



**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
“JÚLIO MESQUITA FILHO”
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ**

**PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA
ÁREA GESTÃO E OTIMIZAÇÃO
LINHA GESTÃO DA QUALIDADE E ENGENHARIA ORGANIZACIONAL**

**DIFERENTES MÉTODOS DE AGLUTINAÇÃO
PARA MELHORIA DE PROCESSOS COM
MÚLTIPLAS RESPOSTAS**

Orientador: Prof. Dr. Messias Borges Silva

Co-orientador: Prof. Dr. Fernando Augusto Silva Marins

Doutorando: Fabrício Maciel Gomes

Guaratinguetá

2015

FABRÍCIO MACIEL GOMES

**DIFERENTES MÉTODOS DE AGLUTINAÇÃO PARA MELHORIA DE
PROCESSOS COM MÚLTIPLAS RESPOSTAS**

Tese a ser apresentado à Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, para a obtenção do título de Doutor em Engenharia Mecânica na área de Gestão e Otimização.

Orientador: Prof. Dr. Messias Borges Silva

Co-orientador: Prof. Dr. Fernando Augusto Silva Marins

Guaratinguetá

2015


G633d	<p>Gomes, Fabrício Maciel</p> <p>Diferentes métodos de aglutinação para melhoria de processos com múltiplas respostas / Fabrício Maciel Gomes – Guaratinguetá, 2015 111 f : il. Bibliografia: f. 83-88</p> <p>Tese (doutorado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2015. Orientador: Prof. Dr. Messias Borges Silva Coorientador: Prof. Dr. Fernando Augusto Silva Marins</p> <p>1. Processo decisório por critério múltiplo 2. Programação heurística 3. Métodos de simulação 4. Otimização combinatória I. Título</p> <p style="text-align: right;">CDU 65.012.4(043)</p>
-------	---

FABRÍCIO MACIEL GOMES

ESTA TESE FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
“DOUTOR EM CIÊNCIAS”

PROGRAMA: ENGENHARIA MECÂNICA
ÁREA: GESTÃO E OTIMIZAÇÃO

APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO


Prof. Dr. Edson Cocchieri Botelho
Coordenador

BANCA EXAMINADORA:


Prof. Dr. MESSIAS BORGES SILVA
Orientador / UNESP/FEG


Prof. Dr. JOSÉ ROBERTO DALE LUCHE
UNESP/FEG


Prof. Dr. ANEIRSON FRANCISCO DA SILVA
UNESP/FEG


Prof. Dr. ANTÔNIO AUGUSTO CHAVES
UNIFESP/


Prof. Dr. ADRIANO FRANCISCO SIQUEIRA
EEL/USP

Dezembro de 2015

DEDICATÓRIA

À minha esposa Patrícia que esteve sempre ao meu lado, e aos meus filhos Yago e Yan que são a razão da minha existência.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Messias Borges Silva pela orientação e apoio ao desenvolvimento deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Fernando Augusto Silva Marins, pelo incentivo e brilhantes sugestões no período de desenvolvimento desta pesquisa.

Ao Prof. Dr. Félix Monteiro Pereira, pela ajuda crucial no desenvolvimento dos códigos computacionais empregados nesta Tese.

Aos meus pais, Wilton Joras Gomes e Laís Helena Maciel Gomes, meus grandes incentivadores sempre.

Aos meus irmãos, Leonardo Maciel Gomes e Guilherme Maciel Gomes, que sempre acreditaram em mim de maneira incondicional.

Ao Prof. Dr. Aneirson Francisco da Silva, que sempre tinha uma sugestão para melhorar esta Tese.

Ao meu amigo Ricardo Batista Penteado que sofreu junto comigo no período de desenvolvimento deste trabalho.

Aos Professores Doutores Valério Salomon Pamplona e Jorge Muniz Júnior, cuja companhia na hora do almoço na FEG sempre tinham uma palavra amiga e de incentivo.

À todas as pessoas que direta ou indiretamente contribuíram para a realização deste trabalho.

GOMES, F.M. Diferentes Métodos de Aglutinação para Melhoria de Processos com Múltiplas Respostas. 2015. 110f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2015.

RESUMO

Empresas não medem esforços para aperfeiçoar seus processos e produtos de acordo com diferentes critérios para satisfazer as exigências e necessidades dos clientes em busca de um padrão de competitividade superior ao de suas concorrentes. Neste cenário é muito comum a necessidade de se estabelecer condições que resultem na melhoria de mais de um critério de forma simultânea. Neste trabalho foi realizada uma avaliação da utilização de quatro métodos que utilizam as Meta-heurísticas Recozimento Simulado, Algoritmo Genético, Recozimento Simulado combinado com o método Nelder Mead Simplex e algoritmo genético combinado com o método Nelde-Mead simplex para o estabelecimento de melhoria das condições de processos com múltiplas respostas. Para a avaliação dos métodos propostos foram utilizados problemas-teste criteriosamente selecionados na literatura de forma a serem analisados casos com diferente número de variáveis, número de respostas e tipos de resposta. A aglutinação das respostas foi realizada por quatro métodos diferentes: *Desirability*, Desvio Médio Percentual, Programação por Compromisso e Programação por Compromisso normalizada pela distância euclidiana. A avaliação dos métodos foi realizada por meio de comparação entre os resultados obtidos na utilização de um mesmo método de aglutinação, determinando assim a eficiência do método de busca. Os resultados obtidos na avaliação dos métodos sugerem a aplicação do método do algoritmo genético quando se pretende estabelecer parâmetros que resultem na melhoria de processos com múltiplas respostas, em particular quando essas respostas são modeladas por equações com termos cúbicos, independentemente do número de termos que possam conter, do tipo de respostas e do número de variáveis.

PALAVRAS-CHAVE: Meta-heurística, Planejamento de Experimentos, Processos com Múltiplas Respostas, Algoritmo Genético, Recozimento Simulado, Nelder Mead Simplex, *Desirability* e Gradiente Reduzido Generalizado.

GOMES, F.M. Different Agglutination Methods for Optimize a Process whit Multiple Responses. 2015. 110f. Thesis (Doctorade in Mechanical Engineering) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2015.

ABSTRACT

Companies go to great lengths to improve its processes and products according to different criteria to meet the demands and needs of customers looking for a higher standard of competitiveness to that of their competitors. This scenario is very common the need to establish conditions that result in the improvement of more than one criterion simultaneously. This work was carried out an evaluation of the use of four methods that use Metaheuristics Simulated Annealing, Genetic Algorithms, Simulated Annealing combined with the Nelder Mead Simplex method and genetic algorithm combined with Nelde Mead simplex method for the improvement of establishing the conditions of processes with multiple answers. For the evaluation of the proposed test methods were used in the literature problems carefully selected in order to be analyzed cases with different numbers of variables, response numbers and types of responses. In this research we used the average percentage deviation function as a way to bring together the answers. The agglutination of the answers was performed by four different methods: Desirability, Average Percentage Deviation, Compromise Programming and Compromise Programming normalized by Euclidean distance. The evaluation method was performed by comparison between the results obtained in using the same bonding method, thereby determining the efficiency of the search method. The results obtained in the evaluation of the methods suggest the application of the genetic algorithm method when you want to set parameters that result in the improvement of processes with multiple answers, particularly when these responses are modeled by equations with cubic terms, regardless of the number of terms that can contain the type of responses and the number of variables.

KEYWORDS: Meta-heuristics, Design of Experiments, Multiple Responses Process, Genetic Algorithm, Simulated Annealing, Nelder Mead Simplex, Desirability and Generalized Reduced Gradient.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Exemplos de ponto de máximo e de mínimo em uma função.	17
Figura 2: Etapas da pesquisa	22
Figura 3: Publicações com relação a utilização do DOE com Meta-heurísticas	23
Figura 4: Gráfico de pizza para áreas das publicações de Meta-heurísticas x DOE	24
Figura 5: Pseudocódigo da meta-heurística Recozimento Simulado	37
Figura 6: Pseudocódigo da meta-heurística AG	39
Figura 7: Cruzamento em ponto único.	41
Figura 8: Cruzamento em ponto duplo	41
Figura 9: Cruzamento em pontos aleatórios	42
Figura 10: Mutação aleatória	43
Figura 11: Mutação por troca	43
Figura 12: Quatro operações básicas do método Simplex de Nelder Mead. (a) Reflexão usando o ponto R; (b) expansão usando o ponto E; (c) contração usando o ponto C; e (d) Múltipla Contração na direção de B.	45
Figura 13: Pseudocódigo do algoritmo de Nelder Mead Simplex	46
Figura 14: Representa�o da metodologia utilizada para a melhoria de processos utilizando Recozimento Simulado	57
Figura 15: Representa�o da metodologia utilizada para a melhoria de processos utilizando Algoritmo Genético	58
Figura 16: Representa�o da metodologia utilizada para a melhoria de processos utilizando Recozimento Simulado combinado com o método Nelder Mead Simplex ...	59
Figura 17: Representa�o da metodologia utilizada para a melhoria de processos utilizando Algoritmo Genético combinado com o método Nelder Mead Simplex	61
Figura 18: Gráficos correlacionando a Distância Percentual Média (eixo das ordenadas) com o número de iterações (eixo das abscissas) em função da temperatura inicial.	63
Figura 19: Gráficos correlacionando a Distância Percentual Média (eixo das ordenadas) com o número de iterações (eixo das abscissas) em função da taxa de resfriamento. ...	64
Figura 20: Gráficos correlacionando a Distância Percentual Média (eixo das ordenadas) com o número de iterações (eixo das abscissas) em função do incremento para cria�o de novos vizinhos.	65

Figura 21: Gráficos correlacionando a Distância Percentual Média (eixo das ordenadas) com o número de iterações (eixo das abscissas) em função do número de repetições a cada incremento de temperatura.	65
Figura 22: Gráficos correlacionando a Distância Percentual Média (eixo das ordenadas) com o número de iterações (eixo das abscissas) em função do número de respostas geradas a cada repetição realizada.	66
Figura 23: Gráficos correlacionando a Distância Percentual Média (eixo das ordenadas) com o número de gerações (eixo das abscissas) em função do número total de gerações realizadas.	68
Figura 24: Gráficos correlacionando a Distância Percentual Média (eixo das ordenadas) com o número de gerações (eixo das abscissas) em função do tamanho da população.	68
Figura 25: Gráficos correlacionando a Distância Percentual Média (eixo das ordenadas) com o número de gerações (eixo das abscissas) em função do número de cruzamentos.	69
Figura 26: Gráficos correlacionando a Distância Percentual Média (eixo das ordenadas) com o número de gerações (eixo das abscissas) em função da probabilidade de mutação.	70

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Representação de ocorrência de palavras-chave	20
Tabela 2: Parâmetros calibrados para a Meta-heurística Recozimento Simulado.....	67
Tabela 3: Parâmetros calibrados para a Meta-heurística Algoritmo Genético.....	70
Tabela 4: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de.....	71
Tabela 5: Pesos atribuídos as respostas utilizando os métodos de aglutinação CP e CPDE no estudo de caso 1.....	72
Tabela 6: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de.....	73
Tabela 7: Pesos atribuídos as respostas utilizando os métodos de aglutinação CP e CPDE no estudo de caso 2.....	74
Tabela 8: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de.....	75
Tabela 9: Pesos atribuídos as respostas utilizando os métodos de aglutinação CP e CPDE no estudo de caso 3.....	76
Tabela 10: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de...	77
Tabela 11: Pesos atribuídos as respostas utilizando os métodos de aglutinação CP e CPDE no estudo de caso 4.....	78
Tabela 12: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de...	79
Tabela 13: Pesos atribuídos as respostas utilizando os métodos de aglutinação CP e CPDE no estudo de caso 5.....	80
Tabela 14: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de...	97
Tabela 15: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de...	97
Tabela 16: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de...	98
Tabela 17: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de...	98
Tabela 18: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de...	99
Tabela 19: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de.	100
Tabela 20: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de.	100
Tabela 21: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de.	101
Tabela 22: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de.	101
Tabela 23: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de.	102
Tabela 24: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de.	103
Tabela 25: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de.	103

Tabela 26: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de.	104
Tabela 27: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de.	104
Tabela 28: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de.	105
Tabela 29: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de.	106
Tabela 30: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de.	106
Tabela 31: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de.	107
Tabela 32: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de.	107
Tabela 33: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de.	108
Tabela 34: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de.	109
Tabela 35: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de.	109
Tabela 36: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de.	110
Tabela 37: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de.	110
Tabela 38: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de.	111

LISTA DE ABREVIACOES E SÍMBOLOS

AG	Algoritmo Genético
AGNM	Algoritmo Genético combinado com o método de Nelder Mead Simplex
CP	Programao por Compromisso
CPDE	Programao por Compromisso normalizada pela Distância Euclidiana
DOE	<i>Design of Experiments</i> (Planejamento de Experimentos)
DPM	Distância Percentual Média
GRG	Gradiente Reduzido Generalizado
LTB	<i>Large to Better</i> (MaiorMelhor)
NM	Nelder Mead Simplex
NTB	<i>Nominal to Better</i> (Nominal  Melhor)
RS	Recozimento Simulado
RSNM	Recozimento Simulado combinado com o método de Nelder Mead Simplex
STB	<i>Small to Better</i> (MenorMelhor)
T	Target (Alvo)
α_i	Peso atribuído a resposta i

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	16
1.1. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA	16
1.2. OBJETIVOS E DELIMITAÇÃO DO PROBLEMA	18
1.3. JUSTIFICATIVA E IMPORTÂNCIA	19
1.4. MÉTODO DE PESQUISA	21
2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	26
2.1. OTIMIZAÇÃO	26
2.1.1. Otimização Multiobjetivo	26
2.2. PLANEJAMENTO DE EXPERIMENTOS	28
2.3.1. O Método <i>Desirability</i>	29
2.3.2. Distância Percentual Média (DPM)	33
2.3.3. Programação por Compromisso (Compromise Programming - CP)	33
2.4. META-HEURÍSTICAS	34
2.4.1. Recozimento Simulado (RS)	35
2.4.2. Algoritmo Genético (AG)	37
2.5. ALGORITMO NELDER-MEAD SIMPLEX	44
2.6. GRADIENTE REDUZIDO GENERALIZADO	47
3. MÉTODOS	49
3.1. CASOS SELECIONADOS DA LITERATURA	49
3.1.1. Caso 1 – Derringer e Suich (1980)	49
3.1.2. Caso 2: Khuri e Conlon (1981):	51
3.1.3. Caso 3: Vining (1998):	52
3.1.4. Caso 4 – Castillo <i>et al.</i> (1996)	53
3.1.5. Caso 5 – Heinsman e Montgomery (1995)	54

3.2. META-HEURISTICAS	56
3.2.1. Recozimento Simulado (RS)	56
3.2.2. Algoritmo Genético	57
3.2.3. Recozimento Simulado combinado com o método de Nelder Mead Simplex	59
3.2.3. Algoritmo Genético combinado com método Nelder Mead Simplex	60
3.2.5. Calibração das Meta-Heurística	62
3.3. GRADIENTE REDUZIDO GENERALIZADO GRG	62
4. RESULTADOS E DISCUSSÃO	63
4.1. CALIBRAÇÃO DA META-HEURISTICA RECOZIMENTO SIMULADO	63
4.2. CALIBRAÇÃO DOS PARÂMETROS DA META-HEURISTICA ALGORITMO GENÉTICO	67
4.3 ESTUDO DO CASO 1 (DERRINGER E SUICH, 1980).....	70
4.4 ESTUDO DO CASO 2 (KHURI E CONLON, 1981)	72
4.4 ESTUDO DO CASO 3 (VINING, 1998)	74
4.5 ESTUDO DO CASO 4 (CASTILO <i>ET AL.</i> , 1996).....	76
4.5 ESTUDO DO CASO 5 (MONTGOMERY <i>ET AL.</i> , 1995).....	78
5. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	81
5.1 CONCLUSÕES	81
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	83
ANEXO 1: PROGRAMAÇÃO EM SCILAB PARA A META-HEURÍSTICA RECOZIMENTO SIMULADO	89
ANEXO 2: PROGRAMAÇÃO EM SCILAB PARA A META-HEURÍSTICA ALGORITMO GENÉTICO	91
ANEXO 3: PROGRAMAÇÃO EM SCILAB PARA A META-HEURÍSTICA RECOZIMENTO SIMULADO combinada com método nelder mead simplex	92
ANEXO 4: PROGRAMAÇÃO EM SCILAB PARA A META-HEURÍSTICA ALGORITMO GENÉTICO combinada com método nelder mead simplex	95
ANEXO 5: Resultados obtidos para o estudo de caso 1	97

ANEXO 6: Resultados obtidos para o estudo de caso 2.....	100
ANEXO 7: Resultados obtidos para o estudo de caso 3.....	103
ANEXO 8: Resultados obtidos para o estudo de caso 4.....	106
ANEXO 9: Resultados obtidos para o estudo de caso 5.....	109

1. INTRODUÇÃO

1.1. DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

A determinação de uma melhoria de processo é tipicamente complexa em função das variações de demanda dos clientes e dos avanços tecnológicos. Geralmente, deve-se levar em consideração várias respostas para que se alcance uma melhoria global no processo. Portanto a melhoria simultânea de múltiplas respostas tem sido prioridade em vários ramos industriais (TSAI, *et al.*, 2010).

A melhoria de um processo pode ser definida como a busca das melhores condições de ajuste para uma determinada operação ou conjunto de operações. O processo de busca pode partir de uma solução inicial ou de um conjunto delas, realizando melhoramentos progressivos até chegar a um outro conjunto que contenha uma ou todas as melhores soluções possíveis dentro do espaço de busca.

Problemas para a determinação de condições que levam a uma melhoria de processos, podem ser formulados de maneira genérica como visto em (1):

Maximize ou Minimize

$$f(y), \quad y=(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \quad (1)$$

Sujeito ou não:

- a restrições de igualdade (na forma $c_z(y)=0$);
- e restrições de desigualdade (na forma $c_z(y)\leq 0$).

Melhorar um processo implica geralmente na redução de custos ou no incremento de ganhos, ou seja, determinar um conjunto de condições pertencentes ao conjunto de variáveis $y=(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ que gere melhores valores da função $f(y)$, obedecendo as restrições impostas.

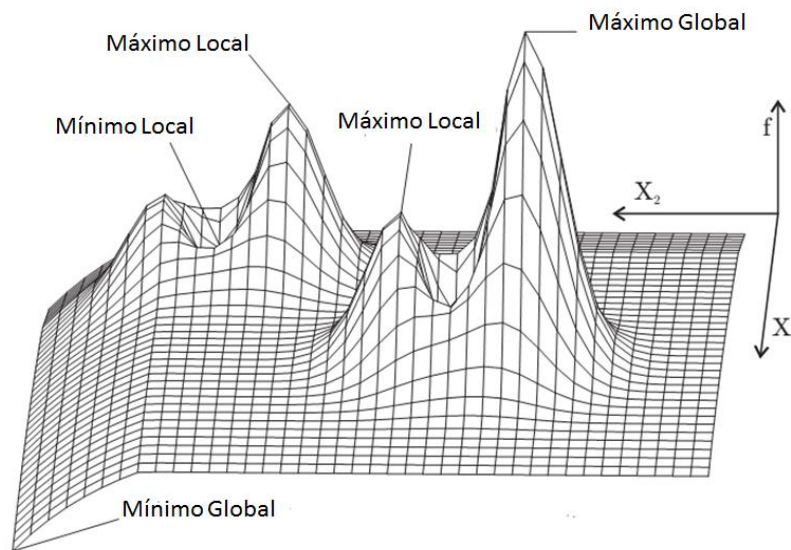
A obtenção de um modelo matemático que descreva o comportamento de um processo pode ser obtido por meio de técnicas determinísticas ou estocásticas. Segundo

Días-García e Bashiri (2014), a ferramenta estatística muito útil nos estudos de otimização com múltiplas respostas é a metodologia de superfície de resposta em sua versão multivariada. Esta abordagem torna possível determinar uma relação analítica entre a resposta e as variáveis de controle com uma menor quantidade de pontos experimentais (KHURI e CORNNEL, 1987).

A partir da maneira como a função objetivo é obtida, o problema pode ser linear ou não linear. As variáveis que compõem a função objetivo podem assumir valores reais, inteiros ou ambos.

Uma solução y^* para um problema de minimização é chamada mínima global quando não existir outra y , pertencente ao espaço de busca, cujo o valor da função objetivo $f(y) < f(y^*)$. Em problemas de maximização, o chamado máximo global y^* atende a $f(y^*) > f(y)$ para todo x pertencente ao espaço de busca, como pode ser observado na Figura 1:

Figura 1: Exemplos de ponto de máximo e de mínimo em uma função.



Fonte: adaptado de WEISE 2009

Se a solução y possui $f(y)$ mínimo apenas dentro de uma certa região em torno de y , chamada de vizinhança de y , diz -se que o mínimo é local. Os mínimos locais podem ser boas soluções, mas não são as melhores. Para certos métodos de busca esses pontos são indesejáveis, pois interrompem a busca por soluções melhores.

Uma das maneiras mais eficazes em se resolver este tipo de problema é a utilização de meta-heurísticas em função de sua capacidade evolutiva, que propicia a determinação de pontos ótimos sem a necessidade de se calcular todas as soluções possíveis.

Entretanto, segundo Kuriger e Grant (2011), as meta-heurísticas são considerados excelentes métodos de determinação de uma região ótima dentro do espaço de busca delimitado pelas restrições, porém, para a determinação do melhor ajuste da função deve-se utilizar outros métodos de busca como o método Simplex ou o método Simplex de Nelder Mead.

1.2. OBJETIVOS E DELIMITAÇÃO DO PROBLEMA

O objetivo geral desta tese foi o estabelecimento de uma metodologia para melhoria de processos com múltiplas respostas utilizando meta-heurísticas.

Como objetivos específicos buscou-se:

- Avaliar o desempenho das meta-heurísticas AG e RS, assim como a heurística GRG, no intuito de promover melhorias em processos com múltiplas respostas, utilizando as funções: *Desirability*, DPM, CP e CPDE como métodos de aglutinação.
- Estabelecer uma metodologia de melhoria de parâmetros do processos que necessitem de uma interferência mínima do usuário.

As delimitações da metodologia desenvolvida nesta tese são:

- A melhoria estabelecida é restrita a área experimental estudada para obtenção do modelo empírico;
- Como o estudo foi baseado em trabalhos presentes na literatura, não foi possível um experimento de confirmação que validasse os resultados obtidos.
- A robustez da melhoria é função da qualidade do modelo gerado.

1.3. JUSTIFICATIVA E IMPORTÂNCIA

Problemas de otimização com múltiplas respostas, geralmente envolvem objetivos conflitantes que os tornam difíceis de serem resolvidos (KURIGER e GRANT, 2011).

Segundo Kim e Lin (2006), o foco principal das abordagens existentes na busca de melhorias de processos contendo múltiplas-respostas é somente no efeito local, ignorando o efeito da dispersão das respostas podendo gerar uma melhoria no processo baseada em um mínimo local, justificando-se assim que todo e qualquer estudo sobre métodos de melhoria de processo que utilizem ferramentas capazes de determinar o ótimo global.

De acordo com Anderson *et al.* (2006), as variáveis de entrada e saída tem caráter estocástico, que podem gerar uma grande quantidade de ótimos locais presentes na superfície de resposta.

Shu-Kai *et al.* (2006), propuseram a utilização da combinação da meta-heurística Algoritmo Genético com o método Simplex de Nelder Mead para a resolução de problema com uma única resposta, já García, *et al.* (2014) implementaram uma método combinado entre a meta-heurística Recozimento Simulado e o método Simplex de Nelder Mead para a obtenção de uma compartimentação de uma série temporal multivariada.

Wan e Birch (2011), apresentaram um Algoritmo Genético modificado utilizando a função *Desirability* como função aglutinadora para a resolução de problemas com duas variáveis resposta.

Outro fator relevante no contexto das abordagens já existentes na literatura, é o fato da maioria dos trabalhos que abordam este tema só testam o método de otimização proposto em um estudo de caso havendo uma carência de trabalhos que estendam a utilização de seus métodos para vários trabalhos (COSTA *et al.*, 2012).

Para determinar a originalidade do trabalho, foi realizado um análise bibliométrica utilizando a base de dados Scopus, cruzando as palavras-chave deste trabalho. O Resultado obtido está demonstrado na Tabela 1:

Tabela 1: Representação de ocorrência de palavras-chave

Palavras-Chave	Ocorrência
Meta Heuristics and Multi Response Optimization	13
Meta Heuristics and Design of Experiments	69
Meta Heuristics and Desirability	3
Meta Heuristics and Compromise Programming	4
Simulated Annealing and Desirability	4
Simulated Annealing and Compromise Programming	1
Simulated Annealing and Design of Experiments	126
Simulated Annealing and Multi Response Optimization	17
Simulated Annealing and Nelder Mead	25
Genetic Algorithm and Multi Response Optimization	343
Genetic Algorithm and Design of Experiments	849
Genetic Algorithm and Desirability	73
Genetic Algorithm and Compromise Programming	22
Genetic Algorithm and Nelder Mead	112
Simulated Annealing and Nelder Mead and Design of Experiments	0
Genetic Algorithm and Nelder Mead and Design of Experiments	0
Simulated Annealing and Nelder Mead and Design of Experiments and Compromise Programing	0
Genetic Algorithm and Nelder Mead and Design of Experiments and Compromise Programing	0

Observando os dados presentes na Tabela 1, verifica-se que existem estudos que combinam as meta-heurísticas Algoritmo Genético (AG) e Recozimento Simulado (RS) com o método de Nelder Mead Simplex, porém a análise bibliométrica realizada não reporta a implementação dessas combinações para obter melhoria em respostas obtidas por meio de um planejamento de experimentos. Assim como não foi possível encontrar trabalhos na literatura que associassem as meta-heurísticas AG e RS com o método Nelder Mead utilizando em conjunto a Programação por Compromisso.

