



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
FACULDADE DE ENGENHARIA DE BAURU

SENSORIAMENTO, ATUAÇÃO E CONTROLE DE GÊMEO DIGITAL DE
UM SISTEMA AERODINÂMICO DE DOIS ROTORES

GASPAR LUYEYE NZAU DIMBUNGO

Bauru
2025

SENSORIAMENTO, ATUAÇÃO E CONTROLE DE GÊMEO DIGITAL DE UM SISTEMA AERODINÂMICO DE DOIS ROTORES

GASPAR LUYEYE NZAU DIMBUNGO

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia de Bauru,
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica na Área de
Projetos Mecânicos, como parte dos requisitos necessários à
obtenção de Título de Mestre em Engenharia Mecânica.

Área de Concentração: PROJETO MECÂNICO E MODELAGEM

Orientador: Prof. Dr. Fabricio Cesar Lobato de Almeida

Bauru

2025

D582s

Dimbungo, Gaspar Luyeye Nzau

Sensoriamento, atuação e controle de gêmeo digital de um sistema aerodinâmico de dois rotores / Gaspar Luyeye Nzau Dimbungo. -- Bauru, 2025

94 p. : il., tabs., fotos

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Engenharia, Bauru

Orientador: Fabrício César Lobato de Almeida

1. Gêmeo digital. 2. Sistema aerodinâmico. 3. Sensoriamento. 4. Atuação. 5. Controle interface Arduino-MatLab. I. Título.

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE GASPAR LUYEYE NZAU DIMBUNGO, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA, DA FACULDADE DE ENGENHARIA - CÂMPUS DE BAURU.

Aos 19 de dezembro de 2025, às 9h, por meio de Videoconferência, realizou-se a defesa de DISSERTAÇÃO DE MESTRADO de GASPAR LUYEYE NZAU DIMBUNGO, intitulada **SENSORIAMENTO, ATUAÇÃO E CONTROLE DE GÊMEO DIGITAL DE UM SISTEMA AERODINÂMICO DE DOIS ROTORES**. A Comissão Examinadora foi constituída pelos seguintes membros: Prof. Dr. FABRICIO CESAR LOBATO DE ALMEIDA (Orientador(a) - Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia Mecânica / UNESP / Câmpus de Bauru - FEB, Prof. Dr. FABIO MAZZARIOL SANTICIOLLI (Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia Mecânica / UNESP / Câmpus de Bauru - FEB, Prof. Dr. JEAN PAULO CARNEIRO JUNIOR (Participação Virtual) do(a) Engenharia Mecânica / Universidade da Grande Dourados - UFGD, Após a exposição pelo mestrando e arguição pelos membros da Comissão Examinadora que participaram do ato, de forma presencial e/ou virtual, o discente recebeu o conceito final: **APROVADO**. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelo(a) Presidente(a) da Comissão Examinadora.

Prof. Dr. FABRICIO CESAR LOBATO DE ALMEIDA

AGRADECIMENTOS

Agradeço, com reverência e silêncio, ao soberano do universo, Jeová, cuja presença, ainda que invisível, foi plena e real ao longo desta caminhada. Foi por Sua vontade que aquilo que muitos poderiam ver como delírio, utopia ou simples invenção, tomou forma diante dos meus olhos e se fez realidade.

Agradeço aos meus parentes que nunca conheci, cujos rostos nunca vi e cujas vozes nunca escutei, mas que estão presentes em mim, mesmo que apenas como nomes inscritos nos meus documentos de identidade, que me deram a honra de usar o nome **Gaspar Luyeye Nzau Dimbungo**. Para vocês, que jamais estarão presentes nos meus sonhos, pois nunca foram registrados na minha memória.

Aos meus professores e orientadores, Dr. Marcos Silveira e Professor Fabricio Cesar Lobato de Almeida, do Núcleo de Dinâmica em Engenharia (NDE), Dr. Paulo José Paupitz Gonçalves e Dr. Fabio Mazzariol Santiciolli UNESP-Bauru, Dr. Michael John Brennan da UNESP-Ilha Solteira todos minha sincera gratidão por cada orientação, cada palavra e cada gesto que tornaram este projeto possível. Suas contribuições ecoam em cada página desta obra.

Ao meu grupo de pesquisa (NDE), que estive ao meu lado oferecendo apoio incondicional durante esta jornada desafiadora.

À UNESP, por me acolher, por seu apoio institucional, infraestrutura e pelos caminhos que me foram abertos. Ao Programa de Pós-Graduação e a todos aqueles que, de alguma forma, contribuíram com este trabalho, registro meu mais profundo reconhecimento.

CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pela Bolsa de Estudos concedida sob número do processo: 88887.914599/2023-00.

Por fim, à minha família: à minha esposa, Puati Luyeye, Babeki Luyeye, Tsimba Luyeye, Lubondo Luyeye, Konde Luyeye, You and Me Luyeye e Nedi Luyeye, registro aqui minha eterna gratidão, que vai além das palavras. Que cada conquista mencionada seja também um reflexo das raízes que me sustentam, mesmo quando distantes, silenciosas e invisíveis.

RESUMO

Esta dissertação apresenta o desenvolvimento e validação do gêmeo digital (GD) para um sistema aerodinâmico com dois graus de liberdade (arfagem e guinada), integrando técnicas de sensoriamento, atuação e controle com o objetivo de aprimorar a precisão e a eficiência operacional. A motivação da pesquisa decorre da crescente demanda por aeronaves mais seguras, eficientes e confiáveis, destacando o potencial dos gêmeos digitais como réplicas virtuais dinâmicas capazes de simular, em tempo real, o comportamento de sistemas físicos. A abordagem adotada permite a realização de experimentos controlados, previsão de falhas e otimização de desempenho, promovendo a redução de custos associados à construção de protótipos físicos e viabilizando estratégias de manutenção preditiva em sistemas aeroespaciais. O estudo foi desenvolvido com base em um protótipo conceitual de baixo custo, construído em impressão 3D e instrumentado com motores brushless e uma Unidade de Medida Inercial (IMU MPU6050), utilizado com plataforma principal para aquisição e análise de dados em tempo real. A comunicação com o ambiente de controle foi realizada via plataforma Arduino, com processamento dos dados no MATLAB, onde foram aplicados controles PID e técnicas de filtragem, como filtro complementar. A calibração e avaliação do Gêmeo Digital (GD) foram realizadas a partir de dados experimentais do protótipo físico, assegurando a coerência entre o comportamento dinâmico observado no sistema real e aquele reproduzido pelo modelo computacional. Os resultados evidenciam a capacidade do modelo digital em reproduzir com fidelidade o comportamento dinâmico esperado do sistema físico, viabilizando estratégias proativas de controle e monitoramento que resultam em maior desempenho e segurança. Esta pesquisa reforça a relevância dos gêmeos digitais na engenharia aeroespacial, oferecendo uma plataforma robusta para o desenvolvimento de sistemas inovadores e contribuindo para o avanço das técnicas de simulação e controle de sistemas de engenharia.

Palavras-chave: gêmeo digital, sistema aerodinâmico, sensoriamento, atuação, controle interface Arduino-Matlab.

ABSTRACT

This dissertation presents the development and validation of a digital twin (DT) for a two-degree-of-freedom aerodynamic system with pitch and yaw, integrating sensing, actuation, and control techniques with the aim of improving accuracy and operational efficiency. The motivation of the research stems from the growing demand for safer, more efficient, and more reliable aircraft, highlighting the potential of digital twins as dynamic virtual replicas capable of real-time simulation of the behavior of physical systems. The approach adopted enables controlled experiments, fault prediction, and performance optimization, promoting a reduction in costs associated with building physical prototypes and enabling predictive maintenance strategies in aerospace systems. The study was conducted using a low-cost proof-of-concept prototype, manufactured through 3D printing and equipped with brushless motors and an Inertial Measurement unit (IMU MPU-6050), which served as the primary platform for real-time data acquisition and analysis. Communication with the control environment was performed via an Arduino platform, with data processing in MATLAB, where PID controllers and filtering techniques, such as the complementary filter, were applied. The calibration and evaluation of the Digital Twin (DT) were carried out using experimental data obtained from the physical prototype, ensuring consistency between the dynamic behavior observed in the real system and that reproduced by the computational model. The results demonstrate the digital model faithfully reproduces the expected dynamic behavior of the physical system, enabling proactive control and monitoring strategies that enhance performance and operational safety. This research reinforces the relevance of digital twins in aerospace engineering by providing a robust platform for the development innovative systems and contributing to advances in simulation and control techniques for engineering systems.

Keywords: digital twin, aerodynamic system, sensing, actuation, control, Arduino-MATLAB interface.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1: Representação de um sistema de gêmeo digital aplicado a um componente aerodinâmico, evidenciando a interação entre o modelo virtual e o sistema físico por meio de um fluxo bidirecional de dados, que possibilita a simulação, o monitoramento e o control com base nas informações coletadas em túnel de vento. Fonte: Adaptada do Zeb <i>et al.</i> , 2022.....	19
Figura 1.2 : Placa eletrônica Arduino Uno baseada no microcontrolador ATmega328P, utilizada na implementação do protótipo. Fonte: Silva, Morón <i>et al</i> (2019).	22
Figura 1.3: Diagrama de integração entre o modelo digital e o protótipo físico de um sistema de controle de motor BLDC com hélice. O modelo digital, desenvolvido no software MATLAB, envia comandos ao microcontrolador Arduino Uno R3, que controla o ESC (Controlador Eletrônico de Velocidade) responsável pela operação do motor BLDC. A figura ilustra a interação entre simulação computacional e implementação física, aplicada em sistemas de automação e controle. Fonte: Adaptado de Ji <i>et al.</i> , (2023).....	25
Figura 2.1: Vista geral do protótipo experimental: (a) modelo inicial com os principais componentes estruturais e de acionamento, estes descritos na tabela 2.1 Fonte: adaptada de Veratti <i>et al.</i> , (2023); (b) modelo aprimorado Fonte: Autor	30
Figura 2.2: Esquema do princípio de funcionamento do sistema aerodinâmico com dois rotores. Fonte: Autor.....	31
Figura 2.3: Vista explodida do sistema aerodinâmico experimental, com indicação das principais dimensões e componentes estruturais. Em (a) apresenta-se o modelo inicial, em (b), o modelo aprimorado. As setas verdes destacam os principais componentes revisados da estrutura. Fonte: Autor.....	33
Figura 2.4: Componentes de atuação utilizados nas versões do protótipo aerodinâmico: em (a), DC fans motor utilizado na primeira versão do protótipo, responsável pela ventilação e resfriamento do computador. Em (b), motor elétrico brushless (BLDC) empregado na versão revisada. Fonte: Autor	35
Figura 2.5: Sensor MPU-6050 com representação dos eixos e graus de liberdade. Ilustração dos eixos cartesianos (+X, +Y, +Z) associados aos seis graus de liberdade do sensor inercial MPU-6050, incluindo o acelerômetro e o giroscópio integrados. A Figura destaca a orientação dos eixos utilizados para medir aceleração linear e velocidade angular em aplicações de controle dinâmico e estimativa de atitude Fonte: Adaptada de InvenSense/TDK (2025). Disponível em https://invensense.tdk.com . Acesso em: 05 oct. 2025.....	39

Figura 2.6: Instalação do sensor MPU-6050 no protótipo experimental. Representação das conexões elétricas e da comunicação entre o módulo inercial MPU-6050 e o microcontrolador Arduino Uno R3, utilizando o protocolo I2C. A interface contempla os pinos VCC, GND, DAS e SCL, essenciais para a aquisição em tempo real dos dados de aceleração e velocidade angular Fonte: Autor.....	40
Figura 2.7: Fluxograma da comunicação entre o protótipo físico, o ambiente de processamento e o modelo digital. Ilustração da integração entre o sensor MPU-6050, o microcontrolador Arduino Uno R3 e o ambiente MATLAB, evidenciando o ciclo de aquisição, processamento e retroalimentação dos dados em tempo real para o funcionamento do gêmeo digital. Fonte: Autor.....	45
Figura 3.1: Diagrama de corpo livre do sistema com dois graus de liberdade.	49
Figura 3.2: Sistema de controle automático do eixo de arfagem Fonte: Veratti <i>et al.</i> (2023)..	55
Figura 3.3: Diagrama de blocos simplificado do sistema de controle do eixo arfagem Fonte: Veratti <i>et al.</i> (2023).....	56
Figura 3.4: Sistema de controle automático do eixo da guinada Fonte: Veratti <i>et al.</i> (2023)..	58
Figura 3.5: Diagrama de blocos simplificado do sistema de controle do eixo guinada Fonte: Veratti <i>et al.</i> (2023).....	58
Figura 3.6: Diagrama de blocos do sistema de controle de malha fechada. Fonte: Veratti <i>et al.</i> (2023)	60
Figura 4.1: Resposta temporal para o movimento de arfagem obtida experimentalmente. Fonte: Veratti <i>et al.</i> (2023)	64
Figura 4.2: Resposta para guinada encontrada no movimento arfagem experimentalmente. Fonte: Veratti <i>et al.</i> (2023)	65
Figura 4.3: Resposta de arfagem ao ligar somente guinada para encontrar o valor de W_{py} . Fonte: Veratti <i>et al.</i> (2023)	67
Figura 4.4: Resposta da guinada ao ligar somente arfagem para encontrar o valor de W_{py} Fonte Veratti <i>et al.</i> (2023).....	68
Figura 4.5: Resposta dinâmica do sistema no eixo de arfagem e guinada. Figura 4.5(a) Posição angular $\theta(t)$ apresentando comportamento oscilatório típico de sistema massa-mola-amortecedor em regime subamortecido, com decaimento exponencial das oscilações. Figura 4.5(b) Velocidade angular $\dot{\theta}(t)$ oscilando entre valores positivos e negativos, com amplitude progressivamente reduzida. Figura 4.5(c) Posição angular $\psi(t)$ com crescimento linear ao longo do tempo, indicando ausência rotacional. Figura 4.5(d) Velocidade angular	

ψ (t) atingindo regime permanente em aproximadamente 1,05 rad/s, caracterizando comportamento estacionário sem oscilações. Fonte: Autor	71
Figura 4.6: Dados brutos do sensor MPU-6050 em condições estáticas e dinâmicas. (a) e (b) Ângulo de arfagem e guinada em condição estática do protótipo; (c) e (d) Ângulo de arfagem e guinada em movimento. Fonte: Autor	73
Figura 4.7: Comparação entre sinais originais e filtrados do sensor MPU-6050. (a) e (c) mostram o comportamento de θ , enquanto (b) e (d) apresentam o sinal de ψ . Observa-se que o filtro suaviza ruídos e oscilações, especialmente no sinal de θ , contribuindo para maior estabilidade na leitura dos dados. Fonte: Autor.....	74
Figura 4.8: Respostas dinâmicas do sistema aerodinâmico com dois graus de liberdade (pitch θ e yaw ψ) sob controle PID. (a) Resposta temporal do ângulo de pitch (θ) ao rastreamento de referências em degraus, juntamente com o respectivo sinal de controle aplicado ao motor correspondente e o comando PWM ₁ . (b) Resposta temporal do ângulo de yaw (ψ) para variações em degrau da referência, evidenciando o comportamento transitório, o sobressinal e a ação corretiva do controlador PDI, bem como o sinal de controle (u ₂) e o comando PWM ₂ . (c) Comportamento do ângulo de pitch (θ) em torno de uma referência aproximadamente constante, destacando a estabilidade do sistema em regime permanente e a influência do ruído de medição nos sinais. (d) Evolução temporal do erro de rastreamento nos eixos de pitch e yaw, permitindo a comparação direta do desempenho, da robustez e da sensibilidade a perturbações do controlador em cada grau de liberdade. Fonte: Autor.....	77

LISTA DAS TABELAS

Tabela 2.1: Componentes do protótipo aerodinâmico.....	30
Tabela 2.2: Comparação entre Ventilador PC e Motor BLDC com ESC externo.....	36
Tabela 2.3: Comparativo técnico entre ventoinhas e motores BLDC utilizados no protótipo.	37
Tabela 2.4: Pinagem e funções técnicas na interface entre o MPU-6050 e Arduino Uno R3..	41
Tabela 2.5: Características básicas do sensor MPU-6050.....	42
Tabela 2.6: Comparação entre métodos de fusão sensorial.....	44
Tabela 2.7: Características específicas do Arduino Uno R3	46
Tabela 4.1: Parâmetros físicos e dinâmicos dos sistemas.	69
Tabela 4.2: Comparação entre os resultados experimentais do protótipo e os resultados teóricos descritos na literatura clássica.	76

LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

Símbolos	Descrição
Alfabeto latino	
a_x, a_y, a_z	Componentes da aceleração medida pelo acelerômetro nos eixos X , Y , e Z
A	Matriz de transição
B	Matriz de entrada do sistema
C	Matriz identidade
D	Matriz nula
D_p, D_y	Coeficiente de amortecimento de arfagem (<i>pitch</i>) e guinada (<i>yaw</i>)
F_p	Força de empuxo da arfagem (<i>pitch</i>)
F_p	Força de empuxo de guinada (<i>yaw</i>)
F_g	Força gravitacional
g_x, g_y, g_z	Taxa de rotação do giroscópio em torno dos eixos X , Y , e Z
g	Aceleração de gravidade
J_p, J_y	Momento de inercia de arfagem (<i>pitch</i>) e guinada (<i>yaw</i>)
K_{sp}	Constante de rigidez arfagem
K_p	Ganho proporcional do controlador PID
K_i	Ganho integral do controlador PID
K_d	Ganho derivativo do controlador PID
$L/2$	Distância do centro de massa ao eixo
m	Massa
M_y, M_z	Momento resultante em torno do eixo Y e Z
M_p	Sobressinal máximo
r_p	Comprimento do braço
t	Tempo
t_p	Instante de pico

$\vec{u}$	Vetor de entrada
W_{py}	Influência do torque de empuxo de arfagem no eixo de guinada
W_{yp}	Influência do torque de empuxo de guinada no eixo de arfagem
W_{pp}	Torque de empuxo no eixo de arfagem
W_{yy}	Torque de empuxo no eixo de guinada
$\vec{x}$	Vetor de estado do sistema
$y(t)$	Sinal temporal de saída

Símbolos	Descrição
Alfabeto grego	
α	Parâmetro de filtragem no filtro complementar
δ	Decremento logarítmico
Δt	Intervalo de amostragem
ζ	Coefficiente de amortecimento
θ	Ângulo de arfagem
τ_p, τ_y	Torques resultantes relacionados arfagem e guinada.
ψ	Ângulo de guinada
ω_n	Frequência natural
ω_p, ω_y	Velocidade angular do <i>pitch</i> e <i>yaw</i>

Designação	Explicação
Siglas	
ADC	Conversor Analógico-Digital (do inglês <i>Analog-Digital Converter</i>)
BLDC	Motor de Corrente Contínua sem Escovas (do inglês <i>Brushless Direct Current Motor</i>)
CAD	Desenho Assistido por Computador (do inglês <i>Computer-Aided Design</i>)
CG	Centro de gravidade (do inglês <i>Center of Gravity</i>)
DOF	Grau de liberdade (do inglês <i>Degree of Freedom</i>)
EDO	Equação diferencial ordinária (do inglês <i>Ordinary Differential Equation</i>)
ESC	Controlador Eletrônico de Velocidade (do inglês <i>Electronic Speed Controller</i>)
GD	Gêmeo digital (do inglês <i>Digital Twin</i>)
gf	Grama força (do inglês <i>Grass strength</i>)
IMU	Unidade de Medição Inercial (do inglês <i>Inertial Measurement Unit</i>)
LQR	Regulador Quadrático Linear (do inglês <i>Linear Quadratic Regulator</i>)
PID	Proporcional-Integral-Derivativo (do inglês <i>Proportional-Integral-Derivative</i>)
PC	Computador Pessoal (do inglês <i>Personal Computer</i>)
PLA	Ácido Polilático (do inglês <i>Polylactic Acid</i>)
PWM	Modulação por Largura de Pulso (do inglês <i>Pulse Width Modulation</i>)
RMS	Valor quadrático médio (do inglês <i>Root Mean Square</i>)
SPI	Protocolo de Comunicação Serial (do inglês <i>Serial Communication Protocol</i>)
USB	Barramento Serial Universal (do inglês <i>Universal Serial Bus</i>)

ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO.....	15
2.1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	16
1.1.1 Controle de gêmeo digital.....	18
1.1.2 Sistemas aerodinâmicos.....	20
1.1.3 Arduino.....	21
1.1.4 Sensoriamento.....	23
1.1.5 Atuador.....	24
1.2 JUSTIFICATIVA.....	26
1.3 OBJETIVOS.....	26
1.4 METODOLOGIA.....	26
1.5 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	27
2. PROTÓTIPO EXPERIMENTAL.....	29
2.1 APRESENTAÇÃO.....	29
2.2 MELHORIAS REALIZADAS.....	31
2.2.1 Correção de folgas estruturais.....	32
2.2.2 Substituição de Rolamentos.....	33
2.2.3 Substituição de Motores.....	34
2.3 SENSORIAMENTO E AQUISIÇÃO DE DADOS INERCIAIS	38
2.3.1 Instalação do MPU-6050 no protótipo.....	39
2.3.2 Implementação do Filtro Complementar.....	42
2.3.3 Interface de Comunicação entre o Protótipo Físico, o Ambiente de Processamento e o Modelo Digital.....	44
2.4 CONCLUSÕES PARCIAIS.....	46
3. MODELO MATEMÁTICO DO SISTEMA E CONTROLADOR.....	48
3.1 MODELAGEM DO SISTEMA ATRAVÉS DA SEGUNDA LEI DE NEWTON.....	48
3.2 MODELO EM ESPAÇO DE ESTADOS.....	52

3.3 PROJETO DO CONTROLADOR	54
3.3.1 Controlador PID.....	55
3.3.2 Controlador no Espaço de Estados.....	59
3.4 CONCLUSÕES PARCIAIS	61
4. RESPOSTA DINÂMICA.....	62
4.1 DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS FÍSICOS E DINÂMICOS DO SISTEMA	62
4.1.1 Frequência natural.....	62
4.1.2 Coeficiente de Amortecimento.....	63
4.1.3 Determinação do coeficiente de torque.....	65
4.2 RESPOSTA DINÂMICA DO MODELO MATEMÁTICO	69
4.3 RESPOSTA DINÂMICA DO PROTÓTIPO.....	71
4.3.1 Resposta não filtrada e filtrada dos dados do sensor MPU-6050 em condições estáticas e dinâmicas.....	72
4.4 RESPOSTA DO GÊMEO DIGITAL COM CONTROLE PID	74
4.5 VALIDAÇÃO DO GÊMEO DIGITAL	77
5. CONCLUSÕES.....	78
5.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS	78
5.2 CONCLUSÕES GERAIS	78
5.3 CONTRIBUIÇÕES	78
5.4 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	79
5.5 PUBLICAÇÕES E EVENTOS CIENTÍFICOS.....	79
6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	80
7. ANEXO A. DOCUMENTAÇÃO TÉCNICA DO PROTÓTIPO AERODINÂMICO COM DOIS ROTORES.....	85
8. A.1. VISTAS EXPLODIDAS E IDENTIFICAÇÃO DE COMPONENTES.....	86
A.2. DESENHOS TÉCNICOS DAS PEÇAS PRINCIPAIS	88
9. A.3 ESPECIFICAÇÃO DE MATERIAIS.....	94

1. INTRODUÇÃO

A engenharia aeroespacial é uma área multidisciplinar em constante evolução, impulsionada pela busca por soluções que promovam maior eficiência, segurança e desempenho em aeronaves e sistemas relacionados. Nesse contexto, destacam-se as estratégias de sensoriamento, atuação e controle, fundamentais para o monitoramento preciso, a resposta dinâmica e a estabilidade de sistemas aerodinâmicos, especialmente aqueles com múltiplos graus de liberdade, como estruturas que apresentam movimento de arfagem e guinada (PHANDEN, SHARMA e DUBEY, 2021; WU *et al.*, 2020).

Entre as inovações mais relevantes no escopo da Indústria 4.0, destaca-se o conceito de Gêmeo Digital (GD), introduzido por Michael Grieves em 2003, que consiste em uma representação virtual dinâmica continuamente atualizada a partir de dados de sensores, algoritmos e modelos matemáticos, estabelecendo um fluxo bidirecional de informações entre o sistema físico e sua contraparte digital. No setor aeroespacial, essa abordagem tem se mostrado promissora para prever deflexões estruturais, variações térmicas, danos locais e alterações no estado dos materiais sob diferentes condições de voo (PHANDEN, SHARMA e DUBEY, 2021; TUEGEL *et al.*, 2011). Diferentemente das técnicas convencionais de simulação, o gêmeo digital não se restringe à análise computacional em ambiente isolado. Enquanto essas metodologias são amplamente empregadas para prever o comportamento estrutural e aerodinâmico de sistemas em condições específicas, geralmente de forma offline e com alto custo computacional, o gêmeo digital caracteriza-se pela atualização contínua a partir de dados reais, estabelecendo uma conexão bidirecional entre o modelo virtual e o sistema físico (LOPES; RAIZER; VALENTE JÚNIOR, 2021). A combinação de tecnologias de gêmeos digitais e simulação cria vantagens poderosas em ambientes de manufatura. Os gêmeos digitais monitoram as operações reais em tempo real, enquanto as simulações permitem que as equipes testem potenciais melhorias sem afetar a produção atual.

