

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

MAYARA MOURA BENTO DE CASTRO

Estabilidade do sistema planetário Kepler 90

Guaratinguetá

2019

Mayara Moura Bento de Castro

Estabilidade do sistema planetário Kepler 90

Trabalho de Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Física da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Graduação em Física .

Orientador: Profº Dr. Othon Cabo Winter

Guaratinguetá
2019

C367e Castro, Mayara Moura Bento de
Estabilidade do sistema planetário Kepler 90 / Mayara Moura Bento de Castro
– Guaratinguetá, 2019.
50 f : il.
Bibliografia: f. 42

Trabalho de Graduação em Bacharelado em Física – Universidade Estadual
Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2019.
Orientador: Prof. Dr. Othon Cabo Winter

1. Planetas - Órbitas. 2. Estabilidade. 3. Métodos de simulação I. Título.

CDU 521.3

Pâmella Benevides Gonçalves
Bibliotecária/CRB-8 9203

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

MAYARA MOURA BENTO DE CASTRO

ESTE TRABALHO DE GRADUAÇÃO FOI JULGADO ADEQUADO COMO PARTE DO
REQUISITO PARA A OBTENÇÃO DO DIPLOMA DE "GRADUANDO EM FÍSICA "

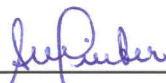
APROVADO EM SUA FORMA FINAL PELO CONSELHO DE CURSO DE GRADUAÇÃO EM
FÍSICA

Profº Dr. MARCO AURÉLIO ALVARENGA MONTEIRO
Coordenador

BANCA EXAMINADORA:



Profº Dr. Othon Cabo Winter
Orientador/UNESP-FEG



Profº Dr. Silvia Maria Giuliatti Winter
UNESP-FEG



Me. Luana Liberato Mendes
UNESP-FEG

Novembro , 2019

DADOS CURRICULARES

MAYARA MOURA BENTO DE CASTRO

NASCIMENTO 11-05-1995 - Guaratinguetá / SP

FILIAÇÃO Sílvio José Bento de Castro
Márcia Maria de Moura

2013 / 2019 Graduando em bacharelado em Física
Universidade Estadual Paulista "Júlio de
Mesquita Filho- FEG

Dedico este trabalho especialmente à meu pai, Sílvio.

AGRADECIMENTOS

Quero agradecer, em primeiro lugar, ao meu pai, Sílvio (In Memoriam), que foi a pessoa que mais me apoiou, se orgulhou e acreditou em mim, nas minhas escolhas e nos meus sonhos, e que mesmo que não esteja mais presente fisicamente, é a ele que dedico este trabalho.

Agradeço à minha mãe, Márcia, e a toda a minha família por todo o apoio, força e incentivo prestados aos meus estudos ao longo desses anos de graduação.

Ao meu orientador prof. Dr. Othon Cabo Winter, por toda a ajuda, paciência, disponibilidade, por ter me ensinado tanto, e por ter me dado a chance de poder trabalhar na área em que sempre sonhei.

À Me. Luana Liberato por ter salvo a minha vida com toda a ajuda prestada com as simulações e códigos de programação.

Ao meu namorado Victor Kotaki, que me conheceu no penúltimo ano de graduação, e esteve ao meu lado me apoiando em todos os momentos desde então.

Este trabalho contou com o apoio da(s) seguinte(s) entidade(s):

FAPESP - Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (Proc. 2016/24561-0)

"What men are poets who can speak of Jupiter if he were a man, but if he is an immense spinning sphere of methane and ammonia must be silent?"

Richard Feynman

RESUMO

O principal objetivo deste trabalho é estudar a estabilidade do sistema planetário Kepler 90, que trata de um sistema composto por planetas que estão a no máximo 1,01 ua da estrela hospedeira. Alguns estudos sobre a sua estabilidade já foram realizados anteriormente. Foi através deles que decidimos como seria feito o estudo aqui descrito, a fim de encontrarmos uma estatística com as possíveis condições iniciais para que Kepler 90 possua uma evolução orbital estável até 10^4 anos. Para isso, fizemos uso do pacote de integração numérica Mercury (Chambers 1999), primeiramente usando o integrador Hybrid com excentricidades, anomalias médias, longitudes do nodo ascendente e argumentos do pericentro nulos. Concluímos que os três planetas intermediários do sistema, K90d, K90e e K90f, eram as prováveis causas da instabilidade encontrada. Nosso segundo passo foi realizar a integração mudando os valores iniciais das anomalias médias desses três planetas e encontramos alguns resultados estáveis, onde não há colisão ou cruzamento de órbitas por 10^4 anos, então a partir disso encontramos os valores de anomalias médias mais estáveis e os mais instáveis para os três planetas. O terceiro passo foi variar a excentricidade dos sete planetas e verificar como isso afetaria o sistema. Encontramos um resultado similar ao de Cabrera et. al (2014), que achou $e < 0.001$ como o limite da excentricidade para a estabilidade dos cinco planetas mais externos do sistema. Por último, realizamos integrações utilizando os valores de semi-eixo maior de Contreras & Boley (2018) e encontramos aproximadamente 99 % de simulações estáveis.

PALAVRAS-CHAVE: Kepler 90. Simulação numérica. Estabilidade de sistema planetário.

ABSTRACT

The main goal of this work is to study the stability of the Kepler 90 planetary system, which is a system composed of planets that are up to 1.01 au from the host star. Some studies of its stability have been done before. It was through them that we decided how the study described here would be done, in order to find a statistic with the possible initial conditions for Kepler 90 to have a stable orbital evolution for at least 10^4 years. For this, we made use of the Mercury numerical integration package (Chambers 1999), first using the Hybrid integrator with null eccentricities, mean anomalies, arguments of pericenters and longitudes of the ascending nodes. We concluded that the three intermediate planets of the system, K90d, K90e and K90f, were the likely causes of the instability found in the system. Our second step was to perform the integration by changing the initial mean anomaly values of these three planets, and we found some stable results, where there is no collision or orbits crossing for over 10^4 years and from the results we found the most stable and most unstable mean anomalies values to the three planets. The third step was to vary the eccentricity of the seven planets and see how this would affect the system. We found a similar result with Cabrera et. al (2014), which found $e < 0.001$ as a stability condition for the five outer planets of the system. Finally, we performed integrations using the Contreras & Boley (2018) semi-major axis values and we found about 99 % of stable simulations.

KEYWORDS: Kepler 90. Numerical simulation. Planetary system stability.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	Conceito artístico comparando o sistema Kepler-90 com o sistema solar.	15
Figura 2	"Evolução orbital de Kepler-90 com ângulos iniciais iguais a 0° ".	22
Figura 3	"Evolução orbital de Kepler 90 com ângulos iniciais iguais a 30° ".	22
Figura 4	"Evolução orbital de Kepler 90 com ângulos iniciais iguais a 150° ".	23
Figura 5	Sistemas de coordenadas e elementos orbitais.	27
Figura 6	Evolução temporal do semi-eixo maior dos sete planetas do sistema Kepler 90.	
	Simulação realizada sob as seguintes condições iniciais: massas, semi-eixo maior, excentricidade, inclinação, nodo ascendente e argumento do pericentro iguais aos da Tabela 6, e anomalia média igual a 40° para K90d, 240° para K90e e 300° para K90f.	29
Figura 7	Evolução temporal da excentricidade dos sete planetas do sistema Kepler 90.	
	Simulação realizada sob as seguintes condições iniciais: massas, semi-eixo maior, excentricidade, inclinação, nodo ascendente e argumento do pericentro iguais aos da Tabela 6, e anomalia média igual a 40° para K90d, 240° para K90e e 300° para K90f.	30
Figura 8	Evolução temporal da inclinação dos sete planetas do sistema Kepler 90. Simulação realizada sob as seguintes condições iniciais: massas, semi-eixo maior, excentricidade, inclinação, nodo ascendente e argumento do pericentro iguais aos da Tabela 6, e anomalia média igual a 40° para K90d, 240° para K90e e 300° para K90f.	30
Figura 9	Órbitas iniciais dos sete planetas do sistema Kepler-90. Os planetas K90d, K90e e K90f estão representados pelas cores azul, vermelho e roxo, respectivamente. O restante dos planetas, K90b, K90c, K90g e K90h estão representados pelos círculos pretos. O círculo amarelo representa o corpo central do sistema.	31
Figura 10	Histograma.	32
Figura 11	Gráfico da evolução temporal das excentricidades dos sete planetas de Kepler 90. Simulação realizada com os valores de M iguais a 80° para K90d, 120° para K90e e 280° para K90f. Os valores de excentricidade e argumento do pericentro de cada planeta podem ser conferidos na Tabela 7.	33
Figura 12	Gráfico da evolução temporal do semi-eixo maior dos sete planetas de Kepler 90. Simulação realizada com os valores de M iguais a 80° para K90d, 120° para K90e e 280° para K90f. Os valores de excentricidade e argumento do pericentro de cada planeta podem ser conferidos na Tabela 7.	34
Figura 13	Histograma dos valores iniciais do argumento do pericentro dos sete planetas nas simulações instáveis.	39
Figura 14	Histograma dos valores iniciais da excentricidade dos sete planetas nas simulações instáveis.	39

Figura 15	Histograma dos valores iniciais da anomalia média dos três planetas intermediários nas simulações instáveis.	40
Figura 16	Órbitas iniciais dos planetas de Kepler-90. Simulações estáveis realizadas sob as condições iniciais descritas na seção 3.1. As figuras foram feitas pela Mestre Luana Liberato.	43
Figura 17	Órbitas iniciais dos planetas de Kepler-90. Simulações estáveis realizadas sob as condições iniciais descritas na seção 3.1. As figuras foram feitas pela Mestre Luana Liberato.	44

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros orbitais iniciais utilizados por Cabrera et al. (2014). O semi-eixo maior é representado por a , a excentricidade por e e a inclinação por i	17
Tabela 2 – Parâmetros orbitais iniciais utilizados por Schmitt et al. (2014). O semi-eixo maior é representado por a , a excentricidade por e e a inclinação por i	18
Tabela 3 – Parâmetros orbitais iniciais utilizados por Contreras & Boley (2018). O semi-eixo maior é representado por a , a excentricidade por e e a inclinação por i	19
Tabela 4 – Massas dos planetas de Kepler 90 calculadas a partir da relação massa-raio descrita por Weiss & Marcy (2014) e Lissauer et al. (2011)	20
Tabela 5 – Raios dos planetas de Kepler 90	21
Tabela 6 – Condições iniciais dos planetas de Kepler 90. Temos o semi-eixo maior a , a excentricidade e , a inclinação i , a longitude do nodo ascendente Ω , argumento do pericentro ω e a anomalia média M	21
Tabela 7 – Parâmetros orbitais iniciais dos planetas de Kepler 90 para a simulação 1.	34
Tabela 8 – Parâmetros orbitais iniciais dos planetas de Kepler 90 para a simulação 2.	34
Tabela 9 – Parâmetros orbitais iniciais dos planetas de Kepler 90 para a simulação 3.	35
Tabela 10 – Parâmetros orbitais iniciais dos planetas de Kepler 90 para a simulação 4.	35
Tabela 11 – Valores das distâncias angulares iniciais entre os planetas K90d, K90e e K90f. Simulações com excentricidade.	35
Tabela 12 – Valores iniciais do argumento do pericentro (em deg) para os planetas das 12 simulações instáveis.	37
Tabela 13 – Valores iniciais da excentricidade para os planetas das 12 simulações instáveis.	38
Tabela 14 – Valores iniciais da anomalia média (em deg) para os planetas das 12 simulações instáveis.	38

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
2	SISTEMA KEPLER-90	16
2.1	Estudo de Cabrera et al. (2014)	16
2.2	Estudo de Schmitt et al. (2014)	17
2.3	Estudo de Contreras & Boley (2018)	18
2.4	Estudo inicial da dinâmica de Kepler-90	19
3	PACOTE COMPUTACIONAL	24
3.1	Condições iniciais	26
4	RESULTADOS E ANÁLISE	29
4.1	Resultados para as simulações com excentricidade	33
5	REPRODUÇÃO DAS SIMULAÇÕES DE CONTRERAS & BOLEY (2018)	37
6	CONCLUSÃO	41
	REFERÊNCIAS	42
	ANEXO A – ÓRBITAS INICIAIS DOS PLANETAS DE KEPLER-90 PARA	
	AS SIMULAÇÕES ESTÁVEIS	43

1 INTRODUÇÃO

Um planeta é chamado extrassolar ou exoplaneta quando orbita uma estrela que não seja o Sol, ou seja, não habita em nosso sistema solar. O interesse em encontrar sistemas planetários similares ao nosso sistema solar, tem sido um dos principais objetivos de missões espaciais. Com o avanço da tecnologia, somos cada vez mais capazes de estudar tais sistemas. A sonda espacial Kepler foi lançada pelo foguete Delta II em março de 2009. Essa foi a primeira missão espacial da NASA com o objetivo de encontrar exoplanetas com tamanhos similares ao da Terra na zona habitável de outras estrelas nas vizinhanças de nossa galáxia - essa missão foi denominada como missão Kepler.

