



Universidade Estadual Paulista
"Júlio de Mesquita Filho"
Programa Interunidades



Mestrado

Engenharia Civil e Ambiental

NÁYRA LOUISE ALONSO MARQUE

**ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DE PARÂMETROS PARA
DETERMINAÇÃO DA PERMEABILIDADE EQUIVALENTE COM
BASE NA ABERTURA DE FRATURAS NATURAIS EM
RESERVATÓRIOS NATURALMENTE FRATURADOS**

Bauru
2022

NÁYRA LOUISE ALONSO MARQUE

**ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DE PARÂMETROS PARA
DETERMINAÇÃO DA PERMEABILIDADE EQUIVALENTE COM
BASE NA ABERTURA DE FRATURAS NATURAIS EM
RESERVATÓRIOS NATURALMENTE FRATURADOS**

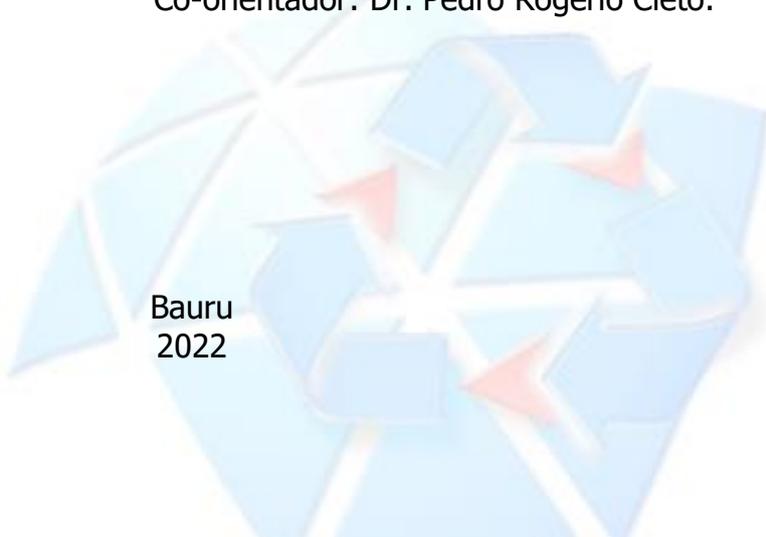
Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental da Faculdade de Engenharia de Bauru, Universidade Estadual Paulista "Julio de Mesquita Filho", como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Área de Concentração: Geotecnia.

Orientador: Prof. Dr. Caio Gorla Nogueira;

Co-orientador: Dr. Pedro Rogério Cleto.

Bauru
2022



M357a Marque, Náyra Louise Alonso
Análise de sensibilidade de parâmetros para determinação da permeabilidade equivalente com base na abertura de fraturas naturais em reservatórios naturalmente fraturados / Náyra Louise Alonso Marque. -- Bauru, 2022
153 p. : il., tabs.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista (Unesp), Faculdade de Engenharia, Bauru
Orientador: Caio Gorla Nogueira
Coorientador: Pedro Rogério Cleto

1. Reservatórios de hidrocarbonetos. 2. Planejamento experimental. 3. Simulação (Computadores digitais). I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca da Faculdade de Engenharia, Bauru. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE NÁYRA LOUISE ALONSO MARQUE, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL, DA FACULDADE DE ENGENHARIA - CÂMPUS DE BAURU.

Aos 19 dias do mês de abril do ano de 2022, às 09:00 horas, por meio de Videoconferência, realizou-se a defesa de DISSERTAÇÃO DE MESTRADO de NÁYRA LOUISE ALONSO MARQUE, intitulada **Análise de sensibilidade de parâmetros para determinação da permeabilidade equivalente com base na abertura de fraturas naturais em meios rochosos**. A Comissão Examinadora foi constituída pelos seguintes membros: Prof. Dr. CAIO GORLA NOGUEIRA (Orientador(a) - Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia Civil e Ambiental / Faculdade de Engenharia de Bauru UNESP, Prof. Dr. MICHAEL ANDRADE MAEDO (Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia Civil / Universidade Federal de Uberlândia, Doutora FLÁVIA DE OLIVEIRA LIMA FALCÃO (Participação Virtual) do(a) Centro de Pesquisas Leopoldo Américo Miguez de Mello / Petróleo Brasileiro S.A.. Após a exposição pela mestrandia e arguição pelos membros da Comissão Examinadora que participaram do ato, de forma presencial e/ou virtual, a discente recebeu o conceito final: APROVADO. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelo(a) Presidente(a) da Comissão Examinadora.



Prof. Dr. CAIO GORLA NOGUEIRA

PROPOSTA DE ALTERAÇÃO DO TÍTULO

A COMISSÃO EXAMINADORA PROPÕE A ALTERAÇÃO DO TÍTULO DO TRABALHO DA ALUNA: **NÁYRA LOUISE ALONSO MARQUE**

DE: "ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DE PARÂMETROS PARA DETERMINAÇÃO DA PERMEABILIDADE EQUIVALENTE COM BASE NA ABERTURA DE FRATURAS NATURAIS EM MEIOS ROCHOSOS"

PARA:

ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DE PARÂMETROS PARA DETERMINAÇÃO DA PERMEABILIDADE EQUIVALENTE COM BASE NA ABERTURA DE FRATURAS NATURAIS EM RESERVATÓRIOS NATURALMENTE FRATURADOS

Bauru, 19 de abril de 2022.



Prof. Dr. CAIO GORLA NOGUEIRA
Orientador(a)

Resumo

O avanço tecnológico das últimas décadas gerou a necessidade de pesquisas voltadas para a melhoria das informações e a redução do tempo de processamento de dados. Com a crescente demanda energética e sendo o petróleo uma das fontes de energia mais utilizadas atualmente, pesquisas direcionadas para este campo tem se destacado. Uma técnica que vem ganhando espaço nesta área é a aplicação de planejamento de experimentos para otimização de campos petrolíferos, com o objetivo de predição e estudo do comportamento das diversas incertezas presentes neste meio, além da identificação das variáveis mais influentes dentro do problema. Neste contexto, este trabalho apresenta uma nova técnica de planejamento de experimentos, desenvolvida a partir de uma adaptação do planejamento de Box-Behnken, cuja utilização ocorre na construção de análises de sensibilidade capazes de identificar, dentro de células de simulação de rocha-reservatório naturalmente fraturada, quais fraturas são de fato relevantes na obtenção da permeabilidade equivalente. Com aplicação considerando casos hidráulicos com fluxo em regime estacionário e, em seguida, transiente, a seleção resultou em uma quantidade relativamente baixa de fraturas determinadas como dominantes, mas capazes de percentualmente representar adequadamente os valores e comportamentos de interesse quando comparados aos valores obtidos com a célula original do reservatório.

Palavras-chave: planejamento de experimentos; reservatórios naturalmente fraturados; seleção de fraturas; análise de sensibilidade.

Abstract

The technological advances in the last decades have generated the need for research aimed at improving information and reduced data processing time. With the growing energy demand, and oil being one of the most used energy sources nowadays, research directed to this field has been highlighted. A technique that has been gaining space in this area is the application of design of experiments for oil field optimization, with the objective of predicting and studying the behavior of the various uncertainties present in this environment, as well as identifying the most influential variables within the problem. In this context, this work presents a new technique for design of experiments, developed from an adaptation of the Box-Behnken design, whose use occurs in the construction of sensitivity analyses capable of identifying, within simulation of naturally fractured rock-reservoirs cells, which fractures are relevant in obtaining the equivalent permeability. With application considering hydraulic cases with flow passage in the steady and then transient regime, the selection resulted in a relatively low amount of fractures determined as dominant, but capable of adequately representing the values and behaviors of interest, when compared to the values obtained with the original reservoir cell.

Keywords: design of experiments; oil reservoir; fracture selection; sensitivity analysis.

SUMÁRIO

1	Introdução	17
1.1	Contextualização	17
1.2	Objetivos	20
1.2.1	Objetivo geral.....	20
1.2.2	Objetivo específico.....	21
1.3	Justificativas.....	21
1.4	Organização do texto	22
2	Revisão Bibliográfica	24
2.1	Comentários sobre a revisão bibliográfica.....	29
3	Análise de sensibilidade de parâmetros	33
3.1	Visão geral sobre a quantificação de incertezas	33
3.2	Análise de sensibilidade	36
3.2.1	Premissas do modelo desenvolvido	38
3.3	Planejamento de experimentos.....	38
3.3.1	Fatorial 2^k	39
3.3.2	Planejamento de Box-Behnken	40
3.3.3	Planejamento de Box-Behnken adaptado	41
3.4	Geração de metamodelos via Método dos Mínimos Quadrados	42
3.5	Testes estatísticos de adequabilidade.....	45
3.5.1	Análise de variância	46
3.5.2	Raiz quadrada do erro médio quadrático	47
3.6	Coeficientes de determinação	48
3.7	Testes de hipótese.....	50
3.7.1	Teste F (Fisher-Snedecor)	51
3.7.2	Teste t-student.....	52

3.8	Implementação computacional 2D e 3D	54
3.8.1	Equações governantes	54
3.8.2	Elemento de interface com elevada razão de aspecto.....	58
3.8.3	Elementos finitos de acoplamento.....	60
3.8.4	Análise de sensibilidade.....	62
4	Aplicações em simulações de reservatório naturalmente fraturados ...	70
4.1	Fluxo em meio poroso: células regulares.....	71
4.1.1	Célula com 54 fraturas	72
4.1.2	Célula com 115 fraturas	94
4.2	Fluxo em meio poroso: célula irregular.....	113
4.2.1	Célula com 283 fraturas	115
4.3	Comportamento equivalente: células originais x células otimizadas .	125
4.3.1	Campo de pressão	127
4.3.2	Curva de produção	135
5	CONCLUSÕES.....	139
6	Trabalhos Futuros.....	141
7	Referências Bibliográficas.....	143

Índice de Figuras

Figura 1 – Fluxograma geral da análise de sensibilidade para quantificação de incertezas.	34
Figura 2 – Fluxograma da análise de sensibilidade.	37
Figura 3 – Planejamento Fatorial com dois fatores em dois níveis.	39
Figura 4 – Planejamento Box-Behnken com três fatores.	40
Figura 5 - Desenvolvimento do modelo de placa paralelas.	55
Figura 6 – Elemento de interface com elevada razão de aspecto (<i>HAR-IE</i>).	59
Figura 7 - Construção da célula bidimensional com elevada razão de aspecto: (a) definição da geometria; (b) geração de malha; (c) criação de lacunas na região das fraturas; (d) inserção dos elementos com elevada razão de aspecto.	60
Figura 8 - Construção do acoplamento de elementos finitos: geração da (a) malha da matriz rochosa e das (b) fraturas; (c) união das duas malhas; (d) criação de elementos finitos de acoplamento e associação dos nós (exemplo para dois nós da fratura).	62
Figura 9 – Fluxograma da etapa de pré-processamento da construção da análise de sensibilidade.	64
Figura 10 – Matriz de planejamento para $\kappa = 1$	65
Figura 11 – Matriz de planejamento para $\kappa = 2$	66
Figura 12 – Fluxograma da etapa de pós-processamento da construção da análise de sensibilidade.	67
Figura 13 – (a) Perspectiva isométrica com direção dos fluxos e (b) vista em planta, com identificação das fraturas, da célula com 54 fraturas.	72
Figura 14 – Seções transversais perpendiculares aos eixos y e z, respectivamente, com as direções de fluxo de fluido.	74
Figura 15 – (a) Perspectiva isométrica com direção dos fluxos e (b) vista em planta, com identificação das fraturas, da célula com 115 fraturas.	95
Figura 16 - Célula irregular de 283 fraturas, no plano XY.	116
Figura 17 - Campos de pressão na direção de fluxo em x da célula de 115 fraturas.	128

Figura 18 - Campos de pressão na direção de fluxo em y da célula de 115 fraturas.	129
Figura 19 - Campos de pressão na direção de fluxo em z da célula de 115 fraturas.	131
Figura 20 - Campos de pressão na direção de fluxo em i da célula de 283 fraturas.	132
Figura 21 - Campos de pressão na direção de fluxo em j da célula de 283 fraturas.	133
Figura 22 - Campos de pressão na direção de fluxo em k da célula de 283 fraturas.	134
Figura 23 - Curva de produção na direção x da célula de 115 fraturas.	136
Figura 24 - Curva de produção na direção y da célula de 115 fraturas.	136
Figura 25 - Curva de produção na direção z da célula de 115 fraturas.	137
Figura 26 - Curva de produção na direção i da célula de 283 fraturas.	137
Figura 27 - Curva de produção na direção j da célula de 283 fraturas.	138
Figura 28 - Curva de produção na direção k da célula de 283 fraturas.	138

Índice de Tabelas

Tabela 1 – Tabela ANOVA.....	47
Tabela 2 – Fraturas que integram as seções transversais selecionadas.	75
Tabela 3 – Identificação, abertura das 54 fraturas e ranqueamento a partir do coeficiente de determinação individual ($Rj2$) de cada fratura e acumulado: fluxo em z.....	75
Tabela 4 – Resultados do teste F e valor P para verificação da importância das fraturas na seção $y=0m$, da célula de 54 fraturas.....	77
Tabela 5 – Resultados do teste t-student e valor P para verificação da importância das fraturas na seção $y=0 m$, da célula de 54 fraturas.	78
Tabela 6 – Seleção das fraturas estatisticamente significativas nas seções 2D ortogonais a y para nível de significância de 10%.....	78
Tabela 7 – Valores de permeabilidade equivalente para a célula original e a célula reduzida a partir da análise de sensibilidade nas seções y	79
Tabela 8 – Fraturas que integram as seções transversais selecionadas em z. .	80
Tabela 9 – Identificação, abertura das 54 fraturas e ranqueamento a partir do coeficiente de determinação $Rj2$ de cada fratura e acumulado: fluxo em x e y	81
Tabela 10 – Seleção das fraturas estatisticamente significativas nas seções 2D ortogonais a z para nível de significância de 10%.....	82
Tabela 11 – Valores de permeabilidade equivalente para a célula original e a célula reduzida a partir da análise de sensibilidade nas seções z	83
Tabela 12 – Valores de permeabilidade equivalente para a célula original e a célula otimizada a partir da análise de sensibilidade nas seções y e z	83
Tabela 13 – Identificação, abertura das 54 fraturas, coeficiente de determinação $Rj2$ de cada fratura e acumulado: fluxo em x , y e z para $\kappa = 1.85$	
Tabela 14 – Célula com as fraturas dominantes e valores de k_{eq} para a célula original de 54 fraturas e a célula reduzida, considerando a seleção nas direções de fluxo em x , y e z , respectivamente.....	86

Tabela 15 – Valores de permeabilidade equivalente para a célula original de 54 fraturas e a célula otimizada a partir de análises de sensibilidade nas três direções.....	88
Tabela 16 – Identificação, abertura das 54 fraturas, coeficiente de determinação R_j^2 de cada fratura e acumulado: fluxo em x, y e z para $\kappa = 2$.	89
Tabela 17 – Célula com as fraturas dominantes e valores de k_{eq} para a célula original de 54 fraturas e a célula reduzida, considerando a seleção nas direções de fluxo em x, y e z, respectivamente, no planejamento de experimentos $\kappa = 2$	90
Tabela 18 – Valores de permeabilidade equivalente para a célula original de 54 fraturas e a célula otimizada a partir de análises de sensibilidade nas três direções para $\kappa = 2$	91
Tabela 19 – Fraturas consideradas no metamodelo quadrático e valores de abertura originais destas, para a célula de 54 fraturas, compostas de 7 fraturas dominantes.	93
Tabela 20 - Coeficientes estimadores do metamodelo quadrático na célula de 54 fraturas, para as direções x, y e z.	93
Tabela 21 – Comparação da permeabilidade equivalente obtida no simulador e a partir do metamodelo quadrático da célula otimizada composta de 7 fraturas dominantes.	94
Tabela 22 – Corte de seções 2D em y para a célula de 115 fraturas	96
Tabela 23 – Identificação, abertura das 115 fraturas e ranqueamento a partir do coeficiente de determinação R_j^2 de cada fratura e acumulado: fluxo em z.	97
Tabela 24 – Seleção das fraturas estatisticamente significativas nas seções 2D ortogonais a y para nível de significância de 10%.....	100
Tabela 25 – Valores de permeabilidade equivalente para a célula original e a célula reduzida a partir da análise de sensibilidade nas seções y da célula de 115 fraturas.	100
Tabela 26 - Seleção das fraturas estatisticamente significativas nas seções 2D ortogonais a z para nível de significância de 10%.....	102

Tabela 27 – Valores de permeabilidade equivalente para a célula original e a célula reduzida a partir de análises de sensibilidade nas seções y e z da célula de 115 fraturas.	103
Tabela 28 - Seleção das fraturas estatisticamente significativas nas novas seções 2D ortogonais a y para nível de significância de 10%.....	104
Tabela 29 – Valores de permeabilidade equivalente para a célula original e a célula reduzida a partir de análises de sensibilidade em todas as seções y e z verificadas da célula de 115 fraturas.....	105
Tabela 30 – Identificação e coeficiente de determinação R^2 das fraturas não nulas e seus valores acumulados: fluxo em x y e z.	105
Tabela 31 – Célula com as fraturas dominantes e valores de k_{eq} para a célula original de 115 fraturas e a célula otimizada, considerando a seleção nas direções de fluxo em x, y e z, respectivamente.	107
Tabela 32 – Valores de permeabilidade equivalente para a célula original de 115 fraturas e a célula otimizada a partir de análises de sensibilidade nas três direções.....	109
Tabela 33 – Célula com as fraturas dominantes e valores de k_{eq} para a célula original de 115 fraturas e a célula otimizada, considerando a seleção nas direções de fluxo em x, y e z, respectivamente, no planejamento de experimentos $\kappa = 2$	110
Tabela 34 – Valores de permeabilidade equivalente para a célula original de 115 fraturas e a célula otimizada a partir de análises de sensibilidade nas três direções para $\kappa = 2$	111
Tabela 35 – Fraturas consideradas no metamodelo quadrático e valores de abertura originais destas, para a célula de 115 fraturas, compostas de 22 fraturas dominantes.	112
Tabela 36 - Coeficientes estimadores do metamodelo quadrático na célula de 115 fraturas, para as direções x, y e z.	112
Tabela 37 – Valores de permeabilidade equivalente obtidos no simulador e a partir do metamodelo quadrático, considerando apenas as fraturas dominantes da célula originalmente de 115 fraturas, e os erros obtidos na comparação entre estes.....	113

Tabela 38 – Identificação e coeficiente de determinação R^2 das fraturas selecionadas e seus valores acumulados: fluxo em i, j e k.....	116
Tabela 39 – Célula com as fraturas dominantes e valores de k_{eq} para a célula original de 283 fraturas e a célula otimizada, considerando a seleção nas direções de fluxo em i, j e k, respectivamente.....	118
Tabela 40 – Valores de permeabilidade equivalente para a célula original de 283 fraturas e a célula otimizada a partir de análises de sensibilidade nas três direções.....	119
Tabela 41 – Célula com as fraturas dominantes e valores de k_{eq} para a célula original de 283 fraturas e a célula otimizada, considerando a seleção nas direções de fluxo em i, j e k, respectivamente, para planejamento $\kappa = 2$	120
Tabela 42 – Valores de permeabilidade equivalente para a célula original de 283 fraturas e a célula otimizada a partir de análises de sensibilidade de $\kappa = 2$ nas três direções.	122
Tabela 43 – Fraturas consideradas no metamodelo quadrático e valores de abertura originais destas, para a célula de 283 fraturas, compostas de 40 fraturas dominantes.	123
Tabela 44 - Coeficientes estimadores do metamodelo quadrático na célula de 283 fraturas, para as direções x, y e z.	124
Tabela 45 – Valores de permeabilidade equivalente obtidos no simulador e a partir do metamodelo quadrático, considerando apenas as fraturas dominantes da célula originalmente de 283 fraturas, e os erros obtidos na comparação entre estes.....	125

Lista de Símbolos

Símbolo	Descrição
Alfabeto Grego	
α	Coeficiente independente do modelo de regressão
β	Vetor dos coeficientes dos modelos de regressão
$\hat{\beta}$	Vetor dos coeficientes de aproximação do modelo de regressão
β_i	Coeficiente do modelo de regressão
Γ_p	Contorno de prescrição das pressões
Γ_q	Contorno de prescrição do fluxo
ε	Erro aleatório do metamodelo
$\hat{\eta}$	Coeficientes estimadores do modelo de regressão na multiplicação quadrática
K	Nível fatorial
μ	Viscosidade dinâmica do fluido
ξ	Desvios associados às irregularidades das superfícies reais das fraturas
ρ	Massa específica do fluido
σ_{Em}	Desvio padrão do erro de modelo
w	Abertura da fratura
Alfabeto Latino	
A	Área da face de medição do fluxo
COV_{Em}	Coeficiente de variação do erro de modelo

E_m	Erro de modelo
F_0	Teste F
\mathbf{g}	Vetor de aceleração da gravidade
h	Altura
H_0	Hipótese nula
H_1	Hipótese alternativa
\mathbf{k}	Tensor de permeabilidade intrínseca do meio poroso
k_{2D}	Tensor de permeabilidade intrínseca no domínio 2D
k_{3D}	Tensor de permeabilidade intrínseca no domínio 3D
k_{eq}	Permeabilidade equivalente
k_f	Permeabilidade equivalente da fratura
L	Valor a ser minimizado do vetor estimador
L	Distância das faces opostas e paralelas onde prescreve-se a pressão
M	Módulo de Biot
n	Número de fatores
\mathbf{n}	Vetor normal à superfície
N	Número total de corridas
\mathbf{p}	vetor de pressões nodais
\dot{p}	Derivada temporal de pressão
$\bar{\mathbf{p}}$	vetor de pressões prescritas

p_1	Pressão prescrita em uma das faces
p_2	Pressão prescrita na face oposta de p_1
q	Vetor de vazão do fluido
\mathbf{q}	Vetor de fluxo
\bar{q}	Vetor de fluxo prescrito
q_i	taxa de fluxo medida nos nós
R^2	Coefficiente de determinação
R_{adj}^2	Coefficiente de determinação ajustado
R_j^2	Coefficiente de determinação individual
t_0	Teste t-student
x_i	Variável de entrada
\mathbf{X}	Matriz de planejamento
y	Variável de resposta
\mathbf{y}	Vetor das variáveis respostas
\bar{y}	Valor médio da variável de resposta
$\hat{\mathbf{y}}$	Valor estimado do vetor de variável resposta

Agradecimentos

Acima de tudo, gostaria de agradecer a Deus por tudo que proporcionou e ainda proporciona em minha vida.

À minha família, pela paciência e carinho.

Aos meus amigos, por sempre estarem comigo, dispostos a conversar e me ouvir.

Aos meus colegas da pós-graduação, principalmente o Grupo de Modelagem Computacional em Mecânica dos Sólidos (GMCMS), coordenado pelo Prof. Dr. Osvaldo Luís Manzoli, por toda a ajuda fornecida. Um agradecimento especial a Michael, Eduardo e Pedro pois, sem eles, esse trabalho não teria saído do lugar.

À FUNEP, pelo apoio financeiro por meio do projeto 2018/00205-5 e todo o incentivo à pesquisa que vem oferecendo ao longo dos anos.

Ao meu orientador, Caio, por toda a força e compreensão que teve comigo durante toda a construção dessa dissertação, ainda mais no período de pandemia, onde sua paciência foi fundamental para a finalização desse projeto.

1 INTRODUÇÃO

1.1 Contextualização

O século XXI é marcado como aquele que apresenta os maiores avanços tecnológicos, com grande desenvolvimento da sociedade e crescimento das informações digitais, conforme apontado pelo *International Data Corporation* (IDC, 2021). Tal fato pode ser considerado extremamente marcante, visto que a preocupação acerca do desenvolvimento da tecnologia ocorreu somente a partir da Primeira Revolução Industrial, entre 1760 e 1860 (SAKURAI & ZUCHI, 2018). Já a Era Digital teve início apenas a partir da década de 1960, resultando na chamada Terceira Revolução Industrial (PASQUINI, 2020), definindo, portanto, um marco sobre o uso da tecnologia no cotidiano da sociedade. A aplicação da tecnologia, desde sua origem, tem grande contribuição na construção da informação, sendo um dos principais responsáveis pelos avanços industriais. Uma aplicação direta e fundamental dos avanços tecnológicos é no campo da obtenção, geração e utilização da energia, tanto para fins industriais e comerciais, quanto na manutenção da existência humana.

Apesar do crescente aumento de diferentes fontes de energia ao redor do mundo, o petróleo ainda é uma das maiores fontes energéticas, com previsão de ainda corresponder a 35% de toda a fonte de energia em 2030 (BERMANN, 2007). Por consequência, o petróleo deve continuar sendo um dos maiores contribuintes para o desenvolvimento industrial e tecnológico nos próximos anos. Porém, o petróleo é uma fonte de energia não renovável, cuja formação leva milhares de anos para ocorrer, não podendo ser repostado em tempo hábil no curto e médio prazo para seu uso continuado (D'ALMEIDA, 2015).

Assim, sua crescente utilização nas últimas décadas vem consumindo reservas, contribuindo para sua escassez ao redor do mundo. Deste modo, a busca por alternativas de produção de petróleo tem aumentado ao longo dos

anos. Anteriormente, a extração de petróleo em rochas fraturadas era pouco estudada, devido a sua abundância em meios mais acessíveis. Mas agora, com a redução de suas principais fontes produtoras, a necessidade de realização de maiores estudos de obtenção deste recurso, através de reservatórios não convencionais, tem crescido nos últimos anos (BALASUBRAMANIAN *et al.*, 2018).

Durante o processo de extração do petróleo nessas formações de rocha, um dos maiores problemas é a presença de incertezas no meio rochoso natural, que podem dificultar ou, até mesmo, encarecer o custo de produção, de modo a tornar este meio de extração inviável. Em função desse agravante, com a busca de novas alternativas, uma abordagem que tem sido realizada no campo das incertezas, e que vem sendo utilizada para melhoria da produção e redução dos custos, é a realização de estudos estatísticos acerca das variáveis presentes nos meios rochosos (DEJEAN e BLANC, 1999), incluindo a verificação da presença das fraturas naturais. Uma técnica voltada para resolver esse problema e que tem ganhado destaque é a análise de sensibilidade e quantificação explícita dessas incertezas nesses meios. Muitos estudos e técnicas para avaliação da sensibilidade, a partir das localizações de poços (POULADI *et al.*, 2017; KADEETHUM *et al.*, 2019) e quantificação de incertezas relacionadas aos custos econômicos de locação desses poços (HOROWITZ, 2010) foram abordados nas últimas décadas. Tais verificações têm sido amplamente tratadas através da construção de planejamentos de experimentos, para posterior realização de análises de sensibilidade. A técnica de planejamento de experimentos é voltada para estabelecimento, de forma antecipada e descritiva, do conjunto de ações que devem ser avaliadas para execução de procedimentos na realização dos experimentos e, conseqüentemente, tomada de decisões. Seu principal objetivo é a fundamentação do experimento, através do planejamento das amostras e ações a serem percorridas nos processos para uma correta execução, permitindo a definição de modelos representativos e análises estatísticas derivadas de sua elaboração (SILVA, 2007).

Porém, a escolha do tipo de planejamento e sua construção dependem da quantidade de variáveis contidas no meio analisado, de modo que, quanto maior o número de variáveis incluídas nas avaliações, maior a quantidade de dados necessários a serem verificados. O uso de simulações computacionais acopladas aos planejamentos de experimentos vem ganhando destaque, pois é possível considerar muitas variáveis de controle. A vantagem da aplicação desta técnica em conjunto às simulações computacionais está na não necessidade de repetição de dados, visto que, quando adotados iguais valores numéricos para as variáveis de controle do problema analisado, o valor de resposta será igual em todos os casos. No entanto, em casos em que o número de variáveis é muito alto, a adoção de planejamentos completos pode se tornar totalmente inviável. Devido a isso, ao longo dos últimos anos, foram construídas diferentes técnicas, buscando reduzir a quantidade de simulações necessárias para obtenção das respostas de interesse, sem que houvesse perdas significativas para os resultados.

No campo da engenharia de reservatórios de petróleo, uma das incertezas ainda pouco estudadas e que necessita considerar um elevado número de variáveis, é a análise da influência de fraturas naturais pertencentes ao meio rochoso. Na literatura poucos trabalhos abordam diretamente apenas essas variáveis. Em sua maioria, casos em que há verificação de variáveis mais influentes, a presença ou não de fraturas para verificar sua importância dentro da rocha-reservatório não é considerada.

Células de rocha-reservatório, mesmo em pequenas regiões dentro do meio poroso, podem ter elevada presença de fraturas a serem verificadas, de modo que, se realizado planejamentos experimentais completos, a quantidade de simulações é uma estratégia totalmente inviável de ser adotada. Devido a isso, pesquisas devem ser direcionadas buscando reduzir a quantidade de simulações necessárias, mantendo baixos erros na obtenção da variável resposta e assim podendo oferecer até mesmo modelos mais simplificados para previsão do comportamento de interesse.

Dentro deste contexto, este trabalho apresenta o desenvolvimento de uma técnica para análise de sensibilidade e quantificação de incertezas, iniciada

por Assis *et al.* (2019), para verificação da importância relativa de fraturas naturais em meios rochosos sobre a resposta de interesse, que nesse caso é a permeabilidade equivalente da célula. A ampliação deste estudo, em comparação aos casos avaliados por Assis *et al.* (2019), está na implementação da técnica em novos casos bidimensionais, considerando células com grande quantidade de fraturas, além de expandir as análises para casos tridimensionais, de modo a considerar todas as fraturas presentes na célula de reservatório, assim como as diferentes possíveis direções de fluxo. Junto a isso, para validação da análise de sensibilidade e verificação da qualidade da resposta, também se verifica se tal seleção de fraturas é suficiente para adoção em todos os tipos de comportamento hidráulico da célula. Isto ocorre, pois a seleção das fraturas dominantes se baseia na realização do planejamento de experimentos apenas considerando a célula em regime estacionário de escoamento de fluido. Além disso, busca avaliar se, quando o regime de escoamento de fluido é transiente, a resposta obtida anteriormente ainda é suficiente. A validação da célula otimizada somente com as fraturas dominantes ocorre tanto na obtenção dos campos de pressão, como na verificação de sua viabilidade através das curvas de produção.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo geral

Este trabalho apresenta como objetivo geral o desenvolvimento e validação de um modelo para análise de sensibilidade, com aplicação em problemas de determinação de propriedades equivalentes de rochas-reservatório naturalmente fraturadas, para obtenção dos parâmetros mais influentes nas respostas analisadas.

1.2.2 Objetivo específico

O objetivo específico deste trabalho envolve a utilização da análise de sensibilidade na definição do grupo de fraturas mais influentes na permeabilidade equivalente em células de simulação de reservatórios naturalmente fraturados, em casos de simulação 2D e 3D, para obtenção de células otimizadas contendo apenas as fraturas dominantes, cuja resposta global obtida em seu comportamento se assemelhe à célula original tridimensional, sem perdas significativas em seu comportamento hidráulico.

1.3 Justificativas

A principal justificativa do trabalho proposto está na busca pela validação de um modelo de análise de sensibilidade via planejamento de experimentos que, se aplicado de forma eficaz, pode contribuir de maneira significativa nas simplificações de modelos de processamento em alta fidelidade.

Através da construção de um modelo simplificado e otimizado, mas que apresente um comportamento semelhante ao obtido para a célula de rocha-reservatório original, torna-se possível a realização de estudos diversos envolvendo os reservatórios, tais como:

- i) A partir da célula simplificada/otimizada em termos do número de fraturas relevantes, a tarefa de geração de malhas de elementos finitos tridimensionais se torna mais fácil, tanto do ponto de vista operacional de criação da rede dos elementos, quanto na redução da dimensão do problema a ser analisado;
- ii) As células otimizadas podem ser usadas para construção de metamodelos (*proxies* – modelos simplificados), capazes de representar os comportamentos desejados e substituir o uso dos modelos de alta fidelidade nas simulações. Além da redução massiva do tempo de processamento computacional, esses metamodelos construídos somente com as fraturas dominantes podem ser usados

- em etapas posteriores de otimização de produção, bem como associados à quantificação de incertezas dessas respostas;
- iii) A metodologia desenvolvida para análise de sensibilidade com base no planejamento de experimentos pode ser empregada facilmente na resolução de outros problemas de interesse, até mesmo em outras áreas da Engenharia, fornecendo uma ferramenta robusta de construção de metamodelos para uso em processos de tomada de decisões.

1.4 Organização do texto

O presente trabalho está dividido em 5 capítulos, sendo estes descritos a seguir.

O capítulo 1, finalizado neste sub-tópico, apresenta a introdução acerca do desenvolvimento tecnológico e da necessidade de estudos estatísticos aplicados diretamente em rochas-reservatório naturalmente fraturadas. Junto a isto, são apresentados os objetivos da pesquisa e suas justificativas.

O capítulo 2 faz um breve histórico dos avanços realizados sobre o planejamento de experimentos, e sua adoção inicial para geração de um modelo de sensibilidade, especialmente sobre sua aplicação na área de engenharia de petróleo.

O capítulo 3 apresenta a formulação utilizada para realização do planejamento de experimentos e da técnica de análise de sensibilidade na seleção das fraturas dominantes, considerando tanto os casos bidimensionais, como tridimensionais de simulação de fluxo.

A aplicação das técnicas é apresentada no capítulo 4, através da utilização destas em três exemplos de células de modelo de uma rocha-reservatório representativa de um reservatório naturalmente fraturado. Duas delas são de dimensões e direções de eixo regulares, com aplicação na determinação de fraturas dominantes sobre a permeabilidade equivalente considerando modelos de simulação 2D e 3D; e outra de geometria irregular, considerando a análise de sensibilidade aplicada apenas no modelo

tridimensional. Em seguida, amplia-se os estudos das fraturas selecionadas a partir de verificação das respostas em casos transientes destas células anteriormente analisadas.

O capítulo 5, por sua vez, apresenta as considerações finais sobre a técnica aplicada neste trabalho, no tocante às análises realizadas até agora.

Por fim, pensando nas próximas etapas que podem ser executadas a partir deste trabalho, o capítulo 6 apresenta sugestões de possíveis trabalhos futuros a serem realizadas a partir da validação das análises aqui construídas.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A aplicação do planejamento de experimentos começou em meados de 1920, com utilização desta técnica por Ronald Fisher, na Estação Agrícola Experimental, localizada em Londres (GALDÁMEZ, 2002). A análise estatística da técnica de planejamento teve como construção de método primário a realização da técnica de Análise de Variância, conhecida como ANOVA (LIMA, 2006). A partir da origem deste modelo de estudo da estatística, novas pesquisas e diferentes planejamentos foram construídos ao longo dos anos seguintes, buscando estudar cada vez mais variáveis, sem ocasionar em inviabilidade na obtenção das respostas de interesse. Deste modo, outros pesquisadores colaboraram com a ampliação dos estudos desta técnica, como é o caso de Plackett e Burman (1946), Box e Behnken (1960), Yates, Cochran e Kempthorne (MONTGOMERY, 2013), que idealizaram, em sua maioria, novas maneiras de realização do planejamento de experimentos, sem a necessidade de considerar todas as possíveis variações presentes nas variáveis de entrada do problema, mas com a mínima perda na qualidade da resposta.