Neste trabalho, o GD é concebido como uma ferramenta computacional que interage em tempo real com um protótipo aerodinâmico composto por sensores inerciais e atuadores controlados por microcontrolador. Essa interação permite que o modelo implementado em MATLAB receba dados experimentais, processe as informações e envie comandos de controle, cuja fidelidade é validada pela comparação entre resultados simulados e experimentais. Além da relevância tecnológica, este projeto se destaca por propor uma

solução de baixo custo, utilizando ferramentas amplamente acessíveis para engenheiros e instituições de ensino. A escolha do microcontrolador Arduino Uno R3, do sensor inercial MPU-6050 e da plataforma MATLAB foi motivada por sua popularidade, facilidade de integração e ampla documentação disponível, o que viabiliza a replicação do sistema em ambientes acadêmicos com recursos limitados (LLAMAS BELLO *et al.*, 2018; CALDEIRA *et al.*, 2023). O Arduino oferece uma interface simples e eficiente para controle de atuadores e aquisição de dados, enquanto o MPU-6050 permite medir aceleração e rotação em três eixos com precisão adequada para aplicações didáticas. Já o MATLAB proporciona um ambiente robusto para modelagem, simulação e implementação de algoritmos de controle, sendo amplamente utilizado na formação de engenheiros.

A implementação de gêmeos digitais exige modelos matemáticos confiáveis, calibração rigorosa de sensores e algoritmos, além de recursos computacionais adequados. Para garantir correspondência entre o modelo e o protótipo, torna-se indispensável uma arquitetura robusta de sensoriamento e controle em malha fechada (PHANDEN, SHARMA e DUBEY, 2021; TUEGEL *et al.*, 2011). Diante desse cenário, a questão central que orienta esta pesquisa pode ser formulada da seguinte maneira: como desenvolver e validar um gêmeo digital para um sistema aerodinâmico com dois graus de liberdade, assegurando integração eficiente entre sensoriamento, atuação e controle em tempo real? Assim, esta dissertação tem como objetivo desenvolver e validar um gêmeo digital para um sistema aerodinâmico de dois rotores, integrando modelagem, sensoriamento, atuação e controle. A proposta visa estabelecer comunicação em tempo real entre modelo virtual e protótipo físico, permitindo a avaliação do desempenho do sistema, a eficácia dos algoritmos de controle e a robustez da arquitetura implementada. A relevância da pesquisa reside na utilização do gêmeo digital como ferramenta para o desenvolvimento e otimização de sistemas aerodinâmicos, contribuindo para o avanço de aeronaves mais inteligentes, seguras e eficientes. Ao integrar tecnologias de simulação, esta dissertação busca reduzir a distância entre os ambientes virtual e físico, representando uma contribuição significativa para o estado da arte em engenharia aeroespacial e computacional (PHANDEN, SHARMA e DUBEY, 2020; WU *et al.*, 2020).

1.1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nesta seção, são apresentados trabalhos de literatura que abordam o tema do sensoriamento, atuação e controle do gêmeo digital de um sistema aerodinâmico. Além das

contribuições mais recentes, é imprescindível destacar as obras clássicas que sustentam os pilares teóricos deste estudo.

No âmbito da instrumentação e medição, a obra de Doebelin (1990) é considerada uma referência fundamental, pois expõe os princípios relacionados aos sensores, à resposta dinâmica e à aquisição de sinais, elementos essenciais para a utilização de dispositivos como o acelerômetro e o giroscópio presentes na unidade IMU MPU-6050, empregados neste estudo. Para o desenvolvimento dos algoritmos de controle, especialmente no que se refere ao controle PID, foram considerados os fundamentos apresentados nas obras de Ogata (2010), Dorf e Bishop (2011) e Nise (2011). Esses autores abordam, de forma estruturada, conceitos de sistemas de controle em malha fechada, estabilidade, resposta temporal e em frequência, além de estratégias clássicas para o projeto e a sintonia de controladores.

O controlador Proporcional–Integral–Derivativo (PID) é uma estratégia clássica de controle em malha fechada amplamente utilizada em sistemas industriais e acadêmicos, cuja finalidade é regular uma variável de interesse por meio da minimização do erro entre o valor de referência (setpoint) e a saída do sistema. Sua estrutura baseia-se na combinação linear de três ações de controle: proporcional, integral e derivativa, cada uma atuando sobre diferentes características do erro. A ação proporcional fornece uma resposta imediata ao erro instantâneo; a ação integral atua sobre o erro acumulado ao longo do tempo, permitindo a eliminação do erro em regime permanente; e a ação derivativa introduz um efeito preditivo, associado à taxa de variação do erro, contribuindo para o amortecimento da resposta e o aumento da estabilidade, ainda que apresente sensibilidade a ruídos de medição.

Do ponto de vista histórico, os fundamentos do controle PID antecedem sua consolidação industrial. Minorsky (1922) foi um dos primeiros a demonstrar formalmente a eficácia das ações integral e derivativa no controle automático, ao estudar a estabilidade direcional de navios. Posteriormente, durante as décadas de 1930 e 1940, o avanço dos controladores pneumáticos e eletromecânicos levou à consolidação prática da estrutura PID, conforme discutido por Bennett (1993). Nesse contexto, os trabalhos de Ziegler e Nichols (1942) desempenharam papel central ao propor métodos empíricos de sintonia em malha fechada, os quais permanecem amplamente utilizados devido à sua simplicidade e aplicabilidade prática.

No contexto desta dissertação, que tem como objetivo o desenvolvimento de um gêmeo digital de um sistema aerodinâmico com dois graus de liberdade (*pitch* e *yaw*), o controlador PID foi adotado como a principal estratégia de controle do sistema físico e como referência de desempenho para o modelo digital. Essa escolha justifica-se pela capacidade do PID de fornecer resposta rápida, rejeição eficaz a perturbações e erro reduzido em regime permanente, características compatíveis com os requisitos de controle de atitude do sistema aerodinâmico investigado. Para o sistema de dois graus de liberdade, foi implementada uma arquitetura de controle descentralizada, composta por dois controladores PID independentes, um associado ao eixo de *pitch* e outro ao eixo de *yaw*. Essa abordagem foi inicialmente adotada devido à sua simplicidade de implementação e sintonia, embora se reconheça a existência de acoplamentos dinâmicos entre os eixos, cuja influência é analisada ao longo do trabalho e que pode motivar o emprego de estratégias multivariáveis em investigações futuras.

A sintonia dos ganhos proporcional, integral e derivativo foi realizada por meio do método de Ziegler–Nichols em malha fechada, seguida de ajustes finos no ambiente de simulação do gêmeo digital. Os critérios de desempenho adotados incluíram sobressinal máximo inferior a 10 % e tempo de acomodação 2 % inferior a 2 s para entradas do tipo degrau, assegurando simultaneamente adequada rejeição a perturbações constantes. Dessa forma, o controlador PID assume, neste trabalho, não apenas o papel de solução de controle, mas também de elemento metodológico fundamental para a calibração, validação e verificação da fidelidade do gêmeo digital, permitindo a análise segura e controlada do comportamento dinâmico do sistema antes de sua aplicação no protótipo físico. Na área de automação e controle ativo de vibrações, destaca-se a contribuição de Preumont (2011), que investiga a interação entre atuadores, sensores e algoritmos de controle no contexto de estruturas mecânicas inteligentes, um aspecto diretamente relacionado ao conceito de gêmeos digitais com atuação em tempo real.

1.1.1 Controle de gêmeo digital

Zeb et al., (2022) apresentam uma abordagem abrangente sobre os gêmeos digitais industriais, destacando a integração com redes sem fio e algoritmos inteligentes de computação. A metodologia adotada consiste em uma revisão sistemática da literatura, por meio da qual foram identificadas as principais tendências, bem como os desafios atuais e futuros relacionados ao uso de gêmeos digitais em ambientes industriais. A combinação do gêmeo digital com redes sem fio avançadas e inteligência computacional promove melhorias

significativas na eficiência, na eficácia e no controle dos processos industriais, permitindo uma atuação mais preditiva, adaptativa e inteligente dos sistemas. A Figura 1.1 mostra a representação de um sistema de gêmeo digital aplicado a um componente aerodinâmico. Abaixo da figura, encontra-se a explicação dos fluxos de informação.

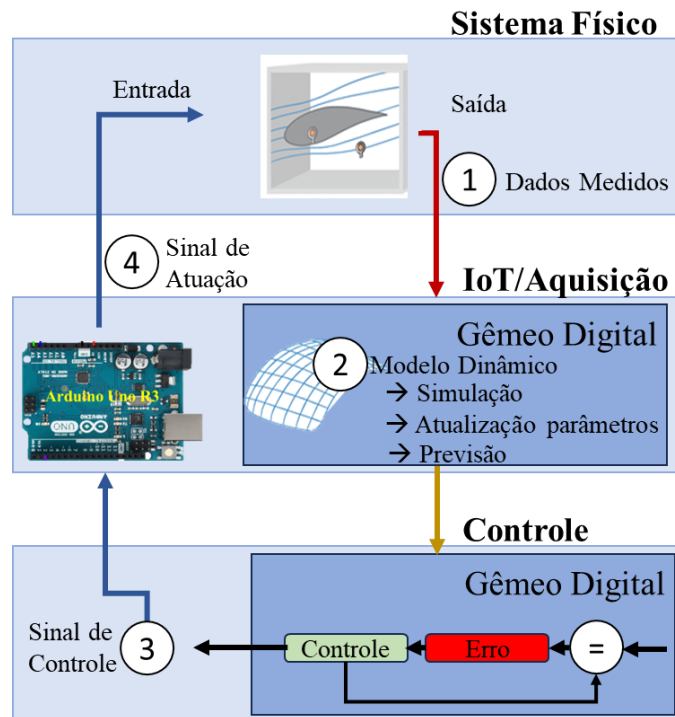


Figura 1.1: Representação de um sistema de gêmeo digital aplicado a um componente aerodinâmico, evidenciando a interação entre o modelo virtual e o sistema físico por meio de um fluxo bidirecional de dados, que possibilita a simulação, o monitoramento e o controle com base nas informações coletadas em túnel de vento. Fonte: Adaptada do Zeb *et al.*, 2022

Phanden, Sharma e Dubey (2020) destacam que a simulação integrada ao gêmeo digital desempenha um papel central na representação precisa de sistemas físicos complexos, como os encontrados nas áreas aeroespacial, de manufatura e de robótica. Essa abordagem permite não apenas prever comportamentos e necessidades de manutenção, mas também otimizar algoritmos de controle aplicados a sistemas reais em tempo real. Os autores mostram as lacunas da pesquisa como a necessidade de desenvolver modelos mais sofisticados para replicar o comportamento dos sistemas de produção e a importância da calibração dos softwares de simulação. Os pesquisadores enfatizam a necessidade de continuar pesquisando e desenvolvendo técnicas de simulação para aprimorar os gêmeos digitais e sua aplicação prática nessas áreas.

Tuegel *et al.* (2011) propõem uma abordagem inovadora baseada em gêmeos digitais para prever a vida útil estrutural de aeronaves. Utilizando simulações de alta fidelidade que integram cálculos de deflexões, variações térmicas e evolução de danos ao longo do tempo operacional, a metodologia aprimora as estimativas de durabilidade, permitindo identificar precocemente regiões críticas para manutenção ou reparo. Contudo, a eficácia do modelo depende da disponibilidade de dados precisos das condições de voo e de modelos confiáveis de dano e evolução de material, além de exigir recursos computacionais de alto desempenho. O estudo ressalta a importância dos gêmeos digitais de alta fidelidade como ferramenta estratégica para a gestão da integridade estrutural, contribuindo para práticas de manutenção mais seguras e eficientes. Hosamo *et al.*, (2022) analisam o estado da arte da aplicação de gêmeos digitais na indústria AEC-FM (Arquitetura, Engenharia, Construção e Gerenciamento de Instalações), revelando padrões, lacunas e tendências emergentes. Embora a aplicação se dê em um setor distinto, os desafios identificados são comuns à maioria dos domínios que buscam aplicar o conceito de gêmeo digital incluindo o setor aeroespacial e projetos acadêmicos como o aqui desenvolvido. Entre os pontos críticos está a ausência de abordagens unificadas que integrem tecnologias como sensoriamento (IoT), interpretação de dados (Machine Learning) e sistemas de modelagem digital em tempo real.

As obras dos autores destacam a relevância de criar gêmeos digitais que não apenas reflitam com precisão os sistemas físicos, mas que também possuam a capacidade de interagir de maneira inteligente e responsiva com esses sistemas. A presente dissertação propõe um modelo de gêmeo digital para um sistema aerodinâmico, que integra sensoriamento ativo, atuação precisa e controle adaptativo. Essa abordagem visa contribuir para o avanço da pesquisa e para a aplicação prática no campo.

1.1.2 Sistemas aerodinâmicos

Zhao, Sheng e Afjeh (2014) investigam o desempenho aerodinâmico de diferentes configurações de turbinas eólicas offshore, evidenciando como a geometria das pás e o posicionamento da turbina *upwind* ou *downwind* influenciam diretamente a eficiência do sistema. A metodologia adotada baseia-se na modelagem computacional de quatro configurações distintas: turbinas *upwind* e *downwind* com duas e três pás. Os autores mostraram que turbinas *downwind* com três pás apresentam maior eficiência aerodinâmica, enquanto turbinas *upwind* com duas pás demonstram desempenho inferior. Além da análise de eficiência, o estudo avalia as distribuições de momento de flexão seccional ao longo da pá, do

cubo à ponta, em diferentes posições azimutais, contribuindo para a compreensão das cargas estruturais envolvidas. No entanto, reconhecem limitações no trabalho, como a ausência de validação experimental e a simplificação de certos parâmetros do modelo, o que aponta para a necessidade de estudos complementares que integrem dados empíricos e modelagens mais robustas.

Romanchenko *et al.*, (2022), investigam a modelagem computacional do movimento em parafuso de aeronaves, caracterizado como um processo auto-oscilatório complexo. O estudo utiliza um modelo aerodinâmico não-linear refinado, fundamentado no método do pequeno parâmetro, para obter soluções aproximadas das amplitudes e frequências de oscilação. A proposta destaca a inclusão explícita das não linearidades nas equações rotacionais e a determinação de componentes polinomiais de difícil cálculo por métodos convencionais. Os resultados foram validados por meio da comparação entre simulações e registros reais de voo, evidenciando a importância de considerar fenômenos auto-oscilatórios e dependências não-lineares na análise de sistemas aerodinâmicos.

Wang *et al.*, (2018), propõem o modelo híbrido POD-ARX como uma abordagem de ordem reduzida para representar a aerodinâmica não estacionária de fluxos compressíveis ao redor de estruturas móveis. A metodologia utiliza a decomposição ortogonal (POD) para capturar os principais modos fluidos e, em seguida, a modelagem da dinâmica dos coeficientes modais por meio de um modelo autorregressivo com entradas exógenas (ARX). A pesquisa indica que a análise de sistemas aerodinâmicos demanda tanto a caracterização física e geométrica quanto a aplicação de modelos matemáticos robustos. A combinação de uma configuração estrutural bem definida, a consideração de fenômenos não lineares e a utilização de modelos de ordem reduzida é crucial para descrever e prever com precisão o comportamento aerodinâmico. Esses aspectos formam a base conceitual para o desenvolvimento do gêmeo digital apresentado nesta dissertação, que integra modelagem, simulação e validação experimental.

1.1.3 Arduino

Morón *et al.*, (2019) desenvolveram um sistema automático para detecção e localização de impactos em superfícies metálicas, utilizando acelerômetros ADXL335 integrados à plataforma Arduino. A proposta destaca o potencial da arquitetura embarcada para realizar sensoriamento em tempo real com alta precisão e baixo custo, utilizando

software livre para facilitar replicações e personalizações. Embora o foco do estudo seja distinto, os princípios empregados aquisição contínua de dados inerciais, processamento local no Arduino e extração de informações físicas a partir de variações dinâmicas do sinal são diretamente aplicáveis ao presente trabalho.

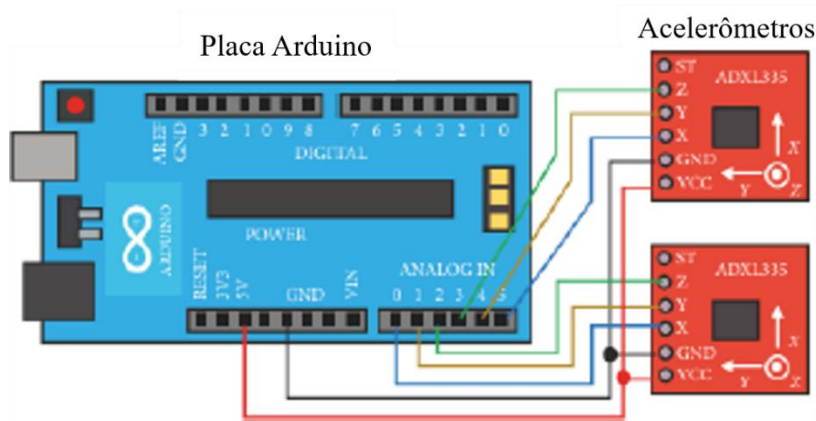


Figura 1.2 : Placa eletrônica Arduino Uno baseada no microcontrolador ATmega328P, utilizada na implementação do protótipo. Fonte: Silva, Morón *et al* (2019).

Sharath, Hiremath e Manjunatha (2021), propõem o desenvolvimento de um robô de pódio para operações de apreensão e posicionamento, que, ao ser reinterpretado no contexto de um gêmeo digital de um sistema aerodinâmico, enfatiza a integração entre sensoriamento, atuação e controle. A utilização do microcontrolador Arduino Mega 2560, associada a um sistema de processamento de imagens fundamentado na biblioteca OpenCV em Python, possibilita a captura e análise de dados em tempo real, o que é crucial para a replicação fiel do comportamento aerodinâmico em ambiente digital. A automatização da classificação de objetos por cor ultrapassa a mera eficiência operacional, funcionando como base para a implementação de modelos preditivos e estratégias de controle em sistemas complexos (SHARATH, HIREMATH e MANJUNATHA 2020). Essa abordagem ressalta a importância de utilizar técnicas de visão computacional para monitorar parâmetros críticos e validar, por meio do gêmeo digital, as respostas do sistema frente a variações operacionais, fator essencial para otimizar o desempenho em aplicações aerodinâmicas.

Louw, Broekman e Kearsley (2022), descrevem o desenvolvimento do MADV-DAQ, um sistema de aquisição de dados de tensão diferencial baseado em Arduino, concebido para o monitoramento remoto de tensões em sistemas de saúde estrutural. Ao relacionar essa abordagem ao sensoriamento, atuação e controle de um gêmeo digital de um sistema

aerodinâmico, evidencia-se que o MADV-DAQ pode servir como base para a integração de sensores precisos e estratégias de análise preditiva, essenciais para a validação do modelo digital. Desenvolvido como uma solução de baixo custo, alimentado por bateria e compatível com sensores que utilizam ponte de *Wheatstone*, como extensômetros e sensores MEMS, o sistema oferece uma plataforma robusta para a monitorização contínua, característica indispensável em ambientes dinâmicos. Conforme demonstrado pelos autores, o MADV-DAQ mede com precisão as tensões estruturais mesmo em cenários complexos, como na torre de uma turbina eólica, evidenciando sua capacidade de operar sob condições adversas. Essa solução, destacada por sua portabilidade, facilidade de integração com diferentes sensores e autonomia energética, revela seu potencial para aplicação na calibração e atualização de modelos digitais, reafirmando a importância do sensoriamento preciso no controle e na atuação de gêmeos digitais em sistemas aerodinâmicos.

Segundo Kondaveeti *et al.*, (2021), embora a prototipagem com Arduino seja uma ferramenta extremamente valiosa e difundida, há uma demanda crescente por estudos que aprimorem a documentação, enfrentem os desafios técnicos e explorem novas fronteiras na integração dessa tecnologia com o sensoriamento e o controle de gêmeos digitais. Os autores destacaram que um número significativo de placas foi identificado em diversas publicações que compuseram o estudo principal. Os estudos analisados nesta seção evidenciam a versatilidade da plataforma Arduino em aplicações de sensoriamento, controle e automação. Dentro do contexto desta dissertação, essas contribuições sustentam a escolha do Arduino Uno R3 como elemento central na arquitetura do gêmeo digital, possibilitando a coleta de dados inerciais por meio do MPU6050 e o acionamento dos motores BLDC via sinais PWM. A utilização de soluções embarcadas de baixo custo, conforme descrito por Morón *et al.*, (2019), Sharath *et al.*, (2021) e Louw *et al.*, (S.d.), reforça a viabilidade técnica e econômica do sistema proposto. Ademais, a integração com o ambiente MATLAB assegura a flexibilidade necessária para o desenvolvimento e validação de estratégias de controle em tempo real.

1.1.4 Sensoriamento

Moreno e Andújar (2023), apresentam um estudo abrangente sobre a aplicação de sensores ópticos e não ópticos na caracterização geométrica de videiras, tanto em ambientes de campo quanto de laboratório, enfatizando o sensoriamento terrestre. Este enfoque, que proporciona maior resolução, precisão e agilidade operacional, pode ser comparado ao

sensoriamento utilizado em gêmeos digitais de sistemas aerodinâmicos, onde a integração de dados sensoriais em tempo real é crucial para a atuação e o controle precisos do modelo virtual. Segundo Moreno e Andújar (2023), a seleção adequada dos sensores é um desafio, especialmente em ambientes agrícolas não estruturados, o que demanda a utilização de combinações de tecnologias para uma modelagem mais acurada. Essa necessidade encontra paralelo na implementação de gêmeos digitais, onde múltiplos sensores integrados garantem a eficácia do sensoriamento, fundamentais para o monitoramento dinâmico e a atualização do estado do sistema aerodinâmico.

Reyes-Muñoz *et al.*, (2016) propõem um sistema que integra RPAS (drones) e rede de sensores sem fio para fornecer informações em tempo real durante acidentes radiológicos, mesmo diante das falhas nos sistemas de comunicação tradicionais. Ao relacionar esse modelo com o sensoriamento, a atuação e o controle de gêmeos digitais de sistemas aerodinâmicos, evidencia-se a importância da integração entre plataformas distribuídas e veículos móveis para a atualização contínua do estado do sistema. O modelo teórico, que inclui parâmetros como tempo de contato, janela de transmissão e velocidade do RPAS, oferece subsídios para a calibração de estratégias preditivas e controle em tempo real em ambientes digitais. Embora o estudo identifique limitações, como a falta de validação experimental e a ausência de medidas de segurança contra-ataques, a abordagem ressalta o potencial da integração de diferentes tecnologias para o monitoramento e a atuação em sistemas críticos.

Os estudos realizados por Moreno e Andújar (2023) e Reyes-Muñoz *et al.*, (2016) demonstram que a confiabilidade das medições em sistemas de tempo real é influenciada tanto pela escolha criteriosa dos sensores quanto pela integração eficaz entre plataformas. Esses fundamentos justificam a utilização do MPU6050, em combinação com o Arduino e o ambiente MATLAB, como a base para o sensoriamento do protótipo aerodinâmico. Isso fortalece a consistência da proposta de gêmeo digital apresentada nesta dissertação.

1.1.5 Atuador

Zhu *et al.*, (2023) propõem uma abordagem inovadora para atuadores rotativos, compatível com o desenvolvimento de gêmeos digitais em sistemas aerodinâmicos. O uso de um feixe piezoelétrico miniaturizado e oco elimina a necessidade de ajustes frequentes de frequência, conferindo ao atuador uma eficiência e robustez aprimoradas atributos essenciais para operações de sensoriamento, atuação e controle precisos em um ambiente digital. A

implementação do modo de vibração de flexão composta, otimizada matematicamente através de polinômios de Chebyshev, gera uma resposta de frequência plana, assegurando a estabilidade dinâmica do modelo e facilitando sua integração com sistemas de gêmeo digital. Ji *et al.*, (2023) apresentam um método sistemático para analisar a propagação de falhas em sensores e atuadores, que pode ser adaptado para verificar a integridade em gêmeos digitais de sistemas aerodinâmicos. O objetivo desse método é compreender como as falhas afetarão o desempenho do sistema, além de auxiliar na formulação de estratégias de manutenção preditiva e otimização operacional. De acordo com os autores, os impactos das falhas podem comprometer tanto a eficiência energética quanto a estabilidade do sistema, o que torna essencial a identificação das principais fontes de erro para priorizar ações corretivas. Embora o estudo tenha sido realizado em sistemas de climatização que utilizam água gelada, os conceitos apresentados ampliam a compreensão sobre a confiabilidade dos modelos digitais. A Figura 1.3 ilustra o diagrama de integração entre o modelo digital e o protótipo físico do sistema de controle de motor.

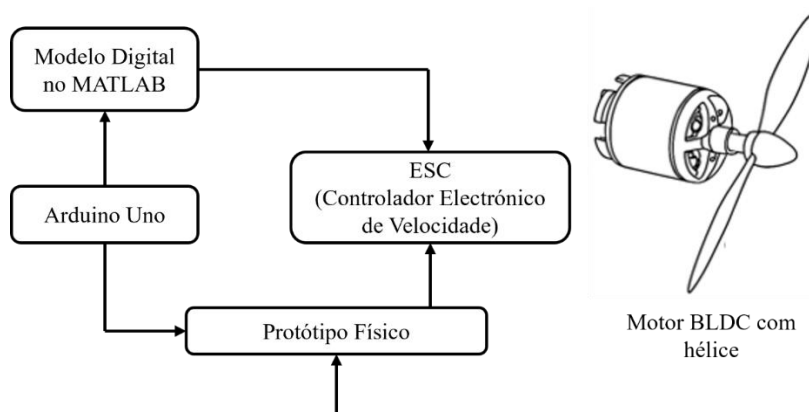


Figura 1.3: Diagrama de integração entre o modelo digital e o protótipo físico de um sistema de controle de motor BLDC com hélice. O modelo digital, desenvolvido no software MATLAB, envia comandos ao microcontrolador Arduino Uno R3, que controla o ESC (Controlador Eletrônico de Velocidade) responsável pela operação do motor BLDC. A figura ilustra a interação entre simulação computacional e implementação física, aplicada em sistemas de automação e controle. Fonte: Adaptado de Ji *et al.*, (2023)

Os estudos de Zhu *et al.*, (2023) e Ji *et al.*, (2023) demonstram que a eficiência dos atuadores e a análise de falhas são fundamentais para a confiabilidade de gêmeos digitais. Nesse sentido, a adoção de motores BLDC e a implementação de estratégias de controle e sensoriamento reforçam a robustez do protótipo aerodinâmico desenvolvido nesta dissertação.