Em maio de 2013, a sonda Kepler começou a apresentar problemas em seu sistema giroscópico, em duas de suas rodas de reação, que são responsáveis pelo alinhamento do telescópio. Após tentativas falhas de conserto, em novembro de 2013 foi criada a K2 (ou "Second Light"), como resposta a um pedido da NASA de propostas alternativas que pudessem incluir o uso do telescópio com defeito. A K2 viabilizou o uso da sonda com apenas as duas rodas boas de reação e propulsão para a detecção de exoplanetas em torno de uma menor dimensão e dessa maneira, a sonda continuou a ser usada por algum tempo. Como as rodas do giroscópio passaram muito tempo no espaço em baixas temperatura, houve uma falha irreparável no telescópio e em outubro de 2018 a NASA anunciou em uma coletiva de imprensa o fim definitivo da missão Kepler, que durou 9 anos e meio, pois o telescópio não poderia mais procurar por exoplanetas (NASA, 2018).

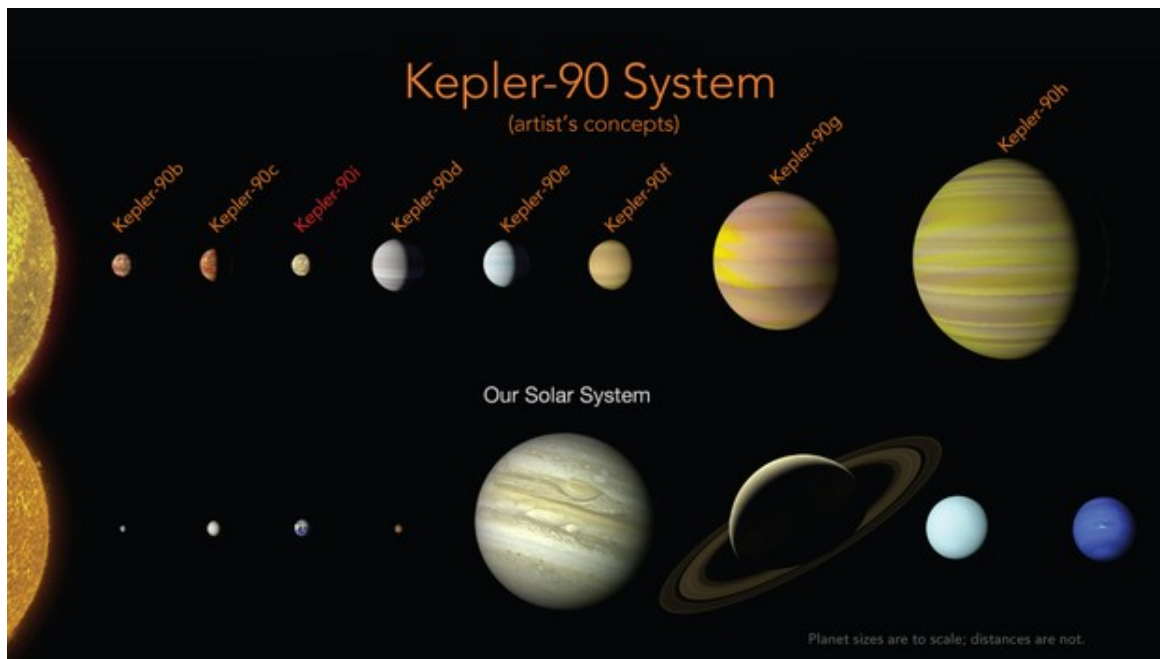
Existem diversos métodos que são utilizados para a detecção de planetas e um dos principais é chamado de Trânsito Planetário. Tal método consiste em observar a variação da luz emitida por uma estrela – quando um planeta passa na frente da estrela em que ele orbita, ele bloqueia uma pequena fração de luz dessa estrela, como quando acontece um eclipse e a lua bloqueia parcial ou totalmente a luz do Sol ao passar em sua frente. Quando essa variação de luz possui uma duração e período regular, podemos dizer que existe um corpo orbitando a estrela. De acordo com a magnitude dessa variação, sabemos se este corpo é ou não um planeta. Através do método de Trânsito Planetário foram descobertos um total de 2720 candidatos a planetas em trânsito pela missão Kepler, muitos deles anunciados por Borucki et al. (2011), Batalha et al. (2013) e Burke et al. (2014) sendo que mais de 40 % desses candidatos estão associados a sistemas com mais de um candidato a planeta (Lissauer et al. 2014). Isso pode estar correlacionado ao algoritmo que procura por padrões de trânsitos planetários, que também encontra estrelas com múltiplos candidatos a planetas (Borucki et al. 2011).

A maioria dos candidatos a sistemas multi-planetários correspondem de fato a verdadeiros planetas em trânsitos (Lissauer et al. 2012). Alguns desses candidatos que foram validados são sistemas estelares binários, como é o caso de Kepler 132 e Kepler 296. Outros são sistemas com até quatro candidatos a planetas em trânsito, como Kepler 223 identificado por Borucki et al. (2011). Também foram detectados alguns sistemas com seis ou mais planetas em trânsito, como é o caso de Kepler 11, que possui seis planetas orbitando a estrela, e Kepler 90 com oito planetas. Ambos são sistemas bastante compactos quando comparados ao nosso sistema solar.

Kepler 90 é o objeto de estudo deste trabalho, e suas peculiaridades foram a motivação principal.

Foram descobertos um total de oito planetas orbitando a estrela hospedeira até então, sendo K90i o planeta mais recente a ser identificado através das técnicas de machine learning, com isso este passou a ser o sistema mais “populoso” descoberto até então - atrás dele estão HD 10180, HR 8832 e TRAPPIST-1, todos com sete planetas orbitando a estrela principal de cada sistema. Kepler 90 é muito semelhante ao sistema solar, com planetas pequenos em órbitas mais internas e planetas gigantes de gás em órbitas mais externas, como podemos observar na Figura 1, sendo os três planetas mais internos do sistema, K90b e K90c similares a Terra; os três planetas intermediários K90d, K90e e K90f podemos dizer serem super-Terras, similares a Netuno, e os dois planetas mais externos K90g e K90h gigantes gasosos similares a Júpiter.

Figura 1 – Conceito artístico comparando o sistema Kepler-90 com o sistema solar.



fonte: NASA/Ames Research Center/Wendy Stenzel.

Na primeira vez em que o sistema foi mencionado na literatura apenas os planetas K90d, K90g e K90h haviam sido reportados. Alguns anos mais tarde os planetas K90b, K90c, K90e e K90f foram anunciados por Cabrera et al. (2014). Vale notar que todo o estudo deste trabalho foi feito considerando apenas os primeiros sete planetas descobertos, deixando o oitavo, K90i, para ser incluído em trabalhos futuros.

2 SISTEMA KEPLER-90

O sistema planetário Kepler 90, primeiramente chamado KOI 351 (sigla usada para nomear objetos de interesse detectados pela sonda Kepler, ou "Kepler object of interest"), foi uma das descobertas da missão Kepler. Ele foi observado quase continuamente por mais de cinco anos (Cabrera et al. 2014) e está localizado na constelação de Draco, a cerca de 2500 anos-luz do Sol. Sua estrela tem aproximadamente 2 bilhões de anos e é do tipo G (G-type), que são geralmente chamadas de anãs-amarela. A estrela possui 120 % da massa e do raio do Sol, com temperatura superficial de 6080 K. Devido a sua magnitude aparente ser 14 (valor que mede o quão brilhante é uma estrela da perspectiva da Terra), não podemos enxergar a estrela a olho nu, pois ela é muito pouco perceptível.

O sistema é formado até então por oito planetas em torno da estrela hospedeira, sendo o oitavo planeta, K90i, anunciado recentemente por Shallue & Vanderburg (2018). K90i foi identificado através de deep learning, uma classe de algoritmos de machine learning que tem sido utilizada em uma grande variedade de tarefas.

Uma característica importante do sistema Kepler 90, além de ser o sistema mais populoso descoberto pela missão Kepler, é a sua compactidade, pois estamos falando de um sistema em que seus planetas estão a no máximo 1,01 ua de distância da estrela hospedeira. Esse tipo de sistema compacto é conhecido como STIP's ("Tightly-packed Inner Planets") e representa um modo muito comum de formação planetária, geralmente contendo planetas de baixas excentricidades e inclinações mútuas Contreras & Boley (2018).

Existem alguns estudos sobre a estabilidade do sistema Kepler 90, e nas seções seguintes faremos um breve resumo de como esses estudos foram realizados.

2.1 ESTUDO DE CABRERA ET AL. (2014)

Cabrera et al. (2014) realizou um estudo similar ao mencionado anteriormente. Primeiro, foi realizado uma análise da dinâmica do sistema com um integrador numérico, Mercury (Chambers 1999). Através dessa análise, encontrou que o sistema é estável somente se os planetas K90g e K90h possuírem massas abaixo de algumas unidades da massa de Júpiter. Além disso, revela que os planetas K90d, K90e e K90f estão em órbitas estáveis apenas se estas forem circulares.

Cabrera et. al (2014) calculou a separação dos planetas do sistema em termos do raio de Hill, usando a fórmula dada em Chambers et al. (1996). As massas dos sete planetas foram estimadas considerando seus respectivos tamanhos e assumindo densidades médias representativas para cada classe de planeta, como mostrado a seguir:

Os valores encontrados para a separação entre os planetas vizinhos em raio de Hill estão listados abaixo, e indicam que os planetas mais internos K90b, K90c, K90d, K90e e K90f estão relativamente salvos em suas órbitas.

Tabela 1 – Parâmetros orbitais iniciais utilizados por Cabrera et al. (2014). O semi-eixo maior é representado por a , a excentricidade por e e a inclinação por i

Planeta	Massa ($M_{\oplus}$)	a (ua)	e	i ($^{\circ}$)
b	$3M_{Terra}$	0.074	...	89.4
c	$3M_{Terra}$	0.089	...	89.68
d	$10M_{Terra}$	0.32	...	89.71
e	$3M_{Terra}$	0.42	...	89.79
f	$3M_{Terra}$	0.48	...	89.77
g	$0.7M_{Netuno}$	0.71	...	89.80
h	$0.8M_{Jupiter}$	1.01	...	89.6

fonte: Adaptado de Cabrera et al.(2014)

- K90g - K90h: 5;
- K90h - K90f: 11;
- K90f - K90e: 5;
- K90e - K90d: 10;
- K90d - K90c: 47,
- K90c - K90b: 10.

Através desse teste inicial, o artigo menciona que os dois planetas mais internos, K90b e K90c, estão em um 4:5 MMR e os dois planetas mais externos, K90g e K90h, estão perto de um 5:8 MMR. Além disso, os três planetas intermediários estão perto de uma ressonância de Laplace, mais conhecida por acontecer no movimento das luas Galileanas de Júpiter (Io, Europa e Ganimede). Como os valores encontrados para a separação dos planetas em termos de raio de Hill parecem indicar que a estabilidade de Kepler-90 depende da estabilidade da órbita dos dois planetas externos, foi decidido concentrar o estudo na dinâmica dos planetas K90g e K90h, através de integrações de longos termos acima de 10^7 anos, onde foi usado o integrador de alta precisão “LIE-integrator” com passos automáticos. Assim, os autores encontraram que o limite de excentricidade para estabilidade do sistema para os cinco planetas mais externos é de $e < 0.001$. A conclusão foi que, para os parâmetros determinados, o sistema está muito perto da instabilidade.

