

LUCAS GIOVANETTI

**ANÁLISE DO COEFICIENTE GEOMÉTRICO DE INTENSIDADE DE
TENSÕES UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS**

LUCAS GIOVANETTI

**ANÁLISE DO COEFICIENTE GEOMÉTRICO DE INTENSIDADE DE TENSÕES
UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS**

Dissertação apresentada à Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, para obtenção do título de Mestre em Engenharia Mecânica, na Área de Projetos.

Orientador: Professor Doutor Fernando de Azevedo Silva

Guaratinguetá
2016

G512a	<p>Giovanetti, Lucas</p> <p>Análise do coeficiente geométrico de intensidade de tensões utilizando o método dos elementos finitos / Lucas Giovanetti – Guaratinguetá, 2016. 79 f. : il.</p> <p>Bibliografia: f. 78-79</p> <p>Dissertação (Mestrado) – Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Engenharia de Guaratinguetá, 2016.</p> <p>Orientador: Prof. Dr. Fernando de Azevedo Silva</p> <p>1. Mecânica da fratura 2. Método dos elementos finitos 3. Tensões residuais I. Título</p> <p>CDU 620.172.24(043)</p>
-------	--

LUCAS GIOVANETTI

ESTA DISSERTAÇÃO FOI JULGADA ADEQUADA PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE
“MESTRE EM ENGENHARIA MECÂNICA”

PROGRAMA: ENGENHARIA MECÂNICA
ÁREA: PROJETOS

APROVADA EM SUA FORMA FINAL PELO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO



Prof. Dr. José Antônio Perrella Balestieri
Coordenador

BANCA EXAMINADORA:



Prof. Dr. FERNANDO DE AZEVEDO SILVA
Orientador / UNESP-FEG



Prof. Dr. MARCELINO PEREIRA DO NASCIMENTO
UNESP-FEG



Prof. Dr. CARLOS ALBERTO CHAVES
UNITAU

Maio de 2016

DADOS CURRICULARES

Lucas Giovanetti

NASCIMENTO	06.08.1976 – TAUBATÉ / SP
FILIAÇÃO	Nelson Giovanetti Maria Aparecida Rocha Giovanetti
1996/2001	Curso de Graduação Engenharia Mecânica - Universidade Federal de Itajubá
2007/2008	Curso de Pós-Graduação em Engenharia Aeronáutica, nível de Especialização, na Empresa Brasileira de Aeronáutica S/A.
2014/2016	Curso de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, nível de Mestrado, na Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá da Universidade Estadual Paulista.

especialmente a minha esposa Francine, e aos meus filhos
Diego e João Lucas.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar agradeço a Deus, fonte da vida e da graça. Agradeço pela minha vida, minha inteligência, minha família e meus amigos,

ao meu orientador, *Prof. Dr. Fernando de Azevedo Silva* que jamais deixou de me incentivar. Sem a sua orientação, dedicação e auxílio, o estudo aqui apresentado seria praticamente impossível.

aos meus pais *Nelson Giovanetti e Maria Aparecida Rocha Giovanetti*, que apesar das dificuldades enfrentadas, sempre incentivaram meus estudos.

à minha querida esposa *Francine de Almeida Giovanetti*, que apesar das dificuldades enfrentadas, sempre me apoiou durante a realização deste trabalho.

às funcionárias da Biblioteca do Campus de Guaratinguetá pela dedicação, presteza e principalmente pela vontade de ajudar.

às secretárias da pós-graduação *Eliane da Silva Leite Paterniane Rita e Maria Aparecida Ribeiro Vasconcelos* pela dedicação e alegria no atendimento.

“Todas as vitórias ocultam uma abdicação.”

Simone de Beauvoir

GIOVANETTI, L. **Análise do coeficiente geométrico de intensidade de tensões utilizando o método dos elementos finitos**. 2016. 79 f. Dissertação de Mestrado (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2016.

RESUMO

O coeficiente geométrico de intensidade de tensões é utilizado em análises de propagação de trincas, ou seja, em análises de estruturas tolerantes a dano, como é o caso da maioria das estruturas aeronáuticas primárias. Para estruturas com geometrias simples, estes coeficientes podem ser obtidos através de equações presentes na literatura, normas e manuais. Nos casos onde as geometrias são complexas, os coeficientes geométricos de intensidade de tensões ou fatores de correção geométrica podem ser obtidos através do método dos elementos finitos. Este trabalho tem como objetivo determinar os coeficientes geométricos de intensidade de tensões utilizando o método dos elementos finitos. Para isto, três tipos de estruturas são analisadas. A primeira estrutura analisada é uma placa plana finita com uma trinca central, submetida à tensão normal de tração (Caso 1). A segunda estrutura analisada neste trabalho é uma placa plana finita com uma trinca lateral na borda esquerda, submetida à tensão normal de tração (Caso 2). E a terceira estrutura analisada neste trabalho é uma placa plana finita com duas trincas laterais nas bordas, submetida à tensão normal de tração (Caso 3). Estas configurações foram escolhidas propositalmente porque são geometrias simples que possuem soluções analíticas para o coeficiente geométrico. Os modelos de elementos finitos foram construídos considerando trincas, que variavam de 1,5 a 25,5 mm. Para cada tamanho de trinca, o coeficiente geométrico foi calculado numericamente e analiticamente, para os três tipos de configurações. Os resultados foram obtidos e comparados. O erro médio obtido para todos os tamanhos de trincas foi de 2,56%, considerando o Caso 1. Para o Caso 2, a diferença média entre os cálculos numéricos e analíticos considerando todos os tamanhos de trincas foi de 3,552%. E, para o Caso 3, o erro médio obtido foi de 2,655%. Conclui-se que de uma maneira geral, o método de obtenção do fator de correção geométrica apresentado neste trabalho possui uma boa segurança e erros relativamente pequenos.

PALAVRAS-CHAVE: Fator de correção geométrica. Propagação de trincas. Método dos elementos finitos. Fator de intensidade de tensões.

GIOVANETTI, L. **Analysis of the geometric coefficient of stresses intensity using the finite element method.** 2016. 79 f. Master's degree dissertation (Master's degree in Mechanical Engineering) - Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2016.

ABSTRACT

Geometric coefficient of stress intensity is used in analyzes of crack propagation, or damage tolerant structures analyzes, as is the case of most primary aeronautics structures. For structures with simple geometries, these coefficients can be obtained by equations present in the literature, standards and manuals. In cases where the geometry is complex, the geometric coefficients of stresses intensity or factors of geometric correction can be obtained through the finite element method. Objective of this dissertation is to determine the geometric coefficients of intensity of stresses using finite element method. For this purpose, three types of structures are analyzed. The first structure analyzed is a finite flat plate with a central crack, subjected to normal tensile stress (Case 1). Second structure analyzed in this study is a finite flat plate with a lateral crack at the left edge, subjected to a normal tensile stress (Case 2). The third structure analyzed in this work is a finite flat plate with two lateral cracks on the edges, subjected to normal tensile stress (Case 3). These configurations were selected because they are simple geometries that have exact analytical solutions for the geometric coefficient of stresses intensity. Finite element models were built considering cracks ranging from 1.5 to 25.5 mm. For each crack size, the geometrical factor was calculated numerically and analytically for the three types of configurations. Results were obtained and compared. Average error obtained for all cracks sizes was 2.56% for Case 1. In Case 2, the average difference between the numerical and analytical calculations of all cracks sizes was 3,552%. And, for Case 3, the average error obtained was 2.655%. It is concluded that in general, the method of obtaining the geometric correction factor has a good safety and it presented small errors.

KEYWORDS: Geometric correction factor. Crack propagation. Finite Element Method. Stress intensity factor.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Configurações geométricas de placas planas submetidas à tensão normal de tração que são analisadas: (a) Placa com trinca central de tamanho $2a$. (b) Placa com trinca lateral de tamanho a . (c) Placa com trincas laterais de tamanho a .	17
Figura 2 - Foto do navio Liberty que partiu ao meio devido a falhas por fadiga.	23
Figura 3 - Foto da falha reproduzida dentro do laboratório do Avião Comet.	24
Figura 4 - Aspecto da aeronave Boeing 737 da Aloha Airlines após o colapso da estrutura	25
Figura 5- Ciclos de carregamento: (a) Ciclo totalmente alternado, (b) Ciclo repetido e (c) Ciclo flutuante.	26
Figura 6- Diagrama $S-N$ ou Curva de Wöhler (resistência à fadiga <i>versus</i> vida esperada).	27
Figura 7 - Trem de pouso de nariz (<i>Piper - Apache</i>).	28
Figura 8 - Curva de crescimento de trinca.	30
Figura 9 - Diferentes fases da vida em fadiga e fatores relevantes.	31
Figura 10 - Deslizamento cíclico leva a nucleação da trinca.	32
Figura 11 - Seção transversal da micro-trinca.	33
Figura 12 - O problema de engenharia. (a) Curva de crescimento de trinca. (b) Curva de resistência residual.	35
Figura 13 - Os Modos de Carregamento. Modo I: Modo de Abertura. Modo II: Modo de cisalhamento. Modo III: Modo de cisalhamento fora do plano (rasgamento).	36
Figura 14 - Corpo arbitrário com uma trinca arbitrária submetido a carregamento do tipo Modo I.	37
Figura 15 - Princípio da superposição para uma placa sem trincas.	40
Figura 16 - Princípio da composição para uma placa com uma trinca elíptica de superfície. (a) Trinca de superfície. (b) ϕ^2 versus $a/2c$. (c) β_{FFS} versus $a/2c$.	41
Figura 17 - Obtenção do valor de K através do modelo de elementos finitos com trinca. (a) Tensões do modelo de elementos finitos. (b) Fator de intensidade de tensões.	43
Figura 18 - Modelo da placa plana finita carregada em tração e trinca central de tamanho $2a$.	44
Figura 19 - Modelo da placa plana finita carregada em tração e trinca de borda lateral com tamanho a .	45
Figura 20 - Modelo da placa plana finita carregada em tração e trincas de bordas laterais com tamanho a .	46

Figura 21 - Fator de correção geométrica. Placa Plana carregada em tração com trinca central 2a.	47
Figura 22 - Fator de correção geométrica. Placa Plana carregada em tração com trinca de borda lateral.	47
Figura 23 - Fator de correção geométrica. Placa Plana carregada em tração com trincas laterais nas duas bordas.	48
Figura 24 - Elemento SHELL 181.	49
Figura 25 - Modelo de elementos finitos (291.165 elementos) - Placa plana finita com trinca central 2a (carregamento de tração).	51
Figura 26 - Modelo de elementos finitos - Placa plana finita com trinca central 2a (carregamento de tração). Detalhe do refinamento da malha.	51
Figura 27 - Modelo de elementos finitos (184.973 elementos) - Placa plana finita com trinca na borda lateral (carregamento de tração).	52
Figura 28 - Modelo de elementos finitos - Placa plana finita com trinca na borda lateral (carregamento de tração). Detalhe do refinamento da malha.	52
Figura 29 - Modelo de elementos finitos (331.146 elementos) - Placa plana finita com duas trincas nas bordas laterais (carregamento de tração).	53
Figura 30 - Modelo de elementos finitos - Placa plana finita com duas trincas nas bordas laterais (carregamento de tração). Detalhe do refinamento da malha.	53
Figura 31 - Tensões SY - Placa plana finita com duas trincas nas bordas laterais (carregamento de tração).	55
Figura 32 - Tensões SY - Placa plana finita com trinca central de tamanho 2a (carregamento de tração) - Zona Plástica.	56
Figura 33 - Tensões SY - Nós de referência para obtenção do fator de intensidade de tensões - Placa plana finita com trinca central de tamanho 2a (carregamento de tração).	56
Figura 34 - Linearização dos dados obtidos numericamente.	58
Figura 35 - Comparativo entre os valores de β calculados analiticamente e numericamente.	59
Figura 36 - Comparativo entre os valores de K calculados analiticamente e numericamente.	60
Figura 37 - Tensões SY - Placa plana finita com trinca lateral (carregamento de tração).	62
Figura 38 - Tensões SY - Placa plana finita com trinca lateral na borda (carregamento de tração) - Zona Plástica.	62
Figura 39 - Tensões SY - Nós de referência para obtenção do fator de intensidade de tensões - Placa plana finita com trinca na borda (carregamento de tração).	63
Figura 40 - Linearização dos dados obtidos numericamente.	64

Figura 41 - Comparativo entre os valores de β calculados analiticamente e numericamente.	65
Figura 42 - Comparativo entre os valores de K calculados analiticamente e numericamente.	66
Figura 43 - Tensões SY - Placa plana finita com trinca lateral (carregamento de tração).	68
Figura 44 - Tensões SY - Placa plana finita com duas trincas nas bordas laterais (carregamento de tração - lado esquerdo) - Zona Plástica.	69
Figura 45 - Tensões SY - Placa plana finita com duas trincas nas bordas laterais (carregamento de tração - lado direito) - Zona Plástica.	69
Figura 46 - Tensões SY - Nós de referência para obtenção do fator de intensidade de tensões - Placa plana finita com duas trincas nas bordas laterais (carregamento de tração).	70
Figura 47 - Linearização dos dados obtidos numericamente.	71
Figura 48 - Comparativo entre os valores de β calculados analiticamente e numericamente.	72
Figura 49 - Comparativo entre os valores de K calculados analiticamente e numericamente.	73

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Coordenadas dos Nós 302, 303, 304.	57
Tabela 2 - Tensões dos Nós 302, 303, 304, 305 e 306.	58
Tabela 3 - Fatores de intensidade de tensão e fatores de correção geométrica.	61
Tabela 4 - Coordenadas dos Nós 302, 303, 304, 305 e 306.	63
Tabela 5 - Tensões dos Nós 302, 303, 304.	64
Tabela 6 - Fatores de intensidade de tensão e fatores de correção geométrica.	67
Tabela 7 - Coordenadas dos Nós 328, 329, 330, 331 e 332.	70
Tabela 8 - Tensões dos Nós 302, 303, 304.	71
Tabela 9 - Fatores de intensidade de tensão e fatores de correção geométrica.	74

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

APDL	-	<i>ANSYS Parametric Design Language</i>
BFS	-	<i>Back free surface</i>
CDP	-	Corpo-de-prova
CFC	-	<i>Crack front curvature</i>
ERJ	-	Embraer Regional Jet
FFS	-	<i>Front free surface</i>
MEF	-	Método dos Elementos Finitos
MFLE	-	Mecânica da Fratura Linear Elástica
MSD	-	<i>Multiple Site Damage</i>
SI	-	Sistema Internacional de Unidades
VCCM	-	<i>Virtual Crack Closure-integral Method</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

A	- Área líquida	mm^2
A_{NET}	- Área líquida da seção transversal da placa	mm^2
a	- Comprimento da trinca	mm
a_c	- Comprimento da trinca crítico	mm
a_d	- Comprimento da trinca detectável	mm
E	- Módulo de Elasticidade Longitudinal do Material	GPa
K	- Fator de Intensidade de Tensões	$(N/mm^2).(mm)^{0.5}$
K_I	- Fator de Intensidade de Tensões com Modo I de carregamento	$(N/mm^2).(mm)^{0.5}$
K_{IC}	- Tenacidade a fratura com Modo I de carregamento	$(N/mm^2).(mm)^{0.5}$
K_{II}	- Fator de Intensidade de Tensões com Modo II de carregamento	$(N/mm^2).(mm)^{0.5}$
K_{III}	- Fator de Intensidade de Tensões com Modo III de carregamento	$(N/mm^2).(mm)^{0.5}$
K^A, \dots, K^Z	- Fator de Intensidade de Tensões devido a configuração geométrica A, ... Z	$(N/mm^2).(mm)^{0.5}$
K_C	- Tenacidade a Fratura	$(N/mm^2).(mm)^{0.5}$
K_t	- Fator de concentração de tensões	Adimensional
n	- Número de ciclos de carregamento	ciclos
P	- Força	N
r	- Distância entre a ponta da trinca e o elemento submetido ao estado de tensões	mm
S_a	- Amplitude de tensão	MPa
S_e	- Limite de resistência a fadiga	MPa
S_m	- Tensão média	MPa
S_f'	- Resistência à Fadiga não corrigida	MPa
S_Y	- Tensão normal na direção Y obtida através do software de elementos finitos Ansys	MPa
W	- Largura da placa	mm
x	- Distância medida na horizontal a partir da ponta da trinca	mm

x_1	- Distância medida na horizontal a partir da ponta da trinca até o ponto 1	<i>mm</i>
x_2	- Distância medida na horizontal a partir da ponta da trinca até o ponto 2	<i>mm</i>
x_3	- Distância medida na horizontal a partir da ponta da trinca até o ponto 3	<i>mm</i>
x_4	- Distância medida na horizontal a partir da ponta da trinca até o ponto 4	<i>mm</i>
β	- Fator de correção geométrica	Adimensional
$\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$	- Fator de correção geométrica para as configurações geométricas 1, 2, ..., n	Adimensional
β_{BFS}	- Fator de correção geométrica para a configuração geométrica BFS (superfície livre traseira)	Adimensional
β_{CFC}	- Fator de correção geométrica para a configuração geométrica CFC (curvatura frontal da trinca)	Adimensional
β_{FFS}	- Fator de correção geométrica para a configuração geométrica FFS (superfície livre frontal)	Adimensional
β_w	- Fator de correção geométrica para a configuração geométrica W (largura)	Adimensional
θ	- Ângulo de orientação da direção da trinca	<i>radianos</i>
μ	- Coeficiente de Poisson	Adimensional
σ	- Tensão normal uniforme aplicada a placa plana no princípio da superposição	<i>MPa</i>
σ_{ADM}	- Tensão admissível	<i>MPa</i>
σ_{MAX}	- Tensão máxima longe da trinca	<i>MPa</i>
σ_{ref}	- Tensão de Referência	<i>MPa</i>
σ_x	- Tensão normal na direção x	<i>MPa</i>
σ_y	- Tensão normal na direção y	<i>MPa</i>
τ_{xy}	- Tensão de cisalhamento no plano xy	<i>MPa</i>

SUMÁRIO

1.	INTRODUÇÃO.....	14
1.1.	OBJETIVOS.....	15
1.2.	JUSTIFICATIVA.....	15
1.3.	FORMULAÇÃO DO PROBLEMA.....	16
1.3.1.	DESCRIÇÃO DO MODELO FÍSICO.....	16
1.3.2.	DESCRIÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO.....	17
1.3.2.1.	FATOR DE CORREÇÃO GEOMÉTRICA (β).....	17
1.3.2.2.	MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS.....	18
1.4.	DELIMITAÇÃO DO ASSUNTO.....	18
1.5.	ESTRUTURA DO TRABALHO.....	18
2.	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	20
2.1.	CONCEITOS DE FADIGA.....	22
2.1.1.	HISTÓRICO.....	22
2.1.2.	CARREGAMENTOS CÍCLICOS.....	25
2.1.3.	FILOSOFIAS DE PROJETO.....	27
2.1.3.1.	PROJETO VIDA SEGURA.....	27
2.1.3.2.	PROJETO FALHA SEGURA.....	28
2.1.3.3.	PROJETO TOLERANTE A DANO.....	29
2.1.4.	AS DIFERENTES FASES DA VIDA EM FADIGA.....	30
2.1.4.1.	INICIAÇÃO.....	31
2.1.4.2.	PROPAGAÇÃO.....	32
2.1.4.3.	RUPTURA.....	33
2.2.	CONCEITOS DA MECÂNICA DA FRATURA.....	34
2.2.1.	INTRODUÇÃO À MECÂNICA DA FRATURA.....	34
2.2.2.	FATOR DE INTENSIDADE DE TENSÕES (K).....	36
2.2.3.	TENACIDADE À FRATURA (K_C).....	38
2.2.4.	FATOR DE CORREÇÃO GEOMÉTRICA (β).....	38
2.2.5.	PRINCÍPIO DA SUPERPOSIÇÃO.....	39
2.2.6.	PRINCÍPIO DA COMPOSIÇÃO.....	40
2.3.	MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS.....	42
3.	METODOLOGIA.....	44
3.1.	FATOR DE CORREÇÃO GEOMÉTRICA - CONFIGURAÇÕES GEOMÉTRICAS - CÁLCULO ANALÍTICO.....	44

3.2.	CÁLCULO NUMÉRICO EM ELEMENTOS FINITOS.....	48
3.2.1.	MODELO DE ELEMENTOS FINITOS.....	49
4.	RESULTADOS	55
4.1.	CASO 1 - PLACA PLANA FINITA COM TRINCA CENTRAL 2A (CARREGAMENTO DE TRAÇÃO)	55
4.2.	CASO 2 - PLACA PLANA FINITA COM TRINCA NA BORDA LATERAL (CARREGAMENTO DE TRAÇÃO)	61
4.3.	CASO 3 - PLACA PLANA FINITA COM TRINCA NAS BORDAS LATERAIS (CARREGAMENTO DE TRAÇÃO)	68
4.4.	DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	74
5.	CONSIDERAÇÕES FINAIS	76
5.1.	CONCLUSÕES	76
5.2.	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	76
	REFERÊNCIAS	77

1. INTRODUÇÃO

Com frequência, conclui-se que componentes de máquinas falharam sob a ação de tensões repetidas ou flutuantes. Porém, uma análise mais cuidadosa revela que as tensões máximas estavam bem abaixo da resistência última do material e, muito frequentemente, abaixo mesmo da resistência ao escoamento. A característica mais distinguível dessas falhas é que as tensões foram repetidas muitas e muitas vezes. Daí a falha ser chamada falha por fadiga. As falhas por fadiga possuem aparência similar a à de uma fratura frágil, uma vez que as superfícies de fratura são planas e perpendiculares ao eixo de tensão, com ausência de estrição (SHIGLEY, MISCHKE, BUDYNAS, 2005).

O processo de fadiga ocorre pela iniciação e propagação de trincas, em geral, perpendiculares ao carregamento aplicado. A prevenção de fratura por fadiga é uma preocupação essencial no projeto de máquinas e elementos estruturais.

Segundo Norton (2013), a maioria das falhas ocorridas em máquinas se devem a cargas que variam com o tempo e não a cargas estáticas. Estas falhas sempre ocorrem em níveis de tensão muito abaixo do limite elástico dos materiais.

A partir da falha estrutural no nível nuclear, devido à aplicação de cargas repetidas ou devido à combinação de cargas ou ataques ambientais, poderá eventualmente provocar o desenvolvimento da trinca. A análise do desenvolvimento da trinca é feita através dos conceitos da mecânica da fratura. Mecânica da fratura é uma disciplina de engenharia que analisa quantitativamente as condições sob as quais um corpo submetido um carregamento pode falhar devido ao crescimento de uma trinca dominante contida nesse corpo (SILVA, 2005).

Para se fazer uma análise de propagação de trincas, é necessário calcular o fator intensidade de tensão para cada tamanho de trinca. O fator intensidade de tensão deve ser corrigido pelo fator geométrico. Para geometrias simples, o fator de correção geométrica pode ser determinado analiticamente. A determinação analítica do fator de correção geométrica pode ser encontrada na literatura, ou seja, existem livros, manuais e normas que apresentam o cálculo analítico do fator geométrico para geometrias simples. Quando a geometria do componente é complexa, outros procedimentos de cálculo devem ser utilizados de forma a calcular o fator de correção geométrica. Uma forma de calcular este fator consiste em utilizar métodos numéricos, como por exemplo, o método dos elementos finitos. Este trabalho tem como objetivo determinar o fator de correção geométrica β para alguns tipos de estruturas

utilizando o método numérico de elementos finitos. Ou seja, utilizando a metodologia apresentada de forma detalhada neste trabalho, é possível determinar o fator de correção geométrica para qualquer geometria.

1.1. OBJETIVOS

O objetivo geral deste trabalho é analisar o coeficiente geométrico de intensidade de tensões utilizando o Método dos Elementos Finitos através do software comercial ANSYS 14.0.

Os objetivos específicos deste trabalho são:

- Desenvolver um modelo para determinação do fator de correção geométrica de estruturas simples utilizando o método de elementos finitos;
- A partir do modelo desenvolvido, calcular os fatores de correção para geometrias conhecidas de forma a comparar os resultados obtidos numericamente com os valores obtidos analiticamente.

1.2. JUSTIFICATIVA

Procura-se também contribuir com os cálculos dos fatores de correção geométrica para geometrias complexas. Ou seja, para os casos de geometrias onde os cálculos analíticos para a determinação de β não estão presentes nos manuais, livros e normas, pode-se utilizar a metodologia apresentada neste trabalho.

Um exemplo de geometria de estrutura que pode ser considerado como aplicação da metodologia apresentada neste trabalho é o olhal de fixação do suporte do motor da aeronave ERJ 145. Este suporte possui uma geometria na qual não se tem o cálculo analítico do fator de correção geométrica. Tal estrutura é projetada segundo a filosofia de projeto tolerante a dano. Para as estruturas projetadas segundo esta filosofia, deve-se conhecer as curvas de propagação de trincas em função do número de ciclos. Para obtenção destas curvas, é necessário obter o fator de correção geométrica β para cada tamanho de trinca. Ou seja, com a metodologia de

cálculo apresentada neste trabalho, é possível obter os fatores de correção geométrica do olhal de fixação do suporte do motor da aeronave ERJ 145.