Na engenharia, principalmente em relação a estudos de reservatórios de petróleo, a utilização desta técnica é relativamente recente, com poucos casos analisados até o século XX (DAMSLETH, 1992). Inclusive, o estudo de técnicas estatísticas e verificação de análise de riscos dentro da indústria petrolífera apresentam, em sua maioria, resultados apenas recentes. O primeiro estudo com uso de teoria de probabilidades dentro da exploração de petróleo foi realizado por Allais (1956), onde foi verificado, através de modelagem explícita, os riscos de exploração e seus custos econômicos, com utilização do método de Monte Carlo, uma técnica que se baseia na utilização de sequência aleatória de números para construção de valores amostrais, criada em 1947 (NEUMANN E RICHTMYER, 1947), muito utilizada dentro da estatística.

Nos anos seguintes, novas pesquisas acerca de análises de risco dentro da indústria do petróleo ganharam espaço, mas tal conceito ainda se manteve muito dentro de estudos acadêmicos, sem aplicação direta na prática, como é o

caso de Grayson (1960), Arps e Arps (1974) e Megil (1977). Os estudos aplicados em diferentes estágios de exploração, com verificação das análises de risco, ocorreram em alguns casos como os de Krumbein e Graybill (1965), Drew (1967), Harbaugh *et al.* (1977) e Harbaugh (1984), com estudos diretamente aplicados em bacias de petróleo.

Com o decorrer dos anos, novos métodos estatísticos foram aplicados na estimativa das análises de risco, com utilização de técnicas de distribuição estatística, como adoção de modelos *lognormais* (ATTANASI e DREW, 1985) e verificação de possíveis distribuições das variáveis em dados de campo de petróleo (CROVELLI, 1995). Porém, com a utilização direta de planejamento de experimentos como uma etapa prévia para o planejamento estatístico, o estudo das incertezas presentes em reservatórios de petróleo começou a ganhar mais espaço em um intervalo de tempo ainda menor do que a implementação de estudos estatísticos como um todo nessa área.

Como apontado por Dejean e Blanc (1999), uma das maiores vantagens na realização de planejamento de experimentos dentro da engenharia de petróleo está na possível identificação das incertezas que podem mais influenciar o processo produtivo de petróleo. Aliado à metodologia de superfície de resposta e ao método de simulação de Monte Carlo, esta técnica permite a construção de modelos simplificados, atualmente conhecidos como metamodelos, capazes de prever possíveis respostas aliadas às incertezas dos parâmetros estudados. Inclusive, Dejean e Blanc (1999) usaram essa abordagem para estudar a produção acumulada de um reservatório de petróleo durante um período de dez anos.

A utilização dessas ferramentas, através de simulações computacionais, para determinar locações para implementação de novos poços e estimativa de curvas de ajuste de produção tem se tornando mais usual. Raras são as análises ocorridas no século passado, como é o caso mostrado por Aziz *et al.* (1972). Este teve sua pesquisa baseada na identificação dos padrões de fluxo, de modo a permitir a locação de 45 poços e a comparação dos resultados com os dados obtidos em campo por Orkiszewski (1967). Outras comparações foram realizadas em sua pesquisa, considerando os resultados avaliados por Duns e

Ros (1963) e Hagedorn e Brown (1965) e comentados por Espanol *et al.* (1968). Percebeu-se que os valores obtidos possuíam adequada acurácia no desenvolvimento de seus modelos e que a implementação de planejamento estatístico era uma adequada abordagem para melhoria dos estudos aplicados em reservatórios.

No século XXI, as diferentes abordagens estatísticas ganharam mais destaque com estudos na busca da locação ótima de poços produtores e previsão da curva de produção e de pressão, conforme apresentado por Guyaguler *et al.* (2000), Venkataraman (2000), Manceau *et al.* (2001), Avansi *et al.* (2009) e Bouzarkouna *et al.* (2013). Essas análises já se mostraram eficientes na redução de simulações necessárias para obtenção de comportamento de curvas de produção (CHEONG *et al.*, 2005), análise de risco (RISSO *et al.*, 2007; RISSO *et al.*, 2009) ou até na redução de incertezas presentes em reservatórios (REIS, 2006).

As técnicas de planejamento de experimentos, com sua utilização na construção de superfícies de resposta, permitem uma análise de risco diante da necessidade de tomadas de decisão, verificando, com base em análises de sensibilidade, quais variáveis são de fato importantes para o problema (CORRE *et al.*, 2000; SUSLICK e SCHIOZER, 2004; PEREIRA *et al.*, 2014; MUDHAFAR, 2017). Essas análises de sensibilidade contribuem na seleção das variáveis influentes, permitindo a construção de metamodelos para previsão de respostas, podendo ainda incorporar informações acerca de distribuições de probabilidade (WHITE e ROYER, 2003; NEJADI *et al.*, 2017) e até mesmo identificação de variáveis influentes diferentes das apontadas em outros meios de verificação (PORTELLA *et al.*, 2003), sendo, portanto, uma boa forma de realizar comparações para validação de técnicas desenvolvidas.

Outra utilização da técnica de planejamento de experimentos está na construção de métodos capazes de calibrar os modelos numéricos através de elaboração de ajustes de histórico (RISSO, 2007; SAYYAFZZADEH, 2015), otimização global de variação de preços do petróleo (HOROWITZ *et al.*, 2010) ou até a construção de meios de recuperação econômica de gás e petróleo não

extraídos em reservatórios não convencionais (AL-MUDHAFI e SEPEHRNOOTI, 2018).

Em associação à aplicação de técnicas de manipulação de dados, modelagens computacionais se fazem necessárias para que as respostas obtidas sejam as mais próximas da realidade, principalmente considerando que grande parte dos resultados se origina de estimativas provenientes de diferentes meios para uma construção ampla e adequada. Tal caracterização deve ser realizada de modo a ser possível uma verificação do problema como um todo, não apenas cada trecho isolado dos reservatórios (MEZGHANI *et al.*, 2004). Porém, em alguns casos, os estudos acadêmicos acerca dos modelos de simulação dos reservatórios petrolíferos são tratados como homogêneos, tendo seu comportamento principalmente dependente de algumas variáveis como pressão e temperatura (CASAREZ-CANDIA e VASQUES-CRUS, 2005). Essa aplicação ocorre quando há interesse de estudos simplificados das verificações de poços de petróleo. Mas, dentro da indústria, considera-se os diferentes materiais existentes nos reservatórios e seu comportamento não linear nas regiões de interface entre estes. Devido a isso, há a necessidade de construção de novos métodos, voltados para a otimização da construção dos modelos de simulação, de modo a permitir uma maior identificação da presença de heterogeneidades e sua influência dentro do meio poroso. Muitas destas técnicas fazem uso de construção de modelos computacionais em elementos finitos, podendo fazer refinamento das malhas, através de aplicações de diferentes técnicas.

A principal dificuldade encontrada no desenvolvimento destes modelos computacionais de simulações de reservatórios naturalmente fraturados está na necessidade de representação das complexas geometrias existentes no sistema de rocha-reservatório, composto por diversas discontinuidades presentes em seus modelos (LEI *et al.*, 2017). Tais discontinuidades ocorrem principalmente devido à presença das fraturas naturais, e necessidade de conhecimento acerca de suas orientações e direções de fluxo (NEJADI *et al.*, 2017). A descrição das fraturas naturais, seu comportamento e geometria, ocorre muitas vezes através da realização de extrapolações de modelos 1D em seções bidimensionais e 2D

para células de simulação tridimensionais, existindo também a possibilidade de construção de dados através da ampliação de informações já obtidas através de pequenas amostras de estudo (LEI *et al.*, 2017). A construção de diferentes simulações computacionais para resolução de sistemas numéricas capaz de considerar a presença de fraturas naturais ocorre de diferentes maneiras, de forma que a rede de fraturas existentes na rocha-reservatório pode ser representada de forma implícita ou explícita (NEJADI *et al.*, 2017). Em geral, as construções dos modelos de simulação de reservatórios naturalmente fraturados são diferenciadas em três modelos numéricos de classificação. Suas definições ocorrem a partir da forma de representação do comportamento hidrológico, geomecânico e hidromecânico das redes de fratura e sua atuação dentro das células de simulação.

O primeiro deles, conhecido como Método do Contínuo Equivalente (*Equivalent Continuum Method*) (LONG *et al.*, 1982; COATS *et al.*, 1989), considera como principal parâmetro nos dados de entrada as propriedades equivalentes dos materiais, tratando as fraturas naturais como geometria interna do meio poroso. Deste modo, este método busca enriquecer os valores de permeabilidade pertencentes à rocha-reservatório através do incremento do valor de permeabilidade das fraturas naturais, embutidas diretamente no modelo da matriz da rocha. Ou seja, a presença das fraturas naturais enriquece a permeabilidade da célula de reservatório. A principal vantagem deste método está na simplicidade da construção de sua geometria e possibilidade de ser mais facilmente implementado em problemas de grande escala. Porém, por se tratar de um modelo que considera a matriz da rocha e a rede de fraturas como um único domínio equivalente, sua precisão numérica é baixa, pois não considera as interações entre fraturas e as diferentes complexidades existentes em sua rede (LEI *et al.*, 2017).

O Método da Dupla Porosidade (WARREN *et al.*, 1963; KAZEMI *et al.*, 1976; MOENCH, 1984), por sua vez, considera diferentes sistemas para a matriz porosa e a rede de fratura, onde cada sistema possui sua própria equação de conservação de massa. Nestas equações, a troca de massa de fluido entre matriz porosa e rede de fraturas ocorre através da inclusão de um

termo, chamado termo de transferência, existente nas duas equações. Deste modo, as equações são construídas de forma distinta, mas com um termo em comum entre elas, capaz de considerar os valores de transferência de fluxo do fluido da rocha para a rede de fraturas e a transferência em sentido oposto.

Por último, outro modelo utilizado, que tem como principal vantagem a consideração explícita da rede de fraturas discreta dentro da matriz porosa, é conhecido como Modelo de Fratura Discreta (*Discret Fracture Model – DFM*) (XU *et al.*, 2019; KOOHBOR *et al.*, 2020; WU *et al.*, 2020), capaz de avaliar a interação entre fraturas e seu comportamento dentro da matriz porosa, em conjunto com a consideração das propriedades dos dois sistemas. Este modelo é capaz de caracterizar o comportamento das fraturas, levando em consideração suas propriedades, como orientação, comprimento, abertura e transferência de fluxo, em conjunto às características da rocha (LEI *et al.*, 2017). É um dos modelos com maior precisão numérica, porém, devido às limitações computacionais, sua utilização em grandes campos de reservatório podem ocorrer em tempos muito elevados, podendo tornar sua adoção inviável. Mas, em casos de células de simulação, sua adoção tende a apresentar boa qualidade de resposta (NEJADI *et al.*, 2017). Diferentes exemplos de técnicas que utilizam este modelo podem ser mencionados, como o caso da técnica de elementos finitos sólidos com elevada razão de aspecto (MANZOLI *et al.*, 2019; FABBRI *et al.*, 2019) ou técnica de inclusão de elementos de acoplamento (MANZOLI *et al.*, 2021; CAMARGO *et al.*, 2022).

2.1 Comentários sobre a revisão bibliográfica

Como é possível notar acerca da revisão bibliográfica construída, o planejamento de experimentos e desenvolvimento de seleção de variáveis influentes para obtenção de otimização da resposta já são técnicas que, apesar de recentes, têm sido frequentemente utilizadas e tendem a apresentar resultados bastante satisfatórios. Porém, quando se fala da aplicação diretamente na avaliação da presença de fraturas naturais em reservatórios de petróleo não convencionais, a obtenção de referências sobre esse tema se

torna escassa. As pesquisas demonstram a importância da presença de fraturas naturais sobre o escoamento de fluido na rocha-reservatório, as quais podem representar caminhos preferenciais. Entretanto, as pesquisas em si não analisam apenas a fratura e sua importância dentro da matriz porosa, tendo os estudos que tratam da verificação dessa variável, considerando a fratura e suas características, como apenas uma das diversas variáveis dentro do problema a ser estudado. Exemplos como os de Yu *et al.* (2014) e Kadeethum *et al.* (2019), que tratam a rede de fraturas como uma das variáveis para avaliação podem ser mencionados. Outro exemplo comum, é a locação de poços, que não é um problema voltado para o estudo das fraturas naturais, porém estas são importantes dentro da análise, pois contribuem com o caminho dos fluidos injetados. Mas, neste tipo de verificação, é avaliado apenas o conjunto de fraturas como um todo, e não a importância de cada uma destas dentro do sistema. Ao se buscar pesquisas que avaliem diretamente as fraturas de forma individual, verificando qual a contribuição destas uma a uma, os estudos encontrados são principalmente voltados apenas para a etapa da modelagem computacional, onde se busca identificar o possível comportamento estatístico das variáveis presentes na fratura (abertura, dimensão e ângulo) para ser capaz de representar de forma adequada o problema da passagem de fluido. Porém, o planejamento de experimentos e análise de sensibilidade em si, consideradas etapas posteriores à construção dos modelos de simulação para representação do comportamento da rocha de reservatório, não tem estudos voltados exclusivamente para a presença de fraturas. Nestes casos, o tratamento das fraturas deixa de ser avaliado de forma individual, considerando todo o conjunto de fraturas, muitas vezes, como uma única variável.

As fraturas, principalmente seu valor de abertura, tem se mostrado um dos maiores desafios na construção de simulações e quantificação de incertezas dentro da indústria petrolífera. A variável abertura de fraturas não só é apenas escassa de informações na literatura, como se apresenta como um grande problema a ser avaliado. Como apontado por Odling *et al.* (1999) em seu estudo voltado para verificar o comportamento das fraturas dentro de reservatórios não convencionais e a importância das diferentes características

geométricas desta no meio poroso, a abertura de fraturas é um tema de extrema complexidade e escassa avaliação nos reservatórios. A justificativa para isso é principalmente a dificuldade existente para definir, dentre seus valores, os mais próximos da realidade. Por se tratar de um valor obtido apenas através de estimativas realizadas por geólogos, a verificação de seu comportamento dentro da rocha reservatório muitas vezes é pouco aprofundada, exatamente devido à grande quantidade de incerteza existente nessa variável. Mas é exatamente por isso que se considera importante o trabalho de análise de sensibilidade aplicado na verificação da importância das fraturas dentro da rocha-reservatório. A partir destas análises, exclusivamente voltada para estudo do comportamento da permeabilidade equivalente, considera-se, portanto, a verificação dos valores de abertura de cada uma das fraturas.

O planejamento de experimentos é uma ferramenta que considera não apenas o valor específico estipulado no modelo em análise, mas também avalia as diferentes respostas possíveis de serem obtidas a partir da consideração de variação dos valores reais. A partir deste, constrói-se uma superfície de resposta capaz de, numericamente, apresentar uma resposta adequada das variações na resposta, a partir das possibilidades de variação nos dados de entrada. E, por ser a abertura de fraturas um problema repleto de incertezas, a construção de estudos estatísticos, para avaliar a possível distribuição espacial da resposta de interesse, se torna fundamental para aumentar a qualidade das informações. Porém, no caso das simulações em células representativas de uma parte de uma rocha-reservatório, a presença de fraturas é elevada, tornando a construção do metamodelo, apesar de fácil, trabalhosa. É nesse contexto que a análise de sensibilidade ganha destaque dentro da quantificação de incertezas, pois, ao reduzir a quantidade de fraturas necessárias a serem analisadas no problema, ampliar as pesquisas das incertezas se torna mais rápido. E, se tal seleção de fraturas se apresentar com respostas satisfatórias, cujos resultados se aproximam dos casos em que há a presença de todas as fraturas, o mesmo pode ser utilizado para facilitar os estudos aplicados na modelagem e simulação computacional.

Deste modo, a construção de modelos de representação do comportamento da matriz porosa, com atuação das fraturas naturais, tende a ser mais eficiente se houver exclusão de parte dos elementos modelados desenvolvidos para representar as fraturas naturais, sem que ocorra perda na qualidade da resposta. Deste modo, este trabalho visa construir os processos para seleção das fraturas naturais dominantes dentro de células de reservatórios com elevada quantidade de fraturas e verificar se, a partir da seleção realizada, é possível obter simulações computacionais onde o comportamento da célula otimizada, representativa do reservatório naturalmente fraturado com uma quantidade reduzida de fraturas dentro da modelagem computacional, se assemelhe ao da célula original. Tal pesquisa contribui na redução de variáveis a serem consideradas nos problemas de reservatórios não convencionais e permite, para possíveis pesquisas posteriores, a realização de estudos voltados para a quantificação de incertezas com redução na quantidade necessária de variáveis a serem verificadas que influenciam a resposta de interesse.

3 ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DE PARÂMETROS

3.1 Visão geral sobre a quantificação de incertezas

Com os avanços no mundo moderno, houve um aumento na busca de melhorias nas construções tecnológicas voltadas à realização de procedimentos com maior velocidade e menores custos envolvidos. Para isso, houve um crescente aumento na investigação das variáveis pertencentes ao sistema analisado, o que conduziu à realização de novas abordagens no que concerne à tomada de decisões, principalmente em problemas de engenharia. Um inconveniente, antigamente ignorado, mas que vem sendo cada vez mais estudado, é a presença de incertezas nas diversas variáveis existentes dos problemas.

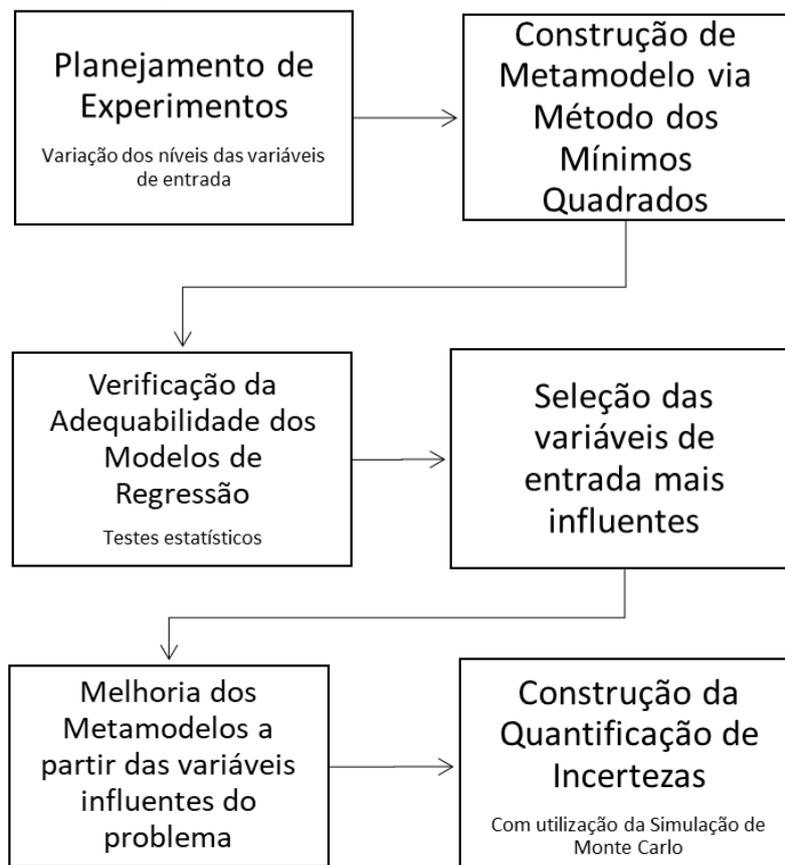
Incerteza estão presentes em qualquer sistema existente da engenharia (BECK, 2019). Quando a variável apresenta incerteza em sua composição, por consequência, isto tende a se propagar na variável resposta, o que leva a necessidade de considerar esta natureza na busca da solução adequada. Uma das abordagens que vem ganhando cada vez mais destaque na inclusão de incertezas na avaliação dos problemas é a Teoria da Confiabilidade, pois considera adequadamente as incertezas presentes nas variáveis de um projeto, através do cálculo de probabilidades de ocorrência de cenários indesejados no sistema (NOGUEIRA, 2010).

Quando o problema de incertezas é abordado considerando a indústria de petróleo, uma das maiores dificuldades está na limitação das informações e respostas, em função da localização dos problemas em grandes profundidades. Devido a isto, uma alternativa ao uso de princípios da Teoria de Probabilidades é a aplicação da Teoria de Evidências, mais adequada na avaliação de parâmetros com baixa quantidade de informações (SOTOMAYOR, 2011; PEREIRA, 2014). A Teoria de Evidências foi introduzida por Shafer (1976) e baseia-se na construção de uma proposição a partir das evidências já disponíveis, sendo uma alternativa para o tratamento de incertezas presentes

nas diferentes evidências. A aplicação desta teoria em um problema petrolífero, quando se possui baixa quantidade de informações e pouca precisão dos valores dos parâmetros (ASSIS, 2019), é muitas vezes adotada na análise de incertezas.

A quantificação de incertezas se apresenta como um processo de importante papel na avaliação econômica de comportamento dos reservatórios (RISSO *et al.*, 2007). A técnica de planejamento de experimentos, em conjunto com a construção de modelos de superfície de resposta (metamodelos), permite maior avaliação das complexidades, das diferentes combinações e dos custos considerado na exploração de reservatórios, sendo um grande auxiliar na análise de incertezas (WHITE & ROYER, 2003). O procedimento sistemático para realização de um processo de quantificação de incertezas tem suas etapas de construção apresentadas no fluxograma da Figura 1.

Figura 1 – Fluxograma geral da análise de sensibilidade para quantificação de incertezas.



Fonte: desenvolvido pela autora.

Em casos em que há elevada quantidade de variáveis, a construção de metamodelos, considerando todas as variáveis de entrada do modelo para obtenção de uma única variável, pode se tornar uma atividade dispendiosa. Não apenas pelo tempo de elaboração das simulações para investigação dos possíveis comportamentos do modelo analisado, mas também devido à provável existência de variáveis dentro da superfície de resposta que contribuem de forma pouco significativa na obtenção da resposta. Deste modo, a inclusão ou não desta torna-se praticamente indiferente na obtenção final da resposta, sendo uma variável analisada, adotando coeficientes de variação semelhante às demais variáveis, sem necessidade de sua verificação. Devido a isso, antes da obtenção em si da formulação para realização da quantificação das incertezas, uma etapa de significativa importância, que é o enfoque deste trabalho em si, refere-se à seleção das variáveis mais influentes dentro do problema. O desenvolvimento inicial de um metamodelo muitas vezes ocorre a partir da consideração de um comportamento linear para obtenção da variável resposta. Devido a isso, e à limitação de sua formulação, alguns casos resultam em respostas com uma grande dispersão entre o valor do cálculo e aquele obtido nos casos reais. Buscando melhorar a qualidade da resposta, mas sem desperdiçar tempo na verificação das variáveis dentro do metamodelo, a análise de sensibilidade entra como uma importante etapa. A partir desta, busca-se verificar quais variáveis de entrada são de fato relevantes e, com sua seleção, construir o aprimoramento do comportamento do metamodelo. Tal procedimento não colabora apenas na construção das superfícies de resposta com melhorias na obtenção da quantificação de incertezas, mas também serve como selecionador dos problemas reais, de modo a, em casos em que devem ser realizados estudos diretamente nas variáveis de entrada, saber selecionar quais de fato merecem melhor acompanhamento, visto que estes se apresentam com resultados mais importantes dentro da variável resposta de interesse. Em função da busca pela qualidade da construção de uma análise de sensibilidade, este trabalho é focado unicamente na seleção das variáveis mais influentes, obtidas a partir da construção de metamodelos lineares durante o processo de seleção. A construção do metamodelo a partir das variáveis

explicativas dominantes é apresentado no final das análises, mas de forma simplificada, sem realização da etapa de quantificação de incertezas.

3.2 Análise de sensibilidade

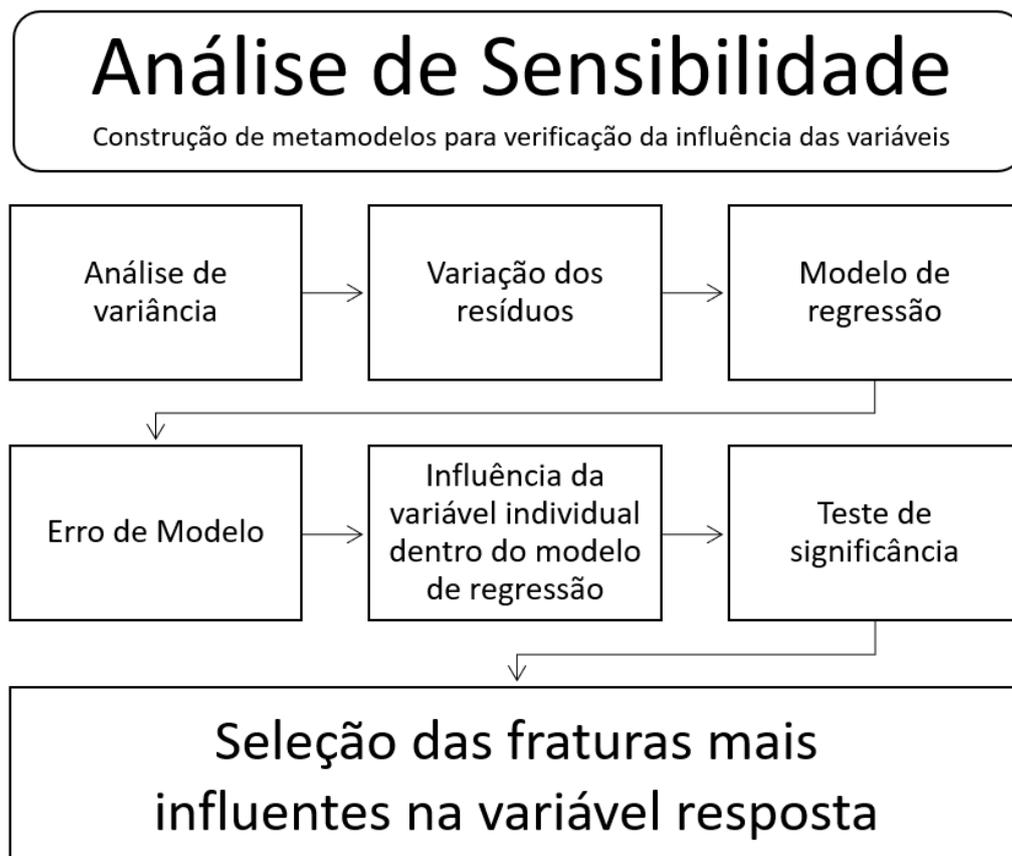
A análise de sensibilidade pode ser definida como uma ferramenta capaz de determinar qual a contribuição de cada variável de entrada do problema na obtenção da variável de resposta (Helton *et al.*, 2006). Esta análise entra como um procedimento adequado para a seleção das variáveis mais influentes dentro do problema, sendo de grande auxílio para redução do custo computacional envolvido na quantificação de incertezas. Com o objetivo de reduzir as variáveis explicativas do problema, ou seja, aquelas cujo parâmetro é considerado incerto e com possibilidade de assumir diferentes valores, a seleção permite a construção de modelos de superfície de resposta com uma menor quantidade de variáveis explicativas e, portanto, uma geração mais fácil e mais rápida dos modelos para quantificação de incertezas.

A realização de uma análise de sensibilidade tem como principal base a construção de um planejamento de experimentos aplicado nas variáveis de entrada do problema. O planejamento estatístico se apresenta como uma grande ferramenta no desenvolvimento de processos na engenharia (MONTGOMERY, 2012), sendo uma técnica adotada para maximização das informações obtidas com o menor número possível de experimentos (DAMSLETH, 1992).

A realização adequada de um planejamento de experimentos nos dados a serem analisados se caracteriza como a principal atividade estatística sobre o problema. Inclusive, considera esta técnica mais importante até que os próprios cálculos estatísticos realizados em cima dos dados (NETO *et al.*, 1996). Tal planejamento é amplamente utilizado em casos de flutuações incontroláveis, quando comparados com os efeitos que se desejam investigar. O planejamento de experimentos vem sendo adotado no estudo de reservatórios, buscando economia nas simulações computacionais (VENKATARAMAN, 2000).

O planejamento de experimentos se baseia na identificação de critérios, já anteriormente estabelecidos pelo experimentador. Na sequência, são realizadas variações dos níveis aplicados às variáveis explicativas, ditas independentes, de forma conjunta, o que permite a verificação dos valores obtidos na variável resposta e quão afetada esta foi diante da variação das variáveis explicativas (ASSIS, 2019). A Figura 2 traz uma apresentação resumida das etapas necessárias para construção dos resultados.

Figura 2 – Fluxograma da análise de sensibilidade.



Fonte: desenvolvido pela autora.

O planejamento de experimentos é definido de forma diferenciada dos casos usuais quando aplicado no estudo de reservatórios, pois neste caso os experimentos ocorrem através de simulação numérica (DEJEAN e BLANC, 1999). Portanto, quando realizado um experimento considerando a avaliação das variáveis a partir da alteração percentual dessas variáveis e sua influência na resposta, a verificação é feita uma única vez, pois independentemente da quantidade de repetições realizadas no experimento, se for utilizado os mesmos dados numéricos nas variáveis, a resposta será sempre a mesma. No caso da

aplicação da análise de sensibilidade a partir de simulações computacionais, seu principal objetivo é quantificar, através da verificação das variações nos parâmetros de saída, a influência referente a cada dado de entrada do modelo (TOUZANI & BUSBY, 2012).

3.2.1 Premissas do modelo desenvolvido

Aplicação da análise de sensibilidade ocorre em problemas de reservatórios de petróleo. Considera-se a análise do fluxo do meio poroso fraturado, sendo as variáveis explicativas as aberturas de fraturas, presentes no domínio da rocha, e a variável resposta, a permeabilidade equivalente do meio rochoso fraturado.

Os próximos tópicos descritos a seguir servem para apresentar a formulação desenvolvida do planejamento de experimentos para construção da análise de sensibilidade e da seleção das variáveis mais influentes.

3.3 Planejamento de experimentos

O planejamento de experimentos é adotado como uma ferramenta útil na definição de conjuntos de testes para identificar de forma adequada as variáveis, também chamadas de fatores, mais influentes sobre a variável resposta (MONTGOMERY, 2012). Diferentes planejamentos foram construídos ao longo dos anos, com o principal objetivo sendo a otimização do sistema, aplicados na maximização ou minimização do tipo de resposta (NETO *et al.*, 1996).

A seguir, são descritos alguns dos principais planejamentos consultados nesta pesquisa para a formulação do modelo proposto. O estudo se baseia nas etapas até a construção do planejamento adotado por Assis *et al.* (2019), considerado no presente trabalho.

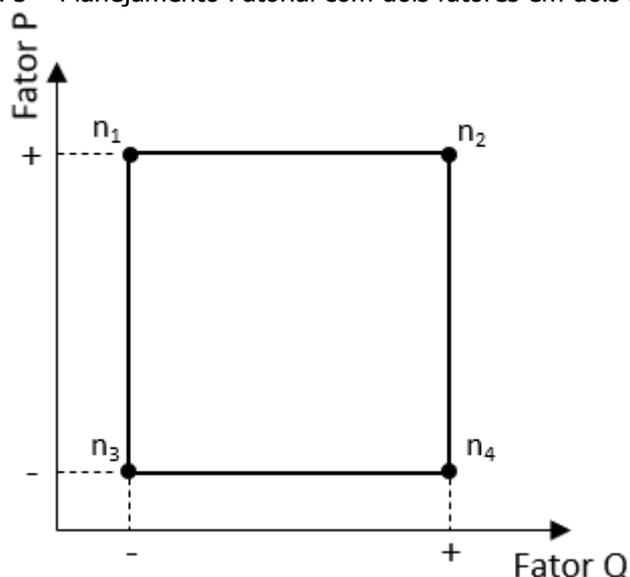
3.3.1 Fatorial 2^k

O planejamento fatorial completo, como aponta Montgomery (2012), se baseia na investigação de cada possibilidade de variação dos fatores que descrevem o problema. O efeito ocasionado por cada fator é definido pela mudança produzida na resposta de interesse.

Um dos planejamentos mais adotados neste caso é constituído pelo Planejamento Fatorial Completo 2^k , onde os k fatores são avaliados em apenas dois níveis. Seu nome se deve ao fato de que as réplicas deste planejamento necessitam de uma quantidade de observações iguais a 2^k .

Como exemplo, considere o caso em que há a análise de apenas dois fatores, P e Q, avaliados em dois níveis, chamados "nível inferior" (representado pelo sinal -) e "nível superior" (representado pelo sinal +), como mostra a Figura 3.

Figura 3 – Planejamento Fatorial com dois fatores em dois níveis.



Fonte: elaborado pela autora.

Para este caso, com apenas dois fatores, é realizado quatro análises da variação dos resultados. Os valores obtidos acerca dos efeitos principais entre P, Q e a interação entre estes é obtida a partir de cálculos médios dos resultados de n_1 a n_4 e dos valores de ganho ou perda da variável resposta, quando comparados aos valores originalmente obtidos para esta variável. Quando se considera 3 fatores, a quantidade de planejamentos sobe para oito.

Então, em casos com grande quantidade de variáveis de entrada, o procedimento se torna extremamente oneroso, mesmo quando aplicado via simulações numéricas, pois há inviabilidade no tempo computacional.

Devido a isso, houve a necessidade de construção de novos planejamentos, cujo maior objetivo é a redução do número de corridas para obtenção das variáveis que são de fato mais importantes.

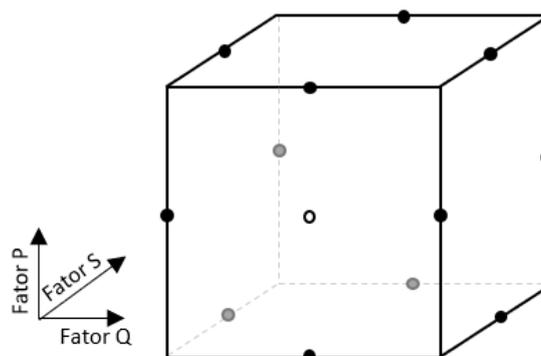
O modelo adotado baseia-se no planejamento Box-Behnken. Mas diversos outros planejamentos foram construídos na literatura buscando a redução do tempo gasto de análise, como o planejamento fatorial fracionário (FINNEY, 1945) e o planejamento de Plackett e Burman (PLACKETT e BURMAN, 1946).

3.3.2 Planejamento de Box-Behnken

O planejamento de Box-Behnken (BOX e BEHNKEN, 1960) é um planejamento fatorial incompleto, composto por três níveis, cujo principal objetivo é a estimativa dos coeficientes para construção de um polinômio. Trata-se da construção do planejamento fatorial completo 2^k , a partir da realização de blocos incompletos (MONTGOMERY, 2012). Utilizando pontos médios das arestas e o centro do hiperespaço sua matriz de planejamento apresenta um caráter esférico entre os fatores experimentais (AVANSI, 2008).

