

**MNPEF**  
Mestrado Nacional  
Profissional em  
Ensino de Física

**unesp**   
UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"  
Campus de Presidente Prudente



Renato Alvarenga Pedroso

ATIVIDADES EXPERIMENTAIS MULTIDISCIPLINARES COM  
ESPELHOS PLANOS E A  
CONSTRUÇÃO E UTILIZAÇÃO DE UM SEXTANTE DE BAIXO  
CUSTO

Presidente Prudente  
Setembro de 2016

**MNPEF**  
Mestrado Nacional  
Profissional em  
Ensino de Física

**unesp**  
UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
"JÚLIO DE MESQUITA FILHO"  
Campus de Presidente Prudente



## ATIVIDADES EXPERIMENTAIS MULTIDISCIPLINARES COM ESPELHOS PLANOS E A CONSTRUÇÃO E UTILIZAÇÃO DE UM SEXTANTE DE BAIXO CUSTO

Renato Alvarenga Pedroso

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação da Faculdade de Ciências e Tecnologia da UNESP, no Curso de Mestrado Profissional de Ensino de Física (MNPEF), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Orientador: Prof. Dr. Angel Fidel Vilche Peña

Presidente Prudente  
Setembro de 2016

Pedroso, Renato Alvarenga.

P417a      Atividades experimentais multidisciplinares com espelhos planos e a construção e utilização de um sextante de baixo custo / Renato Alvarenga  
Pedroso. - Presidente Prudente : [s.n.], 2016  
61 f.

Orientador: Angel Fidel Vilche Peña  
Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciências e Tecnologia  
Inclui bibliografia

1. Ensino de Física. 2. Experimentos com espelhos planos. 3. Motivação.  
I. Peña, Angel Fidel Vilche. II. Universidade Estadual Paulista. Faculdade de Ciências e Tecnologia. III. Título.

ATIVIDADES EXPERIMENTAIS MULTIDISCIPLINARES COM ESPELHOS  
PLANOS E A  
CONSTRUÇÃO E UTILIZAÇÃO DE UM SEXTANTE DE BAIXO CUSTO

Renato Alvarenga Pedroso

Orientador:  
Prof. Dr. Angel Fidel Vilche Peña

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação da Faculdade de Ciências e Tecnologia da UNESP, no Curso de Mestrado Profissional de Ensino de Física (MNPEF), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

Aprovado por:

---

Dr. Angel Fidel Vilche Peña

---

Dr. Luciano Gonsalves Costa

---

Dr. Maurício Antonio Custódio de Melo

Presidente Prudente  
Setembro de 2016

*A Suélen, Kéren e  
Raquel (por vir).  
A meus pais, Sebastião  
e Noêmia, que sempre  
me apoiaram.*

ATIVIDADES EXPERIMENTAIS MULTIDISCIPLINARES COM ESPELHOS  
PLANOS E A  
CONSTRUÇÃO E UTILIZAÇÃO DE UM SEXTANTE DE BAIXO CUSTO

Renato Alvarenga Pedroso

Orientador:  
Angel Fidel Vilche Peña

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação da Faculdade de Ciências e Tecnologia da UNESP, no Curso de Mestrado Profissional de Ensino de Física (MNPEF), como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de Mestre em Ensino de Física.

## **RESUMO**

Problemas com alguns laboratórios de Física podem ser observados em escolas públicas (Alves e Stachak, 2005). Esses, em geral, são laboratórios de Ciências, onde não são encontrados equipamentos para experimentação em Física e, quando são encontrados podem não ser suficientes para um bom trabalho. Outra observação importante diz respeito aos problemas de desmotivação nas atividades escolares por parte dos alunos, prejudicando o aprendizado desses estudantes. Esse trabalho visa o desenvolvimento de atividades práticas fazendo o uso de espelhos planos para auxílio da concepção do conceito básico de reflexão em óptica na Física e de reta numérica, simetria, ângulo, polígonos e reflexão no plano em Matemática. A metodologia consiste na aplicação de roteiros experimentais envolvendo espelhos planos na própria sala de aula. Em um segundo momento, o presente trabalho, também consiste na elaboração de um sextante de baixo custo e atividades, com esse instrumento óptico, relacionadas à aplicação de conceitos de trigonometria, reflexão e coordenadas celestes através de roteiros experimentais contextualizados.

Palavras-chave: Ensino de Física. Experimentos com espelhos planos. Motivação.

EXPERIMENTAL MULTIDISCIPLINARY ACTIVITIES WITH MIRRORS PLANS  
AND THE  
CONSTRUCTION AND USE OF A LOW COST SEXTANTE

Renato Alvarenga Pedroso

Supervisor:  
Angel Fidel Vilche Peña

Master's dissertation submitted to the Graduate Program of the Faculty of Sciences and Technology UNESP, in the Course of Professional Master of Physical Education (MNPEF) as part of the requirements for obtaining the Master's degree in Physical Education.

**ABSTRACT**

Problems with some physics laboratories can be observed in public schools (Alves and Stachak, 2005). These generally are science laboratories, which are not found equipment for experiments in physics and, when they are found may not be enough for a good job. Another important observation concerns the motivation problems in school activities by students, impairing learning of these students. This work aims to develop practical activities making use of flat mirrors to aid the basic concept of design in optical reflection in physics and number line, symmetry angle polygons and reflection on the level in mathematics. The methodology involves the application of experimental scripts involving flat mirrors in their classroom. In a second step, this work also is the development of a sextant low cost and activities, with this optical instrument, related to the application of trigonometry concepts, reflection and celestial coordinates through contextualized experimental scripts.

Keywords: Physics Teaching. Experiments with flat mirrors. Motivation.

## SUMÁRIO

|                                                                                       |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Introdução .....                                                                      | 9  |
| Capítulo 1 - Fundamentação teórica .....                                              | 12 |
| 1.1. Aprendizagem Significativa .....                                                 | 12 |
| 1.2. Motivação .....                                                                  | 13 |
| Capítulo 2 - O espelho plano e a reflexão da luz em espelhos planos.....              | 15 |
| 2.1. O Espelho Plano .....                                                            | 15 |
| 2.2. Simetria .....                                                                   | 15 |
| 2.3. Reflexão da luz em espelhos planos.....                                          | 16 |
| 2.4. Rotação de um espelho plano .....                                                | 19 |
| 2.5. Associação de dois espelhos planos .....                                         | 20 |
| Capítulo 3 - Metodologia.....                                                         | 22 |
| 3.1. Local do desenvolvimento da pesquisa .....                                       | 22 |
| 3.2. Sujeitos da pesquisa.....                                                        | 22 |
| 3.3. Ferramentas para coleta de dados.....                                            | 22 |
| 3.4. O sextante de baixo custo .....                                                  | 23 |
| Capítulo 4 – Resultados e discussão .....                                             | 25 |
| 4.1. Simetria .....                                                                   | 25 |
| 4.2. Polígonos e Ângulos.....                                                         | 26 |
| 4.3. Associação de dois espelhos planos .....                                         | 27 |
| 4.4. Leis da reflexão .....                                                           | 28 |
| 4.5. Reflexão no plano cartesiano .....                                               | 28 |
| 4.6. Microscópio.....                                                                 | 29 |
| 4.7. Atividades com Sextante .....                                                    | 30 |
| 4.7.1. Determinação da altura linear de um objeto .....                               | 30 |
| 4.7.2. Determinação da distância até um objeto vertical .....                         | 30 |
| 4.7.3. Paralaxe.....                                                                  | 31 |
| Conclusão .....                                                                       | 32 |
| Referências Bibliográficas.....                                                       | 34 |
| Apêndice A - Roteiro experimental e questionário (simetria).....                      | 36 |
| Apêndice B - Roteiro experimental e questionário (polígonos e ângulos).....           | 38 |
| Apêndice C - Roteiro experimental e questionário (associação de espelhos planos)..... | 40 |
| Apêndice D - Roteiro experimental e questionário (leis da reflexão) .....             | 41 |

|                                                                                      |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Apêndice E - Roteiro experimental e questionário (reflexão no plano cartesiano)..... | 42 |
| Apêndice F - Manual de desenvolvimento do Sextante de baixo custo .....              | 43 |
| O Sextante .....                                                                     | 43 |
| A construção do Sextante de baixo custo .....                                        | 48 |
| Montagem do instrumento .....                                                        | 49 |
| Calibragem dos espelhos .....                                                        | 53 |
| Material utilizado e custos.....                                                     | 55 |
| Apêndice G - Atividades com Sextante.....                                            | 57 |
| Determinação da altura linear de um objeto.....                                      | 57 |
| Determinação da distância até um objeto vertical .....                               | 58 |
| Paralaxe .....                                                                       | 59 |
| Determinação da latitude local baseado na declinação de um astro.....                | 61 |
| Distância angular entre estrelas .....                                               | 61 |
| Diâmetro aparente da Lua .....                                                       | 61 |

## **Introdução**

Atuando como professor de Física e Matemática na rede pública de ensino, o autor observou em alguns casos, um alto nível de dificuldade de abstração por parte de alguns alunos em alguns conceitos básicos da óptica. No caso da Matemática, parte dos alunos possui dificuldades na concepção da representação de números negativos, simetria, ângulos e polígonos. Com esta má interpretação, os conteúdos passam a ficar desinteressantes e/ou complicados para o estudante que, desmotivado, acaba por desenvolver um bloqueio em sua aprendizagem (Alves e Stachak, 2005).

Nesse trabalho, pretende-se desenvolver atividades práticas para facilitar o ensino de Física e Matemática fazendo o uso de espelhos planos como recurso didático e utilizando-os no desenvolvimento de um Sextante de baixo custo, uma ferramenta didática multidisciplinar no processo de ensino e aprendizagem. O espelho plano é um objeto que faz parte do cotidiano de todas as pessoas, por isso a importância desse simples instrumento como um objeto de aprendizagem. Nas atividades aplicadas, teve-se o auxílio de dois professores de Matemática do Ensino Fundamental (Sétimos e Oitavos anos) e, se possível, devo aplicar outras intervenções contando com o auxílio de um ou mais professores de Matemática dos Ensinos Fundamental (9º ano) e Médio (2ª série) da escola onde atuo como professor de Física.

Os espelhos utilizados nas atividades são emprestados do laboratório de Física da Universidade Estadual Paulista de Presidente Prudente. Porém é um material de fácil aquisição, sendo descartado em certas vidraçarias.

Conhecendo a atual situação das salas de aula, no que tange aos aspectos como desmotivação e desatenção de alunos, urge desenvolver os melhores meios possíveis para o ensino. A experimentação, desde que bem conduzida, pode ser uma ferramenta essencial para contribuir significativamente para o conhecimento, como tem sido frisada por muitos autores (Alves e Stachak, 2005).

Segundo Laburú (2006), para um experimento ter qualidade cativante para o aluno, deve-se avançar no conceito da idéia de novidade e essa idéia explora duas dimensões, a saber: A de apelo à satisfação de baixo nível, que instiga a motivação recorrendo ao bizarro, ao lúdico, à fantasia, e atua na esfera sensorial. E, a de satisfação de alto nível, pretende instigar a motivação,

invocando a maestria, com o objetivo de solucionar problemas ou de recorrer à competência intelectual. Desta forma, os aspectos como a novidade e o entretenimento estão em primeiro plano, mas o intuito por detrás desses aspectos visa aprimorar o conhecimento dos alunos.

Alguns pesquisadores apontam a importância de atividades práticas, como material concreto para o ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos (Novello et al, 2009):

“A Matemática tem sido abordada de forma abstrata, com poucas demonstrações concretas e problematização dos conceitos com a realidade, fato esse que dificulta o entendimento dos discentes e como consequência muitos passam a não gostar da área exata. E é nesse contexto, que os materiais concretos se configuram em uma possibilidade de recurso para ser inserido no currículo, criando o elo entre teoria/prática minimizando as rupturas da articulação do cotidiano para o saber escolar. [...] Estudos mostram que o material concreto tem possibilitando que os estudantes estabeleçam relações entre as situações experienciadas na manipulação de tais materiais e a abstração dos conceitos estudados” (NOVELLO et al, 2009)

E ainda, sobre a problemática da abstração das aulas, Alves e Stachak (2005) mencionam:

“Atualmente, o ensino é visto como um objeto abstrato, longe da realidade dos alunos, o qual gera um desinteresse total pelo trabalho escolar. Os alunos preocupam-se apenas com a nota e com a promoção, os assuntos estudados são logo esquecidos e aumentam os problemas de disciplina. Isso agrava também aos professores refletindo-se diretamente no aumento da problemática que se enfrenta no ensino médio. Alunos cada vez mais desinteressados estão bloqueados, o raciocínio lógico não foi desenvolvido de uma maneira satisfatória, e aí o problema se agrava”. (ALVES e STACHAK, 2005)

É importante ressaltar que a atividade experimental não é por si só, necessariamente uma prática plena no processo de ensino e aprendizagem do aluno, sendo necessária a intervenção do professor no processo, como afirma Gaspar e Monteiro (2005):

“[...] é importante destacar que a demonstração experimental em sala de aula não é um recurso pedagógico auto-suficiente - como reiteradamente afirmamos ao longo deste trabalho, ela depende da ação do professor, de sua capacidade de fazê-la funcionar adequadamente e de torná-la um elemento desencadeador de interações sociais profícuas.” (GASPAR e MONTEIRO, 2005)

Com a aplicação das atividades práticas propostas, espera-se facilitar a abstração por parte dos alunos, de alguns conceitos de Física ou Matemática abordados, de maneira que, ao manipular os materiais, o aluno motivado venha interagir com o objeto de aprendizagem e alcançar uma aprendizagem significativa.

A presente dissertação foi dividida em quatro Capítulos, Conclusão, Referências bibliográficas e Apêndices:

O Capítulo I apresenta o *Referencial Teórico* utilizado na dissertação.

Já o Capítulo II destina-se à história, aplicações e *Espelho plano e a reflexão da luz em espelhos planos*.

O Capítulo III, *Metodologia*, descreve como foi realizada a investigação para o desenvolvimento desta pesquisa. A abordagem metodológica do processo, dos elementos de coleta e a forma de análise dos dados.

No Capítulo IV são apresentados os *Resultados e discussões* sobre as análises resultantes do trabalho.

A *Conclusão* dos dados analisados no capítulo anterior, busca responder os objetivos centrais e gerais dessa dissertação. Apresenta também uma contribuição àqueles que venham a utilizar o produto educacional.

As *Referências Bibliográficas* são as utilizadas no desenvolvimento desse trabalho.

Os Apêndices, ao final do trabalho, possuem os roteiros experimentais desenvolvidos para as atividades com espelhos planos e com Sextante, uma síntese histórica sobre o Sextante, assim como as instruções de montagem e utilização do mesmo.

### **Fundamentação Teórica**

#### **1.1. Aprendizagem significativa**

De acordo com Moreira (1999), podem-se distinguir três tipos gerais de aprendizagem, sendo elas a aprendizagem *cognitiva*, *afetiva* e *psicomotora*. A aprendizagem cognitiva resulta do armazenamento organizado de informações (estrutura cognitiva) na mente do aprendiz. A aprendizagem afetiva resulta de sinais internos do indivíduo, podendo ser identificada com experiências como o prazer, satisfação, alegria, etc. Essa aprendizagem é concomitante com a cognitiva, pois algumas experiências afetivas sempre acompanham as cognitivas. A aprendizagem psicomotora envolve respostas musculares adquiridas por meio de treinos e prática.

A Teoria de Ausubel, apud Moreira (1999), focaliza primordialmente a aprendizagem cognitiva. Para ele, a aprendizagem significa organização e integração do material na estrutura cognitiva. O conceito central da Teoria de Ausubel é o da aprendizagem significativa. Para ele, essa aprendizagem é o processo por meio do qual uma nova informação relaciona-se com o aspecto especificamente relevante da estrutura de conhecimento específica do indivíduo (conceito subsunçor).