1.3. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

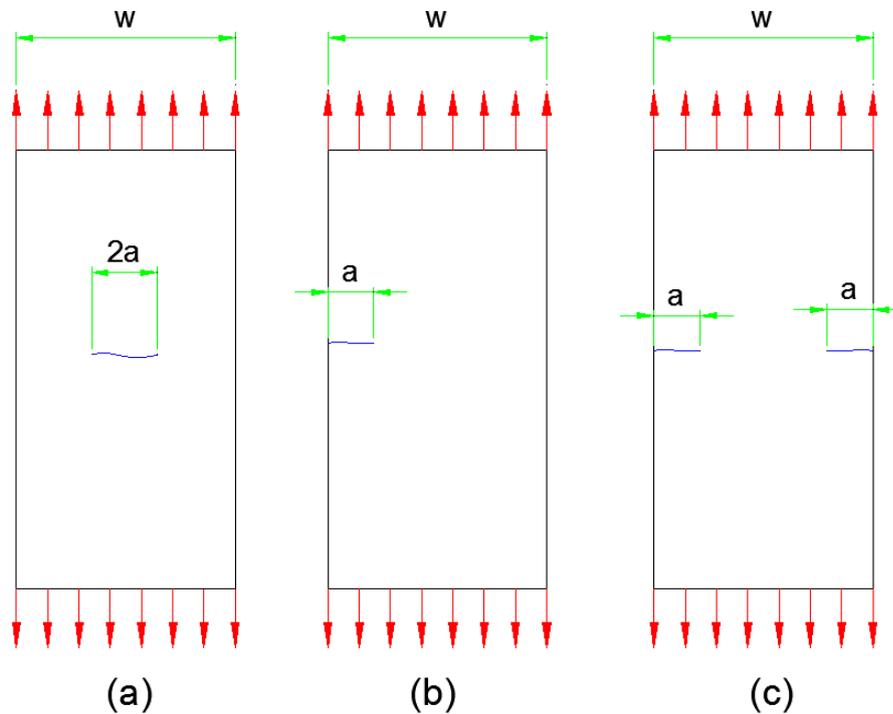
A seguir são apresentados a descrição do modelo físico e a descrição do modelo matemático utilizados para substanciar o trabalho. Ou seja, no primeiro momento, são apresentados os casos das estruturas com trincas que são analisadas neste trabalho. No segundo momento, são apresentadas as teorias gerais utilizadas para analisar estes casos. Esta análise é baseada na obtenção do fator de correção geométrica destas estruturas.

1.3.1. DESCRIÇÃO DO MODELO FÍSICO

O problema aqui considerado é análise da estrutura de uma placa plana. O objetivo da análise é determinar numericamente o coeficiente geométrico de intensidade de tensões. Este fator é essencial para a análise de estruturas projetadas segundo o projeto tolerante a dano. Segundo esta filosofia, é necessário gerar as curvas de propagação de trincas para cada localidade. O coeficiente geométrico de intensidade de tensões é necessário para a obtenção destas curvas.

Para obter o valor deste coeficiente utilizando o Método dos Elementos Finitos, é elaborado um modelo de forma que seja possível obter o valor das tensões locais próximas a ponta da trinca. Esta tensão σ_y , obtida numericamente, é utilizada para calcular o coeficiente geométrico. A Figura 1 apresenta as configurações geométricas que são analisadas, de forma a obter os coeficientes preliminarmente. São analisadas três configurações: Placa plana finita com trinca central submetida a tração; Placa plana finita com trinca em uma borda lateral submetida a tração; e Placa plana finita com trincas nas duas bordas laterais submetida a tração. Para as três configurações, é possível determinar os coeficientes geométricos analiticamente, ou seja, existem equações algébricas para o cálculo exato dos fatores de correção. Desta forma, é possível fazer um comparativo do cálculo analítico com o numérico.

Figura 1 - Configurações geométricas de placas planas submetidas à tensão normal de tração que são analisadas: (a) Placa com trinca central de tamanho $2a$. (b) Placa com trinca lateral de tamanho a . (c) Placa com trincas laterais de tamanho a .



Fonte: Autor.

1.3.2. DESCRIÇÃO DO MODELO MATEMÁTICO

1.3.2.1. FATOR DE CORREÇÃO GEOMÉTRICA (β)

O modelo matemático que se aplica para este trabalho é elaborado a partir dos conceitos da mecânica da fratura. Numa verificação de mecânica da fratura linear elástica para a análise de estruturas com trincas, a obtenção do fator de intensidade de tensões (K) depende da configuração da geometria. O fator de intensidade de tensões K está relacionado com a intensidade ou magnitude das tensões nas proximidades da ponta da trinca.

E o fator de correção geométrica β corrige o valor de K para diferentes geometrias. O fator de correção geométrica é importante porque ele está relacionado com o volume de material à frente da trinca. Para geometrias simples, como é o caso da placa plana finita

submetida a tensão de tração, a obtenção do fator geométrico β é simples. Isto porque, as soluções são conhecidas e bastante exploradas na literatura. O grande desafio é a determinação de β para configurações complexas. Esta é a grande dificuldade na análise de propagação de trincas.

1.3.2.2. MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

O método de elementos finitos é um método numérico eficiente para a obtenção do fator geométrico. Existem dois métodos para este cálculo: Método direto e o Método Indireto. Neste trabalho, é utilizado o Método Direto, que consiste na determinação do fator geométrico a partir de modelos de elementos finitos com trincas. Devido ao gradiente de tensões na ponta da trinca, a malha de elementos finitos deve ser bastante refinada nesta região. Desta forma, este modelo pode calcular tensões, deformações, deslocamentos e energia de deformação (BROEK, 1984).

1.4. DELIMITAÇÃO DO ASSUNTO

Este trabalho delimita-se ao estudo e aplicação do Método de Elementos Finitos na análise do coeficiente geométrico de intensidade de tensões em placas planas com danos, ou seja, considerando a presença de uma trinca com um tamanho inicial.

1.5. ESTRUTURA DO TRABALHO

A dissertação está estruturada em capítulos e subcapítulos.

O Capítulo 1 introduz o tema, o problema que motivou a pesquisa, os objetivos gerais e específicos, a justificativa, a delimitação do assunto e a estrutura do trabalho. Um aspecto importante que é enfatizado neste capítulo é a contribuição deste trabalho. Este trabalho apresenta uma metodologia bem detalhada de cálculo do fator de correção geométrica através do método dos elementos finitos. Esta metodologia pode ser aplicada para

qualquer componente estrutural das mais variadas geometrias. Nos casos onde a geometria da estrutura é complexa, não existe um cálculo analítico confiável e preciso apresentado em livros, manuais e normas, como é o caso das geometrias simples. Desta forma, este trabalho pode ser considerado um guia para determinação do fator de correção geométrica de geometrias complexas.

O Capítulo 2 apresenta uma revisão bibliográfica, ou seja, são apresentadas as principais pesquisas realizadas sobre o assunto pela comunidade científica. Neste capítulo, é apresentada uma fundamentação teórica, ou seja, são apresentados os conceitos teóricos relacionados com o problema. Primeiramente, são apresentados conceitos relacionados com o fenômeno da fadiga. A fadiga é o acúmulo de dano que ocorre em regiões localizadas de componentes estruturais submetidos a cargas cíclicas. Depois disto, são apresentados os conceitos relacionados com a Mecânica da Fratura. A Mecânica da Fratura é uma disciplina muito útil na análise de estruturas tolerantes a dano, que é o caso da maioria das estruturas aeronáuticas primárias. A análise de estruturas tolerantes a dano depende do conhecimento do crescimento da trinca em função do tempo. Para se fazer estas análises de propagação de trincas, é necessário conhecer o fator de correção geométrica da estrutura para cada tamanho de trinca. Todos os estes conceitos são detalhados no Capítulo 2.

O Capítulo 3 trata da metodologia adotada na pesquisa, os dados como dimensões, material, condições de contorno, carregamento, malha de elementos finitos, etc. Assim como as relações entre estes parâmetros com a pesquisa realizada na revisão da literatura. São apresentados três configurações de geometrias. O primeiro caso é de uma placa plana submetida à tensão normal de tração com uma trinca central. O segundo caso é de uma placa plana submetida à tensão normal de tração com uma trinca lateral de borda. E, o terceiro caso é de uma placa plana submetida à tensão normal de tração com duas trincas laterais nas duas bordas (direita e esquerda).

No Capítulo 4 são apresentados os resultados e suas discussões. Neste capítulo, os resultados são comentados detalhadamente. Ou seja, os resultados obtidos numericamente são comparados com os resultados obtidos analiticamente.

O Capítulo 5 apresenta as considerações finais, conclusões e sugestões para trabalhos futuros. Das comparações entre os resultados dos cálculos numéricos e analíticos realizadas no Capítulo 4, é possível concluir com bastante propriedade que os modelos elaborados em elementos finitos são confiáveis e apresentaram resultados razoáveis.

Por fim, são apresentadas as referências adotadas neste trabalho, contendo os dados que facilitam o entendimento deste trabalho.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este capítulo aborda a revisão bibliográfica, ou seja, alguns dos principais trabalhos científicos relacionados com o coeficiente de intensidade de tensões são apresentados a seguir.

Em Ferté, et al. (2015), é apresentado um modelo que descreve com precisão a fratura frágil na presença de forças coesivas, com um foco particular na previsão caminhos da trinca fora do plano. Tal procedimento se apresenta original, quando comparado com a literatura. Ou seja, a originalidade reside no fato do cálculo a posteriori do avanço da trinca a partir do equilíbrio, ao invés da determinação mais comum de antemão do estado de tensão na ponta da trinca. Para atingir tal objetivo, uma forma robusta de introduzir leis coesivas não lisas e frágeis no método de elementos finitos é apresentada.

Em Manzoli, Pastoukhov, Ramos Jr. (2013), são discutidas as funções geométricas dos fatores de intensidade de tensão utilizando métodos de elementos finitos. Segundo Manzoli, Pastoukhov, Ramos JR. (2013), a aplicação de métodos numéricos de elementos finitos pode fornecer resultados mais precisos do que as metodologias que utilizam as funções conservativas de β disponíveis na literatura para análises estruturais.

Conforme Okada, et al. (2012), um sistema de análise de propagação de trincas foi desenvolvido para lidar com trincas arbitrárias em sólidos tridimensionais. Este sistema é constituído por um software gerador de malha, um programa de análise de elementos finitos em larga escala, e um módulo de mecânica da fratura. Para avaliar os fatores de intensidade de tensão, o método de fechamento integral virtual da trinca (VCCM) para o elemento finito tetraédrico quadrático é adotado e é incluído no módulo de mecânica da fratura. A direção e a taxa de propagação da trinca são calculadas utilizando a formulação apropriada baseada nos fatores de intensidade de tensão. Segundo Okada, et al. (2012), o sistema de propagação de trincas é descrito brevemente e alguns resultados numéricos são apresentados.

Em Silva (2005), é apresentado um cálculo para determinação do fator geométrico de intensidade de tensão desenvolvendo e validando a aplicação do método direto de energia através de uma aproximação via modelagem por elementos finitos para análise de propagação de trincas em estruturas com geometrias complexas. Existe uma relação analítica entre o fator de correção geométrica e a variação da energia de deformação. Esta energia de deformação pode ser calculada através do método de elementos finitos.

Em Liu, et al. (1999), a efetividade do método do balanço de forças é comprovada através de uma avaliação numérica da distribuição de tensões na ponta da trinca em placas de largura finita com trinca central, carregadas por tensões ao longo de uma porção da trinca.

Em Anderson (1994) é apresentada a abordagem da energia, ou seja, a fratura do material ocorre quando a energia disponível para o crescimento da trinca é suficiente para superar a resistência do material. A resistência do material poderá incluir a energia da superfície, o trabalho plástico, ou outro tipo de energia de dissipação associado com a propagação da trinca.

Em Nishimura, Uchimoto, Hiraoka (1990), os fatores de intensidade de tensão para uma trinca passando através de um degrau em uma placa onde a espessura diminui descontinuamente, foram obtidos através de ensaios de propagação de trincas e análise de elementos finitos bidimensional. A análise de elementos finitos foi utilizada para generalizar o efeito dos parâmetros geométricos (largura da placa e espessura) no fator de intensidade de tensão, e estas relações foram combinadas com os resultados dos ensaios de propagação de trincas para estabelecer gráficos de projeto aplicáveis para o fator de correção de intensidade de tensão.

Em Broek (1988), são apresentados dois objetivos da análise de tolerância a dano. Ou seja, para estabelecer um plano de controle da trinca, é necessário conhecer como a resistência estrutural é afetada na presença de uma trinca. E também, é preciso saber o tempo necessário para a trinca crescer de um tamanho inicial até um tamanho crítico. Em outras palavras, os objetivos da análise de tolerância a dano são: 1- Conhecer o efeito das trincas na resistência (margem de segurança até a fratura) e; 2- O crescimento da trinca em função do tempo.

Em Broek (1982) a taxa de liberação de energia ou força de extensão da trinca G é diretamente proporcional ao quadrado do fator de intensidade de tensões. Como o fator de intensidade de tensões pode ser relacionado com o fator de correção geométrica, é possível estabelecer uma relação entre estas grandezas. Ou seja, calculando a energia de deformação através de método numérico de elementos finitos, é possível calcular o fator de correção geométrica.

A contribuição deste trabalho consiste na apresentação de uma metodologia para a determinação do fator de correção geométrica utilizando o método de elementos finitos. A principal vantagem da utilização desta metodologia é a possibilidade de obter o fator de correção geométrica para geometrias complexas. Ou seja, para as geometrias que não apresentam solução analítica conhecida ou apresentada nos manuais, livros ou normas.

A seguir são apresentadas as abordagens sobre a fundamentação teórica relativa ao tema estudado considerando os conceitos fundamentais de fadiga, mecânica da fratura e elementos finitos.

2.1. CONCEITOS DE FADIGA

A maioria das falhas em máquinas acontece devido a cargas que variam no tempo, e não a esforços estáticos. Essas falhas ocorrem, geralmente, em níveis de tensão significativamente inferiores aos valores da resistência ao escoamento dos materiais. Desta forma, a utilização de teorias que consideram apenas a falha estática pode levar a projetos sem segurança, se as cargas aplicadas são de natureza dinâmica (NORTON, 2013).

A Fadiga é uma forma de falha que ocorre em estruturas submetidas a tensões dinâmicas e flutuantes. Frequentemente, as estruturas sujeitas a este tipo de carregamento são: as pontes, aviões e componentes de máquinas. Um exemplo típico de componente mecânico sujeito a tensões variáveis durante a vida é o eixo rotativo em flexão.

Os projetos de máquinas e equipamentos devem ser cuidadosamente verificados quanto a fadiga. Isto porque a falha ocorre em um nível de tensão inferior ao nível de tensão de escoamento. Ou seja, sob o ponto de vista da análise estática, o projeto é seguro. Porém, se as verificações quanto a fadiga não forem devidamente executadas, o componente pode falhar.

2.1.1. HISTÓRICO

A ocorrência da fadiga tem registros na história desde que o homem começou a utilizar estruturas metálicas e sujeitá-las a esforços cíclicos repetitivos. Porém é muito difícil estabelecer com precisão quando ocorreu a primeira ruptura devida exclusivamente à fadiga. O que se pode identificar com alguma precisão, são os três grandes períodos de acidentes na história: O período de acidentes com trens, o período com os acidentes em navios, e o período de acidentes em aeronaves pressurizadas.

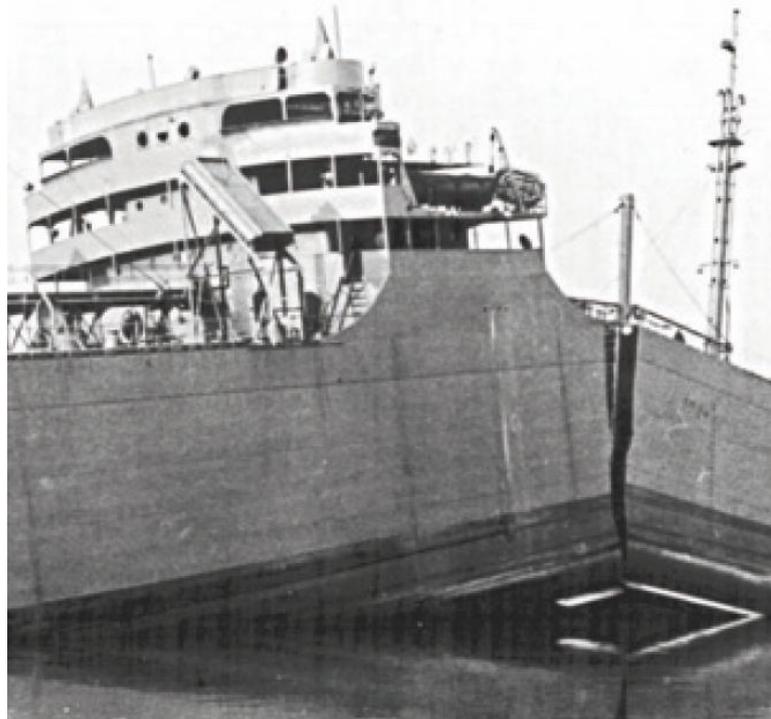
Esse fenômeno foi verificado pela primeira vez por volta de 1800, quando os eixos de um vagão ferroviário começaram a falhar após um pequeno período em operação. Apesar

de serem feitos de aço dúctil, eles exibiam características de fraturas frágeis e repentinas. Rankine publicou um artigo em 1843, *As Causas da Ruptura Inesperada de Munhões de Eixos Ferroviários*, no qual dizia que o material havia “cristalizado” e se tornado frágil devido às tensões flutuantes. Os eixos haviam sido projetados com toda a perícia e engenharia disponíveis na época, as quais baseavam-se em experiências decorrentes de estudos com estruturas carregadas estaticamente (NORTON, 2013).

O segundo período de acidentes, ocorreu no início da década de 1940. Um dos exemplos mais dramáticos de falhas frágeis ocorreram durante a Segunda Grande Guerra Mundial, quando os navios soldados Liberty se quebraram em duas partes em contato com a água fria. As falhas frágeis ocorreram nas regiões soldadas (SCHIJVE, 2001). As causas das falhas estruturais foram as seguintes: as trincas surgiram nas juntas soldadas, ou seja, em regiões com alta concentração de tensão; além disto, os materiais utilizados na fabricação possuíam alta resistência e portanto baixa tenacidade à fratura; A temperatura baixa da água reduziu ainda mais a tenacidade a fratura do material da estrutura do navio. Ou seja, o projeto estrutural era deficiente. A técnica de construção utilizada considerava caminho estrutural contínuo, sem alívio de tensões.

A Figura 2 apresenta, no detalhe, um navio Liberty que partiu ao meio devido a problemas de fadiga.

Figura 2 - Foto do navio Liberty que partiu ao meio devido a falhas por fadiga.



Fonte: (NORTON, 2013).

O terceiro grande período de acidentes compreende os anos de 1930 e 1950, com o surgimento dos aviões a jato. O primeiro avião a jato comercial de passageiros, o inglês *Comet*, despedaçou-se duas vezes em 1954 devido a falhas por fadiga em sua fuselagem, consequências dos ciclos de pressurização/despressurização da cabine (NORTON, 2013). A Figura 3 apresenta o detalhe da foto da falha reproduzida em laboratório da aeronave *Comet*.

Figura 3 - Foto da falha reproduzida dentro do laboratório do Avião *Comet*.



Fonte: (AVIATION SAFETY NETWORK, 2015).

Mais recentemente (1988), um Boeing 737 de uma linha área do Havaí perdeu cerca de um terço da cobertura de sua cabine, enquanto voava a 25000 pés de altitude. Ele conseguiu pousar de maneira segura com mínima perda de vidas (NORTON, 2013).

A Figura 4 apresenta o aspecto da aeronave Boeing 737 da *Aloha Airlines* após o colapso da estrutura superior por fadiga. A foto mostra o momento após um pouso bem sucedido de um Boeing 737-200 da *Aloha Airlines* em 1988, que perdeu o teto durante voo, devido a uma falha também provocada por fadiga, após mais de 32 mil ciclos de voo.

Figura 4 - Aspecto da aeronave Boeing 737 da Aloha Airlines após o colapso da estrutura superior por fadiga.



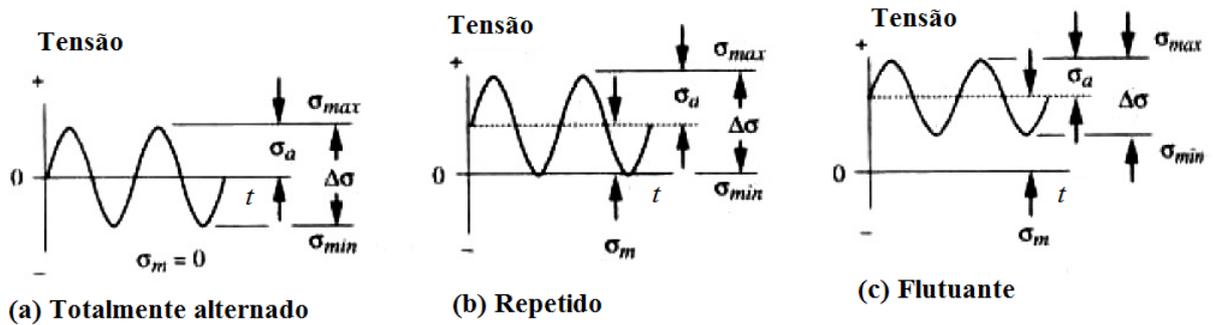
Fonte: (ALOHA FLIGHT 243, 1988).

2.1.2. CARREGAMENTOS CÍCLICOS

Fadiga é o processo que conduz a falha do material pela aplicação repetida de um determinado carregamento. Ou seja, um espectro de cargas cíclicas que atuam na estrutura, durante um período de tempo causa a falha do material. Este período de tempo é denominado de vida em fadiga do componente.

As cargas responsáveis em iniciar o processo de fadiga são cargas cíclicas, caracterizadas por um período de oscilação, muito frequentes em sistemas dinâmicos. A Figura 5 apresenta exemplos típicos de ciclos de carregamento. Ou seja, apresenta três tipos de ciclos, (a) Ciclo totalmente alternado onde existe uma variação de cargas de tração e compressão, (b) Ciclo repetido onde a tensão varia de zero até um valor máximo, e (c) Ciclo flutuante em tração (NORTON, 2013).

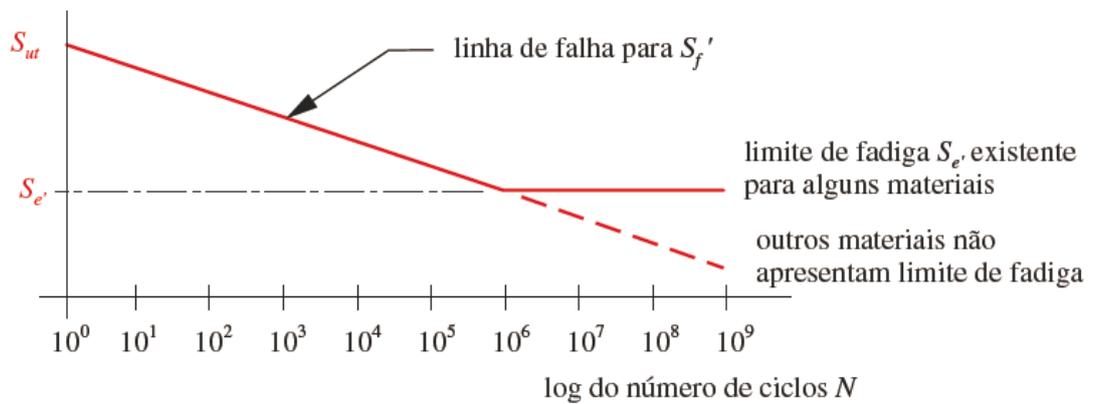
Figura 5– Ciclos de carregamento: (a) Ciclo totalmente alternado, (b) Ciclo repetido e (c) Ciclo flutuante.



Fonte: (NORTON, 2013).

Um componente estrutural sujeito a este tipo de carregamento durante um número de ciclos pode iniciar um processo de fadiga. Vale salientar que um componente estrutural possui uma “memória”, ou seja, um dano acumulado devido ao carregamento cíclico sofrido durante a vida. Para verificar a vida em fadiga de um material, são elaborados ensaios em corpos-de-prova (CDP's) para elaboração de curvas tensão versus número de ciclos $S-N$, ou seja, curvas de tensão versus número de ciclos. Estas curvas são obtidas através de ensaios de CDP's envolvendo o surgimento de trincas e propagação das mesmas até que ocorra colapso do CDP. A Figura 6 apresenta uma curva $S-N$ típica de um aço, onde para tensões inferiores a um dado valor, a vida é infinita. As abscissas representam o número de ciclos até a falha, e as ordenadas representam as amplitudes de tensão ou resistência à fadiga. Nota-se que a variação da amplitude de tensão em função do número de ciclos é representada por uma reta. Isto só é possível quando utiliza-se uma escala logarítmica nas ordenadas e nas abscissas. O valor S_e é chamado de limite de resistência a fadiga, (“*endurance limit*”), e é uma propriedade do material. O diagrama $S-N$ ou curva de Wöhler tornou-se uma forma-padrão para caracterizar o comportamento dos materiais submetidos a solicitações alternadas e ainda é utilizado atualmente, apesar de outras medidas sobre a resistência dos materiais, sob cargas dinâmicas, estarem disponíveis hoje em dia.

Figura 6– Diagrama $S-N$ ou Curva de Wöhler (resistência à fadiga *versus* vida esperada).
log da resistência à fadiga S



Fonte: (NORTON, 2013).

2.1.3. FILOSOFIAS DE PROJETO

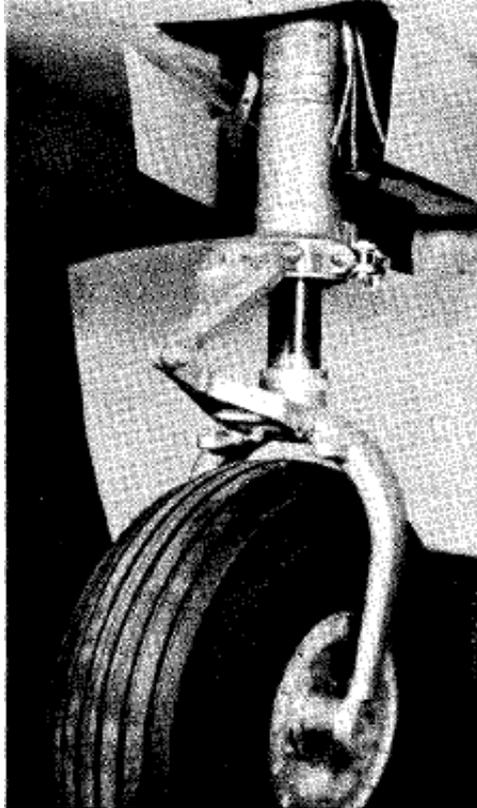
Os projetos de máquinas, veículos e estruturas buscam os níveis mais altos de desempenho, economia, segurança e durabilidade. Com o objetivo de assegurar segurança, durabilidade e bom desempenho, é necessário que sejam evitados, principalmente: as tensões e deformações excessivas, e o surgimento de trincas (propagação e ruptura). Para que exista um correto entendimento entre a diferença das filosofias de projeto a fadiga, deve-se considerar separadamente os seguintes eventos: iniciação, propagação e ruptura.