2.2 ESTUDO DE SCHMITT ET AL. (2014)

Outros estudos sobre a estabilidade do sistema foram feitos anteriormente, como é o caso de Schmitt et al. (2014). Este realizou dois testes de estabilidade para avaliar a viabilidade do sistema compacto Kepler 90, fazendo primeiramente, um diagnóstico de estabilidade através do cálculo do raio da esfera de Hill, usando o método descrito por Lissauer et al. (2011b). Este método introduz o conceito de que um sistema composto de dois planetas será estável se $\Delta = \frac{a_0 - a_1}{R_H} > 2\sqrt{3} \approx 3.46$, onde a_0 e a_1 representam o semi-eixo maior do planeta interno e externo respectivamente e R_H é o raio de Hill, que é calculado por $R_H = \left(\frac{\mu}{3}\right)^{\frac{1}{3}}$, onde μ é a massa reduzida do planeta. As massas foram

calculadas através da relação massa-raio descrita em Weiss & Marcy (2014) para os planetas cujos raios estão no limite $R < 4R_{\oplus}$, já para os dois planetas com raio $R > 4R_{\oplus}$, foi usada a equação usada em Lissauer et al. (2011b). Schmitt et al. (2014) encontraram que, com os parâmetros usados, os planetas são estáveis e nunca desenvolverão órbitas que se cruzam. Por último, foi feita uma integração do sistema utilizando o pacote Mercury (Chambers 1999) com os melhores valores assumidos para as massas encontrados no teste anterior, e assumindo órbitas coplanares e circulares. Assim, encontraram estabilidade por mais de 100 Myr. O artigo também informa que ao dobrar a massa de K90h, o planeta mais externo do sistema, este apresenta instabilidade, sugerindo que a massa deste planeta está no final menos massivo da parte plana da relação massa-raio para gigantes gasosos, e ressalta que as integrações orbitais realizadas foram apenas testes de viabilidade, e não representam um estudo exaustivo de estabilidade dinâmica.

Tabela 2 – Parâmetros orbitais iniciais utilizados por Schmitt et al. (2014). O semi-eixo maior é representado por a , a excentricidade por e e a inclinação por i

Planeta	Massa ($M_{\oplus}$)	a (ua)	e	i ($^{\circ}$)
b	...	0.072	...	88.81
c	...	0.083	...	88.81
d	...	0.30	...	89.95
e	...	0.40	...	89.95
f	...	0.49	...	89.69
g	...	0.69	...	89.95
h	...	0.94	...	89.95

fonte: Adaptado de Schmitt et al. (2014).

2.3 ESTUDO DE CONTRERAS & BOLEY (2018)

Contreras & Boley (2018) realizaram um estudo sobre a dinâmica de dois sistemas STIP de múltiplos planetas descobertos pelo telescópio Kepler, o Kepler 11 e Kepler 90, a fim de descobrir mais sobre a estabilidade desse tipo de sistema através de simulações numéricas, em conjunto com a teoria da Perturbação Secular e espectros de frequência secular sintética. Nesse estudo foi considerado a presença de um planeta externo quase coplanar igual a Júpiter orbitando a estrela hospedeira, com o semi-eixo maior variando entre 1 e 5.2 ua. Primeiramente foram realizadas 100 simulações em uma versão modificada do pacote computacional de integração de N-corpos, Mercury6 (Chambers 2012), para cada sistema sem a presença do planeta externo perturbador por aproximadamente 10 Myr, onde as longitudes e anomalias (Ω , ϖ , M) foram variadas de forma uniformemente aleatória de 0 a 2π . Como o objetivo é resolver encontros próximos, foi usado o integrador Hybrid do Mercury6 (será explicado mais sobre os integradores do pacote Mercury posteriormente, na seção 3). Ao contrário de Kepler 11, as massas de Kepler 90 ainda não haviam sido definitivamente mensuradas e portanto elas foram estimadas a partir da relação de massa-raio descrita por Wright et al. (2011). As excentricidades foram estabelecidas como sendo iguais a zero. Os parâmetros usados podem ser conferidos na Tabela 3.

Para complementar o estudo no caso em que há um perturbador externo igual a Júpiter, foi aplicado a

Tabela 3 – Parâmetros orbitais iniciais utilizados por Contreras & Boley (2018). O semi-eixo maior é representado por a , a excentricidade por e e a inclinação por i

Planeta	Massa ($M_{\oplus}$)	a (ua)	e	i ($^{\circ}$)	ω ($^{\circ}$)
b	2.4	0.076	...	0.28	...
c	1.7	0.088	...	0.00	...
d	7.9	0.307	...	0.03	...
e	6.9	0.424	...	0.11	...
f	8.1	0.520	...	0.09	...
g	69.1	0.736	...	0.12	...
h	297.9	0.996	...	0.08	...

fonte: Contreras & Boley (2018).

teoria da Perturbação Secular descrita em Murray & Dermott 1999, que considera para as equações de movimento expandidas em segunda ordem em e e i e em primeira ordem em massas planetárias, apenas as contribuições seculares da função perturbadora. Como não é do interesse deste trabalho estudar os efeitos de um planeta perturbador externo no sistema, não iremos entrar em detalhes dessa parte do estudo de Contreras & Boley (2018). Os resultados das simulações realizadas sem o planeta perturbador externo no sistema Kepler 90 mostram que 20 % de suas simulações acusaram um sistema instável. A perturbação secular do sistema, assim como ressonâncias do movimento médio dos planetas podem ser a origem dessa instabilidade.

2.4 ESTUDO INICIAL DA DINÂMICA DE KEPLER-90

Para se estudar a estabilidade de um sistema planetário, é necessário saber como decorre a evolução orbital desse sistema, os efeitos gravitacionais entre os planetas e o corpo central que compõe o sistema, dentre outros. Quando um sistema planetário é composto por dois corpos, um massivo e outro com massa desprezível, podemos usar as leis de Kepler para tal estudo, as quais possuem soluções analíticas. Para um sistema composto por três corpos, onde o terceiro corpo é uma massa de teste, ou seja, uma partícula em relação aos outros dois corpos massivos, utilizamos as soluções de Euler que envolvem cálculos de integrais elípticas. Neste trabalho, estamos lidando com um sistema planetário composto por sete corpos, que pode ser referido como um problema de N-corpos, o qual não possui uma solução analítica. Uma maneira de analisarmos tais sistemas é através de métodos numéricos, que será apresentado nessa seção, onde faremos uso de um pacote computacional de simulação numérica feito para calcular a evolução orbital de sistemas planetários. Na seção 3 deste trabalho falaremos mais sobre esse pacote.

Como o principal objetivo desse trabalho é estudar a estabilidade da dinâmica dos planetas do sistema Kepler 90, buscamos primeiro entender como este sistema funciona para condições iniciais básicas, assumindo órbitas circulares e argumento do pericentro, longitude do nodo ascendente e anomalia média iguais a zero. Para calcular as massas dos planetas, estudamos o método da relação massa-raio, mencionado por Contreras & Boley (2018), e encontramos um artigo (Han et al. 2014) referente a esse método, onde fornecem as relações descritas por Weiss & Marcy (2014) e Lissauer

et al. (2011). Utilizamos as relações para planetas com raio $R < 1.5R_{\oplus}$ e $1.5R_{\oplus} < R < 4R_{\oplus}$ para calcular as massas de K90b, K90c, K90d, K90e e K90f

$$\frac{M_p}{M_{\oplus}} = \begin{cases} 0.615 \left(0.717 + \frac{R_p}{R_{\oplus}} \right) \left(\frac{R_p}{R_{\oplus}} \right)^3, & \text{se } R < 1.5R_{\oplus} \\ 2.69 \left(\frac{R_p}{R_{\oplus}} \right)^{0.93}, & \text{se } 1.5R_{\oplus} < R < 4R_{\oplus} \end{cases} \quad (1)$$

dadas por Weiss & Marcy (2014), onde M_p é a massa do planeta e $M_{\oplus}$ é a massa da Terra, assim como R_p é o raio do planeta e $R_{\oplus}$ é o raio da Terra. Para os planetas K90g e K90h, a relação para planetas com raio $R > 4R_{\oplus}$ foi dada por Lissauer et al. (2011)

$$\frac{M_p}{M_{\oplus}} = \left(\frac{R_p}{R_{\oplus}} \right)^{2.06} \quad (2)$$

Tabela 4 – Massas dos planetas de Kepler 90 calculadas a partir da relação massa-raio descrita por Weiss & Marcy (2014) e Lissauer et al. (2011)

Planeta	Massa ($M_{\oplus}$)
b	2.4
c	2.7
d	6.3
e	5.6
f	6.7
g	48.7
h	101.1

fonte: Produção do autor.

Os valores encontrados podem ser conferidos na Tabela 4, e apresentam uma diferença significativa quando comparados aos valores encontrados por Contreras & Boley (2018). Não conseguimos obter uma resposta definitiva para o motivo dessa diferença, pois não há uma clara menção às equações utilizadas no artigo para o cálculo das massas. Uma razão mais plausível seria a divergência dos valores usados para os raios dos planetas, já que também não os mencionam no artigo. Neste caso, para os nossos cálculos, usamos os valores mencionados por Schmitt et al. (2014) na Tabela 5.

Como não conseguimos valores exatos aos encontrados por Contreras & Boley (2018), optamos por usar as massas dadas no artigo, de forma a tentar reproduzir seu resultado de maneira mais fiel. O segundo passo, portanto, foi realizar a primeira integração do sistema com o pacote de integração numérica Mercury (Chambers 1999) por 10^5 anos, usando o integrador Hybrid, já que precisávamos de uma acuracidade boa para encontros próximos ao mesmo tempo em que tínhamos pouco tempo para observar como os planetas se comportam nesse estudo inicial. Os valores do semi-eixo maior e inclinação foram retirados do "NASA Exoplanet Archive", e que são os mesmos mostrados em Cabrera et al. (2014), assim como os parâmetros do corpo central do sistema. As excentricidades

Tabela 5 – Raios dos planetas de Kepler 90

Planeta	R_p
b	1.1
c	1.3
d	2.5
e	2.2
f	2.7
g	6.6
h	9.4

fonte: Schmitt et al.(2014).

foram consideradas iguais a zero. As condições iniciais podem ser vistos na Tabela 6.

Tabela 6 – Condições iniciais dos planetas de Kepler 90. Temos o semi-eixo maior a , a excentricidade e , a inclinação i , a longitude do nodo ascendente Ω , argumento do pericentro ω e a anomalia média M

Planeta	Massa ($M_{\oplus}$)	a (ua)	e	i (deg)	Ω (deg)	ω (deg)	M (deg)
b	2.4	0.074	0	89.4	0	0	0
c	1.7	0.089	0	89.68	0	0	0
d	7.9	0.32	0	89.71	0	0	0
e	6.9	0.42	0	89.79	0	0	0
f	8.1	0.48	0	89.77	0	0	0
g	69.1	0.71	0	89.80	0	0	0
h	297.9	1.01	0	89.6	0	0	0

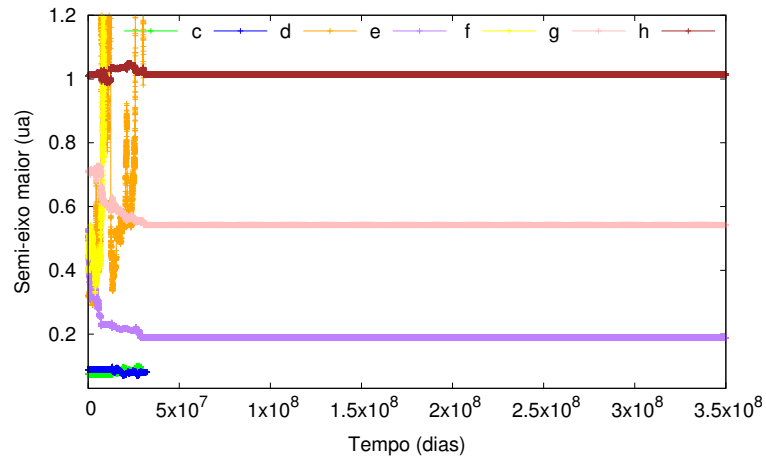
Nota: $M_{\star} = 1.2M_{\odot}$ e $R_{\star} = 1.2R_{\odot}$

fonte: Produção do autor.

Encontramos o que parecia ser, à princípio, um sistema instável. As órbitas dos planetas intermediários se cruzam em alguns pontos logo no início da integração, e mais tarde, os planetas K90b e K90c parecem colidir. Esse resultado não era esperado, já que os estudos sobre a dinâmica de Kepler 90, mencionados anteriormente, mostraram que o sistema é estável na maioria das condições. Realizamos então mais algumas integrações, dessa vez mudando os valores da anomalia média, argumento do pericentro e longitude do nodo ascendente nas condições iniciais, a fim de verificar se o comportamento instável do sistema continuaria.

