



UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

ÁREA DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA E SEUS
FUNDAMENTOS FILOSÓFICO-CIENTÍFICOS

**COMUNICAÇÃO E MATEMÁTICA: DIÁLOGOS NA
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS PARA DESENVOLVER
APRENDIZAGENS MATEMÁTICAS**

JOSEANE MIRTIS DE QUEIROZ PINHEIRO

INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS

Rio Claro - SP

2025

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

“Júlio de Mesquita Filho”

Instituto de Geociências e Ciências Exatas

Campus de Rio Claro

JOSEANE MIRTIS DE QUEIROZ PINHEIRO

Comunicação e Matemática: diálogos na resolução de problemas
para desenvolver aprendizagens matemáticas

Tese de Doutorado apresentada ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas do Campus de Rio Claro, da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Educação Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Flávia Sueli Fabiani Marcatto

Rio Claro, SP

2025

P654c	Pinheiro, Joseane Mirtis de Queiroz Comunicação e Matemática: diálogos na resolução de problemas para desenvolver aprendizagens matemáticas / Joseane Mirtis de Queiroz Pinheiro. -- Rio Claro, 2025 196 p. Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista (UNESP), Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro Orientadora: Flávia Sueli Fabiani Marcatto 1. Comunicação. 2. Parceria de coaprendizagem. 3. Resolução de problemas. 4. Ensino Médio. I. Título.
-------	--

IMPACTO POTENCIAL DESTA PESQUISA

Esta tese contribui para o ensino-aprendizagem da Matemática ao valorizar as práticas comunicativas que emergem das interações dos alunos na sala de aula, quando se envolvem em tarefas de resolução de problemas matemáticos. As estratégias propostas têm como objetivo analisar os impactos dessas práticas nas aprendizagens matemáticas dos alunos do Ensino Médio. A análise qualitativa dos dados produzidos durante a resolução de problemas revela a dinâmica das interações e o surgimento de práticas comunicativas construídas no diálogo, as quais contribuíram significativamente para a aprendizagem dos alunos. Essas práticas auxiliam o trabalho docente e inspiram novas abordagens pedagógicas, promovendo a melhoria do ensino-aprendizagem da Matemática no Ensino Médio.

POTENTIAL IMPACT OF THIS RESEARCH

This thesis contributes to the teaching and learning of mathematics by valuing the communicative practices that emerge from interactions of the students at classroom when they are involved in mathematical problem-solving tasks. The proposed strategies aim to analyze the impact of these practices on high school with students mathematical learning. The qualitative analysis of the data produced during problem solving reveals the dynamics of the interactions and the emergence of communicative practices built on dialog, which contributed significantly to the students' learning. These practices support the work of teachers and inspire new pedagogical approaches, promoting the improvement of mathematics teaching and learning in secondary schools.

UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA

“Júlio de Mesquita Filho”

Instituto de Geociências e Ciências Exatas

Campus de Rio Claro

JOSEANE MIRTIS DE QUEIROZ PINHEIRO

Comunicação e Matemática: diálogos na resolução de problemas
para desenvolver aprendizagens matemáticas

Tese de Doutorado apresentada ao Instituto de Geociências e Ciências Exatas do Campus de Rio Claro, da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, como parte dos requisitos para obtenção do título de Doutor em Educação Matemática.

Banca Examinadora

Profa. Dra. Flávia Sueli Fabiani Marcatto - Orientadora
IMC/UNIFEI/Itajubá (MG)

Prof. Dr. Silvanio de Andrade
CCT/UEPB/Campina Grande (PB)

Profa. Dra. Yurico Yamamoto Baldin
CCET/UFSCar/São Carlos (SP)

Profa. Dra. Elisangela Pavanelo Rodrigues dos Santos
FEG/UNESP/Guaratinguetá (SP)

Prof. Dr. Antonio Carlos de Souza
FEG/UNESP/Guaratinguetá (SP)

Resultado: Aprovada

Rio Claro – SP, 18 de novembro de 2024

Dedico esta tese aos meus pais Geraldina e Milton e as minhas filhas Laura Karen e Laís Eduarda, sinônimos de amor incondicional; também a todos que acreditam e defendem a educação pública, gratuita e de qualidade.

AGRADECIMENTOS

A Deus, Ser supremo, Mestre e Senhor, por ter me protegido, guiado e me dado força e coragem para enfrentar as dificuldades sem nunca desistir nem ser pessimista;

As minhas filhas, Laura Karen e Laís Eduarda sinônimos de amor incondicional;

A minha família, em especial aos meus pais Milton e Geraldina, minha irmã Josimare Márcia, meus sobrinhos, tios, primos, que me apoiam nas decisões tomadas e estão sempre presente em todos os momento da minha vida;

Aos meus avós (in memorian), saudades eternas;

Aos professores, coordenadores, técnicos, diretores e discentes do PPGEM (Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática) da UNESP de Rio Claro, SP, pelas contribuições e aprendizado;

Aos Colegas do curso e as amizades que construímos; Em especial a André Monteiro, Zamir Chaparro, Ezequias Cassela, Débora Pelli e Joel Gonçalves que conviveram diretamente comigo todos esses anos;

A Maria Aparecida Furtado, carinhosamente “Dona Maria” que me acolheu com tanto carinho na cidade de Rio Claro, SP, tornando-se parte da minha família;

Aos professores participantes desta pesquisa e colegas de trabalho um agradecimento especial;

Ao Governo do Estado de Pernambuco, que permitiu afastar-me do trabalho para a realização desta conquista; estendo esse agradecimento a todos que compõem a escola que trabalho, pelo acolhimento e respeito ao meu trabalho;

A Profa. Dra. Lourdes de la Rosa Onuchic pelas contribuições significativas ao meu trabalho, por ter me orientado no início deste projeto e por ser fonte de inspiração para todos que valorizam a Resolução de Problemas;

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - código de financiamento 001.

Por fim, a todos aqueles que, de forma direta ou indireta, contribuíram para tornar este estudo uma realidade. É uma sensação incrível poder reconhecer as mãos amigas que me ajudaram a construir cada passo desse percurso.

“Neste mundo em mudança, aqueles que compreendem e são capazes de fazer Matemática terão oportunidades e opções significativamente maiores para construir os seus futuros”.

NCTM, 2007

RESUMO

Esta pesquisa tem como objetivo compreender as práticas comunicativas que surgem das interações entre alunos do Ensino Médio durante a resolução de problemas na sala de aula, analisando o impacto dessas práticas nas aprendizagens matemáticas desses alunos. Esta pesquisa seguiu uma abordagem metodológica qualitativa, com o cenário de investigação sendo uma escola pública estadual em Pernambuco. Os participantes são um grupo de professores de Matemática da referida escola, que se unem em uma parceria de coaprendizagem com a pesquisadora, para estudar e refletir sobre a resolução de problemas e sua abordagem discursivamente orientada. Essa abordagem se baseia em práticas comunicativas que permitem aos alunos dialogarem sobre ideias matemáticas, discuti-las, criar hipóteses, defender argumentos e desenvolver estratégias de forma autônoma. Ela desafia os alunos a se engajarem em um processo ativo de construção de significado, promovendo diálogos reflexivos e colaborativos em torno das estratégias de resolução adotadas. A resolução de problemas se mostrou uma estratégia eficiente para que os alunos interagissem nos grupos, construindo os diálogos necessários para a emergência de práticas comunicativas que favoreceram aprendizagens matemáticas por meio das discussões entre eles. A parceria de coaprendizagem mostrou-se significativa na garantia da organização e realização da intervenção, fortalecendo o entendimento conceitual sobre a resolução de problemas entre os professores e enriquecendo a dinâmica de trabalho com os alunos, além de promover a colaboração e o apoio mútuo dentro da sala de aula. Os diálogos construídos pelos alunos na resolução de problemas, evidenciaram práticas comunicativas de argumentação, explicação, interpretação, justificação, entre outras, que promoveram discussões matemáticas capazes de fazê-los compreender e explorar o problema, ter autonomia no processo de tomada de decisões, pensar matematicamente e construir suas próprias estratégias de resolução, sendo construtores de sua própria aprendizagem. O ensino da Matemática deve incentivar esses diálogos em sala de aula para que a comunicação aconteça, já que tarefas de exploração, nas quais os alunos precisam conjecturar, estabelecer conexões e raciocinar matematicamente, exigem uma forte presença da comunicação. No Ensino Médio, os alunos estão consolidando os processos de ensino-aprendizagem desenvolvidos ao longo de sua trajetória escolar, devendo aplicar esses conhecimentos em situações futuras, especialmente no mundo do trabalho. A capacidade de comunicação é primordial para concretizar essa aprendizagem matemática, e os alunos devem ser capazes de trocar ideias matemáticas de forma eficaz com os outros. Os resultados mostram que as práticas comunicativas: a) foram significativas no processo de mobilização de saberes, raciocínios, interações, tomada de decisões, elaboração de estratégias e justificações dos alunos; b) ajudaram a aprimorar habilidades de negociação de significados, de estratégias, respeito mútuo e senso de colaboração entre eles, sendo essenciais ao proporcionar clareza aos conceitos matemáticos, permitindo que os estudantes construíssem argumentos, explicações, justificações, perguntas, exercer a escuta e se fazer entender no grupo; c). proporcionaram compreensão de conceitos matemáticos, reconhecendo erros e lacunas no pensamento, mantiveram o engajamento e a motivação dos alunos durante a resolução; d) promoveu interesse pela Matemática; e) fortaleceu a participação dos alunos nas discussões; e f) estimulou a autoconfiança e o desejo de aprender.

Palavras-chave: Comunicação; Parceria de coaprendizagem; Resolução de problemas; Ensino Médio.

ABSTRACT

This research has the objective of understand the communicative practices that arise from interactions between high school students during problem solving in the classroom, analyzing the impact of these practices on their mathematical learning. This research followed a qualitative methodological approach, with the research setting being a state public school in Pernambuco. The participants are from a group of math teachers from that school, who joined themselves in a co-learning partnership with the researcher to study and reflect on problem solving and its discourse-oriented approach. This approach is based on communicative practices that allow students to dialog about mathematical ideas, discuss them, create hypotheses, defend arguments and develop strategies autonomously. It challenges students to engage in an active process of constructing meaning, promoting reflective and collaborative dialogues around the resolution strategies adopted. Problem solving proved to be an efficient strategy for students to interact in groups, building the dialogues necessary for the emergence of communicative practices that favored mathematical learning through discussions between them. The co-learning partnership proved to be significant in guaranteeing the organization and implementation of the intervention, strengthening the conceptual understanding of problem solving among the teachers and enriching the dynamics of working with the students, as well as promoting collaboration and mutual support within the classroom. The dialogues built up by the students when solving problems showed communicative practices of argumentation, explanation, interpretation, justification, among others, which promoted mathematical discussions capable of making them understand and explore the problem, having autonomy in the decision-making process, think mathematically and build their own resolution strategies, being builders of their own learning. Mathematics teaching should encourage these dialogues in the classroom so that communication takes place, since exploration tasks, in which students need to conjecture, establish connections and reason mathematically, require a strong presence of communication. In secondary school, students are consolidating the teaching-learning processes developed throughout their school career and must apply this knowledge in future situations, especially in the world of work. The ability to communicate is key to achieving this mathematical learning, and students must be able to exchange mathematical ideas effectively with others. The results show that communicative practices: a) were significant in the process of mobilizing students knowledge, reasoning, interactions, decision-making, strategy development and justifications; b) helped improve skills in negotiating meanings, strategies, mutual respect and a sense of collaboration between them, and were essential in providing clarity to mathematical concepts, allowing students to construct arguments, explanations, justifications, questions, listen and make themselves understood in the group; c) provided understanding of mathematical concepts, recognizing mistakes and gaps in thinking, kept students engaged and motivated during the resolution; d) promoted interest in mathematics; e) strengthened the students participation in discussions; and f) stimulated self-confidence and the desire to learn.

Keywords: Communication; Co-learning partnership; Problem solving; High school.

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1	13
INTRODUÇÃO	13
1.1 Contextualização	13
1.2 O objetivo da pesquisa	21
1.3 Trajetória da pesquisadora	23
1.4 Estrutura da Tese	25
CAPÍTULO 2	27
2.1 Enquadramento teórico	27
CAPÍTULO 3	42
3.1 Comunicação na sala de aula de Matemática	42
3.2 A Comunicação no contexto das interações sociais	48
3.3 A comunicação construída na sala de aula por meio de diálogos	53
3.4 Reflexão sobre a prática comunicativa na sala de aula	61
CAPÍTULO 4	67
4.1 Práticas comunicativas na resolução de problemas no Ensino Médio	67
4.2 Comunicação na resolução de problemas para desenvolver aprendizagens matemáticas no Ensino Médio	72
4.3 A Resolução de problemas no contexto da sala de aula	77
4.4 A Resolução de problemas orientada discursivamente abordada no contexto colaborativo	81
CAPÍTULO 5	88
METODOLOGIA	88
5.1 Natureza da pesquisa e procedimento metodológico	89
5.2 Cenário da pesquisa	93
1º momento com os professores (Objetivo e formação da parceria de coaprendizagem	97
2º momento com os professores (problemas do questionário)	98
3º momento (discussão dos problemas do questionário)	101
4º momento com os professores (Discussão e resolução de problemas)	103
5º momento com os professores (Fundamentação e discussão acerca da abordagem discursiva da resolução de problemas)	104
6º momento com os professores (escolha do problema para compor a tarefa de intervenção)	105
7º momento com os professores (retomada das discussões e preparação para as intervenções ...	107
8º momento com os professores (organização da intervenção)	108
9º momento com os professores (intervenção na sala de aula - professora A)	110
10º momento com os professores (intervenção na sala de aula - professor B)	112
11º momento com os professores (discussão das intervenções - professores A e B)	113
12º momento com os professores (intervenção na sala de aula - professora C)	114
13º momento com os professores (discussão da intervenção realizada pela professora C)	116
14º Momento com os professores (reelaboração da tarefa)	117

15º Momento com os professores (intervenção com a tarefa reelaborada).....	118
16º Momento com os professores (Discussão da intervenção com a tarefa reelaborada e considerações sobre a parceria de coaprendizagem)	119
CAPÍTULO 6	122
DISCUSSÃO E ANÁLISE DE DADOS.....	122
6.1 Reflexões e contribuições do grupo de coaprendizagem para o desenvolvimento profissional do professor frente a resolução de problemas.....	122
1º momento (objetivo da pesquisa e formação da parceria de coaprendizagem)	123
2º momento (Discussão dos problemas do questionário)	125
3º e 4º momentos (Discussão e resolução de problemas).....	129
5º momento (Fundamentação e discussão da abordagem discursiva da resolução de problemas)	135
6º momento (Escolha do problema para a tarefa de intervenção)	139
7º e 8º momentos (organização da intervenção).....	141
9º, 10º e 11º momentos (Intervenções na sala de aula)	142
12º momento (Discussão das intervenções)	145
13º momento (reelaboração da tarefa).....	147
14º momento (intervenção com a tarefa reelaborada).....	149
15º momento (discussão da intervenção com a tarefa reelaborada e considerações sobre a parceria de coaprendizagem).....	150
6.2 Construções dialógicas dos alunos mediante intervenção na sala de aula	153
6.2.1. Primeiro ciclo de intervenção (professores A, B e C).....	153
6.2.2. Segundo ciclo de intervenção (tarefa reelaborada)	166
CAPÍTULO 7	173
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	173
REFERÊNCIAS	184
ANEXOS.....	191
Perguntas do Questionário (Google Forms).....	192
<i>Problemas de Matemática deixados pelos professores no questionário (Google forms)</i>	<i>193</i>

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Neste capítulo, são apresentadas a contextualização da pesquisa empreendida, bem como sua relevância para o processo de ensino-aprendizagem da Matemática, e as motivações para a sua realização. Ademais, são incluídos neste capítulo o objetivo da pesquisa, a respectiva questão de investigação e a apresentação da estrutura da presente tese.

1.1 Contextualização

Construir um pensamento investigativo a respeito da comunicação nas aulas de Matemática é um processo complexo que exige dedicação. Por ser um campo abrangente de pesquisa, seu reconhecimento como instrumento de ensino e aprendizagem está em constante discussão devido a elementos ainda não investigados e/ou refletidos, nas diferentes práticas dos professores. Segundo Ponte et al. (2007), é necessário estudar como se processa a comunicação no ensino-aprendizagem e quais oportunidades existem na sala de aula para que os alunos desenvolvam essa capacidade de modo eficaz, pois isso depende da forma como o professor regula e a promove.

A abordagem das práticas comunicativas que me disponho a investigar, refere-se às ações comunicativas que surgem a partir das interações dos alunos na sala de aula quando se envolvem na resolução de problemas matemáticos. Nesta tese, o que se pretende investigar é: *de que maneira práticas comunicativas evidenciadas nos diálogos dos alunos do Ensino Médio, durante a resolução de problemas, impactam suas aprendizagens?* Essa pergunta de pesquisa exige da autora o domínio de competências relacionadas ao tema e à necessidade de delimitações.

Para delimitação do escopo investigativo sobre comunicação, é necessário retomar diferentes percursos escolares e profissionais, cujas experiências ressaltam a importância de discutir as práticas comunicativas desenvolvidas em sala de aula. É importante explicitar que, ao tratar de comunicação, já se está aludindo a “um processo social onde os participantes interagem trocando informações e influenciando-se mutuamente” (Guerreiro, 2011, p. 90). Considerando o exposto, cabe pontuar que ao discutir o tema desta pesquisa, é essencial reconhecer a escrita acadêmica como estratégica, devendo ser objetiva e lógica para clarificar

as ideias sobre a temática e manter o foco no objetivo a que se destina.

Nesse sentido, a importância desta pesquisa reside nas práticas comunicativas que surgem das interações oral e escrita, presentes na sala de aula de Matemática por meio de diálogos. Defendo que essas práticas, associadas à resolução de problemas como uma abordagem de ensino-aprendizagem orientada discursivamente, podem contribuir para gerar oportunidades de aprendizagem matemática para alunos do Ensino Médio. Ao referir-me à abordagem de resolução de problemas orientada discursivamente, tomo como referência os estudos de Koichu (2018); Koichu e Pinto (2018); e Koichu (2019), que têm desenvolvido essa abordagem de ensino-aprendizagem da Matemática com professores em ambientes instrucionais¹ por meio de parcerias de coaprendizagem.

A abordagem de resolução de problemas orientada discursivamente confere a ideia de que, ao mesmo tempo em que os professores projetam e implementam essa abordagem com os alunos, eles refletem e investigam sua própria prática. Esse processo de implementação da perspectiva discursiva da resolução de problemas e a reflexão sobre a forma como é executada desencadeiam uma série de ações e procedimentos estratégicos e metodológicos, que começam com discussões na escola e se estendem até a intervenção em sala de aula. Pinto et al. (2021, p. 1085) afirmam que é importante envolver os professores em ciclos de pesquisas educacionais (...) e que procedimentos de pesquisa, dados e construtos servem como um recurso para a investigação do professor no contexto do desenvolvimento profissional.

Em relação ao envolvimento dos alunos no processo de resolução de problemas, Onuchic (1999, p. 203) defende a ideia de que os alunos devem ser sujeitos ativos no processo de resolução de problemas, o qual representa uma “coordenação complexa simultânea de vários níveis de atividade”. Na fundamentação teórica desta tese, tanto a resolução de problemas quanto a parceria de coaprendizagem serão tratadas com mais detalhes, assim como os encaminhamentos decorrentes do trabalho com os alunos.

Diante desse contexto, tem-se percebido, na literatura, um certo consenso entre professores e pesquisadores de que o recurso à comunicação desempenha um papel essencial nos processos de ensino-aprendizagem, especialmente em Matemática (Guerreiro; Menezes, 2010; Martinho, 2007; Guerreiro, 2011; Thomás Ferreira, 2018). Além disso, observa-se que há diferentes domínios nesse campo a serem explorados à luz do que outras investigações apresentam, sendo esta pesquisa complementada com questões que continuam abertas ou não suficientemente discutidas no contexto da comunicação.

¹ Em referência aos contextos de sala de aula.

É inegável o interesse que a comunidade de investigação em Educação Matemática tem manifestado na temática da comunicação matemática. Muitos tem sido os estudos desenvolvidos, a nível nacional e internacional, sobre a importância do desenvolvimento da capacidade de comunicação matemática desde cedo na vida escolar dos alunos, e enfatizando as suas várias vertentes (Tomás Ferreira 2018, p. 1).

Esse interesse tem se manifestado fortemente nos currículos vigentes em nosso país pautados em documentos como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018)², que destaca a comunicação como uma das competências fundamentais para o desenvolvimento do letramento matemático. A comunicação se torna um fator relevante para um ensino de Matemática baseado na compreensão de conceitos, ao valorizar o desenvolvimento de capacidades relacionadas à interação dialógica, construída por alunos e professores durante a realização de tarefas produtivas, como a resolução de problemas. Corroborando as ideias de Onuchic (1999, p. 204), a força da resolução de problemas requer um amplo repertório de conhecimento, não se restringindo às particularidades técnicas e aos conceitos, mas estendendo-se às relações entre eles e aos princípios fundamentais que os unifica.

Ao construírem reflexões e argumentos sobre problemas matemáticos, os alunos ampliam sua capacidade de participação nas discussões sobre ideias importantes da Matemática, como a lógica, dando sentido às suas aprendizagens. Promover esse contexto de discussão em sala de aula é papel fundamental do professor que deve também saber orquestrar os desacordos, os quais conseqüentemente surgirão das ideias dos alunos durante a interação. O professor deve explorar esses desacordos de modo a dar coerência às ideias e buscar o consenso, favorecendo assim o conhecimento matemático.

É crucial ter consciência de que “aspectos comunicativos específicos ou características linguísticas da conversação em sala de aula têm sido pouco explicitados na formação inicial de professores de Matemática ou, até mesmo, negligenciados” (Gellert et al., 2009). A comunicação está presente em diversos momentos da aula, sendo intrínseca ao ensino, pois abrange as relações interpessoais, a forma como alunos e professores ouvem e reagem aos estímulos que surgem das interações entre eles, bem como os pensamentos e ideias dos alunos expressos de forma oral ou escrita. Práticas comunicativas compreendidas nas discussões da sala de aula podem estimular os alunos na construção coletiva de conhecimentos e promover o

² Documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos das escolas públicas e privadas, devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica no Brasil.

raciocínio crítico.

Nesta tese, a expressão *práticas comunicativas* se refere a ações comunicativas que surgem a partir das interações na sala de aula, quando os alunos se envolvem na resolução de problemas matemáticos. De certa forma, essas ações comunicativas se materializam no diálogo que os alunos desenvolvem nas interações com os colegas e, conseqüentemente, com o professor durante a resolução dos problemas. Promover discussões matemáticas produtivas que permitam aos alunos expressar ideias e estratégias de resolução faz parte da estratégia utilizada pelo professor para facilitar a aprendizagem dos alunos.

Menezes et al. (2014) destacam algumas dessas ações comunicativas que, nesta tese, são tratadas como *práticas comunicativas*. Diversos autores têm estudado e considerado fundamental na prática do professor ações como explicar, questionar, ouvir e responder. Essas ações comunicativas encontram respaldo em outras pesquisas (Menezes, 1995; Guerreiro, 2011; Tomás Ferreira, 2005), cujos autores se debruçaram sobre o estudo da comunicação em abordagens teóricas variadas, considerando diferentes aspectos da atividade do professor na sala de aula. A resolução de problemas requer habilidades comunicativas, mas o foco desta tese é como as diversas práticas comunicativas impactam na aprendizagem dos alunos quando os professores valorizam essas práticas como elementos essenciais para o processo educativo.

Nesse sentido, procuro abordar as práticas comunicativas que surgem dos diálogos construídos pelos alunos na sala de aula durante a resolução de problemas. Nesse momento, o professor media os diálogos e as interações discentes, buscando evidenciar como essas práticas podem impactar a aprendizagem. A comunicação é entendida, nesta tese, como um conjunto de interações sociais em que os participantes trocam informações e se influenciam mutuamente (Guerreiro, 2011; Martinho, 2007), sendo considerada o elemento estrutural do processo de ensino-aprendizagem, pois permite que os alunos “estabeleçam conexões entre suas concepções e as novas aprendizagens” (Guerreiro, 2011, p. 90).

A resolução de problemas orientada discursivamente é uma abordagem de ensino da Matemática focada na comunicação e no diálogo, através dos quais as estratégias de resolução são discutidas e construídas de modo colaborativo por alunos e professores. Essa perspectiva de ensino pode representar para o professor uma maneira de “favorecer a compreensão do aluno, ajudando-o a progredir de modo desejável do ritual ao exploratório” (Koichu, 2019, p. 46) em um ambiente instrucional através da comunicação. Diante das potencialidades comunicativas dessa abordagem de resolução de problemas, me interessei por estudá-las e discuti-las, nesta tese, considerando a exploração do seu valor agregado para o ensino da Matemática.

Esse valor inclui as possibilidades de os alunos compreenderem significativamente

conceitos matemáticos quando discutem ideias e conhecimentos prévios no ambiente da sala de aula e a busca por um ensino efetivo da Matemática que requer reflexão e esforço contínuo na procura por aperfeiçoamento. Nesse contexto, os professores precisam ser eficientes. Para isso, precisam se empenhar em compreender os alunos no processo de aprendizagem, além de compreender a Matemática que ensinam para fazer uso de estratégias de ensino que favoreçam a reflexão e compreensão de conceitos matemáticos pelos alunos. Vale ressaltar que devem ser criteriosos na escolha e utilização de problemas que proporcionem essas reflexões e possam encorajar os alunos a questionar, explicar, justificar e argumentar de forma clara suas estratégias de resolução.

Assim, “o problema não pode ser tratado como um caso isolado. A matemática precisa ser ensinada como matemática e não como um acessório subordinado a seus campos de aplicação” (Onuchic, 1999, p. 204-205). A resolução de problemas deve contribuir para o ensino reflexivo e questionador da Matemática, pois os alunos aprendem através das experiências que o professor proporciona na sala de aula. A abordagem de práticas comunicativas, como perguntar, responder, explicar e argumentar na resolução de problemas, pode favorecer uma aprendizagem ativa e cooperativa de conceitos matemáticos.

Isso ocorre devido à possibilidade de troca de ideias e construção de diálogos interativos, o que pode promover aos alunos uma busca mais eficaz de soluções para o problema. Esses aspectos comunicativos – abordados na resolução de problemas – se configuram no desenrolar desta tese, especificamente no contexto da intervenção realizada com os alunos na sala de aula, os quais, ao resolverem problemas, dialogam entre si, evidenciando essas possíveis práticas comunicativas.

Percebo, mediante experiência profissional, que as atividades e estratégias utilizadas pelos professores na condução do ensino, quando centradas em exposições de tópicos de conteúdos e repetição de procedimentos de resolução pelos alunos, não parecem favorecer a perspectiva de um ensino da Matemática pautado na compreensão de conceitos. Compreendo que ambientes de discussão na sala de aula possam proporcionar mais espaço para a construção de saberes pelos alunos e que a comunicação pode fazer a diferença quando esses alunos pensam nos problemas e constroem suas próprias estratégias de resolução, baseando-se em seus conhecimentos prévios e nas aprendizagens advindas das discussões com os colegas e com o professor.

O que persigo é a valorização de uma abordagem de ensino na qual o aluno seja o centro do processo ensino-aprendizagem, e em que tarefas como a resolução de problemas, mediadas pelo diálogo na ação de resolver, possam promover conhecimentos matemáticos significativos.

Ressalto que “não se trata apenas de escolher uma tarefa interessante e proporcionar tempo aos alunos para que resolvam e apresentem uma solução” (Canavarro et al., 2014, p. 218), mas de permitir que os alunos desenvolvam um diálogo que favoreça o desenvolvimento de estratégias de resolução, tanto individual quanto coletiva, tendo por base experiências anteriores e as interações construídas por meio da comunicação, reconhecida nesta tese como elemento estruturante do ensino-aprendizagem.

A partir dessas reflexões e considerações, entendo que o aluno poderá interagir com o professor e com os demais colegas, avançando para um conhecimento novo, repleto de significados e com compreensão. Intrínseca a essa ideia está a prática do professor, cuja intervenção junto ao aluno, no processo de construção do conhecimento, é de extrema importância, o que me faz ter um interesse direto por intervenções com os alunos na sala de aula. Como pesquisadora, busquei na literatura produzida no campo da Educação Matemática aspectos que sustentem a viabilidade dessas intervenções para a aprendizagem dos alunos. Assim, em cada fase da aula em que a intervenção foi realizada, procuro descrever em detalhes os diálogos que os alunos constroem entre si enquanto discutem e resolvem o problema, e como o professor intervém junto aos alunos, fazendo-os pensar matematicamente, ao mesmo tempo em que reflete sobre o quanto essa ação de intervir promovendo reflexões, pode ser significativa para a construção de novos saberes matemáticos pelos alunos.

Ao referir-me à prática pedagógica do professor, corroboro com as ideias de Ponte e Chapman (2006), entendendo essa prática como as atividades que esse profissional realiza regularmente em sala de aula, as quais ajudam os alunos a desenvolverem conhecimentos matemáticos, considerando seu contexto de trabalho, seus significados e intenções pedagógicas. Para esses autores, o conhecimento dos professores não se limita a saber fatos, propriedades ou relações, mas inclui a capacidade de identificar e resolver problemas profissionais, bem como a de construir conhecimento.

A escolha deste tema está especificamente ligada à minha prática de sala de aula enquanto professora de Matemática do Ensino Médio, atuando desde 2006 na rede pública estadual de Pernambuco. Essa experiência com o ensino da Matemática me propicia vivenciar os desafios da sala de aula e compreender que a construção de conceitos matemáticos é mais significativa do que a mera repetição de procedimentos. Favorecer discussões sobre ideias matemáticas na sala de aula pode ajudar o professor a compreender o que o aluno sabe e a criar meios para ampliar esses saberes. Também, pode proporcionar aos alunos a oportunidade de construir argumentos sobre o que sabem e buscar conhecimento sobre o que não sabem, mediante perguntas e reflexões feitas em grupo. Entendo que a comunicação, nesse contexto,

representa um forte elemento de aprendizagem, sendo uma aliada importante na construção de saberes matemáticos.

Diante dessa necessidade, Koichu (2018) sugere uma conceituação discursivamente orientada da resolução de problemas matemáticos, na qual os diálogos ganham espaço, ajudando o aluno a pensar e interpretar melhor suas ideias para, depois, representar e elaborar estratégias de resolução. Apoio-me nessa perspectiva para desenvolver, junto a um grupo de professores de Matemática do Ensino Médio, momentos de discussão sobre a prática de resolução de problemas, buscando formas de implementar essa abordagem discursiva na sala de aula durante as intervenções realizadas pelos professores com os alunos. Ao ser desenvolvida pelos professores na sala de aula, a perspectiva discursiva da resolução de problemas, ao valorizar a comunicação, pode possibilitar que os alunos discutam e desenvolvam argumentos interativos, facilitando a construção de estratégias de resolução mediadas pelo diálogo.

Ademais, ressalto a pertinência de ensinar Matemática por intermédio da resolução de problemas, conforme defendida por Onuchic (1999, p. 207), que afirma: “ao se ensinar matemática através da resolução de problemas, os problemas são importantes não somente como um propósito para se aprender matemática, mas também como um primeiro passo para se fazer isso”. Essa concepção enfatiza a atuação do professor no processo de aprendizagem dos alunos e a intervenção que ele poderá realizar quando estes resolvem problemas matemáticos.

Ao abordar a resolução de problemas na sala de aula, o professor utiliza essa estratégia como um recurso didático que pode promover o diálogo entre os alunos e, consequentemente, ajudá-los a desenvolver estratégias de resolução. Nesse contexto, a autonomia concedida ao aluno para tomar decisões sobre essas resoluções é fundamental, permitindo que ele não dependa diretamente do professor. Contudo, essa autonomia não exige o professor de intervir no processo, estimulando os alunos a retomar conceitos, conjecturar e criar formas de resolução.

Apoiada nas ideias de Alrø e Skovsmose (2010, p. 13), que afirmam que o diálogo se refere a certas propriedades de uma interação, pretende-se, por meio das intervenções realizadas pelos professores na sala de aula, proporcionar aos alunos a oportunidade de explorar práticas comunicativas como justificar, explicar e argumentar, que podem favorecer a aprendizagem matemática. Essas práticas devem resultar das decisões pedagógicas tomadas pelos professores ao planejar suas aulas, definir objetivos de ensino e aprendizagem e promover discussões matemáticas na sala de aula. Entendo que a combinação de diálogo, interação e resolução de problemas dinamiza o processo ensino-aprendizagem, abrindo espaço para argumentos, questionamentos e reflexões interessantes por parte dos alunos, permitindo-lhes construir

conhecimentos matemáticos consistentes, baseados na compreensão.

A parceria de coaprendizagem estabelecida entre professores e pesquisadora para investigar a aprendizagem faz com que esses participantes da pesquisa “unam forças para investigar juntos e ajudar uns aos outros numa relação de crescimento mútuo, a fim de aprender algo novo e valioso sobre seus mundos e sobre eles mesmos” (Koichu e Pinto, 2018, p. 11). Essa parceria considera o professor parte integrante da pesquisa e não apenas um objeto dela. Nesse sentido, tende a favorecer o aumento da colaboração e o envolvimento significativo dos participantes na produção de conhecimento.

Ao estudarem juntos, professores e pesquisadora podem analisar e refletir sobre suas práticas e buscar desenvolver um ensino compreensivo da Matemática. “Nas parcerias de coaprendizagem, os objetivos, métodos e princípios de investigação são negociados abertamente para maximizar o aprendizado e os frutos desse aprendizado para ambos os lados” (Koichu e Pinto, 2018, p. 11). Essas ações conjuntas geram para a pesquisa dados importantes que, ao serem analisados, guiam a pesquisadora na resposta à sua questão de pesquisa.

Nessas parcerias de coaprendizagem, estabelece-se o comprometimento do grupo de professores em discutir a resolução de problemas e a perspectiva discursiva dela, para que, em seguida, os professores possam desenvolvê-la nas intervenções que farão na sala de aula com os alunos. A efetividade de discutir essa abordagem com os professores reside no fato de que a comunicação na resolução de problemas deve ser priorizada para que o aluno compreenda os conceitos matemáticos. Os diálogos devem ser incentivados pelo professor de modo a instigar a discussão matemática que valorize os argumentos e as conexões construídas pelos alunos ao resolverem problemas, sendo as interações um meio para promover esses diálogos.

As interações envolvem professores e alunos na discussão de ideias matemáticas e, conseqüentemente, na sistematização dessas ideias, quando explicam, justificam ou fazem perguntas uns aos outros na sala de aula. A tarefa, segundo Ponte (2005, p. 23), determina as oportunidades de aprendizagem que oferecemos aos alunos. Assim, é preciso que o professor defina os objetivos de aprendizagem para, em seguida, estabelecer o tipo de tarefa que pretende abordar. Como exemplo, temos a resolução de problemas, na qual os alunos podem refletir sobre a Matemática e experimentar o gosto pela descoberta, ou a realização de exercícios que permitam empregar procedimentos e fórmulas de resolução.

A tarefa de resolução de problemas elaborada pelo grupo de coaprendizagem servirá de aporte para as interações entre os alunos e para a construção de diálogos que evidenciem práticas comunicativas, como a pergunta, a explicação, a justificação e a interpretação, consideradas elementos de investigação, nesta tese. O desenrolar dessa parceria, os momentos

de discussão do grupo, a elaboração da tarefa e a realização das intervenções, bem como as reflexões resultantes desse processo, serão detalhadas mais adiante, em um capítulo específico.

Diante dessa perspectiva para o ensino da Matemática, opto por adotar os estudos de caso (Ponte, 2006; Yin, 2001) na abordagem qualitativa (Bicudo, 1993; Bogdan & Biklen, 1994; Denzin & Lincoln, 2005; Creswell & Poth, 2018), tendo em vista o interesse em investigar o processo pelo qual as práticas comunicativas surgem nos diálogos construídos pelos alunos na sala de aula. Esse processo decorre do desdobramento das ações planejadas pelo grupo de coaprendizagem para a produção de dados, em que a resolução de problemas dará suporte à construção dos diálogos entre os alunos na sala de aula. Essas ações se referem à parceria de coaprendizagem desenvolvida com o grupo de professores e a pesquisadora, ao momento de construção da tarefa de resolução de problemas que será utilizada pelos professores na realização das intervenções em sala de aula.

Esse desdobramento de ações envolve a descrição do contexto em que elas ocorrem, dos participantes do estudo, dos momentos de discussão e reflexão sobre a prática com os professores no grupo de coaprendizagem, do estudo da perspectiva discursiva da resolução de problemas e da intervenção realizada na sala de aula pelo grupo de professores. As ações se encerram quando o grupo de coaprendizagem analisa as contribuições dessa parceria para o desenvolvimento profissional do professor e os impactos trazidos pelas práticas comunicativas na aprendizagem matemática dos alunos quando resolvem problemas.

Nesse entendimento, almejo que as percepções trazidas nesta tese possam despertar em outros professores reflexões acerca do trabalho com resolução de problemas e comunicação, promovendo uma compreensão significativa de conceitos matemáticos pelos alunos. Nos resultados, procuro evidenciar maneiras pelas quais as práticas comunicativas desenvolvidas pelos alunos por meio de diálogos construídos nas interações da sala de aula impactaram suas aprendizagens matemáticas.

Essas considerações ampliam minhas indagações, pois a perspectiva de que o professor “tem a oportunidade de desenvolver competências de pesquisa por meio da problematização de situações rotineiras, podendo identificar padrões implícitos à prática e rotulá-los” (Koichu & Pinto, 2018, p. 9) fortalece minha concepção de resolução de problemas. Segundo Onuchic (1999, p. 207), o desenvolvimento de processos de alto nível deve ser promovido por meio de experiências em resolução de problemas. A experiência como sujeito da pesquisa pode tornar o professor e a pesquisadora mais reflexivos e conscientes sobre suas práticas docente.

1.2 O objetivo da pesquisa

Após refletir sobre o objeto de pesquisa, cujo foco é a comunicação desenvolvida pelos alunos por meio de diálogos interativos na sala de aula de Matemática e a perspectiva qualitativa desta pesquisa, estabeleci o seguinte objetivo: *compreender as práticas comunicativas que surgem das interações entre alunos do Ensino Médio durante a resolução de problemas na sala de aula, analisando o impacto dessas práticas nas aprendizagens matemáticas desses alunos.*

Compreender a complexidade e o dinamismo do ensino no contexto da sala de aula, reconhecendo a necessidade de processos contínuos de formação, é algo essencial no contexto educacional. Segundo Gatti (2017, p. 726), uma nova visão é necessária na seara educacional, assim como a construção de uma consciência mais crítica quanto às nossas ações formativas no campo da docência. Nesse processo, a parceria de coaprendizagem surge como uma oportunidade de criar ambientes de discussão e construção coletiva nas escolas, permitindo que os professores dialoguem e troquem experiências, minimizando a sensação de isolamento que os afeta. Ao construir momentos de reflexão sobre a resolução de problemas com o grupo de professores parceiros, para posteriormente desenvolver a proposta interventiva na sala de aula, reitero a necessidade de oportunizar ao professor a busca por formas de dinamizar o ensino, a partir das reflexões sobre sua prática e considerando o contexto educacional, com o objetivo de motivar e desenvolver o ensino e, assim, contribuir para a aprendizagem dos alunos.

O trabalho com o grupo de professores inicia com a parceria de coaprendizagem, na qual professores e pesquisadora discutem as perspectivas da resolução de problemas, com a comunicação sendo o foco do processo de ensino-aprendizagem. Segundo Koichu e Pinto (2018, p. 2), tanto os professores quanto os pesquisadores passam uma parte substancial do seu tempo envolvidos em várias formas de investigação sobre o ensino e a aprendizagem. Eles ouvem os alunos, examinam seus trabalhos e tentam avaliar o que os alunos sabem e como pensam. Apesar de considerarem a diferença existente entre a atividade do professor em sala de aula e a desenvolvida pelo pesquisador fora da sala de aula, os autores afirmam que ambos podem ser proficientes em suas respectivas comunidades de prática.

Trilhando esse caminho e buscando novas experiências, discuto com um grupo de professores, em uma parceria de coaprendizagem, a abordagem de resolução de problemas orientada discursivamente que, segundo Koichu (2018), tem o diálogo como elemento essencial para a construção e compreensão de conceitos matemáticos pelos alunos. Essa abordagem também oferece ao professor a oportunidade de criar ambientes de discussão na sala de aula, onde os alunos expressam suas ideias, ouvem as dos colegas e constroem novas aprendizagens de forma coletiva.

A implementação da perspectiva discursiva da resolução de problemas na sala de aula

busca favorecer momentos de discussão coletiva e interação entre os alunos, para que possam discutir ideias importantes da Matemática. É fundamental considerar e manter o foco nos aspectos relacionados à vida profissional dos professores, como a relação que eles têm com a Matemática, suas práticas de ensino e o diálogo que estabelecem com os alunos durante a resolução de problemas.

A comunicação não pode ser vista apenas como uma ferramenta para chegar à solução de um problema, mas como um processo educativo de construção de saberes, no qual as habilidades cognitivas, sociais e emocionais são fundamentais e permeiam o conhecimento. Ao adentrar no contexto da sala de aula e buscar desenvolver diálogos com os alunos, desafios podem surgir, exigindo do professor um direcionamento consistente em relação aos objetivos propostos para o ensino-aprendizagem, com foco na necessidade de aprendizagem dos alunos.

Nessa intenção, deve-se considerar as experiências sociais, emocionais e de conhecimento que os professores possuem e ajudá-los a avançar em suas expectativas. Para os alunos, isso pode representar experiências que geram novos conhecimentos repletos de significado. O professor desempenha um papel fundamental nessa ação, atuando como mediador entre as experiências que o aluno já possui e aquelas que ele poderá adquirir durante seu percurso escolar. Compreendo que as práticas comunicativas, evidenciadas e desenvolvidas na resolução de problemas matemáticos, podem favorecer a construção dos significados de aprendizagem necessários para promover esses avanços.

O interesse e a curiosidade revelados, nesta tese, sobre a construção do conhecimento matemático por meio da comunicação e da resolução discursiva de problemas não surgem por acaso. Eles decorrem de experiências documentadas na literatura por pesquisadores e educadores matemáticos dedicados a essa prática ao redor do mundo. A partir desses estudos, é possível compreender a importância de investigar a comunicação desenvolvida nas interações em sala de aula, a resolução de problemas e a reflexão dos professores sobre sua prática.

1.3 Trajetória da pesquisadora

Não sei ao certo quando meu gosto pela Matemática começou, mas posso afirmar que tive muita dificuldade em aprender seus conceitos nos primeiros anos de escolaridade. Essa dificuldade se acentuou até os últimos anos do Ensino Fundamental, quando a Álgebra e a Geometria se tornaram extremamente complexas. Naquela época, o ensino era baseado na memorização e repetição de procedimentos, sem estabelecer qualquer relação com o conhecimento prévio do aluno ou com as realidades sociais. Realizei todo o meu ensino básico

em escola pública, onde não tínhamos livros, a abstração dos conceitos era excessiva, os professores eram autoritários e a avaliação era punitiva. No entanto, foram as dificuldades e os desafios impostos pela Matemática que me levaram a optar por um curso superior na área.

Os anos de licenciatura me proporcionaram experiências ricas. Estudávamos conceitos e também praticávamos esses conceitos em estágios e seminários, feiras de conhecimentos e apresentações com materiais lúdicos, o que me fez perceber que ensinar e aprender Matemática poderia ser prazeroso. A escolha pela profissão de professora foi influenciada por muitos outros professores que tive e pelas experiências que vivi durante o magistério e a licenciatura.

Os estudos nunca foram uma obrigação para mim, mas uma satisfação. Depois, prestei concurso e, aprovada, comecei a lecionar em uma escola rural, alfabetizando crianças do Ensino Fundamental I. Essa atividade me levou à Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), onde iniciei meu curso de especialização em avaliação educacional em Matemática. Durante esse período, conheci a Didática da Matemática, a Engenharia Didática, os processos de avaliação e as práticas de ensino da Matemática que eram, para mim, algo distante e, sinceramente, eu nem sabia que existiam. Foi durante este curso que conheci a Educação Matemática, fundamentada nas teorias da aprendizagem e no conhecimento multicultural. Ela propunha um ensino baseado em práticas que fortalecem e efetivam o aprendizado do aluno.

Diante deste contexto, uma série de reflexões surgiu a partir das minhas experiências com a prática docente. A cada disciplina cursada, percebia que ensinar cálculos e fórmulas para meus alunos não era suficiente para que eles aprendessem ou se interessassem pela Matemática. Senti que era necessário um redirecionamento na prática docente, mas ainda não sabia como. Percebi a necessidade de interagir com meus alunos em sala de aula, ouvir o que pensavam sobre a Matemática e buscar neles os conhecimentos adquiridos de suas experiências sociais e escolares. Assim, comecei a perceber que nem sempre o discurso e a linguagem que eu utilizava ao discutir conceitos e ideias matemáticas eram compreendidos pelos alunos.

Nessa época, já havia me tornado professora de Matemática do Ensino Médio, e o interesse pela comunicação surgiu da percepção das interações que eu mantinha com os alunos e nas formações com os professores. As mudanças ocorridas na sociedade, impactadas pela tecnologia, tornaram a informação cada vez mais rápida e global. O ensino da Matemática também sofreu e continua sofrendo mudanças constantes, avançando de um modelo baseado na memorização e repetição para um ensino pautado na compreensão e nas interações sociais.

Nesta proposta, a comunicação ganha destaque na discussão em sala de aula, sendo considerada promissora para a construção do conhecimento matemático. Diante disso, propus-me a estudar a importância da comunicação para o ensino da Matemática. Busquei me

familiarizar com a literatura por meio de autores portugueses que já trabalhavam essa perspectiva metodológica há algum tempo. Essas leituras, juntamente com a prática em sala de aula, motivam-me cada vez mais, pois percebo o quanto a comunicação é significativa para a estruturação do processo de ensino-aprendizagem. Como afirmam Martinho e Ponte (2005, p. 1), o professor desempenha um papel dominante na estruturação do discurso produzido na aula e, em geral, no processo comunicativo, sendo um elemento importante nesse contexto, considerando o tipo de pergunta que faz.

Todos esses aspectos relacionados às práticas comunicativas me levaram ao desenvolvimento desta pesquisa e à consideração da relevância da comunicação para uma aprendizagem significativa da Matemática, tendo em vista como ela pode conduzir à construção de um conhecimento novo no processo de ensino. Entendo que o envolvimento do aluno tanto nas tarefas de resolução de problemas quanto no diálogo com o professor e os demais colegas proporciona uma dinâmica de aprendizagem prazerosa e interativa. Concordo com Vale e Barbosa (2018, p. 3), os quais afirmam que alunos que se movimentam durante as aulas podem aprender de forma mais eficaz do que aqueles que estão em salas de aula tipicamente sedentárias.

Além do movimento, da manipulação e da experimentação, entendo que o aluno deve ter a oportunidade de falar sobre o que está aprendendo e escrever sobre isso, relacionando as novas aprendizagens com experiências prévias e aplicando-as no dia a dia. As experiências que vivencio como professora do Ensino Médio têm me ajudado a refletir sobre as dificuldades em criar espaços de discussão na sala de aula e a buscar soluções que evidenciem a comunicação como um elemento fundamental para a aprendizagem dos alunos.

1.4 Estrutura da Tese

Além da contextualização apresentada e do objetivo da pesquisa, o capítulo 2, intitulado *Enquadramento Teórico*, aborda pesquisas e investigações relacionadas à comunicação. Nesse capítulo, são referenciados estudos e pesquisas anteriores que delineiam a temática da pesquisa com base nos conhecimentos e investigações previamente desenvolvidos.

Ao tratar da comunicação, no Capítulo 3, abordo aspectos que evidenciam essa prática em sala de aula, bem como seu fenômeno social e o tratamento dado à comunicação nas aulas de Matemática, que continua a emergir e evoluir.

O Capítulo 4 aborda a comunicação na resolução de problemas, apresentada sob uma perspectiva discursiva, que surge para apoiar os processos de ensino-aprendizagem e a

construção de conhecimentos matemáticos por meio de diálogos.

A *Metodologia de pesquisa e os procedimentos metodológicos* são discutidos no capítulo 5, ao apresentar os modos de produção e de análise dos dados, bem como suas fontes, e a descrição dos participantes e da escola, objeto da pesquisa.

No capítulo intitulado *Análise e discussão dos dados*, são evidenciados e discutidos os resultados da pesquisa, dividido em duas categorias: a primeira traz as discussões realizadas com os professores no grupo colaborativo de coaprendizagem; a segunda, refere-se à intervenção realizada na sala de aula com os alunos.

Nas *Considerações Finais*, as conclusões referentes a este estudo são registradas, assim como possibilidades de estudos futuros.

No capítulo seguinte, apresento um levantamento de estudos e pesquisas que abordam temas relacionados à comunicação, destacando os elementos pesquisados e consolidados sobre o tema, bem como aqueles que merecem ser aprofundados, discutidos ou que se evidenciam no contexto da sala de aula.

CAPÍTULO 2

Neste capítulo, busco situar a pesquisa no contexto da literatura analisada, fazendo um recorte cronológico de pesquisas desenvolvidas por outros autores sobre a comunicação, com atenção especial àquelas que ocorrem na sala de aula de Matemática.

2.1 Enquadramento teórico

Para delinear e reforçar um estudo sobre um tema, é necessário identificar e reconhecer o campo em que o objeto está inserido, considerando vieses que completem ou contestem ideias advindas de outros pesquisadores. Esse contexto de pertinência busca circunscrever o tema que se pretende investigar, considerando pesquisas previamente desenvolvidas. De forma objetiva, esta pesquisa se entrelaça com estudos realizados por Menezes (1995), Almeida (2007), Martinho (2007) e Guerreiro (2011) que, há décadas, vêm desenvolvendo pesquisas sobre a relevância da comunicação para o ensino e a aprendizagem da Matemática.

Ao adentrar na literatura, percebo a relevância da temática no campo da Educação Matemática e como diversos autores investigam a comunicação em diferentes perspectivas, não apenas na sala de aula. Contudo, sendo esse meu interesse de pesquisa, referencio estudos e pesquisas voltados à temática para evidenciar suas implicações para o ensino e a aprendizagem. Essa proximidade com pesquisadores por meio da literatura me faz perceber que a temática da comunicação não tem passado despercebida por estudiosos que, por décadas, vêm desenvolvendo possibilidades e conjecturas sobre como utilizá-la em prol do ensino e da aprendizagem em variados contextos. Também, facilita o conhecimento sobre o que atualmente se discute a respeito dessa temática e quais questões precisam ser aprofundadas ou levantadas para que a comunicação seja cada vez mais entendida como instrumento de aprendizagem da Matemática.

O cuidado de quem se propõe a realizar uma pesquisa deve se voltar para o consenso existente sobre a temática, embasado pela literatura, para que novas contribuições possam abrir caminhos para estudos futuros ou explorar percursos correntes. Diante disso, conhecer o que tem sido mais ou menos importante para pesquisadores e professores sobre o tema, especificamente no contexto delimitado pelo pesquisador — que é a sala de aula — é significativo, pois ajuda a “aprofundar teoricamente o conhecimento sobre o problema” (Araújo e Borralho, 2019, p. 98). Esse entendimento é necessário, visto que possíveis contribuições podem enriquecer e provocar novas discussões em relação ao conhecimento previamente

construído. Nessa ação, um breve resumo de teses e dissertações publicadas no Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior³ (CAPES), na Plataforma Sucupira⁴, e em artigos publicados em revistas e periódicos nacionais e internacionais nas últimas duas décadas me ajudaram a delimitar esse caminho.

É importante ressaltar que o critério de escolha desse material se deu pela relevância do tema voltado para a comunicação, especificamente na sala de aula de Matemática, na perspectiva do ensino compreensivo da Matemática. De acordo com a literatura pesquisada, há poucos trabalhos acadêmicos que se apoiam nessa temática específica da comunicação, principalmente no Brasil, sendo, em sua maioria, oriundos de pesquisas internacionais. Considerando esse fato, entendo que esta tese pode ser significativa no campo do ensino da Matemática, por buscar trazer considerações que ajudem a mudar esse cenário em nosso país.

Percebo que despertar o interesse para o tema pode ser convidativo a outros pesquisadores, e que perspectivas aprimoradas sobre o ensino da Matemática possam causar mudanças efetivas na sala de aula. Persigo esse objetivo e, diante dessa necessidade, apoio-me nesse recorte literário, buscando situar minha questão de pesquisa no contexto estudado. Ao apresentar tais pesquisas, destaco considerações que seus autores desenvolveram ou desenvolvem sobre a comunicação e reflito sobre a relação que possuem com meu tema de investigação.

Na literatura, é possível perceber que muitos trabalhos foram realizados sobre a temática da comunicação. Ao mergulhar nesse universo de busca e entrar em contato direto com a literatura, esse fato se torna ainda mais evidente. Em sua maioria, as pesquisas referentes à comunicação aparecem em outros contextos que não o da sala de aula, como a comunicação no campo da avaliação formativa, das tecnologias, do uso de ferramentas digitais, da linguagem matemática, das concepções dos professores e do raciocínio matemático, entre outros.

Constata-se, ao observar o que foi publicado sobre a temática, que esse campo de estudo é vasto e que seu ensino pode ser explorado nas mais variadas áreas de conhecimento. Contudo, sendo um forte elemento para o ensino, ainda necessita de atenção para ser utilizado como instrumento de aprendizagem. No Brasil, esse quadro vem se delineando lentamente, enquanto em âmbito internacional há muito se discute e se vivencia essa prática de maneira ampla e consistente. Esta pesquisa almeja estreitar as fronteiras e se inserir nesse campo de discussão,

³ É uma fundação vinculada ao Ministério da Educação do Brasil que atua na expansão e consolidação da pós-graduação *stricto sensu* em todos os Estados brasileiros.

⁴ Ferramenta de atualização e compartilhamento de informações acadêmicas da CAPES para acompanhar avaliações periódicas sobre os dados dos programas de pós-graduações existentes no País.

por acreditar que práticas comunicativas oportunizam aprendizagens matemáticas significativas.

A BNCC apresenta a capacidade de comunicar e argumentar matematicamente, como competências essenciais ao letramento matemático⁵ e destaca a resolução de problemas como um dos processos matemáticos potencialmente ricos para o desenvolvimento dessas competências e habilidades além de contribuir para o pensamento computacional. Assim, percebo que abordar questões relacionadas à comunicação na resolução de problemas é algo desafiador, mas eficaz para o ensino da Matemática, visto que essa abordagem envolve os alunos de maneira ativa, estimula o pensamento crítico e promove compreensões mais aprofundadas de conceitos matemáticos.

Sendo a resolução de problemas uma perspectiva que, “ao mesmo tempo, é objeto e estratégia para a aprendizagem” (Brasil, 2018, p. 266), posso enfatizar seu papel central como meio para aprender e aplicar esses conceitos matemáticos em contextos do mundo real. Dessa forma, dedicar um considerável período a conhecer e explorar a temática da comunicação em outras pesquisas me ajudou a firmar objetivos mais claros em relação a ela, bem como a delinear minha questão investigativa. Ao tratar da temática da comunicação, que se desenvolve por meio de diálogos interativos no contexto da sala de aula de Matemática, é natural que ocorra um refinamento por parte do pesquisador e que informações de seu interesse emergjam, compondo seu objeto de pesquisa.

Essa elucidação oferece diretrizes a teses, dissertações e artigos que ajudam o pesquisador situar-se no contexto investigativo e a buscar elementos que agreguem contribuições à temática alvo de sua investigação. Assim, destaco alguns trabalhos que, sendo ou não fonte ou referenciais para esta pesquisa, mostram-se relevantes para contribuir com um ensino da Matemática pautado na comunicação como elemento propulsor do processo de ensino-aprendizagem.

De forma objetiva, saliento a tese de Martinho (2007) que estuda a comunicação na sala de aula de Matemática e o papel do professor, nesse processo, desenvolve em um projeto de investigação colaborativa sobre essa prática. A autora busca caracterizar diferentes padrões de interação presentes na construção de uma comunidade matemática e o papel do professor. O

⁵ Segundo a Matriz do Pisa 2012, o “letramento matemático é a capacidade individual de formular, empregar e interpretar a matemática em uma variedade de contextos. Isso inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas para descrever, explicar e prever fenômenos. Isso auxilia os indivíduos a reconhecer o papel que a matemática exerce no mundo e para que cidadãos construtivos, engajados e reflexivos possam fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões necessárias”. Disponível em: https://download.inep.gov.br/acoes_internacionais/pisa/marcos_referenciais/2013/matriz_avaliacao_matematica.pdf. Acesso em: 23 mar. 2023.

trabalho colaborativo é abordado como oportunidade de investigar a prática comunicativa. Por meio de uma investigação baseada em estudos de caso, foram realizadas análise de aulas, reuniões de trabalho do projeto colaborativo e entrevistas semiestruturadas, ações desenvolvidas ao longo de um ano e meio de pesquisa de campo.

Os resultados mostram as concepções e práticas dos professores em relação à comunicação e às potencialidades da colaboração na evolução dessas práticas. O estudo revela ainda que os professores, ao reanализarem suas aulas e refletirem sobre suas práticas comunicativas, perceberam que o uso da comunicação como elemento de aprendizagem estava longe de ser efetivo. No entanto, essa realidade começa a mudar ao longo do projeto colaborativo, graças à tomada de consciência dos professores sobre o que caracteriza uma prática de comunicação.

Diante disso, os objetivos e preocupações do grupo foram refinados e negociados, e, por meio da colaboração, foi possível identificar dificuldades inerentes à prática e construir formas de superação. Por fim, a pesquisa indica que o projeto colaborativo ajudou os professores a superar a sensação de isolamento, aumentando a autoconfiança do grupo e a capacidade de reflexão crítica sobre si mesmos e sobre a profissão de professor.

Almeida (2011) investiga como reagem os alunos de uma turma do 3º ano do Ensino Fundamental ao serem desafiados a formular perguntas e transformar seus contextos em problemas. Os contextos fornecidos como estímulo consistem em situações apresentadas na forma de texto, com informação suficiente para que se constituam problemas matemáticos por meio de uma ou várias perguntas. Através de uma metodologia qualitativa, buscou-se observar a adequação das perguntas dos alunos ao contexto apresentado e, por outro lado, sua compreensão da situação por meio da relação entre a pergunta formulada e a resposta dada. Dado o ambiente de avaliação em que os alunos se encontravam, o interesse da autora foi analisar as produções dos alunos realizadas em um contexto formal de resolução individual de uma prova escrita.

A discussão do estudo foca na adequação das perguntas dos alunos ao contexto da situação fornecida e suas competências para as resolvê-las. O conteúdo das situações envolvia relações multiplicativas. Os alunos foram convidados a responder a perguntas formuladas por eles mesmos em um ambiente de avaliação. Os resultados mostram que, estimulados a formular problemas em determinados contextos, os alunos são capazes, por um lado, de invocar conceitos e procedimentos para os quais ainda não estão preparados e, por outro, demonstrar domínio de conceitos e procedimentos inesperados. A autora reconhece que sua investigação merecia um estudo mais aprofundado para entender melhor como os alunos reagem à tarefa e suas

interpretações, algo que seria mais facilmente alcançado por meio de um estudo de caso com um número menor de alunos, no qual se pudesse recorrer a entrevistas.