2.1.3.1. PROJETO VIDA SEGURA

Primeiramente, o Projeto *Safe-life* ou Vida Segura: Neste tipo de filosofia, a estrutura é considerada como isenta de trincas durante toda a vida do componente. Neste caso, os coeficientes de segurança são introduzidos nas curvas $S-N$ do material, nos componentes e na estrutura como um todo. Neste tipo de filosofia de projeto, a estrutura é descartada após atingir o número de ciclos referente a vida em fadiga (KOMOROWSKI, 2011). Um exemplo clássico de componente estrutural classificado como *Safe-life* é o trem de pouso. Este componente possui um único caminho de carga, ou seja, não existe redundância. Neste tipo de

filosofia, a estrutura tende a ser mais robusta e pesada. A Figura 7 apresenta trem de pouso de nariz da aeronave *Piper - Apache*.

Figura 7 - Trem de pouso de nariz (*Piper - Apache*).



Fonte: (BRUHN, 1973).

2.1.3.2. PROJETO FALHA SEGURA

O segundo tipo de filosofia de projeto é o Projeto *Fail-Safe* ou Falha Segura. De acordo com o conceito de Falha Segura, a resistência residual do componente deve ser garantida para danos toleráveis. Desta forma, é requerido para a estrutura projetada segundo a filosofia de Falha Segura, definir o número de ciclos para a primeira de inspeção (*Threshold Inspection*) baseado na análise de crescimento de trincas. Para as estruturas do tipo Falha Segura, o ponto de inspeção inicial poderá ser definido ou por fadiga, ou por critério de crescimento de trinca a partir de um dano inicial de fabricação (KOMOROWSKI, 2011).

O conceito de Falha Segura pode ser aplicado a uma estrutura com caminho simples de carga ou com múltiplo caminho de cargas. O conceito de Falha Segura é compreendido como a capacidade da estrutura, com uma trinca de tamanho normalizado (trinca inicial), ou

uma trinca detectável (utilizando um plano de inspeção prescrito), em resistir a um espectro de carregamento esperado durante o Intervalo de Inspeção (KOMOROWSKI, 2011).

Em Broek (1982), a filosofia de projeto é considerada Falha Segura quando a estrutura é tolerante à dano, ou seja, o projeto estrutural pode resistir as cargas na presença de trincas ou peças com falhas. Isto requer que, ou o dano pode ser detectado antes de se desenvolver para um tamanho crítico, ou este dano nunca atingirá o tamanho crítico durante a vida do componente.

2.1.3.3. PROJETO TOLERANTE A DANO

O terceiro tipo de filosofia de projeto é o Projeto *Damage Tolerant* ou Projeto Tolerante a Dano. Neste tipo de projeto, a base está na análise da propagação de trincas por fadiga. Em outras palavras, considera-se neste tipo de projeto que trincas podem estar presentes na estrutura. Porém se forem detectadas, deve-se reparar a estrutura imediatamente. Desta forma, faz-se necessária a elaboração de um Plano de Manutenção e Inspeção da estrutura. Para a elaboração deste plano, deve-se ter o conhecimento quantitativo da resistência residual da estrutura na presença de trincas. A ferramenta utilizada para o projeto tolerante a dano é a Mecânica da Fratura, que é comentada a seguir.

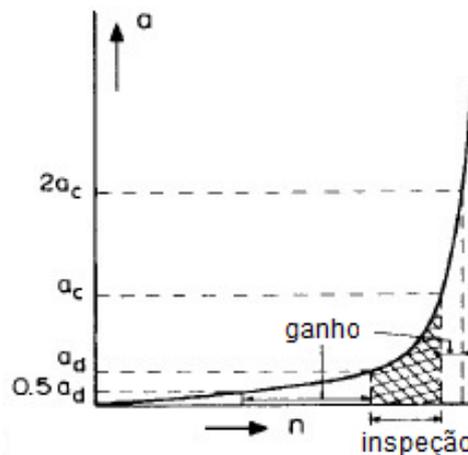
A Mecânica da Fratura não se limita apenas na determinação do tamanho crítico da trinca, da carga ou da combinação de tensões. Ela pode ser aplicada também para estabelecer um plano de controle de trincas, ou uma análise de tolerância a dano com os seguintes objetivos: 1- Determinar o diagrama de resistência residual e; 2- Determinar a curva de crescimento da trinca (BROEK, 1984).

Ou seja, deve-se elaborar um diagrama de propagação de trincas, ou seja, obter o tempo necessário para que a trinca parta de um tamanho inicial até um tamanho crítico. O tamanho inicial da trinca define o tipo de inspeção a ser executada. Pode ser uma inspeção visual geral, uma inspeção geral detalhada (com uso de lupa), uma inspeção por ultrassom ou por corrente parasita. Cada tipo de inspeção define um tamanho de trinca inicial. Quanto mais sofisticada for a técnica de inspeção, mais seguro será para a estrutura. Isto porque, as técnicas mais sofisticadas irão detectar trincas de tamanhos reduzidos. Por exemplo, uma inspeção visual geral pode detectar uma trinca de até 76 mm ou 3 polegadas. Uma inspeção geral detalhada detecta trincas com aproximadamente 25 mm. Já a inspeção por corrente

parasita pode detectar uma trinca de 1,4 mm de comprimento. A desvantagem de utilizar técnicas sofisticadas de inspeção é o custo que elas representam. Além do custo dos equipamentos e pessoal especializado, deve-se considerar o custo relacionado com o tempo de parada da aeronave no solo.

O intervalo de inspeção é determinado a partir da curva de tamanho da trinca versus número de ciclos. Define-se um tamanho de trinca inicial ou tamanho de trinca detectável a_d , de acordo com o método de inspeção. Então, obtém-se a curva de crescimento da trinca versus ciclos do tamanho inicial até o tamanho crítico a_c (fratura instantânea). O intervalo de inspeção é determinado tomando-se o número de ciclos para a trinca crescer até o tamanho crítico dividido por um fator de segurança. A Figura 8 apresenta um gráfico de propagação de trincas, onde a abscissa é n (Número de ciclos) e a ordenada a é o tamanho da trinca. Nota-se que a região hachurada representa o período de inspeção.

Figura 8 - Curva de crescimento de trinca.



Fonte: (BROEK, 1984).

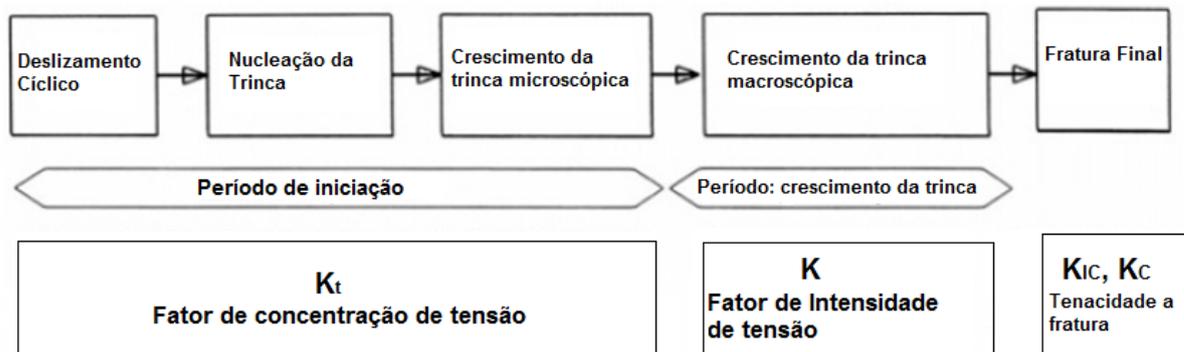
2.1.4. AS DIFERENTES FASES DA VIDA EM FADIGA

As investigações microscópicas no início do Século XX, mostraram que a nucleação da trinca por fadiga inicia como trincas microscópicas que surgem nas bandas de deslizamento. Após o avanço da microscopia óptica, as informações sobre o crescimento de pequenas fissuras se tornou disponível. Desta forma, descobriu-se que a nucleação das trincas microscópicas se iniciavam muito mais cedo durante a vida em fadiga (SCHIJVE, 2001). Descobriu-se que tensões cíclicas acima do limite de resistência à fadiga, aplicadas a

componentes estruturais provocavam nucleação de pequenas trincas microscópicas após um determinado número de ciclos. O limite de resistência à fadiga é uma propriedade do material. Se as tensões cíclicas aplicadas no componente forem inferiores ao limite de resistência a fadiga, o material não falhará nunca, ou seja possuirá vida infinita.

O processo de fadiga pode ser dividido em três períodos (iniciação, propagação e fratura). A Figura 9 apresenta as fases do fenômeno da fadiga. É importante notar que, durante a fase de iniciação, o fator relevante que está relacionado com este período é o K_t , que é o fator de concentração de tensões. Este fator está relacionado com a geometria do material. O fator que está relacionado com a fase de propagação é o fator de intensidade de tensão K . E o fator relacionado com a fase de ruptura é o K_{IC} , que representa a tenacidade à fratura. O K_{IC} é uma propriedade do material. Quando o fator de intensidade de tensões K atinge o valor de K_{IC} , a fratura é instantânea.

Figura 9 - Diferentes fases da vida em fadiga e fatores relevantes.



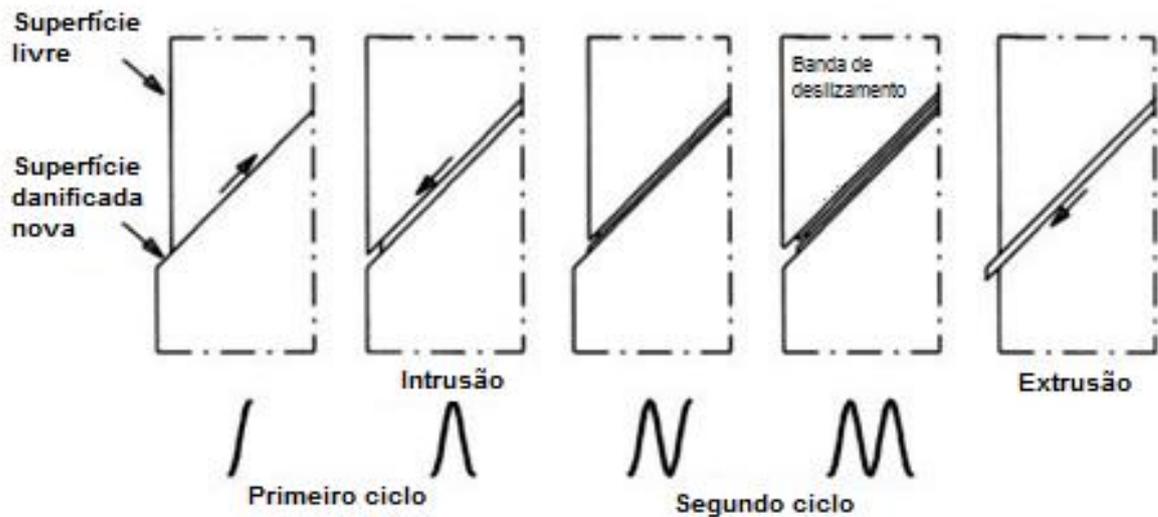
Fonte: (SCHIJVE, 2001).

2.1.4.1. INICIAÇÃO

O primeiro período, chamado de iniciação é caracterizado pela nucleação da trinca por deformação plástica localizada. Todo material pode apresentar defeitos na ordenação dos átomos. Um defeito de alinhamento na estrutura cúbica de corpo centrado pode gerar uma movimentação das discordâncias no sentido de corrigi-las, quando o material é submetido a carregamento cíclico. Por isso, o crescimento inicial de uma trinca microscópica ocorre ao longo de planos de escorregamento, sob a influência de tensões de cisalhamento.

A fadiga ocorre em amplitudes de tensão inferiores à tensão de escoamento do material. No período de iniciação, a fadiga é um fenômeno de superfície do material. A Figura 10 apresenta um esquema que representa o mecanismo de iniciação da trinca através do escorregamento dos planos devido às tensões de cisalhamento (SCHIJVE, 2001). Na Figura 10 pode-se notar as intrusões e extrusões que ocorrem a cada ciclo de tensão.

Figura 10 - Deslizamento cíclico leva a nucleação da trinca.



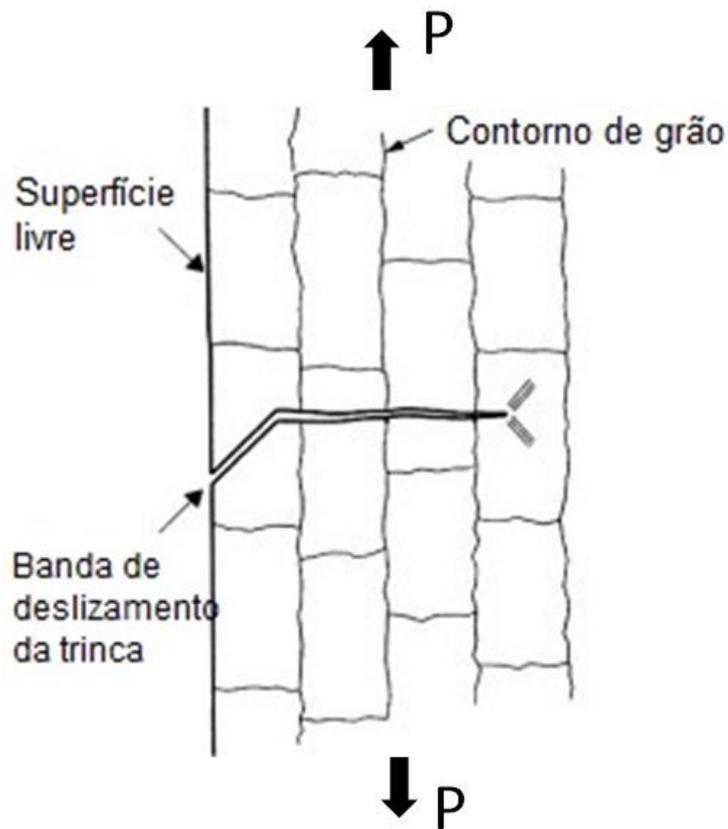
Fonte: (SCHIJVE, 2001).

2.1.4.2. PROPAGAÇÃO

O segundo período, chamado de propagação, é caracterizado pelo crescimento da trinca num plano perpendicular à direção da tensão principal de tração. Quando o tamanho da trinca microscópica possui as dimensões na mesma ordem de grandeza de um simples grão, esta micro-trinca está presente em uma estrutura anisotrópica do material com uma estrutura cristalina e um número diferente de planos de escorregamento. A micro-trinca contribui para uma distribuição de tensões não homogênea no nível microscópico, com uma concentração de tensões na ponta da micro-trinca. Como consequência, mais de um plano de deslizamento pode ser ativado. Além disto, se a trinca está crescendo no interior do material em grãos adjacentes, as restrições nas discordâncias aumentarão devido a presença dos grãos vizinhos. De forma, similar, tornar-se-á cada vez mais difícil a acomodação das discordâncias por um único plano. Ou seja, a trinca tenderá a crescer em planos com diferentes direções. Então, a

direção da micro-trinca será desviada da orientação da banda de deslizamento inicial (SCHIJVE, 2001). Geralmente, a tendência de crescimento segue a direção perpendicular ao carregamento, conforme a Figura 11.

Figura 11 - Seção transversal da micro-trinca.



Fonte: (adaptado de SCHIJVE, 2001).

2.1.4.3. RUPTURA

O terceiro período, conhecido como ruptura, é a fratura brusca. Geralmente, a fratura brusca ocorre por sobrecarga. Isto porque a resistência residual do material diminuiu consideravelmente devido à presença da trinca. A ruptura ocorre quando o fator de intensidade de tensões atinge o valor de K_{IC} , que é a tenacidade à fratura do material. Quando isto ocorre, a fratura é instantânea.

2.2. CONCEITOS DA MECÂNICA DA FRATURA

2.2.1. INTRODUÇÃO À MECÂNICA DA FRATURA

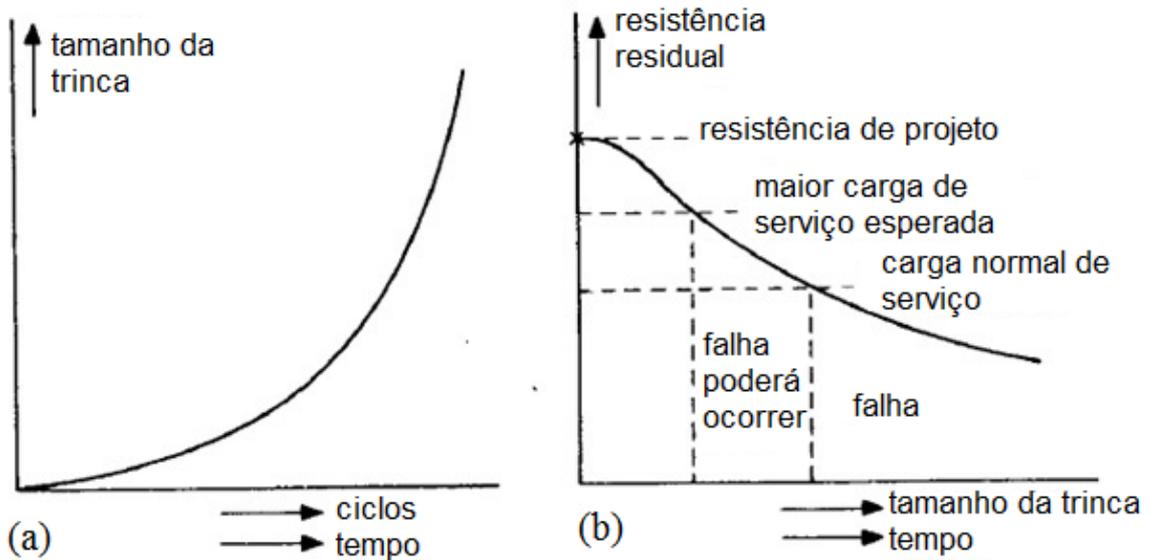
Após a Segunda Guerra Mundial, a mecânica da fratura foi assumida como disciplina de engenharia (e não curiosidade científica). Este fato ocorreu devido as contribuições de G. Irwin. Em 1948, Irwin publicou o primeiro artigo clássico a respeito dos conceitos da Mecânica da Fratura.

A mecânica da fratura na engenharia pode oferecer uma metodologia que compensa as inadequações dos conceitos de projeto convencionais. Os critérios de projeto convencionais são baseados na resistência à tração, tensão de escoamento e tensão de flambagem (BROEK, 1984). Estes critérios são adequados para muitos tipos de estruturas da engenharia. Porém, estes critérios são insuficientes quando existe a presença de trincas na estrutura. Nos dias de hoje, a mecânica da fratura se tornou uma ferramenta útil no projeto de muitas estruturas de engenharia (BROEK, 1984).

De uma forma simplificada, a mecânica da fratura verifica quantitativamente as condições sob as quais um corpo submetido a um carregamento pode falhar devido ao crescimento de uma trinca presente nesse corpo.

A partir da falha estrutural no nível nuclear, devido à aplicação de cargas repetidas ou devido a combinação de cargas e ataques ambientais poderá eventualmente conduzir para o desenvolvimento da trinca. Isto implica que a taxa de propagação da trinca aumentará com o tempo. A propagação da trinca como uma função do tempo pode ser representada por uma curva mostrada na Figura 12-a, note que devido à presença da trinca a resistência residual da estrutura é diminuída progressivamente como mostrado na Figura 12-b. (BROEK, 1984).

Figura 12 - O problema de engenharia. (a) Curva de crescimento de trinca. (b) Curva de resistência residual.

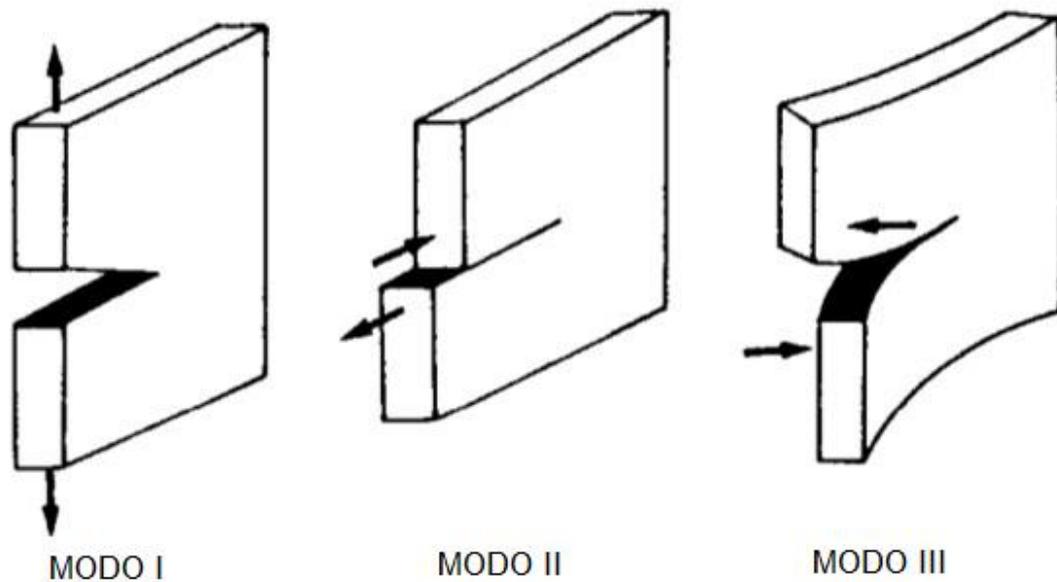


Fonte: (BROEK, 1984).

Devido à presença da trinca, a resistência da estrutura é diminuída. Ou seja, possui resistência inferior ao nível de resistência no qual a estrutura foi projetada. Notar que a resistência residual caracteriza como intensidade de resistência do material da estrutura, assim como a tensão de escoamento, e não uma tensão atuante na estrutura. Conforme a trinca vai aumentando de tamanho, devido à aplicação do carregamento, a resistência residual por sua vez também vai diminuindo, conforme apresentado na Figura 12-b. Após um determinado instante de tempo, a resistência residual passa a ser tão baixa que a estrutura não pode resistir as altas cargas acidentais que poderão ocorrer durante a operação. Neste momento, a estrutura está sujeita a sofrer uma falha. Se estas altas cargas acidentais não ocorrerem, a trinca continuará a crescer até que a resistência residual se torne tão baixa que a fratura ocorrerá com uma carga normal de serviço (BROEK, 1984).

As tensões podem ser utilizadas como a base para a análise, se existir uma relação entre a tensão aplicada e o processo localizado na ponta da trinca. Como os eventos na ponta da trinca são governados por tensões localizadas, é requerido que a tensão local na ponta da trinca seja descrita como uma função da tensão aplicada. Tal relação pode ser determinada, desde que o problema seja definido claramente (BROEK, 1988). Para este objetivo, três modos de carregamento devem ser definidos, conforme apresentado na Figura 13.

Figura 13 - Os Modos de Carregamento. Modo I: Modo de Abertura. Modo II: Modo de cisalhamento. Modo III: Modo de cisalhamento fora do plano (rascamento).



Fonte: (BROEK, 1988).

Estes modos de carregamento (não modos de trinca) apresentam equações de tensões na ponta da trinca semelhantes. Conseqüentemente, procedimento para análise de propagação da trinca e de fratura para cada modo pode ser individualizado.

Na prática, a maioria das trincas resultam do modo I de carregamento. Os outros não ocorrem individualmente, mas eles podem ocorrer em combinação com o modo I. Porém, se o carregamento desses modos estão em fase, a trinca rapidamente busca uma direção de propagação em que eles são sujeitas ao modo I somente (BROEK, 1988).

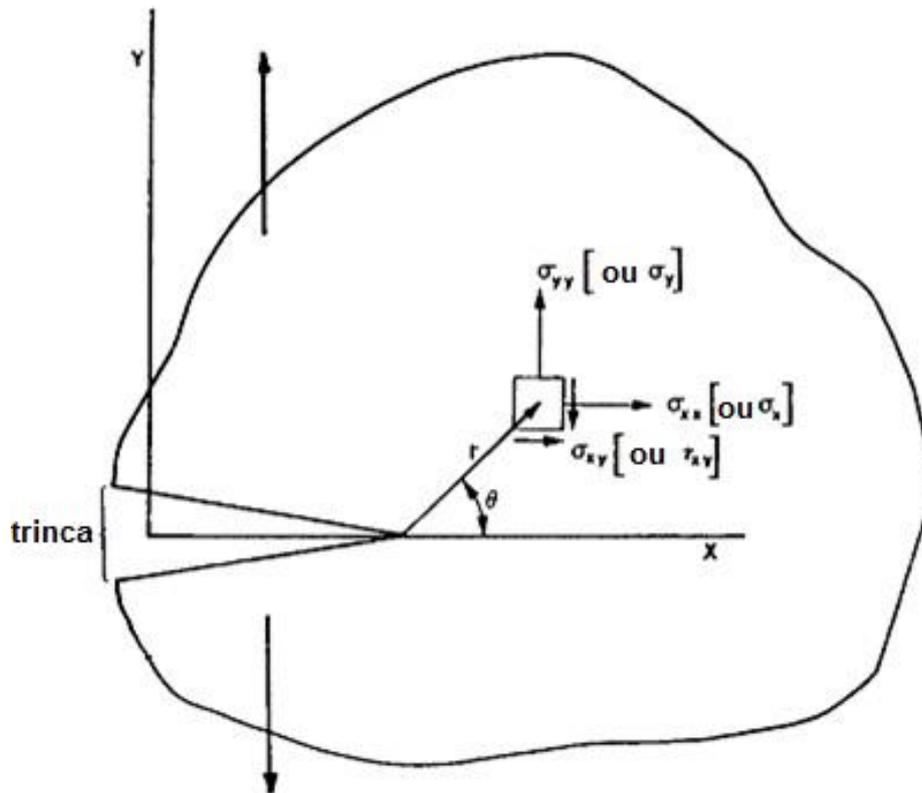
2.2.2. FATOR DE INTENSIDADE DE TENSÕES (K)

Considerando um corpo com uma forma arbitrária, com uma trinca de tamanho arbitrário, submetido a um carregamento externo conforme Modo I (Figura 14) e Estado Plano de Tensões, ou seja $\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0$. O material deste corpo é considerado elástico, que satisfaz a Lei de Hooke. Desta forma, a Teoria da Elasticidade pode ser utilizada para a determinação do campo de tensões na ponta da trinca. Devido a utilização da Teoria da Elasticidade, este modelo é conhecido como modelo da MFLE (mecânica da fratura linear elástica) e tem encontrado ampla aceitação como um método para determinar a resistência de

um material para falhas abaixo da sua carga limite admissível. O modelo é baseado na utilização da análise de tensões linear elástica. Logo, neste modelo é definido que na iniciação da trinca, qualquer deformação plástica localizada é pequena, e está contida dentro do campo de tensão elástico circunvizinho. (SWIFT e TOM, 2000).