Denominando os três níveis como inferior (-1), central (0) e superior (+1), a Figura 4 apresenta um planejamento com três fatores e três níveis.

Figura 4 – Planejamento Box-Behnken com três fatores.



Fonte: elaborado pela autora.

Como é possível observar, não há pontos nos vértices da região cúbica. Tal ocorrência é útil quando o planejamento apresenta vértices com respostas inviáveis de serem obtidas.

3.3.3 Planejamento de Box-Behnken adaptado

O planejamento apresentado por Assis *et al.* (2019) baseia-se na avaliação de sensibilidade dos parâmetros a partir de um modelo semelhante ao desenvolvido por Box-Behnken. Os casos analisados possuem elevada quantidade de variáveis de entrada e, por consequência, de simulações. Deste modo, há necessidade de adaptações do modelo original, para otimizar a obtenção das respostas em um menor espaço de tempo.

O planejamento Box-Behnken adaptado é constituído pela junção dos conceitos de combinação simples e planejamento fatorial completo. Para seu procedimento, considera a realização de três etapas.

1ª etapa – Geração das combinações: obtenção de todas as possíveis combinações entre os κ fatores para um determinado conjunto composto por n fatores. A quantidade de corridas/combinções resultantes é igual a:

$$C(n, \kappa) = \frac{n!}{\kappa! (n - \kappa)!} \quad (1)$$

2ª etapa – Planejamento Fatorial Completo 2^κ : aplicação deste planejamento aos fatores κ de cada combinação, obtidos na etapa anterior. O número total de corridas N desta etapa resulta em:

$$N = C(n, k) \times 2^\kappa \quad (2)$$

3ª etapa – Matriz de Planejamento: construção da matriz de planejamento a partir dos resultados obtidos nas etapas anteriores.

O modelo desenvolvido por Assis *et al.* (2019) tem como grande vantagem a construção gradativa dos planejamentos, podendo os incrementos de k serem realizados a partir de $k = 1$. Assim, a quantidade de k fatores envolvidos é arbitrária e depende, na maior parte dos casos, dos próprios resultados obtidos na análise. Enfatiza-se que, quanto maior a quantidade de incrementos de k adotados, maior a quantidade de simulações computacionais e, conseqüentemente, do tempo computacional para obtenção da resposta. Deste modo, é recomendado o início de todos os planejamentos com $k = 1$ e, quando este se apresenta inadequado, adota-se o planejamento com $k = 2$, e assim por diante.

As análises são tratadas como adequadas e o número de incrementos suficiente quando o modelo de regressão obtido se mostra apropriado. Isto ocorre através da obtenção de erros mínimos na variável resposta. Ou seja, o modelo apresenta desempenho condizente com as respostas "reais" obtidas na simulação.

3.4 Geração de metamodelos via Método dos Mínimos Quadrados

O metamodelo é um modelo simplificado construído a partir de um conjunto de dados experimentais. Sua construção ocorre através da aplicação do Método dos Mínimos Quadrados (MMQ). Após sua geração, o metamodelo deve ser capaz de explicar as respostas de interesse. De forma simplificada, os valores finais devem condizer com os valores reais a serem obtidos, a partir de variações nos valores das variáveis de entrada. Deste modo, considera-se que esta técnica é uma aproximação matemática, que estabelece uma relação entre a entrada e a saída do procedimento, de forma rápida, com uso de métodos de regressão estatística (TOUZANI e BUSBY, 2012). Esta técnica, além de adequada para construção de superfícies de resposta (ASSIS, 2019), também pode ser útil nas análises de tomada de decisão (NETO, 1996).

Segundo Montgomery (2002), um metamodelo de regressão linear é definido a partir da variável de resposta y e das variáveis de entrada

pertencentes ao modelo de regressão, a partir da relação apresentada na equação (3).

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_i x_i + \varepsilon \quad (3)$$

Os parâmetros β_i com $i = 0, 1, 2, \dots, m$, são conhecidos como coeficientes do modelo de regressão, cujos valores são as incógnitas a se determinar via MMQ e ε equivale ao erro aleatório do metamodelo.

Este modelo linear é o mais simples a ser obtido no processo de regressão, podendo o mesmo ser apresentado em sua forma matricial como:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (4)$$

onde \mathbf{X} é a matriz de planejamento, $\boldsymbol{\varepsilon}$ o vetor de erros aleatórios e $\boldsymbol{\beta}$ e \mathbf{y} são as mesmas variáveis da equação anterior, mas agora em forma vetorial.

Outros modelos de regressão podem ser construídos, através de inclusão de interações entre os termos da equação, ou de termos quadráticos, de modo a melhorar as respostas. As equações abaixo apresentam as três diferentes possibilidades, considerando um exemplo com apenas duas variáveis de entrada na obtenção da variável resposta y , sendo a equação (5) o metamodelo linear com termos de interação, a equação (6), o metamodelo quadrático, e a equação (7) o metamodelo quadrático com cruzamento simples entre os termos.

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_1 x_2 + \varepsilon \quad (5)$$

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_1^2 + \beta_4 x_2^2 + \varepsilon \quad (6)$$

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_1^2 + \beta_4 x_2^2 + \beta_5 x_1 x_2 + \varepsilon \quad (7)$$

Os coeficientes β_i são obtidos pelo sistema de equações algébricas da equação (8):

$$\hat{y} = X\hat{\beta} \quad (8)$$

Neste caso, a variável resposta \hat{y} é um valor estimado do modelo de regressão e $\hat{\beta}$, um vetor com os coeficientes da função de aproximação, da forma polinomial.

O objetivo do MMQ é encontrar o vetor estimador que minimiza L (Assis, 2019), sendo L igual a:

$$\begin{aligned} L &= \sum_{i=1}^N \varepsilon_i^2 = \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\varepsilon} = (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})^T (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) \\ &= \mathbf{y}^T \mathbf{y} - \mathbf{y}^T \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{X}^T \mathbf{y} + \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{X}^T \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} \\ &= \mathbf{y}^T \mathbf{y} - 2\boldsymbol{\beta}^T \mathbf{X}^T \mathbf{y} + \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{X}^T \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} \end{aligned} \quad (9)$$

Considera-se que o estimador deve satisfazer a equação:

$$\left. \frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{\beta}} \right|_{\hat{\boldsymbol{\beta}}} = -2\mathbf{X}^T \mathbf{y} + 2\mathbf{X}^T \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} = 0 \quad (10)$$

Através da realização da simplificação da equação (10), tem-se que, para obtenção do coeficiente estimador $\hat{\boldsymbol{\beta}}$, deve ser realizado o cálculo:

$$\begin{aligned} (\mathbf{X}^T \mathbf{X})\hat{\boldsymbol{\beta}} &= \mathbf{X}^T \mathbf{y} \\ &\downarrow \\ \hat{\boldsymbol{\beta}} &= (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y} \end{aligned} \quad (11)$$

Assim, é possível a obtenção do valor dos estimadores.

O valor da diferença entre o valor da variável resposta y_i , obtido no experimento (que, para este estudo, é obtido em simulador), é comparado com o valor obtido pela resposta do modelo de regressão \hat{y}_i , o que resulta no valor residual ε_i :

$$\varepsilon_i = y_i - \hat{y}_i \quad (12)$$

O erro aleatório corresponde, portanto, a somatória de todos os erros obtidos.

Após a construção do modelo de regressão, realizam-se testes estatísticos para verificar a adequação desse modelo de regressão obtido. Em conjunto, também são calculados os coeficientes de determinação das análises de sensibilidade e seleção das variáveis mais influentes da resposta.

3.5 Testes estatísticos de adequabilidade

A construção de testes estatísticos se baseia na indicação, de forma numérica, do quão adequado é o modelo de regressão. Se os resultados possuem erros elevados e problemas na comparação entre os valores reais e os obtidos na superfície de resposta, surge a necessidade de realizar melhorias no modelo, visto que este se mostra incapaz de facilitar a quantificação de incertezas, a partir da análise de sensibilidade. As seções do texto abaixo são construídas considerando: neste tópico, apresenta-se o cálculo para verificação da adequabilidade do modelo de fato, pela análise de variância; no seguinte, a construção de uma análise de sensibilidade que, a partir da verificação do modelo de regressão linear, obtém quanto cada variável de entrada interfere na variável resposta; e, por último, através de novos testes estatísticos voltados para a análise de sensibilidade, encontra-se quais variáveis são de fato influentes na resposta final.

A seleção das variáveis determinísticas no modelo de regressão ocorre com o objetivo de construir um metamodelo mais complexo, mas com menos variáveis na formulação. Deste modo, a quantificação de incertezas, caso seja realizada, ocorre com menor número de simulações para seu desenvolvimento, resultando em redução do custo de processamento computacional.

3.5.1 Análise de variância

Análise de variância tem seu nome originado na ideia de particionamento da variabilidade total, através da construção de partes do componente (MONTGOMERY, 2012).

Uma de suas análises é a Soma de Quadrados Total (SQT). Esta, através da variação do modelo de regressão, realiza a decomposição da variabilidade da regressão linear múltipla e da variabilidade do erro.

$$SQT = \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2 \quad (13)$$

onde y_i é o valor de cada variável resposta obtida nas corridas experimentais, enquanto \bar{y} corresponde ao valor médio obtido pelo vetor de respostas.

A Soma do Quadrado dos Erros (SQE) é calculada através da consideração das propriedades dos estimadores $\hat{\beta}$, sendo igual a:

$$SQE = \mathbf{y}^T \mathbf{y} - \hat{\beta} \mathbf{X}^T \mathbf{y} \quad (14)$$

Já a equação fundamental da análise de variância, denominada também como ANOVA (*analysis of variance*), compreende a consideração das duas somas de quadrados acima, junto com a Soma de Quadrados do Modelo de Regressão (SQR), através da equação (15).

$$SQT = SQR + SQE \quad (15)$$

Essas somas permitem a construção da tabela ANOVA para os modelos de regressão linear, com n variáveis independentes. Esta também considera os quadrados médios do modelo de regressão (QMR) e dos erros (QME), cuja formulação é apontada nas equações (16) e (17), respectivamente.

$$QMR = \frac{SQR}{n} \quad (16)$$

$$QME = \frac{SQE}{N - n - 1} \quad (17)$$

A tabela ANOVA é demonstrada na Tabela 1. É através de seus cálculos numéricos que é possível a realização de testes de hipótese para verificar a associações estatística de dados de saída e seus dados de entrada (KRISHNAIAH, 1981). Por meio desta tabela verifica-se se a média dos resultados nos grupos estudados são normalmente distribuído com os mesmos valores de variância (NETER *et al.*, 1996)

Tabela 1 – Tabela ANOVA

	Soma dos Quadrados	Graus de Liberdade	Quadrado Médio
Modelo de Regressão	SQR	n	QMR
Erro	SQE	$N - n - 1$	QME
Total	SQT	$N - 1$	-

Fonte: adaptado de Montgomery (2012).

3.5.2 Raiz quadrada do erro médio quadrático

Outra medida de adequabilidade adotada no modelo de regressão é a raiz quadrada do erro médio quadrático (RMSE). Sua função é avaliar a variação dos valores de resíduos. Baseada no cálculo da distância entre os valores estimados e os valores da resposta de referência. Assim, quanto menor seu valor, menor a distância entre esses valores e, por consequência, mais ajustado se encontra o modelo de regressão.

$$RMSE = \sqrt{\left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2 \right]} \quad (18)$$

Portanto, o principal objetivo do RMSE é que seu resultado seja composto pelo menor valor possível.

3.6 Coeficientes de determinação

Representado por R^2 , corresponde ao quão próximo o modelo de regressão se encontra das respostas reais do sistema. Seu valor varia de 0 a 1. Quando este é igual 0, então a superfície de resposta em nada corresponde à realidade, pois a representação do experimento está totalmente inadequada. No caso de valor igual a 1, o extremo oposto ocorre, resultando em capacidade numérica de representar todos os valores reais obtidos no experimento. Seu cálculo é realizado segundo a equação (19).

$$R^2 = \frac{SQR}{SQT} = 1 - \frac{SQE}{SQT} \quad (19)$$

Enfatiza-se que, quando se diz capaz de representar, não necessariamente é todo e qualquer valor adotado nas variáveis, mas sim se todos os valores adotados no experimento foram capazes de ser representados pelo modelo. Deste modo, quanto maior a quantidade de incrementos realizados em R^2 , maior tende a ser seu valor, independente da variável acrescida ser significativa ou não (MONTGOMERY, 2012). É por isso que, ao avaliar R^2 , é necessário realizar um ajuste no cálculo, a partir da construção do coeficiente de determinação ajustado, R_{adj}^2 (equação (20)), que considera os graus de liberdade do experimento (ASSIS, 2019).

$$R_{adj}^2 = 1 - \left(\frac{N-1}{N-n} \right) (1 - R^2) \quad (20)$$

O ajuste se apresenta como um melhor componente na verificação da adequação do modelo de regressão, pois nem sempre o acréscimo de variáveis no sistema resulta em aumento do R_{adj}^2 . Inclusive, em valor que o termo é determinado como desnecessário, R_{adj}^2 pode sofrer uma redução em seu valor final.

A partir dessas considerações, realiza-se uma análise de sensibilidade mais aprofundada, onde é possível avaliar a influência de cada uma das variáveis de entrada dentro do modelo de regressão. Tal formulação é feita com base no exposto por Helton *et al.* (2006) e Helton *et al.* (2007). Segundo eles, as análises de sensibilidade podem ser realizadas com base nos modelos de regressão lineares simples, com consideração do envolvimento de apenas um único fator no modelo.

$$\begin{Bmatrix} \hat{y}_1 \\ \dots \\ \hat{y}_N \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1^{(j)} \\ 1 & \dots \\ 1 & x_N^{(j)} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \hat{\beta}_0^{(j)} \\ \hat{\beta}_1^{(j)} \end{Bmatrix} \quad (21)$$

onde j corresponde à variável de interesse, com a qual é desejado saber a influência desta sobre a variação da variável resposta.

Portanto, R_j^2 equivale ao coeficiente de determinação individual que mostra quão influente o fator j é dentro da variabilidade da variável resposta, segundo o modelo de regressão linear simples (ASSIS, 2019). Deste modo, a somatória do valor de influência de cada variável deve resultar no próprio coeficiente de determinação R^2 .

Por último, realiza-se o cálculo do erro de modelo (E_m), que ocorre a partir da avaliação dos resultados reais obtidos no simulador, comparados com os valores resultantes da variável resposta do metamodelo.

$$E_m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{y_i}{\hat{y}_i} \right) \quad (22)$$

A variável avalia o comportamento do modelo construído, indicando se este é adequado a ser utilizado na prática (SANTOS, 2012). Seu valor varia de 0 a 1, onde 0 representa uma correspondência inexistente entre o valor teórico e prático e, portanto, têm-se que $E_m = 1$ é o valor ideal desejado, mas raramente sendo este o obtido (OLIVEIRA, 2008). Junto ao cálculo dessa variável, cuja média é conhecida como fator de tendenciosidade do modelo (BOLANDIM, 2011), outro valor que deve ser avaliado é o coeficiente de variação do erro de modelo (COV_{Em} – Eq. 23), representativo do erro aleatório apontado no modelo construído (LIBERATI *et al.*, 2017). Quanto mais próximo de 0% estiver o valor de COV_{Em} , mais ajustado está o metamodelo (ASSIS, 2019).

$$COV_{Em} = \frac{\sigma_{Em}}{E_m} \times 100 \quad (23)$$

onde σ_{Em} corresponde ao desvio padrão do erro de modelo.

3.7 Testes de hipótese

Na construção de modelos de regressão linear, a aplicação de testes estatísticos de hipótese contribui na medida de adequabilidade do modelo (MONTGOMERY, 2012). Esses testes avaliam as evidências fornecidas nos experimentos, a respeito de uma afirmativa inicial considerada para ele (ASSIS, 2019). O teste geralmente é construído a partir da existência de duas hipóteses: a hipótese nula (H_0) e a hipótese alternativa (H_1). Tendo a necessidade de elaboração cuidadosa das opções (MOORE *et al.*, 2013), o principal objetivo da construção do teste de hipótese é verificar, através de avaliação estatística, se a hipótese H_0 pode ou não ser aceita (BUSSAB & MORETTIN, 2010).

Este trabalho faz uso de dois diferentes testes estatísticos para verificação das hipóteses de análise. O primeiro, chamado de teste F, se baseia na validação da superfície de resposta modelada a partir do MMQ. Enquanto o segundo teste, de nome t-Student, é realizado apenas em seguida, com o objetivo de verificação da influência das variáveis explicativas presentes no modelo, de forma individual, em cima da variável resposta.

3.7.1 Teste F (Fisher-Snedecor)

O teste F é um teste elaborado para verificar a existência de relação linear entre a variável resposta e o subconjunto das variáveis explicativas, utilizadas no modelo de regressão (MONTGOMERY, 2012). Este teste é o primeiro passo na avaliação da análise de sensibilidade, verificando a importância das variáveis de regressão dentro da obtenção da variável resposta. A hipótese inicial do teste é definida como:

$$\begin{cases} H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_N = 0 \\ H_1: \beta_j \neq 0, \quad \text{com } j = 1, \dots, N \end{cases} \quad (24)$$

Ou seja, neste caso, examinam-se todas as variáveis utilizadas na construção do metamodelo, a partir do coeficiente do modelo de regressão, visto que este atua como um estimador da influência da variável e suas variações dentro da obtenção da variável resposta.

Nesta hipótese, a rejeição de H_0 induz à conclusão de que, ao menos dentre todas as variáveis presentes no modelo, há pelo menos uma que contribui significativamente.

O procedimento para o teste de H_0 , neste caso, vem da seguinte avaliação, composta a partir do Teorema de Forma Quadrática (MONTGOMERY, 2012):

$$F_0 = \frac{QMR}{QME} \sim F_{(N; N-n-1)} \quad (25)$$

Se F_0 for superior ao valor de $F_{(N;N-n-1)}$, então pode-se rejeitar H_0 , indicando a importância de pelo menos uma variável dentro do modelo. Tal construção envolve particionamento da análise de variância (MONTGOMERY, 2012), o que justifica a presença de QMR e QME na formulação. A rejeição de H_0 também é avaliada pela verificação do *valor P*, correspondente à probabilidade do quão forte é a evidência oposta à hipótese nula (ASSIS, 2019). A avaliação ocorre como:

$$\text{valor } P = P[F_{(N;N-n-1)} > F_0] < \alpha \quad (26)$$

onde α refere-se ao nível de significância estipulado pelo investigador. A força da evidência que se opõe à hipótese nula é cada vez maior quanto cada vez menor for o valor P.

Após a realização da análise considerando todas as variáveis presentes no modelo, segue-se para o teste t-student para a verificação individual das variáveis.

3.7.2 Teste t-student

O teste t-student é construído para verificação da influência individual das variáveis explicativas dentro do modelo de regressão. Este teste serve para identificação, não apenas da eficácia do modelo, mas também para incluir ou excluir variáveis explicativas a partir do coeficiente de regressão de cada variável.

O teste de significância individual deste caso é construído a partir das hipóteses:

$$\begin{cases} H_0: \beta_j = 0 \\ H_1: \beta_j \neq 0 \end{cases}, \quad \text{com } j = 0, 1, \dots, N \quad (27)$$

Neste caso, diferente da equação (24), a verificação da hipótese nula é realizada a partir de cada um dos coeficientes β_j das variáveis explicativas x_j . Não mais se considera todos os coeficientes presentes no modelo. Incluir fatores dentro do modelo de regressão colabora na redução do SQE. Porém, \hat{y} também sofre uma maior variação, o que explica a necessidade de construção desse segundo teste para verificação individual dos fatores de influência na resposta desejada (ASSIS, 2019).

Rejeitar H_0 neste teste significa que a variável x_j apresenta importância dentro da determinação da variável resposta, não podendo ser excluída na construção do modelo de regressão. Neste caso, a rejeição de H_0 pelo *valor P* é obtida pelo cálculo:

$$\text{valor } P = 2 \times P[t_{(N-n-1)} > |t_0|] < \alpha \quad (28)$$

O teste t-student baseia-se na ocorrência de $|t_0| > t_{(N-n-1)}$ para rejeição da hipótese nula. O cálculo de t_0 é realizado como:

$$t_0 = \frac{\hat{\beta}_j}{\sqrt{QME \times C_{jj}}} \quad (29)$$

onde C_{jj} é o j-ésimo elemento da diagonal da matriz $C = (X^T X)^{-1}$

Os tópicos acima podem ser adotados para análise de sensibilidade considerando diferentes variáveis a serem tratadas como dados de entrada e dados de saída de interesse. Por sua vez, os tópicos seguintes acerca da metodologia utilizada na análise de sensibilidade serão diretamente relacionados a construção dos modelos computacionais e cálculos numéricos utilizados para a seleção de fraturas naturais mais influentes dentro de modelos de simulação de reservatórios naturalmente fraturados.

3.8 Implementação computacional 2D e 3D

3.8.1 Equações governantes

Considerando o fluido dentro dos meios porosos contínuos, este método utiliza a lei de Darcy no cálculo do vetor de velocidade, cuja formulação é dada por:

$$\mathbf{q} = -\frac{\mathbf{k}}{\mu}(\nabla p - \rho \mathbf{g}) \quad (30)$$

onde \mathbf{q} é o vetor de vazão do fluido, \mathbf{k} é o tensor de permeabilidade intrínseca do meio poroso, μ é a viscosidade dinâmica do fluido, ∇p é o gradiente de pressão, ρ é a massa específica do fluido e \mathbf{g} é o vetor de aceleração da gravidade. Em casos em que é possível realizar simplificações nos cálculos, a aceleração da gravidade é ignorada, de modo que $\rho \mathbf{g}$ é excluído da equação final.

O tensor de permeabilidade intrínseca \mathbf{k} se diferencia para o domínio 2D e 3D, sendo estes, respectivamente, abaixo apresentados, considerando a correspondência de eixos como sendo 1 e 2 para os estudos bidimensionais e 1, 2 e 3 nos modelos tridimensionais, cujos valores estão associados ao sistema de coordenadas, aqui especificado como 1-2 e 1-2-3. Por exemplo, 1, 2 e 3 podem ser analogamente comparados a x, y e z, respectivamente, no caso de células regulares.

$$k_{2D} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$k_{3D} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \quad (32)$$

Para os estudos realizados nesse trabalho e por questões de simplicidade, considerou-se que as componentes de permeabilidade intrínseca

fora da diagonal principal nas Equações (31) e (32) são nulas, isto é, $k_{12} = k_{13} = k_{21} = k_{23} = k_{31} = k_{32} = 0$.

A forma forte do transporte dos fluidos em meio poroso é construída considerando a equação de balanço de massa de fluido em conjunto às condições de contorno, como abaixo apresentado:

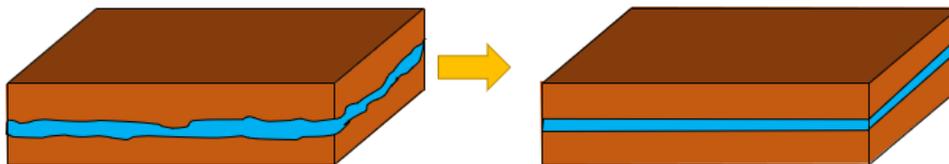
$$\begin{cases} \frac{1}{M} \dot{p} + \nabla \cdot \mathbf{q} = 0 & \text{em } \Omega \quad (\text{Equação do balanço de massa}) \\ p = \bar{p} & \text{em } \Gamma_p \quad (\text{Condição de contorno essencial}) \\ \mathbf{q} \cdot \mathbf{n} = \bar{q} & \text{em } \Gamma_q \quad (\text{Condição de contorno natural}) \end{cases} \quad (33)$$

onde M é o módulo de Biot, cujo valor depende diretamente da compressibilidade dos sólidos e da água, \dot{p} é a derivada temporal de pressão, \bar{p} é a pressão prescrita no contorno Γ_p e \bar{q} é o fluxo prescrito em Γ_q ; \mathbf{n} é o vetor normal à superfície, no contorno de Γ_q .

3.8.1.1 Modelo de placas paralelas

Tanto nos casos 2D, como nos 3D, assume-se as fraturas como abertas e ausentes de material de preenchimento (PAITAN, 2013), através da adoção do modelo de placas paralelas (Figura 5), que considera a fratura formada por duas placas planas e lisas, cuja distância entre elas apresenta valor constante (SNOW, 1965).

Figura 5 - Desenvolvimento do modelo de placa paralelas.
Fratura natural Placas paralelas



Fonte: elaborado pela autora.

Assim, o fluxo do fluido nas fraturas pode de ser representado pela lei cúbica (SNOW, 1965). Para este caso em questão, o valor de permeabilidade da fratura pode ser calculado como:

$$k_f = \frac{w^2}{12\xi} \quad (34)$$

onde w representa o valor de abertura da fratura e ξ representa os desvios associadas às irregularidades das superfícies reais das fraturas, mas aqui assumido como $\xi=1$.

A Equação (34) é de onde se baseia todo o esquema de fluxo do fluido. A abertura, única variável estudada neste caso, é necessária para representar a permeabilidade na fratura. Além disso, em função das equações desse modelo, é possível a verificação da influência do valor de abertura na fratura e, por consequência, verificar sua importância dentro de toda a resposta global do sistema, incluindo o cálculo da permeabilidade equivalente, que corresponde a variável resposta do problema.

As duas técnicas utilizadas nesse trabalho, as quais estão descritas nas Seções 3.8.2 e 3.8.3., são aplicadas no pré-processamento. Ambas as técnicas podem ser utilizadas nos casos 2D e 3D, mas no caso de simulações de células com elevada quantidade de fraturas, a técnica que utiliza elementos de interface com elevada razão de aspecto se torna muito onerosa, tornando inviável sua utilização. A aplicação da técnica de elevada razão de aspecto nos casos bidimensionais, ao invés da utilização da técnica de elementos finitos de acoplamento, se deve à facilidade de utilização desta em qualquer programa computacional capaz de trabalhar com elementos finitos, sem a necessidade de maiores implementações no código computacional. No caso dos elementos de interface, não se faz necessário alterações na programação para a geração de malha, sendo utilizado apenas uma mínima alteração no modelo constitutivo para se considerar a regularização dos elementos de elevada razão de aspecto com altura h fixa. Já para a aplicação da técnica de elementos de acoplamento, é necessária implementação desses novos elementos, o que constitui uma atividade mais trabalhosa.

3.8.1.2 Cálculo da permeabilidade equivalente

Após o desenvolvimento dos modelos de fraturas discretas, capazes de simular o comportamento da célula de rocha-reservatório, são aplicados os modelos computacionais utilizados na construção dos metamodelos. Neste caso, considera as variáveis de entrada sendo os valores de abertura das fraturas. Sendo tratadas como propriedade inicial do material, os valores originais estipulados destas já são previamente conhecidos. A variável resposta, por sua vez, definida aqui como a permeabilidade equivalente da célula, é obtida através do simulador computacional. Apesar de este ser o valor de interesse, a permeabilidade equivalente não corresponde diretamente à incógnita do problema. Os dados numéricos a serem obtidos através do desenvolvimento do modelo computacional são aqueles pertencentes ao vetor de pressões nodais. O valor da permeabilidade equivalente (k_{eq}) para os casos estudados, refere-se a um cálculo utilizado para representação da permeabilidade de meios porosos que, devido à presença de fraturas, exibem comportamento hidráulico heterogêneo, mas são tratados estatisticamente como homogêneos na avaliação em grande escala (RENARD, 1997). O cálculo de k_{eq} , obtido em m^2 , relacionado à Eq. (30) da lei de Darcy, é computacionalmente calculado como (MANZOLI *et al.*, 2021):

$$k_{eq} = \sum_{i=1}^{nn} q_i \frac{\mu L}{A(p_1 - p_2)} \quad (35)$$

onde q_i é a taxa de fluxo em m^3/s medida em todos os nós (tomado por nn) em uma das faces onde a pressão é prescrita, A é a área dessa mesma face, em m^2 , L é a distância em metros das faces opostas e paralelas em que estão prescritas as pressões p_1 e p_2 , em N/m^2 . Neste caso, a viscosidade μ é calculada em $N \cdot s/m^2$.

3.8.2 Elemento de interface com elevada razão de aspecto

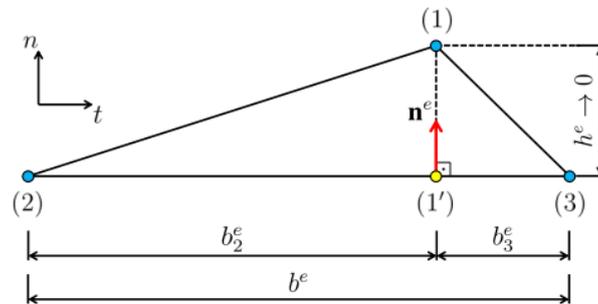
A modelagem computacional de reservatórios naturalmente fraturados foi realizada toda com base no Método dos Elementos Finitos (MEF). As técnicas para obtenção dos valores de permeabilidade equivalente, considerando a presença de fraturas naturais no meio poroso, foram desenvolvidas pelo Grupo de Modelagem Computacional em Mecânica dos Sólidos (GMCMS), grupo de pesquisa iniciado na Unesp de Bauru. As técnicas utilizadas na modelagem de células de reservatório bidimensionais e tridimensionais foram implementadas em códigos de análise de MEF, tendo como principal objetivo o estudo do comportamento hidráulico em rocha-reservatórios.

A existência de rede de fraturas naturais em rochas-reservatórios é um fator importante a ser considerado no meio poroso, pois sua presença tem influência significativa no caminho de fluxo do fluido (TIAB e DONALDSON, 2015). Existem diversos modelos numéricos desenvolvidos para representar fraturas naturais no meio poroso (FANG *et al.*, 2017). Um dos modelos que apresenta maior capacidade de representação explícita de fraturas em meios porosos é conhecido como Modelo de Fratura Discreta (*Discrete Fracture Models* – DFM) (KOOHBOR *et al.*, 2020). Tal modelo é muito utilizado para representação de redes de fraturas discretas e pode ser classificado a partir de dois diferentes tipos: (i) os elementos da matriz porosa estão alinhados com a superfície da fratura, de modo a coincidir os nós da fratura e do meio poroso (HUANG *et al.*, 2016); (ii) a malha da matriz porosa e da fratura são geradas de forma independente (YAN *et al.*, 2016).

Neste trabalho, as seções bidimensionais das células de reservatório aqui apresentadas foram desenvolvidas a partir da inclusão de elementos finitos com elevada razão de aspecto na malha de elementos finitos regulares (SANCHEZ *et al.*, 2014; MANZOLI *et al.*, 2016). Estes elementos, originalmente aplicados por Manzoli *et al.* (2012) para estudo de vigas de concreto armado, foram posteriormente aprimorados para estudos de fraturamento hidráulico em meios porosos deformáveis (MANZOLI *et al.*, 2019, CLETO *et al.*, 2020) e estudo do

comportamento de fechamento de fraturas naturais (FABBRI *et al.*, 2021). Os elementos com elevada razão de aspecto (*High Aspect Ratio Interface Element* – *HAR-IE*) apresentam uma de suas dimensões muito menor que as demais, ou seja, por exemplo, para o caso de elementos triangulares, a altura (h) do elemento tende a ser muito menor que o comprimento de sua base (b), assim como ilustrado na Figura 6. Uma vez que a altura dos *HAR-IEs* tende a zero, o nó 1 e sua projeção (1') na base do elemento tendem ao mesmo ponto material e, nesse caso, o salto de pressão, o qual corresponde à diferença de pressão entre os nós 1 e 1', se torna a medida da descontinuidade do campo de pressão. Assim, as análises numéricas aplicadas com esse método podem ser estruturadas inteiramente dentro da mecânica do contínuo, descartando a necessidade de novas regras de integração ou adição de função de forma especial para tratamento das fraturas (MANZOLI *et al.*, 2019).

Figura 6 – Elemento de interface com elevada razão de aspecto (*HAR-IE*).



Fonte: Cleto (2020).

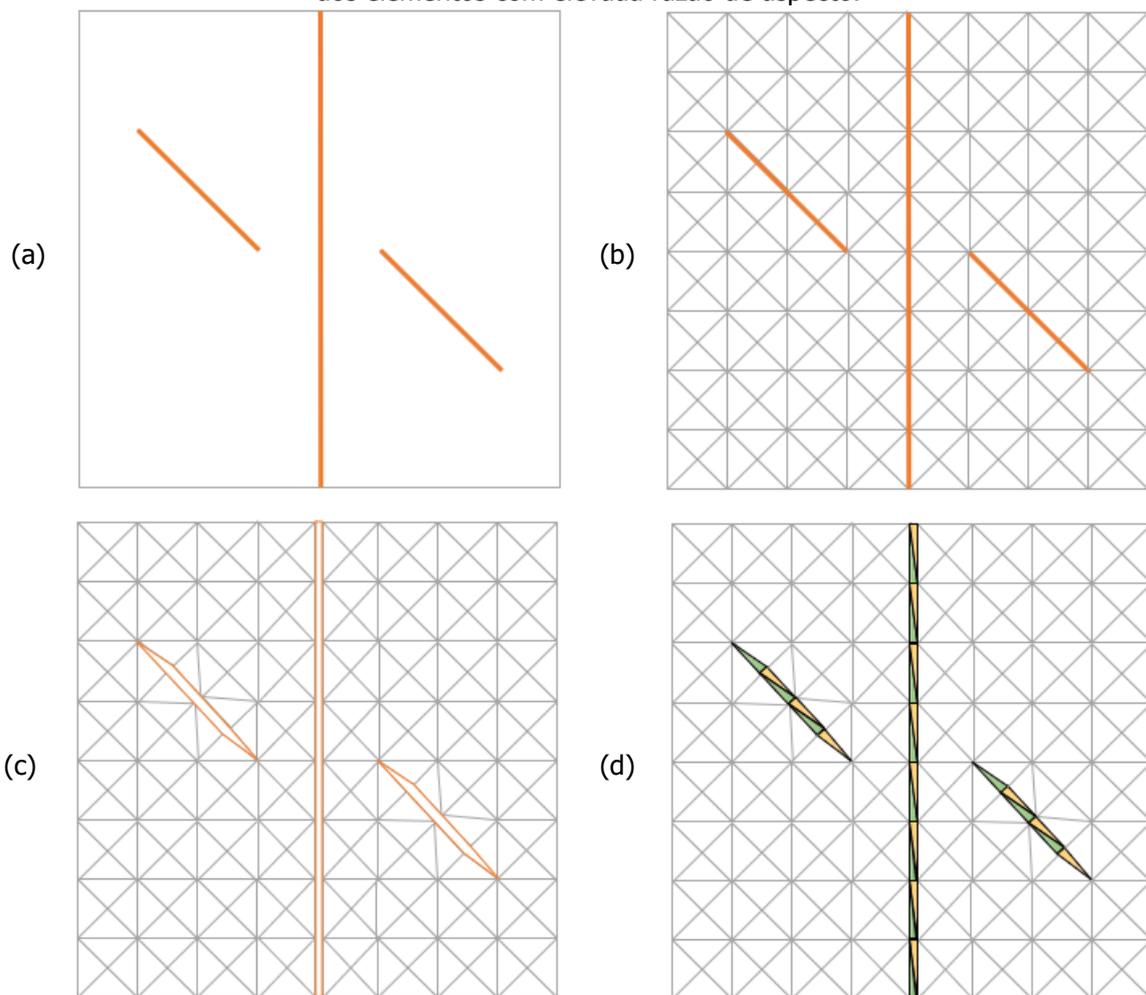
Para o caso de problemas hidráulicos governados pela lei de Darcy (Eq. 30) onde a permeabilidade no *HAR-IE* não seja nula, h tendendo a zero implica que o salto de pressão também deve tender a zero e, desse modo, garante-se a continuidade no campo de pressão.

