carga, contingências múltiplas, seleção das barras candidatas com base nas análises de factibilidade e no cálculo da relação benefício marginal/custo. Obadina e Berg [42], propõem o planejamento e o despacho ótimo de reativos considerando otimização em dois níveis semelhante a [33], exceto que incluem no conjunto de restrições do subproblema de operação, limites de estabilidade para magnitudes das tensões e coeficientes de segurança para condições de operação pré-estabelecida (este coeficiente é necessário para determinar condições críticas do sistema e manter estabilidade). Hong [24] analisa a solução do problema em dois níveis, usando a formulação [33], incluindo no problema de operação condições futuras do sistema,

procedendo-se ao planejamento completo com base no horizonte de previsão. Gómez e outros [15] apresentam a solução do problema em dois níveis igual a [19, 33], considerando várias condições de operação simultaneamente. A solução do problema de operação é analisada através do uso de **PL** e o problema de investimento através de Programação Inteira Mista (**PIM**). Análise do tempo de **CPU** é feita considerando-se o uso de **PL** sucessiva para solução do problema de planejamento de reativos completo (sem decompor) [49] e o uso da *Decomposição de Benders* com o problema de operação formulado por variáveis contínuas e o de investimento tratado por variáveis mistas.

Neste trabalho será apresentada a solução do problema de planejamento de reativos usando a *Decomposição de Benders*, utilizada na separação do problema de planejamento em dois subproblemas, relativamente mais simples, um subproblema de operação (escravo) que é resolvido utilizando *Programação Linear Sucessiva*, e usa como modelo a matriz jacobiano reativa desenvolvida por Capentier [8], e outro de investimento (mestre) que é resolvido por um algoritmo de *Branch-and-Bound* especializado, desenvolvido para a solução do problema de planejamento de reativos com vistas a considerar o modelo de barras de capacitores e reatores discretizados. Tais problemas serão resolvidos alternadamente.

No capítulo 2 deste trabalho está apresentado o *Problema de Planejamento de Reativos* em sistemas de energia elétrica, bem como a sua formulação geral.

No capítulo 3 apresenta-se o modelo e a técnica de solução proposta para o planejamento de reativos em sistemas de energia elétrica que se utiliza da técnica de *Decomposição de Benders*, algoritmo de *Programação Linear Sucessiva* e algoritmo de *Branch-and-Bound*, normalmente referenciado na literatura como desdobramento e sondagem.

No capítulo 4 será apresentada a solução do **PRSEE** em dois níveis, usando as técnicas descritas e os resultados obtidos com programa computacional desenvolvido para microcomputadores, em linguagem FORTRAN, para dois sistemas clássicos, um de 30 barras e um de 118 barras, sob várias condições de carga e contingência, e um sistema real atual de 309 barras, que será testado sob condições nominais de carga e submetido a uma determinada contingência.

Finalizando estão os comentários gerais sobre o trabalho desenvolvido até esta etapa, e as conclusões obtidas.

Capítulo 2

Problema de Planejamento de Reativos em Sistemas de Energia Elétrica

De maneira geral, o Planejamento de Reativos pode ser formulado como o problema de se determinar, a partir de condições de operações definidas, a alocação de fontes reativas em um Sistema de Energia Elétrica, a um custo mínimo, considerando restrições de segurança e de atendimento à demanda. As características físicas, econômicas e de operação dos controles de reativos das fontes existentes e das novas fontes que serão instaladas no sistema devem estar completamente definidas para a obtenção de uma proposta adequada de planejamento.

No Planejamento de Reativos estão envolvidos, normalmente, dois tipos de problemas: Despacho Ótimo de Reativos e o Planejamento de Reativos propriamente dito [35], que serão apresentados e descritos neste capítulo.

2.1 Despacho Ótimo de Reativos

O *Despacho Ótimo de Reativos* em Sistemas de Energia Elétrica é um subproblema do Fluxo de Potência Ótimo (FPO), constituindo-se uma importante etapa dentro da solução de

problema relativo ao Planejamento de Reativos. Sua solução consiste em determinar os ajustes dos dispositivos de controle das magnitudes das tensões existentes no sistema (banco de capacitores e reatores, taps de transformadores, capacidades próprias de geração de reativos dos geradores, compensadores síncronos e estáticos), com vistas a obter um perfil pré determinado das magnitudes das tensões em todas as barras do sistema e a satisfação das restrições operacionais do sistema de potência, ou seja, o *Despacho Ótimo de Reativos* é um caso particular do **FPO** que consiste em determinar o estado de um sistema de potência que otimiza uma função objetivo dada e satisfaz um conjunto de restrições físicas e operacionais.

Na Otimização de Despacho de Reativos (**ODR**), os modelos matemáticos utilizados envolvem dificuldades como não linearidades e não convexidades, milhares de restrições, variáveis discretas e/ou inteiras, etc.; o que torna o problema de difícil solução, tornando-se um tema que tem sido abordados por vários pesquisadores. São encontrados, na bibliografia diferentes métodos para a solução do problema, que utilizam técnicas de programação não-linear - Método do Gradiente Reduzido de Dommel & Tinney [11], Método das Penalidades e das Barreiras Logarítmicas [11, 25, 26], Programação Quadrática Sucessiva [26], Programação Linear Sucessiva [52], Sistemas Especialistas e Método de Busca Heurística [35, 37]. Alguns desses métodos serão descritos a seguir.

2.1.1 Programação Quadrática Seqüencial [7]

Nesse método de solução de **FPO**, define-se uma zona de interesse, executando a otimização apenas dentro desta zona, mas resolvendo o fluxo de potência para o sistema completo. A função objetivo (**FO**) a ser minimizada - Lagrangeano é transformada em uma função quadrática, que pode ser resolvida pelo método de Newton ou Quase-Newton.

Em *Programação Quadrática Seqüencial* o Fluxo de Potência é considerado convergido quando os valores de controle (tensões em barras de geração) nos problemas de otimização e fluxo de potência coincidem (obedecendo a uma tolerância pré especificada).

2.1.2 Programação Linear Sucessiva

Técnica proposta inicialmente por Stott [49], consiste em obter um estado de operação ótimo para o sistema, através da solução alternada de um Fluxo de Carga (FC, não linear) e um problema de Programação Linear (PL). Para empregar esse tipo de abordagem [3], alguns aspectos referentes a escolha adequada das matrizes de sensibilidade para a PL e à natureza não convexa do problema devem ser considerados.

2.1.3 Programação Não Linear [11, 21, 50, 52]

Vários métodos de *Programação Não Linear* (PNL) foram propostos para solução do Fluxo de Potência Ótimo. Na aplicação dessa categoria de métodos para solução do Despacho de Reativos, devem ser adotadas soluções para contornar problemas relativos à natureza não linear, em redes que estão sob severas condições de operação, tornando o subproblema reativo excessivamente mal comportado, o que, por sua vez, dificulta a determinação do conjunto de restrições que estão ativas em cada iteração, podendo causar sérios problemas de instabilidade numérica. Dentro desta categoria de métodos, estão os chamados métodos de Pontos Interiores (PI), cujas metodologias vêm se mostrando promissoras na solução de problemas para Otimização de Despacho de Reativos (ODR) em sistemas de grande porte.

Trabalhos que utilizam estes métodos têm sido divulgados com frequência desde a publicação de Karmarkar [28], acerca de seu novo algoritmo para solução de problemas de programação linear (1984). O interesse pelo método de Pontos Interiores não se deve apenas as suas propriedades de complexidade teórica, mas também a sua eficiência computacional. Um dos fatores para a motivação da aplicação do método de PI é atribuído ao crescente avanço desse método na solução de problemas de otimização não linear, particularmente aqueles chamados "Infeasible Interior Point Method", que permitem partir de uma solução interior ao conjunto de restrições de desigualdade [21] que não satisfaça necessariamente as restrições de igualdade. O crescente avanço desse método tem propiciado o aparecimento de algoritmos cada vez mais poderosos tanto para problemas de programação linear como não linear. Para resolver problemas convexos, o tradicional Método de Penalidade Interior

classicamente apresentado por Fiacco e McCormick tem apresentado bons resultados. No algoritmo para o método de **PI**, baseado no Método de Barreiras Logarítmicas do tipo Primal-Dual, a resolução se processa da seguinte forma: o problema é transformado em um problema com restrições de igualdade através da adição de variáveis de folga (variáveis primais) às desigualdades. A condição de não negatividade das variáveis de folga é tratada através de uma função barreira logarítmica adicionada à função objetivo através de multiplicadores de Lagrange (variáveis duais) resultando na função Lagrangeana. Aplicam-se as condições de otimalidade de primeira ordem de Karush-Khun-Tucker (**KKT**). Testa-se a convergência. As equações não lineares são resolvidas pelo método de Newton. O método apresenta rápida convergência, em termos de atendimento das restrições de potência ativa nas barras de carga, e utiliza um modelo mais realista (expansão até segunda ordem de Taylor não linear) do problema. A sua solução determina o incremento das variáveis na direção de busca, resultando, a cada iteração, em um sistema linear. Com o objetivo de manter a busca da solução ótima no interior da região das soluções viáveis, calcula-se a magnitude do passo correspondente às variáveis primais e duais. A nova solução é determinada pela atualização das variáveis (primais e duais). Ajusta-se o parâmetro da função barreira, parâmetro este que está relacionado ao “gap” de dualidade entre os problemas primal e dual e recomeça-se o processo. Esse método, tipo primal-dual, apresenta um desempenho computacional superior quando aplicado a problemas de programação linear e quadrática.

Considerando a aplicação do Método de Pontos Interiores a problemas de planejamento de reativos tratados em [21]; as restrições de igualdade correspondem ao modelo de Fluxo de Potência AC e os exemplos numéricos contendo as restrições de desigualdade são apenas limites das variáveis, de modo que não existem desigualdades funcionais. Além disso todos os controles são considerados contínuos. Isto pode ser uma séria limitação no caso de bancos ajustáveis, mas o presente estágio dos algoritmos de otimização não permite que um grande número de variáveis discretas seja otimizada completamente em problemas de programação linear e não linear de grande porte. Uma possível solução para esse tipo de limitação pode ser os algoritmos do tipo busca estatística – Algoritmos Evolucionários, Genéticos, Simulated Annealing. Esses algoritmos são capazes de tratar problemas de não linearidade, não convexidade e diferentes tipos de variáveis (inteiras, reais, discretas) num mesmo problema. A maior limitação na utilização de tais algoritmos está no elevado tempo computacional que consomem e nos requisitos de memória que exigem dos equipamentos de computação, o que atualmente já não se constitui um sério problema dada a evolução na área de hardware [26, 27, 40]. Na subseção seguinte serão feitas algumas

considerações acerca de tais métodos. Para algumas aplicações específicas, algum tipo de estratégia de pós otimização pode ser necessária. Tanto a formulação matemática quanto os aspectos gerais dos métodos de *Programação Não Linear (PNL)* são encontrados na bibliografia [7, 11, 21, 22, 33, 50].

2.1.4 Métodos de Busca Heurística [10, 16, 26, 27, 40]

Técnicas Heurísticas, também chamada de Métodos de Otimização Combinatorial, Algoritmos Genéticos (AG) e Simulated Annealing (AS), nos últimos anos estão sendo propostas por alguns autores na solução do problema de despacho ótimo de reativos. Tais métodos, baseados em analogia com fenômenos naturais, são muito interessantes quanto a sua concepção e são similares quanto ao uso de seus mecanismos probabilísticos de busca dirigida para o decréscimo do custo ou acréscimo do lucro. São algoritmos assintoticamente convergentes (estáveis).

Algoritmos genéticos surgiram nos anos 70 e foram introduzidos por Holland em 1975, como um mecanismo análogo ao de evolução e genética natural. Já Simulated Annealing surgiu em 1983, sob a autoria de Kirkpatrick, Gelat e Vecchi [26], em analogia algorítmica com o processo “Annealing” em sólidos. A característica geral desses métodos é de que convergem para soluções ótimas ou quase ótimas, permitindo que se adote uma modelagem mais realística do problema, embora com elevado esforço computacional. Porém, tornaram-se métodos viáveis e interessantes com o surgimento de ambientes computacionais mais poderosos.

2.1.5 Sistemas Especialistas

Segundo o trabalho citado na referência [25], são apresentados dois módulos do *Sistema Especialista*. O primeiro módulo trabalha com a análise das condições de operação do sistema. Baseado nos resultados desta análise, o *Sistema Especialista* irá sugerir se as curvas potência ativa-tensão (P-V), potência reativa-tensão (Q-V) ou potência aparente-tensão (S-V) devem ser estudadas. Este *Sistema Especialista* será chamado de Sistema de Análise e Seleção de curva (SAS) para o caso em questão. O outro *Sistema Especialista* é usado para

determinar a magnitude e as disposições dos dispositivos de controle de tensão e dos bancos reativos, como faz a maioria dos programas de controle de potência ativa. Este método heurístico incorpora ambos, custo variável e fixo, e é capaz de obter soluções sub-ótimas. Esse módulo de *Sistema Especialista*, projetado para determinar as posições e as capacidades dos compensadores, é chamado de Sistema Especialista de Controle de Voltagem (VPES).

Estes sistemas, então, foram propostos para resolver o problema de planejamento de reativos, considerando duplas contingências e colapso de tensão. O SAS analisa a condição de operação e então seleciona as curvas P-V/Q e V/S-V para o estudo do colapso de tensão. O VPES determina a magnitude e a locação de novos compensadores a serem instalados, considerando custos fixos e variáveis, além de solução discreta de novos compensadores.

2.2 Planejamento de Reativos em Sistemas de Energia Elétrica

O problema de Planejamento de Reativos em Sistemas de Energia Elétrica consiste, basicamente, como já foi mencionado no capítulo 1 deste trabalho, na alocação de fontes reativas em barra estratégicas do sistema, com vistas a melhorar a qualidade do serviço oferecido aos clientes. Dessa forma, as fontes reativas são alocadas no sistema de energia elétrica com vistas a reduzir a perda de energia, regular ou melhorar o perfil de tensão para diferentes níveis de carga, melhorar a segurança do sistema e aumentar a capacidade da transmissão do sistema. Os benefícios econômicos da instalação de tais fontes vão depender da localização, dos tipos e dos tamanhos a serem instaladas, bem como do esquema de controle em diferentes níveis de carga.

O problema de alocação de fontes reativas consiste na determinação das localizações, tipos, magnitudes e números de fontes reativas (reator, capacitor, compensadores síncronos, compensadores estáticos, etc..) a serem instaladas. Assim, na solução do problema de *Planejamento de reativos* estão envolvidos dois subproblemas: um de Operação e outro de Investimento. O subproblema de operação é o fluxo de potência ótimo reativo, conforme foi exposto no item anterior. O outro tipo de subproblema é o de investimento que consiste na determinação da natureza, magnitude e localização das fontes reativas que devem ser instaladas no sistema, com vistas a atender às condições de operação pré estabelecidas a um custo mínimo.

Apresentam-se a seguir, de forma resumida, algumas das principais fontes reativas que são utilizadas no despacho reativo. Destacam-se, também, as características principais das fontes reativas usadas na etapa de planejamento e os custos envolvidos em sua instalação e operação.

2.3 Fontes de Potência Reativa no Sistema de Energia Elétrica

[32]

O conjunto dos equipamentos que constitui um sistema de energia elétrica, geralmente é capaz de suprir toda a demanda ativa e reativa necessária para manter o sistema operando em condições normais de projeto – carga e topologia de rede.

O suprimento de demanda reativa necessária é feito pelas capacidades de geração de reativos das máquinas geradoras, linhas de transmissão de alta tensão (longas) entre as principais fontes. Os transformadores com “taps” variáveis sob carga, apesar de são serem fontes geradoras de reativo, têm um importante papel no despacho reativo, eliminando problemas de violações de tensões que seriam resolvidos com a alocação, na maioria das vezes desnecessária, de novas fontes reativas. Uma estratégia de alterar a topologia do sistema retirando componentes (por exemplo linhas de transmissão longas), em determinadas condições de operação, pode ser analisada.

2.3.1 Geradores Síncronos

Os *Geradores Síncronos*, principal fonte de potência ativa nos sistemas de energia elétrica, são também grandes fornecedores e consumidores de potência reativa. Suas capacidades de consumo/fornecimento estão vinculadas a limites físicos de projeto tais como limites de capacidade térmica da máquina e a problemas dinâmicos de operação do sistema de energia elétrica, associados a limites de estabilidade transitória. Uma importante característica dos *Geradores Síncronos* é a sua capacidade de responder rapidamente a perturbações do sistema. Os *Geradores Síncronos* representam, na maioria das vezes, a única reserva reativa disponível na operação do sistema que pode ser usada na ocorrência de um distúrbio que

necessite de resposta rápida. Dado esse aspecto, no planejamento da operação o fornecimento de reativos dos geradores deve ser ajustado em níveis que proporcionem uma capacidade reativa de reserva capaz de suprir o suporte reativo necessário na ocorrência de uma perturbação.

2.3.2 Linhas de Transmissão de Alta Tensão

As *Linhas de Transmissão de Alta Tensão* são altamente capacitivas, o que as tornam elementos reativos normais dos sistemas, fornecendo capacidades reativas proporcionais ao quadrado das magnitudes das tensões de barras a que estão ligadas. O efeito capacitivo dessas linhas é bastante benéfico para o sistema, operando em condições de carga nominal ou pesada, uma vez que a linha se comporta como uma fonte distribuída para compensação de perdas reativas. Em condições de carga leve, esse efeito capacitivo pode causar problemas de sobretensões nos terminais das linhas.