1.2 JUSTIFICATIVA

O conceito de Gêmeo Digital tem se consolidado como ferramenta estratégica na simulação e análise de sistemas dinâmicos complexos, especialmente no contexto aeroespacial. Ao reproduzir virtualmente o comportamento físico de sistemas em tempo real, permite experimentações seguras, previsão de falhas e otimização de desempenho, contribuindo para a redução de custos e riscos operacionais. A crescente demanda por soluções aeronáuticas mais eficientes e confiáveis impulsiona a integração entre modelagem computacional, sensoriamento e atuação física. Essa abordagem híbrida favorece o desenvolvimento e a validação de sistemas com elevado grau de fidelidade, com potencial aplicação em drones, plataformas aeroespaciais, robótica de inspeção e controle adaptativo.

1.3 OBJETIVOS

O principal objetivo desta dissertação é desenvolver e validar um GD capaz de representar, em tempo real, o comportamento dinâmico de um sistema aerodinâmico de dois rotores e dois graus de liberdade por meio da integração entre modelagem matemática, sensoriamento, atuação e controle. Esse objetivo principal pode ser dividido nos objetivos específicos seguintes:

- Revisar e aprimorar a estrutura física do protótipo experimental, implementando melhorias que favoreçam a estabilidade e a precisão;
- Desenvolver o modelo matemático e computacional do sistema aerodinâmico com dois graus de liberdades (arfagem e guinada), validando-o com dados experimentais;
- Estabelecer uma interface de comunicação eficiente entre o protótipo físico e o seu correspondente digital;
- Validar o desempenho do gêmeo digital por meio de simulações computacionais e testes práticos.

1.4 METODOLOGIA

Um protótipo de pequena escala de um sistema aerodinâmico com dois rotores, desenvolvido pelo grupo de pesquisa (NDE), serviu como base para a construção do gêmeo digital. Este protótipo foi desenvolvido como material auxiliar para ensino e pesquisa de sistemas de controle, e integra sensoriamento através de um IMU, e atuação através de dois

rotores. No presente trabalho, a estrutura do protótipo foi aprimorada através de alterações dimensionais e de componentes, e com o uso de manufatura aditiva (impressão 3D), visando maior rigidez e estabilidade operacional. Além disso, os motores foram substituídos.

A interface de comunicação entre o protótipo físico, o ambiente de processamento e o modelo digital foi estabelecida por meio do protocolo I2C e da conexão serial USB, com suporte do pacote *MATLAB Support Package for Arduino Hardware*. Essa integração permitiu a transmissão contínua dos dados inerciais captados pelo sensor MPU-6050, que combina acelerômetro e giroscópio triaxial em um único módulo, instalado no centro geométrico da estrutura oscilatória do protótipo para garantir medições precisas dos movimentos de arfagem e guinada. A plataforma de prototipagem foi desenvolvida com o microcontrolador Arduino Uno R3, responsável pela aquisição dos dados sensoriais e pelo envio de comandos aos atuadores. A atuação foi realizada por motores brushless de corrente contínua (BLDC), controlados por módulos ESC que recebem sinais PWM gerados pelo Arduino, ajustando a rotação das pás conforme os parâmetros definidos nos algoritmos de controle implementados em MATLAB. Os dados coletados foram filtrados e processados em tempo real, permitindo o monitoramento e controle dinâmico do sistema aerodinâmico graças ao desenvolvimento dos algoritmos no ambiente MATLAB.

A modelagem matemática do sistema foi baseada na segunda Lei de Newton aplicada a sistemas rotacionais, resultando em equações diferenciais ordinárias (EDOs) de segunda ordem. Essas equações foram reestruturadas em espaço de estados para análise dinâmica e a implementação computacional no ambiente MATLAB. Por fim, o desempenho do sistema foi avaliado por meio de simulações e experimentos práticos, comparando os dados reais com os resultados teóricos obtidos pelo modelo matemático. Essa etapa foi essencial para validar a consistência do gêmeo digital e sua capacidade de representar com fidelidade o comportamento dinâmico do sistema físico, consolidando sua aplicação como ferramenta de análise, predição e controle.

1.5 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Esta dissertação está estruturada em quatro Capítulos, além das referências bibliográficas. O Capítulo 1 apresenta a fundamentação teórica e a contextualização do tema, abordando conceitos e estudos relevantes sobre sensoriamento, atuação e controle aplicados ao desenvolvimento de GD em sistemas aerodinâmicos. No Capítulo 2, são descritas as

melhorias realizadas no protótipo físico, tais como a correção de folgas estruturais, a substituição de rolamentos, a troca dos motores de ventoinha do computador por motores de drone brushless, implementação do filtro complementar e integração entre a plataforma Arduino e o ambiente MATLAB. O Capítulo 3 trata da modelagem matemática do sistema, do projeto de controlador e de sua implementação computacional. O Capítulo 4 apresenta a resposta dinâmica do sistema experimental e finalmente dos modelos físico e digital, compondo o gêmeo digital. O Capítulo 5 reúne as principais conclusões extraídas dos resultados obtidos, bem como contribuições da pesquisa e sugestões para trabalhos futuros. Por fim, são apresentadas as referências bibliográficas que sustentam teoricamente este estudo.

2. PROTÓTIPO EXPERIMENTAL

Neste capítulo, apresenta-se o protótipo físico utilizado para o gêmeo digital. Os principais aspectos construtivos são descritos, incluindo sensores e atuadores. Também são descritas as modificações realizadas no protótipo utilizado anteriormente pelo grupo de pesquisa.

2.1 APRESENTAÇÃO

O protótipo experimental desenvolvido para a implementação do gêmeo digital neste trabalho, ilustrado na Figura 2.1 (a), consiste em um sistema aerodinâmico compacto com dois rotores (ventoinhas de computador) e dois graus de liberdade. O modelo foi originalmente desenvolvido pelo Veratti *et al.*, (2023), no âmbito de um dispositivo didático experimental, com o objetivo de reproduzir de forma simplificada o comportamento dinâmico de uma aeronave de dois rotores, auxiliando o ensino e a pesquisa em controle de sistemas mecânicos. O dispositivo foi recebido em sua configuração inicial e, em seguida, aprimorado para prosseguir com as investigações, conforme ilustrado na Figura 2.1 (b). A Figura 2.1 (c) apresenta o dispositivo experimental, destacando seus principais componentes estruturais e de acionamento, enquanto a tabela 2.1 descreve, de forma detalhada, os elementos estruturais que compõem o sistema.



(a)



(b)

Figura 2.1 : Vista geral do protótipo experimental: (a) modelo inicial com os principais componentes estruturais e de acionamento, estes descritos na tabela 2.1 Fonte: adaptada de Veratti *et al.*, (2023); (b) modelo aprimorado Fonte: Autor

Tabela 2.1: Componentes do protótipo aerodinâmico.

N°	Peça	Material
1	Base	Impressão 3D
2	Rolamento	-----
3	Fim do curso para movimento de guinada	Impressão 3D
4	Eixo principal movimento de guinada	Impressão 3D
5	Suporte arfagem	Impressão 3D
6	Haste oscilante para movimento de arfagem	Impressão 3D
7	MPU-6050	-----
8	Motor arfagem/ <i>pitch</i>	-----
9	Motor guinada/ <i>yaw</i>	-----

Fonte: Autor

Os dois principais componentes são o eixo principal e a haste oscilante. O eixo principal conecta a base o suporte de arfagem, e possibilita o movimento de guinada do protótipo. Seu movimento angular é limitado a $\pm 180^\circ$ por dois bloqueios (fim de curso) junto à base. A haste oscilante possibilita o movimento de arfagem e comporta o sensor inercial e os motores e rotores. A haste oscilante possui seu CG abaixo do centro de rotação, tendo comportamento semelhante a um pêndulo de corpo rígido. Seu movimento angular é limitado a $\pm 45^\circ$ em relação ao plano horizontal.

Os movimentos de arfagem e guinada são resultantes tanto das ações primárias, no caso das forças de empuxo, quanto ações secundárias, devido aos momentos resistivos induzidos pelo funcionamento dos rotores. A atuação combinada dessas forças, aplicadas a uma distância $L/2$ do centro do sistema, onde L é a distância entre o centróide dos motores de arfagem e guinada, é responsável pela geração de torques que induzem movimentos de rotação ao redor dos eixos de interesse. Um torque positivo de arfagem ocorre devido à ação primária da força com braço $L/2$, e a ação secundária devido ao momento resistivo à ação do rotor de guinada. O efeito do torque positivo de arfagem é o giro da haste oscilante em torno do eixo X , levando a parte frontal. Um torque positivo de guinada ocorre devido à ação primária da força com braço $L/2$, e a ação secundária devido ao momento resistivo à ação do rotor de arfagem. O efeito do torque positivo de guinada é o giro do eixo principal em torno

do eixo Z , virando a parte frontal para a esquerda. A Figura 2.2 ilustra o princípio de funcionamento descrito no parágrafo.

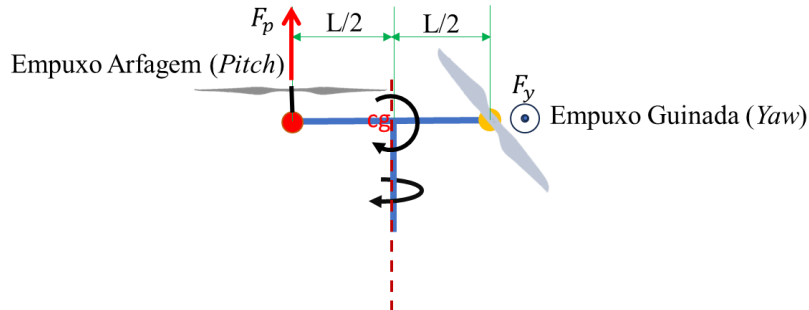


Figura 2.2: Esquema do princípio de funcionamento do sistema aerodinâmico com dois rotores. Fonte: Autor.

A estrutura é composta predominantemente por peças impressas em 3D, utilizando material ácido polilático (PLA), um termoplástico de fonte renovável amplamente empregado em aplicações estruturais de pequeno porte, graças à sua rigidez, resistência ao desgaste e excelente processabilidade em impressoras tridimensionais (3D). Essa tecnologia é aplicada no desenvolvimento de projetos que partem de um modelo virtual do objeto desejado, processado por software em três dimensões (RASU, 2023). A atuação é realizada por dois motores brushless DC (BLDC), cada um acoplado a rotores de duas pás com 18 cm de diâmetro externo. O primeiro motor é o responsável primário pelo movimento de arfagem, ao passo que o segundo atua primariamente sobre a guinada. Os dados de movimento são obtidos por sensor inercial (IMU – *Inercial Measurement Unit*) modelo MPU6050, que combina acelerômetro e giroscópio aptos a registrar aceleração linear e velocidade angular nos três eixos coordenados (X , Y e Z). Essas informações são transmitidas a uma placa Arduino Uno R3, encarregada de gerenciar a comunicação com o modelo digital implementado no MATLAB. A alimentação e o gerenciamento dos motores são efetuados por controladores eletrônicos de velocidade (ESC), ativados por sinais de modulação por largura de pulso (PWM). A interação entre o microcontrolador e o sensor dá-se por meio do protocolo I2C.

2.2 MELHORIAS REALIZADAS

A análise inicial evidenciou limitações estruturais e funcionais que comprometem a estabilidade do protótipo aerodinâmico de dois rotores. Foram identificados três problemas principais: folgas nas uniões mecânicas, que reduzem a eficiência das conexões e aumentam a suscetibilidade a deformações; vibrações indesejadas, decorrentes da insuficiente rigidez

estrutural e da interação dinâmica entre os componentes; e instabilidade dos eixos nos rolamentos, ocasionando desalinhamentos e comprometendo a uniformidade do movimento rotacional. Esses fatores resultam em uma redução significativa da rigidez global do sistema e comprometem a precisão das medições dos ângulos de arfagem e guinada, sobretudo em condições de variações rápidas na rotação dos motores. Além disso, verificou-se impacto direto na resposta dinâmica do sensor, o que prejudica a confiabilidade dos dados obtidos durante os ensaios experimentais.

2.2.1 Correção de folgas estruturais

Nos sistemas mecânicos, a folga corresponde ao espaço ou diferença dimensional entre componentes que devem se ajustar ou interagir, como encaixa entre um eixo e um furo. Essa diferença, embora necessária para permitir a movimentação ou o ajuste adequado das peças, deve ser cuidadosamente controlada. A folga pode ser definida como a diferença entre a dimensão máxima de uma peça e a dimensão mínima da outra (INUI, NISHIMIYA e UMEZU, 2019). As limitações estruturais e funcionais conforme foi mostrado na seção anterior, decorrem, principalmente, de imperfeições inerentes ao processo de fabricação das por impressão 3D, ocasionando micro deslocamentos e vibrações residuais durante o funcionamento do protótipo. A Figura 2.3 ilustra o processo de aprimoramento estrutural do sistema, apresentado em vista explodida, obtido por meio da reimpressão dos componentes com ajustes dimensionais otimizados. Cada peça foi devidamente numerada e descrita na Tabela 2.1. Para corrigir essas limitações, foram realizadas intervenções de ajuste dimensional e reforço mecânico, com o objetivo de eliminar folgas nas junções estruturais e aumentar a rigidez do conjunto, contribuindo para maior precisão nas medições inerciais. As principais ações adotadas foram:

- Projeção e reimpressão das peças críticas com tolerâncias mais estreitas e encaixes otimizados, utilizando modelagem CAD e o mesmo material ácido polilático (PLA), porém com parâmetros de impressão recalibrados;
- Modificação da base estrutural para permitir o alojamento adequado dos rolamentos, com diâmetro de encaixe maior a fim de melhorar o acoplamento dos componentes;
- Aplicação de parafusos de fixação adicionais na base de sustentação de toda a estrutura, visando aumentar a rigidez global do sistema.

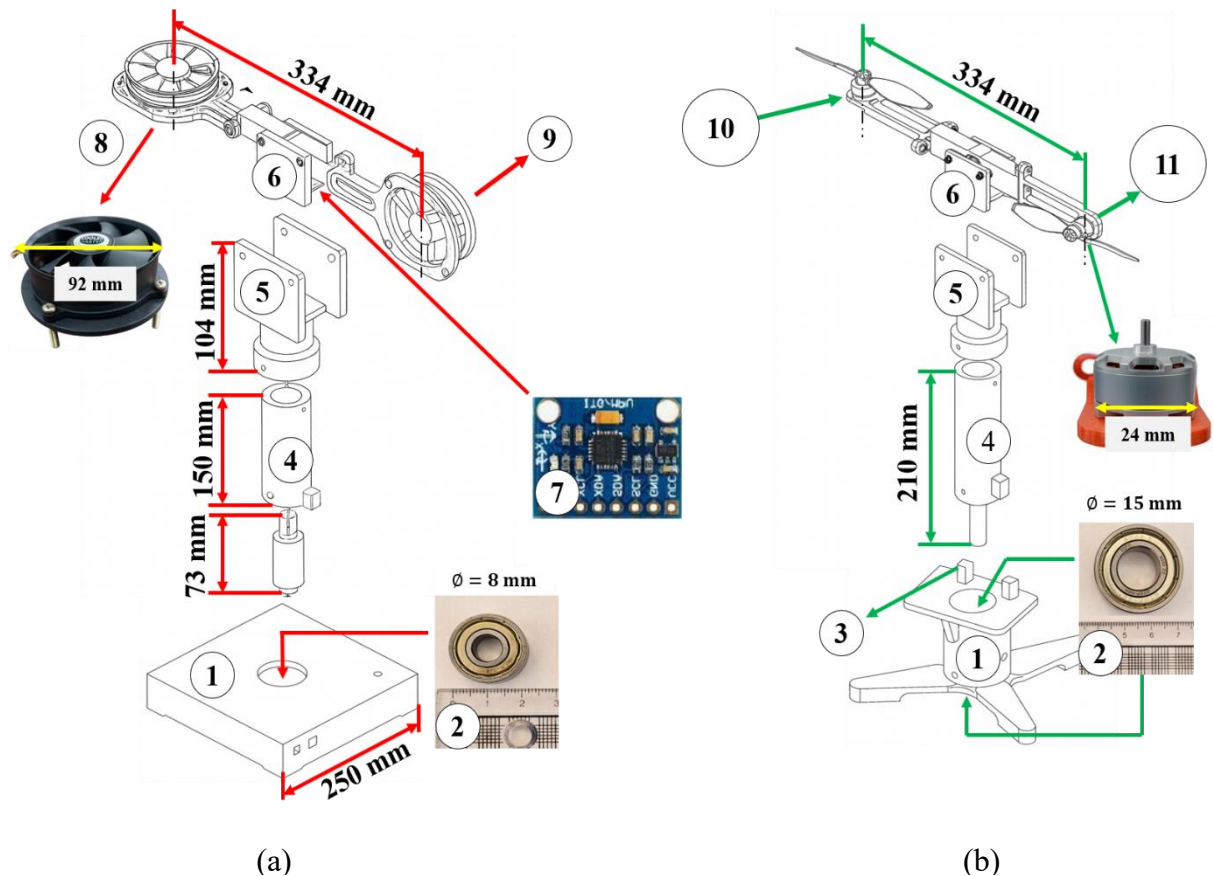


Figura 2.3: Vista explodida do sistema aerodinâmico experimental, com indicação das principais dimensões e componentes estruturais. Em (a) apresenta-se o modelo inicial, em (b), o modelo aprimorado. As setas verdes destacam os principais componentes revisados da estrutura. Fonte: Autor

2.2.2 Substituição de Rolamentos

Segundo Adams (2018), os rolamentos permitem um movimento suave e de baixo atrito entre duas superfícies em contato sob carga. Esse deslocamento pode ser rotativo como o de um eixo girando em um alojamento ou linear, quando um elemento da máquina se move sobre outro. Em aplicações que envolvem o gêmeo digital de um sistema aerodinâmico, é essencial dispor de uma estrutura mecânica robusta e precisa, a fim de assegurar tanto a estabilidade quanto o funcionamento dos componentes, que devem acomodar simultaneamente deslocamentos lineares e rotativos. No protótipo conceitual, identificou-se como ponto crítico a adoção de rolamentos com diâmetro interno de 8 mm, fragilizando o encaixe do eixo principal à base. Esses aspectos contribuíam para vibrações residuais e instabilidade na rotação dos eixos. Durante os testes iniciais, observou-se que tais elementos

exibiam folgas internas excessivas, o que prejudicava a precisão na leitura do sensor e a resposta dinâmica durante o acionamento dos motores.

Para mitigar as deficiências estruturais observadas, os rolamentos foram substituídos por modelos com diâmetro interno de 15 mm, compatíveis com a nova geometria do eixo e deixando o encaixe mais preciso e robusto (Figura 2.4b). Essa modificação resultou na redução significativa de folgas e vibrações, aumento da rigidez estrutural e maior suavidade para o movimento de guinada. Como consequência, os dados captados pelo sensor inercial MPU-6050 passaram a refletir com maior fidelidade o comportamento real da estrutura, permitindo ajustes mais precisos nos controladores e uma correspondência mais acurada entre o sistema físico e o modelo digital. Além disso, a supressão de folgas e o realinhamento dos componentes contribuíram para minimizar o desalinhamento angular e o ruído de medição, resultando em uma resposta dinâmica mais consistente. Esse aprimoramento foi essencial para a calibração do gêmeo digital e para a validação dos controladores em malha fechada.

2.2.3 Substituição de Motores

De acordo com Park, Kim e Suh (2022), os motores fornecem a propulsão essencial ao conjunto, possibilitando o deslocamento nos eixos de arfagem e guinada, além do ajuste às variações angulares detectadas pelo acelerômetro. A escolha adequada dos componentes estruturais é fundamental para garantir a estabilidade e o desempenho global do sistema (PENA *et al.*, 2021). A rotação dos motores é ajustada com base nas medições de inclinação e orientação fornecidas pelo sensor MPU6050, através de um sistema de controle em malha fechada. Na versão inicial do protótipo, foram empregadas ventoinhas de computador (coolers) como fontes de empuxo e torque nos eixos mencionados. Embora comumente denominadas ventiladores de corrente contínua (DC fans), essas unidades incorporam motores brushless DC (BLDC) com circuitos de comutação eletrônica incorporados, projetados originalmente para aplicações resfriamento. Apesar de operarem de forma contínua, apresentam resposta dinâmica limitada, o que restringe sua eficácia em sistemas que exigem controle preciso e rápido (PENGFEI MOTOR, 2025). Visando aprimorar o desempenho, os propulsores foram substituídos por motores BLDC controlados externamente por módulos ESC (*Electronic Speed Controller*). A utilização de sinal PWM (*Pulse Width Modulation*) permitiu o ajuste contínuo e preciso da velocidade de rotação das pás. A Figura 2.4 ilustra os diferentes propulsores utilizados ao longo do desenvolvimento do protótipo, enquanto a

Tabela 2.2 apresenta uma comparação técnica entre os modelos selecionados para este projeto.



Figura 2.4: Componentes de atuação utilizados nas versões do protótipo aerodinâmico: em (a), DC fans motor utilizado na primeira versão do protótipo, responsável pela ventilação e resfriamento do computador. Em (b), motor elétrico brushless (BLDC) empregado na versão revisada. Fonte: Autor

Para caracterizar os propulsores e levantar as curvas de empuxo, foi montada uma bancada de ensaio composta por um dos motores, uma placa Arduino Uno, uma fonte de alimentação em corrente contínua de 12 Volts e uma balança digital. A fim de minimizar interferências do fluxo de ar sobre a balança durante as medições, foi confeccionado e utilizado um tronco de cone em papel cartão, atuando como elemento de proteção e direcionamento do escoamento. A Figura 2.4(c) ilustra essa configuração experimental, cujos resultados obtidos nos diferentes testes são apresentados na Tabela 2.3.

Tabela 2.2: Comparação entre Ventilador PC e Motor BLDC com ESC externo.

Característica	Ventilador de PC (cooler)	Motor BLDC com ESC externo
Tipo de motor	BLDC com circuito de comutação embutido.	BLDC com comutação controlada por ESC externo.
Alimentação	Tensão DC direta (5V,12 V ou 24 V)	PWM via ESC alimentado em DC (bateria ou fonte DC)
Controle de velocidade	Por variação de tensão (3 pinos) ou PWM de baixa frequência (4 pinos)	Por sinais PWM de alta frequência enviados ao ESC
Resposta dinâmica	Lenta, projetado para fluxo contínuo de ar	Rápida, adequado para variações bruscas de velocidade e torque
Torque	Baixo, limitado ao giro constante da ventoinha	Alto, dimensionado para tração e controle de movimento.
Aplicação típica	Refrigeração de componentes eletrônicos	Drones, veículos elétricos, protótipos experimentais e aplicações de controle
Flexibilidade de controle	Restrita, não projetado para aplicações de atuação complexas	Alta, permite estratégias avançadas de controle (PID, LQR, espaço de estados)
Vida útil	Longa, operação continua sem exigência de manutenções	Longa, mas exige ESC adequado e maior cuidado térmico
Limitação principal	Não é indicado para resposta dinâmica ou aplicações de controle em tempo real	Maior custo e necessidade de integração com controlador externo

Fonte: Adaptada de *PENGFEI MOTOR*, 2025.

Tabela 2.3: Comparativo técnico entre ventoinhas e motores BLDC utilizados no protótipo.

Parâmetro	Ventoinha (a)	Ventoinha (b)	Motor BLDC (a)	Motor BLDC (b)
Tipo de propulsor	DC Fan (brushless)	DC Fan (brushless)	Motor BLDC + ESC	Motor BLDC + ESC
Controle de rotação	PWM via Arduino	PWM via Arduino	PWM via ESC externo	PWM via ESC externo
Faixa de PWM testada	20 % a 100 %	20 % a 100 %	0 % a 100 %	0 % a 100 %
Número de pontos de medição	9	9	10	10
Repetições por ponto	10	10	-	-
Empuxo máximo (gf)	25	16	260	240
Empuxo máximo (N)	0,245	0,157	2,55	2,35
Comportamento da curva	Linear com regressão	Linear com regressão	Linear ($R^2 > 0,95$)	Linear ($R^2 > 0,95$)
Aplicação no protótipo	Arfagem	Guinada	Arfagem	Guinada
Justificativa de escolha	Maior empuxo	Menor empuxo	Maior empuxo e resposta	Equilíbrio e controle

Fonte: Adaptada Veratti *et al.* (2023).

Os testes realizados demonstraram que os rotores BLDC apresentam desempenho significativamente superior em relação às ventoinhas convencionais produzindo aproximadamente dez vezes mais empuxo bruto. Essa diferença substancial permite

movimentar o dispositivo aerodinâmico com maior eficácia, especialmente em aplicações que exigem força elevada para correções rápidas de orientação (JAKUBOWSKI *et al.*, 2015).

O empuxo gerado por um motor sem escovas depende diretamente da interação entre o próprio motor, o controlador eletrônico de velocidade (ESC) e o rotor e pás acopladas. Essa combinação determina o desempenho final do sistema de propulsão, influenciando diretamente a estabilidade e a capacidade de controle do protótipo (HU *et al.*, 2021). Esses resultados, consolidados na Tabela 2.3, reforçam a escolha técnica dos motores BLDC como elementos fundamentais para a implementação de um gêmeo digital funcional, capaz de representar com fidelidade a dinâmica do sistema físico em tempo real.