Os *HAR-IEs* são inseridos na malha de elementos finitos tal como ilustrado na Figura 7. A geração da malha do meio poroso com a presença das fraturas naturais é estruturada através da realização de quatro etapas (FABBRI *et al.*, 2021):

- (i) Definição da geometria, com a posição explícita das fraturas dentro da matriz porosa (Figura 7a);

- (ii) Geração da malha de elementos finitos convencional, de modo que os elementos regulares da malha estejam alinhados com as fraturas (Figura 7b);
- (iii) Separação dos elementos finitos na região localizada ao redor das fraturas, de modo a formar lacunas entre eles (Figura 7c);
- (iv) Inclusão dos elementos de interface com elevada razão de aspecto na região das lacunas (Figura 7d).

Figura 7 - Construção da célula bidimensional com elevada razão de aspecto: (a) definição da geometria; (b) geração de malha; (c) criação de lacunas na região das fraturas; (d) inserção dos elementos com elevada razão de aspecto.



Fonte: elaborado pela autora.

3.8.3 Elementos finitos de acoplamento

As células de reservatório com representação tridimensional aqui adotadas utilizam a técnica de elementos finitos de acoplamento (*Coupling*

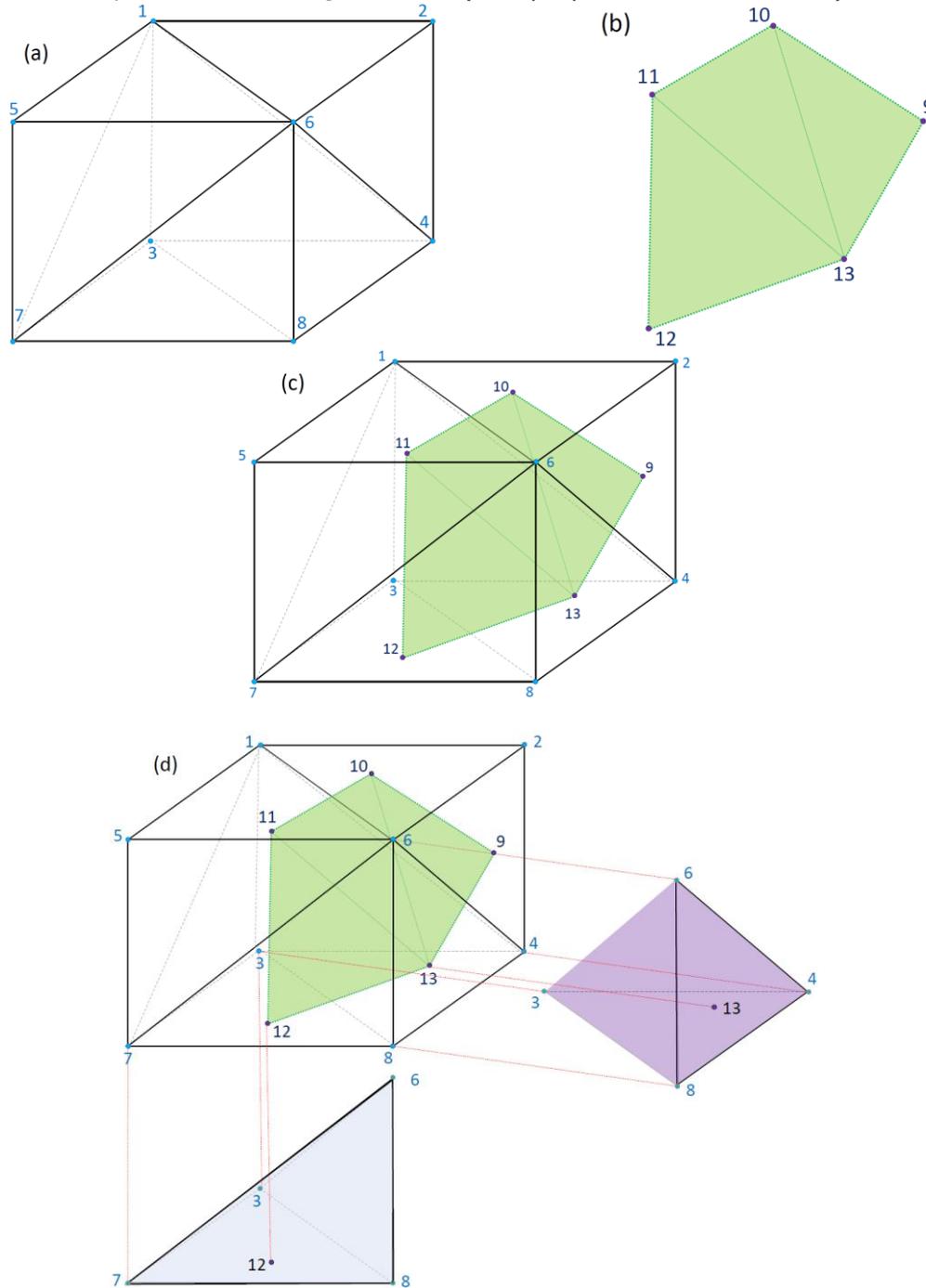
Finite Element - CFE). Desenvolvido por Bitencourt Jr. (2015) para problemas mecânicos e utilizada posteriormente em outros trabalhos (BITENCOURT JR *et al.*, 2018; RODRIGUES *et al.*, 2018; BITENCOURT JR *et al.*, 2019; RODRIGUES *et al.*, 2020), a técnica foi expandida por Manzoli *et al.* (2021) para aplicação em meios porosos naturalmente fraturados, de modo a ser capaz de modelar o transporte de fluidos. Os *CFEs* são formados pelos mesmos nós presentes nos elementos da matriz porosa e um nó adicional (chamado de nó de acoplamento) presente nos elementos da fratura. Por meio de um parâmetro penalizador, os *CFEs* garantem a continuidade do campo de pressão entre meio poroso e fratura. Portanto, essa técnica é capaz de realizar o acoplamento das malhas, as quais são inicialmente independentes. Dentre as principais vantagens dessa técnica, pode-se destacar que, além de ser capaz de tratar problemas com malhas de fraturas não conformes, não há necessidade da adição de novos graus de liberdade ao problema.

A Figura 8 ilustra o processo de acoplamento da malha da matriz porosa e da fratura, que ocorre através das seguintes etapas:

- (i) Geração das malhas de elementos finitos, de forma totalmente independente, do meio poroso e da fratura (Figura 8a e b, respectivamente);
- (ii) Os elementos finitos de acoplamento são criados com base nos nós já existentes (Figura 8c);
- (iii) Os nós dos *CFEs* são associados aos nós dos elementos do meio poroso e os nós internos, chamados de nós de acoplamento, correspondem aos nós dos elementos da fratura (Figura 8d).

Deste modo, o nó de acoplamento e das fraturas estão dispostos na mesma posição espacial e, portanto, seu valor de pressão corresponde ao valor da pressão da matriz porosa calculada nos pontos materiais onde estão localizados os nós de acoplamento.

Figura 8 - Construção do acoplamento de elementos finitos: geração da (a) malha da matriz rochosa e das (b) fraturas; (c) união das duas malhas; (d) criação de elementos finitos de acoplamento e associação dos nós (exemplo para dois nós da fratura).



Fonte: elaborado pela autora.

3.8.4 Análise de sensibilidade

A análise de sensibilidade é realizada a partir da verificação dos diferentes valores de resposta, obtidos através de variações estipuladas das

variáveis de entrada. Estas variações permitem o desenvolvimento de um metamodelo ajustado para representar, de forma ampla, as diferentes possibilidades de resposta do problema, sem a necessidade de extensas simulações computacionais. Porém, para reduzir o desenvolvimento de equações extremamente extensas, faz-se uso da seleção de fraturas dominantes, de modo a ser possível verificar as mudanças na variável resposta, a partir da presença na equação de apenas variáveis de entrada realmente significativas na resposta original do problema.

O enfoque desta pesquisa é diretamente relacionado à obtenção de tais fraturas dominantes. Sua seleção tem como vantagem não apenas reduzir a formulação do metamodelo, mas também avaliar sua capacidade para uma boa resposta nos processos hidráulicos, com obtenção de permeabilidade equivalente, campo de pressão e curva de produção, próximos aos obtidos nos casos originais, onde todas as fraturas são consideradas. As fraturas dominantes, pertencentes às células de rocha-reservatório estudadas, são obtidas através de programação desenvolvida em duas etapas.

Na primeira etapa, denominada de pré-processamento, indica-se o nível fatorial de interesse para geração das combinações. Isso induz a construção da matriz de planejamento de experimentos, de modo a executar uma nova variável resposta a cada linha da matriz programada. Tais variáveis respostas são obtidas através da leitura das malhas de elementos finitos e dos modelos de fratura discreta anteriormente mencionados. As técnicas numéricas aqui abordadas foram introduzidas em códigos de análise em elementos finitos desenvolvidos pelo grupo de pesquisa GMCMS em ambiente MatLab e linguagem FORTRAN.

O fluxograma acerca do desenvolvimento das etapas de pré-processamento é exibido na Figura 9.

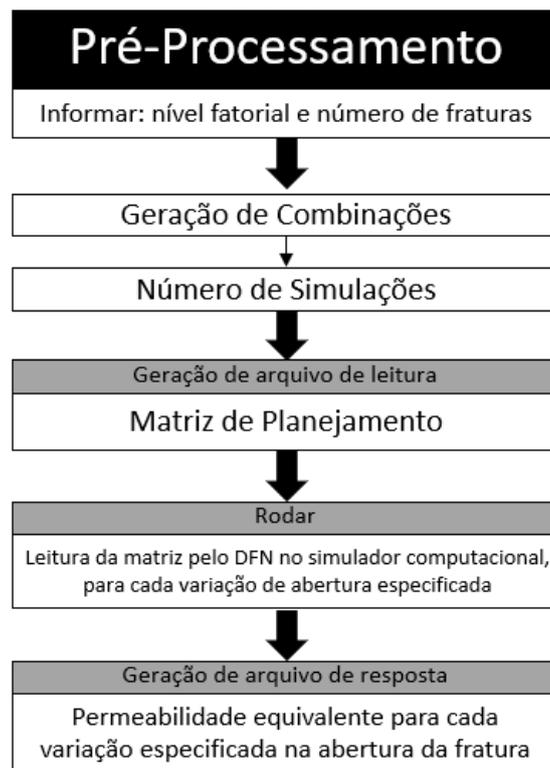
Os procedimentos para construção da matriz de planejamento a partir da definição do nível fatorial a ser adotado ocorrem da seguinte maneira:

Por exemplo, ao programar a construção de uma matriz cujo valor do nível fatorial, identificado por κ , é igual a 1, a análise a ser realizada se baseia na verificação da variação dos valores de abertura da fratura de 1 a 1. As

demais fraturas, em compensação, manterão seu valor de origem. Para este caso em específico, não se considera as possíveis respostas a partir da combinação da atuação de duas ou mais fraturas simultaneamente.

Então, nos casos em que $\kappa = 1$, realiza-se uma variação no valor de 50% para mais e para menos do valor de abertura das fraturas. A adoção desses valores percentuais foi escolhida a partir de estudos prévios, considerando a qualidade da resposta do metamodelo. Os valores usados, por se tratar de percentuais intermediários, tendem a ser capazes de obter variações significativas em comparação aos valores de abertura originalmente fornecidos, mas sem ocasionar grandes perdas na qualidade das respostas em casos em que o coeficiente de variação seja baixo. Adoção de valores de dispersão das variáveis de entrada muito altos permitem uma maior abrangência na resposta do metamodelo, porém tendem a ocasionar maiores erros nos casos de valores próximos aos originais. O mesmo ocorre para quando se adota variação baixa no planejamento de experimentos e deseja-se obter resposta coerente no metamodelo para valores acima dos adotados no planejamento.

Figura 9 – Fluxograma da etapa de pré-processamento da construção da análise de sensibilidade.



Fonte: elaborado pela autora.

Em relação a quantidade de simulações, para os casos em que se adota o planejamento $\kappa = 1$, uma matriz $2n + 1 \times n$ é construída, onde n corresponde ao número total de fraturas com variação no valor de abertura. A nova variável resposta é obtida considerando a redução de 50% no valor de uma única abertura e, na sequência, aumento desta para 150% do valor original. O restante das aberturas mantém o valor original. Deste modo, o estudo considera a presença de todas as fraturas dentro da célula representativa de uma célula de reservatório naturalmente fraturado, mas verifica-se sua influência uma a uma. A Figura 10 apresenta um exemplo de matriz de planejamento para um caso com 3 fraturas.

Figura 10 – Matriz de planejamento para $\kappa = 1$.

$$\text{Matriz de Planejamento} = \begin{bmatrix} V_1 & V_2 & V_3 \\ 0,5 V_1 & V_2 & V_3 \\ 1,5 V_1 & V_2 & V_3 \\ V_1 & 0,5 V_2 & V_3 \\ V_1 & 1,5 V_2 & V_3 \\ V_1 & V_2 & 0,5 V_3 \\ V_1 & V_2 & 1,5 V_3 \end{bmatrix}$$

Fonte: elaborado pela autora

Se este planejamento não se mostrar suficiente, amplia-se o nível fatorial a se adotar. Ao se considerar um planejamento $\kappa = 2$, as análises ocorrerão considerando uma verificação do comportamento de duas fraturas variando simultaneamente. O modo que tais variações ocorrem podem ser vistos na Figura 11, onde um exemplo contendo três variáveis, mudando seu valor para 50% e 150% do valor original, de 2 em 2 fraturas, é apresentado.

A segunda etapa consiste na construção do metamodelo, através do MMQ. O metamodelo construído considera influência linear de todas as fraturas no valor de permeabilidade. Nos casos 2D, a variável de resposta se refere apenas ao valor na seção transversal analisada, assim como o metamodelo a ser desenvolvido considera apenas as fraturas presentes nestas. Nos casos 3D, a equação é construída para as três direções de fluxo, com inclusão de todas as

fraturas da célula original. Esta etapa, definida como pós-processamento, pode ser visualizada na Figura 12.

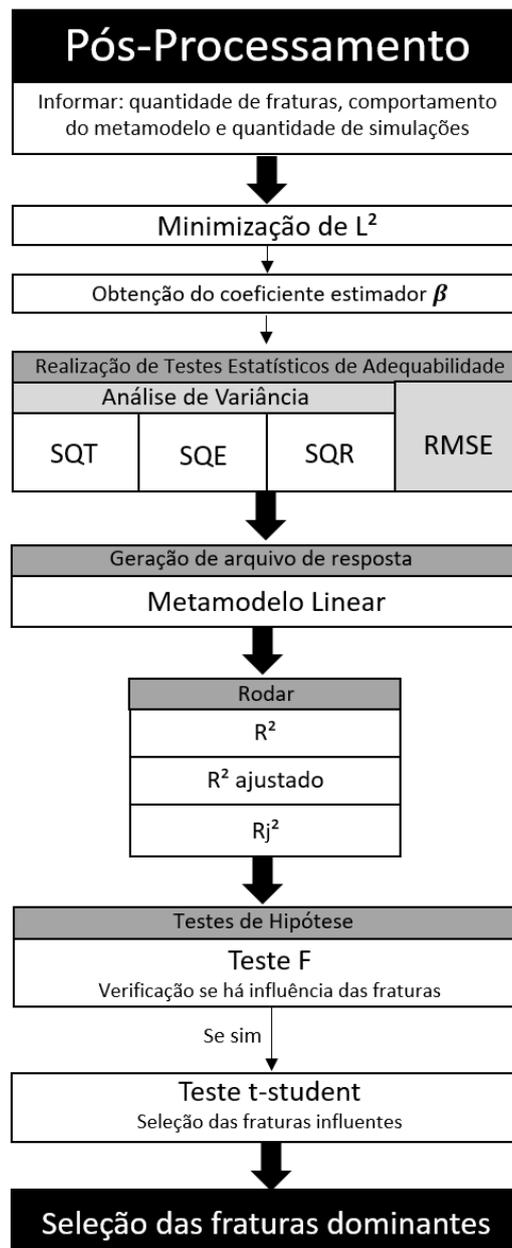
Figura 11 – Matriz de planejamento para $\kappa = 2$.

$$\text{Matriz de Planejamento} = \begin{bmatrix} V_1 & V_2 & V_3 \\ 0,5 V_1 & 0,5 V_2 & V_3 \\ 1,5 V_1 & 0,5 V_2 & V_3 \\ 0,5 V_1 & 1,5 V_2 & V_3 \\ 1,5 V_1 & 1,5 V_2 & V_3 \\ 0,5 V_1 & V_2 & 0,5 V_3 \\ 1,5 V_1 & V_2 & 0,5 V_3 \\ 0,5 V_1 & V_2 & 1,5 V_3 \\ 1,5 V_1 & V_2 & 1,5 V_3 \\ V_1 & 0,5 V_2 & 0,5 V_3 \\ V_1 & 1,5 V_2 & 0,5 V_3 \\ V_1 & 0,5 V_2 & 1,5 V_3 \\ V_1 & 1,5 V_2 & 1,5 V_3 \end{bmatrix}$$

Fonte: elaborado pela autora

O MMQ é utilizado na busca do menor valor de L^2 , correspondente à somatória dos erros, quando se compara o valor obtido pelo simulador com o do metamodelo. Através da necessidade de minimização desse resultado é possível obter o coeficiente estimador $\hat{\beta}$, calculado segundo a Equação (11). Por se tratar de uma equação matemática onde as variáveis de cálculo são conhecidas, é possível a construção da matriz para seu cálculo e, a partir desse, a construção do metamodelo linear, cujo comportamento é descrito por meio da Equação (4). Após tais equações, as análises de variância são realizadas para verificar a adequabilidade do modelo de regressão, verificando-se o *SQE* (Equação (13)), *SQR* (Equação (14)), *SQT* (Equação (15)) e, principalmente, o *RMSE* (Equação (18)), com o objetivo de se obter o menor número possível na resposta deste.

Figura 12 – Fluxograma da etapa de pós-processamento da construção da análise de sensibilidade.



Fonte: elaborado pela autora.

Na sequência, R^2 é calculado (Equação (19)), sendo este um meio de avaliação da qualidade da resposta do metamodelo. Esse processo ocorre através da verificação da aproximação da resposta de seu modelo de regressão com as respostas reais, obtidas no simulador. Então, a análise de sensibilidade é desenvolvida, através do cálculo de R_j^2 (Equação (21)), que considera a influência individual das fraturas dentro do modelo de regressão, tendo seu valor definido para cada fratura, uma a uma.

Em seguida, a verificação da verdadeira importância das fraturas dentro da resposta hidráulica da célula, considerando o modelo estacionário, é feita através da construção dos testes de hipótese. O primeiro, chamado teste F, é utilizado para determinar se há de fato alguma, dentre todas as fraturas presentes, capaz de influenciar na resposta da permeabilidade equivalente da célula. Após o mesmo ser comprovado estatisticamente, ou seja, apresentar valor de F_0 superior a F_{α} , realiza-se o teste t-student. Este se baseia em determinar as fraturas realmente importantes, dentre todas as existentes na célula, na variável resposta. Esta seleção ocorre a partir das fraturas que apresentarem valor estatístico t_0 maior que t_{α} . Ambos os testes executam sua seleção e confirmação a partir de nível de significância determinado pelo experimentador.

A partir da finalização dos testes, tem-se a seleção de fraturas dentre todas as fraturas pertencentes à célula. A validação da adequabilidade da resposta, obtida pela análise de sensibilidade construída, ocorre através da comparação entre as respostas obtidas pelas fraturas selecionadas e aquela para os casos em que há o resultado do caso original, com todas as fraturas presentes. Com verificação no simulador computacional, as fraturas não dominantes são descartadas das análises (através de informação no arquivo de entrada), rodando o arquivo com os novos dados informados para calcular o novo valor de permeabilidade equivalente (k_{eq}), o comparando com os valores anteriores, obtidos para o caso da célula com os valores das fraturas originais. A partir destes dois valores, calcula-se o erro percentual ocasionado por essa variação.

Caso a seleção ainda se apresente insuficiente, aumenta-se o valor do fator κ e realiza-se novamente o procedimento, até a obtenção da resposta de interesse.

Se comprovado que a seleção se mostra adequada na verificação do problema no meio estacionário, com avaliação apenas do caso hidráulico, novas análises podem ser executadas. Para ampliar a validação dos resultados, são feitas novas análises hidráulicas, considerando agora o modelo transiente, observando o comportamento do campo de pressão e curva de produção ao

longo do tempo para o caso original e otimizado. Deste modo, busca-se verificar de forma mais ampla a qualidade da análise de sensibilidade aplicada nas células de rocha-reservatório para seleção de fraturas naturais.

4 APLICAÇÕES EM SIMULAÇÕES DE RESERVATÓRIO NATURALMENTE FRATURADOS

As aplicações a seguir consideram a utilização da técnica de análise de sensibilidade diretamente em células de modelo de simulações de reservatório naturalmente fraturados. Tais células foram geradas diretamente por empresa privada, que utiliza casos reais de rocha-reservatório analisadas. Os dados principais acerca da matriz porosa e das redes de fraturas existentes nestas foram previamente fornecidos por esta empresa. A realização da análise ocorre em três casos, considerando a saturação das rochas através da passagem de fluido monofásico, sendo este a água, verificando de forma ampla a capacidade de seleção das fraturas dominantes e verificando sua eficiência em casos hidráulicos, considerando regime estacionário ou transiente. O primeiro tópico refere-se ao estudo aplicado em duas células com geometria regulares, cujo objetivo está na verificação da capacidade de resposta tanto em modelos bidimensionais como tridimensionais. O segundo tópico, por sua vez, considera o estudo aplicado em uma célula com geometria irregular com elevada quantidade de fraturas, através de análise 3D. O estudo inicial ocorre considerando o escoamento do fluido no meio poroso apenas em regimes estacionários. Ou seja, os estudos e comparações com os casos originais considera apenas a permeabilidade equivalente pertencente à rocha, quando no caso de todas as fraturas inclusas e quando o modelo é otimizado, com redução na quantidade de fraturas presentes. Em seguida, é realizado estudo considerando a qualidade da técnica quando verificado o comportamento de fluxo no regime transiente, avaliando se há perda na qualidade da resposta em função de sua evolução ao longo do tempo. O estudo no regime transiente ocorre apenas para uma das células com geometria regular apresentadas e a célula de geometria irregular. Não se analisa as duas células de geometria regular, pois considera que, nestes casos analisados, a qualidade da resposta tende a ser semelhante, de modo a ser desnecessário a análise de resultados

com comportamento repetitivo, principalmente considerando que estudos transientes são realizados apenas nos modelos tridimensionais.

Para identificação das fraturas dentro das células, a numeração destas é definida a partir do modelo tridimensional. Os mesmos números são utilizados na identificação das células bidimensionais, de modo a facilitar a identificação. Por se tratar de casos de células de modelo de simulação de reservatório, a numeração dada às fraturas é fornecida previamente dentro do arquivo para leitura no pré-processamento. No primeiro caso, referente a uma célula com 54 fraturas, a identificação de cada fratura segue os dados entregues para execução e, portanto, não estão ordenadas sequencialmente. No caso das células seguintes, com 115 e 283 fraturas, a identificação das fraturas é sequencial, a partir do número 2, tratando a rocha como elemento 1 gerando computacionalmente.

4.1 Fluxo em meio poroso: células regulares

As células analisadas neste tópico referem-se a células de simulação, representativas de um reservatório naturalmente fraturado, constituído por rocha travertina. As dimensões das células do modelo de simulação de reservatório são regulares, sendo 200 metros de largura, 200 metros de comprimento e 10 metros de altura, definidas como dimensões típicas de modelos de simulação, cujo fluxo imposto sobre a célula corresponde às direções x, y e z.

Considera-se nas aplicações apresentadas, permeabilidade equivalente na rocha matriz igual a $3,4329 \times 10^{-13} \text{ m}^2$ (343,29 mD) nas direções x e y, e $2,600 \times 10^{-17} \text{ m}^2$ (0,026 mD) na direção z. As fraturas naturais, presentes nas células, são um componente de grande heterogeneidade dentro da rocha-reservatório, compostas por valores de abertura que possuem ordem de grandeza variando de 10^{-5} a 10^{-1} milímetros, sendo de grande influência dentro da seleção de fraturas.

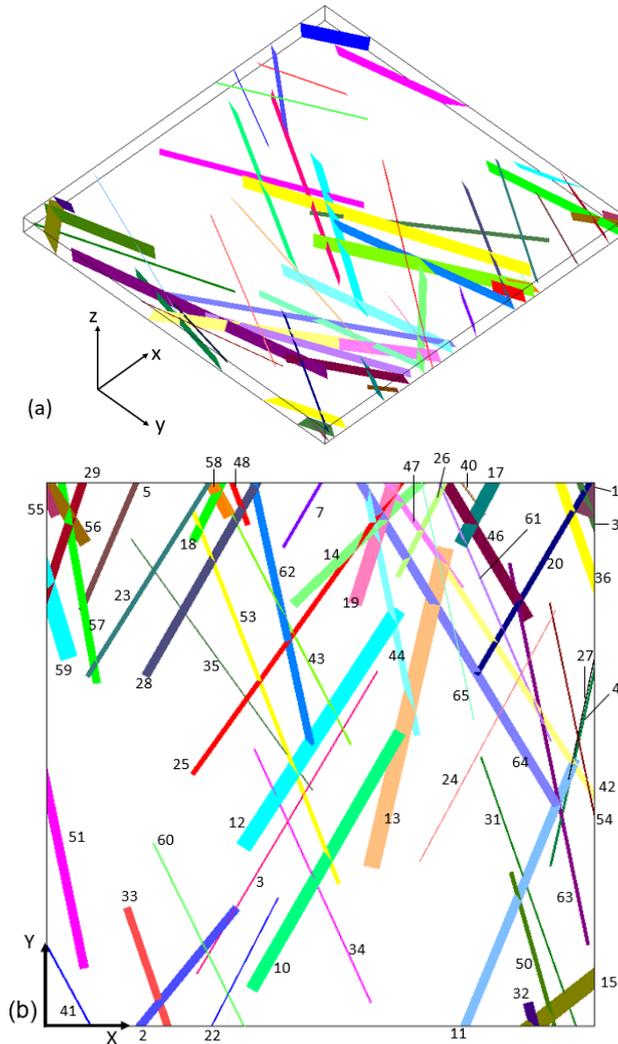
Para estes casos, a análise de sensibilidade foi realizada considerando duas abordagens: na primeira, as fraturas dominantes foram determinadas a

partir de uma análise hidráulica 2D, com a discretização de seções transversais ao longo da célula com imposição da direção de fluxo; na segunda, a mesma análise foi realizada, considerando então a célula 3D, com aplicação do fluxo nas três direções.

4.1.1 Célula com 54 fraturas

Foi considerada, para este caso, uma célula de simulação de reservatório naturalmente fraturado contendo 54 fraturas, com as direções de fluxo do fluido coincidentes com o sistema de eixos x , y e z indicado na Figura 13(a); a Figura 13(b) apresenta a identificação numérica das fraturas, mantida sempre constante em todas as demais análises para esta célula.

Figura 13 – (a) Perspectiva isométrica com direção dos fluxos e (b) vista em planta, com identificação das fraturas, da célula com 54 fraturas.



Fonte: elaborado pela autora.

A seguir, os resultados das análises realizadas, tanto para as abordagens 2D e 3D foram organizados na seguinte ordem: apresentação das regiões analisadas; ranqueamento decrescente das fraturas mais importantes em cada direção de fluxo via cálculo do fator de determinação; seleção estatística das fraturas, de fato, representativas para a permeabilidade equivalente em cada direção de fluxo, com base nos testes de hipóteses; ilustração comparativa entre a célula original e a célula otimizada contendo somente as fraturas dominantes.

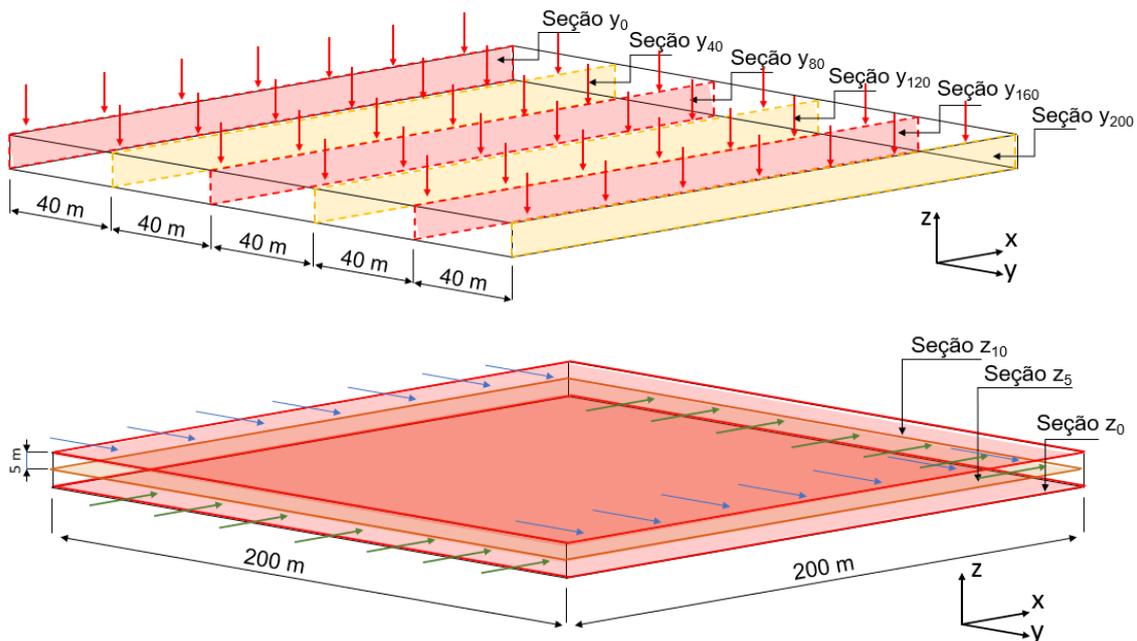
4.1.1.1 Abordagem via análise 2D

As análises realizadas apresentam como principal objetivo a identificação das fraturas definidas como mais importantes dentre as 54 fraturas presentes na célula original. A partir da definição de cortes transversais em 2D, ortogonalmente posicionados na direção y , com imposição de fluxo em z , e na direção z , com imposição de fluxo em x e y , todas as fraturas presentes na célula tridimensional foram analisadas. Cortes ortogonais em x não foram realizados, pois se considerou que o comportamento e seleção de fraturas se assemelham ao fluxo em y , por se tratar da mesma direção de fluxo imposta. Os cortes transversais foram realizados a cada 40 metros, resultando em 6 seções avaliadas. Já para os fluxos em x e y , os cortes ortogonais a z foram realizados a cada 5 metros, dando origem a 3 seções nessa direção. A Figura 14 ilustra os cortes transversais, bem como as direções de fluxo (marcadas pelas setas) impostas nas análises.

O espaçamento das seções a serem analisadas nesta célula foi definido a partir da consideração de construção de uma baixa quantidade de seções, mas capaz de abranger o máximo de fraturas, de modo a cada fratura aparecer ao menos em uma seção. No caso das seções ortogonais a y , das 54 fraturas existentes na célula, 94% aparecem em pelo menos uma seção. No caso das seções em z , por se tratar de uma região de maior dimensão, apenas uma fratura não é apresentada em nenhuma de suas seções, mas esta pertence às

seções em y, de modo que os modelos 2D foram capazes de obter ao menos um resultado para todo o conjunto de fraturas.

Figura 14 – Seções transversais perpendiculares aos eixos y e z, respectivamente, com as direções de fluxo de fluido.



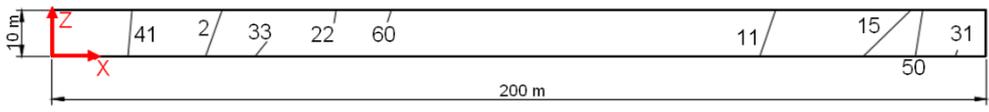
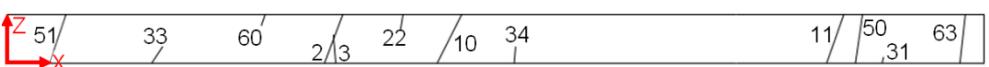
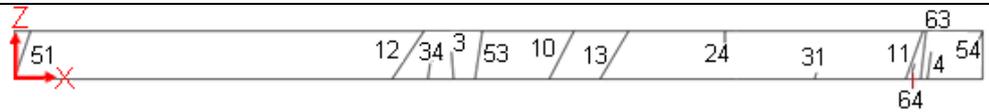
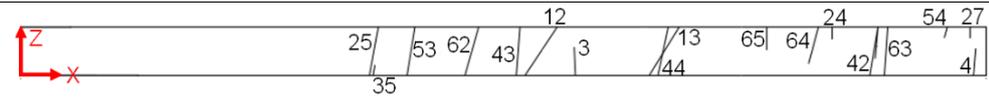
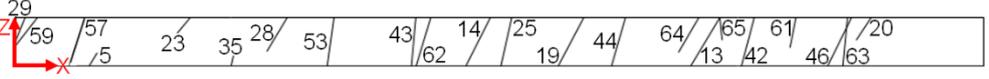
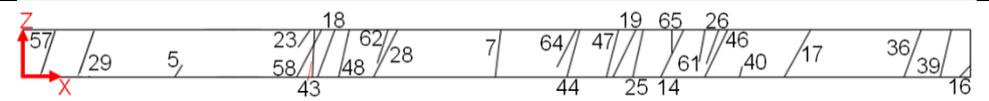
Fonte: elaborado pela autora.

Neste caso em específico, por se tratar de uma quantidade mediana de fraturas, o particionamento de apenas nove seções tende a apresentar bons resultados, principalmente ao se analisar a quantidade de fraturas presentes em cada seção.

A Tabela 2 ilustra todas as seções transversais, de mesmas dimensões, perpendiculares ao eixo y, com a representação das fraturas contidas em cada seção. A partir da geração de combinações entre fraturas para $\kappa = 1$, foi realizada a construção do planejamento de experimentos, obtenção dos metamodelos e ranqueamento das fraturas.