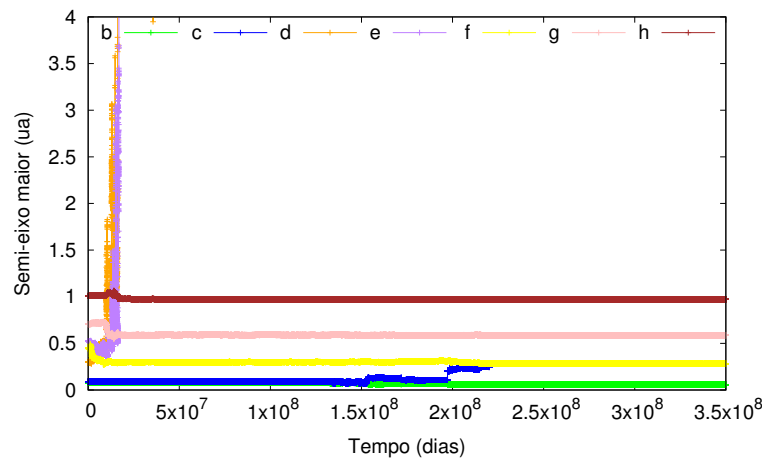
Na Figura 2, temos o gráfico da evolução orbital do sistema para o argumento do pericentro, longitude do nodo ascendente e anomalia média iguais a zero. Logo no início da integração os planetas K90d e K90f parecem ser ejetados do sistema, no mesmo instante em que parece haver uma colisão entre os planetas internos K90b e K90c. Os planetas K90f, K90g e K90h são os únicos a permanecerem em órbitas estáveis. Na Figura 3, onde temos os ângulos iguais a 30° , são os planetas K90d e K90e que parecem ser ejetados do sistema no início da integração, causando uma leve alteração

Figura 2 – "Evolução orbital de Kepler-90 com ângulos iniciais iguais a 0° "



fonte: Produção do autor.

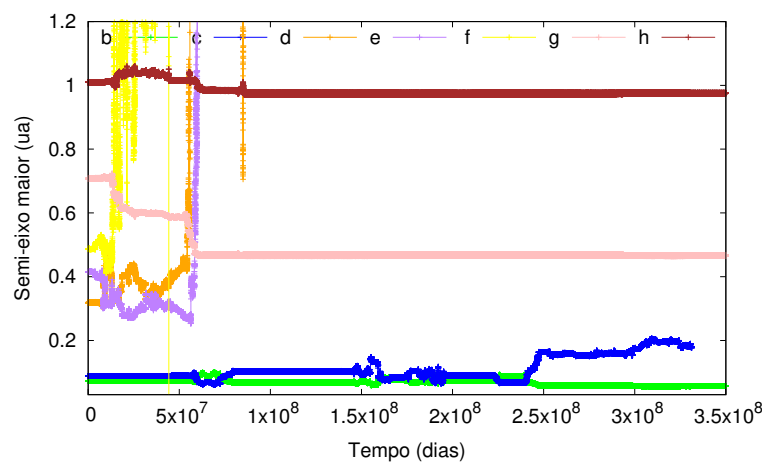
Figura 3 – "Evolução orbital de Kepler 90 com ângulos iniciais iguais a 30° "



fonte: Produção do autor.

na órbita dos planetas K90f, K90g e K90h, que continuam em órbitas estáveis após esse instante. Já K90b e K90c sofrem alterações maiores em suas órbitas e parecem colidir após um tempo. Na Figura 4, onde os ângulos são iguais a 150° , temos uma grande alteração na órbita dos três planetas intermediários K90d, K90e e K90f, que se cruzam logo no início da integração. Os planetas internos também apresentam cruzamentos entre suas órbitas, e os planetas externos, K90g e K90h são os únicos a permanecerem estáveis após a alteração causada pelos planetas intermediários no início da integração.

Figura 4 – "Evolução orbital de Kepler 90 com ângulos iniciais iguais a 150°



fonte: Produção do autor.

3 PACOTE COMPUTACIONAL

O Mercury (J. E. Chambers, 1999) é um pacote de software computacional escrito em Fortran 77 e foi desenvolvido para calcular a evolução orbital de um sistema de N-corpos se movendo sob a ação gravitacional de um grande corpo central. O pacote possui cinco diferentes algoritmos de integração, sendo eles:

- *A second-order-mixed-variable symplectic* (MVS): algoritmo que incorpora corretores simpléticos simples, que não podem computar encontros próximos entre os objetos mas executam a integração rapidamente;
- *General Bulirsch-Stoer* (BS): o mais recomendado para os casos em que se precisa computar os encontros próximos, pois é o mais preciso na maioria das situações. A desvantagem é que consome mais tempo de CPU;
- *Conservative Bulirsch-Stoer*: possui o dobro da rapidez do BS para executar a integração, porém funciona apenas para sistemas conservativos, onde as acelerações são funções apenas das posições;
- *Everhart-s RA15* (RADAU): é de duas a três vezes mais rápido que o *General Bulirsch-Stoer* e geralmente é bem acurado, exceto para órbitas muito excêntricas ou encontros muito próximos de objetos;
- *Hybrid symplectic/Bulirsch-Stoer*: é um algoritmo muito rápido e pode computar encontros próximos, porém não é muito acurado.

O Mercury também inclui os efeitos gravitacionais Newtonianos entre dois pontos de massas. Para incluir efeitos de outras forças usando outros algoritmos, basta modificar a subrotina `mfo_user.for`.

Os arquivos do pacote se dividem em códigos fontes, arquivos de entrada, de saída e de backup. Os arquivos de código fonte são:

1) *mercury6_1.for*

É o programa básico de integração que contém todas as subrotinas necessárias e gera alguns arquivos de saídas que serão convertidos através dos arquivos seguintes;

2) *element6.for*

Converte um arquivo de saída de *mercury6_1.for* em arquivos que contém os elementos orbitais para cada corpo na integração,

3) *close6.for*

Converte um arquivo de saída de *mercury6_1.for* em um arquivo que contém todos os registros de encontros próximos para cada corpo na integração.

Os arquivos de entrada são:

1) *files.in*

Contém os nomes dos arquivos de entrada e saída usados pelo *mercury6_1.for*;

2) *big.in*

Contém as condições iniciais de todos os corpos massivos na integração (exceto o corpo central), ou seja, corpos que interagem e perturbam outros corpos durante a integração. Portanto, é nesse arquivo que entramos com a massa dos planetas (em massa solar), a densidade, o raio de Hill dos planetas, os parâmetros orbitais ou vetores de estados:

a = semi-eixo maior (ua)

e = excentricidade

i = inclinação (deg)

ω = argumento do pericentro (deg)

Ω = longitude do nodo ascendente (deg)

M = anomalia média (deg)

3) *small.in*

Esse arquivo contém as condições iniciais para os corpos que não influenciam outros corpos do sistema, ou seja, que não interagem gravitacionalmente com outros corpos durante a integração. Os corpos pequenos ignoram uns aos outros e não podem colidir entre si.

4) *param.in*

Contém os parâmetros que controlam como a integração será realizada, como o tipo de integrador a ser usado, o tempo inicial e final da integração, intervalos de saída, parâmetro de acuracidade e passos usados pelo integrador. Esse arquivo também contém algumas opções que deverão ser mudadas ocasionalmente dependendo do tipo de trabalho a ser realizado. Nas linhas finais, o arquivo contém os parâmetros do corpo central, como massa e raio.

5) *message.in*

Contém os textos de mensagens de saída do Mercury.

6) *element.in*

Nesse arquivo estão os parâmetros e opções usados pelo driver *element6.for* e é onde se especifica quais são os elementos orbitais que queremos gerar e em qual formato.

7) *close.in*

Nesse arquivo estão os parâmetros usados pelo arquivo *close6.for*.

Outros arquivos são:

1) *mercury.inc*

É o arquivo que contém todas as constantes e parâmetros usados pelos programas do pacote.

2) *swift.inc*

Este arquivo contém constantes e parâmetros usados pelas subrotinas.

O Mercury também possui os chamados dump files, que servem para que possamos continuar a integração do ponto em que ela foi parada caso aconteçam imprevistos, como problemas no computador, por exemplo. Dessa forma, a integração realizada até o último passo salvo não será perdida.

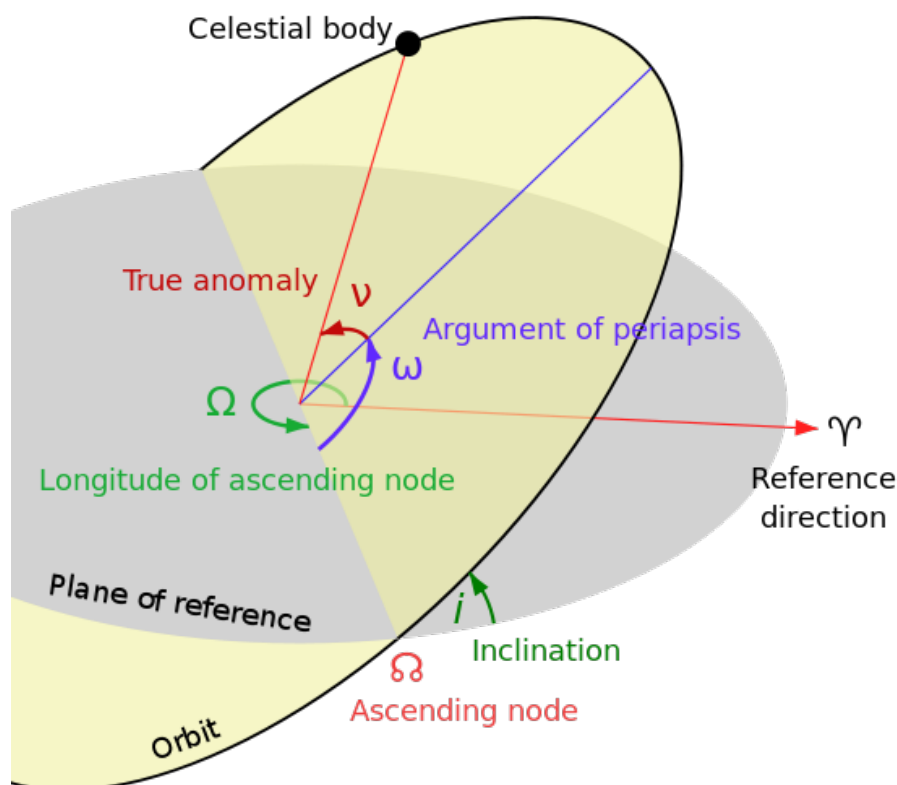
3.1 CONDIÇÕES INICIAIS

No problema de 2 corpos apresentado por Isaac Newton, existe um conjunto de seis parâmetros que permitem caracterizar a órbita de um corpo celeste em torno do centro de massa de um sistema. Esses parâmetros são chamados de elementos orbitais ou keplerianos e suas representações podem ser vistos na Figura 5. São eles:

- Semi-eixo maior da órbita (a): é um componente geométrico de hipérboles e elipses, e é medido pela distância entre o ponto central e os dois pontos mais afastados da elipse, ou seja, da órbita do corpo;
- Excentricidade da órbita (e): A excentricidade de uma órbita nos permite saber se o corpo celeste está em uma órbita elíptica, hiperbólica ou circular.
- Inclinação (i): é o ângulo formado entre o plano de referência e o plano da órbita do corpo celeste e varia de 0° a 180° ;
- Longitude do nodo ascendente (Ω): é o ângulo formado entre o eixo do ponto gama γ e a linha dos nodos;
- Argumento do pericentro (ω): é o ângulo formado entre o nodo ascendente e o pericentro, medido no plano orbital do objeto,
- Anomalia verdadeira (ν): é o ângulo formado entre a linha do pericentro e a posição do corpo na órbita.

Temos também a anomalia média M , que é o parâmetro que determina a posição do corpo na órbita, ou seja, é o instante de passagem do corpo pelo pericentro e pode ser calculada através de

Figura 5 – Sistemas de coordenadas e elementos orbitais.



fonte: bramonmeteor.org

$M = n(t + \tau)$, onde n é o movimento médio do corpo, dado por $n = \frac{2\pi}{T}$ e τ é o instante de passagem pelo pericentro (Murray & Dermott 1999).

Um estudo sobre a evolução orbital de um sistema planetário é o estudo de como esses parâmetros evoluem no decorrer do tempo, e através da análise dessa evolução, sabemos como a órbita dos planetas estão sendo afetadas pela interação entre eles. Os valores desses parâmetros para cada planeta do sistema no início da integração formam as condições iniciais do nosso problema, e estão no arquivo *big.in* do pacote Mercury.

No estudo inicial do sistema Kepler 90 foi verificado uma maior interação entre os planetas K90d, K90e e K90f. As órbitas dos três planetas se cruzaram ao longo das integrações e pareciam ser os causadores da instabilidade apreendida nos resultados. Devido a essa análise, optamos por seguir com o estudo da estabilidade do sistema focando nesses três planetas intermediários e fazer uma estimativa das configurações iniciais necessárias para que estes tenham uma evolução orbital estável, para que assim todo o sistema permaneça também estável.