2.3 SENSORIAMENTO E AQUISIÇÃO DE DADOS INERCIAIS

O sensoriamento constitui um dos pilares fundamentais para a implementação do gêmeo digital desenvolvido neste trabalho. Por meio dos sensores embarcados no protótipo, é possível obter informações em tempo real sobre o comportamento físico do sistema, viabilizando sua replicação e monitoramento no modelo digital implementado no ambiente MATLAB.

No protótipo proposto, a aquisição das grandezas angulares e lineares que descrevem os movimentos de arfagem e guinada é realizada por meio do módulo inercial MPU-6050. Esse sensor, ilustrado na Figura 2.5, integra em um único encapsulamento um acelerômetro triaxial e um giroscópio triaxial, possibilitando a medição simultânea da aceleração linear e da velocidade angular nos três eixos coordenados (+X, +Y, +Z). Tal característica o torna adequado para sistemas de pequeno porte que exigem baixo custo, alta compactidade e processamento eficiente dos dados inerciais. A taxa de amostragem do MPU-6050 é compatível com as dinâmicas envolvidas no sistema aerodinâmico de dois rotores proposto, e sua calibração pode ser realizada externamente, o que contribui para redução da carga computacional do microcontrolador embarcado.

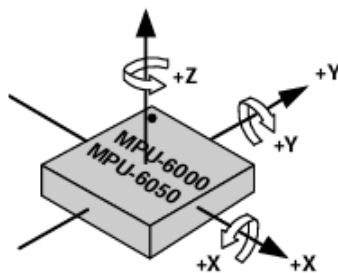


Figura 2.5: Sensor MPU-6050 com representação dos eixos e graus de liberdade. Ilustração dos eixos cartesianos (+X, +Y, +Z) associados aos seis graus de liberdade do sensor inercial MPU-6050, incluindo o acelerômetro e o giroscópio integrados. A Figura destaca a orientação dos eixos utilizados para medir aceleração linear e velocidade angular em aplicações de controle dinâmico e estimativa de atitude. Fonte: Adaptada de InvenSense/TDK (2025). Disponível em <https://invensense.tdk.com>. Acesso em: 05 oct. 2025.

A escolha do MPU6050 foi fundamentada em critérios de compatibilidade, desempenho e viabilidade técnica para aplicações experimentais. Em comparação com sensores como o BNO055, MPU9250 e ADXL345, o MPU6050 apresenta vantagens significativas no contexto de sistemas embarcados de baixo custo. O BNO055, embora ofereça fusão sensorial embarcada por meio de um processador interno, possui custo elevado e maior complexidade de configuração, o que pode ser desvantajoso em ambientes de prototipagem e pesquisa acadêmica (BOSCH, 2016). Já o ADXL345, por ser um acelerômetro puro, não fornece dados angulares completos, limitando a análise de movimentos compostos como arfagem e guinada (ANALOG DEVICES, 2010). Dessa forma, o MPU-6050 se destaca como uma solução técnica eficiente e economicamente viável para o desenvolvimento de gêmeos digitais em sistemas embarcados, contribuindo diretamente para a fidelidade da simulação e a eficácia dos controladores implementados.

2.3.1 Instalação do MPU-6050 no protótipo

O sensor inercial MPU-6050 foi estrategicamente instalado no centro geométrico da viga oscilatória do protótipo (Figura 2.6), com objetivo de captar com elevada precisão as variações angulares do sistema. Essa posição favorece a detecção direta dos movimentos de arfagem e guinada, fundamentais para a reconstrução da orientação espacial do modelo físico. No contexto deste trabalho, o MPU-6050 fornece os dados para a estimativa da postura angular do protótipo, operando dentro dos limites de $\pm 45^\circ$ para o eixo de arfagem e $\pm 180^\circ$ para o de guinada. Essas faixas garantem estabilidade e precisão compatíveis com os requisitos experimentais definidos.

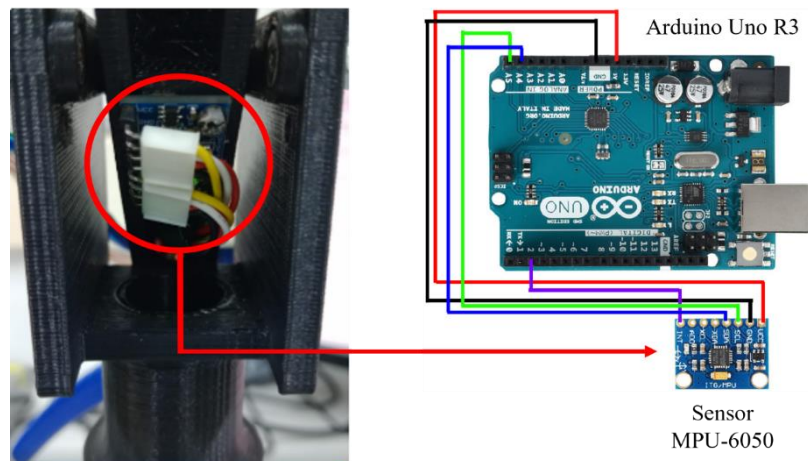


Figura 2.6: Instalação do sensor MPU-6050 no protótipo experimental. Representação das conexões elétricas e da comunicação entre o módulo inercial MPU-6050 e o microcontrolador Arduino Uno R3, utilizando o protocolo I2C. A interface contempla os pinos VCC, GND, DAS e SCL, essenciais para a aquisição em tempo real dos dados de aceleração e velocidade angular. Fonte: Autor

A velocidade angular (ω), medida pelo giroscópio, é integrada ao longo do tempo para calcular os ângulos de orientação. No entanto, esse processo é suscetível ao acúmulo de erro (deriva ou *drift*), o que reforça a necessidade de técnicas de fusão sensorial, que será abordado na próxima seção. A confiabilidade dos dados adquiridos é fundamental para garantir que o modelo digital represente com fidelidade o comportamento físico do sistema. Essa correspondência é indispensável para o funcionamento eficaz de um gêmeo digital em tempo real, capaz de simular e prever a dinâmica do protótipo. A Tabela 2.4 apresenta os pinos utilizados na comunicação entre o sensor MPU-6050 e o microcontrolador Arduino Uno R3, detalhando suas respectivas funções técnicas.

Tabela 2.4: Pinagem e funções técnicas na interface entre o MPU-6050 e Arduino Uno R3.

Pino	Função técnica	Descrição
VCC	Alimentação eléctrica	Fornece tensão de 3.3 V ou 5 V ao módulo MPU-6050.
GND	Terra (Referência eléctrica)	Ponto comum de retorno de corrente; estabiliza o potencial do circuito.
SCL (A5)	Linha de dados (I2C)	Sincroniza a comunicação de dados entre os dispositivos.
SDA (A4)	Linha de clock (I2C)	Transmite e recebe dados entre o MPU-6050 e o Arduino.
INT	Opcional	Interrupções (não obrigatório)

Fonte: Adaptada de InvenSense/TK (2025). Disponível em <https://invensense.tdk.com>. Acesso em: 05 oct. 2025.

A Tabela 2.5 reúne as principais especificações técnicas do MPU-6050, extraídas diretamente do seu manual técnico (*datasheet*) fornecido pelo fabricante *InvenSense*. Esses parâmetros são fundamentais para a correta configuração do sensor no ambiente de desenvolvimento e para a interpretação precisa das grandezas medidas nos três eixos coordenados (OLIVEIRA e GONÇALVES, 2017).

Tabela 2.5: Características básicas do sensor MPU-6050

Parâmetro	Especificação
Modelo e Fabricante	MPU-6050, <i>InvesSense</i>
Tensão de operação	2,3 V a 3,4 V (com níveis lógicos compatíveis com 3,3 V e 5 V)
Consumo de corrente	Aproximadamente 3,9 mA
Comunicação	Protocolo I2C (400kHz) e SPI
Acelerômetro	± 2 g, ± 4 g, ± 8 g e ± 16 g
Giroscópio	± 250 °/s, ± 500 °/s, ± 1000 °/s e ± 2000 °/s,
Resolução do Acelerômetro	16 bits
Resolução do Giroscópio	16 bits
Processamento de Movimento	---
Digital (DMP)	
Temperatura de operação	-40° a +85 °C
Sensibilidade do giroscópio	131LSB/ °/s
Sensibilidade do acelerômetro	16384 LSB/g
Escala completa do giroscópio	250 °/s
Escala completa do acelerômetro	2g

Fonte: Adaptada de InvenSense/TKD (2025). Disponível em <https://invensense.tdk.com>. Acesso em: 05 oct. 2025.

2.3.2 Implementação do Filtro Complementar

O filtro complementar é uma técnica de fusão sensorial amplamente empregada em sistemas embarcados, sobretudo em aplicações de navegação inercial com sensores de baixo custo. Embora não possua um autor único associado à sua origem formal, o conceito ganhou notoriedade a partir da década de 1990 em projetos de robótica e controle de atitude, devido à sua simplicidade de implementação e baixo custo computacional (FRIZON *et al.*, 2016). O método baseia-se na premissa de que sensores distintos apresentam características complementares. O giroscópio oferece elevada precisão em medições de curto prazo, mas sofre com deriva acumulada ao longo do tempo. Por sua vez, o acelerômetro demonstra maior estabilidade em longo prazo, embora seja suscetível a ruídos e vibrações. Essa complementaridade fundamenta a aplicação do filtro complementar, que realiza uma ponderação entre as duas fontes de dados, resultando em uma estimativa mais robusta da orientação angular do sistema.

Conforme Frizon *et al.* (2016), essa técnica revela-se particularmente vantajosa em sistemas de controle embarcado devido à sua robustez em ambientes com ruído moderado, facilidade de ajuste e compatibilidade com microcontroladores de baixa capacidade, como o Arduino Uno R3. Em comparação ao filtro de Kalman, que exige modelagem estatística detalhada e maior poder de processamento, o filtro complementar se destaca como alternativa eficiente em aplicações que demandam baixo custo computacional e rápida implementação. Sua estrutura matemática simplificada favorece a integração com plataformas como o MATLAB, permitindo visualização gráfica e ajuste em tempo real dos parâmetros de controle. Essa característica torna-se especialmente relevante no desenvolvimento de gêmeos digitais, que requerem sincronização contínua entre o comportamento físico e o modelo computacional.

Neste trabalho, o sensor MPU-6050 é responsável pela aquisição dos dados de aceleração e velocidade angular. O acelerômetro contribui com informações estáveis em longo prazo, apesar da sensibilidade a vibrações, enquanto o giroscópio oferece precisão em curto prazo, ainda que sujeito à deriva (CHERNYAK e LECYUK, 2024). O filtro complementar integra essas informações, ponderando os erros respectivos, para estimar com precisão os ângulos de arfagem e, em menor escala, de guinada, mesmo sob interferências mecânicas (LUINGE e VELTINK, 2004). O ângulo filtrado $\theta_f(k)$ no instante k é obtido pela seguinte relação:

$$\theta_f(k) = (1 - \alpha) \cdot [\theta_f(k - 1) + \dot{\theta}_{gyro}(k) \cdot \Delta t] + \alpha \cdot \theta_{acc}(k), \quad (2.1)$$

nas quais:

- $\theta_f(k)$ é o ângulo filtrado no instante k
- $\theta_f(k - 1)$ é o ângulo filtrado no instante anterior;
- $\dot{\theta}_{gyro}(k)$ é a velocidade angular medida pelo giroscópio no instante k
- $\theta_{acc}(k)$ é o ângulo calculado a partir do acelerômetro no instante k
- Δt é o intervalo de amostragem;
- α é o fator de fusão ($0 < \alpha < 1$), que determina o peso relativo das condições do giroscópio e do acelerômetro.

Essa formulação permite compensar a deriva do giroscópio e os ruídos transitórios do acelerômetro, resultando em uma estimativa mais estável e precisa da orientação do sistema. De acordo com Carneiro (2022), o filtro complementar apresenta desempenho satisfatório em

aplicações com sensores como o MPU-6050, sendo especialmente indicado para sistemas com restrições de processamento. A Tabela 2.6 apresenta um comparativo entre os principais métodos de fusão sensorial utilizados em sistemas embarcados, destacando suas características, vantagens e limitações.

Tabela 2.6: Comparação entre métodos de fusão sensorial

Critério	Filtro Complementar	Filtro de Kalman Estendido	Dados Brutos (sem fusão)
Complexidade computacional	Baixa	Alta	Nula
Facilidade de implementação	Alta	Baixa	Alta
Precisão em ambientes ruidosos	Moderada	Alta	Baixa
Requisitos de modelagem	Mínimos	Elevados (modelos estatísticos)	Nenhum
Estabilidade da estimativa	Boa para curto e médio prazo	Excelente em longo prazo	Instável
Adequação ao protótipo	Ideal para microcontroladores simples	Exigente para sistemas de prototipagem	Inadequado para controle em tempo real

Fonte: Adaptada de Carneiro (2022) e Siqueira (2017).

2.3.3 Interface de Comunicação entre o Protótipo Físico, o Ambiente de Processamento e o Modelo Digital

A integração entre o sistema físico e o modelo computacional é uma etapa essencial para o funcionamento de um gêmeo digital. No presente trabalho essa comunicação foi estabelecida por meio de uma interface entre o microcontrolador *Arduino Uno R3*,

responsável pelo sensoriamento e atuação no protótipo físico, e o ambiente MATLAB, onde o modelo digital é processado e visualizado. A conexão entre os dois sistemas foi viabilizada pelo pacote de suporte *MATLAB Support Package for Arduino Hardware*. A interface estabelece a comunicação com o microcontrolador conectado à porta COM3, transmite instruções, adquire dados do sensor e controla os dispositivos integrados ao Arduino diretamente via MATLAB. A troca de informações ocorre por meio da porta serial USB, utilizando a biblioteca padrão *Serial Port*. O sensor MPU-6050 transmite, em intervalos regulares, os dados de orientação angular do protótipo físico (ângulos de arfagem e guinada) ao Arduino via protocolo I2C. Esses dados são então encaminhados ao MATLAB, que os processa para alimentar o modelo digital e, em seguida, envia comandos de controle de volta ao microcontrolador. Esse ciclo bidirecional permite:

- Atualizar o modelo digital com dados reais em tempo real;
- Avaliar a resposta física do sistema aos comandos simulados;
- Ajustar os parâmetros dos controladores com base no comportamento observado.

A Figura 2.7 ilustra a interface de comunicação, evidenciando o fluxo de dados entre o protótipo físico, o ambiente de processamento e o modelo digital.

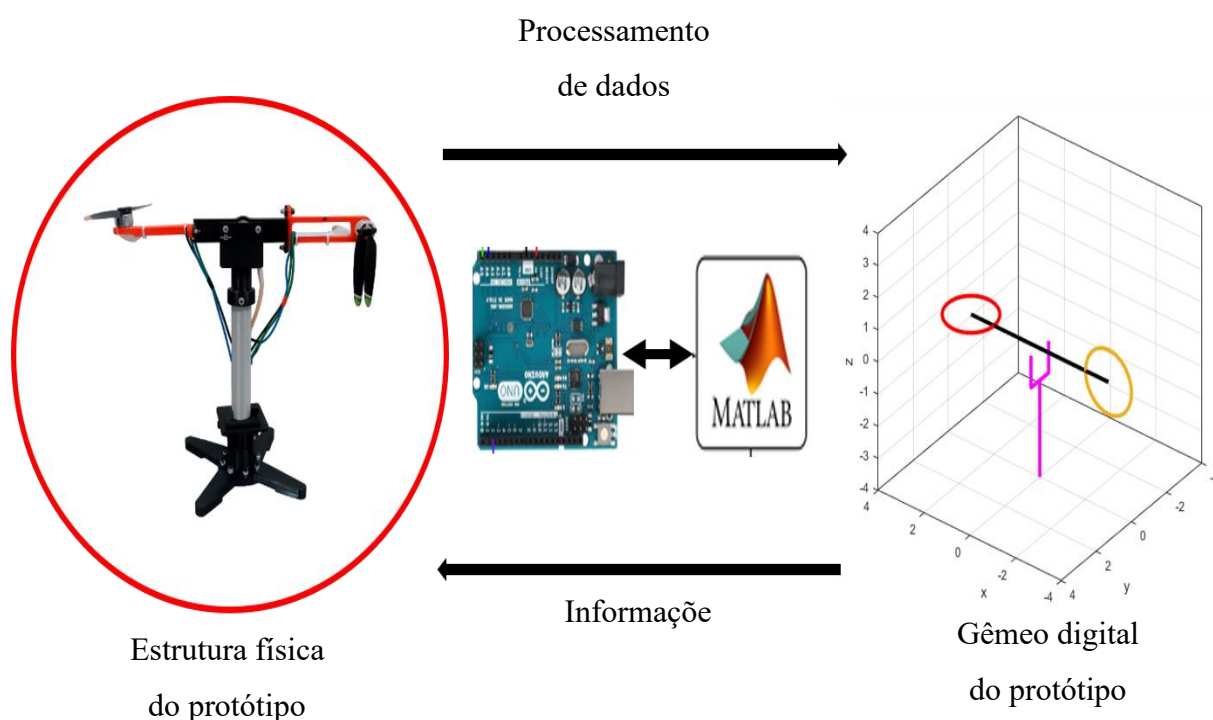


Figura 2.7: Fluxograma da comunicação entre o protótipo físico, o ambiente de processamento e o modelo digital. Ilustração da integração entre o sensor MPU-6050, o microcontrolador Arduino Uno R3 e o ambiente

MATLAB, evidenciando o ciclo de aquisição, processamento e retroalimentação dos dados em tempo real para o funcionamento do gêmeo digital. Fonte: Autor

A integração entre MATLAB e Arduino oferece vantagens significativas para aplicações em sistemas embarcados e gêmeo digitais. O MATLAB permite o desenvolvimento de algoritmos em alto nível, dispensando a necessidade de programação em linguagens como C++, o que simplifica o processo de prototipagem e análise. Além disso, a plataforma suporta diversos protocolos de comunicação, como I2C, SPI e comunicação serial padrão, ampliando sua versatilidade em projetos de controle em tempo real. Segundo Fu, Wang e Yang (2009), enquanto o C++ proporciona execução rápida e recursos avançados de interface, o MATLAB se destaca pelo processamento robusto de dados e pela capacidade de visualização gráfica de alta qualidade, atributos essenciais para o monitoramento e ajuste dinâmico de sistemas físicos simulados.

Tabela 2.7: Características específicas do Arduino Uno R3

Componente	Especificação	Especificação
Placa	Arduino Uno	
Microcontrolador		Microcontrolador ATmega328P, usada para leituras
Tensão de operação	5V	Alimentação principal do microcontrolador
Alimentação	7-12V	Fonte recomendada para alimentação estável
Consumo	de 20 a 50mA	Consumo médio de energia durante a operação
Arquitetura	8bits	Processamento interno do microcontrolador
Velocidade do clock	16MHz	Frequência de operação do microcontrolador
Número de pinos	26	Pinos de entrada e saída digitais e analógicas
I/O		
	I2C	Protocolo de comunicação sensor e o microcontrolador
Comunicação		
Interface com	Porta Serial	Utilizada para comunicação entre Arduino e
MATLAB		MATLAB

Fonte: Autor

2.4 CONCLUSÕES PARCIAIS

O desenvolvimento do protótipo experimental e as melhorias implementadas podem ser consolidados pelos seguintes pontos:

- **Desempenho e Estabilidade:** As otimizações no protótipo reduziram vibrações indesejadas e aumentaram a rigidez estrutural, aprimorando a estabilidade e a confiabilidade do sistema.
- **Precisão na Aquisição de Dados:** A interface de comunicação entre o Arduino Uno R3 e o MATLAB, baseada no protocolo I2C, demonstrou-se robusta, permitindo a aquisição eficiente e em tempo real dos dados de movimento (arfagem e guinada) pelo sensor MPU-6050.
- **O filtro aplicado é eficaz para reduzir ruído em sinais angulares, especialmente na arfagem.**

3. MODELO MATEMÁTICO DO SISTEMA E CONTROLADOR

Neste capítulo, é apresentada a modelagem matemática de um sistema aerodinâmico com dois rotores que será utilizado na implementação do gêmeo digital. O sistema possui dois graus de liberdade: arfagem e guinada. As variáveis escolhidas para descrever o movimento são o ângulo de arfagem (θ) e o ângulo de guinada (ψ). O sistema é considerado montado em dois eixos ortogonais, com a distribuição de massas e a instalação dos atuadores realizadas. Para descrever o comportamento dinâmico, utilizam-se as equações advindas da segunda lei de Newton. Em seguida, determinam-se os parâmetros que caracterizam a dinâmica do sistema. Além disso, é elaborado um projeto de controle que garanta estabilidade, precisão e rápida resposta a interferências externas.

3.1 MODELAGEM DO SISTEMA ATRAVÉS DA SEGUNDA LEI DE NEWTON

A Figura 3.1 apresenta o diagrama de corpo livre do sistema utilizado como base neste estudo. Na sua posição Inicial, o dispositivo está com a haste oscilante na posição horizontal. A haste oscilante tem seu CG abaixo do centro de giro, atuando como pêndulo. F e T indicam, respectivamente, a frente e a traseira do dispositivo. O ângulo de arfagem (θ) indica o movimento no sentido horário em torno de eixo Y, e ângulo de guinada (ψ) indica o movimento no sentido anti-horário em torno de eixo Z. F_p e F_y representam as forças de empuxo aplicadas pelos motores DC de arfagem (*pitch*) e guinada (*yaw*), atuando como atuadores eletromecânicos posicionados nas extremidades da haste oscilante. As duas forças são perpendiculares à haste oscilante, sendo que F_p atua no plano XZ e F_y atua no plano YZ.

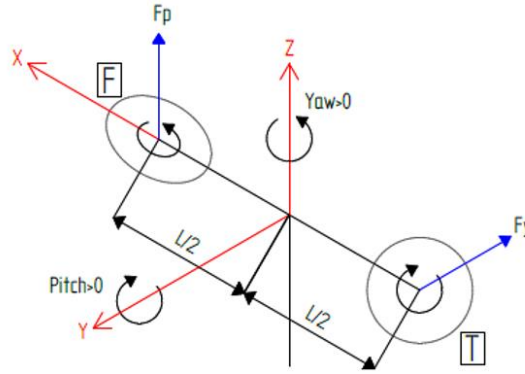


Figura 3.1: Diagrama de corpo livre do sistema com dois graus de liberdade.

O movimento em torno do eixo Y (movimento de arfagem) pode ser descrito pela Equação (3.1), obtida a partir da segunda lei de Newton aplicada à rotação. Assim, a soma dos momentos em torno do eixo Y é expressa por:

$$\sum M_y = J_p \ddot{\theta}, \quad (3.1)$$

nas quais:

- $\sum M_y$ = soma dos momentos atuantes em torno do eixo Y (N·m);
- J_p = momento de inércia polar do corpo em relação ao eixo considerado (kg·m²);
- $\ddot{\theta}$ = aceleração angular em torno do eixo Y (rad/s²).

O movimento em torno do eixo Y (arfagem) é influenciado por diferentes momentos: a ação da força gravitacional (F_g), o torque de amortecimento ($D_p \dot{\theta}$) e os torques externos resultantes das ações primária e secundária dos rotores (τ_p). A soma desses momentos é representada pela Equação (3.2):

$$\tau_p - F_g - D_p \dot{\theta} = J_p \ddot{\theta}, \quad (3.2)$$

onde:

- τ_p = torque externo resultante das ações primária e secundária dos rotores (Nm);
- F_g = momento devido à força gravitacional (Nm);
- $D_p \dot{\theta}$ = torque de amortecimento proporcional à velocidade angular (Nm);

- J_p = momento de inércia polar do corpo em relação ao eixo Y ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$);
- $\ddot{\theta}$ = aceleração angular em torno do eixo Y (rad/s^2).

O torque em torno do eixo Y causado pela força gravitacional pode ser expresso como:

$$F_g = mgl\sin\theta, \quad (3.3)$$

onde m é a massa do corpo, g a aceleração da gravidade e l a distância do centro de massa ao eixo de rotação. Ao considerar a aproximação linear da força restauradora gravitacional convertida em torque (modelo de mola torcional), válida para ângulos pequenos ($\sin\theta \approx \theta$), obtém-se:

$$F_g = mgl\theta. \quad (3.4)$$

A constante de rigidez rotacional, associada ao efeito restaurador da gravidade, pode ser definida como:

$$K_{sp} = mgl. \quad (3.5)$$

Assim, a equação do movimento em torno do eixo Y pode ser escrita na forma final (Equação 3.6):

$$J_p\ddot{\theta} + D_p\dot{\theta} + K_{sp}\theta = \tau_p, \quad (3.6)$$

nas quais:

- J_p = momento de inércia polar em relação ao eixo Y ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$);
- $D_p\dot{\theta}$ = torque de amortecimento proporcional à velocidade angular ($\text{N} \cdot \text{m}$);
- $K_{sp}\theta$ = torque restaurador gravitacional ($\text{N} \cdot \text{m}$);
- τ_p = torque externo aplicado ($\text{N} \cdot \text{m}$);
- θ = ângulo de arfagem (rad).

O movimento em torno do eixo Z (guinada) pode ser descrito pela Equação (3.7), fundamentada na segunda lei de Newton aplicada à rotação. Assim, a soma dos momentos em torno do eixo Z é dada por:

$$\sum M_z = J_y \ddot{\psi}, \quad (3.7)$$

nas quais:

- $\sum M_z$ = soma dos momentos atuantes em torno do eixo Z (Nm);
- J_y = momento de inércia em relação ao eixo Y ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$);
- $\ddot{\psi}$ = aceleração angular em torno do eixo Y (rad/s^2).

Os momentos envolvidos consistem no torque resistivo ou amortecimento proporcional à velocidade angular, expresso como ($D_y \dot{\psi}$), além dos torques externos resultantes das ações primárias e secundárias dos rotores (τ_y). A soma desses termos resulta na Equação (3.8):

$$J_y \ddot{\psi} + D_y \dot{\psi} = \tau_y, \quad (3.8)$$

nas quais:

- $D_y \dot{\psi}$ = torque de amortecimento proporcional à velocidade angular (Nm);
- τ_y = torque externo aplicado em torno do eixo Z (Nm).