Percebe-se, nas questões discutidas por esses autores, que o papel do professor no desenvolvimento de processos comunicativos na sala de aula é fundamental para a aprendizagem dos alunos. É importante reconhecer esse papel e as práticas que o configuram, além de se relacionar com suas concepções e experiências de ensino. Ao promover atividades que gerem práticas comunicativas, o professor deve compreender em que estágio de aprendizagem o aluno se encontra, a fim de realizar intervenções adequadas. Essas pesquisas apresentam pontos em comum que se relacionam ao meu interesse de estudo, pois promovem a comunicação no contexto da sala de aula. Entretanto, recorro à primeira pesquisa como fonte inspiradora para a construção de um processo comunicativo centrado nas interações em sala de aula.

Guerreiro (2011) analisa a comunicação no ensino-aprendizagem da matemática, focando na evolução das concepções e práticas de comunicação de professores do 1.º ciclo do ensino básico, no contexto de um trabalho colaborativo que enfatiza a reflexão sobre as práticas de comunicação em sala de aula. O autor considera a comunicação como uma interação social e adota uma metodologia qualitativa, utilizando o paradigma interpretativo no design de estudo de caso, que envolve uma vertente colaborativa entre o investigador e três professoras do 1.º ciclo. A pesquisa de campo foi estruturada em torno de inquirições por meio de entrevistas semiestruturadas, além de encontros individuais, observações e participação nas aulas, com foco na comunicação, colaboração em encontros de trabalho com as professoras participantes e reflexão sobre suas práticas comunicativas.

Os resultados desse estudo indicaram mudanças nas concepções das professoras participantes sobre a comunicação matemática, destacando o reconhecimento da partilha comunicativa como fator determinante para a aprendizagem da matemática. O fortalecimento das interações entre os alunos gera uma comunicação reflexiva e instrutiva, promovendo a centralidade das aprendizagens nos processos comunicativos e no conhecimento partilhado entre alunos e professores. A consideração da singularidade dos conhecimentos dos alunos altera o foco das interações, reforçando a real inquirição deles e a negociação dos significados matemáticos. A reflexão sobre as práticas de comunicação, apoiada pelo direcionamento das aulas e pelo olhar crítico do investigador, em um clima de confiança, desencadeou questionamentos sobre as práticas dos professores em sala de aula e sobre o conhecimento profissional.

Hoffman (2012) discute a compreensão dos professores sobre a aprendizagem dos

alunos ao trabalhar com diferentes formas de comunicação. A autora considera como formas de comunicação a oralidade, leitura, escrita e outras representações pictóricas ou icônicas que contribuem para a aprendizagem matemática. A produção de dados ocorreu em três escolas, com três professores e três turmas, sendo 4º, 5º e 6º ano do ensino fundamental, utilizando a metodologia da pesquisa-ação. Os experimentos de ensino foram desenvolvidos em 98 encontros, que incluíram momentos de conversas e planejamento com os professores, além de observações das aulas regidas por eles, e vice-versa. Essa dinâmica de ensino ocorria após cada observação de aula, com as tarefas planejadas em grupo, respeitando as diversidades de cada escola.

Entre as tarefas planejadas, ressalta-se a leitura de textos de gêneros diversos (poemas, texto jornalístico, cartas) que foram utilizados para elaborar e resolver problemas, com foco nas operações básicas, principalmente multiplicação e divisão. Os resultados mostram que a elaboração e resolução de problemas oferece oportunidades ricas para o trabalho com leitura, escrita e oralidade, desde que haja interações entre alunos e professor, e que os alunos se sintam parte do processo de aprendizagem. As leituras ajudam na compreensão dos problemas, favorecendo ainda o trabalho interdisciplinar. Ao falar ou escrever sobre conceitos matemáticos em diferentes gêneros discursivos, os alunos aprofundam seu conhecimento matemático, o professor pode perceber, nas produções escritas, sentimentos e necessidades de aprendizagem e ambos podem ressignificar crenças em relação ao ensino e à aprendizagem matemática.

Miguel (2012) visa caracterizar o discurso do professor durante os momentos de discussão coletiva nas aulas de Matemática. O conteúdo abordado envolve planejamento estatístico, especificamente o tema da organização e tratamento de dados, desenvolvido pela própria pesquisadora, que analisa seu discurso durante a regência de oito aulas de noventa minutos cada, em uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental. Com esta investigação, a pesquisadora busca se conhecer melhor enquanto docente e estimular a preocupação de outros professores sobre essa questão, incentivando-os a analisar, adaptar e melhorar sua prática diariamente. Seu planejamento se baseou nas seguintes questões: Que tipo de intervenções realizei durante os momentos de discussão coletiva? Quais os principais enfoques das minhas intervenções? Quais as limitações/dificuldades que percebo em meu discurso durante os momentos de discussão coletiva? Como evoluem? Existe alguma relação entre o discurso produzido pelo professor e o objetivo da discussão coletiva? Que particularidades emergem?

A metodologia desta pesquisa segue uma abordagem interpretativa, utilizando dados quantitativos, contabilizando as intervenções dos vários participantes, e qualitativos, analisando diferentes dimensões do discurso: dinâmica, foco, tipo de intervenção e significado. As

questões centram-se essencialmente nas intervenções da pesquisadora, sem uma preocupação paralela com seu efeito nas intervenções dos alunos. Os resultados evidenciam um discurso substancialmente apoiado em intervenções do tipo questão, seguida de resposta. O principal significado das questões formuladas é o pedido de resultado, enquanto o das respostas dadas é a repetição. A conclusão realça que o discurso da professora se enquadra na comunicação contributiva, evidenciando progressos na transição para a comunicação reflexiva.

Observando a evolução desses trabalhos e suas abordagens teóricas, identifico semelhanças nas perspectivas dos autores em relação à comunicação. A preocupação de Guerreiro (2011) com a comunicação desenvolvida nas interações sociais e de modo colaborativo me faz refletir sobre o quanto é possível perceber práticas comunicativas no contexto dessas interações. Considero que o processo investigativo é capaz de construir relações de aprendizagem fundamentais para a tomada de decisões do professor em relação às tarefas que propõe aos alunos. Suas perspectivas de aprendizagem devem estar em consonância com as dos alunos, para que estes se sintam parte de um discurso que instigue a curiosidade e busque respostas que esclareçam suas dúvidas, podendo favorecer a construção de novos conhecimentos.

A dissertação de Amorim (2019) versa sobre a comunicação em aulas de Matemática em um contexto de investigação e resolução de problemas. O objetivo é analisar, compreender e narrar a comunicação em aulas de Matemática e a relação com os papéis de alunos e professores nesse contexto. De forma específica, o foco da análise está nos seguintes aspectos: de que forma os alunos expressam ideias e as argumentam no processo de investigação matemática; a relação entre elementos da comunicação e a postura de alunos e professor; e a análise de como a comunicação pode ou não caracterizar a dinâmica das aulas. Sendo uma pesquisa narrativa, os dados foram recolhidos a partir de diários de campo, gravações de áudio em uma turma de sexto ano do Ensino Fundamental e o memorial do professor, que também é objeto da pesquisa. As análises de duas narrativas da sala de aula trazem como produto aspectos relacionais da teoria e da prática comunicativa desenvolvida na sala de aula.

A primeira narrativa parte de uma tarefa de resolução de problemas que permite mais de uma resposta, criando um ambiente propício para discutir a ruptura do paradigma de que em Matemática sempre existe uma única resposta correta, a qual, segundo o autor, revela o absolutismo burocrático presente nas aulas de Matemática. O foco dessa narrativa é desvendar a perspectiva comunicativa de professor e alunos, por meio da fala dos alunos e da intervenção do professor. Na segunda narrativa, o professor conta uma história como tentativa de impulsionar a investigação, convidando os alunos a criar estratégias, levantar hipóteses e

construir argumentos. Em seguida, o professor assume a responsabilidade pelo desenvolvimento da aula, lançando uma estratégia de solução. Com essa ação, fica perceptível que os alunos perdem o interesse pela tarefa e começam a ficar dispersos. O autor conclui que, mesmo em ambientes propícios à investigação, há uma intenção do professor em direcionar o aluno, mostrando que apesar de utilizar tarefas desafiadoras, as manifestações absolutistas ainda persistem.

Salgado (2021), em sua dissertação, busca compreender as ações comunicativas estabelecidas quando uma professora-pesquisadora convida seus alunos a participarem de um cenário de investigação com foco na Educação Financeira. Em seu olhar, esse cenário abre oportunidades para estabelecer novas formas de comunicação em sala de aula. A pesquisa é de natureza qualitativa e investiga a prática da professora-pesquisadora em sala de aula, analisando os atos de comunicação durante o desenvolvimento do cenário e como suas intervenções comunicativas repercutem nas explorações matemáticas dos alunos, além de identificar aprendizagens docentes situadas no processo investigativo de análise das ações comunicativas.

O cenário de investigação analisado foi planejado em conjunto com um grupo colaborativo, formado por cinco professores, do qual a pesquisadora fazia parte, intitulado “Grupo de Sábado⁶”. Esse grupo se comprometeu a realizar reuniões semanais para planejar tarefas com o potencial de se tornar um cenário para investigação, baseado em situações e dados reais que potencializassem aspectos importantes da Educação Financeira, como a tomada de decisões e o cálculo de juros compostos. As reuniões ocorreram *online*, via *Hangouts*⁷, durante um período de três meses antes da implementação em sala de aula. Os dados coletados incluíram produções escritas dos alunos, gravações em áudio e vídeo do desenvolvimento do cenário investigativo e o diário de campo da professora.

Os episódios analisados foram selecionados com o objetivo de priorizar diálogos nos quais a professora e os alunos negociavam noções e procedimentos matemáticos. A análise permitiu identificar cinco fases da comunicação durante a implementação do cenário, destacando os desafios enfrentados pela professora. Os resultados revelam a importância de dar voz ao aluno, de conhecer suas perspectivas e de possibilitar a negociação de significados matemáticos. Ademais, evidenciam que cenários de investigação focados na educação financeira constituem terrenos férteis para estabelecer diálogos entre a matemática e a vida,

⁶ Grupo de estudo da FE/UNICAMP que reunia quinzenalmente professores e pesquisadores para compartilhar, discutir, estudar, investigar e escrever sobre a prática pedagógica em Matemática em ambientes colaborativos. Coordenado por Dario Fiorentini na Universidade de Campinas – SP.

⁷ Aplicativo do Google que serve para troca de mensagens de textos, áudios, vídeos e envio de fotos e emoticons. <https://hangouts.google.com/>.

para além do contexto da sala de aula.

Observando essa pesquisa, percebo que estimular a participação verbal oral e escrita dos alunos em sala de aula é essencial para o professor que valoriza as ideias dos alunos e os incentiva a argumentar e defender suas posições ao longo da resolução de problemas matemáticos. Ensinar Matemática de forma que o aluno compreenda e atribua significado ao que está sendo estudado, pode favorecer essas ações, pois abre espaço para a discussão dentro do processo de aprendizagem. Assim, a sala de aula se torna um espaço de múltiplas vozes, não apenas a do professor. A dinâmica da aula passa a ser construída com base nas interações e na comunicação entre professor e alunos, bem como entre os próprios alunos. As narrativas de Amorim (2019) e a criação de cenários investigativos de Salgado (2021) não se relacionam diretamente com o meu campo de investigação, mas promovem oportunidades de comunicação em outros contextos matemáticos.

Ao analisar os artigos publicados nas últimas décadas sobre o tema “comunicação na sala de aula de Matemática”, identifiquei uma quantidade significativa de estudos sobre essa temática. Dentre eles, selecionei alguns que melhor representam ou relacionam pontos pertinentes à minha pesquisa, considerando sua relevância para a minha considerável investigação. O artigo de Martinho e Ponte (2005) é um exemplo relevante, pois destaca o desenvolvimento profissional do professor de Matemática em relação às práticas, concepções e conhecimentos sobre a comunicação em sala de aula. Trata-se de um estudo investigativo sobre a prática do professor por meio de um projeto colaborativo, desenvolvido com duas professoras de Matemática do Ensino Fundamental, que tem como objetivo refletir sobre as práticas de comunicação matemática que desenvolvem na sala de aula por meio da análise de aulas.

Em outro artigo, Martinho e Ponte (2009) retomam a temática comunicação, desta vez sob a perspectiva dos movimentos de reforma curricular, focando nas interações e na negociação de significados na sala de aula de Matemática. Esse estudo foi conduzido por meio de um projeto colaborativo com três professores dos anos iniciais do Ensino Fundamental, os quais refletiram sobre suas práticas e concepções acerca da comunicação enquanto processo de socialização no contexto do ensino-aprendizagem.

Fonseca (2009) aborda a comunicação como uma parte essencial das aulas de Matemática, considerando a partilha de ideias como um fator que contribui para o desenvolvimento do pensamento matemático do aluno. Essa partilha, seja oral, escrita, por meio de gestos, desenhos ou símbolos, proporciona experiências ricas que favorecem o desenvolvimento da linguagem matemática dos alunos.

Guerreiro e Menezes (2010) discutem como a comunicação matemática tem emergido

como objetivo, conteúdo e metodologia nas orientações curriculares de ensino-aprendizagem a nível mundial. O exemplo de Portugal é citado, onde o programa de Matemática da educação básica incorpora essa tríplice dimensão.

Guerreiro (2013) explora o papel da valorização das interações sociais entre alunos e professores no desenvolvimento de modos de comunicação e de padrões de interação centrados no conhecimento matemático individual dos alunos. Os dados foram produzidos em um contexto de trabalho colaborativo com três professoras do 1.º ciclo do ensino básico, adotando uma perspectiva interpretativa sobre as concepções e práticas de comunicação matemática em sala de aula. O estudo destaca as interações entre alunos e entre estes e suas professoras, enfatizando o reconhecimento da singularidade no conhecimento matemático de cada aluno, o que favoreceu a criação de modos de comunicação reflexiva e instrutiva, bem como padrões de extração e discussão, gerando um sentido de responsabilidade coletiva sobre a aprendizagem da matemática e no reconhecimento do conhecimento do outro (aluno e professor).

Quaresma e Ponte (2015) analisam o aprendizado sobre tarefas, comunicação e formas de promover processos de raciocínio matemático dos alunos em um estudo de aula realizado por uma professora do 5.º ano. Os dados foram produzidos por meio de entrevista individual, grupo focal e reflexão final da professora. O estudo de aula, ao combinar o conhecimento advindo da pesquisa com o conhecimento experiencial dos professores em um contexto colaborativo, explora situações de reflexão prática relacionadas à comunicação em sala de aula e ao raciocínio, muitas vezes inesperado, dos alunos. Esse contexto é apontado como favorável ao desenvolvimento profissional da professora, especialmente em relação a questões de comunicação, tarefas e processos de raciocínio no ensino-aprendizagem da Matemática.

Guerreiro, Tomás Ferreira, Menezes e Martinho (2015), em seu artigo, buscam responder ao desafio de repensar a comunicação nas aulas de Matemática, contrapondo-se à visão simplista de comunicação como um instrumento de transferência de conhecimento (do professor para os alunos). Em vez disso, apresentam a comunicação como um processo de interação no qual o conhecimento matemático é construído socialmente. Segundo os autores, para que isso ocorra, são necessárias mudanças no ensino, especialmente nos papéis desempenhados por professores e alunos. O ensino de Matemática é, assim, visto como um meio privilegiado pelo qual o professor, apoiado em ações comunicativas fundamentais, cria ambientes de aprendizagem produtivos que envolvem o trabalho com tarefas matemáticas desafiantes, sua resolução e discussão, culminando na institucionalização do conhecimento matemático.

Vale e Barbosa (2018) põem em evidência as contribuições da estratégia gallery walk⁸ para promover a comunicação na sala de aula de Matemática. As autoras defendem um ensino eficaz em que professores orquestram discussões produtivas, envolvendo os alunos em aprendizagens significativas e oferecendo oportunidades para comunicar, raciocinar, serem criativos, pensar criticamente, resolver problemas, tomar decisões e dar sentido às ideias matemáticas (NCTM⁹, 2014). Elas ressaltam a necessidade de abordar a atual realidade, na qual os alunos, cada vez mais sedentários, passam longos períodos sentados na sala de aula.

Nesse contexto, a gallery walk (Fosnot; Dolk, 2002) surge como uma estratégia valiosa nas práticas de sala de aula, proporcionando que os alunos compartilhem ideias, recebam feedback de seus trabalhos e simultaneamente se movimentem pela sala. O artigo relata experiências realizadas com futuros professores e alunos do ensino básico, nas quais a gallery walk foi utilizada como uma estratégia de ensino e aprendizagem que promove a comunicação matemática.

Espinosa (2019) realiza uma revisão sobre a compreensão da comunicação na aula de Matemática. Neste contexto, comunicar vai além de informar: trata-se de uma ação que visa colocar algo em comum e atribuir significado de forma coletiva, permitindo a construção de compreensão e relacionamento entre os participantes. Esse processo busca um significado compartilhado para o que está sendo comunicado. O estudo do autor identifica diversos padrões de comunicação empregados em aulas de Matemática.

Araújo e Borralho (2019) divulgaram um mapeamento de teses e dissertações desenvolvidas com o tema “comunicação matemática” em programas de pós-graduação no Brasil, revelando importantes contribuições para o estudo da temática, as quais foram apresentadas em tópicos como: áreas de conhecimento, foco de investigação e categorias/temas. A seleção das pesquisas foi realizada por meio de buscas no Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), com o intuito de mapear trabalhos que tratassem da comunicação matemática sob a perspectiva de interação social.

Os resultados do mapeamento indicam um aumento no número de pesquisas sobre a temática. A maioria dos trabalhos foi desenvolvidos nas áreas multidisciplinar, educação e concentração em educação nas ciências. Entre os principais focos de investigação, destacam-

⁸ Gallery walk é um tipo de metodologia cooperativa onde os alunos passam a ser ativos no processo de aprendizagem. O professor atua como observador. O formato possibilita o aprendizado de aluno para aluno.

⁹ National Council of Teachers of Mathematics (Conselho Nacional de Professores de Matemática) é uma organização profissional para professores de matemática nos Estados Unidos.

se: i) ambientes virtuais de aprendizagem e fóruns de discussão; e ii) narrativas orais, escritas e linguagem. Quanto a categorias e temas, a maior parte dos estudos analisados aborda a comunicação e a aprendizagem dos alunos.

Rodrigues, Cyrino e Oliveira (2018) analisam as percepções de futuros professores sobre a comunicação no ensino exploratório da Matemática, em uma disciplina de formação inicial. O estudo utiliza um caso multimídia que inclui vídeos para ilustrar episódios de uma aula de Matemática na perspectiva do ensino exploratório. Os dados qualitativos foram extraídos das respostas escritas dos futuros professores em grupos pequenos de discussões coletivas nas sessões de formação destinadas à análise do caso. Os resultados mostram que os futuros professores identificaram aspectos importantes da comunicação, como: i) a promoção de interações dialógicas pela professora do caso, visando o desenvolvimento da tarefa matemática pelos alunos; e ii) o *feedback* da professora baseado nas respostas dos alunos para aprimorar a atividade matemática.

Koichu (2018) apresenta a proposta de um modelo exploratório para a resolução de problemas matemáticos em diferentes contextos instrucionais. O modelo proposto busca fazer a ponte entre o conhecimento de como ocorre a resolução de problemas e o conhecimento de como potencializar essa habilidade. Fundamentado na premissa de que uma ideia-chave para a solução de um problema é construída a partir de mudanças de atenção – influenciadas pelos recursos individuais do solucionador, interação com pares ou com uma fonte de conhecimento sobre a solução –, o estudo conclui que a resolução bem-sucedida de problemas é mais provável em ambientes de aprendizagem ricos em escolhas, nos quais os solucionadores podem tomar decisões informadas sobre o desafio a enfrentar, os esquemas de resolução de problemas, o modo de interação, a extensão da colaboração e os agentes com quem aprender.

Koichu e Pinto (2018) exploram o desenvolvimento de competências de pesquisa em educação para professores de Matemática por meio de seu envolvimento na pesquisa em Educação Matemática. Os autores argumentam que essa competência contribui para o crescimento profissional dos professores e identificam oportunidades para que docentes de Matemática desenvolvam essas habilidades por meio de diversas modalidades de parcerias pesquisa-prática. No mesmo artigo, apresentam uma estrutura teórico-organizacional específica para colaborações entre professores e pesquisadores em larga escala no campo educacional, denominada *Teacher Research Alliance for Investigating Learning* (Aliança Professor-Pesquisador para Investigação da Aprendizagem - TRAIL). A estrutura TRAIL inclui um conjunto de premissas teóricas, heurísticas de design e parcerias provisórias.

Koichu (2019) propõe uma conceituação discursivamente orientada da resolução de

problemas matemáticos e ilustra essa conceituação aplicando-a para repensar os resultados de dois estudos anteriores. No primeiro estudo, uma prática de desenvolvimento e uso do discurso heurístico foi implementada em duas turmas de oitavo ano ao longo de 5 meses. Essa prática impactou positivamente a alfabetização heurística dos alunos para resolução de problemas e melhorou as aptidões dos alunos classificados como “fracos” no início da intervenção. No segundo estudo, a ênfase foi incorporar o discurso estético nas discussões sobre resolução de problemas em três turmas do ensino médio ao longo de oito meses. O esforço resultou em mudanças nas normas sociomatemáticas e promoveu uma atitude mais positiva em relação à Matemática em uma das turmas participantes.

Pinto e Koichu (2021) abordam a investigação sobre o ensino e aprendizagem da Matemática como um aspecto central tanto para o professor de Matemática quanto para o pesquisador em Educação Matemática, embora com diferenças substanciais nas práticas e processos investigativos em cada comunidade. Essas diferenças, frequentemente vistas como obstáculos, podem também ser valiosas. Esse artigo explora um modelo particular de implementação de pesquisa em que professores de Matemática adotam e adaptam práticas investigativas educacionais em uma parceria de coaprendizagem com pesquisadores de Educação Matemática.

Os autores trazem uma análise narrativa de uma comunidade de professores-pesquisadores que projetou e estudou atividades em sala de aula para incentivar os alunos a formularem perguntas matemáticas significativas. A análise, fundamentada na literatura sobre objetos de fronteira e cruzamento de fronteiras, evidencia como professores e pesquisadores utilizaram suas diferentes práticas investigativas como recursos em uma investigação colaborativa. Os autores sugerem que uma atenção ponderada às diferenças entre a pesquisa docente e a pesquisa disciplinada pode apoiar e aprimorar a implementação de investigações em Educação Matemática.

Menezes e Nacarato (2020) discutem a comunicação no ensino e na aprendizagem da Matemática, argumentando que, sem comunicação, seríamos como ilhas isoladas, incapazes de compartilhar pensamentos e entendimentos. Ademais, ressaltam a importância da comunicação para o desenvolvimento humano e para as interações educativas, destacando suas diversas intencionalidades.

Machado e Lacerda (2021) analisam e discutem as ações comunicativas e as tarefas investigativas no ensino da Matemática. Eles apontam que tarefas de investigação mediadas pela comunicação matemática enriquecem o processo de ensino-aprendizagem, promovendo uma reflexão crítica sobre as tarefas, além de estimular a exposições de ideias e a defesa de

pontos de vista dos alunos.

Esse recorte da literatura sobre comunicação confirma nossa ideia inicial sobre a ampla possibilidade de pesquisas no tema, que tem ganhado cada vez mais espaço nos diversos contextos de ensino e aprendizagem. Esse cenário evidencia o quanto a comunicação tem sido reconhecida por muitos pesquisadores como elemento central tanto para o desenvolvimento de capacidade de aprendizagem dos alunos quanto como uma oportunidade de reflexão sobre a prática para os professores. Com base na literatura, buscamos desenvolver nas interações em sala de aula uma comunicação “entre sujeitos que procuram entre si entender-se” (Menezes *et al.*, 2014, p. 137), valorizando o conhecimento que pode emergir das discussões e dos processos coletivos de interação e comunicação.

Nesse contexto, reconhece-se como essencial a negociação de significados matemáticos nas interações em sala de aula para valorizar saberes e construir conexões matemáticas. Entender a comunicação como processo de interação social, e não apenas de transmissão de informações, é um convite ao aluno para participar ativamente do processo de aprendizagem, descentralizando o conhecimento do professor e focando no conhecimento construído a partir das experiências coletivas em sala de aula. Mediar essas interações e experiências entre alunos e professor faz toda a diferença em um ensino baseado na compreensão. Sendo essa a função do professor no ensino da Matemática, depreendo que as contribuições para a aprendizagem dos alunos serão significativas.

A literatura consultada serve como base para referenciar esta tese. No entanto, considerando a questão norteadora desta pesquisa, busco compreender de que maneira práticas comunicativas evidenciadas nos diálogos dos alunos do Ensino Médio, durante a resolução de problemas, impactam suas aprendizagens. Utilizarei algumas dessas abordagens como referência, pois tratam especificamente de comunicação, interação e ensino, complementando e justificando meu propósito investigativo. O delineamento da temática também orientará as justificativas para a pesquisa, de acordo com os direcionamentos empíricos dos dados.

Entre os pesquisadores que enfocam mais enfaticamente a comunicação em sala de aula, posso considerar os trabalhos de Guerreiro (2011); Menezes (1995); Tomás Ferreira (2020); Martinho (2007); Menezes; Tomás Ferreira; Martinho; Guerreiro (2014) como referências de comunicação para esta tese, juntamente com os estudos de Koichu e Pinto (2018; 2021), que trazem para a resolução de problemas uma perspectiva discursiva construída por meio de um grupo colaborativo de coaprendizagem, no qual professores e pesquisadores se unem em prol de um mesmo objetivo investigativo. Tendo em vista o objetivo desta tese de doutorado – compreender as práticas comunicativas que surgem a partir das interações entre alunos do

Ensino Médio durante a resolução de problemas em sala de aula e analisar o impacto dessas práticas nas aprendizagens matemáticas desses alunos – conduzirei o desenvolvimento da temática fundamentada na resolução de problemas como abordagem de ensino e aprendizagem orientada discursivamente.

CAPÍTULO 3

Este capítulo apresenta subcapítulos organizados sobre a comunicação, começando pela sua aplicação em sala de aula de Matemática, especialmente no contexto da resolução de problemas, sua relevância para o ensino de Matemática e o tratamento dado a ela nesta tese. Inicialmente, enquadro a comunicação no contexto da sala de aula, situando-a na prática da resolução de problemas e no diálogo que buscamos estabelecer com os alunos para promover um ensino investigativo baseado em interações, no qual o aluno se torna o elemento central de sua aprendizagem.

A comunicação, como meio de interação social no processo de resolução de problemas, revela-se essencial ao convidar os alunos a partilhar ideias e a clarificar suas compreensões matemáticas. “Através da comunicação, as ideias tornam-se objetos de reflexão, aperfeiçoamento e correção” (NCTM, 2007, p. 66). O capítulo encerra destacando a relevância da comunicação no processo de resolução de problemas no Ensino Médio.

3.1 Comunicação na sala de aula de Matemática

A comunicação na sala de aula de Matemática tem se tornado cada vez mais utilizada e relevante no processo de ensino-aprendizagem. Nas últimas décadas, a literatura aponta um avanço significativo nas concepções e nos conhecimentos que abordam práticas comunicativas diversas, as quais estruturam o ensino e a aprendizagem da Matemática (Guerreiro (2011; 2014); Menezes; Tomás Ferreira; Martinho; Guerreiro (2014); Martinho (2007; 2009). Neste sentido, o propósito deste capítulo é explorar essa temática, evidenciando tais práticas no contexto da resolução de problemas, com o entendimento de que o professor desempenha um papel fundamental na construção e estruturação dessas práticas na sala de aula. A comunicação, como fenômeno social presente em qualquer prática escolar, exerce um papel crucial na resolução de problemas, com seus variados tipos, representações e significados.

Destacamos, nesta pesquisa, a construção de diálogos nas interações entre alunos e professor durante a resolução de problemas, fortalecendo, assim, o processo ensino-aprendizagem da Matemática. Essa perspectiva comunicativa visa contribuir ao processo de ensino-aprendizagem, considerando que ele exige uma dinâmica comunicativa efetiva. Contudo, é essencial refletir sobre como essa comunicação ocorre em sala de aula, como aprofundá-la e utilizá-la para dinamizar as estratégias de resolução. É importante que os alunos possam expressar ideias e resultados de maneira eficaz, com compreensão e significado, tanto

oralmente quanto por escrito.

Igualmente, é fundamental que os professores valorizem e promovam discussões matemáticas produtivas, com uma preocupação constante em entender como os alunos compreendem os conteúdos, de modo a alcançar os resultados desejáveis na aprendizagem. Ao integrar práticas comunicativas à resolução de problemas matemáticos, a sala de aula amplia o conhecimento matemático dos alunos por meio de discussões e interações, trazendo para o ensino da Matemática habilidades de pensamento crítico e colaboração.

Vivemos tempos de mudanças rápidas e acentuadas. As práticas comunicativas, assim como o conhecimento matemático, as formas de ensino e o tratamento dado à comunicação na sala de aula, continuam a evoluir. A literatura evidencia um novo enquadramento conceitual para a comunicação na sala de aula, reconhecendo sua relevância como um instrumento fundamental de ensino-aprendizagem. Desde os anos 1980, com os movimentos de reforma educacional, as interações sociais e os processos de negociação de significados vêm sendo valorizados como fatores importantes nas situações educativas.

A comunicação é aquilo que nos permite estabelecer comunidade, aquilo que nos permite “tocar-nos” sem nos tocarmos, aquilo que nos permite sair de nós próprios e ir ao encontro do outro. Sem a comunicação, seríamos como ilhas isoladas no mundo exterior, fechados em nós mesmos, sem possibilidade de partilhar pensamentos e entendimentos (Menezes; Nacarato, 2020, p. 01).

Esse conceito de comunicação é percebido à medida que a compreendemos como um conjunto de interações sociais em que “os participantes interagem trocando informações e influenciando-se mutuamente na diversidade dos contextos em que ocorrem, das representações subjacentes e das formas de expressão” (Martinho *et al.*, 2005, p. 2). A definição de comunicação dos autores reflete o sentido de interação que buscamos nesta pesquisa. “O processo de comunicação também contribui para a construção de significado, para a consolidação das ideias e, ainda, para sua divulgação” (NCTM, 2007, p. 66).

Esse aspecto social da comunicação permite aos participantes, especificamente professores e alunos, criar novos significados e compreender conceitos a partir de conhecimentos prévios. Além disso, amplia a perspectiva de aprendizagem ao integrar a cultura e a diversidade de saberes presentes no contexto em que vivem, reconhecendo o ser humano como ser complexo “inserido num meio ambiente também complexo” (Guerreiro, 2011, p. 65) onde as práticas comunicativas fazem sentido. Neste contexto, a comunicação estabelece uma base para o sistema social e fundamenta a atividade humana. No entendimento de Guerreiro (2011, p. 48), as práticas comunicativas estão associadas às concepções sobre a natureza da Matemática e seu ensino, bem como ao conhecimento dos professores. Ele apresenta algumas

relações que sustentam essa ideia ao afirmar que:

- 1) Existem práticas comunicativas centradas no professor e no ensino da Matemática baseada em regras e procedimentos;
- 2) Existem práticas comunicativas baseadas no diálogo entre alunos e entre estes e o professor, tendo o ensino baseado na construção de significados matemáticos.

Dentre as duas visões de práticas comunicativas descritas pelo autor, esta pesquisa adota a segunda perspectiva, pois entende que o diálogo, como prática comunicativa construída na sala de aula por meio das interações entre alunos e professor, pode favorecer uma aprendizagem matemática com compreensão e significado. Esse diálogo, construído nas ações dos alunos durante o processo de resolução de problemas, apoia-se nas reflexões de Alrø e Skovsmose (2010) que o compreendem como uma conversa dotada de *qualidades* específicas e demonstram que a comunicação interfere na qualidade da aprendizagem. Assim, nesta tese, considero o diálogo um elemento de aprendizagem que possibilita e evidencia a construção de conceitos matemáticos significativos para o aluno.

Ao reconhecer o diálogo como um elemento essencial para a construção de conhecimentos matemáticos com compreensão, baseio-me no entendimento de Alrø e Skovsmose (2010), que veem o diálogo como uma prática educacional que, além de contribuir para a aprendizagem matemática, promove habilidades críticas, reflexivas e colaborativas entre os alunos. O ensino da matemática pautado no diálogo e nas interações entre os alunos eleva as discussões matemáticas e promove habilidades reflexivas e críticas, permitindo que o aluno questione e avalie os argumentos dos demais colegas. Essa ação contribui para a formação cidadã dos alunos e para seu engajamento crítico na sociedade.

Diante do exposto, percebo quão vasto é o papel da comunicação no contexto social e, consequentemente, na sala de aula de Matemática. Isso ocorre devido à proposta de ensino que valoriza um contexto democrático, no qual professor e alunos negociam significados e interagem entre si por meio das relações dialógicas estabelecidas no ambiente escolar. Essa negociação só é possível quando o professor incentiva e promove momentos de discussão em sala de aula, tornando o aluno ativo neste processo. Para isso, é necessário ouvir e valorizar saberes dos alunos, permitindo a troca de experiências de modo que os “intervenientes se encontrem, se influenciem e sofrem mudanças a partir de experiências individuais ou coletivas de interação com objetos matemáticos ou com outros indivíduos” (Guerreiro, 2014, p. 242).

Nesse sentido, considero o aluno um sujeito singular, capaz de desenvolver conhecimento por meio de interações comunicativas promovidas pelo professor em ambientes de aprendizagem instrucionais. Entendo que essas interações não se resumem a uma simples

situação comunicativa, mas constituem uma construção coletiva que dá corpo à produção do conhecimento matemático pelo aluno, permitindo-lhe argumentar, interpretar e expressar ideias de forma oral ou escrita.

A palavra “comunicação” nem sempre esteve ligada ao ensino da Matemática, ela era mais associada a “áreas curriculares que não incluíam a Matemática” (Cândido, 2001, p.15). Sua origem remonta à época industrial, com o avanço das cidades, das relações comerciais e sociais, dos transportes e dos meios de comunicação. Com a expansão das tecnologias, a comunicação ganhou espaço como instrumento de transmissão de informações. Em seguida, “o impacto dos meios de comunicação de massa e os estudos sobre a linguagem transformaram a comunicação em um campo científico” (Guerreiro, 2011, p. 52). Nas últimas décadas, a comunicação tem sido reconhecida como um meio de aprendizagem.

Primeiro, por ser compreendida de forma crescente no contexto do ensino; segundo, por ser algo inerente a ele. Com base no ensino da Matemática orientado para a compreensão, a comunicação deve ser estimulada em um ambiente propício à aprendizagem, em que alunos e professor possam dialogar entre si de modo coletivo. Nessa dinâmica, esse ambiente pode favorecer a construção de novos saberes, considerando conhecimentos previamente existentes. Nesse contexto, os alunos são convidados a pensar sobre a Matemática e a comunicar ideias resultantes dessas reflexões de forma clara e convincente. Ao ouvir as explicações dos colegas e do professor, o aluno desenvolve sua própria compreensão matemática, aprimora seu pensamento e estabelece conexões.

Diante dessas questões, o aluno desenvolve sua linguagem, sua capacidade de argumentação e defesa de ideias, pois é encorajado a falar, ouvir e se expressar nas aulas de Matemática. O ensino por compreensão pressupõe atividades interativas em que os alunos justificam suas soluções e convencem seus pares a respeito de diferentes pontos de vista. “À medida que os alunos progridem ao longo de sua escolaridade, a matemática que comunicam deverá tornar-se cada vez mais complexa e abstrata. O conjunto de ferramentas e formas de comunicação dos alunos, bem como o raciocínio matemático que suporta a sua comunicação, deverá tornar-se cada vez mais elaborado” (NCTM, 2007, p. 66). É necessário que os professores estimulem o diálogo em sala de aula, pois esperar que os alunos o façam de forma espontânea é pouco provável.

Assim, torna-se essencial desenvolver tarefas de resolução de problemas para que os alunos possam trabalhar em conjunto na busca de soluções, construindo discussões significativas com o professor e entre si. “As tarefas que visam a prática de procedimentos, nas quais se espera que os alunos desenvolvam abordagens algorítmicas eficazes, não constituem,

geralmente, bons tópicos de discussão” (NCTM, 2007, p. 66). Problemas, por outro lado, podem servir como catalisadores para discussões produtivas, desde que sejam desafiadores e estimulem os alunos a pensar. A perspicácia comunicativa dos alunos pode ser aprimorada em diversos momentos na sala de aula, como ao formularem perguntas, justificarem seu raciocínio matemático ou apresentarem suas estratégias de resolução. No entanto, se o professor não criar esse espaço de produção, não ouvir atentamente e não valorizar essas ideias, o processo de comunicação fica comprometido, condicionado ao interesse exclusivo do professor.

É importante que o professor considere que “a reflexão e a comunicação são processos intimamente relacionados na aprendizagem matemática” (NCTM, 2007, p. 67). Os alunos precisam ser estimulados a refletir, e isso pode ocorrer durante a resolução de problemas, seja individualmente ou em grupo. Ao intervir, o professor reforça o discurso do aluno, favorece o desenvolvimento matemático e fortalece novas descobertas. Nos primeiros anos do ensino fundamental, os alunos demandam mais auxílio para compartilhar ideias; contudo, se o ensino de Matemática adotar uma abordagem discursiva desde essa etapa, ao chegarem no Ensino Médio terão conceitos matemáticos mais sistematizados e sólidos em termos de compreensão.

Esse aspecto também se aplica à linguagem formal da Matemática, que nessa etapa deveria estar mais elaborada (embora isso nem sempre ocorra). É interessante que os alunos iniciem a aprendizagem matemática usando a língua materna, mas aos poucos sejam incentivados a ter “apreço pela necessidade de definições exatas e o poder comunicativo dos termos matemáticos convencionais” (NCTM, 2007, p. 70). Promover um ensino reflexivo nas escolas pode ser um caminho para alcançar resultados significativos na aprendizagem matemática, pois os alunos precisam se sentir responsáveis pelo que aprendem.

É necessário reconhecer avanços importantes no ensino e na aprendizagem da Matemática promovidos pelas reformas curriculares e pelas tecnologias digitais. Contudo, vale ressaltar que muitas dessas propostas enfrentam resistência na atual conjuntura das políticas públicas instituídas no Brasil nos últimos anos. A implantação da (BNCC, em 2018, além de trazer um “currículo centrado em habilidades e competências (ideia rejeitada pela maioria dos educadores matemáticos), propõe ainda uma visível articulação com o mundo empresarial” (Passos; Nacarato, 2018, p. 119).

Diante da “necessidade de implantação dessas novas práticas e do processo de adaptação pelo qual passam professores e alunos” (Abrantes *et al.*, 2020, p. 1), surgem reflexões sobre os desafios e avanços que podem ser alcançados no ensino da Matemática e como superar as dificuldades. Para isso, é preciso pensar em formas de corrigir os principais gargalos do Sistema Educacional, que incluem questões de infraestrutura escolar, número de alunos por turma,

valorização profissional e formação docente. Com o crescente uso de recursos tecnológicos, é possível compreender o quão desafiador pode ser tentar mitigar todos esses problemas. Apesar de que seja utópico imaginar que resolveremos essas questões rapidamente, podemos buscar, em estudos e pesquisas, formas de tornar o ensino da Matemática mais prazeroso e reflexivo.

Embora, segundo Passos *et al.* (2018, p. 119), há décadas pesquisadores e formadores defendam a importância do protagonismo do professor e do quanto a pesquisa com esses profissionais potencializa seu desenvolvimento profissional e formação docente, tais produções não têm influenciado os elaboradores de políticas públicas nem chegado efetivamente à sala de aula. Com tantas demandas e prazos a cumprir, o professor acaba realizando o que é possível, dentro das condições de trabalho que enfrenta. O tempo destinado a discussões e reflexões sobre a prática está sendo suprimido para dar espaço a questões burocráticas do ensino.

Com base no posicionamento dessas autoras, percebe-se uma certa burocratização no ensino que vem engessando o trabalho do professor e a prática docente. As autoras evidenciam o descompasso entre a lógica defendida pelos atores escolares, que valorizam objetivos e finalidades educacionais, e uma lógica focada na mensuração de resultados e na padronização curricular, própria dos modelos neoliberais de políticas públicas para a educação. Elas afirmam não atender a constante descontinuidade de programas e ações educacionais, muitas vezes sem justificativa ou avaliação de eficácia e impacto na prática. Essa questão gera uma incerteza pedagógica sobre o propósito do ensino-aprendizagem, fragilizando ainda mais o sistema educacional.

Dos os anos 1990, até os dias atuais, muito se tem discutido e avançado na perspectiva de um ensino reflexivo da Matemática. Essa ideia ganhou força com a publicação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para o Ensino Fundamental e Médio, entre 1997 e 2002, nos quais a resolução de problemas passou a ser discutida de forma mais ampla por professores, pesquisadores e formadores. Embora inovador para a época, esse documento foi pouco explorado por professores (inclusive na formação continuada), mas trouxe em seu conteúdo central competências e habilidades matemáticas a serem desenvolvidas em três domínios da ação humana: vida em sociedade, atividade produtiva e experiência subjetiva.

De modo geral, os PCNs propõem um ensino-aprendizagem da Matemática pautado na capacidade de investigar, entender novas situações e construir significados a partir delas. Todos esses aspectos ainda são buscados hoje, não apenas no processo ensino-aprendizagem, mas também na perspectiva de mudança das práticas docentes. As práticas comunicativas e de resolução de problemas, estão, aos poucos ganhando espaço nas salas de aulas brasileiras, embora ainda haja muito a ser feito para que se efetivem. A BNCC, documento norteador atual

dos currículos nacionais, ressalta a importância desse trabalho para o ensino da Matemática. Porém, não é suficientemente clara ou específica, deixando em aberto como exatamente os professores devem implementar essas atividades na sala de aula.

A ação de comunicar está intimamente ligada à argumentação e à interpretação, permitindo que o aluno justifique os resultados obtidos durante a resolução de problemas. No Ensino Médio, os alunos devem ser capazes de compartilhar verbalmente (oralidade e escrita) ideias matemáticas com clareza. Essa habilidade deve estar consolidada nessa etapa, sendo desenvolvida de forma eficaz pelos alunos, que aperfeiçoam suas capacidades de criticar e acompanhar o raciocínio uns dos outros. “À medida que desenvolvem uma comunicação mais clara e coerente (por meio de explicações verbais e de notações e representações matemáticas adequadas), os alunos tornar-se-ão melhores pensadores matemáticos” (NCTM, 2007, p. 410).

No Ensino Médio, “deverá ocorrer um crescimento substancial das capacidades dos alunos para estruturar cadeias lógicas de raciocínio, expressar-se de forma coerente e clara, ouvir as ideias de terceiros, e considerar seu público ao escrever ou falar” (NCTM, 2007, p. 411). Nessa etapa, espera-se que os alunos desenvolvam um conhecimento matemático mais elaborado e aprofundado, além de atenderem a normas formais representação oral e escrita, exigidas pela Matemática. A resolução de problemas será o eixo orientador desse processo de sistematização do conhecimento, envolvendo os alunos em tarefas cuja metodologia de resolução lhes seja desconhecida, incentivando-os a refletir e a construir suas próprias soluções. Para isso, é essencial que revisitem, sempre que possível, seus conhecimentos prévios, a partir dos quais traçarão novos caminhos na busca por soluções. Nessa perspectiva, adotamos a resolução de problemas orientada discursivamente como uma abordagem de ensino-aprendizagem, por investir em seu potencial mobilizador de saberes e em sua abertura a diversas possibilidades de estratégias de resolução mediadas pela comunicação.

3.2 A Comunicação no contexto das interações sociais

Nesta pesquisa, a comunicação é compreendida como um processo de interação social, em que os sujeitos interagem por meio de diálogos, permitindo que se identifiquem mutuamente, enquanto expressam e afirmam suas peculiaridades. Essa perspectiva inclui a construção de novos significados e compreensões para a Matemática, promovendo negociações, trocas de sentidos e experiências que enriquecem o processo de ensino-aprendizagem. Neste sentido, entende-se que a comunicação possibilita a assimilação e atribuição de sentido às relações sociais e as interações na sala de aula, especialmente para os alunos, ao permitir que

“construam um vínculo entre suas noções informais e intuitivas e a linguagem abstrata e simbólica da Matemática” (Cândido, 2001, p. 15). Para Guerreiro (2011, p. 65), a comunicação surge como a matriz formadora dos sistemas sociais e como o alicerce de toda atividade humana. Essa afirmação se baseia nos seguintes princípios, conforme o autor:

- 3.3.1 A comunicação é um fenômeno de interação;
- 3.3.2 Todo comportamento social é um valor comunicativo, não sendo possível não comunicar;
- 3.3.3 A comunicação é determinada pelo contexto em que se insere;
- 3.3.4 Toda mensagem comporta dois níveis de significação, o conteúdo informativo e as relações que ligam os interlocutores.

Esses princípios indicam a necessidade da comunicação entre pessoas e grupos, que não pode ser ausente nem plenamente compreendida sem o contexto em que ocorre. A comunicação, determinada pelo meio em que se insere, requer que os sujeitos estejam em constante interação social, considerando suas particularidades, mesmo ao partilharem ideias em comum. Para que o conhecimento seja construído nas relações de diálogo e interação, é necessário que os participantes criem, na sala de aula, ambientes de aprendizagem baseados em práticas comunicativas, onde alunos e professor possam se sentir à vontade para compartilhar informações e trocar ideias. A comunicação em sala de aula depende do significado que os participantes atribuem a ela, sendo necessário que exista “um conjunto de significados comuns, ou pelo menos suficientemente próximos” (Guerreiro, 2011, p. 56) que permita um entendimento mútuo.

O sentido de se comunicar matematicamente vai além da simples verbalização, envolve processos contínuos de discussão e negociação, abrangendo diversos modos de expressão, como gestos, olhares, escrita, fala e símbolos, que contribuem para o sentido comunicativo. Como menciona Guerreiro (2011, p. 66), “todo comportamento de um sujeito tem um valor comunicativo em relação aos demais, transformando a comunicação num ato permanente e multifacetado”. Essa condição é refletida na sala de aula de Matemática, nas ações entre professor e alunos e nas situações de aprendizagem que são criadas.

A comunicação media a relação entre conhecimento matemático e o contexto em que é aplicado. A aprendizagem é possibilitada por essas conexões, em que o aluno deve recorrer a suas experiências prévias, escolares ou pessoais. Cada nova ideia exige uma associação de significados e sentidos para a construção de conhecimento. A comunicação estabelece a ponte entre experiências intuitivas e novos conhecimentos, por meio de reflexões, questionamentos, argumentações, interpretações e expressões de ideias.

Nesse contexto, observa-se que a comunicação tem o poder de criar e manter consenso

e entendimento entre as pessoas, compreendendo o outro de forma singular e permitindo a influência mútua em um processo contínuo de interação. Ela resulta de um entendimento recíproco, que exige que os sujeitos compartilhem códigos e linguagens numa ação de interpretação e reconhecimento mútuo. Sendo um processo de interativo, a comunicação não deve ser entendida apenas como uma simples transmissão de informações, mas como uma troca de significados entre os participantes de uma conversa.

Esse entendimento limitado da comunicação, comum em parte do início do século passado, prevaleceu quando o uso das máquinas (e mais recentemente das tecnologias) e os processos comunicativos eram tratados fora do contexto matemático e da sala de aula. Nas últimas décadas, a comunicação se tornou central no ensino e na aprendizagem, sendo compreendida como um elemento propulsor de conhecimento. Esse avanço decorre do reconhecimento de sua função social e da sua presença nas relações interpessoais e em diversos contextos que envolve o ser humano como “ser que produz e é criador de sua sociedade e de sua cultura” (Bordenave, 1997, p. 7-8). A partir dos estudos desse autor, observa-se que, na década de 1970, o ser humano passou a ser considerado um ser social, rodeado pelo meio ambiente físico e, principalmente, pelo meio social, composto por diversas outras pessoas com quem mantém relação de interdependência.

Ao comunicar ideias e maneiras de agir, o aluno mergulha num processo metacognitivo. Isto é, ele precisa refletir sobre o que fez ou pensou, construir esquemas mais elaborados de pensamento, organizar mentalmente pensamentos e ações, para aprender de novo e com maior qualidade e profundidade (Smole e Diniz, 2010, p. 11-12).

Dessa época aos dias atuais, a comunicação tem ganhado espaço, abrangendo uma infinidade de sentidos em diversas áreas do conhecimento, sendo ampliada e aprimorada até chegar à sala de aula, onde é reconhecida como um dos elementos estruturantes do ensino-aprendizagem. Na verdade, ela sempre fez parte do contexto escolar, mas com outro significado. Era (e, em alguns casos, ainda é) usada em aulas centradas na oralidade do professor como transmissor de informações, em situações em que apenas ele fala, e o aluno ocupava o papel de receptor ou espectador, ouvindo passivamente.

Observa-se que, há algum tempo, com base em estudos e pesquisas na área de Educação Matemática, esse modelo de comunicação e de aula não atende mais às necessidades do ensino da Matemática, especialmente no que diz respeito à construção de conhecimento. O que se busca atualmente é que a comunicação esteja no centro do processo ensino-aprendizagem, colaborando ativamente nesse processo. Para isso, é necessário criar na sala de aula ambientes de discussão e interação entre professor e alunos, em que a construção de saberes seja

compartilhada, valorizando as experiências individuais. A valorização dessas perspectivas pressupõe que, atualmente, a escola trabalha com processos de interações entre sujeitos e entre eles e o mundo, compreendendo que o conhecimento e a comunicação que se estabelece entre eles está diretamente relacionada à qualidade dessas relações.

Os estudos em educação matemática têm focado nas interações entre professor e alunos na sala de aula, o conhecimento matemático socialmente construído e a capacidade de alunos e professores entenderem, refletirem e negociarem significados e estabelecerem conexões matemáticas (Menezes *et al* 2014, p. 135).

O que compreendo a partir dessas reflexões é que as práticas comunicativas desenvolvidas em ambientes instrucionais dizem muito sobre a prática de ensino do professor. Por isso, considero importante construí-las em um contexto onde a “comunicação se sustenta em processos de discussão e negociação de significados, os quais dão corpo a situações de produção e consolidação de conhecimentos matemáticos por parte dos alunos” (Guerreiro *et al.*, 2015, p. 280). Observa-se, nas palavras do autor, que o aluno pode avançar em seus conhecimentos se essas práticas forem efetivadas de modo a garantir a aprendizagem, sendo necessário conhecê-las para depois saber aplicá-las ou até mesmo aperfeiçoá-las. Conhecer a comunicação e saber estimulá-la pode ajudar o professor a ter uma postura crítica e exigente em relação àquilo que deseja desenvolver em sua sala de aula, possibilitando-lhe aproveitar essas oportunidades.

A comunicação não ocorre isoladamente; faz parte de um contexto que envolve pelo menos duas pessoas ou duas partes, nos mais variados contextos sociais, dentro ou fora da escola. Já parou para pensar em quantos momentos comunicativos vivenciamos ao longo de um dia? Esse processo de interação não acontece ao acaso; existe um vínculo entre comunicação e sociedade. Praticamente construímos a comunicação por meio de ações comunicativas. Nossa necessidade de nos comunicar em grupos se assemelha à nossa necessidade de andar, respirar e nos movimentar. De acordo com a perspectiva do interacionismo simbólico de Godino e Llinares (2000), as dimensões culturais e sociais não são condições periféricas da aprendizagem matemática, mas parte intrínseca dela. “Portanto, em perspectivas interacionistas, o significado está no uso de palavras, frases ou sinais e símbolos, em vez de sons, sinais ou representações. Daí a importância da linguagem” (Godino *et al*, 2000, p. 73).

Com base nessa perspectiva, conclui-se que o sujeito, o meio social e a comunicação interagem de forma dinâmica e interdependente, reconhecendo as possibilidades mutáveis de cada um. Essas possibilidades decorrem da influência mútua e da forma como cada um entende o mundo. Nesse sentido, a reflexão e a maneira como cada sujeito compreende as coisas, ou

como cada coisa se constroi ou se modifica, favorece o conhecimento pessoal, a reformulação de conceitos e o desenvolvimento de um pensamento crítico em relação à realidade em que se vive. Essas bases sociais fundamentam a conduta humana e as práticas comunicativas desenvolvidas na sala de aula em processos de interação.

A ausência de comunicação afetaria diretamente as relações sociais e suas construções. Entende-se que a sociedade se constitui por meio desses atos comunicativos, em que os sujeitos compartilham significados e sentidos construídos pela comunicação desenvolvida em seu contexto histórico. Compreender comportamentos sem a comunicação é inconcebível, pois eles são frutos das interações que os sujeitos desenvolvem uns com os outros, definindo situações e agindo no contexto social ao qual pertencem.

Transpondo essas reflexões para o contexto da sala de aula de Matemática, compreendo que essas ações se entrelaçam ao ensino-aprendizagem, uma vez que reconheço o aluno como um ser que participa e interage no meio social. Ele traz para a escola vínculos de suas relações pessoais, que definem suas crenças, valores e percepções da realidade. No ambiente escolar, essas vivências são compartilhadas entre ele, os demais colegas e o professor, que tem a função de resgatá-las e transformá-las em oportunidades de aprendizagem. Reitera-se a importância dessas vivências para o ensino e a aprendizagem, pois o conhecimento deve ser ampliado, discutido, refletido e, muitas vezes, revisado pelo próprio aluno por meio da interação com os outros e das intervenções do professor. É importante considerar que as práticas comunicativas desenvolvidas durante o momento de interação e intervenção do professor na sala de aula devem valorizar o sentido que o outro atribui às coisas e a interpretação que faz das situações vivenciadas pelo grupo, de modo a humanizar o processo.

Essa lógica comunicativa contribui para tornar o aluno mais reflexivo e interativo, permitindo que se sinta à vontade no ambiente escolar. Ao ser ouvido e compreendido pelo professor e pelos colegas, o estudante expõe suas ideias com mais segurança e é capaz de aceitar as opiniões alheias com mais atenção, o que lhe permite refutar ou concordar, promovendo melhorias que ampliam o conhecimento. A decisão de avançar ou modificar algo será dele, em interação com o grupo, ao perceber o leque de possibilidades que podem surgir como resultado desse processo. O professor terá um papel significativo ao estimular o aluno e ao identificar o que o incomoda.

Os modelos de ensino concretizados pelo professor sustentam-se em distintas perspectivas de comunicação: um ensino com características expositivas equaciona a comunicação como instrumento de verbalização e transmissão do conhecimento; por sua vez, o ensino com uma forte vertente de interação social apoia-se na comunicação como construção partilhada do conhecimento matemático (Guerreiro *et al.*, 2015, p. 280).

Essa perspectiva de construção da realidade por meio de vivências comuns oportuniza uma comunicação coordenativa no processo de interação, onde os alunos alinham esforços na busca de objetivos comuns de aprendizagem. Nesse contexto, o aluno assume o papel de sujeito e objeto da comunicação, construindo atitudes e comportamentos que integram elementos objetivos e subjetivos, formando a base para a construção de novos conhecimentos. Essa troca de saberes deve fundamentar o ensino de conceitos matemáticos (e de outras áreas), visando formar alunos reflexivos, curiosos e motivados a aprender. É o que esperamos alcançar com esta tese: construir diálogos que atendam a essa necessidade, trazendo o aluno para o centro da sala de aula, em interação com os colegas e com o professor nesse processo dinâmico de aprendizagem.

O ensino reflexivo da Matemática favorece essa concepção de aprendizagem ao permitir que o aluno interaja, discuta e se expresse matematicamente. De acordo com a literatura consultada, entende-se que as práticas comunicativas que emergem dessa troca entre alunos e professor criam um espaço de fala consistente e aberto, propício para questionamentos e descobertas. O diálogo construído nesse coletivo de interações pode fortalecer o processo de ensino-aprendizagem da Matemática, possibilitando que o professor compreenda o raciocínio do aluno, a forma como ele argumenta e explica suas ideias, apoiando-o em suas aprendizagens.

3.3 A comunicação construída na sala de aula por meio de diálogos

No processo de ensino-aprendizagem, a comunicação exige conhecimento, haja vista que sua “qualidade influencia fortemente na qualidade da aprendizagem”, conforme defendem Alrø; Skovsmose (2010, p. 11). Nesta tese, compreendo que o foco do ensino-aprendizagem da Matemática está centrado nos processos de interação e nas práticas comunicativas desenvolvidas na sala de aula por meio do diálogo. Sendo a comunicação uma negociação de significados e o professor um organizador de ambientes de aprendizagem, pressupõe-se que ele utilize recursos discursivos para fomentá-la, face ao ensino, para que promova aprendizagens nos alunos. Nessa perspectiva, “particularizam a natureza das interações e discussões coletivas, considerando-as momentos essenciais em termos comunicativos, para o confronto de opiniões e o desenvolvimento das aprendizagens matemáticas” (Guerreiro *et al.*, 2015, p. 281).

Compreender o papel da comunicação na construção do conhecimento matemático é um desafio ambicioso. No entanto, com os avanços e as pesquisas nessa área, pretendo ao menos contribuir com essa perspectiva, buscando construir uma comunicação dialógica em sala de

aula que impacte a aprendizagem matemática discente, promovendo compreensão e significado de conceitos durante a resolução de problemas. A ideia que orienta esta tese está fundamentada no sentido do diálogo que queremos construir na sala de aula e em sua respectiva qualidade. Baseamos nossa abordagem nos estudos de Alrø e Skovsmose (2010) e em sua visão de diálogo para buscar evidências que respondam à nossa questão de pesquisa.

Conhecer o aluno e suas vivências é, a meu ver, o ponto de partida para entender como as práticas comunicativas se conectam ao ensino e à aprendizagem. Como afirmam Alrø e Skovsmose (2010, p. 12), “aprender é uma experiência pessoal, que ocorre em contextos sociais repletos de relações interpessoais, e a aprendizagem depende da qualidade destas relações que se manifestam durante a comunicação que ocorre entre as pessoas”. Desse modo, não se pode pensar em comunicação sem imaginar pessoas falando, escrevendo ou representando fatos e ideias e, assim, refletindo sobre determinado tema. Para Godino e Llinares (2000), o significado está no uso das palavras, frases, signos e símbolos, não nos sons ou representações em si. Assim, nesta tese, utilizamos as representações orais e escritas dos alunos.

Os diálogos construídos nas interações entre os alunos na sala de aula se refletem em sua escrita ao resolverem problemas e no direcionamento dado pelo professor, ao intervir de modo adequado às suas necessidades de aprendizagem. A construção de diálogos produtivos, que gerem conhecimentos e promovam discussões, é essencial nesse processo. As estratégias que os alunos criam, sua maneira de pensar, interpretar, argumentar e defender suas ideias serão etapas fundamentais que antecedem a resolução de problemas e se mostram indispensáveis para esse fim.

Na escola, a oralidade é o recurso de comunicação mais acessível, que todos os alunos podem utilizar, seja em matemática ou em qualquer outra área do conhecimento. Ela é um recurso de comunicação simples, ágil e direto que permite revisões praticamente instantâneas, podendo ser truncada e reiniciada assim que se percebe uma falha ou inadequação (Candido, 2001, p. 17).

Os ambientes de fala dos alunos devem ser estimulados pelo professor para que eles possam se conectar aos demais colegas no contexto da aprendizagem. Suas ideias e vivências, provenientes das relações sociais dentro ou fora da escola, devem ser compartilhadas por todos, tornando-se também um recurso de aprendizagem. No contexto matemático, sempre que o aluno é convidado a explicar o que fez ou os procedimentos que adotou para resolver um problema, cria-se uma oportunidade para que ele repense suas concepções e ideias, podendo até aprimorá-las por meio das intervenções do professor e de suas próprias reflexões.