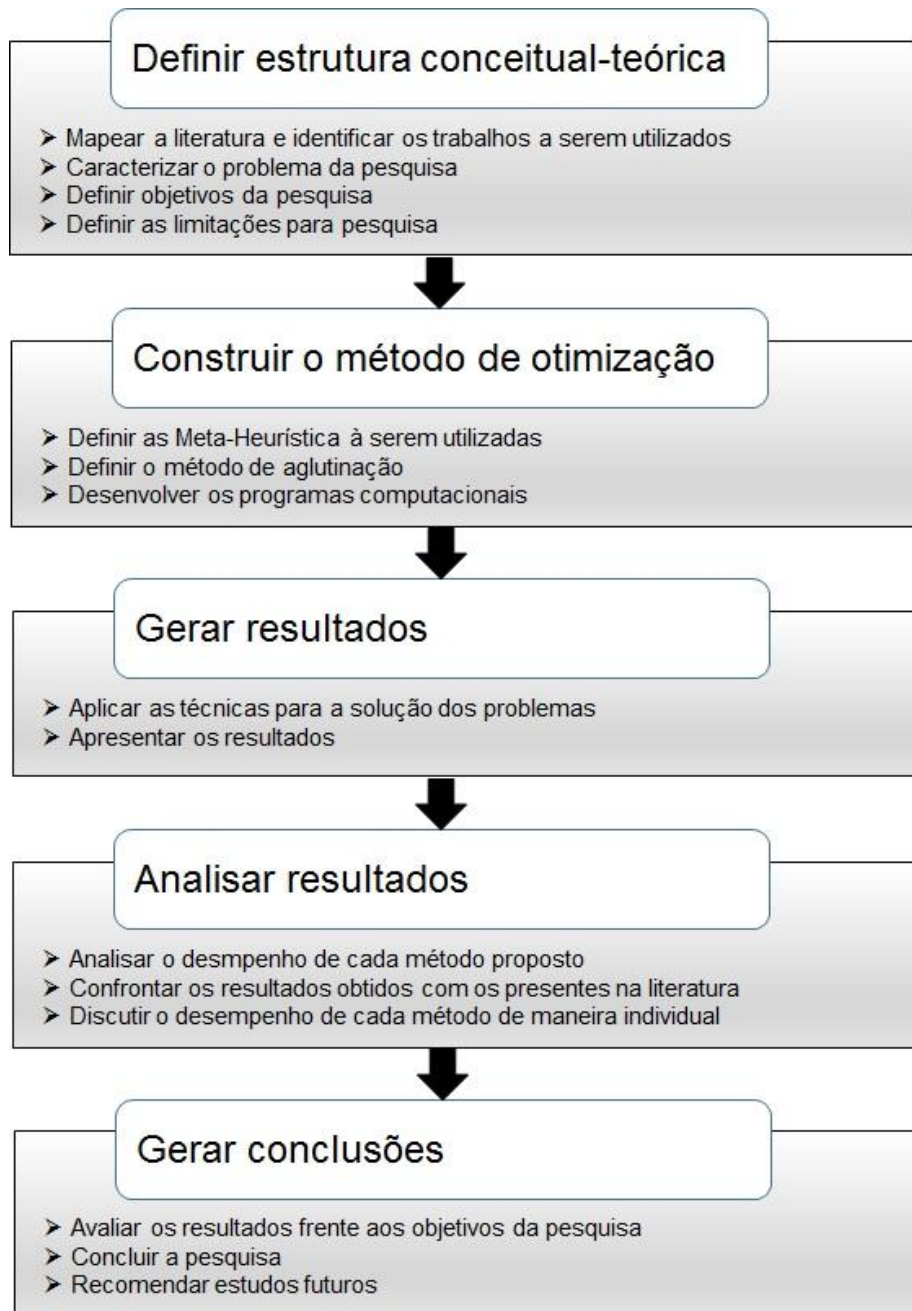
Nota-se também que há um grande número de publicações que exploram a utilização de AG nesta área ficando evidenciado uma predisposição deste algoritmo para esta finalidade.

1.4. MÉTODO DE PESQUISA

Sobre a sua classificação, segundo Bertrand e Fransoo (2002), a presente pesquisa pode ser classificada quanto à natureza como aplicada, pois visa proporcionar melhorias práticas para a literatura, com objetivos empíricos normativos, uma vez que o método visa estabelecer parâmetros de processo que consigam melhorias em diversos objetivos diferentes de forma simultânea. Quanto à forma de abordar o problema, a pesquisa é quantitativa, sendo o método de pesquisa adotado a modelagem.

A Figura 2 apresenta o método empregado nesta tese para melhor ilustrar as etapas de pesquisa.

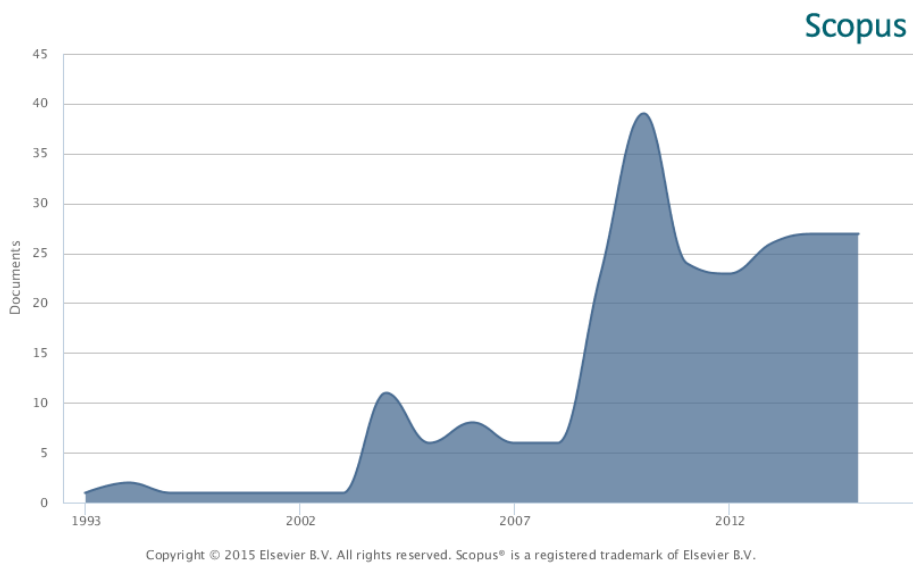
Figura 2: Etapas da pesquisa



1.5. CONTRIBUIÇÕES

Nos últimos anos, pesquisadores vem utilizando diferentes tipos de meta-heurísticas combinadas com a ferramenta planejamento de experimentos, como pode ser observado na Figura 3

Figura 3: Publicações com relação a utilização do DOE com Meta-heurísticas

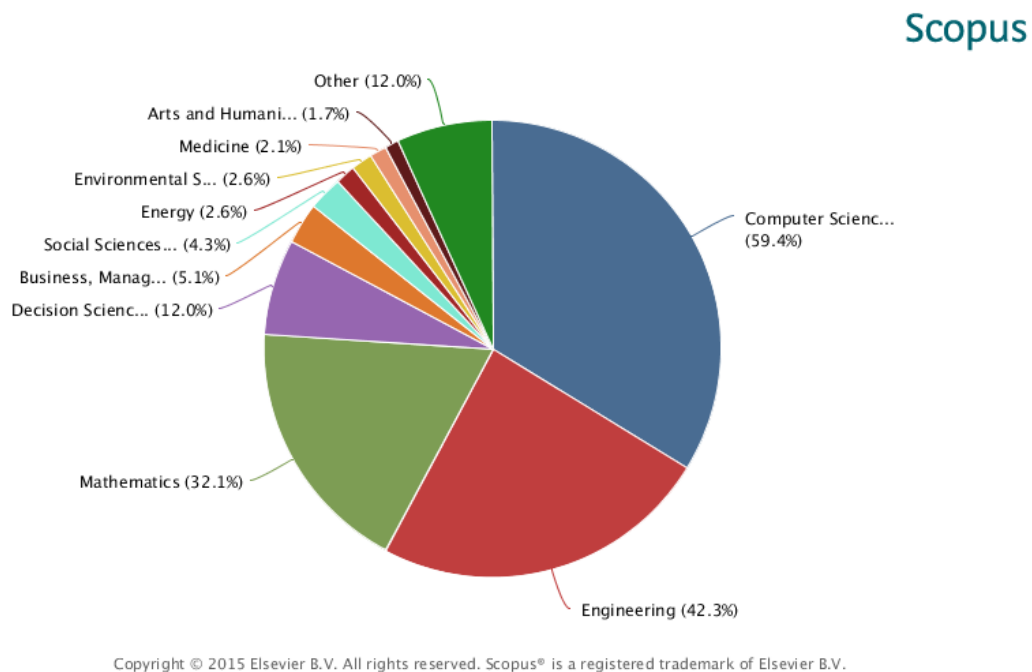


Relacionando as palavras-chaves Meta-Heurísticas x DOE nos campos palavras-chave, título e resumo, foi possível verificar a ocorrência de 234 documentos do ano de 1993 a 2015, o que indica que ainda há assuntos relativos a estas técnica à serem explorados pela comunidade científica.

Dentre as áreas que concentram o maior número de publicações estão: Ciência da Computação com 59,4%, Matemática com 42,4% e Engenharia com 32,1%, como pode ser visto na Figura 4. Vale ressaltar que no Sistema Scopus (base de dados consultada), um trabalho pode ser classificado em mais de uma área o que gera um percentual total superior a 100%.

Apesar da combinação destes métodos já ter sido pesquisada por outros autores, não foi possível encontrar na literatura um estudo que relacionasse a utilização das meta-heurísticas algoritmo genético e recozimento simulado combinadas com o método Nelder Mead Simplex no estabelecimento de melhorias de processos com múltiplas respostas modelados a partir de um planejamento de experimentos.

Figura 4: Gráfico de pizza para áreas das publicações de Meta-heurísticas x DOE



Fonte: Site Scopus.

1.6 ORGANIZAÇÃO DO TEXTO

A Tese encontra-se estruturada em mais cinco capítulos.

O Capítulo 2 é dedicado a uma fundamentação da teoria que embasa o estudo realizado apresentando o conceito de otimização de processos multiobjetivos, o emprego do DOE como forma de modelar um problema, os métodos de aglutinação de respostas mais empregados em otimização de problema com múltiplas respostas, as Meta-heurísticas Recozimento Simulado e Algoritmo Genético, o método Nelder Mead Simplex e o método do Gradiente Reduzido Generalizado.

O Capítulo 3 faz uma descrição do método empregado neste estudo, apresentando de forma sucinta os cinco trabalhos selecionados na literatura dos quais os dados foram utilizados nesta pesquisa, assim como foi realizado a parte de implementação dos métodos propostos e a forma como foi conduzida a etapa de comparação entre os métodos.

No Capítulo 4 é apresentado os resultados obtidos empregando os métodos propostos em cada caso selecionado, avaliando o desempenho dos mesmos e comparando com o método clássico.

O Capítulo 5 traz as conclusões deste estudo e sugestões para futuras pesquisas seguidas das referências bibliográficas citadas no texto e os Apêndices que ilustram os códigos dos programas computacionais que foram aplicados.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1. OTIMIZAÇÃO

Um dos princípios mais fundamentais do nosso mundo é a busca de um estado ideal. Ela começa no microcosmo onde os átomos tentam formar ligações a fim de minimizar a energia de seus elétrons (PAULING, 1960). Quando as moléculas formam corpos sólidos durante o processo de congelamento, eles tentam assumir estruturas cristalinas com um estado mínimo de energia. Estes processos, é claro, não são movidos por qualquer intenção maior, mas puramente resultam das leis da física.

Na história da humanidade, a busca por melhores condições de vida também pode ser considerada como um processo de otimização, a busca pelo menor esforço ou por resultados máximos sempre esteve presente ao longo dos anos. Nas empresas a produção deve ser maximizada e os custos devem ser os mínimos possíveis.

Porém é importante ressaltar que um processo de otimização não implica necessariamente na determinação das condições ótimas de operação, uma vez que fica praticamente impossível de estabelecer o ponto ótimo em função de uma quantidade ilimitada de variáveis que impactam em um processo. Ao invés disso, o que se pode determinar são condições de melhorias a partir da seleção de pontos máximos determinados dentro de um espaço de busca pré-determinado. (DEHURI e CHO, 2009)

2.1.1. Otimização Multiobjetivo

Os processos industriais e os produtos por eles gerados, raramente possuem uma única característica da qualidade. O mais comum é que essas características sejam diversas, algumas mais importantes que outras na proporção do valor que o cliente atribui a cada uma delas. Uma indústria, por exemplo, pode ter as seguintes respostas sujeitas a otimização:

- a. Minimizar o *lead time*;
- b. Maximizar a produtividade;
- c. Minimizar os custos de produção;
- d. Maximizar a qualidade de seu produto;
- e. Minimizar o impacto com o meio ambiente.

As duas últimas respostas parecem conflitar com a minimização de custos de produção. Entre a maximização da produtividade e as demais respostas, parece haver algum tipo de relação (conflito). Os conflitos entre as respostas nem sempre são óbvios podendo gerar um série de complicações no processo de otimização (WEISE, 2009).

Em otimização multiobjetivo não há, normalmente, nenhuma solução que seja ideal para todos os objetivos impostos. Conseqüentemente, a situação normal é que qualquer solução pode ser sempre melhorada em pelo menos um objetivo (BAZGAN, *et al.*, 2015). Portanto, pode-se considerar que o resultado de uma otimização multiobjectivo gere um conjunto de soluções ótimas chamado soluções não-dominadas. Soluções não-dominadas são também chamados de soluções Pareto-ótimas. Todas as soluções que são Pareto-ótimas constituem o conjunto Pareto. Os valores objetivos do conjunto de Pareto no espaço objetivo constituem a fronteira de Pareto (SUDENG e WATTANAPONGSAKORN, 2015).

A resolução de problemas multiobjetivo é dividida, basicamente, em duas etapas:

- a) Determinação de soluções eficientes;
- b) Etapa de decisão.

O primeiro aspecto diz respeito a determinação do conjunto de soluções Pareto-ótimas dentro da região viável do conjunto de respostas. O segundo aspecto, se refere a determinação da melhor resposta dentre as relacionadas pelo conjunto Pareto-ótimas. Este procedimento também é conhecido como decisor.

Segundo VELDHUIZEN e LAMONT (2000), os métodos de resolução de problemas multiobjetivo podem ser classificados em três categorias distintas, de acordo com a combinação realizada entre o método de otimização e a etapa de decisão:

- a) ***Decisão antes do processo de procura:*** quando o decisor atribui os pesos para cada objetivo que compõe o problema.
- b) ***Decisão durante o processo de procura:*** é o procedimento que faz as escolhas durante o processo de obtenção das soluções.
- c) ***Decisão após o processo de procura:*** quando a determinação da melhor solução é realizada após a determinação das soluções eficientes.

A apresentação das decisões após a etapa de definição das soluções eficientes é a mais lógica das três, isto porque as escolhas serão feitas de acordo com as respostas finais encontradas. Ou seja, como já dito, com o conjunto Pareto-ótimo definido torna-se possível conhecer o comportamento do problema em relação aos objetivos analisados. Conhecendo-se as relações de dependência entre eles, a escolha final é facilitada (AVILA, 2006).

2.2. PLANEJAMENTO DE EXPERIMENTOS

O planejamento experimental (DOE – *Design of Experiments*) representa um conjunto de ensaios estabelecidos com critérios científicos e estatísticos, com o objetivo de determinar a influência de diversas variáveis em uma determinada resposta (BUTTON, 2005).

O arranjo experimental mais comum é o fatorial completo para o qual o número é igual ao número de níveis experimentais elevado ao número de fatores. Montgomery e Runger (2012) afirmam que “planejamentos fatoriais” são frequentemente usados nos experimentos envolvendo vários fatores e que “experimentos fatoriais” são a única maneira de descobrir interações entre variáveis de processo (MONTGOMERY; RUNGER, 2012).

Segundo Haridy *et al.* (2011) o Planejamento de Experimentos é um método estruturado e organizado, utilizado na determinação do relacionamento de diferentes fatores de entrada e saída do processo, envolvendo a definição do conjunto de experimentos, nos quais todos os fatores relevantes são variados sistematicamente.

Através da análise dos resultados obtidos pode-se determinar o grau de influência na variável resposta de cada fator utilizado, assim como as interações entre os fatores e as condições ótimas.

De acordo com Silva e Silva (2008), o planejamento de experimentos é uma técnica fundamental para a melhoria da qualidade e produtividade em processos industriais.

2.3. MÉTODOS DE AGLUTINAÇÃO

A grande questão quando se trabalha com otimização com múltiplas respostas é a questão da incomensurabilidade, que para Silva e Marins (2015), trata-se de

problemas com diferentes unidades de medidas entre os objetivos, podendo ainda ser contornada com o uso de métodos de normalização.

Segundo Tamiz e Jones (1995) existem muitas técnicas de normalização sendo utilizadas, porém, as mais comuns são: Normalização Euclidiana e Normalização por Porcentagem.

- **Normalização Euclidiana:** consiste na divisão dos coeficientes do modelo pela raiz quadrada da soma quadrática de todos os termos do modelo. Tal fato minimiza o efeito da incomensurabilidade. O problema para esse caso está relacionado com os coeficientes, quando os coeficientes técnicos do modelo são muito pequenos, comparados com os valores alvos, podendo causar distorções nos valores;
- **Normalização por Porcentagem:** Representa a porcentagem de desvio com relação ao valor alvo, sendo calculado primeiramente dividindo todos os coeficientes pelo valor do alvo da equação, em seguida multiplicando por 100. O grande problema desse método está em relação ao valor alvo ser muito pequeno.

Existem métodos de aglutinação que sua estrutura já é formada por um dado tipo de normalização, que é o caso da função *Desirability* e Distância Média Percentual (DPM).

2.3.1. O Método *Desirability*

Uma das técnicas mais utilizadas para otimizar simultaneamente várias respostas consiste em transformar as equações que modelam cada uma dessas respostas em funções utilidade individuais, e depois proceder à otimização de uma função utilidade global (*Total Desirability, D*) que é descrita em termos das funções utilidade individuais. A otimização simultânea de várias respostas transforma-se assim na otimização de uma única função. Os grandes impulsionadores desta abordagem foram Derringer e Suich (1980). O método que propuseram continua a ser uma base de comparação para outros métodos em termos dos resultados que permite obter.

Derringer e Suich (1980) apresentam funções utilidade individuais para respostas do tipo Nominal é Melhor (NTB – *Nominal The Better*), Maior é Melhor (LTB – *Larger The Better*) e Menor é Melhor (STB – *Smaller The Better*). Quando o valor alvo (*T*) de

uma resposta $(\hat{y}(x))$ está entre um valor máximo (U) e um valor mínimo (L), a resposta diz-se do tipo NTB e a correspondente função utilidade $d(\hat{y}(x))$, que por uma questão de simplificação se passará a representar por d , pode ser definida como em (2):

$$d = \begin{cases} \left[\frac{\hat{y} - L}{T - L} \right]^S & L \leq \hat{y} \leq T \\ \left[\frac{\hat{y} - U}{T - U} \right]^R & T \leq \hat{y} \leq U \\ 0 & \hat{y} < L \text{ ou } \hat{y} > U \end{cases} \quad (2)$$

Onde R e S são fatores de ponderação.

Quando o valor alvo deve atingir o valor máximo da função, a resposta diz-se do tipo LTB e a correspondente função utilidade pode ser definida como visto em (3):

$$d = \begin{cases} 0 & \hat{y} < L \\ \left[\frac{\hat{y} - L}{U - L} \right]^R & L \leq \hat{y} \leq T \\ 1 & \hat{y} > U \end{cases} \quad (3)$$

Quando o valor alvo deve atingir o valor mínimo da função, a resposta diz-se do tipo STB e a correspondente função utilidade $d(\hat{y}(x))$ pode ser definida como em (4)

$$d = \begin{cases} 0 & \hat{y} > U \\ \left[\frac{\hat{y} - U}{L - U} \right]^R & L \leq \hat{y} \leq U \\ 1 & \hat{y} > L \end{cases} \quad (4)$$

De acordo com Derringer e Suich (1980), a otimização das respostas envolvidas no estudo é efetuada por meio da maximização da função utilidade global (5).

$$D = (d_1 \times d_2 \times d_3 \times \dots \times d_p)^{1/p} \quad (5)$$

Onde p corresponde ao número de respostas a serem otimizadas. Derringer (1994) sugere que se utilize (6) ao invés da (5) na determinação do valor de D .

$$D = (d_1^{w_1} \times d_2^{w_2} \times d_3^{w_3} \times \dots \times d_p^{w_p})^{1/\sum_{i=1}^p w_i} \quad (6)$$

Entretanto, segundo Castillo e Montgomery (1993), basta que uma das funções d tenha um valor inaceitável, por exemplo o valor mínimo ($d = 0$), para que a solução global também se torne inaceitável ($D = 0$).

Khuri e Conlon (1981) apresentaram o método de otimização pela Aproximação da Distância Generalizada, onde são consideradas duas etapas. Na primeira etapa são obtidos os valores ótimos individuais para cada resposta por meio da região obtida experimentalmente. Na segunda etapa, o ótimo global é determinado minimizando-se a função distância p , dada por (7), associada à distância do ótimo global, sendo a variância e a covariância das respostas utilizadas como pesos na função.

$$p = [(\hat{y}(x) - \theta)^T \cdot \{\text{var}[\hat{y}(x)]\}^{-1} \cdot [\hat{y}(x) - \theta]]^{1/2} \quad (7)$$

onde $\hat{y}(x)$ é o vetor de respostas previstas na localização x , $\text{var}[\hat{y}(x)]$ é a variância e covariância da matriz de respostas previstas na localização x e θ é o vetor das respostas alvo.

Vining (1998) estendeu a aproximação feita por Khuri e Conlon (1981) e Piagnatiello (1993), levando em consideração os valores da função perda dada por (8).

$$\hat{E} = [(\hat{y}(x) - \theta)^T \cdot C(\hat{y}(x) - \theta) + \text{trace}[C\{\text{var}[\hat{y}(x)]\}]] \quad (8)$$

onde C é uma matriz positiva definida pelos pesos, e os outros termos têm as mesmas definições como em (5). O primeiro termo $[(\hat{y}(x) - \theta)^T \cdot C(\hat{y}(x) - \theta)]$ representa a

penalidade imposta para o desvio de qualquer resposta do respectivo valor alvo, e o segundo termo $trace[C\{var[\hat{y}(x)]\}]$ representa a penalidade imposta pela qualidade dos valores preditos.

O método considera a correlação entre as respostas e a economia do processo. Além disso, leva em conta a habilidade do modelo na previsão das condições ótimas. Segundo Xu *et al.* (2004), a dificuldade de implementação deste método é que a estimativa do parâmetro C pode ser subjetiva e o cálculo da matriz variância-covariância é complexo quando as respostas provém de diferentes formas de modelos.

Castillo e Montgomery (1993) afirmam que há outros algoritmos de otimização mais eficientes, como o Gradiente Reduzido Generalizado (GRG), que é um dos mais populares algoritmos de otimização não linear.

Ch'ng *et al.* (2005) propõem que a função utilidade global seja definida na forma de uma média aritmética, como em (8), para evitar que o GRG apresente falsos valores ótimos. Isto pode acontecer se o valor de uma das respostas for igual ao valor alvo, fazendo com que $(d(\hat{y}_i) - d(T_i)) = 0$ em (9) e, por consequência, D atinja o valor mínimo zero:

$$D = \frac{\left(\sum_{i=1}^p e_i |d(\hat{y}_i) - d(T_i)|\right)}{p} \quad (9)$$

onde $d(\hat{y}_i)$ é a função utilidade da resposta i , $d(T_i)$ é o valor dessa função utilidade no valor alvo, e_i é o fator ponderação da resposta i com $\sum_{i=1}^p e_i = 1$ e p é o número de respostas.

As funções utilidades individuais são definidas por (10).

$$d_i = \frac{2 \cdot \hat{y}_i - (U + L)}{U - L} + 1 = \frac{2 \cdot \hat{y}_i}{U - L} + \frac{-2 \cdot L}{U - L} = m \cdot \hat{y}_i + c \quad (10)$$

com $0 \leq d_j \leq 2$.

Para Maia (2013) e Mendes (2012), o método *Desirability* apresenta algumas desvantagens tais como: O método ignora a estrutura de variância e covariância ao transformar um modelo multivariado em um univariado, levando a soluções distantes do ponto ótimo. Também não leva em consideração a possível correlação entre as variáveis respostas, além de que, aumentando a não linearidade D com o aumento do número de variáveis respostas, pode conduzir a soluções viáveis locais. Contudo deve-se ressaltar que estes problemas ocorrem quando o processo a ser otimizado contém variáveis de decisão auto correlacionadas.