O conjunto de equações diferenciais dinâmicas linearizadas que descreve a dinâmica do sistema é então dado por:

$$\begin{aligned} J_p \ddot{\theta} + D_p \dot{\theta} + K_{sp} \theta &= \tau_p \\ J_y \ddot{\psi} + D_y \dot{\psi} &= \tau_y, \end{aligned} \quad (3.9)$$

nas quais:

- θ : ângulo de arfagem (rad);
- ψ : ângulo de guinada (rad);
- J_p : momento de inércia polar em relação ao eixo Y ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$);
- $D_p \dot{\theta}$: torque de amortecimento em arfagem (Nm);
- $K_{sp} \theta$: torque restaurador gravitacional (Nm);
- τ_p : torque externo aplicado em arfagem (Nm).

Vale destacar que, no eixo Z, não existe um termo de rigidez, como ocorre na arfagem. As expressões para os torques podem ser escritas como:

$$\begin{aligned}\tau_p &= W_{pp} + W_{py}, \\ \tau_y &= W_{yy} + W_{yp},\end{aligned}\tag{3.10}$$

nas quais:

- W_{pp} é o torque de empuxo de arfagem;
- W_{yy} é o torque de empuxo de guinada;
- W_{py} é o torque de empuxo que o torque de arfagem causa no eixo guinada;
- W_{yp} é o torque de empuxo que o torque de guinada causa no eixo arfagem.

O torque de empuxo de arfagem é dado pela força de empuxo F_p aplicada com braço r_p :

$$W_{pp} = F_p r_p,\tag{3.11}$$

de forma semelhante, o torque de empuxo de guinada é dado pela força de empuxo F_y aplicada com braço r_y :

$$W_{yy} = F_y r_y,\tag{3.12}$$

3.2 MODELO EM ESPAÇO DE ESTADOS

Esta seção apresenta o desenvolvimento de um modelo em espaço de estados a partir das equações dinâmicas de segunda ordem obtidas na seção anterior. Essa abordagem possibilita a criação de um modelo computacional no MATLAB. Para representar essa dinâmica em espaço de estados, definem-se as variáveis de estado de cada equação obtida. Para representar o movimento de arfagem, utiliza-se a equação diferencial (3.6). Ao definir as variáveis de estado como $x_1 = \theta$ e $x_2 = \dot{\theta}$, obtém-se o seguinte modelo em espaço de estados:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= \frac{1}{J_p}(\tau_p - D_p x_2 - K_{sp} x_1).\end{aligned}\quad (3.13)$$

As equações (3.13) podem ser organizadas na forma matricial:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu} \quad \mathbf{y} = \mathbf{Cx} + \mathbf{Du} \quad \vec{u} = \begin{bmatrix} \tau_p \\ \tau_y \end{bmatrix}, \quad (3.14)$$

Adota-se a seguinte convenção: vetores são representados por letras minúsculas (x , u , y), matrizes por letras maiúsculas em negrito (**A**, **B**, **C**, **D**) e escalares por letras em itálico (τ_p , τ_y).

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{K_{sp}}{J_p} & -\frac{D_p}{J_p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J_p} \end{bmatrix} \tau_p. \quad (3.15)$$

Seguindo o movimento de guinada, utiliza-se a equação diferencial (3.8). Ao definir as variáveis de estado como $x_3 = \psi$ e $x_4 = \dot{\psi}$, obtém-se o modelo em espaço de estados:

$$\begin{aligned}\dot{x}_3 &= x_4, \\ \dot{x}_4 &= \frac{1}{J_y}(\tau_y - D_y x_4).\end{aligned}\quad (3.16)$$

As equações (3.16) podem ser organizadas na forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{D_y}{J_y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J_y} \end{bmatrix} \tau_y. \quad (3.17)$$

Por fim, as representações podem ser integradas em uma estrutura única para o sistema completo, a partir das equações de estado (3.13) e (3.16). O modelo em espaço de estados do sistema combinado é dado por:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{Ax} + \mathbf{Bu}, \quad \mathbf{y} = \mathbf{Cx} + \mathbf{Du}, \quad (3.18)$$

com:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -K_{sp}/J_p & -D_p/J_p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -D_y/J_y \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{J_p} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{J_y} \end{bmatrix}, \quad (3.19)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.20)$$

nas quais:

- $\mathbf{x}$: vetor de estado do sistema;
- $\mathbf{A}$: matriz de transição (dinâmica) de estado construída a partir dos coeficientes das equações de estado;
- $\mathbf{B}$: matriz de entrada do sistema;
- $\mathbf{C}$: matriz identidade;
- $\mathbf{D}$: matriz nula, as entradas não afetam diretamente as variáveis de saída;
- $\mathbf{u}$: o vetor de entrada;
- $\mathbf{y}$: o sinal de saída.

O modelo em espaço de estados desenvolvido nesta seção está diretamente ligado à descrição da dinâmica do protótipo. Com este modelo, torna-se possível implementar algoritmos de controle e simular a resposta dinâmica do sistema em diferentes condições operacionais. Assim, o modelo constitui a base para a integração entre os dados de sensoramento, a aplicação de torque pelos atuadores e a validação das respostas no ambiente virtual, consolidando a estratégia de controle e a validação do desempenho estrutural e dinâmico do sistema.

3.3 PROJETO DO CONTROLADOR

Nesta seção, apresenta-se o projeto do controlador para o sistema utilizado neste estudo. A escolha dos controladores não se limita à sua definição teórica, já discutida na revisão bibliográfica, mas está diretamente relacionada à análise prática do desempenho do modelo dinâmico desenvolvido. Dois controladores são abordados: o controlador PID, pela sua simplicidade de implementação e ampla utilização em sistemas de engenharia, e o

controlador em espaço de estados, que permite explorar de forma mais completa as variáveis do sistema e avaliar sua estabilidade. A comparação entre ambos possibilita verificar qual abordagem apresenta melhor desempenho para o sistema em estudo, constituindo parte essencial da contribuição deste trabalho.

3.3.1 Controlador PID

O projeto dos controladores PID adota uma estratégia de controle desacoplada entre os eixos do sistema. Foram implementados dois controladores independentes: um dedicado ao movimento de arfagem (θ) e outro ao movimento de guinada (ψ). Essa abordagem simplifica a estrutura do modelo de controle e permite ajustes específicos para cada grau de liberdade, otimizando o desempenho do sistema. A divisão dos controladores permite um ajuste mais preciso dos parâmetros de cada malha, levando em conta as características dinâmicas de cada eixo. Dessa forma, o monitoramento e a operação do gêmeo digital são compatíveis com as exigências de estabilidade, tempo de resposta e robustez, garantindo uma maior precisão na simulação do comportamento físico do protótipo aerodinâmico. A figura 3.2 ilustra o sistema de controle do eixo de arfagem.

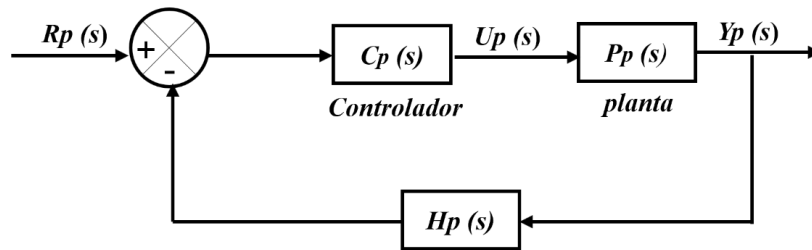


Figura 3.2: Sistema de controle automático do eixo de arfagem Fonte: Veratti *et al.* (2023)

A função de transferência da planta no eixo de arfagem é dada por:

$$P_p(s) = \frac{W_{pp}}{J_p s^2 + D_p s + K_{sp}}. \quad (3.21)$$

A função de transferência do controlador, por sua vez, será aproximada da seguinte forma:

$$C_p(s) = K_p, \quad (3.22)$$

na qual K_p corresponde ao ganho proporcional do controlador do eixo arfagem. Tendo isso em vista, deseja-se obter a função de transferência de malha fechada do sistema. Dessa forma, é possível simplificar o diagrama de blocos, como representado na Figura 3.3, a função $G_p(s)$ obtida multiplicando as funções de transferência do controlador, $C_p(s)$, e da planta, $P_p(s)$, e a função de transferência de malha fechada é:

$$G_p(s) = \frac{K_p W_{pp}}{J_p s^2 + D_p s + K_{sp}}. \quad (3.23)$$

Sendo assim, torna-se possível obter a função de transferência de malha fechada do sistema na forma:

$$\frac{Y_p(s)}{R_p(s)} = \frac{\frac{K_p W_{pp}}{J_p}}{s^2 + \frac{D_p}{J_p} s + \frac{K_{sp} + K_p W_{pp}}{J_p}}. \quad (3.24)$$

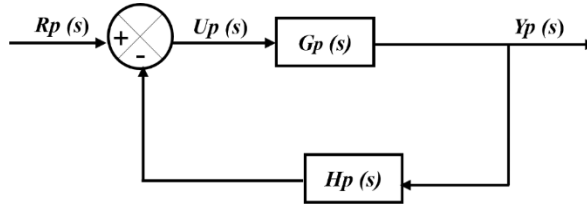


Figura 3.3: Diagrama de blocos simplificado do sistema de controle do eixo arfagem Fonte: Veratti *et al.* (2023).

A função de transferência padrão de um sistema de segunda ordem é dada na forma:

$$T(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}, \quad (3.25)$$

na qual ω_n e ζ representam, respectivamente, a frequência natural e a razão de amortecimento. A função de transferência expressa pela Equação (3.25) pode ser comparada com a função de transferência de malha fechada da Equação (3.26). Isso possibilita estabelecer a seguinte relação:

$$\omega_n^2 = \frac{K_{sp} + K_p W_{pp}}{J_p}. \quad (3.26)$$

É importante destacar que, para alcançar essa relação, o termo independente no denominador da equação (3.24) deve ser igual ao termo no numerador. Para corrigir esse erro, calcula-se o ganho DC, que é apresentado da seguinte forma:

$$DC = \frac{\frac{K_p W_{pp}}{J_p}}{\frac{K_{sp} + K_p W_{pp}}{J_p}}. \quad (3.27)$$

dessa forma, o ganho proporcional corrigido do controlador pode ser obtido na forma:

$$K_{p_p} = \frac{K_p}{DC}. \quad (3.28)$$

Na sequência, definem-se os critérios de desempenho para o controlador do eixo de arfagem. Para isso, utilizam-se como referência os critérios obtidos a partir da resposta ao degrau unitário da planta (sem controlador). Busca-se adotar valores realistas para os critérios de desempenho desejados no sistema controlado. Os critérios escolhidos são: máxima ultrapassagem (M_p) e instante de pico (t_p). Valores elevados de M_p indicam baixo amortecimento e maior tendência a oscilações, enquanto valores reduzidos refletem maior dissipação de energia e um comportamento dinâmico mais estável. Assim, o coeficiente de amortecimento zeta ζ pode ser determinado a partir da máxima ultrapassagem, conforme a relação matemática apresentada a seguir.

$$\zeta = -\ln\left(\frac{M_p}{100}\right) \frac{1}{\sqrt{\ln\left(\frac{M_p}{100}\right)^2 + \pi^2}} \quad (3.29)$$

a frequência natural ω_n pode ser obtida em função de coeficiente de amortecimento ζ e de instante de tempo t_p , da seguinte forma:

$$\omega_n = \frac{\pi}{t_p \sqrt{1 - \zeta^2}}. \quad (3.30)$$

O sistema de controle automático do eixo de guinada encontra-se representado na Figura 3.4. A planta correspondente apresenta a sua função de transferência conforme especificado a seguir.

$$P_y(s) = \frac{W_{yy}}{J_y s^2 + D_y s}. \quad (3.31)$$

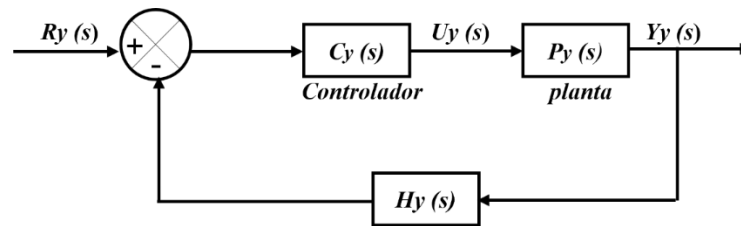


Figura 3.4: Sistema de controle automático do eixo da guinada Fonte: Veratti *et al.* (2023)

a função de transferência do controlador será aproximada da seguinte maneira:

$$C_y(s) = K_{py}. \quad (3.32)$$

O K_{py} representa o ganho proporcional do controlador do eixo de guinada. Com isso em mente, busca-se determinar a função de transferência de malha fechada do sistema mostrado na Figura 3.4. Assim, o diagrama de blocos pode ser simplificado, conforme ilustrado na Figura 3.5.

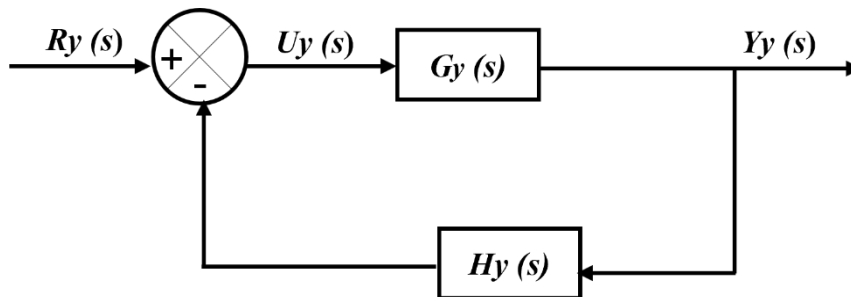


Figura 3.5: Diagrama de blocos simplificado do sistema de controle do eixo guinada Fonte: Veratti *et al.* (2023)

A função $G_y(s)$ representada na Figura 3.5 é obtida multiplicando as funções de transferência do controlador, $C_y(s)$, e da planta, $P_y(s)$, e é dada na forma:

$$G_y(s) = \frac{K_p W_{yy}}{J_y s^2 + D_y s}, \quad (3.33)$$

sendo assim, torna-se possível obter a função de transferência de malha fechada do sistema na forma:

$$\frac{Y_y(s)}{R_y(s)} = \frac{\frac{K_{py} W_{yy}}{J_y}}{s^2 + \frac{D_y}{J_y} s + \frac{K_{py} W_{yy}}{J_y}}. \quad (3.34)$$

A função de transferência representada pela Equação (3.26) pode, então, ser comparada com a função de transferência de malha fechada representada pela Equação (3.35). Isso permite obter a seguinte relação:

$$\omega_n^2 = \frac{K_{py} W_{yy}}{J_y}. \quad (3.35)$$

3.3.2 Controlador no Espaço de Estados

Nesta subseção, o projeto do controlador é realizado considerando o acoplamento dinâmico entre os eixos. Assim, é desenvolvido apenas um controlador de posição para o sistema. Inicialmente, os polos desejados são determinados com base nos critérios de desempenho desejados. Com esses critérios, calcula-se o coeficiente de amortecimento ζ e a frequência natural ω_n usando as Equações (3.29) e (3.30). Com os valores de ζ e ω_n , obtém-se a equação de um sistema padrão de segunda ordem, apresentada na forma:

$$s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = 0, \quad (3.36)$$

na sequência, apresentam-se as raízes da Equação (3.36), as quais correspondem aos polos desejados para o sistema. Para este projeto, os valores obtidos para os polos desejados foram:

$$\begin{aligned}
p_1 &= -0,5756 - j0,3927; \\
p_2 &= -0,5756 + j0,3927; \\
p_3 &= -1,0730 - j2,0944; \\
p_4 &= -1,0730 - j2,0944.
\end{aligned}
\tag{3.37}$$

Assim, procede-se à determinação da matriz de ganhos $\mathbf{K}$ por meio da alocação de polos. O diagrama de blocos do sistema de malha fechada para o projeto de controle em espaço de estado está ilustrado na Figura 3.6.

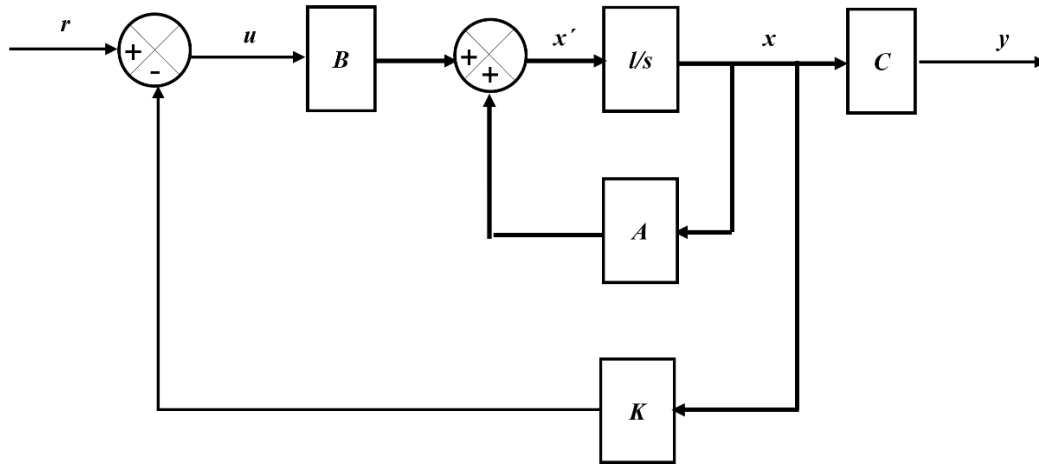


Figura 3.6: Diagrama de blocos do sistema de controle de malha fechada. Fonte: Veratti *et al.* (2023)

O sistema é usualmente representado em forma matricial, conforme apresentado nas Equações (3.19) e (3.20), na seção 3.2. Em seguida, torna-se necessário verificar a controlabilidade do sistema em questão. Para essa finalidade, calcula-se a matriz de controlabilidade, definida da seguinte forma:

$$\mathbf{M} = [\mathbf{B} \quad \mathbf{AB} \quad \mathbf{A}^2\mathbf{B} \quad \mathbf{A}^{n-1}\mathbf{B}]. \tag{3.38}$$

Essa abordagem matricial é crucial para o sensoriamento, a atuação e o controle implementados no gêmeo digital do sistema aerodinâmico, pois assegura a identificação precisa dos parâmetros dinâmicos e possibilita a aplicação de técnicas avançadas de alocação de polos.

Neste projeto, considerando que o posto da matriz $\mathbf{M}$ é igual a 4, verifica-se que o sistema é controlável, pois a matriz de controlabilidade apresenta posto completo em relação à ordem do sistema. Adicionalmente, torna-se imprescindível avaliar a observabilidade do

sistema, o que é realizado por meio da definição da matriz de observabilidade, conforme segue:

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}. \quad (3.39)$$

Considerando que o posto da matriz $\mathbf{M}$ é igual a 4, conclui-se que o sistema é observável, viabilizando, assim, a determinação da matriz de ganho $\mathbf{K}$. esta matriz é obtida com o auxílio do software MATLAB, por intermédio de técnicas de alocação de polos, sendo expressa da seguinte forma:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 21.2452 & -0.0022 & 1.7472 & -0.0004 \\ 0.0822 & 12.8584 & 0.0058 & 6.1446 \end{bmatrix}. \quad (3.40)$$

A matriz de ganho $\mathbf{K}$ foi ajustada para garantir que o polo do sistema esteja posicionados em regiões estável e de resposta rápida. A realimentação de estado permite, portanto, controlar diretamente as variáveis $x = [\theta, \dot{\theta}, \psi, \dot{\psi}]$, alinhando-se com conceito de gêmeo digital, ao manter consistência entre o modelo simulado e o comportamento físico.

3.4 CONCLUSÕES PARCIAIS

O eixo de arfagem, modelado por uma equação diferencial de segunda ordem com rigidez e amortecimento, apresenta resposta oscilatória. Já o eixo de guinada, descrito por uma equação de primeira ordem devido à ausência de rigidez, exibe movimento rotacional com velocidade angular aproximadamente constante.

4. RESPOSTA DINÂMICA

Neste capítulo apresenta-se o procedimento de obtenção dos parâmetros do sistema. Após isto, apresenta-se a resposta dinâmica do modelo matemático e do protótipo físico. Além disto, apresenta-se também uma análise crítica dos resultados obtidos com o sistema aerodinâmico controlado por PID, comparando o desempenho teórico e experimental. A validação do gêmeo digital é abordada com base na correspondência entre os dados simulados e os observados no protótipo físico.

4.1 DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS FÍSICOS E DINÂMICOS DO SISTEMA

A determinação precisa dos parâmetros físicos e dinâmicos, como momentos de inércia, frequência natural e coeficientes de amortecimento, é um pilar fundamental para a construção de um gêmeo digital robusto de sistemas aerodinâmicos. Esses parâmetros não apenas definem a resposta intrínseca do sistema às perturbações, mas também são cruciais para o sensoriamento eficaz, pois indicam as grandezas que devem ser monitoradas com fidelidade para alimentar o modelo virtual.

4.1.1 Frequência natural

Considerando o sistema livre, e lembrando que a haste oscilante age como um pêndulo, o eixo em arfagem pode ser representado pela equação de segunda ordem padrão:

$$\ddot{\theta} + 2\zeta\omega_n\dot{\theta} + \omega_n^2\theta = 0. \quad (4.1)$$

Ao igualar as equações (3.6) e (4.1), pode-se concluir que:

$$\omega_n^2 = \frac{mgl}{J_p}. \quad (4.2)$$

Comparando a equação (3.6) e equação (4.1), pode-se concluir que $\omega_n^2 = \frac{K_{sp}}{J_p}$. Assim:

$$K_{sp} = mgl. \quad (4.3)$$

4.1.2 Coeficiente de Amortecimento

O coeficiente de amortecimento ζ , associado ao movimento de arfagem (*pitch*), pode ser obtido a partir da comparação entre as Equações (3.6) e (4.1). Dessa relação, conclui-se que: $D_p = 2\zeta\omega_n J_p$.

nas quais:

- D_p = coeficiente de amortecimento em arfagem;
- ζ = fator de amortecimento adimensional;
- ω_n = frequência natural do sistema (rad/s);
- J_p = momento de inercia em arfagem (kg.m²).

Assim, o fator de amortecimento pode ser expresso por:

$$\zeta = \frac{D_p}{2\omega_n J_p}. \quad (4.4)$$

Para a determinação prática desse fator, analisou-se o movimento do dispositivo nos eixos de *pitch* e *yaw* de forma independente, utilizando os dados fornecidos pelo sensor inercial (IMU). Embora o IMU não realize a medição direta do deslocamento angular, seus sinais de aceleração linear e velocidade angular permitem estimar o ângulo de *pitch* por meio de processamento adequado dos sinais.

A Figura 4.1 apresenta a resposta temporal do ângulo de *pitch* após uma excitação inicial do sistema. Observa-se um comportamento oscilatório amortecido, característico de sistemas dinâmicos de segunda ordem, o que justifica a aplicação do método do decremento logarítmico para a identificação do fator de amortecimento. O decremento logarítmico (δ) é definido pela razão entre dois picos consecutivos x_1 e x_2 da resposta temporal, conforme:

$$\delta = \ln \left(\frac{x_1}{x_2} \right), \quad (4.5)$$

nas quais:

- x_1 = amplitude do primeiro pico da resposta;
- x_2 = amplitude do segundo pico consecutivo da resposta.

A partir desse valor, o fator de amortecimento ζ pode ser obtido pela Equação:

$$\zeta = \frac{\delta}{\sqrt{4\pi^2 - \delta^2}} \quad (4.6)$$

Assim, substituindo o coeficiente de amortecimento na Equação (4.4), é possível encontrar D_p .

No contexto deste trabalho, o eixo de guinada (*yaw*) foi previamente travado, isolando o grau de liberdade desejado. Em seguida, aplicou-se uma condição inicial ao sistema, e a resposta foi registrada pelo sensor inercial MPU-6050, permitindo a aplicação do método descritivo.

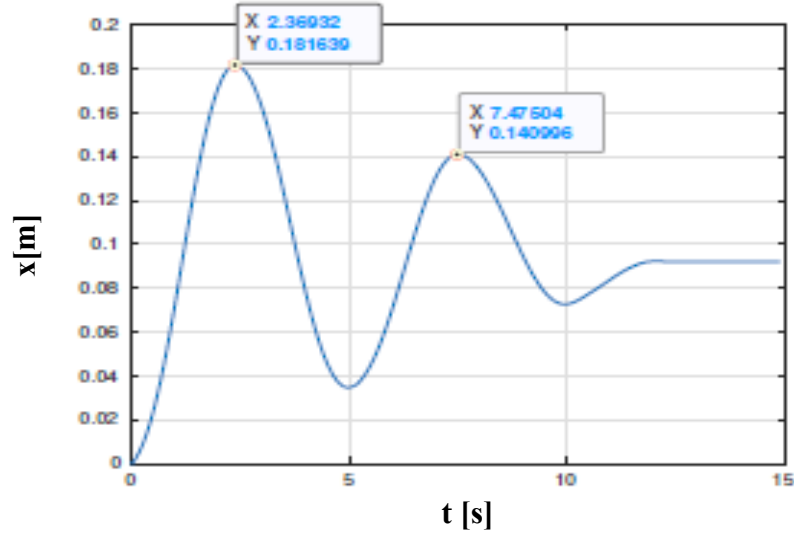


Figura 4.1: Resposta temporal para o movimento de arfagem obtida experimentalmente. Fonte: Veratti *et al.* (2023)

Para o eixo de guinada, o procedimento para encontrar o coeficiente de amortecimento pode depender da constante de tempo (τ) da resposta de primeira ordem do sistema. Para encontrar a constante de tempo a partir da resposta ao degrau (ou impulso), identifica-se o instante em que a resposta atinge aproximadamente 63,2% do seu valor final conforme estabelecido na literatura fundamental de controle (Ogata, 2010). Isso ocorre porque, por definição, a constante de tempo τ é o tempo necessário para que a resposta de um sistema de primeira ordem atinja $1 - e^{-1} \approx 63,2\%$ do valor total da mudança em regime permanente. Então:

$$\tau = t_1 - t_0 \quad (4.7)$$

O coeficiente de amortecimento relacionado a guinada é, por fim, definido como:

$$D_y = \frac{J_y}{\tau}. \quad (4.8)$$

Para o eixo guinada, travou-se o movimento em arfagem. A Figura 4.2 mostra a resposta para guinada.