Há casos de carregamento no sistema em que mesmo o efeito capacitivo das linhas não é suficiente para evitar problemas de baixas tensões. Esse problema poderia ser resolvido através da adição de uma nova linha que adicionaria capacitância ao sistema e reduziria as perdas reativas. Porém, do ponto de vista reativo, economicamente é difícil de justificar a construção de uma nova linha, pois existem outras alternativas de compensação de reativos que podem resolver os problemas de baixas tensões a custos menores.

A capacidade reativa das *Linhas de Transmissão* é automaticamente considerada no planejamento ótimo de reativos através da solução do problema de fluxo de potência.

2.3.3 Alteração da Topologia do Sistema

A mudança da *Topologia da Rede* não está relacionada com fontes de compensação de reativos, mas o remanejamento de fluxos ativos e reativos em linhas de transmissão através da ação do chaveamento adequado dos equipamentos de manobra pode aliviar problemas com tensões. Adotar esse tipo de procedimento apenas para melhorar o perfil de tensão da rede no planejamento ótimo de reativos, que raramente considera restrições

de segurança estática e dinâmica, não é confiável. O estudo da viabilidade das condições topológicas do sistema é tratado como estratégia operacional.

2.3.4 Transformadores com mudança de “tap” sob carga

Grande parte dos *Transformadores* dos sistemas de energia elétrica têm incorporados dispositivos de controle de níveis de tensão. Posições de “tap” são pontos discretos sobre os enrolamentos de um *Transformador* que altera sua relação de transformação, permitindo que as tensões variem dentro de um certo intervalo correspondente ao número desses pontos. A alteração do valor eficaz da tensão permite o controle e a redistribuição do fluxo de potência reativa no sistema, melhorando o seu perfil de tensão.

A mudança de “tap” sob carga não apresenta fontes de reativos, mas seu uso apropriado, associado a outros dispositivos de regulação e controle de reativos, permite considerável flexibilidade em manter níveis de tensão adequados no sistema. A calibração dos “taps” existentes pode adiar a necessidade da instalação de novas fontes reativas, tornando a modelagem e o ajuste deste tipo de controle essencial durante o procedimento de planejamento de reativos.

Operacionalmente a mudança de “tap” pode ser manual ou automática respondendo a sinais de controle de tensão de uma conexão ou barra vizinha. A diferença entre o envio do sinal e a mudança efetiva do “tap” é de alguns minutos. Esse tempo de atuação enquadra o “tap” como um dispositivo de controle adequado para as regulações normais de tensão ou alterações de tensão devido a distúrbios pequenos ou moderados, não permitindo seu uso para assegurar e manter a estabilidade do sistema durante o distúrbio.

2.4 Principais Equipamentos de Compensação Considerados na Etapa de Planejamento de Reativos

Na especificação dos *Equipamentos de Compensação* de reativos estão envolvidos diversos aspectos:

- Tipo de compensação necessária – indutiva, capacitiva ou um intervalo de compensação que em alguns cenários é indutiva em outros capacitiva;

- Magnitude da fonte em MVAR ou em “por unidade” – pu;
- Velocidade de resposta do *Equipamento de Compensação* e seus dispositivos de controle – esta característica está relacionada com a natureza do problema dinâmico envolvido (instabilidade de tensão, estabilidade dinâmica e transitória, etc.), que determina o tempo de resposta adequado para o *Equipamento de Compensação*. Quanto mais rápida e precisa for essa resposta maior será o custo do equipamento;
- Localização do equipamento no sistema – infra estrutura existente, nível de tensão, condições de operação do equipamento.

Os *Equipamentos de Compensação* mais utilizados durante a etapa de planejamento ótimo de reativos são capacitores e reatores “shunt”, compensadores síncronos e de estado sólido (estáticos). Existem outras formas de compensação que são mais utilizadas durante a fase de projeto do sistema em um dado cenário: capacitores e reatores série (FACTS).

2.4.1 Capacitores “Shunt”

Os *Capacitores “Shunt”* são amplamente utilizados durante a etapa de planejamento. Podem ser do tipo fixos ou bancos que possibilitam combinação série/paralela para determinar a magnitude necessária da fonte em diferentes cenários, proporcionando maior flexibilidade na operação dos *Capacitores “Shunt”* existentes no sistema. Outras características desses equipamentos são a modularidade e a confiabilidade, já que não têm partes móveis. O tempo necessário para instalar novas unidades é relativamente curto.

O custo desses equipamentos varia de médio a baixo quando comparado ao de outros equipamentos de compensação. Esse custo depende, entre outros fatores, dos dispositivos de controle necessários que podem ser:

- Chaves com fechamento automático sob carga ou disjuntores que podem ser operados automática, remota ou manualmente, se necessário;
- Chaves projetadas para resolver problemas de sobretensões e surtos de correntes devido a ações de chaveamento do capacitor.

As principais limitações desse tipo de equipamento são relativas a:

- Tempo de resposta alto, impossibilitando-os de participarem da solução de problemas de estabilidade transitória;
- A compensação reativa proporcionada (MVar) é função das tensões de linhas nas barras onde os equipamentos são instalados.

2.4.2 Indutores “Shunt”

Os *Reatores “Shunt”* são utilizados em sistemas de energia elétrica com dois objetivos:

- Assegurar quedas de tensões de barras em estado estacionário;
- Compensar os efeitos dos reativos capacitivos das linha longas de alta tensão durante períodos de cargas leves eliminando problemas de sobretensões.

São equipamentos importantes no planejamento e controle ótimo de reativos. Podem ser do tipo fixo (uma única capacidade MVar ou banco) que permite um melhor ajuste da capacidade dependendo das condições de carga do sistema. São, normalmente, conectados no sistema de dois modos:

- Conectados às linhas de transmissão. Não são chaveados, são parte do sistema de transmissão e seus valores considerados nos cálculos dos parâmetros das linhas onde estão inseridos. O chaveamento desses equipamentos causa problemas de surto de tensão de chaveamento;
- Conectados ao terciário de transformadores. Nesse modo de ligação os equipamentos são controlados por ação de chaveamento automáticos.

Os custos destes equipamentos são superiores aos dos capacitores “shunt”, variando de acordo com as magnitudes e dispositivos de comando e proteção. Para grandes capacidades (MVar) os custos são elevados.

2.4.3 Compensadores Estáticos

Os *Compensadores Estáticos* são uma família de sistemas de compensação de reativos “shunt” compostos de dispositivos de chaveamento convencionais e de estado sólido

associados a sistemas de controle que propiciam o ajuste rápido e refinado das compensações reativas necessárias para atender o sistema.

Algumas características dos *Compensadores Estáticos* devem ser consideradas no planejamento de reativos:

- Custo relativamente alto, da ordem de duas a três vezes o custo da operação “shunt” convencional;
- Geração de harmônicos, havendo necessidades de filtros e manutenção rigorosa;
- Necessidades de transformadores de acoplamento ou enrolamento terciário de outros transformadores por problemas de limitação de tensão;
- Tempo de resposta instantâneo;
- Fornecem potência reativa contínua e propiciam quando necessário o controle independente de fase.

Dessa forma a aplicação de *Compensadores Estáticos* está limitada a situações em que haja necessidade de respostas rápidas dos equipamentos de compensação ou intervalo de compensação contínuo ou ainda controle independente de fase.

2.4.4 Compensadores Síncronos

São máquinas síncronas ajustadas para gerar ou absorver grandes magnitudes de potência reativa (MVar), propiciando um intervalo contínuo de compensação. Fornecem resposta rápida (um ou dois segundos) a desvios de tensão no sistema e são considerados elementos altamente estabilizantes. Durante um pequeno intervalo de tempo possuem capacidade de sobrecargas, que podem ser utilizada em situações críticas de operação.

Os *Compensadores Síncronos* têm custos de instalação, manutenção, dispositivos de controle e equipamento de compensação substancialmente maiores que dos reatores e capacitores “shunt” com capacidade de compensação semelhante. As taxas de falhas destes equipamentos também são maiores.

O uso de compensadores síncronos em sistemas de transmissão está em grande parte limitado aos equipamentos em operação. A especificação de novos equipamentos deve ser feita de forma muito criteriosa e justificada com base nos seguintes atributos:

- Necessidade de um intervalo de compensação de reativos (indutivo, capacitivo);
- Necessidades de um tempo de resposta rápido e sobrecargas reativas durante distúrbios no sistema.

2.5 Custos dos Investimentos em Fontes Reativas

Para o planejamento ótimo de reativos é importante a representação dos custos de expansão de novas fontes uma vez que o objetivo principal do problema é a minimização desses custos. Esses dados podem ser encontrados com precisão em concessionárias de energia elétrica e/ou com os fabricantes de equipamentos de compensação de reativos.

Segundo a referência [32] no custo total de uma fonte reativa estão embutidos custos de capital, custos de operação e instalação. Uma representação mais genérica e adequada para o planejamento de reativos divide o custo total da instalação de uma nova fonte reativa em duas parcelas:

- Custos Fixos: são independentes da magnitude das fontes (MVar). Dependem entre outros dos seguintes fatores:
 - Local onde será instalada a nova fonte no sistema que decorre em problemas relativos a espaço físico e adequação da infra-estrutura disponível, acarretando ou não a necessidade de novas construções;
 - Equipamentos de comando – disjuntores e chaves no caso de instalações de reatores.
- Custos Variáveis: Dependem do tipo de compensação – indutiva/capacitiva, capacidade da fonte (MVar), níveis de tensão.

Nas figuras 2.1 e 2.2 estão indicados os custos para fontes reativas indutivas e capacitivas para três níveis de tensão [32].

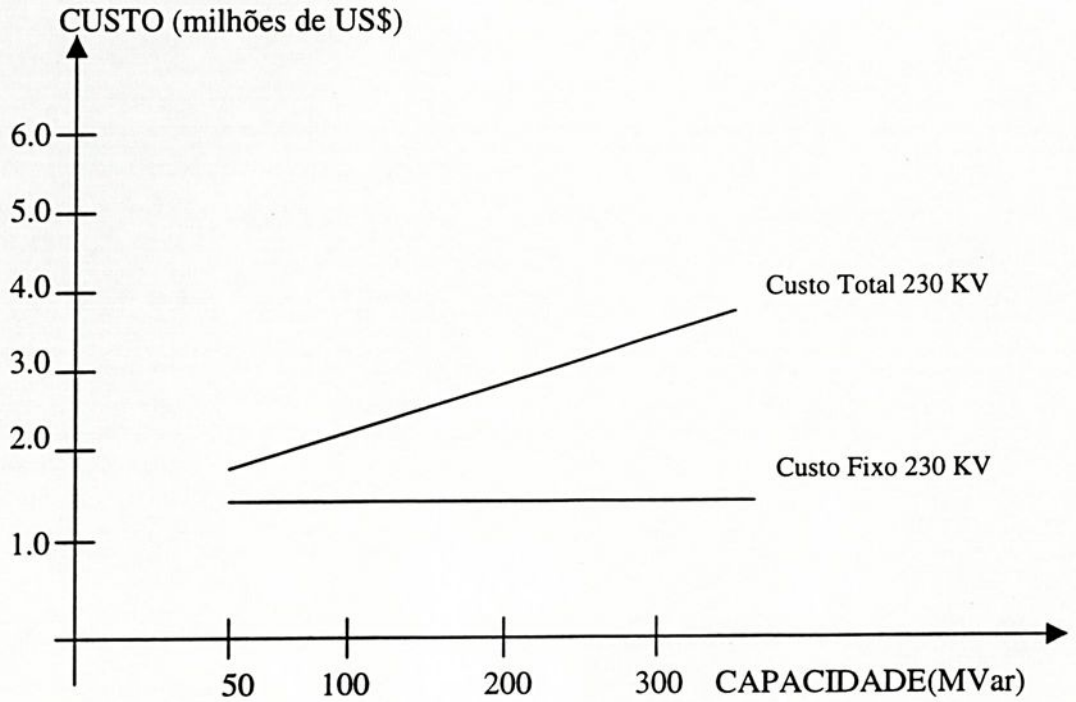


Figura 2.1 : Custos da instalação de Capacitores "shunt"

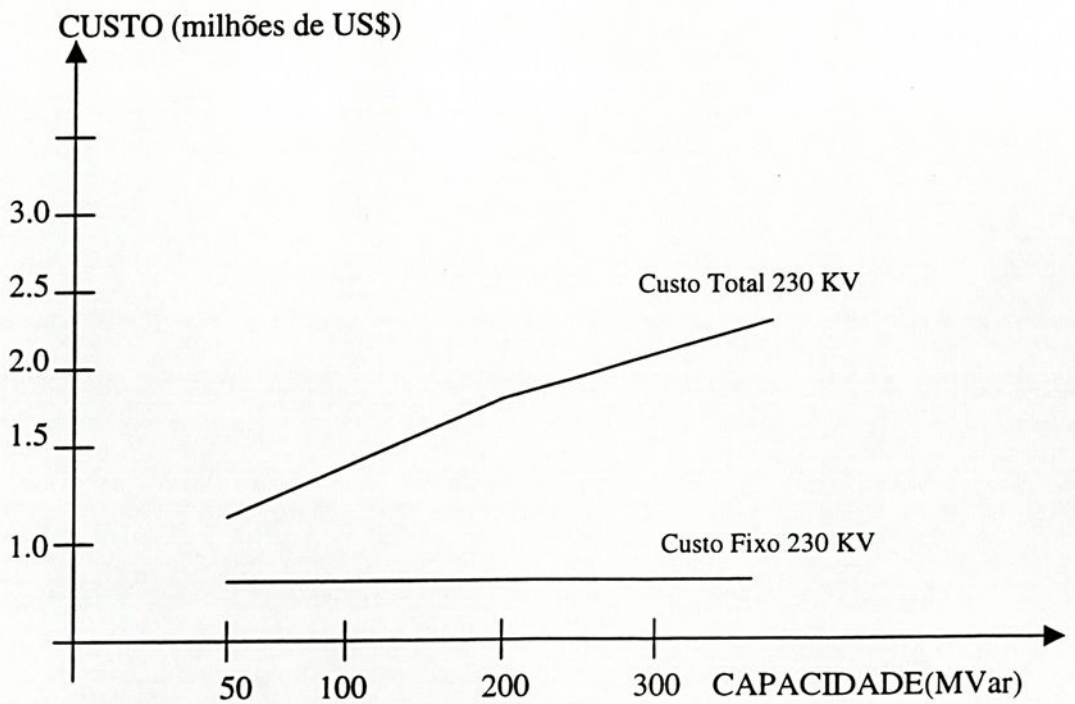


Figura 2.2 : Custos da instalação de Reatores "shunt"

2.6 Condições que Requerem o Planejamento de Reativos

O sistema de energia elétrica planejado considerando certas condições de carga e topologia tem reservas reativas necessárias para operar atendendo a restrições de segurança e operação. Com a evolução do sistema, o sistema originalmente planejado sofre alterações topológicas e de crescimento de cargas podendo não mais atender tais restrições.

Baseado nesses aspectos, as principais situações e/ou condições que requerem *Planejamento de Reativos* são:

- Crescimento de cargas em barras de baixa tensão distantes das unidades geradoras, causando dificuldades com a qualidade de serviço para os consumidores, problemas de instabilidade de tensão e perdas excessivas no sistema de transmissão;
- Linhas de transmissão longas (ou subterrâneas) de alta tensão operando em condições de cargas leves, ocasionam problemas de sobretensões em seus terminais causando problemas em máquinas síncronas, cargas e equipamentos;
- Necessidades de uma estratégia adequada de planejamento reativos/operação do sistema de geração/transmissão, visando manter o suporte reativo necessário para operação segura e manutenção de reservas reativas das fontes de resposta rápida (compensadores síncronos e estáticos, máquinas síncronas), para serem usadas em condições transitórias do sistema;
- Crescimento dos sistemas de transmissão e subtransmissão com a adição de novas linhas e alteração das necessidades reativas;
- Necessidade de substituir os capacitores de uma área do sistema de energia elétrica por motivos técnicos e/ou econômicos – problemas com os equipamentos de compensação velhos, alteração do nível de tensão de um setor do sistema de energia elétrica.

