

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"
CAMPUS DE GUARATINGUETÁ

LUCAS DA SILVA BRITO

A Tensão da Constante de Hubble à Luz do Decaimento do Vácuo :
Modelos e Testes Observacionais

Guaratinguetá
2025

Lucas da Silva Brito

A Tensão da Constante de Hubble à Luz do Decaimento do Vácuo :
Modelos e Testes Observacionais

Trabalho de Pós-Graduação apresentado ao Conselho de Curso de Graduação em Física e Astronomia da Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, como parte dos requisitos para obtenção do diploma de Doutorado em Física e Astronomia.

Orientador: Profº Dr. José Fernando de Jesus

Coorientador: Profº Dr. Saulo Henrique Pereira

Guaratinguetá

2025

B862t	Brito, Lucas da Silva A Tensão da constante de Hubble à luz do decaimento do vácuo: modelos e testes observacionais / Lucas da Silva Brito. - Guaratinguetá, 2025. 50 f : il. Bibliografia: f. 45 - 47 Tese (Doutorado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia e Ciências de Guaratinguetá, 2025. Orientador: Prof. Dr. José Fernando de Jesus Coorientador: Prof. Dr. Saulo Henrique Pereira 1. Energia escura (Astronomia). 2. Vácuo. 3. Universo em expansão. 4. Cosmologia. I. Título. CDU 533.5(043)
-------	--

Pâmella Benevides Gonçalves
Bibliotecária/CRB-8 9203



LUCAS DA SILVA BRITO

**ESTA TESE FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
“DOUTOR EM FÍSICA”**

**PROGRAMA: FÍSICA E ASTRONOMIA
CURSO: DOUTORADO**

APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO

Documento assinado digitalmente
gov.br OLIVIA MARIA BERENGUE
Data: 03/11/2025 10:27:16-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof.^a Dr.^a Olivia Maria Berengue
Coordenadora

BANCA EXAMINADORA:

Documento assinado digitalmente
gov.br JOSE FERNANDO DE JESUS
Data: 20/10/2025 07:58:56-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. JOSE FERNANDO DE JESUS
Orientador - UNESP

Prof. Dr. DENIS DALMAZI
UNESP

Prof. Dr. ANDERSON ALMEIDA ESCOBAL
UNESP

Documento assinado digitalmente
gov.br ROSE CLÍVIA SANTOS SALES DE LIMA
Data: 22/10/2025 15:38:21-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof.^a Dr.^a ROSE CLÍVIA SANTOS SALES DE LIMA
UNIFESP

Documento assinado digitalmente
gov.br RODOLFO VALENTIM DA COSTA LIMA
Data: 22/10/2025 21:54:45-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. RODOLFO VALENTIM DA COSTA LIMA
UNIFESP

OUTUBRO de 2025

DADOS CURRICULARES

LUCAS DA SILVA BRITO

NASCIMENTO 13/07/1986 - Campos do Jordão / SP

FILIAÇÃO Moisés Sebastião de Brito
Elza Helena da Silva Brito

2020 / 2022 Formação acadêmica ou Complementar
Mestre em Física e Astronomia
Universidade do Vale do Paraíba

2013 / 2019 Formação acadêmica ou Complementar
Licenciado em Matemática
Instituto Federal de Ciências e Tecnologia

Dedico a todos os curiosos que se esforçam para aprender e entender.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente gostaria de agradecer ao meu pai, minha madrastra, minha irmã e meus sobrinhos por sempre acreditar em mim e me incentivar. Agradecer aos meus amigos Regiane, Bruno e o Heitor, pela amizade de longa data e por todo o carinho que tiveram por mim em todos esses anos, por sempre acreditar em mim, pela vida que passamos juntos. Às minhas amigas de graduação, Sabrina e Ana, juntamente com a Natalia e a Yasmin, pela amizade de longa data e por todos os anos ao meu lado, por sempre me ajudarem e acreditarem nas loucuras que quero fazer. Também à Dani, ao Celso e ao Arthur, passamos bons momentos juntos e sou muito grato por isso.

A todos os amigos e colegas que fiz nesses anos de doutorado quero agradecer pois, afinal, são vocês que me aguentam diariamente. Primeiro e em especial, agradecer as amizades sinceras e verdadeiras que desenvolvi com a Juliana, a Bárbara e o Tiago pois são pessoas de um coração enorme e que merecem tudo de maravilhoso em suas vidas. Também à Ana e à Vanessa pelas conversas e besteiras que falamos. Agradecer à Andreza pelos conselhos tortos que trocamos e ao Odeilson por toda amizade que temos. Agradecer à CAPES pelo apoio financeiro para esse doutorado, à FEG-Unesp e a todos os professores e funcionários que fizeram parte dessa jornada. Ao professor José Fernando e ao professor Saulo Henrique pela paciência comigo e pela ótima orientação nesse trabalho e em todos os outros que realizamos juntos. A todos mais uma vez, obrigado por permitirem que eu faça parte da vida de vocês e por estarem do meu lado sempre que precisei. Amo muito vocês. E um obrigado especial para a minha mãe, que não pôde ver os filhos crescerem e se tornarem o que são hoje.

Este trabalho contou com o apoio da seguinte entidade:

CAPES - Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoa de Nível Superior

“Triunfar na vida não é ganhar. Triunfar na vida é se levantar e começar de novo cada vez que se cai.”
(Pepe Mujica, Ex-presidente do Uruguai)

RESUMO

Esta tese aborda um dos maiores problemas atuais da cosmologia, que é a diferença entre os valores estimados da constante de Hubble (H_0). De um lado, temos os dados do satélite Planck, que fornece vínculos sobre o universo primordial e sugere um H_0 de cerca de 67.36 ± 0.54 km/s/Mpc. Do outro, os dados do Universo mais recente, como os do projeto SH0ES, indicam um H_0 de aproximadamente 73.17 ± 0.86 km/s/Mpc. Essa diferença é grande e mostra que o nosso modelo padrão do universo, o Λ CDM, talvez precise de ajustes. Para tentar resolver essa questão, este trabalho explora modelos em que a energia escura, que supomos ser a energia do vácuo quântico, muda com o tempo e interage com a matéria escura. Esses modelos são chamados de modelos de decaimento do vácuo. Essa interação muda como o universo se expande e pode ajudar a explicar a diferença entre os valores estimados de H_0 . O estudo analisa dois tipos desses modelos (Modelo I e Modelo II). Usando vários dados observacionais, como supernovas, SH0ES e priors do Planck, vimos que esses modelos de decaimento do vácuo podem sim ajudar a diminuir essa diferença entre os valores de H_0 . Os resultados da tese para o H_0 ficaram em torno de 71.63 ± 0.60 km/s/Mpc para o Modelo I e 71.67 ± 0.60 km/s/Mpc para o Modelo II. Esses valores são intermediários entre as duas estimativas conflitantes, o que sugere que esses modelos são promissores para entender melhor a dinâmica do nosso universo.

PALAVRAS-CHAVE: Decaimento do vácuo. Tensão de H_0 . Modelo alternativo.

ABSTRACT

This thesis addresses one of the most significant current problems in Cosmology, which is the discrepancy between the estimated values of the Hubble constant (H_0). On one hand, we have data from the Planck satellite, which provides constraints on the primordial universe and suggests an H_0 of approximately 67.36 ± 0.54 km/s/Mpc. On the other hand, data from the more recent Universe, such as those from the SH0ES project, indicate an H_0 of approximately 73.17 ± 0.86 km/s/Mpc. This substantial difference suggests that our standard model of the universe, Λ CDM, may require adjustments. To attempt to resolve this issue, this work explores models where dark energy, which we assume to be quantum vacuum energy, changes over time and interacts with dark matter. These are known as decaying vacuum models. This interaction alters how the universe expands and can help explain the discrepancy between the estimated values of H_0 . The study analyzes two types of these models (Model I and Model II). Using various observational data, such as supernovae, SH0ES, and Planck priors, we found that these decaying vacuum models can indeed help reduce this difference between H_0 values. The thesis's results for H_0 were around 71.63 ± 0.60 km/s/Mpc for Model I and 71.67 ± 0.60 km/s/Mpc for Model II. These values are intermediate between the two conflicting estimates, suggesting that these models are promising for a better understanding of the dynamics of our Universe.

KEYWORDS: Decaying vacuum. H_0 tension. Alternative model.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1	Análise gráfica Λ CDM Fonte - O Autor	35
Figura 2	Análise gráfica Modelo I Fonte - O Autor	37
Figura 3	Análise combinada do Modelo I Fonte - O Autor	38
Figura 4	Análise gráfica Modelo II Fonte - O Autor	39
Figura 5	Análise combinada do Modelo I Fonte - O Autor	40

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Resultados numéricos para Λ CDM plano Fonte - O Autor	34
Tabela 2 – Resultados numéricos para análise do modelo I Fonte - O Autor	36
Tabela 3 – Resultados numéricos para análise do modelo II Fonte - O Autor	38
Tabela 4 – Comparação estatística entre os modelos	41
Tabela 5 – Interpretação da diferença entre valores de BIC (Δ BIC)	41
Tabela 6 – Modelos de $\Lambda(t)$ CDM considerados no artigo.	48
Tabela 7 – Valores de BIC para os diferentes modelos analisados	49
Tabela 8 – Vínculos sobre os parâmetros livres dos modelos.	49

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CMB	Cosmic Microwave Background
CDM	Cold Dark Matter
BAO	Baryon Acoustic Oscilations
IDE	Interacting Dark Energy
MCMC	Markov Cain Monte Carlo
CC	Cosmic chronometers
PS	Phanteon+& SH0ES
n.c.	Nivel de confiança

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	A Tensão da Constante de Hubble (H_0)	16
1.1.1	Medições Locais e a Escada de Distâncias Cósmicas	16
1.1.2	Estimativas a partir do Universo Antigo	17
1.1.3	Implicações e Possíveis Soluções	17
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA: COSMOLOGIA PADRÃO E EXTENSÕES	19
2.1	O Modelo Cosmológico Padrão: Λ CDM	19
2.1.1	As Equações de Friedmann	19
2.1.2	Componentes do Universo no Λ CDM	20
2.1.3	Sucessos e Desafios do Λ CDM	21
2.2	Além do Λ CDM: Energia Escura Dinâmica e Interativa	21
2.2.1	Modelos de Vácuo em Decaimento ($\Lambda(t)$ CDM)	22
2.2.2	Motivações e a Forma da Interação Q	23
3	MODELOS DE INTERAÇÃO INVESTIGADOS	24
3.1	Modelo I: Interação Proporcional a $H\rho_\Lambda$	24
3.1.1	Evolução das Densidades no Modelo I	24
3.1.2	Parâmetro de Hubble no Modelo I	26
3.2	Modelo II: Interação Proporcional a $aH\rho_\Lambda$	27
3.2.1	Evolução das Densidades no Modelo II	27
3.2.2	Parâmetro de Hubble no Modelo II	29
4	METODOLOGIA E ANÁLISE DE DADOS	30
4.1	Dados Observacionais	30
4.1.1	Dados de Baixo Redshift	30
4.1.2	Dados de Alto Redshift	31
4.2	Metodologia Estatística	31
4.2.1	Teorema de Bayes e Likelihood	31
4.2.2	Parâmetros e Priors	32
4.3	Análise MCMC	33
5	RESULTADOS DA ANÁLISE	34
5.1	Resultados para o Modelo Λ CDM	34
5.2	Resultados para o Modelo I ($Q = 3\epsilon H\rho_\Lambda$)	36
5.3	Resultados para o Modelo II ($Q = 3\epsilon aH\rho_\Lambda$)	38
5.4	Comparação entre Modelos	40

6	CONCLUSÃO	43
	REFERÊNCIAS	45
	APÊNDICE A – VÍNCULOS COSMOLÓGICOS EM MODELOS $\Lambda(t)$CDM	48
A.1	Introdução	48
A.2	Modelos de Decaimento do Vácuo	48
A.3	Metodologia	48
A.4	Resultados e Análise da Tensão de H_0	49
A.5	Conclusão	50

1 INTRODUÇÃO

Desde os tempos antigos, olhar para o céu à noite desperta a curiosidade das pessoas. Civilizações antigas mapearam o movimento das estrelas, registraram o aparecimento de supernovas e outros eventos no espaço, mesmo sem entender completamente o que eram esses fenômenos (NORTH, 2008). Um momento muito importante aconteceu no século XVII, com a invenção de instrumentos como a luneta de Galileu Galilei. Isso mudou radicalmente nossa capacidade de observar o universo e nossa compreensão do lugar da Terra nele (REEVES, 2008). As observações com telescópios foram, aos poucos, mostrando que o modelo geocêntrico (a Terra no centro) estava errado, fortalecendo as ideias do modelo heliocêntrico (o Sol no centro) proposto por Copérnico (KUHN, 1957). Com o passar dos séculos e com o avanço das tecnologias, os estudos do céu se dividiram em áreas mais específicas, como a astrofísica e a cosmologia, que é muito importante para este trabalho.

A cosmologia é a área da ciência que estuda a origem, a evolução, a estrutura e a composição do Universo como um todo. Seu objetivo é descobrir as leis físicas básicas que controlam o universo e como suas partes mudam ao longo do tempo (PEEBLES, 1993). Nas últimas décadas, com técnicas de observação mais avançadas, melhor tratamento estatístico para os dados obtidos e modelos teóricos mais abrangentes, conseguimos entender melhor fenômenos como a expansão acelerada do Universo, descoberta inicialmente observando supernovas distantes (RIESS et al., 1998; PERLMUTTER et al., 1999).

Uma base essencial da cosmologia moderna é a Teoria da Relatividade Geral, criada por Albert Einstein em 1915. A Relatividade Geral descreve a gravidade como um efeito da curvatura do espaço-tempo, causada pela presença de massa e energia (EINSTEIN, 1915). Para aplicar essa teoria ao universo como um todo, era necessário encontrar uma descrição geométrica – uma métrica – que incorporasse a ideia de que o cosmos é homogêneo e isotrópico em grandes escalas, postulado conhecido como Princípio Cosmológico. Foi exatamente isso que os pesquisadores Friedmann, Lemaître, Robertson e Walker fizeram, encontrando independentemente a forma dessa métrica. Ao aplicar essa métrica homogênea e isotrópica nas equações de campo de Einstein, Alexander Friedmann, em 1922, derivou as equações que governam a dinâmica do universo – as hoje conhecidas como equações de Friedmann (FRIEDMANN, 1922; LEMAÎTRE, 1927). Essas equações revelaram um universo necessariamente dinâmico, em expansão ou contração, cuja evolução depende da densidade de matéria e energia e do termo conhecido como constante cosmológica, Λ . As equações de Friedmann, baseadas na métrica de FLRW, tornaram-se assim a ferramenta matemática fundamental para descrever a expansão do Universo (PEEBLES, 1993).

A prova de que o universo está em expansão veio em 1929, com os estudos de Edwin Hubble. Medindo as distâncias e as velocidades com que as galáxias próximas se afastavam, Hubble encontrou uma relação quase linear entre essas duas medidas, hoje conhecida como Lei de Hubble-Lemaître (HUBBLE, 1929). Essa descoberta não só confirmou as soluções de Friedmann para um universo em expansão, mas também abriu caminho para o modelo do Big Bang. Esse modelo diz que o Universo começou em um estado extremamente quente e denso e, desde então, vem se expandindo e esfriando.

Outra prova muito importante para o modelo do Big Bang apareceu em 1965, com a descoberta por acaso da Radiação Cósmica de Fundo em microondas (*Cosmic Microwave Background*, CMB) por Arno Penzias e Robert Wilson (PENZIAS; WILSON, 1965). Esse brilho fraco de micro-ondas, vindo de todas as direções do céu, foi logo entendido por Robert Dicke, Jim Peebles e outros como a energia térmica que sobrou da época em que o Universo jovem se tornou transparente à luz, cerca de 380.000 anos depois do Big Bang (DICKE et al., 1965). A descoberta da CMB, e depois o mapeamento detalhado de suas pequenas variações de temperatura por satélites como COBE, WMAP e Planck, transformou a cosmologia em uma ciência muito precisa (SMOOT et al., 1992; BENNETT et al., 2003; Planck Collaboration et al., 2020a). Analisar essas variações permitiu determinar com muita exatidão os parâmetros básicos do modelo padrão da cosmologia, conhecido como Λ CDM - plano (Lambda-Cold Dark Matter). Esse modelo descreve um universo plano, feito de aproximadamente 5% de matéria comum (bariônica), 27% de matéria escura fria (que não interage com a luz e não é relativística) e 68% de energia escura, representada pela constante cosmológica Λ .