Ausubel, apud Moreira (1999), recomenda o uso de organizadores prévios que servem de âncora para uma nova aprendizagem e levem ao desenvolvimento de conceitos subsunçores que facilitem a aprendizagem subsequente. Uma das condições para que ocorra a aprendizagem significativa é que o material a ser aprendido seja relacionável à estrutura cognitiva do aprendiz, de maneira não arbitrária e não literal. Esse material é denominado potencialmente significativo. Outra condição é que o aprendiz manifeste uma disposição para relacionar, de maneira substantiva e não arbitrária, o novo material, potencialmente significativo, à sua estrutura cognitiva.

O fluxograma da Figura 1 representa de maneira simplificada o processo de aprendizagem descrito:

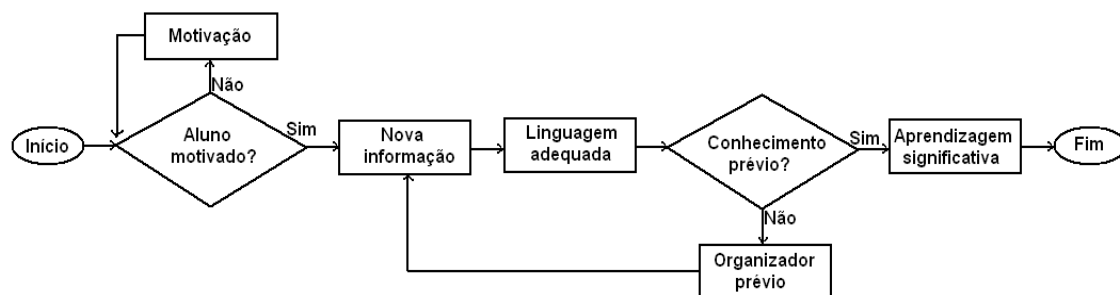


Figura 1 - Fluxograma expressando sucintamente o processo de aprendizagem significativa.

Fonte: Elaborada pelo autor.

Ainda segundo Moreira (1999), Ausubel argumenta que a experiência dos alunos leva-os a decorar não só fórmulas e proposições, mas também causas, exemplos, explicações e maneiras de resolver problemas típicos. Então Ausubel propõe que a melhor maneira de evitar a “simulação da aprendizagem significativa” é formular questões de uma forma nova e não familiar, que requeira máxima transformação do conhecimento adquirido.

Ausubel também distingue três tipos de aprendizagem significativa, sendo: representacional que envolve a identificação em símbolos com seus referentes; a aprendizagem de conceitos, de certa forma representacional, porém são genéricos ou categóricos, representam regularidades em eventos ou objetos; e, a aprendizagem proposicional, que apreende as idéias em forma de proposição. (MOREIRA, Cap. 10, p.151-165, 1999).

## 1.2. Motivação

Um estudante motivado passa a realizar suas tarefas com maior empenho. Segundo Guimarães e Boruchovitch (2004), “A motivação no contexto escolar tem sido avaliada como um determinante crítico do nível e da qualidade da aprendizagem e do desempenho”.

Podemos descrever, de uma maneira simples, a motivação como um mecanismo que leva o sujeito a agir de forma diferente. Todavia, o conceito de motivação é muito mais complexo. Pesquisadores apontam dois tipos de motivação, a saber, motivação intrínseca e motivação extrínseca. A motivação intrínseca está relacionada com um envolvimento do aluno em suas atividades escolares sem a influência de qualquer fator externo como atribuição de nota para determinada atividade, pressões e ameaças por parte do professor, ou

outros. Sendo assim, o aluno desenvolve determinada atividade por interesse próprio, apresentando certo aspecto afetivo pelo objeto de estudo (Guimarães e Bzuneck, 2008). A motivação extrínseca, por sua vez, é baseada em recompensas, a atividade serve para alcançar eventos externos desejáveis como notas, reconhecimento, ou escapar de outros indesejáveis como possíveis punições.

Segundo Guimarães e Bzuneck (2008) pesquisas apontam melhores resultados a respeito de desempenho, aprendizagem e criatividade à motivação intrínseca. Contudo várias atividades cotidianas que desenvolvemos são condicionadas por fatores externos, e ainda assim, podemos obter resultados parecidos com o de atividades realizadas por motivação interna. Dessa forma:

“A qualidade da motivação dependeria do nível de internalização das regulações externas, sendo que, quanto maior o nível de autodeterminação do comportamento melhor a qualidade motivacional. A internalização refere-se ao processo proativo pelo qual as regulações externas, que são as práticas e prescrições culturais, são transformadas em auto-regulações, ou seja, tornam-se valores, crenças e compreensões pessoais”. (GUIMARÃES; BZUNECK, 2008)

Investigações empíricas levaram à proposição da Teoria da Autodeterminação que distingue tipos de motivação extrínseca, dividindo-a em quatro índices de autodeterminação. De acordo com Guimarães (2008), a *desmotivação*: ausências de intenção e de comportamento proativo; *motivação extrínseca por regulação externa*: ação para obtenção ou alforria de consequências externas; *por regulação introjetada*: ação por pressões internas como culpa, ansiedade ou a busca de reconhecimento social; *por regulação identificada*: ação por reconhecimento e valorização subjacentes ao comportamento; *por regulação integrada*: ação por escolha e valorização pessoal da atividade; e a *motivação intrínseca*, são alocados em um *continuum* de desenvolvimento da autonomia (Figura 2).

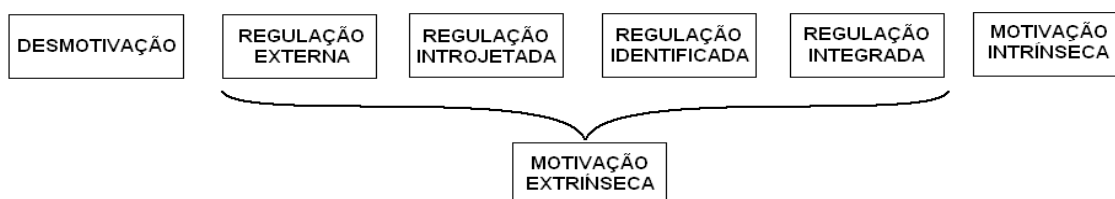


Figura 2 – *Continuum* de desenvolvimento da autodeterminação do comportamento de acordo com Guimarães e Bzuneck, 2008.

### **O Espelho Plano e a Reflexão da Luz em Espelhos Planos**

#### **2.1. O Espelho Plano**

O espelho plano é um simples objeto que faz parte do cotidiano de praticamente todas as pessoas. Possui inúmeras aplicações nos setores de ciência e tecnologia. Espelhos planos são, ou podem ser utilizados em telescópios refletores, periscópios, caleidoscópios, heliógrafos, sextantes, espelhos retrovisores, lojas para ampliar os ambientes, decorações, entre outras utilidades. Na medicina são utilizados centenas de dispositivos para facilitar e aprimorar a prática médica, dentre os vários dispositivos médicos há o uso de instrumentos espelhados que refletem uma determinada região examinada em uma posição que possibilita melhor análise por parte do profissional.

O conceito de reflexão é abordado no Ensino Fundamental na disciplina de Matemática. Uma reflexão em torno da reta  $y$  e/ou  $x$ , em um plano cartesiano, é a transformação que reflete cada ponto do plano em torno da reta  $y$  e/ou  $x$ , que, por sua vez, faz o papel de espelho.

O espelho plano é objeto de estudo em óptica na Física, encontrado em diversos livros didáticos trabalhando o conceito de reflexão. As principais propriedades de um espelho plano são a simetria entre os pontos de um objeto e sua imagem, e também, que a maior parte da reflexão que acontece é regular.

#### **2.2. Simetria**

Uma figura simétrica remete a idéia de uma figura espelhada. Em termos geométricos, considera-se simetria como a semelhança exata da forma em torno de uma determinada *linha reta*, ponto ou plano. O eixo de simetria é uma *linha reta* que divide uma figura em duas partes simétricas, como reta obtida de uma folha de papel após ser dobrada exatamente ao meio (Dante, 2008), isto é, como se fossem o objeto e a sua imagem num espelho. Vários exemplos de simetria podem ser identificados na natureza, assim como na ação humana, evidentes na geometria, matemática, física, biologia, arte e até na literatura (nos palíndromos), etc.

Em Biologia, animais de organização mais simples possuem formas irregulares, sendo, por isso, chamados assimétricos. Outros animais podem ter diversos planos verticais de simetria em seus corpos, que passam pelo eixo central longitudinal, cada plano permite a separação do animal em metades equivalentes. São os chamados simétricos radiais (Radiados), em geral animais cilíndricos ou em forma de sino. Dentre os tipos de simetria no reino animal, a predominante é a bilateral (Bilatéria). Esses animais possuem lados esquerdo e direito, faces ventral e dorsal e extremidades anterior e posterior.

Caruso (2008) cita obras como *O Batismo de Cristo* (1448-1450) e *A Flagelação de Cristo* (1455) de Piero della Francesca que demonstram a valorização do conceito de simetria nas pinturas renascentistas. A simetria é evidente na obra *O Homem Vitruviano* (1490) de Leonardo da Vinci. Outro tipo de simetria é a chamada simetria ornamental, muito utilizada nos desenhos de Escher (Cyrino et al, 2010). A simetria também se manifesta na arquitetura, como nas catedrais góticas.

A Teoria de Grupo proporciona uma ligação entre simetria molecular e as propriedades moleculares. Para a química, os objetos de interesse são íons e moléculas e a partir destes são identificados e quantificados os elementos de simetria. Um elemento de simetria é encontrado quando uma operação de simetria é efetuada. Toda operação de simetria leva a molécula em questão a uma situação equivalente ou indistinguível da configuração inicial. São elementos de simetria de uma molécula: *Eixos de rotação*, toda molécula possui pelo menos um eixo de rotação; *Planos de reflexão*, encontrados quando planos imaginários interceptam uma dada molécula e cada metade é a imagem especular da outra; e os *Centros de inversão*, esta operação de simetria projeta cada átomo da molécula em questão através de um ponto imaginário e, caso a molécula resultante for indistinguível da molécula inicial esta possui centro de inversão (Nussbaum, 1974; Xavier, 2013).

### **2.3. Reflexão da luz em espelhos planos**

Segundo Sant'ana *et al* (2010), enxergamos porque a luz atinge nossa retina, estimulando-a. A luz que emana de um objeto opaco, quando o vemos, atravessou o ar antes de chegar aos nossos olhos. O objeto, por sua vez não produziu a luz emitida, que pode ter vindo de uma fonte luminosa próxima.

Nesse processo podemos reconhecer o que chamamos na Física de reflexão da luz. Por ser um meio opaco, o objeto não permite a passagem da luz que recebe e, absorvendo uma parte dessa luz, reflete a outra parte em todas as direções. Essa reflexão é caracterizada como difusa e nos permite ver o objeto. O objeto por sua vez possui irregularidades e rugosidades, que ao refletir a luz desordenadamente permite ao nosso cérebro interpretar esses feixes luminosos como as características do objeto.

O fenômeno que ocorre quando vemos nossa imagem refletida em um espelho, na superfície da água ou no vidro é chamado de reflexão especular ou regular da luz. A reflexão especular ocorre em superfícies cujas irregularidades são pequenas quando comparadas ao comprimento de onda da radiação incidente. A Figura 3 ilustra os fenômenos de reflexão difusa e regular da luz.

Na eletrodinâmica clássica, a luz é considerada como a onda eletromagnética, descrita pelas equações de Maxwell. Quando um feixe de luz incide sobre um átomo ou molécula, o campo elétrico oscilante proveniente do feixe incidente exerce uma força sobre as partículas carregadas (elétrons). Essas cargas passam a vibrar com a mesma frequência do campo elétrico, fazendo com que cada partícula irradie uma onda secundária com exatamente a mesma frequência em direções diversas, de acordo com o princípio de Huygens-Fresnel.

No caso das substâncias condutoras, suas propriedades óticas características (opacidade e elevada reflexibilidade) podem ser explicadas por sua alta condutividade elétrica, que se deve à presença dos elétrons livres de condução. Como a densidade de elétrons livres é muito elevada, em bons condutores as ondas secundárias são capazes de anular a perturbação refratada em camadas muito finas do metal, as quais refletem a maior parte da luz incidente e são, geralmente, praticamente opacas (SANDOVAL e SANDOVAL, 1990).

Os condutores não oxidados apresentam o brilho metálico característico devido a uma alta refletância, originada por sua vez pelo fato de que a onda incidente não é capaz de penetrar efetivamente no material. Um bom condutor como a prata (material usado na construção de espelhos), na zona visível apresenta características óticas próprias de um metal (notória absorção e elevada reflexão), todavia, na zona ultravioleta apresenta má reflexão e grande

transparência. Segundo Sandoval e Sandoval (1990), um pedaço de prata ao ser iluminado com luz ultravioleta de 316 nm de comprimento da onda, apresenta capacidade refletora de aproximadamente 4%, comportamento similar ao do vidro na zona do visível.

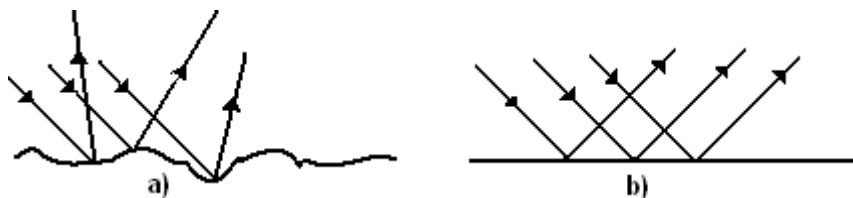


Figura 3 - Representação de uma: a) Reflexão difusa da luz; b) Reflexão regular da luz. Fonte: Elaborada pelo autor.

Na Figura 4, os raios luminosos estão representados por um raio incidente e um raio refletido. A orientação desses raios é medida em relação a uma direção, chamada de normal  $N$ , que é perpendicular ao ponto onde ocorre a reflexão. Na figura o ângulo de incidência é representado por  $i$  e o ângulo de reflexão por  $r$ . O plano que contém o raio incidente e a normal é o plano de incidência, que é o plano do papel.

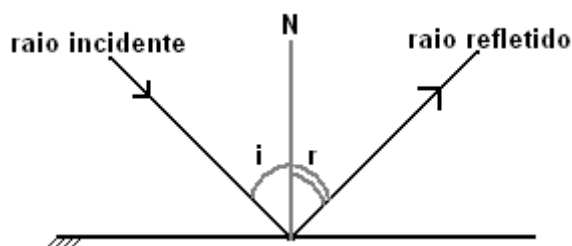


Figura 4 - O feixe refletido segue as leis de reflexão. As hachuras representam à parte de trás do espelho. Fonte: Elaborada pelo autor.

A reflexão obedece às seguintes leis:

- i. O raio refletido está no plano de incidência;
- ii. A medida do ângulo de incidência é igual à medida do ângulo de reflexão ( $i=r$ ).

Como já mencionado, um espelho é uma superfície capaz de refletir regularmente a luz. Geralmente a superfície refletora é composta de uma película de metal em uma das faces de um vidro plano e transparente. O vidro serve como uma proteção da película para eventuais casos de contato, oxidação, etc.

Sobre as propriedades das imagens nos espelhos planos:

- i. A imagem se forma atrás do espelho através do cruzamento dos prolongamentos dos raios que incidem no espelho, e essa imagem, chamada de imagem virtual, tem o mesmo tamanho do objeto.
- ii. A distância  $d$  do objeto ao espelho é igual à distância  $d'$  da imagem ao espelho, portanto, são simétricos (Fig. 5).
- iii. Há reversão da imagem (direita para a esquerda ou vice-versa, mas não de baixo para cima).