Os valores das anomalias médias, argumentos do pericentro e longitudes do nodo ascendente do sistema Kepler 90 ainda não são bem definidos, portanto, optamos por mudar os valores da anomalia média nas condições iniciais no arquivo *big.in* para cada um dos três planetas, já que esta indica a posição de um corpo celeste em sua órbita e seu valor pode ser decisivo para que um corpo evolua de forma estável. A anomalia média pode variar de 0° a 360° , então fizemos uma combinação para que cada planeta recebesse um valor aleatório entre 0° a 340° , sempre de 20° em 20° . O total são 5832 combinações possíveis. Para otimizar o tempo, foi criado um script em linguagem Bash pela Mestre

Luana Liberato e as simulações foram rodadas também por ela, uma parte no Cluster do Grupo de Dinâmica Orbital e Planetologia do Departamento de Matemática da FEG/UNESP, e outra parte no Cluster Lince da USP, com a ajuda do prof. Dr. Rafael Sfair. O pacote Mercury foi programado de maneira a parar a integração no momento em que ocorre um cruzamento de órbitas entre os planetas. O tempo estabelecido para o programa realizar a integração foi 10^4 anos, e dessa maneira, a configuração que não apresentou nenhum cruzamento de órbitas ou colisão entre planetas durante esse tempo, foi considerada como sendo estável.

No pacote Mercury, foram preenchidos os seguintes parâmetros nos arquivos de entrada:

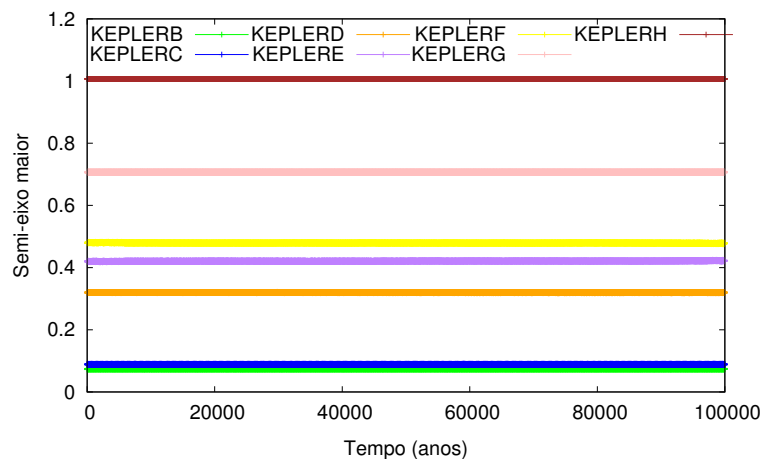
- No arquivo *big.in* do pacote Mercury, colocamos os mesmos parâmetros orbitais usados no estudo inicial do sistema, indicados na Tabela 6 na seção 2.4, com exceção da anomalia média (M), cujos valores foram combinados apenas para os planetas K90d, K90e e K90f, de 20° em 20° . O valor de r (raio de Hill) foi igual a 3 - um valor comumente usado quando se faz uso do integrador Hybrid. A densidade foi estimada de acordo com cada planeta - para os cinco planetas internos escolhemos valor igual a 5 e para os dois gigantes externos, densidade igual a 2, que são valores estimados a partir das densidades conhecidas para cada classe de planeta.
- No arquivo *element.in* optamos pela hora expressa em relação à hora de início da integração e pela saída em elementos keplerianos.
- No arquivo *param.in* escolhemos o integrador BS (*General Bulirsch Stoer*), pois estamos tratando de um sistema muito compacto e a acuracidade em computar encontros próximos é bastante necessário. O tempo inicial foi igual a zero e o final igual a 10^4 anos. O timestep, definido em dias, foi igual a 0.4. Optamos por parar a integração quando há cruzamento de órbitas, pois queremos filtrar as integrações estáveis das instáveis.

Assim que todas as simulações foram concluídas, selecionamos apenas as simulações que foram consideradas estáveis e fizemos as análises que serão mostradas no capítulo a seguir.

4 RESULTADOS E ANÁLISE

Do total das 5832 simulações realizadas, 92 simulações são estáveis, ou seja, os planetas do sistema Kepler 90 possuem uma evolução orbital estável para as condições iniciais usadas nessas 92 integrações. As outras 5740 integrações restantes são instáveis, onde o sistema apresenta cruzamento de órbitas ou encontros tão próximos que se caracterizaram como choque entre os planetas. Abaixo temos os gráficos da evolução temporal do semi-eixo maior, da excentricidade e da inclinação para uma das simulações que se mostraram estáveis, e que foi realizada com valores da anomalia média iguais a 40° para o planeta K90d, 240° para o planeta K90e e 300° para o planeta K90f.

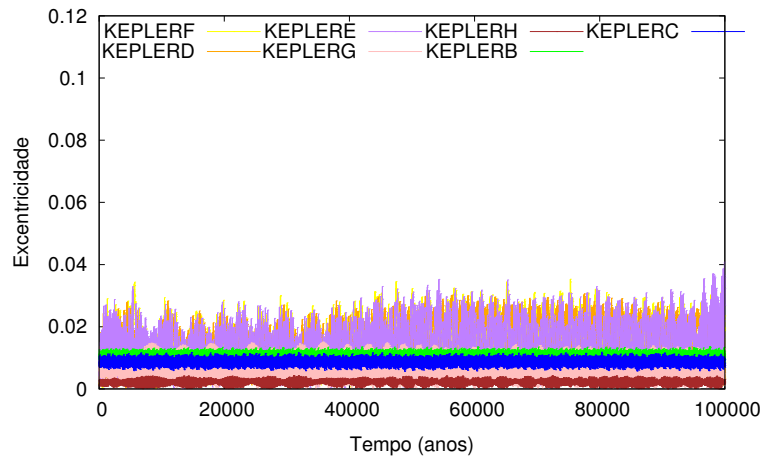
Figura 6 – Evolução temporal do semi-eixo maior dos sete planetas do sistema Kepler 90. Simulação realizada sob as seguintes condições iniciais: massas, semi-eixo maior, excentricidade, inclinação, nodo ascendente e argumento do pericentro iguais aos da Tabela 6, e anomalia média igual a 40° para K90d, 240° para K90e e 300° para K90f.



fonte: Produção do autor.

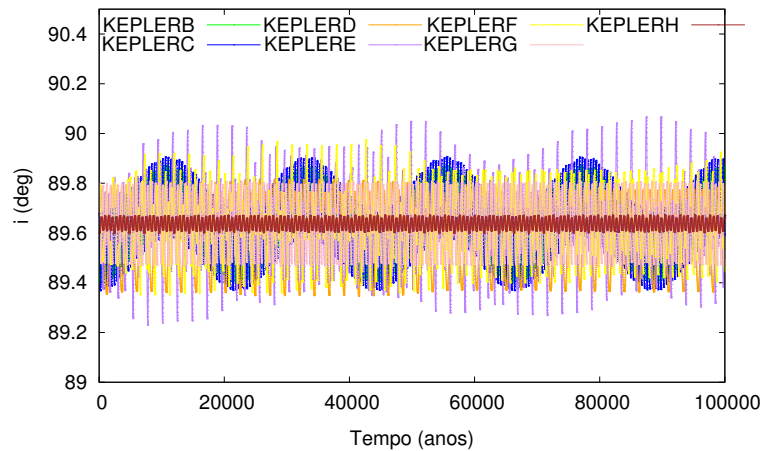
Vemos que na Figura 6, as órbitas dos sete planetas não se cruzam em nenhum momento, sendo bem comportadas e permanecendo estáveis até o final da integração. Na Figura 7, as excentricidades dos planetas também não sofrem grandes variações, permanecendo sempre abaixo de 0.04 ao longo da integração, sendo justamente os planetas K90d, K90f e K90e a mostrarem maiores excentricidades. Vale notar que no final da integração a excentricidade do planeta K90e parece começar a sofrer uma maior variação, e se continuássemos por um número um pouco maior de tempo, o sistema poderia tender a ficar instável. Já na Figura 8 observamos que nenhum planeta sofre grandes variações em suas inclinações durante toda a integração. O planeta K90h possui uma inclinação praticamente constante ao longo do tempo enquanto o restante sofre variações um pouco maiores, porém não ultrapassam o intervalo entre 89.2 a 90.2.

Figura 7 – Evolução temporal da excentricidade dos sete planetas do sistema Kepler 90. Simulação realizada sob as seguintes condições iniciais: massas, semi-eixo maior, excentricidade, inclinação, nodo ascendente e argumento do pericentro iguais aos da Tabela 6, e anomalia média igual a 40° para K90d, 240° para K90e e 300° para K90f.



fonte: Produção do autor.

Figura 8 – Evolução temporal da inclinação dos sete planetas do sistema Kepler 90. Simulação realizada sob as seguintes condições iniciais: massas, semi-eixo maior, excentricidade, inclinação, nodo ascendente e argumento do pericentro iguais aos da Tabela 6, e anomalia média igual a 40° para K90d, 240° para K90e e 300° para K90f.



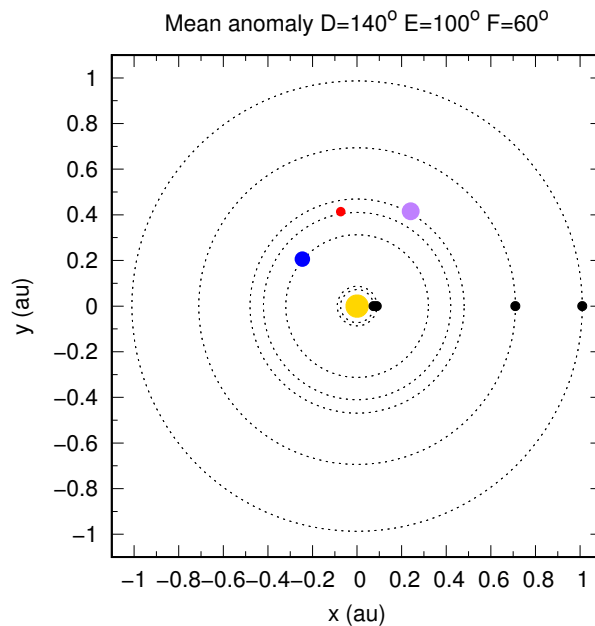
fonte: Produção do autor.

O primeiro passo para organizar as simulações estáveis foi fazer uma análise visual dos dados gerados, através de imagens das posições dos planetas no instante inicial da integração. Para isso, foi criado um script escrito em linguagem Bash, que gerou as imagens das órbitas dos sete planetas em suas respectivas posições iniciais, ou seja, com os valores da anomalia média (M) de cada um. Os planetas K90d, K90e e K90f foram os únicos que tiveram os valores de M mudados, os quatro planetas restantes continuaram com anomalias médias iguais a zero. Na Figura 9 temos um exemplo das imagens que foram geradas, onde os quatro planetas que permaneceram com M igual a zero, K90b, K90c, K90g K90h, estão representados pelos círculos pretos de mesmo tamanho. Os planetas K90d,

K90e e K90f estão representados com os seus respectivos valores de M , e podem ser identificados pelos círculos coloridos. O círculo amarelo no centro representa o corpo central do sistema. As imagens geradas para cada uma das simulações estáveis podem ser consultadas no anexo deste trabalho.

Observando cada uma das 92 imagens geradas das posições dos planetas, podemos destacar alguns grupos em comum. Em 31 casos, os três planetas, K90d, K90e e K90f estão sob uma diferença de ângulo inicial de no máximo 80° um do outro, onde 4 deles estão completamente alinhados. Já em 54 casos, os três planetas se mostram em uma configuração cuja dois deles estão a uma diferença de ângulo inicial de no máximo 80° , e o terceiro está a uma distância maior que 100° . Juntos, esses dois casos somam quase 92% dos casos. Não conseguimos achar semelhanças no restante dos casos.