1.1 A TENSÃO DA CONSTANTE DE HUBBLE (H_0)

Apesar do grande sucesso do modelo Λ CDM em explicar muitas observações, desde a CMB até como as galáxias se distribuem, um problema importante surgiu nas últimas décadas: a chamada “tensão da constante de Hubble” (H_0). A constante de Hubble mede a velocidade com que o Universo está se expandindo hoje e é um dos números mais importantes da cosmologia. Mais precisamente, H_0 é a taxa de expansão atual do Universo. A tensão é a diferença persistente e significativa entre os valores de H_0 medidos no Universo recente (no Universo local, em baixo redshift) e os valores estimados a partir de observações do Universo muito antigo (em alto redshift), usando o modelo Λ CDM.

1.1.1 Medições Locais e a Escada de Distâncias Cósmicas

As medições locais de H_0 usam um método chamado “escada de distâncias cósmicas”. O processo começa medindo com precisão a distância de objetos relativamente próximos, como estrelas variáveis cefeidas na nossa galáxia ou em galáxias vizinhas, usando técnicas geométricas como a paralaxe. A relação entre o período de variação e o brilho das cefeidas, descoberta por Henrietta Leavitt, permite saber o brilho real dessas estrelas (LEAVITT; PICKERING, 1912). Essas cefeidas com brilho conhecido são usadas para medir a distância de galáxias mais distantes, que também possuem cefeidas e, além disso, supernovas do Tipo Ia (SNe Ia). As SNe Ia são explosões de estrelas anãs brancas que atingem um brilho máximo muito parecido, o que as torna ótimas “velas padrão” para medir distâncias ainda maiores no universo. Por fim, medindo o redshift (o desvio da luz para o vermelho) dessas galáxias distantes com SNe Ia, que indica a velocidade com que elas se afastam por causa da expansão do universo, podemos calcular H_0 usando a Lei de Hubble-Lemaître ($v = H_0 \cdot d$).

O projeto SH0ES (Supernovae, H_0 , for the Equation of State of Dark Energy) tem sido um dos principais grupos a aprimorar essa técnica. Usando observações do Telescópio Espacial Hubble e da missão Gaia para melhorar as primeiras medições de distância com paralaxe e cefeidas e analisando muitas SNe Ia, o SH0ES tem encontrado valores entre 70 e 75 km/s/Mpc para a constante de Hubble. Seus resultados mais recentes indicam $H_0 \approx 73$ km/s/Mpc, com uma margem de erro de 1-2% (RIESS

et al., 2019; RIESS et al., 2022; BREUVAL et al., 2024). Outros métodos de medição local, como usar o efeito de lentes gravitacionais ou estrelas gigantes vermelhas, geralmente dão resultados parecidos com os do SH0ES, mas com erros um pouco maiores (WONG et al., 2020; FREEDMAN, 2021).

1.1.2 Estimativas a partir do Universo Antigo

Ao contrário das medições locais, as estimativas de H_0 feitas a partir de observações do Universo antigo, principalmente observações da CMB, encontraram valores bem menores, entre 65 e 69 km/s/Mpc. A missão Planck da Agência Espacial Europeia (ESA) fez o mapa mais detalhado que temos das anisotropias do espectro de potência da CMB. Analisar esses padrões, especialmente a posição do primeiro pico no gráfico de anisotropia, permite calcular com alta precisão o tamanho do horizonte sonoro (r_s) na época em que a luz se separou da matéria – uma espécie de “régua” física que ficou marcada no Universo primitivo. Ajustando o modelo Λ CDM a esses dados da CMB, e muitas vezes combinando com outras informações, como as Oscilações Acústicas de Bárions (*Baryon Acoustic Oscillations*, BAO) vistas na distribuição das galáxias, é possível calcular o valor de H_0 que melhor descreve a história da expansão do Universo desde aquela época até hoje.

As análises mais recentes dos dados do Planck, usando o modelo Λ CDM padrão, resultam em $H_0 \approx 67.4 \pm 0.5$ km/s/Mpc (Planck Collaboration et al., 2020b). Esse valor é bem menor que o encontrado nas medições locais. A diferença hoje é maior que 5 desvios padrão (σ), o que torna muito improvável que seja apenas um erro aleatório.

1.1.3 Implicações e Possíveis Soluções

A tensão de H_0 é um dos maiores mistérios da cosmologia atual. Se os dois tipos de medição estiverem certos e os possíveis erros sistemáticos forem bem entendidos, a diferença pode indicar que precisamos de uma nova física, algo além do modelo Λ CDM padrão para resolver essa tensão. As medições locais medem quase diretamente a velocidade da expansão hoje, possuindo fraca dependência com modelo cosmológico enquanto os resultados baseados na CMB dependem do modelo Λ CDM para fazer a ponte entre o Universo antigo e o presente. Por isso, uma possível solução está em mudar o modelo cosmológico de forma que ele altere a história da expansão do Universo, especialmente no período entre a CMB e hoje.

Muitas ideias teóricas têm sido propostas para resolver ou diminuir a tensão de H_0 . Elas incluem mudanças na natureza da energia escura (por exemplo, uma energia escura que muda com o tempo ou que existia no início do universo (EDE, *Early Dark Energy*)), a existência de novas partículas rápidas (como neutrinos estéreis), interações entre matéria escura e energia escura, ou mudanças na própria teoria da gravidade em grandes escalas (VALENTINO et al., 2021; KNOX; MILLEA, 2020).

Nesse cenário, os modelos que sugerem uma interação entre a energia escura (ou a energia do vácuo, representada por um Λ que muda com o tempo) e a matéria escura aparecem como uma alternativa interessante. Nesses modelos, chamados de vácuo em decaimento ou $\Lambda(t)$ CDM, a energia pode passar de um componente escuro para o outro. Isso muda a forma como suas densidades evoluem ao longo do tempo e, por consequência, altera a taxa de expansão $H(z)$. A chance de que essa interação possa

fazer as medições de H_0 de diferentes épocas concordarem é o que motiva a investigação detalhada feita nesta tese.

Também foi realizado um outro trabalho (MACEDO et al., 2023), que virou um artigo, investigando modelos de decaimento do vácuo para tentar resolver o Problema da Coincidência e o Problema da Constante Cosmológica. A partir dos resultados obtidos verificamos que esses tipos de modelos também são promissores para aliviar e até resolver a tensão H_0 . Além dos resultados, esse trabalho ajudou a familiarização com a escrita científica, a análise de dados e com os métodos utilizados. Esse primeiro trabalho serviu de ponte para a elaboração dessa tese e seus estudos. O resumo do artigo está no apêndice desse trabalho. O objetivo principal deste trabalho é, então, investigar de forma quantitativa se dois modelos específicos de interação entre vácuo e matéria escura podem resolver a tensão de H_0 . Usando um conjunto grande de dados de observações recentes (supernovas, cronômetros cósmicos, CMB e BAO), faremos uma análise estatística cuidadosa para encontrar os melhores valores para os parâmetros livres desses modelos interagente e compará-los com o modelo Λ CDM padrão. Vamos avaliar se esses modelos conseguem explicar bem os dados de diferentes épocas do universo e, principalmente, se eles permitem um valor de H_0 mais alto, como indicam as medições locais, sem criar problemas com as informações que temos do Universo antigo. Esta pesquisa busca ajudar a entender melhor a natureza da energia escura e da matéria escura, e a encontrar um modelo cosmológico mais completo que possa explicar as observações atuais, incluindo o teimoso mistério da tensão de Hubble.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA: COSMOLOGIA PADRÃO E EXTENSÕES

Como vimos na introdução, o modelo Λ CDM plano se estabeleceu como o modelo padrão da cosmologia devido ao seu sucesso em explicar uma vasta gama de observações. No entanto, a tensão na medida da constante de Hubble (H_0) e outras questões teóricas motivam a exploração de modelos alternativos. Para compreendermos as propostas que serão investigadas nesta tese, é essencial primeiro revisar os fundamentos do modelo Λ CDM e discutir seus desafios, para então introduzir as ideias por trás dos modelos com interação no setor escuro.

2.1 O MODELO COSMOLÓGICO PADRÃO: Λ CDM

O modelo Λ CDM baseia-se na Teoria da Relatividade Geral de Einstein e no Princípio Cosmológico, que afirma que, em grandes escalas, o Universo é homogêneo (igual ao longo de uma direção) e isotrópico (igual em todas as direções). A dinâmica da expansão de um universo assim é descrita pelas equações de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW).

2.1.1 As Equações de Friedmann

As equações de Friedmann relacionam a taxa de expansão do Universo, representada pelo parâmetro de Hubble $H(t) = \dot{a}/a$ (onde $a(t)$ é o fator de escala, que descreve o tamanho relativo do Universo em um tempo cósmico t , e o ponto indica derivada em relação ao tempo cósmico), com a densidade de energia das diferentes componentes do Universo e sua curvatura espacial. Para um universo espacialmente plano ($k = 0$), como indicado pelas observações da CMB (AGHANIM et al., 2020), a primeira equação de Friedmann em nível não perturbativo é:

$$H^2(t) = \frac{8\pi G}{3} \rho_T(t) \quad (2.1)$$

onde G é a constante gravitacional de Newton e $\rho_T(t)$ é a densidade total de energia do Universo no tempo t . A segunda equação de Friedmann descreve a aceleração da expansão:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho_T + 3p_T) \quad (2.2)$$

onde $\ddot{a}$ é a segunda derivada do fator de escala em relação ao tempo (representando a aceleração) e p_T é a pressão total associado a todo o conteúdo material do universo.

Essas equações são complementadas pela equação de conservação de energia (ou equação de continuidade) para a energia total:

$$\dot{\rho}_T + 3H(\rho_T + p_T) = 0 \quad (2.3)$$

Esta equação mostra como a densidade de energia total muda conforme o Universo se expande.

2.1.2 Componentes do Universo no Λ CDM

A densidade total de energia ρ_T é a soma das contribuições de diferentes componentes, cada uma com sua própria equação de estado, $w_i = p_i/\rho_i$, que relaciona sua pressão (p_i) com sua densidade de energia (ρ_i). No contexto do modelo Λ CDM, essas componentes são os bárions, fótons, neutrinos, matéria escura e constante cosmológica. Uma densidade importante de mencionar é a densidade crítica, ρ_c . Essa densidade corresponde à densidade total do Universo quando ele é espacialmente plano. Assim, no contexto da presente tese, $\rho_T = \rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G}$. A densidade crítica é utilizada pra definir o parâmetro de densidade da componente i , $\Omega_i \equiv \rho_i/\rho_c$. A soma de todo conteúdo material sem pressão representa a matéria total $\Omega_m = \Omega_b + \Omega_{CDM}$, sendo que a condição de universo espacialmente plano implica em $\Omega_r + \Omega_m + \Omega_\Lambda = 1$. Ou seja, no caso do Universo espacialmente plano, os parâmetros de densidade correspondem às frações de densidade de energia de cada componente. As principais componentes são:

- **Radiação:** Composta por partículas relativísticas, fótons e neutrinos. A radiação comporta-se como um fluido perfeito com $w_r = 1/3$. Sua densidade de energia diminui rapidamente com a expansão, $\rho_r \propto a^{-4}$. Embora dominante no Universo muito primordial, sua contribuição hoje é pequena ($\Omega_r \approx 10^{-5}$).
- **Matéria:** Inclui tanto a matéria bariônica (prótons, nêutrons, elétrons, que formam estrelas, planetas, gás etc.) quanto a matéria escura fria (Cold Dark Matter - CDM). Ambas são consideradas “frias” (não-relativísticas) e sem pressão significativa ($w_m = 0$). Sua densidade de energia dilui-se com o volume, $\rho_m \propto a^{-3}$. A matéria bariônica corresponde a cerca de 5% da densidade total atual ($\Omega_b \approx 0.05$), enquanto a matéria escura fria compõe cerca de 27% ($\Omega_{CDM} \approx 0.27$). A denominação matéria escura vem do fato desse conteúdo material não interagir (ou interage muito fracamente) com a luz, sendo detectada apenas por seus efeitos gravitacionais.
- **Energia Escura (Constante Cosmológica Λ):** Esta é a componente dominante hoje, respondendo por cerca de 68% da densidade total ($\Omega_\Lambda \approx 0.68$). No modelo Λ CDM, a energia escura é identificada com a constante cosmológica Λ de Einstein, que representa a energia intrínseca do vácuo quântico. Uma característica fundamental da constante cosmológica é que sua densidade de energia $\rho_\Lambda \equiv \frac{\Lambda}{8\pi G}$ permanece constante ao longo do tempo ($\dot{\rho}_\Lambda = 0$). Isso implica uma equação de estado $w_\Lambda = -1$ (pressão negativa). Substituindo ρ_Λ constante e $p_\Lambda = -\rho_\Lambda$ na segunda equação de Friedmann Eq. (2.2), vemos que uma ρ_Λ positiva leva a uma aceleração da expansão ($\ddot{a} > 0$), o que está de acordo com as observações de supernovas distantes.

Considerando essas componentes, a primeira equação de Friedmann Eq. (2.1) pode ser reescrita em termos das densidades atuais ($\rho_{i,0}$) e dos parâmetros de densidade adimensionais $\Omega_i = \rho_{i,0}/\rho_{c,0}$ ¹ (onde $\rho_{c,0} = 3H_0^2/8\pi G$ é a densidade crítica atual e H_0 é a constante de Hubble atual):

$$H^2(z) = H_0^2 [\Omega_r(1+z)^4 + \Omega_m(1+z)^3 + \Omega_\Lambda] \quad (2.4)$$

¹ Como é usual em muitos trabalhos na literatura, removemos o ‘0’ dos parâmetros de densidade atuais, por simplicidade de notação. Caso seja necessário utilizar o parâmetro de densidade dependente do tempo, indicaremos como $\Omega_i(t)$ ou $\Omega_i(z)$.

no qual $a = 1/(1+z)$ e z é o redshift.

2.1.3 Sucessos e Desafios do Λ CDM

O modelo Λ CDM tem sido extraordinariamente bem-sucedido. Ele explica com precisão as anisotropias da CMB, a abundância de elementos leves formados na nucleossíntese primordial, a formação de estruturas em grande escala (como galáxias e aglomerados) e a expansão acelerada observada atualmente. No entanto, o modelo também enfrenta desafios importantes, tanto observacionais quanto teóricos.

O desafio observacional mais proeminente atualmente é a tensão de H_0 , como discutido na Introdução. A discrepância entre as medições locais e primordiais de H_0 sugere que a história da expansão prevista pela Eq. (2.4) pode não estar completamente correta.

Do ponto de vista teórico, a natureza da energia escura, identificada com Λ , é um profundo mistério. Existem dois problemas principais associados à constante cosmológica:

- **O Problema do Ajuste Fino (Fine-Tuning Problem):** As estimativas teóricas da energia do vácuo provenientes da teoria quântica de campos preveem um valor para ρ_Λ que é absurdamente maior (cerca de 60 a 120 ordens de magnitude) do que o valor observado cosmológicamente. Não há uma explicação satisfatória para por que o valor observado é tão pequeno, mas diferente de zero (WEINBERG, 1989; MARTIN, 2012). Seria necessário um cancelamento extremamente preciso entre diferentes contribuições teóricas para resultar no valor medido.
- **O Problema da Coincidência (Coincidence Problem):** As densidades de energia da matéria ($\rho_m \propto a^{-3}$) e da energia escura ($\rho_\Lambda \approx \text{constante}$) evoluem de maneira muito diferente ao longo da história cósmica. No passado, a matéria dominava amplamente, e no futuro distante, a energia escura dominará completamente. Por que vivemos justamente na época em que as densidades dessas duas componentes são da mesma ordem de magnitude ($\Omega_m \approx 0.3$ e $\Omega_\Lambda \approx 0.7$)? Parece uma coincidência cósmica que necessita de explicação (STEINHARDT, 2003).

Esses desafios motivam a busca por modelos alternativos ou extensões do modelo Λ CDM que possam resolver a tensão de H_0 e/ou oferecer uma explicação mais natural para a energia escura.