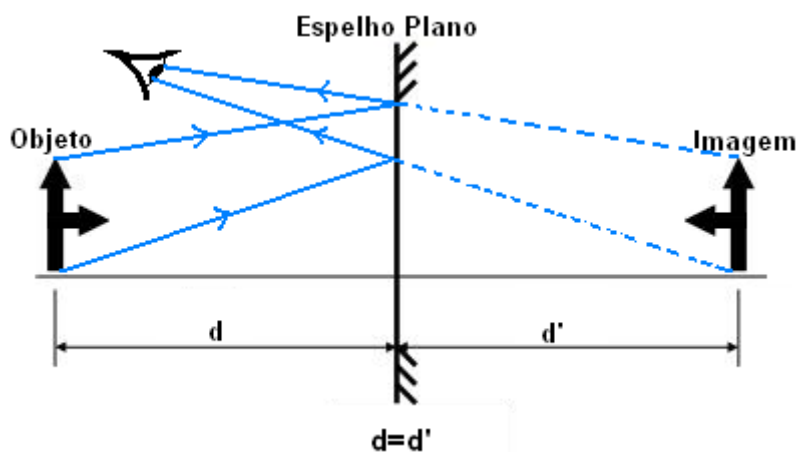


Figura 5 - Representação das propriedades dos espelhos planos. Os raios que partem de um objeto, diante de um espelho plano, refletem-se no espelho e voltam atingindo os nossos olhos, formando assim uma imagem. Então, recebemos raios luminosos que parecem ser provenientes de um objeto atrás do espelho. Fonte: Elaborada pelo autor.

## 2.4. Rotação de um espelho plano

Ao ser movimentado um espelho, as imagens também se movimentam. Se o espelho gira, a posição da imagem também gira. Nesse caso pode-se demonstrar que, se o espelho gira um ângulo  $\alpha$ , o raio de luz refletido deve girar de um ângulo  $\beta$ , tal que:

$$\beta = 2\alpha$$

Na Fig. 6 está representado um raio de luz  $i$  incidindo no espelho plano na posição 1 e obtendo um raio refletido  $r_1$ . Ao girar o espelho até a posição 2 em um ângulo  $\alpha$ , o raio sofre uma mudança de direção formando um raio de luz refletido  $r_2$  com ângulo  $\beta$  em relação à  $r_1$ .

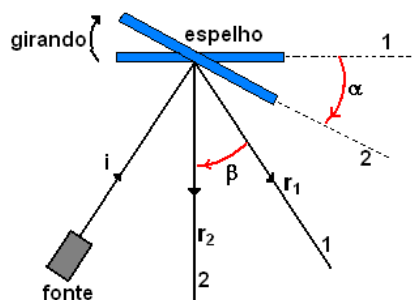


Figura 6 - Rotação do espelho plano. Fonte: Elaborada pelo autor.

Na posição 1, segundo as leis da reflexão, os raios de luz  $i$  e  $r_1$  devem formar um ângulo  $x$  com a superfície do espelho (Fig. 7-a). Quando o espelho é girado (Fig. 7-b), o raio de luz  $i$  forma um ângulo  $x+\alpha$  em relação à superfície do espelho, conseqüentemente  $r_2$  deve possuir o mesmo ângulo  $x+\alpha$  em relação à superfície do espelho. Analisando a Figura 7-c, a soma dos ângulos  $\beta$  e  $x$  deve ser idêntica à soma  $(x+\alpha) + \alpha$ . Sendo assim:

$$\beta + x = (x+\alpha) + \alpha$$

$$\beta = 2\alpha$$

Portanto se o espelho gira um ângulo  $\alpha$ , o raio de luz gira  $\beta = 2\alpha$ .

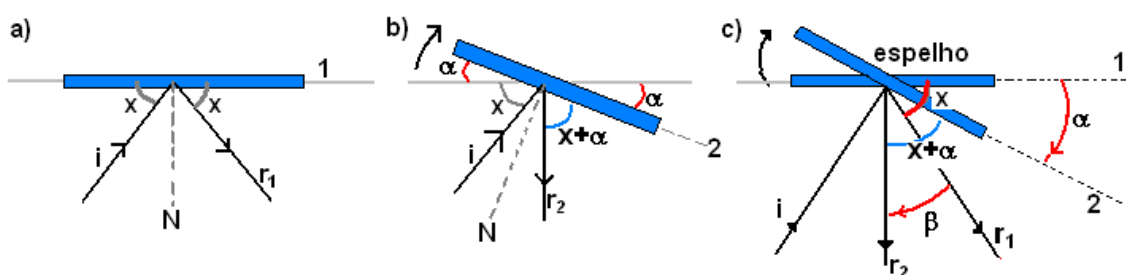


Figura 7 - a) Espelho na posição 1; b) Espelho sofre uma rotação com ângulo  $\alpha$  em relação à posição inicial; c) Representação de todos os ângulos. Fonte: Elaborada pelo autor.

A rotação de um espelho plano é o princípio do funcionamento do Sextante. O instrumento possui, em sua estrutura, um arco de  $60^\circ$ , todavia pode medir ângulos até  $120^\circ$ .

## 2.5. Associação de dois espelhos planos

Um espelho plano dá apenas uma imagem de cada objeto. Unindo-se dois espelhos planos, de fato que eles formam um ângulo entre si, notam-se duas ou mais imagens. O número  $n$  de imagens é resultado de várias reflexões nos dois espelhos, e aumenta conforme diminui o ângulo diedro  $\alpha$  (dado em radianos) entre eles.

Determina-se o número de imagens através da expressão:

$$n = \frac{2\pi}{\alpha} - 1$$

Onde  $n$  corresponde ao número de imagens formadas e  $\alpha$  o ângulo formado entre os espelhos. Essa expressão é válida para qualquer posição do objeto, se o número de imagens  $n$  for ímpar. Se tal número for par, o objeto deve estar no plano bissetor do ângulo diedro para a expressão ser aplicável (Ribeiro, 2014).

### **Metodologia**

#### **3.1. Local do desenvolvimento da pesquisa**

As atividades foram realizadas na Escola Estadual Francisco Pessoa que oferece o Ensino Fundamental (EF) regular e o Ensino Médio (EM) regular, localizada no Conjunto Habitacional Ana Jacinta região periférica do município de Presidente Prudente- SP.

A escola possui um laboratório de Ciências que conta com poucos instrumentos para experimentação em Física e, a quantidade não atende a demanda de uma turma inteira (cerca de mais de trinta alunos em alguns casos). A estrutura e organização do espaço físico não são favoráveis para realização de atividades, visto que não há bancadas, equipamentos de segurança e a ventilação não é das melhores. Devido à escassez dos materiais de Física e falta de recurso para aquisição dos mesmos, os experimentos de Física são elaborados com recursos próprios (professor/aluno), geralmente de baixo custo.

#### **3.2. Sujeitos da pesquisa**

Como já mencionado anteriormente, algumas intervenções foram realizadas com a participação de dois professores do Ensino Fundamental, que aplicaram os roteiros com suas turmas de Matemática. Nove turmas participaram do trabalho com espelhos, sendo dois sétimos anos, dois oitavos anos do Ensino Fundamental e quatro segundas séries do Ensino Médio. Além desses, o Autor teve a permissão de uma professora (professor C) de Ciências para apresentar um experimento aos seus alunos em uma de suas aulas de sexto ano, EF. As atividades com o Sextante de baixo custo desenvolvido foram realizadas com dez alunos de diferentes séries do Ensino Médio.

#### **3.3. Ferramentas para coleta de dados**

Para coleta de dados, fez-se o uso de roteiros contextualizados de experimentação com espelhos planos onde os estudantes responderam um questionário impresso, anexo ao roteiro, referente a cada uma das atividades realizadas. Os questionários foram aplicados visando quantificar o número de alunos participantes e analisar uma possível aprendizagem por parte desses

alunos sobre o tema proposto em cada atividade, comparando as menções adquiridas pelos alunos anteriormente em suas atividades durante as aulas em relação aos acertos nos questionários pós-teste.

Na disciplina de Matemática, administrada por um dos professores (Professor A) que auxiliou no trabalho, os conteúdos trabalhados com a turma de sétimo ano do Ensino Fundamental foram: Simetria, Polígonos e Ângulos. Nos oitavos anos, o conteúdo abordado foi o de Reflexão no Plano Cartesiano, onde outro professor de Matemática (professor B) realizou o trabalho com duas de suas turmas.

Os trabalhos relacionados à disciplina de Física foram aplicados pelo Autor, com seus alunos da segunda série do Ensino Médio, somente para introdução do conceito de reflexão regular dentro do tema de óptica.

Em todas as atividades os espelhos foram fornecidos pelo professor.

Ao final das intervenções os professores foram questionados, acerca do trabalho desenvolvido e atitudes observadas nos alunos. Cada professor deu seu parecer a respeito da validade ou não das práticas realizadas com seus alunos.

### **3.4. O Sextante de baixo custo**

Após um levantamento sobre diferentes tipos de instrumentos ópticos possíveis de construir, com funcionamento baseado em espelhos planos e de baixo custo, foi encontrado o Sextante. Este instrumento é dificilmente frisado em trabalhos na área de ensino, o que o diferencia das outras atividades com espelhos.

Em uma segunda etapa desse projeto, foi desenvolvido um Sextante de baixo custo (Apêndice F) como produto de aprendizagem e, também foram elaborados roteiros experimentais (Apêndice G) de atividades utilizando esse instrumento óptico como uma ferramenta de apoio aos professores na realização de suas práticas em certos conteúdos das disciplinas de Física, Astronomia, Matemática, Geografia e História.

As atividades foram realizadas no mês de setembro de 2016, na forma de oficina, com duração de quatro aulas de cinquenta minutos. Participaram da atividade o professor/mestrando e dez alunos de diferentes séries e turmas do ensino médio, sendo: uma aluna de primeira série, cinco alunos de segunda

série e quatro de terceira série do ensino médio. Os alunos convidados para participarem do trabalho foram os participantes da Olimpíada Brasileira de Astronomia do ano de 2016 na Unidade Escolar.

No início do trabalho os participantes tiveram uma introdução histórica sobre o Sextante e sua utilização nas navegações antigas. Também foram apresentadas as possíveis utilizações do instrumento óptico em diversas situações, como a distância angular entre astros, medida da altura e distância de objetos fazendo uso de razões trigonométricas. Os alunos tiveram uma retomada sobre as unidades de medidas de ângulos e as relações entre as escalas graus, minutos e radianos.

Os participantes se organizaram em duplas. A cada dupla foi entregue um Sextante e um roteiro contextualizado para realização de cada atividade. Nesse momento, os alunos foram instruídos sobre as partes do instrumento, suas respectivas funções, os princípios físicos envolvidos, os ajustes necessários para as observações e os procedimentos para realizarem as medidas.

### **Resultados e discussão**

Nessa etapa do presente trabalho serão apresentados os resultados, bem como as respectivas discussões e análises dos dados obtidos. Esse capítulo é subdividido pelos conteúdos abordados no trabalho da seguinte maneira: Simetria, Polígonos e Ângulos, Associação de dois espelhos planos, Leis da reflexão, Reflexão no plano cartesiano, o Microscópio e as Atividades com Sextante.

#### **4.1. Simetria (Matemática)**

Atividade aplicada no sétimo ano do Ensino Fundamental pelo professor A, no mês de novembro de 2015 com a finalidade de auxiliar o aluno a compreender e identificar simetria axial e de rotação nas figuras geométricas e nos objetos do dia a dia. Somente os questionários foram entregues aos alunos, e o professor fez a leitura do roteiro experimental para a turma. O tempo de aplicação foi de uma aula.

Os questionários (Apêndice A) sobre a atividade foram realizados pelos alunos individualmente. A turma obteve uma média de 33% de acertos no total das questões respondidas, nos dezesseis questionários aplicados.

Somente dois alunos erraram, na primeira questão, a figura de menor complexidade (naipes de paus) e todos erraram a de “maior complexidade” em relação ao eixo de simetria (círculo). As imagens a seguir (Figura 8) mostram a atividade realizada.

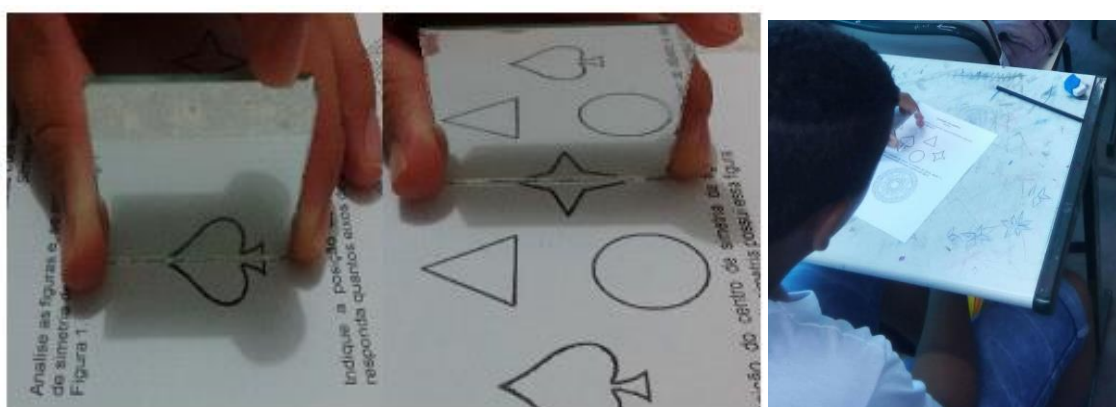


Figura 8 - Exemplo da atividade com espelhos (simetria), à esquerda; Direita, aluno realizando a atividade.

Na segunda questão, quatro deles indicaram os eixos de simetria, mas não responderam a pergunta proposta. Cinco acertaram a questão e, sete erraram. A segunda questão está representada na Fig. 9.

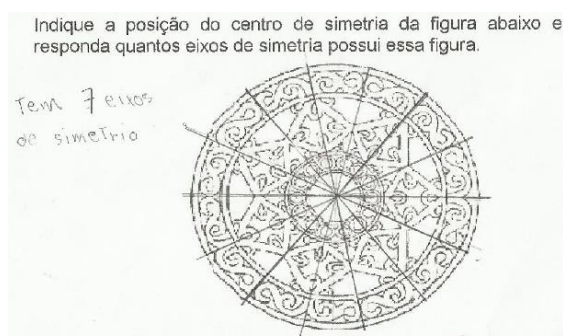


Figura 9 - Resposta dada por um aluno no questionário referente à atividade de simetria: “Têm sete eixos de simetria”.

Segundo o professor A, a atividade apenas foi apresentada aos alunos, ficando a análise e resolução do questionário por conta dos estudantes. Isso justifica o baixo índice de acertos no questionário. Como mencionado anteriormente nesse trabalho, a intervenção do professor é essencial para o funcionamento pleno da prática experimental (Gaspar e Monteiro, 2005).

#### 4.2. Polígonos e Ângulos (Matemática)

A atividade foi realizada, em uma hora aula, com intuito de identificar e investigar os diferentes tipos de polígonos, assim como para compreender a idéia de medida de um ângulo (em grau), sabendo operar com medidas de ângulos e usar instrumentos geométricos para construir e medir ângulos.

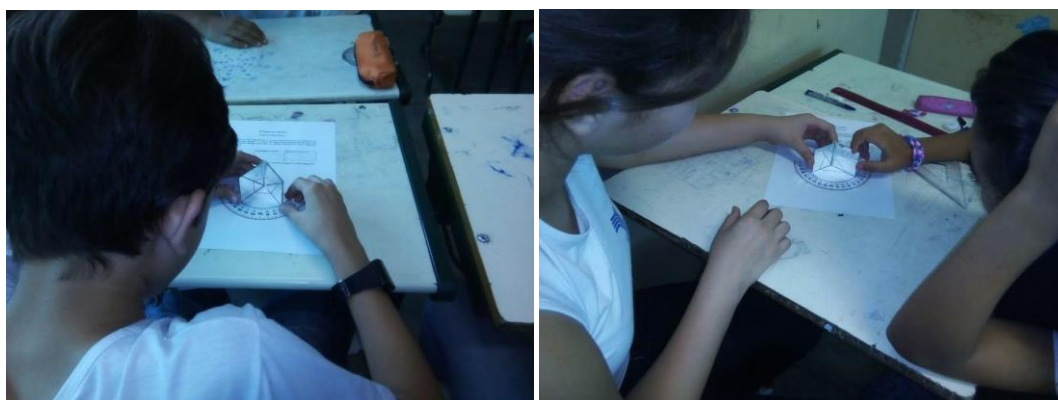


Figura 10 - Alunos medindo os ângulos entre os espelhos.