2.3.2. Distância Percentual Média (DPM)

A função aglutinadora Distância Percentual Média (DPM), pode ser obtida através de (11):

$$DPM = \frac{\sum_{i=1}^p \frac{|\hat{y}_i - T_i|}{T_i}}{p} \cdot 100 \quad (11)$$

onde:

\hat{y}_i - variável resposta i ;

T_i - valor alvo da variável resposta i .

p – número de respostas contidas no problema

Segundo Kim e Lin (2006), este é o método que tem obtido melhores resultados quando aplicados na avaliação de métodos de otimização, sendo também o método mais indicado para se proceder com comparação entre métodos de busca de soluções ótimas.

2.3.3. Programação por Compromisso (Compromise Programming - CP)

A programação por compromisso (CP), foi apresentada inicialmente por Zeleny (1974), sendo posteriormente adaptado e aplicado na área dos recursos hídricos por

Duckstein e Opricovic (1980), numa abordagem multiobjetivo na presença de variáveis discretas.

O método classifica as alternativas não dominadas através de um conceito geométrico do melhor, por meio de uma medida de distância até a solução ideal. Para Jardim (1999), esse método é caracterizado pela tentativa de identificar as soluções as quais podem estar mais próximas de uma solução “ideal”, considerando essa medida como sendo a distância entre uma dada solução com relação à solução ideal.

Segundo Romero (1993) a função CP pode ser calculada através de (12):

$$\text{Min } L_p = \left\{ \sum_{i=1}^n \alpha_i [Y_i^* - Y_i(x)]^s \right\}^{1/s} \quad (12)$$

Tendo como fator limitante descrito em (13):

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1 \quad (13)$$

Sendo:

α_i - o peso atribuído a i ésima variável resposta.

Y_i^* - o valor alvo da i ésima variável resposta

Uma limitação da utilização do CP como método de aglutinação é sua incomensurabilidade, segundo Jadidi, *et al.*(2014), uma das maneiras de se contornar este problema é aplicando o método da Distância Euclidiana nas equações que fornecem os valores para as variáveis resposta.

2.4.META-HEURÍSTICAS

Meta-heurísticas são procedimentos destinados a encontrar uma boa solução, eventualmente a ótima, consistindo na aplicação, em cada passo, de uma heurística subordinada, a qual tem que ser modelada para cada problema específico.

Esta combinação é frequentemente realizada por um processo estocástico, utilizando dados obtidos a partir de amostras do espaço de busca ou com base em um modelo de algum fenômeno natural ou processo físico. O Recozimento Simulado, por exemplo, decide qual a próxima solução deverá ser avaliada de acordo com o fator de probabilidade de Boltzmann de configurações do átomo de solidificação de metais fundidos. Meta-heurísticas simulam o comportamento da evolução natural ao tratar as soluções como indivíduos que competem em um ambiente virtual. (GONZALES, 2007; KAVEH e MAHDAVI 2014).

Segundo Pholdee e Bureerat (2014), as Metaheurísticas vem sendo amplamente utilizadas para vários tipos de problemas de busca de melhores condições de processo, especialmente para aplicações na engenharia, devido a sua capacidade de procura de soluções viáveis.

2.4.1.Recozimento Simulado (RS)

O Recozimento Simulado foi inicialmente concebido para a minimização de problemas discretos (KIRKPATRICK *et al.*,1983), porém já foi demonstrado sua eficiência em soluções de problemas com variáveis contínuas (ZANDIEH *et al.*, 2009). O algoritmo do Recozimento Simulado tem várias vantagens quando aplicado a problemas onde existe um grande número de mínimos locais e o mínimo global é difícil de se determinar (CAI & MA, 2010). Essas vantagens incluem o amplo intervalo de busca garantindo que o algoritmo não fique preso a mínimos locais e possa determinar o mínimo global, a baixa sensibilidade para a suposição inicial e a simplicidade relativa de implementação (INGBER, 1993).

Este algoritmo é fundamentado em uma analogia com a termodinâmica, ao simular o resfriamento de um conjunto de átomos aquecidos, operação conhecida como recozimento. Quando um metal é aquecido até seu ponto de fusão, sua energia interna é alta e assim suas moléculas se movem rapidamente. Quando a temperatura é reduzida, as moléculas vão gradativamente diminuindo sua velocidade de movimento, na medida em que a energia interna também diminui. Assim, próximo ao ponto de congelamento, o metal se torna sólido, e o estado final das moléculas do metal são determinadas pelos seus comportamentos ou pela velocidade de resfriamento. O metal pode resultar em uma forma amorfa, sem uma forma definida como o vidro ou como um cristal com muitos defeitos em sua estrutura, quando o resfriamento for realizado de forma rápida, o que chamamos

de processo *quenching* (esfriamento rápido). Ou, ainda, pode resultar em um cristal, onde todas as suas moléculas estão alinhadas e correspondem a uma configuração de mínima energia do sistema, quando o resfriamento é executado lentamente, chamamos de processo *annealing* (recozimento para uma recristalização).

Essa técnica começa sua busca a partir de uma solução inicial qualquer. O procedimento principal consiste em um *loop* que gera aleatoriamente, em cada iteração, um único vizinho x^* da solução corrente x . Se este vizinho for melhor que o original ele é aceito e substitui a solução corrente. Se ele for pior por uma quantidade Δ , ele é aceito com uma probabilidade $\exp^{-\Delta/T}$, onde T , que é um parâmetro chamado de Temperatura, decresce gradualmente conforme o progresso do algoritmo. Esse processo é repetido até que T seja tão pequeno que mais nenhum movimento seja aceito. A melhor solução encontrada durante a busca é tomada como uma boa aproximação para a solução ótima (HAMMOUCHE, 2010).

A Figura 5 apresenta um pseudocódigo do Recozimento Simulado.

Figura 5: Pseudocódigo da meta-heurística Recozimento Simulado

Algoritmo Recozimento Simulado ($T_0, RS_{Máx}, \alpha$)

Gere uma solução inicial x

$IterT \leftarrow 0$

$T \leftarrow T_0$

enquanto (critério de parada não for satisfeito) **faça**

enquanto ($IterT < RS_{Máx}$) **faça**

$IterT \leftarrow IterT + 1$

gere um vizinho x^* aleatoriamente ($x^* \in N(x)$)

calcule $\Delta = f(x^*) - f(x)$

se ($\Delta \leq 0$) **então**

$x \leftarrow x^*$

senão

$x \leftarrow x^*$ com probabilidade $\exp^{-\Delta/T}$

fim-enquanto

$T \leftarrow \alpha \cdot T$

$IterT \leftarrow 0$

fim-enquanto

fim-algoritmo

Fonte: Adaptado HENDERSON *et al.* (2003)

A fase intermediária do Recozimento Simulado é a fase mais importante. Sendo assim, uma técnica muito utilizada é o reaquecimento da temperatura, permitindo que o processo de busca seja executado por mais algumas iterações antes que a temperatura se aproxime de zero (por exemplo, pode-se aumentar a temperatura a 30% da temperatura inicial, quando esta atingir o valor de 0,1 pela primeira vez).

2.4.2. Algoritmo Genético (AG)

A Meta-heurística Algoritmo Genético (AG) foi introduzida por Holland (1975). O GA faz parte de um escopo mais abrangente, chamado Algoritmos Evolutivos (*Evolutionary Algorithms*). Nas décadas de 60 e 70, surgiram vários pesquisadores de diferentes pontos dos Estados Unidos e Europa cujas pesquisas convergiam para a ideia de mimetizar o mecanismo de evolução biológica para resolver problemas das mais

diversas áreas, em especial a de otimização. Dessas pesquisas resultaram diferentes abordagens algorítmicas, cujos principais representantes são as estratégias evolutivas (RECHENBERG, 1973), a programação evolutiva (FOGEL *et al.*, 1966) e os algoritmos genéticos (HOLLAND, 1975; GOLDBERG, 1989).

Segundo Cheng *et al.* (2002), o AG demonstra uma boa performance quando utilizado para otimização de problemas com múltiplos objetivos onde há aglutinação das respostas.

Para compreender o funcionamento dos AGs faz-se necessário realizar uma analogia uma explicação sobre a evolução das espécies. Assim, o AG trabalha da seguinte forma:

- Inicialmente é gerada uma população formada por um conjunto aleatório de indivíduos, que podem ser vistos como possíveis soluções do problema;
- Durante o processo evolutivo, esta população é avaliada, sendo que para cada indivíduo é atribuída uma nota, ou índice, que reflete sua habilidade de adaptação a determinado ambiente;
- Uma porcentagem dos indivíduos mais adaptados é mantida, enquanto os outros são descartados;
- Os membros mantidos pela seleção podem sofrer modificações em suas características fundamentais por meio de cruzamentos (crossover), mutações ou recombinação genética gerando descendentes para a próxima geração.
- Este processo, chamado de reprodução, é repetido até que uma solução satisfatória seja encontrada. Embora possam parecer simplistas do ponto de vista biológico, estes algoritmos são suficientemente complexos para fornecer mecanismos de busca adaptativos poderosos e robustos.

A Figura 6 apresenta um pseudocódigo de um AG clássico.

Figura 6: Pseudocódigo da meta-heurística AG

Algoritmo AG (μ , p_c , p_m)

Gere a população inicial de tamanho μ

enquanto (critério de parada não for satisfeito) **faça**

selecione a população de pais

selecione o operador de recombinação com probabilidade p_c

selecione o operador de mutação com probabilidade p_m

avaliar a população de filhos

selecione a nova população

fim-enquanto

fim-algoritmo

Fonte: Adaptado Reeves (2003).

2.4.2.1. Operadores Genéticos

Com o objetivo de realizar transformações em uma população, os operadores genéticos atuam de maneira que a cada nova geração os novos indivíduos sejam mais capazes de se adaptar ao meio. Assim sendo, a cada nova geração, os operadores genéticos contribuem para que a evolução aconteça de fato.

Os operadores genéticos são classificados em: inicialização, função de aptidão, seleção, cruzamento, mutação, atualização e finalização. Sendo que destes, destacam-se os de seleção, cruzamento e mutação, responsáveis por conduzir a busca no sentido da detecção da melhor solução.

a) Inicialização

Um algoritmo genético tem como primeira etapa a criação de uma população inicial que é realizada de maneira aleatória, a esta função dá-se o nome de inicialização.

A geração de cromossomos que compõem a população inicial de maneira totalmente aleatória tem como objetivo aumentar a diversidade genética da população inicial, garantindo desta forma, um maior alcance no espaço de busca. Caso a inicialização da população não ocorra de forma randômica, esta poderá convergir prematuramente, isso significa que em um curto espaço de tempo a população possuirá

indivíduos muito semelhantes, ou seja, com pouca diversidade genética, o que dificultará na escolha da melhor solução possível para o problema estudado.

Após a criação da população inicial, é necessário avaliar todos os cromossomos gerados. Desta forma, a próxima seção define a função a ser executada para realizar tal avaliação.

b) Função de Aptidão

Pela teoria da *Seleção Natural*, a aptidão é exercida pelo meio em que o indivíduo vive. Quando acontece uma modificação no meio e determinado indivíduo não se encontra apto para sobreviver ali, ele tem menos probabilidade de se reproduzir e assim, não transmite sua carga genética as próximas gerações, ocasionando o desaparecimento da mesma.

No GA, é desejável que a função aptidão mantenha os melhores resultados de uma geração permitindo que os mesmos sejam replicados na próxima geração. Assim ao gerar uma nova população os melhores genomas estarão autorizados a serem transmitidos de forma inalterada para a população futura. Este método é conhecido como seleção elitista e esses genomas selecionados são chamados de membros de elite da população mais antiga (FAGHIHI *et al.*, 2014).

c) Seleção

A operação de Seleção é executada após a determinação da aptidão dos cromossomos gerados. Este processo está baseado no fato de que indivíduos mais capazes de sobreviver ao meio têm maior probabilidade de gerar descendentes, enquanto que indivíduos menos capazes têm menor probabilidade de gerar descendentes. Portanto a operação de seleção não pode ser realizada de forma que somente o indivíduo mais capaz possa gerar descendentes, pois existe a chance de um indivíduo menos capaz de contribuir com sua carga genética em futuras populações.

d) Cruzamento

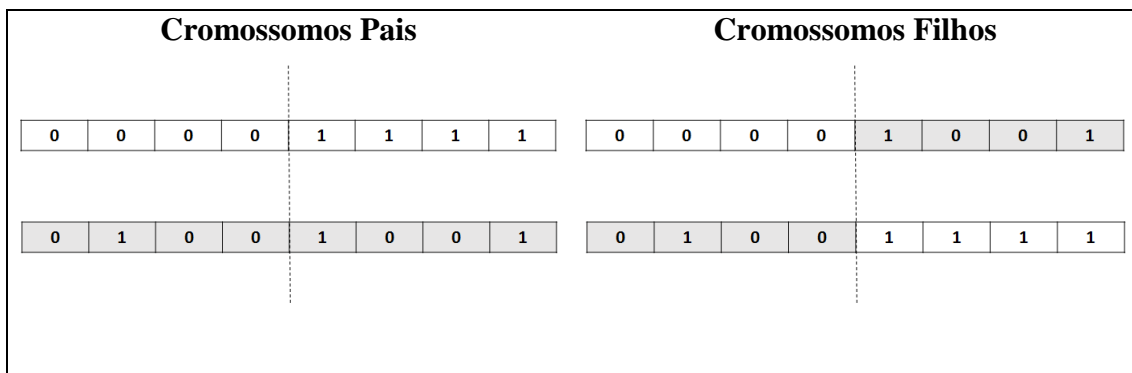
A operação de cruzamento é efetuada logo após a realização da seleção. Nesta operação ocorre a troca de segmentos entre “pares” de cromossomos selecionados para

originar novos indivíduos que virão a formar a população da geração seguinte. Portanto, o propósito da operação de cruzamento é repassar as características positivas dos indivíduos mais aptos da população por meio da troca de segmentos de informações entre os mesmos, originando novos indivíduos.

As formas mais comuns de cruzamento nos Algoritmos Genéticos são as de ponto único, duplo e cruzamento de pontos aleatórios.

- **Ponto único:** No método de ponto único, é escolhido um ponto de corte aleatório e a partir desse ponto o material genético dos pais é trocado dando origem a dois novos cromossomos, formados pela combinação das características genéticas dos pais, como pode ser observado na Figura 7.

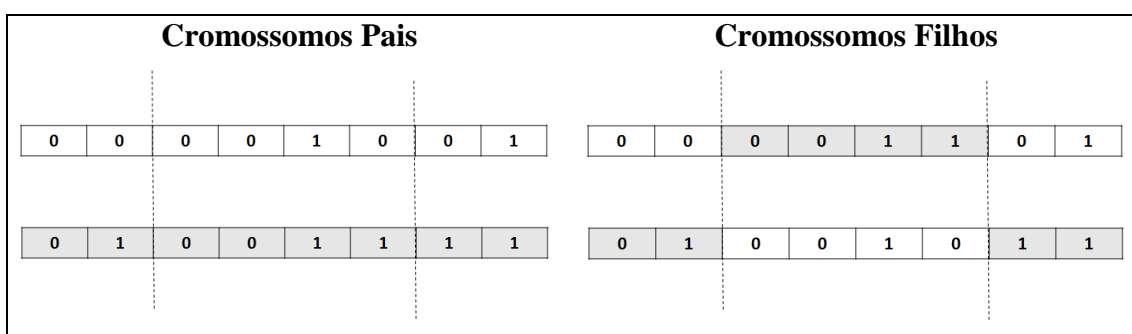
Figura 7: Cruzamento em ponto único.



Fonte: Adaptado Saracoglu *et al.* (2014).

- **Ponto duplo:** No método de ponto duplo são escolhidos dois pontos de cruzamento e a partir desses os materiais genéticos dos pais são trocados de forma intercalada, como pode ser observado na Figura 8.

Figura 8: Cruzamento em ponto duplo



Fonte: Adaptado Saracoglu, *et al.* (2014).

- **Pontos aleatórios:** A técnica de cruzamento de pontos aleatórios utiliza como base máscaras, que consistem de cromossomos binários, onde no local em que os alelos possuem o valor 1 utiliza-se, inicialmente, o material genético de um dos pais, e onde possui o valor 0 pega-se o material do outro pai. A máscara pode ser invertida e inicia-se novamente o processo de cruzamento (Figura 9).

Figura 9: Cruzamento em pontos aleatórios

		Máscara							
		0	0	0	1	0	1	0	1
		Cromossomos Pais							
Pai 1		0	0	0	1	1	1	1	1
Pai 2		1	1	1	0	0	1	0	0
		Cromossomos Filhos							
Filho 1		1	1	1	1	0	1	0	1
Filho 2		1	1	1	1	0	1	0	1

Fonte: Adaptado Saracoglu, *et al.* (2014).

e) Mutação

O operador de mutação é executado logo após o processo de cruzamento e tem por objetivo realizar modificações em determinadas propriedades genéticas de uma população, de forma aleatória. Esta operação mostra-se importante uma vez que possibilita à população atual obter propriedades genéticas que não existiam ou eram encontradas em baixa porcentagem. Deste modo, a execução do operador de mutação mostra-se indispensável, visto que este permite a introdução e manutenção da diversidade genética da população. Logo, com a execução do operador de mutação é possível garantir que o espaço de busca possivelmente não será igual a zero. Vale ressaltar, que a taxa de mutação, assim como na natureza, deve acometer uma pequena parcela da população, pois caso a porcentagem seja elevada, os indivíduos gerados pouco se assemelharão aos

seus pais; caso contrário, a diversidade da população estará comprometida. Existem várias técnicas de mutação, dentre elas:

- **Mutação aleatória:** dentro de um alfabeto válido, um valor é sorteado para substituir o que sofrerá a mutação, o processo se encontra ilustrado na Figura 10;

Figura 10: Mutação aleatória

Cromossomos antes da mutação								Cromossomos depois da mutação							
0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1

Fonte: Adaptado Saracoglu, *et al.* (2014).

- **Mutação por troca:** n pares de genes são sorteados; logo após o sorteio os pares trocam valores entre si, como apresentado na Figura 11;

Figura 11: Mutação por troca

Cromossomos antes da mutação								Cromossomos depois da mutação							
0	0	0	1	0	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0	1

Fonte: Adaptado Saracoglu, *et al.* (2014).

f) Atualização

Na atualização a população antiga é substituída por uma nova população, formada pelo cruzamento dos indivíduos selecionados da população anterior. As formas mais conhecidas de atualização são $(x+y)$ e (x,y) , também chamadas de estratégia soma e estratégia vírgula. Na estratégia soma, indivíduos da população anterior convivem com a população formada por seus filhos. Essa estratégia também pode ser chamada de elitismo e geralmente uma percentagem muito pequena é selecionada para a próxima geração, pois corre-se o risco de uma convergência prematura do AG. Na estratégia vírgula a população

anterior não convive com a próxima população, perdendo-se então soluções boas encontradas.

g) Finalização

O operador de finalização é o responsável por determinar se a execução do Algoritmo Genético (evolução de população) será concluída ou não. Tal ação é realizada a partir da execução de testes baseados em uma condição de parada pré-estabelecida. Tal condição de parada pode variar desde a quantidade gerações desenvolvidas até o grau de proximidade dos valores de aptidão de cada cromossomo, de determinada população.

2.5. ALGORITMO NELDER-MEAD SIMPLEX

Desde sua publicação em 1965 (NELDER e MEAD, 1965), o Algoritmo Nelder Mead Simplex tornou-se um dos métodos mais utilizados para otimização de funções não lineares sem restrições. O algoritmo de Nelder Mead Simplex não deve ser confundido com o Algoritmo Simplex (provavelmente) mais famoso de Dantzig para a programação linear, pois o Método de Nelder Mead destina-se a otimização sem restrições (LAGARIAS *et al.*, 1998).

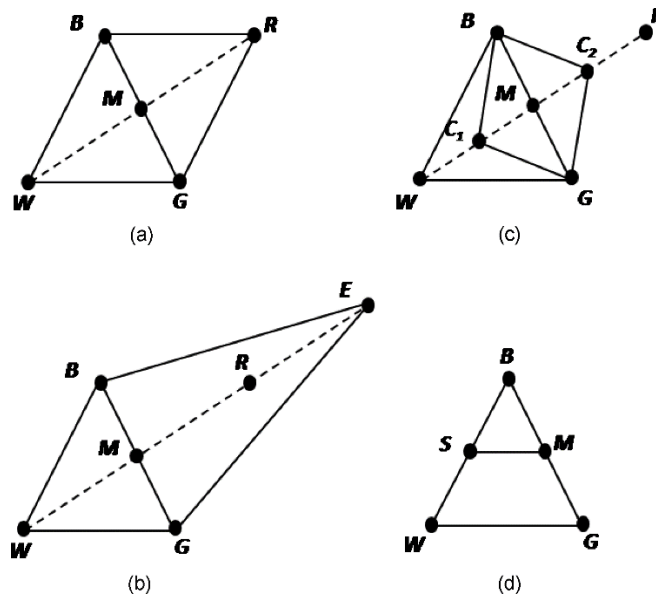
O Algoritmo de Nelder-Mead foi proposto como um método para minimizar o custo de uma função $f(x)$ para $x \in \mathbb{R}^n$. O método utiliza o conceito de um simplex, que é um poliedro especial de $N + 1$ vértices em N dimensões (RAJAN e MALAKAR, 2014).

Apesar deste método ser bastante simples, o mesmo pode ser implementado de muitas maneiras diferentes. Além de alguns detalhes computacionais menores no algoritmo básico, a principal diferença entre as várias implementações reside na construção do simplex inicial, e na seleção de testes de convergência ou de terminação utilizados para terminar o processo de iteração.

O algoritmo é um processo para gerar uma sequência de triângulos, para as quais os valores da função objetivo em cada um dos vértices ficam cada vez menores. Cada iteração do algoritmo irá reduzir o tamanho dos triângulos que convergem para as coordenadas do ponto mínimo. O processo do nosso método de substituição consiste em quatro operações básicas: reflexão, expansão, contração, e múltipla contração, como mostrado na Figura 12. No início do algoritmo, que a entrada de três conjuntos de valores iniciais, e as equações de taxa são resolvidos utilizando o quarta ordem Runge-Kutta.. Os

conjuntos de valores iniciais formarão os três vértices de um triângulo. Estes vértices são classificados de acordo com o valor da função objetivo e classificados de maneira que B é o melhor vértice, G é um bom vértice (a próxima melhor), e W é o pior vértice. Após o ranking dos vértices, nosso algoritmo começa a substituir o vértice W por uma estimativa um melhor.

Figura 12: Quatro operações básicas do método Simplex de Nelder Mead. (a) Reflexão usando o ponto R ; (b) expansão usando o ponto E ; (c) contração usando o ponto C ; e (d) Múltipla Contração na direção de B .



A Figura 13 apresenta um pseudocódigo do algoritmo de Nelder Mead Simplex.

Figura 13: Pseudocódigo do algoritmo de Nelder Mead Simplex

```
Algoritmo Nelder Mead
  Gere uma solução inicial  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$  e  $(x_3, y_3)$ 
  classifique as soluções com B, G e W
  Calcule  $M = (B+G)/2$ 
  Calcule  $R = 2*M-W$ 
  enquanto (critério de parada não for satisfeito) faça
  se  $f(R) < f(W)$  então
    Substitua W por R
    Calcule  $C = (M+R)/2$  e  $f(C)$ 
  se  $f(C) < f(W)$  então
    substitua W por C
  senão
    Calcule a solução final
  fim-se
  fim-se
  fim-enquanto
  fim-algoritmo
```

Segundo Tseng (1999), apesar de ser largamente empregado, o método de Nelder Mead Simplex não tem garantias de convergência para dimensões superiores a 2. Existem exemplos onde o algoritmo converge a pontos não estacionários, fenômeno normalmente atribuído ao fato da direção de busca (ou seja, a direção definida pelo pior vértice e pelo centróide dos vértices restantes) se tornar numericamente ortogonal ao gradiente. Entretanto, o mau comportamento para essas funções pode ser evitado impondo, por exemplo, decréscimo suficiente e restrições sobre os ângulos internos do simplex.

Baulac *et al.* (2007) implementaram o Método de Nelder Mead Simplex acoplado com a meta-heurística Algoritmo Genético para otimização de sistemas de barreiras acústicas demonstrando a viabilidade da ação conjunta destes dois mecanismos de busca.

2.6. GRADIENTE REDUZIDO GENERALIZADO

O método do Gradiente Reduzido Generalizado (GRG) foi apresentado por Carpentier e Abadie (1964) para a solucionar problemas de programação matemática com uma função objetivo não linear e restrições lineares, este trabalho foi baseado no método do Gradiente descrito por Rosen (1960) e no método do Gradiente Reduzido descrito por Wolfe (1963).

Waren e Lasdon (1979) deram uma descrição detalhada do desempenho de vários códigos computacionais em uso na época, informando a diferenciada qualidade do GRG. Posteriormente, Lasdon (1980) efetuou algumas modificações no algoritmo e o batizou de GRG2. Ressalta-se que estas modificações foram realizadas no algoritmo computacional preservando-se o método original.