2.2 ALÉM DO Λ CDM: ENERGIA ESCURA DINÂMICA E INTERATIVA

Uma vasta gama de modelos alternativos tem sido proposta. Uma classe importante envolve considerar a energia escura não como uma constante cosmológica, mas como um campo dinâmico (como um campo escalar, similar ao campo de inflação) cuja densidade de energia e equação de estado possam variar com o tempo. Exemplos incluem modelos de quintessência, k-essência, fantasma etc. (COPELAND; SAMI; TSUJIKAWA, 2006; LI et al., 2011; LI et al., 2013; VALENTINO et al., 2021). Embora alguns desses modelos possam, em princípio, aliviar a tensão de H_0 , eles geralmente introduzem novos parâmetros e seus próprios problemas de ajuste fino.

Outra abordagem, que é o foco desta tese, é considerar a possibilidade de uma interação entre a energia escura e a matéria escura. No modelo Λ CDM padrão, essas duas componentes evoluem

independentemente, cada uma conservando sua própria energia (apenas sofrendo diluição devido à expansão), como descrito pelas equações de continuidade separadas:

$$\dot{\rho}_{CDM} + 3H\rho_{CDM} = 0 \quad (2.5)$$

$$\dot{\rho}_{\Lambda} = 0 \quad (2.6)$$

Assumimos aqui que a matéria bariônica também é conservada separadamente: $\dot{\rho}_b + 3H\rho_b = 0$. Nos modelos de energia escura interativa (Interacting Dark Energy - IDE), permite-se uma troca de energia entre os setores escuros (WESTHUIZEN; ABEBE, 2024). A equação de conservação total, Eq. (2.3), ainda é válida para o fluido total, mas as equações de continuidade individuais para matéria escura e energia escura são modificadas para incluir um termo de interação Q :

$$\dot{\rho}_{CDM} + 3H\rho_{CDM} = Q \quad (2.7)$$

$$\dot{\rho}_{DE} + 3H(\rho_{DE} + p_{DE}) = -Q \quad (2.8)$$

O termo Q descreve a taxa de transferência de energia por unidade de volume. Se $Q > 0$, energia está fluindo da energia escura para a matéria escura. Se $Q < 0$, o fluxo é da matéria escura para a energia escura. Se $Q = 0$, recuperamos o caso não interagente do Λ CDM.

2.2.1 Modelos de Vácuo em Decaimento ($\Lambda(t)$ CDM)

Um tipo simples e bem motivado de modelo IDE é aquele onde a energia escura é identificada com a energia do vácuo, mas permite-se que a densidade de energia do vácuo, ρ_{Λ} , varie com o tempo, $\rho_{\Lambda} = \rho_{\Lambda}(t)$. Essa variação ocorre devido à interação com a matéria escura. Isso é frequentemente chamado de modelo $\Lambda(t)$ CDM ou modelo de vácuo em decaimento (se $\dot{\rho}_{\Lambda} < 0$). Nesse caso, a equação de estado da componente de vácuo ainda é $p_{\Lambda} = -\rho_{\Lambda}$ (ou seja, $w_{\Lambda} = -1$). Substituindo isso na Eq. (2.8), obtemos:

$$\dot{\rho}_{\Lambda} = -Q \quad (2.9)$$

Combinando com a Eq. (2.7) (supondo que a interação ocorre apenas entre vácuo e matéria escura, $\rho_{CDM} \equiv \rho_d$), temos o sistema:

$$\dot{\rho}_d + 3H\rho_d = Q \quad (2.10)$$

$$\dot{\rho}_{\Lambda} = -Q \quad (2.11)$$

A matéria bariônica continua sendo conservada: $\dot{\rho}_b + 3H\rho_b = 0$. A introdução da interação Q modifica a forma como as densidades ρ_d e ρ_{Λ} evoluem com o tempo (ou com o fator de escala a). Consequentemente, a história da expansão $H(z)$ será diferente daquela do Λ CDM (2.4), o que pode potencialmente impactar a tensão de H_0 .

2.2.2 Motivações e a Forma da Interação Q

A forma funcional do termo de interação Q na maioria dos casos não é fixada por teorias fundamentais e precisa ser postulada. Diversas formas têm sido propostas na literatura, geralmente baseadas em argumentos fenomenológicos ou de simplicidade dimensional. As formas mais comuns envolvem combinações das densidades de energia (ρ_d, ρ_Λ) e do parâmetro de Hubble (H), como, por exemplo, $Q \propto H\rho_d$, $Q \propto H\rho_\Lambda$ e $Q \propto H(\rho_d + \rho_\Lambda)$.

O sinal da constante de proporcionalidade que vai surgir nessas relações determina a direção do fluxo de energia. Argumentos baseados na segunda lei da termodinâmica (especificamente, a forma generalizada da segunda lei aplicada a horizontes cosmológicos) tendem a favorecer um fluxo de energia do vácuo para a matéria escura ($Q > 0$) (WANG et al., 2016). Isso implicaria que a densidade de energia do vácuo diminui com o tempo ($\dot{\rho}_\Lambda < 0$), enquanto a matéria escura se dilui mais lentamente do que no Λ CDM.

Nesta tese, investigaremos duas formas específicas para o termo de interação Q : $Q = 3\epsilon H\rho_\Lambda$ (Modelo I) e $Q = 3\epsilon aH\rho_\Lambda$ (Modelo II), onde ϵ é um parâmetro adimensional que mede a força da interação. A motivação para essas formas e suas consequências para a evolução cosmológica serão exploradas em detalhes no próximo capítulo.

Em resumo, enquanto o modelo Λ CDM oferece uma descrição bem-sucedida do Universo em geral, a tensão de H_0 e os problemas teóricos associados à constante cosmológica motivam a exploração de alternativas. Os modelos de energia escura interativa, particularmente os modelos $\Lambda(t)$ CDM onde o vácuo pode decair em matéria escura, representam uma classe promissora de extensões que podem modificar a história da expansão cósmica e potencialmente aliviar a tensão de H_0 (OVERDUIN; COOPERSTOCK, 1998). O próximo capítulo se aprofundará nos detalhes matemáticos e nas implicações dos dois modelos específicos de interação que são o foco deste trabalho.

3 MODELOS DE INTERAÇÃO INVESTIGADOS

No capítulo anterior, estabelecemos o formalismo geral para modelos cosmológicos que permitem uma interação entre a energia escura (identificada como vácuo, ρ_Λ) e a matéria escura (ρ_d). As equações de continuidade para essas componentes são dadas por:

$$\dot{\rho}_d + 3H\rho_d = Q \quad (3.1)$$

$$\dot{\rho}_\Lambda = -Q \quad (3.2)$$

sendo que Q é o termo de interação que descreve a taxa de troca de energia entre os dois setores escuros. A forma específica de Q determina como as densidades evoluem e, consequentemente, como a taxa de expansão $H(z)$ se diferencia do modelo Λ CDM padrão.

Para prosseguir, precisamos escolher formas funcionais plausíveis para Q . Nesta tese, vamos investigar duas propostas específicas para a interação, baseadas em considerações dimensionais e fenomenológicas. Vamos analisar cada uma delas em detalhe.

3.1 MODELO I: INTERAÇÃO PROPORCIONAL A $H\rho_\Lambda$

Uma escolha natural para o termo de interação é baseada em argumentos dimensionais. Olhando, por exemplo, para a Eq. (3.2), vemos, pelo lado direito, que Q possui unidade de densidade de energia por tempo. Como H possui dimensão de inverso de tempo e ρ_Λ tem dimensão de densidade de energia, $H\rho_\Lambda$ também possui a dimensão de taxa de variação de densidade de energia. Assim, é natural considerar Q proporcional a $H\rho_\Lambda$. Especificamente, vamos adotar a forma:

$$Q = 3\epsilon H\rho_\Lambda \quad (3.3)$$

onde ϵ é uma constante adimensional que mede a intensidade da interação. O fator 3 é incluído por conveniência matemática. Se $\epsilon > 0$, temos um fluxo de energia do vácuo para a matéria escura ($Q > 0$, $\dot{\rho}_\Lambda < 0$). Se $\epsilon < 0$, o fluxo é no sentido oposto. Se $\epsilon = 0$, recuperamos o modelo Λ CDM sem interação.

3.1.1 Evolução das Densidades no Modelo I

Vamos resolver as equações de continuidade para esta forma de Q . Substituindo a Eq. (3.3) em (3.2), temos:

$$\dot{\rho}_\Lambda = -3\epsilon H\rho_\Lambda \quad (3.4)$$

Para resolver esta equação, é conveniente mudar da derivada em relação ao tempo para a derivada em relação ao fator de escala (a). Usando a relação $\frac{d}{dt} = aH\frac{d}{da}$, onde $H = \dot{a}/a$, a equação se torna:

$$aH\frac{d\rho_\Lambda}{da} = -3\epsilon H\rho_\Lambda \quad (3.5)$$

Simplificando H (assumindo $H \neq 0$) e separando as variáveis, obtemos:

$$\frac{d\rho_\Lambda}{\rho_\Lambda} = -3\epsilon \frac{da}{a} \quad (3.6)$$

Integrando ambos os lados desde um tempo inicial até um tempo t , temos:

$$\int_{\rho_{\Lambda,0}}^{\rho_\Lambda(a)} \frac{d\rho'_\Lambda}{\rho'_\Lambda} = -3\epsilon \int_1^a \frac{da'}{a'} \quad (3.7)$$

Lembrando que hoje $a = 1$ e a densidade de vácuo é $\rho_{\Lambda,0}$. A integração resulta em:

$$\ln \left(\frac{\rho_\Lambda(a)}{\rho_{\Lambda,0}} \right) = -3\epsilon \ln(a) = \ln(a^{-3\epsilon}) \quad (3.8)$$

Assim, a densidade de energia do vácuo evolui com o fator de escala como:

$$\rho_\Lambda(a) = \rho_{\Lambda,0} a^{-3\epsilon} \quad (3.9)$$

Note que se $\epsilon = 0$, $\rho_\Lambda(a) = \rho_{\Lambda,0}$, constante, como no Λ CDM. Se $\epsilon > 0$, a densidade do vácuo diminui com a expansão (vácuo decai).

Agora, vamos encontrar a evolução da densidade de matéria escura ρ_d . Substituindo Q (3.3) e $\rho_\Lambda(a)$ (3.9) na equação de continuidade para ρ_d (3.1), e novamente mudando para derivadas em a :

$$aH \frac{d\rho_d}{da} + 3H\rho_d = 3\epsilon H \rho_{\Lambda,0} a^{-3\epsilon} \quad (3.10)$$

Dividindo por aH :

$$\frac{d\rho_d}{da} + \frac{3}{a}\rho_d = \frac{3\epsilon\rho_{\Lambda,0}}{a} a^{-3\epsilon} = 3\epsilon\rho_{\Lambda,0} a^{-1-3\epsilon} \quad (3.11)$$

Esta é uma equação diferencial linear de primeira ordem para $\rho_d(a)$. Podemos resolvê-la usando um fator integrante $I(a) = \exp(\int (3/a) da) = \exp(3 \ln a) = a^3$. Multiplicando a Eq. (3.11) por a^3 :

$$a^3 \frac{d\rho_d}{da} + 3a^2 \rho_d = 3\epsilon\rho_{\Lambda,0} a^{2-3\epsilon} \quad (3.12)$$

O lado esquerdo é a derivada de $(a^3 \rho_d)$ em relação a a . Portanto:

$$\frac{d}{da}(a^3 \rho_d) = 3\epsilon\rho_{\Lambda,0} a^{2-3\epsilon} \quad (3.13)$$

Integrando em relação a a (assumindo $\epsilon \neq 1$):

$$a^3 \rho_d(a) = \int 3\epsilon\rho_{\Lambda,0} a^{2-3\epsilon} da = 3\epsilon\rho_{\Lambda,0} \frac{a^{3-3\epsilon}}{3-3\epsilon} + C \quad (3.14)$$

onde C é a constante de integração. Simplificando:

$$a^3 \rho_d(a) = \frac{\epsilon\rho_{\Lambda,0}}{1-\epsilon} a^{3(1-\epsilon)} + C \quad (3.15)$$

Dividindo por a^3 :

$$\rho_d(a) = \frac{\epsilon \rho_{\Lambda,0}}{1-\epsilon} a^{-3\epsilon} + C a^{-3} \quad (3.16)$$

Para encontrar a constante C , usamos a condição inicial hoje: em $a = 1$, $\rho_d(1) = \rho_{d,0}$.

Substituindo C de volta, obtemos a evolução da densidade de matéria escura:

$$\rho_d(a) = \left(\rho_{d,0} - \frac{\epsilon \rho_{\Lambda,0}}{1-\epsilon} \right) a^{-3} + \frac{\epsilon \rho_{\Lambda,0}}{1-\epsilon} a^{-3\epsilon} \quad (3.17)$$

Note que se $\epsilon = 0$, recuperamos $\rho_d(a) = \rho_{d,0} a^{-3}$, como no Λ CDM. Se $\epsilon > 0$, a matéria escura se dilui mais lentamente do que a^{-3} devido ao termo adicional vindo do decaimento do vácuo. Lembrando que a matéria bariônica ρ_b , separadamente conservada, evolui sempre como $\rho_b(a) = \rho_{b,0} a^{-3}$.

3.1.2 Parâmetro de Hubble no Modelo I

Agora podemos escrever a equação de Friedmann (2.1) para este modelo, incluindo matéria total ($\rho_M = \rho_d + \rho_b$) e radiação ($\rho_r(a) = \rho_{r,0} a^{-4}$):

$$H^2(a) = \frac{8\pi G}{3} [\rho_r(a) + \rho_b(a) + \rho_d(a) + \rho_{\Lambda}(a)] \quad (3.18)$$

Substituindo as expressões encontradas:

$$H^2(a) = \frac{8\pi G}{3} \left[\rho_{r,0} a^{-4} + \rho_{b,0} a^{-3} + \left(\rho_{d,0} - \frac{\epsilon \rho_{\Lambda,0}}{1-\epsilon} \right) a^{-3} + \frac{\epsilon \rho_{\Lambda,0}}{1-\epsilon} a^{-3\epsilon} + \rho_{\Lambda,0} a^{-3\epsilon} \right] \quad (3.19)$$

Agrupando os termos:

$$H^2(a) = \frac{8\pi G}{3} \left[\rho_{r,0} a^{-4} + \left(\rho_{b,0} + \rho_{d,0} - \frac{\epsilon \rho_{\Lambda,0}}{1-\epsilon} \right) a^{-3} + \left(\rho_{\Lambda,0} + \frac{\epsilon \rho_{\Lambda,0}}{1-\epsilon} \right) a^{-3\epsilon} \right] \quad (3.20)$$

Simplificando o último termo: $\rho_{\Lambda,0} \left(1 + \frac{\epsilon}{1-\epsilon} \right) = \rho_{\Lambda,0} \left(\frac{1-\epsilon+\epsilon}{1-\epsilon} \right) = \frac{\rho_{\Lambda,0}}{1-\epsilon}$. Definindo a densidade de matéria total atual $\rho_{M,0} = \rho_{b,0} + \rho_{d,0}$, temos:

$$H^2(a) = \frac{8\pi G}{3} \left[\rho_{r,0} a^{-4} + \left(\rho_{M,0} - \frac{\epsilon \rho_{\Lambda,0}}{1-\epsilon} \right) a^{-3} + \frac{\rho_{\Lambda,0}}{1-\epsilon} a^{-3\epsilon} \right] \quad (3.21)$$

Finalmente, podemos escrever isso em termos dos parâmetros de densidade atuais $\Omega_i = \rho_{i,0}/\rho_{c,0}$ e da constante de Hubble atual H_0 , usando $H_0^2 = (8\pi G/3)\rho_{c,0}$ e $a = 1/(1+z)$:

$$H^2(z) = H_0^2 \left[\Omega_r (1+z)^4 + \left(\Omega_M - \frac{\epsilon \Omega_{\Lambda}}{1-\epsilon} \right) (1+z)^3 + \frac{\Omega_{\Lambda}}{1-\epsilon} (1+z)^{3\epsilon} \right] \quad (3.22)$$

Esta equação descreve a evolução da taxa de expansão $H(z)$ no Modelo I. Ela depende dos parâmetros $\Omega_M, \Omega_{\Lambda}, \Omega_r, H_0$ e do novo parâmetro de interação ϵ . A condição de universo plano exige ainda que $\Omega_M + \Omega_{\Lambda} + \Omega_r = 1$.