Neste instante, eles podem estar revisando seus processos de resolução, criando ou esclarecendo dúvidas. Essa verbalização do pensamento “favorece a percepção das diferenças,

a convivência dos alunos entre si e o exercício de escutar um ao outro em uma aprendizagem coletiva” (Candido, 2001, p. 17-18). A interação promovida na sala de aula de matemática possibilita aos alunos desenvolver autoconfiança, disciplinar-se quanto ao ato de ouvir e ser ouvido, além de se sentirem acolhidos nesse ambiente de aprendizagem.

A escrita, por sua vez, requer uma organização maior do que a fala. Ao escrever, preocupamo-nos com regras e procedimentos mais complexos do que no ato de falar, pois esses elementos legitimam certos tipos de escrita e tornam outros inadequados. Na fala, podemos nos expressar com fluidez, sem prejudicar o raciocínio; já na escrita, é necessário organizar as ideias de forma lógica, sem perder de vista os aspectos de coesão e coerência, e a correção se dá de forma mais morosa. Para Cândido (2001, p. 23), a escrita possui características que se diferem da fala. A primeira delas seria auxiliar no resgate de memórias, fazendo registro de discussões orais para serem acessadas posteriormente.

A segunda característica é a possibilidade de comunicação à distância no espaço e no tempo, permitindo a troca de experiências com outras pessoas. Na fala, os interlocutores estão presentes simultaneamente, enquanto os registros escritos são mais duradouros, ampliam a possibilidade de leitores acessarem o conteúdo em outras épocas e conhecendo o que foi pensado e vivido. Ao explorar essas possibilidades de representação da comunicação na sala de aula, os alunos reconhecem a importância da língua falada e escrita e seu uso no contexto social, ao mesmo tempo em que aprendem, através dela, conceitos matemáticos.

É importante discutir linguagem e comunicação no contexto do ensino-aprendizagem da matemática, apesar das questões pendentes sobre a natureza dessas relações devido a correntes teóricas e metodológicas influenciadas pela Psicologia, Sociologia, Linguística, Semiótica, entre outras áreas. Nesta tese, não pretendemos adentrar nessas questões nem defender uma corrente específica, mas apenas destacar a importância significativa da linguagem para o entendimento das interações comunicativas da sala de aula. A linguagem matemática na escola está relacionada ao fazer e aprender. Conforme Craig e Morgan (2015), a preocupação central é a construção da matemática e do pensamento matemático, aspectos que não fazem parte do objetivo desta pesquisa.

O pensamento defendido pelos autores se refere ao fato de que professores e métodos de ensino moldam as possibilidades de pensamento matemático dos alunos e as maneiras pelas quais o conhecimento é construído nas interações em sala de aula. Essa linguagem escolar merece nosso foco de atenção, pois está diretamente relacionada à comunicação estabelecida entre alunos e professor. O tipo de comunicação que queremos desenvolver nas aulas de matemática, durante a intervenção, será pautada no diálogo.

A necessidade de compreender a Matemática na vida cotidiana é cada vez mais evidente, especialmente no mundo do trabalho, em que seu conhecimento é cada vez mais valorizado. Os avanços tecnológicos, como a informática e o uso de máquinas e equipamentos, tornam esse conhecimento essencial. No ensino, a situação não é diferente. Professores e alunos deveriam contar com mais recursos digitais atualmente aplicados no processo de ensino-aprendizagem, como computadores, laboratórios de informática e internet de qualidade. Contudo, essa realidade não está presente para a maioria dos alunos e professores das escolas públicas. A busca por reduzir a distância que separa a escola do contexto social, impregnado de tecnologia, ainda é idealista. Embora a Matemática esteja presente nesse cenário, reconhecemos que os alunos demonstram diferentes talentos, necessidades e interesses por ela, e essas diferenças devem ser consideradas e abordadas na sala de aula.

Mesmo com o estímulo a seus interesses e com o direito de todos os alunos a um ensino de Matemática de qualidade, fundamentado nos currículos orientados pela BNCC (Base Nacional Comum Curricular), que exige que todos adquiram uma base matemática comum, isso não significa que todos aprendam de forma igual. Apesar dos esforços empreendidos, ainda há muito a ser feito para que os alunos aprendam a Matemática de que necessitam, especialmente ao chegarem ao Ensino Médio. Nessa etapa, espera-se que os alunos possuam um conhecimento matemático mais sólido do que frequentemente demonstram. No entanto, o que se observa é um crescente distanciamento dos alunos em relação à escola nessa fase escolar. Esse afastamento pode estar relacionado tanto com a falta de vínculo afetivo entre os próprios alunos, com os professores, ou mesmo com a instituição escolar, já que “o jovem chega ao Ensino Médio proveniente de diferentes “tribos” e pode, eventualmente, vir a se integrar em algum novo grupo a partir da realidade vivida na escola. É importante que a instituição acolha os interesses juvenis” (Brasil, 2014, p. 15). É essencial reconhecer que o aluno do Ensino Médio:

Faz parte de grupos sociais diferentes constituídos a partir, por exemplo, de interesses, conveniências, afinidades ou proximidades regionais. Não podemos esquecer também que muitos “vivem” num mundo virtual no qual estão permanentemente conectados uns com os outros, mesmo não estando próximos fisicamente, mas acessíveis e presentes o tempo todo (Brasil, 2014, p. 15).

Portanto, as vivências dos alunos devem ser consideradas na prática letiva dos professores que buscam desenvolver um ensino voltado à compreensão dos conceitos matemáticos. Relações interativas devem gerar comunicações eficazes, estabelecendo conexões entre os conhecimentos que os alunos já possuem e os que precisam aprender. Esse processo reforça a ideia de que o aprendizado da Matemática precisa ser o resultado de relações

produtivas entre professor e alunos, superando a distância criada por um ensino que valorizava apenas conceitos e procedimentos prontos, desvinculados de um contexto a que faz parte.

Atualmente, espera-se que o ensino da Matemática permita construir novos saberes a partir de suas experiências, pois se percebe que um ensino baseado em cálculos não tem garantido aprendizagens com compreensão e significado. A BNCC dispõe que a Matemática que o aluno deve aprender precisa ser ensinada e aplicada em contextos que estimulem a dedução de propriedades e a verificação de conjecturas a partir de outras, atribuindo sentido ao aprendizado matemático.

Implantada a partir de 2018, a BNCC tem como propósito, para o Ensino Médio, o aprofundamento, a consolidação e a ampliação das aprendizagens essenciais desenvolvidas no Ensino Fundamental. Para isso, propõe a articulação desses conhecimentos a fim de possibilitar que os alunos construam uma visão mais integrada da Matemática com aplicação à realidade. Esse documento sugere que as decisões pedagógicas sejam orientadas para o desenvolvimento de competências, definida como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do exercício da cidadania e do mundo do trabalho.

No ensino da Matemática, o foco é o letramento matemático, que envolve competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, favorecendo o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em diversos contextos. A comunicação é vista como um processo de aprendizagem potencialmente rico para o desenvolvimento de competências fundamentais, para o letramento matemático e para o desenvolvimento do pensamento computacional. Nessa perspectiva, a comunicação é considerada parte essencial da Matemática, uma vez que permite o compartilhamento de ideias que a tornam objeto de reflexão, compreensão, aperfeiçoamento e discussão.

Quando os alunos são desafiados a pensar e a raciocinar sobre a matemática, e a comunicar as ideias daí resultantes oralmente ou por escrito, aprendem a ser claros e convincentes. Ouvir as explicações de outros permite que os alunos desenvolvam a sua própria compreensão matemática (NCTM, 2007, p. 66).

Criar um ambiente de conversação na sala de aula não só permite explorar ideias matemáticas de diferentes maneiras, como também oferece ao aluno a oportunidade de aprimorar seu pensamento e estabelecer conexões entre saberes, envolvendo-se em discussões com concordância e discordância, que incentivam a justificar, interpretar e argumentar ideias. Ao tentar convencer os colegas sobre suas próprias ideias, a compreensão matemática se aprimora e se fortalece diante dos diferentes pontos de vista. Essa abordagem de ensino proporciona a construção do conhecimento nos momentos de interação coletiva, colocando a

Matemática como objeto de reflexão e discussão. “Os alunos que têm oportunidade, encorajamento e apoio para falar, escrever, ler e ouvir nas aulas de matemática, beneficiam-se duplamente: comunicam para aprender matemática e aprendem a comunicar-se matematicamente” (NCTM, 2007, p. 66).

À medida que avançam em suas aprendizagens matemáticas, os alunos também modificam a forma de comunicar sobre ela, tornando-a mais complexa e abstrata. A valorização da linguagem oral e escrita é parte essencial desse processo, e os alunos devem ser estimulados a compartilhar suas experiências matemáticas dentro e fora da sala de aula. É nessa troca que o conhecimento se constrói: o raciocínio e a capacidade de comunicá-lo se tornam mais elaborados. O diálogo, construído nessa perspectiva, torna-se rico por não ser formado apenas por ideias intuitivas, mas por conjecturas apoiadas nas experiências matemáticas de alunos e professor. Este último é um elemento fundamental no processo de aprendizagem, pois sua intervenção pedagógica é necessária para construir e estimular diálogos, oferecendo o apoio essencial para que os alunos aprendam a fazê-lo dentro das expectativas, mantendo o foco no raciocínio matemático.

Conforme Alrø e Skovsmose (2010, p. 14), “dialogar é indiscutivelmente uma forma de interação rica em nuances e qualidades. Que num diálogo, reflexão e ação podem enriquecer uma à outra”. O diálogo serve como catalisador para a resolução de problemas e conversas matemáticas produtivas. Problemas que incentivam o aluno a pensar matematicamente dão origem a discussões produtivas, nas quais os alunos apresentam estratégias e justificam seu raciocínio. As argumentações construídas pelos alunos no processo de resolução de problemas abrem espaço para a construção de novos conhecimentos, mediados pela comunicação.

Essa comunicação também estimula perguntas e conjecturas nas discussões coletivas, especialmente à medida que os alunos se envolvem ativamente na resolução de problemas, utilizando representações orais, escritas, desenho ou símbolos para explicar seu pensamento. Nessa dinâmica, correções e ajustes podem ser feitos em tempo real, proporcionando uma avaliação contínua do aprendizado. Esses ajustes obrigam os alunos a refletirem sobre o que fazem ou produzem, ajudando a clarificar ideias sobre o conteúdo em desenvolvimento nas aulas de Matemática, como na resolução de problemas.

Nossa preocupação é interpretar o que se passa em sala de aula assim como identificar novas possibilidades para a Educação Matemática. Em outras palavras, estamos interessados em esclarecer “o que acontece”, a fim de descobrir “o que poderia acontecer” e, dessa forma, esclarecer que possibilidades poderiam ser essas (Alrø; Skovsmose, 2010, p. 17).

Assim como os autores, pretendo, com esses diálogos nesta pesquisa, evidenciar que a

reflexão e a comunicação estão relacionadas com a aprendizagem matemática, devendo ser exploradas com maior intensidade na sala de aula. Essas práticas, quando abordadas pelo professor em um planejamento consistente e objetivo, impulsionam os alunos a refletir e aprender, capacitando-os a organizar e representar seus pensamentos. Esse processo pode ser estimulado pela comunicação, ao incentivar o aluno a refletir sobre vivências e conhecimentos que já possui e aplicar no processo formativo. Essa proposta de ensino pode contribuir para que os alunos expressem verbalmente suas ideias, descrevam estratégias com maior naturalidade e justifiquem suas respostas apoiados pelas intervenções do professor. O ambiente escolar deve ser considerado um espaço matemático aberto, no qual os alunos possam testar hipóteses e conjecturas, para avaliar até onde são convincentes e corretos na defesa de seus argumentos.

Uma sala de aula bem organizada e pautada no diálogo e nas interações, permite aos alunos avaliar perspectivas e enxergar suas próprias ideias sob a visão dos colegas. Essa possibilidade se torna um desafio para alunos e professores, especialmente no Ensino Médio, pois ambientes de discussão coletiva nem sempre são promovidos. O ideal seria que essa dinâmica acompanhasse o aluno durante todo período escolar, para que, no Ensino Médio, ele já estivesse habituado a essa prática. As práticas dialógicas dos professores vêm evoluindo gradualmente e os documentos curriculares refletem esse entendimento. Na sala de aula, existe uma diversidade de saberes e os alunos compartilham dificuldades comuns de aprender a utilizar as ideias dos outros e a aceitar seus argumentos, pois todos ainda estão em formação da compreensão matemática.

Diante desse contexto, a resolução de problemas surge como uma abordagem de ensino-aprendizagem capaz de integrar essas diferenças e/ou dificuldades, transformando-as em objetos de discussão e crítica. Nesse processo, bem conduzido pelo professor, os alunos podem adquirir normas de diálogo e argumentação que os ajudem a revisar e avaliar conceitos não totalmente sistematizados. Além disso, eles podem aprimorar aspectos como saber ouvir, questionar, interpretar e compartilhar ideias de forma clara e perceptível no grupo. A comunicação dialógica pode enriquecer a produção de significados e sua divulgação, contribuindo também para a representação matemática, oral e escrita.

Observa-se que a comunicação escrita em Matemática deve ser encorajada pelo professor, pois os alunos costumam demonstrar certa relutância quanto a esse aspecto. Entendo que isso decorre do fato de ainda ser uma prática pouco comum, mas sua importância é evidente, pois contribui para as reflexões dos alunos. O professor deve intensificar a comunicação durante o processo de resolução de problemas, de modo a estimular o senso inquiridor dos alunos. Ao escrever, o aluno revisita ideias e precisa organizá-las para dar sentido ao texto, o que pode

ajudar na clarificação e na compreensão do conteúdo que está sendo estudado.

O ato de escrever não possui a mesma rapidez e maleabilidade da oralidade, pois quando escrevemos não é possível ir para tantos lados como no oral, a ordem da escrita determina a coerência e a lógica do texto, a correção não é imediata. Escrever depende de um planejamento que não é necessariamente escrito, mas auxilia a escrita (Cândido, 2001, p. 23).

Pensada dessa forma, a escrita matemática pode trazer ao ensino dessa disciplina uma gama de significados para os conceitos matemáticos. Essa prática permite ao aluno desenvolver uma nova maneira de representar a Matemática, na qual ele pode descrever ou até mesmo refinar ideias em associação a diversos tipos de textos propostos pelo professor. É importante que o aluno compreenda a finalidade dessa escrita para que ela se torne uma prática efetiva no contexto escolar. Segundo Cândido (2001, p. 24), cada um desses recursos de representação vai criando um estilo próprio de expressão ao mesmo tempo que transforma o anterior. Assim, a possibilidade de expressar, por escrito, aquilo que se representa simbolicamente em números complementa e enriquece as discussões matemáticas. Nacarato (2013, p. 66-67) defende a ideia de que

É no movimento interativo em sala de aula, possibilitado pelas comunicações orais que nela se estabelecem ou pelas escritas dos alunos, socializadas e compartilhadas, que o aluno vai se apropriando de modos de pensar característicos da matemática escolar. E, portanto, inconcebível uma prática pedagógica de matemática pautada apenas na palavra do professor.

Diante desse contexto, observa-se que o ensino reflexivo da Matemática pode favorecer um cenário interativo, pois o professor se desprende do discurso unilateral em sala de aula para dar espaço à expressão do aluno e à sua interpretação das ideias matemáticas. A relação dialógica se torna o foco do processo de ensino-aprendizagem, permitindo que professores e alunos, expressem ideias, discutam-nas e cheguem a um entendimento comum, construindo novos conhecimentos. Essa perspectiva de ensino baseia-se na ideia de que o aluno desenvolve seu conhecimento a partir de vivências e de que o professor deve mediar essas experiências em sala de aula, permitindo que novos saberes emergjam associados a práticas sociais.

Adotando essa visão dos autores, compreendo que a aula de Matemática deve assegurar que a comunicação se estabeleça entre os participantes e que as tarefas desafiem os alunos de modo a provocar inquietações. Assim, cabe ao professor compreender essas inquietações e, ao intervir, estimular o aluno a buscar respostas e desenvolver estratégias não padronizadas de resolução.

A BNCC faz referência a abordagens comunicativas para o ensino de conceitos

matemáticos em sala de aula, mas essas orientações soam como diretrizes que oportunizam os alunos a expressarem ideias, argumentos ou resultados matemáticos de forma clara, coerente e precisa. Essas diretrizes focam no uso da linguagem matemática, na justificativa e argumentação, na interpretação e na comunicação oral e escrita, entre outras habilidades. Segundo a BNCC, essas diretrizes auxiliam na compreensão e no desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico em diferentes contextos. Para que essas ações sejam plenamente efetivadas, é necessário fortalecer aspectos importantes, como a formação de professores, a avaliação formativa, o material didático e a participação ativa dos alunos.

Portanto, é essencial que o professor desenvolva ações pedagógicas voltadas à organização de conteúdo, à representação e à interação entre ele e os alunos, bem como entre os próprios alunos, para que a aprendizagem seja construída de maneira dinâmica. Compreendo que desenvolver um ensino da Matemática fundamentado na compreensão não é uma prática fácil para a maioria dos professores, principalmente no que diz respeito à organização e instrumentalização das discussões matemáticas. No entanto, é preciso fortalecer essa abordagem para que a aprendizagem matemática aconteça com compreensão e significado. As ações dos alunos devem refletir interesse pelo saber e autonomia na tomadas de decisão, para que se tornem protagonistas de seu aprendizado.

3.4 Reflexão sobre a prática comunicativa na sala de aula

A compreensão das ações pedagógicas que os professores realizam para direcionar o ensino da Matemática aos alunos passa pela concepção da prática que desenvolve na sala de aula. Muitos desafios são impostos a essas práticas que buscam atender tanto às diretrizes curriculares quanto às aprendizagens desafiantes para os alunos. Tornar o ensino eficaz exige do professor uma dinâmica de aula que favoreça o pensamento matemático do aluno, na perspectiva de dar sentido ao conhecimento que está sendo aprendido. Isso se aplica à prática do professor, cujo objetivo é que o conhecimento matemático surja de discussões e interações coletivas na sala de aula.

Nesse entendimento, busca-se um modelo de ensino no qual o aluno compreenda conceitos matemáticos por meio de reflexões e interações com os outros, pois nessa visão de ensino, a aprendizagem está centrada no aluno e no envolvimento que ele terá com as tarefas de resolução de problemas, as quais devem ser elaboradas dentro de um contexto de saberes sociais e experiências de aprendizagem, para que a intenção de ensino proposta pelo professor possa garantir a construção de novos saberes por esses alunos. Ao validar essa prática, é possível

descrever também as ações dos alunos ao se envolverem nas tarefas de sala de aula, assim como as do professor durante o ensino. Esse processo lógico e dinâmico representa um contexto de ensino de Matemática que viabiliza uma aprendizagem significativa.

Concordando com Ponte, 2005 que tarefas desafiadoras, que levam o aluno a pensar matematicamente e que se baseiam em seus conhecimentos prévios, oferecem diversas possibilidades de aprendizagem. No entanto, isso desafia o professor a lidar com a diversidade de contextos que podem surgir nas discussões com os alunos. Dependendo de suas experiências e saberes, os alunos podem traçar caminhos inesperados para a solução, os quais devem ser explorados pelo professor. Assim, seu papel será tomar as ideias apresentadas e os caminhos de aprendizagem, buscando intervir conforme surgem as mais comuns entre os alunos e estimulando discussões que levem a um consenso lógico sobre os fatos levantados.

A capacidade do professor de orquestrar essas ideias e transformá-las em objetos de avanço nas aprendizagens é uma ação desafiadora que depende tanto de sua compreensão pedagógica quanto da prática que desenvolve na sala de aula. Se o professor estiver condicionado a um discurso unilateral, advindo de um ensino onde os procedimentos são ensinados e repetidos pelos alunos, essa ação provavelmente não será concretizada. Para que possa se efetivar na sala de aula, o diálogo, as interações e as práticas comunicativas, da forma como surgem e no contexto que se manifestam, precisam ser bem compreendidos pelo professor.

Dessa forma, o docente poderá desenvolver as habilidades e competências necessárias para atender às demandas de aprendizagem dos alunos, no contexto em que surgirem. O ideal seria alcançar um ambiente de aprendizagem no qual práticas comunicativas fizessem parte do dia a dia da aula do professor. Essa intenção está alinhada à proposta interventiva desenvolvida nesta tese, que busca sugerir ou mesmo evidenciar a possibilidade real dessa abordagem no ambiente escolar.

De acordo com Ponte e Chapman (2006), a prática deve ser entendida como as atividades que os professores realizam de modo constante, levando em consideração o contexto em que atuam, seus significados e intenções pedagógicas. Utilizo esse conceito para entender que “a prática de ensino do professor é essencial não só para identificar suas ações, mas também as intenções que estão incorporadas nessas ações” (Canavarro *et al.*, 2014, p. 220). É interessante desenvolver ações em sala de aula onde os alunos possam lidar de forma independente com os problemas matemáticos propostos, construindo seu próprio entendimento para, posteriormente, compartilhar suas ideias em discussões mediadas pelo professor. No ensino da Matemática pautado na compreensão, essas discussões proporcionam espaço para o

entendimento pessoal e coletivo dos alunos, sem que o professor precise necessariamente demonstrar procedimentos ou abordagens corretas para a resolução de uma tarefa.

Ponte e Chapman (2006) defendem que as discussões matemáticas devem ser pensadas para apoiar a aprendizagem dos alunos, ajudando-os a desenvolver práticas de discurso matemático. Essas ações dos alunos convergem com as ações educativas dos professores, expressas em uma prática que valoriza tanto as práticas comunicativas quanto as interações sociais. A dinâmica do ensino que oportuniza ao aluno a expressão de ideias no coletivo, permitindo que sejam compreendidas pelos demais, pode também encorajá-los a avaliar e refinar suas próprias ideias na discussão com os outros. A participação de todos nessas discussões deve ser assegurada pelo professor, que deve provocar os alunos com questionamentos e pontos de reflexão para que se sintam acolhidos em um ambiente produtivo.

Ao orientar os alunos no desenvolvimento do conhecimento matemático, o professor identifica e interpreta o que os alunos dizem, ouvindo-os continuamente na sala de aula, a fim de buscar estratégias que despertem neles a curiosidade para descobrir o que desejam saber. Esse ambiente de aprendizagem deve ser criado ou favorecido pelas ações dos professores para que possam gerir as interações, utilizando a comunicação como um elemento propulsor de aprendizagens. Os diálogos presentes nessas ações pedagógicas asseguram que todos os alunos possam comunicar ideias e partilhar saberes, com vistas à construção de novos sentidos e significados. A prática do ensino reflexivo da Matemática “não implica necessariamente que os alunos estão no comando da aula” (Canavarro, et al, 2014, p. 230), mas que estão no centro dela, construindo coletivamente seus saberes.

As ações do professor devem estar estruturadas em um propósito matemático consistente, ancorado na tarefa e na discussão que ela suscita. Produzir sentidos e significados para conceitos matemáticos depende tanto da atuação do professor quanto dos interesses dos alunos. Portanto, ao planejar abordagem pedagógica, o professor deve ter em mente a relação simultânea de aprendizagem dos alunos em relação ao conteúdo discutido ou ensinado. Essa consciência permite que o ensino se ajuste ao desenvolvimento de capacidades matemáticas, sustentado pela resolução de problemas orientada discursivamente e pela comunicação. Os alunos são convidados a discutir conceitos novos e relevantes enquanto resolvem problemas que os instigam e envolvem durante a construção das soluções. O professor media essa construção, gerindo o confronto e a comparação de diferentes soluções, evitando um “desfilar de respostas iguais e corretas” (Canavarro, et al, 2014, p. 228).

Em relação aos alunos, percebe-se que muitas de suas ações refletem a concepção de prática dos professores. Se o professor oportunizar discussões entre eles durante a resolução de

tarefas matemáticas, sem interferir na construção de suas estratégias, poderá estar contribuindo para o desenvolvimento de seu protagonismo. É papel fundamental do professor estimular essa prática, pois a interação e a comunicação bem estabelecidas entre as partes sustentam o ensino. Esse profissional deve valorizar as construções coletivas, entendendo que elas enriquecem a aprendizagem matemática. Discutir uma tarefa ou problema com os alunos em sala de aula vai além da confrontação de diferentes estratégias de solução produzidas por eles, pois o professor precisa saber usar essas estratégias para direcioná-los a compreensões mais profundas sobre a Matemática.

De acordo com as discussões anteriores e com base na literatura pesquisada, percebe-se que desenvolver uma abordagem de ensino que valorize a compreensão pode ser complexo para alguns professores, que podem não estar acostumados a fazer uso das respostas dos alunos, visto que essa ação sempre foi associada ao papel do professor. Lidar com respostas diferentes e, por vezes inesperadas, faz com que o professor sinta que seu papel direto na sala de aula contraria modos anteriormente desenvolvidos. Essa questão impacta a prática do professor, pois exige um agir mediador que não comprometa a construção coletiva de conhecimentos pelos alunos. A ação reflexiva dos alunos sobre problemas matemáticos deve ser o foco da aprendizagem, com os problemas atuando como geradores de questionamentos que levem a novas descobertas. Logicamente, eles não estarão sozinhos durante esse percurso. O professor estará alinhado aos seus interesses de aprendizagem, mediando as interações e discussões de forma a não restringir as possibilidades de aprender.

É interessante que durante o desenvolvimento de uma aula de Matemática, as ações do professor sejam organizadas de modo a favorecer discussões e interações no processo de resolução de problemas pelos alunos. No momento de sistematização das respostas elaboradas, o professor assume o papel de direcionar a formalização dos conceitos, integrando tanto os aspectos trazidos pelos alunos quanto aqueles considerados formais na Matemática. Ao entender e observar as discussões dos alunos, o professor interpreta essas ações enquanto cria uma estrutura interventiva ajustada ao que está sendo discutido. Essa prática do professor que responde às ações dos alunos deve estar fundamentada no conhecimento matemático, assim como nas intenções de aprendizagem planejadas. O conhecimento construído de forma coletiva na sala de aula, mediado pela comunicação entre os participantes, deve ser justificado, representado e escrito na linguagem matemática.

Nesse sentido e considerando o desafio complexo de orquestrar uma aula de Matemática, as ações dos professores devem focar na valorização das ideias dos alunos, servindo de base para as interações e discussões em torno dos conceitos matemáticos. As ações

dos alunos, por sua vez, devem se concentrar nas discussões em torno da tarefa matemática, na produção colaborativa de uma investigação em direção a um objetivo comum, e na construção dialógica do conhecimento. Para Mestre e Oliveira (2014, p. 284), a seleção das tarefas trabalhadas em sala de aula deve levar em conta o tipo de atividade que se pretende proporcionar aos alunos. Assim, essas tarefas precisam proporcionar discussões conceituais que estimulem o estabelecimento de conexões dentro de um contexto lógico e coerente das ideias matemáticas.

Segundo Stein, *et al.* (2008, p. 319), fornecer aos alunos tarefas cognitivamente desafiadoras e, em seguida, conduzir discussões do tipo “mostrar e contar” não é suficiente para promover avanços matemáticos significativos para toda a turma. A expressão “mostrar e contar” mencionada pelo autor limita as possibilidades de conexões que os alunos poderiam fazer entre os saberes que já possuem e os que ainda precisam aprender caso a discussão realmente ocorresse na sala de aula. Uma abordagem “mostrar e contar”, conforme os autores explica, pode não estimular a exploração do raciocínio dos alunos, pois “não há motivos matemáticos ou outros para que os alunos necessariamente ouvissem e tentassem entender os métodos de seus colegas. Eles poderiam simplesmente escolher a maneira que mais gostaram”.

O objetivo do ensino da Matemática é justamente evitar esse comportamento unilateral, dirigido pelo professor, e valorizar a construção coletiva mediada pela comunicação em sala de aula.

Na verdade, faz toda diferença propor aos alunos a resolução de tarefas de aplicação de conhecimentos já aprendidos ou tarefas que requerem um esforço especial de interpretação e simulação de diferentes possibilidades de elaboração e testes de conjecturas, formalização e justificação de resultados (Quaresma e Ponte, 2014, p. 265).

A comunicação desenvolvida em sala de aula deve estruturar o processo de ensino e aprendizagem, tornando a prática do professor dialógica, de modo que os saberes sejam construídos coletivamente, com espaço para os alunos se expressarem, o que os ajudará a compreender conceitos matemáticos. Observa-se que tarefas matemáticas que conduzem a procedimentos rotineiros tendem a limitar as oportunidades de interação e discussão em sala de aula. “Boas propostas de atividades são aquelas que não separam o pensamento matemático dos conceitos matemáticos ou aptidões, que despertam a curiosidade dos alunos e que os convidam a especular e a prosseguir com as suas intuições” (NCTM, 1994, p. 27). O modo como os alunos são conduzidos à exploração de determinados conteúdos, por meio da seleção de tarefas feitas pelo professor, influencia diretamente nas oportunidades de aprendizagem que terão ao resolver essas atividades.

Compreendo que a escolha de uma tarefa adequada à aprendizagem dos alunos deve

considerar o nível de maturidade intelectual que ele já alcançaram e o nível ao qual estão preparados para chegar. Para realizar essa escolha, o professor deve conhecer bem os fatores que influenciam o conhecimento que eles possuem e as áreas onde precisam avançar. Além disso, é importante que as atividades interessem aos alunos e que considerem suas predisposições para utilizar suas próprias experiências, estabelecendo conexões que os levam a ir além. O ideal é que os professores proponham tarefas inseridas em contextos familiares aos alunos, estimulando a aplicação da matemática em situações que fazem parte do cotidiano deles.

Baseando nesse entendimento, pressuponho que todos podem aprender matemática, outros contextos podem ser introduzidos, desafiando intelectualmente os alunos. O papel das tarefas e da ação do professor ao desenvolvê-las fortalece o engajamento dos alunos, permitindo que, durante o processo de resolução, eles possam demonstrar seu modo de pensar e aprender matemática. Ao conhecer melhor essas características dos alunos, o professor pode aprimorar a seleção de tarefas, ajustando-se cada vez mais aos interesses de aprendizagem deles.

Um diferencial significativo no ensino reflexivo e compreensivo da Matemática está nas ações do professor ao orientar os alunos em atividades que favoreçam seu envolvimento significativo com a Matemática. Suas ações se tornam relevantes quando correspondem às provocações de aprendizagem, incentivando os alunos a pensar sobre ideias matemáticas, fazer conexões, resolver problemas e desenvolver habilidades de cálculo. Todas essas ações colaborativas promovem uma aprendizagem matemática com significado e compreensão e tornam o ensino dinâmico, pautado em um contexto onde a fala do professor é construída em prol do pensamento do aluno. Assim, a inclusão do aluno na dinâmica de comunicação do professor favorece tanto sua capacidade de expressão em grupo quanto seu poder de argumentação.

No entanto, encorajar o aluno a falar ou expressar ideias matemáticas pode não ser suficiente para o professor organizar essas ideias. Saber orquestrá-las é essencial, pois as falas dos alunos podem se perder sem causar impactos na aprendizagem. A escuta atenta do professor é um diferencial, pois seu papel está em aproveitar as ideias dos alunos e incentivá-los a construir outras. Essa ação, quando bem estruturada, se reflete na prática pedagógica do professor ao propor intervenções adequadas ao contexto de aprendizagem dos alunos. São essas questões que abordaremos no próximo item, para esclarecer como as práticas comunicativas, surgidas das interações entre alunos e professor durante a resolução de problemas, podem promover a construção de aprendizagens matemáticas no Ensino Médio.

CAPÍTULO 4

Este capítulo aborda a resolução de problemas no Ensino Médio, as tarefas matemáticas e a condução da fala do professor, considerando as interações e práticas comunicativas que devem ter espaço na sala de aula Matemática.

4.1 Práticas comunicativas na resolução de problemas no Ensino Médio

No Ensino Médio, as práticas comunicativas devem proporcionar aos alunos condições para a crítica e autocrítica, sendo “capazes de produzir explicações, formular questões e escrever argumentos que professores, colegas ou mesmo matemáticos consideram logicamente corretos e coerentes” (NCTM, 2007, p. 411). Nesta etapa, é essencial considerar o aluno como um ser ativo fora do contexto escolar, imerso nas transformações e avanços tecnológicos, cujas experiências pessoais podem impulsionar novas aprendizagens. O professor atua como ponte nesse processo, ao desenvolver, junto aos alunos, ambientes de discussão coletiva de ideias matemáticas, onde cada um se sinta seguro para “arriscar” comentários, conjecturas e explicações. Esses ambientes também devem ser espaços para o professor esclarecer as ideias e afirmações dos alunos, analisar com cuidado aspectos discutidos sobre um problema e as explicações matemáticas construídas, buscando aperfeiçoar essas concepções por meio das interações comunicativas.

Essa ação deve ser objetiva, pois a orquestração das discussões dos alunos precisa se manter em níveis adequados de diálogo e qualidade, para que pensamentos e colocações sejam considerados relevantes para a aprendizagem. Além disso, o professor deve conduzir essas reflexões para uma argumentação escrita que representa as ideias do grupo sobre o foco da discussão, seja gerada por um problema ou conteúdo matemático, entre outros. O registro escrito auxilia o professor a interpretar o pensamento do aluno, sua compreensão sobre a matemática e seu conhecimento de mundo. A comunicação se faz presente em todos os momentos, sustentando interpretações, explicações e argumentações, sejam elas orais ou escritas.

As tarefas matemáticas e a condução da fala do professor em sala de aula podem contribuir significativamente para o desenvolvimento da comunicação e do pensamento dos alunos durante o processo de resolução de problemas. A forma como o professor direciona as interações e discussões dos alunos nesse processo pode representar para eles um aprendizado sólido de conceitos matemáticos. Diante desse fato, entendemos que a tarefa desempenha um

papel fundamental na produção dessas discussões e interações. Segundo Ponte (2005), existem muitos tipos de tarefas matemáticas, entre elas os problemas, exercícios, investigações e projetos. Uma tarefa é o objetivo de uma atividade. Ao resolver um problema, os alunos estão envolvidos numa atividade que pressupõe uma tarefa. Uma tarefa desafiadora, segundo Vale e Barbosa (2017), deve envolver ativamente os alunos na construção de uma diversidade de ideias e estilos de aprendizagem.

Contudo, um desafio matemático deve ser interessante e agradável, mas nem sempre fácil de lidar ou resolver. É uma proposta que estimula os alunos e exige um pensamento matemático diante do contexto em que se apresenta. Segundo Vale e Barbosa (2017), um desafio é adequado quando o aluno possui o conhecimento e habilidade necessários e sabe utilizá-los de modo não padronizado e inovador. Assim, o professor deve aproveitar a oportunidade para explorar ao máximo o potencial da tarefa em prol das aprendizagens dos alunos. Nesse contexto, as interações e agrupamentos fazem sentido para a produção de discussões produtivas entre alunos em pequenos grupos. Esse tipo de discussão favorece mais a expressão de ideias entre eles, pois, em discussões coletivas, tendem a “calcular mais o que dizem ou mesmo calar-se se não tiverem a certeza da pertinência do seu comentário” (Martinho e Ponte, 2005, p. 3).

O ensino da Matemática voltado à reflexão e à compreensão de conceitos tende a explorar tarefas desafiadoras que envolvam os alunos na investigação de modos de resolução. Para isso, utiliza-se de interações e práticas comunicativas, como o explicar, perguntar, ouvir e interpretar, que permitem ao professor explorar bem o potencial de uma tarefa matemática, tornando-a um recurso de aprendizagem. Nessa abordagem de ensino, as questões levantadas pelos alunos durante as discussões são consideradas e interpretadas pelo professor, que as devolve com questionamentos que estimulam o pensar e aprimorar ideias, sem necessariamente estabelecer uma conclusão. A explicação dada pelo professor é vista como um caminho para novas formas de pensar dos alunos, que, a partir dessas reflexões, vão chegando a um entendimento comum. A comunicação que prevalece na sala de aula nessa concepção de ensino é de natureza social, sendo resultado de um entendimento mútuo.

A comunicação tem a função de criar e manter o consenso e o entendimento entre os indivíduos através da interpretação do outro, numa ação de complementaridade, de reconhecimento mútuo e de permitir que os mesmos indivíduos modifiquem o comportamento da sociedade através de um processo de influência recíproca entre os sujeitos (Menezes *et al.*, 2014, p. 137).

Diante desse entendimento, as práticas comunicativas discutem aspectos fundamentais

das ações dos professores em relação à dinâmica da comunicação que se estabelece na sala de aula entre professor, alunos e conhecimento matemático. Essa abordagem integra ideias resultantes das ações pedagógicas desenvolvidas pelo professor para intervir de forma mais eficaz na aprendizagem do aluno. É preciso considerar a proposta da tarefa com vistas às possibilidades que ela pode trazer para a discussão de ideias matemáticas significativas para o aluno, incentivando-o a expressar seus pensamentos matemáticos nas discussões com colegas e professor. Essa ação levará à construção de um conhecimento novo, argumentativo e compreensivo, sustentado pela comunicação desenvolvida nas interações.

As interações e práticas comunicativas devem ter espaço na sala de aula. O professor precisa valorizar essas práticas para compreender como os alunos percebem as ideias compartilhadas no grupo, utilizando intervenções adequadas pra promover o avanço dessas reflexões. Essa é uma preocupação fundamental em uma aula de Matemática, pois, quando bem conduzida, pode resultar em diversas estratégias de desenvolvimento de habilidades matemáticas pelos alunos. É possível que ações dessa natureza se concretizem por meio da fala que o professor produz em sala de aula, estruturada nas práticas comunicativas que desenvolve junto aos alunos. As práticas comunicativas originadas das interações na sala devem convergir para a negociação de significados, de modo que a interpretação do que está sendo discutido resulte em um consenso para o diálogo e o entendimento mútuo. Sem essa compreensão, o professor tende a perder o direcionamento das discussões que levam os alunos a construir novos conhecimentos.

Para entender o conceito de *discussão*, recorro a Guerreiro, et al (2015, p. 289), que o definem como “processos de interações e partilha de conteúdos matemáticos num ambiente comunicativo rico, intencionalmente construído, visando suportar o desenvolvimento das aprendizagens em Matemática”. As relações de diálogo favorecem práticas discursivas permitindo que os participantes compreendam e se influenciem pela fala do professor que inclui também as ideias pensadas pelos alunos. No ensino da Matemática, o professor não monopoliza sua fala, ele “orquestra e dirige os alunos na interpretação da Matemática de forma, tanto quanto possível, criativa” (Menezes, 1997, p. 6), promovendo o raciocínio, a comunicação e a capacidades de resolução de problemas.

Nessa perspectiva, com professor e alunos protagonistas das discussões em sala de aula, as ações dos professores devem promover instruções que incentivem os alunos a tomar decisões e a serem autônomos na construção do saber. Essa possibilidade se concretiza por meio da negociação de significado, que permite ao professor discutir com os alunos, pensando com eles e não por eles, e promovendo uma escuta e troca de ideias. O crescimento intelectual resultante

dessa interação torna o conhecimento matemático mais significativo e compreensível. Ao favorecer momentos de interação, o professor incentiva o avanço do aluno a partir dos saberes que possui e que se evidenciam nas interações em aula, fornecendo ferramentas para a tomada de decisões em relação ao que precisa ser aprendido. A construção de um ambiente de escuta na sala valoriza os conhecimentos dos alunos, ajuda a entender sua forma de pensar e apoia suas aprendizagens.

Ao se colocar na posição de ouvinte, o professor incorpora em sua fala as ideias dos alunos, intervindo para ajudá-los a avançar. Essa prática interpretativa do professor revela uma compreensão do pensamento dos alunos, permitindo que atenda às expectativas de aprendizagem que possuem. Portanto, a prática comunicativa, construída nas interações da sala de aula e considerando o contexto em que ocorrem, tende a desafiar o pensamento dos alunos e aprimorar suas habilidades de resolução de problemas. Ao criar ou fomentar essas práticas, o professor promove a comunicação, valoriza a natureza das interações nas discussões matemáticas coletivas e assume o papel de organizador do ambiente de aprendizagem.

Evidente que nem todas as colocações dos alunos resultarão em reflexões produtivas para o avanço do conhecimento matemático. Todavia, a diferença está na orquestração dessas colocações pelo professor, sendo fundamental para que o aluno perceba a sala de aula como um espaço de discussão e exploração de conceitos matemáticos. Por meio dessa prática discursiva, o professor pode direcionar o diálogo para que os alunos expliquem e justifiquem suas ideias. Esse esclarecimento de ideias fortalece a construção da fala do aluno, que precisa organizar suas ideias antes de buscar argumentos para justificá-las ou explicá-las.

Nesse direcionamento, os alunos também precisam ser bons ouvintes para responder às reflexões propostas pelo professor ou pelos colegas. Ao explicarem suas ideias, os alunos constroem argumentos que serão analisados e confrontados pelos demais, gerando novas reflexões e aprendizagens. Isso geralmente ocorre em discussões coletivas, nas quais o professor busca estabelecer conexões entre o que está sendo dito e o conhecimento que deseja produzir. Essa capacidade de articular as ideias matemáticas dos alunos com o novo conhecimento é desenvolvida pelo professor durante as interações e construção de diálogos produtivos na sala de aula. O ensino da Matemática deve transcender a mera escolha de uma tarefa produtiva ou a criação de ambientes de discussão matemática; Ele visa também proporcionar ao professor condições para explorar as potencialidades de suas ações pedagógicas e estar preparado para lidar com a complexidade que surge dessa exploração.

Nesse contexto, o conhecimento matemático, alinhado à capacidade de professores e alunos se entenderem, é construído coletivamente, respeitando as experiências previamente

existentes. Os alunos têm a oportunidade de ampliar seus saberes mediante das discussões em sala de aula, percebendo o que já sabem e o que os outros também sabem, para avançar em suas aprendizagens. A negociação de significados se estabelece nessa conexão matemática, onde o diálogo acontece e produz reflexões compartilhadas por todos, realçando o papel do professor na condução desse processo e do aluno como construtor do seu conhecimento. A descentralização do conhecimento pelo professor permite ao aluno desenvolver uma reflexão matemática autônoma a partir das discussões coletivas, favorecendo a produção de seu conhecimento. Esse enfoque de aprendizagem é central ao ensino da Matemática defendido nesta tese, promovendo compreensão e significado, com base no diálogo e nas interações sociais.

As práticas comunicativas estruturam essa prática ao serem integradas à fala do professor, como uma ação comunicativa essencial na condução do processo de ensino-aprendizagem. Quando o aluno se sente parte dessa ação, ele pode ser estimulado pelo que está sendo dito por colegas ou pelo professor, que deve ter claro seus objetivos de aprendizagem para evitar que o aluno desenvolva uma relação de dependência.

O aluno deve ser incentivado a buscar suas próprias respostas, criar suas próprias estratégias e pensar matematicamente. É certo que essa ação representa um desafio para o professor, pois não é fácil atender às necessidades de aprendizagem dos alunos no ritmo de cada um. Trata-se de uma prática que precisa ser desenvolvida e aprimorada em sala de aula e que requer tempo para que professor e alunos se adaptem a essa dinâmica rica na construção de saberes. Todavia, é importante destacar que os desafios do professor vão além de desenvolver essa perspectiva de ensino. É necessário avançar continuamente em sua prática, visando uma aprendizagem significativa, que é o objetivo final de suas ações.

De acordo com Menezes *et al.* (2014, p. 148), o estudo sobre formas de resposta do professor às contribuições dos alunos tem sido limitado. Alguns pesquisadores (Bishop; Goffree, 1986; Godino; Llinares, 2000) discutem a interação professor/aluno guiada por normas sociais negociadas e aceitas, que emergem da própria prática e regulam a participação de ambos na sala de aula. São questões que permanecem em debate e que, no contexto da comunicação como elemento de aprendizagem, podem ser exploradas sob diversas perspectivas, considerando o contexto em que ocorrem. Entretanto, nesta tese, são abordadas algumas contribuições dessas práticas para a promoção de aprendizagens matemáticas entre alunos do Ensino Médio, pautadas no diálogo e nas interações em sala de aula.

Assim, vivenciar o ensino da Matemática em ambientes instrucionais, com uma abordagem de resolução de problemas que integre elementos discursivos, pode permitir a exploração das potencialidades das práticas comunicativas diante de tarefas desafiadoras,

promovendo experiências mais profundas com a Matemática. Como as práticas comunicativas são intrínsecas ao ensino, uma não ocorre satisfatoriamente sem a outra, e ambas se interligam nas interações entre alunos e professor, complementando-se e sendo fortemente exploradas para o desenvolvimento de um ensino da Matemática com compreensão e significado.

Aliadas a essas intenções de aprendizagem, a resolução de problemas orientada discursivamente (Koichu, 2019) traz para esse contexto elementos cognitivos, discursivos e outros que venham surgir durante a resolução. Esses elementos, segundo o autor, “legitimam o uso de problemas para os quais os métodos de solução ainda não foram ensinados, oportunizando a construção de novos recursos”. Nesse sentido, estratégias para construir interações e diálogos entre professor e alunos na sala de aula podem ser desenvolvidas durante a resolução de problemas. Os espaços de fala criados pelo professor podem favorecer reflexões e discussões que contribuam para a construção de novos conhecimentos, respeitando as experiências trazidas pelos alunos.

Dessa forma, práticas comunicativas são essenciais para compreender as experiências dos alunos e para que o professor as aproveite como base para direcioná-los a novos saberes. Por meio da resolução de problemas, os alunos podem expressar suas aprendizagens e compartilhá-las nas discussões coletivas, permitindo ao professor intervir na criação de diálogos que promovam novas descobertas. A tarefa de resolução de problemas também possibilita aos alunos representarem, de forma oral ou escrita, as estratégias que desenvolveram para construir respostas tanto individualmente quanto de forma colaborativa.

4.2 Comunicação na resolução de problemas para desenvolver aprendizagens matemáticas no Ensino Médio

É neste contexto, voltado para a sala de aula de Matemática, que o interesse por práticas comunicativas e de resolução de problemas surge para apoiar os processos de ensino e aprendizagem que envolvem a construção de conhecimentos matemáticos. Considerando a comunicação como um conjunto de ações contínuas de interação, reforço a ideia de que “pensar sobre a aula de Matemática pressupõe o papel que a comunicação desempenha nessa aula” e “que o tipo de comunicação desenvolvida na sala de aula influencia fortemente o ensino-aprendizagem da Matemática” (Guerreiro *et al*, 2015, p. 280).

Nesse sentido, argumento que práticas comunicativas intensificadas e bem exploradas na resolução de problemas orientada discursivamente podem ser um diferencial, com a perspectiva de que o professor seja capaz de valorizar momentos de discussão e interatividade.

Esses momentos devem surgir naturalmente ou ser intencionalmente criados nas aulas de Matemática, para que os conhecimentos trazidos por alunos e professor sejam problematizados e abordados de modo investigativo. Pretende-se que esse processo possa instigar a criticidade nos alunos, desenvolver a criatividade, a curiosidade, o raciocínio lógico-dedutivo e, além disso, fomentar a comunicabilidade e a capacidade de argumentação.

Os diálogos são o resultado das práticas comunicativas desenvolvidas na sala de aula, visto que, segundo Alrø e Skovsmose (2010, p. 12), as qualidades de comunicação podem ser explicadas em termos de *diálogos*. A palavra “diálogo” tem muitos significados usuais, mas todos eles compartilham o envolvimento de duas ou mais partes na sua construção. Ao discutirem tarefas de resolução de problemas, de modo individual ou coletivo, alunos e professor utilizam práticas comunicativas que permeiam a construção de diálogos, necessariamente oriundos das interações.

Essa dinâmica de ensino-aprendizagem promove a discussão matemática, destacando “o raciocínio como uma capacidade transversal no ensino da Matemática” (Ponte *et al.*, 2013, p 55). O crescente interesse pelas práticas comunicativas que se desenvolvem na sala de aula de Matemática não é gratuito. A literatura revela essa evolução ao longo dos anos, assim como sua importância na construção de conhecimentos no processo de ensino-aprendizagem (Martinho 2007; Guerreiro 2011; Menezes et al 2014; Guerreiro et al 2015; Tomás Ferreira 2020). Essa importância parece ser partilhada por professores, pesquisadores e alunos. Tal concepção ganha força à medida os professores se preocupam em estimular os alunos a pensar e comunicar ideias, conectando seus pensamentos aos de outros e, talvez, tendo *insights* que lhes permitam ampliar e construir novas ideias a partir do compartilhamento de diferentes opiniões sobre um mesmo tema.

Nesta perspectiva, propomos algumas formas de ensino que auxiliem os professores a desenvolver e intensificar a comunicação matemática com seus alunos na sala de aula. Essa intenção tem implicações claras sobre o papel de cada um no processo, na adequação da linguagem e na valorização das interações que podem ocorrer no ambiente escolar. Entendo o quão complexo pode ser criar ambientes de aprendizagem em que os alunos possam interagir espontaneamente entre si e com o professor. Nesses ambientes, eles compartilham conhecimentos intuitivos e informais, e cabe ao professor integrá-los ao contexto matemático, ajudando-os a estabelecer conexões entre as noções intuitivas e informais que possuem e a linguagem representativa, abstrata e simbólica da matemática.

Essa complexidade de ações comunicativas, essenciais para a construção de novos conhecimentos é atualmente objeto de estudos e pesquisas (Menezes, 2004; Martinho, 2007;

Guerreiro 2011; Menezes et al 2014; Guerreiro *et al.*, 2015) que apontam sua relevância no ensino investigativo da Matemática, refletindo consideravelmente na aprendizagem dos alunos. Desenvolver um ensino de matemática com compreensão requer envolver os alunos na produção de conhecimento, sendo essa ação fundamental para expandir as possibilidades de troca de informações entre eles e o professor.

Ao mesmo tempo, o professor deve incentivar a busca por novas informações sobre o que deseja aprender ou ensinar, visando uma construção compartilhada de saberes. Cabe assinalar que é desafiador esse tipo de ensino, pois a incerteza sobre o que pode surgir de novo na discussão exigirá uma nova forma de atuação do professor em relação aos alunos ao conhecimento. A prática em questão, o direcionamento dado às discussões e aos questionamentos dos alunos na sala de aula, influencia diretamente suas aprendizagens. Portanto, caberá ao professor possuir um conhecimento aprofundado sobre o conteúdo a ser tratado e decidir como ensiná-lo, para quem ensiná-lo e quando abordar cada conteúdo matemático. Diante desse cenário, o aperfeiçoamento profissional é iminente, demandando mais estudo e uma ressignificação da prática pedagógica para atender às demandas emergentes. Segundo as considerações de Godino e Llinares (2000), é nas interações entre os sujeitos que se forma o significado, e este reside no uso das palavras, frases, signos e símbolos, não apenas no som ou na representação deles.

Nesta reflexão, o valor do significado nos mostra que a Matemática é uma forma de ver o mundo, e a comunicação tem o papel de informar como esse mundo se estabelece e constrói suas ideias e relações, não podendo ocorrer ao acaso, mas fundamentada na construção interpretativa que se tem sobre as coisas. Nesse entendimento, a comunicação envolve “processos através dos quais sujeitos e ambiente influenciam-se mutuamente” (Guerreiro, 2011, p. 65) numa dinâmica de significados que provém das interações, mantendo-os harmonizados. A resolução de problemas surge como uma tarefa essencial para o ensino-aprendizagem da Matemática ao estimular os alunos a desenvolverem um cenário coerente para as ideias matemáticas.

Assim, a tarefa de resolução de problemas não apenas evidencia as ideias matemáticas dos alunos, mas também os envolvem, por meio das interações, em discussões que as clarificam. Nesse processo, percebe-se que se comunicar não se resume a transmitir ideias ou experiências, mas a vivenciá-las coletivamente. Ao partilhar ideias comuns, os alunos constroem novos conceitos tanto na Matemática quanto nas relações de convivência e nas vivências pessoais e sociais. Conforme Garcia (2006), o indivíduo é sujeito e objeto da comunicação, e sua personalidade se forma no processo de socialização pela interação recíproca de elementos

objetivos e subjetivos que atribuem significação à comunicação.

A partilha de significados realizada pelos sujeitos no processo comunicativo influencia diretamente seu comportamento social, uma vez que há uma relação recíproca constante que sustenta o consenso e o entendimento entre eles. “O ensino que valoriza o papel ativo do aluno na aprendizagem, precisa de forma fundamental dessa noção, uma vez que as tarefas são o elemento organizador da atividade de quem aprende” (Ponte, 2014, p. 14). Como preconiza a BNCC, ao compartilhar raciocínios ou argumentar ideias durante a resolução de problemas, os alunos desenvolvem habilidades de comunicação matemática.

A resolução de problemas envolve o pensamento do aluno, na medida em que ele discute suas ideias com os demais e com o professor, ouve as contribuições dos colegas e, com base em seus conhecimentos prévios, as aprimora, elaborando estratégias que respondam as suas necessidades de aprendizagem. Para Ponte (2014, p. 13), as tarefas são especialmente importantes pelo modo como podem (ou não) dar origem a atividades educacionalmente promissoras. Diante dessa reflexão, entendo que a resolução de problemas, como tarefa de investigação, busca valorizar as capacidades e os processos de pensamento matemático dos alunos, sendo “objeto de discussão e partilha” (Carvalho; Ponte, 2014, p. 33).

Nessa perspectiva, a BNCC apresenta a resolução de problemas como um processo capaz de potencializar as aprendizagens matemáticas, bem como de desenvolver o letramento matemático dos alunos. Com base nesse pressuposto, tarefas de resolução de problemas podem fomentar no aluno o desenvolvimento de diferentes estratégias, que, aliadas às práticas comunicativas, poderão ajudá-lo a explicar e justificar ideias “e ser crítico face às explicações dos colegas” (Carvalho; Ponte, 2014, p. 35).

Práticas comunicativas desenvolvidas no contexto da sala de aula, entre professor e alunos, aliadas a uma abordagem de resolução de problemas orientada discursivamente, oferecem a possibilidade de fluência do raciocínio dos alunos à medida que eles se envolvem nas discussões e investem tempo na reflexão e na construção de estratégias de resolução. O professor, ao utilizar essas práticas, intervém estrategicamente no contexto das discussões para que os alunos aprimorem argumentos e justificativas, avançando nas aprendizagens. De forma sutil, as intervenções do professor tendem a direcionar o raciocínio dos alunos para aspectos específicos da abordagem defendida por ele.

Tarefas de resolução de problemas devem ter um papel amplo no processo ensino-aprendizagem, não sendo usadas apenas como ponto de partida para a aprendizagem de conceitos matemáticos, mas também como “elemento organizador das atividades dos alunos” (Ponte *et al.*, 2015). É essencial que o professor compreenda a importância dessa tarefa para o

ensino da Matemática e saiba desenvolvê-la com seus alunos. Essa prática se concretiza quando o professor “valoriza o papel ativo dos alunos” (Ponte, et al 2015, p. 299). Dada a vasta possibilidade de aplicação no contexto educativo, é necessário que os professores tenham uma concepção consensual sobre a essência dessas tarefas para que possam surtir efeito na aprendizagem dos alunos. Ponte *et al.*, (2015, p. 112) observam que, ao planejar suas aulas, os professores devem utilizar diferentes tipos de tarefas, pois cada tipo desempenha um papel específico na aprendizagem.

A resolução de problemas é um tipo de tarefa que permite ao aluno raciocinar e fazer conexões entre seus conhecimentos prévios e os conceitos abordados nas discussões matemáticas em sala de aula. Nesse processo, as informações que emergem são utilizadas para ampliar esses saberes no campo matemático. Esse raciocínio envolve a capacidade de criar conjecturas e justificar ideias matemáticas construídas pelo aluno. Como aponta Ponte *et al.*, (2015, p. 113), acessar diretamente o raciocínio matemático dos alunos é, naturalmente, impossível. Para conhecer esse raciocínio, é necessário que os alunos o comuniquem por meio de representação que pode ser oral, escrita, gestual, entre outras.

O ensino reflexivo da Matemática valoriza a tarefa de resolução de problemas por permitir ao aluno, de maneira investigativa, lidar com métodos de resolução desconhecido, que são desafiadores e estimulam a descoberta. Essa abordagem aproxima conhecimentos prévios e novos, numa interação ativa e constante que incentiva o aluno a uma aprendizagem autônoma, mesmo participando de construções coletivas ou colaborativas. Com base na literatura, compreendo que professores que ensinam conceitos matemáticos por meio da abordagem de resolução de problemas precisam ter conhecimentos específicos sobre o ambiente instrucional (sala de aula) e não apenas sobre conceitos formais da Matemática. É necessário que consigam se aproximar dos conhecimentos trazidos pelos alunos e promover tarefas que os façam refletir e avançar desses conhecimentos para a formalização de outros, mais sistematizados e complexos do ponto de vista matemático.

Chapman (2015) cita os estudos de Kilpatrick (2001) ao explicar como as crianças desenvolvem a proficiência matemática, destacando que a compreensão conceitual e a fluência processual incorporam o tipo de conhecimento e habilidade necessários para uma resolução eficaz de problemas. O autor também aponta como a competência estratégica, a disposição produtiva e o raciocínio adaptativo contribuem para esse objetivo. Ele observa que esses conhecimentos e habilidades estão interligados, sendo diferentes aspectos de um todo complexo, de modo que não é possível alcançar a proficiência matemática sem abordar todas essas vertentes.

Os elementos apontados por Chapman (2015) abrangem habilidades que competem ao professor desenvolver em diversos aspectos, tanto por meio da prática docente quanto de sua formação profissional, com o intuito de apoiar os alunos no processo de proficiência na resolução de problemas. Chapman (2009a) também observou que o professor pode ter diferentes concepções sobre problemas contextuais, as quais podem limitar ou aprimorar o potencial de resolução dos alunos. Toda essa reflexão sobre o que o professor precisa saber para ensinar Matemática através da abordagem de resolução de problemas de maneira eficaz recai sobre a complexidade de conhecimentos interdependentes que ele precisa possuir e utilizar no ensino. Assim, desenvolver uma abordagem de resolução de problemas orientada discursivamente (Koichu, 2018) envolve considerar todos esses elementos discutidos e buscar implementá-los no contexto da sala de aula, apoiando-se na comunicação.

4.3 A Resolução de problemas no contexto da sala de aula

A resolução de problemas tem sido o foco do ensino da Matemática há décadas e continua despertando o interesse de professores e pesquisadores, que, há mais de 50 anos, buscam formas e estratégias para desenvolvê-la eficazmente na sala de aula (Schoenfeld 2013; Koichu, 2018; Vale e Barbosa, 2020; Rott et al, 2021). Modelos normativos de resolução de problemas surgem para tentar explicar e auxiliar o professor a aplicar a resolução de problemas em sala de aula. Esses modelos trazem, em sua essência, a resolução de problemas estruturada em uma sequência de passos ou procedimentos que orientam o trabalho pedagógico do professor, praticamente determinando o que ele deve fazer para desenvolvê-la com os alunos e promover sua aprendizagem.

Recentemente, percebe-se a necessidade de avançar nessa perspectiva de ensino-aprendizagem da Matemática, considerando que modelos normativos não têm proporcionado aprendizagens matemáticas com compreensão e significado. Tampouco, parecem favorecer que o professor explore ou reflita sobre ideias matemáticas com os alunos, pois esses modelos focam em procedimentos e fórmulas como o centro do ensino e da aprendizagem matemática. Essa constatação se baseia no fato de que o ensino-aprendizagem da Matemática atualmente visa tornar o aluno reflexivo, capaz de construir conhecimento de forma autônoma e com compreensão. Assim, a possibilidade de refletir sobre questões importantes da Matemática e utilizá-la em seu contexto social se torna cada vez mais necessária.