Segundo El Mouatasim, Ellaia e De Cursi (2014), para ser mais preciso, as constantes são linearizadas utilizando a matriz jacobiana \mathbf{Jg} de \mathbf{g} e a aproximação pode ser vista em (14):

$$g(X) \approx g(X^K) + Jg(X^K) \cdot (X - X^K) = 0 + A_K \cdot (X - X^K) = 0 \quad (14)$$

A equação pode ser escrita da seguinte forma em (15):

$$B_K X_{B_K} + N_K X_{N_K} = A_K X^K \quad (15)$$

Ao introduzir a seguinte notação $b_K = A_K X^K$, temos (16):

$$X_{B_K} = B_K^{-1} b_K - B_K^{-1} N_K X_{N_K} \quad (16)$$

A partir deste ponto a procura do vetor d é dada da mesma maneira de forma linear. Devido a não linearidade das restrições, a igualdade $g(X^{K+1}) = g(X^K + \eta d) = 0$, não permanece, sendo necessária uma ação adicional para restaurar a viabilidade.

No método GRG é dada uma suposição inicial viável $X^0 \in C$ e a seguinte sequencia $\{X^K\}_{k \geq 0} \subset C$ é gerada usando iterações de forma geral, como visto em (17)

$$X_{B_K} = B_K^{-1}b_K - B_K^{-1}N_K X_{N_K} \quad (17)$$

Sendo que a escolha ótima de η_K é dada por (18-19):

$$\eta_K \in \arg \min \{ f(X^K \eta d^K) : 0 \leq \eta \leq \eta_{\max} \} \quad (18)$$

$$f(X) = \begin{cases} \min_{1 \leq j \leq \eta} \left\{ \frac{-X_j^K}{d_j^K} < 0 \right\}, & d^K < 0 \\ \infty, & d^K \geq 0 \end{cases} \quad (19)$$

Por fim, temos (20):

$$f(X^K \eta d^K) \leq f(X^K) \quad (20)$$

Segundo K oksoy e Yalcinoz (2006), o GRG   o m etodo mais empregado na resolu ao de problemas com m ultiplas respostas, fato este devido a sua facilidade de implanta ao e de seu algoritmo estar disponibilizado no pacote Solver que acompanha o software Microsoft Excel[®]. Entretanto, Ladson (1980) afirma que a maior limita ao da utiliza ao do GRG prov em do fato que   necess ario que a estimativa inicial dos par metros seja pr oxima ao valor do ponto  timo para que se tenha uma garantia de converg ncia para o ponto  timo.

3. MÉTODOS

O presente estudo tem como objetivo realizar uma avaliação do desempenho das meta-heurística AG e RS de forma isolada e combinadas com o método de Nelder Mead Simplex para determinação de um ajuste que leve a melhoria de processos com múltiplas respostas.

Foi também empregado o método do Gradiente Reduzido Generalizado (GRG) como base de comparação para os métodos propostos.

Todos os métodos de busca foram testados com os seguintes métodos de aglutinação:

- a) Distância Percentual Média (DPM);
- b) Programação por Compromisso (CP);
- c) Programação por Compromisso normalizada pela Distância Euclidiana (CPDE).

Nos casos da aglutinação efetuada pela CP e CPDE, foram atribuídos três configurações de peso diferentes, sendo uma delas feita pelo próprio método de busca.

Para se proceder com este estudo, foram selecionados cinco trabalhos na literatura que empregaram o método *Desirability* como método de otimização de problemas com múltiplas respostas.

3.1. CASOS SELECIONADOS DA LITERATURA

Neste tópico se encontram apresentados os casos selecionados na literatura que foram utilizados como objeto de estudo desta tese.

3.1.1. Caso 1 – Derringer e Suich (1980)

O problema descrito por Derringer e Suich (1980), consiste na otimização de quatro índices de qualidade de pneus associados a três fatores de controle: \hat{y}_1 - índice de abrasão (resposta tipo LTB); \hat{y}_2 - módulo 200% (resposta tipo LTB); \hat{y}_3 - alongamento de ruptura (resposta tipo NTB); \hat{y}_4 - dureza (resposta tipo NTB), e três variáveis de

decisão: x_1 - nível de sílica hidratada, x_2 - nível de silano com agente ligante e x_3 - concentração de enxofre. As experiências foram realizadas com base num desenho de compósito central com seis pontos centrais e as equações de regressão das respostas de segunda ordem que foram obtidas são apresentadas em (21) – (24):

$$\hat{y}_1 = 139,12 + 16,49x_1 + 17,88x_2 + 10,91x_3 - 4,01x_1^2 - 3,45x_2^2 - 1,57x_3^2 + 5,13x_1x_2 + 7,13x_1x_3 + 7,88x_2x_3 \quad (21)$$

$$\hat{y}_2 = 1261,11 + 268,15x_1 + 246,50x_2 + 139,48x_3 - 83,55x_1^2 - 124,79x_2^2 + 199,17x_3^2 + 69,38x_1x_2 + 94,13x_1x_3 + 104,38x_2x_3 \quad (22)$$

$$\hat{y}_3 = 400,38 - 99,67x_1 - 31,40x_2 + 73,92x_3 + 7,93x_1^2 + 17,31x_2^2 + 0,43x_3^2 + 8,75x_1x_2 + 6,25x_1x_3 + 1,25x_2x_3 \quad (23)$$

$$\hat{y}_4 = 68,91 - 1,41x_1 + 4,32x_2 + 1,63x_3 - 1,56x_1^2 + 0,06x_2^2 - 0,32x_3^2 - 1,63x_1x_2 + 0,13x_1x_3 - 0,25x_2x_3 \quad (24)$$

Os alvos para a otimização de cada resposta foram determinados pelos autores do trabalho no qual se baseia este estudo de caso, e são apresentados em (25-28):

$$T_1 = 170 \quad (25)$$

$$T_2 = 1300 \quad (26)$$

$$T_3 = 500 \quad (27)$$

$$T_4 = 67,5 \quad (28)$$

As restrições para este problema estão descritas em (29-35):

$$-1,663 \leq x_1 \leq 1,663 \quad (29)$$

$$-1,663 \leq x_2 \leq 1,663 \quad (30)$$

$$-1,663 \leq x_3 \leq 1,663 \quad (31)$$

$$\hat{y}_1 \geq 120 \quad (32)$$

$$\hat{y}_2 \geq 1000 \quad (33)$$

$$400 \leq \hat{y}_3 \leq 600 \quad (34)$$

$$65 \leq \hat{y}_4 \leq 70 \quad (35)$$

3.1.2. Caso 2: Khuri e Conlon (1981):

O problema descrito por Khuri e Conlon (1981) tem como objetivo otimizar quatro respostas distintas: \hat{y}_1 - dureza (resposta tipo LTB); \hat{y}_2 - coesividade (resposta tipo LTB); \hat{y}_3 - elasticidade (resposta tipo LTB); \hat{y}_4 -compressão à água (resposta tipo LTB), e duas variáveis de decisão: x_1 - cisteína, x_2 -clorato de cálcio. As equações que modelam cada resposta são apresentados em (36-39).

$$\hat{y}_1 = 1,526 - 0,575x_1 - 0,524x_2 - 0,171x_1^2 - 0,098x_2^2 + 0,318x_1x_2 \quad (36)$$

$$\hat{y}_2 = 0,660 - 0,092x_1 - 0,010x_2 - 0,096x_1^2 - 0,058x_2^2 - 0,070x_1x_2 \quad (37)$$

$$\hat{y}_3 = 1,776 - 0,250x_1 - 0,078x_2 - 0,156x_1^2 - 0,079x_2^2 - 0,010x_1x_2 \quad (38)$$

$$\hat{y}_4 = 0,468 + 0,131x_1 + 0,073x_2 + 0,026x_1^2 + 0,024x_2^2 - 0,083x_1x_2 \quad (39)$$

Os alvos para a otimização de cada resposta foram determinados pelos autores do trabalho no qual se baseia este estudo de caso, e são apresentados em (40-43):

$$T_1 = 2,68 \quad (40)$$

$$T_2 = 0,69 \quad (41)$$

$$T_3 = 1,90 \quad (42)$$

$$T_4 = 0,71 \quad (43)$$

As restrições para este problema estão descritas em (44-50):

$$-1,000 \leq x_1 \leq 1,000 \quad (44)$$

$$-1,000 \leq x_2 \leq 1,000 \quad (45)$$

$$-1,000 \leq x_3 \leq 1,000 \quad (46)$$

$$\hat{y}_1 \geq 0,37 \quad (47)$$

$$\hat{y}_2 \geq 0,30 \quad (48)$$

$$\hat{y}_3 \geq 1,10 \quad (49)$$

$$\hat{y}_4 \geq 0,23 \quad (50)$$

3.1.3. Caso 3: Vining (1998):

O problema descrito por Vining (1998) tem como objetivo otimizar duas respostas distintas: \hat{y}_1 - máxima conversão ; \hat{y}_2 - atividade térmica, e três variáveis de decisão: x_1 - tempo de reação, x_2 - temperatura de reação e x_3 - quantidade de catalisador. As equações que modelam cada resposta são apresentados em (51-52).

$$\hat{y}_1 = 81,09 + 1,03x_1 + 4,04x_2 + 6,20x_3 - 1,83x_1^2 + 2,94x_2^2 - 5,19x_3^2 + 2,13x_1x_2 + 11,37x_1x_3 - 3,87x_2x_3 \quad (51)$$

$$\hat{y}_2 = 60,23 + 4,26x_1 + 2,23x_3 \quad (52)$$

Os alvos para a otimização de cada resposta foram determinados pelos autores do trabalho no qual se baseia este estudo de caso, e são apresentados em (53-54):

$$T_1 = 100 \quad (53)$$

$$T_2 = 57,5 \quad (54)$$

As restrições para este problema estão descritas em (55-59):

$$-1,663 \leq x_1 \leq 1,663 \quad (55)$$

$$-1,663 \leq x_2 \leq 1,663 \quad (56)$$

$$-1,663 \leq x_3 \leq 1,663 \quad (57)$$

$$\hat{y}_1 \geq 80 \quad (58)$$

$$55 \leq \hat{y}_2 \leq 60 \quad (59)$$

3.1.4. Caso 4 – Castillo *et al.* (1996)

O problema descrito por Castillo *et al.* (1996), consiste em na otimização de seis índices de qualidade: \hat{y}_1 - temperatura máxima na posição A; \hat{y}_2 - temperatura inicial da ligação na posição A; \hat{y}_3 - temperatura final da ligação na posição A; \hat{y}_4 - temperatura máxima na posição B; \hat{y}_5 - temperatura inicial da ligação na posição B; \hat{y}_6 - temperatura final da ligação na posição B, e três variáveis de decisão: x_1 - taxa de fluxo de nitrogênio, x_2 - temperatura do nitrogênio e x_3 - temperatura do bloco de aquecimento. As equações que modelam cada resposta são apresentados em (60-65).

$$\hat{y}_1 = 174,93 + 23,38x_2 + 3,62x_3 - 19,00x_2x_3 \quad (60)$$

$$\hat{y}_2 = 141,00 + 6,00 \cdot x_1 + 21,02 \cdot x_2 + 14,12 \cdot x_3 \quad (61)$$

$$\hat{y}_3 = 139,53 + 7,25x_1 + 16,00x_2 + 19,75x_3 \quad (62)$$

$$\hat{y}_4 = 154,90 + 10,10x_1 + 30,60x_2 + 6,30x_3 - 11,20x_1^2 + 11,30x_1x_2 \quad (63)$$

$$\hat{y}_5 = 139,29 + 4,63x_1 + 19,75x_2 + 16,13x_3 - 5,41x_1^2 + 7,00x_1x_2 \quad (64)$$

$$\hat{y}_6 = 146,86 + 4,87x_1 + 15,62x_2 + 27,00x_3 - 3,98x_1^2 + 4,75x_1x_2 \quad (65)$$

Os alvos para a otimização de cada resposta foram determinados pelos autores do trabalho no qual se baseia este estudo de caso, e são apresentados em (66-71):

$$T_1 = 190 \quad (66)$$

$$T_2 = 185 \quad (67)$$

$$T_3 = 185 \quad (68)$$

$$T_4 = 190 \quad (69)$$

$$T_5 = 185 \quad (70)$$

$$T_6 = 185 \quad (71)$$

As restrições para este problema estão descritas em (72-80):

$$-1,000 \leq x_1 \leq 1,000 \quad (72)$$

$$-1,000 \leq x_2 \leq 1,000 \quad (73)$$

$$-1,000 \leq x_3 \leq 1,000 \quad (74)$$

$$185 \leq \hat{y}_1 \leq 195 \quad (75)$$

$$170 \leq \hat{y}_2 \leq 195 \quad (76)$$

$$170 \leq \hat{y}_3 \leq 195 \quad (77)$$

$$185 \leq \hat{y}_4 \leq 195 \quad (78)$$

$$170 \leq \hat{y}_5 \leq 195 \quad (79)$$

$$170 \leq \hat{y}_6 \leq 195 \quad (80)$$

3.1.5. Caso 5 – Heinsman e Montgomery (1995)

O problema descrito por Heinsman e Montgomery (1995), consiste na otimização de quatro índices de qualidade de um produto de limpeza doméstico: \hat{y}_1 - tempo de vida útil do produto (resposta tipo LTB); \hat{y}_2 - número de cargas de resíduos emulsificados (resposta tipo LTB); \hat{y}_3 - altura da espuma (resposta tipo LTB); \hat{y}_4 - quantidade total de espuma produzida (resposta tipo LTB), e três variáveis de decisão: x_1 - concentração de surfactante não-iônico A, x_2 - concentração de surfactante aniônico e x_3 - concentração de surfactante não-iônico B. As experiências foram realizadas com base planejamento de

experimento com misturas e as equações de respostas de terceira ordem que foram obtidas são apresentadas em (81–84):

$$\hat{y}_1 = 3,8072 - 0,8594x_1 - 0,6247x_2 + 0,6701x_1x_2 + 0,1357x_2^2 + 0,1471x_1^3 \quad (81)$$

$$\hat{y}_2 = 18,8994 + 4,9100x_1 + 4,7634x_3 + 1,6211x_1x_2 - 1,715251x_1^2 - 0,9726x_2^3 - 4,7218x_3^3 \quad (82)$$

$$\hat{y}_3 = 62,7826 - 7,6088x_2 - 3,7639x_1x_2 - 5,3399x_1x_3 + 4,1927x_1^2 - 8,0196x_1x_2x_3 \quad (83)$$

$$\hat{y}_4 = 1047,6790 - 217,4438x_1 - 47,3547x_1^2 - 48,5316x_2^3 \quad (84)$$

Os alvos para a otimização de cada resposta foram determinados pelos autores do trabalho no qual se baseia este estudo de caso, e são apresentados em (84-87):

$$T_1 = 7,887 \quad (84)$$

$$T_2 = 22 \quad (85)$$

$$T_3 = 115,5 \quad (86)$$

$$T_4 = 1579,6 \quad (87)$$

As restrições para este problema estão descritas em (93-94):

$$-2,230 \leq x_1 \leq 2,230 \quad (88)$$

$$-2,230 \leq x_2 \leq 2,230 \quad (89)$$

$$-2,230 \leq x_3 \leq 2,230 \quad (90)$$

$$\hat{y}_1 \geq 3,5 \quad (91)$$

$$\hat{y}_2 \geq 19 \quad (92)$$

$$\hat{y}_3 \geq 82 \quad (93)$$

$$\hat{y}_4 \geq 1000 \quad (94)$$

3.2. META-HEURISTICAS

Todas as meta-heurísticas aplicadas neste trabalho, foram desenvolvidas utilizando o software Scilab v. 5.2.2.

A escolha deste software foi realizada baseada nos seguintes fatos:

- O Scilab é um software gratuito disponibilizado pela Scilab Enterprises, o que gera uma redução de custos;
- O Scilab é *open source*, o que implica numa atualização constante em suas bibliotecas e sub-rotinas.
- O Scilab conta com sub-rotinas para as meta-heurísticas propostas neste estudo, assim como uma sub-rotina específica para o método de Nelder Mead Simplex.

3.2.1. Recozimento Simulado (RS)

O método de busca de melhores valores utilizando a Meta-Heurística Recozimento Simulado foi implementada neste estudo de conforme a Figura 14.

Figura 14: Representação da metodologia utilizada para a melhoria de processos utilizando Recozimento Simulado

```

Algoritmo Recozimento Simulado
 $T_0 \leftarrow T_{inicial}$ 
num_solucoes  $\leftarrow$  número de soluções
r  $\leftarrow$  taxa de Resfriamento
k  $\leftarrow$  Número de repetições
    gere uma solução inicial x
     $T \leftarrow T_0$ 
enquanto ( $T > 1 \times 10^{-15}$ ) faça
    gere um conjunto de (num_solucoes) vizinho  $x^*$  aleatoriamente ( $x^* \in N(x)$ )
    enquanto ( $i < k$ ) faça
        escolha um vizinho aleatoriamente  $x^*$ 
        custo_atual  $\leftarrow f(x^*)$ 
        custo  $\leftarrow f(x)$ 
         $\Delta \leftarrow f(x^*) - f(x)$ 
        se ( $\Delta \leq 0$ ) então
             $x \leftarrow x^*$ 
        senão
             $x \leftarrow x^*$  com probabilidade  $\exp^{-\Delta/T}$ 
    fim-se
fim-enquanto
     $T \leftarrow \alpha \cdot T$ 
fim-enquanto
imprime x
fim-algoritmo

```

O código fonte desenvolvido está apresentado no Anexo 1.

3.2.2. Algoritmo Genético

O método de busca de melhores valores utilizando a meta-heurística Algoritmo Genético foi implementada neste estudo conforme a Figura 15.

Figura 15: Representação da metodologia utilizada para a melhoria de processos utilizando Algoritmo Genético

```
Algoritmo Genético
N ← Número de gerações
i ← 1
P ← Tamanho da população
Pc ← Probabilidade de Cruzamento
Pm ← Probabilidade de Mutação
C ← Probabilidade de cruzamento dos piores indivíduos
D ← incremento utilizado na criação da população
Min ← Valor mínimo das variáveis de decisão
Max ← Valor máximo das variáveis de decisão
Gere aleatoriamente uma população inicial x
enquanto (N>i) faça
  Ranqueie a população de acordo com a aptidão
  Sorteie membros da população para cruzamento ou eliminação em função do resultado do
  ranking
  enquanto (P > j) faça
    Sorteie dois membros da população pré-selecionada
    se (Pc > número aleatório) então
      Realize cruzamento com um ponto de corte entre sorteados
    senão
      Mantém os cromossomos inalterados na próxima geração
    fim-se
  se (Pm > número aleatório) então
    Realize mutação no cromossomo
  fim-se
fim-enquanto
  Imprime x
fim-algoritmo
```

O código fonte desenvolvido está apresentado no Anexo 2.

3.2.3. Recozimento Simulado combinado com o método de Nelder Mead Simplex

O método de busca de melhores valores utilizando a meta-heurística Recozimento Simulado combinada com o algoritmo de Nelder Mead Simplex foi implementada neste estudo conforme a Figura 16.

Figura 16: Representação da metodologia utilizada para a melhoria de processos utilizando Recozimento Simulado combinado com o método Nelder Mead Simplex

```
Algoritmo Recozimento Simulado combinado com o método Nelder Mead Simplex
 $T_0 \leftarrow T_{inicial}$ 
num_solucoes  $\leftarrow$  número de soluções
r  $\leftarrow$  taxa de Resfriamento
k  $\leftarrow$  Número de repetições
    gere uma solução inicial x
     $T \leftarrow T_0$ 
enquanto ( $T > 1 \times 10^{-15}$ ) faça
    gere um conjunto de (num_solucoes) vizinho  $x^*$  aleatoriamente ( $x^* \in N(x)$ )
    enquanto ( $i < k$ ) faça
        escolha um vizinho aleatoriamente  $x^*$ 
        custo_atual  $\leftarrow f(x^*)$ 
        custo  $\leftarrow f(x)$ 
         $\Delta \leftarrow f(x^*) - f(x)$ 
        se ( $\Delta \leq 0$ ) então
             $x \leftarrow x^*$ 
        senão
             $x \leftarrow x^*$  com probabilidade  $\exp^{-\Delta T}$ 
    fim-se
     $i = i + 1$ 
fim-enquanto
     $T \leftarrow \alpha \cdot T$ 
fim-enquanto
    salva melhor resposta  $x^{**}$ 
    aplicar Simplex de Nelder Mead em  $x^{**}$ 
    imprime  $x^{**}$ 
fim-algoritmo
```

O código fonte desenvolvido está apresentado no Anexo 3.

3.2.3. Algoritmo Genético combinado com método Nelder Mead Simplex

O método de busca de melhores valores utilizando a meta-heurística Algoritmo Genético combinada com o algoritmo Nelder Mead Simplex foi implementada neste estudo conforme a Figura 17.

Figura 17: Representação da metodologia utilizada para a melhoria de processos utilizando Algoritmo Genético combinado com o método Nelder Mead Simplex

```
Algoritmo Genético
N ← Número de gerações
i ← 1
P ← Tamanho da população
Pc ← Probabilidade de Cruzamento
Pm ← Probabilidade de Mutação
C ← Probabilidade de cruzamento dos piores indivíduos
D ← incremento utilizado na criação da população
Min ← Valor mínimo das variáveis de decisão
Max ← Valor máximo das variáveis de decisão
Gere aleatoriamente uma população inicial x
enquanto (N>i) faça
  Ranqueie a população de acordo com a aptidão
  Sorteie membros da população para cruzamento ou eliminação em função do resultado do
  ranking
  enquanto (P > j) faça
    Sorteie dois membros da população pré-selecionada
    se (Pc > número aleatório) então
      Realize cruzamento com um ponto de corte entre sorteados
    senão
      Mantém os cromossomos inalterados na próxima geração
    fim-se
    se (Pm > número aleatório) então
      Realize mutação no cromossomo
    fim-se
  fim-enquanto
  salva melhor resposta x**
  aplicar Simplex de Nelder Mead em x**
  imprime x**
fim-algoritmo
```

O código fonte desenvolvido está apresentado no Anexo 4.

3.2.5. Calibração das Meta-Heurística

Dependendo dos valores utilizados nos parâmetros das Meta-Heurísticas, o resultado obtido pode ser o valor desejado (ótimo global), um valor próximo ao desejado (ótimo local) ou ainda um valor muito diferente.

A fim de padronizar as meta-heurísticas implementadas neste estudo foram realizados um total de 10 testes utilizando o Caso 1 descrito no item 3.1.1 para determinar os melhores valores para os parâmetros específicos de cada meta-heurística em função do resultado obtido e do custo computacional envolvido.

3.3. GRADIENTE REDUZIDO GENERALIZADO GRG

Para a aplicação do Gradiente Reduzido Generalizado (GRG), foi utilizado o software Microsoft Excel® versão 2013, cujo aplicativo Solver será efetuado para obter a solução do problema.

Este aplicativo conta com o GRG2 (segunda geração) já contendo melhorias no algoritmo o tornando mais rápido e eficiente.

Para a aplicação deste método foram necessárias três etapas:

- a) **Implementação da Função Objetivo:** que foi obtida respeitando os alvos de cada estudo de caso associada aos métodos de aglutinação utilizados neste trabalho (*Desirability*, DPM, CP e CPDE);
- b) **Variáveis de Decisão:** sendo tomados os valores iniciais de Zero para todos a fim de se garantir o mesmo início para todas as situações. São as variáveis a serem otimizadas a fim de encontrar o melhor arranjo experimental;
- c) **Especificação das Restrições:** que foram implementadas de forma a restringir o algoritmo a permanecer dentro da região viável de busca. As restrições foram obtidas de acordo com a particularidade de cada caso especificado.

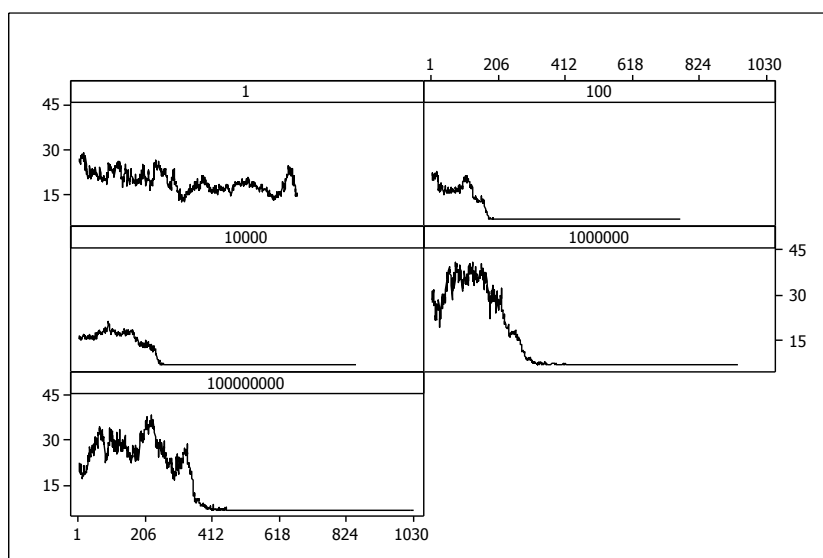
Após o estabelecimento destes parâmetros foi escolhido a utilização do GRG como o algoritmo de busca a ser utilizado pelo solver, e selecionado a opção de minimizar a função objetivo, quando utilizamos os métodos de aglutinação DPM, CP e CPDE. No caso específico da aglutinação realizada pelo método *Desirability*, utilizou-se o critério de igualar a função objetivo a um.

4. RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1. CALIBRAÇÃO DA META-HEURISTICA RECOZIMENTO SIMULADO

A temperatura inicial foi o primeiro parâmetro a ser calibrado utilizando-se valores na faixa de 1 a 1×10^8 , na Figura 18 são apresentados os gráficos dos testes realizados.

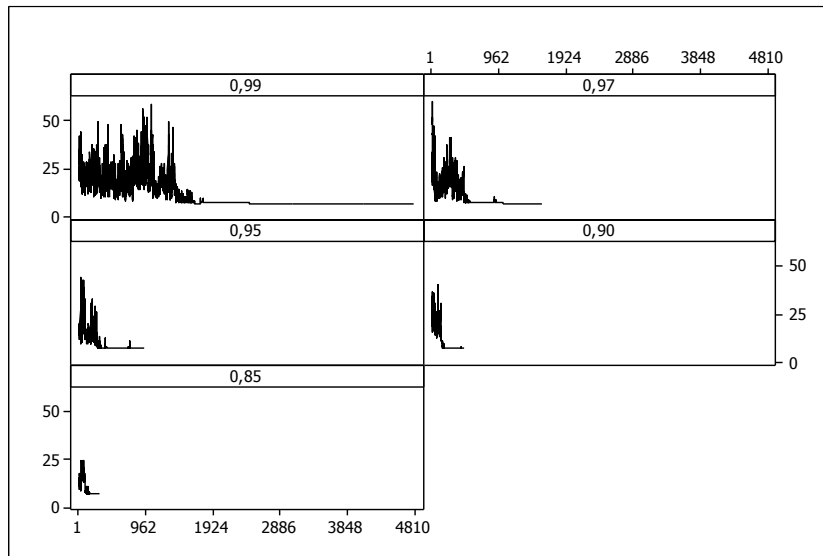
Figura 18: Gráficos correlacionando a Distância Percentual Média (eixo das ordenadas) com o número de iterações (eixo das abscissas) em função da temperatura inicial.



Em função dos resultados obtidos com diferentes temperaturas iniciais (Figura 18), optou-se em utilizar a temperatura inicial igual a 1×10^6 . Esta escolha foi em função da boa varredura efetuada com este parâmetro além da mesma apresentar uma boa convergência. A temperatura inicial de 1×10^8 também apresenta bons resultados, porém o custo computacional exigido é maior, resultando em um número maior de iterações desnecessárias.

O segundo parâmetro do algoritmo que foi calibrado, foi o índice de resfriamento (k), que tem uma influência direta no comportamento da temperatura durante o processo computacional. Foram realizados testes com 5 taxas de resfriamento diferentes e os resultados podem ser visualizados na Figura 19.

Figura 19: Gráficos correlacionando a Distância Percentual Média (eixo das ordenadas) com o número de iterações (eixo das abscissas) em função da taxa de resfriamento.

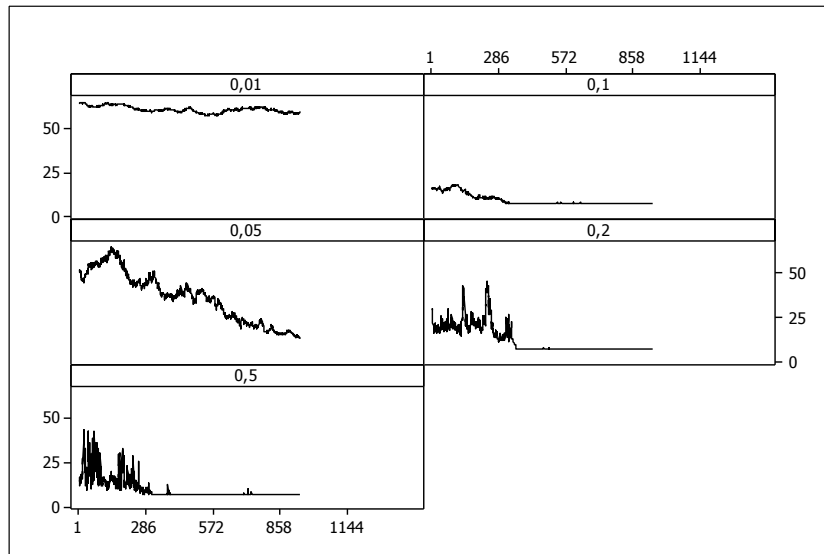


Como pode ser visto na Figura 19, os valores das taxas de resfriamento de 0,99, 0,97 e 0,95, exibem uma boa convergência para uma menor Distância Percentual Média. Entretanto, nota-se também, que para os valores de 0,99 e 0,97, há um custo computacional desnecessário, fator este que foi determinante para escolha da taxa de resfriamento de 0,95 neste estudo.

O terceiro parâmetro calibrado, foi o fator de incremento para criação de soluções vizinhas. Os resultados obtidos estão apresentados na Figura 19.

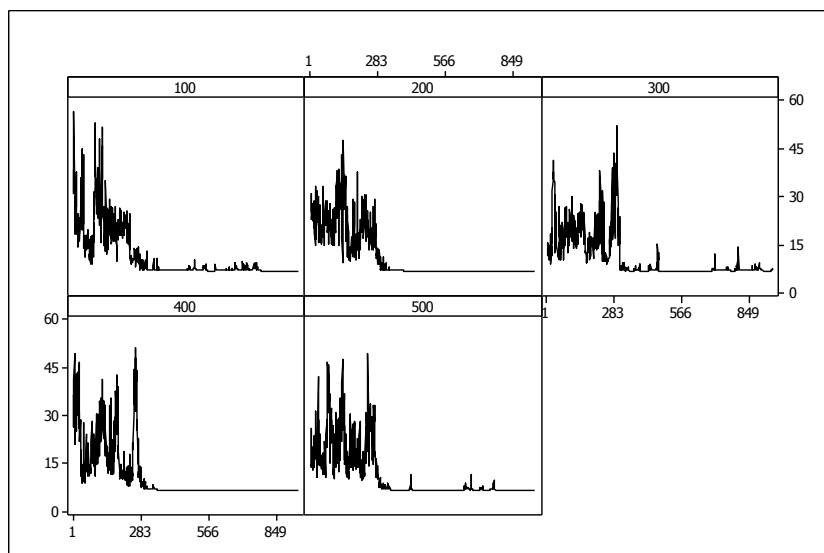
Analisando os gráficos da Figura 20, pode-se observar que os incrementos de 0,1, 0,2 e 0,5 na criação de novos vizinhos oferecem uma boa convergência. Porém, quando comparamos a permissibilidade de movimentos de piora, o incremento de 0,5 se mostra superior aos demais, o que indica que o incremento de 0,5 é o mais propício a ser utilizado no algoritmo Recozimento Simulado para a otimização da classe de problemas em questão.

Figura 20: Gráficos correlacionando a Distância Percentual Média (eixo das ordenadas) com o número de iterações (eixo das abscissas) em função do incremento para criação de novos vizinhos.



Para a calibração do quarto parâmetro, número de repetições executadas a cada incremento de temperatura. Os resultados obtidos podem ser vistos na Figura 21.

Figura 21: Gráficos correlacionando a Distância Percentual Média (eixo das ordenadas) com o número de iterações (eixo das abscissas) em função do número de repetições a cada incremento de temperatura.

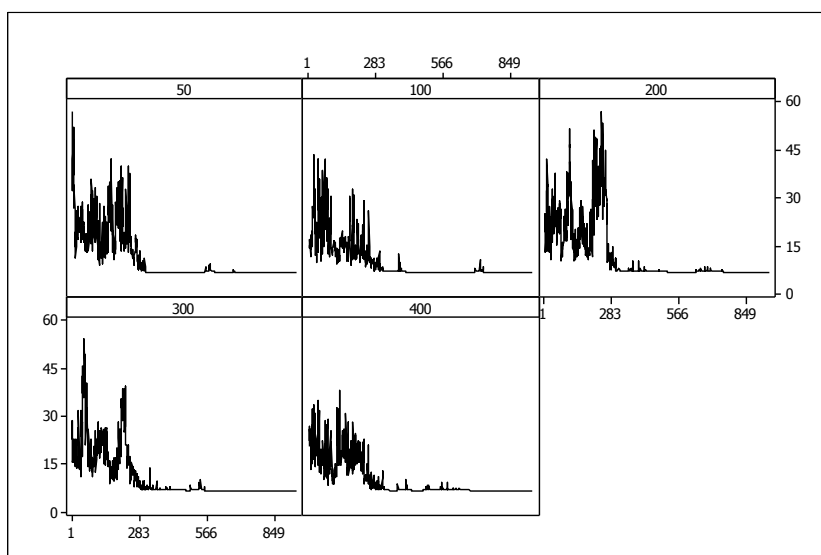


Analisando os resultados obtidos pode-se observar que quando foi utilizado 400 repetições obteve-se uma maior área de varredura e uma boa estabilização para

convergência, portanto optou-se por esse valor para a calibração deste parâmetro. É importante ressaltar que quanto maior for o número de repetições, maior será o custo computacional, entretanto, o uso de 400 repetições altera o custo computacional em 20 s quando comparado a 100 repetições que foi o valor mínimo adotado.

O último parâmetro calibrado foi o número de respostas geradas em cada repetição realizada, que foram testadas dentro de um range de 50 a 400 respostas. O resultado deste teste está ilustrado na Figura 22.

Figura 22: Gráficos correlacionando a Distância Percentual Média (eixo das ordenadas) com o número de iterações (eixo das abscissas) em função do número de respostas geradas a cada repetição realizada.



Tendo em vista os resultados obtidos, optou-se por utilizar o número de respostas igual a 200 por se tratar de um valor que demonstra uma boa variabilidade nas respostas durante o tempo de procura do algoritmo e uma boa estabilização final.

Desta forma, os parâmetros adotados para o algoritmo Recozimento Simulado, em todos os testes realizados neste estudo, encontram-se sumarizados na Tabela 2.

Tabela 2: Parâmetros calibrados para a Meta-heurística Recozimento Simulado

Parâmetro	Valor adotado
Temperatura inicial	1×10^6
Índice de resfriamento	0,95
Incremento de criação de novos vizinhos	0,5
Número de Repetições	200
Número de Respostas	200

A temperatura final utilizada nos teste realizados com a meta-heurística Recozimento Simulado manteve-se constante no valor de 1×10^{-15} . Apesar deste parâmetro ser de extrema importância no funcionamento do algoritmo em questão, o mesmo não foi testado uma vez que a alteração da temperatura inicial, ou seja a diferença entre a temperatura inicial e final, já foi testada com a variação da temperatura inicial.

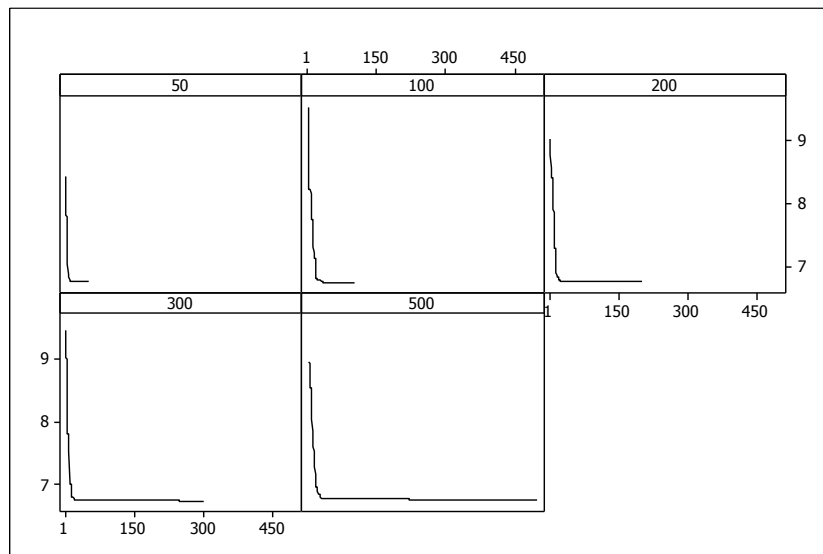
4.2. CALIBRAÇÃO DOS PARÂMETROS DA META-HEURISTICA ALGORITMO GENÉTICO

Na calibração dos parâmetros da Meta-heurística Algoritmo Genético, a quantidade de gerações foi selecionado como primeiro parâmetro a ser calibrado. Tal escolha deve-se ao fato de que este parâmetro é o que mais influência no custo computacional deste algoritmo.

A quantidade de gerações foi variada entre 50 a 500 gerações, e o resultado pode ser observado na Figura 23.

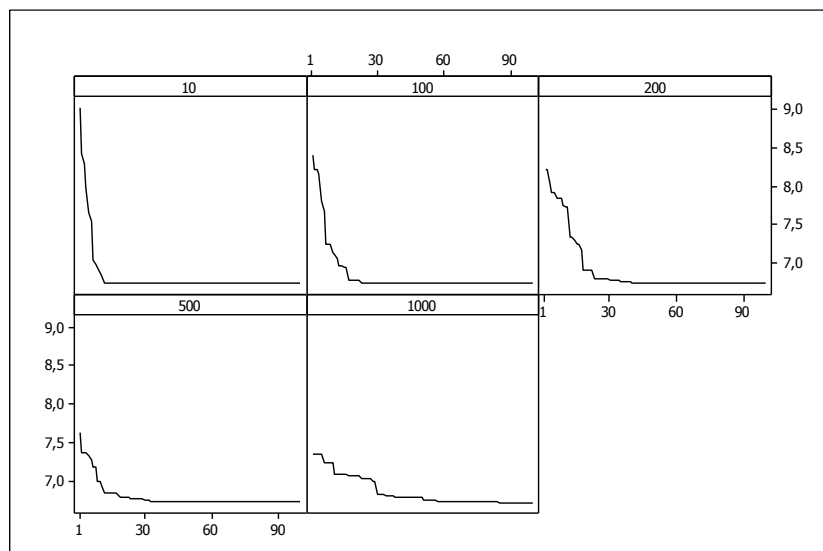
Como pode ser observado, todos os valores utilizados demonstram convergir para o mesmo valor de Distância Percentual Média, porém com a utilização de um menor número de gerações é possível atingir este ponto com um custo computacional menor. Apesar de parecer ser óbvio a escolha por um menor número de gerações para que se possa minimizar o custo computacional, optou-se neste estudo por utilizar um tamanho de população igual a 100 para garantir uma boa convergência em uma gama maior de problemas diferentes sem sacrificar em demasia o custo computacional.

Figura 23: Gráficos correlacionando a Distância Percentual Média (eixo das ordenadas) com o número de gerações (eixo das abscissas) em função do número total de gerações realizadas.



O segundo parâmetro calibrado para a Meta-heurística Algoritmo Genético, foi o tamanho da população. Os resultados obtidos podem ser visualizados na Figura 24.

Figura 24: Gráficos correlacionando a Distância Percentual Média (eixo das ordenadas) com o número de gerações (eixo das abscissas) em função do tamanho da população.

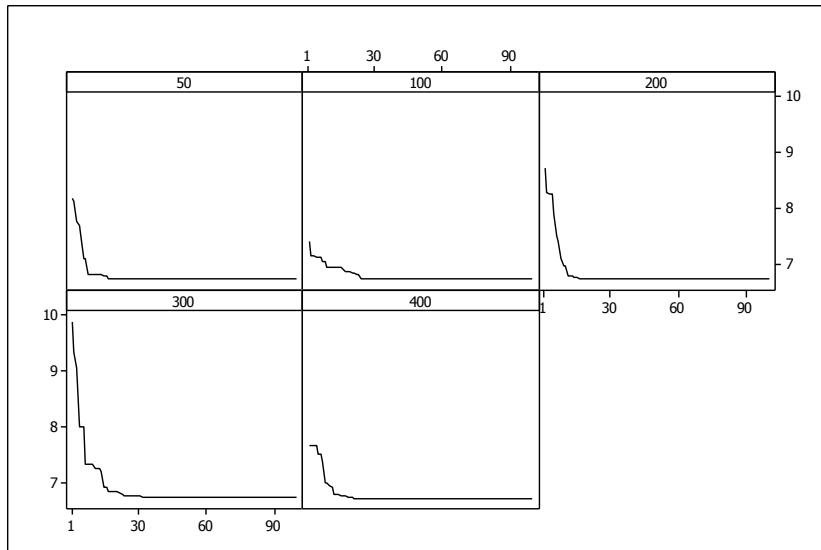


Pode-se observar que quanto maior o tamanho da população, menor é a DPM alcançada na primeira geração, entretanto, todos os valores utilizados atingem um valor próximo na última geração, e como o tamanho da população também é um fator que incide diretamente no custo computacional do algoritmo, optou-se neste estudo em adotar

o tamanho da população igual a 100 a fim de equilibrar o desempenho do algoritmo com seu custo computacional.

O terceiro parâmetro calibrado foi o número de cruzamentos efetuados. Os resultados estão ilustrados na Figura 25.

Figura 25: Gráficos correlacionando a Distância Percentual Média (eixo das ordenadas) com o número de gerações (eixo das abscissas) em função do número de cruzamentos.

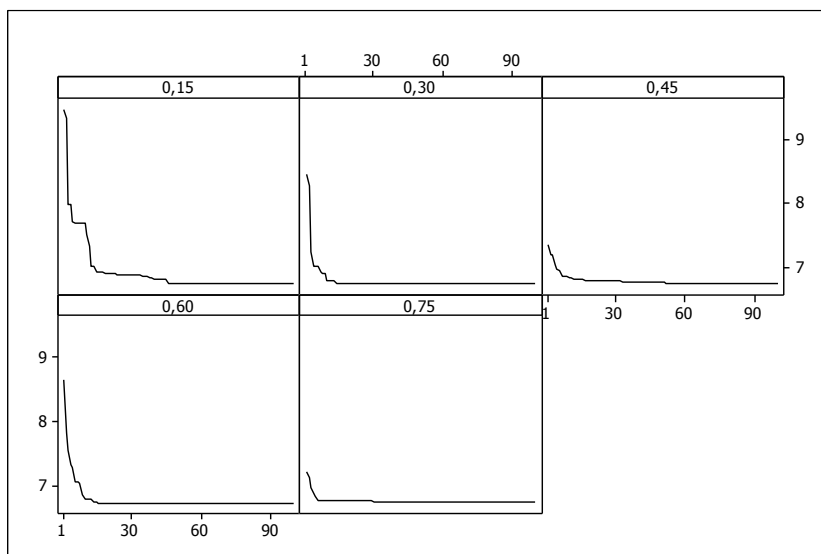


Como pode ser visto na Figura 25, todos os valores testados convergem para a mesma resposta, portanto, optou-se neste parâmetro pela escolha do valor 100 por ser o que aparentemente tem uma convergência mais rápida.

O quarto parâmetro calibrado foi a probabilidade de mutação, o qual foi variado em uma faixa entre 0,15 e 0,75. Os resultados se encontram demonstrados na Figura 25.

Analisando os gráficos da Figura 26, é possível observar que todas as probabilidades de mutação testadas convergem para a mesma região de resposta, portanto o valor escolhido a ser utilizado neste trabalho foi 0,45, pois entre todos os valores testados foi o que demonstrou uma convergência mais rápida.

Figura 26: Gráficos correlacionando a Distância Percentual Média (eixo das ordenadas) com o número de gerações (eixo das abscissas) em função da probabilidade de mutação.



Em função dos resultados obtidos, os parâmetros adotados para a Meta-heurística Algoritmo Genético, em todos os teste realizados neste estudo, encontram-se sumarizados na Tabela 3.

Tabela 3: Parâmetros calibrados para a Meta-heurística Algoritmo Genético.

Parâmetro	Valor adotado
Número de Gerações	100
Tamanho da População	100
Número de Cruzamentos	100
Probabilidade de Mutação	0,45

4.3 ESTUDO DO CASO 1 (DERRINGER E SUICH, 1980)

Para a determinação das condições que acarretem em uma melhoria neste processo, foram utilizadas as Meta-heurísticas: Recozimento Simulado, Algoritmo Genético, Recozimento Simulado combinado com o método Nelder Mead Simplex e Algoritmo Genético combinado com o método Nelder Mead Simplex. Foi também utilizada a Heurística Gradiente Reduzido Generalizado para ser utilizada como parâmetro de comparação. Todos os métodos citados foram implementado utilizando as funções *Desirability*, Desvio Médio Percentual, Programa por Compromisso e Programa

por Compromisso normalizada pelo método da Distância Euclidiana como métodos de aglutinação.

Os resultados obtidos podem ser visualizado na Tabela 4, os pesos utilizados nos método de aglutinação CP e CPDE se encontram na Tabela 5. Nos casos específicos do CP2 e CPDE2, o próprio método de busca foi programado de maneira a atribuir o melhor peso para cada resposta.

As Tabelas contendo o ajuste para cada variável e o valor obtido de cada respostas para cada método adotado podem ser encontradas no Anexo 5.

Tabela 4: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de caso 1.

Métodos de Aglutinação	Métodos de Busca				
	GRG	RS	AG	RSNM	AGNM
Desirability	7,85	7,86	7,85	7,86	7,87
DPM	8,08	6,74	6,75	6,74	6,73
CP1	8,00	8,00	7,68	8,00	7,58
CP2	9,93	7,22	6,90	6,97	6,74
CP3	9,81	9,94	8,71	9,94	8,71
CPDE1	10,66	10,68	10,73	10,68	10,66
CPDE2	8,26	8,09	7,40	7,79	6,74
CPDE3	10,30	10,24	10,28	10,24	10,43

Analisando os resultados apresentados na Tabela 4, pode-se observar que a maioria dos métodos de aglutinação testados neste trabalho apresentam melhores resultados quando utilizados em conjunto com o AG combinado com o Método Simplex de Nelder Mead.

Nesta análise de caso, os modelos analisados são os que contém o maior número de variáveis significativas. Tal fato implica numa maior complexidade dos modelos o que pode justificar o desempenho superior do AG.

Tabela 5: Pesos atribuídos as respostas utilizando os métodos de aglutinação CP e CPDE no estudo de caso 1.

Método de Aglutinação	Pesos referentes a cada resposta \hat{y}_i			
	α_1	α_2	α_3	α_4
CP1	0,25	0,25	0,25	0,25
CP2 (GRG)	0,01	0,98	0,01	0,00
CP2 (RS)	0,00	0,27	0,67	0,06
CP2(AG)	0,00	0,67	0,28	0,05
CP2 (RSNM)	0,00	0,01	0,99	0,00
CP2 (AGNM)	0,00	0,73	0,35	0,02
CP3	0,40	0,05	0,05	0,50
CPDE1	0,25	0,25	0,25	0,25
CPDE2 (GRG)	0,00	0,00	0,00	1,00
CPDE2 (RS)	0,00	0,89	0,11	0,00
CPDE2 (AG)	0,00	0,81	0,19	0,00
CPDE2 (RSNM)	0,00	0,99	0,01	0,00
CPDE2 (AGNM)	0,00	0,52	0,47	0,01
CPDE3	0,40	0,05	0,05	0,50

4.4 ESTUDO DO CASO 2 (KHURI E CONLON, 1981)

Com intuito de estabelecer as condições que levem a melhoria deste processo foram empregadas as técnicas propostas nesta pesquisa, da mesma forma à aplicada no estudo de caso 1.

Os resultados obtidos podem ser visualizado na Tabela 6, os pesos utilizados nos método de aglutinação CP e CPDE se encontram na Tabela 7. Nos casos específicos do CP2 e CPDE2, o próprio método de busca foi programado de maneira a atribuir o melhor peso para cada resposta.

As Tabelas contendo o ajuste para cada variável e o valor obtido de cada respostas para cada método adotado podem ser encontradas no Anexo 6.

Tabela 6: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de caso 2.

Métodos de Aglutinação	Métodos de Busca				
	GRG	RS	AG	RSNM	AGNM
Desirability	20,96	20,19	20,19	20,19	20,19
DPM	19,48	19,48	19,12	19,48	19,12
CP1	21,54	21,54	21,54	21,54	21,54
CP2	39,98	20,67	19,55	20,67	19,55
CP3	21,88	22,70	22,70	22,70	22,70
CPDE1	20,63	21,78	21,25	21,88	21,25
CPDE2	23,05	19,30	19,67	19,30	19,67
CPDE3	22,96	21,63	22,70	21,63	21,63

Observando os dados contidos na Tabela 6, pode-se notar que há uma paridade entre todos os métodos testados acarretando na impossibilidade de se fazer uma discriminação entre eles. Na utilização do CP com pesos iguais, por exemplo, como método de aglutinação, todos os métodos de busca testados obtiveram exatamente o mesmo resultado.

Neste estudo de caso, observa-se também que não há um ganho de desempenho com a utilização conjunta do método Simplex de Nelder Mead, tanto com a utilização do AG quanto com a utilização do RS.

No estudo de caso 2, só existem duas variáveis para a composição do modelo, contra três variáveis do estudo de caso 1, portanto é de se esperar que tais modelos sejam mais simples que no estudo de caso anterior o que justificaria tais resultados.

Tabela 7: Pesos atribuídos as respostas utilizando os métodos de aglutinação CP e CPDE no estudo de caso 2.