2.7 Formulação Geral do Problema

O planejamento ótimo de reativos consiste em determinar, sob vários cenários de operação (contingências, níveis de carga), as localizações e as magnitudes das fontes reativas que asseguram operação factível do sistema de energia elétrica. Para cada cenário de operação, o problema reativo pode ser formulado como:

$$\text{Min} \left[\sum_{i \in I} (d_i + c_{ci} q_{ci} + c_{ri} q_{ri}) r_i + f(\underline{V}, \underline{\theta}, \underline{T}) \right]$$

s.a.

$$PG_k - PC_k - P_k(\underline{\theta}, \underline{V}, \underline{T}) = 0 \quad (2.1)$$

$$QG_i - QC_i - Q_i(\underline{\theta}, \underline{V}, \underline{T}) = 0$$

$$-QC_l - Q_l(\underline{\theta}, \underline{V}, \underline{T}) = 0$$

$$PG_k^{\min} \leq PG_k \leq PG_k^{\max}$$

$$QG_i^{\min} - \hat{q}_{ri} - q_{ri} \leq QG_i \leq QG_i^{\max} + \hat{q}_{ci} + q_{ci}$$

$$V_k^{\min} \leq V_k \leq V_k^{\max}$$

$$T_j^{\min} \leq T_j \leq T_j^{\max}$$

$$0 \leq q_{ci} \leq r_i q_{ci}^{\max}$$

$$0 \leq q_{ri} \leq r_i q_{ri}^{\max}$$

$$k = 1, \dots, NB$$

$$j = 1, \dots, NT$$

Em que, considera-se:

I , Conjunto de barras candidatas à alocação de novas fontes reativas;

k , Número de barras do sistema;

j , Número de transformadores com mudança automática de "taps";

$l \in L$, em que L é o conjunto $\{NB-I\}$;

q_{ci}, q_{ri} , Fontes reativas de natureza capacitiva e indutiva a serem alocadas no sistema. Podem ser fontes do tipo contínuas ou discretas (bancos);

V_k, θ_k, T_k , magnitude da tensão, ângulo da tensão e “tap” do transformador, respectivamente, na barra k ;

$Q(\theta, V, T)$, a injeção de potência reativa na barra k , dada por:

$$Q_k = V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km})$$

$P(\theta, V, T)$, a injeção de potência ativa na barra k , dada por:

$$P_k = V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km})$$

Ω_k , Conjunto formado pela barra k e todas as suas vizinhas;

G_{km}, B_{km} , Condutância e a susceptância, respectivamente, entre as barras k e m ;

QG_k, QC_k , Potência reativa gerada e a carga reativa, respectivamente, na barra k ;

\hat{q}_{ci}, \hat{q}_i , Fontes reativas capacitivas e indutivas existentes no sistema, devido a simulação de outros cenários;

$QG_k^{\min}, QG_k^{\max}, q_{ci}^{\max}, q_{ri}^{\max}$, Limites mínimos e máximos das potências geradas nas barras k e os limites máximos das fontes reativas capacitivas e indutivas a serem alocadas, respectivamente;

d_i , Custo fixo associado à instalação de fontes reativas;

c_i, c_i , o custo variável de injeção de potência reativa capacitiva e indutiva, respectivamente;

r_i , Variável binária de decisão (0, não alocar, 1, alocar);

$f(\theta, V, T)$, Função que pode representar perdas no sistema de geração e transmissão, somas das infactibilidades das variáveis envolvidas no sistema, etc.

Capítulo 3

Metodologia de Solução Proposta

3.1 Introdução

Neste capítulo, apresenta-se o *Metodologia de Solução Proposta* neste trabalho para o Planejamento de Reativos em Sistemas de Energia Elétrica. O modelo adotado consiste basicamente em, após a definição do cenário de planejamento e determinação das barras candidatas pelo planejador, decompor o problema de planejamento formulado no capítulo anterior, utilizando-se da técnica de decomposição de Benders, em dois subproblemas, um de investimento (mestre), que determinará a quantidade de reativos que deve ser alocada nas barras candidatas para resolver o problema de planejamento, e que será resolvido através de técnicas de programação linear inteira (Branch-and-Bound), trabalhando com variáveis discretizadas, e um outro de operação (escravo), que, via programação linear sucessiva e a partir das informações fornecidas pelo problema mestre (quanto deve ser investido e em quais barras), validará ou não a proposta de investimento. Caso a proposta de investimento não seja validada, é determinado um novo corte de Benders e o problema mestre fornece uma nova proposta de investimento. Todo desenvolvimento do modelo é detalhado adiante.

3.2 Planejamento de Reativos Sob Vários Cenários

As necessidades de um sistema podem diferir significativamente em função das condições de carga e/ou topologia da rede, e o planejamento de reativos deve ser executado considerando-se diferentes cenários de operação [15, 19, 20, 33, 36]. Neste trabalho aborda-se o planejamento de reativos sob condições de contingências no modo corretivo e vários níveis de carga (nominal, leve, pesada).

3.2.1 Contingências

A consideração de contingências no planejamento de reativos tem por objetivo dotar o sistema de capacidade de operar de forma viável caso ocorra um dos eventos considerados. Normalmente as contingências são consideradas de dois modos [19, 20]:

- **Modo Preventivo** (pré-contingência): Neste caso, nenhum controle corretivo é permitido depois de falhas em equipamentos. São mantidos fixos (do caso base) os valores de “taps”, bancos reativos, geradores síncronos, tensões controladas por compensadores síncronos e estáticos, cuidando-se para que limites de geração reativa não sejam violados. As variáveis de operação do caso base e contingência são dependentes;

- **Modo Corretivo** (pós-contingência): Ações de controle corretivas são permitidas após as falhas em equipamentos. Valores de “taps”, controles de bancos reativos e geradores, compensadores síncronos, sistema de controle estático de reativos e níveis de tensão podem ser livremente ajustados depois da ocorrência de uma contingência.

No modo preventivo deseja-se que o despacho reativo para o sistema pré contingência seja adequado para satisfazer restrições de tensões e fluxos em linhas depois da ocorrência de qualquer uma das contingências que fazem parte de um conjunto pré definido (“ranking”), sem que se efetue o redespacho de potência reativa no sistema. Embora o planejamento preventivo seja ideal, tal solução freqüentemente não existe [19, 20, 33], ou quando existe implica em altos investimentos.

No modo corretivo os controles de níveis de tensão e as fontes reativas são reajustados (redespacho) para assegurar restrições de fluxos em linhas e tensões depois da ocorrência de uma contingência. O objetivo do planejamento é instalar fontes reativas o

suficiente para que através dos ajustes das mesmas seja possível atender as contingências que fazem parte de um conjunto pré estabelecido.

Neste trabalho consideram-se contingências no modo corretivo. Se a nova instalação reativa é adequada para o caso base e para as contingências mais severas do “ranking”, é razoável supor que para as contingências menos severas existe uma quantidade adequada de suporte reativo, sem que seja necessária a instalação de novas fontes, dispensando-se, então, a simulação de todas as contingências do “ranking”. As capacidades alocadas devido a simulação de qualquer cenário devem ser consideradas na simulação de cenários subsequentes.

3.2.2 Múltiplos Níveis de Carga

As condições de carga do sistema são as mais diversas, variando conforme o dia, mês, estação do ano. Em alguns sistemas, estudos de várias condições de carga podem indicar a necessidade de uma intervalo de compensação entre o indutivo e o capacitivo. Para o sistema operando sob condições de carga pesada, normalmente há necessidade de compensação de reativos capacitivos nas barras de baixa tensão que estão altamente carregadas e podem causar dificuldades com a qualidade do serviço prestado aos consumidores, restringir capacidade de transferência, diminuir margem de estabilidade e ocasionar problemas de instabilidade de tensão e perdas excessivas no sistema de transmissão. Outro problema comum são a altas tensões que podem ocorrer quando o sistema está operando sob carga leve. Este problema ocorre em sistemas com linhas de transmissão longas onde estão associadas altas capacitâncias. Nesses casos é comum a necessidade de cargas reativas na forma de compensação indutiva “shunt”.

O algoritmo desenvolvido permite a simulação do planejamento de reativos sob vários níveis de carga, obtendo-se os valores e a natureza das compensações reativas necessárias em cada um deles.

3.3 O Conjunto de Barras Candidatas (I)

A solução do problema de planejamento de reativos está diretamente relacionada com o conjunto de barras candidatas; um conjunto mal elaborado pode levar a problemas infactíveis ou então a soluções não atraentes. É fácil concluir que quanto maior o conjunto de barras candidatas, maior a probabilidade de se obter uma melhor solução; todavia, um conjunto com muitas barras candidatas resulta em um número muito grande de casos a serem analisados. Mantovani [35], adota algumas heurísticas para reduzir, sempre que possível, o tamanho desse conjunto. Considera inicialmente o conjunto definido pelo planejador, contendo um conjunto de barras no sistema onde se permite a alocação de novas fontes reativas e através de simulação da PL sucessiva, e verifica se é possível a obtenção de uma solução viável com o conjunto definido pelo planejador. Se forem detectadas barras carentes de suporte de reativo que não estão no conjunto de candidatas, essas barras são incluídas no conjunto de candidatas. Em uma outra etapa utilizam-se algumas heurísticas propostas na literatura para solução do problema com custos fixos para tentar reduzir o número de barras do conjunto de candidatas I definido na etapa anterior, com o objetivo de tornar a busca binária mais eficiente.

Neste trabalho serão consideradas somente as barras candidatas especificadas pelo planejador.

3.4 A Técnica de Decomposição de Benders

A técnica de *Decomposição de Benders* [4, 18], utiliza a teoria da dualidade em programação matemática (linear e não linear), para particionar um problema considerado de difícil solução, quando são consideradas todas as variáveis envolvidas, em sub problemas com variáveis específicas, que são resolvidas iterativamente até que uma solução ótima seja obtida para o problema completo.

Nesta seção apresenta-se, inicialmente, uma descrição sucinta da *Técnica de Decomposição de Benders* segundo Geoffrion [18]. Aspectos referentes à convergência do algoritmo e demonstração de teoremas estão detalhados em [18]. Em todo o desenvolvimento apresentado, considera-se, por hipótese, que os problemas de otimização em estudo têm

solução ótima finita. Esta hipótese é feita visando ao desenvolvimento específico da técnica ao Planejamento de Reativos. No apêndice “A” é apresentada a solução de um exemplo didático simples que possui características semelhantes ao problema reativo e permite visualizar as etapas de solução do mesmo aplicando a algoritmo de Benders descrito nesta seção.

Os métodos de decomposição de acordo com Geffrion [17], podem ser classificados dentro de um esquema padrão pelos conceitos fundamentais usados para o desenvolvimento de cada método. Estes conceitos fundamentais podem ser divididas em dois grupos: manipulação de problemas e estratégia de resolução.

Manipulação de um problema é formulá-lo de uma maneira equivalente com a vantagem de que o problema resultante seja mais fácil de resolver. A manipulação de um problema é usada para obter o problema mestre. As principais manipulações são: dualidade, projeção e linearização externa.

A *Decomposição de Benders* usa Projeção-linearização externa/relaxação como manipulação e estratégia de resolução. Em seguida tais conceitos serão resumidamente apresentados.

Projeção, freqüentemente também conhecida como “partição” é um mecanismo que leva vantagens em certos problemas, que se tornam relativamente simples quando algumas variáveis são fixadas temporariamente. Na *Decomposição de Benders* o conceito de projeção é usado para isolar problemas com estruturas especiais que estão integrados num problema maior, ou seja, a parte linear ou contínua de um problema “semi linear”, por exemplo.

Linearização externa, é um mecanismo que objetiva induzir linearidade num problema parcialmente não linear, via aproximação, para depois usar poderosos algoritmos de programação linear. A linearização externa implica na aproximação tangencial para funções convexas. Um importante uso de linearização externa é aplicada a conjuntos convexos e funções convexas côncavas.

Os principais obstáculos que se tem com linearização externa é que se pode requerer um número excessivo de aproximações para obter resultados adequados. Estas dificuldades são contornadas, desde que exista uma estratégia de solução aplicável a problemas com linearização externa, usando as aproximações, somente quando forem necessárias, sem ter que especificá-las antecipadamente. Esta estratégia de resolução é a relaxação. O efeito líquido é que a manipulação de linearização externa é feita só implicitamente.

Relaxação, é útil para problemas com muitas restrições de desigualdade. Assim, a relaxação reduz um problema a uma seqüência recursiva de problemas onde muitas das restrições são ignoradas. Relaxação é usada principalmente para problemas com grande número de restrições de desigualdade, alguns dos quais podem estar disponíveis somente implicitamente. Tais problemas ocorrem, por exemplo, como resultado de uma linearização externa.

Em algumas aplicações somente poucas das restrições mais violadas estão disponíveis cada vez que o problema relaxado é resolvido, e serão usadas se elas satisfizerem algum critério particular. Em outras aplicações, tais como a *Decomposição de Benders*, um critério tal como “a restrição mais violada” é obtido via implementação de um problema de programação linear subsidiário.

O método de *Decomposição de Benders*, proposto originalmente por Benders [4], mostra-se particularmente atrativo ou interessante para problemas de programação mista, ou seja, para problemas de programação linear inteira mista. Nos últimos anos, entretanto, os avanços nas técnicas de computação paralela fizeram com que a *Decomposição de Benders* passasse a ser usada num contexto mais geral, até para decompor problemas de programação linear de características especiais. Posteriormente, o método de *Decomposição de Benders* foi estendido para o caso não linear por Geoffrion [18].

A técnica da decomposição proposta por J.F. Benders [4, 18] é a base matemática para a expansão e o despacho de reativos da forma apresentada neste trabalho. Sejam problemas de otimização do tipo:

$$\begin{aligned}
 & \text{Min}_{\underline{x}, \underline{y}} \quad f(\underline{x}, \underline{y}) \\
 & \text{sa} \\
 & \underline{G}(\underline{x}, \underline{y}) \leq 0 \\
 & \underline{x} \in X, \underline{y} \in Y, (\underline{x}, \underline{y}) \in R^{n_1} \times R^{n_2}
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Em que \underline{y} representa as variáveis que tornam (3.1) de difícil solução (variáveis inteiras, binárias, etc..), de forma tal que este problema de otimização torna-se mais fácil de ser resolvido quando \underline{y} é mantido temporariamente fixo. G é uma função vetorial de m componentes, definida nos conjuntos $\underline{x} \in X$ e $\underline{y} \in Y$. O problema (3.1) não é convexo nas variáveis \underline{x} e \underline{y} , mas fixando \underline{y} o mesmo será convexo em \underline{x} . O uso de técnicas de decomposição permite que os cálculos sejam altamente descentralizados e executados em

paralelo para cada um dos subproblemas menores. Aplicando o conceito de projeção de (3.1) sobre o espaço \underline{y} , tem-se:

$$\text{Min}_{\underline{y} \in Y} \left[\begin{array}{l} \text{Infimo}_{\underline{x} \in X} f(\underline{x}, \underline{y}) \\ \text{s.a} \\ G(\underline{x}, \underline{y}) \leq 0 \quad \underline{x} \in X \\ V = \{ \underline{y} / G(\underline{x}, \underline{y}) \leq 0 \text{ para algum } \underline{y} \in Y \} \end{array} \right] \quad (3.2)$$

O problema de otimização que aparece entre os delimitadores [*], a partir daqui denominado $v(\underline{y})$ é resolvido para cada \underline{y} fixo. A solução de $v(\underline{y})$ é mais simples de se obter que a do problema (3.1).

Fazendo as seguintes hipóteses relativas ao problema de otimização (3.1):

- X é um conjunto convexo não vazio;
- f e G são convexas sobre X para cada \underline{y} fixo;
- O conjunto $Y = \{ \underline{z} \in R^m / G(\underline{x}, \underline{z}) \geq \underline{z} \text{ para algum } \underline{x} \in X \}$ é fechado para cada $\underline{y} \in Y$ fixo;
- O problema de otimização $v(\underline{y})$ possui solução ótima finita e um conjunto de multiplicadores de Lagrange ótimos, iguais ao de seu dual, tal que $v(\underline{y}) = \sup_{\underline{\pi} \geq 0} \{ \text{Infimo}_{\underline{x} \in X} f(\underline{x}, \underline{y}) + \underline{\pi}' G(\underline{x}, \underline{y}) \}$ para todo $\underline{y} \in Y \cap V$.

Obtém-se o seguinte problema:

$$\text{Min}_{\underline{y} \in Y} [\sup_{\underline{\pi} \geq 0} \{ \text{Infimo}_{\underline{x} \in X} f(\underline{x}, \underline{y}) + \underline{\pi}' G(\underline{x}, \underline{y}) \}]$$

s.a

$$\underline{y} \in Y \cap V \quad (3.3)$$

Usando a definição de ínfimo (maior limitante inferior), o problema (3.3) pode ser escrito como:

$$\text{Min}_{\underline{y} \in Y} y_0$$

$$y_0 \geq \{ \text{Infimo}_{\underline{x} \in X} f(\underline{x}, \underline{y}) + \underline{\pi}' G(\underline{x}, \underline{y}) \} \text{ para todo } \underline{\pi} \geq 0 \quad (3.4)$$

O problema definido em (3.4) é denominado de **Problema Mestre** e a técnica normalmente usada para resolvê-lo é a relaxação. A maior vantagem das técnicas de decomposição é a sua flexibilidade, pois é possível usar diferentes modelos e algoritmos para resolver os subproblemas de operação e investimento, os algoritmos fornecem limites inferior e superior para custo ótimo em cada iteração, sendo possível estabelecer um vínculo entre o esforço computacional e a precisão da solução além de que de posse de uma solução prévia (obtida por uma técnica qualquer, inclusive experiência prática), a mesma pode ser usada como ponto de partida para o processo iterativo.

Observando-se as hipóteses feitas nesta seção, apresenta-se a seguir um algoritmo que permite resolver o problema (3.1) através da *Decomposição de Benders*.

3.4.1 Algoritmo de Benders

A decomposição de Benders Generalizada é então realizada da seguinte forma:

- i. Selecione um ponto $\hat{y} \in Y \cap V$. Resolva o problema:

$$v(\hat{y}) = \text{Min}_{x \in X} f(x, \hat{y})$$

s.a.