3.2 MODELO II: INTERAÇÃO PROPORCIONAL A $aH\rho_\Lambda$

Vamos agora investigar uma segunda forma para o termo de interação, onde Q é proporcional não apenas a $H\rho_\Lambda$, mas também ao fator de escala a :

$$Q = 3\epsilon aH\rho_\Lambda \quad (3.23)$$

Novamente, ϵ é a constante adimensional de interação. A inclusão do fator de escala a pode parecer menos intuitiva do ponto de vista dimensional, mas veremos que leva a uma forma interessante de decaimento exponencial para ρ_Λ . Também podemos interpretar esse termo como sendo $Q = 3\epsilon\mathcal{H}\rho_\Lambda$, onde $\mathcal{H} = aH$ é o parâmetro de Hubble de tempo conforme η , $H \equiv \frac{1}{a} \frac{da}{d\eta}$ (NUNES et al., 2020).

3.2.1 Evolução das Densidades no Modelo II

Substituindo a Eq. (3.23) na equação de continuidade do vácuo Eq. (3.2):

$$\dot{\rho}_\Lambda = -3\epsilon aH\rho_\Lambda \quad (3.24)$$

Mudando para derivadas em a ($\dot{\rho}_\Lambda = aH d\rho_\Lambda/da$):

$$aH \frac{d\rho_\Lambda}{da} = -3\epsilon aH\rho_\Lambda \quad (3.25)$$

Dividindo por aH :

$$\frac{d\rho_\Lambda}{da} = -3\epsilon\rho_\Lambda \implies \frac{d\rho_\Lambda}{\rho_\Lambda} = -3\epsilon da \quad (3.26)$$

Integrando de $a = 1$ (hoje) até a :

$$\int_{\rho_{\Lambda,0}}^{\rho_\Lambda(a)} \frac{d\rho'_\Lambda}{\rho'_\Lambda} = -3\epsilon \int_1^a da' \quad (3.27)$$

$$\ln \left(\frac{\rho_\Lambda(a)}{\rho_{\Lambda,0}} \right) = -3\epsilon(a-1) \quad (3.28)$$

Isso leva a:

$$\rho_\Lambda(a) = \rho_{\Lambda,0} e^{-3\epsilon(a-1)} = \rho_{\Lambda,0} e^{3\epsilon} e^{-3\epsilon a} \quad (3.29)$$

Podemos definir uma constante $\rho_\Lambda^* = \rho_{\Lambda,0} e^{3\epsilon}$, de modo que a evolução da densidade do vácuo é um decaimento exponencial com o fator de escala:

$$\rho_\Lambda(a) = \rho_\Lambda^* e^{-3\epsilon a} \quad (3.30)$$

Agora, para a matéria escura ρ_d , a equação de continuidade (3.1) com Q do Modelo II (3.23) e $\rho_\Lambda(a)$ da Eq. (3.30) se torna (em termos de derivadas em a):

$$\frac{d\rho_d}{da} + \frac{3}{a}\rho_d = \frac{Q}{aH} = \frac{3\epsilon aH\rho_\Lambda}{aH} = 3\epsilon\rho_\Lambda(a) = 3\epsilon\rho_\Lambda^* e^{-3\epsilon a} \quad (3.31)$$

Novamente, usamos o fator integrante a^3 :

$$\frac{d}{da}(a^3 \rho_d) = a^3(3\epsilon \rho_\Lambda^* e^{-3\epsilon a}) = 3\epsilon \rho_\Lambda^* a^3 e^{-3\epsilon a} \quad (3.32)$$

Integrando em relação a a :

$$a^3 \rho_d(a) = 3\epsilon \rho_\Lambda^* \int a^3 e^{-3\epsilon a} da + C \quad (3.33)$$

A integral $\int x^3 e^{kx} dx$ pode ser resolvida por partes repetidamente, resultando em $\frac{e^{kx}}{k^4}(k^3 x^3 - 3k^2 x^2 + 6kx - 6)$. No nosso caso, $x = a$ e $k = -3\epsilon$. Dessa forma, a integral fica:

$$\begin{aligned} \int a^3 e^{-3\epsilon a} da &= \frac{e^{-3\epsilon a}}{(-3\epsilon)^4} [(-3\epsilon)^3 a^3 - 3(-3\epsilon)^2 a^2 + 6(-3\epsilon)a - 6] \\ &= \frac{e^{-3\epsilon a}}{81\epsilon^4} [-27\epsilon^3 a^3 - 27\epsilon^2 a^2 - 18\epsilon a - 6] \end{aligned} \quad (3.34)$$

Substituindo de volta:

$$a^3 \rho_d(a) = 3\epsilon \rho_\Lambda^* \frac{e^{-3\epsilon a}}{81\epsilon^4} (-3) [9\epsilon^3 a^3 + 9\epsilon^2 a^2 + 6\epsilon a + 2] + C \quad (3.35)$$

$$a^3 \rho_d(a) = -\frac{\rho_\Lambda^*}{9\epsilon^3} e^{-3\epsilon a} P(\epsilon a) + C \quad (3.36)$$

onde definimos o polinômio cúbico $P(x) = 9x^3 + 9x^2 + 6x + 2$. Dividindo por a^3 :

$$\rho_d(a) = -\frac{\rho_\Lambda^*}{9\epsilon^3 a^3} e^{-3\epsilon a} P(\epsilon a) + C a^{-3} \quad (3.37)$$

Usando a condição atual $a = 1$, $\rho_d(1) = \rho_{d,0}$:

$$\rho_{d,0} = -\frac{\rho_\Lambda^*}{9\epsilon^3} e^{-3\epsilon} P(\epsilon) + C \quad (3.38)$$

Lembrando que $\rho_\Lambda^* = \rho_{\Lambda,0} e^{3\epsilon}$, temos $\rho_\Lambda^* e^{-3\epsilon} = \rho_{\Lambda,0}$. Então:

$$C = \rho_{d,0} + \frac{\rho_{\Lambda,0}}{9\epsilon^3} P(\epsilon) \quad (3.39)$$

Substituindo C e ρ_Λ^* :

$$\rho_d(a) = \left[\rho_{d,0} + \frac{\rho_{\Lambda,0}}{9\epsilon^3} P(\epsilon) \right] a^{-3} - \frac{\rho_{\Lambda,0} e^{3\epsilon(1-a)}}{9\epsilon^3 a^3} P(\epsilon a) \quad (3.40)$$

Esta expressão descreve a evolução da matéria escura no Modelo II.

3.2.2 Parâmetro de Hubble no Modelo II

A equação de Friedmann para o Modelo II é:

$$H^2(a) = \frac{8\pi G}{3} [\rho_r(a) + \rho_b(a) + \rho_d(a) + \rho_\Lambda(a)] \quad (3.41)$$

Substituindo $\rho_r = \rho_{r,0}a^{-4}$, $\rho_b = \rho_{b,0}a^{-3}$, ρ_d da Eq. (3.40) e ρ_Λ da Eq. (3.30) (com $\rho_\Lambda^* = \rho_{\Lambda,0}e^{3\epsilon}$):

$$H^2(a) = \frac{8\pi G}{3} \left[\rho_{r,0}a^{-4} + \rho_{b,0}a^{-3} + \left(\rho_{d,0} + \frac{\rho_{\Lambda,0}}{9\epsilon^3} P(\epsilon) \right) a^{-3} - \frac{\rho_{\Lambda,0}e^{3\epsilon(1-a)}}{9\epsilon^3 a^3} P(\epsilon a) + \rho_{\Lambda,0}e^{3\epsilon(1-a)} \right] \quad (3.42)$$

Agrupando os termos a^{-3} e fatorando $\rho_{\Lambda,0}e^{3\epsilon(1-a)}$:

$$H^2(a) = \frac{8\pi G}{3} \left[\rho_{r,0}a^{-4} + \left(\rho_{M,0} + \frac{\rho_{\Lambda,0}}{9\epsilon^3} P(\epsilon) \right) a^{-3} + \rho_{\Lambda,0}e^{3\epsilon(1-a)} \left(1 - \frac{P(\epsilon a)}{9\epsilon^3 a^3} \right) \right] \quad (3.43)$$

onde $\rho_{M,0} = \rho_{b,0} + \rho_{d,0}$.

Podemos simplificar o último termo. Lembre que $P(x) = 9x^3 + 9x^2 + 6x + 2$. Então:

$$\begin{aligned} 1 - \frac{P(\epsilon a)}{9\epsilon^3 a^3} &= 1 - \frac{9\epsilon^3 a^3 + 9\epsilon^2 a^2 + 6\epsilon a + 2}{9\epsilon^3 a^3} = \\ &= \frac{9\epsilon^3 a^3 - (9\epsilon^3 a^3 + 9\epsilon^2 a^2 + 6\epsilon a + 2)}{9\epsilon^3 a^3} = -\frac{9\epsilon^2 a^2 + 6\epsilon a + 2}{9\epsilon^3 a^3}. \end{aligned} \quad (3.44)$$

Definindo o polinômio quadrático $M(x) = 9x^2 + 6x + 2$, temos $1 - \frac{P(\epsilon a)}{9\epsilon^3 a^3} = -\frac{M(\epsilon a)}{9\epsilon^3 a^3}$.

Assumindo a derivação acima, a equação de Friedmann se torna:

$$H^2(a) = \frac{8\pi G}{3} \left[\rho_{r,0}a^{-4} + \left(\rho_{M,0} + \frac{\rho_{\Lambda,0}}{9\epsilon^3} P(\epsilon) \right) a^{-3} - \frac{\rho_{\Lambda,0}e^{3\epsilon(1-a)}}{9\epsilon^3 a^3} M(\epsilon a) \right] \quad (3.45)$$

Convertendo para parâmetros de densidade Ω_i e redshift z ($a = 1/(1+z)$):

$$H^2(z) = H_0^2 \left[\Omega_M(1+z)^3 + \frac{\Omega_\Lambda(1+z)^3}{9\epsilon^3} \left(P(\epsilon) - M\left(\frac{\epsilon}{1+z}\right) e^{3\epsilon z/(1+z)} \right) + \Omega_r(1+z)^4 \right] \quad (3.46)$$

onde $P(x) = 9x^3 + 9x^2 + 6x + 2$ e $M(x) = 9x^2 + 6x + 2$.

Esta equação descreve a evolução da taxa de expansão $H(z)$ no Modelo II, dependendo dos parâmetros Ω_M , Ω_Λ , Ω_r , H_0 e ϵ .

Os dois modelos apresentados, Modelo I (3.22) e Modelo II (3.46), fornecem previsões distintas para a história da expansão do Universo quando $\epsilon \neq 0$. No próximo capítulo, descreveremos a metodologia utilizada para confrontar esses modelos com dados observacionais e restringir seus parâmetros, em particular o parâmetro de interação ϵ e a constante de Hubble H_0 .

4 METODOLOGIA E ANÁLISE DE DADOS

Nos capítulos anteriores, apresentamos o contexto cosmológico, a tensão da constante de Hubble (H_0) e introduzimos dois modelos teóricos alternativos (Modelo I e Modelo II) que propõem uma interação entre o vácuo e a matéria escura. Para avaliar a viabilidade desses modelos e compará-los com o modelo padrão Λ CDM, precisamos confrontar suas previsões com dados observacionais.

Este capítulo descreve a metodologia empregada nesta tese para realizar essa comparação. Detalharemos os conjuntos de dados cosmológicos utilizados, abrangendo diferentes épocas da história do Universo, e explicaremos a abordagem estatística adotada para restringir os parâmetros dos modelos e avaliar seu ajuste aos dados.

4.1 DADOS OBSERVACIONAIS

Para obter restrições robustas sobre os parâmetros cosmológicos, é fundamental utilizar uma combinação de diferentes tipos de dados observacionais, que sondam a história da expansão em diferentes redshifts (e, portanto, diferentes épocas cósmicas). Nesta análise, utilizamos conjuntos de dados que inclui informações tanto do Universo local (baixo redshift) quanto do Universo primordial (alto redshift).

4.1.1 Dados de Baixo Redshift

Estes dados fornecem informações sobre a expansão do Universo em épocas mais recentes.

- **Supernovas do Tipo Ia (SNe Ia) - Pantheon+&SH0ES (PS):** As supernovas do Tipo Ia são consideradas “velas padrão” importantes na cosmologia, pois sua luminosidade intrínseca máxima pode ser calibrada, permitindo medir suas distâncias. Utilizamos a compilação mais recente conhecida como Pantheon+ (BROUT et al., 2022), que contém um grande número de SNe Ia bem calibradas. Crucialmente, esta compilação é frequentemente analisada em conjunto com os resultados do projeto SH0ES (RIESS et al., 2022), que calibra a escada de distâncias cósmicas usando estrelas Cefeidas. Essa combinação, que chamaremos de PS, fornece restrições fortes sobre a relação distância-redshift em baixo redshift e, fundamentalmente, inclui uma estimativa direta e local da constante de Hubble, H_0 .
- **Cronômetros Cósmicos (CC):** Este método utiliza a evolução de galáxias massivas e passivas (que não estão formando estrelas ativamente) como “cronômetros” para medir diretamente a taxa de expansão $H(z)$ em diferentes redshifts (SIMON; VERDE; JIMENEZ, 2005). A ideia é medir a diferença de idade entre populações estelares semelhantes em galáxias ligeiramente separadas em redshift. A taxa de variação do redshift com o tempo (dt/dz) está diretamente relacionada a $H(z)$ por $H(z) = -\frac{1}{1+z} \frac{dz}{dt}$. Uma vantagem importante dos dados de CC é que eles são relativamente independentes de um modelo cosmológico específico, dependendo principalmente de modelos de evolução estelar. Utilizamos uma compilação recente de 32

medidas de $H(z)$ obtidas por este método, incluindo estimativas de incertezas estatísticas e sistemáticas (MORESCO et al., 2022).

4.1.2 Dados de Alto Redshift

Estes dados sondam o Universo em épocas mais remotas, mais próximas do Big Bang.

- **Radiação Cósmica de Fundo (CMB) - Priors de distância do Planck:** A CMB fornece uma imagem do Universo cerca de 380.000 anos após o Big Bang. As pequenas variações de temperatura na CMB contêm informações valiosas sobre os parâmetros cosmológicos. Em vez de usar a análise completa e complexa do espectro de potência da CMB, utilizamos os chamados “distance priors” (*priors* de distância) derivados dos dados da missão Planck 2018 (CHEN; HUANG; WANG, 2019). Esses *priors* consistem em um conjunto reduzido de parâmetros (como a posição do primeiro pico acústico e a distância da última superfície de espalhamento) que encapsulam a maior parte da informação geométrica contida na CMB relevante para a história da expansão, de uma forma que é menos computacionalmente intensiva e demonstrou fornecer restrições semelhantes às da análise completa para modelos como o Λ CDM e extensões simples.
- **Oscilações Acústicas de Bárions (BAO) - Transversal:** As BAO são padrões característicos na distribuição espacial das galáxias, que surgiram das mesmas ondas sonoras que deixaram sua marca na CMB. Essas oscilações funcionam como uma “régua padrão” no Universo, cujo tamanho físico pode ser previsto pela física da CMB. Medindo o tamanho angular (θ_{BAO}) ou a separação em redshift (Δz_{BAO}) dessas oscilações em diferentes redshifts, podemos obter informações sobre a distância angular $D_A(z)$ e a taxa de expansão $H(z)$. Para complementar os dados da CMB e evitar possíveis dependências de modelo introduzidas por algumas análises de BAO, utilizamos especificamente as medidas da escala BAO na direção transversal (perpendicular à linha de visada), que dependem principalmente de $D_A(z)$. Utilizamos um conjunto de dados de BAO transversal compilado na literatura (NUNES et al., 2020).

4.2 METODOLOGIA ESTATÍSTICA

Para encontrar os valores dos parâmetros cosmológicos que melhor se ajustam aos dados observacionais e determinar suas incertezas, utilizamos a abordagem da inferência Bayesiana (HOBSON; JAFFE; LIDDLE, 2009).

4.2.1 Teorema de Bayes e Likelihood

O Teorema de Bayes relaciona a probabilidade posterior de um conjunto de parâmetros θ (dado um modelo M e os dados D) com a verossimilhança (likelihood) dos dados condicionada aos parâmetros e a probabilidade a priori (prior) dos parâmetros:

$$P(\theta|D, M) = \frac{P(D|\theta, M)P(\theta|M)}{P(D|M)} \quad (4.1)$$

- $P(\theta|D, M)$ é a probabilidade posterior, que representa nosso conhecimento sobre os parâmetros θ após analisar os dados D .
- $P(D|\theta, M)$ é a verossimilhança (likelihood), $\mathcal{L}(\theta)$, é a probabilidade do modelo M utilizando os parâmetros θ reproduzir os dados D .
- $P(\theta|M)$ é a probabilidade a priori (prior), que representa nosso conhecimento ou crença sobre os parâmetros θ antes de analisar os dados.
- $P(D|M)$ é a evidência Bayesiana, que atua como uma constante de normalização. Para a estimativa de parâmetros, não é necessário calculá-la, porém, ela é útil para comparação de modelos.