Método de Aglutinação	Pesos referentes a cada resposta \hat{y}_i			
	α_1	α_2	α_3	α_4
CP1	0,25	0,25	0,25	0,25
CP2 (GRG)	0,01	0,98	0,01	0,00
CP2 (RS)	0,00	0,61	0,39	0,00
CP2(AG)	0,00	0,41	0,59	0,00
CP2 (RSNM)	0,00	0,61	0,39	0,00
CP2 (AGNM)	0,00	0,52	0,48	0,00
CP3	0,40	0,05	0,05	0,50
CPDE1	0,25	0,25	0,25	0,25
CPDE2 (GRG)	0,00	1,00	0,00	0,00
CPDE2 (RS)	0,00	0,83	0,17	0,00
CPDE2 (AG)	0,00	0,43	0,57	0,00
CPDE2 (RSNM)	0,00	0,42	0,58	0,00
CPDE2 (AGNM)	0,00	0,57	0,43	0,01
CPDE3	0,50	0,05	0,40	0,05

4.4 ESTUDO DO CASO 3 (VINING, 1998)

Com intuito de estabelecer as condições que levem a melhoria deste processo foram empregadas as técnicas propostas nesta pesquisa, da mesma forma à aplicada no estudo de caso 1.

Os resultados obtidos podem ser visualizado na Tabela 8, os pesos utilizados nos método de aglutinação CP e CPDE se encontram na Tabela 9. Nos casos específicos do CP2 e CPDE2, o próprio método de busca foi programado de maneira a atribuir o melhor peso para cada resposta.

As Tabelas contendo o ajuste para cada variável e o valor obtido de cada respostas para cada método adotado podem ser encontradas no Anexo 7.

Tabela 8: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de caso 3.

Métodos de Aglutinação	Métodos de Busca				
	GRG	RS	AG	RSNM	AGNM
Desirability	2,40	2,36	2,35	2,35	2,35
DPM	2,35	2,35	2,35	2,35	2,35
CP1	4,00	4,00	3,91	8,87	4,02
CP2	4,79	2,47	4,74	2,47	5,49
CP3	3,14	3,14	3,42	3,14	3,27
CPDE1	2,86	2,86	2,86	2,86	2,95
CPDE2	10,00	8,10	4,20	8,10	7,52
CPDE3	2,61	8,87	2,61	2,61	2,61

Analisando os dados presentes na Tabela 8, verifica-se que o desempenho dos métodos de busca são muito similares entre si, assim como observado no estudo de caso 2.

Neste caso também, o modelo tem uma baixa complexidade, tendo em vista que o mesmo é composto por apenas duas variáveis resposta e nem todas as variáveis do processo apresentam um grau de significância que assegurem sua presença no modelo. Tal fato pode explicar o comportamento similar dos métodos de busca na determinação de um ponto que gere a melhoria do processo.

Na Tabela 9, podemos notar que ao utilizarmos os algoritmos dos métodos de busca para a atribuição dos pesos contidos nos métodos de aglutinação pelas funções CP e CPDE, uma das respostas é totalmente ignorada pelo método de busca que atribui peso máximo na resposta a qual é possível alcançar o target com um menor esforço. Este resultado demonstra que quando a complexidade do modelo for baixa, a estratégia da atribuição de pesos via algoritmo de busca do melhor ponto se torna totalmente ineficiente.

Tabela 9: Pesos atribuídos as respostas utilizando os métodos de aglutinação CP e CPDE no estudo de caso 3.

Método de Aglutinação	α_1	α_2
CP1	0,50	0,50
CP2 (GRG)	0,00	1,00
CP2 (RS)	0,00	1,00
CP2(AG)	0,00	1,00
CP2 (RSNM)	0,00	1,00
CP2 (AGNM)	0,00	1,00
CP3	0,40	0,60
CPDE1	0,50	0,50
CPDE2 (GRG)	0,00	1,00
CPDE2 (RS)	0,00	1,00
CPDE2 (AG)	0,00	1,00
CPDE2 (RSNM)	0,00	1,00
CPDE2 (AGNM)	0,00	1,00
CPDE3	0,40	0,60

4.5 ESTUDO DO CASO 4 (CASTILO *ET AL.*, 1996)

Com intuito de estabelecer as condições que levem a melhoria deste processo foram empregadas as técnicas propostas nesta pesquisa, da mesma forma à aplicada no estudo de caso 1.

Os resultados obtidos podem ser visualizado na Tabela 10, os pesos utilizados nos método de aglutinação CP e CPDE se encontram na Tabela 11. Nos casos específicos do CP2 e CPDE2, o próprio método de busca foi programado de maneira a atribuir o melhor peso para cada resposta.

As Tabelas contendo o ajuste para cada variável e o valor obtido de cada respostas para cada método adotado podem ser encontradas no Anexo 8.

Tabela 10: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de caso 4.

Métodos de Aglutinação	Métodos de Busca				
	GRG	RS	AG	RSNM	AGNM
<i>Desirability</i>	6,38	5,76	5,61	5,76	5,61
DPM	4,51	4,26	4,13	4,26	4,13
CP1	4,83	3,80	4,53	3,80	4,53
CP2	5,80	6,10	5,88	6,10	5,88
CP3	5,39	5,42	5,43	5,42	5,43
CPDE1	4,15	4,40	4,29	4,40	4,29
CPDE2	5,74	6,22	5,69	6,22	5,69
CPDE3	5,32	5,41	4,63	5,41	4,63

A partir dos dados contidos na Tabela 10 é possível observar um grande equilíbrio em todos os métodos de busca utilizados. Apesar do modelo gerado neste estudo de caso conter equações de segunda ordem, o diferencial deste estudo para os demais está no fato de haver 6 variáveis resposta, entretanto pode-se notar que este fato não interfere no desempenho dos métodos de busca.

Os resultados da determinação dos pesos para os método CP e CPDE, contidos na Tabela 11, corrobora com o fato observado no estudo de caso 3, onde também houve a atribuição de peso 1 para uma única resposta e zero para as demais. Levando-se em consideração que no estudo de caso 3 só há duas variáveis resposta, enquanto que neste estudo há presença de seis variáveis resposta, pode-se notar que há um forte indicativo que a atribuição dos pesos pelo método de busca não é uma técnica viável por estar ignorando a maioria das variáveis respostas.

Tabela 11: Pesos atribuídos as respostas utilizando os métodos de aglutinação CP e CPDE no estudo de caso 4.

Método de Aglutinação	Pesos referentes a cada resposta \hat{y}_i					
	α_1	α_2	α_3	α_4	α_5	α_6
CP1	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16	0,16
CP2 (GRG)	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
CP2 (RS)	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
CP2(AG)	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
CP2 (RSNM)	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
CP2 (AGNM)	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
CP3	0,50	0,30	0,05	0,05	0,05	0,05
CPDE1	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
CPDE2 (GRG)	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
CPDE2 (RS)	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
CPDE2 (AG)	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
CPDE2 (RSNM)	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
CPDE2 (AGNM)	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
CPDE3	0,50	0,30	0,05	0,05	0,05	0,05

4.5 ESTUDO DO CASO 5 (MONTGOMERY *ET AL.*, 1995)

Com intuito de estabelecer as condições que levem a melhoria deste processo foram empregadas as técnicas propostas nesta pesquisa, da mesma forma à aplicada no estudo de caso 1.

Os resultados obtidos podem ser visualizado na Tabela 12, os pesos utilizados nos método de aglutinação CP e CPDE se encontram na Tabela 13. Nos casos específicos do CP2 e CPDE2, o próprio método de busca foi programado de maneira a atribuir o melhor peso para cada resposta.

As Tabelas contendo o ajuste para cada variável e o valor obtido de cada respostas para cada método adotado podem ser encontradas no Anexo 9.

Tabela 12: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de caso 5.

Métodos de Aglutinação	Métodos de Busca				
	GRG	RS	AG	RSNM	AGNM
<i>Desirability</i>	22,74	58,65	16,72	59,94	59,94
DPM	23,32	14,51	13,21	14,51	13,21
CP1	40,29	38,53	16,87	29,29	19,73
CP2	25,36	25,28	19,25	25,28	16,08
CP3	19,72	16,64	19,12	16,63	19,74
CPDE1	17,92	20,52	14,80	21,72	14,95
CPDE2	23,92	22,58	20,59	22,58	23,87
CPDE3	17,98	17,98	15,92	17,88	16,22

Como observado na Tabela 12, a Meta-heurística Algoritmo Genético demonstrou um melhor desempenho que os demais métodos empregados na maioria dos métodos de aglutinação testados neste estudo.

Também pode ser visto que neste estudo de caso a diferença entre as distâncias médias percentuais são maiores que nos estudos de caso anteriores. Tal comportamento pode ser explicado pelo fato de neste estudo de caso estarem presente equações de terceiro grau, o que não acontece nos demais casos testados nesta tese, a complexidade destes modelos pode gerar um conjunto de ótimos locais que estaria impedindo o GRG de determinar um melhor conjunto de valores para as variáveis.

Em todos os métodos de aglutinação testados, pode-se observar uma diferença que varia entre 2 a mais de 40%, dependendo do método de aglutinação e o método de busca utilizados. Entretanto, pode-se visualizar que neste caso a utilização do método Simplex de Nelder Mead não gerou melhorias na resposta encontrada quando utilizado em conjunto com as Meta Heurísticas.

Analisando os dados presentes na Tabela 13, podemos observar que mais uma vez os métodos de busca tendem a atribuir peso 1 a somente uma resposta ignorando as demais, somente quando utilizamos a Meta Heurística AG, esse comportamento não se repete.

Tabela 13: Pesos atribuídos as respostas utilizando os métodos de aglutinação CP e CPDE no estudo de caso 5.

Método de Aglutinação	Pesos referentes a cada resposta \hat{y}_i			
	α_1	α_2	α_3	α_4
CP1	0,25	0,25	0,25	0,25
CP2 (GRG)	0,00	0,00	0,00	1,00
CP2 (RS)	0,00	0,00	0,00	1,00
CP2(AG)	0,78	0,11	0,11	0,00
CP2 (RSNM)	0,00	0,00	0,00	1,00
CP2 (AGNM)	0,82	0,10	0,08	0,00
CP3	0,05	0,05	0,50	0,40
CPDE1	0,25	0,25	0,25	0,25
CPDE2 (GRG)	0,00	0,00	0,00	1,00
CPDE2 (RS)	0,00	0,00	0,00	1,00
CPDE2 (AG)	0,00	0,00	0,00	1,00
CPDE2 (RSNM)	0,00	0,00	0,00	1,00
CPDE2 (AGNM)	0,00	0,00	0,00	1,00
CPDE3	0,05	0,05	0,50	0,40

5. CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

5.1 CONCLUSÕES

Em função dos dados obtidos com esta pesquisa é possível concluir que:

- a) A utilização do Gradiente Reduzido Generalizado para a determinação de um ponto que gere melhoria em múltiplas respostas demonstrou ser um método com bom potencial, ainda mais levando em conta sua fácil implementação com auxílio do software Microsoft Excel. Contudo, este método demonstrou não ser eficiente no modelo que contém equações de terceira ordem.
- b) A Meta-Heurística Algoritmo Genético apresenta o melhor desempenho dentre todos os métodos testados quando utilizada no problema que contém equações cúbicas.
- c) De modo geral a Meta-Heurística Algoritmo Genético foi o único método testado que obteve um bom desempenho em todos os estudos de casos presentes nesta tese. O ponto negativo em sua implementação fica por conta de seu custo computacional, que é superior aos demais métodos testados.
- d) A utilização do método Nelder Mead Simplex combinado com uma Meta-heurística, não demonstrou uma eficiência que justificasse sua implementação.
- e) A Distância Percentual Média foi o método de aglutinação que mostrou um melhor desempenho na obtenção de ajustes que propiciem uma melhoria no processo. Entretanto, a utilização da Função por Compromisso, pode ser uma alternativa viável de ser implementada, desde que o decisor tenha um bom conhecimento do processo em questão.

5.2 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Ainda há um espaço em aberto para pesquisas em melhoria de processos com múltiplas respostas.

Para dar continuidade a presente pesquisa, recomenda-se os seguintes tópicos a serem abordados em trabalhos futuros:

- Desenvolvimento de Meta-heurística híbrida para obter resultados mais aprimorados;
- Aplicação do método proposto neste trabalho em processos modelados por outras ferramentas em lugar do DOE.
- Implementação de outras Meta-heurísticas, como Busca Tabu, Colônia de Formigas, Colônia de Abelhas, etc...
- Combinação de Meta-heurísticas com Redes Neurais a fim de se determinar a melhoria de processos com múltiplas respostas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANDERSON, N.; EVANS, G.; BILES, W., Simulation optimization of logistics systems through the use of variance reduction techniques and criterion models. **Engineering Optimization**, v. 38, n. 4, p. 441–460, 2006.

AVILA, S. L., **Otimização multiobjetivo e análise de sensibilidade para concepção de dispositivos**. 2006. 148 f. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Universidade Federal de Santa Catarina. Florianópolis, 2006.

BAZGAN, C.; JAMAIN, F.; VANDERPOOTEN, D., Approximate Pareto sets of minimal size for multi-objective optimization problems, **Operations Research Letters**, v. 43, n. 1, p. 1-6, 2015.

BAULAC, M.; DEFRANCE, J.; JEAN P., Optimization of multiple edge barriers with genetic algorithms coupled with a Nelder–Mead local search, **Journal of Sound and Vibration**, v. 300, n. 1–2, p. 71-87, 2007.

BENYOUNIS, K. Y.; OLABI, A. G. Optimization of different welding processes using statistical and numerical approaches – A reference guide. **Science Direct**, Dublin, v. 39, n. 1, p. 483–496, 2008.

BERTRAND, J. W. M., FRANSOO, J. C. Operations management research methodologies using quantitative modeling. **International Journal of Operations & Production Management**, v. 22, n. 2, p. 241-264, 2002.

BUTTON, S. T., 2005, “Metodologia para Planejamento Experimental e Análise de Resultados”, Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 88 p.

CAI, W.; MA, L. Comparison of approaches based on optimization and algebraic Iteration for binary tomography, **Computer Physics Communications**, v. 181, n. 12, p. 1974-1981, 2010.

CASTILLO, E.; MONTGOMERY, D.; McCARVILLE, D. Modified desirability functions for multiple response optimization. **Journal of Quality Technology**, v. 28, p. 337-345, 1996.

CAUCHICK MIGUEL, P. A. et al. Capítulo 8 – Modelagem e Simulação. In: **Metodologia de Pesquisa em Engenharia de Produção**. 2 ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2012, p. 169-198.

CHENG, C. B.; CHENG, C. J.; LEE, E. S., Neuro-fuzzy and genetic algorithm in multiple response optimization, **Computer and Mathematics with Applications**, v. 44, n. 12, p. 1503-1514, dec 2002.

CH'NG, C.; QUAH, S.; LOW, H. A new approach for multiple-response optimization. **Quality Engineering**, v. 17, p. 621-626, 2005.

COSTA, N.; LOURENÇO, J.; PEREIRA, Z. L., Responses modeling and optimization criteria impact on the optimization of multiple quality characteristics, **Computers & Industrial Engineering**, v. 62, n. 4, p. 927-935, 2012.

DERRINGER, G. e SUICH, R., Simultaneous optimization of several response variables, **Journal of Quality Technology**, v. 12, n. 4, p. 214-219, 1980.

DÍAS-GARCÍA, J.A.; BASHIRI, M., Multiple response optimization: An approach from multiobjective stochastic programming, **Applied Mathematical Modelling**, v. 38, n. 7-8, p. 2015–2027, 2014.

DARWIN, C. **On the Origin Old Species: by Means of Natural Selection or the Preservation of Favoured Races in the Struggle for Life**, FictionwiseClassic : London, 1859.

DEHURI, S.; CHO, S.B., Multi-criterion Pareto based particle swarm optimized polynomial neural network for classification: A review and state-of-the-art, **Computer Science Review**, v.3, p. 19-40, 2009.

DUCKSTEIN, L.; OPRICOVIC, S., Multiobjective optimization in river basin development. **Water Resources Research**. v. 16, n. 1, p. 14-20. 1980.

EL MOUATASIM, A ELLAIA, R.; DE CUR.SI, E. S. Stochastic perturbation of reduced gradient & GR;G methods for nonconvex programming problems. **Applied Mathematics and Computation**, v. 226, 198–211, 2014.

FAGHIHI, V.; REINSCHMIDT, K.F.; KANG, J.H., Construction scheduling using genetic algorithm based on building information model, **Expert Systems with Applications**, v. 41, n. 16, p. 7565-7578, 2014.

FOGEL, L. J.; OWENS, A. J.; WALSH, M. J. **Artificial intelligence through simulated evolution**. New York: John Wiley, 1966. 162 p.

GARCÍA, M. L. L.; GARCÍA-RÓDENAS, R.; GÓMEZ, A. G., Hybrid meta-heuristic optimization algorithms for time-domain-constrained data clustering, **Applied Soft Computing**, v. 23, p. 319-332, 2014.

GOLDBERG, D. E. **Genetic algorithms in Search: optimization and machine learning**. Addison-Wesley: Berkeley, 1989. 223 p.

GONZALEZ; T.F., **Handbook of Approximation Algorithms and Metaheuristics**. Chapman& Hall/CRC Computer and Information Science Series. Chapman& Hall/CRC Press (Tailor & Francis Group), 2007.

HAMMOUCHE, K.; DIAF,M.; SIARRY, P., A Comparative study of various meta-heuristic techniques applied to the multilevel thresholdingproblem, **Engineering Applications of Artificial Intelligence**, v. 23, pp 676-688, 2010.

HARIDY, S., GOUDA, S. A., WU, Z. An integrated framework of statistical process control and design of experiments for optimizing wire electrochemical turning

process, **International Journal of Advanced Manufacturing Technology**, v.53, p. 191-207, 2011.

HEINSMAN, J. A.; MONTGOMERY, D. C., Optimization of a household product formulation using mixture experiment, **Quality Engineering**, v. 7, n. 3, p. 583-600, 1995.

HENDERSON, D.; JACOBSON, S.; JOHNSON, A. **The theory and practice of simulated annealing**. In: GLOVER, F.; KOCHENBERGER, G. A. (Ed.). Handbook of Metaheuristics. New York: Springer, 2003, (International Series in Operations Research & Management Science, v. 57). p. 287–319.

HOLLAND, J. H. **Adaptation in natural and artificial systems**. Michigan: University of Michigan Press, 1975. 211 p.

INGBER, L., Simulated annealing: practice versus theory, **Mathematical and Computer Modelling**, v. 18 n. 11, p. 29-57, 1993.

JADIDI, O.; ZOLFAGHARI, S.; CAVALIERI, S., A new normalized goal programming model for multi-objective problems: A case of supplier selection and order allocation, **International Journal of Production Economics**, v. 148, p. 158-165, 2015.

JARDIM, S. B., **Aplicabilidade de algumas técnicas de análise multiobjetivo ao processo decisória no âmbito de comitês de gerenciamento da bacia hidrográfica**. 1999. 165 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Recursos Hídricos) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre, 1999.

KAVEH, A.; MAHDAVI, V.R. Colliding bodies optimization: A novel meta-heuristic method. **Computers and Structures**. V.139, pg.18–27, 2014.

KHURI, A.I.; CORNELL, J.A., **Response Surfaces: Designs and Analyses**, Marcel Dekker Inc., New York, 1987

KHURI A. & CONLON M., Simultaneous optimization of multiple responses represented by polynomial regression functions. **Technometrics**, v. 23, n. 4, p. 363-375, 1981.

KIM, K-J.; LIN, D.K.J., Optimization of multiple responses considering both location and dispersion effects, **European Journal of Operational Research**, v. 169, pp. 133–145. (2006)

KIRKPATRICK, S.; GELLAT, D. C.; VECCHI, M. P. **Optimization by simulated annealing**. Science, v. 220, n. 4598, p. 671–680, 1983.

KÖKSOY, O.; YALCINOZ, T., Mean square error criteria to multiresponse process optimization by a new genetic algorithm, **Applied Mathematics and Computation**, v. 175, n. 2, p. 1657-1674, 2006.

KURIGER, G. W.; GRANT, F. H., A Lexicographic Nelder–Mead simulation optimization method to solve multi-criteria problems, **Computers & Industrial Engineering**, v. 60, n. 4, p. 555-565, 2011.

LAGARIAS, J. C.; REEDS, J. A.; WRIGHT, M. H.; WRIGHT, P. E. Convergence properties of the nelder–mead simplex method in low dimensions, **SIAM Journal on Optimization**, v. 9, n. 1, p. 112-147, 1998.

MAIA, P. R. **Método do Vetor Gradiente Multivariado**. 2013. 91 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 2013.

MENDES, R. R. A., **Uma contribuição para a otimização de portfólios de séries heteroscedásticas usando Projeto de Experimento de Misturas: uma abordagem do Desirability aplicada a Modelos GARCH**. 2012. 115 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2012.

MONTGOMERY, C. D.; RUNGER, G. C. – Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros, 5ª edição, editora LTC, 2012.

MURPHI, T.E.; TSUI, K.; ALLEN, J.K., A review of robust design methods for multiple response, **Resarch in Engineering Design**, v. 15, n. 4, p. 201-215, 2005

NARA, K., **Simulated Annealing Applications**. In: SONG, Y. H., Modern Optimization Techniques in Power Systems, p.15-38, 1999.

NELDER, J. A. ,MEAD, R. A simplex method for function minimization, **Computer Journal**, v. 7, p. 308–313, 1967.

PAULING; L., **The Nature of the Chemical Bond**. Cornell Univ. Press, Ithaca, New York, 1960.

PHOLDEE, N.; BUREERAT, S. Comparative performance of metaheuristic algorithms for mass minimization of trusses with dynamic constraints. **Advances in Engineering Software**, v.75, pg.1–13, 2014.

RAJAN, A.; MALAKAR, T., Optimal reactive power dispatch using hybrid Nelder–Mead simplex based firefly algorithm, **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, v. 66 p. 9-24, mar 2015.

RECHENBERG, I. **Evolutionsstrategie: optimizer ung technisch ersyste menachprinzipien der biologischen evolution**. Stuttgart, 1973.

REEVES, C. Genetic algorithms. In: GLOVER, F.; KOCHENBERGER, G. A. (Ed.). Handbook of Metaheuristics. New York: Springer, 2003, (International Series in Operations Research & Management Science, v. 57). p. 55–82.

ROSEN, J. B. The Gradient Projection Method for Nonlinear Programming. Part I: Linear Constraints. **Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics**, v. 8, n. 1, p. 181-217, 1960.

SARACOGLU, I.;TOPALOGLU, S.;KESKINTURK, T., A genetic algorithm approach for multi-product multi-period continuous review inventory models, **Expert Systems with Applications**, V. 41, n. 18, P. 8189-8202, dez. 2014.

SILVA, A. F.; MARINS, F. A. S.. Revisão da literatura sobre modelos de Programação por Metas determinística e sob incerteza. **Prod. [online]**, vol.25, n.1, pp. 92-112, 2015.

SILVA H. A.; SILVA M. B. Aplicação de um projeto de experimentos (DOE) na soldagem de tubos de zircaloy-4. **Produção&Engenharia**, São Paulo, v.1, n. 1, p. 41-52, dez 2008.

SUDENG, S.; WATTANAPONGSAKORN, N., Post Pareto-optimal pruning algorithm for multiple objective optimization using specific extended angle dominance, **Engineering Applications of Artificial Intelligence**, v. 38, p. 221-236, 2015.

TSAI, C.; TONG, L.; WANG, C., Optimization of Multiple Responses Using Data Envelopment Analysis and Response Surface Methodology, **Tamkang Journal of Science and Engineering**, v. 13, n. 2, p. 197-203, 2010.

TSENG, P., F Portifio d-descent simplicial se arch method: A general approach, **SIAM Journal on Optimization**, v. 10, p. 269 – 288, 1999.

D. A. V. Veldhuizen and G. B. Lamont, “Multiobjective evolutionary algorithms: analyzing the state-of-the-Art,” *Evolutionary Computation*, MIT Press, v. 8, n. 2, p. 125-147, 2000.

VINING G., A compromise approach to multiresponse optimization, **Journal of Quality Technology**, v. 30, n. 4, p. 309-313, 1998.

WAN, W.; BIRCH, J.B., Using genetic algorithm to find feasible regions of a desirability function. **Quality and Reliability Engineering International**, v. 27, p. 1173-1182, 2011.

WAREN, A. D.; LASDON, L. S. The status of nonlinear programming software. **Operations Research**, v. 27, n. 3, p. 431-56, 1979.

WEISW, T., *Global Optimization Algorithms – Theory and Application*, 2ª ed, (2009). Disponível em: <http://www.it-weise.de/projects/book.pdf> => acessado em 18 mar. 2015.

WOLFE, P. The Reduced Gradient Method. **In: Recent Advances in Mathematical Programming**. New York: R. L. Graves and P. Wolfe, 1963. p. 67-86.

XU, K.; LIN, D. K. J.; TANG, L.; XIE, M., Multiresponse systems optimization using a goal attainment, **Approach, IIE Transactions**, v. 36, n. 5, p. 433-445, 2004.