Os alunos realizaram as atividades individualmente ou em duplas (figura 16) conforme quisessem se organizar e, o Professor A, sugeriu que investigassem os polígonos regulares, Fig.11: triangular, quadrilátero,

pentagonal e hexagonal de acordo com o que uma das colunas da tabela contida no roteiro requeria [Apêndice B].

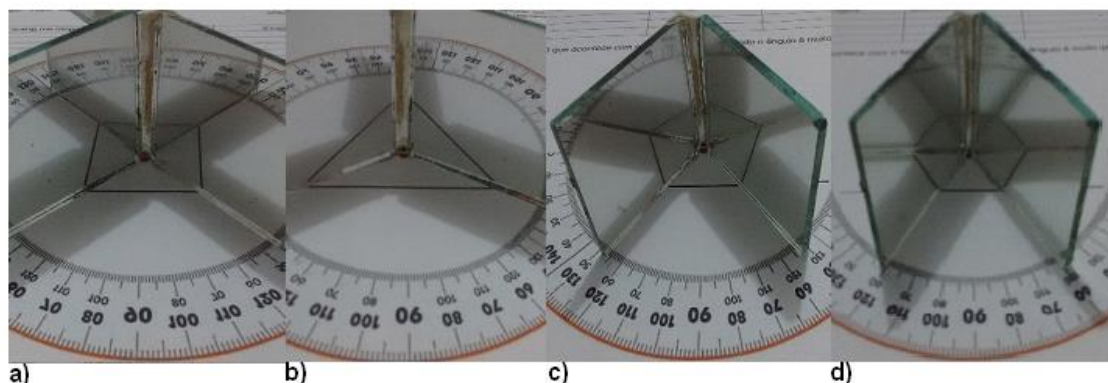


Figura 11- As imagens dos polígonos obtidas na atividade: **a)** quadrado, **b)** triângulo, **c)** pentágono e **d)** hexágono.

No total foram recolhidos treze questionários, e a média de acerto da turma foi de 60% do total das questões respondidas.

O maior número de erros apareceu na primeira questão. Já em relação à segunda questão os alunos obtiveram boa interpretação do problema, embora as respostas não tenham sido as esperadas, Fig.12:

[Aluno A] \_ “A figura fica com mais lados”.

[Aluno B] \_ “Acontece que vai aumentando os lados”.

1. Complete a tabela registrando os valores do ângulo entre os espelhos, do número de retas (lados) e o nome de cada figura geométrica formada nos espelhos. Tome cuidado para que as figuras observadas sejam regulares (lados iguais).

**Tabela**

| Nome da figura | Quantidade de lados | Ângulo em graus (°) |
|----------------|---------------------|---------------------|
| Triângulo      | 3                   | 120°                |
| Quadrilátero   | 4                   | 90°                 |
| Pentágono      | 5                   | 72°                 |
| Hexágono       | 6                   | 60°                 |

2. O que acontece com o formato da figura quando o ângulo é muito pequeno?

Acontece que vai aumentando os lados

Figura 12 - Resposta do aluno B no questionário sobre polígonos e ângulos.

#### 4.3. Associação de dois espelhos planos (Física)

Essa atividade foi desenvolvida com três turmas de segunda série do EM, tendo duração de duas aulas por turma. Com os roteiros [Apêndice C] em mãos, os alunos responderam aos questionários em duplas ou trios. Sendo os resultados do desempenho médio, por sala (2A, 2B e 2E), respectivamente igual a 63%, 81% e 68% de acertos. Todas as turmas contaram com a mediação do professor nas atividades.

#### 4.4. Leis da reflexão

Com objetivo de reconhecer o fenômeno da reflexão e as leis de reflexão da luz, a atividade foi realizada com duas salas de segunda série do EM e, duração de uma aula por turma. Também com os roteiros (Apêndice D) em mãos, os alunos em duplas, preencheram as tabelas. Agora, os resultados do desempenho médio, por sala, foram de 100% e 90%, como esperado por ser uma atividade simples e fácil, segundo os próprios alunos afirmaram.

#### 4.5. Reflexão no plano cartesiano

Atividade realizada pelo professor B, de Matemática, com duração de uma aula para cada uma de suas duas turmas de oitavo ano EF. O objetivo dessa atividade é o de compreender a idéia de reflexão em relação aos eixos X e Y, assim como em relação à origem do plano cartesiano, utilizando espelhos planos como ferramentas de apoio. No levantamento bibliográfico, não foram encontrados trabalhos relacionados a esse assunto fazendo o uso de atividades experimentais com espelhos da maneira como conduzida nessa pesquisa (Apêndice E). Mas há sim trabalhos, envolvendo recursos tecnológicos, como programas e aplicativos, conduzidos de maneira muito interessante.

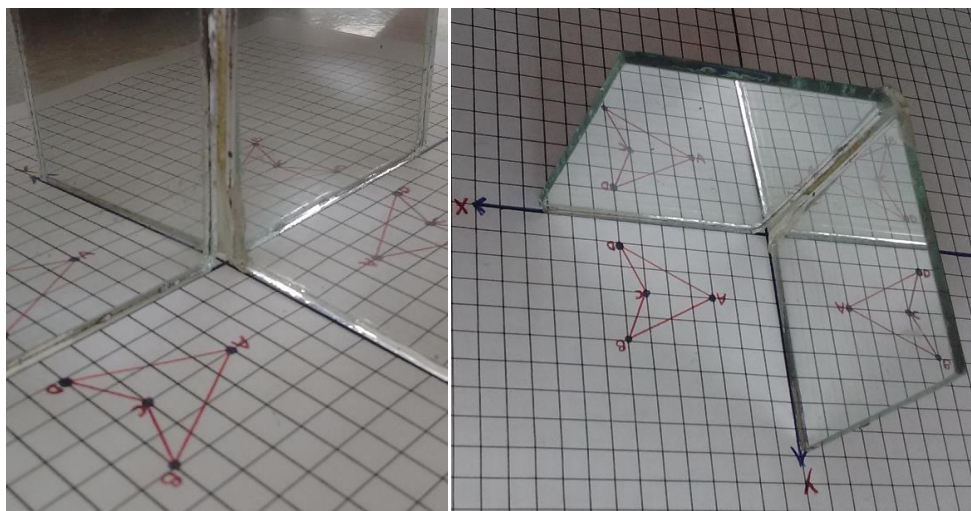


Figura 13 - Reflexão no plano cartesiano com espelhos planos.

De acordo com o Professor B que realizou a correção dos questionários, as médias de acertos das turmas foram acima da média básica prevista (50%), próxima a 70% de acertos.

I - Os números das abscissas ( $X$ ) ficou negativo e as ordenadas ( $Y$ ) - positivos. No quadrante II

II - Os números das abscissas ( $x$ ) ficou positivo e as ordenadas ( $Y$ ) negativo. No quadrante IV

III - que as origens ( $X, Y$ ) ficarão negativos. No quadrante III

Figura 14 - Respostas de um aluno no questionário de reflexão no plano cartesiano.

#### 4.6. Microscópio

Esse experimento é, por vezes, encontrado na internet como microscópio caseiro com laser, o que o diferencia nesse trabalho é a introdução de um espelho plano. Apresentado por mim e pelo Professor C, de Ciências, a uma turma de 6º Ano do EF, com objetivo de observar bactérias na água com uso de um microscópio caseiro, coletando amostras de diferentes localizações do ambiente escolar. Nessa prática não foram usados roteiros experimentais contextualizados. A atividade foi conduzida pelo professor mestrando da seguinte maneira: quatro alunos coletaram cada qual uma amostra de água de diferentes locais da escola, sendo uma do bebedouro, outra do chão do pátio da escola, outra do canteiro e outra de um banco. Colocando uma gota da amostra sobre um respectivo espelho plano, um feixe de luz proveniente do laser foi incidido sobre o espelho de maneira que a luz refletida transpassou a gota d'água. Assim, a refração da luz causada pela amostra gera um aumento na imagem que é projetada na parede ou no teto da sala de aula, podendo ser facilmente observado por todos na sala. O mesmo procedimento é realizado para cada amostra.



Figura 15 - A primeira imagem (à esquerda) mostra a luz sendo incidida sobre o espelho plano com uma gota de água. À direita são apresentadas as imagens projetadas pela luz refletida em um teto.

Em todas as amostras coletadas puderam ser observadas bactérias, inclusive da amostra proveniente do bebedouro. As imagens observadas

provocaram certo alvoroço entre a turma, que espantados com a experiência, fizeram vários questionamentos acerca dos fenômenos físicos e biológicos envolvidos no processo.

O professor C reconheceu o material como um importante recurso didático, visto que se adéqua bem ao ambiente físico da sala de aula, segundo esse professor: “Esse experimento é muito bom, visto que é de fácil manuseio e todos os alunos conseguem visualizar com facilidade o fenômeno envolvido”.

#### **4.7. Atividades com Sextante**

##### **4.7.1. Determinação da altura linear de um objeto**

Essa experiência consiste em determinar a altura de um objeto fazendo o uso do sextante. Os objetos escolhidos foram um poste próximo à quadra de esportes e a parede lateral do prédio da escola. Seguindo o roteiro, e com a mediação do professor, os alunos realizaram as medidas necessárias registrando os valores encontrados na tabela do roteiro. A tabela abaixo mostra os valores obtidos pelos cinco grupos:

| Grupo | Altura do poste | Altura do prédio |
|-------|-----------------|------------------|
| A     | 10,05           | 7,05             |
| B     | 9,45            | 7,08             |
| C     | 8,65            | 6,77             |
| D     | 9,55            | 7,08             |
| E     | 9,3             | 6,85             |

Tabela 1 – Resultados obtidos, pelos grupos, das alturas lineares do poste e do prédio da escola.

A média dos valores encontrados pelos grupos é de 9,4m de altura para o poste próximo à quadra e 6,97 m para altura do prédio. A altura linear do prédio segundo a planta da escola é de 7m, o que corresponde aproximadamente ao valor médio encontrado.

##### **4.7.2. Determinação da distância até um objeto vertical**

Nessa atividade, os grupos determinaram o comprimento do corredor da escola utilizando o roteiro com as orientações. Em seguida, estimaram a distância até uma torre de telefonia relativamente distante da escola e, considerando a altura da torre como sendo de 30m, realizaram os cálculos necessários obtendo um valor médio de 1096 metros. A planta da escola indica um comprimento de 35,4 m para o corredor, enquanto o resultado médio obtido pelos grupos foi de 35,6 m.

A distância real até a torre é de aproximadamente 1350m segundo a escala de proporção do Google Maps. Deve ser levado em consideração que a

altura da torre de telefonia observada não deve possuir exatamente o valor considerado, podendo ter valores maiores. No caso de uma torre com altura de 35 metros, a altura angular média encontrada pelos alunos com o sextante ( $1^{\circ}30'$ ) remete a uma distância de 1330m até a torre, com diferença de 20m do valor obtido pelo Google Maps, Fig. 16.



Figura 16 – O programa indica uma escala de 200m para cada 2,1cm. Medindo a distância entre os pontos escola/torre obtêm-se 14,3cm, equivalente a 1350m entre o local de observação a torre.

#### 4.7.3. Paralaxe

A primeira parte dessa atividade consistiu em determinar a distância do portão da escola a um poste de iluminação próximo à esquina escola. A distância média obtida pelos participantes foi de 35m, com diferença de 2m do valor encontrado pelo Google Maps (aproximadamente 37m).

Após a experimentação os alunos responderam ao questionário relacionando a atividade realizada com recursos usados na Astronomia para medidas de distâncias de objetos celestes distantes (Apêndice G). Todos acertaram as questões de 1 a 3. Os alunos julgaram a quarta questão muito complexa. Essa questão foi discutida entre todos os grupos que, então, chegaram à conclusão de que deveriam ter uma grande distância entre os pontos de observação, dos quais seriam medidos os ângulos entre a lua e uma estrela no plano de fundo da mesma.

## Conclusão

A partir das observações e das afirmações dos professores participantes, nota-se a participação e envolvimento dos alunos na realização das atividades, conforme os professores: Professor A: “Quando cheguei com os espelhos, os alunos ficaram curiosos perguntando do que se tratavam os materiais”; “não paravam de me perguntar o que iriam fazer (como sabendo que se tratava de uma atividade diferenciada)”; “Os alunos ficavam super empolgados quando eu levava os espelhos para sala de aula”; “Nas aulas seguintes, os alunos me perguntavam quando usariam os espelhos novamente”. Segundo o professor B: “O trabalho é muito interessante [...] Percebe-se grande interesse por parte dos alunos na manipulação dos espelhos”.

Pesquisas demonstram a importância do desenvolvimento e aplicação de atividades envolvendo materiais concretos para o ensino, proporcionando motivação à aprendizagem dos alunos e evitando um possível bloqueio devido ao desinteresse, relacionando teoria e prática (ALVES e STACHAK, 2005; NOVELO et al, 2009). Esses resultados puderam ser observados no trabalho desenvolvido.

O professor/mestrando também pode inferir que alguns alunos que não faziam absolutamente nada em sala de aula, participaram das atividades experimentais propostas. Também vale ressaltar que a quantidade de questionários recolhidos ao final de cada atividade, correspondia ao número total de alunos da respectiva turma participante da atividade. Apontando o envolvimento e interesse dos alunos de forma geral.

Durante a introdução da oficina, com Sextante, os alunos perceberam a inter-relação entre as diversas áreas do conhecimento, conforme observado sobre algumas discussões entre eles. A maneira como foram conduzidas as atividades também tiveram um papel importante, visto que os alunos não ficaram o tempo todo parado em uma sala de aula. Alguns participantes diziam estar cansados de ficar na sala de aula, durante aquela semana, e que, a atividade proporcionou-lhes algo diferente de seus cotidianos na escola.

Ao discutir sobre o tema *As Grandes Navegações* com a segunda série do ensino médio, um professor de História (da Unidade Escolar), informado sobre o presente projeto desenvolvido, convidou o professor/mestrando para

participar de uma de suas aulas e apresentar aos alunos o instrumento desenvolvido assim como seu funcionamento. O professor de História afirmou que citava uso do Sextante dentre os instrumentos de navegações antigos, mas que não conhecia, até então, o funcionamento do mesmo, indicando a importância do instrumento em sua disciplina.

Os resultados obtidos das medidas realizadas com o Sextante indicaram um bom funcionamento do instrumento desenvolvido.