O objetivo é encontrar a distribuição de probabilidade posterior para os parâmetros de interesse. A função de verossimilhança $\mathcal{L}(\theta)$ é construída a partir dos dados observacionais. Supondo que os erros nos dados são gaussianos e independentes, a verossimilhança total para uma combinação de conjuntos de dados é o produto das verossimilhanças individuais. Na prática, trabalhamos com o logaritmo da verossimilhança, que é proporcional a $-\chi^2/2$, onde χ^2 (qui-quadrado) mede a diferença entre as previsões do modelo e os dados observacionais. Digamos que queremos ajustar os parâmetros θ de um modelo $y(x, \theta)$. Nesse caso, o χ^2 é dado por:

$$\chi^2(\theta) = \sum_{i=1}^n \frac{(y_{obs,i} - y(x_i, \theta))^2}{\sigma_i^2} \quad (4.2)$$

onde $y_{obs,i}$ são os valores observados, $y(x_i, \theta)$ são as previsões do modelo com parâmetros θ , e σ_i são as incertezas nas observações. Para dados com covariâncias não desprezíveis, a expressão do χ^2 envolve a matriz de covariância inversa, e nesse caso, é dado por:

$$\chi^2 = \sum_{i,j} (y_{obs,i} - y(x_i, \theta)) C_{i,j}^{-1} (y_{obs,j} - y(x_j, \theta)) \quad (4.3)$$

no qual $C_{i,j}$ é a matriz de covariância.

A verossimilhança total ($\mathcal{L}_{total}$) para a combinação dos dados (PS, CC, CMB, BAO) é dada pelo produto das verossimilhanças individuais:

$$\mathcal{L}_{total} = \mathcal{L}_{PS} \times \mathcal{L}_{CC} \times \mathcal{L}_{CMB} \times \mathcal{L}_{BAO} \quad (4.4)$$

Ou, em termos de χ^2 :

$$\chi_{total}^2 = \chi_{PS}^2 + \chi_{CC}^2 + \chi_{CMB}^2 + \chi_{BAO}^2 \quad (4.5)$$

Entre esses dados utilizados na presente tese, apenas o BAO não apresentará matriz de covariância.

4.2.2 Parâmetros e Priors

Os modelos cosmológicos investigados (Λ CDM, Modelo I, Modelo II) possuem um conjunto de parâmetros livres que precisam ser determinados pela análise. Para um universo plano, os parâmetros

básicos do Λ CDM são H_0 , a constante de Hubble; Ω_m , o parâmetro de densidade de matéria total atual ($\Omega_m = \Omega_{CDM} + \Omega_b$) e Ω_b , o parâmetro de densidade de matéria bariônica atual.

O parâmetro de densidade de energia escura Ω_Λ é determinado pela condição de planura: $\Omega_\Lambda = 1 - \Omega_m - \Omega_r$ (onde Ω_r é fixado pela temperatura da CMB).

Para os modelos interagentes (Modelo I e Modelo II), adicionamos o parâmetro de interação:

- ϵ : O parâmetro adimensional que quantifica a força da interação.

Além desses, a análise de dados de SNe Ia (como o Pantheon+) geralmente requer a inclusão de um parâmetro de nuisance, a magnitude absoluta M das SNe Ia, que também é ajustado na análise.

Para todos os parâmetros livres, precisamos definir priors. Seguindo uma prática comum e buscando ser o menos informativo possível onde não há forte conhecimento prévio, adotamos priors planos (uniformes) dentro de intervalos razoáveis: $H_0 \in [10, 100]$ km/s/Mpc; $\Omega_m \in [0, 1]$; $\Omega_b \in [0.02, 0.07]$; $\epsilon \in [-0.5, 0.5]$; e $M \in [-19.50, -19]$.

4.3 ANÁLISE MCMC

Para explorar o espaço de parâmetros e amostrar a distribuição de probabilidade posterior $P(\theta|D, M)$, utilizamos métodos de Monte Carlo via Cadeias de Markov (Markov Chain Monte Carlo - MCMC). O MCMC é um algoritmo computacional que gera uma sequência de pontos (amostras) no espaço de parâmetros de tal forma que a densidade desses pontos é proporcional à probabilidade posterior (HOBSON; JAFFE; LIDDLE, 2009).

Nesta tese, empregamos o software `emcee` (FOREMAN-MACKEY et al., 2013), uma implementação popular em Python do algoritmo MCMC conhecido como “affine-invariant ensemble sampler” (Goodman; Weare, 2010). Este algoritmo utiliza um conjunto (ensemble) de ‘caminhantes’ (walkers) que exploram o espaço de parâmetros simultaneamente, tornando-o eficiente para problemas com muitas dimensões e distribuições posteriores complexas.

Executamos as cadeias MCMC por um número suficiente de passos para garantir a convergência e removemos a fase inicial de “burn-in” (onde as cadeias ainda estão se movendo em direção à região de alta probabilidade). As amostras restantes da MCMC fornecem a distribuição posterior dos parâmetros.

Para analisar os resultados das cadeias MCMC e visualizar as distribuições de probabilidade posteriores (unidimensionais e bidimensionais), utilizamos o pacote Python `getdist` (LEWIS, 2019). Este software calcula estatísticas como médias, medianas, modas e intervalos de confiança (por exemplo, 68% e 95% de nível de confiança(n.c.)) para cada parâmetro e gera gráficos de contorno que mostram as correlações entre os diferentes parâmetros.

No próximo capítulo, apresentaremos os resultados obtidos a partir desta metodologia, mostrando as restrições nos parâmetros para o modelo Λ CDM e para os Modelos I e II, utilizando diferentes combinações dos conjuntos de dados descritos.

5 RESULTADOS DA ANÁLISE

Após detalhar os modelos teóricos (Capítulo 3) e a metodologia de análise de dados (Capítulo 4), chegamos à etapa de apresentar os resultados obtidos. Neste capítulo, mostraremos as restrições encontradas para os parâmetros cosmológicos dos modelos Λ CDM, Modelo I e Modelo II, utilizando as combinações de dados observacionais descritas anteriormente. O objetivo é avaliar como cada modelo se ajusta aos dados e, em particular, investigar se os modelos interagentes conseguem aliviar a tensão da constante de Hubble (H_0).

Utilizamos a análise MCMC para amostrar as distribuições de probabilidade posteriores dos parâmetros livres de cada modelo. Os resultados são apresentados através de tabelas com os valores médios e intervalos de confiança (68% n.c., ou 1σ) e visualizados através de gráficos de contorno que mostram as distribuições unidimensionais e as correlações bidimensionais entre os parâmetros.

5.1 RESULTADOS PARA O MODELO Λ CDM

Primeiramente, realizamos a análise para o modelo padrão Λ CDM (cosmologia espacialmente plana com constante cosmológica e matéria escura fria sem interação). Os parâmetros livres neste caso são H_0 , Ω_m , Ω_b .

Analizamos três combinações de dados:

- Para análise dos dados do SH0ES: CC + PS (Cronômetros Cósmicos + Pantheon+&SH0ES)
- Análise dos dados do satélite Planck: CC + BAO + CMB (Cronômetros Cósmicos + BAO Transversal + Planck Distance Priors)
- Dados combinados: CC + PS + BAO + CMB

Os resultados numéricos para os parâmetros H_0 , Ω_m e Ω_b estão resumidos na Tabela [1](#).

Tabela 1 – Resultados numéricos para Λ CDM plano
Fonte - O Autor

Conjunto de Dados	H_0 (km/s/Mpc)	Ω_m	Ω_b
CC + PS	73.08 ± 0.98	0.322 ± 0.016	0.045 ± 0.015
CC + BAO + CMB	69.02 ± 0.52	0.2953 ± 0.0067	0.04747 ± 0.00056
CC + PS + BAO + CMB	69.66 ± 0.44	0.2874 ± 0.0054	0.04686 ± 0.00047

A tabela [1](#) mostra resultados numéricos para o modelo Λ CDM plano. Valores médios e intervalos de 1σ (68% n.c.) para os parâmetros livres, obtidos com diferentes combinações de dados. Como esperado e bem documentado na literatura, a Tabela [1](#) ilustra claramente a tensão de H_0 dentro do modelo Λ CDM. Os dados do projeto SH0ES (CC+PS) preferem um valor alto para H_0 (73.08 ± 0.98 km/s/Mpc), enquanto os dados do satélite Planck (CC+BAO+CMB) preferem um valor significativamente mais baixo (69.02 ± 0.52 km/s/Mpc). A diferença entre esses dois valores é de aproximadamente 4.06

km/s/Mpc. Considerando as incertezas combinadas em quadratura ($\sqrt{0.98^2 + 0.52^2} \approx 1.11$), essa diferença corresponde a uma tensão de cerca de $4.06/1.11 \approx 3.7\sigma$. Embora o uso dos dados de BAO transversal possa aliviar ligeiramente a tensão em comparação com outras análises que encontram tensões de $\sim 5\sigma$, ela permanece estatisticamente significativa.

A análise combinada (última linha da tabela) resulta em um valor intermediário para H_0 , mas a alta tensão entre os conjuntos de dados torna a interpretação desse valor combinado problemática dentro do Λ CDM.

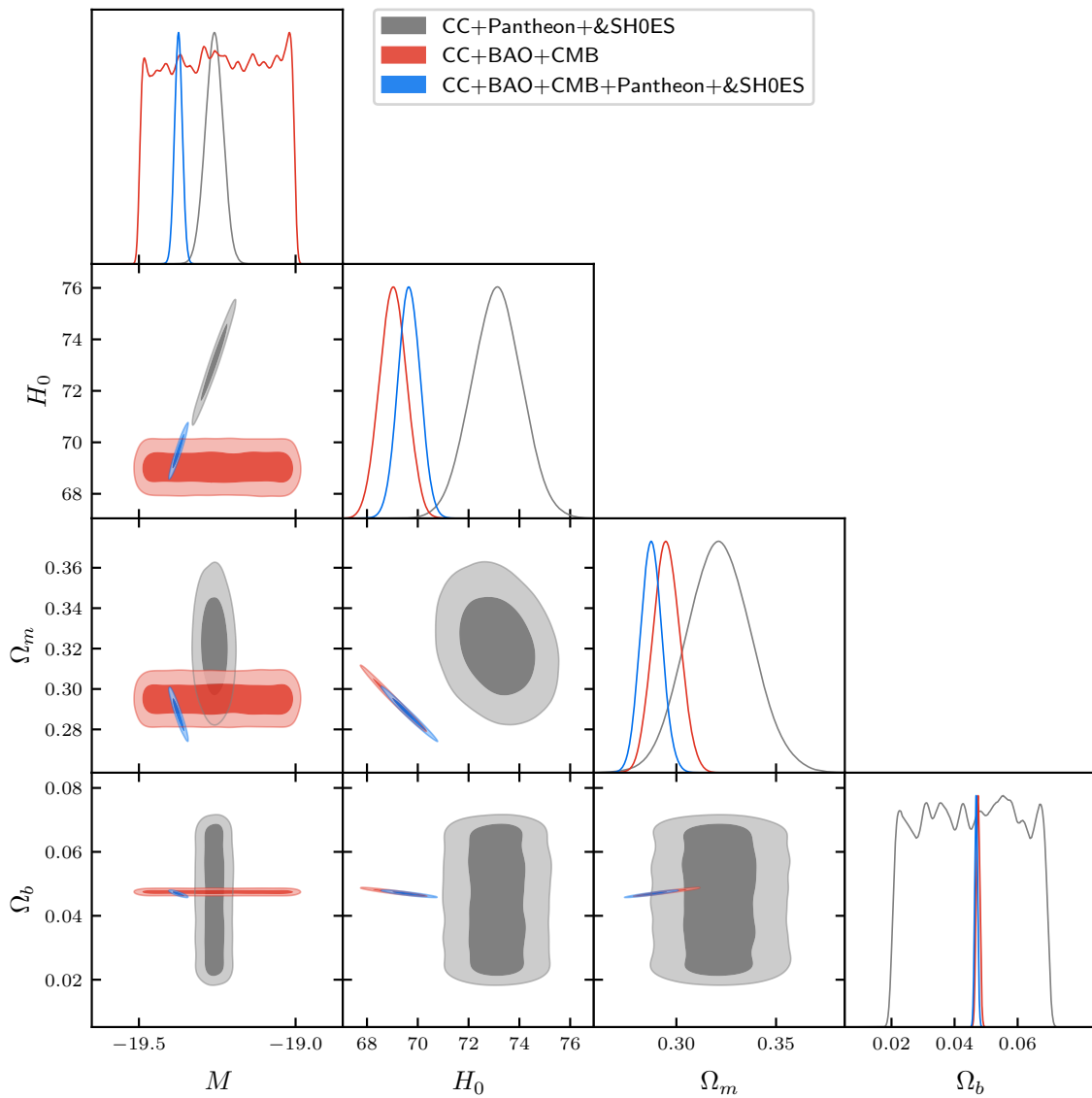


Figura 1 – Análise gráfica Λ CDM

Fonte - O Autor

Na [Figura 1](#) temos o gráfico de parâmetros, com dados dos priors de distância do Planck 2018 (CMB), Pantheon+&SH0ES, Cronômetros Cósmicos (CC) e BAO transversal para o modelo Λ CDM plano. Os contornos correspondem a 68% e 95% n.c. Podemos aqui visualizar graficamente a tensão entre os valores de H_0 obtidos de baixos e altos *redshifts*.

5.2 RESULTADOS PARA O MODELO I ($Q = 3\epsilon H\rho_\Lambda$)

Agora, analisamos o Modelo I, que introduz o parâmetro de interação ϵ . Os parâmetros livres são H_0 , Ω_m , Ω_b , ϵ (e M). Os resultados numéricos para as mesmas combinações de dados podem ser vistos na Tabela 2.

Tabela 2 – Resultados numéricos para análise do modelo I
Fonte - O Autor

Conjunto de Dados	H_0 (km/s/Mpc)	Ω_m	Ω_b	ϵ
CC + PS	73.05 ± 0.97	$0.358^{+0.042}_{-0.038}$	0.045 ± 0.014	$0.101^{+0.11}_{-0.097}$
CC + BAO + CMB	71.93 ± 0.79	$0.2650^{+0.0075}_{-0.0084}$	0.04322 ± 0.00094	$0.0170^{+0.0031}_{-0.0027}$
CC + PS + BAO + CMB	71.63 ± 0.60	0.2682 ± 0.0062	0.04361 ± 0.00075	$0.0162^{+0.0029}_{-0.0026}$

Na tabela 2 temos os resultados numéricos para o Modelo I ($Q = 3\epsilon H\rho_\Lambda$), com os valores médios e intervalos de 1σ (68% c.l.) para os parâmetros livres. Observamos algumas mudanças importantes em comparação com o Λ CDM:

- **Alívio da Tensão H_0 :** A diferença entre os valores de H_0 , em km/s/Mpc, obtidos com dados do projeto SH0ES (73.05 ± 0.97) e do satélite Planck (71.93 ± 0.79) diminuiu para 1.12 km/s/Mpc. Com incertezas combinadas de $\sqrt{0.97^2 + 0.79^2} \approx 1.25$, a tensão residual em H_0 é de apenas $1.12/1.25 \approx 0.9\sigma$, indicando uma concordância muito melhor entre os conjuntos de dados para este parâmetro.
- **Parâmetro de Interação ϵ :** A análise combinada (CC+PS+BAO+CMB) favorece um valor positivo para a interação: $\epsilon = 0.0162^{+0.0029}_{-0.0026}$. Este valor é diferente de zero (que corresponderia ao Λ CDM) com uma significância estatística muito alta (aproximadamente $0.0162/0.0027 \approx 6\sigma$). Um $\epsilon > 0$ indica um fluxo de energia do vácuo para a matéria escura.
- **Tensão Residual em Ω_m :** Embora a tensão H_0 tenha sido significativamente aliviada, uma tensão parece ter surgido (ou sido transferida) para o parâmetro Ω_m . Os dados de baixo redshift preferem $\Omega_m = 0.358^{+0.042}_{-0.038}$, enquanto os dados de alto redshift preferem $\Omega_m = 0.2650^{+0.0075}_{-0.0084}$. A diferença entre os valores centrais é de cerca de 0.093. Considerando as incertezas (usando a maior incerteza inferior de baixo redshift e a maior incerteza superior de alto redshift para ser conservador), a tensão é de aproximadamente $0.093/\sqrt{0.038^2 + 0.0084^2} \approx 0.093/0.039 \approx 2.4\sigma$. Esta tensão é menor do que a tensão original em H_0 no Λ CDM, mas ainda é digna de nota.