A Figura 14 apresenta este corpo arbitrário com uma trinca de tamanho arbitrário.

Figura 14 - Corpo arbitrário com uma trinca arbitrária submetido a carregamento do tipo Modo I.



Fonte: (BROEK, 1988).

As Equações 1, 2 e 3 apresentam as expressões para determinação das tensões σ_x , σ_y e τ_{xy} para um elemento estrutural localizado a uma distância r (onde $r < a/10$), em relação a ponta da trinca (BROEK, 1988):

$$\sigma_x = \frac{K}{\sqrt{2\pi.r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \cdot \operatorname{sen} \frac{3\theta}{2} \right) \quad (1)$$

$$\sigma_y = \frac{K}{\sqrt{2\pi.r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \cdot \operatorname{sen} \frac{3\theta}{2} \right) \quad (2)$$

$$\tau_{xy} = \frac{K}{\sqrt{2\pi.r}} \cos \frac{\theta}{2} \cdot \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} \cdot \cos \frac{3\theta}{2} \quad (3)$$

Onde K é o fator de intensidade de tensões, dado em $(\text{N/m}^2) \cdot (\text{m})^{0,5}$ no sistema internacional de unidades (SI), e a é o tamanho da trinca, dado em [m] no SI. Ou seja, considerando um problema de análise de tensões na presença de uma trinca, a mecânica da fratura fornece um parâmetro que verifica a propensão da trinca a se propagar. Este parâmetro é conhecido por Força de Extensão da Trinca. A Força de Extensão da Trinca é determinada a partir do conhecimento do: comportamento mecânico do material; da geometria da trinca e da estrutura; e das condições de contorno em termos de carregamento.

A variável K , que está presente nas três tensões (σ_x , σ_y e τ_{xy}), é conhecido pelo nome de fator de intensidade de tensões. Este fator é denominado desta forma porque seu valor define a intensidade ou magnitude das tensões nas proximidades da ponta da trinca. A influência de parâmetros externos como a intensidade e o método de carregamento, e a geometria do corpo trincado, é percebida na região da ponta trinca somente através do fator de intensidade de tensões (BROEK, 1988).

Concluindo, o valor de K define a amplitude da singularidade na ponta da trinca, conseqüentemente, todas as tensões e deformações em pontos ao redor da ponta da trinca crescem em proporção à K .

2.2.3. TENACIDADE À FRATURA (K_C)

A tenacidade K_C é uma propriedade do material e representa o valor crítico do fator de intensidade de tensões. Em outras palavras, quando o fator de intensidade de tensões K atinge seu valor crítico, igual a K_C , a velocidade de propagação da trinca aumenta muito, ou seja, a estrutura sofre uma fratura instantaneamente. Ou seja, K_C representa o valor crítico do fator de intensidade de tensões.

2.2.4. FATOR DE CORREÇÃO GEOMÉTRICA (β)

Para a solução de qualquer problema de fratura ou análise de crescimento de trincas, para conhecer o fator de intensidade de tensões K , é necessário conhecer a geometria da

estrutura. Fatores geométricos já foram obtidos e compilados em manuais e livros, ou seja, estão disponíveis na literatura. A equação para se determinar o fator de intensidade de tensões é descrita da seguinte forma (BROEK, 1988):

$$K = \sigma \beta \sqrt{\pi a} \quad (4)$$

Onde σ é a tensão normal distante da trinca, a é o tamanho da trinca, β é o fator de correção geométrica. Considerando que a unidade de K é dada em $[(N/mm^2).(mm)^{0.5}]$, ou equivalente no sistema internacional, β é uma grandeza adimensional. Como já foi dito anteriormente, o fator de correção geométrica está relacionado com o volume de material na frente da trinca. Este fator corrige o fator de intensidade de tensões de acordo com a geometria da estrutura.

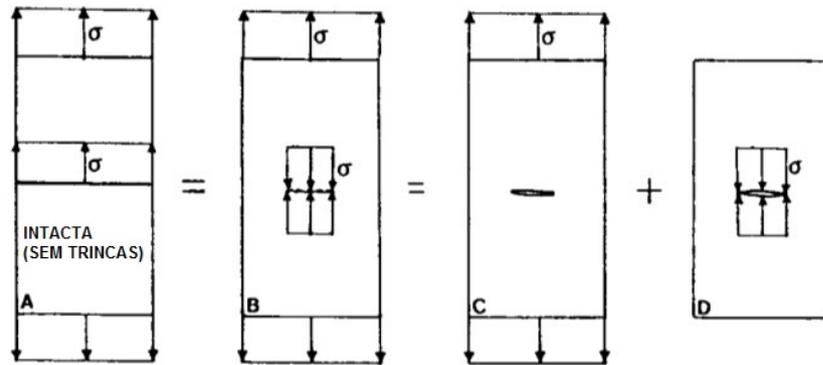
Existem muitos métodos para determinação dos fatores geométricos. Dentre eles, pode-se citar: 1- Uso Direto das soluções dos Manuais e livros; 2- Uso indireto das soluções dos manuais através dos princípios da superposição e composição; 3- Métodos baseados nos julgamentos de engenharia, quando combinados com o primeiro e segundo método; 4- Uso das funções de Green ou funções peso, se necessário em combinação com análises de tensões em elementos finitos da estrutura intacta; 5- Análise detalhada de elementos finitos de modelos com trincas.

2.2.5. PRINCÍPIO DA SUPERPOSIÇÃO

Para alguns casos específicos, o princípio da superposição pode ser utilizado de forma a resolver problemas para geometrias onde é possível somar os fatores de intensidade de tensão devido a vários modos I de carregamento (BROEK, 1988). A Figura 15 apresenta um esquema do princípio da superposição a partir de uma placa sem trincas. Considerando uma placa submetida a uma tensão uniforme sem a presença de trinca, conforme o caso A. No caso B, uma placa similar com uma trinca de tamanho $2a$ pode levar a acreditar que não há nenhuma trinca se houver uma tensão compressiva aplicada nas faces da trinca. Originalmente, a placa está carregada com uma tensão uniforme na região da trinca, conforme caso A. Conseqüentemente, aplicando esta tensão uniforme σ nas faces da trinca resultará em uma situação idêntica ao caso A. Sabendo-se que o caso B é a superposição de dois modos I

de casos de carregamento, o fator de intensidade de tensões de B (ou de A) é igual a soma dos fatores de intensidade dos casos C e D, conforme Figura 15 (BROEK, 1988).

Figura 15 - Princípio da superposição para uma placa sem trincas.



Fonte: (BROEK, 1988).

A Equação 5 apresenta o resultado do princípio da superposição aplicado no cálculo dos fatores de intensidade de tensão:

$$K^A = K^C + K^D \quad (5)$$

Mas, o fator de intensidade de tensões para o caso A é zero, ou seja, no caso A não há trincas, desta forma:

$$K^D = -K^C \quad (6)$$

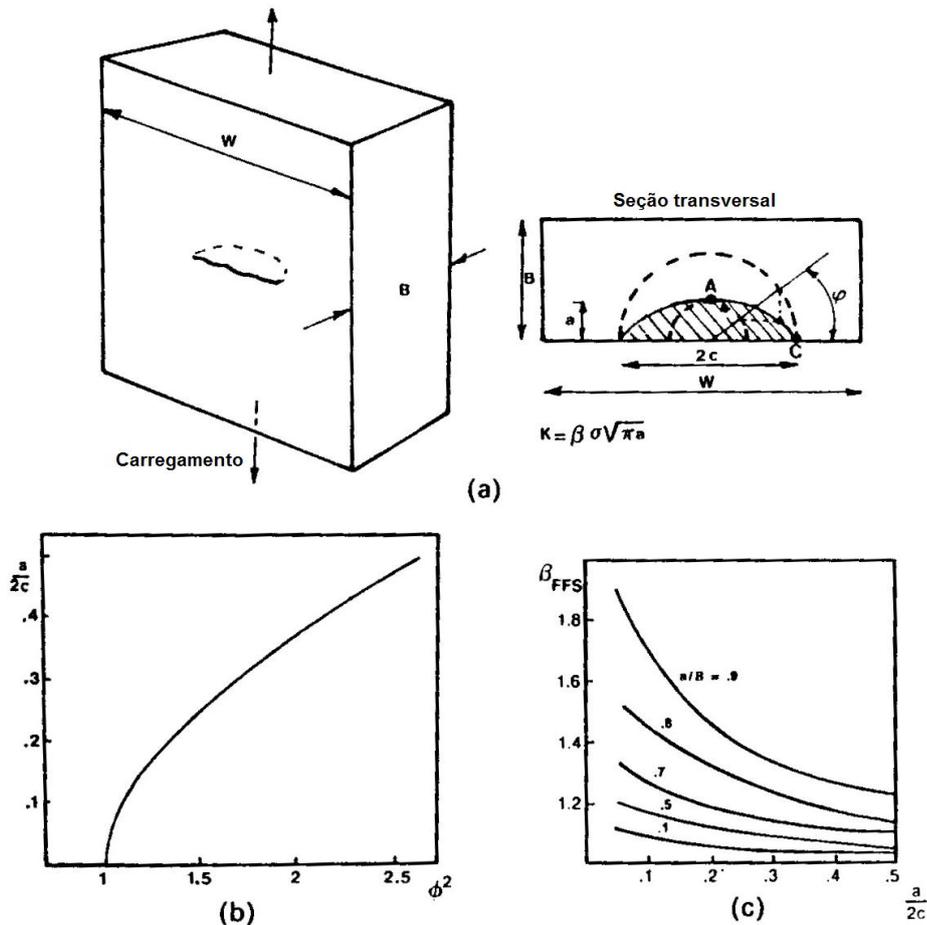
2.2.6. PRINCÍPIO DA COMPOSIÇÃO

Para alguns casos específicos, o princípio da composição pode ser utilizado de forma a resolver problemas com determinadas geometrias, onde é possível multiplicar os fatores de intensidade de tensão devido a vários modos I de carregamento. Em muitos casos individuais, o fator de intensidade de tensões pode ser obtido por meio de formulações analíticas da literatura. Porém, o efeito composto de vários casos individuais pode ser obtido por meio do princípio da composição, que é a multiplicação de todos os efeitos individuais (BROEK, 1988).

Possivelmente, o exemplo mais proeminente de composição está demonstrado pela solução clássica para a trinca elíptica de superfície na Figura 16 (BROEK, 1988). Os vários

efeitos do contorno são devido aos seguintes fatores: superfície livre traseira (*back free surface* - BFS), superfície livre frontal (*front free surface* - FFS), largura (*width* - W), e curvatura frontal da trinca (*crack front curvature* - CFC) (BROEK, 1988).

Figura 16 - Princípio da composição para uma placa com uma trinca elíptica de superfície. (a) Trinca de superfície. (b) ϕ^2 versus $a/2c$. (c) β_{FFS} versus $a/2c$.



Fonte: (BROEK, 1988).

Matematicamente, é possível equacionar o fator de intensidade de tensões a partir das Equações 7 e 8:

$$K = \beta_{BFS} \cdot \beta_{FFS} \cdot \beta_W \cdot \beta_{CFC} \cdot \sigma \cdot \sqrt{\pi \cdot a} = \beta \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \quad (7)$$

$$\beta = \beta_{BFS} \cdot \beta_{FFS} \cdot \beta_W \cdot \beta_{CFC} \quad (8)$$

Se a largura W é grande, então $\beta_W = 1$. O efeito da superfície livre traseira é simples, e quase sempre definido como $\beta_{BFS} = 1,12$. O efeito da superfície livre frontal depende da forma da trinca, conforme gráfico da Figura 16-c. Finalmente o efeito de curvatura $\beta_{CFS} = 1/\phi$ é uma função do ângulo paramétrico, ϕ , e a razão de aspecto da trinca a/c (BROEK, 1988).

2.3. MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

A análise por elementos finitos pode ser usada por dois caminhos para determinar o fator geométrico, denominados indireto e direto.

Para a solução de problemas comuns de tolerância a dano, o uso do método indireto é mais indicado. Ou seja, no caso em que a solução de elementos finitos é obtida apenas para a estrutura intacta, e a distribuição de tensões na seção da futura trinca é calculada. Posteriormente, a regra para a distribuição de tensões sem a presença de trincas é utilizada para calcular o fator de intensidade de tensões através de um dos métodos conhecidos, como as funções de Green ou funções peso. Este método é conhecido por apresentar limitações na sua precisão, com erros na ordem de 10% (BROEK, 1988).

No método direto, os fatores de intensidade de tensão e fatores geométricos são obtidos a partir de modelos de elementos finitos com trincas. Como existe um gradiente de tensão extremamente alto na ponta da trinca, o tamanho dos elementos em torno da trinca deve ser muito pequeno. O método dos elementos finitos pode calcular tensões, deformações, e energia de deformação (BROEK, 1988). A partir destas grandezas calculadas, o fator de intensidade de tensões e o fator de correção geométrica podem ser obtidos por uma grande variedade de métodos. Por exemplo, a solução universal do campo de tensões na ponta da trinca fornece a tensão na ponta da trinca σ_y para $\theta = 0$. Onde θ é o ângulo formado entre o eixo x e a distância r, conforme a Equação 9:

$$\sigma_y = \frac{K}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot x}} (\theta = 0) \quad (9)$$

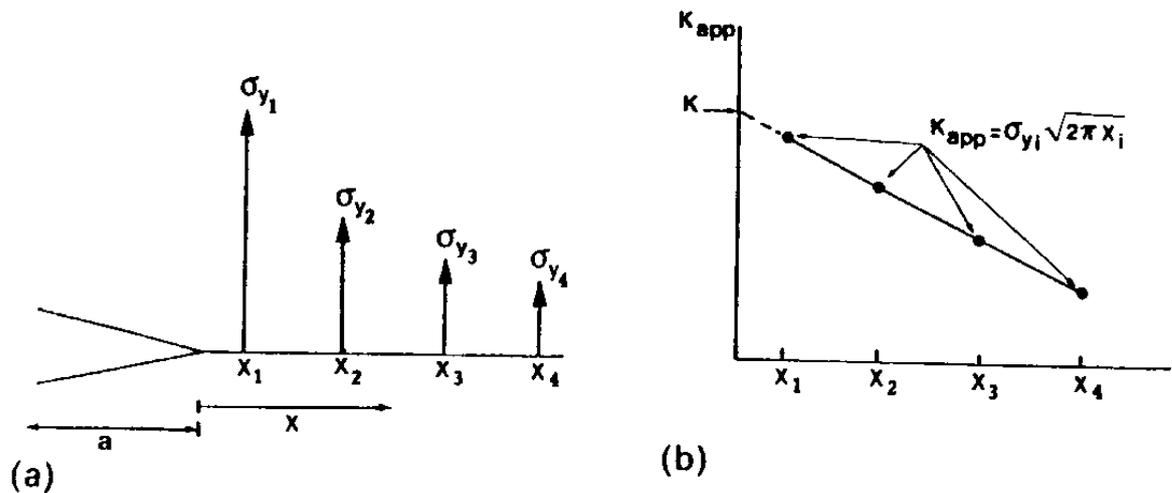
A solução obtida através do método dos elementos finitos fornece os valores de σ_y para várias posições de x. Substituindo a tensão σ_y calculada, e a distância r para cada posição, o fator de intensidade de tensões pode ser obtido através da Equação 10:

$$K = \sigma_{YMEF} \cdot \sqrt{2 \cdot \pi \cdot x_{MEF}} \quad (10)$$

Como a Equação 9 é válida apenas para pequenos valores de x, o fator de intensidade de tensões obtido da Equação 10 apresenta erros ao menos que x seja extremamente pequeno. Por outro lado, o valor calculado de σ_y contém um grande erro para os pequenos valores de x (ao menos que elementos singulares sejam utilizados). Uma forma de contornar este problema, a Equação 10 pode ser resolvida para um número de vezes utilizando as tensões calculadas σ_y para várias distâncias x_1, x_2, x_3, x_4 , etc. Para cada combinação ($\sigma_y; x$) um valor

aparente de K é obtido através da Equação 10. Nenhum destes valores de K estão corretos. No entanto, é possível traçar uma reta que melhor se ajusta a estes pontos. A partir desta reta, é possível extrapolar para $x = 0$. O valor de K obtido para $x = 0$ satisfaz a Equação 9 e apresenta um valor bastante aproximado de K para o tamanho da trinca aproximado (BROEK, 1988). A Figura 17 apresenta um esquema gráfico onde é possível determinar o valor do fator de intensidade de tensões.

Figura 17 - Obtenção do valor de K através do modelo de elementos finitos com trinca. (a) Tensões do modelo de elementos finitos. (b) Fator de intensidade de tensões.



Fonte: (BROEK, 1988).

Finalmente, o fator de correção geométrica deve ser obtido. Selecionando uma tensão de referência σ_{ref} (esta tensão pode ser a tensão aplicada no modelo), o fator geométrico pode ser obtido a partir da Equação 11 (BROEK, 1988):

$$\beta = \frac{K}{\sigma_{ref} \sqrt{\pi \cdot a}} \quad (11)$$

Onde a é o tamanho da trinca do modelo de elementos finitos. O procedimento acima calcula apenas um valor para β . Para uma análise de tolerância a dano, este procedimento deve ser repetido várias vezes, ou seja, para vários tamanhos de trinca (múltiplas soluções de elementos finitos). Um ponto importante é que para cada tamanho de trinca, a mesma tensão de referência deve ser considerada (BROEK, 1988).

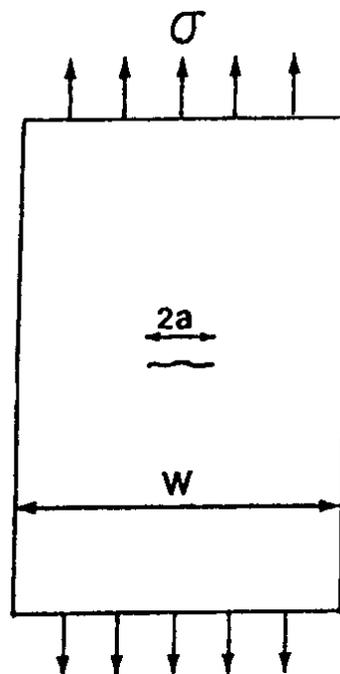
3. METODOLOGIA

Este capítulo descreve sobre o detalhamento da análise elaborada com o objetivo de obter os resultados dos fatores de correção geométrica para três tipos de configurações. Primeiramente, são apresentados os cálculos analíticos dos coeficientes de correção e depois, são apresentados os cálculos numéricos dos coeficientes de correção geométrica.

3.1. FATOR DE CORREÇÃO GEOMÉTRICA - CONFIGURAÇÕES GEOMÉTRICAS - CÁLCULO ANALÍTICO

Conforme dito anteriormente, três tipos de configurações são avaliadas neste trabalho. A Figura 18 apresenta um modelo de placa plana finita carregada sob tração com trinca central de tamanho $2a$.

Figura 18 - Modelo da placa plana finita carregada em tração e trinca central de tamanho $2a$.



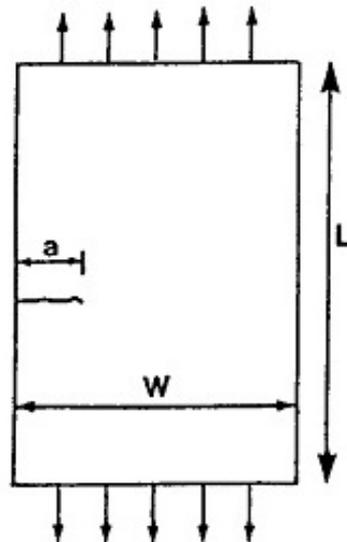
Fonte: (BROEK, 1988).

A Equação 12 é utilizada para a obtenção do fator de correção geométrica de forma analítica para o caso de placa plana finita carregada em tração e trinca central de tamanho $2a$ (BROEK, 1988).

$$\beta = \sqrt{\sec \frac{\pi \cdot a}{W}} \quad (12)$$

O segundo caso é análogo ao primeiro, exceto o tamanho e a posição da trinca. A Figura 19 apresenta um modelo da placa plana finita carregada em tração e trinca de borda lateral com tamanho a .

Figura 19 - Modelo da placa plana finita carregada em tração e trinca de borda lateral com tamanho a .



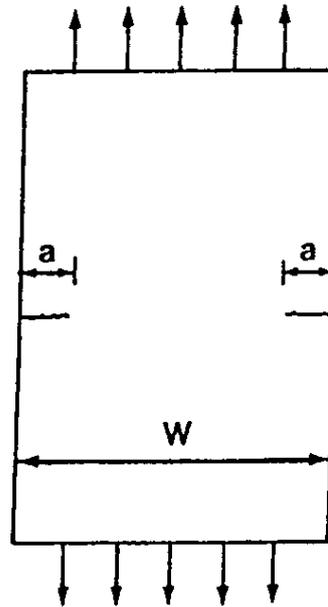
Fonte: (BROEK, 1988).

A Equação 13 é utilizada para a obtenção do fator de correção geométrica de forma analítica para o caso de placa plana finita carregada em tração e trinca de borda lateral com tamanho a (BROEK, 1988).

$$\beta = 1,12 - 0,23 \cdot \frac{a}{W} + 10,56 \cdot \left(\frac{a}{W}\right)^2 - 21,74 \cdot \left(\frac{a}{W}\right)^3 + 30,42 \cdot \left(\frac{a}{W}\right)^4 \quad (13)$$

O terceiro caso é análogo ao segundo, exceto pela quantidade de trincas. A Figura 20 apresenta um modelo da placa plana finita carregada em tração e trincas de bordas laterais com tamanho a .

Figura 20 - Modelo da placa plana finita carregada em tração e trincas de bordas laterais com tamanho a .



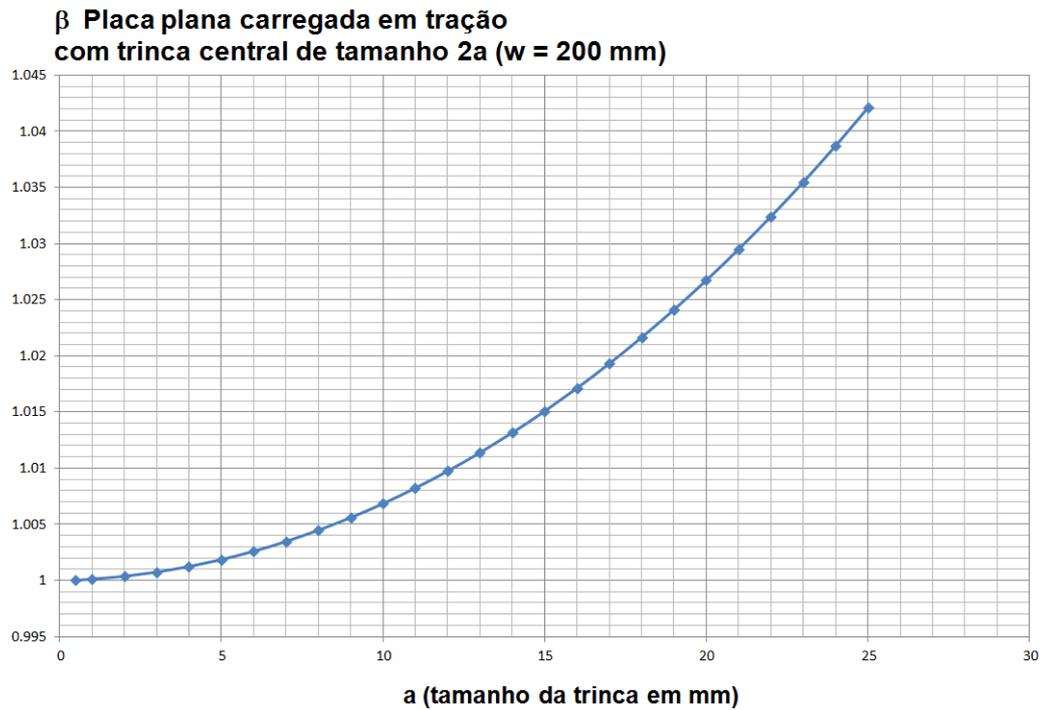
Fonte: (BROEK, 1988).