A Tabela 3 apresenta os resultados dos coeficientes de determinação R_j^2 de cada fratura e o valor acumulado obtido para todas as fraturas em cada seção transversal. Os casos em que há apenas um traço no valor de R_j^2 , referem-se às fraturas ausentes na seção, enquanto o valor nulo foi atribuído para as fraturas não influentes em cada seção.

Tabela 2 – Fraturas que integram as seções transversais selecionadas.

y_i (m)	Seções transversais perpendiculares ao eixo y
$i = 0$	
$i = 40$	
$i = 80$	
$i = 120$	
$i = 160$	
$i = 200$	

Fonte: elaborado pela autora.

Tabela 3 – Identificação, abertura das 54 fraturas e ranqueamento a partir do coeficiente de determinação individual (R_i^2) de cada fratura e acumulado: fluxo em z.

Nº fratura	Abertura (m)	Seção y_0	Seção y_{40}	Seção y_{80}	Seção y_{120}	Seção y_{160}	Seção y_{200}
2	1,33E-04	0,000006	0,000006	-	-	-	-
3	4,80E-05	-	0,000000	0,000000	0,000003	-	-
4	4,40E-05	-	-	0,000000	0,000002	-	-
5	2,00E-06	-	-	-	-	0,000000	0,000000
7	6,40E-05	-	-	-	-	-	0,000001
10	5,14E-04	-	0,018014	0,017054	-	-	-
11	9,60E-04	0,840892	0,822305	0,817484	-	-	-
12	2,80E-05	-	-	0,000000	0,000000	-	-
13	1,00E-06	-	-	0,000000	0,151839	0,000000	-
14	6,00E-06	-	-	-	-	0,000000	0,000000
15	2,20E-05	0,000000	-	-	-	-	-
16	9,30E-05	-	-	-	-	-	0,000000
17	4,60E-05	-	-	-	-	-	0,000000
18	6,00E-05	-	-	-	-	-	0,000000
19	2,00E-06	-	-	-	-	0,000000	0,000000
20	1,19E-04	-	-	-	-	0,000000	-
22	2,40E-05	0,000000	0,000000	-	-	-	-
23	4,50E-05	-	-	-	-	0,000000	0,000000
24	3,93E-04	-	-	0,000000	0,000000	-	-
25	4,00E-06	-	-	-	0,000000	0,000000	0,000000

Nº fratura	Abertura (m)	Seção y_0	Seção y_{40}	Seção y_{80}	Seção y_{120}	Seção y_{160}	Seção y_{200}
26	9,14E-04	-	-	-	-	-	0,000000
27	1,70E-05	-	-	-	0,000000	-	-
28	4,69E-04	-	-	-	-	0,000026	0,000030
29	8,00E-05	-	-	-	-	0,000000	0,000001
31	1,65E-04	0,000000	0,000000	0,000000	-	-	-
32	1,43E-04	-	-	-	-	-	-
33	5,50E-05	0,000000	0,000000	-	-	-	-
34	2,50E-05	-	0,000000	0,000000	-	-	-
35	1,79E-04	-	-	-	0,000002	0,000009	-
36	2,16E-04	-	-	-	-	-	0,000558
39	2,00E-06	-	-	-	-	-	0,000000
40	1,55E-07	-	-	-	-	-	0,000000
41	6,80E-05	0,000000	-	-	-	-	-
42	1,00E-06	-	-	-	0,000000	0,000000	-
43	2,00E-05	-	-	-	0,000000	0,000000	0,000000
44	7,02E-04	-	-	-	0,013722	0,801422	0,704405
46	1,70E-05	-	-	-	-	0,000000	0,000000
47	1,99E-04	-	-	-	-	-	0,000380
48	5,30E-04	-	-	-	-	-	0,129836
50	1,80E-05	0,000000	0,000000	-	-	-	-
51	4,00E-06	-	0,000000	0,000000	-	-	-
53	4,09E-04	-	-	0,005228	0,682153	0,032182	-
54	1,23E-04	-	-	0,000000	0,000000	-	-
55	7,80E-05	-	-	-	-	-	-
56	2,00E-06	-	-	-	-	-	-
57	1,28E-04	-	-	-	-	0,000035	0,000025
58	8,80E-05	-	-	-	-	-	0,000002
59	1,00E-06	-	-	-	-	0,000000	-
60	1,80E-05	0,000000	0,000000	-	-	-	-
61	6,00E-05	-	-	-	0,000000	0,000000	0,000000
62	7,06E-06	-	-	-	0,000000	0,000000	0,000000
63	1,00E-06	-	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	-
64	1,51E-04	-	-	0,000000	0,000072	0,000008	0,000018
65	2,70E-05	-	-	-	0,000000	0,000000	0,000000
R_j^2 acumulado		0,8409	0,84033	0,83977	0,84779	0,83368	0,83526

Fonte: elaborado pela autora.

De acordo com o observado para os coeficientes de determinação, para as seções y_0 , y_{40} e y_{80} , a fratura 11 apresentou R_j^2 superior a 0,80. Isto significa que essa fratura influencia mais de 80% no modelo de regressão para a representação da permeabilidade equivalente nas três seções mencionadas. Por

sua vez, o destaque na seção y_{120} foi para a fratura 53, com R_j^2 superior a 60% e nas seções y_{160} e y_{200} , a fratura mais influente foi a de número 44.

A partir dos resultados acima descritos, são realizados os testes de hipótese que verificam, em primeiro caso, se de fato há alguma fratura realmente importante dentre todas as fraturas presentes na seção. Como exemplo, a Tabela 4 mostra os resultados obtidos no cálculo dos valores do teste F e do valor P na seção de $y=0$ m.

Tabela 4 – Resultados do teste F e valor P para verificação da importância das fraturas na seção $y=0$ m, da célula de 54 fraturas.

Seção $x=0$ m	
F_0	4,6980
F_α	2,5612
Valor P	0,0201

Fonte: elaborado pela autora.

Este caso considera, acerca da presença de fraturas dentro da rocha-reservatório, um nível de significância de 10% para considerar se, de fato, há pelo menos uma fratura dentro do problema que é de fato importante na seção analisada. Como F_0 resultou superior a F_α , diz-se possível a rejeição de H_0 , o que significa que, há sim, relação linear entre a variável resposta e as variáveis explicativas em análise. Sendo o valor P inferior ao nível de significância adotado, considera que a evidência que se opõe a H_0 pode ser declarada como forte neste primeiro teste. Dando continuidade, faz-se o teste t-student para selecionar as fraturas, dentre todas às pertencentes na seção, que são realmente importantes para a obtenção da variável resposta. A Tabela 5 apresenta os resultados do teste, para exemplificação da simulação, também para o caso da seção de $y=0$ m.

Neste caso, os cálculos estatísticos de t e do valor P são realizados para cada fratura. As fraturas em que t_0 é superior a t_α induz a rejeição de H_0 , concluindo que a variável que atende este valor é importante dentro da determinação da variável resposta. Tal evidência que rejeita H_0 é estabelecida como forte quando o valor P também é, em conjunto à seleção por t_0 , inferior ao nível de significância, aqui adotado como 10%. Para este caso específico, apenas a fratura 11 foi selecionada dentre todas as fraturas presentes na seção. Os mesmos cálculos e testes são construídos para cada uma das seções

modeladas. As fraturas estatisticamente selecionadas para todas as seções 2D ortogonais ao eixo y estão apresentadas na Tabela 6, com marcação de quais fraturas foram selecionadas em sua respectiva seção.

Tabela 5 – Resultados do teste t-student e valor P para verificação da importância das fraturas na seção y=0 m, da célula de 54 fraturas.

Seção x=0 m		
t_α	1,447126	
Fratura	t₀	Valor P
11	6,502452	0,000188
2	0,017093	0,986781
41	0,002444	0,998110
33	0,000269	0,999792
31	0,000080	0,999938
15	0,000061	0,999953
50	0,000047	0,999964
22	0,000028	0,999979
60	0,000009	0,999993

Fonte: elaborado pela autora.

Tabela 6 – Seleção das fraturas estatisticamente significativas nas seções 2D ortogonais a y para nível de significância de 10%.

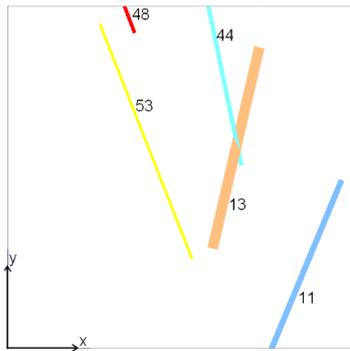
		Seção y₀	Seção y₄₀	Seção y₈₀	Seção y₁₂₀	Seção y₁₆₀	Seção y₂₀₀
Nº Fratura	11	✓	✓	✓	-	-	-
	13	-	-	-	✓	-	-
	44	-	-	-	-	✓	✓
	48	-	-	-	-	-	✓
	53	-	-	-	✓	✓	-

Fonte: elaborado pela autora.

A fratura de número 11 foi selecionada nas três primeiras seções, sendo considerada a única que apresenta real importância dentre todas as fraturas ranqueadas. O mesmo comportamento foi observado para as três últimas seções, visto que, em todas as seções, as fraturas mais bem ranqueadas foram estatisticamente selecionadas como representativas para o cálculo da permeabilidade equivalente.

Considerando a união de todas as fraturas ortogonais a y, o conjunto resultante das fraturas dominantes resultou num total de 5 fraturas. A partir dessa seleção, a permeabilidade equivalente k_{eq} nas direções x, y e z para a nova célula otimizada foi avaliada e comparada com os valores de permeabilidade equivalente da célula original, conforme ilustra a Tabela 7.

Tabela 7 – Valores de permeabilidade equivalente para a célula original e a célula reduzida a partir da análise de sensibilidade nas seções y.



Direção	K_{eq} original (mD)	K_{eq} otimizado (mD)	Erro
x	368,55	367,17	0,37%
y	549,29	493,65	10,13%
z	314,56	277,57	11,76%

Fonte: elaborado pela autora.

A seleção de apenas cinco fraturas, obtidas através da discretização da célula em seis seções bidimensionais, foi o suficiente para obtenção de uma permeabilidade equivalente próxima a 90% do valor original da célula, o que é um resultado promissor, principalmente considerando o particionamento do modelo 3D para seções 2D, realizado para obtenção de tais valores.

A maior diferença observada na permeabilidade equivalente na direção z ocorreu em função da direção de fluxo (vertical e, portanto, ao longo do eixo z) aproximadamente paralela às principais fraturas selecionadas, que são, em todos os casos, as fraturas de maior abertura. Assim, rapidamente o fluido preenche essas fraturas e escoar até a face oposta da célula. Como apenas 5 fraturas foram selecionadas nessa primeira abordagem e, ainda de forma compartimentalizada por ser uma análise seção a seção, é muito provável que algumas fraturas e suas interferências tenham sido desprezadas, produzindo a maior discrepância.

De modo a aprimorar as análises de sensibilidade para o caso 2D, 3 seções ortogonais ao eixo z foram definidas com imposição do fluxo de fluido nas direções x e y. A Tabela 8 apresenta os modelos 2D e identificação das fraturas pertencentes a cada seção transversal oriunda de cortes ortogonais a z. Na sequência, os resultados dos coeficientes de determinação das fraturas em cada seção, a partir do fluxo em x e y, estão dispostos na Tabela 9. Considerando as fraturas selecionadas, os testes de hipóteses foram realizados para a obtenção das fraturas, de fato, estatisticamente dominantes sobre a permeabilidade equivalente as direções x e y, conforme ilustra a Tabela 10.

A partir do conjunto de 8 fraturas selecionadas nas seções ortogonais ao eixo z, novas simulações foram realizadas para obtenção do k_{eq} da nova célula reduzida. Os resultados obtidos para as três direções de fluxo e o erro em comparação ao valor original estão descritos na Tabela 11.

A seleção de mais fraturas considerando os fluxos nas direções x e y, a partir dos cortes ortogonais ao eixo z proporcionou menor erro em relação às análises anteriores, para todas as direções avaliadas.

Tabela 8 – Fraturas que integram as seções transversais selecionadas em z.

z_i (m)	Seções transversais perpendiculares ao eixo z
i = 0	
i = 5	
i = 10	

Fonte: elaborado pela autora.

Tabela 9 – Identificação, abertura das 54 fraturas e ranqueamento a partir do coeficiente de determinação R_j^2 de cada fratura e acumulado: fluxo em x e y.

Nº fratura	Abertura (m)	Fluxo em x			Fluxo em y		
		Seção z ₀	Seção z ₅	Seção z ₁₀	Seção z ₀	Seção z ₅	Seção z ₁₀
2	1,33E-04	0,000605	0,000465	0,000394	0,000014	0,000018	0,000017
3	4,80E-05	0,000002	0,000002	-	0,000000	0,000000	-
4	4,40E-05	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
5	2,00E-06	0,000000	-	-	0,000000	-	-
7	6,40E-05	0,000001	0,000001	0,000001	0,000000	0,000000	0,000000
10	5,14E-04	0,392373	0,309357	0,267463	0,073921	0,095160	0,098611
11	9,60E-04	0,302737	0,235765	0,208708	0,286656	0,332350	0,322653
12	2,80E-05	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
13	1,00E-06	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
14	6,00E-06	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
15	2,20E-05	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
16	9,30E-05	-	0,000000	-	-	0,000000	-
17	4,60E-05	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
18	6,00E-05	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
19	2,00E-06	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
20	1,19E-04	-	0,000250	0,000224	-	0,000017	0,000019
22	2,40E-05	-	-	0,000000	-	-	0,000000
23	4,50E-05	-	-	0,000001	-	-	0,000000
24	3,93E-04	-	-	0,109721	-	-	0,017403
25	4,00E-06	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
26	9,14E-04	-	0,005271	0,004572	-	0,008771	0,009835
27	1,70E-05	-	-	0,000000	-	-	0,000000
28	4,69E-04	-	0,156631	0,136207	-	0,019695	0,020780
29	8,00E-05	0,000001	0,000001	0,000001	0,000000	0,000000	0,000000
31	1,65E-04	0,001037	-	-	0,000184	-	-
32	1,43E-04	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
33	5,50E-05	0,000000	-	-	0,000000	-	-
34	2,50E-05	0,000000	-	-	0,000000	-	-
35	1,79E-04	0,008377	-	-	0,000245	-	-
36	2,16E-04	0,000326	0,000247	0,000151	0,000302	0,000142	0,000135
39	2,00E-06	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
40	1,55E-07	0,000000	-	-	0,000000	-	-
41	6,80E-05	0,000002	0,000002	0,000001	0,000000	0,000000	0,000000
42	1,00E-06	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
43	2,00E-05	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
44	7,02E-04	0,003494	0,006498	0,006799	0,521456	0,412131	0,399826
46	1,70E-05	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
47	1,99E-04	0,001159	0,001419	0,001091	0,000098	0,000057	0,000063
48	5,30E-04	0,000075	0,000214	0,000120	0,000317	0,000317	0,000354
50	1,80E-05	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
51	4,00E-06	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
53	4,09E-04	0,211189	0,212710	0,194187	0,076104	0,081403	0,079031

Nº fratura	Abertura (m)	Fluxo em x			Fluxo em y		
		Seção z ₀	Seção z ₅	Seção z ₁₀	Seção z ₀	Seção z ₅	Seção z ₁₀
54	1,23E-04	-	-	-	-	-	-
55	7,80E-05	0,000000	0,000000	-	0,000000	0,000000	-
56	2,00E-06	0,000000	0,000000	-	0,000000	0,000000	-
57	1,28E-04	0,000005	0,000006	0,000005	0,000033	0,000021	0,000021
58	8,80E-05	0,000001	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
59	1,00E-06	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
60	1,80E-05	-	-	0,000000	-	-	0,000000
61	6,00E-05	-	0,000004	0,000004	-	0,000002	0,000002
62	7,06E-06	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
63	1,00E-06	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
64	1,51E-04	-	0,001832	0,001524	-	0,001049	0,001047
65	2,70E-05	-	0,000000	0,000000	-	0,000000	0,000000
R_j^2 acumulado		0,921385	0,930675	0,931174	0,959330	0,951133	0,949797

Fonte: elaborado pela autora.

Tabela 10 – Seleção das fraturas estatisticamente significativas nas seções 2D ortogonais a z para nível de significância de 10%.

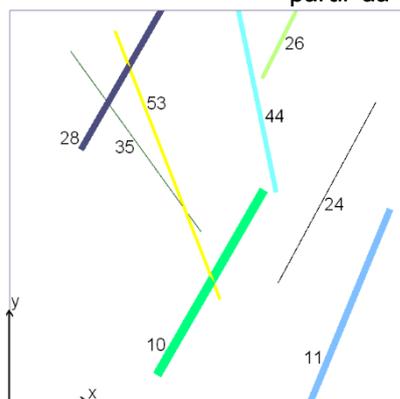
Nº Fratura		Fluxo em X			Fluxo em Y		
		Seção z ₀	Seção z ₅	Seção z ₁₀	Seção z ₀	Seção z ₅	Seção z ₁₀
Nº Fratura	10	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	11	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	24	-	-	✓	-	-	✓
	26	-	✓	-	-	✓	✓
	28	-	✓	✓	-	✓	✓
	35	✓	-	-	-	-	-
	44	-	✓	✓	✓	✓	✓
	53	✓	✓	✓	✓	✓	✓

Fonte: elaborado pela autora.

O conjunto final de fraturas que compõem a célula otimizada é definido pelo conjunto união de todas as fraturas selecionadas nas análises de fluxo, nas direções x, y e z. Assim, a célula otimizada resultante é composta por apenas 10 fraturas das 54 fraturas originais, sendo as fraturas de número: 10, 11, 13, 24, 26, 28, 35, 44, 48 e 53.

As fraturas selecionadas, os valores de permeabilidade e os erros em comparação à célula original estão apresentados na Tabela 12.

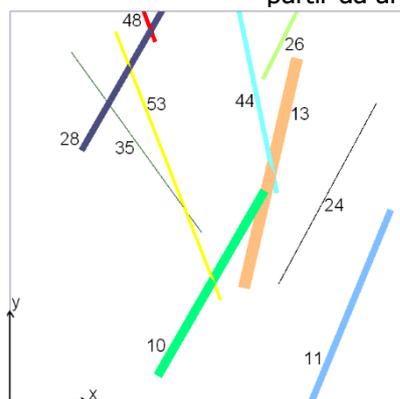
Tabela 11 – Valores de permeabilidade equivalente para a célula original e a célula reduzida a partir da análise de sensibilidade nas seções z.



Direção	K_{eq} original (mD)	K_{eq} otimizado (mD)	Erro
x	368,55	367,33	0,33%
y	549,29	543,00	1,15%
z	314,56	304,63	3,16%

Fonte: elaborado pela autora.

Tabela 12 – Valores de permeabilidade equivalente para a célula original e a célula otimizada a partir da análise de sensibilidade nas seções y e z.



Direção	K_{eq} original (mD)	K_{eq} otimizado (mD)	Erro
x	368,55	367,66	0,24%
y	549,29	545,29	0,73%
z	314,56	310,84	1,18%

Fonte: elaborado pela autora.

A análise de sensibilidade, a partir da discretização em 2D de uma célula tridimensional de simulação de reservatórios, com a presença de 54 fraturas, se mostrou, neste caso, com resultados bastante satisfatórios. A célula otimizada foi construída com a seleção de apenas 20% das fraturas presentes na célula original, porém com erro no valor das permeabilidades equivalentes da ordem de apenas 1%. Além disso, é importante destacar que a maioria das fraturas selecionadas são aquelas que apresentaram as maiores aberturas, fato esse que sempre favorece o fluxo do fluido pela célula de reservatório.

4.1.1.2 Abordagem via análise 3D

Da mesma forma como foi apresentado considerando a abordagem via análise 2D, o objetivo continua sendo a identificação das fraturas mais

importantes dentre as 54 fraturas presentes na célula original e, com isso, otimizar a rede de fraturas na célula.

A abordagem via análise 3D considera a célula completa, com as dimensões de 200 m de largura, 200 m de comprimento e 10 m de altura, conforme já mencionado, com seu domínio não sendo mais discretizado separadamente ao longo das direções x, y e z. Deste modo, a análise de sensibilidade para um fluxo imposto se faz avaliando simultaneamente as 54 fraturas presentes na célula original e sua influência na permeabilidade equivalente para as três direções de fluxo.

De modo a ampliar a pesquisa e verificar a qualidade da resposta, esta abordagem será realizada considerando as respostas obtidas para a adoção de dois diferentes níveis fatoriais. O primeiro caso é realizado com $\kappa = 1$. Deste modo, o resultado da seleção e otimização obtida, a partir da variação nos valores de abertura de uma em uma fratura, adotando dois níveis de variação, é comparado com aqueles obtidos na abordagem 2D. Pretende-se assim comparar a qualidade da resposta nos dois modelos dimensionais.

Em seguida, para verificar a melhoria na resposta a partir do desenvolvimento do refinamento da análise de sensibilidade no modelo tridimensional, considera a adoção de $\kappa = 2$ na elaboração da segunda matriz de planejamento.

A obtenção da seleção de fraturas a partir de um planejamento que considera a variação de duas fraturas simultaneamente, em dois níveis, tende a aumentar a quantidade de fraturas selecionadas. Por consequência, quando comparado os resultados de k_{eq} original com a seleção em k_1 e k_2 , a resposta no segundo caso deve ser melhor. Porém, a matriz de planejamento aumenta de forma significativa. Como efeito, a quantidade de simulações computacionais e o tempo de processamento da resposta também sofre aumento. Devido a isso, a comparação entre k_1 e k_2 tem como objetivo verificar qual a redução no erro, comparado ao caso original, e se de fato compensa sua adoção para melhoria da resposta.

A Tabela 13 apresenta os valores dos coeficientes de determinação das 54 fraturas, do planejamento realizado de $\kappa = 1$, nas três direções de fluxo,

junto à seleção das fraturas. O estudo considera estatisticamente importante as fraturas selecionadas em um nível de significância de 10%. Dessa forma, a comparação entre as abordagens 2D e 3D se torna possível do ponto de vista estatístico.

Tabela 13 – Identificação, abertura das 54 fraturas, coeficiente de determinação R_j^2 de cada fratura e acumulado: fluxo em x, y e z para $\kappa = 1$.

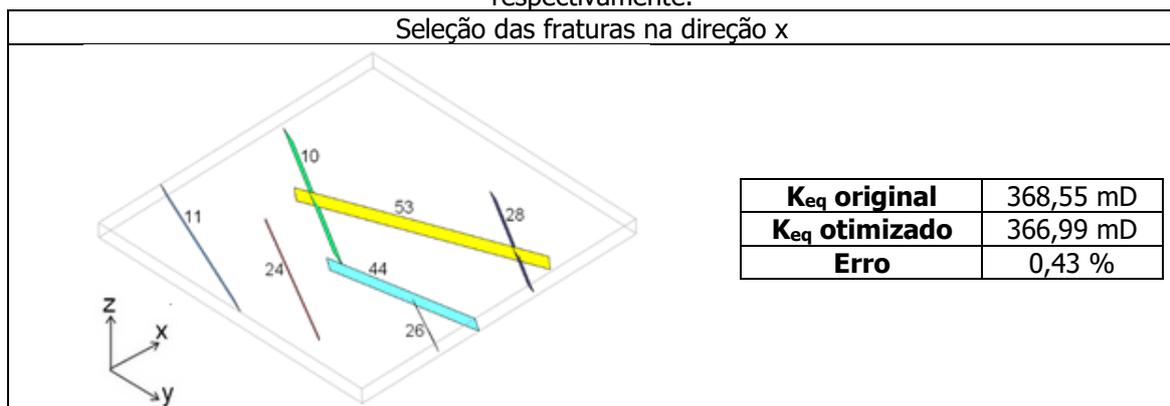
Nº fratura	Abertura (m)	Fluxo em x		Fluxo em y		Fluxo em z	
		R_j^2	Seleção $\alpha=0,10$	R_j^2	Seleção $\alpha=0,10$	R_j^2	Seleção $\alpha=0,10$
2	1,33E-04	0,000460	-	0,000016	-	0,000001	-
3	4,80E-05	0,000001	-	0,000000	-	0,000000	-
4	4,40E-05	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
5	2,00E-06	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
7	6,40E-05	0,000001	-	0,000000	-	0,000000	-
10	5,14E-04	0,325449	✓	0,108944	✓	0,016251	✓
11	9,60E-04	0,275785	✓	0,303208	✓	0,713223	✓
12	2,80E-05	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
13	1,00E-06	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
14	6,00E-06	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
15	2,20E-05	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
16	9,30E-05	0,000001	-	0,000000	-	0,000000	-
17	4,60E-05	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
18	6,00E-05	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
19	2,00E-06	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
20	1,19E-04	0,000057	-	0,000004	-	0,000000	-
22	2,40E-05	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
23	4,50E-05	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
24	3,93E-04	0,006562	✓	0,000747	-	0,000000	-
25	4,00E-06	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
26	9,14E-04	0,007346	✓	0,010409	✓	0,000001	-
27	1,70E-05	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
28	4,69E-04	0,110071	✓	0,010471	✓	0,000068	-
29	8,00E-05	0,000002	-	0,000000	-	0,000000	-
31	1,65E-04	0,000037	-	0,000011	-	0,000000	-
32	1,43E-04	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
33	5,50E-05	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
34	2,50E-05	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
35	1,79E-04	0,000762	-	0,000024	-	0,000006	-
36	2,16E-04	0,000384	-	0,000184	-	0,000011	-
39	2,00E-06	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
40	1,55E-07	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
41	6,80E-05	0,000001	-	0,000000	-	0,000000	-
42	1,00E-06	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
43	2,00E-05	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-

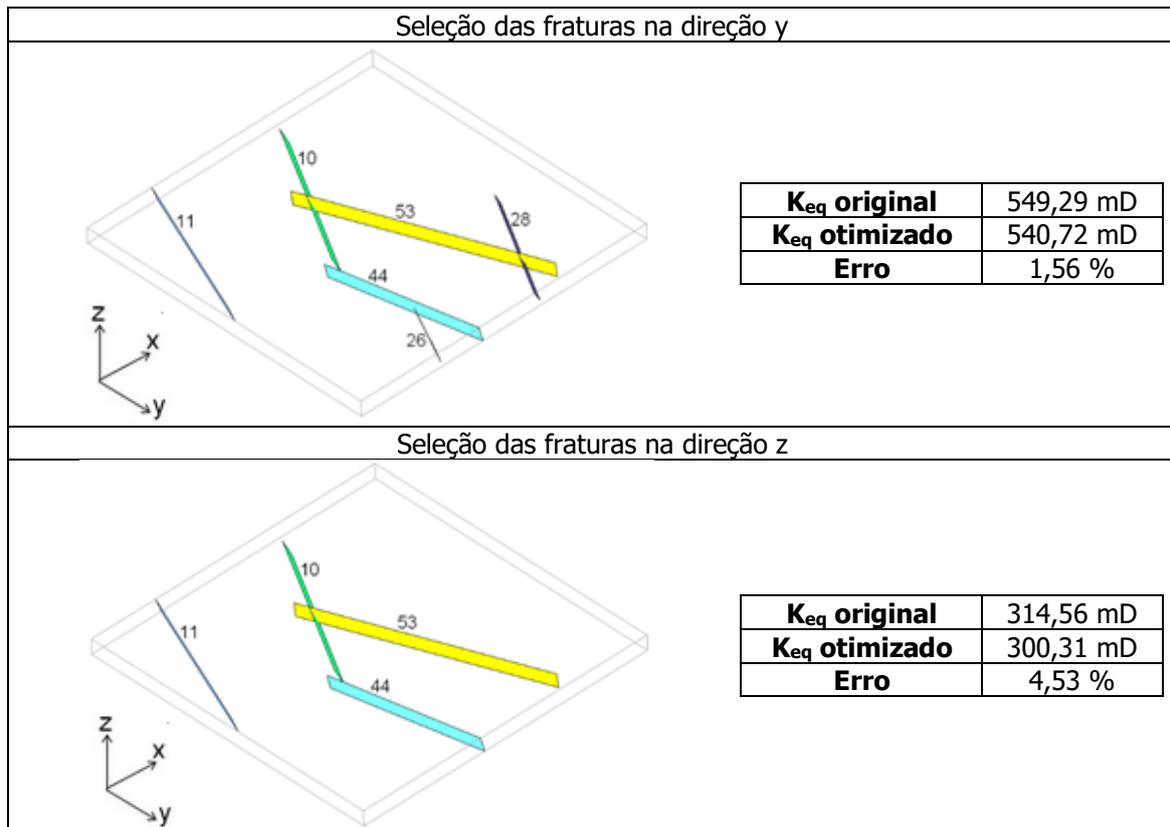
Nº fratura	Abertura (m)	Fluxo em x		Fluxo em y		Fluxo em z	
		R _j ²	Seleção α=0,10	R _j ²	Seleção α=0,10	R _j ²	Seleção α=0,10
44	7,02E-04	0,007603	✓	0,451534	✓	0,091665	✓
46	1,70E-05	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
47	1,99E-04	0,001361	-	0,000067	-	0,000029	-
48	5,30E-04	0,000342	-	0,000348	-	0,000586	-
50	1,80E-05	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
51	4,00E-06	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
53	4,09E-04	0,194562	✓	0,068289	✓	0,009214	✓
54	1,23E-04	0,000009	-	0,000006	-	0,000000	-
55	7,80E-05	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
56	2,00E-06	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
57	1,28E-04	0,000015	-	0,000021	-	0,000002	-
58	8,80E-05	0,000001	-	0,000000	-	0,000000	-
59	1,00E-06	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
60	1,80E-05	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
61	6,00E-05	0,000001	-	0,000001	-	0,000000	-
62	7,06E-06	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
63	1,00E-06	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
64	1,51E-04	0,001073	-	0,000490	-	0,000002	-
65	2,70E-05	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
R_j² acumulado		0,931886	0,927378	0,954774	0,952855	0,831059	0,830353

Fonte: elaborado pela autora.

A partir da seleção das fraturas mais importantes para cada direção separadamente, a Tabela 14 apresenta a célula reduzida para as três direções, em conjunto aos valores das permeabilidades equivalentes da célula original e reduzida. Dentre as fraturas selecionadas nas direções x, y e z, foram obtidas 7, 6 e 4 fraturas, respectivamente.

Tabela 14 – Célula com as fraturas dominantes e valores de k_{eq} para a célula original de 54 fraturas e a célula reduzida, considerando a seleção nas direções de fluxo em x, y e z, respectivamente.





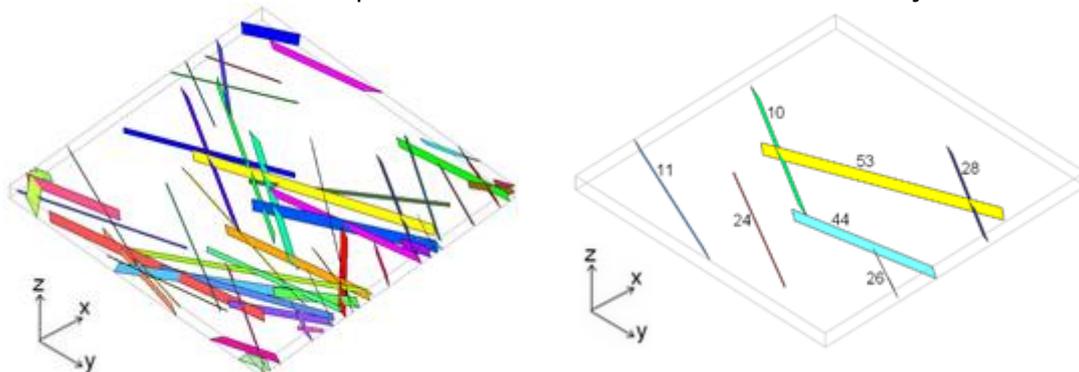
Fonte: elaborado pela autora.

A seleção, nos três casos, gerou um erro inferior a 5% na permeabilidade equivalente. A célula otimizada é composta pela união entre todas as fraturas selecionadas nas três direções de fluxo. A Tabela 15 apresenta um novo comparativo para o k_{eq} , a partir da célula otimizada definitiva, considerando o total de 7 fraturas selecionadas. As fraturas identificadas como dominantes pela análise de sensibilidade, com a abordagem 3D, foram as de número: 10, 11, 24, 26, 28, 44 e 53.

Conforme pode ser observado, a união do conjunto de fraturas selecionadas na análise 3D reduziu os erros nas direções y e z. Como todas as fraturas selecionadas já pertenciam ao conjunto de seleção na direção x, não houve diferença nos novos valores do k_{eq} otimizado para o fluxo em x. Apesar das fraturas acrescidas não terem sido selecionadas estatisticamente nas direções y e z, estas proporcionaram uma redução no erro e estão de acordo com a premissa do modelo de sensibilidade desenvolvido. Esse comportamento é esperado, visto que o acréscimo de fraturas contribui com o aumento da passagem de fluxo por tais fraturas. No entanto, é importante salientar, que as

novas fraturas incluídas, embora possuam valores acima de zero no conjunto de coeficientes de determinação (Tabela 13), indicando que há alguma influência na resposta para o nível de significância adotado, não representam contribuição significativa na variável resposta. Considerando os valores para a seleção unitária e considerando o conjunto final de seleção, é possível observar isso, pois apesar da redução nos erros, este não é muito relevante.

Tabela 15 – Valores de permeabilidade equivalente para a célula original de 54 fraturas e a célula otimizada a partir de análises de sensibilidade nas três direções.



Direção	K_{eq} original (mD)	K_{eq} otimizado (mD)	Erro
x	368,55	366,99	0,43%
y	549,29	542,57	1,22%
z	314,56	303,66	3,46%

Fonte: elaborado pela autora.

Finalmente, a comparação entre as abordagens 2D e 3D, referente ao número de fraturas selecionadas como sendo significativas na avaliação das permeabilidades equivalentes, resultou em 10 e 7 fraturas, respectivamente. Todas as fraturas selecionadas na abordagem 3D estão no conjunto de fraturas obtidas pela análise 2D, exceto as fraturas de número 13, 35 e 48. Essa diferença era esperada, uma vez que na abordagem 2D as fraturas são sempre analisadas somente pertencentes ao domínio da seção em que se encontram. Assim, tais fraturas podem ser significativas para a variável resposta naquele contexto analisado. No entanto, quando se faz uma seleção considerando todo o domínio 3D da célula simultaneamente, fraturas selecionadas nas condições descritas acima podem, no contexto de toda a célula, não representar influência significativa, quando comparadas a outras que apresentam maiores contribuições. Desse modo, é bastante razoável que o conjunto final de fraturas

obtidas nas análises 3D para $\kappa = 1$ seja menor que aquele que resultou das análises 2D.

Em ambas as abordagens realizadas, o modelo de sensibilidade mostrou-se capaz de selecionar as fraturas mais relevantes para a quantificação da variável resposta, isto é, a permeabilidade equivalente para as três direções consideradas de fluxo na célula.

Dando continuidade na verificação da qualidade do modelo de sensibilidade, a seleção de fraturas no modelo 3D agora é alcançada a partir da adoção de planejamento com fator $\kappa = 2$.