Nesta tese, adoto a resolução de problemas como o envolvimento em situações matemáticas às quais o solucionador atribui problematidade, sem um caminho de solução

prontamente disponível, mas com um contexto adequado para encontrar uma solução (Koichu et al, 2022). Ao resolver problemas em Matemática, os alunos devem ser investigativos, desenvolvendo modos de pensar, hábitos de persistência e curiosidade para aplicar conhecimentos prévios e criar estratégias de resolução. Corroboro com a ideia de que “a resolução de problemas não só se constitui como o objetivo da aprendizagem matemática, como é também um importante meio pelo qual os alunos aprendem matemática” (NCTM, 2007, p. 57). Assim, é imprescindível que o professor estimule o aluno a pensar matematicamente e a tirar conclusões a partir de experiências matemáticas, sem necessariamente seguir regras pré-determinadas.

Com base na literatura, percebe-se que modelos normativos baseados em procedimentos e fórmulas parecem não favorecer o processo reflexivo necessário ao ensino da Matemática atualmente, ao enfatizar procedimentos e fórmulas. Portanto, cabe ao professor tomar consciência da prática docente e buscar evoluir para modelos descritivos, que consideram erros, desvios e acontecem em grupos colaborativos. Essa evolução esperada não ocorre ao acaso ou de modo inesperado, mas se baseia em reflexões e estudos sobre a prática docente. A tomada de consciência do professor é um ato pessoal que pode ser promovido por experiências bem sucedidas, muitas vezes desencadeadas em um processo de formação.

Embora tenha havido uma atenção crescente à resolução de problemas nas últimas décadas (Felmer et al 2019), para Schoenfeld (2021), “a maioria dos alunos ainda não experimentam a resolução de problemas em suas aulas de Matemática”, sendo uma prática desejável no ensino, mas representa um desafio para o professor. Esse desafio envolve a autonomia dada ao aluno na tomada de decisões ao resolver problemas, pois o professor precisa permitir que o aluno se debruce sobre o problema e busque formas de resolvê-lo, sem necessariamente apresentar respostas, procedimentos ou fórmulas. A função do professor ao selecionar problemas para sua turma é garantir a evolução do aluno na aprendizagem da Matemática. Para isso, é fundamental que, ao escolher os problemas, o professor antecipe ideias matemáticas, formas de resolução e conhecimentos prévios que os alunos podem mobilizar.

Em outras palavras, a literatura mostra que não há uma forma “correta” de se abordar um problema em sala de aula. Entretanto, segundo Zaks et al (2022), se queremos criar oportunidades para que os alunos desenvolvam a capacidade de resolver problemas de modo satisfatório, precisamos nos colocar no lugar deles e tentar imaginar como reagem diante de uma tarefa. Diante da ideia dos autores, reconheço que essas habilidades são pouco naturais à prática do professor, mas é o que busco instigar nesta tese. Ao fomentar a ideia de formar alunos eficientes em resolver problemas, os professores serão desafiados a desenvolver uma série de

habilidades com os alunos, como incentivá-los a discutir sobre o problema, analisar o contexto, ler cuidadosamente, interpretar as informações, entre outras.

O ensino reflexivo e compreensivo da Matemática, defendido nesta pesquisa, exige uma mudança na postura e na prática do professor em relação à comunicação e à resolução de problemas, pois ambas devem caminhar juntas para alcançar esse objetivo. Os professores se tornam essenciais nesse processo, pois são responsáveis por influenciar o desempenho dos alunos em relação aos hábitos de reflexão mental, estimulando-os a pensar. “Ao alimentar um ambiente em que o desenvolvimento da compreensão é consistentemente verificado por meio da reflexão, os professores criam condições para que os alunos aprendam a tomar a responsabilidade de refletir sobre o seu desempenho mediante resolução de problemas” (NCTM, 2007, p. 60).

Nesse modelo de ensino da Matemática, as decisões pedagógicas do professor em relação à resolução de problemas devem ser profundas e abrangentes, pois influenciam diretamente a aprendizagem dos alunos. Os professores precisam ser claros quanto aos objetivos matemáticos que desejam que seus alunos alcancem. Essa clareza deve estar presente na formulação dos problemas, que devem ser desafiadores e, ao mesmo tempo, viáveis de resolução para os alunos. Diante disso, a prática pedagógica também exige uma organização cuidadosa quanto aos momentos de discussão em sala de aula, à sondagem da turma, aos comentários sobre conceitos matemáticos, à revisão e ao atendimento das necessidades de aprendizagem dos alunos, entre outras demandas. Essa organização da aula, com foco na aprendizagem do aluno, contribui para desenvolver e aprimorar o raciocínio dos alunos, além de orientar o que está sendo ensinado e aprendido. Ao fomentar o desenvolvimento do pensamento e do raciocínio dos alunos, o professor

Permite que os alunos pensem, acreditando que conseguem resolver problemas, escutando atentamente as suas explicações e estruturando um ambiente que valorize o trabalho que os alunos empreendem. Os professores também promovem a resolução de problemas e ajudam os alunos a explicitar estratégias de resolução (NCTM, 2007, p. 138, adaptado).

Nesse sentido, “avaliar as capacidades dos alunos para resolver problemas é uma tarefa mais difícil do que avaliar as suas capacidades de cálculo” (NCTM, 2007, p. 138), pois o professor precisa reunir uma variedade de informações sobre o que os alunos sabem e como utilizam esses conhecimentos para planejar tarefas que promovam avanços no contexto geral da sala de aula. Entendo que cada tarefa planejada deve ter como finalidade expandir o pensamento de alguns, provocar reflexões em outros e consolidar conceitos aprendidos. É importante que todos os alunos sejam contemplados nesse contexto de aprendizagem,

permitindo-lhes refletir, explicar e justificar suas respostas, de modo que a resolução de problemas conduza a uma compreensão significativa dos conceitos matemáticos.

O professor deve assegurar que a capacidade de resolver problemas é acessível a todos os alunos e que não há regras ou métodos “corretos” para realizá-la. A resolução de problemas é fundamental no ensino da Matemática em qualquer etapa, pois, “sem essa capacidade, a utilidade e o poder das ideias e do conhecimento matemático ficam severamente limitados” (NCTM, 2007, p. 212). Defendo que essa abordagem associada à comunicação – representada nesta tese pelos diálogos entre alunos e professor – pode permitir que os alunos avancem na compreensão profunda dos conceitos matemáticos.

Esses diálogos comunicativos podem surgir das experiências dos próprios alunos ao interagirem com colegas ou no contexto social em que estão inseridos. O crucial é que eles expressem suas ideias, familiarizem-se com novos conceitos e aprendam a aplicá-los em contextos variados da vida social e escolar. A resolução de problemas proporciona a interação necessária para concretizar essa importante ação. Ela envolve os alunos em processos discursivos e reflexivos de leitura, escrita, interpretação de fatos e compreensão do que está sendo discutido. A formalização dos resultados dessas ideias matemáticas, decorrentes dos momentos de resolução de problemas, é organizada pelo professor por meio das intervenções que ele constrói com o grupo de alunos em sala de aula. Essa prática, na qual o conhecimento é discutido e construído coletivamente, torna a aprendizagem matemática mais significativa.

Os alunos devem ter contato frequente com problemas em sala de aula, principalmente aqueles que lhes despertam interesse e os desafiam a buscar soluções, pois é importante que se sintam capazes de criar estratégias a partir de conhecimentos individuais e coletivos. “A resolução de problemas não constitui um tópico isolado, mas um processo que deve atravessar o estudo da Matemática e proporcionar um contexto, no qual conceitos e capacidades sejam aprendidos” (NCTM, 2007, p. 212). Assim, é desejável que, ao discutirem os problemas, os alunos levantem questões que ampliem o problema, seja pelo contexto familiar ou por curiosidade. Cabe ao professor oferecer essa possibilidade ao selecionar “bons problemas”, ou seja, aqueles que promovam diálogos e reflexões entre os alunos.

À luz desse entendimento, percebo que é provável que os alunos desenvolvam confiança para falar sobre o que sabem quando se sentem integrados nas aulas de Matemática, desempenhando papéis ativos na elaboração das regras e com suas ideias sendo respeitadas e valorizadas. Em um ensino compreensivo e reflexivo da Matemática, essas atitudes são essenciais para que os alunos atribuam sentido à Matemática e se sintam encorajados a fazer perguntas, formular conjecturas e defender argumentos matemáticos. “É de responsabilidade

do professor saber quando deve ajudar os alunos e quando estes são capazes de continuar seu trabalho de forma produtiva, sem ajuda” (NCTM, 2007). Também, cabe ao professor dar tempo para que os alunos explorem o problema, pois “a ajuda precoce poderá privá-los da oportunidade de fazerem descobertas matemáticas” (NCTM, 2007).

Diante dessas discussões, reforço a resolução de problemas como um meio para a construção de diálogos em sala de aula, considerando as interações que ela promove nas aulas de Matemática. Essas interações são, para mim, um objeto de investigação, ao promover diálogos entre os alunos. A resolução de problemas envolve os alunos, fazendo-os sentir o poder e a utilidade da Matemática ao discutirem e trabalharem sobre um problema por determinado tempo. Ao adotar uma abordagem discursiva da resolução de problemas, os professores podem entender o quanto essa prática pode ser significativa na aprendizagem dos alunos, pois os faz refletir e interagir com o contexto do problema, enquanto o professor intervém observando atentamente as ações dos alunos.

4.4 A Resolução de problemas orientada discursivamente abordada no contexto colaborativo

Ao propor uma resolução de problemas dentro de uma abordagem discursiva, o professor confronta sua prática em um contexto de experiência coletiva, no qual planeja, analisa e implementa na sala de aula mecanismos de aprendizagem que lhe permitem constatar os resultados desse processo. Nessa perspectiva, o professor tende a perceber o que de novo pode surgir em sua prática e como isso favorece ou não a aprendizagem do aluno. É evidente que esse percurso requer uma avaliação coletiva constante no grupo colaborativo de coaprendizagem, que considere erros e acertos, promovendo ajustes necessários a essa prática.

Essa evolução na prática docente representa um desafio ao processo educativo, mas oferece possibilidades de avanço para o ensino e a aprendizagem. Isso ocorre, por exemplo, ao unir forças, onde os professores se sentem mais seguros na implementação, sabendo que todos os objetivos estão sendo discutidos e negociados abertamente, como afirmam Pinto *et al.* (2018), o que resulta em ganhos a prática e melhor compreensão dos conceitos matemáticos pelos alunos. Esse efeito se deve, em parte, à autonomia dada aos alunos na realização de tarefas de resolução de problemas matemáticos, nos quais eles precisam tomar decisões individuais ou coletivas durante o processo de resolução.

Considerar essa autonomia dos alunos pressupõe aceitar que as resoluções que eles apresentam não seguirão um padrão sequencial de etapas. Essas resoluções serão conduzidas

de acordo com a compreensão e o raciocínio que cada aluno tem sobre o problema. Essa abordagem de resolução, segundo Rott, et al (2021), segue uma perspectiva descritiva, pois processos reais de resolução de problemas não são lineares – incluem erros, desvios e ciclos sem uma sequência predeterminada – ao contrário da perspectiva normativa, que caracteriza representa a maioria dos modelos teóricos de resolução de problemas como processos idealizados. Para Onuchic (1999), o ensino de Matemática deve ocorrer em uma atmosfera de investigação orientada pela resolução de problemas, e ao tratar do processo de ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas, seu ponto central de interesse é ajudar o aluno a compreender conceitos, processos e técnicas operatórias necessárias dentro do trabalho feito em cada unidade temática.

Percorrendo esse caminho e buscando novas experiências, discutimos no grupo de coaprendizagem as perspectivas que temos e as que queremos construir para a prática de resolução de problemas. A autora ainda ressalta que

Quando os professores ensinam matemática através da resolução de problemas, eles estão dando a seus alunos um meio poderoso e muito importante de desenvolver sua própria compreensão. À medida que a compreensão dos alunos se torna mais profunda e mais rica, sua habilidade em usar matemática para resolver problemas aumenta consideravelmente (Onuchic, 1999, p. 208).

Observa-se nas palavras da autora que a resolução de problemas é uma ferramenta importante para mobilizar conhecimentos, compreender a matemática em seus aspectos específicos e aplicá-la em diversos contextos, visto que o aluno é sujeito ativo de sua própria aprendizagem. Assim, no contexto da sala de aula, tanto a resolução de problemas quanto os diálogos construídos nas interações dos alunos ao resolver problemas podem fortalecer uma prática de ensino consistente, pautada em discussões coletivas com objetivos de aprendizagem definidos. Esses objetivos envolvem o interesse dos alunos em aprender matemática e o papel do professor em oferecer oportunidades para que eles pensem matematicamente e construam seu aprendizado a partir de reflexões coletivas.

Nesse sentido, apoio-me nas ideias de Ponte, Mata-Pereira e Quaresma (2013), que sugerem que, ao criar um contexto de discussões matemáticas na sala de aula, o professor deve valorizar a expectativa dos alunos em expor pensamentos e soluções aos colegas. Ao desenvolver essa ação, desafios emergirão, exigindo que o professor adote uma postura interventiva e consistente para estimular os alunos a buscarem respostas para suas próprias indagações e, a partir delas, tomarem decisões matemáticas, ou seja, desenvolverem suas próprias estratégias de resolução.

Promover a compreensão conceitual no aluno é um desafio para o professor e requer uma dinâmica de ensino pautada na investigação, pois é necessário que o professor conheça as potencialidades e os conhecimentos dos alunos para propor tarefas que os façam avançar. Por outro lado, implementar o ensino de resolução de problemas na prática ainda representa um desafio nas escolas. Segundo Koichu *et al.* (2022), isso ocorre porque grande parte da pesquisa sobre resolução de problemas permanece, de certa forma, atórica, embora tenha alcançado avanços significativos. O autor também destaca que a sequência complexa de ações envolvidas na implementação discursiva da resolução de problemas inicia com o pesquisador e se desdobra em processos de discussão coletiva entre professores, que posteriormente compartilham os resultados com seus alunos.

Essa dinâmica, cada vez mais peculiar devido à sua complexidade, e à ênfase em elementos discursivos, torna a resolução de problemas na perspectiva discursiva significativa para a aprendizagem. Koichu (2019) aponta várias implicações que dificultam a prática discursiva de resolução de problemas em sala de aula, incluindo a competência do professor para traduzir padrões discursivos sutis em implicações específicas para o ensino. O autor observa que, embora os professores reconheçam o potencial da resolução de problemas discursivamente orientada para o ensino da Matemática, muitos se sentem despreparados e desmotivados para implementar essa prática de forma sistemática.

Por outro lado, convém perceber que “a matemática escolar não se resume a olhar para coisas prontas e definidas, mas para a construção e apropriação, pelo aluno, de um conhecimento capaz de compreender e transformar a realidade” (Onuchic, 1999). Esse entendimento favorece a formação profissional do professor para lidar com a Matemática no sentido de desenvolver o raciocínio e a compreensão do aluno. Podemos pensar na formação de professores e em como ela têm contribuído para o ensino da Matemática com compreensão e significado.

Koichu (2019) defende que a resolução de problemas discursivamente orientada requer algumas condições fundamentais para que se desenvolva satisfatoriamente em sala de aula. Entre essas condições estão: (1) um ambiente em que os alunos se sintam confortáveis para expressar ideias e opiniões livremente; (2) os problemas propostos aos alunos serem abertos e desafiadores, permitindo múltiplas abordagens e soluções; (3) o professor como facilitador de discussões, apoiando os alunos em seus argumentos e justificativas; (4) ênfase na compreensão e não nos cálculos; (5) feedback do professor aos alunos, para que refinem suas habilidades e aprimorem suas estratégias de resolução.

Esses elementos, quando praticados em sala de aula, podem elevar a prática do professor

na resolução de problemas. Por isso, são considerados, nesta tese, nas discussões do grupo de coaprendizagem, como elementos essenciais para o ensino da Matemática, integrando as intervenções que os professores realizaram na sala de aula. Reconheço enquanto professora, que essa abordagem é um desafio e ainda não é uma realidade em muitas escolas brasileiras. Ciente disso, pretendo que as contribuições desta pesquisa ajudem os professores a entender e analisar sua viabilidade. A resolução de problemas ainda é tratada de forma simplista na sala de aula, com o foco voltado para a aplicação de procedimentos e cálculos.

A abordagem discursiva da resolução de problemas propõe o caminho inverso, incentivando discussões matemáticas produtivas, nas quais os alunos possam pensar e construir argumentos que sustentem suas ideias. A comunicação permeia todo esse processo, gerando diálogos entre os participantes em um movimento de negociação de significados e promovendo a compreensão de conhecimentos matemáticos. Desde a época de Polya¹⁰ até os dias atuais, acompanhamos os estudos de muitos pesquisadores (Kilpatrick, 1969, 1985; Lester, 1980; Schoenfeld, 1985, 1992; Silver, 1985, 1990) que discutiram e escreveram sobre o significado de ensinar e aprender matemática, apresentando diferentes perspectivas para a resolução de problemas. A cada década, temos presenciado avanços consideráveis na resolução de problemas, baseados nesses estudos..

A resolução de problemas discursivamente orientada, proposta por Koichu (2019), valoriza as discussões e o diálogo como parte integrante do processo de ensino- aprendizagem da Matemática. Nessa perspectiva, os alunos não apenas devem encontrar respostas para os problema, mas também justificá-las, detalhando o caminho percorrido até chegar ao resultado. Essa abordagem exige um engajamento ativo dos alunos nas discussões e resoluções matemáticas, com a comunicação desempenhando um papel central em todo o processo, ajudando-os a desenvolver habilidades de argumentação matemática.

Nesse sentido, Onuchic (1999) reflete que apesar da ênfase dada à resolução de problemas na década de 80, dos avanços e mudanças ocorridos e do crescente apoio dado a ela na década de 90, ainda há desafios a serem superados. Na década atual, Liljedahl e Cai (2021) discutem questões relevantes sobre a evolução das discussões a respeito da resolução de problemas e revelam a “complexidade com a qual os pesquisadores de resolução de problemas têm lutado nos últimos 25 anos” (p.3). No olhar desses autores, essa complexidade se baseia no

¹⁰ Matemático húngaro de grande importância na primeira metade do século passado que também se notabilizou pelo trabalho que desenvolveu sobre os métodos heurísticos e a resolução de problemas em Matemática e o seu ensino. Em 1945, publica um dos seus livros mais conhecidos, *How to Solve It*. O livro está traduzido em mais de 20 línguas de muitos países, em inúmeras reimpressões e edições, a última das quais de 2014.

fato de que “mesmo as pesquisas emergentes decorrentes dos últimos cinco anos continuaram a trabalhar para descobrir as nuances por trás da resolução de problemas como uma atividade contextual e socialmente construída” (p. 3)

Essa reflexão nos mostra que há um direcionamento e que novos caminhos estão surgindo para tornar a resolução de problemas efetiva na sala de aula. Entretanto, muitos obstáculos precisam ser pensados e superados. Considerando essa abordagem na sala de aula, compreendo com base na literatura discutida, a necessidade de um trabalho contínuo de formação docente, que fortaleça aspectos da prática e permita que o professor se sinta confiante e seguro. O grupo colaborativo de coaprendizagem estreita a relação entre o professor e o pesquisador, permitindo que, ao discutir, planejar e implementar uma abordagem discursiva da resolução de problemas por meio da investigação, ambos percebam os benefícios para o ensino e a aprendizagem. A formação continuada se configura como um espaço de aprendizagem e discussão de práticas, colaborando significativamente para o crescimento profissional do professor e, conseqüentemente, para a aprendizagem dos alunos.

Diante disso, é preciso fortalecer o aspecto formativo do professor, assegurando a qualidade da formação que ele recebe e incentivando a reflexões crítica sobre sua prática. Essa questão é amplamente discutida no campo da Educação há anos (Gatti, 2014, 2017). Assim, não pretendo defender nenhuma corrente ideológica específica; independentemente dessas questões, nesta pesquisa, busco abordar a resolução de problemas discursivamente orientada, proposta por Koichu (2019), por entender que essa prática favorece interações em sala de aula e, conseqüentemente, diálogos produtivos sobre Matemática. Para o autor, muitos professores de Matemática em Israel reconhecem os benefícios da resolução colaborativa de problemas em pequenos grupos para aprendizagem dos alunos, mas se sentem desconfortáveis ou despreparados para implementar essa prática sistematicamente, dada as restrições da escolarização da vida real (Koichu; Keller, 2019).

De acordo com as ideias de Koichu (2019), pode-se afirmar que, apesar de seu poder descritivo e explicativo, a perspectiva discursiva ainda não se tornou plenamente atraente para os professores de Matemática que buscam diretrizes baseadas em pesquisa para o ensino. No entanto, a perspectiva discursiva da resolução de problemas continua sendo discutida e tem ganhado espaço no campo da Educação Matemática por viabilizar a reflexão e a construção de conceitos matemáticos significativos para os alunos. Isso significa dizer que ensinar e aprender Matemática na atual sociedade contemporânea faz pouco sentido sem a utilização dessa abordagem discursiva, já que, segundo Koichu (2019), ela favorece o desenvolvimento intelectual do aluno e desafia a prática pedagógica do professor.

A adoção do trabalho colaborativo de coaprendizagem, nesta pesquisa, busca envolver pesquisador e professor em um objetivo comum: observar a prática e, em parceria, engajar-se em investigações voltadas para o aprendizado e o crescimento profissional de ambos. Embora, como refletem Pinto *et al.* (2021), as duas comunidades – professor e pesquisador – se diferenciem em termos de conhecimento, experiência, recursos, expectativas, objetivos, valores e práticas, o grupo colaborativo de coaprendizagem, permite que ambos compartilhem objetivos e formas de investigação elaboradas de modo colaborativo. No entanto, como mencionado por Pinto *et al.* (2021), cada um entra em uma nova forma de interação, saindo de sua zona de conforto, com motivações diferentes, pois ambos veem novas oportunidades de aprendizado no outro.

A parceria de coaprendizagem envolve os participantes em um ambiente colaborativo e interativo, em que cada um compartilha conhecimentos, discute experiências e constrói, dentro do grupo, habilidades individuais conforme suas vivências. As reflexões e a troca de saberes possibilitam mudanças no pensamento e na prática, favorecendo o desenvolvimento profissional. A colaboração entre pares e o diálogo estruturado são características dessa abordagem, incentivando a discussão de ideias e estratégias de ensino e aprendizagem da Matemática. O diálogo não é apenas informal, mas direcionado a instigar o pensamento matemático e a reflexão sobre os objetos de discussão. A perspectiva colaborativa aproxima o professor do campo da investigação e o pesquisador da realidade que se deseja investigar. Trabalhando de maneira colaborativa, ambos se envolvem sem relações hierárquicas “numa base de igualdade de modo a haver ajuda mútua e a atingirem objetivos que a todos beneficiem” (Boavida; Ponte, 2002, p. 3).

Na parceria colaborativa de coaprendizagem, o professor atua efetivamente junto ao pesquisador no processo de investigação, sendo parte ativa da pesquisa e não apenas objeto dela. De acordo com Pinto *et al.* (2021), no processo de coaprendizagem sobre investigação, ambos têm a oportunidade de refletir, explicitar e reconsiderar suas perspectivas e práticas de investigação tácita, já que esses processos giram em torno da negociação e formação de objetos essenciais para coordenar a pesquisa colaborativa. No que se refere à comunicação, o desafio enfrentado nesta pesquisa foi o desenvolvimento do processo de discussão em um grupo de professores, formado em parceria de coaprendizagem, que refletiu de maneira colaborativa sobre aspectos da prática de resolução de problemas em sala de aula.

A partir desses estudos e reflexões, construímos uma tarefa que promoveu interações dialógicas entre os alunos durante a resolução de um problema envolvendo a perspectiva discursiva. Entendo como fundamental o trabalho colaborativo para o desenrolar de todo o

processo estudado e implementado, já que a comunicação gerada nos grupos de alunos estimula o pensamento matemático.

Por meio das interações criadas nos grupos de alunos em sala de aula, diálogos foram construídos e deles emergiram práticas comunicativas que foram identificadas, analisadas e discutidas pelo grupo colaborativo de coaprendizagem. Ao efetivar elementos da prática discursiva da resolução de problemas durante a realização dessa tarefa e discuti-los no grupo colaborativo, os professores puderam refletir sobre suas contribuições para a aprendizagem dos alunos. Essas reflexões podem trazer ao professor novas abordagens para a resolução de problemas, permitindo que os alunos se envolvam na tarefa sem depender diretamente do direcionamento do professor.

Por fim, compreendo que, para que os alunos do Ensino Médio estejam preparados para atuar no mundo do trabalho, na escola ou na vida, eles precisam desenvolver seus conhecimentos de forma eficaz. A Matemática é apenas um desses conhecimentos, mas a disposição para resolver problemas pode ajudá-los a tomar decisões ao longo do tempo. A confiança e a autonomia que se pretende desenvolver com a tarefa de resolução de problemas proporciona a utilização dessas habilidades em outros contextos e podem trazer ao aluno a percepção de que, se uma abordagem não der certo, ele pode tentar uma segunda ou terceira, sem se sentir preso a um único procedimento ou forma de fazer. “Alunos que resolvem problemas de maneira eficiente não aderem cegamente a planos” (NCTM, 2007, p. 394). Segundo Schoenfeld (1985), esses alunos monitoram sua evolução, analisam e fazem ajustes quando as coisas não ocorrem como esperado.

A abordagem discursiva da resolução de problemas pode favorecer aprendizagens matemáticas significativas, ao dar espaço para discussões e diálogos entre os alunos e o professor. Essa percepção emerge do coletivo à medida que se planejam e reelaboram ações de implementação dessa abordagem de resolução de problemas em sala de aula. Todo esse processo será detalhado na descrição metodológica dos momentos de discussão realizados com os professores do grupo colaborativo de coaprendizagem. A tarefa utilizada pelos professores no momento da intervenção também será descrita, já que ela é responsável por promover os diálogos entre os alunos durante a resolução do problema.

CAPÍTULO 5

METODOLOGIA

Este capítulo aborda aspectos da metodologia de pesquisa qualitativa e dos procedimentos metodológicos empregados neste estudo. Detalha-se a produção de dados e os procedimentos dela decorrentes, além de se destacar fatores relevantes que ocorreram no desenvolvimento da pesquisa, como o cenário e a caracterização dos sujeitos participantes, as fontes utilizadas e o processo em que se desenvolveu, com o propósito de elucidar os elementos investigados. Assim, o presente capítulo delinea o caminho metodológico percorrido para a compreensão das práticas comunicativas emergentes das interações entre alunos do Ensino Médio durante a resolução de problemas matemáticos. O objetivo principal é investigar de que maneira essas práticas comunicativas impactaram nas aprendizagens matemáticas desses alunos.

Ressalta-se que a pesquisa foi conduzida por meio de intervenções planejadas em ciclos de estudo, executadas em um ambiente colaborativo com a participação ativa de professores (Koichu, 2019). A perspectiva de análise de dados adotada está fundamentada na triangulação de dados que, ao combinar informações provenientes de diferentes fontes, "assegura uma compreensão aprofundada do fenômeno em questão" (Denzin; Lincoln, 2005). Para tanto, produzi relatos detalhados das discussões realizadas com os professores, consolidados no formato de caderno de apontamentos. Os diálogos produzidos pelos alunos durante as intervenções foram transcritos e as tarefas realizadas por eles durante o processo de resolução do problema também foram documentadas.

O período de desenvolvimento da pesquisa abrangeu de setembro de 2022 a junho de 2023, desde o primeiro contato até a conclusão das intervenções planejadas. Ao longo desse período, foram realizados 12 momentos de discussão coletiva, constituindo etapas cruciais para o amadurecimento da compreensão dos professores sobre a prática de resolução de problemas e sua influência nas aprendizagens matemáticas dos alunos.

A condução da pesquisa, por meio de momentos de discussão e estudo no grupo colaborativo de coaprendizagem, proporcionou uma abordagem sistemática e reflexiva, permitindo ajustes contínuos com base nos resultados obtidos. A triangulação de dados, por sua vez, conferiu robustez à análise dos dados, promovendo rigor metodológico que tornou evidente o esforço em controlar vieses, garantindo a confiabilidade da pesquisa por meio de conclusões fundamentadas em evidências sólidas, conforme o entendimento de Denzin e Lincoln (2005).

Em síntese, a presente pesquisa alia ações práticas em sala de aula a uma abordagem teórico-metodológica, com o objetivo de explorar as complexidades das práticas comunicativas durante a resolução de problemas matemáticos pelos alunos do Ensino Médio.

5.1 Natureza da pesquisa e procedimento metodológico

Uma vez delimitado o objetivo de pesquisa, que visa *compreender as práticas comunicativas que surgem das interações entre alunos do Ensino Médio, durante a resolução de problemas na sala de aula, analisando o impacto dessas práticas nas aprendizagens matemáticas desses alunos*, adoto a natureza e os aspectos da investigação qualitativa, cujo “foco está nos processos e não nos resultados ou produtos e que o ponto de vista dos participantes assume grande importância” (Bogdan; Biklen, 1994). Esses autores argumentam que pesquisadores qualitativos “não recolhem dados ou provas com o objetivo de confirmar ou infirmar hipóteses construídas previamente. Ao invés disso, as abstrações são construídas à medida que os dados particulares que foram recolhidos vão se agrupando”.

Nesse mesmo entendimento, Creswell e Poth (2018) esclarecem que a pesquisa está situada no contexto ou cenário dos participantes e, para relatar o cenário em que o problema está sendo estudado, o pesquisador deve buscar uma compreensão das características contextuais e sua influência nas experiências desses participantes. Esse autor também traz as ideias de Maxwell (2013), que reforça a importância dos contextos particulares de pesquisa, pois permite aos pesquisadores “compreender como os eventos, as ações e o significado são moldados pelas circunstâncias únicas em que ocorrem”. Com base nessa compreensão, torna-se possível construir perspectivas que favoreçam o desenvolvimento desta pesquisa, especificamente ao que está sendo evidenciado e discutido, que é compreender: *De que maneira práticas comunicativas evidenciadas nos diálogos dos alunos do Ensino Médio, durante a resolução de problemas, impactam suas aprendizagens?*

Para buscar respostas à questão, apoio-me na tarefa de resolução de problemas realizada durante a intervenção em sala de aula, onde os alunos do Ensino Médio interagem, discutem e desenvolvem autonomamente suas estratégias de resolução, mediados pela comunicação. Essa comunicação se efetiva nos diálogos construídos entre os alunos ao interpretar, argumentar, explicar e refletir sobre o problema. O professor participa ativamente desse momento, realizando intervenções produtivas que estimulam os alunos a pensar matematicamente, evitando dar dicas diretas de procedimentos de resolução.

Nesse sentido, considero pertinente que os alunos sejam incentivados a trabalhar em

grupos, para que as interações ocorram entre eles e os diálogos sejam construídos na perspectiva de evidenciar práticas comunicativas, como perguntar, explicar, interpretar e argumentar. O professor, atento aos grupos, permite que os alunos discutam o problema e encaminhem suas estratégias de modo autônomo. Sua função é instigar os alunos a pensar sobre a tarefa, desenvolver estratégias e interagir nas discussões até chegarem às possíveis soluções. As intervenções do professor devem ajudá-los a refletir sobre o problema, sobre a Matemática envolvida, construir possibilidades de resolução, reforçar conceitos matemáticos ou mesmo despertar o interesse para novas aprendizagens.

O ensino da matemática com base na resolução de problemas “implica na ideia de que sua verdadeira essência está em tarefas investigativas, formulação de conjecturas, observação e experimentação” (NCTM, 1994). Essas condições são a base da resolução de problemas e garantem uma compreensão reflexiva dos conceitos matemáticos, devendo, ser abordado de modo consistente na sala de aula. Ao valorizar a autonomia do aluno na resolução de problemas, valoriza-se também o aprimoramento do raciocínio matemático, pois, ao justificar seus argumentos de forma independente, o aluno fortalece sua autoconfiança, deixando de depender apenas das confirmações do professor.

Isso não significa que a autoridade do professor não seja importante, mas, em relação à compreensão do aluno, a autonomia em tomar decisões por conta própria parece ter maior significado na aprendizagem. A comunicação matemática desempenha um papel fundamental nessa aprendizagem, não somente quando os alunos trabalham em grupos, pois a desenvolvem naturalmente nas interações da sala de aula. Com a mediação do professor, os alunos terão a oportunidade de discutir Matemática, ouvindo, perguntando e explicando ideias. Esse ambiente de aprendizagem é favorecido pela comunicação como parte do processos de resolução de problemas e do raciocínio.

Denzin e Lincoln (2005) afirmam que, numa investigação qualitativa, o investigador assume uma postura inquiridora, procurando respostas para questões que enfatizam como a experiência social é criada e como se atribui significado a ela. As ideias desses autores corroboram com Bogdan e Biklen (1994, p. 70) ao inferirem que “O objetivo dos investigadores qualitativos é o de compreender o comportamento e experiência humanos. Tentam compreender o processo mediante o qual as pessoas constroem significados e descrever em que consistem esses mesmos significados”. Eles recorrem à observação empírica, considerando que é a partir de instâncias concretas do comportamento humano que se pode refletir com maior clareza e profundidade sobre a condição humana.

Esse fundamento denota a importância atribuída ao ato de pesquisar, por representar

para o pesquisador uma busca constante por respostas a questões que o inquietam ou instigam à descoberta. Essa busca é obtida por meio de reflexões e estudos de outros pesquisadores que sentiram as mesmas inquietações e encontraram sentido em suas investigações. Destaco que o sentido e o significado dessa busca são subjetivos ao pesquisador, que, diante de suas limitações e entendimentos, interpreta o objeto investigado. Entretanto, ao interpretar e reinterpretar o contexto em que o objeto investigativo está inserido, considera-se o ambiente social e natural em que a temática de pesquisa está sendo desenvolvida e compreendida, cujos “significados subjetivos são negociados socialmente e historicamente” (Creswell, 2014, p. 36), para, posteriormente relacioná-los com as questões específicas da pesquisa.

Para esse autor, “o processo de pesquisa se inicia quando o pesquisador considera o que trazer para a pesquisa” e como esse objeto investigado vai impactar determinado grupo ou área de interesse. Assim, o processo empírico favorece a compreensão do pesquisador acerca do fenômeno estudado, que, de modo detalhado, busca retratar a realidade de forma holística. Diante desse fato, a análise dos dados se dá de forma indutiva pelo pesquisador qualitativo, que “revela maior preocupação pelo processo e seus significados, do que pelas suas causas e efeitos” (Bogdan; Biklen, 1994, p. 209). Essa natureza mais aberta, na qual esta pesquisa se insere, permite que o “foco do estudo esteja na aprendizagem dos significados que os participantes dão ao objeto investigado e não ao significado que os pesquisadores trazem para a pesquisa ou que os autores expressam na literatura” (Creswell, 2010, p. 209), de modo a firmar uma descrição sistemática do contexto real.

Esse contexto real da pesquisa e os elementos qualitativos que a norteiam fazem com que o “andar em torno... outra e outra vez ainda”, mencionado nas sábias palavras de Bicudo (1993, p. 18), configure-se como a ação principal de pesquisar e trazer aos leitores significados repletos de objetividade e subjetividade [...] que tendem a emergir nas compreensões e interpretações do sujeito diante de uma inquietação. Com base nesse entendimento, é possível compreender uma das características comuns da pesquisa qualitativa descrita por Creswell et al (2018, p. 82) “a ideia de que o projeto é emergente”. Segundo o autor, isso significa que o plano inicial de investigação não pode ser rigidamente prescrito, pois o processo pode mudar em todas as fases, inclusive durante o trabalho de campo, à medida que o pesquisador começa a recolher dados. O que se evidencia, ainda em seu ponto de vista, é que “a ideia chave por trás da pesquisa qualitativa é aprender sobre a questão com os participantes e envolver-se nas melhores práticas para obter essa informação (p. 82)

Com esse entendimento, busco dialogar com a literatura, reconhecendo que a natureza qualitativa traz a perspectiva de que os fenômenos devem ser estudados em seu ambiente

natural, com a realidade sendo socialmente construída, não de forma única, mas observada e interpretada de diversas formas. A pesquisa qualitativa valoriza o ambiente em suas condições reais, nas quais os envolvidos realizam atividades cotidianas e naturais, expressando-se e desenvolvendo tarefas que fazem parte do dia a dia da sala de aula, independentemente de qualquer investigação acadêmica. Assim, pode-se afirmar que a pesquisa qualitativa permite o envolvimento do pesquisador, de modo a traçar caminhos que o auxiliem a responder à sua questão investigativa, com base no objetivo pretendido e destacado no contexto deste estudo.

Em síntese, entende-se que o pesquisador qualitativo dialoga com os dados da pesquisa, não apenas observando como eles se constituem, mas também inferindo sobre eles, descrevendo fatos e acontecimentos subjacentes ao contexto em que a pesquisa ocorre, considerando seus participantes, como conduzem e se envolvem com a pesquisa em cada etapa, bem como as percepções inerentes ao processo de análise dos dados. Segundo Creswell (2014, p. 45), o relatório final ou apresentação inclui as vozes dos participantes, a reflexão do pesquisador, uma descrição complexa, a interpretação do problema e a sua contribuição para a literatura, ou um chamado à mudança.

Corroborando as ideias de Creswell et al (2018), defendo que os pesquisadores qualitativos desenvolvem uma proximidade com os participantes da pesquisa e com o contexto em que ela ocorre. Dessa forma, conseguem dialogar diretamente com as pessoas, conviver em seus ambientes, permitir-se interagir e, com isso, observar como essas pessoas se comportam dentro de seus próprios contextos. Essa vivência do pesquisador com o contexto da pesquisa e com os elementos que o compõem permite que, posteriormente, ele possa analisar esses elementos e responder à sua questão de pesquisa.

Essa continuidade no processo de produção dos dados da pesquisa, baseada nos pressupostos teóricos que qualificam a natureza qualitativa, embasa os procedimentos envolvidos no estudo da questão investigada, criando a estrutura necessária para a abordagem metodológica da investigação, que, neste caso, constitui um estudo de caso.

O estudo de caso se enquadra na natureza da pesquisa qualitativa, pois, segundo Yin (2001, p. 16), “é a estratégia adequada quando se colocam questões do tipo “como” e “por que”, quando o pesquisador tem pouco controle sobre os eventos e quando o foco está em fenômenos contemporâneos inseridos em algum contexto da vida real”. Essa perspectiva corrobora com as ideias de Creswell (2014), ao defender que a abordagem qualitativa de estudo de caso permite ao pesquisador explorar um sistema delimitado em um contexto contemporâneo da vida real.

Para Bogdan e Biklen (1994), os estudos de caso consistem na observação detalhada de um contexto ou ainda de uma organização específica, ao longo de um período determinado com

o objetivo de relatar seu desenvolvimento. Nesta tese, o caso se configura pelo estudo desenvolvido em uma escola pública do Estado de Pernambuco, onde professores, em parceria de coaprendizagem, refletem sobre a prática de resolução de problemas e buscam implementar elementos discursivos que favoreçam os alunos no desenvolvimento de práticas comunicativas enquanto resolvem problemas matemáticos.

Os procedimentos metodológicos, para este estudo, propõem a realização de uma intervenção em sala de aula por meio de um problema matemático, cuja finalidade é proporcionar a grupos de alunos do segundo e terceiros anos do Ensino Médio a oportunidade de construir diálogos a partir das interações que estabelecem durante a resolução do problema. Embora haja necessidade de adaptações ao longo desse processo – que ocorreram durante a intervenção –, concordo com as ideias de Creswell (2014), ao afirmar que o desafio é definir o caso, o qual pode ter um aspecto amplo ou restrito, mas precisa ser delimitado de forma que o pesquisador possa reconhecer os possíveis “candidatos à seleção” e perceber, no contexto, aquilo que vale a pena ser estudado.

De acordo com as ideias de Yin (1994), os estudos de caso são um tipo de investigação que permite preservar as características holísticas e significativas dos acontecimentos da vida real, com o intuito de compreender fenômenos sociais complexos. Essa perspectiva metodológica permite compreender as práticas comunicativas desenvolvidas por grupos de alunos do Ensino Médio de uma escola pública do Estado de Pernambuco, ao interagirem durante a resolução de um problema matemático. Os diálogos por eles construídos podem revelar práticas comunicativas que favoreçam aprendizagens matemáticas significativas, visto que essas práticas incluem ouvir, explicar, perguntar, argumentar e interpretar, entre outras práticas. Compreendo que, ao desenvolver essas práticas, os alunos ampliam seus conhecimentos matemáticos junto aos colegas e ao professor e, conseqüentemente, desenvolvem estratégias de resolução com maior confiança e compreensão.

5.2 Cenário da pesquisa

Nesse contexto, é necessário explicitar onde essa pesquisa foi conduzida, quem são seus participantes e como se desenvolveu em cada fase – antes, durante e após a intervenção em sala de aula. A produção de dados ocorreu numa escola estadual localizada no Estado de Pernambuco. Esta escola apresenta excelente infraestrutura física, com ambientes organizados, rampas de acesso para pessoas com deficiência, equipamentos e materiais didáticos, laboratórios de Matemática, Biologia e informática, quadra coberta, refeitório, salas de aula

climatizadas e auditório.

Essa instituição funcionou com o Ensino Médio regular (meio período) até 2018, quando se tornou escola de referência em ensino integral, conforme a política governamental do Estado de Pernambuco. O ensino integral oferece um currículo diferenciado, com jornada ampliada para os alunos e regime de dedicação exclusiva para os professores. O Estado de Pernambuco vem priorizando o Ensino Médio há alguns anos, apesar de manter o Ensino Fundamental em algumas regiões, cuja gestão, em sua maioria, é responsabilidade dos municípios. O Ensino integral é um programa implantado gradualmente nas escolas públicas do Estado, com o objetivo de reestruturar o Ensino Médio e melhorar a qualidade da educação nessa etapa. Instituído em 2008, por meio da Lei Complementar nº 125, o programa busca oferecer uma educação que vá além do conhecimento cognitivo, promovendo a construção do sujeito como ser histórico e social, capaz de intervir e transformar seu contexto social.

A escola objeto da pesquisa possui, neste ano de 2023, uma matrícula superior a 300 alunos, distribuídos em turmas do Ensino Médio integral, que funcionam no período diurno, e da Educação de Jovens e Adultos (EJA e PROEJA) que funcionam no período noturno. Essa segunda, em parceria com o Instituto Federal de Pernambuco (IFPE). No Ensino Médio, constam turmas de primeiro ano, segundo e terceiro ano funcionando atualmente na escola, com média de 25 (vinte e cinco alunos) por turma. As turmas do primeiro ano iniciaram a vivência do currículo do Novo Ensino Médio em 2022, vindo a ser ampliado gradativamente para os anos subsequentes. As demais turmas, segundos e terceiros anos, seguem vivenciando o currículo médio integral.

A escolha da escola foi conveniente para a pesquisadora, que já trabalha na instituição. A estrutura da pesquisa, que prioriza a colaboração, requer uma aproximação maior com o grupo participante, o que facilita o trabalho. Ao escolher o Ensino Médio, além de ser o campo de atuação da pesquisadora, justifica-se pela compreensão de que, nesta etapa final da Educação Básica, a Matemática deve ser sistematizada e formalizada, servindo tanto como base formativa para o aluno quanto como ferramenta de atuação para o mundo do trabalho.

Os participantes são um grupo de professores de Matemática do Ensino Médio da referida escola, incluindo a pesquisadora, alunos de turmas de segundo e terceiro ano do Ensino Médio, em que esses professores lecionavam durante o período da coleta de dados para a presente pesquisa. Não houve necessidade de selecionar os participantes, pois esse grupo de professores compõem o corpo docente da escola, atuando na área de Matemática. Dois desses professores também lecionam Física. Do grupo de professores, três são mulheres e dois são homens, todos licenciados em Matemática. Em 2022, uma das professoras iniciou o Mestrado

Profissionalizante em Matemática, outra foi aprovada e iniciou no ano seguinte; e um dos professores ingressou na Graduação em Engenharia Civil no Instituto Federal de Pernambuco (IFPE). Quatro desses professores têm mais de 5 (cinco) anos de experiência docente, exceto um que começou a atuar no Ensino Médio há um ano. Os demais atuaram tanto nos anos finais do Ensino Fundamental II, quanto no Ensino Médio e estão na escola objeto da pesquisa em regime de dedicação exclusiva, conforme a sistemática do ensino integral.

Os alunos participantes da pesquisa são integrantes de turmas de segundo e terceiro ano do Ensino Médio, nas quais os professores envolvidos lecionam. Matriculados em idade regular, a maioria dos alunos reside na área rural, enquanto os demais vivem na área urbana do município, onde a escola está localizada. A carga horária diária de aulas corresponde à jornada ampliada de oito horas, distribuídas entre disciplinas regulares obrigatórias e itinerários formativos opcionais para os alunos.

Para Bogdan e Biklen (1994, p. 115), o primeiro problema com que o pesquisador se depara no trabalho de campo é com a autorização para conduzir o estudo que planejou. Nesse sentido, meu primeiro contato com a escola foi com a diretora e a coordenadora pedagógica, momento em que apresentei a proposta de intervenção. Ambas concordaram com a realização, desde que os professores envolvidos também aceitassem. Era início de setembro de 2022, e os trabalhos de pesquisa se estenderam até junho de 2023, quando concluímos a produção de dados. Com o propósito e período da pesquisa definidos, entrei em contato com os professores para formalizar o convite, esclarecer os objetivos e fins da pesquisa, o período de realização de cada etapa e o processo pelo qual se daria o desenvolvimento da parceria de coaprendizagem.

Seguindo as recomendações de Bogdan e Biklen (1994, p. 115), o pesquisador deve “utilizar uma abordagem objetiva, explicando os seus interesses” no intuito de que os “sujeitos que vai estudar cooperem consigo”. Esse fato se concretizou mediante entendimento dos participantes sobre a importância do trabalho colaborativo e se comprometerem com o desenvolvimento de cada etapa da pesquisa. O interesse do grupo em discutir a resolução de problemas de modo colaborativo e implementar uma nova abordagem em sala de aula fortalece o compromisso do grupo com o crescimento profissional. A parceria de coaprendizagem surgiu, nesse contexto, para promover momentos de discussão coletiva, reflexão sobre a prática docente e elaboração da tarefa de intervenção para sala de aula.

Após esclarecer esses pontos com o grupo de professores, formalizamos os acordos da parceria em um termo de consentimento, que foi construído e assinado por todos os envolvidos antes do início da pesquisa. Nele, detalham-se as etapas e prazos da intervenção, consolidando o grupo colaborativo de coaprendizagem e estabelecendo acordos sobre os fatos a serem

relatados nos registros de resultados. Esses registros precisaram ser detalhados, e como se trata de uma pesquisa científica, foi necessário gravar (em áudio) os momentos de discussão do grupo. As tarefas de resolução de problemas utilizadas são fundamentais para a construção de diálogos entre os alunos, com o objetivo de evidenciar as práticas comunicativas que seriam analisadas conforme o propósito da pesquisa. Para preservar a ética e o sigilo dos participantes, codifiquei as transcrições dos diálogos dos alunos, uma vez que eram menores de 18 anos, não fiz nenhum registro fotográfico e atribuí nomes fictícios aos professores.

A jornada integral de oito horas diárias para os professores inclui quatro dias de aula com os alunos e um dia dedicado a estudos, formações, planejamento, reunião e demais demandas do ambiente escolar. Na referida escola, esse dia corresponde às terças-feiras, quando acordamos realizar as discussões do grupo colaborativo de coaprendizagem, com encontros quinzenais de, pelo menos, duas horas, com flexibilidade para ajustes. Em relação à intervenção em sala de aula, acordamos que seria realizada em dias variados da semana, de acordo com o horário de cada professor nas turmas de segundo e terceiro ano do Ensino Médio, que são o foco da pesquisa.

Os professores receberam a proposta como um desafio e destacaram o aprendizado que esperavam obter ao refletir sobre a prática da resolução de problemas e a possibilidade de estudar a abordagem discursivamente orientada da resolução de problemas, conforme Koichu et al (2018); Pinto et al (2021). Os encontros de discussão entre a pesquisadora e o grupo de professores começaram em setembro de 2022, nas dependências do laboratório de Matemática da referida escola. O grupo de coaprendizagem foi formado pela pesquisadora e pelos professores de Matemática do Ensino Médio da instituição que prontamente aceitaram colaborar com a pesquisa, assumindo o desafio de participar de momentos de estudo e reflexão sobre a prática pedagógica da resolução de problemas no contexto instrucional.

Esses educadores são, simultaneamente, colegas de trabalho da pesquisadora, dos quais três compartilham uma experiência laboral conjunta de mais de cinco anos, enquanto o quarto ingressou recentemente na instituição. Os veteranos correspondem aos Professores B, C e A, sendo o D o professor ingressante. Ambos já colaboraram com o ensino em outras escolas, tanto na rede municipal quanto estadual e desde 2018 estão envolvidos no ensino integral.

Os docentes que compõem esse grupo possuem licenciatura e especialização em Matemática. A Professora A se encontrava, durante sua participação na pesquisa, matriculada no mestrado profissional PROFMAT¹¹, promovido pelo Instituto de Matemática Pura e

¹¹ Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, coordenado pela Sociedade Brasileira de Matemática (SBM) e pela CAPES. Promovido pelo Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), visa atender

Aplicada (IMPA), com ênfase em Matemática Pura. O Professor B, por sua vez, decidiu realizar uma segunda graduação e prestou vestibular em 2021 para Engenharia Civil no Instituto Federal de Pernambuco (IFPE). A Professora C participou, em 2022, do processo seletivo para o mestrado profissional e iniciou seus estudos em 2023. O Professor D estava cursando a especialização em Matemática e tinha um ano de experiência docente. Esse panorama revela um grupo de profissionais comprometidos com o aprimoramento contínuo, evidenciado por suas trajetórias acadêmicas e pela busca incessante de atualização.

Neste contexto, o grupo de professores acordou destinar duas horas das terças-feiras para encontros, nos quais discutimos a resolução de problemas, refletimos sobre práticas em sala de aula e, conseqüentemente, organizamos intervenções junto aos alunos, fundamentadas nessas reflexões. Conforme mencionado, a produção de dados ocorreu em 16 encontros, cujas descrições detalhadas seguem adiante.

1º momento com os professores (Objetivo da pesquisa e formação da parceria de coaprendizagem)

O primeiro encontro teve como objetivo estabelecer bases éticas e práticas para a pesquisa colaborativa. A pesquisadora destacou a confidencialidade dos registros, a permissão para gravação das discussões e a utilização de códigos ou pseudônimos para representar os nomes dos professores na tese. A criação de um termo de compromisso formalizou esses acordos. Durante esse primeiro momento, foram abordadas as expectativas dos professores em relação à pesquisa, esclarecendo que a abordagem da resolução de problemas orientada discursivamente seria discutida e implementada de forma progressiva, após momentos de estudo e reflexão coletiva.

O ponto principal desse momento foi firmar a parceria de coaprendizagem com os professores, para que pudéssemos, de modo colaborativo, decidir os rumos das atividades a serem realizadas, participando ativamente de todas as etapas. A parceria de coaprendizagem entre professor e pesquisador visa investigar a aprendizagem, estudar e refletir sobre a prática pedagógica da resolução de problemas, com o intuito de discutir novas abordagens que viabilizem uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos pelos alunos.

A pesquisadora compartilhou com os professores sua perspectiva sobre a resolução de problemas em sala de aula, enquanto ouvia sobre as práticas deles. Ela destacou a importância

do diálogo entre professores e alunos nesse contexto, com o objetivo de compreender as práticas comunicativas que surgem das interações entre os alunos do Ensino Médio durante a resolução de problemas, sala de aula de Matemática, durante a resolução de problemas, e seu impacto nas aprendizagens matemáticas. A interação entre a pesquisadora e os professores demonstrou uma parceria construtiva e receptiva.

O grupo expressou ansiedade e interesse em entender como a abordagem seria implementada. As preocupações dos professores em relação à comunicação dos alunos durante a resolução de problemas foram discutidas, evidenciando os desafios percebidos na prática pedagógica. A definição do conteúdo a ser abordado nos segundos e terceiros anos do Ensino Médio foi discutida, respeitando a sequência organizada do currículo escolar. Os professores demonstraram interesse em focar no tema de probabilidade, alinhando os problemas a essa temática em estudo.

Foi estabelecido um calendário de atividades para os encontros, levando em consideração a disponibilidade dos professores e garantindo a realização de momentos de estudo e oficinas de resolução de problemas. A pesquisadora sugeriu um questionário para coletar informações básicas, incluindo problemas, e avaliar a afinidade dos professores com a resolução de problemas, a fim de enriquecer as discussões futuras. O primeiro encontro foi encerrado com a definição de ações futuras, ressaltando a importância de uma abordagem colaborativa, reflexiva e integrada à rotina escolar.

2º momento com os professores (problemas do questionário)

O segundo momento da pesquisa, ocorrido durante o desenvolvimento desta tese, consistiu em um encontro do grupo de coaprendizagem para discutir os problemas mencionados pelo grupo no questionário. Durante este encontro, os participantes revisitaram as questões previamente abordadas e respondidas nos questionários. Observou-se que, embora as respostas sobre a formação e a vida acadêmica tenham sido fornecidas, o problema solicitado no questionário não havia sido compartilhado.

Diante dessa constatação, a pesquisadora perguntou por que o problema não foi incluído no questionário. A professora C e o professor D afirmaram não entenderem a necessidade de registrar o problema, enquanto a professora A explicou que entendeu a solicitação, mas não pôde incluir o problema naquele momento por estar sem notebook e ter optado por responder via celular. O professor B comentou que havia trazido os problemas escritos. A pesquisadora, sendo a única a compartilhar problemas no questionário, esclareceu o procedimento e pediu que

todos retornassem ao questionário posteriormente para registrar seus problema.

Após esse esclarecimento, a pesquisadora questionou se todos haviam compreendido os acordos anteriores e se havia dúvidas sobre as etapas seguintes. Os participantes expressaram tranquilidade e concordaram em prosseguir com os estudos. Diante dessa resposta positiva, a pesquisadora decidiu iniciar a discussão a partir dos problemas que ela havia compartilhado no questionário.

1. Em um estacionamento há carros e motos num total de 12 veículos e 40 rodas. Quantos carros e quantas motos há nesse estacionamento?
2. João e Ana resolveram aproveitar o saldo de uma livraria para comprar livros e CDs. João gastou R\$100,00 comprando 1 livro e 4 CDs. Ana comprou 2 livros e 3 CDs, gastando ao todo R\$90,00. Quando Luiz perguntou a eles quanto tinham pago por cada livro e cada CD, eles não souberam dizer. Apenas lembravam que todos os livros eram vendidos pelo mesmo preço e que os CDs, embora mais caros, também tinham preço único

Antes de abordar os problemas, a pesquisadora percebeu que os participantes estavam reorganizando os conteúdos do currículo relacionados ao segundo ano do Ensino Médio. Ela solicitou que enviassem essas listas para análise e apresentou um termo de compromisso baseado nos acordos anteriores, pedindo que fosse lido e assinado. Esse documento oficializaria a parceria e formalizaria o trabalho de pesquisa.

Com os termos de compromisso assinados, a discussão sobre os problemas do questionário começou. A pesquisadora compartilhou seus problemas, que envolviam situações-problema com aplicações de conteúdos algébricos, especificamente sistemas lineares. Ela descreveu os problemas e destacou a preferência por questões que proporcionassem oportunidades de discussão e diferentes formas de resolução pelos alunos. Os participantes compartilharam suas experiências com problemas semelhantes e discutiram como os alunos geralmente abordam esses desafios. A professora C relatou que, ao trabalhar com atividades de progressão aritmética, os alunos tendem a evitar a formulação algébrica, optando por resolver as questões utilizando a soma. A professora A mencionou que os alunos têm aversão ao uso de letras, preferindo fórmulas mais simples, enquanto os professores B e D expressaram que esses problemas são adequados para os objetivos propostos.

A discussão continuou com a análise das respostas dos participantes aos problemas apresentados pela pesquisadora. Observou-se que, embora os professores tenham utilizado a álgebra, também recorreram a desenhos e aritmética. A pesquisadora perguntou como os alunos provavelmente lidariam com esses problemas e qual seria a reação das turmas. Os participantes sugeriram que a maioria dos alunos utilizaria desenhos representativos e aritmética no problema

1, enquanto no problema 2, alguns alunos poderiam enfrentar dificuldades, outros aplicariam diretamente a fórmula, e alguns tentariam resolver por tentativa. A pesquisadora então questionou como seria se os problemas fossem propostos em sala de aula sem intervenção direta dos professores.

Os professores refletiram sobre a capacidade dos alunos de resolver os problemas de forma autônoma e apontaram que, em grupos, a colaboração entre os alunos poderia ser mais eficaz. Surgiu a discussão sobre a autonomia dos alunos na escolha das estratégias de resolução e a preocupação dos professores em equilibrar essa autonomia com a necessidade de seguir o currículo e preparar os alunos para exames. Posteriormente, a pesquisadora abordou as fontes de problemas utilizadas pelos professores em sala de aula. A professora A mencionou o uso de livros didáticos, material de formação da Gerência Regional de Educação (GRE) do Estado de Pernambuco e o Google Sala de Aula.

A professora C complementou, mencionando listas de atividades, textos de fundamentação teórica e oficinas disponíveis no Google sala de aula. Ela também citou o livro "*Matemática para compreender o mundo – Ensino Médio*" de Katia Stocco Smole e Maria Ignez Diniz. A discussão sobre o livro abriu espaço para reflexões sobre a abordagem dos conteúdos do novo Ensino Médio, em que os participantes destacaram a falta de uma distribuição espiralada dos conteúdos ao longo dos anos e a ausência de retomadas e aprofundamentos posteriores.

A pesquisadora questionou a escolha do tema probabilidade e se isso estava relacionado a uma sequência de estudos. Os professores explicaram que o tema já havia sido abordado em um bimestre anterior e que a escolha não estava vinculada a uma continuidade sequencial, mas sim ao aprofundamento do assunto. A discussão evoluiu para a escolha de problemas para a sala de aula, com destaque para a preferência por desafios e problemas de lógica. A professora C compartilhou a experiência de uma disciplina eletiva chamada "*olimpimat*" e a mudança de foco para questões de lógica, devido ao baixo interesse dos alunos nas olimpíadas.

Os professores expressaram preocupações sobre a solidez da aprendizagem dos alunos ao abordar problemas de forma mais aberta. A professora C relatou uma experiência positiva na disciplina eletiva, na qual alunos com baixo desempenho em cálculos escritos se destacaram em questões de lógica. A pesquisadora questionou a possibilidade de aplicar essa abordagem na sala de aula regular, mas os professores demonstraram insegurança sobre o equilíbrio entre a autonomia dos alunos e a necessidade de cumprir o currículo e prepará-los para vestibulares e concursos. A professora A destacou a responsabilidade de preparar os alunos para competições acadêmicas, enquanto os professores B e D manifestaram preocupação com a

eficácia da aprendizagem dos alunos sem uma abordagem mais direcionada.

A pesquisadora, então, explorou a ideia de trabalhar a matemática na sala de aula regular de maneira semelhante às disciplinas eletivas, enfatizando a autonomia dos alunos na resolução de problemas. Os professores reconheceram a importância dessa abordagem, mas ressaltaram os desafios relacionados ao tempo limitado e à pressão do currículo. A conversa foi concluída com a distribuição, pela pesquisadora, de três problemas relacionados à probabilidade, conforme solicitado pelos professores. Esses problemas foram apresentados como exemplos similares aos encontrados em livros didáticos e a discussão girou em torno de compreender se eram do tipo que os professores geralmente utilizavam em sala de aula. Os demais problemas colocados pelo grupo no questionário se encontram listados arquivos anexos desta pesquisa.