A Equação 14 é utilizada para a obtenção do fator de correção geométrica de forma analítica para o caso de placa plana finita carregada em tração e trincas de bordas laterais com tamanho a (BROEK, 1988).

$$\beta = 1,12 + 0,43 \cdot \frac{a}{W} - 4,79 \cdot \left(\frac{a}{W}\right)^2 + 15,46 \cdot \left(\frac{a}{W}\right)^3 \quad (14)$$

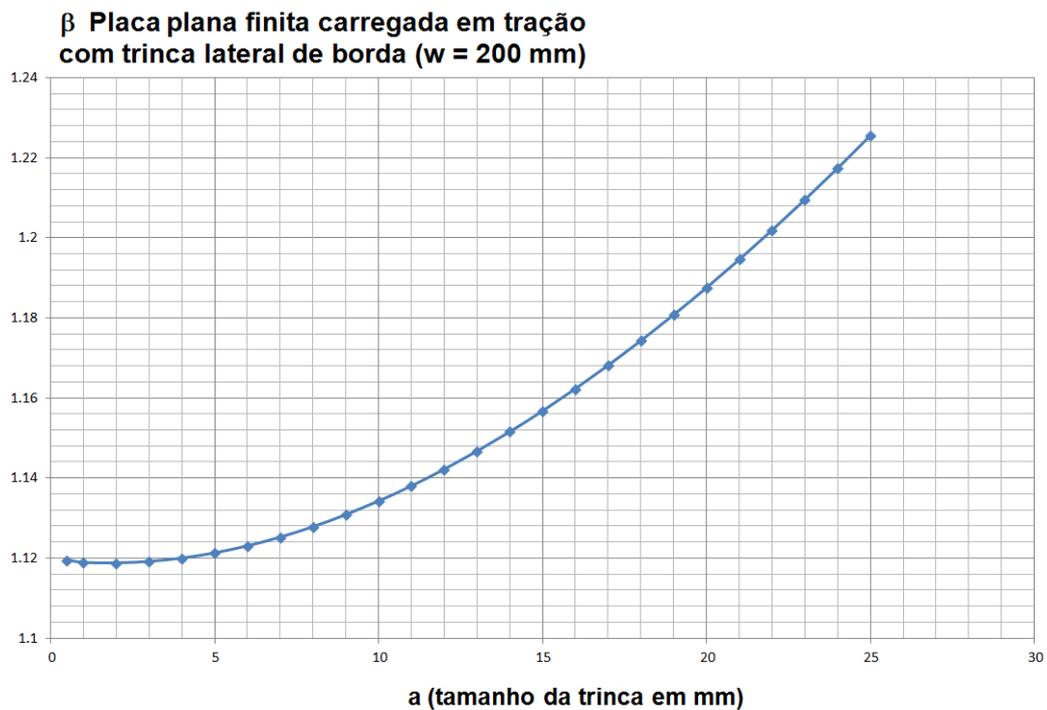
Os gráficos das Figuras 21, 22 e 23 apresentam as curvas dos coeficientes de correção geométrica em função do tamanho da trinca, obtidos analiticamente através das Equações 14, 15 e 16. Para a elaboração das curvas, utilizou-se uma placa com 200 mm de largura (w). Este valor é o mesmo utilizado no Capítulo 3 para a elaboração do modelo de elementos finitos. Pode-se concluir através das Equações 12, 13 e 14 que β só depende da geometria, ou seja, não depende do carregamento nem do material da estrutura.

Figura 21 - Fator de correção geométrica. Placa Plana carregada em tração com trinca central 2a.



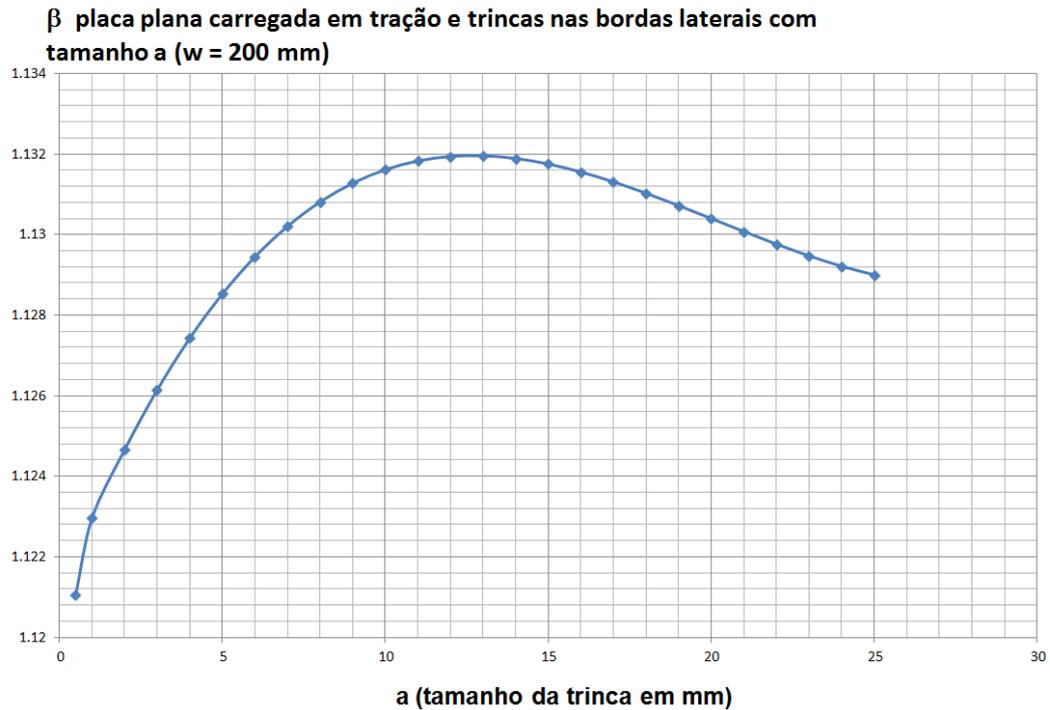
Fonte: Autor.

Figura 22 - Fator de correção geométrica. Placa Plana carregada em tração com trinca de borda lateral.



Fonte: Autor.

Figura 23 - Fator de correção geométrica. Placa Plana carregada em tração com trincas laterais nas duas bordas.



Fonte: Autor.

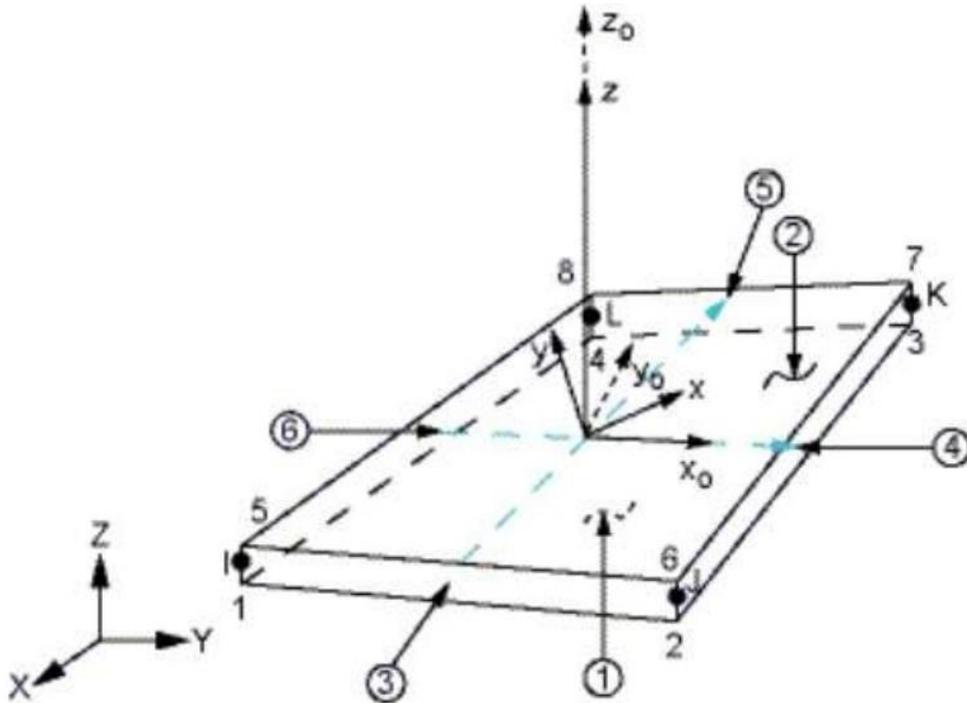
O gráfico da Figura 23 mostra que a partir de um tamanho de trinca igual a 12 mm, o valor de β começa a diminuir. Ou seja, como β está relacionado com o volume de material à frente da trinca, quando a é maior que 12,0 mm, o valor do fator de correção geométrica começa a ser influenciado pela trinca da outra extremidade da placa.

3.2. CÁLCULO NUMÉRICO EM ELEMENTOS FINITOS

Conforme dito anteriormente, três tipos de configurações são avaliadas neste trabalho. Nesta seção, são apresentados os modelos de elementos finitos elaborados para este trabalho. O software utilizado nas análises foi o ANSYS Mechanical APDL 14.0. Primeiramente, é apresentado o elemento utilizado nas análises. O elemento utilizado na análise é o SHELL 181 (ANSYS, 2011). Este elemento é adequado para analisar estruturas de cascas moderadamente finas. É um elemento com quatro nós e seis graus de liberdade em cada nó: translações nas direções x , y e z ; e rotações em torno dos eixos x , y e z . Este elemento é aplicado para análises com grandes rotações e/ou aplicações com grandes

deformações não lineares, que é o caso das simulações realizadas neste trabalho. Foi considerado a solução estática para grandes deslocamentos, que caracteriza análise não linear. Porém a não linearidade é geométrica e não de material. A Figura 24 apresenta a geometria, as posições dos nós e o sistema de coordenadas para o elemento SHELL 181. O elemento é definido pela seção de casca e por quatro nós (I, J, K e L).

Figura 24 - Elemento SHELL 181.



Fonte: (ANSYS, 2011).

3.2.1. MODELO DE ELEMENTOS FINITOS

A placa possui as seguintes dimensões: 200 x 200 x 2 mm (largura, comprimento, espessura respectivamente).

Para a elaboração da malha do modelo, utilizou-se elementos com tamanho iguais a 1 mm. Na região da trinca foi executado um procedimento para refinamento da malha. Neste refinamento, o tamanho dos elementos é de 0,11 mm.

O material da placa é o alumínio com módulo de elasticidade longitudinal E igual a 71 GPa. A tensão de escoamento do alumínio com 1% (um por cento) de magnésio é de 255

MPa. Este valor é importante para comparação com as tensões obtidas na ponta da trinca. Ou seja, definir a zona plástica a partir dos resultados de distribuição de tensões obtidos através do Método dos Elementos Finitos.

As condições de contorno aplicadas ao modelo foram as seguintes: borda inferior com deslocamentos UY e UZ iguais a zero. No ponto referente ao canto lateral inferior da placa foi considerada a condição de deslocamento em x igual a zero, ou seja $UX = 0$. Este procedimento foi adotado para evitar problemas de singularidade na matriz de deslocamento.

O carregamento foi aplicado nos nós da borda superior da placa (201 nós). Em cada nó desta borda superior, é aplicada uma força em y igual a 199,005 N, totalizando uma força de 40.000 N na direção y. Foi considerada a ação da gravidade na direção y.

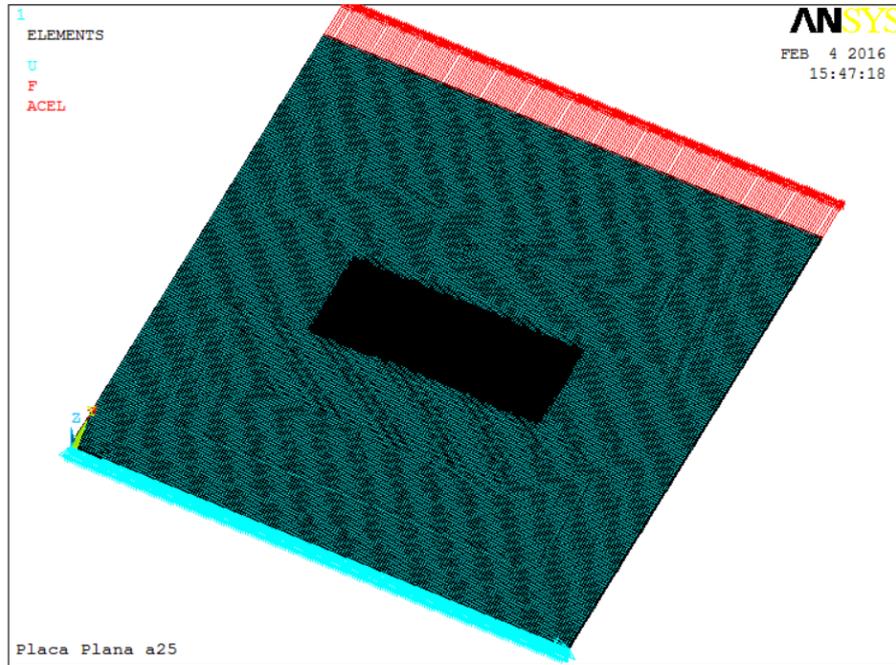
A análise foi ajustada para análise estática, opção para grandes deslocamentos (*Large Displacement Static*), que caracteriza "não linearidade" geométrica. A Figura 25 apresenta o modelo de elementos finitos com a malha, carregamento e condições de contorno consideradas para o caso 1 - Placa plana finita com trinca central igual a 2a e carregamento sob tração. A Figura 27 apresenta o modelo para o caso 2 - Placa plana finita com trinca central na borda lateral e carregamento sob tração. E, a Figura 29 apresenta o modelo para o caso 3 - Placa plana finita com trinca central nas duas borda laterais e carregamento sob tração. Nos três modelos apresentados nas Figuras 25, 27 e 29, foi considerada uma trinca de 25,5 mm de comprimento. As Figuras 26, 28 e 30 apresentam um detalhe na região de refinamento da malha para melhor visualização dos elementos na região refinada.

Conforme descrito anteriormente, neste trabalho foi utilizado o método direto. Ou seja, o modelo de elementos finitos possui trincas. Desta forma, para o caso 1 (placa plana com trinca central igual a 2a) foram elaborados 19 modelos de elementos finitos. Ou seja, cada modelo de elementos possui um tamanho de trinca que varia de 1,5 mm a 25,5 mm.

Para o caso 2 (placa plana com trinca lateral de borda), foram elaborados 16 modelos de elementos finitos. Cada modelo possui uma trinca cujo tamanho varia de 1,5 mm a 25,5 mm.

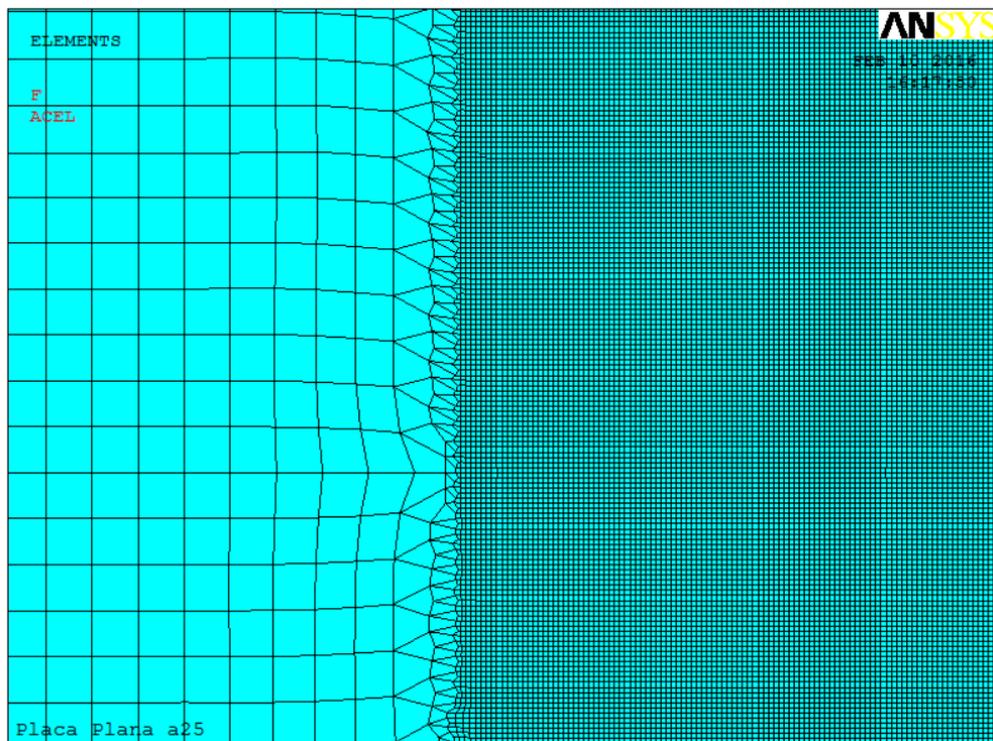
Para o caso 3 (placa plana com trincas laterais nas duas bordas, foram elaborados 13 modelos de elementos finitos. Cada modelo possui uma trinca, cujo tamanho varia de 1,5 mm a 25,5 mm. Ou seja, as análises foram elaboradas de forma separada.

Figura 25 - Modelo de elementos finitos (291.165 elementos) - Placa plana finita com trinca central 2a (carregamento de tração).



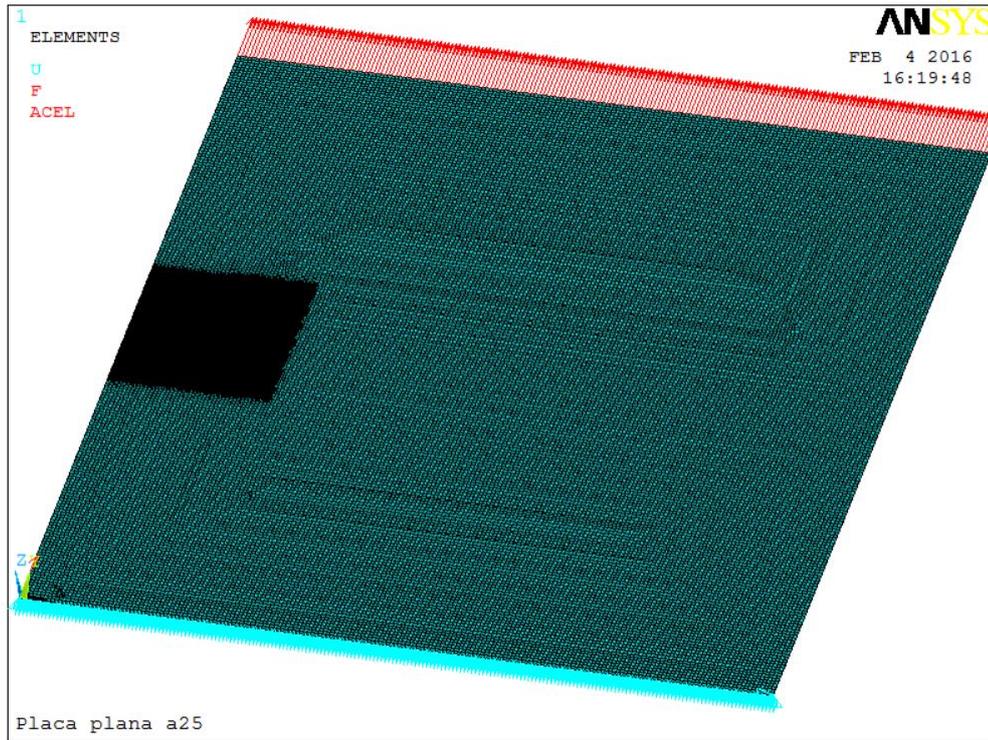
Fonte: Autor.

Figura 26 - Modelo de elementos finitos - Placa plana finita com trinca central 2a (carregamento de tração). Detalhe do refinamento da malha.



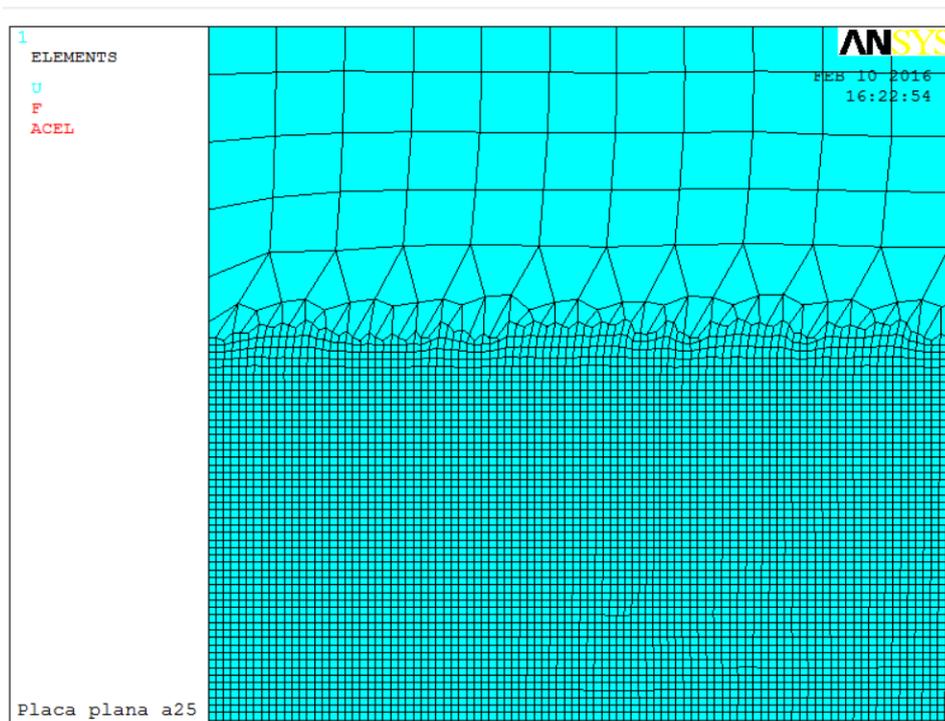
Fonte: Autor.

Figura 27 - Modelo de elementos finitos (184.973 elementos) - Placa plana finita com trinca na borda lateral (carregamento de tração).



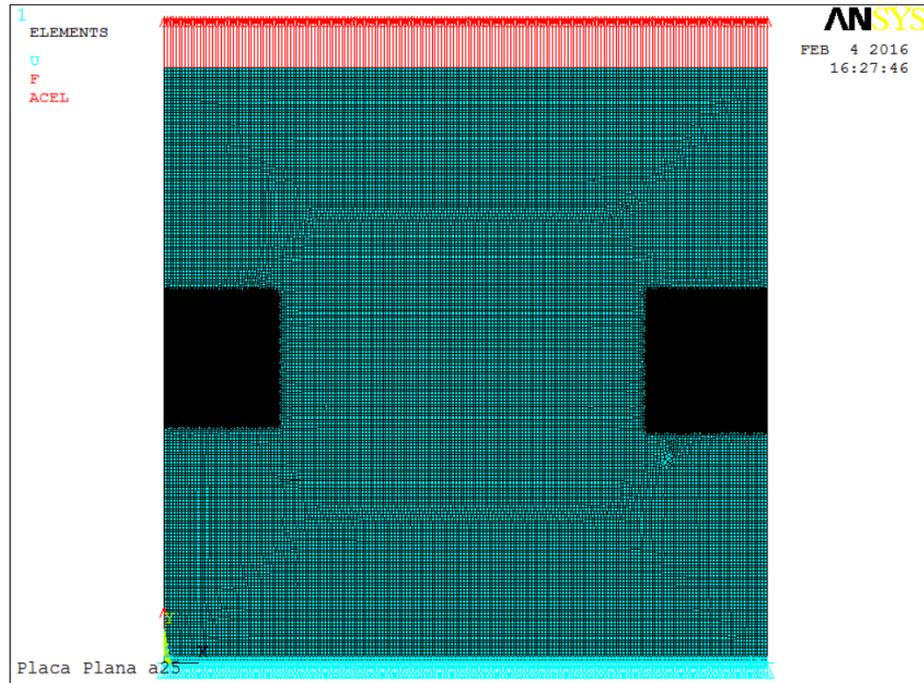
Fonte: Autor.

Figura 28 - Modelo de elementos finitos - Placa plana finita com trinca na borda lateral (carregamento de tração). Detalhe do refinamento da malha.



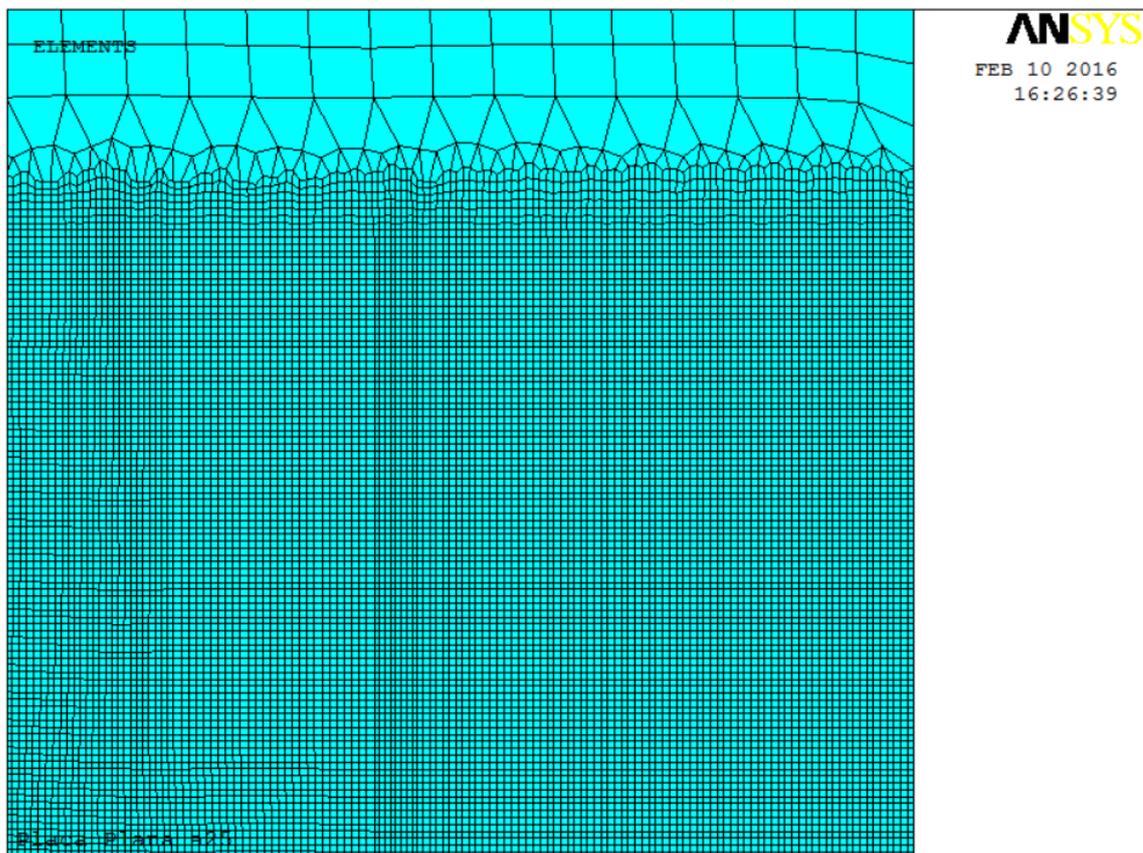
Fonte: Autor.

Figura 29 - Modelo de elementos finitos (331.146 elementos) - Placa plana finita com duas trincas nas bordas laterais (carregamento de tração).



Fonte: Autor.

Figura 30 - Modelo de elementos finitos - Placa plana finita com duas trincas nas bordas laterais (carregamento de tração). Detalhe do refinamento da malha.