Buscando simplificar os resultados, a Tabela 16 apresenta apenas as fraturas selecionadas a partir do conjunto união, considerando a seleção nas três direções de fluxo. O valor de coeficiente de determinação individual acumulado é apresentado para o caso da seleção considerando as três direções de fluxo, mas, em seguida, mostra-se quais fraturas foram de fato selecionadas estatisticamente, para nível de significância de 10%, em cada uma das direções. Os resultados de k_{eq} obtidos para o caso das seleções em cada direção e sua comparação com o valor original estão dispostos na Tabela 17. Os valores finais, quando considera a resposta obtida para o caso do conjunto união das três direções, é apresentada na Tabela 18, junto à comparação visual entre a célula original e a nova, obtida pela análise de sensibilidade.

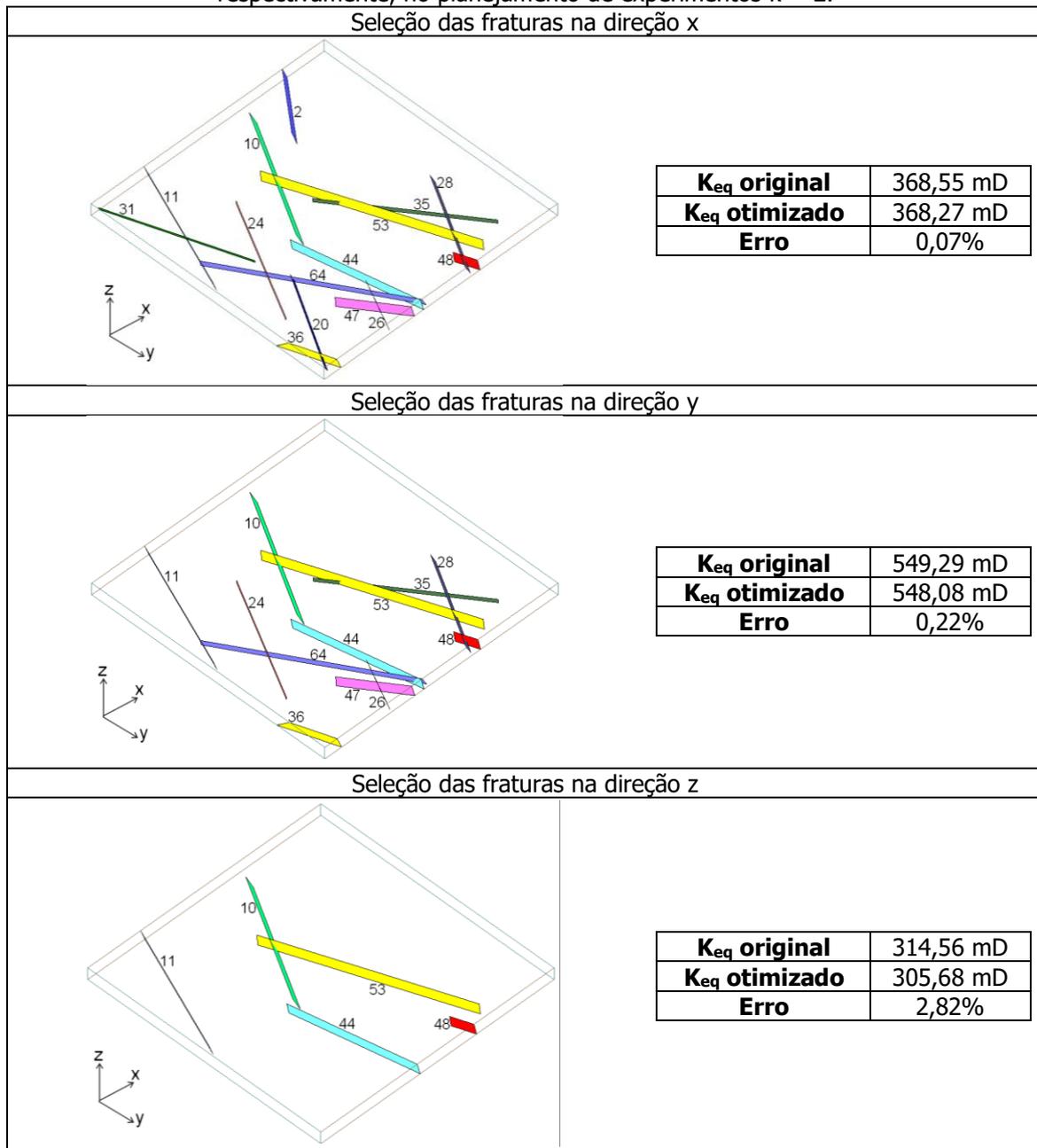
Tabela 16 – Identificação, abertura das 54 fraturas, coeficiente de determinação R_j^2 de cada fratura e acumulado: fluxo em x, y e z para $\kappa = 2$.

Fratura	Abertura (m)	Fluxo em x		Fluxo em y		Fluxo em z	
		R_j^2	Seleção $\alpha=0,10$	R_j^2	Seleção $\alpha=0,10$	R_j^2	Seleção $\alpha=0,10$
2	1,33E-04	0,000460	✓	0,000016	-	0,000001	-
10	5,14E-04	0,326119	✓	0,109400	✓	0,016303	✓
11	9,60E-04	0,275822	✓	0,303350	✓	0,715502	✓
20	1,19E-04	0,000057	✓	0,000004	-	0,000000	-
24	3,93E-04	0,006575	✓	0,000747	✓	0,000000	-
26	9,14E-04	0,007345	✓	0,010312	✓	0,000001	-
28	4,69E-04	0,110175	✓	0,010466	✓	0,000068	-
31	1,65E-04	0,000037	✓	0,000011	-	0,000000	-
35	1,79E-04	0,000761	✓	0,000024	✓	0,000006	-
36	2,16E-04	0,000384	✓	0,000183	✓	0,000012	-
44	7,02E-04	0,007576	✓	0,451024	✓	0,091958	✓

Fratura	Abertura (m)	Fluxo em x		Fluxo em y		Fluxo em z	
		R _j ²	Seleção α=0,10	R _j ²	Seleção α=0,10	R _j ²	Seleção α=0,10
47	1,99E-04	0,001365	✓	0,000067	✓	0,000029	-
48	5,30E-04	0,000344	✓	0,000348	✓	0,000589	✓
53	4,09E-04	0,194823	✓	0,068192	✓	0,009246	✓
64	1,51E-04	0,001077	✓	0,000488	✓	0,000002	-

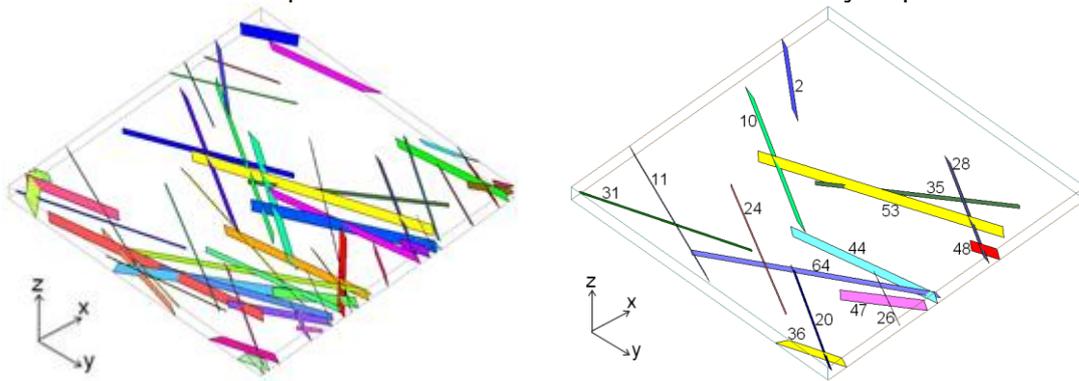
Fonte: elaborado pela autora.

Tabela 17 – Célula com as fraturas dominantes e valores de k_{eq} para a célula original de 54 fraturas e a célula reduzida, considerando a seleção nas direções de fluxo em x, y e z, respectivamente, no planejamento de experimentos $\kappa = 2$.



Fonte: elaborado pela autora.

Tabela 18 – Valores de permeabilidade equivalente para a célula original de 54 fraturas e a célula otimizada a partir de análises de sensibilidade nas três direções para $\kappa = 2$.



Direção	K_{eq} original (mD)	K_{eq} otimizado (mD)	Erro
x	368,55	368,27	0,07%
y	549,29	548,36	0,17%
z	314,56	313,88	0,22%

Fonte: elaborado pela autora.

O conjunto união da análise 3D para $\kappa = 1$ resultou em uma seleção de 7 fraturas dominantes dentro da célula de 54 fraturas, o que resultou em uma obtenção de permeabilidade equivalente de 96% do valor original. O planejamento $\kappa = 2$, por sua vez, ocasionou na seleção de 15 fraturas, com um k_{eq} em torno de 99% do k_{eq} obtido quando há todas as fraturas no sistema de fluxo.

Considerando os erros percentuais extremamente baixos para o caso de $\kappa = 2$, supõe-se desnecessário a ampliação do planejamento de experimentos para maiores verificações, dispensando a possibilidade de melhorias através de adoções de planejamento em maiores níveis fatoriais, pois aumentar a seleção de fraturas ocasionaria em redução dos erros quase nula. Quando comparado os resultados para os casos entre $\kappa = 1$ e $\kappa = 2$, a escolha de qual planejamento deve ser adotado depende do experimentador sobre o nível de qualidade necessário para a resposta e o custo computacional envolvido. Afinal, os erros em uma seleção de apenas 13% das fraturas já são inferiores a 5%. E, acrescentar 8 fraturas nos resultados, reduz o erro, mas o aumento ocasionado na permeabilidade pode gerar um custo (computacional e financeiro) não compensatório, sendo os valores obtidos no caso de $\kappa = 1$ suficientes. Além disso, enfatiza-se que as simulações computacionais dos casos de planejamento com variação de fratura de apenas uma em uma exige menor esforço computacional, levando poucos minutos, diferente do caso para $\kappa = 2$.

Enquanto o primeiro planejamento requer uma quantidade de simulações igual ao dobro da quantidade de fraturas, planejamentos verificando as respostas geradas pela mudança no valor de duas em duas fraturas ocasionou em uma quantidade de simulações superior a 5000. Considerando as simulações de cada direção de fluxo, neste caso em específico, o tempo computacional para simulações de $\kappa = 1$ foi em torno de 4 minutos, contra os 142 minutos necessários para simulação em $\kappa = 2$. Em contrapartida, em todos os casos, a realização de análise de sensibilidade ocorre uma única vez, de modo que, mesmo que o tempo computacional necessário para $\kappa = 2$ seja superior, sua realização é necessária apenas uma vez para cada direção de fluxo. Porém, considera-se que, em alguns casos, como este analisado, o uso de planejamentos superiores a $\kappa = 1$ são viáveis, mas podem ser considerados desnecessários, tratando a seleção ocorrida em $\kappa = 1$ como suficiente.

Inclusive, adotando-se $\kappa = 1$ para uma possível e posterior quantificação de incertezas, torna-se mais fácil a verificação e construção dos resultados, pois a quantidade de variáveis de entrada a ter o comportamento variado é inferior ao caso de $\kappa = 2$.

A partir da seleção de apenas 7 fraturas, é possível a obtenção de um metamodelo quadrático, buscando melhorar a relação obtida entre as variáveis de entrada e as variáveis de resposta. Enquanto um metamodelo linear possui uma qualidade de representação das respostas, a partir do coeficiente de determinação, de 93% para as variáveis dominantes, o metamodelo quadrático é capaz de representar, aproximadamente, 99% das variações unitárias presentes nas avaliações obtidas a partir da leitura da matriz de planejamento. O metamodelo quadrático, construído para as três direções de fluxo aqui estudadas e para a célula de 115 fraturas que será apresentada na sequência, segue o comportamento apresentado na equação (36).

$$k_{eq} = \alpha + \sum_{i=1}^n \hat{x}_i \times \omega_i + \sum_{i=1}^n \hat{\eta}_i \times \omega_i^2 \quad (36)$$

Para facilitar a compreensão dos coeficientes estimadores obtidos e sua inclusão dentro da equação, adotou-se a simbologia de α para o coeficiente

independente, \hat{x} são os coeficientes estimadores que possuem relação linear com as aberturas das fraturas, definidas como ω , e $\hat{\eta}$ são os coeficientes estimadores cujas aberturas são multiplicadas quadraticamente; n , por sua vez, corresponde ao número de fraturas presentes no metamodelo.

As fraturas dominantes definidas para cada índice e seu valor de abertura original adotado no cálculo da permeabilidade equivalente estão apresentadas na Tabela 19. Os coeficientes estimadores, por sua vez, estão na Tabela 20, considerando as três direções de fluxo. O resultado de k_{eq} obtido pelo metamodelo quadrático e sua comparação com os valores do simulador, no caso onde se considera apenas a presença das fraturas dominantes na célula, estão na Tabela 21, também para as direções x, y e z.

Tabela 19 – Fraturas consideradas no metamodelo quadrático e valores de abertura originais destas, para a célula de 54 fraturas, compostas de 7 fraturas dominantes.

i	Nº fratura	ω_i (m)
1	10	5,14E-04
2	11	9,60E-04
3	24	3,93E-04
4	26	9,14E-04
5	28	4,69E-04
6	44	7,02E-04
7	53	4,09E-04

Fonte: elaborado pela autora.

Tabela 20 - Coeficientes estimadores do metamodelo quadrático na célula de 54 fraturas, para as direções x, y e z.

i	Direção x		Direção y		Direção z	
	α	$\hat{\eta}_i$	α	$\hat{\eta}_i$	α	$\hat{\eta}_i$
1	9,77E+03	9,56E+06	2,21E+04	9,33E+07	-1,50E+05	3,18E+08
2	2,39E+04	-7,42E+06	2,29E+05	-6,53E+07	-5,30E+05	6,03E+08
3	-1,92E+03	7,08E+06	-4,83E+03	2,20E+07	7,45E+01	-6,97E+04
4	4,92E+03	-1,83E+06	3,80E+04	-9,33E+06	1,57E+03	-6,08E+05
5	4,31E+03	7,69E+06	-8,43E+03	5,34E+07	8,34E+03	-3,27E+06
6	4,31E+03	-1,40E+06	1,24E+05	4,01E+07	-2,59E+05	4,04E+08
7	-4,59E+03	2,95E+07	-5,65E+04	2,12E+08	-1,31E+05	3,66E+08

Fonte: elaborado pela autora.

O metamodelo quadrático apresentou capacidade de representar a célula com as 7 fraturas dominantes, nas 3 direções de fluxo, quando considerado os valores originais de abertura. Deste modo, considera-se que a superfície de

resposta possui resultados bastante satisfatórios, sendo uma referência inicial para avaliação da qualidade do metamodelo e, respectivamente, realização da quantificação das incertezas na célula.

Tabela 21 – Comparação da permeabilidade equivalente obtida no simulador e a partir do metamodelo quadrático da célula otimizada composta de 7 fraturas dominantes.

Direção	Permeabilidade equivalente otimizada (mD)		
	Simulador	Metamodelo	Erro
x	366,99	367,18	0,05%
y	542,57	542,74	0,03%
z	303,66	303,83	0,06%

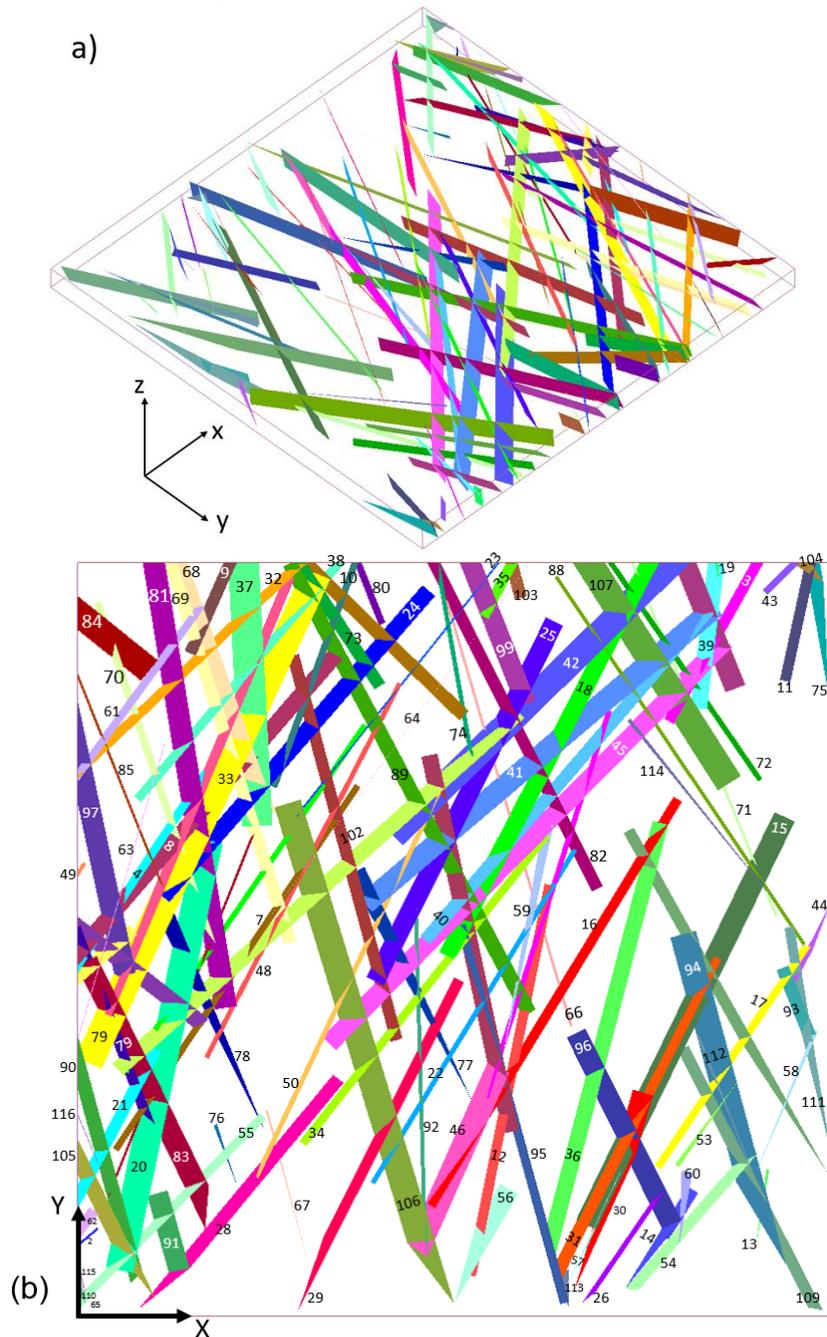
Fonte: elaborado pela autora.

4.1.2 Célula com 115 fraturas

Na segunda aplicação, a análise é realizada em uma célula de simulação de reservatório naturalmente fraturado composto por 115 fraturas, onde as direções do fluxo do fluido ainda obedecem ao sistema de eixos x, y e z, indicado na Figura 15(a); a identificação numérica das fraturas é apresentada na Figura 15(b) e mantêm-se constante em todas as análises desta célula.

Os resultados das análises, nas abordagens 2D e 3D, foram organizadas na mesma ordem da célula anterior, com apresentação das regiões analisadas, ranqueamento das fraturas e seleção das fraturas estatisticamente representativas da permeabilidade equivalente, em cada direção de fluxo, a partir dos resultados dos testes de hipótese. Por fim, são apresentadas ilustrações comparativas da célula original e aquela otimizada, contendo apenas as fraturas dominantes.

Figura 15 – (a) Perspectiva isométrica com direção dos fluxos e (b) vista em planta, com identificação das fraturas, da célula com 115 fraturas.



Fonte: elaborado pela autora.

4.1.2.1 Abordagem via análise 2D

Assim como na célula anterior, a avaliação 2D considera seções transversais ortogonalmente posicionados na direção y , distantes 40 metros, com imposição de fluxo em z , e na direção z , distantes 5 metros, com fluxo imposto nas direções x e y . Cortes ortogonais em x não foram realizados. Os

cortes transversais e as direções de fluxo impostas nas análises são os mesmos impostos no caso anterior, mostrados na Tabela 2.

As seções transversais na direção y , e a representação e numeração das fraturas presentes nestas, estão ilustradas na Tabela 22. Neste caso, não se realizou análise na seção distante 200 metros da origem, pois esta seção não apresenta fraturas. Além disso, nem todas as fraturas existentes na célula estão presentes nas seções transversais ortogonais à y .

Tabela 22 – Corte de seções 2D em y para a célula de 115 fraturas

y (m)	Seção
0	
40	
80	
120	
160	

Fonte: elaborada pela autora.

A construção do planejamento de experimentos, obtenção dos metamodelos e ranqueamento das fraturas foi realizado a partir de geração de combinações entre fraturas com $\kappa = 1$. Os valores de abertura das 115 fraturas, os coeficientes de determinação R_j^2 de cada fratura e seu valor acumulado obtido para todas as fraturas em cada seção transversal é apresentado na Tabela 23. Nos casos em que há ausência de fratura na seção, esta é representada por um traço no valor de R_j^2 . Fraturas com valores nulos pertencem à seção, mas não são influentes nestas.

Tabela 23 – Identificação, abertura das 115 fraturas e ranqueamento a partir do coeficiente de determinação R_j^2 de cada fratura e acumulado: fluxo em z.

Nº fratura	Abertura (m)	Seção y_0	Seção y_{40}	Seção y_{80}	Seção y_{120}	Seção y_{160}
2	6,60E-05	0,000001	-	-	-	-
3	1,77E-08	-	-	-	-	0,000000
4	1,00E-06	0,000000	-	-	-	-
5	1,24E-04	-	0,000001	-	-	-
6	1,80E-05	-	0,000000	-	-	-
7	1,22E-04	-	0,000015	-	-	-
8	2,50E-05	0,000000	0,000000	-	-	-
9	6,55E-04	-	0,000000	-	-	-
10	1,10E-05	-	-	-	-	-
11	2,00E-06	-	-	-	-	-
12	1,80E-05	-	-	-	0,000000	-
13	3,00E-06	-	-	-	-	-
14	1,00E-06	-	-	-	-	0,000000
15	1,20E-05	-	-	-	-	0,000000
16	1,59E-04	-	-	-	0,000045	-
17	4,00E-06	-	-	-	-	0,000000
18	8,63E-04	-	-	-	0,744386	-
19	5,00E-06	-	-	-	-	-
20	9,00E-06	-	-	-	-	-
21	4,00E-06	0,000000	-	-	-	-
22	5,59E-04	-	-	0,213201	0,094673	-
23	5,22E-04	-	-	0,149873	-	-
24	6,25E-04	-	0,455649	0,306569	-	-
25	1,43E-04	-	-	0,000014	0,000012	-
26	4,50E-05	-	-	-	-	-
27	1,81E-04	-	-	-	0,000098	-
28	5,62E-04	-	0,268400	-	-	-
29	1,60E-05	-	-	0,000000	-	-
30	2,30E-05	-	-	-	-	-
31	2,30E-05	-	-	-	-	0,000000
32	6,00E-06	0,000000	0,000000	-	-	-
33	5,00E-06	0,000000	0,000000	-	-	-
34	3,00E-06	-	-	0,000000	0,000000	-
35	3,80E-05	-	-	-	-	-
36	2,09E-04	-	-	-	-	-
37	1,20E-04	-	0,000000	-	-	-
38	2,54E-04	-	0,002646	-	-	-
39	2,92E-04	-	-	-	-	-
40	7,50E-05	-	-	-	0,000000	0,000278
41	9,30E-05	-	-	0,000003	0,000001	0,000760
42	2,00E-06	-	-	-	0,000000	0,000000

Nº fratura	Abertura (m)	Seção y₀	Seção y₄₀	Seção y₈₀	Seção y₁₂₀	Seção y₁₆₀
43	6,65E-04	-	-	-	-	-
44	2,00E-05	-	-	-	-	-
45	3,60E-05	-	-	0,000000	0,000000	0,000005
46	4,30E-05	-	-	-	-	-
47	1,68E-04	-	0,000168	-	-	-
48	3,80E-05	-	0,000000	0,000000	-	-
49	3,20E-05	0,000000	-	-	-	-
50	4,00E-06	-	-	0,000000	-	-
51	7,10E-04	0,830073	-	-	-	-
52	4,83E-04	-	0,121126	0,072024	-	-
53	1,50E-05	-	-	-	-	0,000000
54	5,00E-05	-	-	-	-	0,000013
55	1,50E-05	0,000000	0,000000	-	-	-
56	9,91E-04	-	-	-	-	-
57	3,90E-05	-	-	-	-	-
58	2,72E-04	-	-	-	-	-
59	1,00E-05	-	-	-	0,000000	-
60	7,00E-06	-	-	-	-	0,000000
61	1,00E-05	0,000000	-	-	-	-
62	6,90E-05	0,000000	-	-	-	-
63	1,41E-04	0,000000	-	-	-	-
64	9,64E-04	-	-	-	-	-
65	2,00E-05	0,000000	-	-	-	-
66	2,08E-04	-	-	-	0,000000	-
67	2,89E-04	-	-	-	-	-
68	1,00E-06	-	0,000000	-	-	-
69	1,50E-05	-	0,000000	-	-	-
70	7,21E-04	-	-	-	-	-
71	1,29E-04	-	-	-	-	0,000001
72	7,02E-04	-	-	-	-	0,000029
73	1,30E-05	-	-	0,000000	-	-
74	1,00E-06	-	-	-	-	-
75	1,55E-04	-	-	-	-	-
76	7,08E-04	-	0,000000	-	-	-
77	5,00E-06	-	-	0,000000	-	-
78	2,60E-04	-	0,000000	-	-	-
79	1,77E-08	0,000000	-	-	-	-
80	3,29E-04	-	-	0,000019	-	-
81	8,71E-04	-	0,000094	-	-	-
82	1,72E-04	-	-	-	0,000060	-
83	7,10E-05	-	-	-	-	-
84	1,04E-04	0,000006	-	-	-	-
85	6,90E-05	0,000001	-	-	-	-

Nº fratura	Abertura (m)	Seção y₀	Seção y₄₀	Seção y₈₀	Seção y₁₂₀	Seção y₁₆₀
86	3,80E-05	-	-	0,000000	-	-
87	4,10E-05	-	-	-	-	-
88	5,30E-05	-	-	-	-	0,000021
89	2,00E-06	-	-	0,000000	0,000000	-
90	4,50E-05	0,000000	-	-	-	-
91	1,12E-04	-	-	-	-	-
92	1,20E-05	-	-	-	-	-
93	1,00E-06	-	-	-	-	-
94	8,00E-06	-	-	-	-	0,000000
95	3,00E-06	-	-	-	0,000000	-
96	2,90E-05	-	-	-	-	-
97	2,88E-04	0,000540	-	-	-	-
98	7,00E-06	0,000000	-	-	-	-
99	8,60E-05	-	-	-	0,000000	-
100	2,00E-06	-	-	-	-	0,000000
101	6,00E-05	-	-	-	-	-
102	5,84E-04	-	-	0,122867	-	-
103	1,00E-06	-	-	-	-	-
104	1,22E-04	-	-	-	-	-
105	1,74E-04	0,000000	-	-	-	-
106	8,00E-06	-	-	0,000000	-	-
107	3,63E-04	-	-	-	-	0,838679
108	1,03E-04	-	-	-	-	0,000831
109	5,30E-05	-	-	-	-	0,000005
110	6,37E-04	0,000199	-	-	-	-
111	9,21E-04	-	-	-	-	-
112	8,30E-05	-	-	-	-	-
113	2,00E-05	-	-	-	-	-
114	2,00E-06	-	-	-	-	0,000000
115	8,50E-05	0,000000	-	-	-	-
116	3,00E-06	0,000000	-	-	-	-
R_j^2 acumulado		0,830820	0,848099	0,864571	0,839277	0,840621

Fonte: elaborado pela autora.

A construção e obtenção dos resultados ocorre de forma análoga à célula anterior, com a seleção das fraturas em cada seção realizada a partir dos testes de hipótese, com nível de significância de 10%. Portanto, a Tabela 24 apresenta as fraturas estatisticamente selecionadas nas seções 2D ortogonais ao eixo y, com marcação da seleção das fraturas em suas respectivas seções.

Tabela 24 – Seleção das fraturas estatisticamente significativas nas seções 2D ortogonais a y para nível de significância de 10%.

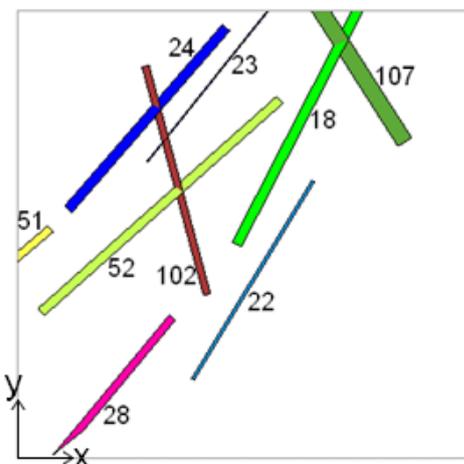
		Seção y ₀	Seção y ₄₀	Seção y ₈₀	Seção y ₁₂₀	Seção y ₁₆₀
Nº Fratura	18	-	-	-	✓	-
	22	-	-	✓	✓	-
	23	-	-	✓	-	-
	24	-	✓	✓	-	-
	28	-	✓	-	-	-
	51	✓	-	-	-	-
	52	-	✓	✓	-	-
	102	-	-	✓	-	-
	107	-	-	-	-	✓

Fonte: elaborado pela autora.

Um total de 9 fraturas foram selecionadas na análise de sensibilidade, sendo todas estas passantes do início ao fim da direção de fluxo considerada. As fraturas que foram selecionadas em mais de um corte estão presentes apenas nestes cortes, não sendo desconsideradas nos demais cortes por valor baixo de R_j^2 , e sim por ausência nestes.

Os resultados do valor de k_{eq} nas direções x, y e z são então avaliados a partir da união de todas as fraturas selecionadas nas seções 2D ortogonais a y. A Tabela 25 apresenta os valores de k_{eq} na célula original, composta por todas as 115 fraturas, e comparação com o novo valor de k_{eq} , considerando apenas as 9 fraturas selecionadas.

Tabela 25 – Valores de permeabilidade equivalente para a célula original e a célula reduzida a partir da análise de sensibilidade nas seções y da célula de 115 fraturas.



Direção	K_{eq} original (mD)	K_{eq} otimizado (mD)	Erro
x	442,48	412,84	6,70%
y	659,99	532,36	19,34%
z	638,64	361,72	43,36%

Fonte: elaborada pela autora.

A construção da análise de sensibilidade apenas nas seções ortogonais a y resultou em elevados erros. Isto fica evidente na direção de fluxo z, que é a direção que considera a passagem do fluido. Porém, por se tratar de um fluxo ocorrido a partir de uma seção de 200 m x 200 m de dimensão, e ocorrendo avaliação em apenas 5 seções, em um caso com grande quantidade de fraturas, é explicável a ocorrência de tantos erros. Principalmente porque uma parte significativa das fraturas não aparecem em nenhuma das seções. Sendo um total de 32 fraturas ausentes, isso significa que tais seções consideram apenas 70% de seu total de fraturas pertencentes à célula original. Além disso, como também identificado na célula anterior, a maioria das fraturas com maior abertura possuem grande importância nos resultados da seleção das fraturas dominantes. E, dentre as 10 maiores fraturas pertencentes a essa célula, 4 não estão presentes em nenhuma seção ortogonal a y e 4 outras não são passantes de uma ponta a outra. As 2 restantes, correspondente às fraturas 18 e 51 são selecionadas nas seções em que estão presentes, e possuem elevado valor de R_j^2 para contribuição do metamodelo linear nestas. Deste modo, é possível perceber que, no caso de célula com elevada quantidade de fraturas, as seções em y podem apresentar erros significativos.

Dando continuidade para avaliar a qualidade das análises quando aplicadas em casos 2D, faz agora a seleção considerando corte ortogonal a z e fluxo nas direções x e y, tendo os resultados dispostos na Tabela 26.

De modo a evitar extensas repetições, são mostradas somente as fraturas estatisticamente significativas, obtidas a partir da consideração de $\alpha=10\%$.

Considerando as três seções transversais, todas as fraturas estão apresentadas em ao menos uma destas. A análise de sensibilidade resultou em um conjunto total de 22 fraturas. Todas as selecionadas nas seções ortogonais a y também foram nas seções em z. Isso mostra que, apesar das seções ortogonais a y não selecionar o conjunto completo de importância, ainda assim faz seleção de fraturas importantes dentro da região analisada. A Tabela 27 apresenta os valores de k_{eq} , comparando os resultados obtidos para o caso da

célula de 115 fraturas, com os valores da célula otimizada de 22 fraturas, nas três direções de fluxo.

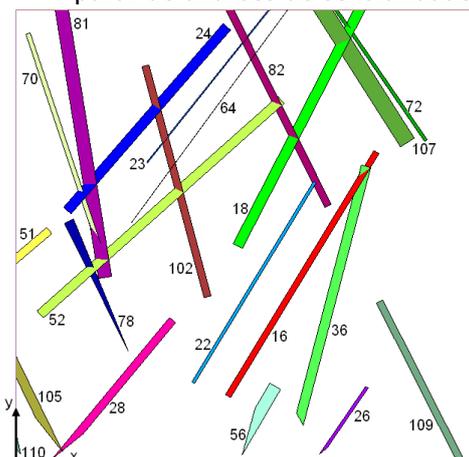
Tabela 26 - Seleção das fraturas estatisticamente significativas nas seções 2D ortogonais a z para nível de significância de 10%.

	Nº Fratura	Fluxo em X			Fluxo em Y		
		Seção Z ₀	Seção Z ₅	Seção Z ₁₀	Seção Z ₀	Seção Z ₅	Seção Z ₁₀
	16	-	-	-	-	-	✓
	18	✓	✓	✓	-	-	✓
	22	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	23	✓	✓	-	-	-	-
	24	✓	✓	✓	-	-	-
	26	-	-	-	-	✓	-
	28	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	36	-	-	-	-	-	✓
	51	-	-	✓	-	-	-
	52	✓	✓	✓	-	-	-
	56	-	-	-	-	-	✓
	64	-	-	✓	-	-	-
	70	✓	✓	-	-	-	-
	72	✓	✓	-	-	-	-
	78	-	-	-	✓	-	-
	81	✓	-	✓	-	-	-
	82	-	-	✓	-	-	-
	102	✓	✓	✓	-	-	✓
	105	-	-	-	-	-	✓
	107	✓	✓	✓	-	-	-
	109	-	-	-	-	✓	✓
	110	-	-	-	-	✓	-

Fonte: elaborada pela autora.

Com o aumento da seleção de fraturas de 9 para 22, houve redução nos erros percentuais, sendo os erros de x e y inferiores a 5%. Porém, no caso da direção de fluxo em z, a seleção de fraturas ainda possui um erro maior que 10%. Considera então que, neste caso, a quantidade de seções 2D adotadas na análise de sensibilidade, pode ter sido insuficiente, o que ocasionou em erros maiores do que os recomendados.