O percentual de acertos nos questionários é satisfatório em relação às atividades desenvolvidas regularmente durante as aulas sem a intervenção realizada no presente trabalho. Visando que o objetivo principal do questionário não é o de buscar o maior número de acertos, mas registrar a quantidade de participantes nas atividades indicando o envolvimento e uma possível motivação por parte dos alunos nas atividades propostas.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ADAMS, Mitzi. Build a Simple Sextant (teacher's version). Disponível em: <[http://solarscience.msfc.nasa.gov/suntime/sxtnt\\_tchr.pdf](http://solarscience.msfc.nasa.gov/suntime/sxtnt_tchr.pdf)> Acesso em 19/08/2016
- ALVES, Vagner Camarini. STACHAK, M. A Importância de Aulas Experimentais no Processo de Ensino-Aprendizagem em Física: Eletricidade. XVI Simpósio Nacional de Ensino de Física. Rio de Janeiro, 2005. Disponível em: <[http://uenf.br/Uenf/Downloads/LCFIS\\_7859\\_1276288519.pdf](http://uenf.br/Uenf/Downloads/LCFIS_7859_1276288519.pdf)> Acesso em: 19/02/2016
- CARINA, H. S. "A importância da utilização de atividades praticas como estratégia didática para o ensino de ciências" 2009, PE. Disponível em: <<http://www.eventosufrpe.com.br/jepe2009/cd/resumos/R0610-2.pdf>> Acesso em: 19/02/2016
- CARUSO, F. Estudo da simetria de translação e de suas consequências: uma proposta para o ensino médio. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 30, n. 3, 3309 (2008).
- CORREA, I. C. S. Equipamentos Antigos de Agrimensura e Navegação. Instituto Overmundo, 2009.
- CYRINO, M. C. C. T.; SOUZA, L. G. S.; ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P. A.; PALHARINI, Bárbara N.; VERTUAN, R. E. O mundo da Matemática. Episódio 13. Obras de Escher. Decisões Permanentes. 2010.
- DAMSMA, Welmoet. Mirror, mirror on the wall... Eight Lessons on Mirrors Worksheets Version B, April 2009: Grade 1 & 2. AMSTEL Institute University of Amsterdam. Disponível em: <[www.nsta.org/elementaryschool/connections/200912TeacherGuide.pdf](http://www.nsta.org/elementaryschool/connections/200912TeacherGuide.pdf)> Acesso em: 18/08/2016
- DANTE, L. R. Projeto Telaris. Matemática, 7º Ano. São Paulo. Editora Ática, 2008.
- DECI, E. L., VALLERAND, R.J., PELLETIER, L.G., RYAN, R. M. Motivation and Education: The Self-Determination Perspective. EDUCATIONAL PSYCHOLOGIST, v. 26, n.(3 & 4), p. 325-346, 1991.
- GASPAR, A.; MONTEIRO, I. C. C. Atividades experimentais de demonstração em sala de aula: uma análise segundo o referencia da teoria de Vigotsky. Investigações em Ensino de Ciências, v.10, n.2, p. 227-254, 2005.
- GUIMARÃES, S. E. R.; BZUNECK, J. A. Propriedades psicométricas de um instrumento para a avaliação da motivação de universitários. Revista Ciências e Cognição v.13, n.1, p.101-113, 2008.
- GUIMARÃES, S. É. R; BORUCHOVITCH, E. O estilo motivacional do professor e a motivação intrínseca dos estudantes: uma perspectiva da Teoria da

Autodeterminação. Psicologia: Reflexão e Crítica, Porto Alegre, v.17, n. 2, p.143-150, 2004.

HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. Fundamentos de física. 7. ed. Editora LTC, 2006. v. 4. p. 18-19.

IFLAND, Peter. The History of the Sextant. Coimbra, Outubro 2000. Disponível em: <<http://www.mat.uc.pt/~helios/Mestre/Novemb00/H61iflan.htm>> Acesso em: 20/08/2016

LABURÚ, C. E. Fundamentos para um experimento cativante. Caderno Brasileiro de Ensino de Física, v. 23, n. 3: p. 382-404, dez. 2006.

MOREIRA, Marco Antonio. A Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel. Cap. 10, p. 151-165. In: Teorias da Aprendizagem. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária, EPU, 1999.

NOVELO, Tanise Paula, SILVEIRA, Daniel da Silva, LUZ, Vanessa Silva da, COPELLO, Gláucia Brasil, LAURINO, Débora Pereira, ANO 2009. Material concreto: uma estratégia pedagógica para trabalhar conceitos matemáticos. Disponível em: <[http://www.pucpr.br/eventos/educere/educere2009/anais/pdf/3186\\_1477.pdf](http://www.pucpr.br/eventos/educere/educere2009/anais/pdf/3186_1477.pdf)> Acesso em: 19/02/2016

NUSSBAUM, Teoria de Grupos Aplicada. Espanha: Editorial Reverté, S.A. 1974. p 1-4.

KEPLER, S. O.; SARAIVA, M. F. Astronomia e Astrofísica. 2. Ed. Livraria da Física, 2004. p. 177-181.

RIBEIRO, J. L. P. Construção geométrica e demonstração experimental da formação da “imagem ciclópica” em uma associação de dois espelhos planos. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 36, n. 4, 4401 (2014)

SANDOVAL, J. D.; SANDOVAL, J. S. de. Ótica geométrica: Introdução ao estudo da interação da luz com a matéria. Caderno Catarinense de Ensino de Física, Florianópolis, v.7, n.1: p. 21-30, abr. 1990.

SANT'ANA, B.; MARTINE, G.; REIS, H. C.; SPINELLI, W. Conexões com a Física. São Paulo: Editora Moderna, 2010. Vol. 2. p. 230.

THE X-TANT PROJECT. Build your own sextant. Disponível em: <<http://www.tecepe.com.br/nav/XTantProject.htm>> Acesso em 25/08/2016

XAVIER, Fernando R. Simetria Molecular e Teoria de Grupo. UDESC. 2013. Disponível em: <[http://www.joinville.udesc.br/portal/professores/frxavier/materiais/Aula\\_6\\_\\_\\_\\_Simetria\\_Molecular.pdf](http://www.joinville.udesc.br/portal/professores/frxavier/materiais/Aula_6____Simetria_Molecular.pdf)> Acesso em: 12/09/2016

## Apêndice A – Roteiro experimental e questionário da atividade sobre simetria

### Atividade com espelhos

#### *Simetria*

#### **Objetivo**

Identificar e compreender o significado de simetria em diversas situações.

#### **Introdução**

*“Imagine uma figura sendo dobrada de modo que as duas partes coincidam. Dizemos nesse caso que a figura apresenta simetria ou é simétrica. A dobra é o eixo de simetria”*

Agora vamos tentar entender a idéia de *simetria* com o auxílio de espelhos.  
Mãos à obra!

**Simetria axial:** Imagem espelhada em relação ao eixo de simetria.

Materiais necessários:

1 espelho;  
1 folha de papel;  
Lápis e borracha.

Procedimento:

Com um espelho plano em mãos, posicioná-lo *perpendicularmente* sobre uma imagem (figura 1) de modo que o reflexo coincida com a imagem refletida.

Sendo assim, podemos afirmar:

*“O eixo de simetria é a reta da base do espelho”*

**Simetria central:** Nesse caso a imagem possui um *centro de simetria*.

Materiais necessários:

2 espelhos;  
1 folha de papel;  
Lápis e borracha.

Procedimento:

Articulando os dois espelhos, cada um com uma de suas extremidades em contato entre si, e posicionando-os sobre uma imagem de simetria central (figura 2), deve-se encontrar aproximadamente o ponto de articulação dos espelhos sobre a imagem e o ângulo em que os reflexos produzidos pelos espelhos coincidam com a imagem da figura real.

Agora dizemos que:

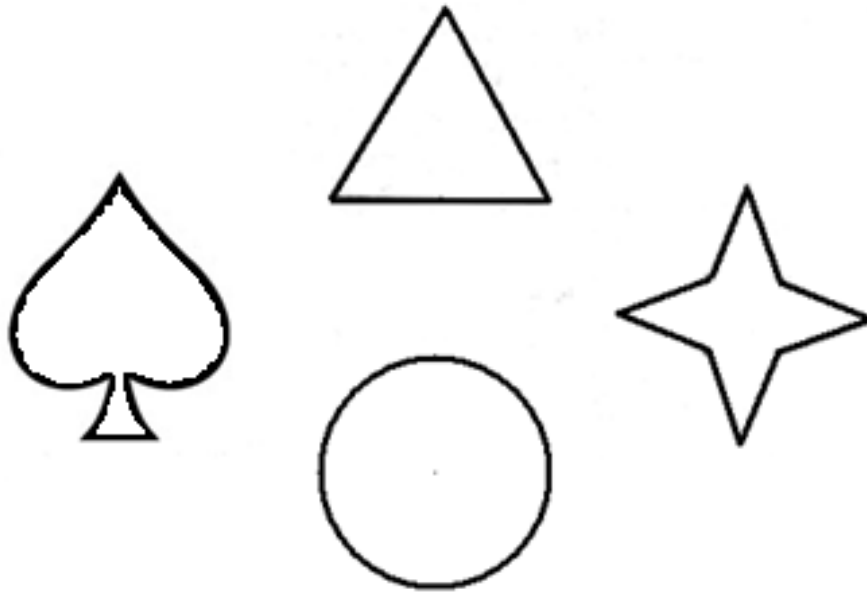
*“O centro de simetria é o ponto de articulação dos espelhos”*

### Atividade com espelhos

#### Simetria

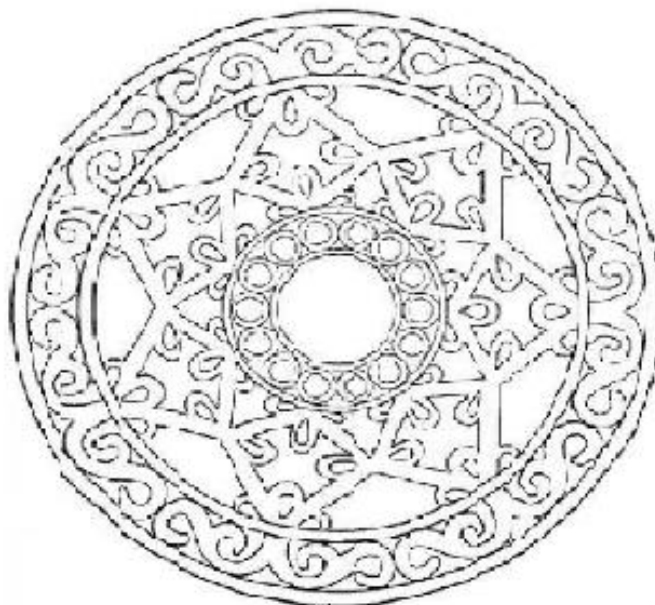
Analise as figuras e, se possível, faça uma reta sobre cada eixo de simetria de cada figura. Responda quantos eixos de simetria tem cada figura e, quais delas possuem um centro de simetria.

Figura 1.



Indique a posição do centro de simetria da figura abaixo e responda quantos eixos de simetria possui essa figura.

Figura 2.



## Apêndice B - Roteiro experimental e questionário da atividade sobre polígonos e ângulos

### Atividade com espelhos

#### *Polígonos Geométricos*

#### Objetivo

Habilidades: Identificar e investigar os diferentes tipos de polígonos regulares. Compreender a idéia de medida de um ângulo (em grau), sabendo operar com medidas de ângulos e usar instrumentos geométricos para construir e medir ângulos.

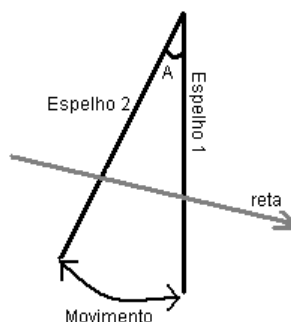
#### Introdução

Nessa atividade os alunos formarão os polígonos a partir de uma reta.

*Polígono é um contorno formado apenas por segmentos de retas que não se cruzam.*

#### Materiais necessários:

Dois espelhos planos;  
Fita adesiva;  
Um transferidor;  
Lápis, borracha e caneta;  
Uma folha de papel (sulfite).



#### Procedimento

Primeiramente deve-se unir um espelho ao outro com a fita adesiva em um de seus lados, de modo que possam se mover facilmente.

Posicionando os dois espelhos planos sobre uma reta, sendo um deles perpendicular à reta, os espelhos são articulados de modo a obterem-se diferentes formatos geométricos com a imagem formada nos espelhos.

Nomenclatura dos polígonos de 3 a 20 lados:

3 lados - triângulo ou trilátero;  
4 lados - quadrângulo ou quadrilátero;  
5 lados - pentágono ou pentalátero;  
6 lados - hexágono ou hexalátero;  
7 lados - heptágono ou heptalátero;  
8 lados - octógono ou octolátero;  
9 lados - eneágono ou enealátero;  
10 lados - decágono ou decalátero;  
11 lados - undecágono ou undecalátero;

12 lados - dodecágono ou dodecalátero;  
13 lados – tridecágono;  
14 lados – tetradecágono;  
15 lados - pentadecágono ou pentadecalátero;  
20 lados - icoságono ou icosalátero.

## Atividade com espelhos

### *Polígonos Geométricos*

1. Complete a tabela registrando os valores do ângulo entre os espelhos, do número de retas (lados) e o nome de cada figura geométrica formada nos espelhos. Tome cuidado para que as figuras observadas sejam regulares (lados iguais).

**Tabela**

| Nome da figura | Quantidade de lados | Ângulo em graus (°) |
|----------------|---------------------|---------------------|
|                |                     |                     |
|                |                     |                     |
|                |                     |                     |
|                |                     |                     |

2. O que acontece com o formato da figura quando o ângulo é muito pequeno?



## Apêndice C - Roteiro experimental e questionário da atividade sobre associação de dois espelhos planos

### Atividade com espelhos

#### *Associação de dois espelhos planos*

#### Objetivos

Compreender a idéia de medida de um ângulo (em grau), sabendo operar com medidas de ângulos e usar instrumentos geométricos para construir e medir ângulos.

Associar as características de obtenção de imagens a propriedades físicas da luz para reproduzir imagens.

#### Introdução

Dois espelhos planos podem ser associados, com as superfícies refletoras se defrontando e formando um ângulo entre si, com valores entre  $0^\circ$  e  $180^\circ$ .

Materiais necessários:

- 1 objeto pequeno;
- 1 transferidor de grau;
- 2 espelhos planos;
- 1 régua e 1 lápis.

#### Procedimento

Posicione o objeto diante do ponto de articulação dos espelhos e procure formar o número de imagens indicados na primeira coluna, em seguida, preencha a segunda coluna da tabela de acordo com os valores encontrados. Procure posicionar o espelho de maneira que as imagens fiquem equidistantes.

| Número de imagens | Ângulo (graus) |
|-------------------|----------------|
| 1                 |                |
| 2                 |                |
| 3                 |                |
| 5                 |                |
| 8                 |                |

#### Questionário

- O número de imagens é diretamente ou inversamente proporcional ao ângulo entre os espelhos?
- Tente estabelecer uma relação matemática que represente o número de imagens em função do valor de  $360^\circ$  e do ângulo entre os espelhos.
- Quantas imagens devem ser formadas se o ângulo for de zero grau? (Posicione o objeto entre os espelhos).
- Qual ângulo necessário para serem formadas 19 imagens?

## Apêndice D - Roteiro experimental e questionário da atividade sobre as leis da reflexão

### Atividade com espelhos *Leis da reflexão*

#### Objetivos

Reconhecer o fenômeno e as leis de reflexão da luz.

#### Introdução

Reflexão é o fenômeno que consiste no fato de a luz voltar a se propagar no meio de origem, após incidir sobre um objeto ou superfície.

Os fenômenos em que acontece reflexão, tanto regular quanto difusa e seletiva, obedecem a duas leis fundamentais que são:

#### 1ª Lei da reflexão

O raio de luz refletido BC e o raio de luz incidente AB, assim como a reta normal N à superfície, pertencem ao mesmo plano, ou seja, são coplanares.

#### 2ª Lei da reflexão

O ângulo de reflexão (r) é sempre igual ao ângulo de incidência (i).