Fonte: Autor.

A partir da definição dos modelos de elementos finitos para os três casos, com seus respectivos carregamentos, condições de contorno e malhas conforme Figuras 25, 26, 27, 28, 29 e 30, tornou-se possível elaborar as análises não-lineares de forma a obter as tensões na região próxima da ponta da trinca.

É importante enfatizar que as Figuras 25, 26, 27, 28, 29 e 30 apresentam modelos de elementos finitos com trincas. Ou seja, cada modelo foi elaborado considerando uma trinca de 25,5 mm conforme as três configurações apresentadas no item 3.1 deste trabalho. Para os demais modelos com diferentes tamanhos de trincas, repetiu-se o mesmo procedimento de análise. Para o caso 1, que representa uma Placa plana carregada em tração com trinca central de tamanho 2a, foram elaboradas 19 análises. Ou seja, repetiu-se o procedimento para 19 tamanhos de trincas diferentes. Para o caso 2 (Placa plana finita carregada em tração com trinca lateral de borda), foram elaboradas 16 análises. E para o caso 3 (placa plana finita carregada em tração e trincas nas bordas laterais com tamanho a) foram elaboradas 13 análises. O capítulo a seguir apresenta os resultados para os modelos com trincas de 25,5 mm.

O modelo de elementos finitos da placa plana finita com trinca central 2a (carregamento de tração) foi construído com 291.165 elementos, conforme apresentado na Figura 25.

O modelo de elementos finitos da placa plana finita com trinca na borda lateral (carregamento de tração) foi elaborado com 184.973 elementos, conforme representado na Figura 27.

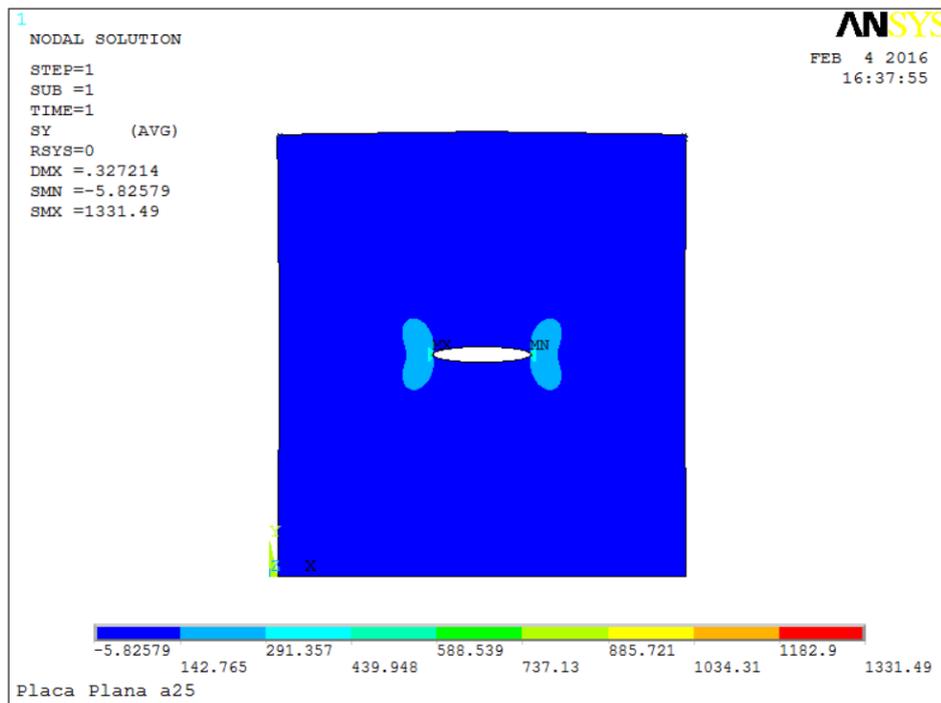
Já o modelo de elementos finitos da placa plana finita com duas trincas nas bordas laterais (carregamento de tração) foi construído com 331.146 elementos, conforme mostrado na Figura 29.

4. RESULTADOS

4.1. CASO 1 - PLACA PLANA FINITA COM TRINCA CENTRAL 2A (CARREGAMENTO DE TRAÇÃO)

Primeiramente, são apresentados os resultados obtidos na análise do modelo com trinca de tamanho igual a 25,5 mm, que foi o maior tamanho de trinca analisado. Para os demais tamanhos, repetiu-se o procedimento. A Figura 31 apresenta as tensões σ_y calculadas para toda a placa.

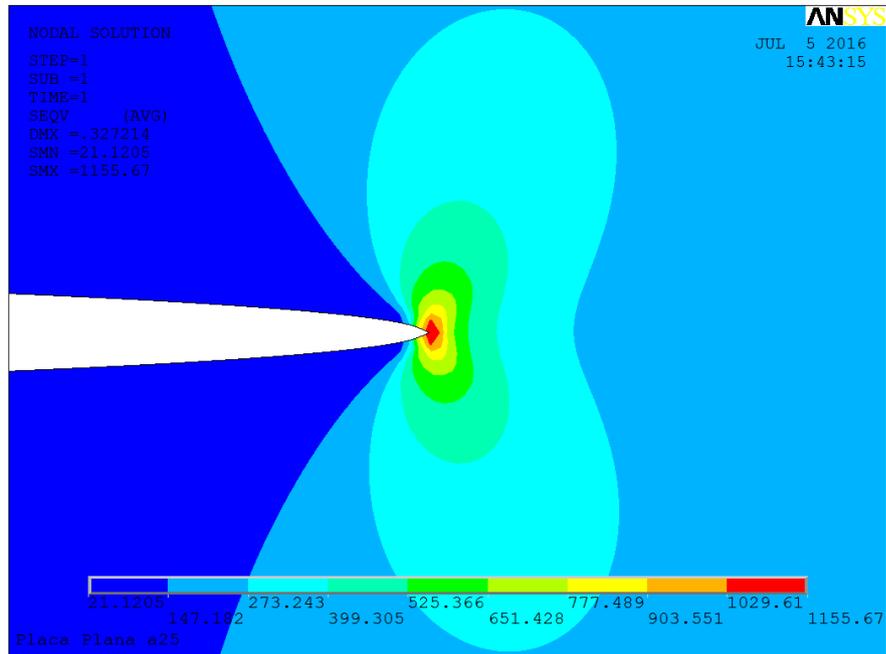
Figura 31 - Tensões SY - Placa plana finita com duas trincas nas bordas laterais (carregamento de tração).



Fonte: Autor.

A Figura 32 apresenta um detalhe da região da zona plástica, ou seja a região onde as tensões ultrapassaram o limite de escoamento. Ou seja, nesta região as tensões são superiores ao limite de escoamento de 255 [MPa]. Na Figura 32, pode-se notar claramente a região onde as tensões são maiores ou iguais a 273,243 [MPa]. Esta região representa claramente a Zona Plástica, ou seja, a região onde as tensões atuantes ultrapassaram o limite de escoamento do material.

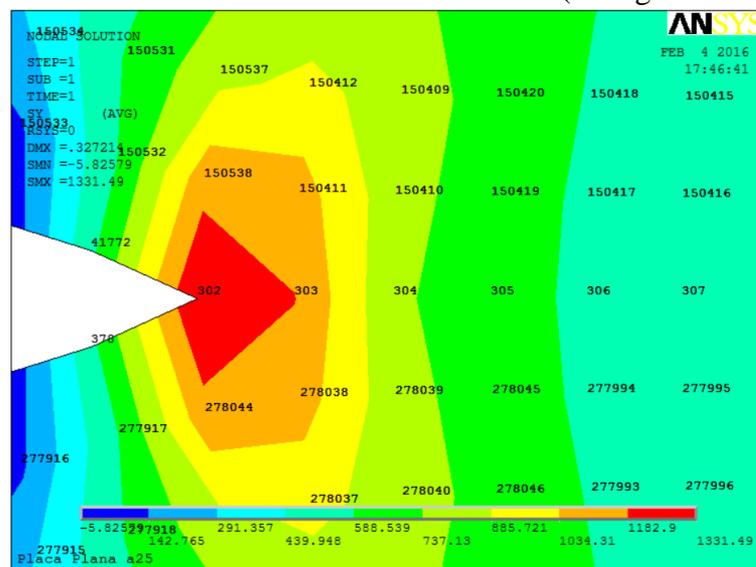
Figura 32 - Tensões SY - Placa plana finita com trinca central de tamanho 2a (carregamento de tração) - Zona Plástica.



Fonte: Autor.

A Figura 33 apresenta um detalhe que mostra a região de interesse, ou seja, na ponta da trinca. Nesta região é possível definir os nós que são escolhidos para determinação de cada fator de intensidade de tensões. Na Figura 33, é possível identificar o nó 302, que corresponde ao nó na ponta da trinca. Os nós 303, 304, 305 e 306 representam os nós posicionados em x_1 , x_2 , x_3 e x_4 , conforme a Figura 17.

Figura 33 - Tensões SY - Nós de referência para obtenção do fator de intensidade de tensões - Placa plana finita com trinca central de tamanho 2a (carregamento de tração).



Fonte: Autor.

Como a malha sofreu um processo de refinamento na região da ponta da trinca. os nós 302, 303, 304, 305 e 306 estão distantes de 0,11 mm entre si. A Tabela 1 apresenta as coordenadas (x, y, z) destes nós. A coordenada y é igual a 100 mm para todos os nós próximos a ponta da trinca. Isto porque considerou-se que a coordenada y = 0 é referente a borda inferior da placa. Como a trinca foi posicionada no meio da placa, a coordenada y foi definida igual a 100 mm.

Tabela 1 - Coordenadas dos Nós 302, 303, 304.

Nó	X	Y	Z
302	125,5000	100,0000	0,0000
303	125,6104	100,0000	0,0000
304	125,7207	100,0000	0,0000
305	125,8311	100,0000	0,0000
306	125,9415	100,0000	0,0000

(Fonte: Autor)

Com as distâncias calculadas, o próximo passo é obter o valor das tensões σ_y em cada um dos quatro nós (303, 304, 305 e 306). A Tabela 2 apresenta os valores das tensões calculadas através do software comercial de elementos finitos ANSYS 14.0.

Os valores dos fatores de intensidade de tensões K foram calculados através da Equação 10 para os referidos nós e estão apresentados na Tabela 2.

Em BROEK (1988), é apresentado o método de obtenção do fator de intensidade de tensões utilizando o método de elementos finitos. Ou seja, a Equação 10 é válida apenas para pequenos valores de x (BROEK, 1988). Em outras palavras, o fator de intensidade de tensões apresenta erros ao menos que os valores de x sejam extremamente pequenos. Por outro lado, o valor calculado de σ_y contém um grande erro, ao menos que elementos singulares sejam utilizados, que não é o caso deste trabalho. Uma forma de contornar este problema é determinar o valor de σ_y para várias distâncias x_1, x_2, x_3 e x_4 . Para cada combinação (σ_y, x) um valor aparente de K é obtido através da Equação 10. Nota-se que nenhum destes valores representa o valor correto de K. O valor correto de K pode ser obtido plotando-se graficamente cada ponto (σ_y, x) e ajustando-se uma reta que mais se aproxima destes pontos. Extrapolando-se esta reta até o eixo y (σ_y), ou seja, para $x = 0$, obtém-se o valor de K.

Tabela 2 - Tensões dos Nós 302, 303, 304, 305 e 306.

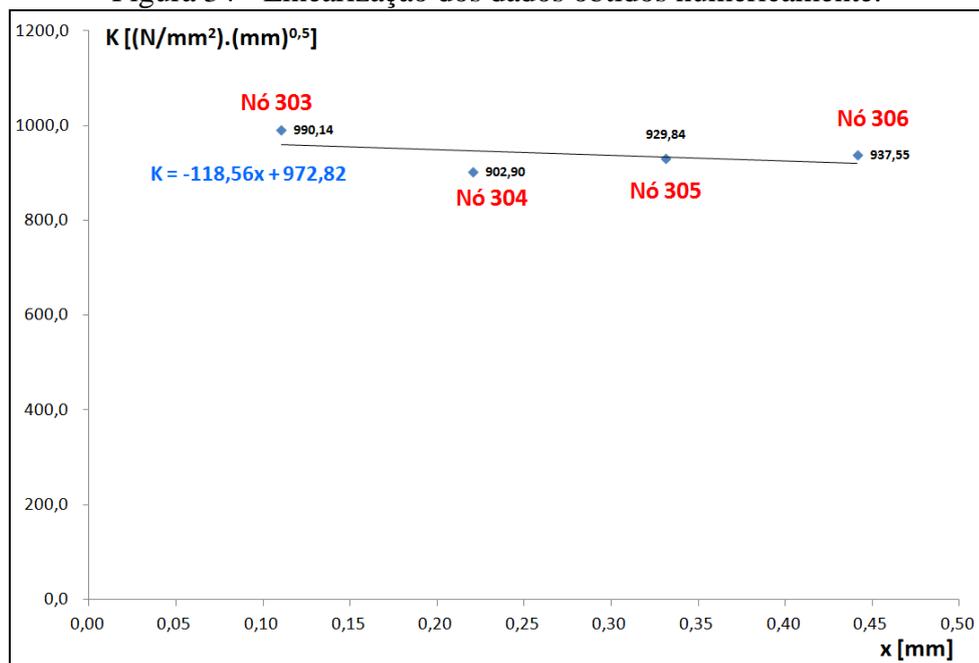
Nó	SY [MPa]	K [(N/mm ²). (mm) ^{0,5}]	a [mm]
303	1189,00	990,14	25,5
304	766,67	902,90	25,5
305	644,66	929,84	25,5
306	562,92	937,55	25,5

(Fonte: Autor).

Então, a partir dos dados obtidos, é possível traçar um gráfico de K versus x, e obter a equação de uma reta que mais se aproxima a estes pontos. A Equação que mais se aproxima dos pontos da Tabela 2 está apresentada na Figura 34. Na Figura 34, estão representados os pontos graficamente.

Analisando os resultados da Tabela 2, nota-se que os valores de K não apresentam uma variação decrescente. O terceiro ponto apresentou um K maior do que o segundo. Este fato pode ser explicado devido ao fato de que as variações das tensões serem bem maiores do que a variação das distâncias (da ordem de 0,11 mm), conforme Equação 10. De qualquer forma, a equação da reta obtida através do ajuste dos pontos apresentou uma coeficiente angular negativo, ou seja, está de acordo com a Figura 17(b). Além disto as tensões também apresentaram uma variação decrescente, conforme a distância da ponta da trinca vai aumentando.

Figura 34 - Linearização dos dados obtidos numericamente.



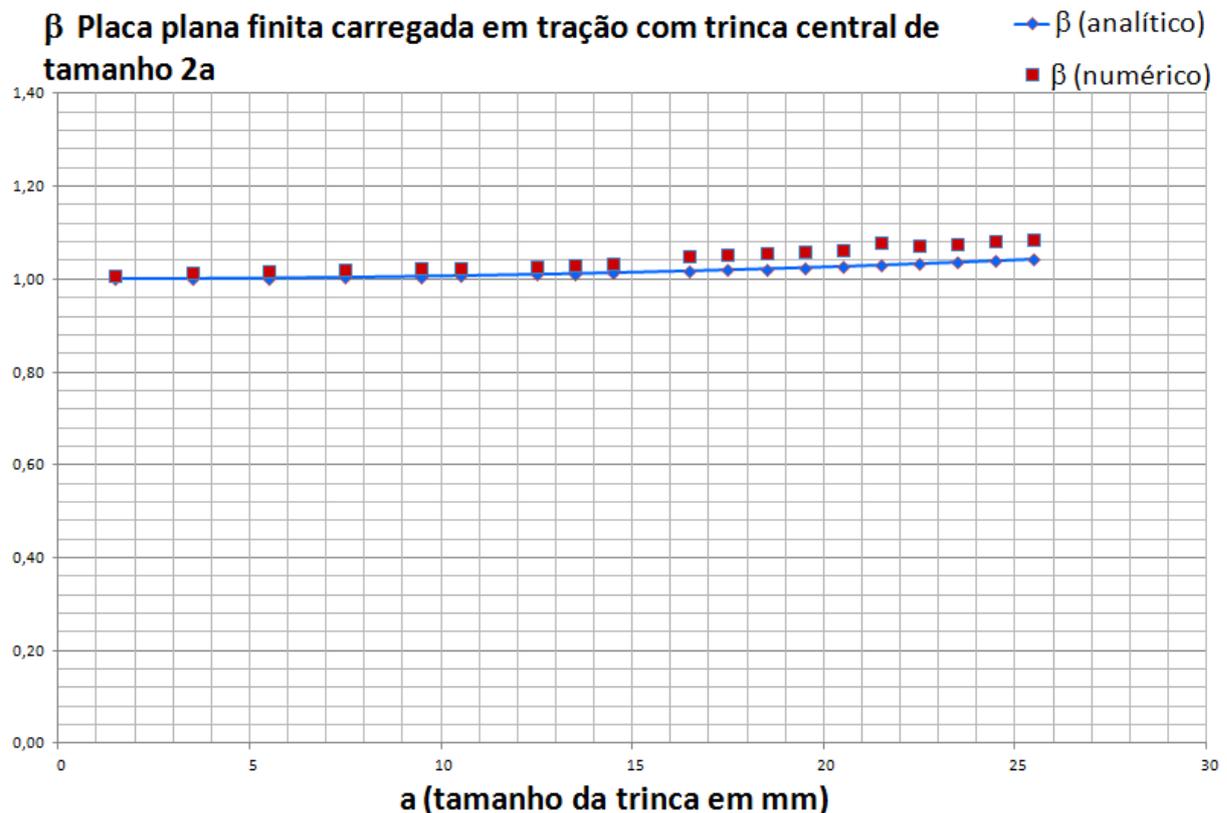
Fonte: Autor.

De acordo com a equação obtida através da linearização dos pontos obtidos numericamente, o valor de K calculado (para $x = 0$) é $972,82 [(N/mm^2).(mm)^{0,5}]$.

A tensão de referência utilizada para todos os casos foi $100 [MPa]$, que representa a tensão na placa intacta, ou seja, sem trincas. Desta forma, utilizando o valor de K calculado e o valor da tensão de referência na Equação 11, obtém-se o valor de β . Neste caso β é igual a $1,0869$. Comparando o β calculado numericamente com o β calculado analiticamente, obtém-se uma diferença de $4,122\%$. Ou seja, o β calculado numericamente é $4,122\%$ maior do que o β calculado analiticamente. Isto é uma vantagem porque se o objetivo fosse obter o valor de β para uma estrutura com geometria complexa, saber-se-ia que o cálculo é a favor da segurança.

A Figura 35 apresenta um gráfico entre os valores obtidos analítica e numericamente para os fatores de correção geométrica. Os valores referentes aos pontos vermelhos foram obtidos numericamente. Foram realizadas 19 análises repetindo o mesmo procedimento para 19 diferentes tamanhos de trincas.

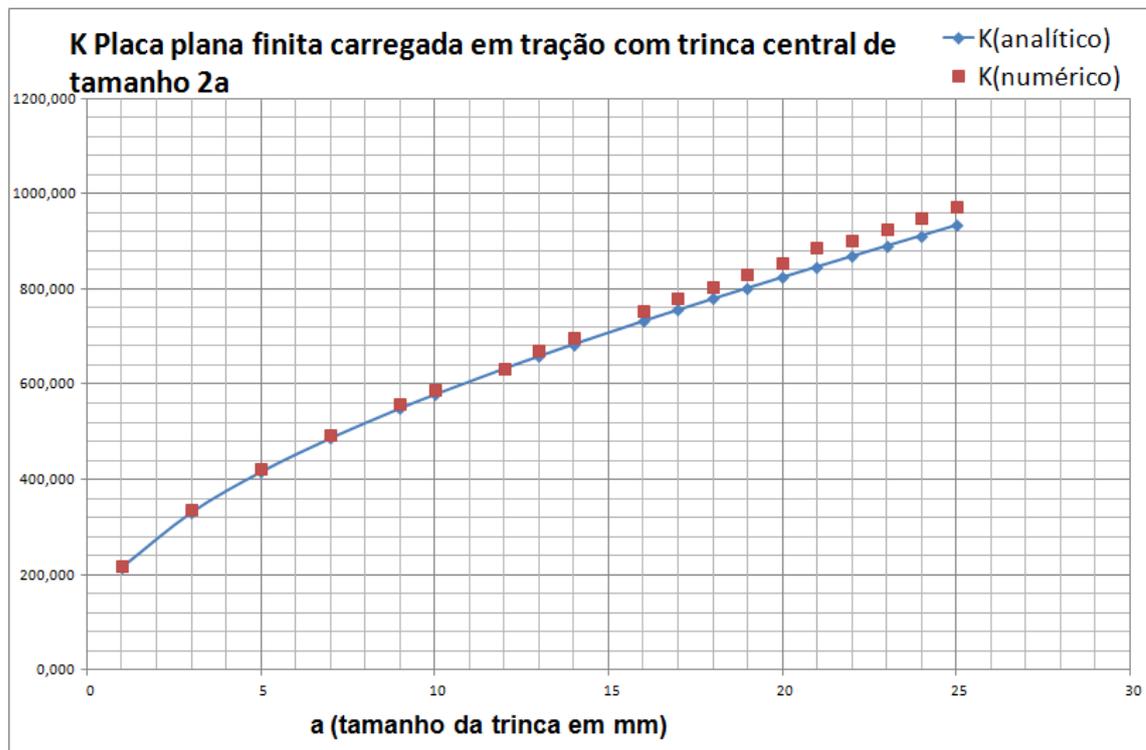
Figura 35 - Comparativo entre os valores de β calculados analiticamente e numericamente.



Fonte: Autor.

A Figura 36 apresenta um comparativo gráfico entre os valores obtidos analítica e numericamente para os fatores de intensidade de tensão.

Figura 36 - Comparativo entre os valores de K calculados analiticamente e numericamente.



Fonte: Autor.

A Tabela 3 apresenta os resultados obtidos analítica e numericamente para os fatores de intensidade de tensão e fatores de correção geométrica. Os resultados mostram que o erro aumenta conforme o tamanho da trinca aumenta. Este fato pode ser explicado pelos efeitos da não linearidade geométrica utilizada na simulação. Para os menores valores de trincas, os erros são bem pequenos. Para a trinca de 1,5 mm, a diferença entre os cálculos analítico e numérico do fator de correção geométrica foi de apenas 0,672%. Considerando uma trinca de 25,5 mm, o erro obtido foi de 4,122%. A diferença média obtida para as 19 análises foi de 2,667%.

Tabela 3 - Fatores de intensidade de tensão e fatores de correção geométrica.

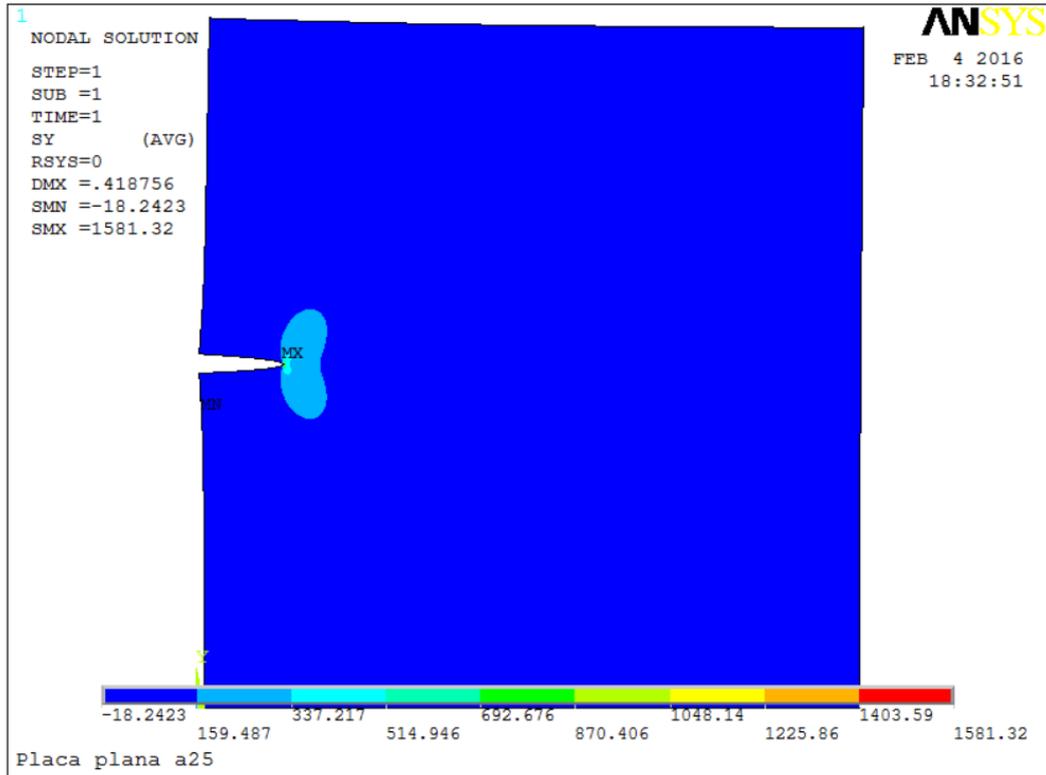
a [mm]	$\beta_{(\text{numérico})}$	$\beta_{(\text{analítico})}$	Diferença	$K_{(\text{numérico})}$	$K_{(\text{analítico})}$	Diferença
1,5	1,0069	1,0001	0,672%	218,580	217,111	0,672%
3,5	1,0143	1,0008	1,333%	336,330	331,847	1,333%
5,5	1,0167	1,0019	1,461%	422,630	416,455	1,461%
7,5	1,0193	1,0035	1,555%	494,790	487,098	1,555%
9,5	1,0226	1,0056	1,658%	558,630	549,368	1,658%
10,5	1,0244	1,0069	1,710%	588,340	578,278	1,710%
12,5	1,0286	1,0097	1,830%	631,537	632,766	-0,195%
13,5	1,0311	1,0114	1,908%	671,470	658,660	1,908%
14,5	1,0336	1,0132	1,981%	697,640	683,818	1,981%
16,5	1,0487	1,0171	3,013%	755,060	732,308	3,013%
17,5	1,0522	1,0193	3,122%	780,150	755,794	3,122%
18,5	1,0559	1,0216	3,242%	804,960	778,864	3,242%
19,5	1,0597	1,0241	3,359%	829,430	801,572	3,359%
20,5	1,0637	1,0267	3,474%	853,620	823,968	3,474%
21,5	1,0800	1,0295	4,680%	887,640	846,098	4,680%
22,5	1,0723	1,0324	3,723%	901,570	868,002	3,723%
23,5	1,0769	1,0355	3,848%	925,320	889,717	3,848%
24,5	1,0817	1,0387	3,974%	948,990	911,280	3,974%
25,5	1,0869	1,0421	4,122%	972,820	932,721	4,122%

(Fonte: Autor).