Tabela 27 – Valores de permeabilidade equivalente para a célula original e a célula reduzida a partir de análises de sensibilidade nas seções y e z da célula de 115 fraturas.



Direção	K_{eq} original (mD)	K_{eq} otimizado (mD)	Erro
x	442,481	436,23	1,41%
y	659,987	629,96	4,55%
z	638,639	549,32	13,99%

Fonte: elaborada pela autora.

Uma alternativa, visando melhorar a resposta nas análises bidimensionais, seria o aumento do número de seções. Porém, isto pode ser oneroso e exigir maior tempo para simulação computacional. Além disso, em alguns casos isto não é suficiente. Para verificar essa afirmação, aumentou-se as quantidades de seções ortogonais a y, de modo que, ao invés de considerar uma seção a cada 40 metros, considerou distância de 20 metros, proporcionando um aumento de 5 seções nas análises. Fazer isso ocasionou apenas na seleção de 4 fraturas a mais, que não geraram redução significativa nos erros, podendo ser facilmente ignoradas. As seleções ocorridas nas novas seções são apresentadas na Tabela 28 e o resultado da permeabilidade equivalente com as demais fraturas selecionadas podem ser visualizadas na Tabela 29.

Considerando a facilidade apresentada para a construção da análise de sensibilidade e a resposta na seleção de fraturas para uma permeabilidade equivalente otimizada próxima à original, considera a ampliação dos estudos a partir da adoção dos modelos em célula tridimensional a melhor alternativa a ser analisada neste caso. Esta foi a decisão tomada para partir diretamente para o próximo tópico, sem aprofundar-se mais nas células 2D. Deste modo, não houve continuidade para buscar alternativas para reduzir os erros obtidos nos casos bidimensionais. Porém, ressalta-se que tais substituições, com análise de sensibilidade apenas no caso 3D, podem não ser viáveis em algumas implementações computacionais realizadas, ou em células que não apresentem

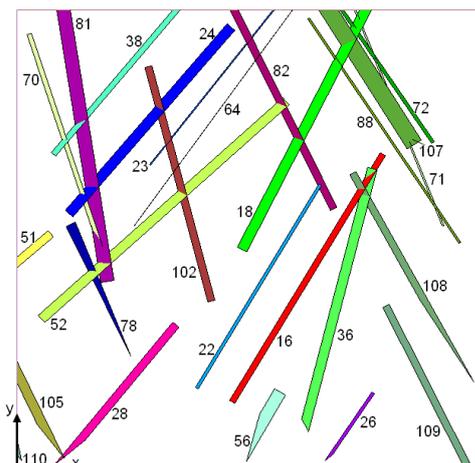
o comportamento dos casos aqui descritos. Quando isso ocorre, é necessário buscar novas alternativas para melhorar a qualidade da resposta nos casos 2D. Nesse caso adotou-se um particionamento originalmente repetido da célula de 54 fraturas, porém, pode-se recomendar maiores pesquisas, avaliando a melhor seleção de seções, de modo a garantir que todas as fraturas estejam presentes em ao menos uma seção ortogonal a y, principalmente ao considerar que estas são as únicas que avaliam as fraturas a partir da direção de fluxo em Z, que foi a direção que apresentou maiores erros nas comparações de permeabilidade equivalente. Junto a isso, deve-se considerar que, por se tratar de uma célula com elevada quantidade de fraturas, pode ocorrer a diferença no tratamento da resposta se avaliado seções ortogonais a x. No caso anterior, por ser uma célula com menor quantidade de fraturas, tais problemas não se tornaram enfáticos, sendo a resolução no caso 2D, com as seções avaliadas, satisfatórias. Entretanto, com a ampliação da quantidade de fraturas, tais problemas se tornaram mais perceptíveis, sendo necessário buscar melhores alternativas. Mas, como aqui há a possibilidade de realizar as análises de sensibilidade considerando o aumento de um nível dimensional, o que torna a verificação mais eficiente, não se ampliou esta etapa na pesquisa.

Tabela 28 - Seleção das fraturas estatisticamente significativas nas novas seções 2D ortogonais a y para nível de significância de 10%.

		Seção y₂₀	Seção y₆₀	Seção y₁₀₀	Seção y₁₄₀	Seção y₁₈₀
No Fratura	18	-	-	-	✓	-
	22	-	-	✓	-	-
	23	-	✓	✓	-	-
	24	-	✓	-	-	-
	28	-	✓	-	-	-
	38	✓	-	-	-	-
	52	✓	✓	✓	-	-
	71	-	-	-	-	✓
	88	-	-	-	-	✓
	102	-	✓	-	-	-
	108	-	-	-	-	✓
	109	-	-	-	-	✓

Fonte: elaborada pela autora.

Tabela 29 – Valores de permeabilidade equivalente para a célula original e a célula reduzida a partir de análises de sensibilidade em todas as seções y e z verificadas da célula de 115 fraturas.



Direção	K_{eq} original (mD)	K_{eq} otimizado (mD)	Erro
x	442,481	437,14	1,21%
y	659,987	630,66	4,44%
z	638,639	552,69	13,46%

Fonte: elaborada pela autora.

4.1.2.2 Abordagem via análise 3D

A análise 3D verifica a célula com todas as 115 fraturas e seleção das fraturas dominantes através das direções de fluxo x, y e z. A Tabela 30 apresenta os valores dos coeficientes de determinação das fraturas. São apresentadas apenas as fraturas cujo valor de R_j^2 não é nulo em pelo menos um dos três fluxos. A seleção estatística foi feita considerando o nível de significância de 10%.

Tabela 30 – Identificação e coeficiente de determinação R_j^2 das fraturas não nulas e seus valores acumulados: fluxo em x y e z.

Nº fratura	Abertura (m)	Fluxo em x		Fluxo em y		Fluxo em z	
		R_j^2	Seleção $\alpha=0,10$	R_j^2	Seleção $\alpha=0,10$	R_j^2	Seleção $\alpha=0,10$
5	1,24E-04	0,000001	-	0,000019	-	0,000000	-
7	1,22E-04	0,000013	-	0,000033	-	0,000001	-
9	6,55E-04	0,000046	-	0,000381	✓	0,003356	-
16	1,59E-04	0,000077	-	0,000252	✓	0,000017	-
18	8,63E-04	0,165717	✓	0,315455	✓	0,321566	✓
22	5,59E-04	0,041379	✓	0,111531	✓	0,021786	✓
23	5,22E-04	0,010517	✓	0,004053	✓	0,010173	✓
24	6,25E-04	0,168980	✓	0,004898	✓	0,039885	✓
25	1,43E-04	0,000022	-	0,000017	-	0,000005	-
27	1,81E-04	0,000007	-	0,000414	✓	0,000027	-
28	5,62E-04	0,029270	✓	0,177799	✓	0,008849	✓
36	2,09E-04	0,000012	-	0,002838	✓	0,000064	-

Nº fratura	Abertura (m)	Fluxo em x		Fluxo em y		Fluxo em z	
		R _j ²	Seleção α=0,10	R _j ²	Seleção α=0,10	R _j ²	Seleção α=0,10
37	1,20E-04	0,000002	-	0,000002	-	0,000001	-
38	2,54E-04	0,001143	-	0,000047	-	0,000141	-
39	2,92E-04	0,000017	-	0,000199	-	0,000080	-
40	7,50E-05	0,000003	-	0,000000	-	0,000000	-
41	9,30E-05	0,000035	-	0,000001	-	0,000001	-
43	6,65E-04	0,000100	-	0,000002	-	0,000000	-
47	1,68E-04	0,000213	-	0,000039	-	0,000026	-
51	7,10E-04	0,006067	✓	0,000013	-	0,002798	-
52	4,83E-04	0,327879	✓	0,015274	✓	0,014846	✓
56	9,91E-04	0,000130	-	0,004501	✓	0,015498	✓
58	2,72E-04	0,000008	-	0,000013	-	0,000000	-
64	9,64E-04	0,001542	✓	0,000287	✓	0,000000	-
66	2,08E-04	0,000018	-	0,000022	-	0,000000	-
67	2,89E-04	0,000001	-	0,000021	-	0,000000	-
70	7,21E-04	0,011567	✓	0,006703	✓	0,000358	-
71	1,29E-04	0,000010	-	0,000009	-	0,000000	-
72	7,02E-04	0,149538	✓	0,008480	✓	0,000079	-
75	1,55E-04	0,000003	-	0,000001	-	0,000000	-
76	7,08E-04	0,000023	-	0,000495	✓	0,000000	-
78	2,60E-04	0,000084	-	0,000965	✓	0,000002	-
80	3,29E-04	0,000005	-	0,000053	-	0,000025	-
81	8,71E-04	0,002308	✓	0,260885	✓	0,324517	✓
82	1,72E-04	0,000540	-	0,000146	-	0,000016	-
83	7,10E-05	0,000001	-	0,000008	-	0,000000	-
84	1,04E-04	0,000008	-	0,000000	-	0,000000	-
88	5,30E-05	0,000002	-	0,000000	-	0,000000	-
91	1,12E-04	0,000001	-	0,000008	-	0,000000	-
97	2,88E-04	0,000222	-	0,000137	-	0,000087	-
99	8,60E-05	0,000001	-	0,000000	-	0,000000	-
101	6,00E-05	0,000000	-	0,000002	-	0,000000	-
102	5,84E-04	0,017302	✓	0,066235	✓	0,027500	✓
104	1,22E-04	0,000001	-	0,000000	-	0,000000	-
105	1,74E-04	0,000048	-	0,000289	✓	0,000002	-
107	3,63E-04	0,016704	✓	0,001990	✓	0,000529	-
108	1,03E-04	0,000014	-	0,000012	-	0,000000	-
110	6,37E-04	0,000021	-	0,000028	-	0,000021	-
111	9,21E-04	0,000834	-	0,005326	✓	0,045104	✓
R_j² acumulado		0,952436	0,948770	0,989883	0,989051	0,837360	0,829724

Fonte: elaborada pela autora.

Segundo os testes estatísticos, para os fluxos em x, y e z, foram selecionadas 13, 21 e 10 fraturas, respectivamente. As células otimizadas e o valor da permeabilidade equivalente, considerando a célula original e a célula apenas com as fraturas dominantes, estão apresentados na Tabela 31.

Tabela 31 – Célula com as fraturas dominantes e valores de k_{eq} para a célula original de 115 fraturas e a célula otimizada, considerando a seleção nas direções de fluxo em x, y e z, respectivamente.

Seleção das fraturas na direção x							
	<table border="1"> <tr> <td>K_{eq} original</td> <td>442,48 mD</td> </tr> <tr> <td>K_{eq} otimizado</td> <td>434,58 mD</td> </tr> <tr> <td>Erro</td> <td>1,82%</td> </tr> </table>	K_{eq} original	442,48 mD	K_{eq} otimizado	434,58 mD	Erro	1,82%
K_{eq} original	442,48 mD						
K_{eq} otimizado	434,58 mD						
Erro	1,82%						
Seleção das fraturas na direção y							
	<table border="1"> <tr> <td>K_{eq} original</td> <td>659,99 mD</td> </tr> <tr> <td>K_{eq} otimizado</td> <td>651,42 mD</td> </tr> <tr> <td>Erro</td> <td>1,31%</td> </tr> </table>	K_{eq} original	659,99 mD	K_{eq} otimizado	651,42 mD	Erro	1,31%
K_{eq} original	659,99 mD						
K_{eq} otimizado	651,42 mD						
Erro	1,31%						
Seleção das fraturas na direção z							
	<table border="1"> <tr> <td>K_{eq} original</td> <td>638,64 mD</td> </tr> <tr> <td>K_{eq} otimizado</td> <td>579,69 mD</td> </tr> <tr> <td>Erro</td> <td>9,23%</td> </tr> </table>	K_{eq} original	638,64 mD	K_{eq} otimizado	579,69 mD	Erro	9,23%
K_{eq} original	638,64 mD						
K_{eq} otimizado	579,69 mD						
Erro	9,23%						

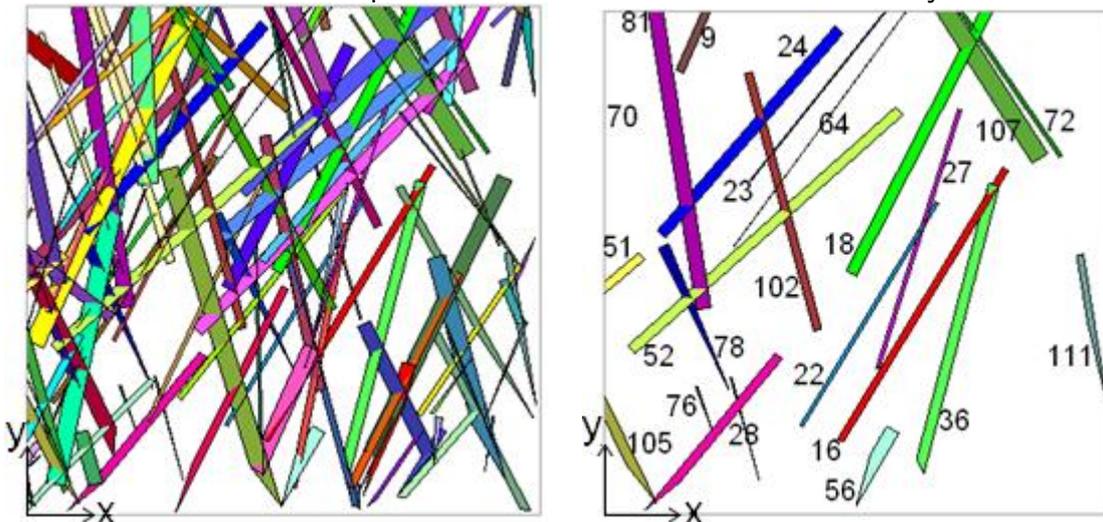
Fonte: elaborada pela autora.

Em comparação aos resultados no caso 2D, os fluxos em y e z apresentaram menor erro, diferente de x . Isso é esperado, visto que, mesmo quando as fraturas podem apresentar pouca importância dentro do valor de k_{eq} , estas ainda têm certa influência dentro da resposta. Principalmente considerando que a seleção em 3D considera 8 fraturas a menos que a seleção 2D na direção x , cuja simulação foi avaliada a partir do conjunto de todas as seções e fluxos verificados. O fluxo em z , em compensação, mesmo tendo uma melhoria em seus valores, ainda permanece na faixa de 10%.

A célula otimizada final é composta pela união das fraturas selecionadas nas três direções de fluxo. A Tabela 32 apresenta o comparativo de k_{eq} , considerando a nova célula otimizada, a partir do conjunto total de 22 fraturas selecionadas.

Considerando a união das fraturas selecionadas estatisticamente, selecionando apenas 20% do total das fraturas, um erro médio de 1% foi obtido nas três direções. Deste modo, comprova-se a eficácia destas análises em células regulares, mesmo com elevada quantidade de fraturas existentes. Quando comparado ao caso 2D, apesar de mesmo apresentar também uma seleção de 22 fraturas, há 4 fraturas diferentes selecionadas de um caso para o outro. Na seleção em 2D, as 4 fraturas que não pertencem à seleção 3D possuem, em sua maioria, um baixo valor de R_j^2 . Além disso, nos resultados em 3D, mostrados na Tabela 30, 3 dessas fraturas estão com valores diferentes de zero, mas não são selecionadas nos testes de hipótese. Quando avaliado o problema em situação inversa, ou seja, verificação das 4 fraturas selecionadas no caso 3D, mas não no 2D, é possível notar que parte dessas fraturas são de pequena dimensão, ou ficando próximo às bordas da célula. Quando avaliado apenas dentro da seção as chances de estes apresentarem pouca participação é justificada, principalmente quando dentro das análises 3D seus valores de R_j^2 são baixos, mas ainda estatisticamente importantes para o valor de k_{eq} .

Tabela 32 – Valores de permeabilidade equivalente para a célula original de 115 fraturas e a célula otimizada a partir de análises de sensibilidade nas três direções.



Direção	K_{eq} original (mD)	K_{eq} otimizado (mD)	Erro
x	442,48	438,46	0,91%
y	659,99	652,30	1,16%
z	638,64	622,50	2,52%

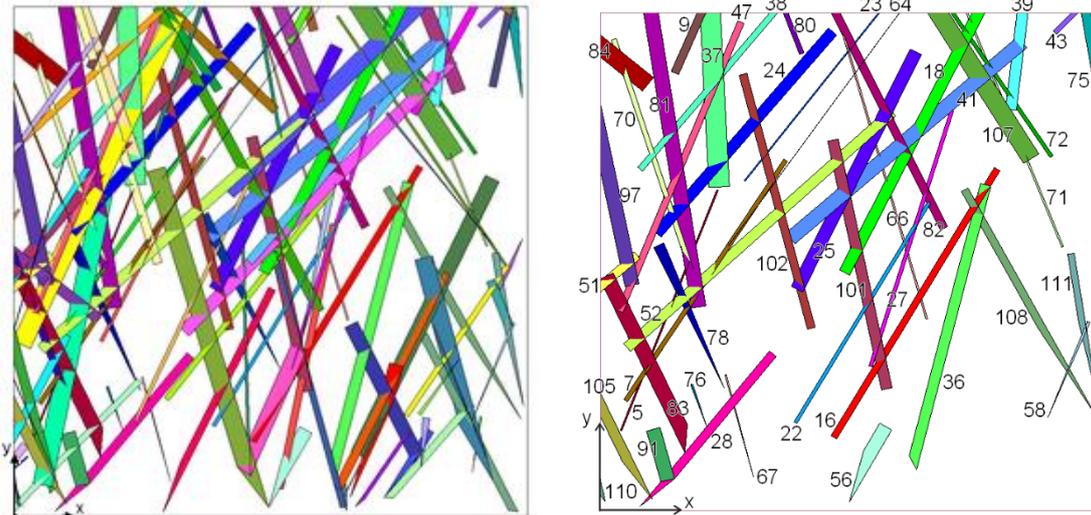
Fonte: elaborada pela autora.

Dentre as 30 fraturas de maior abertura na célula original, 21 das selecionadas estão entre elas, comprovando que a abertura das fraturas, de fato, possui grande importância na contribuição do transporte do fluido.

A análise considerando fator $\kappa = 2$ também foi aqui realizada, de modo a verificar a melhoria na resposta a partir da adoção de estudos considerando variação simultânea de duas em duas fraturas.

Para este caso, adiciona-se apenas os resultados visuais das células otimizadas nas três direções de fluxo, com os valores de k_{eq} original e otimizado e seu erro comparativo (Tabela 33). Os resultados obtidos a partir do conjunto união nas três direções são apresentados na Tabela 34.

Tabela 34 – Valores de permeabilidade equivalente para a célula original de 115 fraturas e a célula otimizada a partir de análises de sensibilidade nas três direções para $\kappa = 2$.



Direção	K_{eq} original (mD)	K_{eq} otimizado (mD)	Erro
x	442,48	441,41	0,24%
y	659,99	657,24	0,42%
z	638,64	629,94	1,36%

Fonte: elaborado pela autora.

Para o estudo dos diferentes planejamentos de experimentos, aplicados na célula tridimensional de 115 fraturas, o aumento do planejamento e, por consequência, da seleção de fraturas, ocasionou na redução do erro. Porém, no caso de $\kappa = 1$, a seleção de 22 fraturas já proporcionava permeabilidade equivalente a 98% do valor original, nas três direções de fluxo. $\kappa = 2$ diminuiu o erro para a faixa de 99%, mas a custo de dobrar o número de fraturas selecionadas. O tempo computacional deste caso que, considerando cada direção de fluxo, resultou em 230 simulações executadas em 4 minutos no planejamento $\kappa = 1$, contra 26221 simulações obtidas em mais de 6 horas no planejamento $\kappa = 2$. Deste modo, assim como ocorreu na célula anteriormente analisada, estipula-se que a adoção de planejamento com $\kappa = 1$ muitas vezes pode ser suficiente, apresentando a resposta desejada, sem a necessidade de aumentar a quantidade de simulações.

A partir da consideração de que o planejamento $\kappa = 1$ apresenta uma boa seleção, constrói-se o metamodelo quadrático, para as três direções de fluxo, seguindo os mesmos princípios da célula de 54 fraturas, cujo comportamento da superfície de resposta equivale ao apresentado na Equação (36). As fraturas dominantes e seus valores de abertura estão mostrados na

Tabela 35. Em seguida, apresentam-se os coeficientes estimadores obtidos para as três direções de fluxo (Tabela 36) e os resultados obtidos a partir dos metamodelos e seus erros em comparação aos valores obtidos no simulador, quando considerado apenas as fraturas selecionadas na análise de sensibilidade (Tabela 37). Assim como ocorreu na célula anterior, os resultados obtidos pelo metamodelo quadrático se mostram inicialmente bastante satisfatórios, podendo ser ampliado à verificação da qualidade da resposta na variação dos valores de abertura, de modo a permitir o desenvolvimento da quantificação de incertezas.

Tabela 35 – Fraturas consideradas no metamodelo quadrático e valores de abertura originais destas, para a célula de 115 fraturas, compostas de 22 fraturas dominantes.

i	Nº fratura	ω_i (m)	i	Nº fratura	ω_i (m)
1	9	6,55E-04	12	56	9,91E-04
2	16	1,59E-04	13	64	9,64E-04
3	18	8,63E-04	14	70	7,21E-04
4	22	5,59E-04	15	72	7,02E-04
5	23	5,22E-04	16	76	7,08E-04
6	24	6,25E-04	17	78	2,60E-04
7	27	1,81E-04	18	81	8,71E-04
8	28	5,62E-04	19	102	5,84E-04
9	36	2,09E-04	20	105	1,74E-04
10	51	7,10E-04	21	107	3,63E-04
11	52	4,83E-04	22	111	9,21E-04

Fonte: elaborado pela autora.

Tabela 36 - Coeficientes estimadores do metamodelo quadrático na célula de 115 fraturas, para as direções x, y e z.

i	Direção x		Direção y		Direção z	
	α	$\hat{\eta}_i$	α	$\hat{\eta}_i$	α	$\hat{\eta}_i$
1	1,45E+03	-5,92E+05	4,89E+03	1,28E+05	-5,65E+04	9,69E+07
2	-2,65E+03	1,92E+07	-1,29E+04	9,16E+07	-1,76E+04	1,21E+08
3	6,08E+04	-1,83E+07	1,04E+05	3,24E+06	-3,69E+05	5,06E+08
4	1,28E+04	8,94E+06	4,68E+04	4,49E+07	-1,74E+05	3,45E+08
5	7,33E+03	4,62E+06	-7,40E+03	2,71E+07	-1,28E+05	2,72E+08
6	2,89E+04	9,97E+06	7,64E+03	8,17E+06	-1,99E+05	3,63E+08
7	-4,66E+02	3,88E+06	-1,42E+04	9,03E+07	-2,00E+04	1,20E+08
8	2,07E+04	-1,50E+06	5,50E+04	6,00E+07	-1,09E+05	2,17E+08
9	-3,86E+02	3,44E+06	-3,09E+04	1,73E+08	-2,63E+04	1,38E+08
10	1,51E+04	-6,08E+06	2,88E+03	-1,39E+06	-4,66E+04	7,43E+07
11	-1,62E+04	9,37E+07	3,07E+04	1,24E+07	-1,69E+05	3,87E+08
12	2,49E+03	-8,92E+05	2,68E+04	-7,97E+06	-6,31E+04	7,86E+07

	Direção x		Direção y		Direção z	
13	-6,22E+02	1,65E+06	-2,16E+03	2,66E+06	6,59E+02	-2,09E+05
14	5,12E+02	6,27E+06	4,05E+03	1,03E+07	1,38E+04	3,78E+06
15	3,06E+04	2,53E+06	1,39E+04	6,36E+06	5,16E+03	2,59E+06
16	4,32E+02	4,75E+03	5,15E+03	-2,29E+04	1,18E+02	-2,82E+04
17	-1,08E+03	6,37E+06	-9,04E+03	5,45E+07	4,14E+02	7,75E+06
18	6,42E+03	-1,72E+06	9,51E+04	1,83E+06	-3,62E+05	4,97E+08
19	7,10E+03	5,72E+06	4,06E+04	2,71E+07	-1,85E+05	3,53E+08
20	-1,77E+03	1,28E+07	-9,17E+03	7,22E+07	-3,86E+03	2,95E+07
21	3,00E+02	3,05E+07	-6,19E+03	3,80E+07	-3,77E+04	1,23E+08
22	2,46E+03	-2,88E+05	4,09E+04	-1,52E+07	-1,21E+05	1,59E+08

Fonte: elaborado pela autora.

Tabela 37 – Valores de permeabilidade equivalente obtidos no simulador e a partir do metamodelo quadrático, considerando apenas as fraturas dominantes da célula originalmente de 115 fraturas, e os erros obtidos na comparação entre estes.

Direção	Permeabilidade equivalente otimizada (mD)		
	Simulador	Metamodelo	Erro
x	438,46	438,46	0,00%
y	652,30	652,30	0,00%
z	622,50	622,50	0,00%

Fonte: elaborado pela autora.

4.2 Fluxo em meio poroso: célula irregular

Diferente das aplicações anteriores, este tópico refere-se à avaliação, considerando a aplicação da técnica apenas no caso tridimensional, de uma célula de dimensões não constantes, variando seu comprimento, largura e altura por toda sua extensão, cujo sistema de referência para imposição de fluxo não corresponde aos das direções x, y e z. Deste modo, os valores de permeabilidade equivalente da rocha matriz não são mais os apresentados no tópico anterior. Os valores de permeabilidade equivalente da rocha matriz tendem a ser exclusivamente de uma única célula, devido à sua irregularidade geométrica e, outras células de rocha-reservatório de posição e dimensão irregular tendem a ter valores diferentes deste, sempre sendo necessária a avaliação de caso a caso.

Inclusive, faz-se uma ressalva em relação aos valores de k_{eq} aqui considerados. O cálculo da vazão e da permeabilidade equivalente nas células, em geral, são realizadas a partir da consideração de um domínio regular, com

dimensões constantes, inclusive a distância de uma face à outra da mesma. Porém, nas células irregulares, área, distância e direção não apresentam valores constantes. De modo a tornar viável o cálculo da variável resposta dentro desses casos, os cálculos são realizados a partir de valores médios de distância e área, adotando-se uma direção genérica pré-estabelecida, que não corresponde aos sistemas de eixo x, y e z.

A realização dessa aproximação pode resolver os cálculos e comportamentos obtidos tanto na célula com ou sem a presença de fraturas, sendo possível notar que, com o acréscimo das fraturas, há um ganho no valor de k_{eq} . Deste modo, quando realizados os cálculos, com os erros embutidos devido à utilização de valores médios, dentro da célula intacta, ao se incluir a rede de fraturas para verificar o novo comportamento, tal erro permanece nos valores finais obtidos. Os valores resultam em k_{eq} maior, pois a influência da rede de fraturas enriquece a passagem de fluxo no meio poroso. Portanto, exige-se atenção com relação aos valores associados às permeabilidades equivalentes nas células irregulares, sendo necessários estudos mais profundos para se verificar com acurácia a magnitude da influência das irregularidades geométricas sobre a Eq. (35).

Entretanto, neste trabalho, o objetivo específico da verificação na célula ocorre para seleção das fraturas mais influentes dentro do meio poroso. Apesar dos valores serem aproximados, foi comprovado, após realização de diferentes tentativas, que os erros associados à geometria da célula, permanecerão embutidos nas análises, independente da alteração de quantidade ou não de fraturas. Assim, quando calculado os valores de permeabilidade equivalente para as diferentes variações nos valores de abertura, embora eles sejam aproximados devido às limitações da Eq. (35), os valores calculados incorporam a mesma aproximação em absolutamente todas as permeabilidades obtidas. Portanto, os valores de k_{eq} que serão apresentados para comparação da célula com todas as fraturas e aquela com as fraturas dominantes mantêm-se coerentes e adequados dentro do contexto desse trabalho. Por isso, considera que a realização de análise de sensibilidade dentro destes casos mostra a

seleção de forma adequada, sendo uma prática viável e com real utilidade na otimização de células de reservatório irregular.

4.2.1 Célula com 283 fraturas

O caso aqui estudado refere-se a uma célula de reservatório composta de 283 fraturas, cujos caminhos de fluxo, indicado pelas direções i , j e k , não correspondem aos eixos x , y e z . Deste modo, seguindo a direção definida da célula, o valor da permeabilidade equivalente aproximado da rocha matriz, obtido no programa de pré-processamento, corresponde a $2,203 \times 10^{-14} \text{m}^2$ (22,03 mD) na direção i , $1,072 \times 10^{-13} \text{m}^2$ (107,20 mD) em j e $2,883 \times 10^{-14} \text{m}^2$ (28,83 mD) na direção k . Suas dimensões são definidas a partir de um valor médio, estabelecido a partir da média dos valores obtidos de todas as medidas de altura, largura e comprimento da célula. Considerando a direção i como direção de referência, têm-se como largura média 202,09 m, comprimento médio de 207,17 m e altura de 5,53 m.

A Figura 16 apresenta a célula de 283 fraturas, com apresentação dos planos que definem o caminho do fluxo, i , j e k . Devido ao elevado número de fraturas, não será apresentado a numeração e identificação destas dentro da imagem. A identificação ocorrerá apenas para as fraturas dominantes, obtidas a partir da análise de sensibilidade realizada em cada uma das direções de fluxo, para planejamento $\kappa = 1$. No caso do planejamento $\kappa = 2$, ele será aqui realizado de forma análoga ao ocorrido nos exemplos anteriores.

A construção do planejamento de experimentos e as fraturas selecionadas dentro das 283 fraturas pertencentes à célula, considerando um planejamento $\kappa = 1$ e nível de significância de 10%, são apresentadas na Tabela 38. Inseriu-se os resultados de R_j^2 e o valor de abertura apenas das fraturas selecionadas em pelo menos uma direção.

Figura 16 - Célula irregular de 283 fraturas, no plano XY.



Fonte: elaborado pela autora.

Tabela 38 – Identificação e coeficiente de determinação R_j^2 das fraturas selecionadas e seus valores acumulados: fluxo em i, j e k.

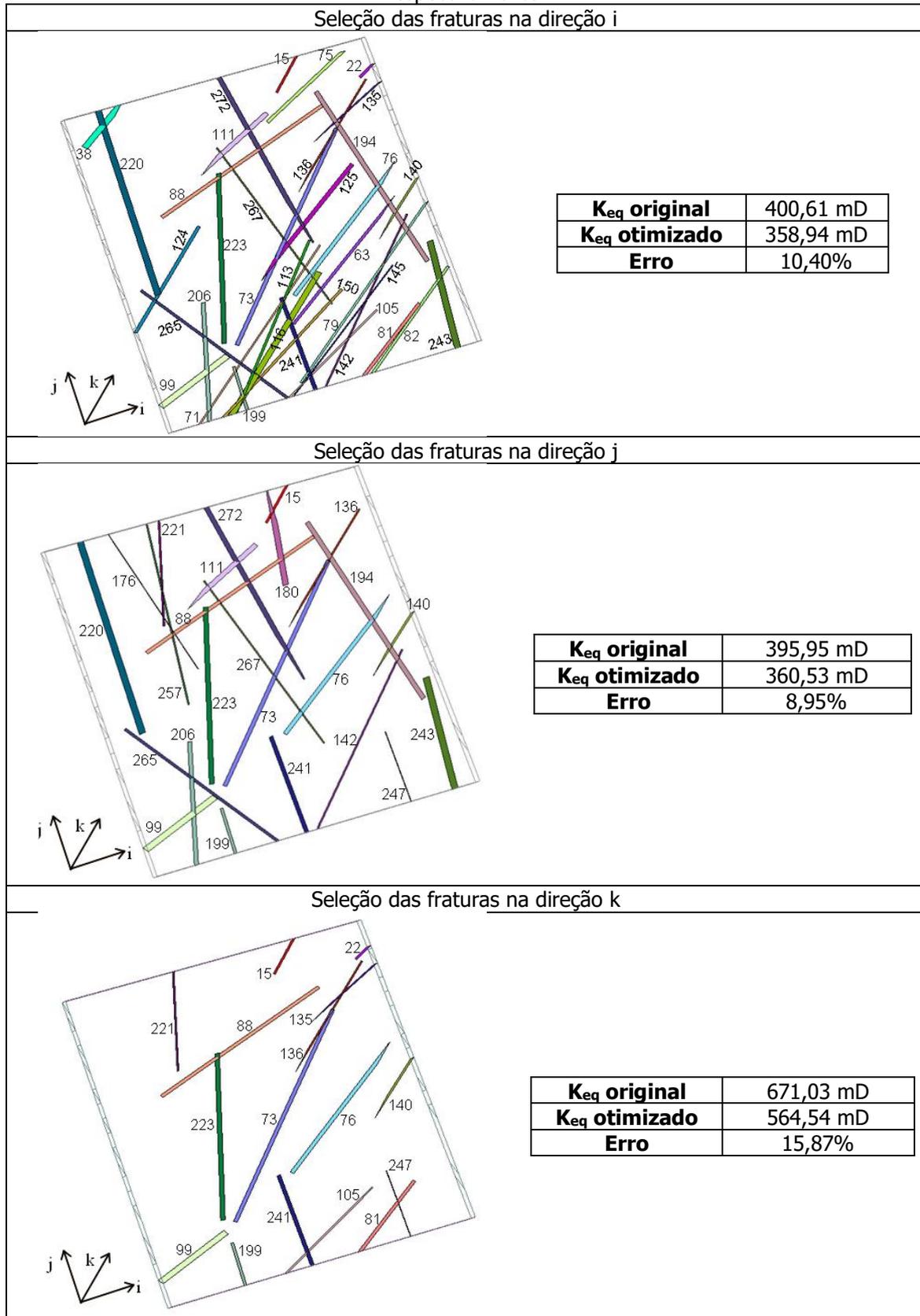
Fratura	Abertura (m)	Fluxo em i		Fluxo em j		Fluxo em k	
		R_j^2	Seleção de $\alpha=10\%$	R_j^2	Seleção de $\alpha=10\%$	R_j^2	Seleção de $\alpha=10\%$
15	8,29E-04	0,000884	✓	0,011602	✓	0,043709	✓
22	6,35E-04	0,001585	✓	0,000069	-	0,001772	✓
38	2,92E-04	0,001386	✓	0,000392	-	0,000078	-
63	1,32E-04	0,000548	✓	0,000029	-	0,000009	-
71	1,87E-04	0,001696	✓	0,000231	-	0,000158	-
73	3,78E-04	0,112273	✓	0,053522	✓	0,010458	✓
75	2,49E-04	0,002260	✓	0,000196	-	0,000193	-
76	4,47E-04	0,087048	✓	0,008972	✓	0,011583	✓
79	2,10E-04	0,002427	✓	0,000141	-	0,000326	-
81	6,72E-04	0,018298	✓	0,000352	-	0,050760	✓
82	3,10E-04	0,003931	✓	0,000132	-	0,001096	-
88	3,76E-04	0,088242	✓	0,002342	✓	0,008136	✓
99	8,77E-04	0,367681	✓	0,001346	✓	0,157299	✓
105	5,69E-04	0,087360	✓	0,000458	-	0,041135	✓

Fratura	Abertura (m)	Fluxo em i		Fluxo em j		Fluxo em k	
		R _j ²	Seleção de α=10%	R _j ²	Seleção de α=10%	R _j ²	Seleção de α=10%
111	3,35E-04	0,012948	✓	0,002222	✓	0,000460	-
113	2,03E-04	0,001565	✓	0,000472	-	0,000181	-
116	2,41E-04	0,007615	✓	0,000488	-	0,000268	-
124	1,67E-04	0,000999	✓	0,000355	-	0,000025	-
125	1,72E-04	0,000798	✓	0,000056	-	0,000030	-
135	4,61E-04	0,016736	✓	0,000238	-	0,004025	✓
136	4,47E-04	0,025441	✓	0,011116	✓	0,008711	✓
140	8,30E-04	0,014800	✓	0,001004	✓	0,065822	✓
142	2,64E-04	0,005694	✓	0,001164	✓	0,000975	-
145	2,38E-04	0,001930	✓	0,000149	-	0,000380	-
150	1,50E-04	0,000573	✓	0,000008	-	0,000026	-
176	2,84E-04	0,000462	-	0,014957	✓	0,000186	-
180	3,13E-04	0,000409	-	0,017463	✓	0,000225	-
194	2,60E-04	0,001578	✓	0,034845	✓	0,000572	-
199	8,09E-04	0,000594	✓	0,024116	✓	0,032662	✓
206	2,50E-04	0,000591	✓	0,002468	✓	0,000178	-
220	1,99E-04	0,005316	✓	0,011201	✓	0,000083	-
221	3,97E-04	0,000397	-	0,037647	✓	0,003082	✓
223	5,34E-04	0,048090	✓	0,489448	✓	0,032616	✓
241	5,92E-04	0,001011	✓	0,055186	✓	0,020551	✓
243	3,91E-04	0,000998	✓	0,005013	✓	0,001548	-
247	9,77E-04	0,000098	-	0,010387	✓	0,330347	✓
257	3,80E-04	0,000039	-	0,097319	✓	0,000801	-
265	3,05E-04	0,016553	✓	0,007203	✓	0,000150	-
267	2,57E-04	0,001497	✓	0,016570	✓	0,000715	-
272	1,82E-04	0,003555	✓	0,005841	✓	0,000046	-
R ² acumulado		0,945905	0,944501	0,926719	0,922955	0,831377	0,822669

Fonte: elaborado pela autora.