(3.4)

$$G(x, \hat{y}) \leq 0$$

e calcule a função: $L^*(y, \hat{\pi}) = \text{Inf}_{x \in X} [f(x, y) + \hat{\pi}' G(x, y)]$, (3.5)

na qual, $\hat{\pi}$ é o conjunto de multiplicadores de Lagrange ótimo (ou quase ótimo se o problema (3.4) foi resolvido por qualquer método numérico adequado)

- ii. O valor de $v(\hat{y})$ é um limitante superior para a solução ótima de (3.1), pois \hat{y} é apenas uma solução viável do problema.
- iii. Faça $\bar{Z} = v(\hat{y})$. Inicialize $j = 1$, $\underline{\pi}^j = \hat{\pi}$ e defina uma tolerância ϵ ;
- iv. Resolva o problema de expansão relaxado:

$$\begin{aligned}
 & \text{Min}_{y \in Y} y_0 \\
 & \text{s.a.} \\
 & y_0 \geq L^*(y, \pi^j)
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

- v. Seja \hat{y}_0 o valor da solução ótima de (3.6). Como esta é uma versão relaxada de (3.4), \hat{y}_0 é um limitante inferior para solução do problema (3.1). Faça $\underline{Z} = \hat{y}_0$. Se $|\bar{Z} - \underline{Z}| \leq \varepsilon$ o problema (3.1) está resolvido. Caso contrário vá para vi;
- vi. Seja \hat{Y} a solução do problema (3.6). Resolva (3.4) e calcule $L^*(\underline{x}, \hat{\pi})$. Faça $\bar{z} = \text{Min}[\bar{z}, v(\hat{y})]$. Se $|\bar{Z} - \underline{Z}| \leq \varepsilon$, o problema (3.1) está resolvido. Caso contrário faça $j = j + 1$, $\pi^j = \hat{\pi}$ e volte para iv.

A maior dificuldade deste algoritmo está no tratamento das restrições $y_0 \geq L^*(y, \pi^j)$ que representam as equações dos planos de cortes, normalmente referenciadas como *Cortes de Benders*.

Existe uma classe de problemas, dentre os quais está o planejamento de reativos (considerando restrições de acoplamento lineares), onde $L^*(y, \pi^j)$ pode ser calculado sem uma otimização explícita para cada y especificado.

3.5 Decomposição de Benders Aplicada ao Planejamento de Reativos

A aplicação da *Decomposição de Benders* ao problema de Planejamento de Reativos é justificada por fornecer uma ferramenta natural para decompor o problema em duas partes, a primeira consiste na determinação do investimento ótimo da nova capacidade do sistema, a segunda na determinação do custo de operação e confiabilidade do fornecimento de energia associada à construção desta nova capacidade. Além do que a *Decomposição de Benders* é atrativa neste caso particular pois permite a solução de um problema difícil, através

de uma seqüência de soluções de problema relativamente mais simples e considerando ainda que já foi aplicada com sucesso em problemas relacionados com sistemas de potência.

Duas Funções Objetivo (**FO**) distintas podem ser identificadas no problema completo de planejamento de reativos ou seja: (i) minimizar o custo do investimento; e (ii) minimizar restrições violadas, perdas de transmissão ou algum outro critério pré definido. A **FO** completa $J(\underline{z}, \underline{w})$ que depende de aspectos (parâmetros, variáveis, etc.) relacionados à operação e/ou planejamento pode ser definida como:

$$J(\underline{z}, \underline{w}) = C(\underline{w}) + F(\underline{z}) \quad (3.7)$$

Na qual, $C(\underline{w})$ representa o custo de investimento, \underline{w} o vetor de variáveis de decisão no problema de planejamento, $F(\underline{z})$ o custo da operação do sistema e \underline{z} o vetor de estado do sistema.

Os vetores \underline{z} , \underline{w} , as restrições associadas aos mesmos, os custos de operação $F(\underline{z})$ e de expansão $C(\underline{w})$ serão discutidos a seguir:

- **Restrições de Operação** [$\mathbf{S}(\underline{z}) \leq \mathbf{0}$]: o conjunto de restrições de operação, conforme formulação apresentada no capítulo 2, pode ser representado pelas equações:

$$\begin{aligned} PG_k - P_k^{esp} - P_k(\underline{\theta}, \underline{VT}) &= 0 \\ PG_k - PC_k - P_k(\underline{\theta}, \underline{V}, \underline{T}) &= 0 \\ QG_k - QL_k - Q_k(\underline{\theta}, \underline{VT}) &= 0 \\ PG_k^{\min} \leq PG_k \leq PG_k^{\max} \\ QG_i^{\min} - \hat{q}_{ri} - q_{ri} \leq QG_i \leq QG_i^{\max} + \hat{q}_{ci} + q_{ci} \\ V_k^{\min} \leq V_k \leq V_k^{\max} \quad k = 1, \dots, NB \\ T_j^{\min} \leq T_j \leq T_j^{\max} \quad j = 1, \dots, NT \end{aligned} \quad (3.8)$$

Em que, se considera:

I , Conjunto de barras candidatas à alocação de novas fontes reativas;

NB , Número de barras do sistema;

NT , Número de transformadores com mudança automática de "taps";

T_j , "tap" do transformador da barra j , que pertence ao conjunto de barras que possui transformadores com "taps" controlados;

$l \in L$, em que L é o conjunto $\{NB-I\}$;

q_{ci}, q_{ri} , Fontes reativas de natureza capacitiva e indutiva a serem alocadas no sistema. Podem ser fontes do tipo contínuas ou discretas (bancos);

V_k, θ_k, T_k , magnitude da tensão, ângulo da tensão e “tap” do transformador, respectivamente, na barra k ;

$Q(\theta, V, T)$, a injeção de potência reativa na barra k , dada por:

$$Q_k = V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \sin \theta_{km} - B_{km} \cos \theta_{km})$$

$P(\theta, V, T)$, a injeção de potência ativa na barra k , dada por:

$$P_k = V_k \sum_{m \in \Omega_k} V_m (G_{km} \cos \theta_{km} + B_{km} \sin \theta_{km})$$

G_{km}, B_{km} , Condutância e a susceptância, respectivamente, entre as barras k e m ;

QG_k, QC_k , Potência reativa gerada e a carga reativa, respectivamente, na barra k ;

\hat{q}_{ci}, \hat{q}_i , Fontes reativas capacitivas e indutivas existentes no sistema, devido a simulação de outros cenários;

QG_k^{\min}, QG_k^{\max} , Limites mínimos e máximos das potências geradas nas barras k ;

c_{ci}, c_i , o custo variável de injeção de potência reativa capacitiva e indutiva, respectivamente;

Desta forma, o vetor \underline{z} , referenciado anteriormente, representa decisões na operação do sistema e é escrito como $\underline{z} = (PG_k, QG_k, V_k, \theta_k, T_j)$.

A FO do problema de operação pode refletir aspectos relacionados à redução de infactibilidade no sistema ocasionadas por falta de suporte reativo, bem como minimização de perdas no sistema de transmissão entre outros.

- **Restrições no Problema de Investimento [$R(\underline{w}) \leq 0$]:** As restrições no problema de investimento estão relacionadas a um conjunto I de barras com capacidade de gerar reativos e/ou candidatas a terem novas fontes e à decisão de se alocar ou não fontes

reativas neste conjunto de barras como a natureza das mesmas (indutiva, capacitiva). Desta forma as restrições do problema de investimento podem ser escritas como:

$$\begin{aligned} 0 \leq q &\leq r q_{rk}^{\max} \\ 0 \leq q_c &\leq r_k q_{ck}^{\max} \\ r_k &= 0 \text{ se } k \notin I \text{ e } r \in \{1,0\} \text{ se } k \in I \end{aligned} \quad (3.9)$$

Em que, se considera:

q_{ck} e q_{rk} , igual à injeção adicional de reativos capacitivo e indutivo, respectivamente, na barra k ;

q_{ck}^{\max} e q_{rk}^{\max} , valores máximos de reativos capacitivo e indutivo, respectivamente, que podem ser adicionados à barra k . Essas capacidades reativas podem ser do tipo discretas (bancos) ou contínuas;

r_k , Variável binária de decisão (0, não alocar, 1, alocar).

Referente ao aspecto da expansão ótima de reativos o objetivo é minimizar o custo do investimento, ou seja:

$$C(\underline{w}) = \text{Min} \sum_{i \in I} (d_i + c_{ci} q_{ci} + c_{ri} q_{ri}) r_i \quad (3.10)$$

Em que :

d_i , é igual ao custo fixo associado à adição de uma determinada capacidade reativa à barra i ;

c_{ci} e c_{ri} , os custos variáveis para adicionar capacidades reativa capacitiva e indutiva, respectivamente, à barra k .

O vetor de decisão \underline{w} é representado por $\underline{w} = (r_i, q_{ci}, q_{ri}) \quad i \in I$

- **Restrições de Acoplamento** [$G(\underline{z}, \underline{w}) \leq \theta$] : é um conjunto de restrições lineares envolvendo as variáveis de operação \underline{z} e as de investimento \underline{w} . Neste conjunto o problema de expansão (variáveis de investimento) é incorporado aumentando o limite superior da potência

reativa da i -ésima barra QG_i , e/ou diminuindo o limite inferior QG_i , de tal forma que o despacho de potência reativa QG_i é limitado por:

$$QG_i^{\min} - \hat{q}_{ri} - q_{ri} \leq QG_i \leq QG_i^{\max} + \hat{q}_{ci} + q_{ci} \quad , \quad i \in I \quad (3.11)$$

Considerando, q_{ci} e q_{ri} como a adição de compensação capacitiva e indutiva.

Tomando-se a função objetivo (FO) completa, as restrições de operação, investimento e de acoplamento, o problema completo de planejamento de reativos pode ser formulado como:

$$Min_{\underline{z}, \underline{w}} C(\underline{w}) + F(\underline{z}) \quad (3.12)$$

s.a.

$S(\underline{z}) \leq 0$ (Restrições de operação – não lineares e não convexas);

$R(\underline{w}) \leq 0$ (Restrições de Investimento – lineares);

$G(\underline{z}, \underline{w}) \leq 0$ (Restrições de acoplamento – lineares).

O planejamento de reativos como formulado em (3.12), é um problema de otimização de grande porte com restrições lineares e não lineares, variáveis reais e inteiras, o que sugere o uso de técnicas de decomposição para resolvê-lo. Uma vez decidido sobre a instalação de uma nova fonte reativa, a mesma poderá ser imediatamente utilizada no subproblema de operação. Desde que o número de cenários a ser considerado no problema de operação é grande, uma vez alocada uma capacidade reativa, todos estes problemas são resolvidos independentemente considerando-se esta capacidade alocada. Desta forma, a solução do problema de operação fornece informações sobre factibilidade que podem ser usadas para se alocar novas fontes.

Projetando (3.12) no espaço das variáveis \underline{w} :

$$Min_{\underline{w} \in W} \left(\begin{array}{l} C(\underline{w}) + Min F(\underline{z}) \\ \text{s.a.} \\ S(\underline{z}) \leq 0 \\ G(\underline{z}, \underline{w}) \leq 0 \end{array} \right) \quad (3.13)$$

$$W = \{ \underline{w} \mid R(\underline{w}) \leq 0 \}$$

Do conjunto de equações (3.13), para um valor fixo de $\underline{w} = \underline{w}^*$, deriva-se o primeiro nível de programa também chamado operacional. Neste problema, adotou-se como FO, o somatório das possíveis quantidades de potências reativas capacitiva y_{1i} e indutiva y_{2i} , $i \in I$ necessárias para procurar manter factibilidade de operação. O problema de operação escrito em notação matricial compacta e em termos das variáveis que compõem os vetores \underline{z} e \underline{w} , é dado por:

$$\begin{aligned}
 & \text{Min} \left[\sum_{i \in I} (y_{1i} + y_{2i}) \right] \\
 & \text{s.a.} \\
 & P_k^{esp} - P_k(\theta, V, T) = 0 \\
 & QG_i - QC_i - Q_i(\theta, V, T) - y_{1i} + y_{2i} = 0 \\
 & -QC_i - Q_i(\theta, V, T) = 0 \\
 & QG_i^{\min} - \hat{q}_{ri} \leq QG_i \leq QG_i^{\max} + \hat{q}_{ci} \\
 & V^{\min} \leq V \leq V^{\max} \\
 & T_j^{\min} \leq T_j \leq T_j^{\max} \\
 & y_{1i} \geq 0 \\
 & y_{2i} \geq 0 \\
 & k = 1, \dots, NB \\
 & i \in \{NB - L\}
 \end{aligned} \tag{3.14}$$

A solução de (3.14) fornece um melhor estado do ponto de operação \underline{z}^* do sistema, e a sensibilidade $\underline{\pi}$ (Variáveis Duais), para novos investimentos em fontes reativas. Estas informações são exploradas para determinar a expansão a um custo mínimo no segundo nível de programa, dado por:

$$\begin{aligned}
 & \text{Min}_{\underline{w} \in W} \quad w_0 \\
 & \text{s.a.} \\
 & w_0 \geq \text{Inf}_{\underline{z} \in Z} \{ F\underline{z} - C(\underline{w}) + \underline{\pi}' G(\underline{z}, \underline{w}) \}
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

$$R(\underline{w}) \leq 0$$

No qual, a expressão:

$$w_0 \geq \text{Inf}_{\underline{z} \in Z} \{F(\underline{z}) + C(\underline{w}) + \underline{\pi}' G(\underline{z}, \underline{w})\}$$

forma o conjunto de *Cortes de Benders*, obtidos pela técnica de decomposição aplicada ao problema de planejamento ótimo de reativos (2.1).

A expressão geral dos *Cortes de Benders*, para o Problema Mestre (PM) no Planejamento de Reativos é dada por:

$$L(\underline{w}, \underline{\pi}) = \text{Inf}_{\underline{z} \in Z} \left\{ \text{Min}_{\epsilon} \sum_{\epsilon} (d + c_{q_c} q_c + c_{q_r} q_r) r - \bar{\pi}_{QG} [\hat{q}_r - q_r] + \bar{\pi}_{QG} [\hat{q}_c - q_c] + v(\hat{w}) \right\} \quad (3.16)$$

Considerando, d igual ao custo fixo associado à adição de uma determinada capacidade reativa à barra k , c_{ck} e c_{rk} os custos variáveis para adicionar capacidades reativa capacitiva e indutiva, respectivamente, à barra k , q_{ck} e q_{rk} igual à injeção adicional de reativos capacitivo e indutivo, respectivamente, na barra k (discretas ou contínuas), r_k como a variável de decisão binária (se 1, alocar, se 0, não alocar), π igual aos multiplicadores de Lagrange ótimo, \hat{q}_c , \hat{q}_r , as fontes reativas capacitivas e indutivas existentes no sistema, devido a simulação de outros cenários, o vetor w como o vetor das variáveis de decisão no problema de planejamento e $v(w)$ como a soma das infactibilidades do sistema.

A análise de factibilidade consiste em verificar se o investimento em fontes reativas no conjunto de barras candidatas I , pode garantir factibilidade nos diferentes cenários de operação do sistema (nível de carga, contingência, etc). A verificação implica em determinar se o conjunto de restrições do problema (3.14), correspondendo a cada cenário de operação é factível. Neste conjunto as possíveis injeções reativas (y_1, y_2) no conjunto de barras candidatas serão diferentes de zero, se o sistema necessitar de suporte reativo, mas o conjunto de barras candidatas deve garantir factibilidade da operação. Se o sistema é infactível, a única alternativa a considerar é aumentar e/ou alterar o conjunto de candidatas I . É importante salientar que independente da técnica adotada para resolver o problema de

operação (3.14), a equação de corte de benders (3.16), permanece inalterada, uma vez que as restrições de acoplamento $G(\underline{z}, \underline{w})$ são lineares. A seguir está apresentada a solução adotada neste trabalho para os problemas de operação (3.14) e planejamento (3.15).

Na seção anterior definiu-se os conjuntos de variáveis e equações obtidas da aplicação dos conceitos básicos da *Técnica de Decomposição de Benders* na solução do problema de planejamento de reativos. Nesta seção será apresentada as técnicas de solução adotadas para resolver os problemas de Operação (3.14) e Investimento (3.15). A princípio pode-se usar metodologia independentemente para a solução de cada subproblema, porém existem algumas complicações ou limitações na implantação de cada metodologia separadamente. É oportuno lembrar que o problema de planejamento apresenta três grandes dificuldades que devem ser contornadas de alguma forma: (1) O problema de Planejamento de Reativo não é convexo; (2) As soluções obtidas podem ser de excelente qualidade mas devido a não convexidade do problema não se garante que sejam ótimos locais ou globais; (3) o problema de esforço computacional necessário para resolver de maneira iterativa o subproblema de investimento que é um problema de programação linear inteira (PLI).

3.6 Solução do Problema de Planejamento de Reativos Usando a Decomposição de Benders

O problema de planejamento de reativos foi decomposto pelo método de Benders em dois subproblemas, como é mostrado na fig. 3.1. Durante o processo de solução, esses dois subproblemas trocam informações. O mestre informa ao escravo acerca das decisões de investimento (incremento nas fontes reativas) e o escravo informa ao mestre acerca das necessidades de novas fontes reativas (os cortes de Benders gerados). O subproblema de operação, a partir de uma alternativa de investimento apresentada pelo subproblema de investimento, minimiza o uso das injeções reativas fictícias, com vistas a factibilizar as restrições de operação, sob o aspecto reativo. Se num estágio do processo as decisões de investimento são tais, que é possível obter um ponto de operação sem a necessidade de injeções fictícias, então foi obtida uma solução para o problema da expansão no cenário de operação que está sendo estudado. Por outro lado, quando não é possível obter um ponto de operação factível sem recorrer às injeções reativas fictícias, então deve-se enviar informações relevantes, acerca das necessidades de operação, ao subproblema de investimento através dos

cortes de Benders. Estes cortes, incorporados ao subproblema de investimentos como restrições adicionais, têm um papel fundamental no mecanismo de planejamento, pois eles informam ao subproblema de investimento acerca das necessidades de capacidade adicional de reativos.