Materiais necessários:

1 transferidor de grau;

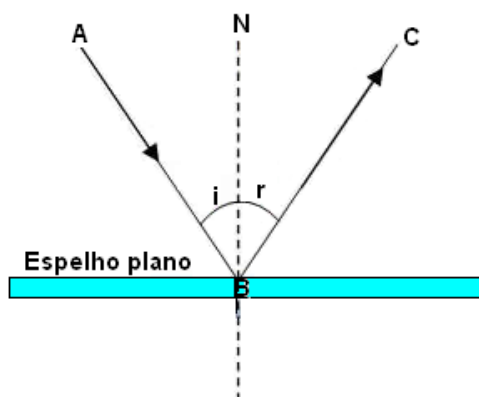
1 lápis;

1 laser ou fonte de luz colimada (lanterna com fitas adesivas) ou então,

dois pregos;

1 espelho plano;

1 régua.



#### Procedimentos

Primeiramente, com um espelho sobre o transferidor (Anexo), deve-se traçar uma reta normal a superfície do espelho, de preferência passando sobre o ângulo de 90°.

Incida a luz com a fonte em pelo menos cinco diferentes ângulos com a reta Normal, registre os valores dos ângulos para os raios incidentes na primeira coluna da tabela. Depois, meça o ângulo entre a reta Normal e o raio de luz refletido, anotando os valores encontrados na segunda coluna da tabela.

Tabela.

| Ângulo de incidência (i) | Ângulo de reflexão (r) |
|--------------------------|------------------------|
|                          |                        |
|                          |                        |
|                          |                        |
|                          |                        |
|                          |                        |

## Apêndice E - Roteiro experimental e questionário da atividade sobre reflexão no plano cartesiano

### Atividade com espelhos Reflexão

#### Objetivos

Compreender a idéia de reflexão em relação aos eixos X e Y, assim como em relação à origem do plano cartesiano, utilizando espelhos planos como ferramenta de apoio.

#### Introdução

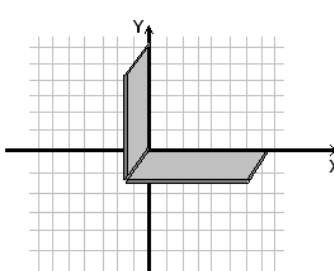
O conceito de reflexão de uma figura pode ficar mais claro quando observamos na prática essa reflexão em um espelho. Nessa atividade usaremos dois espelhos planos associados para melhor abstração desse conceito.

#### Materiais necessários:

2 espelhos planos;  
1 régua, lápis e caneta;

Papel milimetrado;  
Fita adesiva.

#### Procedimento

- Primeiramente os dois espelhos devem ser unidos por um de seus lados com a fita adesiva (Durex, crepe, isolante).
  - No papel milimetrado deve ser feito um plano cartesiano com a caneta, tendo o eixo Y na vertical e o eixo X na horizontal. Cada “quadrinho” do papel terá o valor de uma unidade.
  - Representar no plano cartesiano o polígono 1 de vértices: A(2;3), B(5;1), C(5;3) e D(5;5).
  - Posicionar os espelhos perpendicularmente sobre plano, de maneira que a base de um espelho esteja sobre o eixo Y, a base do outro espelho sobre o eixo X e que o vértice ligado pela fita adesiva dos espelhos esteja sobre a origem.
- 
- Montar uma tabela informando as coordenadas dos vértices do polígono 1 e dos vértices das imagens obtidas na reflexão dos espelhos.

#### Modelo de tabela

| Polígono1 | Polígono2(2ºQuadrante) | Polígono3(3ºQuadrante) | Polígono4(4ºQuadrante) |
|-----------|------------------------|------------------------|------------------------|
| A (2;3)   |                        |                        |                        |
| B (5;1)   |                        |                        |                        |
| C (5;3)   |                        |                        |                        |
| D (5;5)   |                        |                        |                        |

#### Questionário

I.O que ocorre com os valores das abscissas (X) e das ordenadas (Y) na reflexão em relação ao eixo Y? Em qual quadrante a imagem é projetada?

II.O que ocorre com os valores das abscissas (X) e das ordenadas (Y) na reflexão em relação ao eixo X? Em qual quadrante a imagem é projetada?

III.O que ocorre com os valores das abscissas (X) e das ordenadas (Y) na reflexão em relação à origem? Em qual quadrante a imagem é projetada?

## **Apêndice F – Manual de desenvolvimento do Sextante de baixo custo**

### **O Sextante**

Antes da introdução de sistema de posicionamento global (GPS), o método mais importante de navegação em alto mar foi a medição das distâncias entre constelações e a altitude de tais acima do horizonte para o mais alto grau possível de exatidão da localização dos navegadores.

Para encontrar sua posição sobre a superfície da terra observando as estrelas, os navegadores precisam de um almanaque preparado pelos astrônomos para prever precisamente onde os corpos celestes (o sol, lua, planetas e as estrelas) navegacionais selecionados, estarão, hora a hora em relação ao observatório que elaborou o almanaque ou, nos tempos modernos, Greenwich na Inglaterra. Eles também precisam de um cronômetro ou algum outro meio de dizer o tempo de volta no observatório que foi o ponto de referência para os dados do almanaque. Os navegadores precisam de um método matemático rápido e fácil para reduzir os dados de suas observações celestes para uma posição no mapa e, finalmente, precisam de um instrumento de medição de ângulo, um Sextante, para medir o ângulo do corpo celeste acima de uma linha horizontal de referência (Ifland, 2000).

Segundo Ifland (2000), nos tempos antigos, o navegador que estava planejando navegar para fora da vista da terra deveria simplesmente medir a altura da Estrela Polar (ou Polaris, Ursa Menor) no seu ponto de partida, em termos de hoje medir a latitude do porto de origem. Para voltar depois de uma longa viagem, ele precisava velejar para o norte ou sul, conforme o caso, para trazer a Estrela Polar à altitude do porto de origem, em seguida, virar à esquerda ou à direita, conforme adequado e navegar pela latitude, mantendo Polaris em um constante ângulo.

Ainda segundo Ifland (2000), os árabes conheciam tudo sobre esta técnica. Primeiramente, eles utilizavam seus membros superiores para medir a altitude de Polaris e realizar seus cálculos para estimar suas “coordenadas”. Anos depois, eles usaram um dispositivo simples chamado Kamal para fazer a observação. O Kamal (Fig. 17) era formado por uma tábua retangular presa a um fio suspenso com vários nós a partir de seu centro. A estes nós

correspondia uma graduação em Isbas (Isba em árabe significa dedo, o que também correspondia a uma polegada).

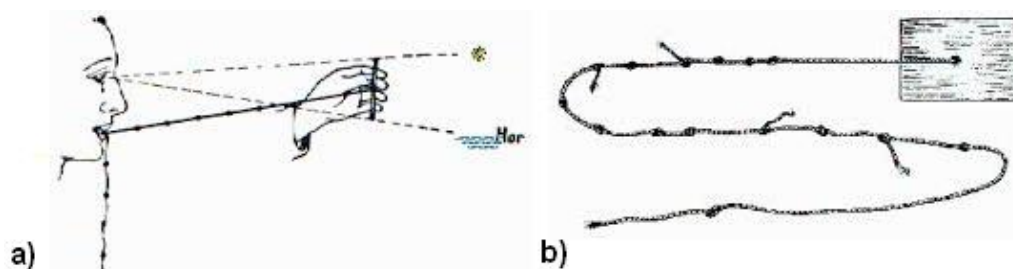


Figura 17 – a) Medindo alturas com o Kamal; b) Kamal. Fonte:  
<http://www.ancruzeiros.pt/ancdrp/kamal>

Antes de sair do porto de origem, o navegador deveria amarrar um nó no fio de modo que, segurando-o em seus dentes, ele poderia avistar Polaris ao longo da parte superior da tábua e o horizonte ao longo do fundo. Para realizar as medidas de suas coordenadas em alto mar, prendia-se o nó com os dentes e esticava-se o fio, com a tábua afastada do rosto, visando o horizonte pelo lado inferior da tábua e a estrela pelo lado oposto (Correa, 2009).

Por volta do século X, árabes introduziram na Europa a dois importantes instrumentos astronômicos, a saber, o quadrante e o astrolábio (representados na figura 18).



Figura 18 - À esquerda, um astrolábio astronômico. Fonte:  
<https://pabloomirlo.files.wordpress.com/2014/12/astrolabio.jpg> (2016). À direita um quadrante de bronze. Fonte: <http://www.mat.uc.pt/~helios/Mestre/Novemb00/H61iflan.htm> (2016).

A primeira descrição conhecida de um astrolábio é feita por Johannes Philoponus de Alexandria que viveu de 490-566. O astrolábio era um instrumento portátil feito de cobre ou bronze, a sua função principal era

determinar a elevação do Sol ou uma estrela e resolver rapidamente problemas de astronomia esférica. Essencialmente, o astrolábio era um computador mecânico em que uma rede de azimutes e altitudes que dividem os céus foram gravados. Ao redor da borda do astrolábio, pode ser inscritas as horas do dia, os dias do ano, e os signos do zodíaco. Como um dispositivo de altitude, o astrolábio também poderia ser usado para encontrar a altura dos edifícios, ou montanhas e outras características topográficas (Adams, 2016).

O quadrante simples, contemporâneo do astrolábio, tinha por finalidade tomar as alturas dos astros e era geralmente feito de madeira ou latão. Era um quarto de círculo e possuía medidas de  $0^{\circ}$  a  $90^{\circ}$ . Em ambas as extremidades, marcadas com o ângulo reto, possuía duas pínulas que continham um pequeno furo por onde se apontava ao astro desejado. Era colocado um fio de prumo ao centro, de forma a interceptar a parte graduada. Era graças a esse fio que se lia a graduação que indicava a altura do astro (Adams, 2016).

Durante os anos 1400, os exploradores portugueses estavam viajando para o sul ao longo da costa da África em busca de uma rota para o oriente. Conforme o navegador se aproxima do equador em direção ao sul, Polaris desaparece abaixo do horizonte. Assim, em mares do sul, os marinheiros tinham que ter uma maneira diferente de encontrar sua latitude. Oitenta anos depois, os astrônomos portugueses haviam descoberto a forma de determinar a latitude usando a posição do sol enquanto se movia para o norte e sul do equador com as estações, o que hoje chamamos de declinação (Ifland, 2000).

O próximo passo na evolução dos instrumentos de navegação celeste foi a Balestilha, descrita pela primeira vez por um estudioso judeu chamado Levi ben Gerson em 1342 (Adams, 2016). É basicamente constituída por uma régua de madeira (virote) na qual se coloca uma “travessa” que corre na perpendicular em relação ao virote. A leitura do ponto onde se encontrava o astro era feita no ponto da escala gravada no virote onde a travessa se encontrava. Com esse instrumento, o observador tinha que olhar em duas direções ao mesmo tempo (Fig. 19).

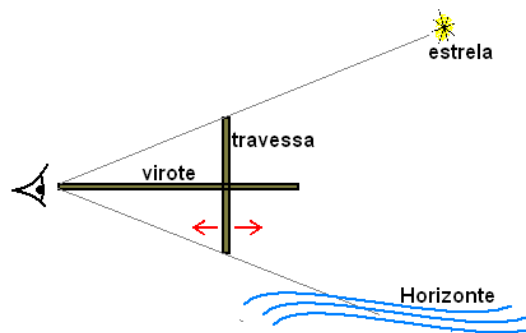


Figura 19 - A Balestilha.

Em 1731, em Londres, John Hadley apresenta um instrumento que permitia medir alturas de astros por meio de dois espelhos, o Oitante (figura 20). Ao mesmo tempo, em Filadélfia, e independentemente dele, Thomas Godfrey havia produzido a mesma invenção. Esse instrumento fora chamado assim pela sua forma de um setor circular de  $45^\circ$ , ou seja, um oitavo de círculo (Correa, 2009).

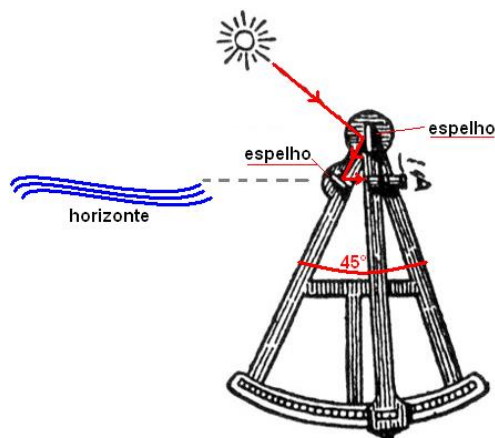


Figura 20 – O Oitante.

No início do século XVIII, os astrônomos haviam desenvolvido um método para prever a distância angular entre a lua e o sol, planetas ou estrelas selecionadas. Usando esta técnica, o navegador poderia medir o ângulo entre a lua e um corpo celeste, calcular o tempo em que a lua e o corpo celeste estariam precisamente a essa distância angular e então comparar o cronômetro do navio com tempo de um dado referencial. Sabendo o tempo correto, o navegador pode agora determinar sua longitude (Ifland, 2000).

O Oitante mede ângulos de  $0^\circ$  a  $90^\circ$ , e é ideal para observações dos corpos celestes acima do horizonte. Mas, para observações da distância lunar

em relação aos corpos celestes se faz necessária uma gama angular maior que 90°. Segundo Correa (2009), um oficial da marinha inglesa (Campbell), em 1757, modifica a seção circular do Oitante de 45° para 60°, que corresponde a um sexto de círculo, dando origem ao Sextante.

O sextante é um instrumento elaborado para medir a distância angular na vertical entre um astro e a linha do horizonte para fins de cálculo da posição e para corrigir os eventuais erros da navegação estimada. Esse instrumento também pode ser usado para calcular distâncias medindo ângulos verticais desde o ponto de observação até um dado objeto, por exemplo, um farol.

Dada a altura do farol, o ângulo observado desde a ponta superior do farol até ao nível do mar fornece, consultando uma tabela ou fazendo cálculos trigonométricos, a distância ao farol (figura 21). O sextante pode ainda ser utilizado para medir ângulos horizontais entre objetos conspícuos da costa e assim calcular uma posição. No entanto, é um instrumento essencialmente concebido para a observação da altura dos astros, Sol, Lua, planetas e estrelas.

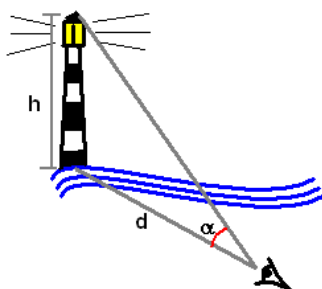


Figura 21 – Dada a altura  $h$  do farol e tendo a medida do ângulo  $\alpha$  entre o horizonte e o topo do farol, é possível determinar a distância  $d$ , do observador ao farol pela expressão  $d = h/\operatorname{tg}\alpha$

O seu limbo tem uma extensão angular de 60° (origem da designação sextante) e está graduado de 0° a 120°. Nele corre uma alidade destinada a apontar o instrumento ao objeto visado e a realizar a leitura do ângulo medido. Um sistema de dupla reflexão, formado por um espelho móvel e um espelho fixo, permite efetuar a coincidência entre as imagens do horizonte visual e do objeto observado (Figura 22) ou de dois objetos observados, no caso de se pretender medir o ângulo entre eles. O sextante marítimo, o mais comum, permite realizar medições angulares com

uma exatidão de cerca de meio minuto de arco. Devido à sua grande importância histórica na determinação da posição dos navios no mar, o sextante é o símbolo adotado pela navegação marítima e pelos navegadores há mais de duzentos anos.