3º momento com os professores (Discussão e resolução de problemas)

O terceiro momento da pesquisa, ocorrido em setembro de 2022, marcou o início do ciclo de estudos do grupo de coaprendizagem com os professores, sendo dedicado à discussão aprofundada sobre problemas de probabilidade. Durante esse encontro, os participantes revisitaram os desafios propostos pelo problema das *"travas da bicicleta"*, com o intuito de esclarecer questões pendentes do encontro anterior e fomentar novas discussões sobre as estratégias de resolução dos professores.

1. Uma das travas para bicicletas disponíveis na maioria dos magazines consiste em um segmento de cabo de aço, no interior de um tubo plástico, com um cadeado de combinação de números numas das pontas. O cadeado contém quatro discos, cada um com dez dígitos em sua circunferência. O cadeado só abre quando cada um dos discos é colocado no dígito “certo”. Suponha que um pretendo ladrão planeje roubar uma bicicleta experimentando uma combinação após outra até que o cadeado se abra. Se cada tentativa leva três segundos, quanto tempo o ladrão precisará, em média, para abrir o cadeado?

A discussão começou com a análise do tempo gasto para resolver o problema, especialmente no que se refere à dificuldade percebida pelos alunos. O professor B foi o primeiro a se manifestar, destacando a complexidade do problema e o conhecimento necessário para construir uma estratégia de solução. Ele ressaltou que a abordagem de problemas contextualizados demanda habilidades além dos simples cálculos, destacando suas próprias dificuldades em organizar os elementos do problema e decidir por onde começar.

As professoras A e C concordaram com a análise do professor B, afirmando que a introdução de problemas desse tipo em sala de aula seria desafiadora, já que muitos dos conhecimentos necessários precisariam ser lembrados pelos alunos. O professor D

acrescentou que levar esse tipo de problema para a sala de aula exigiria disposição por parte dos professores, uma vez que teriam de enfrentar as dificuldades dos alunos e, em alguns casos, retomar conteúdos anteriores.

Um ponto crucial da discussão foi a percepção de que, apesar de não apresentarem dificuldades específicas em probabilidade, as professoras C e A consideravam esse conteúdo um dos mais complexos de ser abordado em sala de aula. A complexidade não estava na compreensão do conteúdo em si, mas em como abordá-lo de maneira eficaz para os alunos, devido à natureza abstrata e incerta associada à probabilidade.

Outro aspecto abordado foi a adaptação dos problemas pelos professores. O professor B admitiu que faz adaptações, reformulando, acrescentando ou retirando informações para tornar o problema mais adequado ao contexto de aprendizagem. No entanto, ao serem questionados sobre a capacidade de reformular completamente um problema, nenhum dos participantes afirmou categoricamente ser capaz, ressaltando a necessidade de desenvolver essa habilidade nas atividades planejadas para esse fim. A discussão avançou para a análise das estratégias de resolução do problema. As professoras A e C, por exemplo, reforçaram a ideia de que o problema não era simples, ponderando sobre a existência de uma resposta exata, dadas as restrições de tempo impostas. A professora C evidenciou seu raciocínio ao calcular o número total de tentativas possíveis, considerando o intervalo de tempo determinado no problema.

A busca por respostas exatas foi discutida mais aprofundamente quando o professor B questionou por que os alunos tendem a buscar uma resposta fixa ao resolver problemas. A resposta apontou para a tradição da Matemática, que muitas vezes carrega a expectativa de respostas precisas. O professor B destacou os obstáculos adicionais enfrentados pelos alunos, como a conversão de unidades de tempo, a compreensão de médias e a análise combinatória.

Outro ponto importante emergiu: a relação entre o tempo e a quantidade de tentativas. A professora C e o professor B mencionaram a exaustividade do processo quando as tentativas ocorrem em intervalos de três segundos, sugerindo que isso poderia ser cansativo para os alunos. A ideia de oferecer o problema de forma gradual, começando com menos dígitos e permitindo uma progressão, foi levantada como estratégia para facilitar a compreensão dos alunos.

A discussão também abordou a autonomia dos alunos na resolução de problemas. Foi questionado se os alunos aplicavam métodos prontos ou se desenvolviam seus próprios métodos ao enfrentar problemas semelhantes em sala de aula. O professor B e a professora C concordaram que, inicialmente, os alunos seguiram os métodos apresentados pelo professor, buscando uma sequência de pensamento familiar. Houve uma reflexão sobre como os

professores podem, inadvertidamente, incentivar essa abordagem, levando a considerações sobre a necessidade de promover maior autonomia dos alunos na resolução de problemas.

A conversa se estendeu para questões curriculares, com críticas à organização dos conteúdos no currículo escolar. Os professores questionaram a quantidade excessiva de conteúdo e a falta de uma abordagem mais flexível. A reflexão foi ampliada para discutir quem elabora os currículos e se a sequência dos conteúdos é de fato eficaz ou se poderia ser reorganizada para melhor atender às necessidades de aprendizagem dos alunos.

Este terceiro momento de discussão sobre problemas de probabilidade revelou nuances importantes sobre a abordagem de conteúdos desafiadores em sala de aula, as estratégias dos professores para facilitar a compreensão dos alunos e as reflexões sobre a autonomia dos alunos na resolução de problemas complexos. Essas inferências contribuíram significativamente para a compreensão das práticas comunicativas e suas implicações nas aprendizagens matemáticas dos alunos, conforme delineado nos objetivos desta pesquisa.

4º momento com os professores (Discussão e resolução de problemas)

O quarto momento da pesquisa, ocorrido durante a discussão em outubro de 2022, iniciou-se com a retomada dos problemas compartilhados pelos professores no questionário online no início da formação. A pesquisadora solicitou que cada participante apresentasse pelo menos um problema com o qual tivesse afinidade. Desta vez, os professores trouxeram seus problemas por escrito no questionário, permitindo o avanço das discussões a partir dessas contribuições.

Nesse momento, a discussão inicial se concentrou nos problemas relacionados à probabilidade, refletindo o interesse do grupo em planejar tarefas envolvendo esse conteúdo para serem vivenciadas com os alunos em sala de aula. A relevância de como abordar problemas de probabilidade em relação ao currículo escolar foi discutida. Os professores perceberam que, ao trabalhar com resolução de problemas, poderiam se apropriar de diferentes temas e questões, desde que fossem relevantes para a aprendizagem dos alunos.

Uma preocupação que emergiu foi a necessidade de contemplar o conteúdo do currículo, o que levou à organização das discussões no grupo. Os professores notaram que, ao abordar problemas com os alunos, estariam contemplando o currículo de maneira eficaz, mesmo que não seguissem a sequência tradicional de tópicos. Durante essa reflexão, surgiu a compreensão de que o tempo de estudo anterior a uma abordagem direta em sala de aula era essencial. Os participantes ficaram mais tranquilos ao perceber que haveria espaço para uma preparação

adequada antes da implementação prática com os alunos.

Outra discussão importante envolveu a resolução dos problemas apresentados no questionário. Os professores resolveram os problemas distribuídos entre eles, dedicando tempo para a resolução individual e, em seguida, iniciaram a discussão em grupo. Um questionamento crucial surgiu: ao propor um problema para os alunos, os professores costumam pensar em como eles poderiam resolver ou quais dificuldades poderiam enfrentar? As respostas variaram. A professora C admitiu que isso ocorre apenas quando dispõe de tempo, enquanto outros, como a professora A os professores D e B, consideram a capacidade dos alunos ao planejar uma tarefa.

O professor B compartilhou sua experiência ao resolver um problema de lógica sugerido pela professora C, destacando que o excesso de dicas poderia confundir os alunos. A discussão se ampliou para a inclusão de questões de lógica no currículo, com a professora C explicando sua prática de abordar esses problemas principalmente em disciplinas eletivas. A professora A compartilhou um problema de combinatória que costuma utilizar em sala de aula, destacando a importância de propor questões desafiadoras. A discussão se aprofundou na percepção dos alunos em relação ao problema, enfatizando o papel motivador de estratégias como a atribuição de pontos extras.

O tema da escrita e da explicação na resolução de problemas também foi abordado. O professor B destacou a importância de incentivar os alunos a justificarem suas respostas, enquanto a professora A e os demais expressaram diferentes níveis de conforto com questões discursivas, reconhecendo sua relevância, mas admitindo que, às vezes, sentem preguiça de propor tais questões. A prática constante foi apontada como essencial para melhorar essa habilidade. A discussão finalizou com uma reflexão sobre a complexidade do currículo, a necessidade de revisar tópicos anteriores e a importância de trabalhar questões discursivas para aprofundar a compreensão dos alunos. Os professores compartilharam suas experiências pessoais, ressaltando a necessidade de uma abordagem mais flexível e reflexiva na condução das aulas de Matemática.

Este quarto momento revelou nuances importantes sobre a visão dos professores em relação à: a) preparação para abordar problemas complexos; b) inclusão de temas desafiadores no currículo; e c) importância da prática constante na resolução e explicação de problemas. Essas reflexões contribuíram significativamente para o entendimento das práticas comunicativas e suas influências nas aprendizagens matemáticas dos alunos, conforme os objetivos delineados nesta pesquisa.

5º momento com os professores (Fundamentação e discussão acerca da abordagem

discursiva da resolução de problemas)

O quinto momento da discussão sobre a resolução de problemas no ensino de Matemática proporcionou uma imersão mais profunda nas complexidades enfrentadas pelos professores ao abordar essa prática pedagógica. Inicialmente, a abordagem enfatizou que a resolução de problemas vai além do mero interesse ou motivação dos alunos, destacando a necessidade de um conhecimento substancial para lidar com desafios matemáticos. Os educadores compartilharam suas experiências na tentativa de tornar as aulas mais dinâmicas, utilizando recursos como materiais manipulativos. No entanto, observaram que o interesse gerado por essas estratégias muitas vezes é efêmero, sugerindo a necessidade de uma abordagem mais sustentável para manter o engajamento dos alunos ao longo do tempo.

A discussão avançou para a identificação de desafios específicos enfrentados em sala de aula, como a dificuldade de manter a atenção dos alunos, questões disciplinares e a constante pressão por cumprir o conteúdo curricular. Os professores expressaram suas preocupações sobre as dificuldades de implementar práticas mais reflexivas e diferenciadas, enfrentando a dura realidade do ambiente educacional. Além disso, os participantes refletiram sobre a evolução do ensino de Matemática, destacando a transição dos Parâmetros Curriculares Nacionais para a Base Nacional Comum Curricular. Houve divergências de opinião quanto à eficácia e clareza da BNCC, com alguns educadores percebendo-a como simplista e subjetiva, levantando questionamentos sobre a sua aplicabilidade prática.

A discussão sobre o planejamento de tarefas relacionadas à resolução de problemas foi retomada, destacando a importância de direcionar os objetivos educacionais, desenvolver habilidades de justificação e promover um ambiente colaborativo. Os professores, cientes da necessidade de uma mudança de paradigma, concordaram em integrar atividades de resolução de problemas em suas salas de aula, enfatizando a autonomia dos alunos, o diálogo entre pares e a capacidade de justificar ideias matemáticas.

A sessão foi encerrada com uma reflexão sobre os desafios enfrentados pelos educadores, incluindo a sobrecarga de trabalho, alterações nas condições contratuais e a falta de tempo para estudo e reflexão. A compreensão compartilhada da importância da investigação sobre o ensino e a aprendizagem contrastou com as condições atuais, que muitas vezes impedem a realização prática dessas aspirações, evidenciando as preocupações coletivas sobre a qualidade do processo de ensino-aprendizagem em meio às crescentes demandas.

6º momento com os professores (escolha do problema para compor a tarefa de intervenção)

O sexto momento dessa série de encontros ocorreu em dezembro de 2022. Nesse encontro, os professores compartilharam uma parte fundamental da atividade: os problemas trazidos por cada docente para serem analisados e discutidos no grupo. O propósito era que o coletivo decidisse quais problemas seriam utilizados em tarefas de resolução de problemas para a intervenção em sala de aula. Dentre os desafios apresentados pelo grupo, três problemas foram selecionados como foco principal para serem trabalhados.

1. *Um agricultor possui 39 filas de cajueiros, cada uma contendo 26 árvores.*
 - a. *Se uma árvore média produz 15 caixas de caju, quantas caixas de caju o agricultor espera colher de todas as árvores?*
 - b. *Se a caixa de caju pode ser vendida por R\$4,25, qual seria a receita esperada pelo agricultor para essa colheita?*
2. *Um professor precisa ler 32 trabalhos de seus alunos. Nos primeiros 40 minutos, ele lê 5. Admitindo-se que ele mantenha o ritmo, quanto tempo levará para ler todos os trabalhos?*
3. *Considerando que um caixote de madeira usado para carregar laranjas pesa 2 kg, e uma laranja tem, em média, 0,2 kg, qual seria o peso total de um caixote contendo 20 laranjas?*

Após uma análise conjunta, percebeu-se que, embora esses problemas abordassem conteúdos aritméticos significativos para os alunos, eles não estavam explicitamente alinhados com o currículo do quarto bimestre do ano letivo de 2022. No entanto, os professores reconheceram que esses problemas ofereciam diversas possibilidades de resolução, estimulando discussões interessantes. O grupo decidiu utilizar o problema 1 na intervenção em sala de aula, por conta de seu contexto, admitindo que ele seria gerador de diálogos, pois o tema seria familiar aos alunos, o que aumentaria o interesse em desenvolver a tarefa.

Para essa atividade, os educadores propuseram dedicar duas horas/aula, permitindo que os alunos lessem, interpretassem e discutissem o problema, desenvolvendo estratégias de resolução de forma autônoma, porém com a mediação do professor, quando necessário. A escolha de um único problema para cada grupo, com um máximo de cinco alunos, foi considerada uma abordagem mais produtiva. Os professores argumentaram que grupos maiores poderiam resultar em conversas paralelas, o que dispersaria a atenção.

A proposta para a intervenção em sala de aula incluiu um momento inicial de orientação aos alunos sobre a tarefa, seguido pela formação dos grupos e a distribuição dos problemas selecionados. Os alunos teriam tempo para ler, interpretar e discutir o problema entre si, inicialmente sem a intervenção direta do professor, promovendo um espaço para reflexão e troca de ideias. O professor, por sua vez, observaria a dinâmica dos grupos, evitando a

monopolização das discussões por um único aluno e incentivando a participação coletiva. A etapa final seria a apresentação oral ou escrita das soluções, com os alunos justificando as estratégias adotadas, seguida de uma devolutiva do professor sobre o trabalho realizado.

A proposta foi planejada para ser implementada ainda no ano (2022), até a terceira semana de dezembro. No entanto, devido ao encerramento das aulas do ano letivo, não foi possível realizá-la. Com o consenso do grupo, as resoluções dos problemas seriam realizadas coletivamente e as datas para intervenção em sala de aula foram agendadas para o ano de 2023.

7º momento com os professores (retomada das discussões e preparação para as intervenções)

O sétimo encontro dessa série ocorreu em março de 2023. Nesse momento, a pesquisadora retornou à escola para dialogar com os professores e obter informações sobre o andamento dos trabalhos no ano letivo de 2023. Estavam presentes o professor B e D e A, que haviam participado ativamente das atividades no ano anterior. A pesquisadora foi informada de que a professora C estava de licença desde fevereiro, devido a um acidente e uma cirurgia no joelho, o que impediu seu retorno até aquela data. Além disso, foi apresentado um novo membro, o professor E, contratado temporariamente para ministrar a disciplina de Matemática em 2023, assumindo parte da carga horária do professor D, que também passaria a dar mais aulas na disciplina de Física.

Quando questionado sobre sua continuidade no grupo, o professor D ponderou que dependeria de seu horário, agora também comprometido com o planejamento das aulas de Física. Deixei em aberto para que ele decidisse sobre sua participação até o encontro seguinte. Em seguida, conversei com o professor E, apresentei uma retrospectiva do trabalho de pesquisa realizado no ano anterior e discutindo o que havia sido abordado até o momento, além das etapas seguintes. Entreguei a ele o material organizado pelo grupo para a intervenção de dezembro de 2022 e o convidei a participar dos encontros seguintes. Porém, o Professor justificou a não possibilidade de participar da pesquisa.

Destacou-se também a presença de outro docente, o professor F, que atua na disciplina de Matemática para a Educação de Jovens e Adultos no Ensino Médio (EMEJA) no turno noturno, porém ele deu preferência a participar somente de atividades específicas da Educação de Jovens e Adultos. Os demais professores reiteraram a continuidade dos encontros às terças-feiras pela manhã, mencionando a implementação do Novo Ensino Médio para todos os alunos dos primeiros anos. Como nosso foco estava nos segundos e terceiros anos do Ensino Médio regular, que ainda não foram afetados pelo Novo Ensino Médio, decidimos manter nossa

proposta.

Os participantes foram questionados se lembravam do ponto em que pararam no ano anterior e se gostariam de continuar a partir dali, recebendo uma resposta afirmativa. Foi entregue a cada um a cópia do material organizado no ano anterior, para que pudessem relembra os planos. Com o retorno da professora C previsto para março, planejamos organizar a intervenção até abril. Concordamos que, devido às reuniões de pais na escola no início de março, reuniríamos-nos na semana de 20 a 24 de março para ajustar nossa intervenção e o planejamento da tarefa de resolução de problemas, visto que na semana seguinte (14/03) os professores teriam formação em Recife.

8º momento com os professores (organização da intervenção)

O oitavo encontro dessa série teve como objetivo organizar a tarefa para a intervenção que seria realizada em sala nas aulas que estavam por vir. Nesse contexto, foram revisados os problemas selecionados em dezembro de 2022, para que o grupo decidisse qual seria utilizado como tarefa para os alunos. A discussão se concentrou na retomada do problema escolhido, avaliando sua viabilidade para a intervenção planejada.

- a. *Um agricultor tem 39 filas de cajueiros. Cada uma delas com 26 árvores. Se uma árvore média produz 15 caixas de caju, quantas caixas de caju espera o agricultor colher de todas as árvores?*
- b. *Se a caixa de caju pode ser vendida por R\$4,25, qual a receita esperada pelo agricultor para a colheita?*

Retomando o planejamento feito em dezembro de 2022, cada membro do grupo foi solicitado a revisar suas anotações. O grupo revisitou a proposta planejada, que incluía a realização da intervenção nas turmas do 2º e 3º anos do Ensino Médio, contemplando as turmas em que os professores atuam. O planejamento consistia em:

- O professor iniciar a intervenção com uma breve conversa com os alunos;
- Formação de grupos e entrega da cópia da tarefa com apenas o problema escolhido, a ser discutido e resolvido pelos alunos;
- Os alunos deveriam ler, interpretar e compreender o problema no grupo, discutindo inicialmente sem a presença do professor;
- Permitir que os alunos refletissem e conversassem sobre o problema, compartilhando pensamentos e estratégias;

- Os alunos, em grupos, deveriam resolver o problema e validar suas estratégias, com ou sem cálculos;
- Os alunos deveriam trabalhar de forma autônoma, tomando decisões e interagindo no grupo, solicitando a presença do professor apenas quando necessário;
- Observar e evitar comportamentos que pudessem prejudicar a dinâmica do grupo, como monopolização de conversas ou espera passiva para que alguém resolva o problema sozinho;
- Cada aluno do grupo deveria compartilhar suas ideias e apresentar soluções para o problema através do diálogo;
- Todos os alunos deveriam discutir e chegar a um consenso, sem julgamentos, respeitando opiniões divergentes;
- Dar autonomia ao grupo para resolver diferenças e criar formas de solucionar o problema;
- Valorizar os argumentos dos alunos, sem julgamento imediato sobre certo ou errado;
- Permitir que os alunos concluíssem as discussões e resolvessem o problema de formas diversas;
- Ao final, os alunos deveriam apresentar resoluções, justificando, se possível, suas estratégias e o professor oferecer uma devolutiva ao aluno sobre o trabalho realizado.

O grupo considerou que a proposta de intervenção elaborada no ano anterior continua viável, uma vez que poderia ajudar os alunos a consolidar aprendizagens e a reelaborar aquelas que requereriam maior atenção. Foi destacado que, no ano de 2023, os alunos demonstravam maior maturidade na dinâmica do trabalho coletivo, o que facilitaria a interação e o respeito as opiniões divergentes. O professor B enfatizou que valorizava as interações em grupo, pois isso facilitava a comunicação com os alunos e a participação nas discussões. Ele observou que, embora costumasse trabalhar com duplas produtivas, um número maior de duplas na sala pode demandar mais atenção. Com pequenos grupos, no entanto, a atenção se torna mais concentrada e consistente.

A professora A concordou com o professor B, acrescentando que o trabalho em grupo facilita as intervenções do professor e permite identificar mais facilmente as necessidades de aprendizagem dos alunos. A professora C complementou, afirmando que essa prática é

produtiva, pois ajuda os alunos a se ouvirem mais e a aceitarem opiniões divergentes, tornando-os mais autônomos e capazes de decidir sobre a resolução de problemas. Os professores, de maneira geral, ressaltaram que, além de já se reunirem para planejar aulas em grupos, essa parceria tem permitido antecipar resoluções e refletir mais profundamente sobre como os alunos percebem a Matemática, contribuindo para um ensino mais alinhado com os interesses dos alunos.

Em relação ao problema escolhido para a intervenção, a professora C destacou que o conteúdo aritmético auxilia na abordagem dos conceitos algébricos, proporcionando aos alunos mais oportunidades de discussão sobre o contexto. Ela também sublinhou a importância de fazer perguntas durante a intervenção para estimular generalizações a partir das respostas dos alunos. A professora A enriqueceu a discussão ao mostrar que um problema simples pode oferecer várias oportunidades de aprendizado, especialmente quando perguntas são feitas ao longo da resolução. Ela reforçou a ideia de explorar questões relacionadas ao contexto do problema, considerando a familiaridade dos alunos com a colheita de caju na região.

Após consenso, o grupo decidiu utilizar o problema 1 para a intervenção, com a possibilidade de incluir o problema 2. Propuseram dinamizar a resolução por meio de perguntas que incentivassem os alunos a explicar, justificar e discutir suas soluções. Ademais, destacaram a importância de valorizar o diálogo e a argumentação, permitindo que os alunos concluíssem as discussões e resolvessem o problema de diversas maneiras. A discussão foi encerrada, e o encontro também, com a expectativa de levar o problema para a sala de aula. Caso necessário, o grupo se comprometia a retornar a discussão e reelaborar a tarefa.

9º momento com os professores (intervenção na sala de aula - professora A)

No nono encontro da série de discussões sobre a resolução de problemas orientada discursivamente, foi realizada a primeira intervenção na escola A tarefa de resolução de problemas, desenvolvida pelo grupo de professores em parceria de coaprendizagem, ocorreu em uma turma do 2º ano do Ensino Médio, sob a supervisão da professora A. O tempo estimado para a intervenção foi de duas horas-aula. Durante a intervenção, a maioria dos alunos, parecia tranquila, totalizando 22 presentes em uma turma de 26.

A professora A, conforme o planejamento previamente estabelecido, iniciou a tarefa com uma breve explicação sobre o problema que os alunos deveriam resolver. Ela se apresentou como observadora da aula, esclarecendo que a atividade consistiria na resolução do problema proposto. Os alunos estavam inicialmente organizados em duplas, de acordo com a

disposição das carteiras, mas essa organização foi reestruturada em grupos de cinco alunos, com dois grupos de seis, devido ao número total de alunos. Cada aluno recebeu uma cópia do problema para facilitar a coleta das resoluções.

As interações nos grupos fluíram bem, sem grandes dificuldades aparentes. Os alunos, habituados a trabalhar em duplas, adaptaram-se facilmente aos grupos e demonstraram engajamento na tarefa. A dinâmica consistiu em uma leitura silenciosa individual do problema, seguida pela leitura em voz alta por um aluno de cada grupo. Após a leitura, os alunos iniciaram discussões sobre as estratégias para resolver o problema. A professora A orientou-os a ler, refletir e desenvolver suas respostas, encorajando-os a fazer perguntas tanto a ela quanto aos colegas, quando necessário.

A maioria dos alunos começou sua abordagem pelo aspecto aritmético do problema, discutindo sobre as operações a serem realizadas. Quando a professora A percebeu que um grupo estava disperso, aproximou-se e questionou se havia dúvidas ou algo que quisessem compartilhar. Embora os alunos, num primeiro momento, tivessem relutado em conversar com a professora, voltaram à tarefa após a breve interação. A abordagem da professora A foi caracterizada por um diálogo aberto, evitando impor autoridade ou direcionar diretamente o comportamento dos alunos. Ela interagiu de forma receptiva, ouvindo as perguntas e argumentos dos alunos. Quando solicitada para esclarecimentos, a professora preferiu devolver as perguntas ao grupo, incentivando a reflexão e a discussão entre eles.

O problema escolhido para a tarefa envolvia a quantidade de caixas de caju que um agricultor esperava colher de suas árvores, relacionando-a à possível receita da venda dessas caixas. O envolvimento dos alunos com o problema foi notável, e a professora A permitiu que eles se organizassem livremente em grupos, o que fizeram prontamente, reorganizando as carteiras. A estratégia de trabalho em grupos de cinco alunos, ou de seis quando necessário, facilitou o acompanhamento individual e as intervenções pedagógicas. Durante a atividade, a observação revelou que os alunos não dependiam excessivamente da presença da professora para correções ou sugestões. Em vez disso, estavam envolvidos nas discussões, anotando resoluções e fazendo perguntas uns aos outros.

Os diálogos entre os alunos abordaram não apenas as questões diretamente ligadas ao problema, mas também aspectos relacionados à produção de caju, uma realidade próxima a eles. A professora, ao circular entre os grupos, instigou reflexões por meio de perguntas e manteve-se como mediadora dos diálogos até o final da aula. O nono encontro, com duração de duas horas-aula, concluiu-se com a coleta das resoluções escritas pelos alunos. Ficou sugerida a possibilidade de retomada da atividade em aula subsequente, conforme a percepção da

professora sobre a necessidade desse prosseguimento. Os alunos demonstraram autonomia na resolução da tarefa, evidenciando a eficácia da estratégia de trabalho em grupo.

10º momento com os professores (intervenção na sala de aula - professor B)

O décimo encontro foi marcado pela segunda intervenção em sala de aula e ocorreu em abril de 2023, numa turma do terceiro ano do Ensino Médio sob a supervisão do professor B. O tempo estimado para a intervenção foi de duas horas-aula.

A turma, composta por alunos aparentemente mais maduros, caracterizava-se por um ambiente menos propenso a conversas excessivas, com alunos envolvidos na atividade. O professor B, demonstrando segurança e domínio didático, organizou os grupos, destacando sua preferência por essa abordagem, que promovia o revezamento entre os alunos, evitando que sempre formassem grupos com os mesmos colegas. Segundo o professor, essa estratégia permitia que todos tivessem a oportunidade de trabalhar com diferentes colegas em várias atividades.

Participei da aula como observadora, mantendo certa distância dos alunos e do professor, que me apresentou como pesquisadora. A turma, composta por 26 alunos, foi organizada em quatro grupos de cinco alunos e um grupo de seis. A interação dos alunos com a tarefa foi intensa, e o professor, de maneira didática e amigável, apresentou a proposta da atividade. Quando os alunos questionaram se tratava-se de uma atividade avaliativa, o professor esclareceu que não era uma avaliação, mas que esperava que eles trabalhassem em grupo, discutissem, conversassem e interagissem para resolver o problema proposto.

Os grupos interagiram de forma eficiente, sem dificuldades de diálogo e com grande concentração na tarefa. Diferentemente da turma anterior, não houve menção à comercialização do caju ou ao processamento da castanha e as discussões nos grupos se concentraram principalmente nos cálculos, apesar do problema apresentar um contexto familiar relacionado à produção de caju. Os alunos demonstraram tranquilidade e desenvoltura ao longo da atividade, enquanto o professor se manteve à distância, aproximando-se apenas quando solicitado. Quando o professor B interagiu com os grupos, ele procurava instigar a curiosidade dos alunos por meio de perguntas, sem impor suas respostas ou fornecer respostas diretas. Ele destacou a eficácia do trabalho em grupo, pois essa abordagem facilitava o acompanhamento individual dos alunos e proporcionava um rendimento superior, com maior envolvimento dos alunos na tarefa.

O professor B relatou que permitir que os alunos trabalhassem de forma autônoma nos

grupos favorecia as reflexões necessárias para a tarefa, transmitindo maior segurança a eles. Ele comparou a estratégia de grupos com a disposição em filas duplas, mencionando a dificuldade de atender todas as duplas individualmente. Além disso, o professor levantou questões relevantes que surgiram durante a prática, enfatizando a importância de discuti-las em grupo para obter diferentes perspectivas. Embora a turma não tenha abordado questões relacionadas à comercialização do caju, suas resoluções foram satisfatórias, com argumentos discutidos e abordagens diversas, revelando segurança nas respostas.

O professor B afirmou que, embora tenha feito um planejamento em grupo, não acreditava que todas as turmas teriam o mesmo rendimento, reconhecendo a variabilidade nas reações dos alunos. Demonstrou conforto em permitir que os alunos fossem mais autônomos nos grupos, acompanhando-os de forma discreta e observando como se comportavam e discutiam as formas de resolver o problema. Os grupos, de maneira produtiva, não esperavam respostas prontas, combinamos diferentes formas de resolver e apresentando mais de uma abordagem, algo relevante no contexto do Ensino Médio.

Ao final da aula, o professor B recolheu as resoluções escritas dos alunos e acordou com eles uma discussão coletiva na aula seguinte, na qual os grupos apresentariam e comentariam suas resoluções, respeitando a ordem de apresentação. A estratégia do professor B de promover discussões em grupos foi percebida como benéfica para o envolvimento dos alunos com o problema, o que resultou em observações detalhadas e maior participação nas atividades. Os grupos concluíram a tarefa de maneira satisfatória, evidenciando colaboração e produtividade. Ao circular entre os grupos, o professor B procurou instigar a curiosidade dos alunos, sem interferir diretamente nas resoluções. A turma demonstrou autonomia, discutindo abertamente durante as resoluções e a estratégia de trabalho em grupo foi considerada eficaz para o ensino reflexivo da Matemática.

11º momento com os professores (discussão das intervenções - professores A e B)

Em abril de 2023, ocorreu o décimo primeiro encontro do grupo de coaprendizagem, marcado pela discussão sobre as intervenções realizadas nas salas dos professores A e B. Durante a reunião, o grupo revisitou o planejamento inicial para analisar a execução das atividades, começando pela escolha do problema matemático. O professor B iniciou a discussão compartilhando sua surpresa com a reação positiva dos alunos, que se envolveram em diálogos significativos sobre o contexto proposto. A professora A concordou, mencionando que, apesar de sua turma ser mais dispersa, os alunos demonstraram interesse e engajamento na tarefa.

A professora C e o Professor D questionaram a adequação do problema as turmas de segundo e terceiro anos do Ensino Médio. Eles perguntaram como os professores perceberam a recepção do problema pelos os alunos e se estes preferiram trabalhar de forma autônoma ou se recorreram frequentemente aos professores. Tanto a professora A quanto o professor B confirmaram o sucesso da abordagem em grupos, destacando a eficácia do trabalho em grupo. O professor B também discutiu a organização das salas em filas duplas, comum na escola, explicando que preferiu formar grupos para promover interações diversificadas entre os alunos. A professora A expressou sua preferência por grupos menores, ressaltando que isso ajuda a evitar conversas paralelas durante as atividades.

A análise prévia do problema revelou que, embora o conteúdo fosse aritmético e simples, os alunos se engajaram em discussões que iam além dos cálculos exigidos. O tema, envolvendo grandezas e medidas, proporcionou abordagens diversificadas e reflexões, surpreendendo os professores. O grupo debateu e concordou com a ideia de incluir questões levantadas pelos alunos na intervenção seguinte. Em relação à resistência dos professores em responder diretamente às perguntas dos alunos, tanto a professora A quanto o professor B reconheceram a dificuldade de conter esse hábito e assinalaram a necessidade de mudar sua postura. O grupo refletiu sobre como esse comportamento poderia subestimar a capacidade dos alunos e enfatizou a importância de confiar mais no conhecimento deles.

A questão do tempo para a realização da tarefa também foi discutida, com a decisão de dedicar parte da aula seguinte para a conclusão e apresentação dos grupos. Observou-se que os alunos preferiram realizar os cálculos manualmente, em vez de utilizar calculadoras. Outro ponto importante foi a capacidade dos alunos de ir além das demandas do problema, levantando questões sobre o contexto da produção e venda do caju, o que reforçou a relevância do trabalho em grupo. Surgiu a sugestão de permitir que os próprios alunos supervisionem a participação de seus colegas nas atividades, como uma estratégia para promover responsabilidade mútua. Ao final da discussão, ficou acordado que a próxima etapa seria a intervenção da professora C, seguida por uma nova reunião para discutir os resultados e fazer ajustes na abordagem da tarefa, com base nas experiências e percepções compartilhadas. O encontro foi encerrado com o agendamento da intervenção da professora C e a participação dos professores nas apresentações dos grupos da professora A e do professor B.

12º momento com os professores (intervenção na sala de aula - professora C)

Ainda, em abril de 2023, ocorreu a terceira intervenção em sala de aula, conduzida pela

professora C, destinada aos alunos do segundo ano do Ensino Médio. O período previsto para a intervenção foi de duas horas-aula. Ao adentrar na sala, observou-se que os alunos, em sua maioria moradores da área rural, apresentavam tranquilidade, provavelmente em razão do horário matutino. A professora C iniciou a aula cumprimentando os alunos e criando um momento de descontração ao ouvir relatos sobre suas rotinas. Após essa introdução, ela me apresentou à turma como pesquisadora, esclarecendo que minha função seria a de observadora ao longo da aula.

Em seguida, a professora instruiu os alunos a formarem grupos de cinco pessoas, aos quais foram distribuídas cópias impressas da tarefa de resolução de problemas. Ela ressaltou a importância de uma resolução autônoma, encorajando-os a discutir entre si antes de solicitar ajuda. Composta por vinte alunos, a turma se mostrou participativa e engajada na atividade. Os alunos demonstraram autonomia ao abordar a tarefa, começando pela leitura individual do problema e, em seguida, realizando a leitura em voz alta para o grupo. As interações nos grupos fluíram de maneira natural sem comprometer o andamento da tarefa. Eles discutiam o conteúdo de forma aberta, explorando operações aritméticas e outros aspectos implícitos no problema, como a área ocupada pela plantação de caju.

Durante a resolução, os alunos evidenciaram habilidades de cálculo mental ou escrito, optando por não utilizar calculadoras. A professora, experiente e atenta, coordenou o processo sem interferir diretamente, mantendo-se como observadora, juntamente comigo, a pesquisadora. O uso controlado do celular na sala de aula contribuiu para que os alunos se mantivessem concentração na resolução da tarefa. As discussões entre os grupos mostraram que os alunos conseguiram ir além das exigências explícitas do problema, abordando temas relacionados ao plantio, colheita e comercialização do caju. Seguindo a proposta das intervenções anteriores, a professora C atuou como mediadora, incentivando os alunos a resolverem suas dúvidas dentro dos grupos.

Ao longo da intervenção, ficou claro que os alunos conseguiram resolver a tarefa sem necessitar de frequentes intervenções da professora. A correção das respostas foi deixada para um momento posterior, destacando que os alunos estavam mais focados em compreender o raciocínio e a lógica das soluções do que em obter uma avaliação imediata. O problema apresentado foi o mesmo abordado nas intervenções anteriores.

As discussões nos grupos revelaram uma diversidade de abordagens, com alguns alunos focando nas operações matemáticas, enquanto outros exploravam o contexto mais amplo do problema. A intervenção ocorreu ao longo de duas horas/aula, e ao final, a professora recolheu as resoluções escritas dos alunos. A apresentação das soluções pelos grupos foi agendada para

um momento posterior.

13º momento com os professores (discussão da intervenção realizada pela professora C)

Esse encontro foi marcado pela discussão no grupo de coaprendizagem sobre a intervenção realizada pela professora C em sua turma do segundo ano do Ensino Médio. Anteriormente, os professores A e B já haviam realizado suas intervenções, e durante as discussões desse encontro, o grupo percebeu que os alunos abordavam outras questões relacionadas ao contexto do problema, o que os professores envolvidos consideraram interessante. A professora C relatou que, durante sua intervenção, refletiu sobre as percepções de seus colegas e notou que sua turma também não foi exceção. Os alunos se envolveram na tarefa e levantaram questões inespadas sobre o contexto do problema.

Ela concordou com o grupo que a estrutura da tarefa foi extremamente válida, especialmente no que diz respeito ao fato de os alunos trabalharem de forma autônoma em grupos. Essa estratégia facilitou a intervenção e tornou o trabalho em grupo mais produtivo do que em duplas. Houve muitas discussões e, a partir delas, surgiram diferentes formas de resolução. Os demais professores do grupo comentaram que esse sentimento foi compartilhado, apesar de já terem o hábito de se reunir para selecionar habilidades do currículo e escolher tarefas que contemplassem essas habilidades, a experiência de planejar de modo colaborativo foi inovador.

A professora A comentou que ela e o professor B realizaram as tarefas quase simultaneamente e, quando voltaram para a discussão, ambos puderam perceber o que realmente ajudou ou não no aprendizado dos alunos. Ela mencionou que isso permitiu identificar quais aspectos da prática poderiam ser modificados, pois muitas vezes mantinham hábitos sem perceber o impacto que causavam nos alunos. A professora C refletiu que foi diferente deixar os alunos trabalharem sozinhos nos grupos. Ela admitiu que não foi fácil, pois a tendência é estar presente com os alunos, mas se conteve. Comentou que esperava ser chamada frequentemente pelos grupos, mas isso não aconteceu. Após direcionar a tarefa e pedir que a realizassem sozinhos, os alunos se engajaram, o que a surpreendeu bastante.

A professora C também destacou que os alunos discutiram amplamente o problema, assim como os professores A e B já haviam relatado. Ela concordou com a ideia de considerar as discussões dos alunos no replanejamento da tarefa, pois acredita que isso é importante não apenas para os cálculos matemáticos, mas também para proporcionar interpretações e contextualizações do problema. Ela enfatizou a relevância de trabalhar mais em grupos do que

em duplas, pois entende que o trabalho rende mais e oferece a ela maior mobilidade ao circular pelos grupos. Observou que o trabalho em grupo deixa os alunos mais à vontade e, embora conversem mais (nem sempre sobre matemática), o rendimento durante a atividade é satisfatório. Contudo, ela discordou da formação de grupos grandes, com mais de 5 alunos.

Os demais professores concordaram que foi muito positivo deixar os alunos trabalharem de forma autônoma nos grupos, pois isso lhes conferiu autonomia e poder de decisão. Eles reconheceram que existem problemas complexos que exigem mais dos alunos, mas lembraram quando estavam resolvendo o problema das travas (discutido no 3º encontro), que era complexo, mas todos conseguiram resolvê-lo por meio de diálogo e utilizando seus conhecimentos prévios. A professora C concordou com os professores A e B, afirmando que o planejamento foi excelente e que essa experiência trouxe muitos aprendizados valiosos, especialmente porque os alunos discutiram bastante durante as resoluções, resolveram o problema mais de uma forma e não dependeram dela para tirar conclusões e se organizar nas resoluções.

14º Momento com os professores (reelaboração da tarefa)

A intervenção da professora C trouxe ao grupo a reflexão de que existem pontos em comum em todas as intervenções realizadas e que isso poderia ser utilizado para avançar na reelaboração da tarefa, considerando as observações feitas em cada momento na sala de aula. Propusemos construir e acrescentar novos itens para a tarefa, com base nas anotações feitas pelo grupo durante as intervenções. Essa ideia evoluiu com a perspectiva de uma nova intervenção, em que o grupo exploraria os conceitos matemáticos dos alunos, bem como novas estratégias de resolução. Cada professor pontuou o que mais chamou sua atenção e, após os comentários e discussões, o problema da tarefa foi reformulado da seguinte forma:

1. *Um agricultor tem 39 filas de cajueiros plantados e produzindo em seu terreno. Cada uma delas com 26 árvores.*
 - a. *Se uma árvore produz, em média, 15 caixas de caju, quantas caixas de caju esse agricultor espera colher de todas as árvores?*
 - b. *Se a caixa de caju pode ser vendida por R\$4,25, qual a receita esperada pelo agricultor para a colheita?*
 - c. *Sabendo que o caju também pode ser vendido separadamente da castanha e que cada cajueiro pode produzir, em média, 9 kg de castanha quando a safra é boa, quantos quilos de castanha esse agricultor poderia produzir com essa plantação?*

d. Tendo a castanha um valor comercial maior que o caju, esse agricultor poderia vender sua produção de castanha a um feirante local a um custo de R\$15,00 o quilo. Assim, quanto obteria pela venda de toda a produção de castanha?

e. Ao comprar a castanha do agricultor, o feirante revende essa castanha já assada e descascada tendo uma redução de 440g em cada quilo que comprou, porém, o preço da revenda passaria a ser de R\$35,00 o quilo. Esse feirante teria maior ou menor lucro que o agricultor? De quanto?

f. Se o agricultor resolvesse vender sua produção de castanha na feira, toda semana, já assada e descascada, ele teria alguma vantagem? Por quê?

Com essa tarefa, era esperado que os alunos conversassem sobre o problema e percebessem a Matemática como algo prazeroso e acessível de aprender. Era desejado que essa nova intervenção nos trouxesse ainda mais reflexões e aprendizado, e que, aos poucos, pudessemos desenvolver atividades que promovessem aprendizados significativos para os alunos.

15º Momento com os professores (intervenção com a tarefa reelaborada)

A intervenção, decorrente da reelaboração da tarefa, foi conduzida pela professora C em sua turma de segundo ano do Ensino Médio, a mesma em que havia realizado a primeira intervenção. A professora solicitou que os alunos se organizassem em grupos e entregou a nova versão da tarefa. Conforme o procedimento anterior, os alunos deveriam discutir e resolver a tarefa com base nas discussões realizadas na aula anterior sobre o problema. A professora C fez um breve comentário sobre os novos itens incluídos na tarefa e deixou os alunos à vontade para trabalhar nos grupos.

Os alunos iniciaram os trabalhos nos grupos e as interações e diálogos fluíram naturalmente. A professora acompanhou de forma discreta, observando as conversas e analisando o momento ideal para intervir. Como os grupos eram pequenos, todos os alunos participavam ativamente, sugerindo, explicando ou propondo soluções. À medida que se envolviam na tarefa, surgiam diálogos ricos, incluindo perguntas, explicações e argumentos que se entrelaçavam nas discussões. Os novos itens da tarefa exigiam maior esforço de raciocínio, e, embora alguns alunos demonstrassem hesitação, sempre havia sugestões dos colegas para ajudar, seja explicando um ponto ou oferecendo uma nova perspectiva para a resolução.

Durante as duas horas/aula, o desenvolvimento da atividade foi tranquilo, tanto do ponto de vista dos alunos quanto da professora, que instigava os grupos a buscar soluções. Ao final, todos os grupos concluíram a tarefa, restando tempo para que a professora fizesse alguns comentários sobre as resoluções. Os alunos apresentaram suas resoluções, e a professora, atuando como mediadora, ouviu as respostas dos alunos e questionou as estratégias utilizadas, promovendo reflexões sobre os métodos adotados.

16º Momento com os professores (Discussão da intervenção com a tarefa reelaborada e considerações sobre a parceria de coaprendizagem)

Realizamos esse momento de discussão com o grupo de coaprendizagem para analisar a intervenção realizada mediante tarefa reelaborada e os resultados obtidos pelo grupo ao trabalharmos em parceria. O grupo compartilhou suas impressões sobre a tarefa, comentando que percebeu maior familiaridade entre os alunos no segundo momento da intervenção, em comparação com o primeiro. A professora C comentou que se sentiu mais confiante ao conduzir a segunda intervenção, especialmente em relação ao trabalho grupo. Ela notou que os diálogos fluíram com mais facilidade e que os alunos trabalharam de forma mais eficiente. Além disso, mencionou que o trabalho em grupo se mostrou mais produtivo do que o trabalho em duplas, como costumavam fazer, algo evidente em ambos os momentos.

O grupo argumentou que o planejamento feito para a intervenção, a escolha do problema e a elaboração da tarefa tiveram um efeito positivo, pois consideramos o conhecimento do aluno no momento de planejar as aulas. Ademais, o grupo refletiu que, ao pensar no que o aluno já sabe e, em seguida, propor problemas que ampliem esses conhecimentos, há um impacto significativo na aprendizagem. O planejamento envolve mais do que apenas buscar habilidades e criar objetivos; requer a compreensão de como o aluno pensa, o que já sabe, e como o professor pode atender às suas necessidades de aprendizagem.

Foi observado que, ao trabalhar de forma autônoma nos grupos, os alunos conseguem entender melhor o problema, extrair informações relevantes, explorar o contexto, tirar dúvidas, corrigir as tarefas uns dos outros, explicar conceitos e até construir diferentes estratégias de resolução. Isso, segundo o grupo, é resultado das interações com os colegas, dos diálogos que constroem e das estratégias desenvolvidas coletivamente. Os professores relataram que as intervenções foram produtivas, pois, em vez de dar dicas, os questionamentos favoreceram o pensamento matemático dos alunos. Durante a resolução, os alunos dialogaram, explicaram,

argumentaram, defenderam suas ideias, fizeram perguntas e souberam ouvir os colegas de maneira tranquila.

O grupo também comentou que, embora a prática de deixar os alunos resolverem problemas sozinhos ainda seja desafiadora, reconhecem que se sentem inseguros. Argumentam que dessa vez funcionou porque os alunos já tinham um conhecimento prévio formalizado sobre o conteúdo do problema, ou porque o problema não exigia uma complexidade maior de conhecimento. Eles questionaram, no entanto, como seria em situações que envolvesse contextos matemáticos mais complexos, como probabilidade, geometria ou álgebra. Embora considerassem a abordagem discursiva interessante, acreditavam que ela requer mais tempo e aprofundamento para a discussão, além de maior segurança na implementação, já que costumam planejar aulas começando pela explicação do conteúdo antes de propor problemas.

Apesar dessas colocações, os professores perceberam que a abordagem discursiva funcionou bem nas turmas durante essa intervenção, pois favoreceu o acesso dos alunos aos seus conhecimentos prévios através das discussões, o que possibilitou a criação de estratégias suficientes para resolver o problema. Admitiram, também, que antes não tinham tanto entendimento ou segurança em levar um problema para os alunos sem antes explicá-lo, mas durante a intervenção perceberam que isso é possível e que houve aprendizagem.

Para adotar essa abordagem de forma consistente, os professores sentiram que precisavam de tempo pedagógico, preparação e formação adequada. A prática comunicativa deve ser melhor explorada em sala de aula, permitindo que os alunos dialoguem mais. Contudo, ainda administrar ou garantir que todas essas discussões ocorram em todas as turmas é um processo complexo que buscaremos alcançar ao longo do trabalho com os alunos. Também, mencionaram a falta de formação específica para conduzir esse tipo de processo, sinalizando que realizar uma experiência é diferente de construir uma prática consistente.

O grupo também comentou que a falta de conhecimento sobre alguns aspectos da prática e as condições reais de trabalho com os alunos podem dificultar esses avanços. Ainda assim, reconheceram a relevância de discutir o planejamento focado no aluno. Bem como refletiram que planejar sozinho é diferente de planejar em grupo, pois o planejamento colaborativo é enriquecido pela troca de experiências. Reconhecer as falhas no ensino da Matemática e compreender por que a aprendizagem esperada não está sendo alcançada é uma preocupação, mas a prática do diálogo e das interações mostrou um caminho promissor.

O grupo lembrou o início dos encontros e as expectativas levantadas sobre a parceria de coaprendizagem e a resolução de problemas. Discutimos que fazer parceria para construir e discutir o ensino não é uma tarefa fácil, mas é essencial para evoluir na prática em sala de aula.

O grupo destacou que a experiência realizada trouxe valores e conhecimentos à prática de resolução de problemas à medida, ao permitir que o professor utilize o problema não apenas como uma forma de formalizar conceitos, mas de desenvolvê-los.

Concordamos que uma reflexão profunda sobre o que estamos fazendo e para quem estamos fazendo faz toda a diferença, e que esse aspecto está faltando nas formações. O trabalho no grupo de coaprendizagem representou um componente importante para a aprendizagem de todos, já que compartilhávamos os mesmos objetivos para o problema em sala de aula, o que resultou em avanços na aprendizagem dos alunos. Aos poucos, o grupo foi progredindo, e as discussões sobre as práticas ajudaram a refazer atividades de maneira mais eficaz, contribuindo para o desenvolvimento satisfatório das tarefas e das construções dos alunos. Essa perspectiva é algo que geralmente não costumamos aplicar no dia a dia.

A professora C lembrou que, durante as conversas sobre a intervenção, antes de realizá-la, se questionava se aquilo que estava sendo discutido se concretizaria na prática, pois o discurso muitas vezes é diferente da execução prática. A ação de reelaborar a tarefa foi interessante, pois criamos novas situações para os alunos, mas dentro do contexto das discussões que eles já vinham realizando. O professor B comentou que não bastaria reelaborar uma tarefa simplesmente para incluir mais habilidades, conforme sugerido pelo currículo. Era necessário que essas habilidades trouxessem algo significativo para os alunos. Ele ressaltou que, muitas vezes, falta a oportunidade de os professores conhecerem boas experiências, o que poderia levá-los a repensar suas práticas. Ele reconheceu que mudar é um processo e que zona de conforto não proporciona crescimento.

Em resumo, tivemos momentos produtivos de estudo e discussão, nos quais os professores puderam identificar aspectos de suas prática que poderiam ser revisados e aprimorados. Embora cada um tenha a liberdade de decidir se vai ou não implementar essas melhorias, as reflexões que surgiram já indicam um caminho para a mudança. Reconheço o sentimento compartilhado pelo grupo em relação à falta de qualidade nas formações e ao pouco tempo disponível para estudos e reflexões, mas acredito que, com dedicação e estudo, esse cenário pode mudar.

CAPÍTULO 6

DISCUSSÃO E ANÁLISE DE DADOS

Como mencionado no capítulo anterior, os dados desta pesquisa são provenientes dos relatos construídos com os professores no grupo de coaprendizagem, que resultaram no caderno de apontamentos (Bogdan; Biklen, 1994), da tarefa de resolução de problemas e das transcrições dos diálogos desenvolvidos pelos alunos durante a resolução de problemas. Esses dados possibilitam a análise das discussões com os professores no grupo de coaprendizagem e da intervenção realizada por eles na sala de aula, a partir da tarefa de resolução de problemas. Com base nessas fontes, busco responder à pergunta investigativa que direciona esta pesquisa: *De que maneira as práticas comunicativas evidenciadas nos diálogos dos alunos, durante a resolução de problemas, impactam suas aprendizagens?*

Conforme mencionado nos capítulos anteriores, o propósito de discutir com os professores uma perspectiva discursiva da resolução de problemas é proporcionar aos alunos uma melhor compreensão dos conceitos matemáticos, além de oferecer aos professores uma vasta oportunidade de aperfeiçoamento profissional por meio do trabalho colaborativo. O grupo de coaprendizagem desempenhou um papel fundamental no desenvolvimento da intervenção com os alunos, pois, ao estudar a abordagem discursiva da resolução de problemas, os professores puderam refletir sobre sua prática já estabelecida em sua sala de aula, além de explorar novas possibilidades pedagógicas. O ensino da Matemática envolve a capacidade de estimular os alunos a explorar, conjecturar e raciocinar logicamente, utilizando “diferentes métodos para resolver problemas matemáticos não rotineiros” (NCTM, 2007).

Com base nesse pressuposto, os subcapítulos seguintes apresentam discussões acerca das ações do grupo de coaprendizagem, incluindo reflexões sobre a prática de resolução de problemas, o estudo da perspectiva discursiva e o planejamento e organização da intervenção em sala de aula. Na sequência, abordo a intervenção realizada com os alunos do Ensino Médio, por meio da tarefa de resolução de problemas, na qual as práticas comunicativas emergiram.

6.1 Reflexões e contribuições do grupo de coaprendizagem para o desenvolvimento profissional do professor frente a resolução de problemas

No capítulo anterior, apresentei uma breve explicação sobre como se deu a formação da parceria de coaprendizagem entre a pesquisadora e os professores, bem como o modo como

foram articuladas as discussões e a construção da intervenção para a sala de aula. Também, descrevo o cenário da pesquisa e o período e que as atividades foram iniciadas e concluídas, por meio da intervenção em sala de aula com a tarefa de resolução de problemas. Agora, relato, a partir de uma ordem cronológica, as ações do grupo de coaprendizagem, as reflexões que fizemos sobre a prática, o estudo da abordagem discursivamente orientada da resolução de problemas e a forma pela qual construímos a tarefa de intervenção para a sala de aula. Ao longo da descrição de cada momento de discussão no grupo de professores, trago trechos dos relatos extraídos do caderno de apontamentos (Bogdan; Biklen, 1994), construído com base nas gravações de áudio realizadas durante as discussões. Esses elementos são considerados significativos para elucidar o fenômeno investigativo.

Os encontros do grupo de coaprendizagem ocorreram às terças-feiras, dia destinado pela escola para os professores de Matemática realizarem seus momentos de estudo, reuniões, formações, planejamento e outras atividades demandadas pela escola. Escolhemos esse dia pela conveniência dos professores, pois nossas discussões deveriam ocorrer no espaço escolar, considerando que eles têm uma jornada integral de oito horas em regime de dedicação exclusiva na instituição.

A parceria de coaprendizagem entre professor e pesquisador visa investigar a aprendizagem dos alunos, estudar e refletir sobre a prática pedagógica do professor, que nesta pesquisa está centrada na resolução de problemas como suporte para a construção de diálogos entre os alunos. O objetivo é estudar e implementar novas abordagens que viabilizem uma aprendizagem compreensiva dos conceitos matemáticos pelos alunos. Esses objetivos são essenciais para o desenvolvimento da pesquisa e devem ser claros e compreendidos por todos os membros do grupo.

Portanto, é de meu interesse tornar cada participante parte integrante desta pesquisa, pois, segundo Koichu et al (2018), tanto professores quanto pesquisadores passam uma parte substancial do seu tempo envolvidos em diferentes formas de investigação sobre o ensino e a aprendizagem. Ao tornar o professor investigador de sua prática, e fazê-lo refletir sobre ela, cria-se a oportunidade para que ambos – professor e pesquisador – vivenciem as práticas uns dos outros, favorecendo o crescimento profissional de todas as partes envolvidas.

1º momento (objetivo da pesquisa e formação da parceria de coaprendizagem)

O primeiro momento de discussão com o grupo de coaprendizagem foi marcado pelo entendimento coletivo em relação ao desenvolvimento da pesquisa, que envolveu a reflexão

sobre a prática de resolução de problemas, a implementação da abordagem discursiva e a construção de uma tarefa para intervenção em sala de aula. Esse entendimento fica claro no relato descrito pela pesquisadora no sexto parágrafo do primeiro momento de discussão:

“Conversamos que nos momentos de estudo e discussão, nos debruçaremos sobre concepções e prática que temos de resolução de problemas, resolveremos problemas, e iremos refletir e avaliar o modo como os direcionamos na sala de aula e como os alunos a desenvolvem. É importante pensar se, cada forma que trabalhamos com resolução de problemas, está produzindo nos alunos a aprendizagem desejada. Se há novas abordagens para esta prática e como podemos melhorar a nossa a partir dessas novas experiências. Dedicaremos nossos esforços na perspectiva de entender essa abordagem, refletir sobre ela e analisar o que de bom ela nos traz para melhorar a aprendizagem matemática dos alunos” (Caderno de apontamento, p. 3)

Diante do esclarecimento feito pela professora pesquisadora, o grupo manifestou suas considerações:

“O professor B comenta que aprenderemos juntos essa nova forma e que isso será bom. O professor D conta que não há muitos momentos em que eles possam parar e pensar sobre isso, então ele vê esse momento como uma oportunidade para essas reflexões” (Caderno de apontamento, p. 3)

“Como alguns dos professores já vivenciaram outros momentos de produção de dados com outros pesquisadores, cuja produção foi baseada em observação e entrevista, a professora A se interessou em saber se teríamos também essa abordagem. Expliquei que, como anteriormente citado, ela irá se diferenciar das demais, tanto pelo aspecto colaborativo quanto pelo protagonismo do professor. Reforcei que aqui, somos parceiros e construiremos o trabalho juntos, em momentos de discussão, planejamento, sendo necessário um contato próximo e constante durante todo processo” (caderno de apontamentos, p. 4).

Esse momento marcou os acordos de colaboração e compromisso, onde cada participante expressou suas expectativas em relação a parceria e aos momentos de estudos. A professora pesquisadora ainda esclareceu que:

“(…)Nada iria ser trazido pronto, tudo que será implementado deve ser resultado da discussão no grupo” (caderno de apontamentos, p. 2).

“A professora C comenta que está tranquilo. Os demais professores sinalizam positivamente sobre o que foi acordado até o momento e que concordam com os combinados. A professora A comenta que espera que o trabalho seja proveitoso e que estão dispostos a iniciar esse desafio” (Caderno de apontamentos, p. 3).

Após esse momento de esclarecimento e o comprometimento dos professores com a pesquisa, as discussões continuaram sobre a prática de resolução de problemas e a facilidade que os alunos possuem para interagir e se comunicar em grupos. Os professores afirmam que:

“Muitos alunos não costumam expressar o que pensam nos grupos de trabalho. O professor D afirmou que eles gostam de conversar, mas na hora de fazer matemática, ficam calados. A professora C afirmou que pode ser porque não entendem ou mesmo não se interessam pela discussão. A professora A já fala que eles são tímidos ou acomodados, ficam sempre esperando que o professor faça as colocações” (Caderno de apontamentos, p. 5).

A professora pesquisadora questiona se seria mesmo essa a questão ou se os alunos não estariam acostumados com o professor fazendo as colocações.

“A professora A afirma que talvez sim, mas acredita ser acomodação. O professor B entrou na discussão e afirmou que é costume do professor sempre se pronunciar sem dar muito espaço ao aluno” (Caderno de apontamentos, p. 5)

“A professora C respondeu que quando o trabalho é em grupo eles se comunicam mais, já quando estão trabalhando individualmente ou em duplas e o professor pergunta algo, eles ficam tímidos. Mas acredita no trabalho em grupo e afirma que será importante para ampliar esse aspecto comunicativo. O professor B comenta que realmente o trabalho em grupo é mais motivador para os alunos e que ele gosta de trocar ideias nos grupos” (Caderno de apontamentos, p. 6).

Nesse momento da discussão, ficou claro que o grupo de professores reconhece que, ao oferecer respostas prontas, limita o espaço para discussão matemática em sala de aula. Eles valorizam o trabalho em grupo, apesar de ainda manterem a organização da sala em filas duplas e percebem que o aspecto comunicativo desenvolvido em sala de aula é mais centrado no diálogo do professor, que impõe sua fala ao grupo de alunos. Guerreiro, et al (2015) questiona a linearidade do processo comunicativo ao examinar a natureza dos processos de interação, valorizando o diálogo como elemento primordial das interações.

Nesse dia, foi solicitado aos professores que preenchessem um questionário via *google forms*, no qual eles deveriam compartilhar, além de detalhes de sua formação profissional e acadêmica, um problema que gostassem, tivessem trabalhado, quisessem trabalhar ou que tivessem em mente por alguma afinidade. Essas informações, bem como os problemas apresentados, serão o ponto de partida para as discussões no próximo encontro dentro da proposta colaborativa.

2º momento (Discussão dos problemas do questionário)

Retomamos as discussões a partir dos problemas trazidos pelos professores no questionário *google forms* mencionado anteriormente. Entretanto, nem todos apresentaram os problemas, justificando da seguinte forma:

“A professora C e o professor D me informaram não ter entendido que era para escrever o problema no questionário. A professora A afirmou que tinha entendido, porém não pode deixar o problema naquele momento por não dispor do notebook e estava respondendo o questionário no celular. O professor B também se posicionou afirmando que teria trazido os problemas escritos” (Caderno de apontamentos, p. 9).