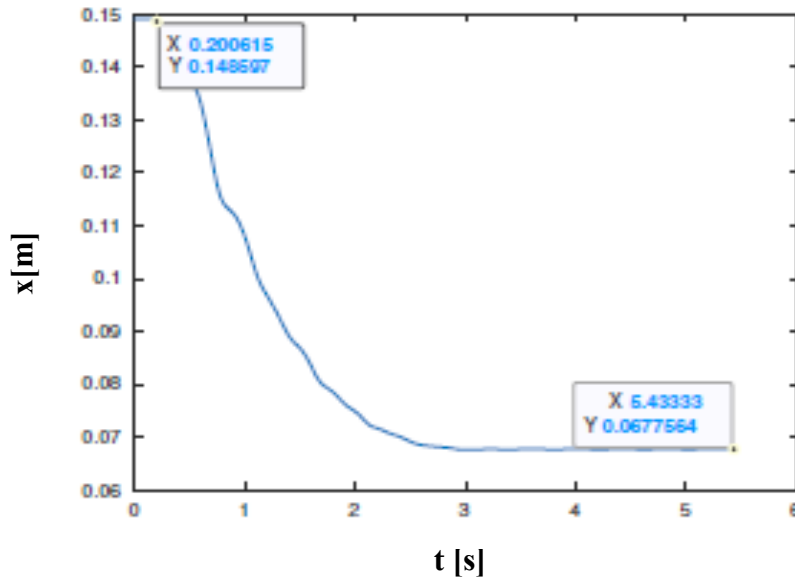


Figura 4.2: Resposta para guinada encontrada no movimento arfagem experimentalmente. Fonte: Veratti *et al.* (2023)

4.1.3 Determinação do coeficiente de torque

Os coeficientes de torque encontrados são descritos pela letra W com o subscrito indicando qual a influência deste coeficiente no movimento, um detalhe é que a unidade de medida deste valor é o Newton-metro (Nm). Segue abaixo uma legenda para os coeficientes:

- W_{pp} : Influência do rotor arfagem em arfagem;
- W_{yy} : Influência do rotor guinado em guinado;
- W_{py} : Influência do rotor arfagem em guinado;
- W_{yp} : Influência do rotor guinado em arfagem.

Os coeficientes de torque W_{pp} e W_{yy} , foram determinados experimentalmente a partir da medição da força de empuxo gerada pelos motores brushless. Os valores obtidos em

gramas-força (gf) e convertidos para Newtons (N) utilizando o fator de conversão $9.807 \times \frac{10^{-3}\text{N}}{\text{g}}$. Os torques correspondentes foram calculados pela multiplicação da força convertida pelo braço de alavanca $L/2$, considerando a distância entre o centro de rotação e o ponto de aplicação da força. Os resultados obtidos para W_{pp} e W_{yy} estão apresentados na Tabela 4.1.

Para determinar o coeficiente de torque W_{py} , bloqueia-se a rotação em torno do eixo Z (guinada) e ativa-se apenas o rotor localizado na parte traseira do dispositivo, analisando-se o movimento θ (arfagem). Com esse procedimento, podemos reescrever a equação (3.6) da seguinte forma:

$$J_p \ddot{\theta} + D_p \dot{\theta} = W_{py} PWM_y. \quad (4.9)$$

Colocando W_{py} em evidência e colocando em termos de velocidade angular do *pitch* $\omega_p = \dot{\theta}$, temos a seguinte equação:

$$W_{py} = \frac{J_p \frac{\Delta \omega_p}{\Delta t} + D_p \omega_p}{PWM_y} \quad (4.10)$$

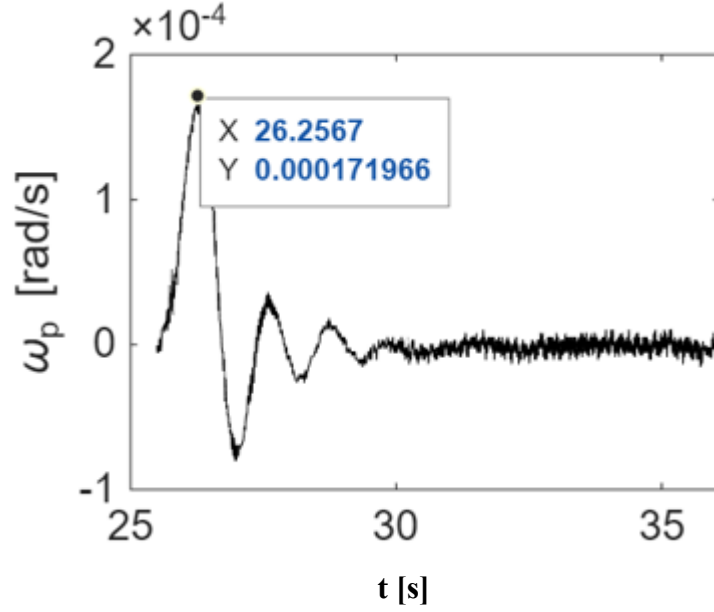


Figura 4.3: Resposta de arfagem ao ligar somente guinada para encontrar o valor de W_{py} . Fonte: Veratti *et al.* (2023)

A Figura 4.3 mostra as respostas de arfagem (θ) e θ/s ao realizar o procedimento indicado acima para encontrar W_{py} . A partir da figura 4.3, é possível encontrar a velocidade máxima ω_p , o intervalo de tempo Δt em que a velocidade deixa de ser igual à zero até a velocidade máxima. Com isso, podemos encontrar $W_{py} = 1.0628 \times 10^{-9}$.

Para encontrar o coeficiente W_{yp} é utilizado um procedimento semelhante ao do W_{py} , porém, agora a rotação em torno de Y é travada (arfagem), é ligado apenas o rotor posicionado na frente do dispositivo e analisado o movimento da guinada (ψ). Ao fazer este procedimento, podemos reescrever a equação (3.8) da seguinte maneira:

$$J_y \ddot{\psi} + D_y \dot{\psi} = W_{yp} \text{PWM}_p \quad (4.11)$$

Deixando W_{yp} em evidência e colocando em termos de velocidade angular do yaw $\omega_y = \dot{\psi}$, temos a seguinte equação:

$$W_{yp} = \frac{J_y \frac{\Delta \omega_y}{\Delta t} + D_y \omega_y}{\text{PWM}_p} \quad (4.12)$$

A Figura 4.4 apresenta as respostas ψ e $\dot{\psi}$ obtidas ao realizar o procedimento indicado para determinar o valor de W_{yp} . A partir da Figura 4.4, que mostra a resposta da guinada obtida experimentalmente ao acionar somente o motor de arfagem, é possível identificar a velocidade máxima ω_y e o intervalo de tempo Δt , correspondente ao período em que a velocidade deixa de ser igual à zero até atingir o valor máxima. Com isso, podemos encontra-se o valor de $W_{yp} = -8.8581 \times 10^{-7}$.

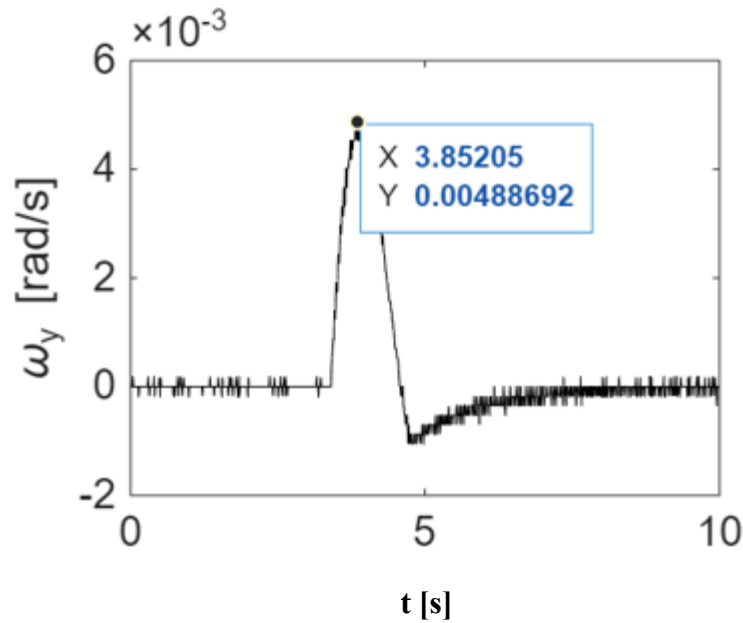


Figura 4.4: Resposta da guinada ao ligar somente arfagem para encontrar o valor de W_{yp} Fonte Veratti *et al.* (2023)

Por fim, a Tabela 4.1 foi elaborada para apresentar a lista dos valores dos parâmetros mais relevantes determinados analiticamente e experimentalmente neste estudo, os quais foram empregados nas simulações computacionais e nas análises de resposta dinâmica.

Tabela 4.1: Parâmetros físicos e dinâmicos dos sistemas.

Parâmetros	Símbolos	Valor	Unidade
Momento de inercia de arfagem	J_p	$3,69676257 \times 10^{-3}$	Kg.m^2
Momento de inercia de guinada	J_y	$5,49399714 \times 10^{-3}$	Kg.m^2
Coefficiente de amortecimento de arfagem	D_p	$4,6861 \times 10^{-4}$	Ns/m
Coefficiente de amortecimento de guinada	D_y	$3,69676257 \times 10^{-3}$	Ns/m
Massa	m	$5,3211 \times 10^{-1}$	kg
Aceleração de gravidade	g	9,81	m/s^2
Comprimento	l	3×10^{-3}	m
Constante de rigidez arfagem	K_{sp}	mg/l	Nm
Influência do rotor de arfagem em arfagem	W_{pp}	$57,335508 \times 10^{-4}$	Nm
Influência do rotor de guinada em guinada	W_{yy}	$55,181351 \times 10^{-4}$	Nm
Influência do rotor de arfagem em guinada	W_{py}	$1,0628 \times 10^{-9}$	Nm
Influência do rotor de guinada em arfagem	W_{yp}	$-8,8581 \times 10^{-7}$	Nm

Fonte: Autor

4.2 RESPOSTA DINÂMICA DO MODELO MATEMÁTICO

Esta seção apresenta os resultados numéricos obtidos para o modelo matemático desenvolvida. Os parâmetros utilizados foram determinados por meio de análise analíticas e experimentais, conforme detalhado na Tabela 4.1. Todas as simulações foram realizadas considerando condições iniciais nulas para variáveis de estado. As equações de estados foram implementadas em MATLAB e a solução foi obtida com uso de um método Runge-Kutta de quarta ordem, através da função *ode45*.

A Figura 4.5(a) mostra a progressão da posição angular em arfagem (θ), demonstrando um comportamento oscilatório típica de sistemas rotacionais do tipo massa-mola-amortecedor. Esse comportamento é caracterizado por oscilações de amplitude decrescente, provocadas pela presença de amortecimento viscoso no sistema. A resposta apresentada indica que o sistema opera em regime subamortecido, apresentando um decaimento exponencial progressivo das oscilações. A Figura 4.5(b) exibe a velocidade angular ($\dot{\theta}$), a qual oscila entre valores positivos e negativos, com uma amplitude que se reduz de forma progressiva. Esses achados confirmam que o sistema em arfagem apresenta uma dinâmica vibratória amortecida,

validando os parâmetros físicos utilizados na modelagem computacional, conforme mostrado na Tabela 4.1.

A Figura 4.5(c) ilustra a resposta da posição angular em guinada (ψ), evidenciando um crescimento constante e linear com o passar do tempo. Esse comportamento é típico de um sistema não oscilante, que sinaliza a ausência de rigidez rotacional. Pois não existe uma força restauradora que limite o movimento.

A Figura 4.5(d) observa-se que a velocidade angular em guinada $\dot{\psi}(t)$ atinge rapidamente um regime permanente, de aproximadamente 1.05 rad/s. Isso indica que a resistência viscosa oferecida por D_y é suficiente para conter a aceleração, resultando em regime estacionário para entradas constantes. A ausência de oscilações confirma o comportamento típico de um sistema sem força restauradora atuando no eixo de guinada.

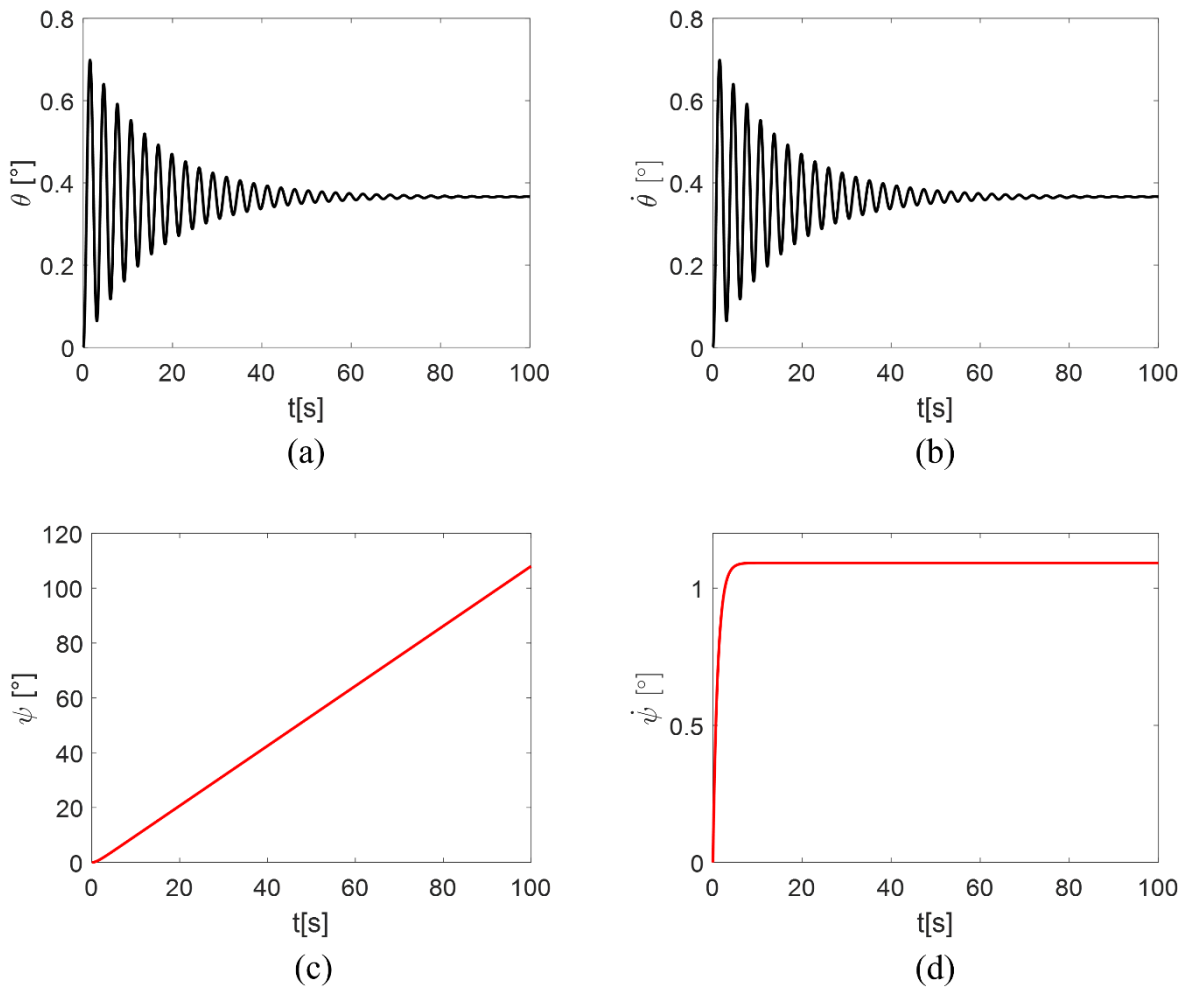


Figura 4.5: Resposta dinâmica do sistema no eixo de arfagem e guinada. Figura 4.5(a) Posição angular $\theta(t)$ apresentando comportamento oscilatório típico de sistema massa-mola-amortecedor em regime subamortecido, com decaimento exponencial das oscilações. Figura 4.5(b) Velocidade angular $\dot{\theta}(t)$ oscilando entre valores positivos e negativos, com amplitude progressivamente reduzida. Figura 4.5(c) Posição angular $\psi(t)$ com crescimento linear ao longo do tempo, indicando ausência rotacional. Figura 4.5(d) Velocidade angular $\dot{\psi}(t)$ atingindo regime permanente em aproximadamente 1,05 rad/s, caracterizando comportamento estacionário sem oscilações. Fonte: Autor

4.3 RESPOSTA DINÂMICA DO PROTÓTIPO

Esta seção apresenta os resultados dos testes de desempenho do sensor MPU-6050. O objetivo foi avaliar a estabilidade das medições em repouso e movimento, e identificar ruídos gerados durante a operação do protótipo. Os experimentos focaram na comparação da leitura do sensor sem e com a aplicação de um filtro de suavização (Filtro Complementar).

A análise visou atestar a eficácia da filtragem na atenuação de interferências (ruído de fundo) para garantir a confiabilidade e precisão dos dados inerciais. Essa precisão é

determinante para que o gêmeo digital represente o comportamento dinâmico do sistema físico com fidelidade, sendo essencial para o controle em tempo real.

4.3.1 Resposta não filtrada e filtrada dos dados do sensor MPU-6050 em condições estáticas e dinâmicas

A Figura 4.6 apresenta os resultados da leitura do sensor MPU-6050 sem aplicação de técnicas de filtragem. Nas subfiguras (a) e (b), observa-se o comportamento em condição estática, com ruídos mínimos de fundo e sinais centrados próximos de zero, o que indica estabilidade nas medições em repouso. Já as subfiguras (c) e (d) ilustram as variações induzidas manualmente nos eixos de arfagem e guinada, respectivamente. Os dados revelam sensibilidade adequada do sensor a ângulos físicos reais, com respostas suaves e coerentes, alcançando amplitudes próximas aos limites esperados: cerca de $\pm 45^\circ$ para arfagem e $\pm 180^\circ$ para guinada.

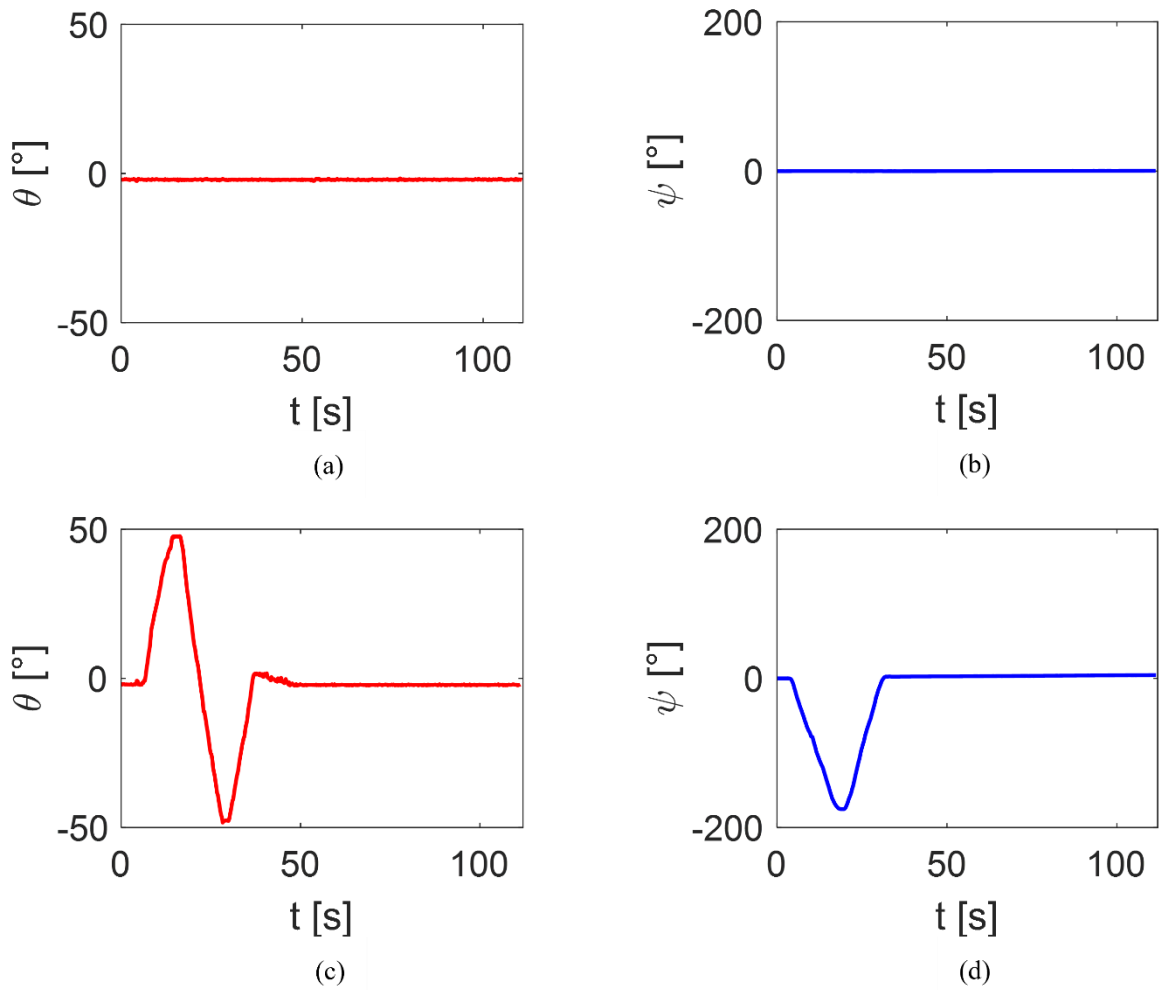


Figura 4.6: Dados brutos do sensor MPU-6050 em condições estáticas e dinâmicas. (a) e (b) Ângulo de arfagem e guinada em condição estática do protótipo; (c) e (d) Ângulo de arfagem e guinada em movimento. Fonte: Autor

A Figura 4.7 compara os sinais brutos e filtrados obtidos pelo sensor MPU-6050 em diferentes condições operacionais. Nas subfiguras (a) e (b), os sinais originais (em vermelho) e filtrados (em azul) sobrepõem-se quase completamente, revelando ruído mínimo e estabilidade nas medições durante o repouso do protótipo, sem movimentos angulares nos eixos de arfagem e guinada.

Na subfigura (c), com o protótipo em movimento angular no eixo de arfagem, o sinal original exibe oscilações e ruídos perceptíveis, enquanto o filtrado demonstra maior suavidade e consistência, evidenciando a eficácia do filtro complementar na atenuação de interferências.

Por fim, a subfigura (d) ilustra a resposta no eixo de guinada, caracterizada por uma variação suave com leve depressão seguida de recuperação, o que indica estabilidade e resposta adequada do sistema sob perturbações moderadas.

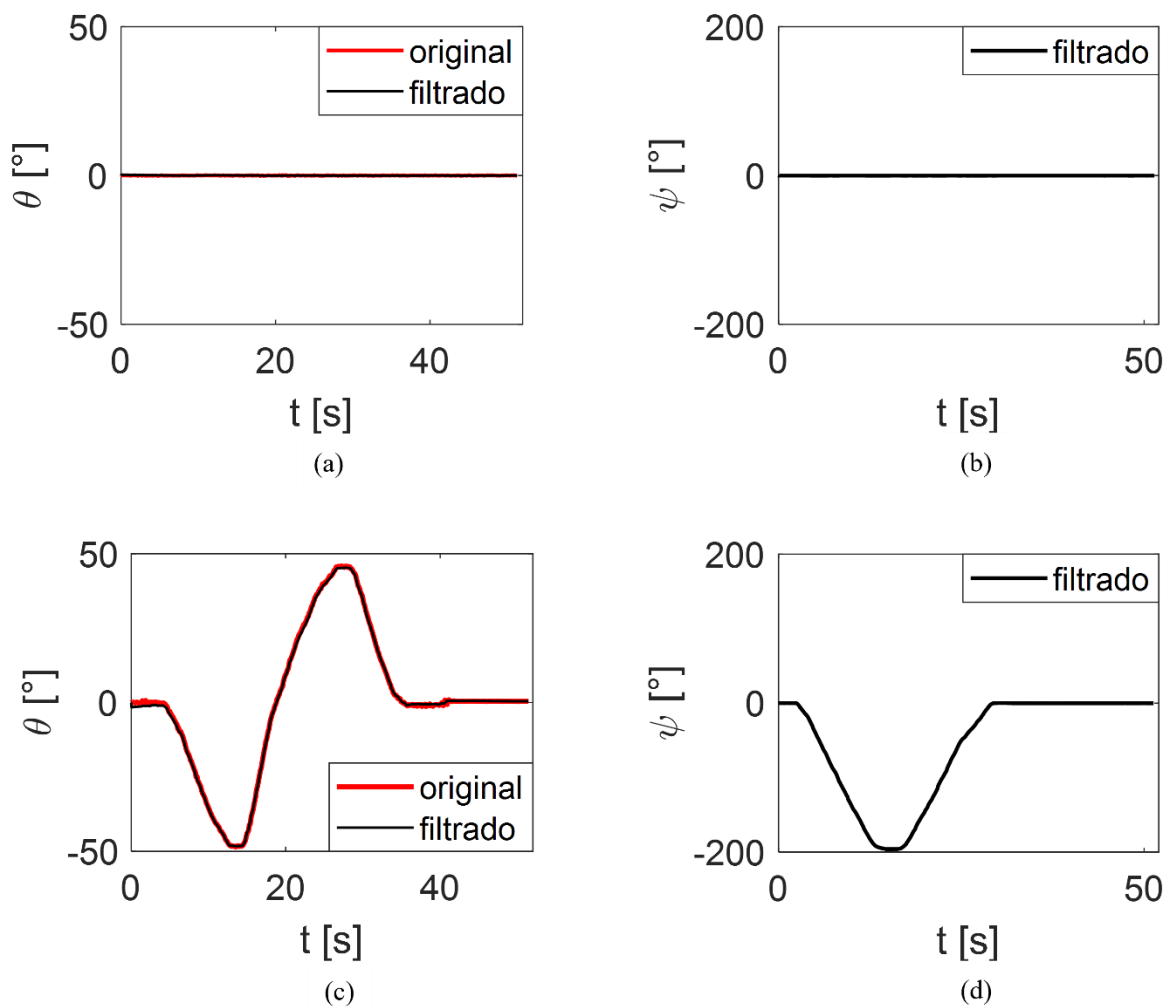


Figura 4.7: Comparação entre sinais originais e filtrados do sensor MPU-6050. (a) e (c) mostram o comportamento de θ , enquanto (b) e (d) apresentam o sinal de ψ . Observa-se que o filtro suaviza ruídos e oscilações, especialmente no sinal de θ , contribuindo para maior estabilidade na leitura dos dados. Fonte: Autor

4.4 RESPOSTA DO GÊMEO DIGITAL COM CONTROLE PID

A avaliação do desempenho dinâmico após a implementação do controlador PID confirma sua eficácia no rastreamento das referências impostas. A resposta do sistema foi analisada separadamente para os eixos de arfagem e guinada, conforme os critérios clássicos de desempenho descritos por Ogata (2010), Nise (2016) e Dorf e Bishop (2017).