4.2. CASO 2 - PLACA PLANA FINITA COM TRINCA NA BORDA LATERAL (CARREGAMENTO DE TRAÇÃO)

Repetiu-se o procedimento do caso anterior. Ou seja, elaborou-se modelos de elementos finitos com trincas. Os resultados obtidos na análise do modelo com trinca de tamanho igual a 25,5 mm, que foi o maior tamanho de trinca analisado são apresentados na Figura 37 que mostra as tensões σ_y calculadas para toda a placa.

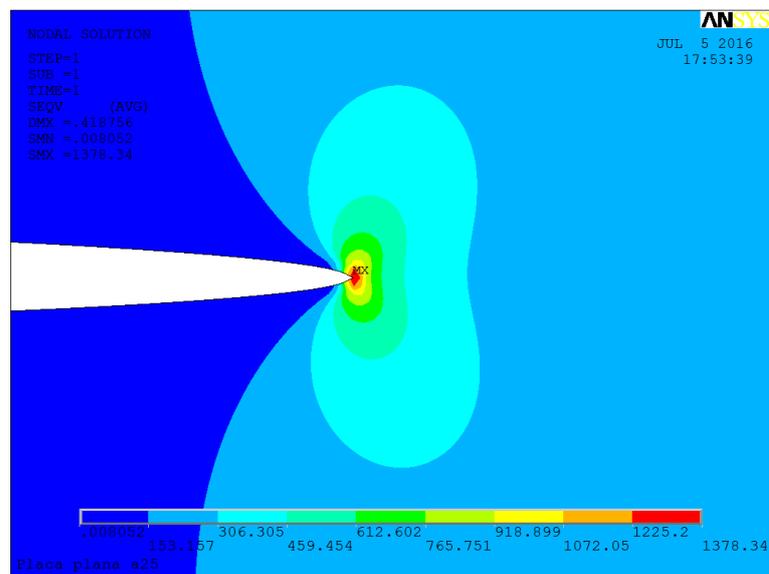
Figura 37 - Tensões SY - Placa plana finita com trinca lateral (carregamento de tração).



Fonte: Autor.

A Figura 38 apresenta um detalhe da região da zona plástica, ou seja a região onde as tensões ultrapassaram o limite de escoamento. Ou seja, nesta região as tensões são superiores ao limite de escoamento de 255 [MPa].

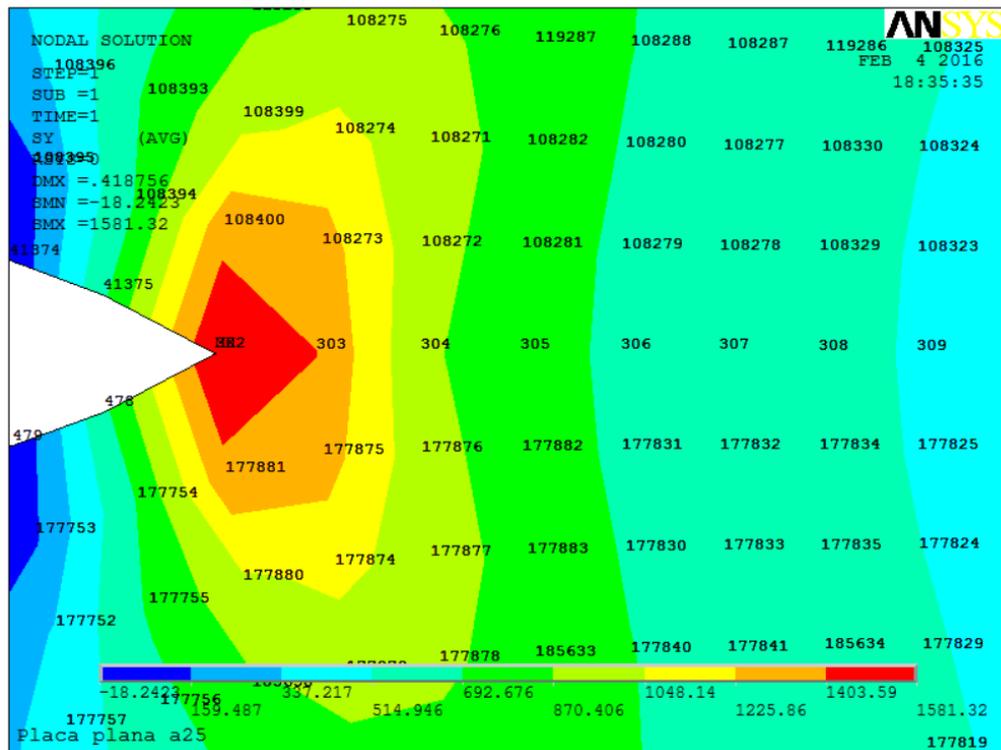
Figura 38 - Tensões SY - Placa plana finita com trinca lateral na borda (carregamento de tração) - Zona Plástica.



Fonte: Autor.

A Figura 39 apresenta um detalhe na região de interesse, ou seja, na ponta da trinca. Nesta região é possível identificar os nós 303, 304, 305 e 306 que representam os nós posicionados em x_1 , x_2 , x_3 e x_4 , conforme a Figura 17.

Figura 39 - Tensões SY - Nós de referência para obtenção do fator de intensidade de tensões - Placa plana finita com trinca na borda (carregamento de tração).



Fonte: Autor.

Como a malha sofreu um processo de refinamento na região da ponta da trinca, os nós 302, 303, 304, 305 e 306 estão distantes de 0,11 mm entre si. A Tabela 4 apresenta as coordenadas (x, y, z) destes nós.

Tabela 4 - Coordenadas dos Nós 302, 303, 304, 305 e 306.

Nó	X	Y	Z
302	25,5000	100,0000	0,0000
303	25,6108	100,0000	0,0000
304	25,7216	100,0000	0,0000
305	25,8324	100,0000	0,0000
306	25,9432	100,0000	0,0000

(Fonte: Autor)

A partir das distâncias determinadas, obteve-se o valor das tensões σ_y em cada um dos quatro nós (303, 304, 305 e 306). A Tabela 4 apresenta os valores das tensões calculadas (SY) através do software comercial de elementos finitos ANSYS 14.0.

Os valores dos fatores de intensidade de tensões K foram obtidos através da Equação 10 para os referidos nós e estão apresentados na Tabela 5.

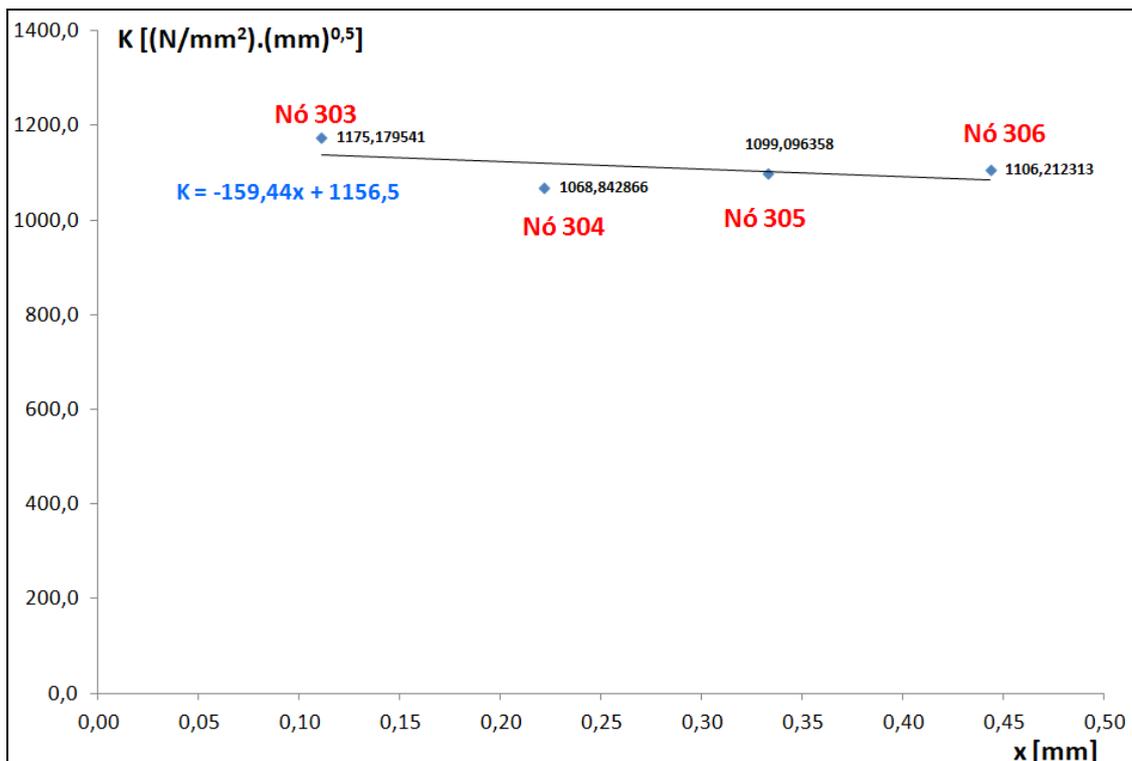
Tabela 5 - Tensões dos Nós 302, 303, 304.

Nó	SY [MPa]	K [(N/mm ²). (mm) ^{0,5}]	a [mm]
303	1408,5	1175,18	25,5
304	905,84	1068,84	25,5
305	760,55	1099,10	25,5
306	662,92	1106,21	25,5

(Fonte: Autor).

A partir dos dados obtidos, é possível traçar um gráfico de K versus x, e obter a equação de uma reta que mais se aproxima a estes pontos. A Equação que mais se aproxima dos pontos da Tabela 5 está apresentada na Figura 40. Na Figura 40, estão representados os pontos graficamente.

Figura 40 - Linearização dos dados obtidos numericamente.



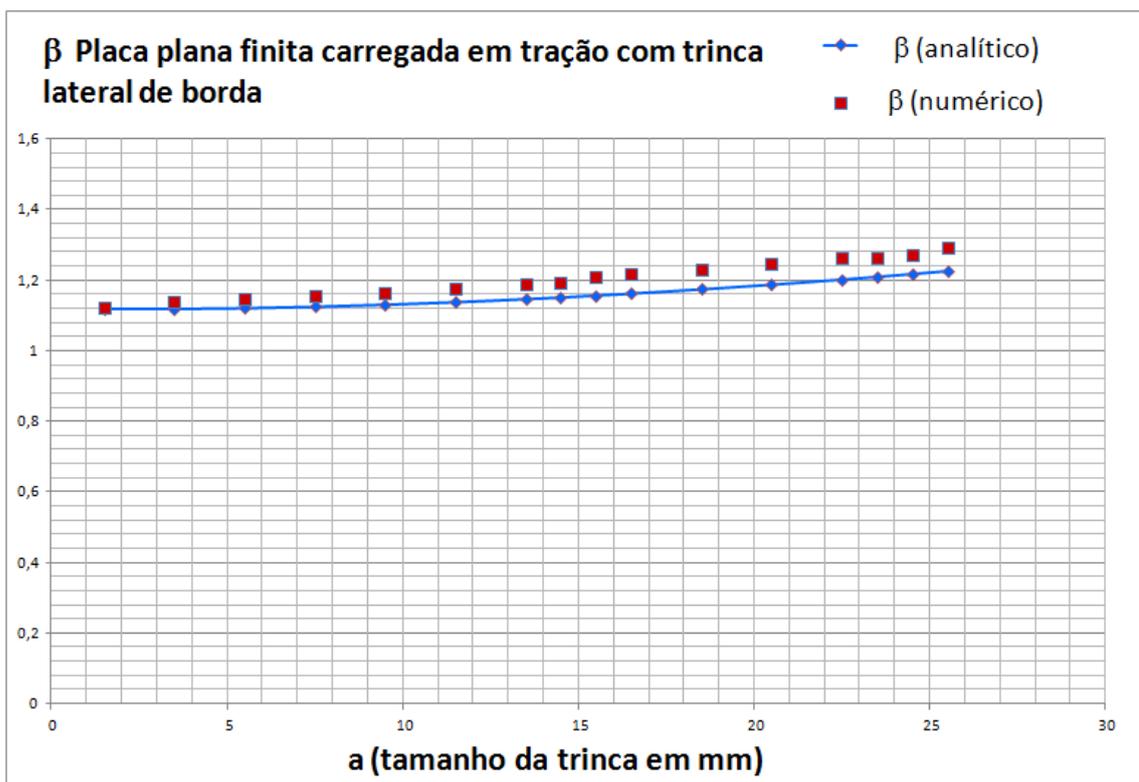
Fonte: Autor.

De acordo com a equação obtida através da linearização dos pontos obtidos numericamente, o valor de K calculado (para $x = 0$) é $1156,5 [(N/mm^2).(mm)^{0,5}]$.

A tensão de referência utilizada foi a mesma de $100 [MPa]$, que representa a tensão na placa intacta, ou seja, sem trincas. Desta forma, obtém-se o valor de β . Neste caso β é igual a $1,2921$. Comparando o β calculado numericamente com o β calculado analiticamente, obtém-se uma diferença de $5,15\%$. Ou seja, o β calculado numericamente é $5,15\%$ maior do que o β calculado analiticamente.

A Figura 41 apresenta um comparativo gráfico entre os valores obtidos analítica e numericamente para os fatores de correção geométrica. Os valores referentes aos pontos vermelhos foram obtidos numericamente. Foram realizadas 16 análises repetindo o mesmo procedimento para 16 diferentes tamanhos de trincas.

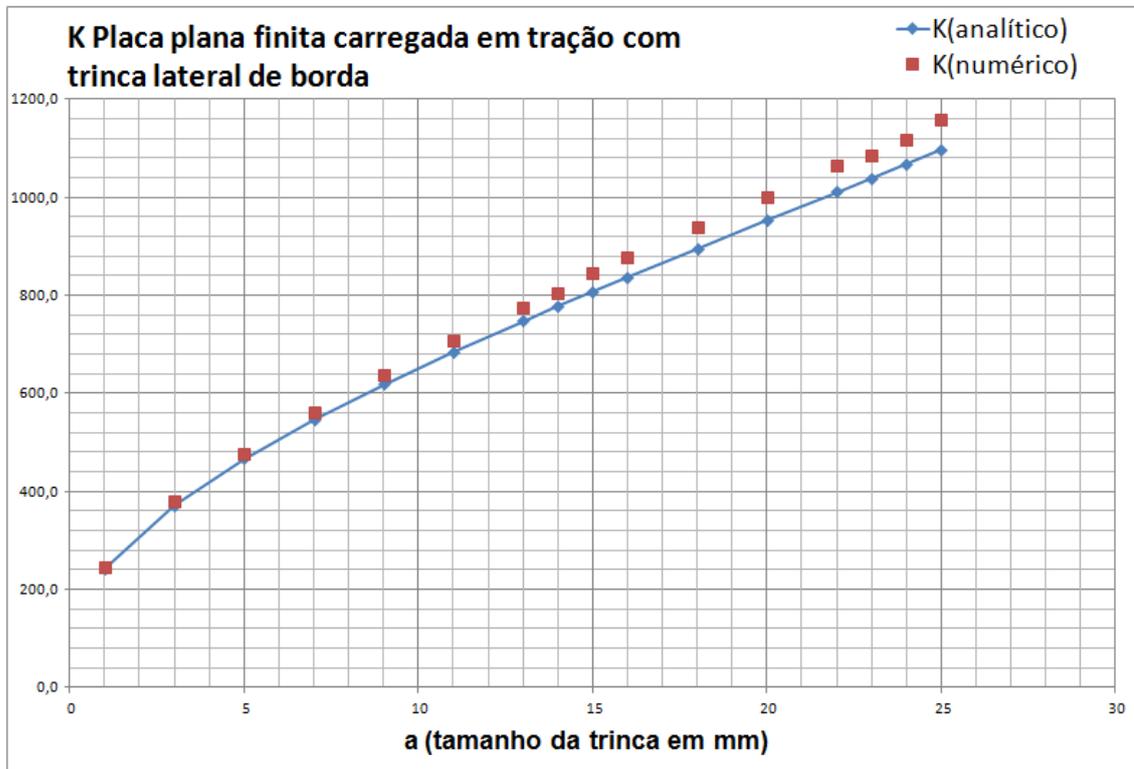
Figura 41 - Comparativo entre os valores de β calculados analiticamente e numericamente.



Fonte: Autor.

A Figura 42 apresenta um comparativo gráfico entre os valores obtidos analítica e numericamente para os fatores de intensidade de tensão.

Figura 42 - Comparativo entre os valores de K calculados analiticamente e numericamente.



Fonte: Autor.

Os resultados mostram que a maior variação entre os cálculos analítico e numérico ocorreu quando o tamanho da trinca é de 25,5 mm. Com este tamanho de trinca, a variação entre os fatores de intensidade de tensões analítico e numérico foi de 5,15%. A menor diferença entre os cálculos analítico e numérico se deu com um tamanho de trinca igual a 1,5 mm. Para este tamanho de trinca, a diferença entre as análises foi de 0,241%. Este fato pode ser explicado por causa dos efeitos da não linearidade geométrica. A diferença média encontrada para as 16 análises foi de 3,552%.

A Tabela 6 apresenta os resultados obtidos analítica e numericamente para os fatores de intensidade de tensão e fatores de correção geométrica.

Tabela 6 - Fatores de intensidade de tensão e fatores de correção geométrica.

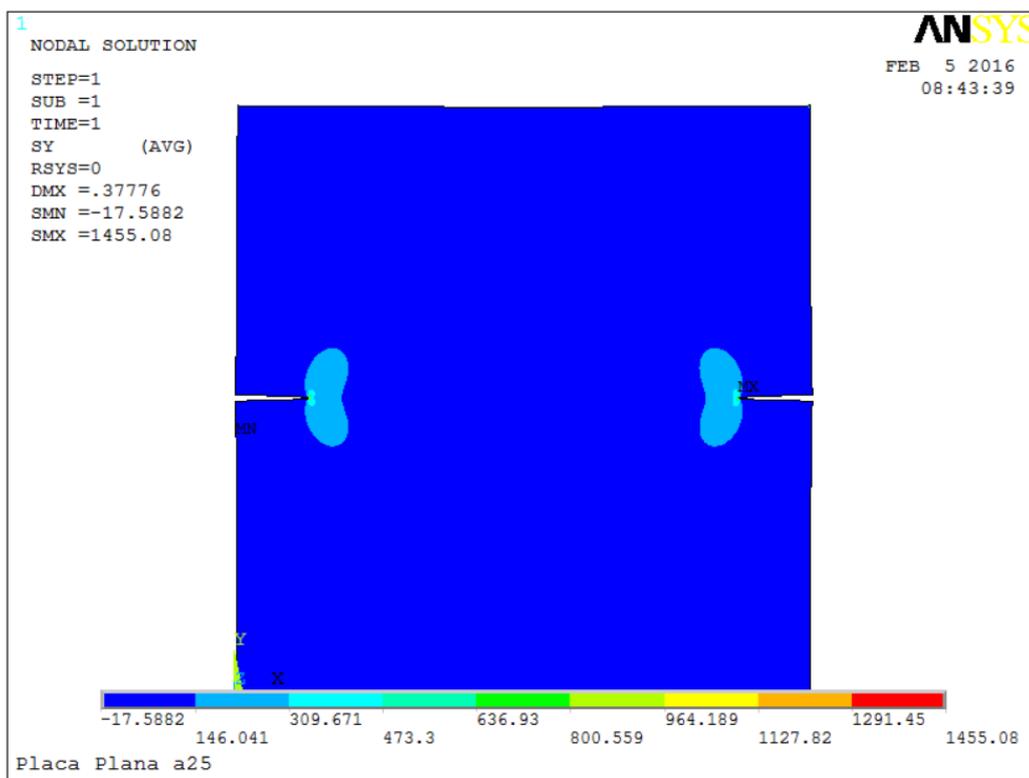
a [mm]	$\beta_{\text{(numérico)}}$	$\beta_{\text{(analítico)}}$	Diferença	$K_{\text{(numérico)}}$	$K_{\text{(analítico)}}$	Diferença
1,5	1,1216	1,1189	0,241%	243,470	242,883	0,241%
3,5	1,1392	1,1191	1,76%	377,740	371,091	1,76%
5,5	1,1468	1,1213	2,23%	476,690	466,079	2,23%
7,5	1,1568	1,1252	2,73%	561,520	546,173	2,73%
9,5	1,1655	1,1308	2,98%	636,710	617,763	2,98%
11,5	1,1761	1,1380	3,24%	706,910	684,009	3,24%
13,5	1,1869	1,1467	3,39%	772,970	746,755	3,39%
14,5	1,1928	1,1515	3,46%	805,090	777,204	3,46%
15,5	1,2093	1,1567	4,35%	843,860	807,192	4,35%
16,5	1,2163	1,1623	4,44%	875,700	836,810	4,44%
18,5	1,2308	1,1743	4,59%	938,330	895,246	4,59%
20,5	1,2473	1,1876	4,79%	1001,000	953,025	4,79%
22,5	1,2643	1,2020	4,94%	1063,000	1010,540	4,94%
23,5	1,2631	1,2096	4,24%	1085,300	1039,297	4,24%
24,5	1,2723	1,2175	4,31%	1116,200	1068,099	4,31%
25,5	1,2921	1,2256	5,15%	1156,500	1096,974	5,15%

(Fonte: Autor).

4.3. CASO 3 - PLACA PLANA FINITA COM TRINCA NAS BORDAS LATERAIS (CARREGAMENTO DE TRAÇÃO)

Repetiu-se o procedimento do caso anterior. Desta forma a Figura 43 apresenta as tensões σ_y calculadas para toda a placa.

Figura 43 - Tensões SY - Placa plana finita com trinca lateral (carregamento de tração).

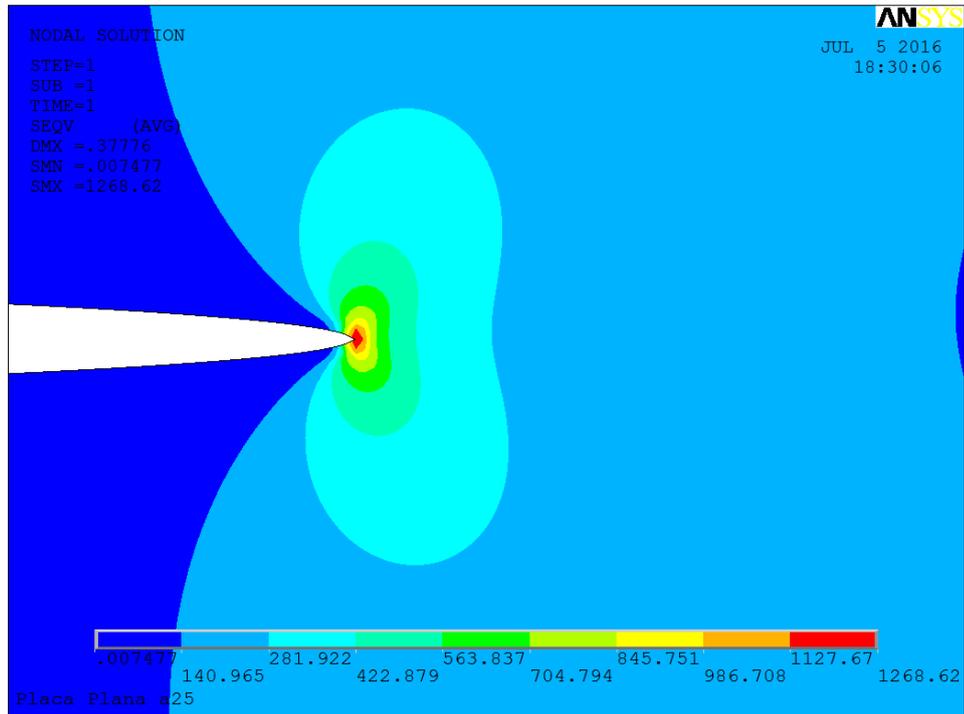


Fonte: Autor.

A Figura 44 apresenta um detalhe da região da zona plástica no lado esquerdo da placa, ou seja a região onde as tensões ultrapassaram o limite de escoamento. Ou seja, nesta região as tensões são superiores ao limite de escoamento de 255 [MPa].

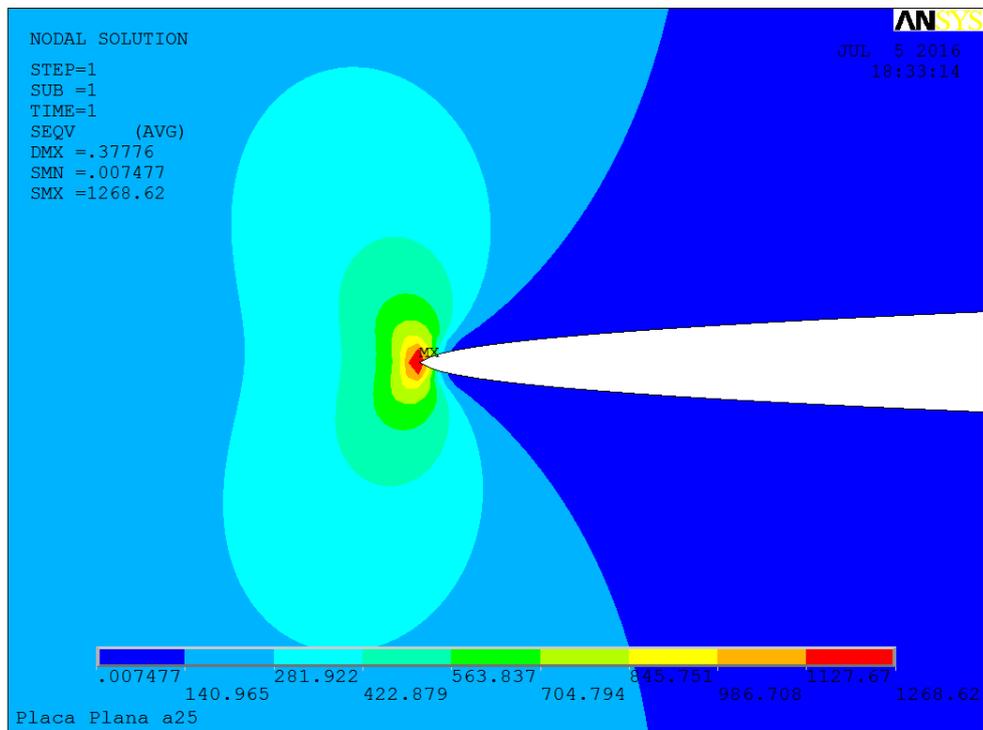
A Figura 45 apresenta um detalhe da região da zona plástica no lado direito da placa, ou seja a região onde as tensões ultrapassaram o limite de escoamento.