ZANDIEH, M.; AMIRI, M.; VAHDANI, B.; SOLTANI, R., **A robust parameter design for multi-response problems**, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, Vol. 230, pp. 463-476, 2009.

ZELNY, M., A concept of compromise solutions and the method of the displaced ideal. Computers and Operations Research 1, 479–496, 1974.

ANEXO 1: PROGRAMAÇÃO EM SCILAB PARA A META-HEURÍSTICA RECOZIMENTO SIMULADO

```
//Programa de Otimização de Múltiplas Respostas
// Utilizando Recozimento Simulado
function recozimento()
    clc
    clear
    disp("");
    disp("=====");
    disp("= Otimização de Múltiplas Respostas via SimulatedAnealing =");
    disp("=====");
    disp("");
    disp("=====Parâmetros da Simulação=====");
    disp("");
    x_max=input("Entre com o valor máximo para as variáveis => ");
    x_min=input("Entre com o valor mínimo para as variáveis => ");
    intr=input("Entre com o valor da inteiração para criação de vizinhos");
    t=input("Entre com o valor da temperatura inicial => ");
    r=input("Entre com a taxa de resfriamento =>");
    k=input("Entre com o número de repetições =>");
    num_solucoes=input("Entre com o número de soluções para busca =>");
    i=1;
    // Criação da solução inicial
    x1=grand(1,1,'unf',x_min,x_max);
    x2=grand(1,1,'unf',x_min,x_max);
    x3=grand(1,1,'unf',x_min,x_max);
    x_atual1=x1;
    x_atual2=x2;
    x_atual3=x3;
    while t>1d-15
        printf("int=%g x1=%g x2=%g x3=%g\n",i,x_atual1,x_atual2,x_atual3);
        //criação da vizinhança de soluções
        x_maximo1=x_atual1+intr;
        if x_maximo1>x_max then
            x_maximo1=x_max;
        end
        x_maximo2=x_atual2+intr;
        if x_maximo2>x_max then
            x_maximo2=x_max;
        end
        x_maximo3=x_atual3+intr;
        if x_maximo3>x_max then
            x_maximo3=x_max;
        end
        x_minimo1=x_atual1-intr;
        if x_minimo1<x_min then
            x_minimo1=x_min;
        end
        x_minimo2=x_atual2-intr;
        if x_minimo2<x_min then
            x_minimo2=x_min;
        end
        x_minimo3=x_atual3-intr;
        if x_minimo3<x_min then
            x_minimo3=x_min;
        end
        solucoes1=rand(num_solucoes,1)*(x_maximo1-x_minimo1)+x_minimo1;
        solucoes2=rand(num_solucoes,1)*(x_maximo2-x_minimo2)+x_minimo2;
        solucoes3=rand(num_solucoes,1)*(x_maximo3-x_minimo3)+x_minimo3;
        solucoes1=[x1;solucoes1];
        solucoes2=[x2;solucoes2];
        solucoes3=[x3;solucoes3];
        for m=1:k
            // escolhe vizinho aleatoriamente
            vizinho1=int32(rand(1)*(num_solucoes-1)+1);
```

```

vizinho2=int32(rand(1)*(num_solucoes-1)+1);
vizinho3=int32(rand(1)*(num_solucoes-1)+1);
// cálculo de custos
custo_atual1=(174.93+23.38*x_atual2+3.62*x_atual3-19*x_atual2*x_atual3);
custo_atual2=(141+6*x_atual1+21.02*x_atual2+14.12*x_atual3);
custo_atual3=(139.53+7.25*x_atual1+16*x_atual2+19.75*x_atual3);
custo_atual4=(154.9+10.1*x_atual1+30.6*x_atual2+6.3*x_atual3-11.2*x_atual1^2+11.3*x_atual1*x_atual2);
custo_atual5=(139.29+4.63*x_atual1+19.75*x_atual2+16.13*x_atual3-5.41*x_atual1^2+7*x_atual1*x_atual2);
custo_atual6=(146.86+4.87*x_atual1+15.62*x_atual2+27*x_atual3-3.98*x_atual1^2+4.75*x_atual1*x_atual2);
x1=solucoes1(vizinho1);
x2=solucoes2(vizinho2);
x3=solucoes3(vizinho3);
custo1=(174.93+23.38*x2+3.62*x3-19*x2*x3);
custo2=(141+6*x1+21.02*x2+14.12*x3);
custo3=(139.53+7.25*x1+16*x2+19.75*x3);
custo4=(154.9+10.1*x1+30.6*x2+6.3*x3-11.2*x1^2+11.3*x1*x2);
custo5=(139.29+4.63*x1+19.75*x2+16.13*x3-5.41*x1^2+7*x1*x2);
custo6=(146.86+4.87*x1+15.62*x2+27*x3-3.98*x1^2+4.75*x1*x2);
delta_atual=((abs(custo_atual1-190)/190)*100+(abs(custo_atual2-185)/185)*100+(abs(custo_atual3-185)/185)*100+(abs(custo_atual4-190)/190)*100+(abs(custo_atual5-185)/185)*100+(abs(custo_atual6-190)/190)*100)/6;
dist=delta_atual;
if
custo_atual1>195|custo_atual1<185|custo_atual2>195|custo_atual2<170|custo_atual3<170|custo_atual3>195|custo_atual4<185|custo_atual4>195|custo_atual5<170|custo_atual5>195|custo_atual6<170|custo_atual6>195 then
delta_atual=100
end
delta=((abs(custo1-190)/190)*100+(abs(custo2-185)/185)*100+(abs(custo3-185)/185)*100+(abs(custo4-190)/190)*100+(abs(custo5-185)/185)*100+(abs(custo6-190)/190)*100)/6;
delta_total=delta-delta_atual;
if delta_total<=0 then
    x_atual1=x1;
    x_atual2=x2;
    x_atual3=x3;
else
probabilidade=exp(-delta_total/t);
teste=rand(1);
if probabilidade>teste then
x_atual1=x1;
x_atual2=x2;
x_atual3=x3;
end
end
end
// redução de temperatura
t=r*t;
i=i+1;
end

```

ANEXO 2: PROGRAMAÇÃO EM SCILAB PARA A META-HEURÍSTICA ALGORITMO GENÉTICO

```

clc
clear
function [w]=g(x)
g(1)=139.12+16.49*x(1)+17.88*x(2)+10.91*x(3)-4.01*x(1)^2-3.45*x(2)^2-
1.57*x(3)^2+5.13*x(1)*x(2)+7.13*x(1)*x(3)+7.88*x(2)*x(3);
g(2)=1261.11+268.15*x(1)+246.50*x(2)+139.48*x(3)-83.55*x(1)^2-
124.79*x(2)^2+199.17*x(3)^2+69.38*x(1)*x(2)+94.13*x(1)*x(3)+104.38*x(2)*x(3);
g(3)=400.38-99.67*x(1)-31.40*x(2)-
73.92*x(3)+7.93*x(1)^2+17.31*x(2)^2+0.43*x(3)^2+8.75*x(1)*x(2)+6.25*x(1)*x(3)+1.25*x(2)*x(3);
g(4)=68.91-1.41*x(1)+4.32*x(2)+1.63*x(3)+1.56*x(1)^2+0.06*x(2)^2-0.32*x(3)^2-
1.63*x(1)*x(2)+0.13*x(1)*x(3)-0.25*x(2)*x(3);
w=g;
endfunction
function [y]=f(x)
y1=139.12+16.49*x(1)+17.88*x(2)+10.91*x(3)-4.01*x(1)^2-3.45*x(2)^2-
1.57*x(3)^2+5.13*x(1)*x(2)+7.13*x(1)*x(3)+7.88*x(2)*x(3);
y2=1261.11+268.15*x(1)+246.50*x(2)+139.48*x(3)-83.55*x(1)^2-
124.79*x(2)^2+199.17*x(3)^2+69.38*x(1)*x(2)+94.13*x(1)*x(3)+104.38*x(2)*x(3);
y3=400.38-99.67*x(1)-31.40*x(2)-
73.92*x(3)+7.93*x(1)^2+17.31*x(2)^2+0.43*x(3)^2+8.75*x(1)*x(2)+6.25*x(1)*x(3)+1.25*x(2)*x(3);
y4=68.91-1.41*x(1)+4.32*x(2)+1.63*x(3)+1.56*x(1)^2+0.06*x(2)^2-0.32*x(3)^2-
1.63*x(1)*x(2)+0.13*x(1)*x(3)-0.25*x(2)*x(3);
d1=(abs(y1-170)/170)*100;
d2=(abs(y2-1300)/1300)*100;
d3=(abs(y3-500)/500)*100;
d4=(abs(y4-67.5)/67.5)*100;
if y1<120|y2<1000|y3<400|y3>600|y4<65|y4>70|max(abs(x))>1.668 then
d1=100;
d2=100;
d3=100;
d4=100;
end;
d=(d1+d2+d3+d4)/4;
y=d;
endfunction
function genetico()
PopSize = 100;
Proba_cross = 0.5;
Proba_mut = 0.45;
NbGen = 100;
NbCouples = 100;
Log = %T;
nb_disp = 10; // Nb point to display from the optimal population
pressure = 0.05;

ga_params = init_param();
// Parameters to adapt to the shape of the optimization problem
ga_params = add_param(ga_params,'minbound',[-1.668;-1.668;-1.668]);
ga_params = add_param(ga_params,'maxbound',[1.668;1.668;1.668]);
ga_params = add_param(ga_params,'dimension',3);
ga_params = add_param(ga_params,'beta',0);
ga_params = add_param(ga_params,'delta',0.1);
ga_params = add_param(ga_params,'selection_func','selection_ga_elitist')
[pop_opt, fobj_pop_opt, pop_init, fobj_pop_init] = optim_ga(f, PopSize, NbGen, Proba_mut, Proba_cross, Log,
ga_params);
lines(0);
x=pop_opt(1);
y=g(x);
d=fobj_pop_opt(1);
disp("valores ótimos em termos de DPM");
disp(y,"y=",x,"x=",d,"d=");

```

ANEXO 3: PROGRAMAÇÃO EM SCILAB PARA A META-HEURÍSTICA RECOZIMENTO SIMULADO COMBINADA COM MÉTODO NELDER MEAD SIMPLEX

```
//Programa de Otimização de Múltiplas Respostas
// Utilizando Recozimento Simulado combinado com NelderMead Simplex
function recozimento()
clear
vint=[];
vdist=[];
disp("");
disp("=====");
disp("= Otimização de Múltiplas Respostas via SimulatedAnnealing =");
disp("=====");
disp("");
disp("=====Parâmetros da Simulação=====");
disp("");
x_max=input("Entre com o valor máximo para as variáveis => ");
x_min=input("Entre com o valor mínimo para as variáveis => ");
intr=input("Entre com o valor da inteiração para criação de vizinhos");
t=input("Entre com o valor da temperatura inicial => ");
r=input("Entre com a taxa de resfriamento =>");
k=input("Entre com o número de repetições =>");
num_solucoes=input("Entre com o número de soluções para busca =>");
i=1;
// Criação da solução inicial
x1=grand(1,1,'unf',x_min,x_max);
x2=grand(1,1,'unf',x_min,x_max);
x3=grand(1,1,'unf',x_min,x_max);
x_atual1=x1;
x_atual2=x2;
x_atual3=x3;
while t>1d-15
printf("int=%g x1=%g x2=%g x3=%g\n",i,x_atual1,x_atual2,x_atual3);
//criação da vizinhança de soluções
x_maximo1=x_atual1+intr;
if x_maximo1>x_max then
x_maximo1=x_max;
end
x_maximo2=x_atual2+intr;
if x_maximo2>x_max then
x_maximo2=x_max;
end
x_maximo3=x_atual3+intr;
if x_maximo3>x_max then
x_maximo3=x_max
end
x_minimo1=x_atual1-intr;
if x_minimo1<x_min then
x_minimo1=x_min
end
x_minimo2=x_atual2-intr;
if x_minimo2<x_min then
x_minimo2=x_min
end
x_minimo3=x_atual3-intr;
if x_minimo3<x_min then
x_minimo3=x_min
end
solucoes1=rand(num_solucoes,1)*(x_maximo1-x_minimo1)+x_minimo1;
solucoes2=rand(num_solucoes,1)*(x_maximo2-x_minimo2)+x_minimo2;
solucoes3=rand(num_solucoes,1)*(x_maximo3-x_minimo3)+x_minimo3;
solucoes1=[x1;solucoes1];
solucoes2=[x2;solucoes2];
```

```

solucoes3=[x3;solucoes3];
for m=1:k
// escolhe vizinho aleatoriamente
vizinho1=int32(rand(1)*(num_solucoes-1)+1);
vizinho2=int32(rand(1)*(num_solucoes-1)+1);
vizinho3=int32(rand(1)*(num_solucoes-1)+1);
// cálculo de custos
custo_atual1=(139.12+16.49*x_atual1+17.88*x_atual2+10.91*x_atual3-4.01*x_atual1^2-3.45*x_atual2^2-
1.57*x_atual3^2+5.13*x_atual1*x_atual2+7.13*x_atual1*x_atual3+7.88*x_atual2*x_atual3);
custo_atual2=(1261.11+268.15*x_atual1+246.50*x_atual2+139.48*x_atual3-83.55*x_atual1^2-
124.79*x_atual2^2+199.17*x_atual3^2+69.38*x_atual1*x_atual2+94.13*x_atual1*x_atual3+104.38*x_atual2*x
_atual3);
custo_atual3=(400.38-99.67*x_atual1-31.40*x_atual2-
73.92*x_atual3+7.93*x_atual1^2+17.31*x_atual2^2+0.43*x_atual3^2+8.75*x_atual1*x_atual2+6.25*x_atual1*x
_atual3+1.25*x_atual2*x_atual3);
custo_atual4=(68.91-1.41*x_atual1+4.32*x_atual2+1.63*x_atual3+1.56*x_atual1^2+0.06*x_atual2^2-
0.32*x_atual3^2-1.63*x_atual1*x_atual2+0.13*x_atual1*x_atual3-0.25*x_atual2*x_atual3);
x1=solucoes1(vizinho1);
x2=solucoes2(vizinho2);
x3=solucoes3(vizinho3);
custo1=(139.12+16.49*x1+17.88*x2+10.91*x3-4.01*x1^2-3.45*x2^2-
1.57*x3^2+5.13*x1*x2+7.13*x1*x3+7.88*x2*x3);
custo2=(1261.11+268.15*x1+246.50*x2+139.48*x3-83.55*x1^2-
124.79*x2^2+199.17*x3^2+69.38*x1*x2+94.13*x1*x3+104.38*x2*x3);
custo3=(400.38-99.67*x1-31.40*x2-
73.92*x3+7.93*x1^2+17.31*x2^2+0.43*x3^2+8.75*x1*x2+6.25*x1*x3+1.25*x2*x3);
custo4=(68.91-1.41*x1+4.32*x2+1.63*x3+1.56*x1^2+0.06*x2^2-0.32*x3^2-1.63*x1*x2+0.13*x1*x3-
0.25*x2*x3);
delta_atual=((abs(custo_atual1-170)/170)*100+(abs(custo_atual2-1300)/1300)*100+(abs(custo_atual3-
500)/500)*100+(abs(custo_atual4-67.5)/67.5)*100)/4;
dist=delta_atual;
if custo_atual1>170|custo_atual2>1300|custo_atual3<400|custo_atual3>600|custo_atual4<60|custo_atual4>75
then
delta_atual=100
end
delta=((abs(custo1-170)/170)*100+(abs(custo2-1300)/1300)*100+(abs(custo3-500)/500)*100+(abs(custo4-
67.5)/67.5)*100)/4;
delta_total=delta-delta_atual;
vint(i)=i;
vdist(i)=dist;
if delta_total<=0 then
x_atual1=x1;
x_atual2=x2;
x_atual3=x3;
else
probabilidade=exp(-delta_total/t);
teste=rand(1);
if probabilidade>teste then
x_atual1=x1;
x_atual2=x2;
x_atual3=x3;
end
end
end
// redução de temperatura
t=r*t;
i=i+1;
end
y1=(139.12+16.49*x_atual1+17.88*x_atual2+10.91*x_atual3-4.01*x_atual1^2-3.45*x_atual2^2-
1.57*x_atual3^2+5.13*x_atual1*x_atual2+7.13*x_atual1*x_atual3+7.88*x_atual2*x_atual3);
y2=(1261.11+268.15*x_atual1+246.50*x_atual2+139.48*x_atual3-83.55*x_atual1^2-
124.79*x_atual2^2+199.17*x_atual3^2+69.38*x_atual1*x_atual2+94.13*x_atual1*x_atual3+104.38*x_atual2*x
_atual3);
y3=(400.38-99.67*x_atual1-31.40*x_atual2-
73.92*x_atual3+7.93*x_atual1^2+17.31*x_atual2^2+0.43*x_atual3^2+8.75*x_atual1*x_atual2+6.25*x_atual1*x
_atual3+1.25*x_atual2*x_atual3);

```

```

y4=(68.91-1.41*x_atual1+4.32*x_atual2+1.63*x_atual3+1.56*x_atual1^2+0.06*x_atual2^2-0.32*x_atual3^2-
1.63*x_atual1*x_atual2+0.13*x_atual1*x_atual3-0.25*x_atual2*x_atual3);
printf("y1=%g y2=%g y3=%g y4=%g distância=%g\n",y1,y2,y3,y4,delta_atual);
//refinamento:
[xopt,dopt]=fminsearch(f,[x_atual1;x_atual2;x_atual3]);
x=xopt;
y=g(x);
d=dopt(1);
printf("valores ótimos após refinamento\n");
printf("y=%g\n",y);
printf("x=%g\n",x');
printf("d=%g\n",d);
endfunction
function y=f(x)
x_atual1=x(1);
x_atual2=x(2);
x_atual3=x(3);
y1=(139.12+16.49*x_atual1+17.88*x_atual2+10.91*x_atual3-4.01*x_atual1^2-3.45*x_atual2^2-
1.57*x_atual3^2+5.13*x_atual1*x_atual2+7.13*x_atual1*x_atual3+7.88*x_atual2*x_atual3);
y2=(1261.11+268.15*x_atual1+246.50*x_atual2+139.48*x_atual3-83.55*x_atual1^2-
124.79*x_atual2^2+199.17*x_atual3^2+69.38*x_atual1*x_atual2+94.13*x_atual1*x_atual3+104.38*x_atual2*x
_atual3);
y3=(400.38-99.67*x_atual1-31.40*x_atual2-
73.92*x_atual3+7.93*x_atual1^2+17.31*x_atual2^2+0.43*x_atual3^2+8.75*x_atual1*x_atual2+6.25*x_atual1*x
_atual3+1.25*x_atual2*x_atual3);
y4=(68.91-1.41*x_atual1+4.32*x_atual2+1.63*x_atual3+1.56*x_atual1^2+0.06*x_atual2^2-0.32*x_atual3^2-
1.63*x_atual1*x_atual2+0.13*x_atual1*x_atual3-0.25*x_atual2*x_atual3);
y=((abs(y1-170)/170+abs(y2-1300)/1300+abs(y3-500)/500+abs(y4-67.5)/67.5)/4)*100;
if y1>170|y2>1300|y3<400|y3>600|y4<60|y4>75|max(abs(x))>1.65 then
y=100;
end;
endfunction
function ya=g(x)
x_atual1=x(1);
x_atual2=x(2);
x_atual3=x(3);
y1=(139.12+16.49*x_atual1+17.88*x_atual2+10.91*x_atual3-4.01*x_atual1^2-3.45*x_atual2^2-
1.57*x_atual3^2+5.13*x_atual1*x_atual2+7.13*x_atual1*x_atual3+7.88*x_atual2*x_atual3);
y2=(1261.11+268.15*x_atual1+246.50*x_atual2+139.48*x_atual3-83.55*x_atual1^2-
124.79*x_atual2^2+199.17*x_atual3^2+69.38*x_atual1*x_atual2+94.13*x_atual1*x_atual3+104.38*x_atual2*x
_atual3);
y3=(400.38-99.67*x_atual1-31.40*x_atual2-
73.92*x_atual3+7.93*x_atual1^2+17.31*x_atual2^2+0.43*x_atual3^2+8.75*x_atual1*x_atual2+6.25*x_atual1*x
_atual3+1.25*x_atual2*x_atual3);
y4=(68.91-1.41*x_atual1+4.32*x_atual2+1.63*x_atual3+1.56*x_atual1^2+0.06*x_atual2^2-0.32*x_atual3^2-
1.63*x_atual1*x_atual2+0.13*x_atual1*x_atual3-0.25*x_atual2*x_atual3);
ya=[y1;y2;y3;y4]
endfunction

```

ANEXO 4: PROGRAMAÇÃO EM SCILAB PARA A META-HEURÍSTICA ALGORITMO GENÉTICO COMBINADA COM MÉTODO NELDER MEAD SIMPLEX

```

clc
clear
function [w]=g(x)
g(1)=139.12+16.49*x(1)+17.88*x(2)+10.91*x(3)-4.01*x(1)^2-3.45*x(2)^2-
1.57*x(3)^2+5.13*x(1)*x(2)+7.13*x(1)*x(3)+7.88*x(2)*x(3);
g(2)=1261.11+268.15*x(1)+246.50*x(2)+139.48*x(3)-83.55*x(1)^2-
124.79*x(2)^2+199.17*x(3)^2+69.38*x(1)*x(2)+94.13*x(1)*x(3)+104.38*x(2)*x(3);
g(3)=400.38-99.67*x(1)-31.40*x(2)-
73.92*x(3)+7.93*x(1)^2+17.31*x(2)^2+0.43*x(3)^2+8.75*x(1)*x(2)+6.25*x(1)*x(3)+1.25*x(2)*x(3);
g(4)=68.91-1.41*x(1)+4.32*x(2)+1.63*x(3)+1.56*x(1)^2+0.06*x(2)^2-0.32*x(3)^2-
1.63*x(1)*x(2)+0.13*x(1)*x(3)-0.25*x(2)*x(3);
w=g;
endfunction
function [y]=f(x)
y1=139.12+16.49*x(1)+17.88*x(2)+10.91*x(3)-4.01*x(1)^2-3.45*x(2)^2-
1.57*x(3)^2+5.13*x(1)*x(2)+7.13*x(1)*x(3)+7.88*x(2)*x(3);
y2=1261.11+268.15*x(1)+246.50*x(2)+139.48*x(3)-83.55*x(1)^2-
124.79*x(2)^2+199.17*x(3)^2+69.38*x(1)*x(2)+94.13*x(1)*x(3)+104.38*x(2)*x(3);
y3=400.38-99.67*x(1)-31.40*x(2)-
73.92*x(3)+7.93*x(1)^2+17.31*x(2)^2+0.43*x(3)^2+8.75*x(1)*x(2)+6.25*x(1)*x(3)+1.25*x(2)*x(3);
y4=68.91-1.41*x(1)+4.32*x(2)+1.63*x(3)+1.56*x(1)^2+0.06*x(2)^2-0.32*x(3)^2-
1.63*x(1)*x(2)+0.13*x(1)*x(3)-0.25*x(2)*x(3);
d1=(abs(y1-170)/170)*100;
d2=(abs(y2-1300)/1300)*100;
d3=(abs(y3-500)/500)*100;
d4=(abs(y4-67.5)/67.5)*100;
if y1<120|y2<1000|y3<400|y3>600|y4<65|y4>70|max(abs(x))>1.668 then
d1=100;
d2=100;
d3=100;
d4=100;
end;
d=(d1+d2+d3+d4)/4;
y=d;
endfunction
function genetico()
PopSize = 100;
Proba_cross = 0.5;
Proba_mut = 0.45;
NbGen = 100;
NbCouples = 100;
Log = %T;
nb_disp = 10; // Nb point to display from the optimal population
pressure = 0.05;

ga_params = init_param();
// Parameters to adapt to the shape of the optimization problem
ga_params = add_param(ga_params,'minbound',[-1.668;-1.668;-1.668]);
ga_params = add_param(ga_params,'maxbound',[1.668;1.668;1.668]);
ga_params = add_param(ga_params,'dimension',3);
ga_params = add_param(ga_params,'beta',0);
ga_params = add_param(ga_params,'delta',0.1);
ga_params = add_param(ga_params,'selection_func','selection_ga_elitist')
[pop_opt, fobj_pop_opt, pop_init, fobj_pop_init] = optim_ga(f, PopSize, NbGen, Proba_mut, Proba_cross, Log,
ga_params);
lines(0);
x=pop_opt(1);
y=g(x);
d=fobj_pop_opt(1);
disp("valores ótimos em termos de DPM");
disp(y,"y=",x,"x=",d,"d=");
//refinamento:

```

```
[xopt,dopt]=fminsearch(f,x);  
x=xopt;  
y=g(x);  
d=dopt(1);  
disp("valores ótimos em termos de dpm após refinamento");  
disp(y,"y=",x',"x=",d,"d=");  
[x,y,pop_opt, fobj_pop_opt, pop_init, fobj_pop_init]=return(x,y,pop_opt, fobj_pop_opt, pop_init, fobj_pop_init);  
endfunction
```

ANEXO 5: RESULTADOS OBTIDOS PARA O ESTUDO DE CASO 1

Tabela 14: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de caso 1 utilizando GRG.