Eixo de arfagem:

- Tempo de acomodação: 10–15 s
- Erro estacionário: nulo
- Sobressinal: inferior a 10 %

- Oscilação em regime: $< 1^\circ$
- Estabilidade: robusta

Eixo de guinada:

- Tempo de acomodação: 15 – 20 s
- Erro estacionário: $\approx 1^\circ$
- Sobressinal: $< 5 \%$
- Sensibilidade a perturbações: maior que arfagem
- Estabilidade: mantida

A Tabela 4.2 detalha o desempenho do sistema PID nos eixos de arfagem e guinada comparando à literatura clássica.

Tabela 4.2: Comparação entre os resultados experimentais do protótipo e os resultados teóricos descritos na literatura clássica.

Parâmetro de desempenho	Descrição segundo a literatura (Ogata, Nise, Dorf & Bishop)	Resultado experimental do protótipo	Avaliação comparativa
Tempo de acomodação (t_s)	Sistemas de 2ª ordem, o tempo de acomodação situa-se entre 4 e 6 vezes a constante de tempo (τ) (Ogata, 2010).	Arfagem: $\approx 10\text{--}15$ s Guinada: $\approx 15\text{--}20$ s	Levemente superior ao teórico, devido às não linearidades mecânicas e atrasos de comunicação.
Tempo de subida (t_r)	Sistemas subamortecidos apresentam tempos de subida entre 10 % e 90 % do valor final em $0,35\text{--}0,45 t_n$ (Nise, 2016).	Arfagem: ≈ 5 s Guinada: ≈ 7 s	Condizente com os valores teóricos para sistemas subamortecidos com $\zeta \approx 0,7$.
Sobressinal máximo (M_p)	Espera-se $M_p \leq 10$ % para controladores PID bem sintonizados (Dorf & Bishop, 2017).	Arfagem: $\approx 8 - 10\%$ Guinada: < 5 %	Excelente correspondência; comportamento compatível com projeto de controle otimizado.
Erro em regime permanente (e_{ss})	Controladores com ação integral devem eliminar o erro em regime permanente (Nise, 2016).	Arfagem: $\approx 0^\circ$ Guinada: $\approx 1^\circ$	<i>Arfagem</i> confirma teoria; <i>guinada</i> mostra pequeno desvio devido à assimetria de empuxo entre os motores.
Oscilação em regime	A resposta deve apresentar amplitude residual mínima (< 2 %) conforme o coeficiente de amortecimento (Ogata, 2010).	Arfagem: $0,5\text{--}1^\circ$ Guinada: $0,5\text{--}1,5^\circ$	Dentro do limite teórico; indica bom amortecimento e estabilidade robusta.
Rejeição a perturbações	O PID deve restabelecer o equilíbrio rapidamente após distúrbios (Dorf & Bishop, 2017).	Arfagem: Alta Guinada: Média	Confirmada experimentalmente; guinada mais sensível por acoplamento entre motores.
Estabilidade global	Sistema estável deve exibir resposta convergente e sem divergência oscilatória (Ogata, 2010).	Ambos os eixos estáveis, sem divergência.	Condizente com a teoria; estabilidade comprovada no experimento.

Fonte: Autor (2025), com base em Ogata (2010), Nise (2016) e Dorf e Bishop (2017).

4.5 VALIDAÇÃO DO GÊMEO DIGITAL

A validação do gêmeo digital foi realizada por meio da comparação entre os dados simulados e os resultados experimentais obtidos como o protótipo físico. De acordo com a literatura de TAO *et al.* (2019) e GRIEVES (2020), um gêmeo digital é considerado validado quando reproduz com fidelidade o comportamento dinâmico do sistema real.

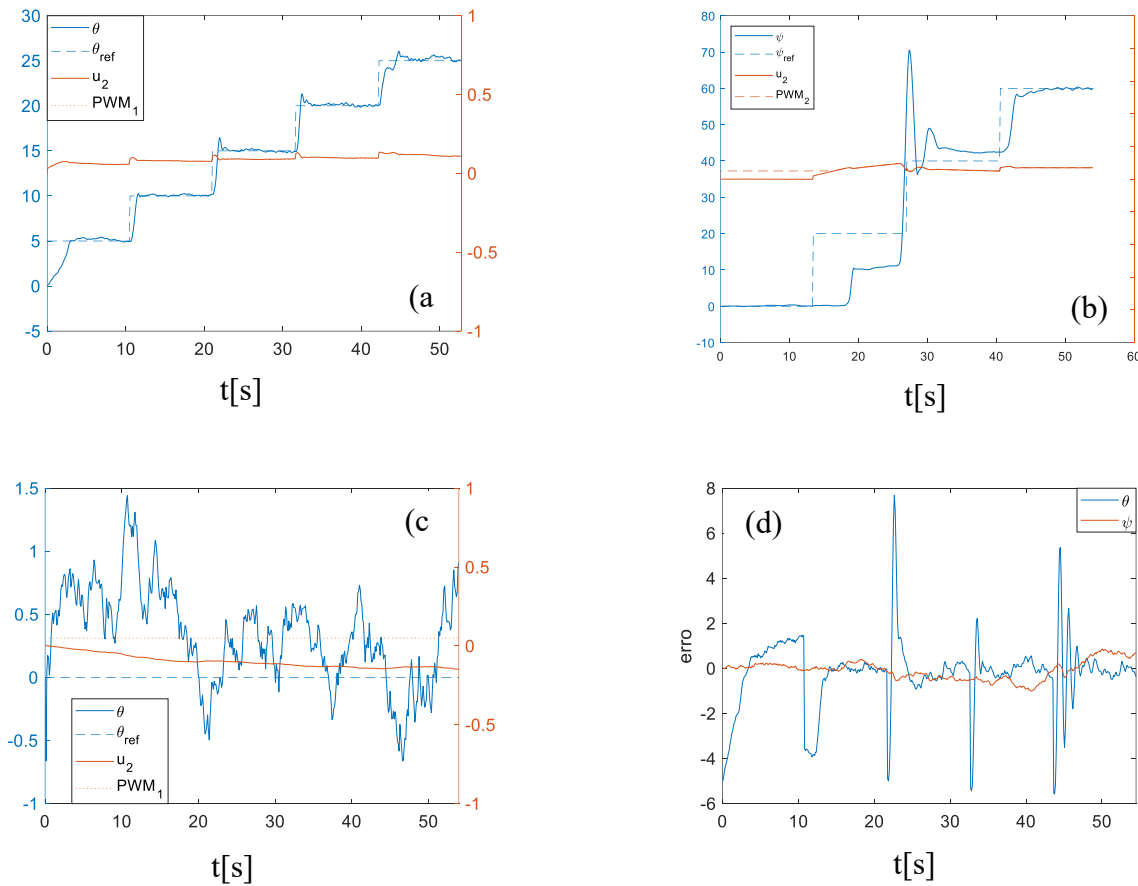


Figura 4.8: Respostas dinâmicas do sistema aerodinâmico com dois graus de liberdade (*pitch* θ e *yaw* ψ) sob controle PID. (a) Resposta temporal do ângulo de *pitch* (θ) ao rastreamento de referências em degraus, juntamente com o respectivo sinal de controle aplicado ao motor correspondente e o comando PWM_1 . (b) Resposta temporal do ângulo de *yaw* (ψ) para variações em degrau da referência, evidenciando o comportamento transitório, o sobressinal e a ação corretiva do controlador PDI, bem como o sinal de controle (u_2) e o comando PWM_2 . (c) Comportamento do ângulo de *pitch* (θ) em torno de uma referência aproximadamente constante, destacando a estabilidade do sistema em regime permanente e a influência do ruído de medição nos sinais. (d) Evolução temporal do erro de rastreamento nos eixos de *pitch* e *yaw*, permitindo a comparação direta do desempenho, da robustez e da sensibilidade a perturbações do controlador em cada grau de liberdade. Fonte: Autor.

5. CONCLUSÕES

5.1 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A análise dos resultados confirma que o sistema controlado atende aos critérios clássicos de estabilidade e desempenho. A coerência entre teoria e prática reforça a confiabilidade do gêmeo digital, que reproduz com precisão o comportamento dinâmico do protótipo físico.

- O controle PID mostrou-se eficaz para o eixo de *pitch*.
- O controle de *yaw*, embora funcional, pode ser aprimorado com ajustes de ganho ou inclusão de ação integral.

O gêmeo digital foi validado com sucesso, apresentando potencial para aplicações em controle em tempo real, simulação e manutenção preditiva.

5.2 CONCLUSÕES GERAIS

Esta pesquisa teve como objetivo desenvolver e validar de um gêmeo digital (GD) capaz de representar, em tempo real, o comportamento dinâmico de um sistema com dois graus de liberdade (arfagem e guinada), utilizando motores *brushless*, sensores inerciais MPU6050 e interface MATLAB – Arduino. O estudo integrou modelagem matemática, controle e experimentação, resultando em um sistema capaz de reproduzir e controlar os movimentos angulares com precisão e estabilidade. Os resultados demonstram que o controlador PID implementado foi capaz na regulação das variáveis de posição, apresentando tempo de resposta reduzido, baixo erro estacionário e boa rejeição a perturbações. O comportamento do sistema físico mostrou-se consistente com as previsões teóricas, validando o modelo digital e confirmando a confiabilidade da abordagem adotada. A validação do GD evidenciou sua aderência entre a simulação e o experimento, consolidando-o como ferramenta útil para análise, previsão de comportamento e ajustes de controle em sistema dinâmicos.

5.3 CONTRIBUIÇÕES

Este trabalho apresenta contribuições relevantes nas áreas de sensoramento, atuação e controle aplicados ao desenvolvimento de um gêmeo digital para um sistema aerodinâmico com dois graus de liberdade. As principais contribuições podem ser destacadas nos seguintes aspectos:

- Avanço na aplicação de GD em sistemas aerodinâmicos experimentais de baixo custo, por meio da integrar entre simulação computacional, sensoriamento e controle dinâmico. Essa abordagem favorece a redução de custos e mitigação de riscos operacionais, alinhando-se aos preceitos da Indústria 4.0.
- Potencial pedagógico do protótipo desenvolvido, que se configura como ferramenta didática para o ensino de disciplinas como controle de sistemas mecânicos. Ao viabilizar a demonstração prática de conceitos teóricos, promove a integração entre modelagem, simulação e controle, utilizando ambientes computacionais como o *MATLAB*, tanto em sala de aula quanto em laboratórios de graduação.

5.4 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

O presente estudo teve como objetivo desenvolver e validar um gêmeo digital (GD) capaz de representar, em tempo real, o comportamento dinâmico de um sistema aerodinâmico com dois graus de liberdade (arfagem e guinada), integrando modelagem matemática, sensoriamento, atuação e controle. Durante o desenvolvimento da pesquisa, foram identificadas oportunidades relevantes para aprofundamentos futuros, conforme ilustrado a seguir:

- Avaliação da robustez do GD sob forças externas variáveis, em condições não controladas, como rajadas de vento ou oscilações estruturais, visando aproximar a simulação digital da realidade operacional;
- Investigação de algoritmos de controle adaptativo, com capacidade de ajuste dinâmico de parâmetros em tempo real, especialmente aplicáveis a sistemas não lineares e sujeitos a incertezas;
- Integração de técnicas de inteligência artificial, como redes neurais e aprendizado de máquina, para ampliar a capacidade preditiva do GD, otimizar o desempenho, antecipar falhas e aumentar a segurança operacional.

5.5 PUBLICAÇÕES E EVENTOS CIENTÍFICOS

G.L.N Dimbungo; F.C. L almeida; F.M. Santiciolli; M. Silveira, On A Low-Cost Dual-Rotor Platform for Control Systems Education and Digital Twin Integration In: CILAMCE 2025- XLVI Ibero-Latin American Congress on Computational Methods in Engineering, 2025, Vitória/Brasil.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ADAMS, Maurice L. **Bearings**. Boca Raton: CRC Press, 2017.: CRC Press, 2018.
- ANALOG DEVICES. *ADXL345: Digital Accelerometer*. Norwood, MA: Analog Devices Inc., 2010. Disponível em: <https://www.analog.com/en/products/adxl345.html>. Acesso em: 23 out. 2025.
- BOSCH SENSORTEC. *BNO055 Intelligent 9-axis absolute orientation sensor*. Reutlingen: Bosch Sensortec GmbH, 2016. Disponível em: <https://www.bosch-sensortec.com/products/sensors/motion-sensors/bno055/>. Acesso em: 23 out. 2025.
- CHERNYAK, Mykola; LECYUK, Markiyan. Mathematical model of the method of autocompensation of instrumental errors of accelerometers in inertial navigation systems of a cruising mobile object. **MECHANICS OF GYROSCOPIC SYSTEMS**, n. 47, p. 72–84, 15 maio 2024.
- CARNEIRO, Anderson. *Estudo Comparativo entre Filtro Complementar e Filtro de Kalman Estendido em uma Aplicação de Estimação de Atitude*. Universidade Federal de Santa Catarina, 2022. Disponível em: <https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/254228>. Acesso em: 25 out. 2025.
- ENERGIA INTELIGENTE UFJF. *Motores BLDC: Tecnologia, Aplicação e Benefícios*. 2024. Disponível em: <https://energiainteligenteufjf.com.br/como-funciona/motores-blde-tecnologia-aplicacao-e-beneficios/>. Acesso em: 24 out. 2025.
- ELETROGATE. *ESC: Características e Funcionamento*. 2022. Disponível em: <https://blog.eletrogate.com/esc-caracteristicas-e-funcionamento/>. Acesso em: 24 out. 2025.
- FRIZON, G. et al. *Projeto de identificação e construção de um protótipo baseado no princípio de um pêndulo amortecido controlado por técnicas de alocação polinomial em RST*. Universidade Federal de Santa Maria, 2016. Disponível em: <https://1library.org/article/fus%C3%A3o-sensorial-projeto-intifica%C3%A7%C3%A3o-constru%C3%A7%C3%A3o-prot%C3%B3tipo-baseado-princ%C3%ADpio.zxl932wz>. Acesso em: 29 out. 2025.
- FU, Hudai; WANG, Hua; YANG, Wei. Application of mixed programming between matlab and visual C++ on circles detection. *In*: 2009.
- HOSAMO, Haidar Hosamo *et al.* A Review of the Digital Twin Technology in the AEC-FM Industry. **Advances in Civil Engineering**, v. 2022, n. 1, 17 jan. 2022.

Hu, Y., xiang Qing, J., Liu, Z. H., Conrad, Z. J., Cao, J. N., & Zhang, X. P. (2021). Hovering efficiency optimization of the ducted propeller with weight penalty taken into account. *Aerospace science and technology*, 117, 106937.

INUI, Masatomo; NISHIMIYA, Kouhei; UMEZU, Nobuyuki. Clearance measurement of 3D objects using accessibility cone. In: **International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference**. American Society of Mechanical Engineers, 2019. p. V02BT03A009.

INVENSENSE. *MPU-6050 Product Specification*. San Jose, CA: InvenSense Inc., 2013. Disponível em: <https://invensense.tdk.com/products/motion-tracking/6-axis/mpu-6050/>. Acesso em: 23 out. 2025.

JAKUBOWSKI, Arkadiusz *et al.* Analysis Thrust for Different Kind of Propellers. In: *[S.l.: S.n.]*. p. 85–90.

Ji, Jiaxin *et al.* Systematic analysis method of sensor and actuator faults propagation and impacts for optimally controlled complex building chilled water systems. **Journal of Building Engineering**, v. 76, p. 107272, out. 2023.

KONDAVEETI, Hari Kishan *et al.* A systematic literature review on prototyping with Arduino: Applications, challenges, advantages, and limitations. **Computer Science Review**, v. 40, p. 100364, maio 2021.

LIM, Chot Hun *et al.* Kalman Filtering and Its Real-Time Applications. In: **Real-time Systems**. *[S.l.]*: InTech, 2016.

LOPES, Tiago Drummond; RAIZER, Adroaldo; VALENTE JÚNIOR, Wilson. The Use of Digital Twins in Finite Element for the Study of Induction Motors Faults. **Sensors**, v. 21, n. 23, p. 7833, 25 nov. 2021.

LOUW, Hendrik; BROEKMAN, André; KEARSLEY, Elsabé. MADV-DAQ: Multi-channel Arduino-based differential voltage data acquisition system for remote strain measurement applications Specifications **HardwareX**, v. 11, p. e00258, abr. 2022.

LUINGE, H. J.; VELTINK, P. H. Inclination measurement of human movement using a 3-D accelerometer with autocalibration. **IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering**, v. 12, n. 1, p. 112–121, mar. 2004.

MACH, Václav *et al.* Brushless DC motor control on arduino platform. **Przegląd Elektrotechniczny**, v. 94, n. 11, p. 105–107, 2018.

- MORENO, Hugo; ANDÚJAR, Dionisio. Proximal sensing for geometric characterization of vines: A review of the latest advances. **Computers and Electronics in Agriculture**, v. 210, p. 107901, jul. 2023.
- MORÓN, Carlos *et al.* Automatic System for Detection and Positioning of Impacts in Metals Based on Arduino. **Shock and Vibration**, v. 2019, n. 1, 28 jan. 2019.
- MURCIA, Javier Camilo Rodriguez; ALFONSO, Luis Francisco Combita. Modelling, Identification and Control of a 2 DOF Helicopter Prototype. *In: IEEE*, out. 2019.
- OLIVEIRA, Waldri Dos Santos; GONÇALVES, Eduardo Nunes. Implementação em c: filtro de kalman, fusão de sensores para determinação de ângulos. **ForScience**, v. 5, n. 3, 24 nov. 2017.
- PARK, Hyeoncheol; KIM, Taeyun; SUH, Yongsug. Fault-Tolerant Control Methods for Reduced Torque Ripple of Multiphase BLDC Motor Drive System Under Open-Circuit Faults. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 58, n. 6, p. 7275–7285, nov. 2022.
- PENA, Jacobo Marcos Allende *et al.* A Laboratory Prototype Tandem Helicopter With Two Degrees of Freedom. **IEEE Access**, v. 9, p. 39618–39625, 2021.
- PENGFEI MOTOR. *Motor de Ventilador BLDC vs Motor de Ventilador EC: Qual é a Diferença?* 2025. Disponível em: <https://www.pengfeimotor.com/pt/blog/bldc-fan-motor-vs-ec-fan-motor-whats-the-difference>. Acesso em: 24 out. 2025.
- PHANDEN, Rakesh Kumar; SHARMA, Priavrat; DUBEY, Anubhav. A review on simulation in digital twin for aerospace, manufacturing and robotics. *In: Elsevier Ltd*, 2020.
- PHANDEN, Rakesh Kumar; SHARMA, Priavrat; DUBEY, Anubhav. A review on simulation in digital twin for aerospace, manufacturing and robotics. **Materials Today: Proceedings**, v. 38, p. 174–178, 2021.
- RASU, Sakthivel. The Future of 3D Printing in Prototype Development: Minimizing Prototype Costs and Decreasing Validation Timelines. **Journal of Engineering and Applied Sciences Technology**, p. 1–4, 30 jun. 2023.
- REYES-MUÑOZ, A. *et al.* Remotely Piloted Aircraft Systems and a Wireless Sensors Network for Radiological Accidents. **International Journal of Aerospace Engineering**, v. 2016, p. 1–9, 2016.
- ROMANCHENKO, Ihor *et al.* Simulation of Aircraft Motion in a Corkscrew Taking into Account Nonlinear Effects of Rotation. *In: [S.l.: S.n.]*. p. 98–109.

- SIQUEIRA, Everson Brum. *Fusão Sensorial para Navegação em Tubulações Utilizando Filtro de Kalman*. Universidade Federal do Rio Grande – FURG, 2017. Disponível em: <https://sistemas.furg.br/sistemas/sab/arquivos/bdtd/0000011642.pdf>. Acesso em: 25 out. 2025.
- SHARATH, G. S.; HIREMATH, Niranjan; MANJUNATHA, G. Design and analysis of gantry robot for pick and place mechanism with Arduino Mega 2560 microcontroller and processed using pythons. **Materials Today: Proceedings**, v. 45, p. 377–384, 2021.
- TUEGEL, Eric J. *et al.* Reengineering aircraft structural life prediction using a digital twin. **International Journal of Aerospace Engineering**, 2011a.
- TUEGEL, Eric J. *et al.* Reengineering Aircraft Structural Life Prediction Using a Digital Twin. **International Journal of Aerospace Engineering**, v. 2011, p. 1–14, 2011b.
- WANG, Xiaopeng *et al.* Unsteady Aerodynamic Modeling Based on POD-ARX. **International Journal of Aerospace Engineering**, v. 2018, p. 1–14, 20 set. 2018.
- Veratti, A. F., Amaral, A. C. G., Vasconcellos, D. P., Teixeira, L. R., & Silveira, M. (2023). Manual DDE-1: Manual para estudar o dispositivo didático experimental para controle de aeronaves de dois rotores. Relatório parcial de projeto. UNESP.
- WEI, Jiang; XIA, Zhao; QIJUN, Chen. Kalman Filtering Design Based on Real-Time Updating of Noise Matrix. *In*: IEEE, 2009.
- WU, Jiaju *et al.* The Development of Digital Twin Technology Review. *In*: IEEE, 6 nov. 2020.
- X-TEAM. *Motor EC vs. Motor BLDC: Como escolher o certo?* 2025. Disponível em: <http://pt.x-teamrc.com/ec-motor-vs-blhc-motor-how-to-choose-the-right-one/>. Acesso em: 24 out. 2025.
- ZEB, Shah *et al.* Industrial digital twins at the nexus of NextG wireless networks and computational intelligence: A survey. **Journal of Network and Computer Applications**, v. 200, p. 103309, abr. 2022.
- ZHAO, Qiuying; SHENG, Chunhua; AFJEH, Abdollah. Computational Aerodynamic Analysis of Offshore Upwind and Downwind Turbines. **Journal of Aerodynamics**, v. 2014, p. 1–13, 29 out. 2014.
- ZHU, Binbin *et al.* Design and dynamic analysis of a novel compound bending hollow piezoelectric beam miniature rotary actuator. **Ultrasonics**, v. 134, p. 107065, set. 2023.

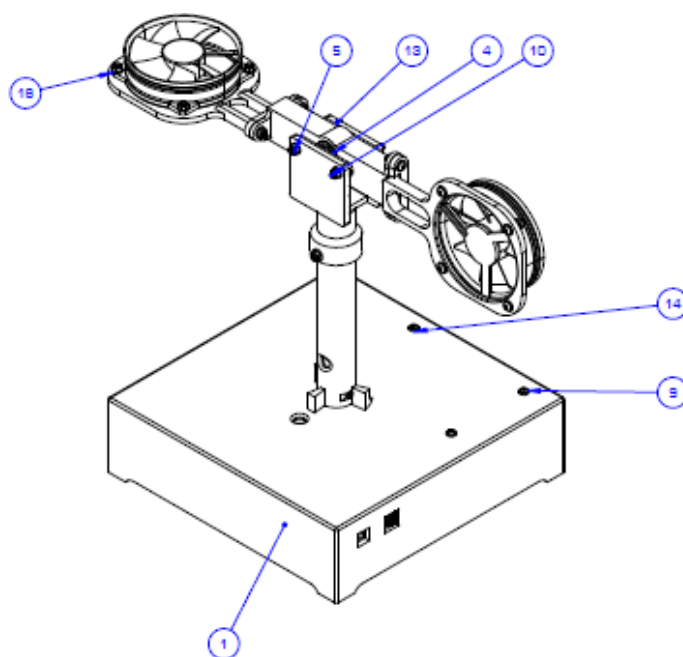
7. ANEXO A. DOCUMENTAÇÃO TÉCNICA DO PROTÓTIPO AERODINÂMICO COM DOIS ROTORES

Este anexo apresenta a documentação técnica do protótipo aerodinâmico desenvolvido e utilizado nesta dissertação. As Figuras A.1 e A.2 mostram vistas explodidas do conjunto, enquanto as Figuras A.3 a A.8 apresentam os desenhos técnicos normalizados das peças customizadas. A numeração indicada nas vistas explodidas refere-se diretamente aos componentes listados no Quadro A.1, permitindo a correta identificação de cada item durante a montagem. Os desenhos de fabricação seguem convenções técnicas padrão, incluindo contagem geométrica completa, indicativos de tolerância e especificação de escalas.