Fig 3.1 O Problema da Decomposição de Benders.

3.6.1 Solução do Subproblema de Operação

O subproblema de operação consiste na solução de um problema de fluxo de potência ótimo reativo considerando as propostas de investimentos fornecidas pelo problema mestre (3.15). Dessa forma uma das etapas do procedimento de solução, como mencionado no início deste capítulo, consiste em resolver, para cada cenário de estudo, um problema de despacho reativo, obtendo-se as seguintes informações:

- Regiões do sistema onde há necessidade de reforçar o suporte reativo;
- Verificar se o conjunto de barras candidatas previamente selecionado pelo planejador permite solução viável;
- Ponto de operação obtido após o despacho ótimo de reativos e o ajuste dos controles de tensão existentes no sistema.

Seja o problema (3.14) em que as variáveis de investimento $(\Delta q_{ci}, \Delta q_{ri})$, $i \in I$, são representadas por variáveis de folga contínuas $(\Delta y_{1i}, \Delta y_{2i})$, linearizado em torno de um ponto de operação, obtendo-se um PL de grande porte, cuja função objetivo é a minimização das injeções reativas fictícias $(y_{1i}, y_{2i}, i \in I)$.

As sensibilidades entre potência reativa e as variáveis do problema (magnitudes das tensões e "taps" de transformadores) são tratadas de forma explícita, sendo que as sensibilidades entre potência ativa e essas variáveis são consideradas implicitamente pelo modelo proposto por J. L. Carpentier - **CRIC** (Calcul de Rexaux Implicitement Couplés) [8]. Adotando-se esse modelo, aqui representado pela matriz **LC** e não considerando os limites em $\Delta\theta$ (ângulos das tensões) e na potência ativa da barra de balanço, o problema de despacho ótimo de reativos para um ponto de operação pré-definido, pode ser formulado como:

$$\begin{aligned}
 \text{Min } \Delta f &= \sum_{i \in I} [\Delta y_{1i} + \Delta y_{2i}] \\
 \text{s.a.} \\
 [LC] \Delta V + [LC_{tap}] \Delta T &= \Delta QG - \Delta y_{1i} + \Delta y_{2i} \\
 -\infty &\leq \Delta \theta \leq \infty \\
 -\infty &\leq \Delta P_s \leq \infty \\
 V_k^{\min} - V_k &\leq \Delta V_k \leq V_k^{\max} - V_k \\
 T_j^{\min} - T_j &\leq \Delta T_j \leq T_j^{\max} - T_j \\
 QG_i^{\min} - QG_i - \hat{q}_{ri} &\leq \Delta QG_i \leq QG_i^{\max} - QG_i + \hat{q}_{ci} \\
 y_{1i} &\geq 0 \\
 y_{2i} &\geq 0
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

No problema (3.17) as variáveis de folga $(\Delta y_{1i}, \Delta y_{2i})$ representam injeções reativas fictícias; se a razão de uma possível solução inviável do problema por falta de suporte reativo, essas injeções permitirão a obtenção de uma solução [19, 20, 22].

Para resolver o problema de despacho ótimo de reativos com o auxílio do conjunto de equações (3.17) foi utilizada uma seqüência de cálculos de fluxo de potência (não linear) e programação linear, o que na literatura é denominada *Programação Linear Sucessiva* [49, 43]. Devido ao uso da **PL** para resolver o problema reativo podem surgir problemas de oscilações devido a linearização das restrições de igualdade [13, 37]. A seguir discutem-se alguns aspectos envolvidos na solução do **PL** *sucessivo*.

3.6.1.1 Programação Linear Sucessiva

Técnica proposta inicialmente por Stott [49], consiste em obter um estado de operação ótimo para o sistema, através da solução alternada de um fluxo de carga (FC não-linear) e um problema de Programação Linear (PL).

As sensibilidades e linearizações adotadas para representação das restrições de igualdade (equações do fluxo de potência) geram as maiores dificuldades na *PL sucessiva*. O problema de sensibilidade foi resolvido de maneira satisfatória através do modelo “CRIC” [8]. O problema de linearização, também relacionado com as condições de convexidade do problema de planejamento de reativos, foi abordada em [13, 37] e uma solução adequada ao mesmo é apresentada nesses trabalhos, que não consideram os “taps” como variáveis de controle.

3.6.1.2 Fluxo de Potência Inicial

Na simulação de cada cenário os dados para a primeira **PL** do processo iterativo de planejamento de reativos são gerados por um programa que calcula fluxo de potência (**FP**), com tratamento especial para as barras de carga. As magnitudes das tensões são mantidas em uma faixa especificada permitindo, em geral, que se obtenha convergência e um melhor desempenho do processo de otimização. Os limites de geração de reativos são considerados abertos para as barras de tensão controlada (**PV**'s e referência). Na solução final do fluxo de potência tem-se todas as tensões dentro dos limites especificados e possíveis necessidades de reativos estão nas injeções nodais (em barras **PV**'s).

3.6.2 Solução do Subproblema de Investimento

O problema de investimento é um problema de programação linear inteira misto (**PLIM**) com variáveis discretas e contínuas – magnitudes dos bancos reativos e fontes reativas contínuas (compensadores síncronos e estáticos). Trata-se de um problema de difícil solução e para resolvê-lo utilizou-se um algoritmo de *Branch-and-Bound*, dedicado à solução do problema reativo, e que está apresentado a seguir. Esta fase, obviamente, consome o maior esforço computacional pela necessidade de resolver iterativamente um problema de **PLI**.

3.6.2.1 Algoritmo de Branch-and-Bound (*B&B*) Usado para resolver o Subproblema Mestre

A idéia básica da metodologia *B&B* é dividir e conquistar. O método *B&B* não resolve diretamente o problema inteiro, ele resolve um problema relaxado, pois considera as variáveis inteiras como sendo contínuas. O espaço das soluções do problema inteiro é apenas um subconjunto do espaço das soluções contínuas. O motivo de relaxar o problema inteiro é que este problema pode ser resolvido como um conjunto de problemas de programação linear [5, 6, 51].

Considere o problema de programação linear inteira:

$$\begin{aligned}
 \text{Min } z &= \sum_{j \in N} c_j x_j \\
 \text{s.a.} & \\
 \sum_{j \in N} a_{ij} x_j &\leq b_i, & i = 1, 2, \dots, m, \\
 x &\geq 0 & j = 1, 2, \dots, n \\
 x_j &\text{ discreta} & j = 1, 2, \dots, I (I \leq n)
 \end{aligned} \tag{3.18}$$

O problema acima pode ser resolvido usando o algoritmo de *B&B*. O desenvolvimento da técnica de *B&B* para problemas de *PLIM* pode ser realizado com base nos conceitos de desdobramento e sondagem, os quais são apresentados a seguir:

1. Conceito de Branch-and-Bound:

A solução de um problema comum de programação inteira pode ser limitada. O número de pontos discretos que devem ser investigados são portanto finito, costumando ser muito grande. Um modo simples de resolver um problema é enumerar todos os pontos, descartando os infactíveis e guardando a solução factível que apresenta o melhor valor da função objetivo. Quando a numeração está completa, a solução ótima, se existir, é associada com o melhor valor objetivo encontrado que foi armazenado e chamado de incumbente.

O método de *B&B* é uma generalização do princípio da enumeração implícita zero-um. A enumeração implícita é essencialmente um método *B&B*, a principal diferença é que em um problema genérico inteiro, cada variável pode assumir mais que dois valores,

diferente da enumeração implícita zero-um onde as variáveis só podem ser zero ou um. Consequentemente, os testes para excluir pontos não promissores devem ser mais sofisticado, mais complexo, e talvez menos efetivo.

O procedimento **B&B** não trata diretamente com o problema inteiro. Antes, ele considera um problema contínuo, obtido relaxando as restrições inteiras das variáveis. Deste modo, como já foi mencionado, o espaço da solução do problema inteiro é somente um subespaço do espaço contínuo. A principal razão para trabalhar com o problema contínuo é que ele é simples de resolver especialmente quando ele é um programa linear.

Se a solução ótima obtida resolvendo um **PL** for inteira, então ela também será ótima para o problema de programação linear inteira.

A técnica de **B&B** é aplicada para implementar duas operações básicas:

Branching - é a partição do espaço das soluções contínuas em subespaços menores (subproblemas), que também são contínuos. A intenção de particionar, é para eliminar partes dos espaços contínuos que não são factíveis para o problema inteiro e com isso aumentar a possibilidade de que as soluções, obtidas usando **PL**, dos dois novos subproblemas sejam discretas. Esta é realizada por imposição de restrições, que é uma condição necessária para produzir soluções múltiplas de valor discretizado, pois essas regiões produzem novas regiões factíveis nos subproblemas com pontos múltiplos da discretização da variável na casca convexa da região factível. Em outras palavras, todos os pontos, múltiplos da variável discretizada, factíveis do problema original estão presentes nas regiões factíveis dos subproblemas e, alguns destes pontos fazem parte da casca convexa dos subproblemas e, conseqüentemente, podem ser soluções ótimas do subproblema com variáveis contínuas (**PL**). Por causa da natureza da operação de partição, ela tem sido chamada pelo nome de *branching*.

Bounding - considerando o problema original do tipo minimizar, então o valor ótimo da função objetivo, para cada subproblema criado pelo *branching* deve ter, logicamente, um limite inferior associado com alguns dos valores múltiplos da variável discretizada, factíveis. Este limite é essencial para fazer o ranking, ou seja, ordenar a sequência de solução dos subproblemas, e conseqüentemente, em localizar a solução ótima discreta mais rapidamente. Esta operação justifica o nome de *bounding*.

Cada subproblema criado pode ser agora resolvido como um problema contínuo. Quando a solução de um subproblema é discreta, o subproblema não é particionado; caso contrário é necessário fazer o *branching*. A solução ótima discretizada, é aquela que foi obtida do subproblema de menor limite entre todos os subproblemas com solução discreta (quando é assumido o problema de minimizar).

Uma típica árvore de **B&B** está na fig 3.2. Os nós representam os subproblemas e seus números representam a ordem de execução. O nó 3 produz a melhor solução factível (discreta); consequentemente ela é ótima. Todos os nós remanescentes são portanto descartados, isto é, eliminados por algum teste apresentado no item (c) desta seção. Esta operação é conhecida como sondagem.

Infelizmente não existe uma fórmula de identificar o tamanho da árvore da figura 3.2 quando temos o propósito de programar computacionalmente. As razões são:

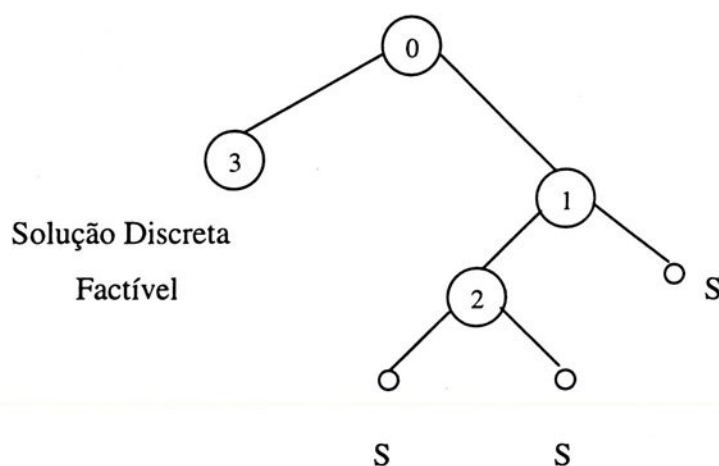


Figura 3. – Árvore de **B&B**.

- (i) Um número muito grande de ramos e nós que podem ser criados;
- (ii) Cada nó terá associado um subproblema contínuo que pode ser armazenado para posteriores investigações. Este método apresenta uma complexidade de programação, que não depende somente do grande número de ramos que podem ser criados, mas também da necessidade de economizar a memória do computador.

No próximo item será apresentado o princípio **B&B**, que é válido para uma extensa classe de problemas, dos quais, programação discreta é um caso especial. Implementando-se as particularidades dos princípios gerais de **B&B**, pode-se obter um algoritmo adequado para o problema linear inteiro misto. Desde já se pode adiantar que o princípio **B&B** não é restrito somente para problemas lineares, sua aplicação também abrange problemas não lineares.

2. Princípio de Branch-and-Bound:

Considere o problema da formulação (3.18). Problemas deste tipo, quando são relaxadas as exigências de discretização das variáveis, inicialmente não apresenta valores discretos nas variáveis de decisão. Quando isso acontece, divide-se o problema em dois novos subproblemas, onde temos para cada novo subproblema o acréscimo de uma nova restrição, no caso do valor discreto ser igual a x_d , se, por exemplo, tivermos a variável $x_1 = x_m$ um dos subproblemas gerado terá uma nova restrição $x_1 \geq \text{Inteiro}[(x_m/x_d)]. x_d + x_d$ e o outro a restrição adicional $x_1 \leq \text{Inteiro}[(x_m/x_d)]. x_d - x_d$.

Quando um problema ou um subproblema é dividido, surgem duas novas direções de busca, e é muito difícil determinar a direção ótima, as direções de busca vão aumentando a partir das novas divisões feitas nos subproblemas, formando assim uma árvore como vimos na fig 3.2

Uma direção de busca, isto é, a escolha do próximo subproblema que deve ser resolvido usando **PL**, pode ser dispensada de futuras considerações quando o subproblema é sondado. Os teste usados para fazer a sondagem são mostrados a seguir.

3. Critérios de Sondagem do Algoritmo de B&B:

Como já foi mencionado um problema quando sondado é dispensado de futuras considerações. Os testes básicos de sondagem são três:

Teste 1: Se o subproblema tiver o valor de z (função objetivo) de inferior qualidade em relação a melhor solução inteira já encontrada durante o processo (incumbente), no caso onde o problema é de minimizar, significa ter um valor para z maior que a incumbente.

Teste 2: Se o subproblema não possuir solução viável (infactível).

Teste 3: Se a solução obtida de um determinado subproblema for múltipla da variável discretizada. Se ela for a primeira solução discreta encontrada então ela será a solução inicial (melhor solução múltipla do valor discreto adotado já encontrada), caso não seja a primeira, compara-se com a incumbente existente. Nos dois casos o problema é sondado. Se a incumbente foi modificada então deve-se repetir o teste 1 para tentar eliminar subproblemas armazenados.

4. Heurística para melhorar o desempenho de Problemas de B&B:

A eficiência de um algoritmo *Branch-and-Bound* depende fortemente de dois fatores:

1. Escolha do problema candidato (ou nó ativo) que deve ser resolvido.
2. Decisão da variável discreta a ser dicotomizada: escolher uma variável dentre as várias variáveis candidatas que assumem valores não múltiplos do valor discreto adotado na solução ótima do problema candidato relaxado, de modo a separar o problema em dois outros problemas candidatos.

A seguir são descritos critérios para as decisões acima mencionadas.

5. Escolha do Nó:

Dado uma lista de problemas candidatos (lista de nós ativos), existem duas opções básicas para a escolha:

- 1) Regra à priori que determina a ordem na qual a árvore será desenvolvida.
- 2) Regras adaptativas, que escolhem um nó usando informações (limites, etc.) sobre os nós ativos.

A principal regra à priori usada é a busca em profundidade. Esta regra determina que o problema candidato selecionado é sempre o último adicionado à lista de problemas candidatos, ou seja, se o nó atual não é sondado então, o próximo a ser considerado é um dos seus sucessores na árvore. Esta regra é também conhecida como “*last in, first out*” (**LIFO**).

As principais vantagens da regra **LIFO** são:

- A solução do último problema da lista por programação linear é muito simples: basta adicionar uma restrição de limite inferior ou superior a uma variável não múltipla do valor discreto adotado e reotimizar usando o dual simplex. Ou melhor ainda dual simplex canalizado.
- A experiência mostra que soluções factíveis discretas são mais prováveis de serem encontradas em níveis mais profundos da árvore;
- O número de nós ativos é pequeno reduzindo os problemas de memória para armazenamento de informação.

A principal desvantagem da regra **LIFO** é a sua rigidez para controlar o processo enumerativo; há ocasiões em que um problema mais antigo na lista de problemas candidatos é mais promissor.

Esta regra se torna ineficiente quando o tamanho do problema vem a ser muito grande [31].

Outra regra à priori é a busca em largura, que consiste em considerar todos os nós de um mesmo nível, onde o nível de um nó é determinado pelo número de arcos no caminho único entre este nó e o nó raiz (problema original).

Como regras adaptativas tem-se:

- a) Dentre os nós ativos, escolher o de menor limitante inferior (limite inferior de um nó no problema relaxado).
- b) Regra da rápida melhoria: o objetivo desta regra é encontrar rapidamente uma solução factível melhor que a solução incumbente (melhor que a solução atual),[6].

Nemhauser e Wolsey [41] propõem como estratégia para escolha do nó a ser pesquisado o uso de várias regras ao mesmo tempo: se o nó que está sendo pesquisado não foi sondado, continua-se no mesmo ramo, caso contrário, verifica-se o irmão (nó de mesma linha hierárquica da árvore de **B&B**). Se este não foi sondado, então é escolhido, caso contrário verifique se já existe uma solução múltipla do valor discreto adotado (incumbente). Em caso afirmativo, utiliza-se a regra da rápida melhoria, se não a regra da melhor estimativa.