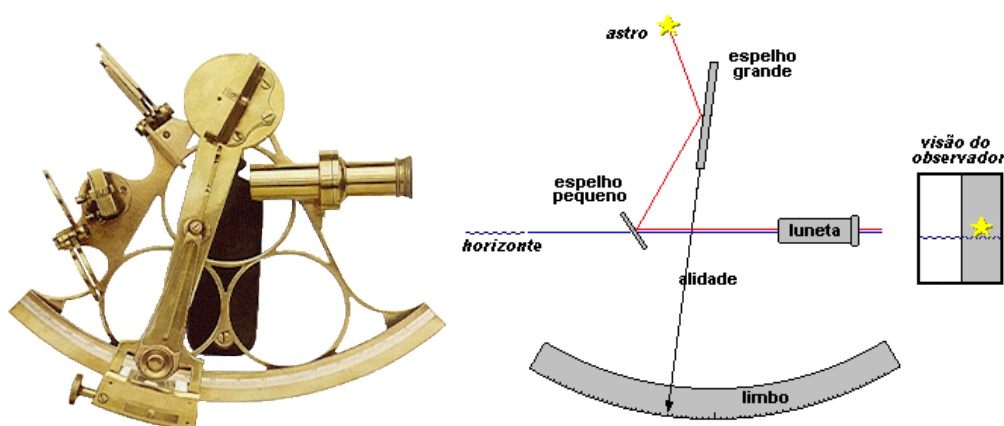


Figura 22 – As imagens mostram um sextante, à esquerda, e o princípio de funcionamento desse instrumento óptico, à direita. Fonte: <<http://www.ancruzeiros.pt/ancdrp/sextante>>

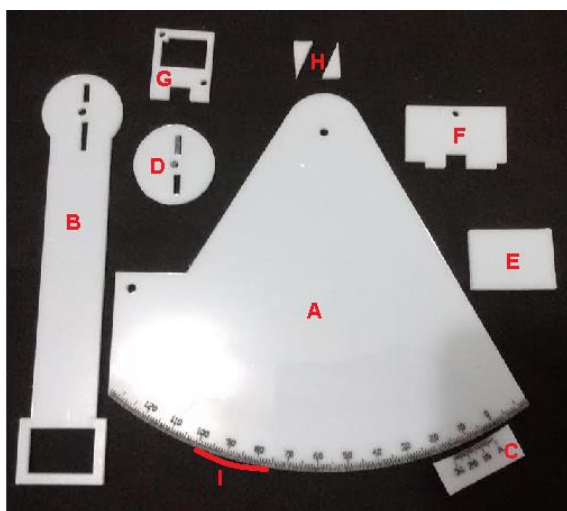
### A construção do Sextante de baixo custo

A construção foi baseada no trabalho *The X-tant Project* (2016), onde é desenvolvido um oitante com as escalas angulares impressas em uma folha de papel. No trabalho citado, o autor disponibiliza um programa para fazer as impressões das escalas para construção de um sextante, quadrante ou oitante. A escala impressa é colada sobre um material qualquer, desde que corresponda às dimensões e resistência apropriadas para o instrumento a ser construído. Utilizando o programa citado como base para construção desse instrumento, desenvolveu-se um projeto com todas as medidas necessárias das dimensões das peças e, em seguida, programado em AutoCAD. O projeto pode ser obtido no endereço:

<https://drive.google.com/file/d/0B7xr9IbdUL9pOEJfYjREV3ltN3d3QmNUZXdhYVI4Z28wU3ZJ/view?usp=sharing>.

Para confecção das peças dos sextantes foi utilizado uma chapa de Poliestireno, com dimensões 1mx50cmx3mm. Esse material possui características semelhantes às do acrílico, alta estabilidade dimensional e baixo custo. Os cortes na placa foram realizados com a metodologia de corte a laser para projetos em acrílico e MDF, produzindo peças com precisão, qualidade, economia de tempo, aproveitamento do material e excelente custo-

benefício. Com apenas uma placa de poliestireno, foram confeccionados sete sextantes. As partes, cortadas da placa de poliestireno, do sextante construído estão representadas na figura abaixo, e no quadro ao lado estão descritos os nomes de cada parte para montagem do instrumento.



| PEÇA | NOME DA PEÇA                    |
|------|---------------------------------|
| A    | Quadro                          |
| B    | Braço (ou Alidade)              |
| C    | Escala Vernier                  |
| D    | Base circular                   |
| E    | Guia para o braço               |
| F    | Anteparo para o espelho grande  |
| G    | Anteparo para o espelho pequeno |
| H    | Apoios para os anteparos        |
| I    | Limbo (escala do arco)          |

Figura 23 – À esquerda as peças de poliestireno do sextante construído; À direita, uma tabela com os nomes de cada parte.

### Montagem do instrumento

Inicialmente é feita a pintura, com tinta acrílica, das escalas gravadas no limbo e no vernier. O poliestireno comprado possui uma película protetora de plástico transparente, que pode ser retirado totalmente da placa. Nos sextantes desenvolvidos, a película do quadro foi retirada somente nas proximidades do limbo e do vernier para facilitar a leitura das medidas. Essa película também foi removida nas áreas onde algumas peças foram coladas.



Figura 24 – Pintura do limbo: a) escala inicialmente sem pintura; b) a pintura pode ser feita com pincel, preenchendo bem a gravação com a tinta acrílica; c) em seguida o excesso da tinta é removido com pano ou papel toalha.



Figura 25 – Pintura da escala do vernier: a) o vernier com a escala gravada, inicialmente sem tinta; b) pintura com tinta acrílica; c) vernier com película de plástico; d) a película é retirada.

Os sextantes modernos utilizam uma escala com tambor micrométrico para realizar a leitura dos ângulos. Nesse trabalho o método utilizado para medição foi o vernier. A precisão da escala vernier pode ser tão boa quanto uma escala com tambor micrométrico. A diferença é que a escala vernier requer um tratamento muito mais delicado do braço do sextante ao apará-lo.

No limbo do sextante, cada grau está dividido em duas partes (30' de arco). Ler a escala vernier é simples uma vez acostumado com isso. Visualizando a Fig. 26, a linha A aponta para 41° e algo mais. Uma vez que, neste sextante, o grau é dividido em 2 partes (30' cada), podemos ver que a leitura está em pouco mais de 30'.

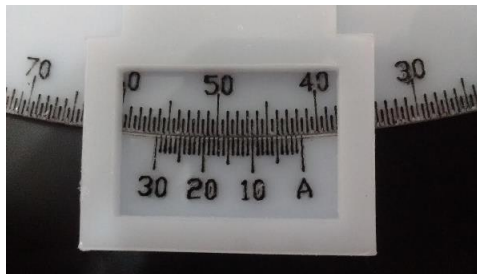


Figura 26 - Na escala vernier (aquela de A a 30'), a 7ª linha coincide com a linha da escala do arco. Assim, a leitura é de  $41^{\circ}30'+6'$ , ou  **$41^{\circ}36'$** .

Para fixação do braço e da base circular no quadro foram utilizados parafusos de 3mm de diâmetro por 12mm de comprimento com porcas e arruelas. Como o braço do sextante deve se movimentar livremente foi preciso colocar “buchas” nos furos, feitas com uma fina placa de alumínio com 7mm x 10mm como ilustrado na Fig. 27.



Figura 27 – Processo realizado para fazer as buchas de alumínio.

As placas de alumínio foram obtidas a partir de ganchos para painéis de pressão, que podem ser comprados em lojas de peças de reposição para painéis ou com algum consertador de painéis.

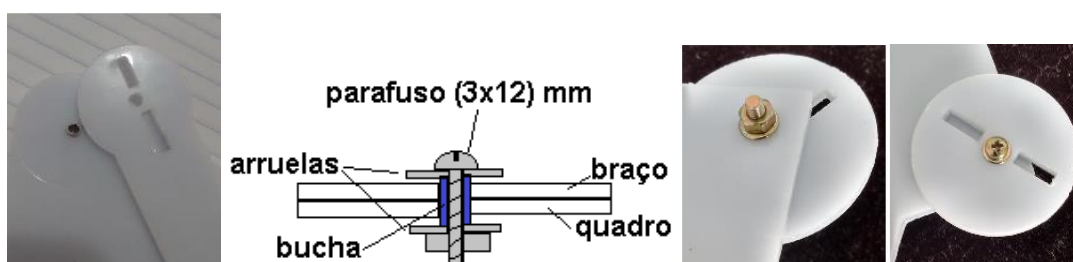


Figura 28 – Esquema de instalação do parafuso para fixação do braço no quadro (mesmo processo para fixação da base circular).

Após o braço estar parafusado no quadro é feita a fixação do vernier utilizando cola instantânea. Durante a secagem, o vernier deve permanecer encostado no limbo para que não haja afastamento entre as escalas. Em seguida cola-se a peça retangular (guia do braço) na parte de trás do braço, sobre o vernier, para pressioná-lo contra a moldura. É importante ter algum atrito entre o braço e a estrutura, de modo que o instrumento irá realizar a leitura se deixado sozinho (isto é, o braço não se move por si só). Esse processo está representado na Fig. 29.

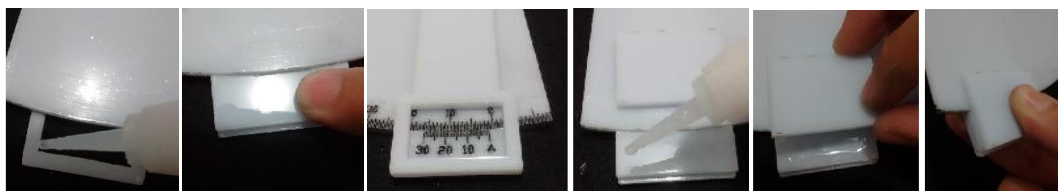


Figura 29 – Esquema para colagem da escala vernier.

Para apoiar os espelhos foram feitos anteparos, que devem ser encaixados nos cortes da base e do braço, conforme a figura. Antes do

encaixe, pode-se usar cola quente ou silicone para fixação dos suportes. Nesse trabalho os anteparos foram presos com fita dupla face, fazendo com que ficassem fixados firmemente e permitindo que possam ser retirados facilmente se preciso.

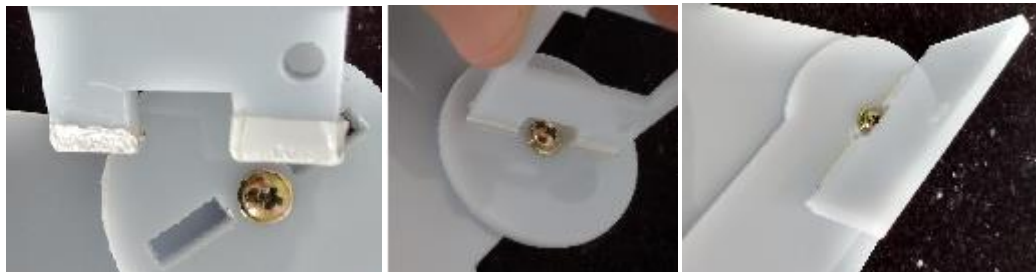


Figura 30 – Após aplicar a fita dupla face nos encaixes, os anteparos são fixados no braço (anteparo do espelho grande) e na base circular (anteparo do espelho pequeno).

Foram usados dois espelhos de vidro, sendo um “grande” com dimensões (50mm x 25mm x 3mm) e um “pequeno” com dimensões (30mm x 30mm x 3mm). Em uma vidraçaria podem ser feitos os cortes, nesse trabalho os cortes foram feitos pelo mestrando, utilizando um cortador de vidros manual. O espelho pequeno deve ter somente a metade prateada, a outra metade pode ser removida com a lâmina de estilete e esponja de aço. Os espelhos são firmados nos anteparos com auxílio de “presilhas” (Fig. 32), feitas com uma fina placa de alumínio, assim como as buchas feitas anteriormente para instalação do braço e da base circular.

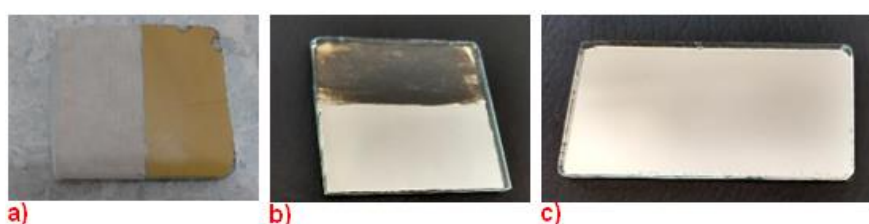


Figura 31 – a) espelho pequeno com fita adesiva sobre a metade de sua superfície (atrás do espelho), preparado para remoção da camada prateada; b) espelho pequeno com metade de sua superfície refletora; c) espelho grande 25mm x 50mm.



Figura 32 – Presilhas feitas de alumínio.

Os pequenos furos nos anteparos, com 3 mm de diâmetro, servem para fixar os parafusos de calibragem dos espelhos. Os parafusos utilizados para essa finalidade possuem 3,5mm de diâmetro, tendo as pontas cortadas com um alicate para melhor se ajustarem aos furos. Em seguida são rosqueados nos suportes, Fig. 33.



Figura 33 - Parafusos para calibragem dos espelhos.

### Calibragem dos espelhos

Com os espelhos fixados em seus suportes, devem ser realizados ajustes nas posições dos mesmos para redução de possíveis erros de medida.

Com o braço do espelho próximo ao ângulo de  $60^\circ$  no limbo, alinha-se a imagem refletida do limbo pelo espelho grande com o limbo observado diretamente. Em seguida o apoio para o anteparo deve ser colado, no anteparo e no braço, firmando-o de modo que o limbo e sua imagem refletida continuem alinhados. Não há problema se caso a imagem fique um pouco abaixo do alinhamento com o limbo, pois o parafuso do anteparo serve para fazer tal ajuste. Fig. 34.

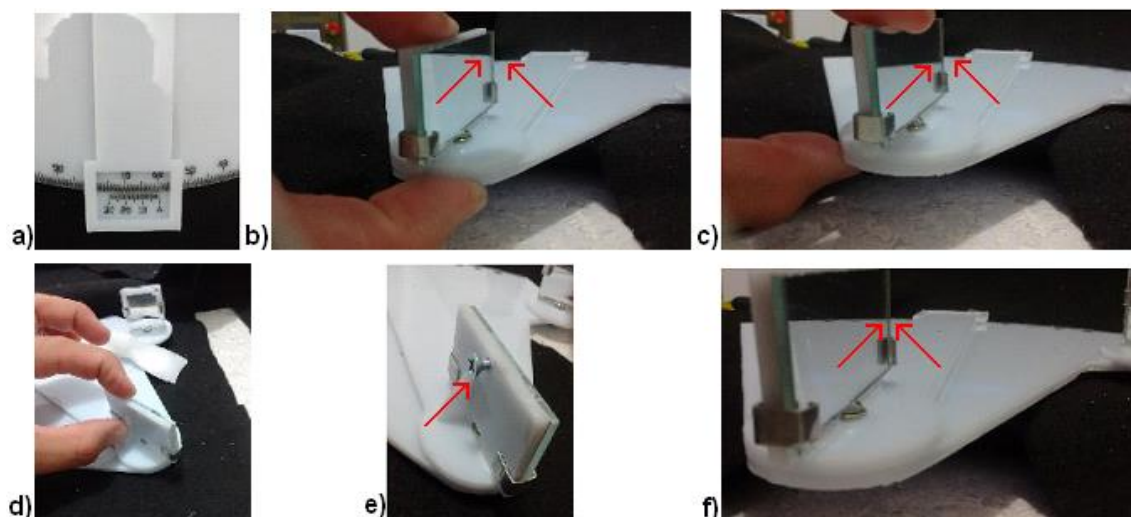


Figura 34 – Regulagem do espelho grande: a) O braço é posicionado próximo ao ângulo de  $60^\circ$ ; b) imagem refletida do limbo acima de sua imagem direta antes da regulagem; c) a imagem direta do limbo está acima de sua imagem refletida antes da regulagem; d) apoio do anteparo é colado; e) parafuso para ajuste do espelho; f) as imagens, direta e refletida, devem coincidir.