8. A.1. VISTAS EXPLODIDAS E IDENTIFICAÇÃO DE COMPONENTES

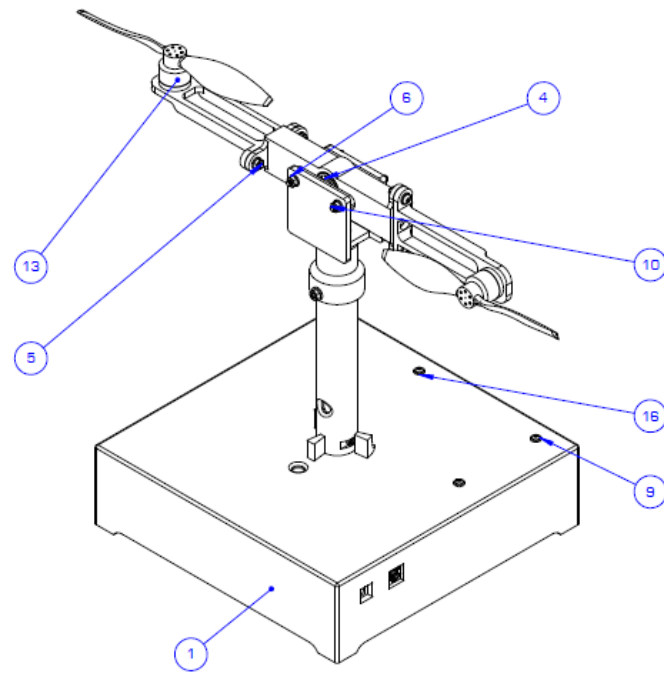
A introdução e a apresentação do protótipo realizadas na Seção 2.1 encontram-se detalhadas neste anexo. As Figuras A.3 a A.7 mostram os desenhos técnicos das peças principais e suas dimensões, e o Quadro A.1 apresenta suas quantidades.

Figura A.1. Vista explodida do protótipo experimental com rotores de ventoinha



Fonte: Veratti *et al.*,

Figura A.2. Vista explodida do protótipo experimental com rotores brushless

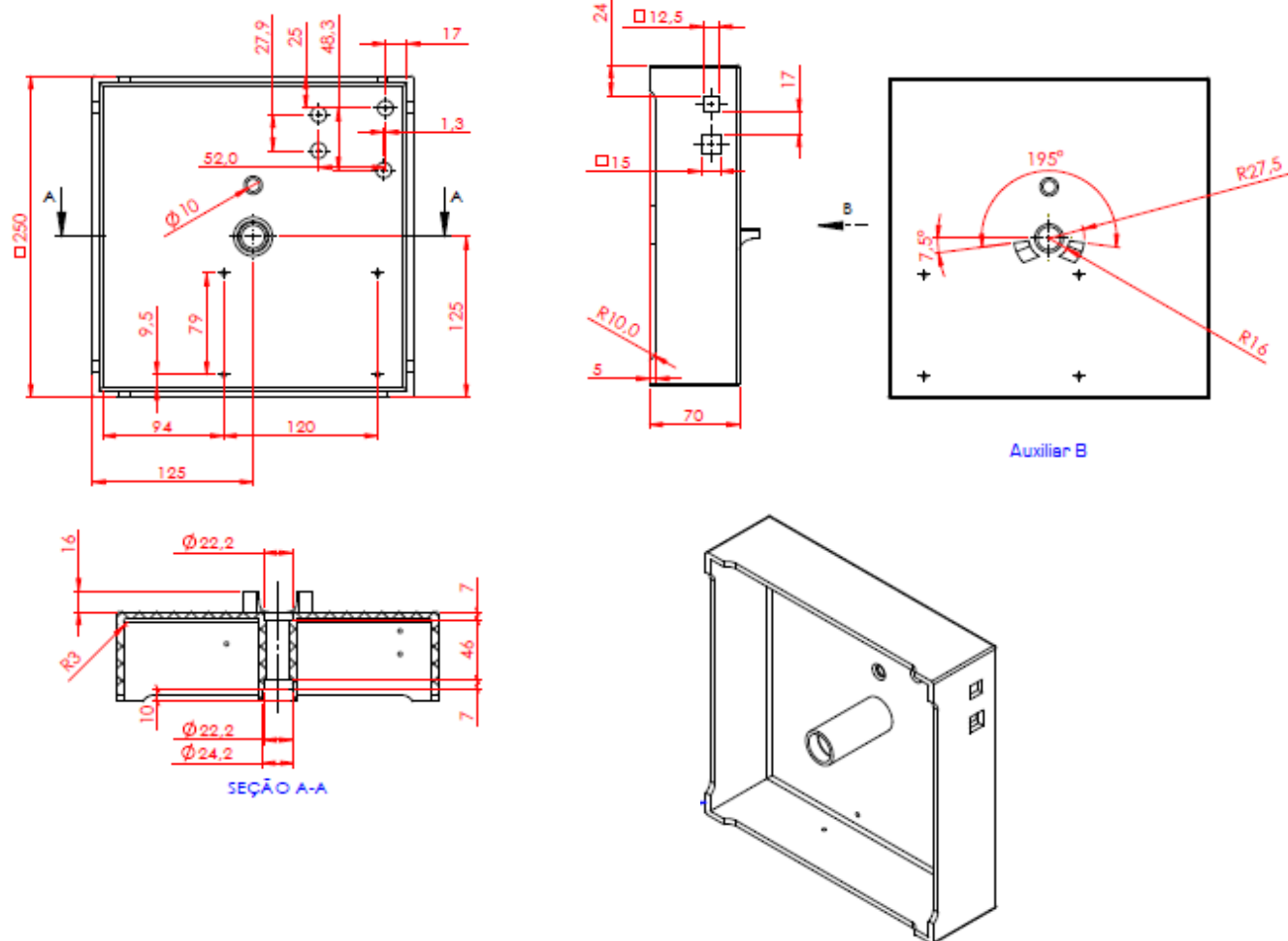


Fonte: Veratti *et al.*,

A.2. DESENHOS TÉCNICOS DAS PEÇAS PRINCIPAIS

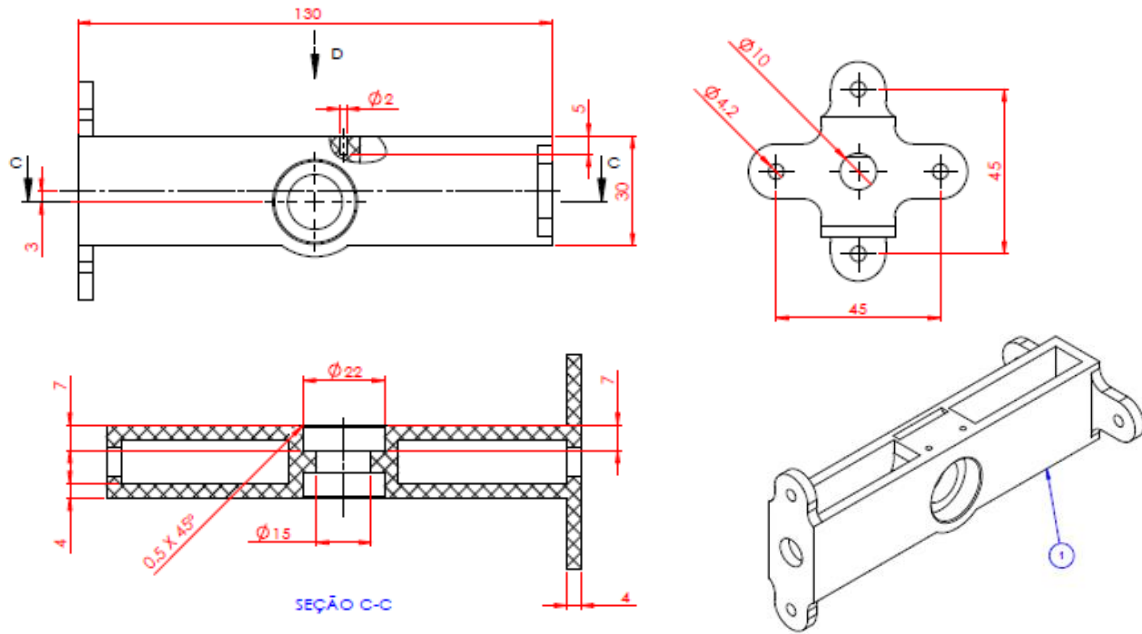
A introdução e a apresentação do protótipo realizadas na Seção 2.1 encontram-se detalhadas neste anexo. As Figuras A.3 a A.8 mostram os desenhos técnicos das peças principais e suas dimensões, e o Quadro A.1 apresenta suas quantidades.

Figura A.3 Base estrutural planta e corte



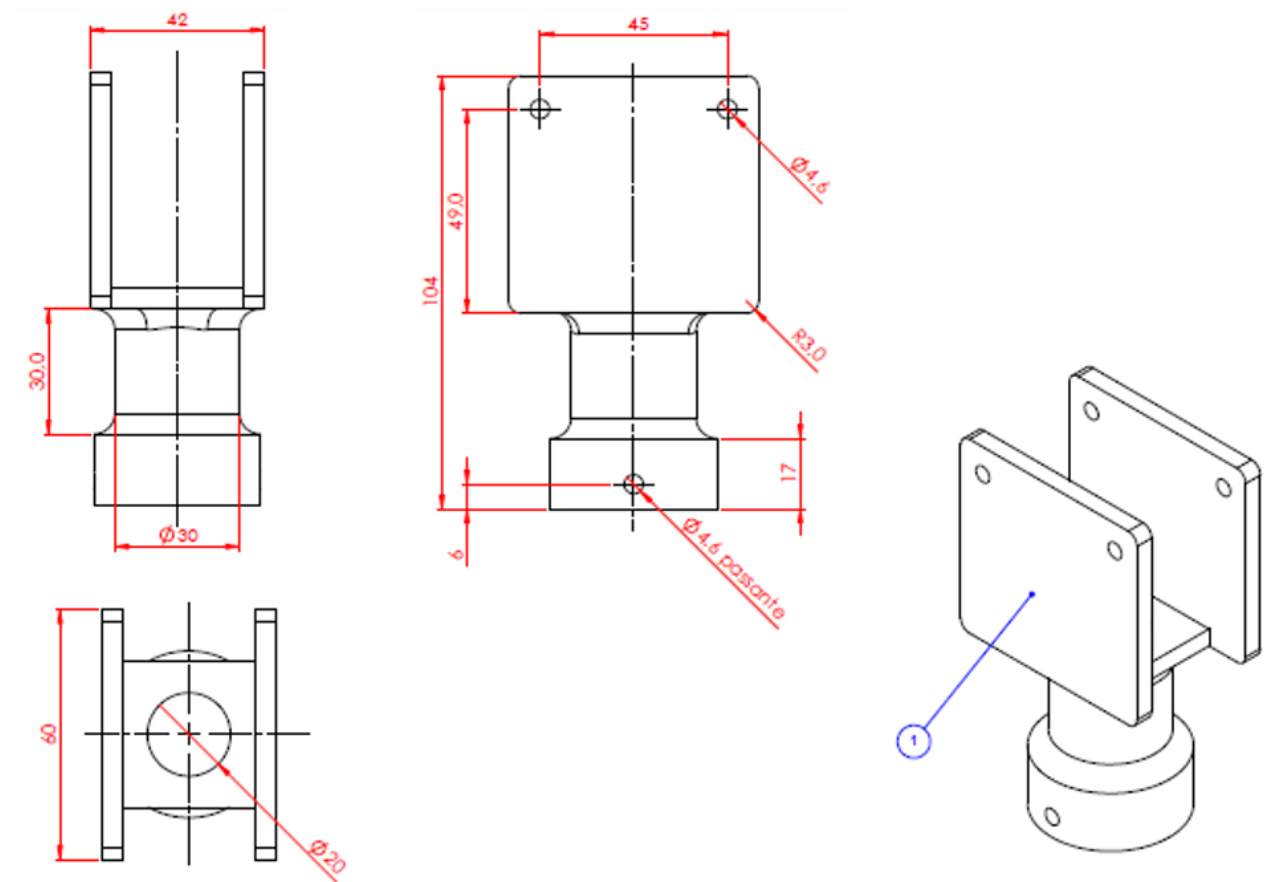
Fonte: Veratti *et al.*,

Figura A.4. Viga oscilante vistas ortogonais



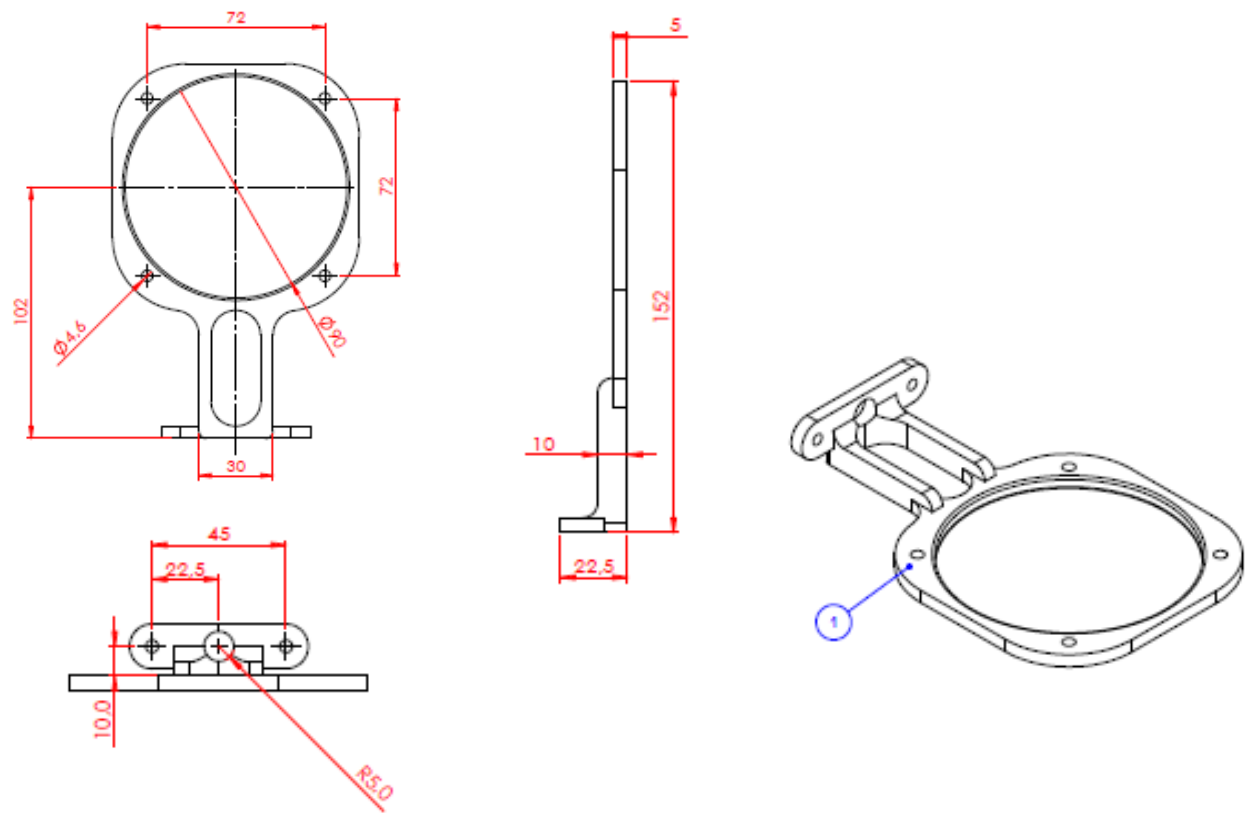
Fonte: Veratti *et al.*,

Figura A.5. Suporte de acoplamento para viga oscilante e eixo central



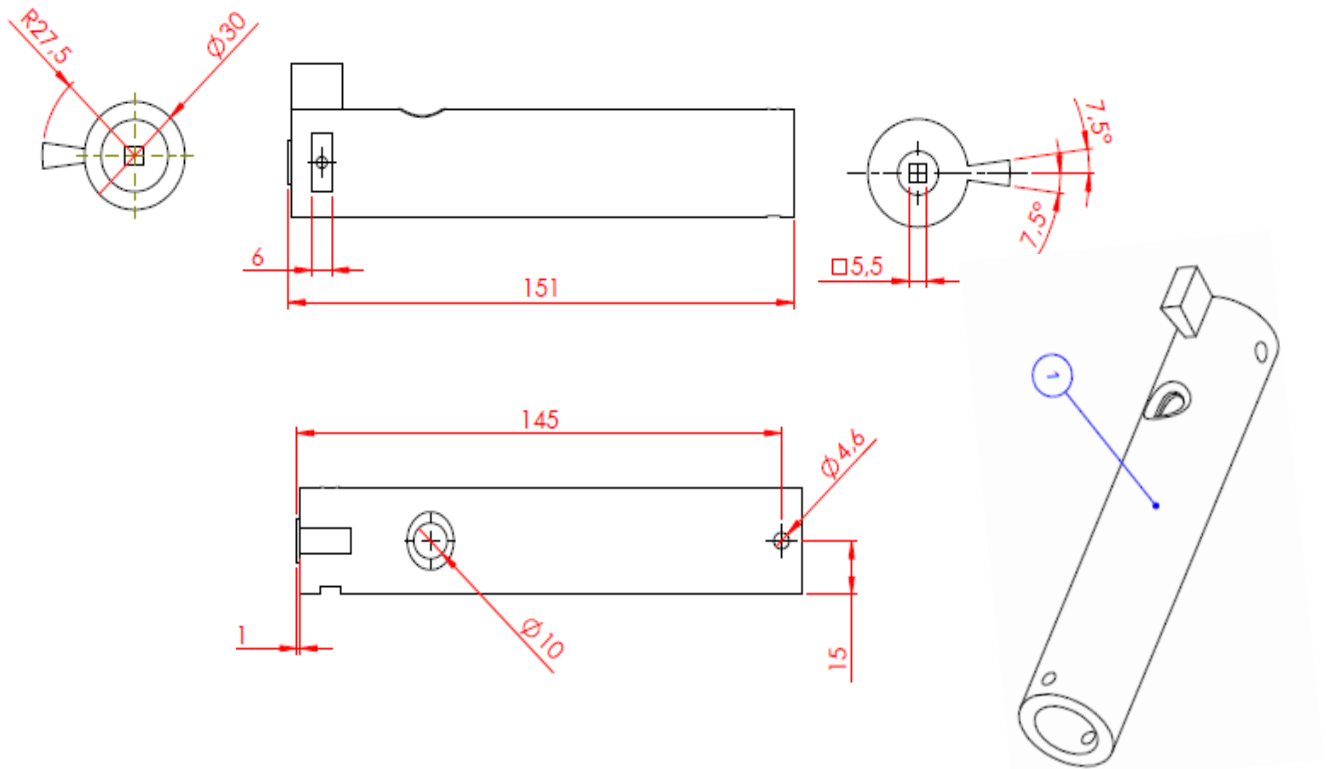
Fonte: Veratti *et al.*,

Figura A.6. Suporte da ventoinha perspectiva e seções

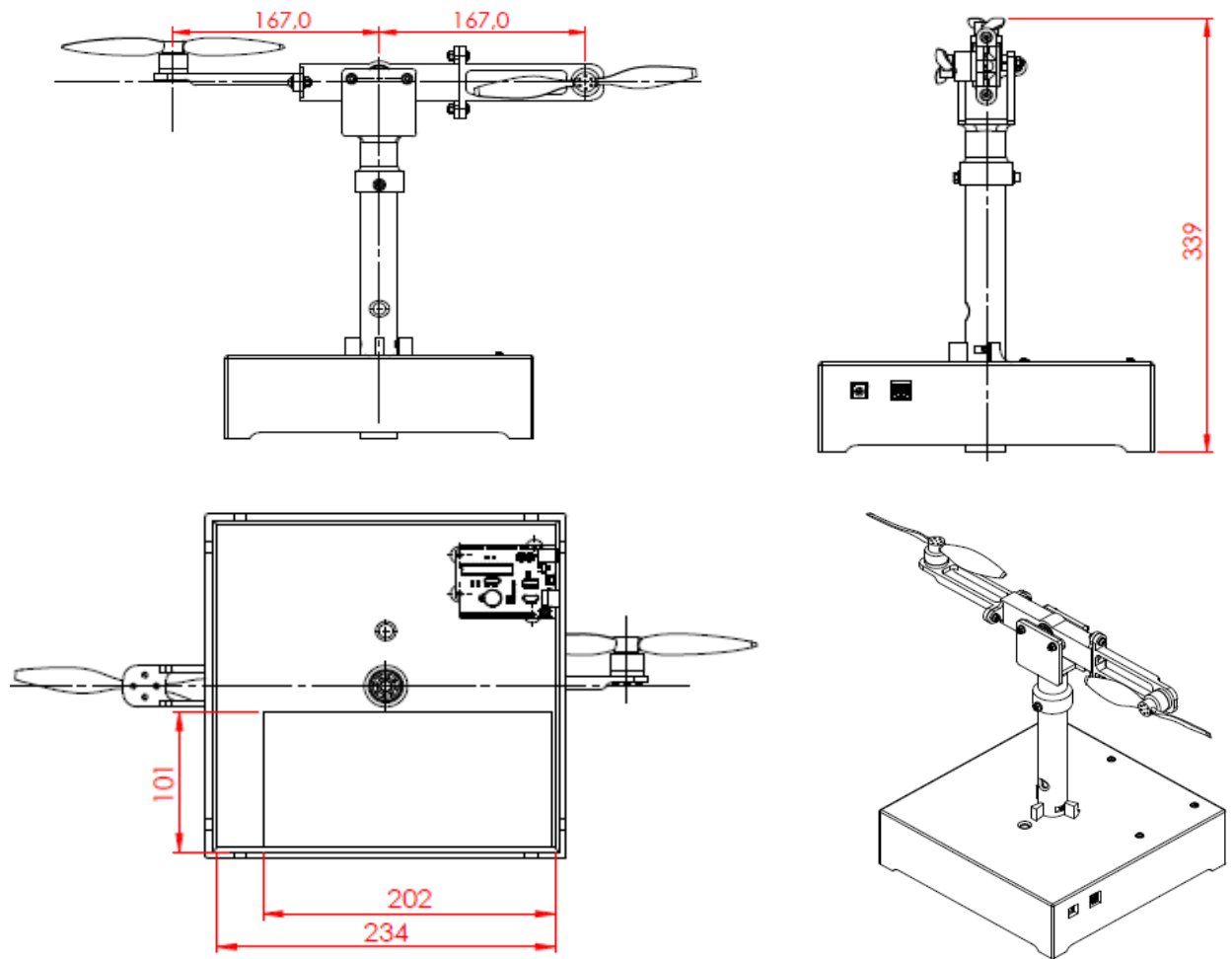


Fonte: Veratti *et al.*,

Figura A.7. Eixo central para o movimento de guinada



Fonte: Veratti *et al.*,

Figura A.8. Drone

Fonte: Veratti *et al.*,

9. A.3 ESPECIFICAÇÃO DE MATERIAIS

O Quadro A.1 especifica os dezesseis componentes do protótipo, incluindo cinco peças customizadas em ABS impressas em 3D e onze itens padronizados (elementos de fixação, rolamentos, atuadores e eletrônicos). Ele estabelece a relação direta entre a numeração das vistas explodidas e os itens físicos, assegurando a reprodutibilidade do conjunto experimental. Esta listagem completa fornece a base técnica para a montagem e compreensão do arranjo desenvolvido.

Quadro A.1. Relação de componentes e quantitativos

Nº	Código	Peça	Material e Observações	Qtd.
1	NDE_001_01_001	BASE	ABS - IMPRESSÃO 3D	1
2	NDE_001_01_002	VIGA OSCILANTE	ABS - IMPRESSÃO 3D	1
3	NDE_001_01_003	SUPORTE - VIGA OSCILANTE	ABS - IMPRESSÃO 3D	2
4	ISO 15 RBB - 108 - 8,DE,NC,8_68	ROLAMENTO DE ESFERAS - 608	PADRONIZADO	4
5	ISO - 4032 - M4 - D - C	PORCA M4 - CONVENCIONAL	PADRONIZADO	16
6	ISO 10673-4.55-S	ARRUELA M4 - CONVENCIONAL	PADRONIZADO	28
7	NDE_001_01_01_000	MPU - 6050	PADRONIZADO	1
8	ISO 7380 - M4 x 16 - 165	PARAFUSO M4X16 (ABAULADO)	PADRONIZADO	12
9	ISO 7380 - M3 x 12 - 12C	PARAFUSO M3x12 (ABAULADO)	PADRONIZADO	7
10	ISO 10642 - M4 x 16 - 165	PARAFUSO M4x16 (CHATO)	PADRONIZADO	4
11	NDE_001_01_02_000	PCB - ARDUÍNO UNO	PADRONIZADO	1
12	NDE_001_01_006	FONTE DE ALIMENTAÇÃO	PADRONIZADO	1
13	NDE_001_01_05_000	MONTAGEM - VIGA SUSTENTAÇÃO	ABS - IMPRESSÃO 3D	1
14	ISO 10669-3-N	ARRUELA M3 - CONVENCIONAL	PADRONIZADO	7
15	NDE_001_01_004	SUPORTE VENTONHA - 92MM	ABS - IMPRESSÃO 3D	2
16	NDE_001_01_03_000	VENTONHA 92MM	PADRONIZADO	2

Fonte: Veratti *et al.*,