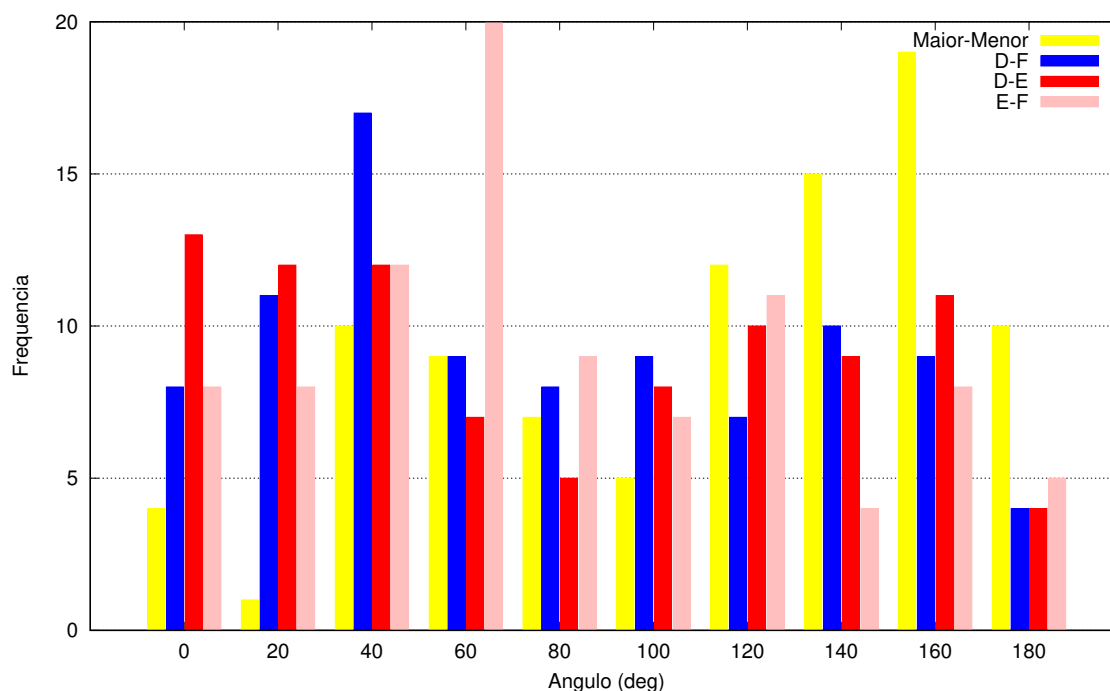
Figura 9 – Órbitas iniciais dos sete planetas do sistema Kepler-90. Os planetas K90d, K90e e K90f estão representados pelas cores azul, vermelho e roxo, respectivamente. O restante dos planetas, K90b, K90c, K90g e K90h estão representados pelos círculos pretos. O círculo amarelo representa o corpo central do sistema.



fonte: Luana Liberato (Comunicação Pessoal).

Para um segundo passo, a ideia foi fazer um levantamento estatístico da diferença dos ângulos entre os três planetas. O histograma da Figura 10 mostra como esse levantamento foi feito. Primeiro calculamos a maior distância angular inicial entre os três planetas, e os valores e frequências das distâncias encontradas estão representadas pelas colunas amarelas. As colunas azuis representam os valores e frequências das distâncias iniciais entre os planetas K90d e K90f, as colunas vermelhas representam os mesmos valores para os planetas K90e e K90f, e as colunas rosas para os planetas K90e e K90f. O eixo x representa os valores das distâncias angulares iniciais (diferença das anomalias médias) e o eixo y representa as suas frequências.

Figura 10 – Histograma.



fonte: Produção do autor.

Analisando o histograma, podemos fazer as seguintes anotações a respeito dos valores de anomalia média:

i) Existe um pico de frequência igual 20 entre as colunas rosas, o maior entre todos os quatro casos. Esse pico é equivalente ao ângulo de 60° , e que portanto, representa o valor mais estável entre todos os outros para a distância entre os planetas K90e e K90f. Os ângulos de 40° e 120° também representam valores bastante estáveis, pois possuem frequências maiores que 10. O restante dos valores possuem frequências menores que 10 e estão na média, sendo o ângulo de 140° o valor mais instável, com frequência menor que 5.

ii) O segundo maior pico do histograma está entre as colunas amarelas, com frequência quase igual 20 para o valor de 160° , e que junto com os valores de 120° e 140° formam os valores mais estáveis para a maior distância entre os três planetas. O restante dos valores das colunas amarelas apresentam frequências menores ou iguais a 10, enquanto o ângulo de 20° é o valor a possuir a menor frequência entre todos os casos do histograma, e sendo portanto, o valor mais instável entre todos.

iii) As colunas azuis apresentam o terceiro maior pico, que equivale ao ângulo de 40° , sendo o último a possuir uma frequência maior que 15 entre todos os casos, e é portanto, o valor mais estável para a distância entre K90d e K90f. O ângulo de 180° é o valor mais instável, com frequência menor que 5, enquanto os outros valores possuem frequências que estão na média entre maior que 5 e menor que 10, sendo bastante estáveis e portanto, bons valores para a distância entre os dois planetas.

iv) As colunas vermelhas não apresentam nenhum pico de frequência. Os ângulos de 0° , 20° , 40° e 160° possuem as maiores frequências, que são maiores que 10 e representam os melhores valores

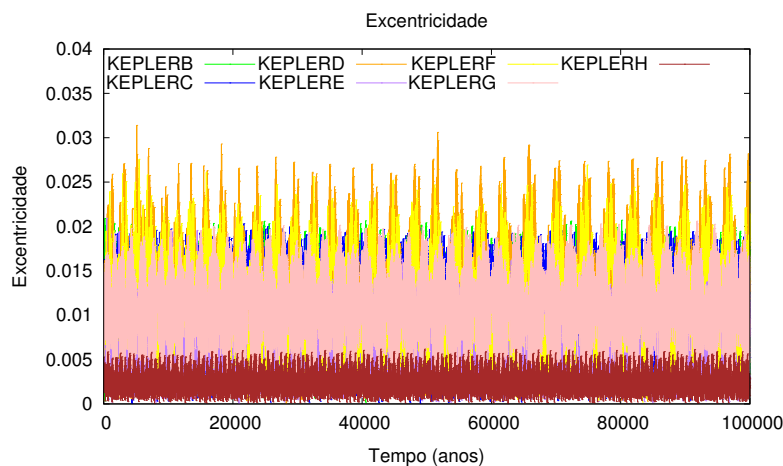
para a distância entre K90d e K90e. Os valores mais instáveis são os ângulos de 80° e 180° , cujas frequências são iguais ou menores que 10, e portanto, não são bons valores. O restante está na média de bons valores estáveis.

4.1 RESULTADOS PARA AS SIMULAÇÕES COM EXCENTRICIDADE

Após encontrarmos os resultados para as simulações realizadas com diferentes valores de anomalia média para os três planetas intermediários, realizamos novas integrações no pacote Mercury (Chambers 1999), porém dessa vez, mudamos os valores da excentricidade entre 10^{-2} e 10^{-3} de modo aleatório nas condições iniciais para todos os sete planetas, levando em conta o estudo de Cabrera et. al (2014), que também variou os valores da excentricidade em suas simulações e encontrou resultados estáveis para o sistema Kepler-90. Além de mudarmos os valores da excentricidade nas condições iniciais, também mudamos os valores do argumento do pericentro de forma aleatória, de 36 em 36° também para os sete planetas, e que como podemos observar na Figura 5, está correlacionado com a excentricidade da órbita de um corpo celeste. A anomalia média dessa vez foi variada de 40 em 40° , continuando somente para os três planetas K90d, K90e e K90f e também de forma aleatória, sendo o número de simulações medidos a partir de todas essas combinações possíveis, que no total, somaram 729 simulações. O restante dos parâmetros usados para essas integrações são os mesmos que foram mostrados na seção 3.1, na Tabela 6.

Do total das 729 simulações realizadas, 4 delas são estáveis e apresentam semi-eixo maior e excentricidades bem comportadas durante toda a integração, como pode ser visto nas Figuras 11 e 12. O restante apresentou cruzamento entre as órbitas dos planetas.

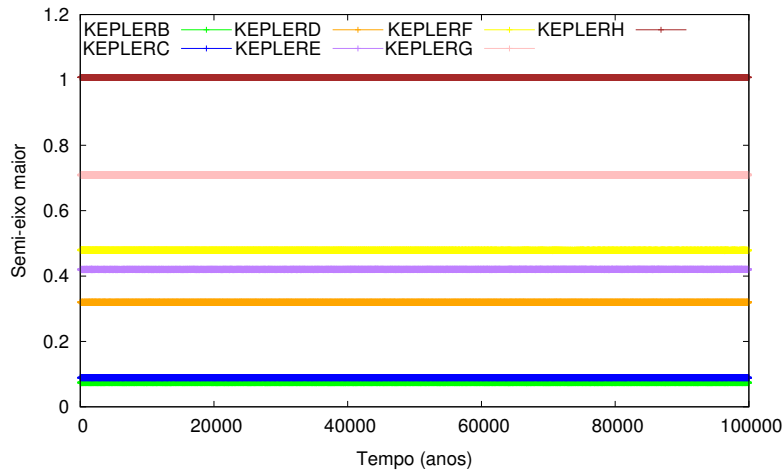
Figura 11 – Gráfico da evolução temporal das excentricidades dos sete planetas de Kepler 90. Simulação realizada com os valores de M iguais a 80° para K90d, 120° para K90e e 280° para K90f. Os valores de excentricidade e argumento do pericentro de cada planeta podem ser conferidos na Tabela 7.



fonte: Produção do autor.

Os valores dos parâmetros mudados nas condições iniciais para cada uma das 4 simulações estáveis estão apresentados nas Tabelas 7, 8, 9 e 10 onde temos a excentricidade e , o argumento do pericentro

Figura 12 – Gráfico da evolução temporal do semi-eixo maior dos sete planetas de Kepler 90. Simulação realizada com os valores de M iguais a 80° para K90d, 120° para K90e e 280° para K90f. Os valores de excentricidade e argumento do pericentro de cada planeta podem ser conferidos na Tabela 7



ω e a anomalia média M .

Tabela 7 – Parâmetros orbitais iniciais dos planetas de Kepler 90 para a simulação 1.

Planeta	e	ω (deg)	M (deg)
b	0.002	324	0
c	0.010	108	0
d	0.008	288	80
e	0.004	288	120
f	0.010	72	280
g	0.005	0	0
h	0.002	144	0

fonte: Produção do autor.

Tabela 8 – Parâmetros orbitais iniciais dos planetas de Kepler 90 para a simulação 2.

Planeta	e	ω (deg)	M (deg)
b	0.005	324	0
c	0.003	0	0
d	0.009	216	240
e	0.004	252	200
f	0.001	324	200
g	0.005	288	0
h	0.004	180	0

fonte: Produção do autor.

Tabela 9 – Parâmetros orbitais iniciais dos planetas de Kepler 90 para a simulação 3.

Planeta	e	ω (deg)	M (deg)
b	0.001	288	0
c	0.009	0	0
d	0.009	288	240
e	0.007	34	320
f	0.003	324	280
g	0.003	288	0
h	0.006	0	0

fonte: Produção do autor.

Tabela 10 – Parâmetros orbitais iniciais dos planetas de Kepler 90 para a simulação 4.

Planeta	e	ω (deg)	M (deg)
b	0.001	144	0
c	0.003	144	0
d	0.002	216	200
e	0.008	36	40
f	0.008	36	320
g	0.001	288	0
h	0.010	72	0

fonte: Produção do autor.

Analisando os dados das tabelas, podemos destacar que essas quatro simulações se encaixam nos dois casos mencionados anteriormente no começo do capítulo para as simulações com excentricidades nulas e que juntos somam 92% dos casos de todas as 92 simulações estáveis. As simulações 2 e 3 se encaixam no primeiro caso mencionado, onde os planetas K90d, K90e e K90f estão a uma distância de no máximo 80 um do outro. Já as simulações 1 e 4 se encaixam no segundo caso, onde dois dos planetas K90d, K90e e K90f estão a uma distância de no máximo 80, e terceiro está a uma distância maior que 100.

Tabela 11 – Valores das distâncias angulares iniciais entre os planetas K90d, K90e e K90f. Simulações com excentricidade.

Simulação	Valores de M (deg)	D-F (deg)	D-E (deg)	E-F (deg)	Maior-Menor (deg)
1	80-120-280	160	40	160	160
2	240-200-200	40	40	0	40
3	240-320-280	40	80	40	80
4	200-40-320	120	160	80	160

fonte: Produção do autor.

Comparando os resultados da Tabela 11 com o histograma da Figura 10, vemos que temos duas simulações, 1 e 4, que apresentam a maior distância entre os três planetas como sendo igual a 160° , o maior pico entre as colunas amarelas. As outras duas simulações, 2 e 3, possuem esse valor igual a 40° e 80° respectivamente e que, de acordo com o histograma, não representam valores muito estáveis. As simulações 2 e 3 apresentam a distância entre K90d e K90f iguais a 40° , que também é o maior pico

entre as colunas azuis, enquanto as simulações 1 e 4 com distâncias de 160° e 120° estão na média. Para a distância entre K90d e K90e temos duas distâncias de 40° e uma de 160° , das simulações 1, 2 e 4 respectivamente, que representam valores bastante estáveis para as colunas vermelhas, enquanto a distância de 80° da simulação 3 representa o segundo valor menos estável. Para a distância entre K90e e K90f temos valores de 0° , 40° , 80° e 160° , das simulações 2, 3, 4 e 1 respectivamente, e que de acordo com o histograma, estão na média de valores estáveis.