6. Escolha da Variável:

Uma vez escolhido o problema candidato (nó) a ser pesquisado, relaxa-se a integralidade nas variáveis e resolve-se um problema de programação linear. Dentre as variáveis ótimas que assumem valores não múltiplos do valor discreto adotado é necessário escolher uma delas para ser dicotomizada. Esta escolha é muito importante para o tempo computacional de execução do algoritmo, pois geralmente há muitas variáveis que precisam ser fixadas em seus valores múltiplos do valor discreto adotado, para que as outras se tornem também múltiplas na resolução do problema de programação linear.

A regra mais comum para a escolha das variáveis é pelo uso das prioridades, isto é, um ordenamento das variáveis é especificado como parte da entrada de dados e elas são escolhidas segundo esta ordem. Tal regra foi adotada na implementação do sistema computacional para resolver o problema ao qual se refere este trabalho.

7. Algoritmo B&B Básico:

A estrutura de um algoritmo **B&B** básico para resolver o problema mestre considerando variáveis discretas múltiplas do valor discreto adotado apresenta a seguinte estrutura:

1. Início:

Fazer a incumbente inicial igual a infinito ($Z_{inc} = \infty$). Resolver o PL correspondente (PLI original com variáveis contínuas). Se a solução do PL for múltipla do valor discreto adotado pare, pois ela é ótima global. Caso contrário ir ao passo 2;

2. Branching:

Escolher a primeira variável x_i não múltipla do valor discreto adotado para realizar a separação. Gerar dois novos subproblemas a partir do subproblema corrente adicionando a restrição $x_i \leq \lfloor x_i^* \rfloor$ para gerar um subproblema, considerando $\lfloor x_i^* \rfloor$ o maior múltiplo do valor discreto adotado menor que x_i ; e a restrição $x_i \geq \lceil x_i^{**} \rceil$, considerando $\lceil x_i^{**} \rceil$ o menor múltiplo do valor discreto adotado maior que x_i , para gerar outro subproblema.

3. Bounding:

Resolver os dois PL's gerados usando o método simplex e armazenar a solução ótima de cada um $z_{pl} = z_{inf}$ como limitante inferior, para os prováveis PL's sucessores;

4. Teste de sondagem:

Após resolver o PL (subproblema), deve-se verificar os testes de sondagem. O problema é sondado (eliminado de futuras considerações), se satisfizer algum dos seguintes testes de sondagem:

- a- Teste 1: Se $z_{inf} \geq z^*$, em que z^* é o valor incumbente.
- b- Teste 2: Se a solução do PL for inactível.
- c- Teste 3: Se o ótimo do PL for discreto, múltiplo do valor discreto adotado, isto é, todas as variáveis discretas assumem valores múltiplos do valor discreto adotado. Neste caso, se o último for menor que a

incumbente então, deve-se atualizar a incumbente e aplicar o teste 1 para os subproblemas ainda não sondados.

5. Se existir subproblemas (nós) remanescentes não sondados, escolher o de menor z_{inf} e ir ao passo 2 para fazer Branching. Se todos os subproblemas foram sondados, pare, pois terminou o processo.

O algoritmo básico, embora seja conceitualmente simples, apresenta complexidade na implementação computacional. Este algoritmo apresenta excelente desempenho para sistemas pequenos, mas em sistemas reais apresenta várias limitações relacionadas com o esforço computacional.

Tal algoritmo foi implementado em linguagem FORTRAN e utilizado para resolver o problema de Investimento de Reativos, conforme resultados apresentados no capítulo 4 deste trabalho.

3.7 Algoritmo para o Planejamento de Reativo Utilizando a Técnica de Decomposição de Benders e o Algoritmo de Branch-and-Bound.

Apresenta-se nesta seção o algoritmo básico para Planejamento de Reativo utilizando a técnica de decomposição de Benders e o algoritmo de Branch-and-Bound, conforme apresentado neste trabalho:

- i. Determinar as barras candidatas à alocação de novas fontes reativas. Podem fazer parte deste conjunto as barras de tensão controlada existentes no sistema ou qualquer outro conjunto de barras escolhido a critério do planejador e que garanta condições factíveis de operação.
- ii. Decompor o problema linearizado em um subproblema de operação e um de investimento através da *Decomposição de Benders*;

- iii. Resolver o Despacho Reativo via PL-Sucessiva (problema de operação) e verificar a necessidade de alocação de novas fontes reativas (soma das infactibilidades diferente de zero); caso não seja necessário (soma das infactibilidades igual a zero e/ou multiplicadores de Lagrange das barras candidatas iguais a zero), terminou o planejamento. Senão ir para o passo iv;
- iv. Com base nos multiplicadores de lagrange e as fontes de reativos já alocadas, determinar os cortes de Benders e buscar solução ótima discreta múltipla do valor discreto adotado resolvendo o PLI de **B&B**(problema de investimento), determinando o quanto de reativo deve-se alocar e em quais barras candidatas;
- v. Alocar as novas fontes ao sistema, desprezando às anteriores e retornar ao passo iii.

Em seguida, na figura 3.3, apresenta-se um diagrama de blocos do algoritmo implementado.

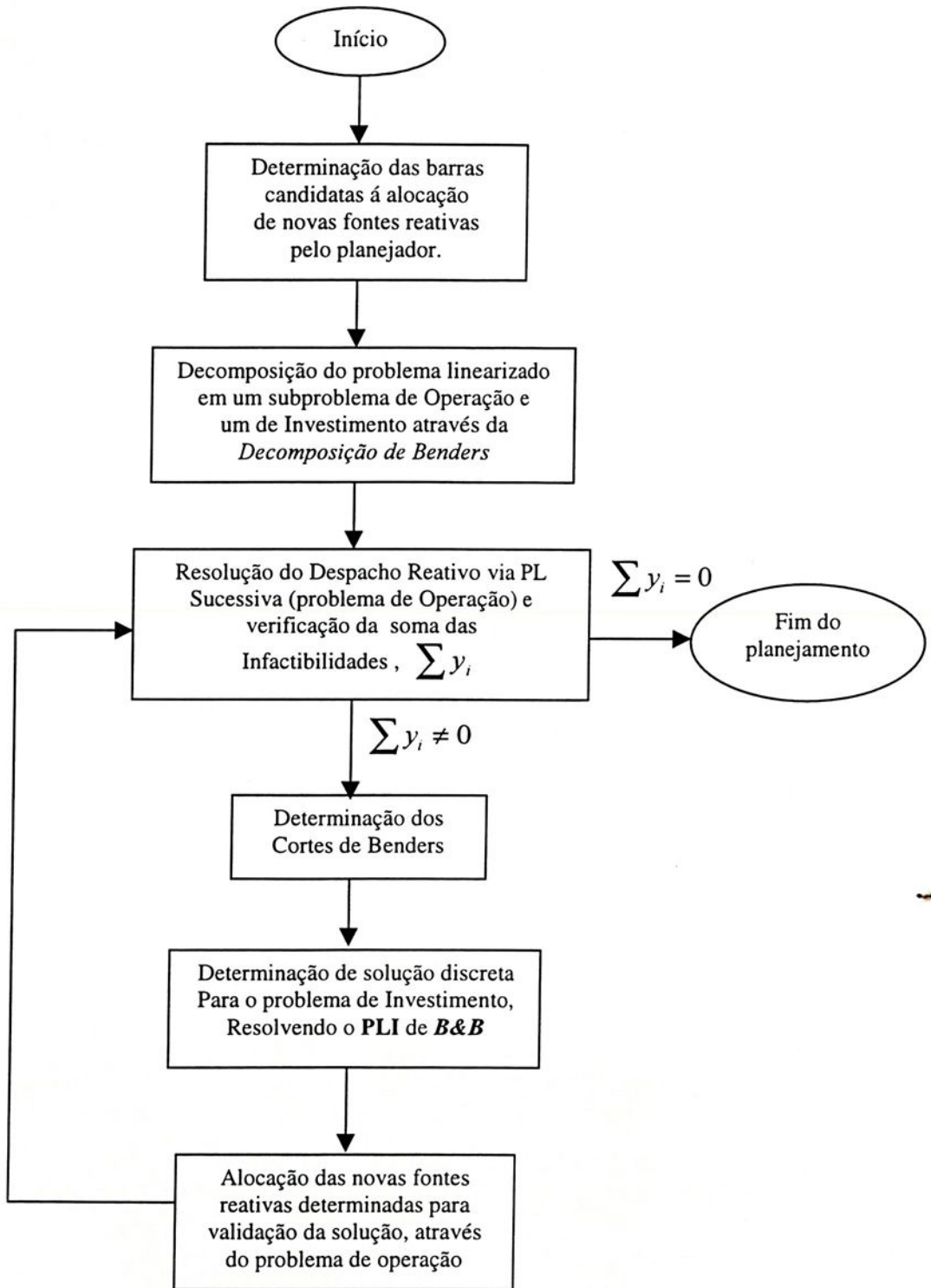


Fig 3.3 - Fluxograma do Planejamento de Reativo Utilizando a Técnica de Decomposição de Benders e o Algoritmo de Branch-and-Bound.

Capítulo 4

Testes e Resultados

O algoritmo proposto foi implementado em um sistema computacional para microcomputadores, em linguagem FORTRAN, e foram realizados testes com sistemas clássicos IEEE30, IEEE118 e um sistema real atual de 309 barras. Os resultados das simulações estão apresentados a seguir:

4.1 Sistema IEEE30

O sistema IEEE30 consiste de 30 barras, 37 linhas de transmissão e 4 transformadores com “taps” controlados automaticamente [12]. As barras PV's (1,2,5,8,11,13) foram consideradas inicialmente candidatas à alocação de novas fontes. O objetivo neste teste é mostrar a evolução do algoritmo desenvolvido na alocação de fontes reativas, para as condições nominais de carga. Foram considerados limites nas magnitudes das tensões iguais a 0.97 p.u. e 1.03 p.u., e as capacidades próprias de geração foram feitas iguais a zero $QG_{min} = QG_{max} = 0.0$, procurando tornar o sistema com problemas de reativos, o que não ocorre com os dados originais.

A tabela 4.2 apresenta a evolução dos resultados de investimento (q_c, q_r) em *p.u.* para cada corte de Benders, bem como a soma das infactibilidades ($\sum_{i=1}^n y_i, i \in I$), fornecida pelo problema de operação. Os limites máximos para a alocação de reativos foram estipulados em 1.0 *p.u.*

Tabela 4.1: Resultados obtidos com o algoritmo proposto para o sistema IEEE30.

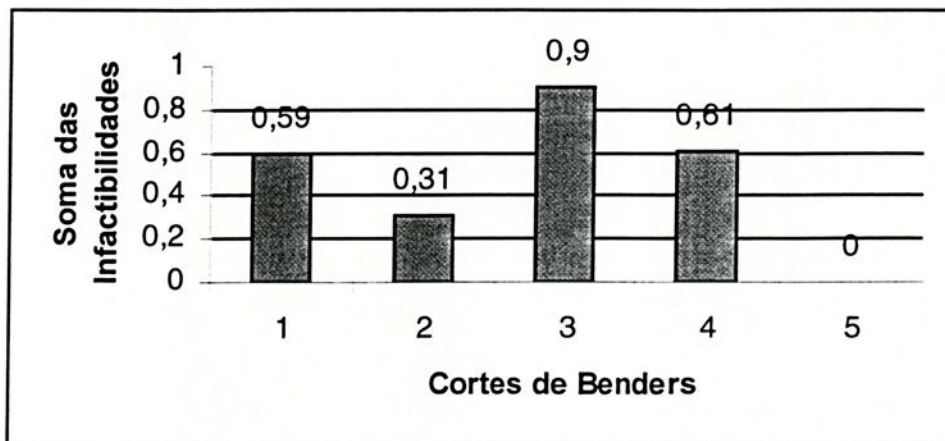
Cortes De Benders	Barras												$\sum_{i=1}^n y_i, i \in I$
	1			2			5			8			
	q_c	q_r	π	q_c	q_r	π	q_c	q_r	π	q_c	q_r	π	
0	-	-	-1.000	-	-	-1.000	-	-	-1.000	-	-	-1.000	1.90
1	-	-	-	-	-	-	-	-	-0.496	0.625	-	-1.000	0.59
2	1.000	-	-	-	-	-0.978	0.375	-	-1.000	0.625	-	-0.990	0.31
3	0.625	-	-0.900	-	-	-0.921	0.375	-	-0.891	-	-	-1.000	0.90
4	-	-	-1.000	1.000	-	-	-	-	-0.055	1.000	-	-0.018	0.61
5	0.625	-	-	-	-	-	0.375	-	-	1.000	-	-	0.00

O Corte de Benders especificado como zero, na realidade corresponde à condição de operação do sistema em que não foram alocadas fontes reativas no sistema. A coluna especificada como π , referiu-se ao valor do multiplicador de Lagrange em cada barra, e são eles que fornecem as sensibilidades entre os sub-problemas de operação e investimento.

Nas barras 11 e 13 não houve necessidade de alocação de reativos.

Graficamente, a soma das infactibilidades em função do número de cortes de Benders pode ser expresso por:

Gráfico 4.1: Resultados obtidos com o algoritmo proposto para o sistema IEEE30.



Nas condições iniciais a soma das infactibilidades foi de 1,90. Verifica-se, com base na análise dos testes efetuados, que nem sempre a soma das infactibilidades diminui para cada novo corte, isto ocorre devido a não convexidade do problema.

4.2 Sistema IEEE118

A rede IEEE118 tem 118 barras, 177 linhas de transmissão e 8 transformadores com “taps” controlados automaticamente. Os dados de barras e linhas para este sistema conforme simulado neste trabalho foram retirados da referência [32]. Nas simulações foram considerados três níveis de carga (carga nominal, 115% da carga nominal, e 85% da carga nominal) e quatro contingências (retirando em cada caso as linhas 5-8, 26-30, 65-68, 89-92, respectivamente).

Nas simulações de carga leve e pesada os dados referentes a cargas ativas, reativas e as gerações ativas foram multiplicadas pelos fatores correspondentes. Os níveis das tensões foram mantidos dentro dos limites de 0.96 e 1.04 p.u., e os “taps” foram considerados como variáveis de controle. O número de barras candidatas foi fixado em 10 barras (12, 31, 35, 49, 56, 60, 71, 76, 85, 94). Na tabela 4.2 –a,b,c,d e 4.2-e apresentam-se os resultados para cada condição de carga e contingências (#1, #2, #3, #4), respectivamente, onde as magnitudes das fontes estão em pu.

No caso de carga leve não foi necessária a alocação de novas fontes reativas.

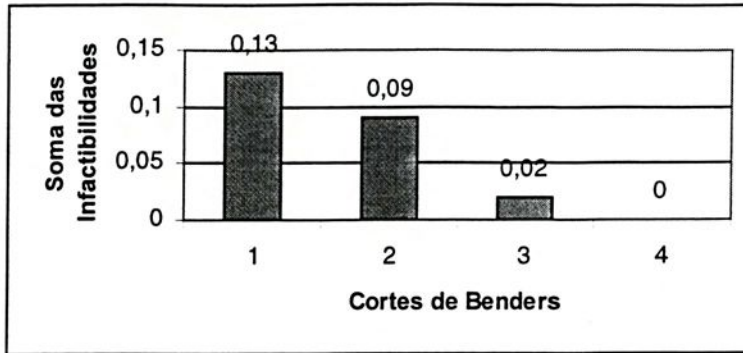
Os resultados obtidos nas simulações com o sistema IEEE118, considerando o caso base, é mostrado na tabela 4.2-a:

Tabela 4.2- a: Resultados obtidos nas simulações com o sistema IEEE118 - **Caso Base**

Cortes De Benders	Nominal						Pesada						$\sum_{i=1}^n y_i$ $i \in I$
	76			85			76			85			
	q_c	q_r	π	q_c	q_r	π	q_c	q_r	π	q_c	q_r	π	
0	-	-	-	-	-	-	-	-	-1.000	-	-	-1.00	0.24
1 ^o	-	-	-	-	-	-	-	0.250	-0.117	-	-	-	0.13
2 ^o	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.250	-0.029	0.09
3 ^o	-	-	-	-	-	-	-	0.125	-0.120	-	0.125	-1.000	0.02
4 ^o	-	-	-	-	-	-	-	0.125	-	-	0.250	-	0.00

Graficamente a soma das infactibilidades em função do número de Cortes de Benders é dada por:

Gráfico 4.2- a: Sistema IEEE118 - Caso Base



No caso base foram consideradas todas as linhas do sistema, sendo que sob carga nominal, não houve necessidade de alocação de novas fontes reativas.

No restante das barras candidatas não houve necessidade de alocação de reativos.

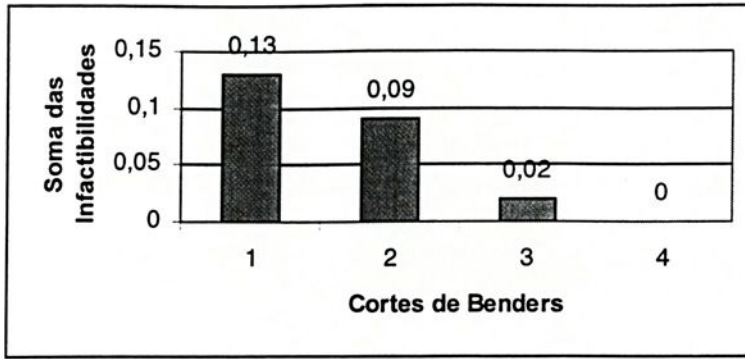
Os resultados obtidos nas simulações com o sistema IEEE118 retirando a linha 5-8, são mostrados na tabela 4.2-b:

Tabela 4.2- b: Resultados obtidos nas simulações com o sistema IEEE118 - # 1

Cortes De Benders	Nominal						Pesada						$\sum_{i=1}^n y_i$ $i \in I$
	76			85			76			85			
	q_c	q_r	π	q_c	q_r	π	q_c	q_r	π	q_c	q_r	π	
0	-	-	-	-	-	-	-	-	-1.000	-	-	-1.00	0.24
1 ^o	-	-	-	-	-	-	-	0.250	-0.117	-	-	-	0.13
2 ^o	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.250	-0.029	0.09
3 ^o	-	-	-	-	-	-	-	0.125	-0.120	-	0.125	-1.000	0.02
4 ^o	-	-	-	-	-	-	-	0.125	-	-	0.250	-	0.00



Gráfico 4.2-b: Sistema IEEE118 - # 1



Através da análise dos resultados, verificou-se que o sistema sofreu pouca modificação com a retirada da linha 5-8, no que diz respeito a alocação de novas fontes reativas.