Os resultados discutidos acima podem ser visualizados na Figura 2 abaixo.

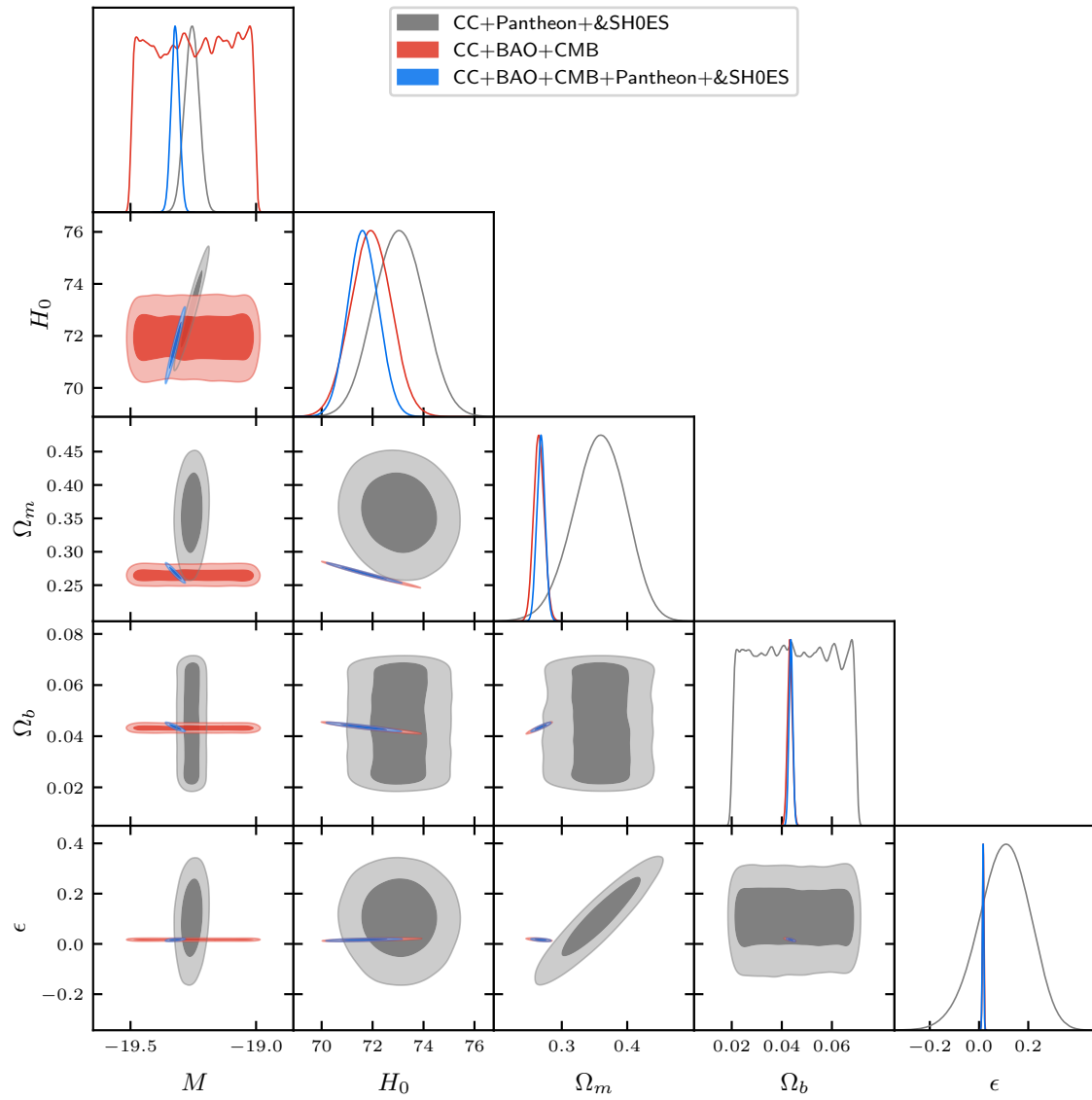


Figura 2 – Análise gráfica Modelo I
Fonte - O Autor

Na [Figura 2](#), temos o gráfico triangular de parâmetros, com dados dos priors de distância do Planck 2018 (CMB), Pantheon+&SH0ES, Cronômetros Cósmicos (CC) e BAO transversal para o Modelo I (com $Q = 3\epsilon H\rho_\Lambda$). Os contornos correspondem a 68% e 95% n.c. Podemos perceber o alívio da tensão do H_0 na aplicação do modelo I. Também notamos uma diferença entre os valores em Ω_m , mas essa diferença é marginalmente compatível entre os resultados.

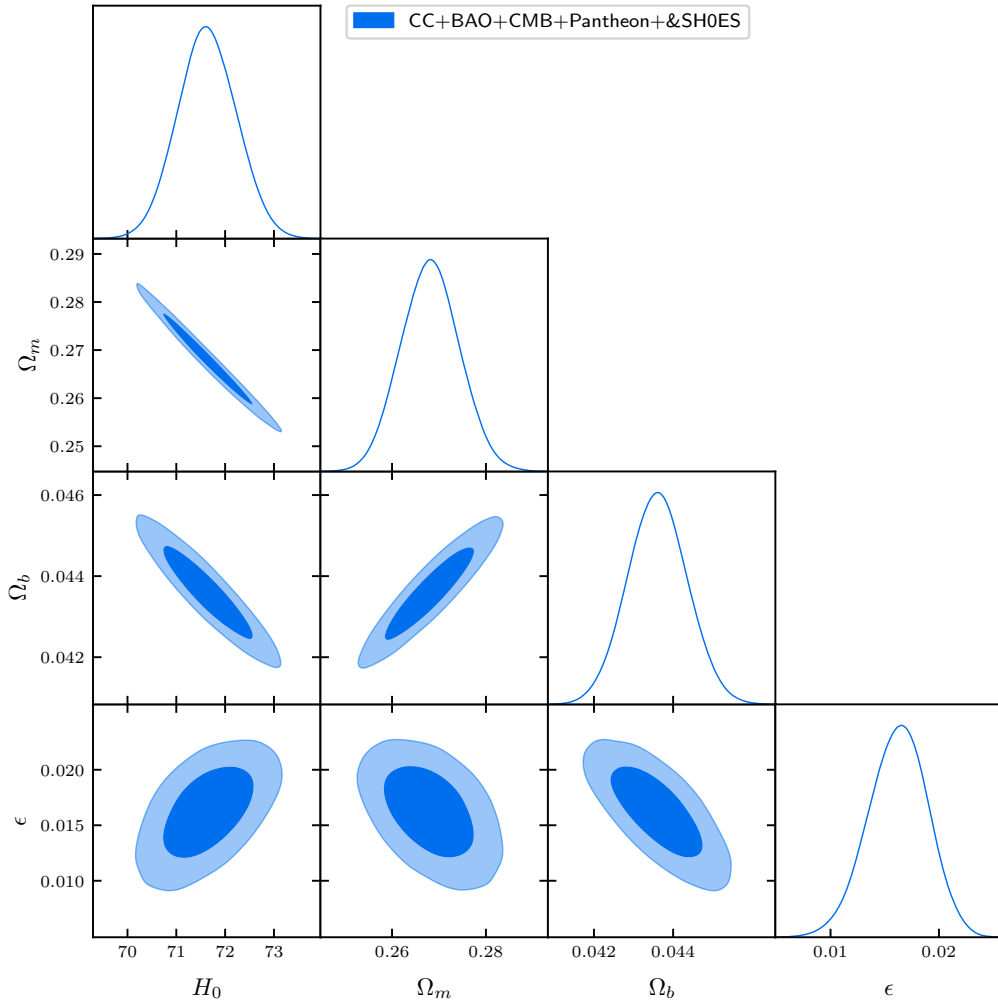


Figura 3 – Análise combinada do Modelo I
Fonte - O Autor

Temos na [Figura 3](#) o gráfico triangular de parâmetros para a análise conjunta de CC+BAO+CMB+Pantheon+&SH0ES para o Modelo I (com $Q = 3\epsilon H \rho_\Lambda$). Os contornos correspondem a 68% e 95% n.c.

5.3 RESULTADOS PARA O MODELO II ($Q = 3\epsilon a H \rho_\Lambda$)

Analizamos também o Modelo II, que tem uma dependência adicional do fator de escala a no termo de interação. Os parâmetros livres são os mesmos do Modelo I. As restrições dos parâmetros livres estão na Tabela [3](#).

Tabela 3 – Resultados numéricos para análise do modelo II
Fonte - O Autor

Conjunto de Dados	H_0 (km/s/Mpc)	Ω_m	Ω_b	ϵ
CC + PS	73.04 ± 0.98	$0.362^{+0.048}_{-0.041}$	0.045 ± 0.015	$0.13^{+0.15}_{-0.13}$
CC + BAO + CMB	71.99 ± 0.79	0.2650 ± 0.0080	0.04316 ± 0.00095	$0.0221^{+0.0040}_{-0.0035}$
CC + PS + BAO + CMB	71.67 ± 0.60	0.2683 ± 0.0061	0.04357 ± 0.00075	0.0209 ± 0.0036

Na tabela 3 temos os resultados numéricos para o Modelo II ($Q = 3\epsilon a H \rho_\Lambda$), com valores médios e intervalos de 1σ (68% c.l.) para os parâmetros livres. Os resultados para o Modelo II são qualitativamente muito semelhantes aos do Modelo I:

- A tensão de H_0 também é significativamente aliviada. A diferença entre os valores obtidos com o projeto SH0ES e e os dados do satélite Planck é de $73.04 - 71.99 = 1.05$ km/s/Mpc. Com incertezas combinadas de $\sqrt{0.98^2 + 0.79^2} \approx 1.26$, a tensão residual é de $1.05/1.26 \approx 0.8\sigma$.
- A análise combinada também favorece fortemente um $\epsilon > 0$: $\epsilon = 0.0209 \pm 0.0036$. A significância estatística para $\epsilon \neq 0$ é de $0.0209/0.0036 \approx 5.8\sigma$.
- Uma tensão residual em Ω_m também está presente. A diferença entre os valores centrais de baixo redshift (0.362) e alto redshift (0.265) é de 0.097. A tensão é de aproximadamente $0.097/\sqrt{0.041^2 + 0.0080^2} \approx 0.097/0.042 \approx 2.3\sigma$.

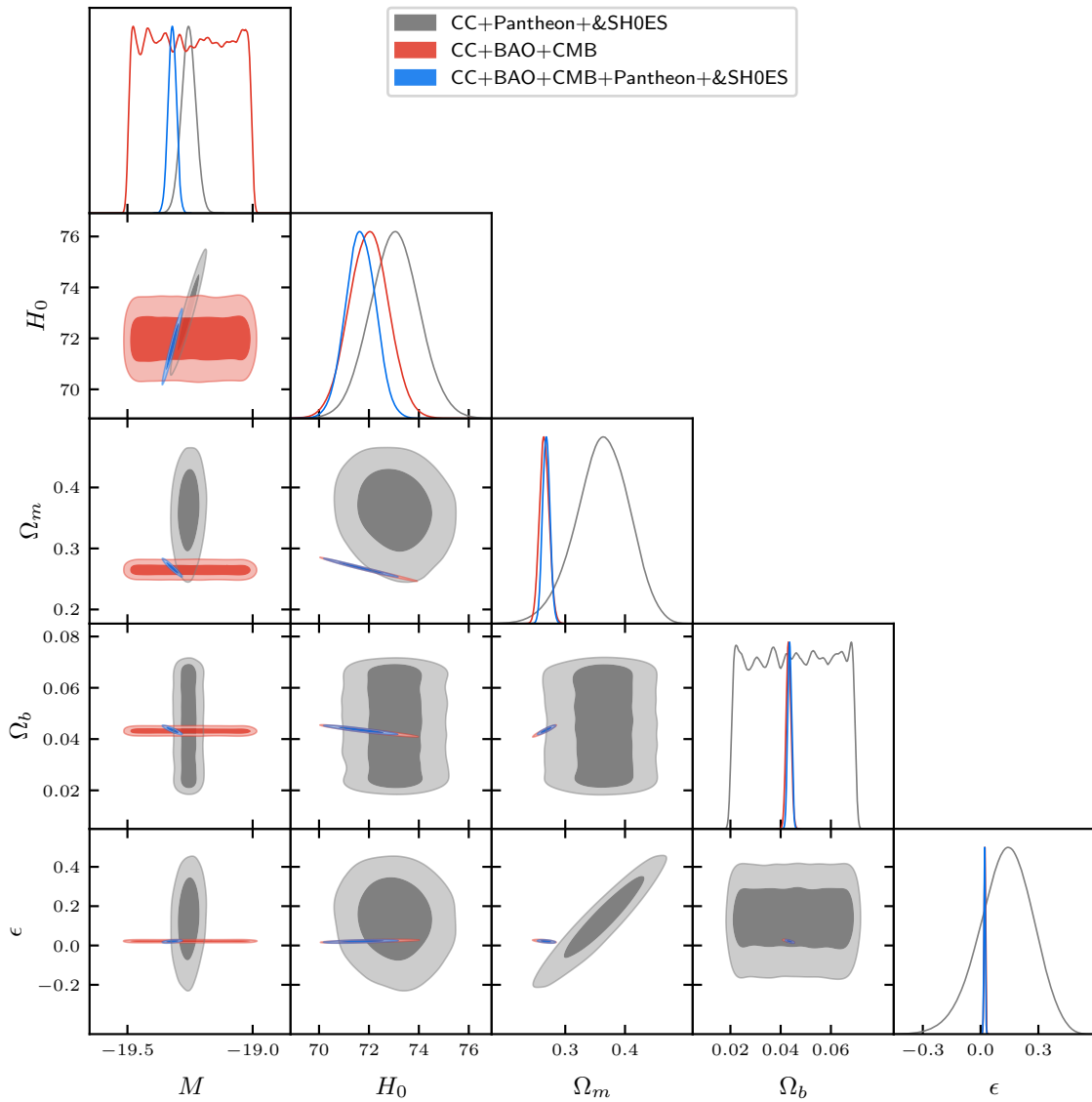


Figura 4 – Análise gráfica Modelo II

Fonte - O Autor

Já na [Figura 4](#) vemos o gráfico triangular de parâmetros, com dados dos priors de distância do Planck 2018 (CMB), Pantheon+&SH0ES, Cronômetros Cósmicos (CC) e BAO transversal para o Modelo II (com $Q = 3\epsilon a H \rho_\Lambda$). Os contornos também correspondem a 68% e 95% n.c.