Quanto ao espelho pequeno, sua calibragem se dá posicionando o braço exatamente sobre a origem da escala (ângulo de  $0^\circ$ , Fig. 35). O braço deve ser mantido fixo durante o ajuste. O sextante deve ser segurado verticalmente, então, observa-se alguma linha vertical como referência (exemplos: postes, arestas de casas ou prédios). Gira-se a base circular de modo que a imagem do espelho grande possa ser observada no meio espelho (espelho pequeno). Encontrando uma linha vertical como referência (poste, arestas de casas ou prédios), o anteparo do meio espelho é ajustado até que as imagens, direta e refletida, da linha vertical coincidam ou que a imagem refletida esteja levemente deslocada levemente para direita. Nessa posição, cola-se o apoio no anteparo, mantendo-o fixo. Caso as imagens não estejam alinhadas após a colagem, o parafuso do anteparo deve ser ajustado até que as mesmas coincidam.

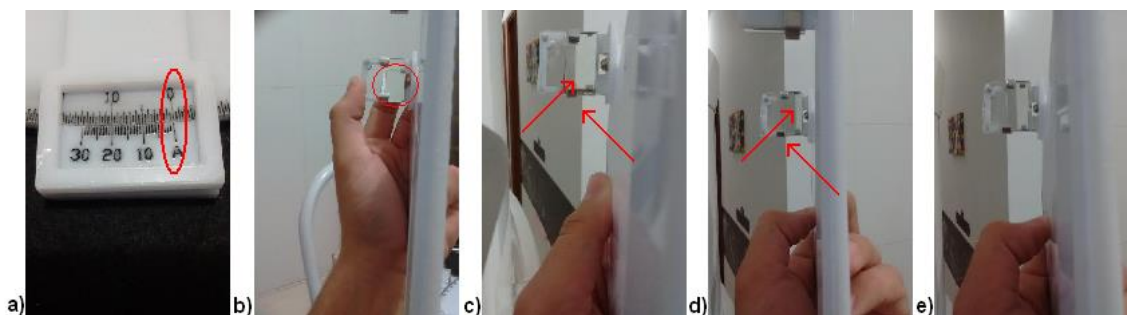


Figura 35 – Ajuste vertical do espelho pequeno: a) escala posicionada na origem; b) imagem refletida do espelho grande; c) imagem refletida da aresta deslocada para esquerda; d) imagem refletida da aresta deslocada para direita; e) imagem refletida da aresta levemente deslocada para direita, nessa posição o apoio do anteparo é colado.

Depois disso, com o sextante na vertical, deve-se mirar com a parte transparente do espelho pequeno, alguma linha horizontal distante, como muros distantes, fiação elétrica de postes, o próprio horizonte visível, etc. Com um referencial direcionado à vista, esse é alinhado com sua imagem refletida pelos dois espelhos, girando somente a base circular do espelho pequeno, até que as imagens, direta e refletida, coincidam da melhor maneira possível.



Figura 36 – Ajuste horizontal do espelho pequeno: Nas duas primeiras situações as imagens, refletida e direta, do muro estão desalinhadas; No terceiro caso, as imagens do muro se coincidem horizontalmente.

## **Materiais utilizados e custos**

Foram utilizadas ferramentas como: alicate universal, chaves de fenda e Phillips, estilete, pincel pequeno, tesoura, régua. Também os seguintes materiais: fita adesiva, fita dupla face, cola instantânea, 1 pote de 37ml de tinta acrílica, 14 parafusos (3mmX12mm), 14 porcas 3mm, 28 arruelas 3mm (opcional), 14 parafusos cabeça chata 3,5mmX9,5mm, 5 ganchos de panela de pressão, 1 esponja de aço, papel toalha, 1 espelho 23cmX16cm, placa de poliestireno 1mx50cmx3mm.

As ferramentas utilizadas são comuns, e não foi necessária a compra de nenhum desses itens. A quantidade das fitas adesiva e dupla face utilizada, assim como de papel toalha, são desprezíveis em relação à quantidade disponível dos rolos novos, esses também não precisaram ser comprados para o presente projeto desenvolvido. Os ganchos de panela foram doados.

Todos os parafusos, com suas respectivas porcas e arruelas, custaram aproximadamente R\$3,00; A cola instantânea custou R\$1,00; A tinta acrílica teve um custo de R\$3,50; Uma placa de poliestireno é encontrada em alguns sites da internet por R\$40,00 mais o valor do frete. O corte na placa foi feito pela maquetaria da UNESP, que possui uma máquina de corte a laser para essa finalidade, não tendo custo.

No total, cada um dos sete sextantes construídos custou aproximadamente R\$10,00. Considerando que uma empresa especializada em cortes a laser cobra cerca de R\$80,00 para esse projeto, cada instrumento desenvolvido poderia custar quase R\$21,50. Em comparação com alguns sites de compra e venda da internet, cada sextante desenvolvido custa menos de um décimo do valor de um sextante encontrado nas pesquisas.

## Apêndice G - Roteiros experimentais das atividades com Sextante

### Atividade com Sextante

#### *Determinação da altura linear de um objeto*

#### Objetivos

Determinar a altura linear de um objeto fazendo o uso do sextante;  
Saber realizar medidas usando padrões e unidades não convencionais;  
Utilizar razões trigonométricas fundamentais para resolver problemas em diferentes contextos;  
Conhecer as características de instrumentos e recursos usados nas navegações em épocas passadas e compreender os conceitos físicos associados a eles.

#### Materiais necessários

Sextante, trena ou fita métrica, cartolina.

#### Procedimentos

- Localizar o objeto (acessível) que se deseja conhecer a altura. Ex: árvore, poste, muro, parede, etc.
- Medir a distância ( $d$ ) em metros entre a base do objeto e o local onde será feita a medição com o sextante, utilizando uma trena.
- Medir a distância ( $h$ ) em metros entre o sextante e o chão.
- Marcar essa distância no objeto com uma tira de cartolina ou fita adesiva colorida (ponto  $P$  da figura abaixo).
- Medir a altura angular ( $A$ ) do objeto (com o sextante).

OBS.: A altura, em metros do objeto, é obtida por:

$$(d \cdot \tan A) + h$$



| Objeto | Distância<br>$d(m)$ | $h(m)$ | Ângulo<br>$A$ | Altura do objeto<br>( $m$ ) |
|--------|---------------------|--------|---------------|-----------------------------|
|        |                     |        |               |                             |
|        |                     |        |               |                             |
|        |                     |        |               |                             |

Obs.: Se as medidas de um ou mais objetos foram realizadas às mesmas distâncias por grupos diferentes, pode-se discutir a possível diferença entre as medidas e fazer uma média dos valores encontrados para altura estimada do(s) objeto(s).

## Atividade com Sextante

### Determinação da distância até um objeto vertical

#### Objetivos

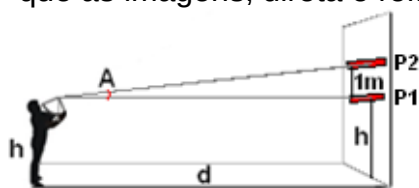
Determinar a distância entre um objeto, acessível ou não, e um determinado ponto fazendo o uso do sextante;  
Saber realizar medidas usando padrões e unidades não convencionais;  
Utilizar razões trigonométricas fundamentais para resolver problemas em diferentes contextos;  
Conhecer as características de instrumentos e recursos usados nas navegações em épocas passadas e compreender os conceitos físicos associados a eles.

Materiais: Cartolina, fita adesiva, trena e sextante.

#### Procedimentos

Para objetos acessíveis:

- Medir a distância ( $h$ ) em metros entre o sextante e o chão.
- Marcar a distância ( $h$ ) no objeto que se deseja determinar a distância (por exemplo: uma parede de uma das extremidades do corredor da escola) com uma tira de cartolina ou fita adesiva de fácil visualização (ponto P1).
- Colar outra tira de cartolina ou fita adesiva 1 metro acima da primeira (ponto P2).
- Medir a altura angular ( $A$ ) de uma tira a outra (com o sextante) fazendo com que as imagens, direta e refletida, da tira se coincidam.

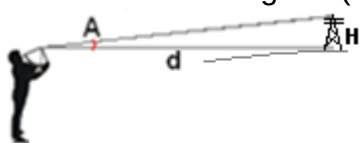


A distância  $d$ , em metros, até a outra extremidade do

corredor é obtida por:  $\frac{1}{\tan A}$ .

Para objetos inacessíveis com altura ( $H$ ) conhecida (*postes de iluminação, torres de alta tensão,...*):

- Medir a altura angular ( $A$ ) da base ao topo do objeto.



Nesse caso, a distância  $d(m)$  até o objeto é obtida por:  $\frac{H}{\tan A}$ .

| Local | Distância<br>$h(m)$ | Ângulo A<br>medido | Ângulo A "em graus<br>ou radianos" | Distância<br>$d(m)$ |
|-------|---------------------|--------------------|------------------------------------|---------------------|
| 1     |                     | ° '                |                                    |                     |
| 2     |                     | ° '                |                                    |                     |
| 3     |                     | ° '                |                                    |                     |

#### Observação

Para ângulos ( $A$ ) até  $4^\circ$ ,  $\tan(A_{rad}) \cong A_{rad}$  (ângulo em radianos).

## Atividades com Sextante

### Paralaxe

#### Objetivos

Saber realizar medidas usando padrões e unidades não convencionais;  
 Utilizar razões trigonométricas fundamentais para resolver problemas em diferentes contextos;  
 Conhecer as características de instrumentos e recursos usados nas navegações em épocas passadas e compreender os conceitos físicos associados a eles;  
 Conhecer recursos usados na astronomia para medidas de distâncias de objetos celestes distantes.

**Materiais necessários:** Sextante, trena ou fita métrica e giz de lousa.

#### Procedimentos

- Localize um objeto (por exemplo: um poste, antena de casas vizinhas ou uma árvore na esquina) em que, observando o plano de fundo do objeto, possa encontrar algo muito mais distante como referência, e que possa ser alinhado com o objeto conforme você se desloque um pouco para direita ou para esquerda.
- Posicionar-se de modo que o referencial no plano de fundo fique levemente deslocado para esquerda do objeto, formando um ângulo  $\alpha_1$  conforme a Fig.1. Medir o valor do ângulo ( $\alpha_1$ ) com o sextante, posicionado horizontalmente, e marcar com giz a atual posição (A).
- Posicionar-se de modo que o referencial no plano de fundo fique levemente deslocado para direita do objeto, formando um ângulo  $\alpha_2$  conforme a Fig.1. Medir o valor do ângulo ( $\alpha_2$ ) com o sextante, posicionado horizontalmente, e marcar com giz a atual posição (B).
- Com uma trena ou fita métrica, medir a distância (AB).

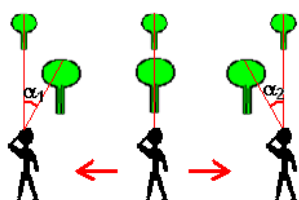


**Figura 1 -**

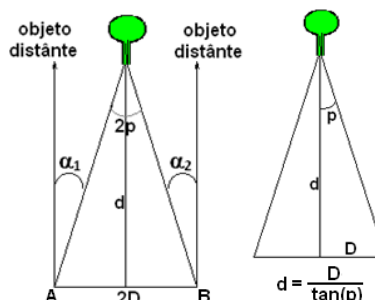


**Figura 2 -**

- Preencher os valores encontrados na tabela abaixo e fazer os cálculos necessários para obter o valor da paralaxe ( $p$ ) e da distância ( $d$ ) do objeto.
- Fazer o mesmo procedimento com outros objetos. Tente fazer com que a distância AB (Fig.2) seja aproximadamente a mesma utilizada da primeira vez.

| Objeto | $D=(AB/2)$ | $\alpha_1$ | $\alpha_2$ | $p=(\alpha_1+\alpha_2)/2$ | $d = D/\tan(p)$ |
|--------|------------|------------|------------|---------------------------|-----------------|
|        |            |            |            |                           |                 |
|        |            |            |            |                           |                 |
|        |            |            |            |                           |                 |

Obs.: Os ângulos  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$  devem estar em graus ou radianos.

Os resultados encontrados podem ser comparados com as distâncias fornecidas pelo *Google Maps* [maps.google.com](https://maps.google.com), fazendo o cálculo de proporção. Para isso, localize sua posição e a do objeto observado; em seguida meça com uma régua, na tela, a distância aproximada entre os dois pontos; encontre a informação, na parte inferior do lado direito, sobre a escala utilizada; meça a escala com a régua e faça o cálculo de proporção para distâncias reais.

## Atividades com Sextante

### Paralaxe

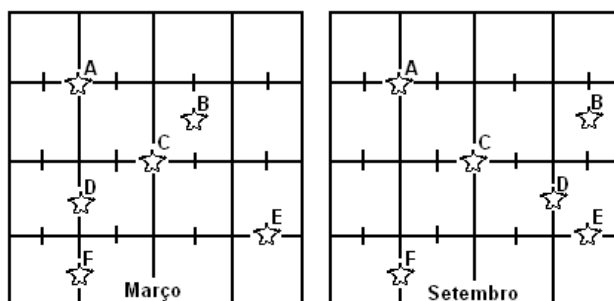
#### Questionário

1) Conforme a distância ( $d$ ) do objeto vai aumentando, o que ocorre com os valores da paralaxe ( $p$ )? Ou seja, quanto maior a distância, a paralaxe deve ser maior ou menor?

2) Qual das estrelas da tabela abaixo deve ser a mais próxima de nós? E qual a mais distante?

| Estrela                  | Paralaxe |
|--------------------------|----------|
| Sírius (Cão Maior)       | 0,379"   |
| Procyon (Cão menor)      | 0,286"   |
| Alpha Centauri (Centaur) | 0,772"   |

3) Analisando a figura abaixo, qual estrela tem maior paralaxe?



4) Se pudéssemos ver a Lua simultaneamente em 25 de abril de 2007, de Porto Alegre (esquerda) e de Paris (direita), a veríamos em posição diferente em relação às estrelas.



Fonte: <http://astro.if.ufrgs.br/dist/dist.htm>

De que maneira a metodologia usada nessa experiência (com o sextante) poderia ser realizada para determinar a distância até a Lua, por exemplo?

## Atividades com Sextante

### *Determinação da latitude local baseado na declinação de um astro*

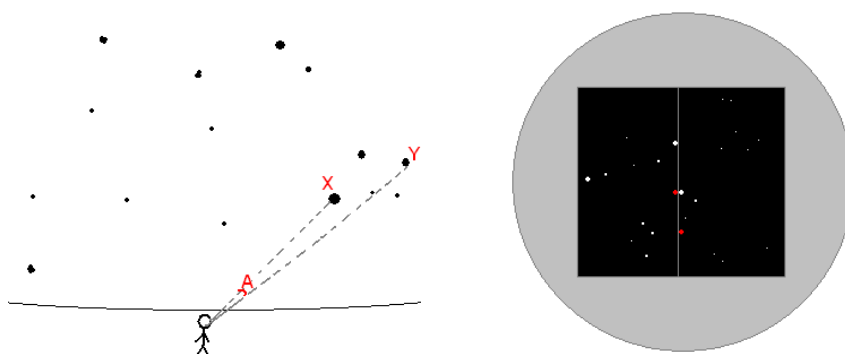
#### Procedimentos

- Localizar a direção norte com a bússola;
- Medir a altitude (A) do astro no momento em que este cruzar a direção norte (azimute=0°);
- Encontrar o valor da declinação (D) do astro para data e horário atual;
- Para o hemisfério sul, a latitude pode ser obtida pela expressão:

$$L = -90^\circ + D + A$$

### *Distância angular entre estrelas*

Pode-se determinar a distância angular  $A$  entre estrelas utilizando o sextante. Para isso, deve-se mirar uma estrela  $X$  e mover o braço do sextante de modo que a imagem refletida de outra estrela  $Y$  coincida com a imagem direta da estrela  $A$ .



### *Diâmetro aparente da Lua*

Para determinar o diâmetro aparente da Lua, o sextante deve ser ajustado de modo que as imagens, direta e refletida, da Lua se coincidam na origem da escala (0°). Depois o braço do sextante deve ser movido até que as imagens das extremidades opostas, refletida e direta, do astro se coincidam.