O principal objetivo desse momento era discutir os problemas compartilhados pelo grupo e realizar momentos de resolução. Nesse sentido, compartilhamos dois problemas trazidos por um dos participantes e, nos 3º e 4º encontros, as discussões seguiram com os demais problemas.

Problema 1: *Em um estacionamento há carros e motos num total de 12 veículos e 40*

rodas. Quantos carros e quantas motos há nesse estacionamento?

Problema 2: João e Ana resolveram aproveitar o saldo de uma livraria para comprar livros e CDs. João gastou R\$100,00 comprando 1 livro e 4 CDs. Ana comprou 2 livros e 3 CDs, gastando ao todo R\$90,00. Quando Luiz perguntou a eles quanto tinham pagado por cada livro e cada CD, eles não souberam dizer. Apenas lembravam que todos os livros eram vendidos pelo mesmo preço e que os CDs, embora mais caros, também tinham preço único.

Ambos os problemas foram retirados de livros didáticos. O primeiro, da coleção “Matemática” de Imenes e Lellis (2001), e o segundo, da coleção “Matemática Ensino Médio” de Kátia Stocco Smole e Maria Ignez Diniz (2010). Ambos tratam de sistemas lineares e raciocínio algébrico. Diante dos problemas, a professora pesquisadora levantou alguns questionamentos:

“Se eu passasse esses problemas agora para uma das turmas de vocês do segundo ano, por exemplo, qual dos dois seria problema para eles? Como eles fariam o problema 1? E o 2? Eles teriam alguma dificuldade? Eles já estudaram esse conteúdo? Eles fariam uma conexão com a representação de sistema? (Caderno de apontamentos, p. 11).

Refletimos que:

“A professora A respondeu que talvez eles não associam o problema à representação algébrica, buscassem aplicar a aritmética. A professora C concordou e acrescentou que eles poderiam resolver os dois problemas, porém não utilizando o sistema. Que ao propor um problema assim, ela espera que eles possam montar o sistema, mas que isso não acontece. Que eles só saberiam ou conseguiriam resolver usando a representação de sistema se ele estivesse “montado” (Caderno de apontamentos, p. 11).

Percebe-se, nas falas dos professores, a forte presença de uma prática de ensino focada em procedimentos prontos. Isso desfavorece os processos comunicativos que poderiam se desenvolver entre os alunos, dando ênfase ao excesso de cálculos. Reflete-se nesse tipo de ensino que, ao valorizar procedimentos e fórmulas, a comunicação se torna pouco frequente ou quase inexistente no processo de ensino-aprendizagem. Conforme Cândido (2001, p.15), a predominância do silêncio, no sentido de ausência de comunicação, ainda é comum nas aulas de Matemática. O grupo buscou responder os questionamentos:

“O professor B levantou a hipótese de os alunos resolverem o problema por tentativa. Observando que não teriam uma resposta imediata, iriam pensar um pouquinho. Eu parti dessa fala para provocar o grupo em relação a atividade que devemos propor aos alunos, pois ela deve instigar essa ação de fazer. E que, diante dessas observações que eles fizeram, se é possível que o aluno resolva problemas sem que eles (professores) esperem pela aplicação de um procedimento pronto ou que indiquem formas de fazer. A professora C disse que é possível, mas que isso não é costumeiro, pois os alunos demoram muito na ação de fazer” (Caderno de apontamentos, p. 12).

Na sequência, resolvemos os problemas:

Resolução 1

preço único.

$$\begin{cases} C + M = 12 \quad (-2) \\ 4C + 2M = 40 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2C - 2M = -24 \\ 4C + 2M = 40 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 2C &= 16 \\ C &= \frac{16}{2} \\ \boxed{C=8} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M &= 12 - 8 \\ \boxed{M=4} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} J = 100 = x + 4y \\ A = 90 = 2x + 3y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 4y = 100 \quad (-2) \\ 2x + 3y = 90 \end{cases}$$

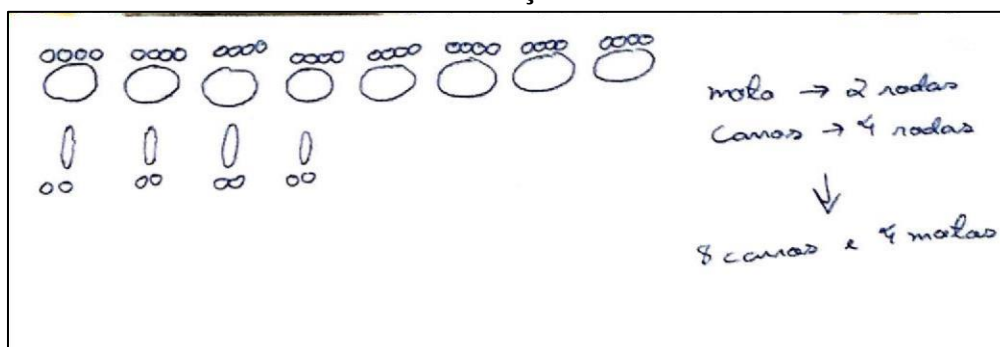
$$\begin{cases} -2x - 8y = -200 \\ 2x + 3y = 90 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} -5y &= -110 \\ y &= \frac{-110}{-5} \\ \boxed{y=22 \text{ CDs}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 100 &= x + 4 \cdot 22 \\ 90 &= 2x + 3 \cdot 22 \\ 90 &= 2x + 66 \\ 2x &= 90 - 66 \\ 2x &= 24 \\ \boxed{x=12 \text{ Liv}} \end{aligned}$$

Fonte: tarefa dos professores.

Resolução 2



Fonte: tarefa dos professores.

Na primeira resolução, utilizamos a representação algébrica em um procedimento de cálculo para os problemas 1 e 2. Na segunda resolução, apresentamos uma possível estratégia que poderia ser utilizada pelos alunos para resolver o problema 1. Quanto ao problema 2:

“Foram unânimes em dizer que, para o problema 1, seria bem provável que a maioria dos alunos utilizassem o desenho representativo. Ou talvez a aritmética que, com certeza, seriam as duas formas mais simples de se fazer. É certo, segundo eles, que a representação algébrica poderia não ser usada. No problema 2, eles acreditam que haveria alguns alunos que não iriam conseguir resolver, por não dominar bem o conteúdo. Já outros aplicariam diretamente a fórmula e os demais (não sei se a maioria) iria tentar resolver por tentativa” (caderno de apontamentos, p. 12).

Acrescentam ainda que:

“A professora C foi a primeira a falar, dizendo que é possível os alunos resolverem os problemas sem precisar que o professor monte o sistema. Aplicariam as operações fundamentais e os desenhos. Os professores B e A concordaram dizendo que, mesmo os que não dominam o conteúdo de sistemas lineares poderiam usar as operações e os desenhos para

encontrar respostas. O professor D afirmou que se os alunos estivessem trabalhando em grupos, os que não teriam tanto domínio se privilegiaram das conversas e opiniões dos demais colegas e poderiam até melhorar o conhecimento” (caderno de apontamentos, p. 13).

Concluimos que:

“Os alunos devem ter autonomia para escolher a melhor forma de resolver, sem estarem focados em fórmulas. Que os alunos possam tomar decisões e criar formas de fazer, se trabalharem sozinhos, pensando sobre o que fazem” (caderno de apontamentos, p. 13).

Diante das resoluções e dos comentários dos professores, nota-se que não é habitual refletirem sobre os problemas que propõem aos alunos ou sobre a comunicação que desenvolvem com eles durante essas resoluções. As antecipações feitas pelo grupo sobre as possíveis soluções apresentadas pelos alunos levaram a reflexões sobre a forma de abordagem do problema, o modo pelo qual organizam os alunos para a resolução e a necessidade de reorganizar o planejamento. Essa conclusão pode ser observada quando o professor menciona o trabalho em grupo como uma tarefa que privilegia as conversas e opiniões dos demais colegas.

É interessante também destacar que os professores não acreditavam que os alunos utilizariam a representação algébrica para resolver os problemas. O grupo refletiu sobre a importância de trazer problemas contextualizados para a sala de aula, pois esses possibilitam discussões entre os alunos. Nesse momento, um dos professores mencionou a dificuldade de encontrar problemas de probabilidade que sejam contextualizados. Ele explicou que a maioria dos problemas que encontra em livros didáticos ou na internet segue o mesmo padrão. Para elucidar, citou alguns exemplos de problemas como ilustração:

1. *Um saco contém 8 bolas idênticas, mas com cores diferentes: três bolas azuis, quatro vermelhas e uma amarela. Retira-se ao acaso uma bola. Qual a probabilidade de a bola retirada ser azul?*
2. *Uma urna contém 15 bolas numeradas de 1 a 15. Uma bola é extraída ao acaso da urna. Qual a probabilidade de ser sorteada uma bola com número maior ou igual a 11?*
3. *De um baralho comum, com 52 cartas, extraímos, ao acaso, uma carta. Qual é a probabilidade de não sair um ás? (Caderno de apontamentos, p. 16).*

Outro professor lembrou que atualmente estão abordando esse conteúdo em sala de aula e sugeriu ao grupo a resolução de um problema de probabilidade que seja contextualizado, fugindo do padrão mencionado anteriormente. A professora pesquisadora ficou encarregada de sugerir tal problema. Essa discussão trouxe novamente a atenção do grupo para esses problemas, porém os professores refletiram que:

“As professoras A e C argumentaram que seria “bacana” também se os problemas fossem sobre conteúdos vistos pelos alunos numa perspectiva de revisão ou aprofundamento. E que ao propormos uma tarefa, pudéssemos pensar na possibilidade de desafio para o aluno, independentemente do conteúdo que está sendo abordado” (Caderno de apontamentos, p. 13).

Nesse sentido, o grupo reflete que:

“Queremos uma abordagem de problemas que seja viável para sala de aula, no sentido de que os alunos sejam desafiados a utilizar seus conhecimentos matemáticos, sem necessariamente ter um procedimento pré-definido de cálculo. Por ser nesse sentido, nós precisamos discutir primeiro sobre a resolução de problemas, para que possamos observar o que os alunos sabem, como podem resolver e o que precisam aprender para se tornarem resolvedores de problema, pois o foco é o aluno” (caderno de apontamentos, p. 13).

A partir dessa discussão, outras reflexões surgiram no grupo de coaprendizagem:

“A professora A falou que gosta de levar problemas como desafio. O professor B disse que também gosta de desafiar os alunos, não só durante a abordagem de algum conteúdo, mas também nas avaliações” (caderno de apontamentos, p. 14).

“A professora C comentou que acha essa proposta do professor B interessante, pois muitas vezes tem aluno que não desenvolve bem o cálculo escrito, mas que tem um raciocínio lógico muito bom para resolver “de cabeça”. E que quando os problemas não exigem o cálculo mesmo (acredito que deva se referir ao escrito) o aluno consegue se sair bem” (caderno de apontamentos, p. 14).

O grupo de coaprendizagem levantou considerações importantes que refletem algumas angústias dos professores, assim como a necessidade de repensar as mudanças necessárias à prática pedagógica, de modo que o cenário favoreça aprendizagens matemáticas mais significativas para os alunos. Nesse processo, propôs-se a abordagem de problemas de probabilidade contextualizados (como o problema das travas discutido no 3º momento), permitindo que eles discutissem e tentasse superar algumas dificuldades no ensino. Conforme Koichu et al (2018), as competências em investigações matemáticas também estão ligadas à capacidade dos professores de capitalizar as oportunidades de aprendizagem contingentes que surgem nas aulas.

3º e 4º momentos (Discussão e resolução de problemas)

Conforme a discussão anterior, esse momento visa propor ao grupo de professores uma oficina de resolução de problemas envolvendo conteúdos de probabilidade. Os problemas sugeridos foram os seguintes:

1. *Uma das travas para bicicletas disponíveis na maioria dos magazines consiste em um segmento de cabo de aço, no interior de um tubo plástico, com um cadeado de combinação de números numas das pontas. O cadeado contém quatro discos, cada um com dez dígitos em sua*

circunferência. O cadeado só abre quando cada um dos discos é colocado no dígito “certo”. Suponha que um pretenso ladrão planeje roubar uma bicicleta experimentando uma combinação após outra até que o cadeado se abra. Se cada tentativa leva três segundos, quanto tempo o ladrão precisará, em média, para abrir o cadeado?

2. *Uma das tarefas de uma estação de uma linha de montagem é a escolha e instalação de um eixo numa bucha. O funcionário encarregado da instalação é abastecido de eixos e buchas e faz o teste para ver se eles se ajustam. Eles se ajustam se, e somente se, ambos têm o mesmo tamanho. Qual a probabilidade de que um eixo escolhido aleatoriamente se ajuste a uma bucha escolhida aleatoriamente?*

	<i>Eixo</i>	<i>Bucha</i>
<i>Tamanho Padrão</i>	0,94	0,90
<i>Tamanho grande</i>	0,04	0,05
<i>Tamanho pequeno</i>	0,02	0,05

Os problemas foram extraídos do livro “Aplicações da Matemática Escolar”, NCTM, traduzido por Hygino H. Domingues. Diante dos problemas, o grupo refletiu que:

“Trabalhar problemas de probabilidade não é algo fácil ou simples. Os problemas devem ser pensados dentro de um contexto que leve os alunos a refletir. Que as situações contextualizadas trazem para o aluno familiaridade com o problema e isso pode ajudar em sua motivação”. (Caderno de apontamentos, p. 18).

O grupo observou também que

Esses problemas de probabilidade eram diferentes dos anteriores. A professora A disse que não sabia se a turma dela conseguiria fazer. O professor B disse que o fato de ter 4 cilindros de 10 dígitos, na questão 2, tornaria o problema complexo porque os valores calculados seriam altos. Ficaria melhor se fosse apenas dois cilindros, por exemplo, e gradativamente fosse aumentando para três, quatro e assim por diante. Acrescenta que, mesmo que seja o mesmo raciocínio para 2 ou para 4 cilindros, os alunos se assustariam com essa quantidade. Porém, o professor B acrescenta que não devemos subestimar os alunos, dizendo que eles não conseguiriam resolver, talvez conseguissem, mas que a maioria poderia sentir-se desmotivado. Que não custa nada tentar oportunizar aos alunos a um desafio assim. A professora A comentou que os alunos poderiam até não chegar a resultados “corretos”, mas pensariam em algum modo de responder” (Caderno de apontamentos, p. 18).

As reflexões apresentadas pelo grupo, embora se referissem apenas ao problema 1, destacaram a importância do desafio que os alunos enfrentarão para solucioná-lo. Os professores mostraram-se cautelosos em afirmar se os alunos conseguiram ou não resolver o problema, até que um deles se arriscou a dizer que “*não custa nada tentar oportunizar os alunos a um desafio assim*”. Pensamos em quais seriam esses desafios, não apenas para os alunos, mas

também para os professores. A professora C levantou a questão: *quando os alunos vão para um vestibular ou para o ENEM, que tipo de problemas encontram? Aqueles que estão nos livros didáticos ou os que você (dirigindo-se à pesquisadora) está nos mostrando agora?* Os professores responderam:

“Os professores B e D concordam que nessas avaliações os problemas são bem contextualizados. Observaram que as questões do livro didático levam muito a cálculos com fórmulas, enquanto que nesses talvez nem precisassem. O professor B acrescenta que os alunos até poderiam fazer da forma que está, mas elevando o grau de dificuldade aos poucos, por exemplo, eles resolvem melhor, e as dificuldades poderiam ir aumentando gradativamente como foi falado anteriormente. A professora C disse que deveria ser em etapas, até os alunos conseguirem encontrar uma forma de resolver. Acrescentou, comparou com os da OBMEP (Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas), pois não se leva em conta apenas o resultado, mas os caminhos até lá. Se os alunos conseguirem pensar, por exemplo, nessa primeira parte, e encontrar o primeiro valor, multiplicar pelos 3 segundos e saber o tempo, já é uma construção importante” (Caderno de apontamentos, p. 19).

“A professora C comentou ter vivenciado uma oficina sugerida na formação da GRE (Gerência Regional de Educação), onde os problemas vinham numa sequência 1, 1A, 1B, 1C, 2, 2A, 2B, e assim por diante. Ela disse ter sido bem “bacana”, pois o grau de dificuldade ia sendo aumentado a cada ponto, e que esses problemas poderiam seguir uma ordem assim. Ela percebeu nesta atividade, que os alunos se motivaram a cada etapa conquistada” (Caderno de apontamentos, p. 19).

Martinho e Ponte (2005) afirmam que a aprendizagem matemática envolve sempre a construção progressiva de um quadro de significados através do qual o aluno evolui em sua apropriação pessoal do conhecimento matemático. Esse fato se torna relevante à medida que o professor possibilita a discussão entre os alunos. Esse problema oportuniza essa discussão, ajudando-os a refletir sobre questões importantes da matemática, relembrar conceitos ou até mesmo dar margem a novas descobertas. A intervenção do professor no momento da discussão dos deve proporcionar essa reflexão e motivar os alunos à descoberta. Koichu et al (2018) argumentam que os professores de Matemática podem se beneficiar profissionalmente do desenvolvimento de competências de investigação em educação, mesmo que não tenham aspirações de se tornarem investigadores.

Refletindo sobre esse entendimento, podemos considerar a possibilidade de que, se cada professor tivesse abordado esse problema sozinho, sem a discussão em grupo, será que ele teria refletido sobre as possibilidades levantadas pelo grupo? A parceria de coaprendizagem faz com que cada participante se envolva nas questões do ensino, pense no aluno antes de planejar suas aulas e tenha a oportunidade de trocar conhecimentos com os colegas para melhorar sua prática. Após essas reflexões, resolvemos o problema 1 de modo coletivo. Discutimos o problema em grupo e construímos soluções conforme a descrição, a seguir:

Resolução 1

01) 1º disco : 10 dígitos
 2º disco : 10 dígitos
 3º disco : 10 dígitos
 4º disco : 10 dígitos

total de possibilidades : $(10)^4 = 10\,000$

Suponhamos então que o ladrão começa abrir o cadeado na 1ª tentativa ele levará 3 segundos, na 2ª tentativa 6 segundos e assim por diante. No entanto, caso o ladrão só consiga na última tentativa, teremos :

$$10\,000 \cdot 3 = 30\,000 \text{ segundos}$$

$$30\,000 : 60 = 500 \text{ minutos}$$

$$500 : 60 \approx 8,33... \text{ horas}$$

Fonte: tarefa do professor.

Resolução 2

CADERADO
 4 DISCOS
 10 NÚMEROS
 TEMPO 3 SEGUNDOS

COMBINAÇÃO	TEMPO SEGUNDOS
1 1 1 1	3 → 1º
1 1 1 2	6 → 2º
1 1 1 3	9 → 3º
1 1 1 4	12
⋮ ⋮ ⋮ ⋮	⋮

$10000 \times 3 = \frac{30000}{60} = \frac{500}{60} = 8,33 \text{ H}$

UN
Sec MIN H

Fonte: tarefa do professor.

Após as resoluções, o grupo refletiu sobre o conhecimento que os alunos teriam que mobilizar para encontrar soluções para o problema e as possíveis dificuldades:

“O professor B comenta o quanto esse problema teria dificuldade para os alunos. Sem mencionar o que foi falado antes, ele acrescentou que, ao resolver o problema, a primeira coisa que percebeu foi a quantidade de conhecimento que o aluno precisa se mobilizar e saber usar na construção de uma estratégia de solução. Observa que um problema contextualizado assim requer habilidade dos alunos que vão além dos cálculos. Comenta que ele mesmo teve dificuldades em organizar os elementos do problema e saber por onde começar. As professoras A e C compartilharam da mesma ideia, dizendo que não seria fácil levar um problema assim para sala de aula, já que muitos dos conhecimentos que os alunos precisam mover para resolver, o professor teria que relembrar. O professor D comentou que, levando esse problema para sala de aula, o professor precisa estar disposto a enfrentar muitas dificuldades dos alunos, tendo que retomar muito conteúdo” (Caderno de apontamentos, p. 21).

Ao relatarem possibilidades e dificuldades, a professora pesquisadora discute no grupo que não apenas os alunos têm dificuldades com o conteúdo de probabilidade, mas também nós, professores, podemos enfrentá-las.

“As professoras A e C afirmam não ter dificuldade com probabilidade, porém consideram um dos conteúdos mais difíceis de abordar na sala de aula. A dificuldade em saber o conteúdo não é tanta, mas fazer com que o aluno compreenda é complicado porque lida com o acaso e, sinceramente, nós não abordamos problemas assim, onde os alunos lidam com questões mais abertas. Costumamos utilizar problemas “padrões” trazidos no livro didático (baralho, bolas, dados, urna etc.) e também pesquisados na internet. Que muitas vezes “adaptam” esses problemas colocando ou retirando informações que permitam abordar a ideia de probabilidade trazida pelo currículo” (Caderno de apontamentos, p. 21).

O grupo não reconhece necessariamente as dificuldades que possui enquanto professores, mas reflete sobre a falta de abordagem de problemas complexos na sala de aula. De acordo com as falas, esses professores utilizam problemas pouco contextualizados, que não levam os alunos a pensar ou a interagir por meio de diálogos com os colegas ou o professor. É importante ressaltar que isso pode suprimir a comunicação, não dando margem à exploração ou discussão do problema, além de tornar o professor o único falante na sala de aula. O grupo relata algumas dificuldades durante a resolução:

“As professoras A e C, por exemplo, reforçam o que o professor B já havia dito sobre o problema não ser tão simples. E que algumas informações os fizeram pensar em questões, como por exemplo, se o problema teria uma resposta exata já que os três segundos estariam determinando exatamente o tempo de cada tentativa, pois não abre espaço para o ladrão usar mais ou menos tempo. A professora C comentou que o problema não diz “até 3 segundos” ou “em média 3 segundos” o tempo está fechado em três segundos. Logo, ela chegou ao cálculo de dez mil tentativas ao todo. Observou também que não há restrições quanto aos dígitos não poderem ser repetidos. A professora C e a professora A afirmaram que por ocorrer uma tentativa a cada três segundos ocorreria uma P.A (progressão aritmética) e, caso o ladrão só consiga abrir na última tentativa, o cálculo seria: $10.000 \times 3 = 30\,000 : 60 = 500 : 60 = 8,33$ horas

“A professora A alertou para a questão do tempo médio que o ladrão teria para abrir o cadeado, então, se ele teria dez mil tentativas ao todo, a média seria a partir de cinco mil tentativas para que o ladrão pudesse abrir o cadeado. Já a professora C e o professor D acharam que o ladrão poderia abrir o cadeado já na primeira tentativa porque existe essa possibilidade, assim como ele teria também a possibilidade de abrir na última. O professor B acrescenta que o aluno tanto poderia encontrar a resposta no início quanto no final. Porém, o aluno também iria se deparar com outros obstáculos no caminho como a conversão de unidade de tempo, por exemplo, ou a ideia de média, de intervalo e de análise combinatória” (Caderno de apontamentos, p. 22)

“A professora C intervém dizendo da possibilidade de a questão ter fechado a pergunta quanto ao ladrão somente abrir o cadeado na última tentativa e questiona quanto tempo isso levaria? Para ela, isso faria com que o aluno construísse todas as tentativas para depois ver a média. Pois, se o aluno perceber que a partir de x tentativas o ladrão pode abrir o cadeado, ele deixaria de fazer as demais” (Caderno de apontamento, p.23).

Essas dificuldades devem ser consideradas por nós, professores, antes de propormos problemas para os alunos. Fazer antecipações não apenas das dificuldades, mas das possibilidades de soluções que os alunos podem apresentar, ajuda tanto no planejamento do professor quanto nas intervenções produtivas que ele fará durante a resolução de problemas. Entende-se que, ao planejar, o professor deve ter foco no aluno e em suas necessidades de aprendizagem. Koichu et al (2022) refletem que “nem sempre o planejamento do professor é

vivenciado integralmente na sala de aula e que nem sempre os alunos desenvolvem a resolução de problemas da forma que o professor espera”, mas é necessário que os professores orquestram as tarefas para que os objetivos de ensino-aprendizagem sejam alcançados.

Nesse momento, foi essencial refletir com o grupo sobre a importância de os alunos desenvolverem cálculos matemáticos, mas não apenas isso. É necessário criar espaços de discussão de problemas nas aulas de Matemática para que os alunos defendam argumentos e construam ideias sobre conceitos matemáticos. A comunicação deve ser melhor explorada pelo professor, tornando-se um elemento de aprendizagem e favorecendo o pensamento matemático do aluno, para que a aprendizagem aconteça de forma compreensiva. O grupo compartilhou seus sentimentos diante da atividade e qual seria a ideia de resolver problemas com os alunos.

“Disseram que assim na discussão é bem “bacana” resolver os problemas, que eles não pensam muito em como o aluno pode ou não resolver um problema. Que nem sempre é possível pensar nisso, mas que poderiam melhorar essa ideia. O que atrapalha essa atividade é o tempo comprometido que eles têm para planejar e dar tanta aula. Que os momentos de estudo são poucos, pois nas reuniões não se discute questões assim, somente as administrativas. E mesmo nas formações da GRE, não são discutidos problemas, mas conteúdo do currículo” (Caderno de apontamentos, p. 24).

Outra questão discutida foi a possibilidade de o aluno utilizar os procedimentos do professor para resolver problemas. O grupo assume que

“A professora C assume que sim, isso acontece. Já o professor B afirma que alguns alunos até fazem diferente, porém não é comum, não é regra. A professora C e o professor B comentam que nesse problema de probabilidade os alunos, com certeza, usariam o método do professor, mas também fariam por tentativa. O professor B falou que os alunos sempre seguem os mesmos princípios, fundamentos e lógica utilizados pelo professor. Ele reforça que isso é tão forte que quando os alunos se deparam com problemas que não seguem a mesma ordem, eles perguntam: e agora o que faço? Você não explicou isso” (Caderno de apontamentos, p. 24/25).

A professora pesquisadora pergunta se nós, professores, não estamos incentivando essa prática. O grupo responde que:

“O professor B responde que a ideia é não incentivar, mas acaba direcionando mesmo o aluno para aplicação do método do professor. A professora C responde que, na prática, talvez nem seja essa a intenção, mas concorda que esse fato acaba acontecendo no dia a dia” (Caderno de apontamentos, p. 25)

Percebe-se que as discussões geraram reflexões importantes nos professores no que se refere ao ensino da Matemática, assumindo uma consciência em relação à necessidade de mudança. Também, ficou evidente a angústia que possuem em relação à formação, que, segundo o grupo, se resume apenas a reuniões administrativas. Gatti (2014) chama a atenção para o fato de que um novo olhar e consideração sobre como se forma e quem forma os docentes da educação básica é requerido diante do cenário social e da situação educacional do país, bem

como em face das necessidades impostas por perspectivas democráticas e de equidade para o atendimento das novas gerações em sua educação escolar.

Nesse sentido, entendo que há lacunas na formação do professor que dificultam a discussão de questões pedagógicas importantes, especificamente no que se refere à Matemática. O fato de os professores mencionarem que há pouco tempo destinado aos estudos e que as discussões nas formações são voltadas ao conteúdo do currículo nos leva a refletir sobre a qualidade que desejamos para o ensino da Matemática e como podemos reverter esse cenário para que esse ensino se torne reflexivo.

Associado à formação, temos os tipos de tarefas e os diversos papéis desempenhados pelo professor durante suas resoluções. A forte tendência dos alunos em repetir procedimentos desenvolvidos pelo professor parece não garantir uma aprendizagem consistente da Matemática, visto que eles não se sentem seguros em dialogar e construir suas próprias estratégias de resolução. Garantir espaços de discussão, nos quais a prática do diálogo seja frequente e a autonomia do aluno seja incentivada, pode contribuir para mudanças nesse cenário, de modo que, coletivamente, possamos avançar na aprendizagem compreensiva da Matemática. “O nosso objetivo não é estabelecer um quadro normativo, dizendo o que o professor “deve” fazer, mas sim analisar os fenômenos que têm lugar neste momento da aula, de modo a compreender as situações que ocorrem e as ações que o professor pode desenvolver perante essas situações” (Quaresma e Ponte, 2014).

Contudo, esses momentos de resolução de problemas vividos pelo grupo de professores foram primordiais para que, a partir de suas experiências, compreendessem a abordagem discursiva da resolução de problemas e atribuissem significado à parceria de coaprendizagem à medida que compartilham saberes e práticas matemáticas. Assim, podemos entender que a “reflexão sobre diferentes formas de interação professor-pesquisador varia nas oportunidades que gera para expor os professores e engajá-los nos processos de pesquisa educacional” (Koichu et al, 2018).

5º momento (Fundamentação e discussão da abordagem discursiva da resolução de problemas)

Esse momento centrou-se na discussão sistematizada da resolução de problemas, resgatando seu processo histórico, a forma como a entendemos, como realizamos essa tarefa na sala de aula e como agregar aspectos discursivos de modo a promover uma compreensão aprofundada dos conceitos matemáticos. A abordagem discursiva na resolução de problemas

não se limita a essas condições, mas também desenvolve habilidades de comunicação e reflexão crítica das estratégias de resolução. Por meio de slides, aprofundamos a discussão sobre resolução de problemas no grupo, refletindo sobre o conceito de problema como sendo “tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado (de alguma forma) em resolver”, seu processo histórico e como temos desenvolvido essa tarefa na sala de aula.

“A professora C comenta que é preciso mais que motivação ou interesse para se resolver um problema. O aluno precisa ter conhecimento e saber usá-lo. Que o professor faz essa mediação, porém é difícil dizer que problema chama atenção do aluno. A professora C continua dizendo que hoje essa não é uma realidade na sala de aula. Os alunos são indisciplinados e com pouca concentração” (Caderno de apontamentos, p. 37)

“O professor D comenta que o currículo pede o desenvolvimento do raciocínio e a necessidade de o aluno expressar seu pensamento, porém na prática, isso é muito difícil de fazer. Que ele mesmo sente dificuldade em realizar momentos de discussão, que muitas vezes nem é por ele não querer fazer, mas tem outras questões. E que diante da dinâmica da aula é preciso jogo de cintura para poder concluir sua aula” (Caderno de apontamentos, p. 37).

O grupo parece tentar justificar que o motivo pelo qual não desenvolvem discussões matemáticas durante a resolução de problemas se deve aos alunos serem indisciplinados ou desatentos. A professora pesquisadora pergunta o que poderíamos fazer em relação a isso:

“A professora A e o professor B relatam que atividades diversificadas e recursos, como material concreto, são utilizados por eles (professores) para tornar as aulas dinâmicas, mas eles percebem que o efeito é temporário” (Caderno de apontamentos, p. 37)

Outro professor do grupo comenta que já ouviu falar nos estudos de Polya, mas nunca teve muito interesse por essas questões, reconhecendo, porém, o percurso pelo qual a Matemática atravessou desde a época de Polya (1945), passando pela Matemática moderna até chegar os anos de 1980, quando a resolução de problemas se tornou a principal estratégia para o ensino da Matemática. O grupo comenta

“Que já tiveram momentos em formações desde os PCN que tratam dessa questão. Que no período da Matemática moderna era tudo teorizado, memorizado e demonstrado e que com o tempo se percebeu que esse método não vinha tendo o efeito desejado, ou seja, a Matemática era abordada com foco em regras e procedimentos. Foi então que perceberam que ensinar Matemática através de problemas seria uma forma de torná-la mais compreensível e também mais fácil” (Caderno de apontamentos, p. 38)

Essa discussão revela o entendimento do grupo acerca de fatos históricos, em que a resolução de problemas tomou espaço no ensino da Matemática. Ponte (2002, p. 3) afirma que a investigação sobre a sua prática é, por consequência, um processo fundamental de construção do conhecimento sobre essa mesma prática e, portanto, uma atividade de grande valor para o desenvolvimento profissional dos professores que nela se envolvem ativamente. Na sequência, o grupo refletiu sobre como a resolução de problemas é vista atualmente e como a desenvolvem:

“A professora C diz que por muito tempo viu, e praticou, a resolução de problemas usando o problema para abordar conteúdos matemáticos. E que essa prática ainda continua. O professor

B comenta que apesar de ter se falado muito em resolução de problemas há algum tempo, nunca se mostrou ao professor como seria essa resolução e daí cada professor foi fazendo por sua conta, da forma como achou correto fazer. Que ele (professor B) lembra que desde as formações dos PCN, época em que esse assunto estava no auge, não se entendia bem como usar os problemas na sala de aula” (Caderno de apontamentos, p. 38).

“A professora A reforça a fala dos colegas e entende que não é prática trabalhar com problemas fazendo os alunos resolverem sozinhos, mas sempre com o professor fazendo determinadas perguntas e dando dicas para os alunos resolverem. O professor D comenta que quando se trabalha com os problemas eles (professores) pensam no que o aluno pode expressar de conteúdo matemático, deixando as demais questões em segundo plano” (Caderno de apontamentos, p. 38).

Percebe-se, nos comentários dos professores, que a resolução de problemas não tem atingido sua finalidade na sala de aula, visto que os problemas estão sendo tratados como pretexto para a abordagem de conteúdos matemáticos. Segundo Zaks et al (2022), a resolução de problemas é uma prática matemática desejável, cuja implementação em sala de aula real representa um verdadeiro desafio pedagógico.

O problema deve ser o foco do ensino da Matemática, e sua finalidade é fazer o aluno pensar matematicamente, permitindo-lhe construir suas próprias estratégias. A BNCC reforça essa questão, mas não estabelece que tipo de resolução devemos desenvolver na sala de aula e como fazê-lo. Por outro lado, percebe-se que os “professores raramente permitem que os alunos experimentem a resolução de problemas de forma autônoma, ou seja, permitindo que os alunos lutem com os problemas por conta própria ou pelo menos por um tempo” (Zaks, et al, 2022).

Os professores parecem reconhecer essa prática ao priorizarem os conteúdos matemáticos em detrimento da discussão de conceitos pelos alunos. Demonstram ainda não favorecer o tempo pedagógico para a discussão, valorizando a autoridade sobre o conhecimento. Discutimos que é preciso pensar sobre o que fazemos e para quem fazemos ensino, para refletir sobre o que queremos que os alunos aprendam e como esse aprendizado pode se tornar compreensivo.

“O professor B diz que isso é verdade, e que muitas vezes o professor deseja fazer uma abordagem mais discutida, porém a realidade de sala de aula, atualmente, faz com que ele recue dessa ideia. Diz que é difícil hoje realizar o que queremos ou pensamos no momento de planejar. Que os planejamentos até são bem pensados (se referindo aos momentos em que eles se juntam para planejar), porém a sala de aula real não deixa que eles realizem quase nada. E aí, pensando no currículo e em tudo que precisamos trabalhar com os alunos, eles abandonam essas questões mais “demoradas” (no sentido de ser mais discutida) e partem para os conceitos e conteúdos matemáticos. Isso é a realidade, complementa o professor D” (Caderno de apontamentos, p. 38/39).

Apesar dos argumentos fortes e duros colocados pelo grupo, reconhecemos que são fatos presentes nas salas de aula e que persistem devido às práticas adotadas pelos professores. No entanto, buscamos refletir sobre as contribuições dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) à época e o que a Base Nacional Comum Curricular, atual documento orientador dos currículos

no Brasil, traz a esse respeito. É fato que os PCN não receberam tanta atenção no passado, sendo pouco estudados, pouco compreendidos e pouco implementados. O grupo comenta que:

“As professoras C e A comentaram que os Parâmetros trouxeram algo novo para o ensino da Matemática, mas a base (BNCC) não vem nesse mesmo caminho. Para elas, a base fala de resolução de problemas de modo geral, dizendo que é preciso abordar, mas não diz como. Que a base aborda temas como desenvolvimento computacional e modelagem, que para elas é compreensível somente agora porque fazem mestrado, pois antes sequer haviam ouvido falar nisso” (Caderno de apontamentos, p. 39).

Percebe-se, na fala dos professores, um distanciamento deles em relação à compreensão dessas estratégias de ensino, inclusive no que diz respeito à resolução de problemas. Possivelmente, uma das causas dessa falta de entendimento possa ser justificada pela falta de formação continuada de qualidade para os professores. Com o intuito de contribuir para a compreensão do grupo sobre a resolução de problemas, refletimos sobre as oficinas realizadas e, a partir dessa vivência, buscamos explorar a perspectiva discursiva. Durante as oficinas, tivemos a oportunidade de discutir e pensar colaborativamente sobre a tarefa, desenvolvendo estratégias de solução. Diante desse entendimento, foi importante ouvir do grupo se essa mesma estratégia poderia ser aplicada com os alunos e se essa abordagem favoreceria a compreensão dos conceitos matemáticos.

“A professora C comenta que será tranquilo realizar a tarefa dessa forma com os alunos, que eles terão tempo para pensar sozinhos e conversar entre eles. A professora A comenta que reconhece que não faz assim sempre, mas quando é possível fazer, ela deixa os alunos com tempo nos grupos para conversarem. Porém isso só acontece quando a turma está mais tranquila, pois há dias em que eles não se concentram mesmo. O professor D diz que acredita que isso seja sim viável, que pode ser uma questão de costume deles (professores) e, conseqüentemente, dos alunos não realizarem essas tarefas. Isso é fato, mas ressalta que turmas pequenas, ambiente tranquilo e problemas contextualizados favorecem esse trabalho, mas classes superlotadas desfavorecem as discussões” (Caderno de apontamentos, p. 39/40).

A abordagem discursiva visa “favorecer a compreensão do aluno, ajudando-o a progredir de maneira desejável do ritual ao exploratório” (Koichu, 2019) num ambiente instrucional mediado pela comunicação. Essa abordagem entende a resolução de problemas como um processo descritivo e explicativo, o qual enfatiza o diálogo e a discussão coletiva. Chapman (2015) argumenta que, para levar os alunos à proficiência em resolução de problemas, o professor precisa de tipos especiais de conhecimento.

Diante disso, enfrentamos o desafio de uma nova perspectiva para o ensino da Matemática: buscamos promover um ensino em que o aluno explore saberes, construa e justifique seus argumentos, e desenvolva estratégias de resolução, tanto individuais quanto coletivas. As interações entre os alunos em grupos de trabalho podem favorecer essa prática, na qual o diálogo se torna um elemento central da aprendizagem.

Incorporar elementos discursivos à resolução de problemas enriquece a prática de

interpretação, argumentação e análise crítica dos alunos, já que eles precisam explicar de forma clara e persuasiva o raciocínio desenvolvido por trás de suas decisões. As interações podem estimular a criatividade dos alunos na busca por soluções, ou até mesmo levar ao surgimento de novas ideias. Refletimos ainda que

“É importante focar no objetivo ao abordar tarefas de resolução de problemas, que as habilidades a serem desenvolvidas são importantes, mas que eles pensem também em problemas onde os alunos possam justificar ou explicar seu pensamento. Que buscaremos abordar problemas contextuais ao aluno e que ele poderá escolher a melhor forma de fazer, desde que escute e discuta com os demais colegas. O trabalho colaborativo entre nós professores foi importante, proveitoso e que precisamos fazer com que o aluno também sinta essa vontade de fazer isso. Que não costumamos realizar atividades discursivas em sala, mas que devemos repensar essa prática e ver se ela é ou não viável para aprendizagem” (Caderno de apontamentos, p. 40).

Sobre a importância desses momentos de estudos, o grupo comentou:

“A importância de estudar, porém encontram-se atarefados demais e com poucos momentos de estudo. É do entendimento de todos do grupo, que investigar o ensino e a aprendizagem são importantes e se isso pudesse se concretizar na prática seria um avanço, mas não é realidade atualmente nas escolas. Que cada vez mais se torna difícil estudar, pois a burocratização e as mudanças constantes na educação, só vem a exigir do professor mais tempo e aumento de carga horária que compromete significativamente a qualidade do ensino-aprendizagem” (Caderno de apontamentos, p. 40).

6º momento (Escolha do problema para a tarefa de intervenção)

Após as reflexões pertinentes do momento anterior, o grupo se voltou para decidir quais problemas seriam utilizados na intervenção com os alunos em sala de aula. Solicitou-se a cada participante do grupo que trouxesse problemas para compartilhar com os demais, de modo que, em seguida, pudéssemos analisá-los, discuti-los e escolher um para compor a tarefa da intervenção. A construção desse momento ocorreu por meio da análise desses problemas, levando em consideração os aspectos discutidos anteriormente e o objetivo da tarefa de intervenção. Dentre os problemas apresentados, o grupo selecionou três para discussão e análise,

1. Um agricultor tem 39 filas de cajueiros. Cada uma delas com 26 árvores.
 - a. Se uma árvore, em média, produz 15 caixas de caju, quantas caixas de caju espera o agricultor colher de todas as árvores?
 - b. Se a caixa de caju pode ser vendida por R\$4,25, qual a receita esperada pelo agricultor para a colheita?
2. Um professor tem que ler 32 trabalhos de seus alunos. Nos primeiros 40 minutos ele lê 5. Admitindo-se que ele continue a ler no mesmo ritmo,

quanto tempo levará para ler todos os trabalhos?

3. *Considere que um caixote de madeira usado para carregar laranjas pese 2kg. E que uma laranja pesa em média 0,2 kg. Qual o peso total de um caixote que contém 20 laranjas?*

Ambos os problemas possuem linguagem simples, de fácil entendimento e baixa complexidade. Foram retirados e adaptados do livro: *Aplicações da Matemática Escolar* (Atual Editora, Tradução de Hygino H. Domingues, NCTM, p. 19/39/80, respectivamente). O grupo justificou a escolha, afirmando que os problema seriam adequados, tanto pela abordagem do conteúdo quanto por apresentarem contextos familiares aos alunos, o que facilitaria a construção dos diálogos. Compreendendo que o conteúdo do problema é importante, mas que o foco principal são os diálogos que os alunos podem construir durante as resoluções, o grupo comentou que

“Qualquer um dos problemas dá aos alunos possibilidades diversas de resolução e podem gerar discussões interessantes. Do ponto de vista pedagógico, é importante que os alunos interajam, nesse momento de resolução, com o conteúdo que eles já dominam, para que se avalie possíveis avanços na tarefa, como, por exemplo, mais de uma maneira de resolução. Que ambos são bastante simples para uma sala de Ensino Médio e que, apesar de abordarem conteúdos significativos dentro do bloco aritmético, nenhum desses conteúdos se encontra explicitamente postado no currículo referente ao quarto bimestre do ano letivo das turmas em questão” (Caderno de apontamentos, p. 42).

O tempo determinado para a intervenção é de 2 horas/aula, e o grupo entende que esse tempo será suficiente. Além disso, o grupo decidiu que apenas um problema deveria ser escolhido para a intervenção e, de comum acordo, optaram pela questão 1. Essa questão trata de um contexto familiar para a maioria dos alunos, que residem na área rural. Como o tempo da aula é de cinquenta minutos, seria possível deixar os alunos à vontade para realizar a tarefa com apenas um problema. Foi sugerido, ainda, que o registro da atividade seja feito por meio de áudio, utilizando um celular para gravar todas as discussões e intervenções dialógicas do professor e dos alunos em cada grupo. Resolvida essa questão, o grupo partiu para as antecipações das possíveis soluções e discussões que os alunos poderiam ter:

“As discussões coletivas dos alunos no grupo devem tecer ideias matemáticas, bem como revelar seus saberes na construção de estratégias matemáticas de resolução. Essas possíveis resoluções podem (ou devem) apresentar-se de formas diversas, como: uso das operações fundamentais, das representações por meio de desenho, raciocínio lógico, cálculo mental, cálculo escrito, tabelas, entre outras” (Caderno de apontamentos, p. 42).

Na sequência, discutimos como seria conduzido o momento da intervenção, definindo o trabalho em grupo como a estratégia principal para a exploração da tarefa pelos alunos. Esse formato deve garantir que os alunos possam trabalhar sozinhos por um tempo, lendo,

interpretando e discutindo o problema, para decidirem sobre as estratégias de solução. É importante que, nesse momento, os professores acompanhassem as discussões sem intervir de imediato, permitindo que os alunos conversem livremente. O professor deve observar se há algum aluno no grupo tentando monopolizar as conversas ou impor suas ideias, e apenas levantar questões para que os alunos pensem matematicamente, evitando dar dicas.

Considerar as falas dos alunos sem fazer julgamentos é essencial para o desenvolvimento intelectual deles e para as tomadas de decisões em grupo. O professor deve permitir que os alunos concluam as discussões e resolvam o problema da forma que julgarem adequada, apresentando suas soluções ao final da tarefa. Posteriormente, o professor deve dar uma devolutiva aos alunos sobre o trabalho realizado.

7º e 8º momentos (organização da intervenção)

Após a escolha do problema e a definição da abordagem em sala de aula, chegou o momento de pensar na intervenção. Esse período foi dedicado à retomada das discussões sobre o problema selecionado para a tarefa. O trabalho em grupo foi destacado como a principal estratégia, uma vez que permite a troca de ideias e a interação entre os alunos. Assim, os professores decidiram organizar as turmas em grupos para a realização da tarefa. O grupo argumenta que:

“Em grupo os alunos interagem com mais facilidade e aprendem a conviver com opiniões divergentes. Ele afirma trabalhar sempre em duplas produtivas, porém percebe que as duplas são em maior quantidade na sala e que demanda atenção tanto quanto os grupos, mas por serem uma quantidade maior de duplas, às vezes a atenção dele fica reduzida” (Caderno de apontamentos, p. 49).

O grupo reflete que, assim como na parceria entre os professores, os alunos também podem se sentir apoiados pelos colegas no trabalho em grupo. Mesmo os mais tímidos têm a chance de serem ouvidos, com suas estratégias e sugestões consideradas. Os professores afirmaram que costumam se reunir para planejar aulas, mas, nessa parceria, puderam acrescentar à prática o hábito de antecipar resoluções e pensar mais profundamente como o aluno pode compreender a Matemática. Sobre o problema escolhido, o grupo comentou que:

“O problema 1 aborda conteúdo de aritmética, representando a consolidação necessária para abordar a álgebra. O conteúdo aritmético permite o professor avançar para as generalizações. Ela cita um exemplo, como na questão “a” quando pede a quantidade de caixas produzidas pelo total de cajueiros: se fizermos perguntas do tipo “e se fosse n caixas, que expressões poderíamos gerar para os cálculos”? (Caderno de apontamentos, p. 50)

O grupo refletiu que um simples problema pode trazer muitas potencialidades e oportunidades de aprendizado matemático, desde que sejam feitas intervenções produtivas. A

comunicação e as interações são vistas como o diferencial nesse processo e devem ser valorizadas como elementos centrais de aprendizagem. As discussões nos grupos enriquecem a tarefa, e os alunos podem explorar questões devido ao contexto familiar do problema, que trata de uma realidade conhecida por eles: a colheita do caju.

Refletimos que as intervenções do professor durante o trabalho em grupo dos alunos devem focar em questionamentos que incentivem o pensamento matemático, a justificação das respostas, a explicação ou a defesa dos argumentos. No entanto, é fundamental garantir que os alunos discutam entre si por meio das interações nos grupos, tomem suas próprias decisões e definam os caminhos para suas estratégias de resolução. Ponte (2002) reflete que, ao formular tarefas adequadas, o professor suscita a atividade do aluno; contudo, não basta apenas selecionar boas tarefas, é preciso considerar a maneira como são propostas e a forma de conduzi-las em sala de aula. Ao antecipar as possíveis resoluções dos alunos para o problema, o grupo acredita que eles utilizarão prioritariamente as operações fundamentais, especificamente a multiplicação. Consideram, também, a possibilidade de os próprios alunos criarem novas situações, devido à familiaridade que possuem com o contexto do problema.

9º, 10º e 11º momentos (Intervenções na sala de aula)

As primeiras intervenções ocorreram nas turmas do segundo e terceiro ano, nas salas dos professores A, B e C, respectivamente. A tarefa foi proposta aos alunos pelos professores e, após as instruções iniciais, foram formados grupos de no máximo cinco alunos para a resolução da atividade. Os professores observavam o desempenho dos grupos, enquanto a professora pesquisadora acompanhava as atividades à distância, sem intervir em nenhum momento da aula. As intervenções foram realizadas em 2 horas/aula em cada uma das salas.

Conforme o planejamento, foi dado aos alunos o tempo necessário para discutir e decidir os encaminhamentos das resoluções. Os professores acompanharam o processo, respeitando a autonomia dos alunos e promovendo sua capacidade de interação e comunicação. No início, não houve dificuldades de interação entre os alunos, e os diálogos iniciaram de forma modesta, mas se intensificaram à medida que avançavam na resolução do problema. Durante a intervenção, foi observado que:

“Os alunos iniciavam as discussões fazendo uma leitura silenciosa, individual, depois um dos alunos lia o problema em voz alta para os demais. Após fazerem a leitura do problema, começaram a comentar e discutir sobre o que iriam fazer. Alguns grupos começaram a discutir sobre as contas, outros observavam o contexto do problema, que a plantação de caju era grande para ter tantos cajueiros, por exemplo. À proporção que os alunos discutiam, percebi muitas questões surgindo, mesmo sem estarem explícitas no problema” (caderno de apontamentos. p.

51/52).

Os diálogos começaram a surgir nas interações entre os alunos e se intensificaram à medida que a tarefa avançava. O contexto do problema favoreceu esse avanço, por ser familiar aos alunos, que se sentiram à vontade nos grupos. O professor fez intervenções produtivas, lançando questões para estimular o pensamento dos alunos sobre a tarefa. Embora alguns tenham pedido dicas ao professor, ele procurou evitar, devolvendo as perguntas ao grupo, para que eles próprios encontrassem a resposta. “Um dos aspectos fundamentais da comunicação que ocorre na sala de aula são as questões formuladas pelo professor” (Quaresma; Ponte, 2014, p. 266), bem como a forma como conduzem as discussões dos alunos para que avancem na compreensão dos conceitos matemáticos.

“A professora C comentou ter achado interessante essas falas dos alunos nos grupos e perguntou se os professores haviam anotado essas observações para não esquecer. A professora C ainda não havia realizado a intervenção, motivo pelo qual ficou bastante curiosa com as questões levantadas pelos professores A e B e queria ver como a turma dela se sairia também. Da análise a priori, o professor B comentou que a princípio pensou que o problema fosse muito fácil para se esperar por discussões elaboradas dos alunos, mas no decorrer da tarefa, percebeu que eles se afinam com o problema por tratar do caju, algo de seu cotidiano. Que o conteúdo, por ser de aritmética básica, não gerou dificuldades, talvez se tivessem (os alunos) que fazer uma representação algébrica ou geométrica seria mais complexo para eles. A professora A disse que não esperava tantas conversas por parte dos alunos sobre o problema. Que também acha o conteúdo simples, mas que deu certo para os alunos. Ambos comentam que dificuldades no conteúdo os alunos não tiveram, que foi tranquilo para os eles lidarem com aqueles conceitos, porém o problema deu margem a outras discussões que poderá torná-lo mais complexo, como por exemplo, lidar com as grandezas e medidas e suas transformações, pois os alunos falaram em hectares” (Caderno de apontamentos, p. 60).

O grupo reconhece a simplicidade matemática do problema, mas concorda que isso facilitou o entrosamento dos alunos e a construção dos diálogos. Segundo Ponte (2005, p. 3), “se o problema for demasiadamente difícil, pode levar o aluno a desistir rapidamente”. Sabemos que o objetivo é promover a construção de diálogos entre os alunos; por isso, conhecer o conteúdo e o contexto do problema pode ser um aspecto positivo para as interações. Embora as informações do problema tenham envolvido conteúdos aritméticos simples, os alunos se esforçaram para resolvê-lo e, principalmente, tiveram material suficiente para discutir.

“A professora A comentou que foi difícil se conter e não responder às perguntas dos alunos de forma direta e que isso não acontecia antes. Comenta no grupo que essa prática ainda está difícil de mudar, mas que vai buscar melhorar já que percebeu que os alunos são capazes de encontrar respostas sozinhos. O professor B afirma que realmente é difícil mudar essa prática, porém percebe que é mais costume do que prática, pois é habitual o professor fazer, sendo uma ação automática, mas que é interessante repensar e buscar melhorar. Os professores C e D refletem que às vezes o professor subestima o aluno achando que só ele (professor) tem as respostas. Que isso poderia ser diferente se eles (professores) procurassem dar mais confiança ao aluno” (Caderno de apontamentos, p. 61).

Percebe-se, nas observações feitas pelo grupo durante os dois momentos de

desenvolvimento da tarefa, que a maioria dos alunos concentrou-se mais nos cálculos do que nas informações do problema. No entanto, as informações do problema surgiram ao longo da resolução, pois foi inevitável que os alunos dialogassem sobre o contexto. Eles buscavam se entender por meio do diálogo, explicando, perguntando, interpretando e tentando resolver o problema, além de esclarecer dúvidas entre si. O processo de resolução foi amplamente discutido pelos grupos, já que tiveram tempo para decidir suas próprias estratégias. O professor participou fazendo intervenções em cada grupo, sem ser uma presença constante.

“Os alunos comentaram sobre a produção de caju que, por residirem na área rural, tinham nessa produção uma fonte de renda para a família. Falavam que seus pais comercializavam essa fruta de várias formas, não somente pela fruta, mas pelo processamento da castanha. Que seus pais vendiam a castanha para terceiros, responsáveis pelo processamento. Outros afirmavam que seus pais guardavam a produção de castanha para ir comercializando durante o ano” (Caderno de apontamentos, p. 54).

A abertura dada pelo professor ao trabalho em grupo e a oportunidade de os alunos discutirem matemática, dialogando e interagindo, “destaca a importância e os benefícios potenciais da parceria de coaprendizagem” (Pinto et al, 2021), reiterando a necessidade de ter esse espaço, na aula, pois os alunos refletiram sobre a resolução de problemas e utilizaram o espaço dado à comunicação nesse processo. As reflexões que fizemos sobre a prática de resolução de problemas no grupo de coaprendizagem podem ter contribuído para essa mudança. Nota-se, ainda, que os professores puderam dedicar mais atenção aos alunos em grupos do que se estivessem organizados em duplas, o que facilitou as intervenções. A professora C também identificou aspectos comuns relatados pelos professores A e B durante sua intervenção. Ela relata que:

“Os alunos começaram a dialogar mostrando uns aos outros, formas de calcular ou operações que deveriam utilizar. Eles começam a falar sobre aspectos implícitos na questão, como por exemplo a área que essa plantação de caju poderia ocupar. Iam fazendo comparações e ao mesmo tempo que discutiam o problema. Não percebi dificuldades de entendimento entre os alunos nos grupos, eles conversavam sobre o problema e sobre outros assuntos que também tratavam nas conversas. Dificuldades na resolução também não ficaram aparentes já que o assunto abordado circulava no contexto das operações aritméticas e eles pareciam compreender bem” (Caderno de apontamentos, p. 64).

Vale lembrar que o problema utilizado foi o mesmo aplicado pelos professores A e B em suas salas, contendo dois itens de perguntas. O grupo entende que, pelo fato de a turma da professora C ter um número menor de alunos, os grupos trabalharam com menos conversas paralelas e maior agilidade. O trabalho em grupo foi essencial para promover interações e discussões entre os alunos. Os professores reconhecem esse fato:

“A professora A afirma que a estratégia do trabalho em grupo favoreceu bem mais o apoio individual do que no trabalho com duplas, visto que o professor pôde visitar os grupos com tempo. O professor B relatou, depois da aula, que o trabalho em grupo facilitou muito o acesso

dele aos alunos e que percebeu um rendimento maior em relação a produtividade dos alunos, pois eles se envolveram na tarefa” (Caderno de apontamentos, p. 56).

Outros aspectos observados pelo grupo durante as intervenções foram:

“À proporção que os alunos discutiam, muitas questões surgiam, mesmo sem estarem explícitas no problema. Que o problema apresentava possibilidades de discussão que os alunos souberam aproveitar, como por exemplo, o plantio e a colheita do caju e modos de comercialização. Esse fato já era esperado pelos professores, considerando a contextualização da tarefa. Esses episódios se repetiram nas três intervenções. Que os alunos estavam motivados durante as resoluções, pois fizeram toda tarefa discutindo no grupo” (Caderno de apontamentos, p. 65).

Essas observações contradizem a ideia inicial dos professores de que os alunos seriam acomodados, incapazes de se expressar em grupo, ou que, apesar de gostarem de conversar, ficariam calados ao resolver tarefas de Matemática. Os dados mostram que os alunos interagiram naturalmente no desenvolvimento da tarefa, dialogaram, defenderam seus argumentos e expressaram suas ideias em grupo. Compreendo que o problema proposto, aliado à autonomia concedida aos alunos para discutir e resolver a tarefa, tenha contribuído significativamente para essa mudança de comportamento.

Como apontam Zaks et al (2022), ainda sabemos pouco sobre os processos de desenvolvimento do conhecimento dos alunos enquanto solucionadores de problemas, para que possamos adotar a resolução autônoma como prática comum em sala de aula. No entanto, considerando a experiência dos professores em momentos de estudos e discussões sobre a prática pedagógica, podemos avançar nesse processo e tornar o ensino da Matemática mais compreensivo. A mudança, portanto, não é uma meta inalcançável.

12º momento (Discussão das intervenções)

Após a realização das intervenções, o grupo de coaprendizagem se reuniu para discutir os acontecimentos, analisando os fatos observados e as intervenções realizadas durante as discussões dos alunos. Os professores A, B e C, que conduziram as intervenções, compartilharam suas considerações:

“Comentaram que realmente havia dado certo formar os grupos e deixar que os alunos sozinhos resolvessem os problemas. Que os alunos conversaram bastante sobre o problema, sem se dispersarem com frequência. A professora A comentou que, apesar da turma dela ser um pouco mais dispersa, os alunos não parecem desinteressados pela tarefa. Que foi bem mais fácil atender os alunos nos grupos, pois em duplas fica mais demorado e às vezes não conseguem passar em todas as duplas numa aula. Que divergências de opiniões ou mesmo de resoluções entre os alunos surgiram, mas eles acabaram se entendendo no grupo. Que existiram conversas paralelas entre os alunos, mas não atrapalhou o desenvolvimento da tarefa. Que fizeram anotações de alguns fatos que pretendem refletir depois, visto que durante as discussões dos alunos tiveram algumas ideias para complementar o problema” (Caderno de apontamentos, p. 59/61).

Os professores que não participaram da intervenção questionaram sobre a adequação do problema, o desenvolvimento da tarefa e a participação dos alunos. Os professores que participaram das intervenções comentaram que:

“Os alunos interagiram bem nos grupos e que o problema, por ter um contexto familiar a eles, proporcionou as discussões. Eles afirmam que ficaram surpresos com o que os alunos criaram para o problema, pois exploraram, nos diálogos, questões implícitas que seria interessante acrescentá-las aos problemas e citam exemplos: os alunos falaram em área plantada e comercialização do caju e da castanha” (Caderno de apontamentos, p. 61).