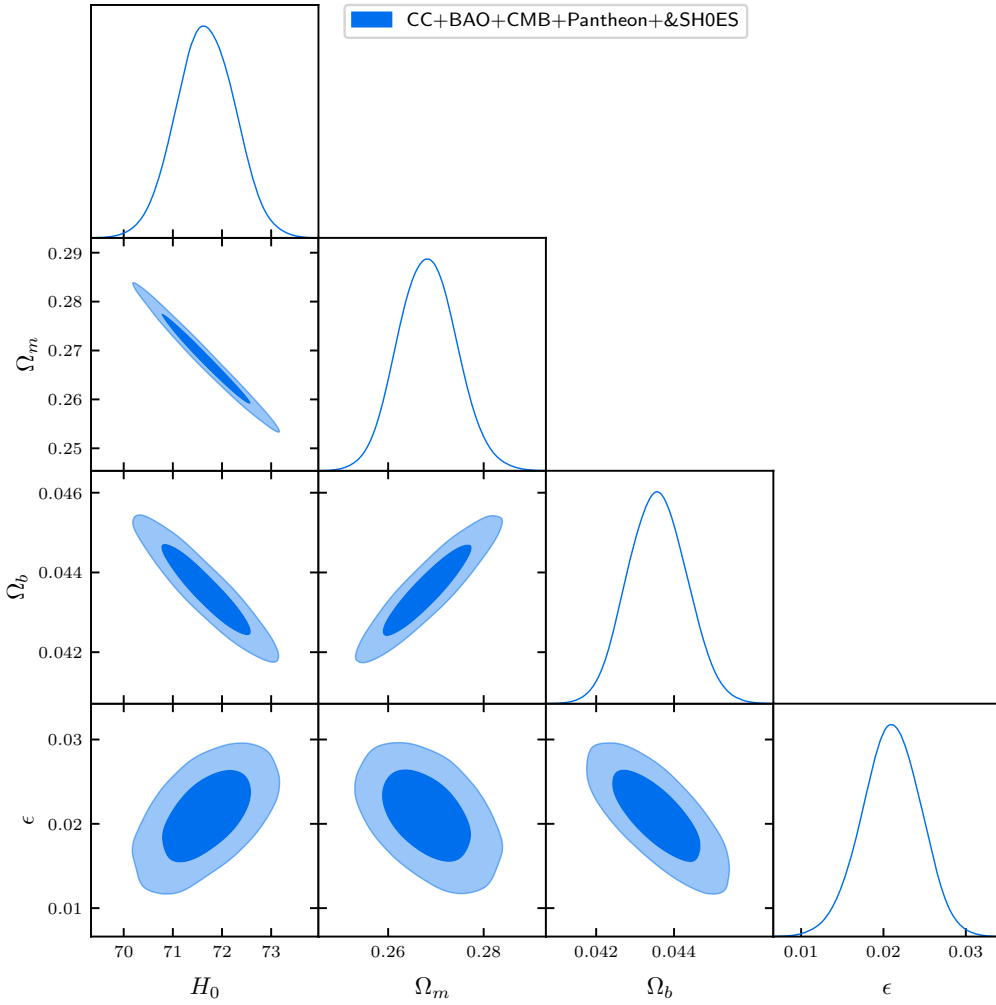


Figura 5 – Análise combinada do Modelo I
Fonte - O Autor

Na [Figura 5](#) temos o gráfico triangular de parâmetros para a análise conjunta de CC+BAO+CMB+Pantheon+&SH para o Modelo II (com $Q = 3\epsilon a H \rho_\Lambda$). Os contornos correspondem a 68% e 95% n.c.

5.4 COMPARAÇÃO ENTRE MODELOS

Os Modelos I e II parecem aliviar a tensão H_0 de forma eficaz, ao custo de introduzir um novo parâmetro ϵ e gerar uma tensão residual em Ω_m . Para comparar formalmente qual modelo oferece o melhor ajuste aos dados combinados (CC+PS+BAO+CMB), considerando a penalidade por adicionar um parâmetro extra em relação ao Λ CDM, utilizamos os critérios de informação ([AKAIKE, 1974](#); [SCHWARZ, 1978](#); [JESUS; VALENTIM; ANDRADE-OLIVEIRA, 2017](#)).

Calculamos o Critério de Informação de Akaike (AIC) e o Critério de Informação Bayesiano (BIC):

$$\text{AIC} = -2 \ln \mathcal{L}_{\max} + 2p \quad (5.1)$$

$$\text{BIC} = -2 \ln \mathcal{L}_{\max} + p \ln n \quad (5.2)$$

onde $\mathcal{L}_{\max}$ é o valor máximo da verossimilhança (correspondente ao $\chi^2_{\min}$), p é o número de parâmetros livres do modelo, e n é o número de pontos de dados. Valores menores de AIC e BIC indicam um melhor ajuste do modelo aos dados, com o BIC penalizando mais severamente a adição de parâmetros.

Calculamos também o χ^2 reduzido ($\chi^2_{\nu} = \chi^2_{\min}/(n - p)$), onde valores próximos de 1 indicam um bom ajuste. Os resultados da comparação entre os modelos usando os dados combinados (CC+PS+BAO+CMB) estão na Tabela 4.

Tabela 4 – Comparação estatística entre os modelos

Modelo	χ^2_{ν}	AIC	ΔAIC	BIC	ΔBIC
Modelo I	0.8910	1514.15	0	1541.35	0
Modelo II	0.8853	1526.63	12.48	1553.84	12.49
ΛCDM Plano	0.9012	1540.19	26.04	1561.95	20.60

Para comparação do AIC, utilizamos

$$\Delta\text{AIC} = \text{AIC}_{\text{modelo}} - \text{AIC}_{\text{Modelo I}} \quad (5.3)$$

e para o BIC temos

$$\Delta\text{BIC} = \text{BIC}_{\text{modelo}} - \text{BIC}_{\text{Modelo I}} \quad (5.4)$$

Conforme podemos ver na Tabela 4, todos os modelos fornecem um χ^2_{ν} razoável (próximo de 0.9), sugerindo que eles descrevem os dados de forma aceitável em geral. O Modelo I possui o menor valor de AIC e BIC entre os três modelos. As diferenças ΔAIC e ΔBIC entre o Modelo I e os outros dois são significativas. De acordo com a escala de Jeffreys (Jeffreys, 1939) (usada frequentemente para interpretar ΔBIC), uma diferença maior que 10 indica evidência “muito forte” contra o modelo com maior BIC. Portanto, os dados combinados fornecem evidências muito fortes em favor do Modelo I em comparação tanto com o Modelo II quanto com o ΛCDM .

Tabela 5 – Interpretação da diferença entre valores de BIC (ΔBIC)

ΔBIC	Evidência contra o modelo de referência	Interpretação
$0 \leq \Delta\text{BIC} < 2$	Fraca (ou insignificante)	Menção superficial
$2 \leq \Delta\text{BIC} < 6$	Positiva	Evidência fraca ou moderada
$6 \leq \Delta\text{BIC} < 10$	Forte	Evidência forte a muito forte
$\Delta\text{BIC} \geq 10$	Muito forte (ou decisiva)	Evidência decisiva

A análise estatística indica que a introdução de uma interação do tipo $Q = 3\epsilon H \rho_{\Lambda}$ (Modelo I) com $\epsilon \approx 0.016$ não só alivia a tensão H_0 mas também fornece um ajuste geral aos dados combinados significativamente melhor do que o modelo ΛCDM padrão e o Modelo II, mesmo após penalizar a adição do parâmetro ϵ .

Devemos lembrar que nessa pesquisa não foi utilizado o espectro de potência completo da CMB, em vez disso foram utilizados os priors de distância do projeto Planck, que por serem um conjunto reduzido de dados, trazem uma certa limitação para a análise. Lembramos, no entanto, que esses dados trazem uma restrição semelhante a análises completas para modelos como o Λ CDM. Também não houve uma análise da tensão do σ_8 (Di Valentino et al., 2021), que mede a amplitude das flutuações de densidade da matéria no universo em escala de 8 Mpc. Enquanto dados de CMB tendem a indicar valores mais altos para o σ_8 , observações do universo local, como de galáxias e lentes gravitacionais, indicam um σ_8 mais baixo. Durante o processo de submissão desse trabalho para publicação, enquanto expandíamos a análise, (Yang; Wang; Dai, 2025) publicaram um artigo analisando os mesmos modelos de decaimento do vácuo que essa tese analisa, os mesmos dados de CMB, mas utilizaram BAO 3D (DESI DR1 (Adame et al., 2025)) enquanto utilizamos o 2D (transversal). Entretanto eles não utilizaram o H_0 do SH0ES, não fazendo, assim, um comparativo entre os valores de H_0 de altos e baixos redshifts. Os resultados obtidos por (Yang; Wang; Dai, 2025) estão muito próximos dos valores encontrados para altos redshifts, que são em geral, dependentes do modelo Λ CDM, devido ao uso de dados dependentes do modelo padrão. Entretanto não verificaram esses modelos para redshifts mais baixos, o que ainda deixou dúvidas sobre o alívio da tensão do H_0 , enquanto nesse trabalho fizemos uma análise entre altos e baixos redshifts, comparando valores de um universo próximo com dados mais distantes, fazendo assim uma análise mais completa dos parâmetros do modelo cosmológico padrão. No próximo capítulo, discutiremos as implicações desses resultados e apresentaremos as conclusões finais desta tese.

6 CONCLUSÃO

Esta tese se dedicou a investigar um dos problemas mais prementes da cosmologia moderna: a tensão na medida da constante de Hubble (H_0). Apresentamos como as medições locais da taxa de expansão atual do Universo, principalmente através da escada de distâncias cósmicas calibrada com Cefeidas e Supernovas do Tipo Ia (SNe Ia), resultam em um valor de H_0 significativamente maior do que aquele inferido a partir de observações do Universo primordial, como a Radiação Cósmica de Fundo (CMB), dentro do contexto do modelo cosmológico padrão, o Λ CDM.

Diante dessa discrepância persistente, que desafia o modelo Λ CDM, exploramos uma classe de modelos alternativos que propõem uma interação entre os componentes dominantes e misteriosos do Universo: a energia escura (modelada como energia do vácuo, Λ) e a matéria escura. Especificamente, investigamos dois modelos de decaimento do vácuo ou $\Lambda(t)$ CDM, onde a densidade de energia do vácuo não é constante, mas pode variar com o tempo devido a uma troca de energia com a matéria escura. As duas formas de interação analisadas foram:

- **Modelo I:** $Q = 3\epsilon H \rho_\Lambda$
- **Modelo II:** $Q = 3\epsilon a H \rho_\Lambda$

onde Q representa a taxa de transferência de energia e ϵ é um parâmetro adimensional que quantifica a força dessa interação.

Para avaliar esses modelos, utilizamos metodologia Bayesiana, confrontando suas previsões com um conjunto abrangente de dados observacionais recentes, sendo Supernovas do Tipo Ia (Pantheon+ & SH0ES), Cronômetros Cósmicos (CC), Priors de Distância da CMB (Planck 2018) e Oscilações Acústicas de Bárions (BAO Transversal). Combinamos esses dados para obter restrições tanto do Universo local quanto do Universo primordial.

Os resultados da análise de MCMC revelaram que nossa análise do modelo Λ CDM confirmou a existência de uma tensão estatisticamente significativa (aproximadamente 3.7σ com os dados utilizados) entre as estimativas de H_0 de baixo e alto redshift. Também que ambos os modelos interagentes demonstraram ser capazes de aliviar consideravelmente a tensão de H_0 . A introdução do parâmetro de interação ϵ permitiu que os valores de H_0 inferidos a partir de dados de alto redshift aumentassem, tornando-os consistentes (dentro de $\sim 1\sigma$) com as medições locais. Além disso, notamos que as análises combinadas dos dados favoreceram fortemente um valor positivo para o parâmetro de interação ϵ em ambos os modelos ($\epsilon \approx 0.016$ para o Modelo I e $\epsilon \approx 0.021$ para o Modelo II), com significância estatística superior a 5σ em relação a $\epsilon = 0$ (o caso não interagente). Isso sugere um fluxo de energia do vácuo para a matéria escura, um cenário que também é favorecido por argumentos termodinâmicos na literatura.

Observamos também que, embora a tensão H_0 tenha sido resolvida, uma tensão residual (na faixa de 2.1 a 2.4σ) surgiu no parâmetro de densidade de matéria, Ω_m . Os dados de baixo redshift tendem a preferir um valor ligeiramente maior para Ω_m do que os dados de alto redshift nesses modelos interagentes. Essa tensão residual é significativamente menor do que a tensão original em H_0 no

Λ CDM, mas indica que ainda existe uma tensão, embora bem menor.

Utilizando os critérios de informação AIC e BIC para comparar os modelos com base no ajuste aos dados combinados, encontramos que o Modelo I ($Q = 3\epsilon H\rho_\Lambda$) fornece um ajuste estatisticamente superior tanto ao Modelo II quanto ao modelo Λ CDM padrão. A evidência em favor do Modelo I, de acordo com esses critérios, é considerada “muito forte”. Em suma, os resultados desta tese indicam que modelos cosmológicos com interação entre vácuo e matéria escura, especialmente o Modelo I, representam uma alternativa promissora ao Λ CDM. Eles não apenas oferecem um mecanismo para aliviar a tensão de H_0 , reconciliando as medições locais e primordiais da taxa de expansão, mas também são estatisticamente preferidos pelos dados observacionais atuais quando comparados ao modelo padrão.

Limitações e Perspectivas Futuras

É importante reconhecer as limitações deste estudo. A análise baseou-se em priors de distância da CMB e dados de BAO transversal, que, embora úteis, podem não capturar toda a informação contida nos dados completos do espectro de potência da CMB e nas análises de BAO isotrópicas. Além disso, a tensão residual em Ω_m merece investigação adicional.

Como perspectivas futuras, seria interessante:

- Realizar uma análise completa utilizando o espectro de potência da CMB e dados de BAO 3D, como os dados do DESI (DESI Collaboration et al., 2025) para verificar se os resultados se mantêm.
- Investigar o impacto desses modelos interagentes em outras observações cosmológicas, como a formação de estruturas em grande escala e lentes gravitacionais fracas, para testar sua consistência em múltiplos domínios.
- Explorar outras formas funcionais para o termo de interação Q , talvez motivadas por princípios físicos mais fundamentais.
- Investigar se modificações adicionais no modelo, como a inclusão de curvatura espacial ou variações na equação de estado da energia escura, poderiam resolver simultaneamente as tensões em H_0 e Ω_m .

Concluimos que, embora o modelo Λ CDM tenha sido um paradigma de sucesso por décadas, a tensão H_0 e os resultados favoráveis aos modelos interagentes apresentados aqui sugerem que a exploração de novas físicas no setor escuro é um caminho fundamental para aprofundar nossa compreensão da evolução e composição do Universo.

REFERÊNCIAS

- Adame, A. G. et al. DESI 2024 VI: cosmological constraints from the measurements of baryon acoustic oscillations. **Journal of Cosmology and Astroparticle Physics**, v. 2025, n. 2, p. 021, fev. 2025.
- AGHANIM, N. et al. Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters. **Astron. Astrophys.**, v. 641, p. A6, 2020. [Erratum: *Astron. Astrophys.* 652, C4 (2021)].
- AKAIKE, H. A new look at the statistical model identification. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 19, n. 6, p. 716–723, 1974.
- BENNETT, C. L. et al. First-year wilkinson microwave anisotropy probe (wmap) observations: Preliminary maps and basic results. **Astrophys. J. Suppl.**, v. 148, p. 1–27, 2003.
- BREUVAL, L. et al. Small magellanic cloud cepheid standards for a improved determination of the hubble constant from the sh0es team: The impact of metallicity, blending, and distance scale choices. **Astrophys. J.**, v. 961, n. 1, p. 6, 2024.
- BROUT, D. et al. The pantheon+ analysis: Cosmological constraints. **Astrophys. J.**, v. 938, n. 2, p. 110, 2022.
- CHEN, L.; HUANG, Q.-G.; WANG, K. Distance priors from planck 2018 data. **JCAP**, v. 02, p. 028, 2019.
- COPELAND, E. J.; SAMI, M.; TSUJIKAWA, S. Dynamics of dark energy. **Int. J. Mod. Phys. D**, v. 15, p. 1753–1936, 2006.
- DESI Collaboration et al. Data Release 1 of the Dark Energy Spectroscopic Instrument. **arXiv e-prints**, p. arXiv:2503.14745, mar. 2025.
- Di Valentino, E. et al. Cosmology Intertwined III: $f\sigma_8$ and S_8 . **Astroparticle Physics**, v. 131, p. 102604, set. 2021.
- DICKE, R. H. et al. Cosmic black-body radiation. **Astrophys. J.**, v. 142, p. 414–419, 1965.
- EINSTEIN, A. Die feldgleichungen der gravitation. **Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. Berlin (Math. Phys.)**, v. 1915, p. 844–847, 1915.
- FOREMAN-MACKEY, D. et al. emcee: The mcmc hammer. **Publ. Astron. Soc. Pac.**, v. 125, p. 306–312, 2013.
- FREEDMAN, W. L. Measurements of the hubble constant: Tensions in perspective. **Astrophys. J.**, v. 919, n. 1, p. 16, 2021.
- FRIEDMANN, A. Über die krümmung des raumes. **Z. Phys.**, v. 10, p. 377–386, 1922.
- Goodman, J.; Weare, J. Ensemble samplers with affine invariance. **Communications in Applied Mathematics and Computational Science**, v. 5, n. 1, p. 65–80, jan. 2010.
- HOBSON, M. P.; JAFFE, A. H.; LIDDLE, A. R. (Ed.). **Bayesian Methods in Cosmology**. Cambridge: Cambridge University Press, 2009. ISBN 978-0521887946.
- HUBBLE, E. A relation between distance and radial velocity among extra-galactic nebulae. **Proc. Nat. Acad. Sci.**, v. 15, p. 168–173, 1929.