Os resultados para as simulações com excentricidade concordam com Cabrera et. al (2014), que encontrou em seu estudo que o limite de excentricidade para a estabilidade dos cinco planetas externos, K90d, K90e, K90f, K90g e K90h é $e < 0.001$, pois já que ao mudarmos a excentricidade dos planetas do sistema obtivemos uma proporção bem menor de simulações estáveis em relação as integrações com excentricidades nulas.

5 REPRODUÇÃO DAS SIMULAÇÕES DE CONTRERAS & BOLEY (2018)

Nas simulações realizadas nos capítulos anteriores fizemos uma combinação dos parâmetros dos planetas do sistema Kepler 90 mostrados em diferentes artigos e catálogos, pois utilizamos as massas encontradas por Contreras & Boley (2018) e os semi-eixos e inclinações listadas no "NASA Exoplanets Archive". Como encontramos um resultado bastante diferente dos resultados mostrados em Contreras & Boley (2018) - no que 80 % das simulações corresponderam a simulações estáveis - buscamos refazer as simulações de acordo com o que foi apresentado no artigo. Utilizamos então, além das massas, os valores de semi-eixo maior dos planetas dados na Tabela 3. O restante dos parâmetros das condições iniciais, bem como a excentricidade, anomalia média e argumento do pericentro foram mudados aleatoriamente da mesma forma apresentada na seção 4.1, que totalizaram 729 simulações.

Encontramos que 717 das 729 simulações realizadas - aproximadamente 99 % do total - são estáveis, ou seja, não há colisões e nem cruzamento entre os sete planetas em 10^4 anos. Esse resultado ainda não é correspondente ao encontrado em Contreras & Boley (2018), em que foi encontrado cerca de 20 % de simulações instáveis. Isso nos mostra que a excentricidade e os ângulos (nodo ascendente, anomalia média e argumento do pericentro) fazem um papel importante quando tratamos da estabilidade de Kepler 90. Apesar de Contreras & Boley (2018) também terem variado os valores dos ângulos em seu estudo, as combinações feitas pelos autores foram diferentes das combinações realizadas nas simulações deste trabalho, já que ambas foram feitas de forma aleatória. Além da excentricidade que em Contreras & Boley (2018) foram nulas e neste trabalho foram variadas de 10^{-2} a 10^{-3} .

Nas Tabelas 12, 13 e 14 podemos ver quais são os valores iniciais do argumento do pericentro, da excentricidade e da anomalia média para cada planeta para as 12 simulações instáveis.

Tabela 12 – Valores iniciais do argumento do pericentro (em deg) para os planetas das 12 simulações instáveis.

Simulação	B	C	D	E	F	G	H
1	324	180	324	216	144	72	252
2	252	288	144	72	324	108	108
3	144	36	252	72	216	36	180
4	71	288	180	0	288	288	288
5	144	216	144	0	180	288	288
6	288	0	0	288	180	0	0
7	216	144	324	72	144	144	144
8	180	324	288	72	180	180	180
9	252	36	324	180	324	36	216
10	180	36	72	252	72	36	36
11	288	36	216	72	0	72	72
12	0	108	0	36	0	108	108

fonte: Produção do autor.

Analisando a Tabela 12 vemos que nas simulações 1, 3 e 9, os valores do argumento do pericentro

parecem ser bastante aleatórios entre os sete planetas. Já nas simulações 4, 7 e 8 temos que, para os três planetas mais externos K90f, K90g e K90h, os valores iniciais dos argumentos do pericentro são iguais. Nas simulações 2, 5, 6, 10, 11 e 12, eles são iguais para os dois planetas mais externos, K90g e K90h. Portanto, quando os dois planetas mais externos possuem valores iniciais do argumento de pericentro iguais, o sistema tem maiores chances de apresentar instabilidade.

Tabela 13 – Valores iniciais da excentricidade para os planetas das 12 simulações instáveis.

Simulação	B	C	D	E	F	G	H
1	0,008	0,005	0,001	0,009	0,005	0,002	0,01
2	0,004	0,009	0,008	0,007	0,007	0,002	0,008
3	0,001	0,009	0,006	0,01	0,007	0,007	0,007
4	0,004	0,005	0,005	0,01	0,008	0,001	0,008
5	0,01	0,004	0,004	0,005	0,001	0,009	0,009
6	0,005	0,008	0,005	0,006	0,01	0,002	0,003
7	0,009	0,001	0,005	0,01	0,007	0,007	0,009
8	0,005	0,002	0,005	0,009	0,001	0,001	0,008
9	0,005	0,01	0,005	0,006	0,009	0,007	0,008
10	0,006	0,001	0,007	0,01	0,009	0,002	0,009
11	0,010	0,008	0,005	0,005	0,006	0,005	0,009
12	0,008	0,006	0,009	0,002	0,002	0,004	0,001

fonte: Produção do autor.

Na Tabela 13, vemos que os valores iniciais das excentricidades dos sete planetas são bastante variadas e, à primeira vista, parece não haver um padrão. Os valores das excentricidades parecem estar bem distribuídas entre os planetas, porém podemos destacar alguns casos: Para todos os planetas, com exceção de K90g, a maioria dos valores de excentricidades são maiores ou iguais a 0,005, ou seja, as excentricidades mais altas fazem com que o sistema tenda a ser instável.

Tabela 14 – Valores iniciais da anomalia média (em deg) para os planetas das 12 simulações instáveis.

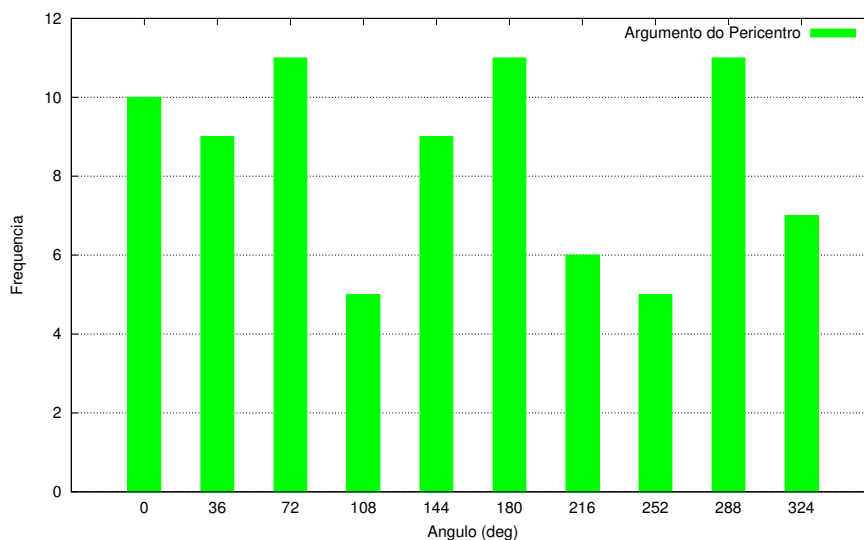
Simulação	D	E	F
1	0	40	200
2	40	40	240
3	80	120	80
4	120	240	280
5	160	140	160
6	200	120	240
7	200	320	80
8	240	80	280
9	280	0	160
10	280	200	0
11	280	200	280
12	320	200	160

fonte: Produção do autor.

As Figuras 13, 14 e 15 nos mostram um histograma para cada um desses parâmetros iniciais para as

simulações instáveis, que são os valores iniciais do argumento do pericentro, excentricidade, anomalia média e a frequência de seus valores para cada um dos sete planetas.

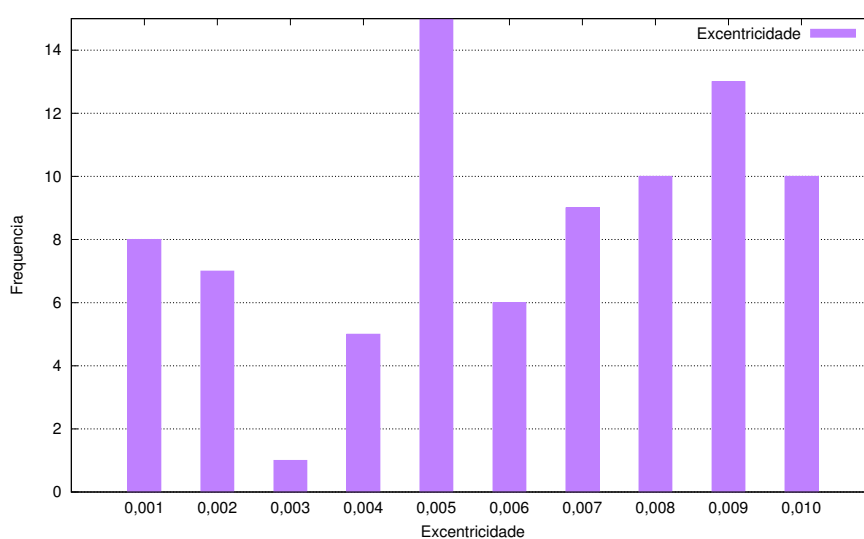
Figura 13 – Histograma dos valores iniciais do argumento do pericentro dos sete planetas nas simulações instáveis.



fonte: Produção do autor.

Na Figura 13, vemos que os valores de argumento do pericentro 0° , 72° , 180° e 288° possuem as maiores frequências. Também podemos perceber que os três valores mais baixos possuem frequências altas, e que portanto, representam valores bastante instáveis.

Figura 14 – Histograma dos valores iniciais da excentricidade dos sete planetas nas simulações instáveis.

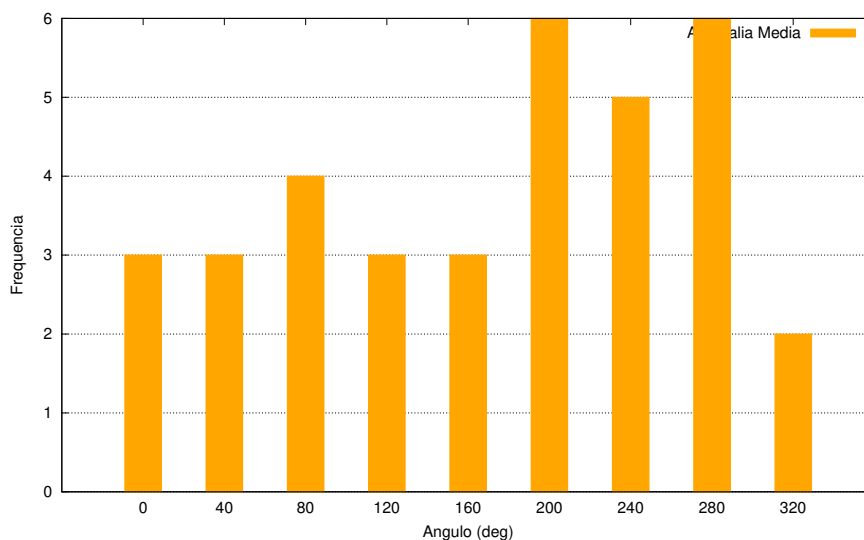


fonte: Produção do autor.

Na Figura 14 o valor inicial de excentricidade equivalente a 0,005 possui a maior frequência, e portanto, representa o valor mais instável de excentricidade para os planetas. Os quatro valores mais

altos possuem maiores frequências que os quatro valores mais baixos, o que nos leva a concluir, assim como na análise da Tabela 11, que as excentricidades mais altas fazem o sistema tender à instabilidade.

Figura 15 – Histograma dos valores iniciais da anomalia média dos três planetas intermediários nas simulações instáveis.



fonte: Produção do autor.

Já na Figura 15, onde temos os valores iniciais da anomalia média dos planetas e suas respectivas frequências. Vemos que para 80° , 200° , 240° e 280° as frequências são mais altas, e portanto, são valores mais instáveis que os valores restantes, que possuem todos uma frequência igual a 3.

6 CONCLUSÃO

As simulações realizadas no estudo inicial, com o objetivo de verificar o comportamento do sistema com condições iniciais básicas, ou seja, excentricidade, longitude do nodo ascendente, argumento do pericentro e anomalia média nulos, em combinação com as massas retiradas de Contreras & Boley (2018) e o semi-eixo maior e inclinação retirados do "Nasa Exoplanet Archive" formam uma configuração instável, quase caótica. Ao mudarmos os valores iniciais da anomalia média conseguimos resultados estáveis, apesar de serem poucas em relação a quantidade de simulações realizadas. Porém, isso nos mostra que a anomalia média pode interferir na estabilidade do sistema, e que os parâmetros utilizados nas simulações do estudo inicial formam condições iniciais estáveis para os valores iniciais de anomalia média apresentados no capítulo 4 e nas imagens no Anexo I.