Os resultados obtidos nas simulações com o sistema IEEE118 retirando a linha 26-30, são mostrados na tabela 4.2-c:

Tabela 4.2- c: Resultados obtidos nas simulações com o sistema IEEE118 - # 2

Cortes De Benders	Nominal						Pesada						$\sum_{i=1}^n y_i$ $i \in I$
	76			85			76			85			
	q_c	q_r	π	q_c	q_r	π	q_c	q_r	π	q_c	q_r	π	
0	-	-	-	-	-	-	-	-	-1.000	-	-	-1.00	0.06
1º	-	-	-	-	-	-	-	0.250	-	-	-	-	0.00

O sistema mostrou-se mais “comportado”, na simulação desta contingência, convergindo para a solução ótima com um número muito reduzido de cortes.

Os resultados obtidos nas simulações com o sistema IEEE118 retirando a linha 65-68, são mostrados na tabela 4.2-d:

Tabela 4.2- d: Resultados obtidos nas simulações com o sistema IEEE118 - # 3

Cortes De Benders	Nominal						Pesada						$\sum_{i=1}^n y_i$ $i \in I$
	76			85			76			85			
	q_c	q_r	π	q_c	q_r	π	q_c	q_r	π	q_c	q_r	π	
0	-	-	-	-	-	-	-	-	-1.000	-	-	-0.025	0.14
1 ^o	-	-	-	-	-	-	-	0.250	-	-	-	-	0.00

O sistema, sob essa contingência (#3) , mostrou-se análogo ao sistema submetido à contingência #2, no que diz respeito a esse planejamento de reativos.

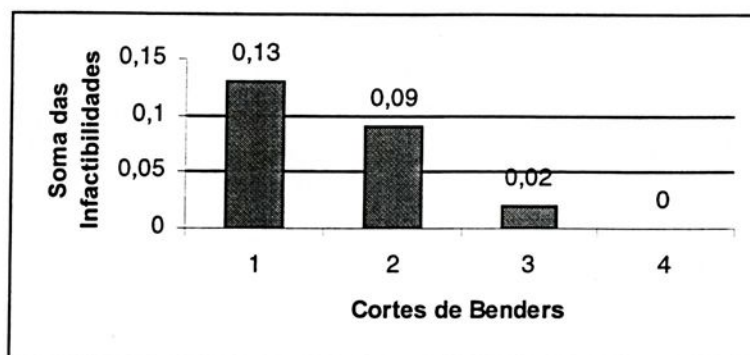
Os resultados obtidos nas simulações com o sistema IEEE118 retirando a linha 89-92, são mostrados na tabela 4.2-e:

Tabela 4.2- e: Resultados obtidos nas simulações com o sistema IEEE118 - # 4

Cortes De Benders	Nominal						Pesada						$\sum_{i=1}^n y_i$ $i \in I$
	76			85			76			85			
	q_c	q_r	π	q_c	q_r	π	q_c	q_r	π	q_c	q_r	π	
0	-	-	-0.119	-	-	-1.000	-	-	-1.000	-	-	-1.00	0.24
1 ^o	-	-	-	0.375	-	-	-	0.250	-0.117	-	-	-	0.13
2 ^o	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.250	-0.029	0.09
3 ^o	-	-	-	-	-	-	-	0.125	-0.120	-	0.125	-1.000	0.02
4 ^o	-	-	-	-	-	-	-	0.125	-	-	0.250	-	0.00

Sob carga nominal a soma das infactibilidades nas condições iniciais do sistema é de 0.33, convergindo para a solução ótima em um único corte. Já sob carga pesada o sistema comportou-se de forma análoga ao caso base.

Gráfico 4.2- e: Sistema IEEE118 - # 4



Em todas as simulações desse sistema os limites máximos de reativos foram mantidos na faixa de 0,8 pu.

43 Sistema de 309 Barras

O sistema utilizado consiste de 309 barras, 379 linhas de transmissão e 80 transformadores sendo 34 destes com controle automático de “taps”. As barras **PV**'s (45, 48, 55, 64, 67, 69, 78, 96, 133, 149, 207) foram consideradas inicialmente candidatas à alocação de novas fontes reativas. Os custos fixos e variáveis foram considerados iguais, como mostra a tabela 4.3-a. Nas simulações foram consideradas cargas nominais e uma contingência (todas as linhas exceto linha 62-59). Na tabela 4.3-b apresentam-se os resultados das simulações para o caso base e contingência #1, sob condições nominais de carga. A tabela 4.3-c apresenta a evolução do investimento no sistema estudado não submetido a contingências e a tabela 4.3-d submetido à contingência #1.

Tabela 4.3-a: Dados para o conjunto de barras candidatas considerado na simulação do sistema de 309 barras.

<i>Barra</i>	$\bar{q}_r (p.u.)$	$\bar{q}_c (p.u.)$
45	0.8	0.8
48	0.8	0.8
55	0.8	0.8
57	0.8	0.8
64	0.8	0.8
67	1.3	1.3
69	1.9	1.9
78	0.8	0.8
96	0.8	0.8
133	0.8	0.8
149	0.8	0.8
207	0.8	0.8

Tabela 4.3-b: Resultados obtidos nas simulações com o sistema Real de 309 barras.

<i>Contingên Cias.</i>	<i>Nominal</i>					
	67		69		133	
	$q_r (pu)$	$q_c (pu)$	$q_r (pu)$	$q_c (pu)$	$q_r (pu)$	$q_c (pu)$
Caso base	-	1.125	-	1.500	0.125	-
#1	-	1.000	-	1.875	0.125	-

Tabela 4.3-c : Evolução do Investimento no sistema real de 309 barras sem contingências.

Cortes De Benders	Caso Base								
	67		69		78		133		$\sum_{i=1}^n y_i$ $i \in I$
	q_c	q_r	q_c	q_r	q_c	q_r	q_c	q_r	
1°	-	-	2.500	-	-	-	-	-	0.71
2°	-	-	-	-	0.125	-	-	0.125	0.17
3°	1.125	-	1.500	-	-	-	-	0.125	0.00

Gráfico 4.3-c : Soma das Inafectibilidades em função do número de Cortes de Benders no sistema de 309 barras sem contingências

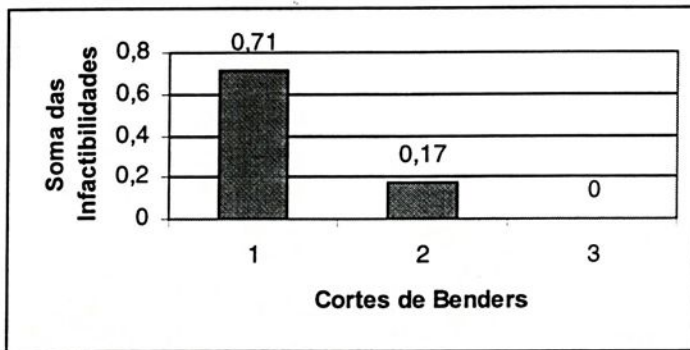
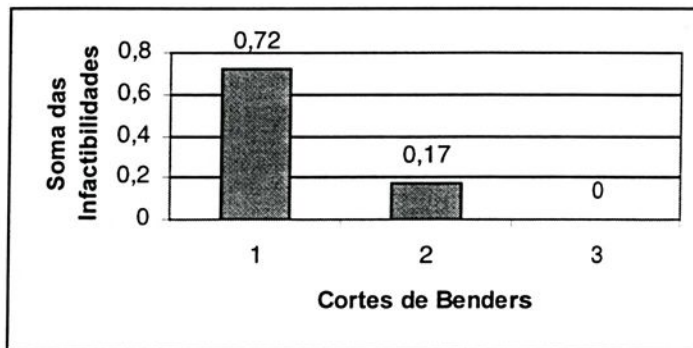


Tabela 4.3-d: Evolução do Investimento no sistema sistema Real de 309 barras submetido à contingência #1 (ausência da linha 62-59).

Cortes De Benders	Contingência #1								
	67		69		78		133		$\sum_{i=1}^n y_i$ $i \in I$
	q_c	q_r	q_c	q_r	q_c	q_r	q_c	q_r	
1°	-	0.250	1.375	-	-	-	-	-	0.72
2°	-	-	2.500	-	-	-	-	0.125	0.17
3°	1.000	-	1.875	-	-	-	-	0.125	0.00

Gráfico 4.3-d : Soma das Infactibilidades em função do número de Cortes de Benders no sistema de 309 submetido à contingência #1.



No Planejamento de reativos do sistema de 309 barras houve também a necessidade da alocação de fontes reativas indutivas.

Nas barras candidatas restantes não houve a necessidade de alocações de novas fontes.

O modelo proposto implementado computacionalmente mostrou-se eficiente para resolver este tipo de problema específico, convergindo com facilidade para a solução ótima discretizada com poucas iterações.

Conclusões

A técnica proposta neste trabalho, em todos os testes realizados, chegou a boas soluções, mostrando-se eficiente para sistemas de pequeno e médio porte. Na solução do problema de Investimento, o uso do algoritmo do tipo *Branch-and-Bound* permitiu que o problema de **PLIM**, uma vez fixadas as variáveis de decisão, fosse resolvido de forma simples e eficiente por qualquer método clássico de otimização, sendo que a técnica adotada aqui foi o método simplex de **PL** e foi adotado o modelo “**CRIC**” para levar em consideração as sensibilidades entre as variáveis referentes ao subproblema ativo e reativo. A maior carga computacional (tempo de **CPU**) está relacionada com a **PL** sucessiva, necessária para o processo de decisão em cada condição de análise do sistema. O algoritmo de **B&B** mostrou-se rápido nos testes realizados. Todavia, é importante ressaltar que para determinados valores de limites fixados para as variáveis, o sistema mostra-se com dificuldade (enorme quantidade de ramos ou solução infactível) na determinação da solução ótima discreta. Nestes casos é necessário que se relaxe os limites ou se refaça o conjunto de barras candidatas. Verificou-se, também, uma convergência bastante eficiente na relação entre o problema Mestre (Investimento) e o Escravo (Operação) conseguida com poucos *Cortes de Benders* em cada condição estudada.

Algumas melhorias podem ser implementadas em trabalhos futuros, como por exemplo, a implementação do controle discreto de “taps” de transformadores, uma metodologia mais inteligente para busca de solução discreta no **PLI** e para a determinação do conjunto de barras candidatas, um novo equacionamento em que se considere os capacitivos

reativos alocados como valores de admitância nas matrizes do sistema, etc. A metodologia estudada neste trabalho é adequada para ser implementada em máquinas paralelas. O modelo de programação a ser implementado pode ser do tipo assíncrono, alocando-se um processador para gerenciar o processo de solução dos subproblemas de operação para cada contingências e/ou cenário de operação em estudo e um conjunto de processadores para solução dos subproblemas de investimento. Outras técnicas de solução para o problemas de fluxo de potência ótimo reativo podem ser analisadas e testadas, principalmente aquelas que utilizam técnicas de programação não linear aliadas aos algoritmos de pontos interiores.



Bibliografia

- [1]ÁVILA, V.J. *Planejamento de Reativos em Sistemas de Energia Elétrica Usando um Algoritmo de Programação Linear por Partes*. Dissertação de Mestrado, UNICAMP, 1984.
- [2]ALDLER, I. *An implementation of Karmarkar's algorithm for linear programming*. *Mathematical Programming*, 44, pp. 297-335, 1989.
- [3]BAZARAA, M.S. and SHETTY, C.M. *Nonlinear Programming*. John Wiley and Sons, 1993.
- [4]BENDERS, J.F. *Partitioning Procedures for Solving Mixed Variables Programming Problems*. *Numerische Mathematik*, vol. 4-1972, pp. 238-259.
- [5]BENICHO, M.J.M. e outros, *Experiments In Mixed-Integer Linear Programming*, *Mathematical Programming* 1, pp. 76-94, 1971.
- [6]BELATI, E. A . *Planejamento de Sistemas de Transmissão Usando Técnicas de Decomposição Matemática e de Branch-and-Bound*, Dissertação de Mestrado – UNESP – FEIS, 1998.
- [7]CARPENTIER, J. L. *Towards a Secure and Optimal Automatic Operation of Power Systems*, *Proceeding on Power Industry Computer Application*, Canadá, maio 1987.
- [8]CARPENTIER, J.L. *CRIC. a New Active Reactive Decoupling Process in Load Flows, Optimal Power Flow and Systems Control*. *Proc. IFAC Conference on Power Systems and Power Plan Control*, Beijing, august 1986, pp. 65-70.
- [9]DAKIN, R.J. *A Tree Search Algorithm for Mixed Integer Programming Problems*, *Computer Journal*, 8(3): 250-255, 1965.
- [10]DORNELLAS, C.R.R & OUTROS, *Otimização do Despacho de Reativos Utilizando Algoritmos Genéticos*, In: *Congresso Brasileiro de Automática*, 11^o, *Anais do XI congresso SBA*, Vol I, pp. 155-160, São Paulo, 2-6/set.1996.
- [11]DOMELL, H.W.&TINNEY, W.F.,*Optimal Power Flow Solutions*, *IEEE Transaction on PAS* Vol. 87, No. 10:pp. 1866-1876, October, 1968.
- [12]FRERIS, L.L.& SASSON, A .M. *Investigation of the Load-Flow Problem*, *Proc. IEE*, 115(10):1459-1470, October, 1968.

- [13] GARCIA, A. V. & MANTOVANI, J.R.S. *Alocação de Reativos em Sistemas de Energia Elétrica: Solução via Programação Linear Sucessiva Utilizando um Modelo Implicitamente Acoplado*, In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA, 7., Anais. Sociedade Brasileira de Automática, São José dos Campos, 1988, pp.861-866.
- [14] GARCIA, A.V. *Relatório Final do Convênio CEPEL/UNICAMP sobre Planejamento de Reativos*. UNICAMP, 1987.
- [15] GÓMEZ, T. e outros. *A Security-Constrained Decomposition Approach to Optimal Reactive Power Planning*. IEEE/PES 1991 Winter Meeting, New York, February 3-7, 1991.
- [16] GOMES, J.R.&SAAVEDRA, O. R. *Despacho de Potência Reativa Utilizando Evolução Simulada*, In: Congresso Chileno de Engenharia Elétrica, 12^o, Anales XII Congreso Chileno de Temuco - Chile, 1997, Vol. 1, pág. 59-63.
- [17] GEOFFRION, A. M. *Elements of Large-Scale Mathematical Programming Part I: Concepts*, Management Science, Vol. 16, No. 11, 1970.
- [18] GEOFFRION, A. M. *Generalized Benders Decomposition*, Journal of Optimization Theory and Applications, Vol. 10, 1972.
- [19] GRANVILLE, S. e outros. *Mathematical Decomposition Techniques for Power System Expansion Planning*. Vol. 3: Na Integrated Methodology for VAR Sources Planning, EL-52299, Research Project 2473-6, Final Report, February 1988, Electric Power Research Institute, Palo Alto, California.
- [20] GRANVILLE, S. e outros. *An Integrated Methodology for Var - Sources Planning*. IEEE Transactions on PAS, vol. 4, n^o 2, May 1989, pp. 677-686.
- [21] GRANVILLE, S. *Optimal Reactive Dispatch Through Interior Methods*, IEEE/PES Winter Meeting, Columbus, OH, January 31- February 5, 1993.
- [22] GRANVILLE, S. & LIMA, M.C.A. *Application of Decomposition Techniques to Var Planning: Methodological & Computational Aspects*, IEEE PES 1994, Winter Meeting, New York, NY.
- [23] HAFFNER, S.L. *Programação Linear Aplicada a Sistemas de Energia Elétrica: um estudo sobre matrizes de sensibilidade para o problema reativo*. Dissertação de Mestrado, UNICAMP, 1990.
- [24] HONG, Y. e outros. *Multi-Year, Multi-Case Optimal VAR Planning*. IEEE Transactions on PAS, vol. 5, n^o 4, November 1990, pp. 1294-1301.
- [25] HONG, Y. & LIU, C. *A Heuristic and Algorithmic Approach to Var Planning*, IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 7, No. 2, May 1992, pp. 505-512.
- [26] HSIAO, Y. & CHIANG, H. & LIU, C. & CHEN, Y. *A Computer Package for Optimal Multi-Objective VAR Planning in Large Scale Power Systems*, IEEE Transaction on Power Systems, Vol. 9, No. 2, May, 1994, pp. 668-676.
- [27] IBA, K. *Reactive Power Optimization by Genetic Algorithm*. IEEE Transaction on Power Systems, vol.9, n. 2, May 1994, pp. 685-692.
- [28] KARMARKAR, N. *New Polynomial - Time Algorithm for linear Programming*, Combinatória 4, 1984, pp. 373-395.
- [29] LUENBERGER, D.G. *Linear and Nonlinear Programming*. Addison-Wesley Publishing Company, 1984. 2^a ed.
- [30] LASDON, L.S. *Optimization Theory for Large Systems*. The Macmillan Company, 1970.