Variáveis	Métodos de Aglutinação							
	Desirability	DPM	CP1	CP2	CP3	CPDE1	CPDE2	CPDE3
x_1	-0,050	-0,305	-0,280	0,180	0,220	0,131	0,049	0,308
x_2	0,145	0,866	0,712	1,533	0,067	1,668	0,041	1,668
x_3	-0,868	-1,130	-1,043	-0,639	-0,318	-0,579	-0,807	-0,417
\hat{y}_1	129,50	125,68	127,29	146,52	139,51	147,57	130,29	155,46
\hat{y}_2	1300,00	1300,00	1299,06	1289,55	1300,01	1252,09	1294,06	1327,65
\hat{y}_3	465,70	500,00	492,05	423,12	400,00	426,38	453,92	399,94
\hat{y}_4	68,00	71,74	71,03	74,08	68,38	74,95	67,5	74,58
DPM	7,85	8,08	8,00	9,93	9,81	10,66	8,26	10,3

Tabela 15: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de caso 1 utilizando a Meta-heurística Recozimento Simulado.

Variáveis	Métodos de Aglutinação							
	Desirability	DPM	CP1	CP2	CP3	CPDE	CPDE2	CPDE3
x_1	-0,053	-0,215	-0,280	-0,298	0,179	0,142	-0,141	0,316
x_2	0,148	0,051	0,713	0,341	1,534	1,688	-0,217	1,688
x_3	-0,869	-1,050	-1,044	-1,042	-0,639	-0,580	-1,124	-0,419
\hat{y}_1	129,408	124,24	127,28	125,36	146,51	147,82	121,64	155,65
\hat{y}_2	1300,00	1299,87	1299,23	1299,33	1289,08	1250,98	1299,62	1325,27
\hat{y}_3	466,04	499,96	492,11	500,19	423,23	426,01	507,41	400,00
\hat{y}_4	68,02	67,50	71,04	69,20	74,08	74,994	65,88	74,63
DPM	7,86	6,74	8,00	7,22	9,94	10,68	8,09	10,24

Tabela 16: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de caso 1 utilizando a Meta-heurística Algoritmo Genético.

Variáveis	Métodos de Aglutinação							
	Desirability	DPM	CP1	CP2	CP3	CPDE1	CPDE2	CPDE3
x_1	-0,053	-0,215	-0,270	-0,253	-0,066	0,133	-0,274	0,321
x_2	0,146	0,055	0,493	0,164	0,490	1,688	0,309	1,668
x_3	-0,871	-1,049	-1,003	-1,043	-0,700	-0,582	-1,001	-0,442
\hat{y}_1	129,36	124,28	127,18	124,77	135,00	147,57	126,09	155,02
\hat{y}_2	1300,13	1299,91	1298,92	1300,08	1300,13	1247,85	1293,22	1326,64
\hat{y}_3	466,26	499,76	491,08	500,06	447,30	427,00	495,25	400,62
\hat{y}_4	68,01	67,53	69,97	68,17	69,99	75,00	69,05	74,50
DPM	7,85	6,75	7,68	6,90	8,71	10,73	7,40	10,28

Tabela 17: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de caso 1 utilizando a Meta-heurística Recozimento Simulado combinada com o Método Simplex de Nelder Mead.

Variáveis	Métodos de Aglutinação							
	Desirability	DPM	CP1	CP2	CP3	CPDE1	CPDE2	CPDE3
x_1	-0,054	-0,216	-0,279	-0,265	0,180	0,142	-0,059	0,319
x_2	0,150	0,056	0,712	0,207	1,534	1,688	0,436	1,688
x_3	-0,869	-1,050	-1,044	-1,041	-0,639	-0,580	-1,087	-0,422
\hat{y}_1	129,42	124,27	127,29	124,95	146,53	147,80	124,61	155,63
\hat{y}_2	1300,00	1300,21	1299,55	1300,17	1289,36	1250,81	1328,77	1325,61
\hat{y}_3	466,09	499,90	492,02	499,98	423,14	426,08	492,06	400,00
\hat{y}_4	68,03	67,53	71,03	68,42	74,08	75,00	67,06	74,62
DPM	7,86	6,74	8,00	6,97	9,94	10,68	7,79	10,24

Tabela 18: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de caso 1 utilizando a Meta-heurística Algoritmo Genético combinada com o método Simplex de Nelder Mead.

Variáveis	Métodos de Aglutinação							
	Desirability	DPM	CP1	CP2	CP3	CPDE1	CPDE2	CPDE3
x_1	-0,052	-0,215	-0,289	-0,215	-0,075	0,133	-0,215	0,304
x_2	0,148	0,051	0,497	0,051	0,490	1,668	0,052	1,668
x_3	-0,869	-1,050	-1,026	-1,051	-0,705	-0,584	-1,051	-0,413
\hat{y}_1	129,43	124,24	126,57	124,22	134,79	147,47	124,23	155,49
\hat{y}_2	1300,18	1299,87	1299,60	1300,17	1298,38	1252,14	1300,28	1326,70
\hat{y}_3	465,93	499,96	494,77	500,03	448,57	426,60	500,00	400,00
\hat{y}_4	68,02	67,50	70,00	67,50	70,00	74,93	67,50	75,00
DPM	7,87	6,73	7,58	6,74	8,71	10,66	6,74	10,43

ANEXO 6: RESULTADOS OBTIDOS PARA O ESTUDO DE CASO 2

Tabela 19: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de caso 2 utilizando GRG.

Variáveis	Métodos de Aglutinação							
	Desirability	DPM	CP1	CP2	CP3	CPDE1	CPDE2	CPDE3
x_1	-0,219	-0,516	-0,766	1,000	-0,831	-0,574	-0,978	-0,993
x_2	-1,000	-0,366	-1,00	0,557	-1,000	0,260	-1,000	-1,000
\hat{y}_1	2,14	2,02	2,54	0,63	2,58	1,61	2,66	2,67
\hat{y}_2	0,61	0,66	0,57	0,41	0,56	0,69	0,54	0,54
\hat{y}_3	1,82	1,88	1,87	1,30	1,87	1,84	1,86	1,86
\hat{y}_4	0,37	0,37	0,27	0,63	0,26	0,43	0,23	0,23
DPM	20,96	19,48	21,54	39,98	21,88	20,63	23,05	22,96

Tabela 20: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de caso 2 utilizando a Meta-heurística Recozimento Simulado.

Variáveis	Métodos de Aglutinação							
	Desirability	DPM	CP1	CP2	CP3	CPDE1	CPDE2	CPDE3
x_1	-0,356	-0,516	-0,766	-0,702	-0,972	0,057	-0,569	-0,760
x_2	-0,010	-0,336	-1,000	0,284	-1,000	-1,000	-0,293	-1,000
\hat{y}_1	1,72	2,02	2,54	1,63	2,66	1,91	2,00	2,53
\hat{y}_2	0,68	0,66	0,57	0,68	0,54	0,61	0,67	0,57
\hat{y}_3	1,85	1,88	1,87	1,85	1,86	1,76	1,88	1,87
\hat{y}_4	0,42	0,37	0,27	0,43	0,24	0,43	0,37	0,27
DPM	20,19	19,48	21,54	20,67	22,70	21,78	19,30	21,63

Tabela 21: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de caso 2 utilizando a Meta-heurística Algoritmo Genético.

Variáveis	Métodos de Aglutinação							
	Desirability	DPM	CP1	CP2	CP3	CPDE1	CPDE2	CPDE3
x_1	-0,356	-0,516	-0,766	-0,610	-0,972	-0,057	-0,551	-0,972
x_2	-0,010	-0,366	-1,000	-0,281	-1,000	-1,000	-0,634	-1,000
\hat{y}_1	1,72	2,02	2,54	2,01	2,66	2,00	2,19	2,66
\hat{y}_2	0,68	0,67	0,57	0,67	0,54	0,61	0,64	0,54
\hat{y}_3	1,85	1,88	1,87	1,88	1,86	1,79	1,88	1,86
\hat{y}_4	0,42	0,37	0,27	0,36	0,24	0,41	0,34	0,24
DPM	20,19	19,12	21,54	19,56	22,70	21,25	19,67	22,70

Tabela 22: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de caso 2 utilizando a Meta-heurística Recozimento Simulado combinado com o método Simplex de Nelder Mead.

Variáveis	Métodos de Aglutinação							
	Desirability	DPM	CP1	CP2	CP3	CPDE1	CPDE2	CPDE3
x_1	-0,356	-0,516	-0,766	-0,702	-0,972	0,056	-0,621	-0,759
x_2	-0,010	-0,336	-1,000	0,284	-1,000	-1,00	-0,026	-1,000
\hat{y}_1	1,72	2,02	2,54	1,63	2,66	1,90	1,84	2,53
\hat{y}_2	0,68	0,66	0,57	0,68	0,54	0,61	0,68	0,57
\hat{y}_3	1,85	1,88	1,87	1,85	1,86	1,76	1,87	1,87
\hat{y}_4	0,42	0,37	0,27	0,43	0,24	0,43	0,39	0,27
DPM	20,19	19,49	21,54	20,67	22,70	21,88	19,86	21,63

Tabela 23: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de caso 2 utilizando a Meta-heurística Algoritmo Genético combinado com o método Simplex de Nelder Mead.

Variáveis	Métodos de Aglutinação							
	Desirability	DPM	CP1	CP2	CP3	CPDE1	CPDE2	CPDE3
x_1	-0,356	-0,516	-0,766	-0,610	-0,972	-0,057	-0,581	-0,759
x_2	-0,010	-0,366	-1,000	-0,281	-1,000	-1,000	-0,031	-1,000
\hat{y}_1	1,72	2,02	2,54	2,01	2,66	2,00	1,82	2,53
\hat{y}_2	0,68	0,67	0,57	0,67	0,54	0,61	0,68	0,57
\hat{y}_3	1,85	1,88	1,87	1,88	1,86	1,79	1,87	1,87
\hat{y}_4	0,42	0,37	0,27	0,36	0,24	0,41	0,40	0,27
DPM	20,19	19,12	21,54	19,56	22,70	21,25	19,70	21,63

ANEXO 7: RESULTADOS OBTIDOS PARA O ESTUDO DE CASO 3

Tabela 24: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de caso 3 utilizando GRG.

Variáveis	Métodos de Aglutinação							
	Desirability	DPM	CP1	CP2	CP3	CPDE1	CPDE2	CPDE3
x_1	-0,389	-0,388	0,018	-0,049	-0,215	-0,279	-0,626	-0,333
x_2	1,682	1,688	1,688	1,688	1,688	1,688	0,082	1,688
x_3	-0,484	-0,484	-0,154	-1,130	-0,343	-0,396	-0,028	-0,440
\hat{y}_1	95,21	95,30	96,27	90,43	95,55	95,43	80,00	95,35
\hat{y}_2	57,49	57,50	59,96	57,50	58,55	58,16	57,50	57,83
DPM	2,40	2,35	4,00	4,79	3,14	2,86	10,00	2,61

Tabela 25: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de caso 3 utilizando a Meta-Heurística Recozimento Simulado.

Variáveis	Métodos de Aglutinação							
	Desirability	DPM	CP1	CP2	CP3	CPDE1	CPDE2	CPDE3
x_1	-0,393	-0,387	0,018	-0,404	-0,215	-0,279	-0,803	-0,354
x_2	1,688	1,688	1,688	1,673	1,688	1,688	-1,649	-1,688
x_3	-0,473	-0,485	-0,154	-0,451	-0,344	-0,395	0,311	0,573
\hat{y}_1	95,29	95,30	96,27	95,06	95,55	95,43	83,81	86,61
\hat{y}_2	57,50	57,50	59,96	57,50	58,55	58,16	57,5	60,00
DPM	2,36	2,35	4,00	2,47	3,14	2,86	8,10	8,87

Tabela 26: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de caso 3 utilizando a Meta-heurística Algoritmo Genético.

Variáveis	Métodos de Aglutinação							
	Desirability	DPM	CP1	CP2	CP3	CPDE1	CPDE2	CPDE3
x_1	-0,386	-0,391	0,016	-0,562	-0,184	-0,279	-0,537	-0,333
x_2	1,688	1,688	1,688	1,411	1,668	1,688	1,477	1,688
x_3	-0,486	-0,477	-0,155	-0,150	-0,313	-0,395	-0,198	-0,440
\hat{y}_1	95,30	95,30	96,26	90,52	95,33	95,43	91,61	95,35
\hat{y}_2	57,50	57,50	59,85	57,50	58,75	58,16	57,50	57,83
DPM	2,35	2,35	3,91	4,74	3,42	2,86	4,20	2,61

Tabela 27: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de caso 3 utilizando a Meta-Heurística Recozimento Simulado combinado com o método Nelder Mead Simplex.

Variáveis	Métodos de Aglutinação							
	Desirability	DPM	CP1	CP2	CP3	CPDE1	CPDE2	CPDE3
x_1	-0,389	-0,387	-0,352	-0,404	-0,215	-0,353	-0,278	-0,333
x_2	1,688	1,688	-1,688	1,673	1,688	-1,688	1,688	1,688
x_3	-0,481	-0,485	0,570	-0,451	-0,344	0,571	-0,395	-0,440
\hat{y}_1	95,30	95,30	86,61	95,06	95,55	86,61	95,43	95,35
\hat{y}_2	57,50	57,50	60,00	57,50	58,55	60,00	58,16	57,83
DPM	2,35	2,35	8,87	2,47	3,14	8,87	2,86	2,61

Tabela 28: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de caso 3 utilizando a Meta-Heurística Algoritmo Genético combinado com o método Nelder Mead Simplex.

Variáveis	Métodos de Aglutinação							
	Desirability	DPM	CP1	CP2	CP3	CPDE1	CPDE2	CPDE3
x_1	-0,386	-0,387	0,025	-0,469	-0,185	-0,263	-0,502	-0,328
x_2	1,688	1,688	1,688	1,223	1,688	1,688	0,830	1,688
x_3	-0,486	-0,484	-0,150	-0,329	-0,313	-0,374	-0,265	-0,430
\hat{y}_1	95,30	95,30	96,30	89,03	95,62	95,46	84,96	95,36
\hat{y}_2	57,50	57,50	60,00	57,50	58,74	58,28	57,50	57,87
DPM	2,35	2,35	4,02	5,49	3,27	2,95	7,52	2,61

ANEXO 8: RESULTADOS OBTIDOS PARA O ESTUDO DE CASO 4

Tabela 29: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de caso 4 utilizando GRG.

Variáveis	Métodos de Aglutinação							
	Desirability	DPM	CP1	CP2	CP3	CPDE1	CPDE2	CPDE3
x_1	-0,007	-0,044	0,215	0,314	0,215	0,216	0,315	0,216
x_2	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
x_3	0,742	0,865	0,860	0,618	0,860	0,859	0,617	0,859
\hat{y}_1	186,80	184,91	184,98	188,71	184,98	185,00	188,72	185,00
\hat{y}_2	172,45	173,97	175,45	172,62	175,45	175,45	172,62	175,45
\hat{y}_3	170,13	172,30	174,07	170,00	174,07	174,06	170,00	174,06
\hat{y}_4	190,02	189,99	195,00	195,00	195,00	195,00	195,02	195,00
\hat{y}_5	170,92	172,47	175,60	172,12	175,60	175,16	172,12	175,16
\hat{y}_6	182,44	185,40	187,58	181,78	187,58	187,57	181,77	187,57
DPM	6,38	4,51	4,83	5,80	5,39	4,15	5,74	5,32

Tabela 30: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de caso 4 utilizando a Meta-Heurística Recozimento Simulado.

Variáveis	Métodos de Aglutinação							
	Desirability	DPM	CP1	CP2	CP3	CPDE1	CPDE2	CPDE3
x_1	1,000	1,000	1,000	0,967	0,996	0,215	0,990	1,000
x_2	0,847	0,846	0,864	0,909	0,866	1,000	0,915	0,865
x_3	0,696	0,791	0,791	0,453	0,774	0,859	0,452	0,786
\hat{y}_1	185,97	184,77	184,92	189,91	185,16	185,00	190,00	185,00
\hat{y}_2	174,63	175,95	176,33	172,31	176,11	175,44	172,56	176,28
\hat{y}_3	174,08	175,94	176,22	170,03	175,89	174,05	170,28	176,14
\hat{y}_4	193,67	194,23	194,98	194,80	194,98	195,00	195,00	195,00
\hat{y}_5	172,39	173,90	174,38	170,12	174,16	175,15	170,27	174,33

\hat{y}_6	183,80	186,34	186,71	178,45	186,28	187,56	178,58	186,59
DPM	5,76	4,26	3,80	6,10	5,42	4,40	6,22	5,41

Tabela 31: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de caso 4 utilizando a Meta-Heurística Algoritmo Genético.

Variáveis	Métodos de Aglutinação							
	Desirability	DPM	CP1	CP2	CP3	CPDE1	CPDE2	CPDE3
x_1	1,000	1,000	0,192	0,313	0,198	0,213	0,310	1,000
x_2	0,840	0,860	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,864
x_3	0,720	0,865	0,897	0,619	0,896	0,856	0,621	0,780
\hat{y}_1	185,60	185,04	184,41	188,69	184,43	185,04	188,66	185,06
\hat{y}_2	174,82	175,26	175,84	172,64	175,86	175,38	172,65	176,17
\hat{y}_3	174,44	174,38	174,64	170,02	174,66	173,98	170,04	176,01
\hat{y}_4	193,53	191,99	194,85	195,00	194,94	194,94	194,97	194,92
\hat{y}_5	172,59	173,60	175,54	172,13	175,58	175,08	172,14	174,20
\hat{y}_6	184,30	186,63	188,40	181,81	188,43	187,46	181,85	186,41
DPM	5,61	4,13	4,53	5,88	5,43	4,29	5,69	4,63

Tabela 32: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de caso 4 utilizando a Meta-Heurística Recozimento Simulado combinado com o método Nelder Mead Simplex.

Variáveis	Métodos de Aglutinação							
	Desirability	DPM	CP1	CP2	CP3	CPDE1	CPDE2	CPDE3
x_1	1,000	1,000	1,000	0,967	0,996	0,215	0,990	1,000
x_2	0,847	0,846	0,864	0,909	0,866	1,000	0,915	0,865
x_3	0,696	0,791	0,791	0,453	0,774	0,859	0,452	0,786
\hat{y}_1	185,97	184,77	184,92	189,91	185,16	185,00	190,00	185,00
\hat{y}_2	174,63	175,95	176,33	172,31	176,11	175,44	172,56	176,28
\hat{y}_3	174,08	175,94	176,22	170,03	175,89	174,05	170,28	176,14
\hat{y}_4	193,67	194,23	194,98	194,80	194,98	195,00	195,00	195,00
\hat{y}_5	172,39	173,90	174,38	170,12	174,16	175,15	170,27	174,33

\hat{y}_6	183,80	186,34	186,71	178,45	186,28	187,56	178,58	186,59
DPM	5,76	4,26	3,80	6,10	5,42	4,40	6,22	5,41

Tabela 33: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de caso 4 utilizando a Meta-Heurística Algoritmo Genético combinado com o método Nelder Mead Simplex.

Variáveis	Métodos de Aglutinação							
	Desirability	DPM	CP1	CP2	CP3	CPDE1	CPDE2	CPDE3
x_1	1,000	1,000	0,192	0,313	0,198	0,213	0,310	1,000
x_2	0,840	0,860	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	0,864
x_3	0,720	0,865	0,897	0,619	0,896	0,856	0,621	0,780
\hat{y}_1	185,60	185,04	184,41	188,69	184,43	185,04	188,66	185,06
\hat{y}_2	174,82	175,26	175,84	172,64	175,86	175,38	172,65	176,17
\hat{y}_3	174,44	174,38	174,64	170,02	174,66	173,98	170,04	176,01
\hat{y}_4	193,53	191,99	194,85	195,00	194,94	194,94	194,97	194,92
\hat{y}_5	172,59	173,60	175,54	172,13	175,58	175,08	172,14	174,20
\hat{y}_6	184,30	186,63	188,40	181,81	188,43	187,46	181,85	186,41
DPM	5,61	4,13	4,53	5,88	5,43	4,29	5,69	4,63

ANEXO 9: RESULTADOS OBTIDOS PARA O ESTUDO DE CASO 5

Tabela 34: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de caso 5 utilizando GRG.

Variáveis	Métodos de Aglutinação							
	Desirability	DPM	CP1	CP2	CP3	CPDE1	CPDE2	CPDE3
x_1	1,637	1,013	-0,159	0,975	1,013	0,079	1,013	0,079
x_2	-2,000	-1,951	-2,230	-1,813	-1,951	-2,230	-1,951	-2,230
x_3	0,826	-0,454	-1,742	0,660	1,436	1,569	-0,706	1,569
\hat{y}_1	2,64	3,50	6,25	3,50	3,50	5,69	3,50	5,69
\hat{y}_2	26,09	24,41	46,10	26,77	19,00	19,01	24,43	19,01
\hat{y}_3	116,02	84,63	82,00	93,14	104,36	82,00	82,00	82,00
\hat{y}_4	1664,99	1579,77	1550,10	1503,88	1579,77	1602,76	1579,76	1602,76
DPM	22,74	23,32	40,29	25,36	19,72	17,97	23,92	17,98

Tabela 35: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de caso 5 utilizando a Meta-Heurística Recozimento Simulado.

Variáveis	Métodos de Aglutinação							
	Desirability	DPM	CP1	CP2	CP3	CPDE1	CPDE2	CPDE3
x_1	2,070	0,096	1,013	-1,317	1,013	2,230	2,092	0,079
x_2	1,045	-2,192	-1,952	-2,004	-1,952	1,829	1,793	-2,230
x_3	-2,089	1,441	1,298	-1,591	1,298	-1,143	-1,122	1,569
\hat{y}_1	4,28	5,60	3,50	8,17	3,50	5,57	5,19	5,69
\hat{y}_2	57,20	22,00	22,00	33,00	22,00	23,59	23,46	19,01
\hat{y}_3	123,95	82,00	102,94	97,85	102,94	105,36	99,66	81,99
\hat{y}_4	1239,50	1579,27	1580,32	1069,76	1580,32	1000,15	1015,68	1602,76
DPM	58,65	14,51	16,64	25,28	16,64	20,52	22,58	17,98

Tabela 36: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de caso 5 utilizando a Meta-Heurística Algoritmo Genético.

Variáveis	Métodos de Aglutinação							
	Desirability	DPM	CP1	CP2	CP3	CPDE1	CPDE2	CPDE3
x_1	0,626	-1,082	0,952	0,898	0,951	-1,288	0,905	-1,302
x_2	-2,000	-2,050	-1,960	-1,976	-1,971	-1,886	-1,975	-1,876
x_3	1,344	-0,759	1,297	1,195	1,425	-1,145	1,120	-1,253
\hat{y}_1	4,26	7,89	3,61	3,72	3,62	7,89	3,70	7,87
\hat{y}_2	21,99	22,00	22,19	24,19	19,55	21,83	25,23	23,30
\hat{y}_3	93,76	84,06	101,33	99,15	102,81	89,38	98,61	90,80
\hat{y}_4	1553,49	1175,07	1577,19	1579,20	1583,25	1014,63	1579,56	1004,71
DPM	16,72	13,21	16,87	19,25	19,12	14,80	20,59	15,92

Tabela 37: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de caso 5 utilizando a Meta-Heurística Recozimento Simulado combinado com o método Nelder Mead Simplex.

Variáveis	Métodos de Aglutinação							
	Desirability	DPM	CP1	CP2	CP3	CPDE1	CPDE2	CPDE3
x_1	-1,127	0,096	2,230	-1,317	1,013	2,230	2,092	0,079
x_2	-2,230	-2,192	0,054	-2,004	-1,952	1,829	1,793	-2,230
x_3	-2,230	1,441	-1,455	-1,591	1,298	-0,919	-1,122	1,566
\hat{y}_1	8,32	5,61	3,57	8,17	3,50	5,57	5,19	5,69
\hat{y}_2	67,79	22,00	29,13	33,00	22,00	21,27	23,46	19,10
\hat{y}_3	107,14	82,00	101,50	97,85	102,94	95,37	99,66	82,00
\hat{y}_4	1280,67	1579,27	1297,08	1069,76	1580,32	1000,15	1015,68	1602,76
DPM	59,94	14,51	29,29	25,28	16,63	21,72	22,58	17,88

Tabela 38: Resultados da busca pelas melhores condições de processo do estudo de caso 5 utilizando a Meta-Heurística Algoritmo Genético combinado com o método Nelder Mead Simplex.

Variáveis	Métodos de Aglutinação							
	Desirability	DPM	CP1	CP2	CP3	CPDE1	CPDE2	CPDE3
x_1	-1,127	-1,082	1,014	0,583	1,013	-1,310	0,639	-1,319
x_2	-2,230	-2,050	-1,952	-2,067	-1,951	-1,872	-2,040	-1,878
x_3	-2,230	-0,760	1,436	1,385	1,436	-1,194	0,906	-1,270
\hat{y}_1	8,32	7,89	3,50	4,40	3,50	7,89	4,26	7,91
\hat{y}_2	67,78	22,00	19,00	21,87	19,00	22,23	28,28	23,52
\hat{y}_3	107,14	84,07	104,41	93,54	104,36	90,12	91,30	91,33
\hat{y}_4	1280,67	1175,07	1580,44	1586,95	1579,77	1000,00	1579,31	1000,00
DPM	59,94	13,21	19,73	16,08	19,74	14,95	23,87	16,22