Quando mudamos as excentricidades iniciais dos planetas do sistema, em conjunto com o argumento do pericentro, a quantidade de simulações estáveis em relação a quantidade de simulações realizadas é ainda menor. Podemos dizer então que o sistema Kepler 90, com os parâmetros mencionados, é bastante sensível a alteração da excentricidade de seus planetas, o que concorda com Cabrera et al (2014), que encontrou um limite de excentricidade igual a $e < 0.001$ para os cinco planetas externos, para que o sistema seja estável.

Para as simulações realizadas com os parâmetros (massa e semi-eixo maior) dos planetas retirados de Contreras & Boley (2018), vimos que o sistema é estável em 99 % dos casos, o que representa uma quantidade de simulações estáveis ainda maior do que foi encontrado no artigo. Podemos então concluir que com esses valores para as condições iniciais do sistema, os sete planetas de Kepler 90 possuem uma evolução orbital estável por pelo menos 10^4 anos. Quando temos valores do argumento do pericentro iguais para os dois planetas externos K90g e K90h, o sistema pode ter mais chances de apresentar instabilidade, assim como se os planetas apresentarem excentricidades maiores que 0.005.

Portanto, concluímos que o sistema Kepler 90 representa uma formação planetária bastante peculiar, e os valores de seus parâmetros orbitais não são ainda bem definidos. O fato dele ser um sistema muito compacto torna esses valores bastante restritos, já que qualquer variação da massa ou do semi-eixo maior inicial dos planetas, por exemplo, pode fazer com que a evolução orbital do sistema mude de um sistema estável para um sistema caótico. Vemos isso quando utilizamos os valores de semi-eixo maior dos planetas mostrados em Contreras & Boley, que apesar de serem bastante próximos dos valores retirados do "Nasa Exoplanet Archive", fazem com que os planetas do sistema possuam uma evolução orbital estável em 99 % das simulações realizadas, e por isso, os valores dos parâmetros utilizados nessas simulações formam as condições iniciais mais prováveis para o sistema Kepler 90.

REFERÊNCIAS

- BATALHA, N. M. et al. Planetary candidates observed by kepler III. analysis of the first 16 months of data. **IOP Publishing**, v. 204, n. 2, p. 24, 2013.
- BORUCKI, W. J. et al. Characteristics of planetary candidates observed by kepler II. analysis of the first four months of data. **IOP Publishing**, v. 736, n. 1, p. 19, 2011.
- BURKE, C. J. et al. Planetary candidates observed by kepler IV: Planet sample from q1-q8 (22 months). **The Astrophysical Journal Supplement Series**, v. 210, n. 2, p. 19, 2014.
- CABRERA, J. et al.
- CONTRERAS, A. P. G.; BOLEY, A. C. The dynamics of tightly-packed planetary system in the presence of an outer planet: Case studies using kepler-11 and kepler-90. **The Astronomical Journal**, v. 155, n. 3, p. 139, 2018.
- HAN, E. et al. Exoplanet orbit database. II. updates to exoplanets.org. **Publications of the Astronomical Society of the Pacific**, v. 126, n. 943, p. 827–837, 2014.
- LISSAUER, J. J. et al. Validation of keplers multiple planet candidates. II. refined statistical framework and descriptions of systems of special interest. **The Astrophysical Journal**, v. 784, n. 1, p. 44, 2014.
- LISSAUER, J. J. et al. Almost all of keplers multiple-planet candidates are planets. **The Astrophysical Journal**, v. 750, n. 2, p. 112, 2012.
- LISSAUER, J. J. et al. Architecture and dynamics of keplers candidate multiple transiting planet systems. **The Astrophysical Journal Supplement Series**, v. 197, n. 1, p. 8, 2011.
- MURRAY, C. D.; DERMOTT, S. F. **Solar System Dynamics**. New York, NY - USA: Cambridge University Press, 1999.
- NASA. 2018. Disponível em: <https://www.nasa.gov/press-release/nasa-retires-kepler-space-telescope-passes-planet-hunting-torch>.
- NASA Exoplanet Archive. Disponível em: <https://exoplanetarchive.ipac.caltech.edu/>.
- SCHMITT, J. R. et al. Planet hunters VI. an independent characterization of KOI-351 and several long period planet candidates from the kepler archival data. **The Astronomical Journal**, v. 148, n. 2, p. 28, 2014.
- SHALLUE, C. J.; VANDERBURG, A. Identifying exoplanets with deep-learning: A five-planet resonant chain around kepler-80 and an eighth planet around kepler-90. **The Astronomical Journal**, v. 155, n. 2, p. 94, 2018.
- WEISS, L. M.; MARCY, G. W. The massa-radius relation for 65 exoplanets smaller than 4 radii. **The Astrophysical Journal Letters**, v. 783, n. 1, p. L6, 2014.

ANEXO A – ÓRBITAS INICIAIS DOS PLANETAS DE KEPLER-90 PARA AS SIMULAÇÕES ESTÁVEIS

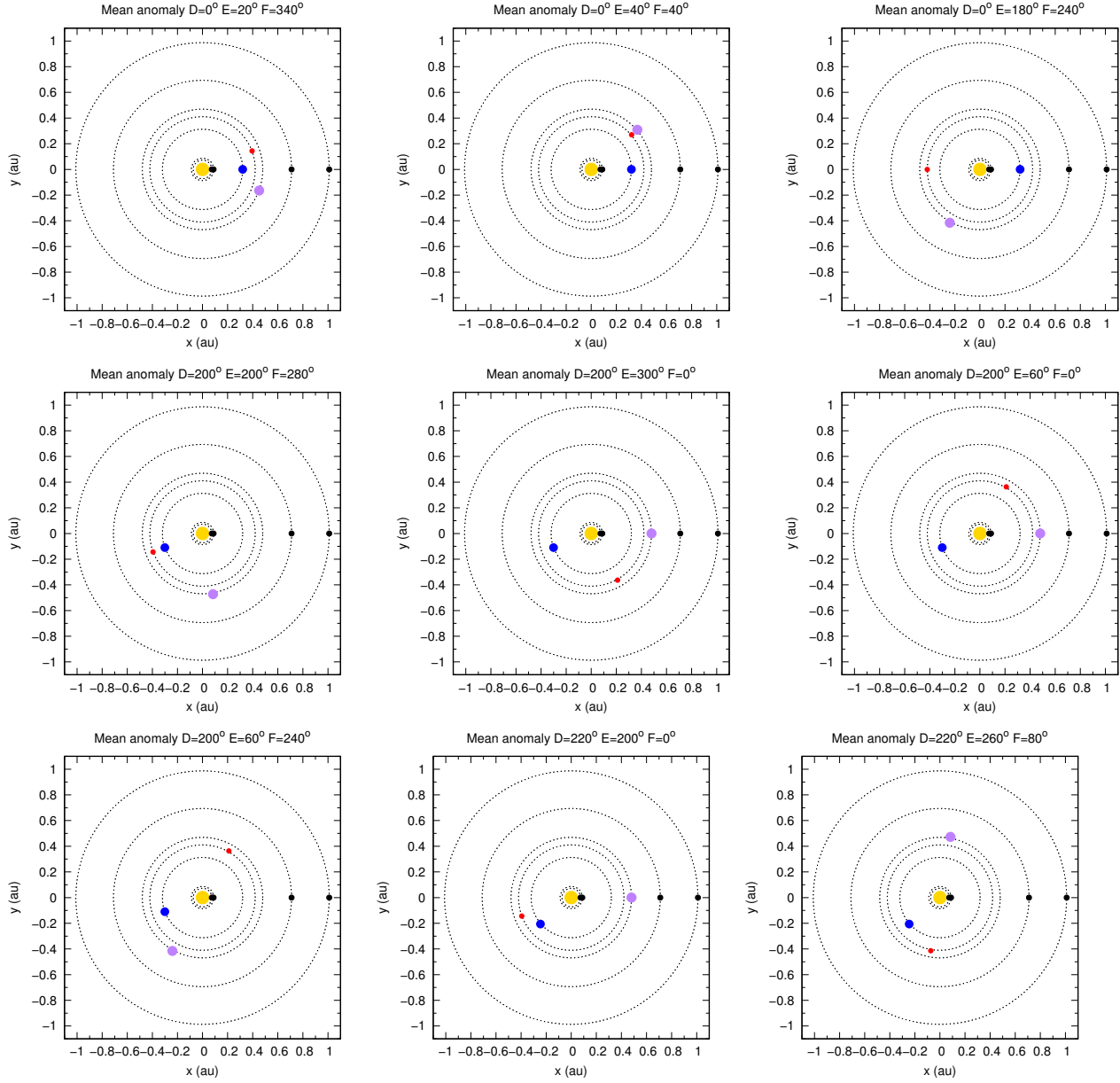


Figura 16 – Órbitas iniciais dos planetas de Kepler-90. Simulações estáveis realizadas sob as condições iniciais descritas na seção 3.1. As figuras foram feitas pela Mestre Luana Liberato.

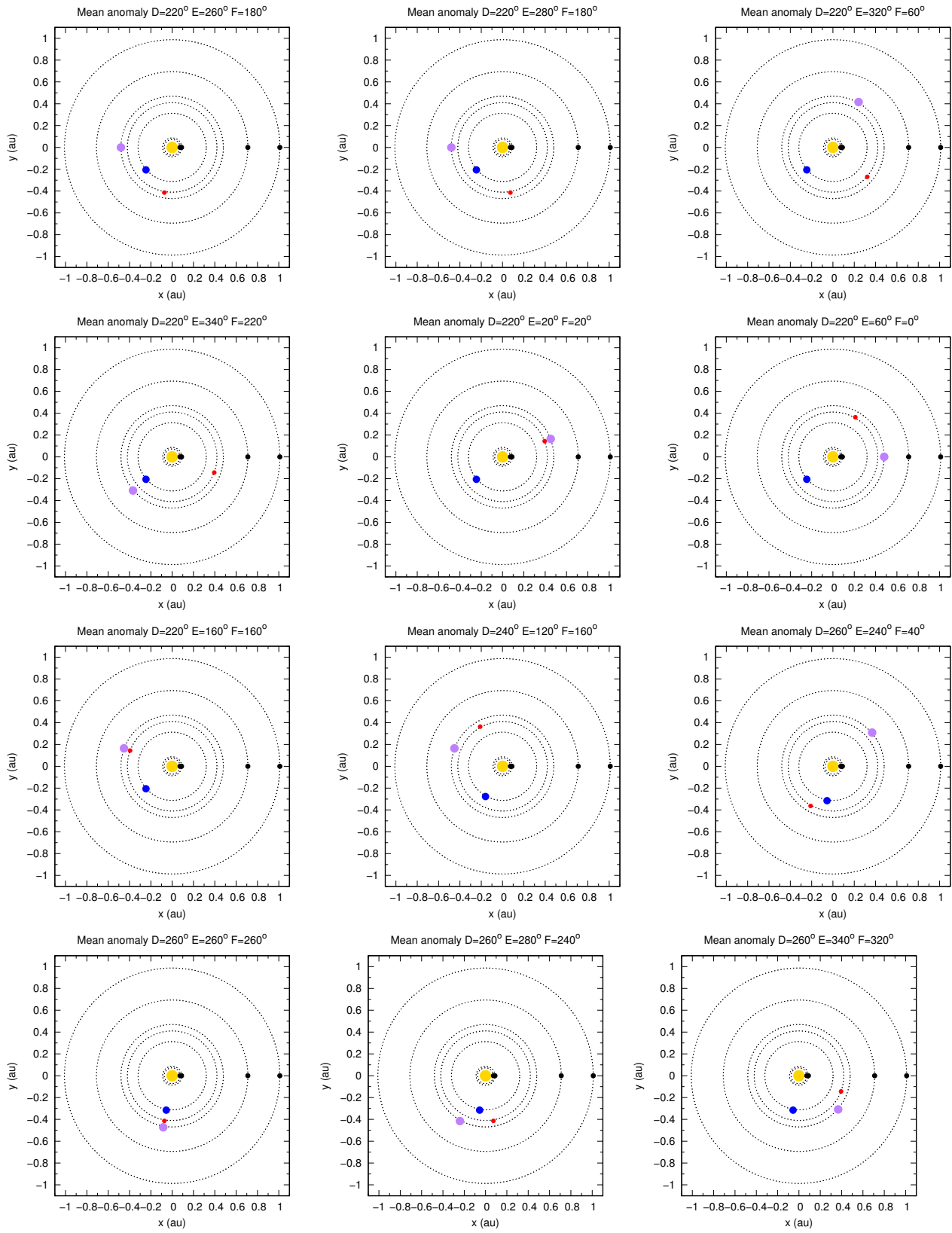


Figura 17 – Órbitas iniciais dos planetas de Kepler-90. Simulações estáveis realizadas sob as condições iniciais descritas na seção 3.1. As figuras foram feitas pela Mestre Luana Liberato.