- [31] LÁZARO, R.A.R. *Planejamento da Expansão de Sistemas de Transmissão por Decomposição de Benders Hierarquizada*. Dissertação de Mestrado, UNICAMP, 1990.
- [32] LEBOW, W.M. e outros, *Optimization of Reactive Volt-Ampere Sources in System Planning – vol 1: Solution Techniques Computing Methods, and Results, EL-3729*, Vol 1, Final Report, November 1984.
- [33] LEBOW, W.M. e outros. *A Hierarchical Approach to Reactive Volt Ampere Sources (VAR) Optimization in system Planning*. IEEE Transactions on PAS, vol. PAS-104, nº 8, August, 1985, pp. 2051-2057
- [34] MAMANDUR, K.R.C. e CHENOWETH, R.D. *Optimal Control of Reactive Power Flow for Improvements in Voltages Profiles and for Real Power Loss Minimization*. IEEE Transactions on PAS, nº. 7, July 1981, pp. 3185-3193.
- [35] MANTOVANI, J.R.S. *Um Modelo Heurístico para solução do Problema de planejamento de Reativos em Sistema de Energia Elétrica*, Tese de Doutorado, FEEC- UNICAMP, 1995.
- [36] MANTOVANI, J.R.S. & GARCIA, A . V., *Planejamento de Fontes Reativas em Sistema de Energia Elétrica Utilizando um Algoritmo de Busca Heurística*, Anais X Congresso Chileno de Engenharia Elétrica, pp. 22-26, Valdivia, Chile, 1993.
- [37] MANTOVANI, J.R.S. *Planejamento de Reativos em Sistemas de Energias Elétrica: solução via programação linear sucessiva utilizando um modelo implicitamente acoplado*. Dissertação de Mestrado, UNICAMP, 1987.
- [38] MONTICELLI, A. e outros. *Security – Constrained Optimal Power Flow With Post – Contingency Corrective Rescheduling*. IEEE Transactions Power Systems, Vol. PWRS-2, pp. 175-182, February, 1987.
- [39] MONTICELLI, A .J. *Fluxo de Carga em Redes de Energia Elétrica*, Edgard Blücher, 1983.
- [40] MODESTO, S.A .M. *Planejamento de Reativos em Sistemas de Energia Elétrica Utilizando uma Metodologia Mista: Programação Linear e Algoritmo Genético*, Dissertação de Mestrado – UNESP- FEIS, 1997.
- [41] NEMNHAUSER, G. L. & WOSLEY, A .L. *Integer and Combinatorial Optimization*, John Wiley & Sons, Inc., 2^o ed., 1990.
- [42] OBADINA, O.O. and BERG, G.J. *VAR Planning for Power Systems Security*. IEEE Transactions on PAS, vol 4, nº 2, May 1989, pp. 677-686.
- [43] PALACIOS-GOMEZ, F.&LASDON, L.& ENGQUIST, M. *Nonlinear Optimization by Successive Linear Programming*, Management Science, Vol. 28, No. 10, October 1982, pp.1106-1120.
- [44] PEREIRA, M.V.F. e outros. *A decomposition Approach to Automated Generation/Transmission Expansion Planning*. IEEE Transaction on PAS, vol. PAS-104, nº. 11, November, 1985.
- [45] PONNAMBALAM, K. e outros. *A fast algorithm for power system optimization problems using an iterative point method*. IEEE Power Industry Computer Application Conference, Baltimore, May 7-10, 1991, pp. 393-400.
- [46] ROMERO, R.; BELATI, E.; MONTICELLI, A. *Algoritmo de Branch-and-Bound usado no Planejamento de Sistemas de Transmissão*. XII Congresso Brasileiro de Automação (CBA), 1998.

- [47]ROMERO, R.; BELATI, E. *Planejamento de Sistemas de Transmissão usando Técnicas de Decomposição Matemática e de Branch-and-Bound*. XII Congresso Chileno de Engenharia Elétrica, 1997.
- [48]SALKIN, H.M. *Integer Programming*. Addison – Wesley Publishing Company, 1975, pp. 253-275.
- [49]STOTT, B. e ALSAÇ, O. *Experience with Linear Programming for Optimal Rescheduling of Active and Reactive Power*. Paper 104-01, CIGRE-IFAC, Florence, September, 1983.
- [50]SUN, D. I. e outros, *Optimal Power Flow by Newton Approach*, IEEE, Transaction on Power Systems, no. 10, pp. 2854-2880, october 1994.
- [51]TAHA, H.,A., *Integer Programming Theory, Applications, and Computations*, Department of Industrial Engineering, University of Arkansas Fayetteville, Arkansas, 1975.
- [52]VALENÇA, M.M. *Um modelo de decisão baseado em Conjuntos Nebulosos Aplicados ao Planejamento de Operação de Sistemas de Energia Elétrica*, Dissertação de Mestrado, UNICAMP, 1993.
- [53]YER, S.R. *Optimal Reactive Power Allocation for Improved Systems Performance*. IEEE Transactions on PAS, Vol. PAS-103, n°. June 1989, pp. 1509-1515.



Apêndice A

Exemplo Aplicativo do Algoritmo de Decomposição de Benders

A seguir apresenta-se um exemplo didático para ilustrar o uso do *Algoritmo de Decomposição de Benders* apresentado no Capítulo 3.

Considere o problema:

$$\text{Min } y_1 + y_2$$

s.a.

$$x_1^2 + x_2^2 = 7$$

$$x_1 \leq 1 + y_1$$

$$x_2 \leq 2 + y_2$$

$$y_1 \geq 0$$

$$y_2 \geq 0$$

(A.1)

Este problema pode ser resolvido facilmente aplicando as condições de Kuhn-Tucker. No entanto, será utilizado o *Algoritmo de Decomposição de Benders*, para que seja ilustrada sua aplicação. Escrevendo (A.1) segundo a notação usada na seção (3.4) do capítulo 3:

$$\text{Min}_{x \in X, y \in Y} [(y_1 + y_2) + (\text{restrições violadas})]$$

s.a.

$$x_1 \leq 1 + y_1 \tag{A.2}$$

$$x_2 \leq 2 + y_2$$

$$x \in X = \{x_1, x_2\} / x_1^2 + x_2^2 = 7\}$$

$$y \in Y = \{(y_1 + y_2) / y_1 \geq 0, y_2 \geq 0\}$$

Em que, se considera “Restrições violadas” como sendo as variáveis artificiais necessárias na restrição não linear, quando os correspondentes valores de y_i não permitem que x_1 e x_2 atendam esta restrição. Esta particularidade é típica do problema reativo, quando o montante de fontes reativas existentes no sistema não é suficiente para fechar o balanço de potência reativa e atender todas as restrições de segurança e operação.

Fazendo a projeção de (A.2) sobre as variáveis y :

$$\text{Min}_{x \in X} [(y_1 + y_2) + (\text{restrições violadas})]$$

s.a.

$$x_1 \leq 1 + y_1 \tag{A.3}$$

$$x_2 \leq 2 + y_2$$

O subproblema não linear é dado por:

$$\text{Min} [(\text{restrições violadas})]$$

s.a.

$$x_1^2 + x_2^2 = 7 \tag{A.4}$$

$$x_1 \leq 1 + y_1$$

$$x_2 \leq 2 + y_2$$

Escrevendo (A.3), usando a notação do dual do subproblema não linear (A.4), tem-se:

$$\text{Min}_{y \in Y} [(y_1 + y_2) + \text{Inf}_{x \in X} [\text{Supremo}_{\pi \geq 0} [(\text{restrições violadas}) + \pi_1(x_1 - 1 - y_1) + \pi_2(x_2 - 2 - y_2)]]] \tag{A.5}$$

A solução do $\text{Supremo}_{\pi \geq 0} [^*]$, pode ser obtida para y_1 e y_2 fixos, obtendo-se (π_1^*, π_2^*) . Usando a definição de *Ínfimo* (maior limitante inferior), a partir de (A.5) escreve-se o problema mestre referente à aplicação da técnica de decomposição em (A.1):

$$\text{Min}_{y \in Y} (y_0 + y_1 + y_2) \tag{A.6}$$

s.a.

$$y_0 = \text{Inf}_{x \in X} [(\text{restrições violadas}) + \pi_1(x_1 - 1 - y_1) + \pi_2(x_2 - 2 - y_2)]$$

que é usualmente chamado de Problema Mestre (PM). Usando relaxação, a solução do primeiro problema mestre (sem a inclusão de nenhum corte) é $\hat{y}_1 = 0$ e $\hat{y}_2 = 0$.

Para estes valores de y_1 e y_2 o subproblema não linear é infactível nas variáveis x_1 e x_2 , e a melhor forma de resolvê-lo é usando variáveis artificiais e adotando como função objetivo do subproblema não linear, o somatório destas variáveis. O subproblema não linear estará completamente resolvido quando o somatório destas variáveis artificiais for nulo.

O subproblema não linear é dado por (passo “i” do algoritmo apresentado no cap.3):

$$\begin{aligned} & \text{Min } (x_3 + x_4) \\ & \text{s.a.} \\ & x_1^2 + x_2^2 + x_3 - x_4 = 7 \\ & x_1 \leq 1 \\ & x_2 \leq 2 \\ & x_3 \geq 0 \\ & x_4 \geq 0 \end{aligned} \tag{A.6}$$

Seja o Lagrangeano associado a (A.6):

$$L(x, \lambda, \pi, \mu) = x_3 + x_4 + \lambda_1 (x_1^2 + x_2^2 + x_3 - x_4 - 7) + \pi_1 (x_1 - 1) + \pi_2 (x_2 - 2) - \mu_1 x_3 - \mu_2 x_4 \tag{A.7}$$

Aplicando-se as condições de otimalidade de Kunhn-Tucker, a solução ótima de (A.5) é dada por:

$$\begin{aligned} x^* &= (1, 2, 2, 0) \\ \lambda_1^* &= -1, \quad \pi_1^* = 2, \quad \pi_2^* = 4, \quad \mu_1^* = 0, \quad \mu_2^* = 2 \\ v(\hat{y}) &= 2 \\ \hat{\pi} &= (2, 4), \quad \bar{z} = 2, \quad \varepsilon = 0.0001 \\ L^*(y, \hat{\pi}) &= \text{Inf}_{x \in X} [(y_1 + y_2) + (x_3 + x_4) + \hat{\pi}_1 (x_1 - 1 - y_1) + \hat{\pi}_2 (x_2 - 2 - y_2)] \end{aligned} \tag{A.8}$$

A solução do PM, considerando a primeira equação de Corte de Benders ($L^*(y, \hat{\pi})$), obtida anteriormente (A.8), (passo iv do algoritmo):

$$\begin{aligned} & \text{Min}_{y \in Y} (y_0 + y_1 + y_2) \\ & \text{s.a.} \\ & y_0 \geq -2y_1 - 4y_2 - 10 + \text{Inf}_{x \in X} [(x_3 + x_4) + 2x_1 + 4x_2] \end{aligned} \tag{A.8}$$

O lagrangeano de $\text{Inf}[*]$ em (A.9) é dado por:

$$L(x, \mu) = [x_3 + x_4 + 2x_1 + 4x_2 + \mu(x_1^2 + x_2^2 + x_3 - x_4 - 7) - \mu_1 x_3 - \mu_2 x_4]$$

Cuja solução ótima é dada por:

$$x^* = (1.18315, 2.3663, 0.0000, 0.0000)$$

$$\mu^* = -0.8452, \quad \mu_1^* = 0.1548, \quad \mu_2^* = 1.8452$$

O Problema (A .8) é dado finalmente por:

$$\text{Min}_{y \in Y} (y_0 + y_1 + y_2)$$

s.a.

$$y_0 + 2y_1 + 4y_2 \geq 1.8315$$

Cuja solução ótima (problema de programação linear) é dada por:

$$y_0^* = 0.0000, \quad y_1^* = 0.0000, \quad y_2^* = 0.4579$$

$$\bar{z} = 0.4579$$

$$|\bar{z} - \underline{z}| > \varepsilon$$

Com este novo valor de $\hat{y} = (0.0000, 0.4579)$ fornecido pelo subproblema mestre, o novo subproblema não linear torna-se (passo vi do algoritmo):

$$\text{Min} (x_3 + x_4)$$

s.a.

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3 - x_4 = 7$$

$$x_1 \leq 1$$

$$x_2 \leq 2.4579$$

$$x_3 \geq 0$$

$$x_4 \geq 0$$

Cuja solução ótima é $x^* = (1.0000, 2.4579, 0.0000, 0.0000)$, e o valor da função objetivo $v(\hat{y}) = 0$. Desta forma $\bar{z} = \text{Min}(z, v(\hat{y})) = 0$ e $|\bar{z} - \underline{z}| = 0 < \varepsilon$, o que indica que (A .1) foi resolvido e o algoritmo convergiu para solução ótima.

Apêndice B

Interpretação Econômica dos Multiplicadores de Lagrange

Os multiplicadores de Lagrange têm uma interpretação econômica interessante e seus valores numéricos são importantes em problemas reais. Para mostrar esta interpretação é conveniente considerar o problema:

$$\begin{aligned} \text{Min } & f(\underline{x}) && \text{(B.1)} \\ \text{s.a. } & && \\ & g_i(\underline{x}) = b_i \quad i = 1, \dots, m \leq n \end{aligned}$$

Em que, b_i é quantidade de algum recurso escasso que está limitado para as restrições. É intuitivo que se a quantidade de recurso b_i varia, a solução ótima do problema (B.1), $(\underline{x}, \underline{\lambda}^*)$ mudará. Seja o lagrangeano associado ao problema (B.1), escrito como função de $\underline{b}(b_i, i = 1, \dots, m \in n)$, na forma vetorial:

$$L(\underline{b}) = f(\underline{x}(\underline{b})) + \underline{\lambda}'(\underline{b}) [g(\underline{x}(\underline{b})) - \underline{b}] \quad \text{(B.2)}$$

Diferenciando (B.2) com relação a b_i :

$$\frac{\partial L}{\partial b_i} = \sum_{j=1}^m \frac{\partial f(\underline{x}(b))}{\partial x_j} \frac{\partial x_j}{\partial b_i} + \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^m \lambda_k \frac{\partial g_k(\underline{x}(b))}{\partial x_j} - \lambda_i + \sum_{k=1}^m g_k(\underline{x}(b)) - b_k \frac{\partial \lambda_k}{\partial b_i} \quad (\text{B.3})$$

ou na forma matricial:

$$\nabla_{\underline{b}} L = \left[\frac{\partial \underline{x}(b)}{\partial \underline{b}} \right] \nabla_{\underline{x}} f + \left[\frac{\partial \underline{x}}{\partial \underline{b}} \right] \left[\frac{\partial \underline{g}}{\partial \underline{x}} \right] \underline{\lambda} + \left[\frac{\partial \underline{\lambda}}{\partial \underline{b}} \right] [\underline{g}(\underline{x}) - \underline{b}] - \underline{\lambda} \quad (\text{B.4})$$

considerando:

$$\left[\frac{\partial \underline{x}(b)}{\partial \underline{b}} \right], \left[\frac{\partial \underline{g}}{\partial \underline{x}} \right] \text{ e } \left[\frac{\partial \underline{\lambda}}{\partial \underline{b}} \right] \text{ matrizes de dimensões adequadas.}$$

Agrupando os termos:

$$\nabla_{\underline{b}} L = \left[\frac{\partial \underline{x}(b)}{\partial \underline{b}} \right] \left[\nabla_{\underline{x}} f + \left[\frac{\partial \underline{g}}{\partial \underline{x}} \right] \underline{\lambda} \right] + \left[\frac{\partial \underline{\lambda}}{\partial \underline{b}} \right] [\underline{g}(\underline{x}) - \underline{b}] - \underline{\lambda} \quad (\text{B.5})$$

Atendendo às condições necessárias de ótimo:

$$\nabla_{\underline{b}} L = 0 \rightarrow \nabla_{\underline{x}} f + \nabla_{\underline{x}} g \underline{\lambda} = 0 \quad (\text{B.6})$$

$$\nabla_{\underline{\lambda}} L = 0 \rightarrow \underline{g}(\underline{x}) - \underline{b} = 0 \quad (\text{B.7})$$

que substituídas em (B.4) fornecem:

$$\nabla_{\underline{b}} L(\underline{x}^*(b), \underline{\lambda}^*(b)) = -\underline{\lambda}^* \quad (\text{B.8})$$

De (B.8), conclui-se que os multiplicadores de Lagrange representam **Coefficientes de Sensibilidade**, ou seja, o valor marginal de se adicionar quantidade ao i -ésimo recurso é λ_i^* ; quando todos os recursos foram alocados de forma ótima. Ao se converter um problema de maximização para outro de minimização mudando o sinal de $f(\underline{x})$, inverte-se o sinal de todos os $\lambda_i^* = 1, \dots, m$, sendo que em tais casos é conveniente sempre voltar ao problema original para interpretar os multiplicadores como sensibilidades.

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA - UNESP
FACULDADE DE ENGENHARIA DE ILHA SOLTEIRA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA
AV. BRASIL, 56 - CAIXA POSTAL 31
15385-000 - ILHA SOLTEIRA - SP**