Essa discussão levou a compreensão de que novas questões poderiam ser exploradas no problema e que os diálogos construídos entre os alunos promoveram reflexões importantes para o grupo e para os alunos. Essas reflexões se basearam em práticas comunicativas como perguntar, explicar, interpretar e ouvir uns aos outros na resolução de problemas. Os professores trouxeram suas anotações para compartilhar no grupo de coaprendizagem o que ajudou na reflexão sobre a abordagem discursiva da resolução de problemas e sua viabilidade para melhorar a compreensão dos alunos. Chapman (2015) destaca que “os professores precisam ser proficientes em selecionar e projetar problemas matemáticos, para poder apoiar a proficiência em resolução de problemas dos alunos, e que isso requer uma compreensão da natureza dos problemas”. Discutimos sobre as dificuldades, facilidades, conteúdos e outros aspectos planejados, analisando se eles tiveram efeito esperado na sala de aula. O grupo comentou:

“Que a princípio pensamos que o problema fosse muito fácil para se esperar por discussões elaboradas dos alunos, mas no decorrer da tarefa, percebemos que eles se afinam com o problema por tratar de seu cotidiano. Que o conteúdo, por ser de aritmética básica, não gerou dificuldades, mas facilidade para as discussões. Que foi difícil conter e não responder às perguntas dos alunos de forma direta, mas que gostaram do que os alunos produziram. Que essa prática ainda é presente, mas que vão buscar melhorar, pois perceberam que os alunos são capazes de encontrar respostas sozinhos. Refletimos que às vezes o professor subestima o aluno achando que só ele (professor) tem as respostas, mas que isso pode ser diferente quando oportunizamos a discussão entre os alunos. Que as ideias que tiveram durante a intervenção vieram dos próprios alunos, por discutirem o contexto do problema” (caderno de apontamentos, p. 62/63).

Diante de tudo o que foi discutido, percebe-se que o grupo se envolveu profundamente no processo de resolução de problemas, assegurando ao aluno o protagonismo na aprendizagem. De acordo com Ponte (2014), o “ensino de Matemática que valoriza o papel ativo do aluno na aprendizagem, assume a tarefa como elemento organizador da atividade de quem aprende”. Alinhado a essa ideia, que o diálogo esteve presente na resolução da tarefa e que as interações nos grupos favoreceram esses diálogos, contribuindo para a construção das resoluções. Menezes et al (2014) afirmam que a comunicação resulta da interação entre os sujeitos, que procuram entre si entender-se.

Assim, os resultados dessas discussões levaram o grupo a decidir reelaborar a tarefa e realizar uma nova intervenção, incluindo novas questões ao problema, considerando o que foi discutido pelos alunos durante a intervenção. As anotações feitas pelo grupo permitiram refletir sobre a prática, e redefinir as ações. “A comunicação no processo de ensino-aprendizagem da Matemática assenta no pressuposto da existência de conhecimentos, de códigos partilhados culturalmente e de relações de interação entre os sujeitos presentes na sala de aula (professor e alunos)” (Menezes, et al 2014, p. 137/138).

As reflexões levantadas até o momento incentivaram os grupos a pensar sobre a prática, mas também a repensar o processo comunicativo que desenvolvem na resolução de problemas. Valorizar a comunicação foi essencial para que os alunos pudessem agir com autonomia e discutir Matemática a partir de seus conhecimentos prévios. A tomada de decisões em cada grupo foi sustentada pela comunicação construída ao longo da resolução da tarefa, evidenciando que os significados matemáticos não existem de forma isolada, mas são gerados durante o processo comunicativo e pelas interações sociais” (Guerreiro, 2014, p. 238).

Intensificar a prática do diálogo entre os alunos na resolução de problemas torna a aprendizagem matemática mais compreensiva e produtiva. Para isso, “torna-se essencial que o professor se guie pela capacidade de ouvir com atenção o que dizem os alunos quando lhe explicam suas ideias e estratégias de solução, ainda que imprecisas ou incorretas, e os encoraje a partilharem-nas com os outros na sala de aula” (Guerreiro, 2014, p. 238).

13º momento (reelaboração da tarefa)

Esse momento foi construído a partir das observações e anotações feitas pelo grupo durante as intervenções, com base nas discussões dos alunos. A decisão de reelaborar a tarefa surgiu dessas anotações, visto que as ricas discussões dos alunos nos grupos durante a intervenção revelaram questões importantes sobre o contexto do problema que deveriam ser consideradas para o enriquecimento da tarefa. O potencial dialógico e a interação entre os grupos valorizaram a abordagem discursiva da resolução de problemas, proporcionando uma aprendizagem mais compreensiva da Matemática. Diante dessa perspectiva,

“Cada professor buscou em suas anotações o que mais os alunos falaram sobre o contexto do problema. Perceberam que a produção e comercialização do caju foi um assunto comum nos diversos grupos” (Caderno de Apontamentos, p. 68).

Partimos do problema inicial da tarefa 1:

1. Um agricultor tem 39 filas de cajueiros plantados e produzindo em seu terreno. Cada uma delas com 26 árvores.

- a. *Se uma árvore produz, em média, 15 caixas de caju, quantas caixas de caju esse agricultor espera colher de todas as árvores?*
- b. *Se a caixa de caju pode ser vendida por R\$4,25, qual a receita esperada pelo agricultor para a colheita?*

Revendo as anotações e refletindo sobre as discussões desenvolvidas pelos alunos nos grupos durante a intervenção, começamos a construir novos itens para acrescentar à tarefa, considerando as possibilidades de diálogo entre os alunos e as diferentes estratégias de resolução que poderiam surgir. As ideias foram sendo apresentadas e analisadas pelo grupo. Como cada professor já havia pensado em algum item específico para sua turma, essas ideias foram compartilhadas e discutidas, levando em conta as necessidades de aprendizagem dos alunos. Após discutir todas as propostas e construir os itens, definimos a nova tarefa:

1. *Um agricultor tem 39 filas de cajueiros plantados e produzindo em seu terreno. Cada uma delas com 26 árvores.*
 - a. *Se uma árvore produz, em média, 15 caixas de caju, quantas caixas de caju esse agricultor espera colher de todas as árvores?*
 - b. *Se a caixa de caju pode ser vendida por R\$4,25, qual a receita esperada pelo agricultor para a colheita?*
 - c. *Sabendo que o caju também pode ser vendido separadamente da castanha e que cada cajueiro pode produzir, em média, 9 kg de castanha quando a safra é boa, quantos quilos de castanha esse agricultor poderia produzir com essa plantação?*
 - d. *Tendo a castanha um valor comercial maior que o caju, esse agricultor poderia vender sua produção de castanha a um feirante local a um custo de R\$15,00 o quilo. Assim, quanto obteria pela venda de toda a produção de castanha?*
 - e. *Ao comprar a castanha do agricultor, o feirante revende essa castanha já assada e descascada tendo uma redução de 440g em cada quilo que comprou, porém, o preço da revenda passaria a ser de R\$35,00 o quilo. Esse feirante teria maior ou menor lucro que o agricultor? De quanto?*
 - f. *Se o agricultor resolvesse vender sua produção de castanha na feira, toda semana, já assada e descascada, ele teria alguma vantagem? Por quê?*

Ao acrescentarmos quatro itens ao problema, consideramos o tempo de aula e se os alunos seriam capazes de desenvolvê-los nesse período. Ficou acordado que os grupos teriam liberdade para trabalhar no seu próprio ritmo, e que tudo dependeria do progresso de cada grupo. A professora C se ofereceu para aplicar a tarefa replanejada, enquanto os demais professores combinaram discutir os resultados posteriormente. Como de costume, fizemos antecipações, discutindo as possíveis facilidades, dificuldades e estratégias que os alunos poderiam adotar para essas questões. Decidimos, também, que a tarefa seria realizada em grupo, pois esse formato favorece a interação e a discussão entre os alunos.

14º momento (intervenção com a tarefa reelaborada)

Após reelaborar a tarefa, realizamos mais uma intervenção em sala de aula, dessa vez com a professora C, que retornou a sua turma do segundo ano do Ensino Médio para realizar a tarefa, a qual foi proposta aos alunos e, após as instruções iniciais, eles foram incentivados a formar os mesmos grupos, caso fosse possível, para resolver o problema. A professora acompanhou a organização dos grupos e o envolvimento dos alunos, enquanto a pesquisadora observava à distância, sem intervir em nenhum momento. A intervenção ocorreu ao longo de 2 horas/aula. Durante esse tempo:

“Os alunos realizavam uma leitura silenciosa do problema e depois alguém lia em voz alta para os demais. Eles começaram a discutir sobre o que tratava o problema, o que teriam que calcular e que contas utilizam para resolver. Nessa etapa, os alunos demoravam mais nas discussões, pois os itens acrescentados ao problema demandam mais atenção do grupo. Os alunos precisavam ter uma maior atenção aos cálculos. De início, trabalharam sem intervenção do professor e as interações tornam-se interessantes quando queria explicar ou sugerir uma estratégia de solução” (caderno de apontamentos, p.70).

A intervenção transcorreu conforme planejado, sem que fossem percebidas dificuldades nas interações, nos diálogos ou no desenvolvimento das estratégias. Foi dado tempo suficiente para as discussões entre os alunos, respeitando sua autonomia na tomada de decisões. Durante a intervenção, foi observado que:

“As conversas paralelas aconteceram, porém não atrapalharam o desenvolvimento da tarefa. Alguns alunos exploravam o contexto do problema, enquanto outros se detiveram nas contas. Os que ficavam indecisos sobre que procedimento adotar, recebiam sugestões dos outros. Aqueles que estavam com dificuldade de entendimento, perguntava aos outros. Os diálogos transcorreram durante toda intervenção, inclusive com a participação da professora, em alguns momentos. Que a quantidade de alunos era ideal nos grupos e que a turma parecia à vontade, tanto para falar, quanto para resolver a tarefa. Os alunos tinham poder de decisão, rapidez nas ações de resolver e praticidade nos cálculos, algo habitual em turmas de jovens do Ensino Médio, pois são bem ativos e inteligentes. Eles também não fizeram uso de calculadora, apesar da professora deixar livre essa opção.” (Caderno de apontamentos, p. 71).

Esse clima de entendimento e diálogo entre os alunos, com a intervenção pontual da professora, permaneceu tranquilo até a conclusão da tarefa. Algumas questões levantadas nas discussões anteriores entre os professores foram confirmadas, enquanto outras não. Por exemplo, a quantidade adequada de alunos nos grupos e a ideia de que seriam desinteressados foram reconsideradas. Entendo que “é importante que os alunos desenvolvam a capacidade de comunicar-se matematicamente” (BNCC, 2018) e, para que isso aconteça, “é necessário que nas salas de aula lhe seja dada a oportunidade de participar dos processos de comunicação, apresentando ideias, discutido suas posições e questionando a posição dos outros” (Quaresma et al, 2014).

As intervenções seguiram essa proposta, com o objetivo de proporcionar ao grupo de professores a oportunidade de experimentar a abordagem discursiva na resolução de problemas, para analisar como isso pode favorecer a compreensão matemática dos alunos. A parceria de coaprendizagem criou momentos de discussão e reflexão sobre a prática, para que o grupo pudesse reconsiderar a forma como aborda a resolução de problemas e identificar como aperfeiçoar essa prática, tornando o ensino da Matemática mais compreensivo e reflexivo. Essa visão foi fortalecida pela experiência prática nas oficinas de resolução de problemas, nas antecipações realizadas para cada problema – considerando o que os alunos precisam aprender – e na experimentação de uma nova prática para analisar e comparar sua viabilidade na compreensão dos conceitos matemáticos.

15º momento (discussão da intervenção com a tarefa reelaborada e considerações sobre a parceria de coaprendizagem)

Após a última intervenção, o grupo se reuniu novamente para discutir o processo e apresentar considerações sobre a parceria de coaprendizagem. A segunda intervenção, que envolveu a reelaboração da tarefa, foi realizada pela professora C em sua turma do segundo ano do Ensino Médio, na qual já havia realizado a tarefa na primeira intervenção. A dinâmica da aula consistiu em os alunos trabalharem em grupos para resolver a tarefa. A professora C comentou que:

“Os alunos iniciaram pela leitura silenciosa e depois coletiva. Que conversaram bastante sobre as questões novas e sobre outros assuntos, mas isso não atrapalhou o desenvolvimento da tarefa. Os alunos não demonstraram dificuldades nem desinteresse pelo problema. Retomaram as discussões naturalmente e as questões novas lhes chamaram atenção. Que os alunos eram mais rápidos e práticos nos cálculos e por isso sobrou tempo para que ela discutisse as resoluções. As discussões ocorreram de modo satisfatório e que o trabalho foi produtivo” (Caderno de apontamentos, p. 71/72).

O objetivo de reelaborar a tarefa veio da compreensão do grupo de que seria importante proporcionar mais oportunidades para os alunos discutirem o problema, além de ajustar a abordagem da resolução de problemas, considerando os aspectos discursivos que favorecem a mudança na prática pedagógica. Segundo Koichu (2018, p. 19):

A diversidade de escolhas envolvidas na resolução de problemas em ambientes de ensino é imensa, assim como a diversidade de caminhos individuais de mudanças de atenção. Conscientes disso, devemos reconhecer um papel fundamental da incerteza pedagógica: nunca podemos saber de antemão quais os percursos dos desvios de atenção que os alunos constroem na resolução de problemas; portanto, provavelmente nunca seremos capazes de formular recomendações universais sobre como organizar uma sala de aula de solução de problemas de modo que ela se adapte às necessidades e

características individuais de cada aluno.

Nesse sentido, é essencial compreender como os alunos lidam com os problemas para que o professor possa intervir de forma reflexiva. Saber observar e ouvir os alunos enquanto resolvem problemas pode ajudar a construir uma abordagem mais compreensiva do ensino da Matemática. As experiências vividas durante as intervenções mostraram que, quando incentivados, os alunos podem tomar decisões em relação à sua própria aprendizagem. Eles agem de acordo com o que consideram correto, desde que o professor atue como mediador, oportunizando momentos de discussão, exposição de ideias, argumentação e reflexão. O grupo comentou que:

“Perceberam maior familiaridade entre os alunos no segundo momento da intervenção, comparado ao primeiro. A professora C comenta que se sentiu mais segura ao realizar a segunda intervenção, pois os alunos já haviam trabalhado em grupos. Que os diálogos nos grupos fluíram com maior facilidade e que os alunos interagiam com mais facilidade no segundo momento, não se detendo tanto em conversas paralelas. Que o trabalho em grupo pareceu mais eficiente do que o trabalho em duplas e isso ficou marcado nos dois momentos. Que o planejamento que realizamos para intervenção, a escolha do problema e a elaboração da tarefa de modo colaborativo teve um efeito positivo no que se refere a pensar no aluno na hora de planejar as aulas. Para eles, planejar seria apenas observar as habilidades do currículo a serem trabalhadas e buscar formas de abordagem que envolvessem a aula expositiva e as tarefas (Caderno de apontamentos, p. 73).

Compreendo que o grupo entendeu que a resolução de problemas e a comunicação são processos fortemente interligados no ensino da Matemática, e que os alunos devem vivenciá-los nas interações que constroem uns com os outros em sala de aula. A essência do ensino da Matemática está na capacidade do aluno de explorar, conjecturar, observar e experimentar todos os aspectos da resolução de problemas para que a aprendizagem ocorra de forma compreensiva. “A ideia de comunicação não pode estar limitada a um exercício onde os alunos se detenham a respostas breves ou expositivas, mas sim a um problema de contexto social onde se dá valor à discussão de ideias” (NCTM, 1994). O grupo ainda comentou que

“Foi possível perceber que os alunos, trabalharam sozinhos nos grupos, descobriram muitas informações sobre o problema, explorando o contexto, tirando dúvidas, corrigindo as tarefas uns dos outros, explicando e até pensando em estratégias diferentes de resolução. Isso foi possível, devido às interações com os colegas e os diálogos que construíram juntos. Que as intervenções que fizeram nos grupos, não corrigindo ou dando dicas, foi interessante, pois puderam ouvir os alunos discutirem, fazer perguntas e se sentirem motivados a respondê-las” (Caderno de apontamentos, p. 73).

A comunicação que ocorre durante a resolução de problemas é aquela em que o aluno consegue explicar ideias, apresentar uma estratégia de resolução, construir uma representação e defendê-la com argumentos, além de fazer conjecturas utilizando conceitos matemáticos. Esse processo é gradual e exige do professor preparo e compreensão sobre o conhecimento e as necessidades de aprendizagem dos alunos. Sabemos que não é simples, mas é passível de ser

feito. Devemos reduzir nosso tempo de fala em sala de aula e evitar dominar o discurso, deixando espaço para que os alunos se expressem. Com isso esclarecido, propusemo-nos a refletir sobre a parceria de coaprendizagem formada pelo grupo no início da pesquisa. O grupo relatou que:

“O trabalho no grupo de coaprendizagem, representou um componente importante para a aprendizagem do grupo, principalmente em relação a resolução de problemas, pois cada desenvolve a sua forma, mas ao construir junto a proposta de intervenção foi diferente pois os objetivos se entrelaçaram e no final puderam analisar que existe outras formas de fazer que talvez possa dar mais resultado para a aprendizagem dos alunos. Que aos poucos fomos avançando e nas oficinas, puderam compartilhar soluções e levantar hipóteses sobre as resoluções dos alunos e a importância do problema. Que essas questões contribuíram para o desenvolvimento satisfatório da tarefa e para o aprendizado pessoal” (Caderno de apontamentos, p. 76).

Diante dos relatos e das reflexões realizadas ao longo do trabalho com o grupo de coaprendizagem, podemos concluir que transformar o professor em um investigador de sua própria prática pode despertar nele a curiosidade de perguntar: “Como uma determinada ideia pedagógica funciona na minha sala de aula?” Esse tipo de estudo pode facilitar a implementação de ideias inovadoras para o ensino da Matemática (Koichu, et al, 2018). Os professores, assim como suas práticas, evoluem ao longo do tempo, conforme vivenciam diferentes experiências em sala de aula. No início de suas carreiras, eles tendem a se concentrar em aplicar aquilo que aprenderam e experimentaram durante a formação inicial. Com o tempo, “são confrontados com novos desafios e os conhecimentos e as capacidades vão se construindo dia a dia, no contexto de ensino de uma forma muito mais significativa do que através de um programa de formação inicial” (NCTM, 1994, p. 126).

Essas experiências não devem ser deixadas de lado, limitando o professor apenas à função de planejar aulas e preparar tarefas para os alunos. É necessário que ele seja capaz de gerir as aprendizagens dos alunos, adaptando-se às suas necessidades e buscando mudanças que garantam o alcance dos objetivos educacionais. Compreendo que a parceria de coaprendizagem na escola oferece suporte para essa transformação, pois envolve os professores em discussões reflexivas sobre o ensino da Matemática e sobre a maneira como esse ensino se desenvolve em salas de aula. O trabalho colaborativo estabelecido por essa parceria tende a dinamizar as interações entre os professores e a torná-los mais experientes, a partir do conhecimento que compartilham e das reflexões que fazem sobre sua prática. Professores mais experientes participam ativamente das decisões sobre o currículo e as formações continuadas, além de demonstrarem um interesse mais específico pelo avanço do ensino.

Segundo Koichu (2018), os professores de Matemática são os principais interessados na Educação Matemática e podem ser vistos como agentes na produção de conhecimento

científico sobre educação, em vez de meros receptores passivos do conhecimento gerado por pesquisadores. A ideia do autor reforça o objetivo da parceria de coaprendizagem e seu significado para a mudança, tanto na prática docente no ensino da Matemática. Entendo que a capacidade dos professores de se empenharem em uma autoanálise de sua prática e do ensino pode ser determinante para sua atuação como investigadores na sala de aula. Isso favorece não apenas um melhor entendimento sobre a Matemática, mas também sobre o modo como os alunos aprendem e como devem ser conduzidos no processo de ensino.

6.2 Construções dialógicas dos alunos mediante intervenção na sala de aula

Seguindo o mesmo princípio de discussão e análise dos dados produzidos pelos professores no grupo de coaprendizagem, relato, na sequência, os dados produzidos pelos alunos durante as intervenções realizadas pelos professores em sala de aula. Os relatos seguem a ordem cronológica em que ocorreram, lembrando que as intervenções foram realizadas em dois momentos: o primeiro, referente à tarefa que continha o problema escolhido pelo grupo para a intervenção, e o segundo, com a tarefa reelaborada pelo grupo de coaprendizagem. Ambas as intervenções evidenciam os diálogos construídos pelos alunos durante a resolução do problema original e da tarefa reelaborada. Após cada momento de intervenção, o grupo de coaprendizagem se reunia para realizar uma análise retrospectiva das ações desenvolvidas pelo professor durante a intervenção, refletir sobre a prática e discutir as construções dos alunos ao resolverem os problemas, sempre com a mediação da comunicação.

6.2.1. Primeiro ciclo de intervenção (professores A, B e C)

A análise qualitativa dos momentos de intervenção em sala de aula teve início na turma do segundo ano do Ensino Médio da professora A. Nesta turma, havia vinte e dois alunos, que foram distribuídos em grupos: dois grupos com seis alunos e outros dois grupos com cinco alunos. Na sequência, o professor B realizou sua intervenção na turma do terceiro ano do Ensino Médio, com vinte e seis alunos, que foram organizados em quatro grupos de cinco alunos e um grupo com seis. A terceira intervenção foi realizada na turma do segundo ano do Ensino Médio da professora C, com vinte alunos, distribuídos em quatro grupos de cinco alunos cada.

Os professores A e C solicitaram que os alunos se agrupassem livremente, enquanto o professor B preferiu organizar os alunos, afirmando que essa estratégia evitaria que eles

trabalhassem sempre com os mesmos colegas. Na sequência, ambos os professores distribuíram as tarefas entre os alunos dos grupos, contendo o seguinte problema

1. Um agricultor tem 39 filas de cajueiros. Cada uma delas com 26 árvores.
 - a. Se uma árvore média produz 15 caixas de caju, quantas caixas de caju espera o agricultor colher de todas as árvores?
 - b. Se a caixa de caju pode ser vendida por R\$4,25, qual a receita esperada pelo agricultor para a colheita?

Diante da tarefa, os professores orientaram os alunos a discutirem o problema em grupo e buscarem formas de resolução. Afirmaram que estavam disponíveis para colaborar, realizando intervenções sempre que necessário, mas enfatizam a importância de que os alunos discutissem e se envolvessem no problema, criando suas próprias soluções. Os alunos compreenderam as orientações e se organizaram em seus grupos para iniciar os trabalhos. As interações foram tranquilas, os alunos se mostraram amigáveis e não tiveram dificuldade de entendimento. No início das discussões, os alunos conversavam livremente sobre vários assuntos, mas logo se envolveram na tarefa, e as conversas paralelas começaram a se dispersar. Observou-se que a estratégia inicial dos grupos era realizar uma leitura silenciosa do problema e, em seguida, uma leitura em voz alta de modo coletivo. A partir desse momento, começaram as discussões.

E2G1PA¹²: *sim, ele quer saber sobre a quantidade total de cajueiro, juntando todas as árvores dessa plantação. Todos os pés de caju.*

E3G1PA: *Ah então vê só, vamos multiplicar o total de pés de caju pela quantidade de filas de cajueiros pra saber logo quantas árvores tem, tá ligado?*

E4G1PA: *sim, fica 39×26 que dá 1.014 árvores. Mais 15 que dá 1029.*

E3G1PA: *mais 15 por quê?*

E1G1PA: *deixa eu conferir (faz novamente a conta), mas acho que tu tá errado! Esse 15 faz parte de outra conta?*

Observa-se, na transcrição do diálogo desenvolvido pelos alunos da professora A, que as interações entre eles ocorrem de maneira satisfatória. Outro fator observado é que diversas práticas comunicativas começam a surgir a partir dessas interações construídas pelos alunos na sala de aula. “A comunicação matemática como alicerce do ensino-aprendizagem da Matemática, decorre do reconhecimento das interações que acontecem na sala de aula entre professor, alunos e conhecimento matemático” (Guerreiro, 2013).

As práticas comunicativas tomam forma inicialmente quando o estudante E2G1PA explica ao grupo, em sua primeira fala, que o problema sugere um cálculo total sobre a

¹² E2G1PA faz referência ao “estudante 2 do grupo 1 da professora A”.

quantidade de cajueiros de uma determinada plantação. O estudante E3G1PA entra na discussão sugerindo uma possibilidade de cálculo usando a multiplicação, enquanto o estudante E4G1PA apresenta uma possível solução, embora seu cálculo se apresente confuso em relação à quantidade total de cajueiros. O estudante E3G1PA questiona esse possível engano do E4G1PA, fazendo com que os demais precisem verificar os cálculos. Após resolverem o equívoco cometido pelo estudante E4G1PA, por meio da verificação do cálculo, o E3G1PA explica aos demais o motivo pelo qual o E4G1PA confundiu os valores, como podemos conferir na discussão abaixo:

E2G1PA: *ocê tá somando só um pé de caju ao total, doido!*

E4G1PA: *e não foi isso que eu fiz?*

E3G1PA: *Não, entenda, ele diz que cada árvore produz 15 caixas e você está entendendo “errado” por que está somando o 15 só uma vez, percebe?*

E2G1PA: *o que ele diz é que só uma árvore produz 15 caixas! Mas tem as outras... são 1.014*

E5G1PA: *é verdade, tem que fazer outra “conta de vezes” para que seja com todas as árvores e não uma só;*

E4G1PA: *Ah eu entendi. Como são muitas árvores, esse total de árvores é que tem que multiplicar por 15 pra saber tudo que tem de caju. Tô ligado!*

Esses momentos de interação e discussão inicial no grupo revelam práticas comunicativas de justificação, explicação, questionamento e compreensão do problema em relação ao entendimento dos alunos. Segundo Menezes et al (2014, p. 136), a comunicação tem a função de criar e manter o consenso e o entendimento entre os indivíduos por meio da interpretação do outro. Ao explicar ou justificar a ação de um colega aos demais, o aluno estabelece conexões entre as ideias matemáticas discutidas, proporcionando um entendimento mútuo sobre o que está sendo discutido, além de possibilitar a validação dos fatos.

A compreensão das informações trazidas pelo problema também ficou evidente quando o E3G1PA questiona a confusão feita pelo E4G1PA ao realizar o cálculo sem compreender o que estava sendo proposto pelo problema. Entendo que a ação de questionar vai além da mera pergunta; pode representar um processo reflexivo e exploratório que permite ao aluno avançar no raciocínio matemático. Isso também está associado à prática do professor, que fundamenta seu ensino em perguntas direcionadas às informações que pretende obter dos alunos.

Na situação mencionada, o aluno questiona para obter uma justificação que o ajude a entender por que o E4G1PA confundiu a quantidade de cajueiros e, conseqüentemente, alterou o valor calculado. Assim, podemos entender que tanto o questionamento quanto a explicação e a justificação são práticas comunicativas que contribuem para a compreensão do raciocínio matemático e do cálculo desenvolvido pelo aluno para alcançar esse entendimento. Veja outra situação de questionamento dos alunos que se expressa no diálogo seguinte:

E2G1PA: *sim, como deu 1.014 árvores, a gente multiplica agora por 15 que dá 15.210 caixa de caju. Essa já responde a próxima pergunta.*

E3G1PA: *E a castanha? Tá aí também? Porque não diz se ela tá junto na mesma conta!*

E1G1PA: *Ô menino, claro que tá.*

E3G1PA: *Como tu sabes? Por acaso tu adivinhas?*

E1G1PA: *não, mas se não tá dizendo nada, vamos considerar caju com castanha. É lógico!*

E5G1PA: *Eita, dá muito caju. Será que um pé produz isso mesmo? É bom perguntar depois ao meu pai, ele planta caju. Mas se desse ia ser bom porque também ia ter muita castanha para assar;*

E3G1PA: *E se tirar a castanha será que diminui o total de caixa de caju? E vai caber mais?*

A construção desse diálogo nos mostra que os questionamentos feitos pelos alunos têm a finalidade de entender melhor aquilo que está sendo discutido, que é o problema e os cálculos matemáticos. A compreensão das informações apresentadas e a reflexão que o aluno desenvolve sobre o problema revelam que a pergunta do aluno tem um efeito direto na aprendizagem, enquanto as perguntas do professor muitas vezes “podem corresponder ou não a enunciados interrogativos” (Menezes et al, 2013).

Essa visão sobre as perguntas do professor se modifica ao realizar intervenções pedagógicas junto aos alunos durante a resolução da tarefa, pois, na perspectiva de um ensino compreensivo e dialógico da Matemática, a comunicação é um elemento estruturante do processo de ensino-aprendizagem, favorecendo as interações e as práticas comunicativas desenvolvidas nessas interações na sala de aula.

E4G1PA: *professora nós estamos dizendo que a castanha é mais cara que o caju. E que ela pode ser vendida separada. No caso dela tá junto com os caju na caixa, esse valor seria dos dois (refere-se a R\$4,25)? Outra coisa, se tirar as castanhas de todos os caju da caixa, logicamente o volume diminui e cabe mais caju. Mas o problema não diz nada sobre isso, então devemos considerar tudo, caju e castanha.*

Professora A: *Uma ótima observação E4G1PA. Será que se pudéssemos separar o caju da castanha teríamos mais lucro? Ou a caixa de caju ficaria com mais caju, já que vocês falaram em separar a castanha? O que acham? E que volume é esse a que vocês se referem? Por que volume?*

E3G1PA: *Não professora, a gente falou volume por conta da quantidade*

E1G1PA: *é a questão do espaço na caixa, entendeu?*

Professora: *entendi. E sobre o lucro? Por que acham que seria maior?*

E4G1PA: *porque a castanha além de ser vendida separada do caju, só o quilo dela custa R\$25,00, se for vendida crua. E numa caixa de caju dessas, se todos tem uma castanha então esse agricultor poderia ganhar mais dinheiro separando a castanha.*

Professora A: *ok. E se ele fosse vender separado, daria para estimar quantos quilos de castanha ele poderia obter em cada caixa de caju?*

Observa-se no diálogo que, em nenhum momento, a professora dá dicas ou estratégias de resolução ao realizar intervenções junto aos alunos. Essa postura pedagógica reflete o desejo de um ensino da Matemática pautado na compreensão. Seus questionamentos buscam instigar a reflexão, clarificando a compreensão e ajudando o aluno a refletir sobre o problema. Essa deve ser a função da comunicação enquanto elemento de aprendizagem, pois os alunos devem tornar-se críticos, sendo capazes de produzir explicações e escrever argumentos que sejam considerados logicamente coerentes por professores e colegas. Em outro momento da discussão nos grupos, os alunos comentam sobre o contexto em que o problema está inserido:

E1G2PA: *Meu amigo, é muito pé de caju!*

E2G2PA: *verdade. Se a gente pensar em cada pé quantos cajus produz... Tu sabes E3G2PA? Tu que planta caju?*

E3G2PA: *sei não. Eu nunca parei pra pensar em quantos caju um cajueiro produz... faço nem ideia...*

E4G2PA: *também, imagina se a gente soubesse ... já poderia até prever a quantidade de castanha!*

E5G2PA: *é, sem falar que castanha tem mais valor que caju*

E4G2PA: *Acho que esses caju estão com as castanhas!*

Nessa discussão, fica evidenciado que a familiaridade com o contexto do problema ajudou os alunos a construir outras hipóteses, bem como a estabelecer conexões entre o conhecimento matemático e o cotidiano. Sem essas conexões, os alunos podem apenas memorizar determinados conceitos sem, necessariamente, desenvolver a capacidade de compreendê-los. As conexões podem favorecer o alargamento da compreensão, tendo como base o conhecimento prévio.

E1G2PA: *Ei E3G2PA, o que você acha? Se a gente multiplica 1.014 por 15 vamos ter 15.210 caixas de caju juntando todas as árvores;*

E3G2PA: *é. E até pode pensar que se o caju não estiver com a castanha, então cabe mais na caixa!*

E5G2PA: *boa!*

E1G2PA: *o que tem a ver?*

E5G2PA: *tem a ver que separando a castanha a quantidade de caju na caixa pode aumentar*

E1G2PA: *era só o que faltava! Tá dizendo isso aí?*

E5G2PA: *Claro que não. Eu estou supondo... e faz sentido, porque sobra mais espaço*

Percebe-se que os alunos não se detêm apenas nas informações trazidas pelo problema; eles levantam outras possibilidades e as discutem no grupo. Entendo que isso seja possível devido à familiaridade com o contexto do problema e também porque, de certa forma, dominam

os conceitos matemáticos envolvidos. Nessa etapa de ensino, os conteúdos referentes aos cinco eixos matemáticos estão intimamente ligados, de modo que “à medida em que ao se depararem com conteúdos matemáticos novos e diversificados, os alunos vão encontrando muitas possibilidades de utilizarem e estabelecerem conexões” (NCTM, 1994). Em outro grupo, os alunos discutem estratégias de resolução:

E1G3PA: *tipo, se uma árvore só produz 15 caixas de caju...três árvores produzem 45...*

E2G3PA: *logo, podemos fazer uma conta de multiplicar com essas quantidades*

E3G3PA: *gente, temos que descobrir primeiro quantas caixas de caju produz cada fileira que tem 26 árvores.*

E4G3PA: *é mesmo. E1G3PA tá adiantada aí. E como tu acha que vai ser tu contando de três em três?*

E1G3PA: *Eu percebi. Mas tá certo assim... só que a conta fica grande.*

E4G3PA: *sim, fica. Quantas em cada fileira? Então será 15×26 que dá 390 caixas em cada fileira*

E5G3PA: *Isso. E ao todo serão quantas? Porque aí é só uma fileira.*

E6G3PA: *a gente multiplica por quanto? 26 ou 39?*

E3G3PA: *lógico que será por 39 porque nós estamos falando é da quantidade de fileiras de cajueiros.*

Percebe-se, por meio do diálogo, que esses alunos não discutem tanto o contexto do problema; eles vão direto aos cálculos. No entanto, o estudante E4G3PA pensa diferente e sugere uma multiplicação que considere cada fileira de cajueiros, mas logo reconhece que a conta “fica grande”. Esse fato não impediu que os demais alunos interagissem e questionassem as resoluções uns dos outros. A ação de perguntar, além de proporcionar esclarecimento sobre as formas de resolução, também permitiu o compartilhamento e o entendimento das ideias matemáticas entre os alunos do grupo. A prática comunicativa do questionamento se torna viável por permitir explorar raciocínios, ideias e argumentos entre professor e alunos na sala de aula.

E6G3PA: *Peraí gente! Não é a quantidade de árvores que temos que saber primeiro? Por que vocês já estão lá na frente calculando o que pede na letra a?*

E1G3PA: *verdade. Mas não tem ordem não. Pode ser assim. Já que calculamos a produção de caju em cada fileira, vamos calcular o total de cajueiro? Alguém já fez? Tem alguém atrasado aí?*

E2G3PA: *eu tô acompanhando*

É possível perceber, no diálogo anterior, que os alunos se preocupam uns com os outros, garantindo que nenhum deles deixe de realizar suas resoluções. Apesar de a multiplicação ser a estratégia claramente viável para os cálculos, alguns optam pela soma como estratégia de

cálculo. O diálogo e as interações ocorrem constantemente, permitindo que os alunos construam juntos suas estratégias. Vale ressaltar que “o problema matemático, quando estimulante, encoraja os alunos a pensar sobre conceitos e procedimentos matemáticos já conhecidos que podem ser aplicados a novas situações”(NCTM, 2007). O diálogo, a seguir, descreve uma estratégia diferente de cálculo utilizada pelos alunos.

E1G4PA: *Calma aí. Vamos logo fazer essa “conta” do total de árvores. Que é 39×26 que dá 1.014 árvores. Podemos fechar nesse valor?*

E2G4PA: *parece que sim. Alguém fez diferente?*

E4G4PA: *eu fiz direto*

E6G4PA: *poderia ser por soma. Veja, se a gente pensar em cada dez filas e soma dá certo também. Vê só, 260 três vezes e 234 uma vez*

E5G4PA: *234? Onde?*

E6G4PA: *na última fila que tem 9. Vê, se cada fila tem 26, então dez filas têm 260. Se tem 39 filas, você desconta 26 na última. Fica 234. Entendeu?*

Na discussão dessa estratégia, percebe-se que os alunos defendem a ideia da conta, mas argumentam de forma consistente que a soma também pode ser uma boa estratégia de resolução. O aluno que explica como resolveu usando a estratégia da soma mostra aos demais sua forma de raciocínio e a estrutura matemática montada para evidenciar sua resolução. A argumentação é uma prática comunicativa capaz de expandir e conectar conceitos matemáticos, permitindo que o aluno, ao enfrentar um problema, consiga estruturar seu pensamento para encontrar as soluções. Esse aspecto é reafirmado no diálogo anterior. Essa situação também se repete no desenvolvimento da tarefa na turma do terceiro ano do Ensino Médio do professor B.

E1G1PB: *vamos começar assim... 39×26 que dá o total de cajueiro que é 1.014 (o aluno realiza o cálculo manualmente)*

E2G1PB: *sim, e agora “vezes 26” tá entendendo.*

E3G1PB: *não, “vezes 15” você quer dizer.*

E4G1PB: *oxe, vocês estão misturando tudo! De onde vem esse 15? A gente não está calculando o total de caju? Eu fiz assim: peguei cada fileira que tem 26 e fui juntando com as outras até formar 10 fileiras, num total de 260 pés de caju. Então 30 fileiras teriam 780 pés de caju. Ainda sobra 9 fileiras. Então 26×9 é igual a 234. Pra fechar, eu somo $780 + 234$ que dá 1.014.*

Observa-se que esse grupo discute uma estratégia mais elaborada de resolução, utilizando tanto a multiplicação quanto a soma em um processo reflexivo para chegar à solução. É possível entender que as práticas comunicativas que se desenvolvem nesse processo auxiliam na tomada de decisão, no esclarecimento de cada sequência montada e na interpretação consciente de cada ação do grupo. Os alunos dão significado à estratégia desenvolvida por meio da interpretação que fazem dos dados do problema. Essa interpretação vem acompanhada da

escuta atenta dos alunos e do esforço que fazem para compreender o passo a passo descrito pelo estudante E4G1PB, que também explica seu raciocínio aos demais, esclarecendo possíveis dúvidas.

A escuta também representa uma prática comunicativa essencial para o entendimento matemático. Segundo Menezes et al. (2014, p. 145), tomando como referência as ideias de Tomás Ferreira (2005), o ouvir é um ato comunicativo de natureza interpretativa, fortemente contextualizado, dado que o significado do que se ouve só pode ser interpretado levando em conta a situação em que ocorre. As interações mostram que os alunos compartilham a prática de ouvir e interpretar em cada grupo em que trabalham, evidenciando um entendimento recíproco sobre o raciocínio matemático que desenvolvem para construir suas estratégias. Para elucidar, resgata-se este momento da discussão no grupo 1 do professor B:

E5G1PB: *já sabemos o total de cajueiro. Na letra “a” diz que cada cajueiro produz 15 caixas de caju. E pergunta quantas caixas de caju espera o agricultor colher de todas as árvores. É uma produção grande. Será que um cajueiro dá isso tudo?*

E2G1PB: *não faço ideia.*

E4G1PB: *Eu já adianto que uma fileira só já dá $26 \times 15 = 390$. Como eu fiz de 10 em 10 fileiras, 390×10 já dá 3.900 caixas a cada dez fileiras. Então vou somar 3 vezes essa quantia.*

E2G1PB: *boa... e as outras nove?*

E4G1PB: *fácil. Subtrai 390 de 3.900. fica 3.510 que são as 9 que faltam. Aí soma com os outros.*

E2G1PB: *entendi. E vocês?*

E1G1PB: *Eu entendi, mas prefiro multiplicar logo.*

Os alunos têm demonstrado, nos diálogos, que conseguem ouvir uns aos outros, e, por isso, a troca de ideias e experiências parece propiciar um aprendizado coletivo entre eles. Percebe-se que a comunicação se estabelece fortemente nas interações e, conseqüentemente, favorece discussões e reflexões produtivas sobre os conceitos matemáticos presentes no problema, além de mobilizar conhecimentos prévios. A familiaridade dos alunos com o contexto do problema também se faz presente no diálogo, facilitando a comunicação.

Não é fácil tornar os alunos investigadores capazes de refletir e explorar um problema matemático. Porém, isso se torna mais viável quando nós, professores, proporcionamos essa experiência a eles. Para isso, precisamos ser investigadores, pois nossas experiências ressoam diretamente na prática que desenvolvemos na sala de aula. Nesse sentido, resgata-se a discussão desencadeada no seguinte diálogo:

E3G1PB: *não, aqui ele pergunta a quantidade de caixas que ele vai colher. Que foi 15.210. É só multiplicar o resultado da “a” por R\$4,25.*

E1G1PB: *acho que é 15 vezes 26. Por que 15 é a produção de cada árvore.*

E3G1PB: *como assim 26? Se liga, tu não tá entendendo. Deixa eu olhar aqui a questão “a”. É para calcular o valor total.*

E1G1PB: *tá errado! É 15×26 .*

E3G1PB: *Se liga, vem cá. É tu que não tá entendendo. Vê só, uma fila tem 26 cajueiros aí você faz o quê? Se você multiplica 15 vezes 26 você terá o total de uma fila*

E1G1PB: *Então.*

E3G1PB: *pessoal ajuda aí a explicar a ele. Uma fila já dá mais de 300...*

Os alunos se encontram resolvendo a tarefa, defendendo ideias e argumentos, e construindo suas resoluções. No entanto, um deles realiza um cálculo diferente e os demais apontam que está “errado”. Um dos alunos busca mostrar o erro e direcionar o colega para o cálculo que acredita estar correto. A perspectiva do erro na Educação Matemática é vista como um ponto de reflexão, permitindo que os alunos avancem em suas aprendizagens. Entendo que essa perspectiva tenha se manifestado quando os alunos tentam explicar o ocorrido, esclarecendo a dúvida.

É possível que as interações, os diálogos e o trabalho em grupo tenham favorecido o desenvolvimento das práticas comunicativas do argumento e da explicação, contribuindo para o avanço das aprendizagens. “Trabalhar em grupo é uma excelente forma de levar os que estão a aprender a fazer explorações, desenvolver argumentos matemáticos, formular conjecturas, validar possíveis soluções e encontrar conexões entre diferentes ideias” (NCTM, 1994, p. 131), como ocorreu nas discussões resgatadas anteriormente. Ao perceber que os alunos do grupo citado anteriormente estavam apresentando explicações para o “erro” do colega, o professor B decidiu fazer uma intervenção:

Professor B: *Oi pessoal. Conseguiram resolver?*

E1G1PB: *estamos tentando. Os resultados estão misturados para mim.*

Professor B: *por quê? Como você pensou em fazer?*

E1G1PB: *estou fazendo as contas.*

Professor B: *sim, mas só a conta não é interessante. Quero saber como você pensou e se está entendendo a questão.*

E3G1PB: *não professor, é que ele não estava entendendo. E nós estávamos explicando a ele.*

Professor B: *o que você não estava entendendo E1G1PB?*

E1G1PB: *eu misturei o total de cajueiros com a quantidade de caixas de caju que cada um produz. Aí está diferente dos outros. Quando calculei encontrei o valor apenas de uma fila. O pessoal explicou aqui que eu preciso fazer o geral. Tava tudo certinho, mas me perdi. Agora vou fazer.*

E2G1PB: *pois é, mas a gente já tá explicando melhor pra ele.*

Professor B: *e agora E1G1PB? Ajudou? Você entendeu? Ainda tem alguma dúvida?*

E1G1PB: *acho que consigo fazer, mas achei que estivesse errado a conta que Emily fez. Mas eu entendi que era eu que estava misturando as coisas. Vou resolver aqui.*

Professor B: *ótimo. Se precisar esclarecer você pode perguntar a seus colegas ou a mim. Só quero deixar claro que a leitura e compreensão do problema é muito importante. E não precisa ter pressa em calcular. Entender o que está fazendo é a primeira coisa a se buscar. Quanto aos cálculos você pode realizar na sua folha, à medida que discute com seus colegas ou ir ao quadro caso queira ampliar a discussão. Peço que vocês resolvam quando esclarecerem as dúvidas, não deixem nada para trás. Ok? As perguntas são importantes. As dúvidas são importantes. Portanto vamos sempre pensar no que estamos fazendo e porque estamos fazendo.*

A intervenção do professor B valida a discussão desenvolvida pelo grupo, ajudando os alunos a perceberem o que realmente é importante na resolução de problemas. Observa-se que novas ideias, técnicas e relações matemáticas emergem nos momentos de diálogos e interação promovidos pelo professor em sala de aula, tornando-se elementos essenciais de discussão. Nesse viés, tem-se, a discussão, a seguir:

E4G2PB: *é, mas precisamos saber também quantos pés de caju tem. Que tal multiplicar antes 39 por 26?*

E1G2PB: *acho que eu já encontrei.*

E3G2PB: *Não era pra fazer isso E1G2PB.. Olhem o que ele fez: pegou 390 e somou duas vezes. Depois, somou mais duas vezes e mais uma vez deu 1.950. Depois multiplicou 390×10 que deu 3.900. E aí juntou tudo: $3900 + 1950$ que deu 5.850. Isso é resultado de que?*

E5G2PB: *Peraí. Faz sentido, só que ele se atrapalhou aqui no final, percebe? 390 é a produção de uma fila de caju, correto? Ele somou certo quando foi agrupando de duas em duas filas. Até aí tá ok. Mas quando ele foi juntar o restante ele se atrapalhou porque ao se descontar as 5 filas que ele somou ainda ficaria 21 filas e ele considerou 10.*

Esse diálogo expressa diversas práticas comunicativas que ajudam os alunos a entender tanto as ideias matemáticas do problema quanto a compreenderem-se mutuamente. Entre essas práticas, podemos citar a justificação, explicação, perguntas, interpretação e validação de estratégias, entre outras. O que desejamos para uma aula de matemática centrada no aluno é justamente que ele tenha espaço para expressar suas ideias e argumentos. Nessa perspectiva, o diálogo se torna um elemento central, pois, sem discussão os alunos tendem a aceitar “verdades” ditas pelo professor, sem questioná-las.

O importante é que o aluno construa suas próprias verdades, mediado pelo conhecimento do professor e pelas reflexões que desenvolve na sala de aula. Ao criar um ambiente favorável à comunicação, o professor oportuniza que os alunos construam saberes por meio das interações, nas quais compartilham conhecimentos prévios com os demais, ao mesmo tempo em que ouvem e refletem sobre as ideias dos outros. Um ambiente comunicativo deve apresentar “tarefas desafiantes associadas a materiais de boa condição para representar conceitos matemáticos. O professor saber ouvir os alunos para os compreender, colocar

questões para clarificar, desafiar e avaliar e explicar ideias. Introduz informação para reflexão dos alunos e favorecer a interação, a discussão e a negociação de significados” (Menezes et al, 2014, p. 155). Na sala da professora C, os alunos também se envolveram em discussões interessantes:

E3G1PC: *temos que calcular*

E4G1PC: *Certo, são 26 vezes 39.*

E5G1PC: *que dá 1.014 pés de caju. alguém discorda?*

E2G1PC: *espera, ainda estou fazendo.*

E1G1PC: *Eu calculei e deu 1.014.*

E5G1PC: *eu também.*

E2G1PC: *Então deve estar certo. Depois disso podemos encontrar a próxima resposta.*

E1G1PC: *Acho que dá pra fazer tudo pela multiplicação.*

E2G1PC: *Nem todas. Veja essa outra.*

E1G1PC: *Na letra “a” ele pede para calcular a quantidade de caixas de caju que esses cajueiros podem produzir.*

E3G1PC: *Isso. Então podemos pegar os 1.014 e dividir por 15?*

E2G1PC: *Claro que não. Vai dar errado.*

Observa-se inicialmente que cada aluno do grupo se direciona imediatamente para as “contas”. À medida que cada um realizava o cálculo, perguntava ao outro se o seu resultado era o mesmo e concluíam: “*Então deve estar certo*”. Entendo que os alunos façam essa avaliação para verificar se o cálculo é consistente e garantir que a resposta faça sentido. A validação, numa perspectiva de ensino da Matemática baseada na compreensão, deve servir para aprimorar o potencial dos alunos.

No decorrer do diálogo, os alunos entram em conflito de ideias e discordam sobre quais operações matemáticas utilizar. A ação de concordar ou discordar promove reflexões importantes para a construção das aprendizagens matemáticas. Essas são práticas comunicativas que convergem para indicar argumentos viáveis e estratégias aceitas, que só se tornam possíveis mediante a comunicação entre os alunos.

Para Alrø e Skovsmose (2010, p. 29), “o propósito de uma conversação pode ser explicar uma perspectiva, entender a perspectiva de outra pessoa e, talvez, chegar a um consenso sobre essa perspectiva, ou simplesmente reconhecer que há perspectivas distintas que as partes não abrem mão de defender”. Esse entendimento dos autores nos faz refletir sobre cada argumento defendido pelos alunos e como eles justificam esses argumentos ao ponto de convencer os demais membros do grupo. Essa ação expressa o poder da fala e da compreensão que eles têm dos conceitos matemáticos.

E1G3PC: *E a próxima?*

E3G3PC: *é outra multiplicação*

E1G3PC: *hummm verdade.*

E3G3PC: *a gente pega esse total e multiplica por 4,25*

E4G3PC: *Mas eu não fiz assim*

E1G3PC: *Como você fez?*

E4G3PC: *Eu calculei por fila.*

E5G3PC: *Entendi. Não tem problema. É só calcular por fila também.*

E4G3PC: *sim. Eu peguei 26 e multipliquei por 15. Depois eu pego o total e multiplico por R\$4,25.*

Nessa construção dialógica, um aluno experimenta desenvolver uma nova forma de resolução para o problema, e os demais parecem interessados em conhecer essa abordagem, perguntando ao colega como ele fez. O colega prontamente responde, explicando o raciocínio adotado. Um aspecto a destacar é que, apesar de estarem em grupo, cada aluno pôde decidir sua forma de resolver o problema sem depender dos outros, e que houve uma aceitação mútua sobre cada decisão tomada.

Esse fato reforça a ideia de autonomia concedida ao aluno para expressar suas ideias, bem como o saber ouvir dos colegas e o respeito mútuo estabelecido entre os membros do grupo. Não houve imposição de ideias ou procedimentos nas interações, e a comunicação desenvolveu-se de forma significativa, com uma negociação de significados em que todos se entendiam. Segundo Alrø e Skovsmose (2010, p. 13), o diálogo “corresponde a uma conversação com certas qualidades (...) que podemos preferir quando pensamos em certas formas de aprendizagem, tendo em mente que se refere a certas propriedades de uma interação”.

As práticas comunicativas do ouvir e do responder estiveram presentes no diálogo. Por sua natureza interpretativa, elas oportunizam as interações na sala de aula. A prática de responder pressupõe uma ação anterior, logo, sua motivação deriva do interesse dos outros alunos pelo procedimento de resolução adotado pelo colega. Essa prática pode favorecer o avanço intelectual dos alunos diante das perguntas que fazem ou, ainda, desencadear raciocínios que não haviam sido pensados.

E2G4PC: *vamos. Calcule a primeira parte*

E3G4PC: *Qual parte?*

E1G4PC: *a do total de cajueiro. São 39 fileiras com 26 cajueiros em cada uma.*

E4G4PC: *Entendi. Pensei que a gente ia fazer a letra “a”.*

E1G4PC: *a letra “a” é a próxima*

E5G4PC: *eu comecei a fazer aqui as contas.*

E4G4PC: *Eu vou multiplicar direto*

E1G4PC: *a gente pode somar também*

E3G4PC: *é. Mas multiplicar é mais rápido*

O diálogo sugere uma organização do trabalho feita pelos alunos, em que cada um propõe a melhor forma de resolver o problema. A negociação parece ser frequente entre eles, ocorrendo em diversos momentos durante a resolução da tarefa em todas as salas. Os diálogos anteriores também fazem forte referência a essa negociação, pois os alunos estão constantemente chegando a um acordo sobre suas decisões e estratégias de solução. Essa pode ser considerada uma prática comunicativa essencial ao trabalho em grupo e ao desenvolvimento das interações. Sem a negociação de conflitos e ideias, é difícil produzir diálogos produtivos na resolução de problemas.

A negociação é de extrema importância para a construção de consenso entre os alunos, além de garantir que todas as partes sejam ouvidas e consideradas. Isso representa uma habilidade comunicativa relacionada à escuta eficaz entre os participantes do grupo, ao respeito pelo modo de pensar de cada um, e à capacidade de argumentar e persuadir, respeitando os diferentes pontos de vista. Ao negociar, os alunos constroem confiança e estabelecem acordos de colaboração, ao mesmo tempo em que podem ajustar pontos comuns de raciocínio, interesses ou mesmo necessidades de aprendizagem.

Esses diálogos encerram o primeiro momento das intervenções realizadas pelos professores A, B e C na sala de aula, e desencadeiam um segundo momento. O grupo de coaprendizagem percebeu, durante as intervenções, que os alunos discutiram bastante o contexto do problema, identificando-se com ele e levantando questões implícitas que podem favorecer o avanço na aprendizagem matemática. Diante dessa constatação, acordamos que seria viável uma nova intervenção, considerando a implementação da perspectiva discursiva da resolução de problemas e os impactos causados pelas práticas comunicativas na aprendizagem matemática dos alunos ao resolverem problemas em sala de aula. Como exemplo, destacamos trechos de diálogos construídos pelos alunos durante as intervenções realizadas pelos referidos professores, que evidenciam e justificam o argumento da reelaboração da tarefa. A situação resgatada, a seguir, ocorreu na sala da professora A:

E3G2PA: *peessoal, agora vamos ver quanto daria de lucro para o agricultor, se ele vender cada uma por R\$ 4,25;*

E4G2PA: *meu amigo fica muito caro! Se liga: $4,25 \times 15.210,00$ que dá igual a 64.642,50. Dá pra viver só disso!*

E3G2PA: *vê só o quanto ele lucra com o caju. E se a castanha fosse vendida separada hein?*

E1G2PA: *eita, poderia dar mais dinheiro;*

E3G2PA: *mas aí também ia dar mais trabalho e poderia estragar muita castanha também;*

Outro grupo comenta na sala do professor B:

E1G3PB: *É, o problema não é difícil de entender. Agora se perguntasse coisas sobre castanha, aí seria porque ela pode ser vendida de outras formas.*

Professor B: *Interessante. Vocês concordam com ele?*

E3G3PB: *eu concordo porque ela pode ser processada e vendida separada. Mas o caju também pode. Na feira eu vejo muito ele sendo vendido por unidade. Acho que a caixa só deve ser vendida para o feirante. Depois ele resolve uma forma de vender para obter lucro.*

E5G3PB: *isso é verdade.*

A discussão sobre o contexto do problema continua também na sala da professora C:

E4G1PC: *eu fiz e deu 64.642,50. Muita coisa, não é?*

E5G1PC: *é, mas você sabe que existem outras formas de vender caju.*

E4G1PC: *Mas aqui só pede isso.*

E2G1PC: *será que vende o caju com a castanha também?*

E1G1PC: *deve ser. Não diz isso.*

Todos esses pontos foram anotados e discutidos no grupo de coaprendizagem ao final de cada intervenção. Diante das análises realizadas, o grupo de professores decidiu reelaborar a tarefa, inserindo questões baseadas nas discussões dos alunos. A tarefa reelaborada teve como objetivo propor novas questões aos alunos, fundamentadas nos diálogos que construíram em sala de aula, considerando os aspectos reflexivos e exploratórios do contexto do problema. Assim, os alunos puderam explorar novos raciocínios e estratégias de resolução, tendo em vista a evolução das práticas comunicativas que desenvolveram nos diálogos e interações realizadas nos grupos de trabalho, que oportunizaram aprendizagens matemáticas significativas.

Para o professor, seria importante analisar os efeitos da perspectiva discursiva da resolução de problemas, da comunicação como elemento estruturante do ensino-aprendizagem, e das interações como práticas viáveis que favorecem o ensino compreensivo da Matemática.

É necessário esclarecer que, durante a resolução das tarefas, os alunos não usaram calculadora, tendo autonomia para decidir suas ações nos grupos. O diálogo e as interações foram fundamentais para a construção de estratégias, para a compreensão do problema e para a solidificação dos conceitos matemáticos propostos. As intervenções pedagógicas realizadas pelos professores serviram para encorajá-los a pensar matematicamente, buscar soluções para o problema e tomar decisões sobre suas estratégias. Os alunos trabalharam com tranquilidade nos grupos, não demonstraram dificuldades em dialogar ou interagir, e realizaram toda a tarefa de modo satisfatório.

6.2.2. Segundo ciclo de intervenção (tarefa reelaborada)

A análise qualitativa do segundo momento de intervenção ocorreu na sala de aula do segundo ano do Ensino Médio, sob a orientação da professora C. A turma, que já havia participado da primeira intervenção, estava retornando para esse segundo momento. A tarefa reelaborada propunha o seguinte problema:

1. *Um agricultor tem 39 filas de cajueiros plantados e produzindo em seu terreno. Cada uma delas com 26 árvores.*
 - a. *Se uma árvore produz, em média, 15 caixas de caju, quantas caixas de caju esse agricultor espera colher de todas as árvores?*
 - b. *Se a caixa de caju pode ser vendida por R\$4,25, qual a receita esperada pelo agricultor para a colheita?*
 - c. *Sabendo que o caju também pode ser vendido separadamente da castanha e que cada cajueiro pode produzir, em média, 9 kg de castanha quando a safra é boa, quantos quilos de castanha esse agricultor poderia produzir com essa plantação?*
 - d. *Tendo a castanha um valor comercial maior que o caju, esse agricultor poderia vender sua produção de castanha a um feirante local a um custo de R\$15,00 o quilo. Assim, quanto obteria pela venda de toda a produção de castanha?*
 - e. *Ao comprar a castanha do agricultor, o feirante revende essa castanha já assada e descascada tendo uma redução de 440g em cada quilo que comprou, porém, o preço da revenda passaria a ser de R\$35,00 o quilo. Esse feirante teria maior ou menor lucro que o agricultor? De quanto?*
 - f. *Se o agricultor resolvesse vender sua produção de castanha na feira, toda semana, já assada e descascada, ele teria alguma vantagem? Por quê?*

Conforme explicado anteriormente, o problema inicial foi complementado por novos itens, que foram construídos a partir das discussões dos alunos durante as intervenções. A proposta segue a mesma dinâmica das intervenções anteriores, e o trabalho em grupo permanece como a estratégia de resolução, uma vez que oportuniza o enriquecimento da experiência de aprendizado entre os alunos. À medida que os alunos dividiam tarefas e responsabilidades, os diálogos e as interações se tornaram mais ricos e consistentes, proporcionando maiores possibilidades de construções matemáticas.

E1G1PCtr¹³: Bem, eu entendi que devemos primeiro encontrar a quantidade de cajueiro. Assim, de cabeça eu vejo 26 cajueiros por fila que eu posso somar, tipo se eu juntar a cada 10 filas terei 260 três vezes que dá 780. A última fila é só 9 então dá pra descontar 26 restando 234. Daí basta somar tudo.

E4G1PCtr: Mas se fizer somando também dá. Igual E2G1PC. Só que eu não fiz a cada 10 como ele. Fiz de cabeça arredondando para 40 filas. Então deu 1.040. Depois eu subtraí 26.

E5G1PCtr: que legal! Gostei dessa. Fica fácil assim, já que não estamos usando calculadora.

Esse grupo de alunos inicia o problema utilizando a operação de adição para calcular o total de cajueiros. Verifica-se que ele já haviam construído esse raciocínio anteriormente, pois resolveram essa questão na primeira intervenção. Os demais colegas pareciam acostumados com as estratégias desenvolvidas individualmente e manifestaram outras formas de resolver. Utilizaram o cálculo mental e a operação de subtração.

Observa-se que a interpretação e a compreensão do problema fluíram com mais facilidade e, por consequência, as estratégias também. Essas práticas comunicativas foram favorecidas pelos diálogos construídos entre os alunos, visto que, nesse momento de interação, “os alunos apresentam e justificam suas resoluções e questionam, de forma argumentada, as resoluções dos colegas” (Quaresma e Ponte, (2014, p. 166).

E1G1PCtr: seguindo o meu cálculo, eu vou ter 260 vezes 15 que dá 3.900, que é a produção por fila. Eu somo isso três vezes e depois desconto no final na última fileira.

E2G1PCtr: desconta quanto?

E1G1PCtr: 260 – 26 que dá 234.

E3G1PCtr: não, pelo que você fez eu acho que é de 3.900 que você desconta 260. Não é?