Figura 44 - Tensões SY - Placa plana finita com duas trincas nas bordas laterais (carregamento de tração - lado esquerdo) - Zona Plástica.



Fonte: Autor.

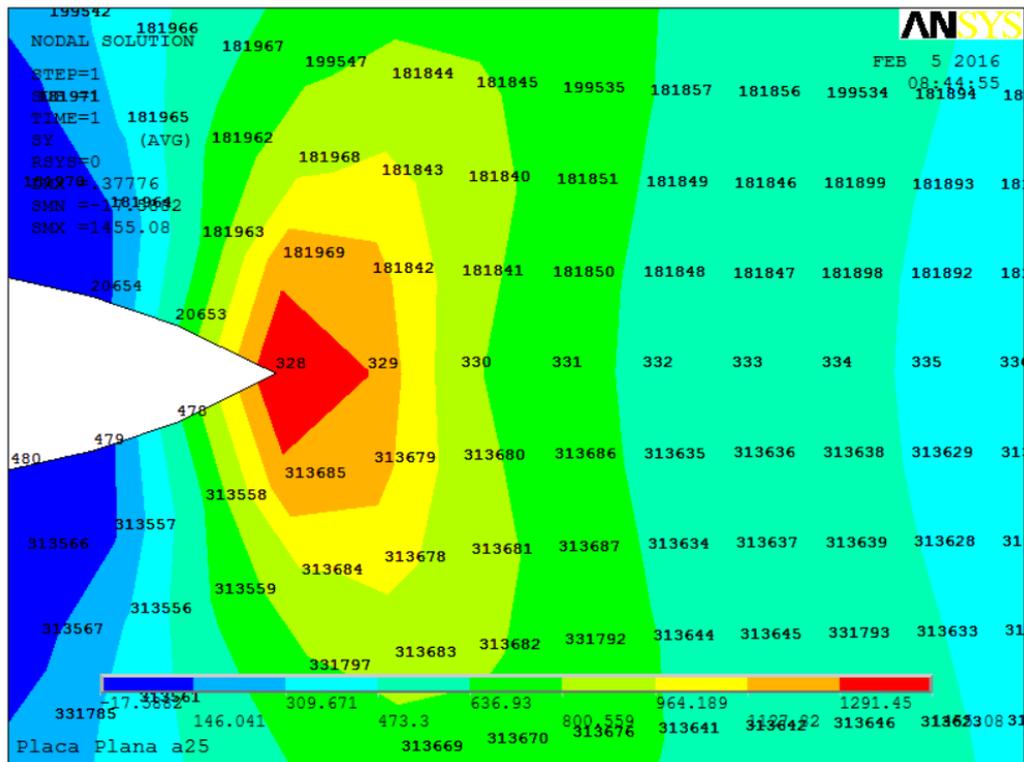
Figura 45 - Tensões SY - Placa plana finita com duas trincas nas bordas laterais (carregamento de tração - lado direito) - Zona Plástica.



Fonte: Autor.

A Figura 46 apresenta um detalhe que representa a região de interesse, ou seja, na ponta da trinca. Nesta região é possível identificar os nós 329, 330, 331 e 332 que representam os nós posicionados em x_1 , x_2 , x_3 e x_4 , conforme a Figura 20.

Figura 46 - Tensões SY - Nós de referência para obtenção do fator de intensidade de tensões - Placa plana finita com duas trincas nas bordas laterais (carregamento de tração).



Fonte: Autor.

Como a malha sofreu um processo de refinamento na região da ponta da trinca, os nós 302, 303, 304, 305 e 306 estão distantes de 0,11 mm entre si. A Tabela 7 apresenta as coordenadas (x, y, z) destes nós.

Tabela 7 - Coordenadas dos Nós 328, 329, 330, 331 e 332.

Nó	X	Y	Z
328	25,5000	100,0000	0,0000
329	25,6111	100,0000	0,0000
330	25,7222	100,0000	0,0000
331	25,333	100,0000	0,0000
332	25,9444	100,0000	0,0000

(Fonte: Autor)

A partir das distâncias determinadas, obteve-se o valor das tensões σ_y em cada um dos quatro nós. A Tabela 8 apresenta os valores das tensões calculadas, os valores dos fatores de intensidade de tensões e o tamanho da trinca, para os referidos nós. Os valores de K foram obtidos através da Equação 10.

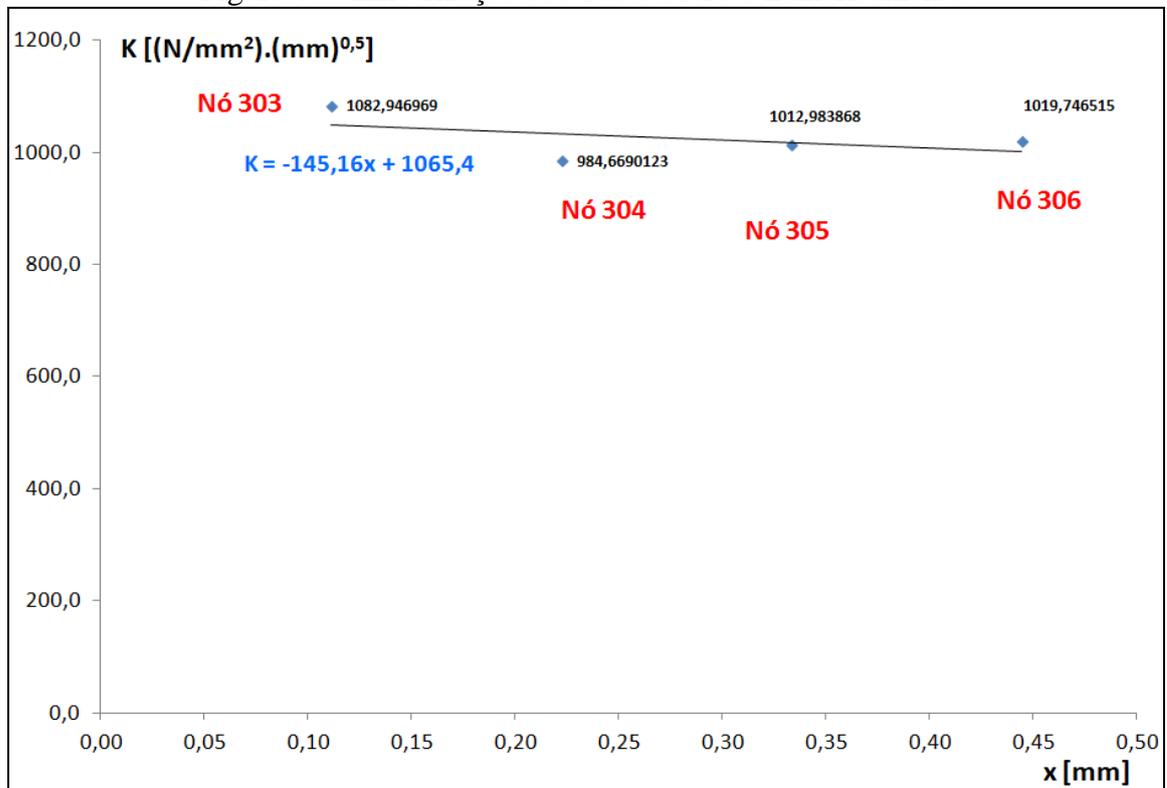
Tabela 8 - Tensões dos Nós 302, 303, 304.

Nó	SY [MPa]	K [(N/mm ²). (mm) ^{0,5}]	a [mm]
329	1296,1	1082,947	25,5
330	833,31	984,669	25,5
331	699,96	1012,984	25,5
332	610,23	1019,747	25,5

(Fonte: Autor).

A partir dos dados obtidos, é possível traçar um gráfico de K versus x, e obter a equação de uma reta que mais se aproxima a estes pontos. A Equação que mais se aproxima dos pontos da Tabela 8 está apresentada na Figura 47. Na Figura 47, estão representados os pontos graficamente.

Figura 47 - Linearização dos dados obtidos numericamente.



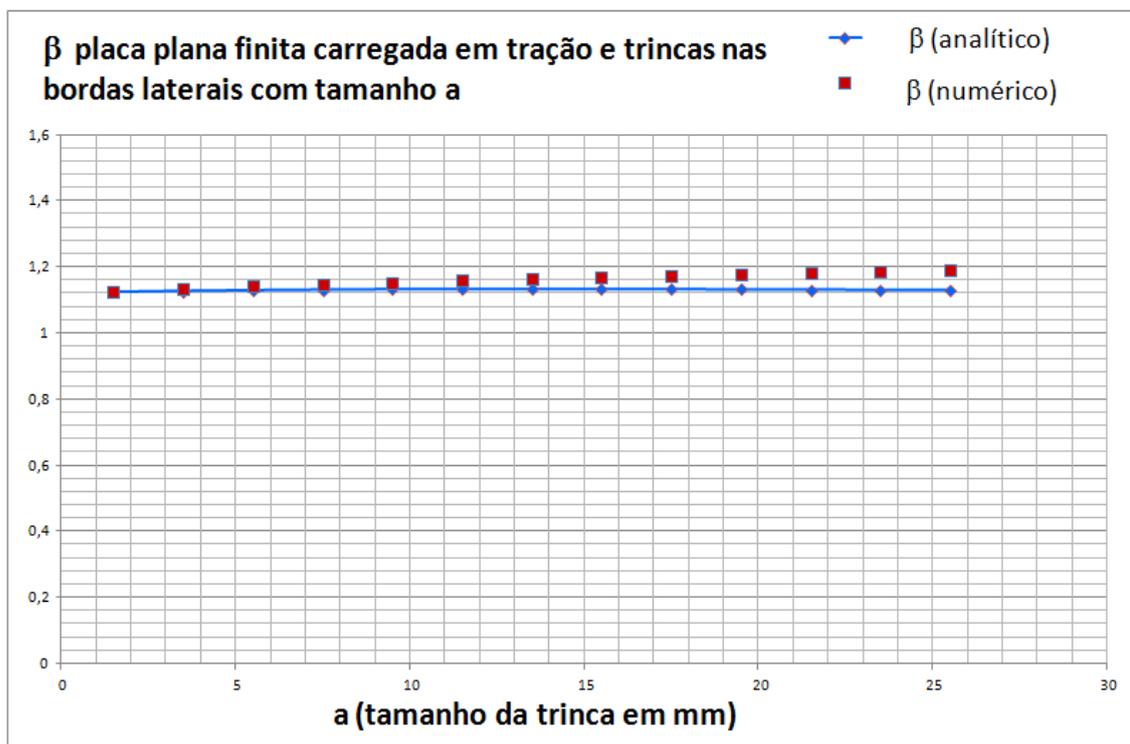
Fonte: Autor.

De acordo com a equação obtida através da linearização dos pontos obtidos numericamente, o valor de K calculado (para $x = 0$) é $1065,4 [(N/mm^2).(mm)^{0,5}]$.

A tensão de referência utilizada foi a mesma de $100 [MPa]$, que representa a tensão na placa intacta, ou seja, sem trincas. Desta forma, obtém-se o valor de β . Neste caso β é igual a $1,1903$. Comparando o β calculado numericamente com o β calculado analiticamente, obtém-se uma diferença de $5,15\%$. Ou seja, o β calculado numericamente é $5,15\%$ maior do que o β calculado analiticamente.

A Figura 48 apresenta um comparativo gráfico entre os valores obtidos analítica e numericamente para os fatores de correção geométrica. Os valores referentes aos pontos vermelhos foram obtidos numericamente. Foram realizadas 13 análises repetindo o mesmo procedimento para 13 diferentes tamanhos de trincas.

Figura 48 - Comparativo entre os valores de β calculados analiticamente e numericamente.

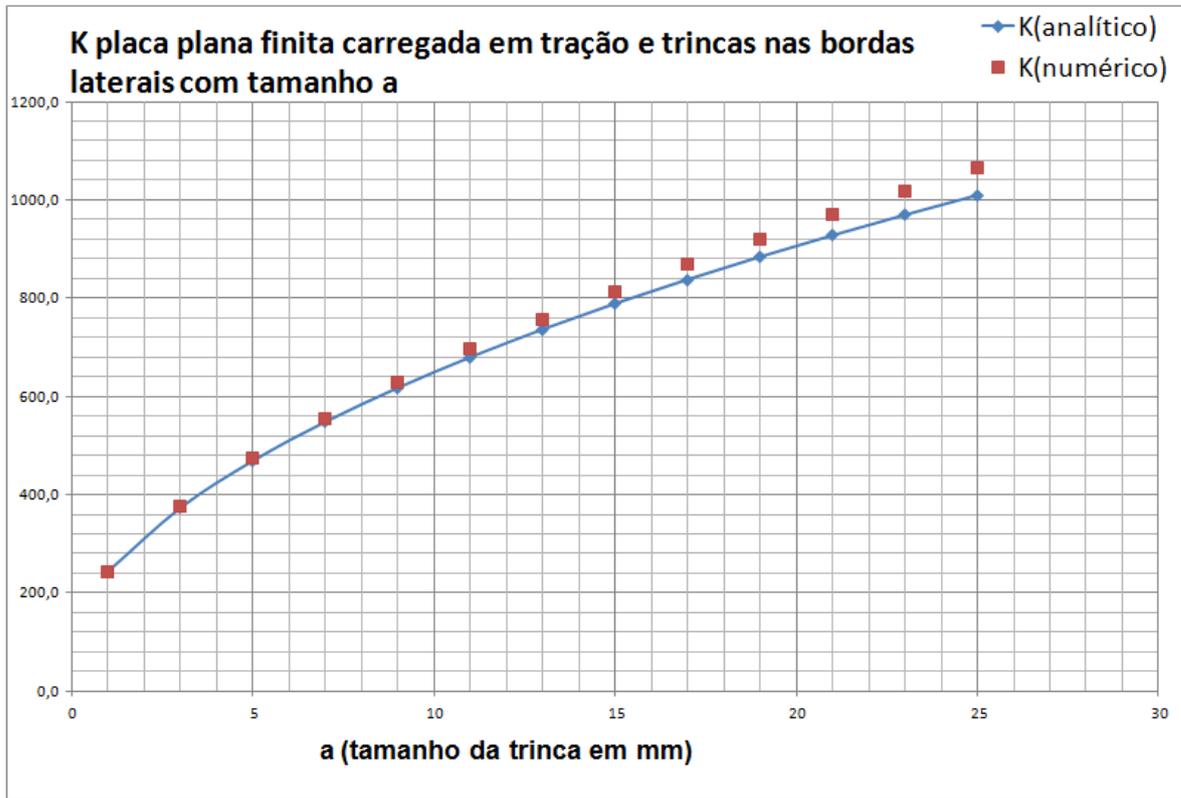


Fonte: Autor.

A partir da metodologia apresentada neste trabalho, é possível determinar os valores dos fatores de intensidade de tensão obtidos numericamente. A Figura 49 apresenta um

comparativo gráfico entre os valores obtidos analítica e numericamente para os fatores de intensidade de tensão.

Figura 49 - Comparativo entre os valores de K calculados analiticamente e numericamente.



Fonte: Autor.

Os resultados apresentados comprovam que o método utilizado neste trabalho possui pequenos erros, ou seja, os valores obtidos numericamente se aproximaram bastante dos valores obtidos analiticamente.

Os resultados mostram que a maior variação entre os cálculos analítico e numérico ocorreu quando o tamanho da trinca é de 25,5 mm. Com este tamanho de trinca, a variação entre os fatores de intensidade de tensões analítico e numérico foi de 5,15%. A menor diferença entre os cálculos analítico e numérico se deu com um tamanho de trinca igual a 1,5 mm. Para este tamanho de trinca, a diferença entre as análises foi de -0,075%. Este fato pode ser explicado por causa dos efeitos da não linearidade geométrica.

A Tabela 9 apresenta os resultados obtidos analítica e numericamente para os fatores de intensidade de tensão e fatores de correção geométrica.

Tabela 9 - Fatores de intensidade de tensão e fatores de correção geométrica.

a [mm]	$\beta_{\text{(numérico)}}$	$\beta_{\text{(analítico)}}$	Diferença	$K_{\text{(numérico)}}$	$K_{\text{(analítico)}}$	Diferença
1,5	1,1221	1,1230	-0,075%	243,59	243,77	-0,075%
3,5	1,1338	1,1261	0,67%	375,95	373,42	0,67%
5,5	1,1425	1,1285	1,22%	474,91	469,10	1,22%
7,5	1,1447	1,1302	1,27%	555,66	548,61	1,27%
9,5	1,1500	1,1313	1,62%	628,23	618,02	1,62%
11,5	1,1601	1,1318	2,44%	697,32	680,31	2,44%
13,5	1,1644	1,1320	2,78%	758,29	737,18	2,78%
15,5	1,1680	1,1318	3,10%	815,06	789,75	3,10%
17,5	1,1719	1,1313	3,47%	868,96	838,83	3,47%
19,5	1,1761	1,1307	3,86%	920,51	885,01	3,86%
21,5	1,1807	1,1301	4,29%	970,34	928,76	4,29%
23,5	1,1852	1,1295	4,71%	1018,40	970,48	4,71%
25,5	1,1903	1,1290	5,15%	1065,40	1010,51	5,15%

(Fonte: Autor).

4.4. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Para o caso 1, com a tensão de referência de 100 [MPa], obteve-se o valor de β . Neste caso β foi igual a 1,0869 para uma trinca de 25,5 mm. Comparando o β calculado numericamente com o β calculado analiticamente, obtém-se uma diferença de 4,122%. Ou seja, o β calculado numericamente é 4,122% maior do que o β calculado analiticamente. Isto é uma vantagem, já que se o objetivo fosse obter o valor de β para uma estrutura com geometria complexa, saber-se-ia que o cálculo está a favor da segurança. Neste mesmo caso 1, o procedimento de cálculo se repetiu para 19 tamanhos de trincas. Os resultados numéricos do modelo com uma trinca de 1,5 mm foram os que mais se aproximaram dos resultados analíticos. Para este modelo a diferença entre o cálculo numérico e analítico foi de apenas 0,672% para o fator de correção geométrica.

Para o caso 2, β foi calculado e apresentou um valor igual a 1,2921, considerando uma trinca de 25,5 mm. Comparando o β calculado numericamente com o β calculado

analiticamente, obtém-se uma diferença de 5,15%. Ou seja, o β calculado numericamente é 5,15% maior do que o β calculado analiticamente. Neste mesmo caso 2, o procedimento de cálculo se repetiu para 16 tamanhos de trincas. Os resultados numéricos do modelo com uma trinca de 1,5 mm foram os que mais se aproximaram dos resultados analíticos. Para este modelo a diferença entre o cálculo numérico e analítico foi de apenas 0,241% para o fator de correção geométrica.

Para o caso 3, obteve-se o valor de β . Neste caso β é igual a 1,1903. Comparando o β calculado numericamente com o β calculado analiticamente, obtém-se uma diferença de 5,15%. Ou seja, o β calculado numericamente é 5,15% maior do que o β calculado analiticamente. Neste mesmo caso 3, o procedimento de cálculo se repetiu para 13 tamanhos de trincas. Os resultados numéricos do modelo com uma trinca de 1,5 mm foram os que mais se aproximaram dos resultados analíticos. Para este modelo a diferença entre o cálculo numérico e analítico foi de apenas -0,075% para o fator de correção geométrica.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

A utilização do software de elementos finitos ANSYS comprova a eficiência em obter resultados de análise de estruturas de forma precisa e rápida. Ou seja, garantir que as estruturas resistam às cargas aplicadas.

A seguir apresentam-se as conclusões do trabalho.

5.1. CONCLUSÕES

Os resultados obtidos estão de acordo com o esperado. Ou seja, os resultados dos fatores de intensidade de tensões e fatores de correção geométricos se aproximaram com os cálculos analíticos.

Conclui-se que de uma maneira geral, o método de obtenção do fator de correção geométrica possui uma boa segurança e pequenos erros. Isto porque os valores calculados numericamente se aproximaram bastante dos valores obtidos analiticamente. E também porque os valores encontrados numericamente são ligeiramente maiores que os resultados analíticos, ou seja, trata-se de um método de cálculo a favor da segurança.

Analisando os resultados sob o ponto de vista dos erros calculados, nota-se que os valores dos fatores de correção geométrica se aproximaram mais quando as trincas são menores. Este fato é razoável, já que a presença de trincas grandes aumentam os possíveis erros numéricos gerados pela não linearidade geométrica do modelo.

Comparando os três casos e analisando os resultados, conclui-se que o caso 2 é o mais crítico. Ou seja, foi o caso em que a tensão na ponta da trinca apresentou o maior valor. Além disto, este caso apresentou o maior valor do fator de intensidade de tensões.

5.2. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

A seguir são descritas algumas sugestões para trabalhos futuros, de forma a utilizar a metodologia apresentada neste trabalho em outros casos:

Sugere-se primeiramente uma análise de uma geometria complexa, onde não há uma equação que permita determinar o fator de correção geométrica de forma analítica.

Sugere-se também a análise do fator de intensidade de tensões considerando os resultados obtidos através de um ensaio destrutivo de um corpo-de-prova.

Por fim, sugere-se a determinação do fator de correção geométrica através do método dos elementos finitos utilizando o método da energia. A partir dos resultados obtidos, compará-los com o método utilizado neste trabalho.

REFERÊNCIAS

ALOHA FLIGHT 243, AIRCRAFT ACCIDENT REPORT, ALOHA AIRLINES, FLIGHT 243, BOEING 737-200, N7371I, NEAR MAUI, HAWAII, APRIL 28, 1988.

Disponível em: <<http://www.aloha.net/~icarus/>>. Acesso em: 09 jun. 2016.

AVIATION SAFETY NETWORK. Photo of de Havilland DH-106 Comet 1 G-ALYU. 2015. Disponível em: < <https://aviation-safety.net/photos/displayphoto.php?id=19540110-1&vnr=6&kind=C>>. Acesso em: 04 de julho de 2016.

ANSYS. ANSYS Release 14.0 Help Topics. 2011.

ANDERSON, T. L., Fracture Mechanics - Fundamentals and Applications. Second Edition. CRC Press. Boca Raton London New York Washington, D.C. 1994.

BROEK, D. The Practical Use of Fracture Mechanics. by Kluwer Academic Publishers Group. P.O. Box 322, 3300, AH Dordrecht, The Netherlands. 1988.

BROEK, D. Elementary Engineering Fracture Mechanics. by Martinus Nijhoff Publishers, The Hague. 1984.

BRUHN, E. F. Analysis and Design of Flight Vehicle Structures. Tri-State Offset Company. U.S.A. 1973.

FERTÉ, G., MASSIN, P., MOES, N. **3D Crack Propagation with Cohesive Elements in the Extended Finite Element Method.** *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 300 (2016) 347–374. 2015.

KOMOROWSKI, J. **ICAF 2011 Structural Integrity: Influence of Efficiency and Green Imperatives.** Proceedings of the 26th Symposium of the International Committee on Aeronautical Fatigue 1 - 3 June 2011, Montreal, Canada. Springer. 2011.

LIU, W. N., MANG, H. A., LIU, C. H. **Numerical Evaluation of the Stress Distribution ahead of a Crack Tip for a Finite-Width Centre-Cracked Specimen Loaded by Stresses along a Portion of the Crack.** Blackwell Science Ltd. *Fatigue Fract Engng Mater Struct* 22, 453–456. 1999.

MANZOLI, P. R. P., PASTOUKHOV, V., RAMOS JR., I. D. C. **Simulação de propagação de trincas em nova instalação de antena na fuselagem de aeronave comercial.** SIMMEC/EMMCOMP 2014. XI Simpósio de Mecânica Computacional e II Encontro Mineiro de Modelagem Computacional. ABMEC, Juiz de Fora, MG, 28-30 de maio de 2014.

NISHIMURA, T., UCHIMOTO, T., HIRAOKA, K. **Stress intensity factor for a crack passing through a thickness step.** *Engineering Fracture Mechanics* Vol. 37, No. I, pp. 175-183, 1990.

NORTON, R. L. **Projeto de Máquinas - Uma abordagem integrada.** Editora Bookman. 4^a Edição. 2013.

OKADA, H., KAWAI, H., TOKUDA, T., FUKUI, Y. **Fully automated mixed mode crack propagation analyses based on tetrahedral finite element and VCCM (virtual crack closure-integral method).** *International Journal of Fatigue* 50 (2013) 33–39. 2012.

ROSKAM, J. **Airplane Design. Part III: Layout Design of Cockpit, Fuselage, Wing and Empennage: Cutaways and Inboard Profiles.** Roskam Aviation and Engineering Corporation. Rt4, Box 274. Ottawa, Kansas, 66067. 1989.

SCHIJVE, J. **Fatigue of Structures and Materials**. Kluwer Academic Publishers. New York, Boston, Dordrecht, London, Moscow. 2001.

SHIGLEY, J. E., MISCHKE, C. R., BUDYNAS, R. G. **Projeto de Engenharia Mecânica**. Editora Bookman. 7ª Edição. 2005.

SILVA, P. A. **Determinação do coeficiente geométrico de intensidade de tensões através do método de energia utilizando modelagem por elementos finitos**. 2005. Tese (Monografia de Graduação em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2005.

SWIFT, T. **Damage Tolerance Technology – Stress Analysis Oriented Fracture Mechanics**. EADS Airbus GmbH, Hamburgo, 2000.