- Jeffreys, H. **Theory of Probability**. [S.l.: s.n.], 1939.
- JESUS, J. F.; VALENTIM, R.; ANDRADE-OLIVEIRA, F. Bayesian analysis of Λ CDM Models. **JCAP**, v. 09, p. 030, 2017.
- KNOX, L.; MILLEA, M. Hubble constant hunter's guide. **Phys. Rev. D**, v. 101, n. 4, p. 043533, 2020.
- KUHN, T. S. **The Copernican Revolution: Planetary Astronomy in the Development of Western Thought**. [S.l.]: Harvard University Press, 1957.
- LEAVITT, H. S.; PICKERING, E. C. Periods of 25 variable stars in the small magellanic cloud. **Harvard College Observatory Circular**, v. 173, p. 1–3, 1912.
- LEMAÎTRE, G. Un univers homogène de masse constante et de rayon croissant rendant compte de la vitesse radiale des nébuleuses extra-galactiques. **Ann. Soc. Sci. Bruxelles A**, v. 47, p. 49–59, 1927.
- LEWIS, A. Getdist: a python package for analysing monte carlo samples. **arXiv e-prints**, p. arXiv:1910.13970, 2019.
- LI, M. et al. Dark Energy. **Commun. Theor. Phys.**, v. 56, p. 525–604, 2011.
- LI, M. et al. Dark Energy: A Brief Review. **Front. Phys. (Beijing)**, v. 8, p. 828–846, 2013.
- MACEDO, H. A. P. et al. Cosmological constraints on $\Lambda(t)$ CDM models. **Eur. Phys. J. C**, v. 83, n. 12, p. 1144, 2023.
- MARTIN, J. Everything you always wanted to know about the cosmological constant problem (but were afraid to ask). **Comptes Rendus Physique**, v. 13, p. 566–665, 2012.
- MORENO-PULIDO, C.; SOLA, J. Running vacuum in quantum field theory in curved spacetime: renormalizing ρ_{vac} without $\sim m^4$ terms. **Eur. Phys. J. C**, v. 80, n. 8, p. 692, 2020.
- MORESCO, M. et al. Unveiling the universe with emerging cosmological probes. **Living Rev. Rel.**, v. 25, n. 1, p. 6, 2022.
- Moresco, M. et al. Unveiling the Universe with emerging cosmological probes. **Living Reviews in Relativity**, v. 25, n. 1, p. 6, dez. 2022.
- NORTH, J. D. **Cosmos: An Illustrated History of Astronomy and Cosmology**. [S.l.]: University of Chicago Press, 2008.
- NUNES, R. C. et al. Cosmological parameter analyses using transversal bao data. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, Oxford University Press (OUP), v. 497, n. 2, p. 2133–2141, jul. 2020. ISSN 1365-2966. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1093/mnras/staa2036>.
- OVERDUIN, J. M.; COOPERSTOCK, F. I. Evolution of the scale factor with a variable cosmological term. **Phys. Rev. D**, v. 58, p. 043506, 1998.
- PEEBLES, P. J. E. **Principles of Physical Cosmology**. [S.l.]: Princeton University Press, 1993.
- PENZIAS, A. A.; WILSON, R. W. A measurement of excess antenna temperature at 4080 mc/s. **Astrophys. J.**, v. 142, p. 419–421, 1965.
- PERLMUTTER, S. et al. Measurements of omega and lambda from 42 high-redshift supernovae. **Astrophys. J.**, v. 517, p. 565–586, 1999.
- Planck Collaboration et al. Planck 2018 results. i. overview and the cosmological legacy of planck. **Astron. Astrophys.**, v. 641, p. A1, 2020.

Planck Collaboration et al. Planck 2018 results. vi. cosmological parameters. **Astron. Astrophys.**, v. 641, p. A6, 2020.

REEVES, H. **Patience dans l'azur: L'évolution cosmique**. [S.l.]: Points, 2008.

RIESS, A. G. et al. Large magellanic cloud cepheid standards provide a 1% foundation for the determination of the hubble constant and stronger evidence for physics beyond Λ cdm. **Astrophys. J.**, v. 876, n. 1, p. 85, 2019.

RIESS, A. G. et al. Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant. **Astron. J.**, v. 116, p. 1009–1038, 1998.

RIESS, A. G. et al. A comprehensive measurement of the local value of the hubble constant with 1 $\text{km s}^{-1} \text{ mpc}^{-1}$ uncertainty from the hubble space telescope and the sh0es team. **Astrophys. J. Lett.**, v. 934, n. 1, p. L7, 2022.

SCHWARZ, G. Estimating the Dimension of a Model. **The Annals of Statistics**, Institute of Mathematical Statistics, v. 6, n. 2, p. 461 – 464, 1978. Disponível em: <https://doi.org/10.1214/aos/1176344136>.

Scolnic, D. M. et al. The Complete Light-curve Sample of Spectroscopically Confirmed SNe Ia from Pan-STARRS1 and Cosmological Constraints from the Combined Pantheon Sample. **Astrophysical Journal**, v. 859, n. 2, p. 101, jun. 2018.

SIMON, J.; VERDE, L.; JIMENEZ, R. Constraints on the redshift dependence of the dark energy potential. **Phys. Rev. D**, v. 71, p. 123001, 2005.

SMOOT, G. F. et al. Structure in the coBE differential microwave radiometer first-year maps. **Astrophys. J. Lett.**, v. 396, p. L1–L5, 1992.

STEINHARDT, P. J. A quintessential introduction to dark energy. v. 380, p. 1–6, 2003.

VALENTINO, E. D. et al. In the realm of the hubble tension—a review of solutions. **Class. Quant. Grav.**, v. 38, n. 15, p. 153001, 2021.

WANG, B. et al. Dark matter and dark energy interactions: Theoretical challenges, cosmological implications and observational signatures. **Rept. Prog. Phys.**, v. 79, n. 9, p. 096901, 2016.

WEINBERG, S. The cosmological constant problem. **Reviews of Modern Physics**, v. 61, p. 1–23, 1989.

WESTHUIZEN, M. A. van der; ABEBE, A. Interacting dark energy: clarifying the cosmological implications and viability conditions. **JCAP**, v. 01, p. 048, 2024.

WONG, K. C. et al. H0licow – xiii. a 2.4% quasars: 5.3σ tension between early- and late-universe probes. **Mon. Not. Roy. Astron. Soc.**, v. 498, n. 1, p. 1420–1453, 2020.

Yang, Y.; Wang, Y.; Dai, X. Cosmological constraints on two vacuum decay models. **European Physical Journal C**, v. 85, n. 3, p. 224, mar. 2025.

APÊNDICE A – VÍNCULOS COSMOLÓGICOS EM MODELOS $\Lambda(t)$ CDM

A.1 INTRODUÇÃO

Este apêndice apresenta um resumo do estudo que resultou no artigo científico intitulado “Cosmological Constraints on $\Lambda(t)$ CDM Models” de (MACEDO et al., 2023), com foco especial na abordagem da tensão de Hubble (H_0) e nas análises realizadas utilizando modelos de decaimento do vácuo. A tensão de Hubble é um dos problemas mais prementes na cosmologia moderna, referindo-se à discrepância entre as medições locais da constante de Hubble e as inferências a partir de dados do universo primordial, como o Fundo Cósmico de Micro-ondas (CMB). Esta discrepância tem motivado a busca por novas físicas além do modelo cosmológico padrão Λ CDM. Esse estudo também foi uma base para um segundo artigo, que foi o tema da tese apresentada.

A.2 MODELOS DE DECAIMENTO DO VÁCUO

Nesse trabalho, exploramos uma classe de modelos $\Lambda(t)$ CDM, onde a constante cosmológica Λ é permitida variar com o tempo devido a uma interação com a matéria sem pressão. Esta abordagem visa resolver problemas do modelo Λ CDM, como o problema da constante cosmológica, o problema da coincidência e a própria tensão de Hubble. Especificamente, analisamos modelos baseados na parametrização:

$$\Lambda = \frac{\alpha}{a^2} + \beta H^2 + \lambda^* \quad (\text{A.1})$$

no qual a é o fator de escala, H é o parâmetro de Hubble, e α , β , e λ^* são constantes. Esta formulação inclui termos que surgem de argumentos dimensionais e de modelos de vácuo corrente (Running Vacuum Models - RVM (MORENO-PULIDO; SOLA, 2020)). O estudo considera quatro modelos distintos dentro desta classe: o modelo completo com todos os termos, e três subclasses onde um dos parâmetros (α , β ou λ^*) é zero. A Tabela 6 resume os três modelos de subclasses considerados no artigo.

Tabela 6 – Modelos de $\Lambda(t)$ CDM considerados no artigo.

Modelo	Λ	Parâmetro Fixo
Λ_1	$\alpha/a^2 + \beta H^2$	$\lambda^* = 0$
Λ_2	$\alpha/a^2 + \lambda^*$	$\beta = 0$
Λ_3	$\beta H^2 + \lambda^*$	$\alpha = 0$

A.3 METODOLOGIA

Para vincular os parâmetros livres desses modelos, foi utilizada uma combinação de dados cosmológicos sendo dados de supernovas Tipo Ia (SNe Ia) do catálogo Pantheon (1048 medições) (Scolnic et al., 2018), dados de cronômetros cósmicos ($H(z)$) (32 medições) (Moresco et al., 2022), vínculos na

constante de Hubble (H_0) de duas fontes principais sendo dados do SH0ES (73.17 ± 0.86 km/s/Mpc), representando medições locais (RIESS et al., 2019) e priors do Planck (67.36 ± 0.54 km/s/Mpc), representando inferências do universo primordial (Planck Collaboration et al., 2020b). Devido à tensão existente entre as medições de H_0 do SH0ES e do Planck, as análises foram realizadas separadamente para cada conjunto de dados de H_0 , permitindo investigar como cada um influencia os vínculos dos modelos de decaimento do vácuo.

A.4 RESULTADOS E ANÁLISE DA TENSÃO DE H_0

Para uma avaliação mais quantitativa do suporte observacional para cada modelo, é utilizado o Critério de Informação Bayesiano (BIC) conforme descrito na seção 5.4 da tese. A Tabela 7 apresenta os valores de BIC para os diferentes modelos analisados, com diferentes priors de H_0 . O ΔBIC é calculado em comparação com o modelo Λ_3 para cada prior.

Tabela 7 – Valores de BIC para os diferentes modelos analisados

Model	Dados	χ^2_{min}	n_{par}	n_{dados}	BIC	ΔBIC	Suporte
Λ_g	SNs+CC+PH0	1043.085	4	1080	1071.027	6.984	Decisivo
$\Lambda_1 (\lambda_* = 0)$	SNs+CC+PH0	1047.614	3	1080	1068.571	4.528	Muito forte
$\Lambda_2 (\beta = 0)$	SNs+CC+PH0	1043.091	3	1080	1064.048	0.005	Não significativo
$\Lambda_3 (\alpha = 0)$	SNs+CC+PH0	1043.086	3	1080	1064.043	0.000	Não significativo
Λ_g	SNs+CC+SH0	1044.451	4	1080	1072.393	7.333	Decisivo
$\Lambda_1 (\lambda_* = 0)$	SNs+CC+SH0	1046.570	3	1080	1067.527	2.067	Fraco
$\Lambda_2 (\beta = 0)$	SNs+CC+SH0	1044.503	3	1080	1065.460	0.000	Não significativo
$\Lambda_3 (\alpha = 0)$	SNs+CC+SH0	1044.507	3	1080	1065.464	0.004	Não significativo

Valores de BIC para os diferentes modelos analisados, com diferentes priors para H_0 . O ΔBIC foi calculado em comparação com o modelo Λ_3 para cada prior, conforme explicado no texto. Na coluna Dados, usamos as abreviações: SNs (Supernovas Ia), CC (Cronômetros Cósmicos), PH0 (prior do H_0 do Planck) e SH0 (priors do H_0 do SH0ES) Observando a análise com o prior do Planck notamos que, em ambos os casos, os modelos Λ_2 e Λ_3 foram os que melhor se adequaram aos dados utilizados. A análise do modelo Λ_1 , que supõe $\lambda_* = 0$, indica que modelos apenas com termos variáveis no tempo são desfavorecidos. Também percebe-se que ao combinar CMB com o modelo Λ_1 , tendemos ao modelo ΛCDM .

Finalmente, a Tabela 8 apresenta os vínculos sobre os parâmetros livres dos modelos Λ_g , Λ_2 e Λ_3 com 95% de limites de confiança, utilizando SNe Ia+H(z)+CMB.

Tabela 8 – Vínculos sobre os parâmetros livres dos modelos.

Parâmetro	Λ_g	$\Lambda_2 (\beta = 0)$	$\Lambda_3 (\alpha = 0)$
H_0 (km/s/Mpc)	$68.6^{+7.2}_{-7.0}$	$68.5^{+3.0}_{-2.7}$	$68.6^{+1.7}_{-1.5}$
ω_b	0.02260 ± 0.00034	0.02260 ± 0.00034	$0.02261^{+0.00033}_{-0.00034}$
Ω_m	$0.303^{+0.039}_{-0.037}$	$0.303^{+0.040}_{-0.038}$	$0.303^{+0.036}_{-0.035}$
α	$0.001^{+0.043}_{-0.047}$	$0.001^{+0.021}_{-0.022}$	0
β	$0.001^{+0.036}_{-0.033}$	0	$0.000^{+0.017}_{-0.016}$

Vínculos sobre os parâmetros livres dos modelos Λ_g , Λ_2 e Λ_3 com 95% de limites de confiança, utilizando SNe Ia+H(z)+CMB. Conforme a Tabela 8, os parâmetros α e β , que ditam a dependência temporal de Λ , são fortemente limitados pela CMB, deixando apenas pequenas janelas para a variação de Λ . Isso sugere que, embora os modelos de decaimento do vácuo ofereçam flexibilidade, a variação do parâmetro cosmológico é limitada por dados de grande escala.

Em geral, o artigo demonstra que os modelos de decaimento do vácuo $\Lambda(t)$ CDM oferecem uma alternativa interessante ao modelo Λ CDM padrão, mas não resolvem completamente a tensão de forma inequívoca com os dados atuais. A análise sugere que a inclusão de um termo constante (λ^*) é crucial para a consistência com os dados do Planck, enquanto a flexibilidade dos termos variáveis pode ser mais relevante para conciliar com as medições locais de H_0 .

A.5 CONCLUSÃO

Os resultados obtidos fornecem esclarecimentos importantes sobre a capacidade dos modelos $\Lambda(t)$ CDM de aliviar a tensão de H_0 . Sendo que ao utilizar o prior do Planck para H_0 , o termo λ^* não pôde ser descartado pela análise, o que desfavorece modelos que contêm apenas termos variáveis no tempo. Isso sugere que uma constante cosmológica intrínseca (mesmo que pequena) ainda é necessária para um bom ajuste aos dados de alto redshift. Já o prior do SH0ES mostrou uma evidência fraca na direção de desfavorecer modelos apenas com termos variáveis no tempo, indicando que, com dados locais, a necessidade de um termo constante é menos pronunciada, mas ainda presente.

As subclasses de modelos com $\alpha = 0$ e com $\beta = 0$ não puderam ser descartadas pela análise, o que significa que esses modelos simplificados ainda são consistentes com os dados observacionais utilizados. Isso é relevante, pois modelos mais simples são geralmente preferíveis se explicam os dados igualmente bem. Também notamos que ao utilizar priors de distância da CMB, a dependência temporal de Λ foi bastante restringida. Isso implica que, embora Λ possa variar, sua variação é limitada por dados de grande escala, o que pode dificultar o alívio completo da tensão de H_0 sem introduzir outras complexidades.

Esse estudo investigou modelos alternativos ao Λ CDM, buscando resolver ou aliviar a tensão do H_0 . Embora os modelos de decaimento do vácuo apresentados não eliminem essa tensão, eles fornecem uma base para entender melhor as implicações de uma constante cosmológica variável e as restrições impostas pelos diferentes conjuntos de dados cosmológicos. Esse trabalho também contribuiu para uma familiarização com análise de dados e das ferramentas que foram utilizadas na tese, além de motivar a encontrar modelos alternativos para aliviar ou até resolver a tensão de H_0 .