E2G1PCtr: é isso mesmo E3G1PCtr. você tá misturando com o outro valor que você já calculou. Preste atenção.

E1G1PCtr: é mesmo. É de 3.900 que eu tiro 260. Valeu!

A observação feita pelo estudante E3G1PCtr sobre a resolução proposta pelo estudante E1G1PCtr fez com que ele percebesse onde havia falhado no cálculo, reconhecendo essa falha. Portanto, explicar raciocínios e estratégias para os outros exige uma prática comunicativa clara, que, além de ajudar a consolidar a própria compreensão, facilita a identificação do que foi mal interpretado e/ou analisado. As diferentes soluções e estratégias apresentadas pelos alunos esclarecem conceitos matemáticos, facilitando a aprendizagem.

¹³ Faz referência ao “Estdante 1 do grupo 1 do professor C na tarefa replanejada”.

Numa tarefa em que apenas está em causa a seleção e aplicação de um método de resolução já conhecido dos alunos, as questões que se colocam são sobretudo a identificação e execução desse método. Em contrapartida, uma tarefa com características desafiantes propicia uma diversidade de estratégias que podem ser comparadas e avaliadas, originando discussões interessantes (Quaresma; Ponte, 2014, p. 167).

Nessa perspectiva, a comunicação desenvolvida pelos alunos na resolução de problemas deve permitir que eles ouçam conversas entre colegas para participar ativamente de discussões “cujo objetivo é esclarecer, questionar e alargar conjecturas. Ao longo desses anos de escolaridade, a formulação de conjecturas e a sua avaliação perante as evidências deverá ser a norma” (NCTM, 2007).

E5G1PCtr: *se a gente for pensar no espaço ocupado por todos esses cajueiros, teríamos uma área enorme. Eu multipliquei direto 15×1.014 e também encontrei 15.210.*

E1G1PCtr: *por falar em área, a gente poderia imaginar uma roça tão grande de caju? Ou uma área assim?*

E5G1PCtr: *poderia não porque é preciso ter uma ideia da distância de um cajueiro para o outro. E como tem uma fila com 26 cajueiro, como ficaria isso... só se for uma área de não sei quantos hectares de terra.*

No diálogo anterior, os alunos evoluem ao adicionar elementos ao problema, refletindo sobre hipóteses previsíveis. Na discussão, surge a informação sobre o espaço ocupado pela plantação de caju, considerando que, para plantá-los, seria necessário estabelecer uma distância entre cada pé, o que demanda uma grande quantidade de terra que os alunos estimam ser medida em hectares. Essa perspectiva envolve a prática comunicativa da informação e da sugestão, ao especularem ou argumentarem possibilidades relacionadas à plantação de caju mediante lógica matemática.

E1G3PCtr: *Sim, a letra “c” pergunta sobre a castanha. Se um cajueiro produzir 9 Kg de castanha, quantos quilos teria a plantação toda?*

E3G3PCtr: *Fácil, multiplica 1014 por 9*

E5G3PCtr: *exatamente*

E2G3PCtr: *é o que eu falei. Castanha é mais cara!*

E5G3PCtr: *se a gente pensar na venda da castanha, o agricultor teria mais lucro.*

E1G3PCtr: *Calcularam?*

E3G3PCtr: *sim, deu 9.126 quilos*

Essa discussão dialógica expressa compreensão sobre as informações do problema e remete à reflexão frente ao contexto, pois os alunos colocam em jogo elementos implícitos. A sugestão de pensar na venda separada da castanha demonstra que os alunos percebem novas possibilidades de lucro, desenvolvendo um raciocínio que vai além dos cálculos. Isso se

compara à realidade à qual pertencem, indicando que acompanham situações semelhantes em seu cotidiano.

Um aluno que não estivesse familiarizado com essa realidade poderia não expressar esse raciocínio caso estivesse resolvendo o problema sozinho. A comunicação expressa na resolução coloca o aluno em contextos, muitas vezes desconhecidos, e os faz interagir nesse ambiente, tornando-o compreensível. O trabalho em grupo amplia as possibilidades de entendimento e compreensão do problema entre os alunos, além de permitir que diferentes abordagens sejam consideradas. Nota-se que o trabalho em grupo dá suporte ao engajamento e à persistência dos alunos na busca por soluções.

E5G3PCtr: *Ok. 9.126 quilos a R\$ 15,00 cada quilo, chega a 136.890 reais*

E3G3PCtr: *certo*

E4G3PCtr: *Acho que sim. É muito caju então faz sentido*

E2G3PCtr: *Gostei. Já fiz também*

E3G3PCtr: *Verdade. Mas parece que não acabou. Veja as outras perguntas*

E2G3PCtr: *Essa outra é difícil, não vou fazer agora.*

E3G3PCtr: *Vamos fazer sim*

E5G3PCtr: *Alguém quer começar? você não entendeu?*

E2G3PCtr: *acho que não.*

E5G3PCtr: *olha, ele quer saber quanto a pessoa vai lucrar se vender esse tanto de castanha a R\$15,00 o quilo*

E2G3PCtr: *verdade, entendi.*

Os alunos continuam a reflexão sobre as demais questões quando o estudante E2G3PCtr pensa em desistir da tarefa, afirmando: “não vou fazer agora”. Os demais colegas não o deixam desistir e o motivam a continuar perguntando se a causa da desistência seria por ele não ter entendido a questão. O aluno confirmou que não entendeu, o que pode ter contribuído para sua desmotivação. Nesse instante, o estudante E5G3PCtr explica ao estudante E2G3PCtr o que ele deveria fazer. A explicação foi bastante simples, mas esclarecedora para E2G3PCtr, que, ao entender, decidiu resolvê-la. Segundo Menezes et al (2014, p. 141), uma explicação pode partir de uma questão simples que deve ser discutida e/ou examinada, podendo ser explícita ou implícita.

E3G4PCtr: *a gente podia dividir, cada um fazer uma questão.*

E1G4PCtr: *não, todo mundo tem que fazer todas. A professora já falou isso e no final vai recolher as tarefas. Melhor ir calculando aos poucos, todo mundo.*

E4G4PCtr: *pode ser. Já fizemos as duas primeiras contas na aula passada. Basta revisar*

Observa-se, no diálogo anterior, a intenção de dividir o trabalho em grupo em partes, mas a ideia é combatida pelo próprio grupo, que decide pela construção coletiva. A autonomia

dada aos alunos ajuda a desenvolver o senso de responsabilidade em relação à tarefa, reforçando o compromisso de cada um com seu próprio aprendizado. Esse fato se repete diversas vezes durante o trabalho em grupo, como podemos identificar no diálogo seguinte, porém felizmente, sempre há um aluno que motiva os demais a seguir em frente.

E5G4PCtr: *Exato. Nesse caso resolvemos até a “d”.*

E2G4PCtr: *Estou cansado. Vai tocar*

E5G4PCtr: *Vamos terminar!*

E1G4PCtr: *Ok. Qual é o próximo?*

Essas decisões tomadas no grupo pelos alunos são muito importantes, não apenas por estimularem os colegas a resolverem a tarefa, mas também por fazerem com que eles entendam as responsabilidades e o compromisso que devem ter consigo mesmos e com o grupo. À medida que os alunos interagiam e dialogavam nos grupos, a autoconfiança e o respeito iam se estabelecendo de maneira natural, motivados pelas práticas comunicativas que são construídas ao longo da resolução da tarefa.

No primeiro momento de intervenção, os alunos pareciam desprendidos dessas responsabilidades, mas isso foi evoluindo gradativamente à medida que trabalharam com os colegas nos grupos. É perceptível esse avanço, considerando as práticas comunicativas que desenvolveram, como saber ouvir, responder, explicar, informar, argumentar, entre outras. O fortalecimento dessas práticas por meio do diálogo proporcionou aos alunos interações tranquilas e produtivas.

Professora C: *E aí pessoal, alguma pergunta?*

E1G4PCtr: *minha não professora. Tá tranquilo*

E3G4PCtr: *ta tranquilo, acho que já finalizamos*

E4G4PCtr: *é professora, tá tranquilo*

Professora C: *Todos fizeram? O que acharam de trabalhar no grupo? Vi que vocês não me chamaram em nenhum momento.*

E5G4PCtr: *A gente conversou aqui e foi resolvendo as questões. Eu não tive dificuldade. Alguém teve?*

E2G4PCtr: *eu gostei assim. Dá para fazer. É que às vezes a gente fica meio desligado, eu acho.*

Professora C: *Que interessante. Então vamos continuar fazendo assim, sempre nas conversas do grupo. Percebi que vocês trabalharam bem.*

Como se percebe nesse diálogo, a intervenção da professora foi não apenas um reconhecimento e valorização do esforço dos alunos em resolver a tarefa, mas também um reflexo de sua interação fácil, das decisões coletivas que tomaram e do diálogo que mantiveram durante toda a atividade. Outro aspecto importante é que a professora pôde acompanhar o

desenvolvimento dos alunos nos grupos, monitorando seus avanços para identificar dificuldades e ajustar sua intervenção posteriormente.

É importante ressaltar que a intervenção do professor deve equilibrar apoio e autonomia, ajudando os alunos a desenvolver habilidades de autoconfiança enquanto realizam tarefas de resolução de problemas. A comunicação estrutura o processo de ensino-aprendizagem, permitindo que os alunos expliquem, questionem, debatam e atribuam significado à sua aprendizagem. Ao mesmo tempo, cabe ao professor promover esse ambiente de discussão e direcionar pontos importantes dessa discussão, considerando os avanços produzidos pelos alunos.

CAPÍTULO 7

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa foi iniciada com o intuito de compreender as práticas comunicativas que surgem das interações entre alunos do Ensino Médio durante a resolução de problemas na sala de aula, analisando o impacto dessas práticas nas aprendizagens matemáticas destes alunos. Considerando uma abordagem metodológica qualitativa, cujo “foco está nos processos e não nos resultados ou produtos, onde o ponto de vista dos participantes assume grande importância” (Bogdan e Biklen, 1994).

A opção metodológico foi pelo estudo de caso, por se enquadrar na natureza da pesquisa qualitativa, que, segundo Yin (2001, p. 16), representa a “estratégia adequada quando se colocam questões do tipo "como" e "por que", quando o pesquisador tem pouco controle sobre os eventos e quando o foco se encontra em fenômenos contemporâneos inseridos em algum contexto da vida real”. Entre as opção metodológica e os procedimentos adotados para a produção dos dados, estão a parceria de coaprendizagem entre professores e pesquisadora para investigar a aprendizagem, a tarefa de resolução de problemas e as intervenções realizadas pelos professores junto aos alunos na sala de aula.

Ressalto que todos esses momentos foram gravados e resultaram no caderno de apontamentos (Bogdan e Biklen, 1994), construído a partir dos relatos das discussões desenvolvidas com os professores no grupo de coaprendizagem. Na construção da tarefa de intervenção, contendo um problema matemático relacionado à aritmética, a cada intervenção realizada, o grupo de coaprendizagem se reunia para analisar e discutir os procedimentos adotados para a resolução de problemas e a construção dos diálogos dos alunos enquanto resolviam a tarefa. Essas análises deram suporte aos encaminhamentos subsequentes, como o ajuste na tarefa, as reflexões sobre a prática nos momentos de discussão com os professores e o modo de interação desenvolvido pelos alunos durante a resolução de problemas.

Resultaram ainda na transcrição dos áudios referentes aos diálogos construídos pelos alunos nas interações na sala de aula enquanto resolviam a tarefa matemática, de onde as práticas comunicativas foram surgindo. O caderno de apontamentos, a tarefa de resolução de problemas e as transcrições dos áudios que retratam os diálogos dos alunos, compõem o material referente aos dados coletados na pesquisa.

Nesse contexto, a pergunta que guiou a pesquisa foi: De que maneira as práticas comunicativas evidenciadas nos diálogos dos alunos do Ensino Médio, durante a resolução de

problemas, impactam suas aprendizagens? A busca por respostas a essa pergunta investigativa deve favorecer a compreensão e dar significado ao conhecimento matemático, capaz de estimular o pensamento crítico, a curiosidade e a aplicação prática de conceitos matemáticos pelos alunos. Diante desse fato, minha inquietação recrudesce e busca na literatura meios para justificar e sustentar essa perspectiva teórica, ao mesmo tempo em que desenvolvo, junto ao grupo de professores, possibilidades e estratégias que viabilizem respostas à pergunta de pesquisa.

Esse percurso se inicia ao firmar a parceria de coaprendizagem, assumindo o professor como investigador de sua própria prática, ao se envolver nas diferentes formas de investigação sobre ensino e aprendizagem com base nos estudos de Koichu e Pinto (2018), que reconhecem a existência de profundas diferenças entre o mundo dos investigadores matemáticos e o mundo dos professores. Contudo, afirmam que existe uma sobreposição importante entre as competências e conhecimentos necessários para serem proficientes nas duas comunidades de prática.

Nessa perspectiva, propus discutir, junto ao grupo de professores em parceria de coaprendizagem, a abordagem de resolução de problemas e a implementação da perspectiva discursiva da mesma (Koichu, 2018), considerando suas implicações para o desenvolvimento profissional dos professores, bem como para favorecer a aprendizagem matemáticas dos alunos na sala de aula. Essa abordagem valoriza a comunicação como um processo educativo de construção de saberes, onde as habilidades cognitivas, sociais e emocionais são fundamentais e atravessam o conhecimento.

As intervenções junto aos alunos na sala de aula de Matemática foram realizadas por três professores do grupo de coaprendizagem em turmas em que lecionam. Os demais professores envolvidos na parceria colaboraram com as discussões e análises dos dados, pois após a terceira intervenção, o grupo percebeu que os alunos haviam se envolvido na tarefa e decidimos por realizar apenas mais uma intervenção com a mesma tarefa incrementada de novos itens que construímos a partir das discussões matemáticas produzidas pelos alunos nas intervenções anteriores. O grupo percebeu que os diálogos que os alunos haviam construído eram ricos em práticas comunicativas e por isso a compreensão matemática deles evoluiu gradativamente para contextos além do que havia sido colocado pelo problema.

As discussões que surgiram entre os alunos nos grupos, mostraram que as práticas comunicativas do perguntar, explicar, questionar, argumentar, interpretar, entre outras, permitiram explorar a construção de conceitos matemáticos propostos no problema e ampliar as possibilidades de novas estratégias de resolução. Tivemos, assim, dois ciclos de intervenção,

sendo o primeiro formado pelo problema escolhido pelo grupo de coaprendizagem e proposto na primeira tarefa, na qual os professores A, B e C realizaram essa intervenção em turmas do segundo e terceiro ano do Ensino Médio, por meio do trabalho em grupo. E o segundo ciclo de intervenção que foi organizado com a tarefa replanejada, em que o grupo acrescentou novos itens ao primeiro problema para a discussão com os alunos. Essa tarefa foi realizada apenas na turma do segundo ano do Ensino Médio da professora C, que também havia participado da primeira tarefa no primeiro ciclo de intervenção.

Todos os fundamentos e práticas, tanto da comunicação quanto da parceria de coaprendizagem, das interações, intervenções e construção da tarefa, estão justificados nos capítulos desta tese, nos quais também apresento os objetivos da pesquisa, cujo cerne são os diálogos produzidos pelos alunos, a partir dos quais as práticas comunicativas surgem, vindo a impactar as aprendizagens matemáticas desses alunos. Nesse sentido, as conclusões representam a culminância de um trabalho voltado à reflexão sobre a prática da resolução de problemas com os professores em parceria de coaprendizagem que deu sustentação à intervenção realizada com os alunos de modo a comprovar a teoria da pesquisa expressa na pergunta investigativa.

A perspectiva discursiva da resolução de problemas foi essencial para a realização das intervenções, visto que busca engajar os alunos em um processo de reflexão e interação que promove o desenvolvimento do pensamento crítico e da argumentação. Também, propõe que eles discutam e explorem diferentes pontos de vista sobre o problema, compartilhando ideias, justificativas e raciocínios, além de permitir que analisem diferentes soluções e considerem as implicações de suas escolhas. A opção por essa abordagem nesta pesquisa, justificou-se pela ênfase dada à comunicação, à argumentação e ao diálogo no processo de resolução de problemas matemáticos.

Ao longo de todo o processo de pesquisa, foi possível constatar a relevância da comunicação e seu potencial construtivo para o ensino da Matemática e para as aprendizagens dos alunos. O professor tem o papel de provocar o raciocínio dos alunos por meio de questões matemáticas que propõe para discussão e de tarefas desafiadoras que coloca para desencadear esse raciocínio. Outrossim, é função do professor, “cultivar um tom de interesse em ouvir os alunos quando pede para explicar ou desenvolver uma ideia matemática que ajude na compreensão destes conceitos. Essas ações ajudam a estabelecer normas de civilidade e respeito em vez de críticas e dúvidas”(NCTM, 1994).

Um professor ativo, que age de forma diferente, ouvindo e raciocinando mais, procura evitar falar o tempo todo e fornece todos os procedimentos e explicações, pois não encoraja os

alunos a pensarem matematicamente. Para que o aluno desenvolva aprendizagens, é fundamental que o professor proporcione um ambiente de discussão e diálogo que conduza a filtrar e direcionar as explorações dos alunos, selecionando pontos importantes que merecem ser discutidos e abandonando outros cuja perspectiva não valoriza o raciocínio. Do ponto de vista do aluno, é crucial que

Estejam ativos, fazendo conjecturas, propondo abordagens e soluções para os problemas e argumentando acerca da validade de certas afirmações. Devem aprender a verificar, rever e rejeitar afirmações com base na evidência matemática, quer quando trabalham em pequenos grupos ou quando discutem uns com os outros. Devem falar uns para os outros, questionar os colegas, refutar ideias com argumentos lógicos e procurar dar significado às ideias matemáticas usando-as com bom senso na resolução de problemas (NCTM, 1994).

Entendo que esse sentimento reflete o desejo de concretizar um ensino da Matemática com compreensão e significado, perseguido, nesta tese, por meio de práticas comunicativas e da resolução de problemas. A parceria de coaprendizagem, construída com os professores, mostrou-se significativa na garantia da organização e realização da intervenção realizada com os alunos na sala de aula. Por meio dessa parceria, o grupo refletiu sobre a prática da resolução de problemas, além de conhecer, estudar e experimentar a perspectiva discursiva da mesma, com vistas à aprendizagem compreensiva de conceitos matemáticos pelos alunos. A comunicação, desenvolvida nas interações entre os alunos durante a intervenção, revelou-se um forte elemento de aprendizagem, promovendo interações que os levaram a pensar sobre o problema, tomar decisões e construir suas próprias estratégias de resolução.

Os professores puderam compreender que a promoção dos diálogos entre os alunos durante a resolução de problemas pode favorecer uma aprendizagem compreensiva da Matemática, considerando que “a condução de discussões têm como objetivo levar o aluno a envolver-se na apresentação, justificação, argumentação e negociação de significados, resultante do trabalho do professor com tarefas matemáticas” (Rodrigues; Menezes e Ponte, 2018, p. 399). Essa prática é complexa e o professor é convidado a desenvolvê-la na sala de aula de Matemática.

A perspectiva discursiva da resolução de problemas, estudada e discutida no grupo de coaprendizagem, busca trazer para a resolução de problemas elementos discursivos, como argumentação, justificação e explicação, que ajudam a estruturar e comunicar o pensamento crítico e a tomada de decisões dos alunos. Os dados produzidos sugerem que o processo de coaprendizagem foi significativo para a intervenção com os alunos, ocorrendo na perspectiva

discursiva da resolução de problemas, valorizando as interações e os diálogos como elementos estruturantes da aprendizagem matemática.

Durante os momentos de discussão coletiva com os professores no grupo de coaprendizagem, observou-se a atenção cuidadosa que tiveram com a escolha do problema e a organização da tarefa que seria objeto de intervenção com os alunos, visando estimular o pensamento crítico, a criatividade e a investigação. A abordagem discursiva da resolução de problemas desafia os alunos a se engajarem em um processo ativo de construção de significado, promovendo diálogos reflexivos e colaborativos em torno das estratégias de resolução adotadas.

Ao incentivar os alunos a discutirem suas estratégias de resolução e a compartilharem suas compreensões matemáticas, os professores criaram oportunidades valiosas para a construção de significado compartilhado e para o desenvolvimento de habilidades comunicativas essenciais à construção de conhecimentos matemáticos pautados na compreensão de conceitos. Essa dinâmica de interação com o grupo de coaprendizagem não apenas fortaleceu o entendimento conceitual sobre a resolução de problemas entre os professores, mas também enriqueceu a dinâmica de trabalho com os alunos, promovendo um senso de colaboração e apoio mútuo dentro da sala de aula.

As discussões no grupo de coaprendizagem evidenciaram a importância de uma abordagem colaborativa centrada na resolução de problemas para promover práticas comunicativas enriquecedoras durante as aprendizagens matemáticas dos alunos. Ao valorizar a diversidade de perspectivas e práticas, incentivar a (co)construção do conhecimento e priorizar o diálogo reflexivo, os professores foram capazes de desenvolver um ambiente de aprendizagem dinâmico e estimulante para os alunos nas intervenções, em que a comunicação eficaz se tornou um catalisador essencial para o crescimento profissional e pessoal deles.

Além de ressaltar a importância de a pesquisa ser desenvolvida de forma colaborativa, com todos os participantes tendo voz e poder ativo nas decisões e construções do trabalho, a parceria de coaprendizagem foi estabelecida, enfatizando a relevância da construção conjunta do conhecimento e da implementação das atividades propostas. Neste sentido, destaca-se a valorização da troca de experiências entre os participantes do grupo, do trabalho colaborativo e da comunicação como elementos essenciais para que o processo de ensino-aprendizagem se desenvolvesse de maneira eficaz.

No âmbito da pesquisa em Educação Matemática, a promoção da colaboração entre os participantes tem sido reconhecida como uma estratégia fundamental para o desenvolvimento da aprendizagem efetiva de conceitos matemáticos. Nesse contexto, ressalta-se a importância de uma abordagem colaborativa na construção do conhecimento, que propicie oportunidades

para que parcerias de coaprendizagem sejam construídas na escola, possibilitando construções conjuntas. O reconhecimento da diversidade de perspectivas e experiências dos alunos como um recurso enriquecedor também tem sido enfatizado na literatura sobre ensino e aprendizagem da Matemática (NCTM, 2007). A prática docente deve favorecer ambientes onde os alunos possam desenvolver, discutir e defender argumentos, promovendo uma aprendizagem baseada na compreensão e não apenas na memorização e repetição de procedimentos.

A abordagem centrada na resolução de problemas matemáticos como meio de desenvolver aprendizagens tem sido amplamente reconhecida na literatura especializada (Polya, 1945; Schoenfeld, 1985). Para que os alunos se tornem bons resolvedores de problemas, é necessário que saibam entender a questão, buscando as informações de que necessitam e utilizando conhecimentos de forma eficiente. Essa abordagem desafia os alunos a se engajarem em um processo ativo de construção de significado, promovendo diálogos reflexivos em torno das estratégias de resolução adotadas (Artigue, 2002). Entendo que a “predisposição para a resolução de problemas inclui confiança e vontade de empreender novas e difíceis tarefas” (NCTM, 2007, p. 394).

Durante as discussões no grupo de coaprendizagem, os professores demonstraram interesse significativo em discutir e resolver problemas propostos, os quais analisamos e destacamos habilidades relacionadas ao currículo. Essa iniciativa reflete uma busca pelo aprimoramento profissional que alinha possíveis demandas do currículo às expectativas dos alunos. A troca de experiências e a busca por soluções em conjunto durante os momentos de discussão no grupo de coaprendizagem, fez o grupo refletir sobre novas possibilidades de planejamento, com foco no aluno. Diante desse fato, é importante lembrar que:

O ensino deve ser organizado em torno da procura de soluções para os problemas, devendo incluir constantes oportunidades para falar acerca da Matemática. O trabalho em grupo é uma excelente forma de levar os alunos a fazer explorações, desenvolver argumentos matemáticos, formular conjecturas, validar possíveis soluções e encontrar conexões entre diferentes ideias matemáticas (NCTM, 1994).

Esse entendimento justifica a escolha do grupo pelo trabalho em equipe e pelo estímulo à comunicação como elemento central da aprendizagem. A perspectiva discursiva da resolução de problemas se baseia em práticas comunicativas que permitem aos alunos dialogarem sobre ideias matemáticas, discuti-las, criar hipóteses, defender argumentos e desenvolver estratégias de forma autônoma. O professor, ao refletir sobre suas ações pedagógicas no grupo de coaprendizagem e vivenciar na prática a resolução discursiva de problemas durante os momentos de estudo, discussão e intervenção em sala de aula, compreendeu que promover o

diálogo entre os alunos não só facilitou a compreensão do problema e a tomada de decisões sobre sua resolução, como também tornou visível o raciocínio matemático dos alunos, contribuindo para o desenvolvimento mais aprofundado das ideias envolvidas.

A comunicação se apresenta como um elemento estruturante do processo ensino-aprendizagem durante toda discussão da tarefa, favorecendo as interações e permitindo que os alunos contruissem diálogos, mostrando que os questionamentos feitos pelos alunos durante a resolução da tarefa teve a finalidade de fazê-los entender melhor aquilo que estava sendo discutido, que é o problema e os cálculos matemáticos. A compreensão das informações apresentadas no problema e a reflexão que os alunos desenvolveram durante a resolução, revelaram que a pergunta, a explicação, a argumentação tem um efeito direto na aprendizagem desses alunos.

Os potenciais impactos trazidos pela comunicação à aprendizagem dos alunos foram diversos. Os dados mostram que é preciso destacar como a comunicação pode produzir um efeito transformador nas interações a partir das práticas de dialogar, perguntar, refletir, argumentar e justificar ideias e estratégias matemáticas. A negociação de significados e de estratégias desenvolvida pelos alunos se tornou frequente, eles puderam expressar ideias sabendo ouvir os colegas, o respeito mútuo se estabeleceu entre os membros do grupo que também demonstraram ser bons colaboradores. As práticas comunicativas foram significativas nesse processo, além de mobilizar saberes, raciocínios, interações, tomada de decisões, elaboração de estratégias e justificações.

No que confere aos professores, as discussões evoluíram para uma reflexão sobre a prática, especialmente no que diz respeito à maneira como os problemas são utilizados em sala de aula. Nesse contexto, a colaboração entre eles se mostrou essencial tanto para a intervenção com os alunos quanto para seu desenvolvimento profissional, pois possibilita o aprimoramento das práticas com base nas experiências vividas em grupo.

Koichu e Pinto (2018) destacam que tanto os professores quanto os pesquisadores em educação passam uma parte substancial do seu tempo envolvidos em várias formas de investigação sobre o ensino e a aprendizagem. Eles ouvem os alunos, examinam seus trabalhos, tentam avaliar o que os alunos sabem e como pensam; analisam materiais didáticos e exploram suas possibilidades pedagógicas; projetam tarefas e sequências de ensino e observam como os diferentes alunos se engajam com elas; comparam diferentes abordagens de ensino; leem, pensam e discutem com colegas sobre educação e como melhorá-la.

Nesse contexto, podemos compreender que, ao longo do tempo e das experiências que desenvolvemos enquanto professores, adquirimos habilidades que nos tornam capazes de

analisar práticas de sucesso no ensino, bem como aquelas mal sucedidas e os motivos pelo qual elas ocorrem. Essas reflexões devem trazer ao professor o entendimento de que “todos os que estão a aprender experimentem a Matemática como um empenhamento dinâmico na resolução de problemas” (NCTM, 1994).

Além disso, convém ressaltar a discussão centrada em problemas de probabilidade, cuja reflexão central foi a contextualização e a mobilização de saberes que os alunos precisam desenvolver para encontrar uma solução. O grupo observou que um problema bem contextualizado requer habilidades que vão além dos cálculos, pois exige uma compreensão e um pensamento matemático em que os saberes se entrelaçam com as dificuldades enfrentadas ao aplicar estratégias de solução. A troca de experiências e a reflexão sobre a prática também auxiliam na construção de uma abordagem mais significativa para os problemas.

Em cada momento de discussão, a ênfase na colaboração e na troca de experiência foi evidente, tornando-se elementos essenciais para o processo de coaprendizagem. A reflexão conjunta sobre a prática foi um aspecto recorrente, incentivando a melhoria profissional por meio do reconhecimento de dificuldades e qualidades, além de despertar o interesse por mudanças. Requer-se considerar que, no grupo de coaprendizagem, os professores se apoiam mutuamente na busca por melhores práticas educacionais, com base naquilo que realizam com segurança. A análise qualitativa dos dados produzidos durante a resolução de problemas nas salas dos professores A, B e C revela a dinâmica das interações e o surgimento de práticas comunicativas construídas no diálogo, que contribuíram significativamente para a aprendizagem dos alunos.

A comunicação constitui um elemento estruturante no processo de ensino-aprendizagem da Matemática e, especialmente, aprendizado matemático dos alunos, ocupando um lugar central em todos os momentos descritos nesta tese. A partilha de ideias e a construção de práticas comunicativas, como o explicar, argumentar, informar, perguntar, ouvir e responder, entre outras, desenvolvidas pelos alunos na resolução de problemas, tiveram uma importância singular, considerando que “uma comunicação clara e coerente torna os alunos melhores pensadores matemáticos”(NCTM, 2007).

Esse entendimento se torna ainda mais consistente quando a comunicação é utilizada como ferramenta para desenvolver, nos alunos, capacidades de explicação, formulação de questões e escrita de argumentos que tanto os professores quanto os colegas de classe consideram logicamente coerentes. Durante os dois momentos de intervenção realizados pelos professores do grupo de coaprendizagem junto aos alunos, essas habilidades foram evidenciadas em vários diálogos. Os alunos demonstraram também serem bons colaboradores,

pois trabalharam em grupo, ajudaram-se mutuamente, interagindo em uma relação dialógica constante, evidenciando sua capacidade de trabalhar efetivamente uns com os outros.

A parceria de coaprendizagem estabelecida previamente pelo grupo de professores deu suporte significativo a esses momentos de intervenção, à medida que os professores refletiram sobre suas práticas e adotaram a perspectiva discursiva da resolução de problemas, baseando-se nas vivências dos momentos de discussão. A resolução de problemas se mostrou uma estratégia eficiente para que os alunos interagissem nos grupos, construindo os diálogos necessários para explorar, justificar e interpretar o problema de maneira autônoma e responsável. Essa estratégia também foi crucial para a emergência de práticas comunicativas que favoreceram aprendizagens matemáticas significativas por meio das discussões entre os alunos.

É fundamental que os alunos desenvolvam o gosto pela justificação matemática ao longo de seus estudos, pois ela não é uma atividade especial, mas uma prática cotidiana no ensino da Matemática. A justificação é essencial para promover um ensino matemático compreensivo e reflexivo. Outras práticas comunicativas também são relevantes no processo de construção do conhecimento pelos alunos e, quando integradas, desempenham um papel crucial no desenvolvimento da compreensão e no entendimento de conceitos matemáticos, promovendo a justificação.

O momento em que o aluno consegue justificar o que aprendeu consolida o ensino matemático de maneira compreensiva e reflexiva. “Em ambientes produtivos de sala de aula de Matemática, os alunos deverão ser capazes de explicar e justificar as conclusões matemáticas” (NCTM, 2007, p. 404), bem como o raciocínio que os levou a essas conclusões. O raciocínio matemático é parte integrante do ensino e da aprendizagem Matemática, assim como as conexões e as conjecturas que os alunos devem fazer a partir da análise de padrões e regularidades, para que possam validá-las.

No Ensino Médio, os alunos estão consolidando os processos de ensino-aprendizagem desenvolvidos ao longo de sua trajetória escolar, devendo aplicar esses conhecimentos em situações futuras, especialmente no mundo do trabalho. A capacidade de comunicação é primordial para concretizar essa aprendizagem matemática, e os alunos devem ser capazes de trocar ideias matemáticas de forma eficaz com os outros. A resolução de problemas deve ser a base para o ensino da Matemática, pois permite ao aluno aprimorar o pensamento crítico, a capacidade de análise e o raciocínio lógico, capacitando-o a aplicar esses conhecimentos no dia a dia.

Portanto, durante o período escolar, é fundamental que os alunos estejam engajados em resolver problemas em que o raciocínio e a comunicação estejam presentes. Compreendo que

as práticas comunicativas construídas pelos alunos na resolução de problemas tiveram um impacto profundo em suas aprendizagens matemáticas. O ensino da Matemática deve incentivar esses diálogos em sala de aula para que a comunicação aconteça, já que tarefas de exploração, nas quais os alunos precisam conjecturar, estabelecer conexões e raciocinar matematicamente, exigem uma forte presença da comunicação.

Os resultados desta pesquisa indicam que as práticas comunicativas desenvolvidas na resolução de problemas impactam diretamente a construção de conhecimento pelos alunos e a prática pedagógica do professor. Perguntar, responder, explicar, argumentar, ouvir e interagir desempenham um papel crucial na aprendizagem matemática dos alunos. As análises qualitativas dos ciclos de resolução de problemas evidenciaram a eficácia dessas práticas na construção de saberes pelos alunos, à medida que eles validaram suposições, justificaram raciocínios, exploraram diferentes soluções e aplicaram conceitos matemáticos na resolução da tarefa. Além disso, a colaboração e a escuta ativa podem promover aprendizagens contextualizadas e significativas para os alunos ao construírem conhecimentos de forma coletiva e partilhada.

As análises dos ciclos de intervenção realizadas pelo grupo de coaprendizagem mostraram que práticas como perguntar, explicar e justificar são essenciais para a compreensão do problema e para o direcionamento de aspectos críticos da tarefa. Além disso, esta pesquisa evidencia que a interação colaborativa entre os alunos, mediada pelos diálogos, facilita a construção de uma compreensão compartilhada e mais abrangente dos problemas matemáticos.

Conclui-se que a abordagem discursiva da resolução de problemas, aliada a práticas comunicativas eficazes, pode transformar a sala de aula de Matemática em um espaço de reflexão e discussão, servindo tanto como objeto de investigação para o professor quanto como ambiente de interação, em que os alunos se tornam participantes ativos na construção do seu conhecimento. É de interesse desta pesquisadora que esta tese promova insights valiosos para que outros professores, educadores e pesquisadores se mantenham empenhados na melhoria da Educação Matemática.

Para finalizar, destaco que o grupo de coaprendizagem enfrentou muitas dificuldades ao longo da realização da pesquisa. Houve percalços que tivemos de resolver ao longo do caminho, mas esses desafios contribuíram para o amadurecimento do grupo, promovendo uma convivência intensa e a resolução de conflitos por meio do diálogo, ou seja, os desafios também foram operadores de aprendizagens. Embora o tempo dedicado à pesquisa tenha sido extenso, foi necessário para a construção de todas as discussões aqui apresentadas, que viabilizaram o ensino e a aprendizagem matemática. Enfim, foi um aprendizado enriquecedor, pois

compartilhamos saberes e construímos conhecimento em uma experiência extremamente valiosa. É realmente gratificante olhar para trás e perceber o quanto amadurecemos profissionalmente como professores, além de reconhecer o potencial que ainda temos para continuar aprimorando nossa prática pedagógica.

Esse processo de melhoria contínua é essencial para garantir que possamos oferecer aos nossos alunos as melhores oportunidades de avanço em suas trajetórias de aprendizagem. As transformações que buscamos na prática pedagógica têm impacto direto na aprendizagens dos alunos, pois surgem como respostas adaptadas às necessidades e desafios vivenciados em sala de aula. O objetivo dessas mudanças é aprimorar o processo de ensino-aprendizagem de forma a envolver ativamente os alunos, tornando-os protagonistas no desenvolvimento de competências como pensamento crítico, reflexão, colaboração e autonomia, que são essenciais para uma compreensão profunda dos conceitos matemáticos.

Esses elementos são impulsionados pela comunicação e pelas interações que o professor promove em sala de aula, criando um ambiente em que o diálogo facilita a troca de ideias e a justificação de raciocínios é valorizada. Isso gera um espaço de construção coletiva do conhecimento, no qual os alunos se sentem mais engajados e participantes. Além disso, a mudança na prática docente se reflete em processos avaliativos mais formativos e contínuos, permitindo ao professor monitorar o progresso dos alunos e fornecer feedbacks regulares, ajudando-os a melhorar de forma contínua. Essas mudanças não apenas aumentam a motivação dos alunos para aprender matemática, mas também ampliam sua compreensão dos conceitos, favorecendo uma aprendizagem mais significativa e duradoura.

A continuidade desta pesquisa poderá valorizar ou explorar diferentes contextos que apoiem tanto o desenvolvimento profissional dos professores quanto as práticas de sala de aula, influenciadas pela comunicação e pela resolução de problemas. Além disso, as novas pesquisas poderão contribuir para o desenvolvimento de estratégias e ferramentas que auxiliem o trabalho docente e inspirem novas abordagens pedagógicas, não apenas na área da Matemática, mas nas diversas áreas do conhecimento, promovendo a melhoria do ensino e da aprendizagem no Ensino Médio.

REFERÊNCIAS

- ABRANTES, W. G. B; CREMONTTI, J. L. **Desdobramentos do ensino de Matemática remoto em tempos de isolamento social: avanços e obstáculos**. In: Congresso Nacional de Educação, 2020.
- ALMEIDA, L. G. **Pesquisa na Educação Matemática**. São Paulo: Edusp, 2007.
- ALMEIDA, M. A. A. **Educação Matemática: Desafios e Perspectivas**. Porto Alegre: Penso, 2011.
- ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. **Diálogo e Aprendizagem em Educação Matemática**. Tradução de Orlando de Andrade Figueiredo. 2ª Edição, Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2010.
- AMORIM, L. F. **Cenários Investigativos na Educação Matemática**. Lisboa: Escolar Editora, 2019.
- ARAUJO, A; BORRALHO, A. **Comunicação Matemática e Aprendizagens: Episódios numa Sala de Aula dos Anos Iniciais**. E-book: processos educativos em ciências da natureza, 2020.
- ARTIGUE, M. Learning mathematics in a CAS environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. **International Journal of Computers for Mathematical Learning**, vol. 7, pp. 245-274, 2002.
- BICUDO, M.A.V. **Pesquisa em Educação Matemática**. Pró-Posições, vol. 4, nº 1(10), março de 1993.
- BISHOP, A.; GOFFREE, F. **Classroom Organization and Dynamics**. In B. Christiansen, A. Howson & M. Otte (Eds.), *Perspectives on mathematics education* (pp. 309-365). Dordrecht: D. Reidel, 1986.
- BOAVIDA, A. M; PONTE, J. P. **Investigação Colaborativa: potencialidades e problemas**. In GTI (Org), *Refletir e investigar sobre a prática profissional* (pp. 43-55). Lisboa: APM, 2002.
- BOGDAN, R. C.; BIKLEN, S. K. **Investigação Qualitativa em Educação: uma Introdução à Teoria e aos Métodos**. Portugal: Porto Editora, 1994.
- BORDENAVE, J. E. D. **O que é comunicação?** Coleção Primeiros Passos, 67. Editora Brasiliense, 1997.
- BORBA, M.C. **The future of mathematics education since COVID-19: humans-with-media or humans-with-non-living-things**. *Educ Stud Math*, **108**, p. 385–400, 2021
- BRASIL, Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental - Matemática.** Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica. **Formação de professores do ensino médio, Etapa II - Caderno V: Matemática / Ministério da Educação.** [autores: Ana Paula Jahn... *et al.*]. Curitiba: UFPR/Setor de Educação, 2014.

CAI, J.; KOICHU, B.; ROTT, B.; ZAZKIS, R.; JIANG, C. **Mathematical problem posing: task variables, processes, and products.** In: FERNÁNDEZ, C.; LLINARES, S.; GUTIÉRREZ, A.; PLANAS, N. (Org.). *Proceedings of the 45th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, v. 1, Alicante, Spain: PME, p. 119-145, 2022.

CANAVARRO, A. P.; OLIVEIRA, H.; MENEZES, L. **Práticas de ensino exploratório da Matemática: ações e intensões de uma professora.** In: PONTE, J. P. (Org.). *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática*. Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, p. 217-233, 2014.

CÂNDIDO, P. T. **Comunicação em Matemática.** In: SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. (Org.). *Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática*. Porto Alegre: Artmed, p. 15-28, 2001,

CARVALHO, R.; PONTE, J. P. **O papel das tarefas no desenvolvimento de estratégias de cálculo mental com números racionais.** In: PONTE, J. P. (Org.). *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática*. Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, p. 31-54, 2014.

CRAIG, T.; MORGAN, C. **Language and communication in mathematics education.** In: CHO, S. J. *The proceedings of the 12th international congress on mathematical education*. Springer, Cham, p. 529-533, 2015.

CHAPMAN, O. **Teachers' conceptions and use of mathematical contextual problems in:** Canada. In: VERSCHAFFEL, L.; GREER, B.; DOOREN, W. V.; MUKHOPADHYAY, S. (Orgs.). *Words and worlds: Modelling verbal descriptions of situations*. Rotterdam: Sense Publishers, p. 227-244, 2009a

CHAPMAN, O. **High school mathematics teachers' inquiry-oriented approaches to teaching algebra.** *Quadrante*, v. 22, n. 2, p. 5-28, 2013.

CHAPMAN, O. **Mathematics teachers' knowledge for teaching problem solving.** *LUMAT: International Journal on Math, Science and Technology Education*, v. 3, n. 1, p. 19-36, 2015.

CRESWELL, J. W. **Investigação qualitativa e projeto de pesquisa-** tradução: Sandra Mallmann da Rosa; revisão técnica: Dirceu da Silva. – 3ª. Edição, Porto Alegre, Editora Penso, 2014.

CRESWELL, J. W.; POTTH, C. N. **Qualitative Inquiry and Research Design: Choosing Among Five Approaches** – SAGE, 4ª Edição, 2018.

CRESWELL, J. **The Social Constructivist Worldview.** Em <http://folksonomy.co/?permalink=3210>. Acesso em: 28/03/2022.

DENZIN, N. K. *The research act: A theoretical introduction to sociological methods*. Routledge, 1978.

DENZIN, N.K.; LINCOLN, Y.S. **Qualitative research**. The SAGE Handbook, 3ª edição, 2005.

DENZIN, N.K.; LINCOLN, Y.S. **Qualitative research**. The SAGE Handbook, 5ª edição, 2018.

FELMER, P.; LILJEDAHN, P.; KOICHU, B. **Problem Solving in Mathematics Instruction and Teacher Professional Development**. Research Mathematics Education, Series Editors: Jinfa Cai e James A. Middleton, Springer, 2019.

FONSECA, J. A. **Comunicação na Sala de Aula de Matemática**. Rio de Janeiro: LTC, 2009.

GARCÍA, M. R. **La psicología social como fuente teórica de la comunicología: Breves reflexiones para explorar un espacio conceptual común**. Andamios, v. 3, n. 5, p. 163-184, 2006.

GATTI, B. A. **Formação de professores, complexidade e trabalho docente**. Revista Diálogo Educacional, v. 17, n. 53, p. 721-737, 2017.

GELLERT, U.; AMATO, S.; BAIRRAL, M.; ZANETTE, L.; BLOCH. **Practising mathematics teacher education: Expanding the realm of possibilities**. In: EVEN, R.; BALL, D. L (Orgs.). *The professional education and development of teachers of mathematics*. Springer, p. 35-55, 2009.

GODINO, J.; LLINARES, S. **El interaccionismo simbólico en educación matemática**. Revista Educación Matemática, v. 12, n. 1, p. 70-92, 2000.

GUERREIRO, A.; MENEZES, L. **Comunicação matemática: na busca de um entendimento comum**. In: Gomes, H.; MENEZES, L.; CABRITA, I. (Orgs.). *Atas do XXI Seminário de Investigação em Educação Matemática*. Aveiro: APM, p. 137-143, 2010.

GUERREIRO, A. **Comunicação no ensino-aprendizagem da Matemática: práticas no 1º ciclo do Ensino Básico**. Tese (Doutorado em Educação) – Instituto de Educação, Universidade de Lisboa. Lisboa, 2011.

GUERREIRO, A. **Comunicação matemática: o reconhecimento, pelos professores, da singularidade dos conhecimentos matemáticos dos alunos**. Da investigação às práticas, v. 3, n. 2, p. 31-52, 2013.

GUERREIRO, A. **Comunicação matemática na sala de aula: conexões entre questionamento, padrões de interação, negociação de significados e normas sociais e sociomatemáticas**. In: PONTE, J. P. (Org.). *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática*. Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, p. 237-257, 2014.

GUERREIRO, A.; FERREIRA, R. A. T.; MENEZES, L.; MARTINHO, M. H. **Comunicação na sala de aula: a perspectiva do ensino exploratório da Matemática**. Zetetiké, v. 23, n. 44, p. 279-295, 2015.

JICK, Todd J. **Mixing qualitative and quantitative methods: Triangulation in action.** Administrative science quarterly, v. 24, n. 4, p. 602-611, 1979.

KOICHU, B., KELLER, N. **Creating and Sustaining Online Problem Solving Forums: Two Perspectives.** In: Liljedahl, P., Santos-Trigo, M. (eds) Mathematical Problem Solving. ICME-13 Monographs. Springer, 2019.

KOICHU, B. **Mathematical Problem Solving in Choice-Affluent Environments.** In: KAISER, G.; FORGASZ, H.; GRAVEN, M.; KUZNIAK, A.; SIMMT, E.; XU, B. (Orgs.). Invited Lectures from the 13th International Congress on Mathematical Education. Springer, p. 307-324, 2018.

KOICHU, B.; PINTO, A. **Developing Education Research Competencies in Mathematics Teachers Through TRAIL: Teacher-Researcher Alliance for Investigating Learning.** Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, n. 18, v. 1, p. 68-85, 2018.

KOICHU, B. **A Discursively Oriented Conceptualization of Mathematical Problem Solving.** In: FELMER, P.; LILJEDAHN, P.; KOICHU, B. (Orgs.). Problem Solving in Mathematics Instruction and Teacher Professional Development. Springer, p. 43-66, 2019.

KOICHU, B. **Problem posing in the context of teaching for advanced problem solving.** International Journal of Educational Research, v. 102, p. 1-13, 2020.

KOICHU, B., COOPER, J., & WIDDER, M. **Implementation of Problem Solving in School: From Intended to Experienced.** Implementation and Replication Studies in Mathematics Education, v. 2, n. 1, p. 76-106, 2022.

LILJEDAHN, P.; CAI, J. **Empirical research on problem solving and problem posing: a look at the state of the art.** ZDM - Mathematics Education, v. 53, n. 4, p. 723-735, 2021.

MARTINHO, M. H.; PONTE, J. P. **Comunicação na sala de aula de Matemática: práticas e reflexões de uma professora de Matemática.** In: BROCARD, J.; MENDES, F.; BOAVIDA, A. M. (Orgs.). Atas do XVI Seminário de Investigação em Educação Matemática. Lisboa: APM, p. 273-293, 2005.

MARTINHO, M. H. **A Comunicação na Sala de Aula de Matemática: Um Projeto Colaborativo com Três Professoras do Ensino Básico.** Tese (Doutorado em Educação, Especialidade: Didática da Matemática) – Universidade de Lisboa, 2007.

MAXWELL, J. A. **Quantitative systematic statistics, research has a detailed.** Handbook of emergent methods, v. 461, 2013.

MENEZES, L. **O discurso da aula de Matemática.** Revista Educação e Matemática, n. 44, p. 5-11, 1997.

MENEZES, L.; NACARATO, A. M. **Comunicação no ensino e na aprendizagem da Matemática.** Quadrante, v. 29, n. 2, p. 1-5, 2020.

MENEZES, L.; TOMÁS FERREIRA, R. A.; MARTINHO, M. H.; GUERREIRO, A. **Comunicação nas práticas letivas dos professores de Matemática.** In: PONTE, J. P.

(Org.). *Práticas Profissionais dos professores de Matemática*. Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, p. 135-161, 2014.

MESTRE, C.; OLIVEIRA, H. **A construção coletiva da generalização num contexto de ensino exploratório com alunos do 4º ano**. In: PONTE, J. P. (Org.). *Práticas Profissionais dos professores de Matemática*. Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, p. 283-308, 2014.

NACARATO, A. M. **A escrita nas aulas de Matemática: diversidade de registros e suas potencialidades**. *Revista Leitura: teoria & prática*, Campinas, v. 31, n. 61, p. 63-79, 2013.

NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. **Princípios e Normas para Matemática Escolar**. Edição Portuguesa. Associação de Professores de Matemática – APM. Tradução Magda Melo. 1ª Edição, Lisboa, 2007.

PASSOS, C. L. B.; NACARATO, A. M. **Trajetória e perspectivas para o ensino de Matemática nos anos iniciais**. *Revista de Estudos Avançados*, v. 32, n. 94, p. 119-135, 2018.

PINTO, A. KOICHU, B. **Implementation of mathematics education research as crossing the boundary between disciplined inquiry and teacher inquiry**. *ZDM - Mathematics Education*, v. 53, n. 5, p. 1085-1096, 2021.

POLYA, G. **How to solve it**. Princeton University Press, 1945.

PONTE, J. P. *Práticas e representações das práticas dos professores de Matemática*. *Quadrante*, vol. 3, pp. 7-24, 1994.

PONTE, J.P.; MARTINHO, M. H. **A comunicação na sala de aula de Matemática: um campo de desenvolvimento profissional do professor**. In: BROCARD, J.; MENDES, F.; BOAVIDA (Orgs.), *Atas do V Congresso Ibero-Americano de Educação Matemática* (CD-ROM), 2005.

PONTE, J. P. **Estudos de Caso em Educação Matemática**. *Bolema - Boletim de Educação Matemática*, v. 19, n. 25, p. 105-132, 2006.

PONTE, J. P.; CHAPMAN, O. **Mathematics teachers' knowledge and practices**. In: GUTIÉRREZE, A.; BOERO, P. (Orgs). *Handbook of research on the psychology of mathematics education*. Brill, p. 461-494, 2006.

PONTE, J.P.; CARVALHO, R.; MATA-PEREIRA, J.; QUARESMA, M. **Ações do professor na condução de discussões matemáticas**. *Quadrante*, v. 26, n. 2, p. 55-80, 2013.

PONTE, J. P. **Tarefas no ensino e na aprendizagem da Matemática**. In: PONTE, J. P. (Org.). *Práticas Profissionais dos professores de Matemática*. Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, p. 13-27, 2014.

PONTE, J. P.; QUARESMA, M.; MATA PEREIRA, J.; BAPTISTA, M. **Exercícios, problemas e explorações: Perspectivas de professoras num estudo de aula**. *Quadrante*, v. XXIV, nº 2, 2015.

PONTE, J.P., CARVALHO, R., MATA-PEREIRA, J., QUARESMA, M. **Investigação baseada em design para compreender e melhorar as práticas educativas**. Quadrante, v. 25, n. 2, p. 77-98, 2016.

POSAMENTIER, A. S., KRULIK, S. **A arte de motivar os estudantes do ensino médio para a Matemática**. Tradução de Roberto Cataldo Costa. Porto Alegre: AMGH Editora, 2014.

QUARESMA, M.; PONTE, J. P. **A comunicação na sala de aula numa abordagem exploratória no ensino dos números racionais no 5º ano**. In: PONTE, J. P. (Org.). *Práticas Profissionais dos professores de Matemática*. Instituto de Educação da Universidade de Lisboa, p. 261-279, 2014.

RODRIGUES, C.; MENEZES, L.; PONTE, J. P. **Práticas de discussão em sala de aula de Matemática: os casos de dois professores**. Bolema, Rio Claro-SP, v. 32, n 61, p. 398-418, Agosto de 2018.

ROTT, B.; SPECHT, B.; KNIPPING, C. **A descriptive phase model of problem-solving processes**. ZDM Mathematics Education, n 53, p. 737–752, 2021.

SALGADO, C. R. **Cenários Investigativos para o Ensino da Matemática**. Porto Alegre: Penso, 2021.

SCHOENFELD, A. H. **Mathematical problem solving**. Orlando, FL: Academic Press, 1985.

SCHOENFELD, A. H. **Reflections on 50 years of research & development in science: education: What have we learned? And where might we be going?** In A. Hofstein, A. Arcavi, B. Eylon, & A. Yarden (Eds.) *Long-term research and development in science education*, p. 387-412, Brill, 2021.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. **Matemática Ensino Médio**. vol. 1, 6ª Edição, Editora Saraiva, São Paulo, 2010.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. **Matemática para compreender o mundo: Ensino Médio**. Editora Artmed, 2001.

STEIN, M. K.; ENGLE, R. A.; SMITH, M.; HUGHES, E. K. **Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell**. Mathematical Thinking and Learning, 10, p. 313-340, 2008.

THOMÁS FERREIRA, R. A. **Comunicação matemática no processo de ensino-aprendizagem: práticas e desafios**. Revista Educação e Matemática, n. 149, p. 1-1, 2018.

THOMÁS FERREIRA, R. A. **Comunicação e aprendizagem matemática**. Revista Educação e Matemática, n. 153, p. 18-30, 2020.

VALE, I., PIMENTEL, T., BARBOSA, A. **Ensinar matemática com resolução de problemas**. Quadrante, v. 24, n. 2, p. 39-60, 2015.

VALE, I.; BARBOSA, A. **The Importance of Seeing in Mathematics Communication**. Journal of the European Teacher Education Network, v. 12, p. 49-63, 2017.

VALE, I.; BARBOSA, A. **O contributo de uma Gallery Walk para promover a comunicação matemática.** Revista Educação e Matemática, n. 149, p. 2-8, 2018.

YIN, R. K. **Pesquisa Estudo de Caso – Desenho e Métodos.** Bookman, 2ª Edição, Porto Alegre, 1994.

YIN, R. K. **Pesquisa estudo de caso.** Porto Alegre: Bookman. 2001.

ZAKS, R; KOICHU, B. **How do teachers adopt autonomous problem solving as a classroom practice?** In C. Fernández, S. Llinares, A. Gutiérrez, & N. Planas (Eds.), Proceedings of the 45th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 4, pp. 147-154, PME, 2022.

ANEXOS

Perguntas do Questionário (Google Forms)

1. Endereço de e-mail
2. Nome completo
3. Formação
4. Disciplina (s) que leciona
5. Etapa (s) de ensino em que atua ou já atuou
6. Há quantos anos leciona? (Informar o tempo em cada etapa que atua ou atuou)
7. Qual a sua expectativa em relação a parceria de coaprendizagem que iremos vivenciar nesta pesquisa?
8. Gostaria que você compartilhasse aqui um problema que você já abordou em sala de aula ou que você gostaria de abordar, ou um problema que goste ou tenha afinidade ou que acha interessante
9. Considerando o currículo vivenciado por você neste ano letivo de 2022, quais conteúdos você abordará neste período final do ano letivo? (Considerando os meses de setembro a dezembro de 2022).

Problemas de Matemática deixados pelos professores no questionário (Google forms)

Professora A:

1. Uma questão de Lógica:
 - a. Temos cinco casas.
 - b. O inglês vive na casa vermelha.
 - c. O brasileiro é dono do cachorro.
 - d. Na casa verde se bebe café.
 - e. A casa verde está situada ao lado e à direita da casa cinzenta. (À “direita” quer dizer: “à direita do leitor”)
 - f. O espanhol bebe chá.
 - g. O estudante de Psicologia possui macacos.
 - h. Na casa amarela se estuda Filosofia.
 - i. Na casa do meio se bebe leite.
 - j. O norueguês vive na primeira casa.
 - k. O senhor que estuda lógica, vive numa casa vizinha à do homem que tem uma raposa.
 - l. Na casa vizinha à casa em que se guarda o cavalo, estuda-se Filosofia.
 - m. O estudante que se dedica a Estudos Sociais bebe suco de laranja.
 - n. O japonês estuda Metodologia.
 - o. O norueguês vive na casa ao lado da azul.

PERGUNTA-SE: QUEM É O DONO DA ZEBRA? QUEM BEBE ÁGUA?

Esclarecimentos:

- Cada uma das casas está pintada de uma cor diferente.
- seus moradores são de diferentes nacionalidades.
- têm diferentes animais.
- bebem diferentes bebidas.
- estudam diferentes matérias.

Professor B:

Um casal e seu filho foram a uma pizzeria jantar. O pai comeu $\frac{3}{4}$ de uma pizza. A mãe comeu $\frac{2}{5}$ da quantidade que o pai havia comido. Os três juntos comeram

exatamente duas pizzas, que eram do mesmo tamanho. Qual a fração de uma pizza que o filho comeu?

Professor C:

2. Em uma caixa há 10 bolas idênticas, numeradas de 1 a 10. O número de cada bola corresponde a um dos pontos da figura, os quais dividem a circunferência em 10 partes iguais. Nos itens a seguir, considere que as bolas são retiradas ao acaso, uma a uma e sem reposição.

- a) Se forem retiradas duas bolas, qual é a probabilidade de que o segmento determinado pelos pontos correspondentes seja um diâmetro da circunferência?
- b) Se forem retiradas três bolas, qual é a probabilidade de que os pontos correspondentes sejam vértices de um triângulo retângulo?
- c) Se forem retiradas quatro bolas, qual é a probabilidade de que os pontos correspondentes sejam vértices de um retângulo?

Professor D:

3. A família de Carlos é formada por 5 pessoas: ele, sua esposa Ana e mais 3 filhos, que são Carla, Vanessa e Tiago. Eles desejam tirar uma foto da família para enviar como presente ao avô materno das crianças.

Determine o número de possibilidades de os membros da família poderem se organizar para tirar a foto e de quantas formas possíveis Carlos e Ana podem ficar lado a lado.

Outros problemas

1. Uma das tarefas de uma estação de uma linha de montagem é a escolha e instalação de um eixo numa bucha. O funcionário encarregado da instalação é abastecido de eixos e buchas e faz o teste para ver se eles se ajustam. Eles se ajustam se, e somente se, ambos têm o mesmo tamanho. Qual a probabilidade de que um eixo escolhido aleatoriamente se ajuste a uma bucha escolhida aleatoriamente?

	Eixo	Bucha
Tamanho Padrão	0,94	0,90
Tamanho grande	0,04	0,05
Tamanho pequeno	0,02	0,05

2. Um professor tem que ler 32 trabalhos de seus alunos. Nos primeiros 40 minutos ele lê 5. Admitindo-se que ele continue a ler no mesmo ritmo, quanto tempo levará para ler todos os trabalhos?
3. Considere que um caixote de madeira usado para carregar laranjas pese 2kg. E que uma laranja pesa em média 0,2 kg. Qual o peso total de um caixote que contém 20 laranjas?

Tarefa replanejada

1. Um agricultor tem 39 filas de cajueiros plantados e produzindo em seu terreno. Cada uma delas com 26 árvores.

a. Se uma árvore produz, em média, 15 caixas de caju, quantas caixas de caju esse agricultor espera colher de todas as árvores?

b. Se a caixa de caju pode ser vendida por R\$4,25, qual a receita esperada pelo agricultor para a colheita?

c. Sabendo que o caju também pode ser vendido separadamente da castanha e que cada cajueiro pode produzir, em média, 9 kg de castanha quando a safra é boa, quantos quilos de castanha esse agricultor poderia produzir com essa plantação?

d. Tendo a castanha um valor comercial maior que o caju, esse agricultor poderia vender sua produção de castanha a um feirante local a um custo de R\$15,00 o quilo. Assim, quanto obteria pela venda de toda a produção de castanha?

e. Ao comprar a castanha do agricultor, o feirante revende essa castanha já assada e descascada tendo uma redução de 440g em cada quilo que comprou, porém, o preço da revenda passaria a ser de R\$35,00 o quilo. Esse feirante teria maior ou menor lucro que o agricultor? De quanto?

f. Se o agricultor resolvesse vender sua produção de castanha na feira, toda semana, já assada e descascada, ele teria alguma vantagem? Por quê?