A partir da realização da análise de sensibilidade, selecionou-se nas direções i, j e k, 35, 24 e 16 fraturas, respectivamente, resultando em um total de 40 fraturas selecionadas ao todo. A Tabela 39 apresenta os resultados obtidos para a seleção de cada uma das direções de fluxo e seus respectivos valores de permeabilidade equivalente.

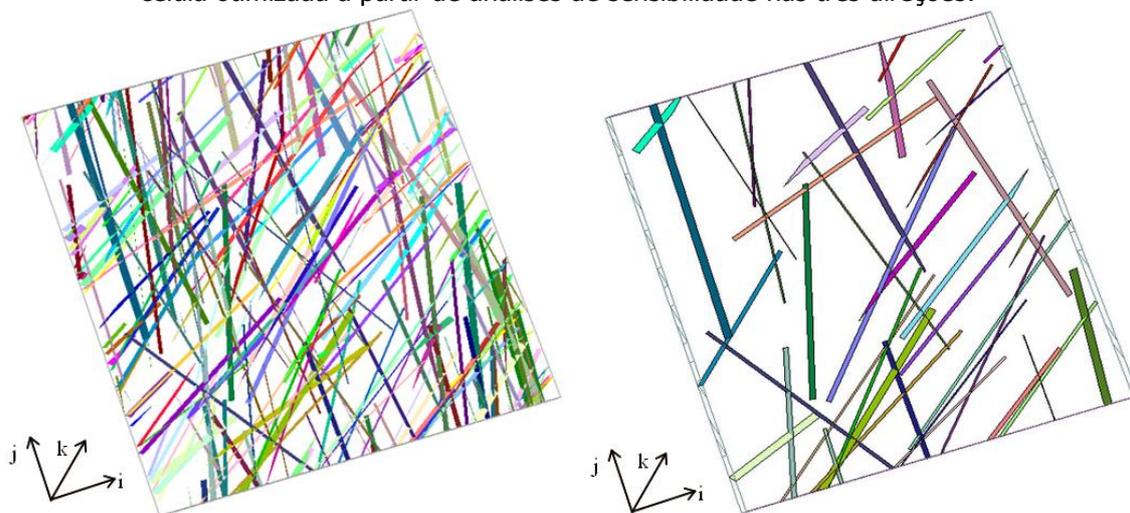
Tabela 39 – Célula com as fraturas dominantes e valores de K_{eq} para a célula original de 283 fraturas e a célula otimizada, considerando a seleção nas direções de fluxo em i, j e k, respectivamente.



Fonte: elaborado pela autora.

Diferente do que ocorreu nas duas células anteriores, a verificação dos resultados obtidos a partir da análise de sensibilidade individual, sem considerar os valores a partir do conjunto união, resultou em erros próximos ou superiores a 10%. Por se tratar de uma célula cuja quantidade de fraturas é mais que o dobro dos casos anteriores, uma maior dificuldade na seleção a partir apenas da consideração de uma única direção de fluxo era esperado, sendo necessária a verificação dos resultados a partir do conjunto união, de modo a aumentar a quantidade de fraturas selecionadas para cada um dos fluxos e melhorar a qualidade da resposta. Os resultados obtidos da permeabilidade equivalente nas três direções, considerando o conjunto de 40 fraturas, assim como a apresentação da própria célula otimizada em si, comparando-a com a célula original, é apresentado na Tabela 40.

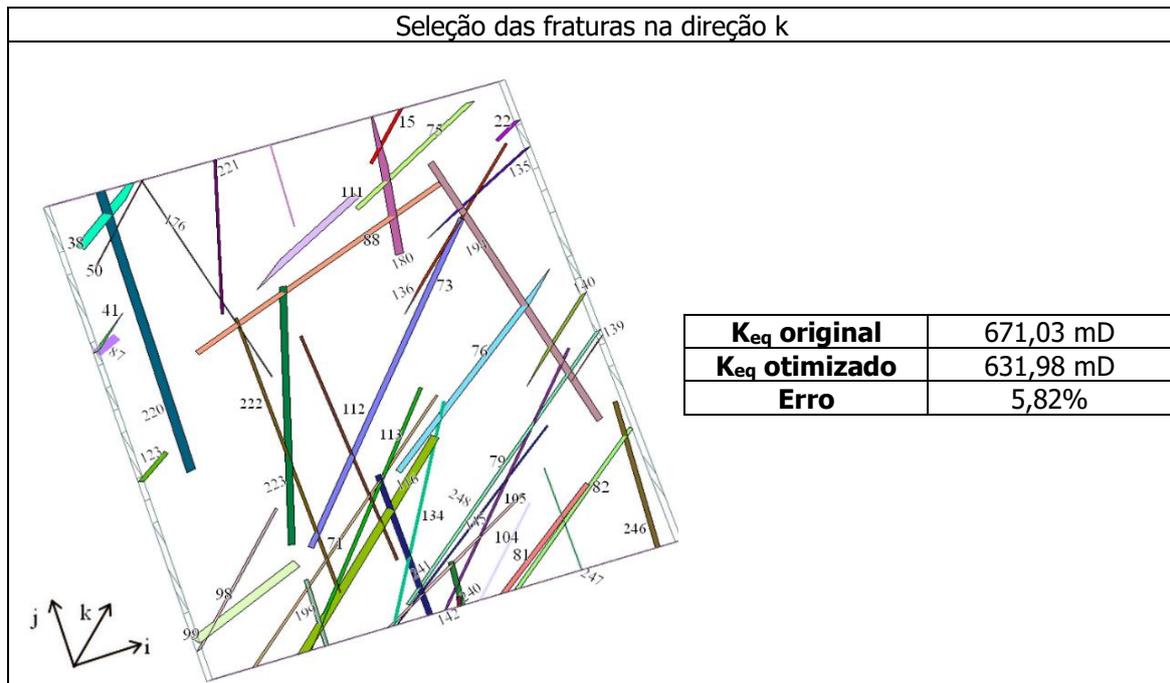
Tabela 40 – Valores de permeabilidade equivalente para a célula original de 283 fraturas e a célula otimizada a partir de análises de sensibilidade nas três direções.



Direção	K_{eq} original (mD)	K_{eq} otimizado (mD)	Erro
i	400,61	378,45	5,53%
J	395,95	375,84	5,08%
k	671,03	639,49	4,78%

Fonte: elaborado pela autora

Considerando se tratar de uma célula composta de 283 fraturas e que a seleção reduziu em 85% o total de fraturas, considera a ocorrência de erros na faixa de 5% como satisfatórios, principalmente ao considerar que se trata de uma célula irregular. Porém, de modo a ampliar a qualidade da resposta e verificar a melhoria na análise de sensibilidade, faz-se a seleção das fraturas dominantes a partir de um planejamento que varia duas fraturas



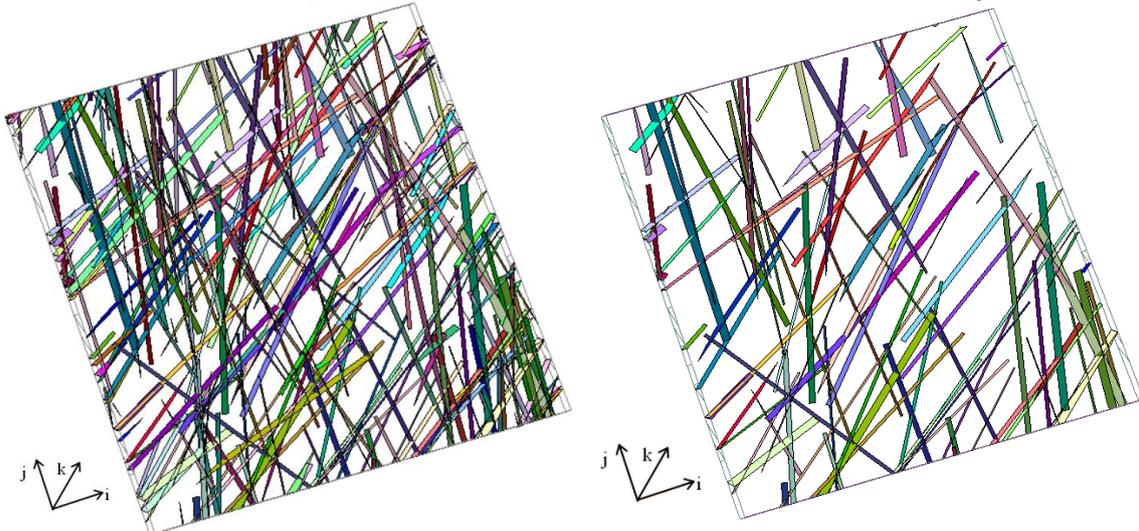
Fonte: elaborada pela autora.

Os erros obtidos para os três casos analisados agora se apresentam satisfatórios, mesmo sem a consideração do conjunto união. As direções i e j, principalmente, com seleção de 35%, já possuem um erro inferior a 0,20%. A direção k ainda possui erro superior a 5%, mas é algo esperado, visto que este selecionou apenas 15% das fraturas existentes na célula. Considerando o conjunto união das três direções, foi obtida uma seleção de 106 fraturas, dentre as 283 fraturas presentes. A célula completa, com as 283 fraturas, e a otimizada obtida no planejamento $\kappa = 2$, assim como os valores de k_{eq} para os dois casos e o erro obtido a partir de suas diferenças, para as três direções de fluxo, são apresentadas na Tabela 42.

A seleção de 37% das fraturas de todo o conjunto apresentou erros iguais ou inferiores a 0,20% da permeabilidade total presente na célula de reservatório. Deste modo, através da construção da análise de sensibilidade foi possível identificar que, num conjunto com 283 fraturas, 177 destas tem uma contribuição inferior a 0,20% na permeabilidade, de modo que a consideração destas nos resultados do comportamento da célula não seria significativa. Portanto, desconsiderar a presença dessas fraturas não ocasiona em perda expressiva na resposta, e torna a modelagem da célula e possíveis aplicações

de pós-processamento menos custosas computacionalmente, o que mostra quão vantajosa é a aplicação da técnica de análise de sensibilidade.

Tabela 42 – Valores de permeabilidade equivalente para a célula original de 283 fraturas e a célula otimizada a partir de análises de sensibilidade de $\kappa = 2$ nas três direções.



Direção	K_{eq} original (mD)	K_{eq} otimizado (mD)	Erro
i	400,61	400,24	0,09%
j	395,95	395,65	0,08%
k	671,03	669,72	0,20%

Fonte: elaborado pela autora.

Porém, deve-se comentar que, por se tratar de uma célula com uma quantidade elevada de elementos na sua construção original, a realização do planejamento de experimentos para $\kappa = 2$ é extenso e requer uma grande quantidade de simulações. Este caso em específico requereu um valor superior a 150 mil simulações, para construção do planejamento de experimentos e desenvolvimento da análise de sensibilidade, em cada uma das direções. E, a produção das respostas deste planejamento, foi obtida em um tempo médio de três dias inteiros. Inclusive, no caso do estudo aplicado do fluxo em k, por se tratar de uma direção que requer maior quantidade de detalhamento, para garantir qualidade nas respostas, tornou o procedimento quase inviável. Isso, pois, além da matriz de planejamento ser extremamente grande, a simulação de caso a caso se tornou mais trabalhosa que as demais direções, visto que ele possui muito mais nós para serem lidos nas condições de contorno. O procedimento em si, precisou ser realizado em duas etapas, devido à dificuldade de execução das respostas a partir da variação das fraturas. E, ao avaliar a qualidade da resposta obtida no caso de $\kappa = 1$, que requer uma

quantidade de 566 simulações para cada direção de fluxo, o que exige um tempo computacional inferior a cinco minutos, pode acabar sendo considerada desnecessário, a ampliação do planejamento de experimentos. Porém, tal decisão depende unicamente do experimentador e do objetivo de interesse, de modo que, em alguns casos, tais considerações podem ser adotadas na prática ou não, dependendo dos problemas, sendo tal decisão tomada caso a caso.

Na realização do metamodelo quadrático, considerou-se a construção apenas para o caso de $\kappa = 1$, tendo a identificação das fraturas e seu valor original, os coeficientes estimadores e os resultados da permeabilidade equivalente apresentados na Tabela 43, Tabela 44 e Tabela 45, respectivamente. Como é possível observar, o metamodelo quadrático foi capaz de representar as respostas obtidas no simulador, mesmo no caso de uma célula irregular. Deste modo, considera-se a realização inicial da formulação para permeabilidade equivalente satisfatória, podendo ser ampliado os estudos para realização da quantificação de incertezas.

Tabela 43 – Fraturas consideradas no metamodelo quadrático e valores de abertura originais destas, para a célula de 283 fraturas, compostas de 40 fraturas dominantes.

i	Nº fratura	ω_i (m)	i	Nº fratura	ω_i (m)	i	Nº fratura	ω_i (m)
1	15	8,29E-04	15	111	3,35E-04	28	194	2,60E-04
2	22	6,35E-04	16	113	2,03E-04	29	199	8,09E-04
3	38	2,92E-04	17	116	2,41E-04	30	206	2,50E-04
4	63	1,32E-04	18	124	1,67E-04	31	220	1,99E-04
5	71	1,87E-04	19	125	1,72E-04	32	221	3,97E-04
6	73	3,78E-04	20	135	4,61E-04	33	223	5,34E-04
7	75	2,49E-04	21	136	4,47E-04	34	241	5,92E-04
8	76	4,47E-04	22	140	8,30E-04	35	243	3,91E-04
9	79	2,10E-04	23	142	2,64E-04	36	247	9,77E-04
10	81	6,72E-04	24	145	2,38E-04	37	257	3,80E-04
11	82	3,10E-04	25	150	1,50E-04	38	265	3,05E-04
12	88	3,76E-04	26	176	2,84E-04	39	267	2,57E-04
13	99	8,77E-04	27	180	3,13E-04	40	272	1,82E-04
14	105	5,69E-04						

Fonte: elaborado pela autora.

Tabela 44 - Coeficientes estimadores do metamodelo quadrático para as direções x, y e z.

i	Direção x		Direção y		Direção z	
	α	-1,94E+00	α	1,37E+02	α	4,73E+02
	\hat{x}_i	$\hat{\eta}_i$	\hat{x}_i	$\hat{\eta}_i$	\hat{x}_i	$\hat{\eta}_i$
1	8,64E+03	-3,22E+06	2,52E+04	-6,98E+06	-1,26E+05	1,66E+08
2	1,03E+04	-3,48E+06	2,77E+03	-1,14E+06	-3,32E+04	5,71E+07
3	1,94E+04	-1,35E+06	2,44E+03	1,01E+07	-1,47E+04	5,58E+07
4	-6,73E+03	9,70E+07	-1,92E+03	2,54E+07	-1,12E+04	9,38E+07
5	-1,35E+04	1,00E+08	-5,28E+03	3,79E+07	-3,35E+04	1,96E+08
6	-6,66E+03	1,36E+08	-3,43E+04	1,37E+08	-1,36E+05	3,92E+08
7	1,20E+04	1,72E+07	-1,40E+03	1,51E+07	-2,79E+04	1,22E+08
8	1,72E+04	5,75E+07	5,90E+03	1,99E+07	-1,18E+05	2,92E+08
9	-1,27E+04	9,10E+07	-2,83E+03	2,44E+07	-4,30E+04	2,23E+08
10	3,73E+04	-1,19E+07	1,53E+03	1,16E+06	-1,68E+05	2,73E+08
11	-8,02E+03	5,22E+07	-2,05E+02	8,70E+06	-5,34E+04	1,88E+08
12	-1,38E+04	1,27E+08	7,58E+03	1,19E+07	-1,19E+05	3,47E+08
13	1,49E+05	-4,08E+07	1,27E+04	-4,25E+06	-2,25E+05	2,81E+08
14	4,40E+04	9,25E+06	-1,08E+03	4,69E+06	-1,78E+05	3,42E+08
15	1,05E+04	3,50E+07	3,91E+01	2,30E+07	-3,04E+04	1,02E+08
16	-1,08E+04	7,82E+07	-7,95E+03	4,86E+07	-3,30E+04	1,78E+08
17	-1,26E+04	1,06E+08	-6,76E+03	3,48E+07	-3,37E+04	1,54E+08
18	2,30E+04	3,23E+07	2,66E+04	3,18E+06	-1,41E+04	9,53E+07
19	-2,28E+03	5,92E+07	-2,33E+03	2,24E+07	-1,56E+04	1,00E+08
20	-3,38E+03	3,38E+07	3,90E+03	7,05E+05	-6,60E+04	1,60E+08
21	-5,17E+03	4,55E+07	3,96E+03	2,55E+07	-1,03E+05	2,54E+08
22	3,02E+04	-8,45E+06	1,27E+04	-4,86E+06	-1,51E+05	2,01E+08
23	-3,48E+03	6,73E+07	-4,55E+03	3,72E+07	-5,93E+04	2,45E+08
24	-1,06E+04	6,41E+07	-1,55E+03	1,64E+07	-4,06E+04	1,87E+08
25	-9,11E+03	8,68E+07	-9,07E+02	1,02E+07	-1,69E+04	1,23E+08
26	2,13E+04	-1,77E+07	-2,41E+04	1,24E+08	-1,49E+04	7,59E+07
27	9,27E+03	-4,91E+06	-1,32E+04	9,27E+07	-2,27E+04	8,17E+07
28	1,53E+04	1,09E+06	-4,33E+04	2,32E+08	-4,60E+04	1,93E+08
29	4,92E+03	-1,19E+06	2,33E+04	-2,97E+06	-1,12E+05	1,51E+08
30	1,93E+04	-6,94E+06	-3,95E+03	5,45E+07	-2,63E+04	1,16E+08
31	1,46E+05	-2,00E+08	1,00E+05	-1,27E+07	-2,29E+04	1,26E+08
32	1,14E+04	-6,23E+06	-1,96E+04	9,00E+07	-6,46E+04	1,86E+08
33	3,81E+04	1,10E+07	1,72E+04	1,22E+08	-1,70E+05	3,47E+08
34	1,01E+04	-4,19E+06	2,19E+04	1,77E+07	-1,21E+05	2,24E+08
35	3,10E+04	-2,51E+07	8,49E+03	1,68E+07	-5,04E+04	1,41E+08
36	3,06E+03	-1,06E+06	2,24E+04	-5,59E+06	-2,95E+05	3,29E+08
37	3,24E+03	-6,60E+04	-5,04E+04	1,86E+08	-1,69E+04	7,99E+07
38	-5,24E+03	7,98E+07	-8,33E+03	5,20E+07	-3,34E+03	4,39E+07
39	3,42E+04	-3,32E+07	-9,50E+03	1,26E+08	-5,21E+04	2,21E+08
40	6,33E+04	-7,39E+07	-3,17E+03	1,38E+08	-1,78E+04	1,10E+08

Fonte: elaborado pela autora.

Como é possível observar, o metamodelo quadrático foi capaz de representar as respostas obtidas no simulador, mesmo no caso de uma célula irregular. Deste modo, considera-se a realização inicial da formulação para permeabilidade equivalente satisfatória, podendo ser ampliado os estudos para realização da quantificação de incertezas.

Tabela 45 – Valores de permeabilidade equivalente obtidos no simulador e a partir do metamodelo quadrático, considerando apenas as fraturas dominantes da célula originalmente de 283 fraturas, e os erros obtidos na comparação entre estes.

Direção	Permeabilidade equivalente otimizada (mD)		
	Simulador	Metamodelo	Erro
x	378,45	378,46	0,00%
y	375,84	375,84	0,00%
z	639,49	639,49	0,00%

Fonte: elaborado pela autora.

4.3 Comportamento equivalente: células originais x células otimizadas

A seleção das fraturas dominantes realizadas nas aplicações acima foram desenvolvidas a partir de aplicação de planejamento de experimentos e obtenção de respostas considerando apenas a resposta da permeabilidade equivalente e escoamento do fluido na célula de rocha-reservatório no regime estacionário. Demais comportamentos hidráulicos, como exemplo a verificação do fluxo ao longo do tempo, não foram avaliados para a obtenção da célula otimizada. Assim, o objetivo deste tópico é verificar a qualidade da análise de sensibilidade quando considerada presença apenas das fraturas dominantes considerando-se um regime transiente. Verifica-se se a ausência das fraturas consideradas não importantes para obtenção de k_{eq} podem de fato ser ignoradas, mesmo na consideração da variação temporal.

A aplicação das análises realizadas verifica o comportamento das células originais e otimizadas e sua diferença ao longo do tempo. A aplicação deste estudo será realizada apenas nos casos tridimensionais e na seleção das fraturas obtidas destes. Considerando a realização do pré-processamento e a modelagem computacional feita nos casos 3D, as células de 54 e 115 fraturas

apresentam comportamento semelhante entre si, além de possuírem a mesma dimensão regular e direção dos eixos para escoamento do fluido. Junto a isso, existe a consideração de que a leitura e aplicação da análise de sensibilidade e os resultados apresentaram erros semelhantes. A análise de sensibilidade foi realizada para as duas células regulares e não apenas uma devido à verificação das respostas no modelo 2D, visto que este, sim, possui diferenças em sua qualidade de resposta, em função da existência de menor quantidade de fraturas gerar maior facilidade para realização de particionamentos da célula com obtenção adequada na seleção de fraturas. Porém, quando avaliado o estudo aplicado no modelo tridimensional, a realização das análises ocorre de forma análoga, com a leitura das permeabilidades equivalentes e resposta do planejamento de experimentos sendo realizada de forma semelhante entre as duas células, mudando apenas a quantidade de simulações devido à diferença na quantidade de fraturas. Em virtude disso, de modo a evitar longas extensões acerca das análises considerando o regime transiente, o estudo aplicado neste tópico será realizado apenas em uma célula regular e uma célula irregular. Por considerar que a célula de 115 fraturas possui maior quantidade de fraturas e, por consequência, maior quantidade de elementos para leitura e seleção, define-se esta para ser realizada a ampliação das análises. Por sua vez, a célula irregular será também estudada, visto que ela se difere no comportamento das células regulares, além de possuir uma quantidade significativa de fraturas.

As análises em regime transiente serão realizadas a partir da seleção do planejamento de experimento com $\kappa = 1$. Tal escolha se deve à necessidade de verificar se, com uma baixa quantidade de simulações, a análise de sensibilidade apresenta um resultado viável de ser considerado, de modo a ser possível reduzir significativamente o número de fraturas presentes na célula, sem prejudicar a produtividade obtida a partir da permeabilidade equivalente otimizada, mesmo em casos transientes.

4.3.1 Campo de pressão

As duas células a serem estudadas terão seu desenvolvimento realizado de forma análoga e de acordo com as seguintes etapas: (i) como condição inicial da célula adota-se uma poropressão de 15 MPa; (ii) em uma de suas faces prescreve-se uma pressão nula, de modo a gerar um diferencial de pressão entre toda a célula e face escolhida; (iii) o fluxo de fluido decorrente da diferença de pressão resultará em um estado final no qual a poropressão de toda a célula será nula.

A direção do fluxo obedece aos eixos determinados nas duas células, sendo o escoamento de fluxo em x, y e z para a célula de 115 fraturas e i, j e k para a célula de 283 fraturas.

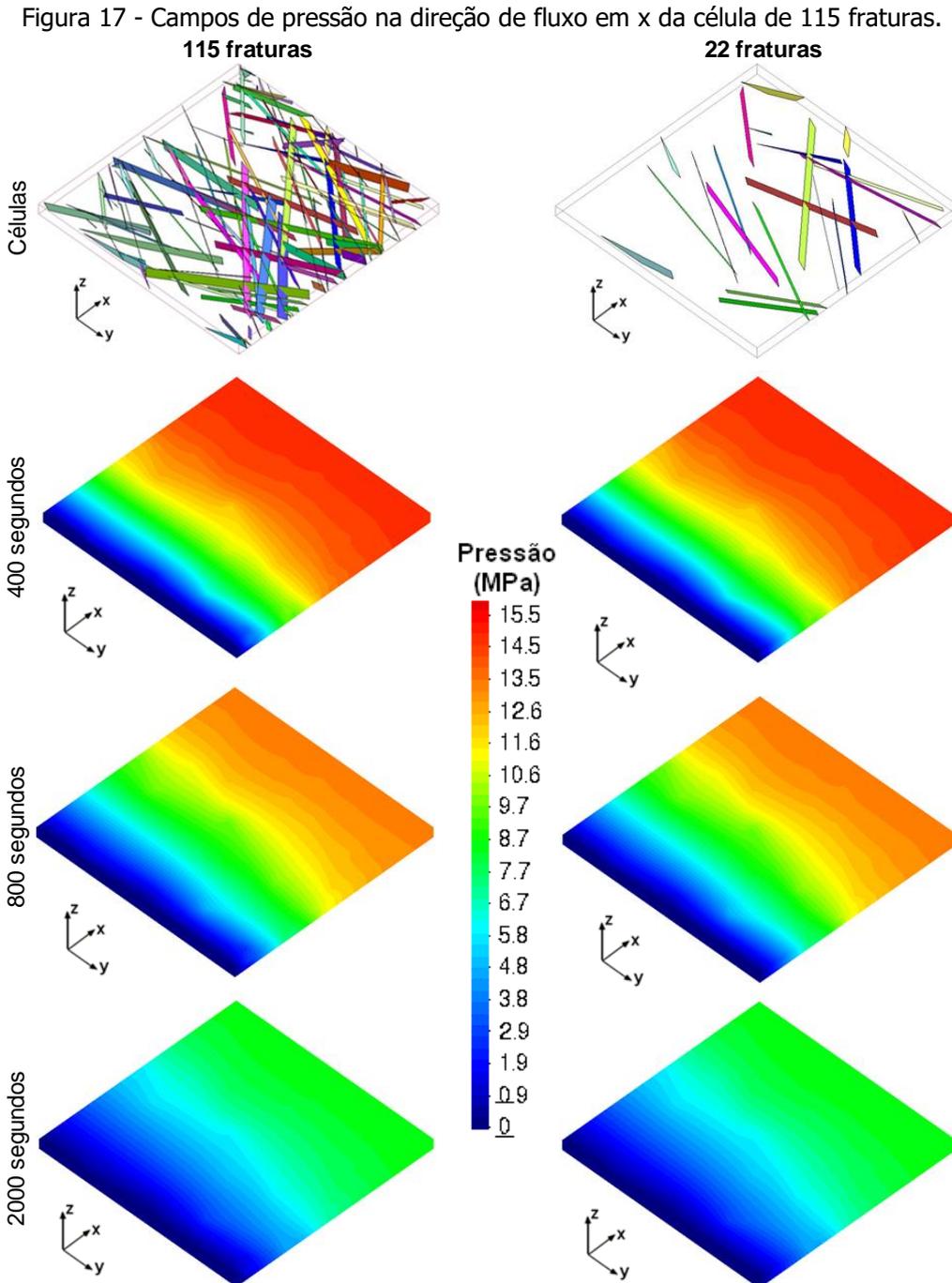
Os campos de pressão foram construídos a partir da avaliação dos tempos estimados para estabelecimento do regime estacionário. Ou seja, verificou-se em quanto tempo a célula escoar o fluido pela face e, a partir deste entendimento, selecionou os tempos a serem avaliados na verificação do comportamento da célula original e da otimizada. As escolhas dos tempos a serem estudados ocorreu de forma individual, sendo diferente entre as células e a direção de fluxo. Definiu-se a verificação em três diferentes etapas, considerando onde há maior distribuição dos campos de pressão e melhor visibilidade da possível diferença no comportamento da célula original e otimizada, dentro de um mesmo espaço de tempo. Deste modo, escolheu-se as etapas iniciais, onde há maior presença de variação nos valores de pressão de uma face a outra e uma intermediária, onde já ocorreu uma leve passagem de tempo, mas ainda é possível verificar dispersão da pressão ao longo da célula.

A partir destas decisões, foram analisados os campos de pressão para as duas células.

4.3.1.1 Célula com 115 fraturas

O estudo foi realizado considerando a célula original de 115 fraturas e a otimizada obtida no planejamento $\kappa = 1$, que resultou em uma seleção de 22

fraturas. Considerou para a direção x a verificação do campo de pressão para os tempos de 400, 800 e 2000 segundos. A Figura 17 apresenta os resultados obtidos para a célula original e otimizada nesta direção.

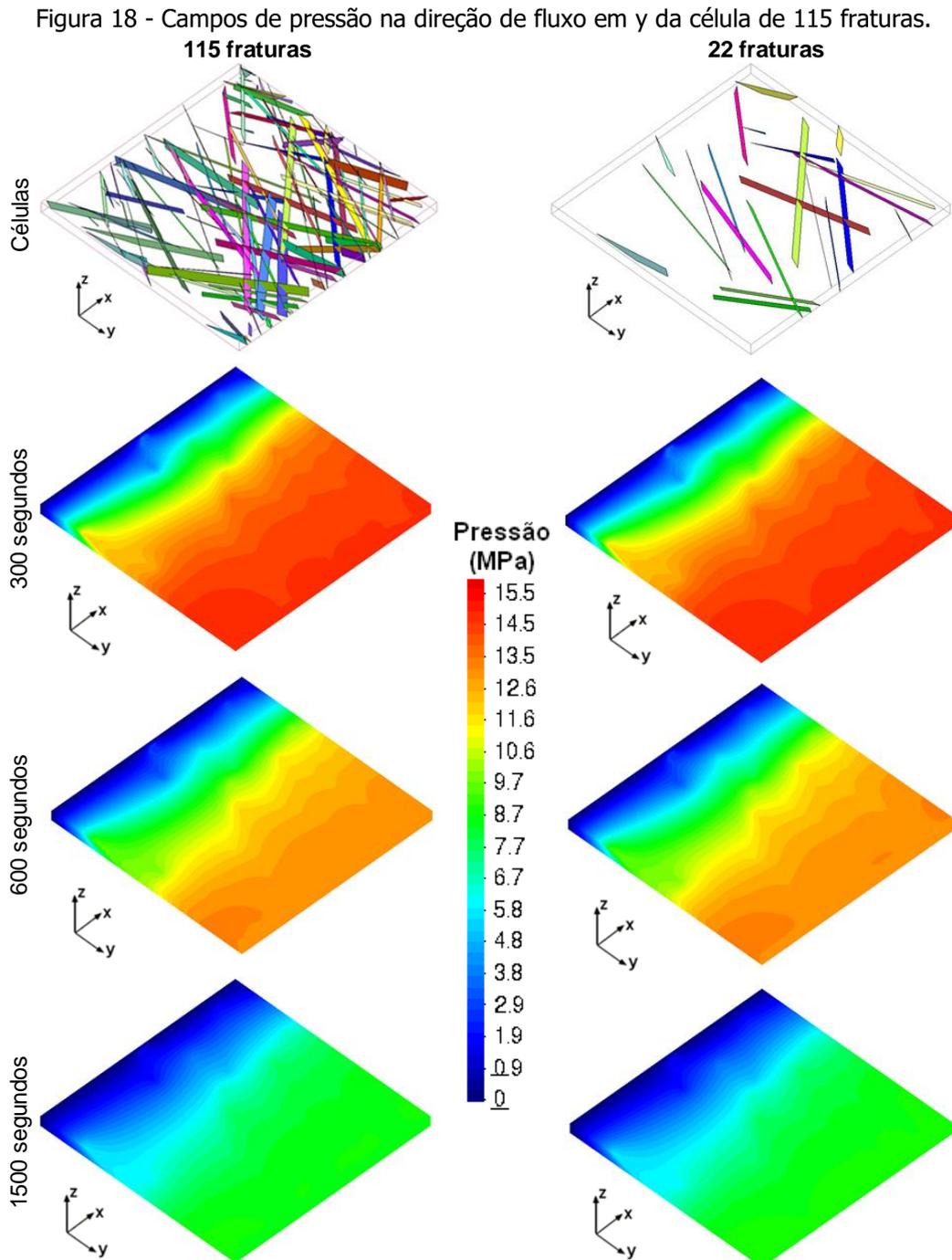


Fonte: elaborado pela autora

O comportamento do campo de pressão nos três diferentes tempos pode ser comparado de forma visual. A partir da comparação entre os dois modelos, é possível observar que estes são semelhantes entre si. Portanto, na direção x,

considera que a redução da quantidade de fraturas presentes na célula não influenciou de forma significativa no comportamento do escoamento de fluido, mesmo quando se verifica este ao longo do tempo.

O estudo é feito também para a direção y . Considerando os tempos de 300, 600 e 1500 segundos, a Figura 18 apresenta os resultados obtidos nos dois casos da célula de reservatório.



Fonte: elaborado pela autora

Assim como ocorreu para a direção x , o comportamento dos dois campos se assemelha nas três etapas de tempo analisadas, sendo considerado que, neste caso, a análise de sensibilidade e redução da quantidade de fraturas presentes na célula se mostra adequada.

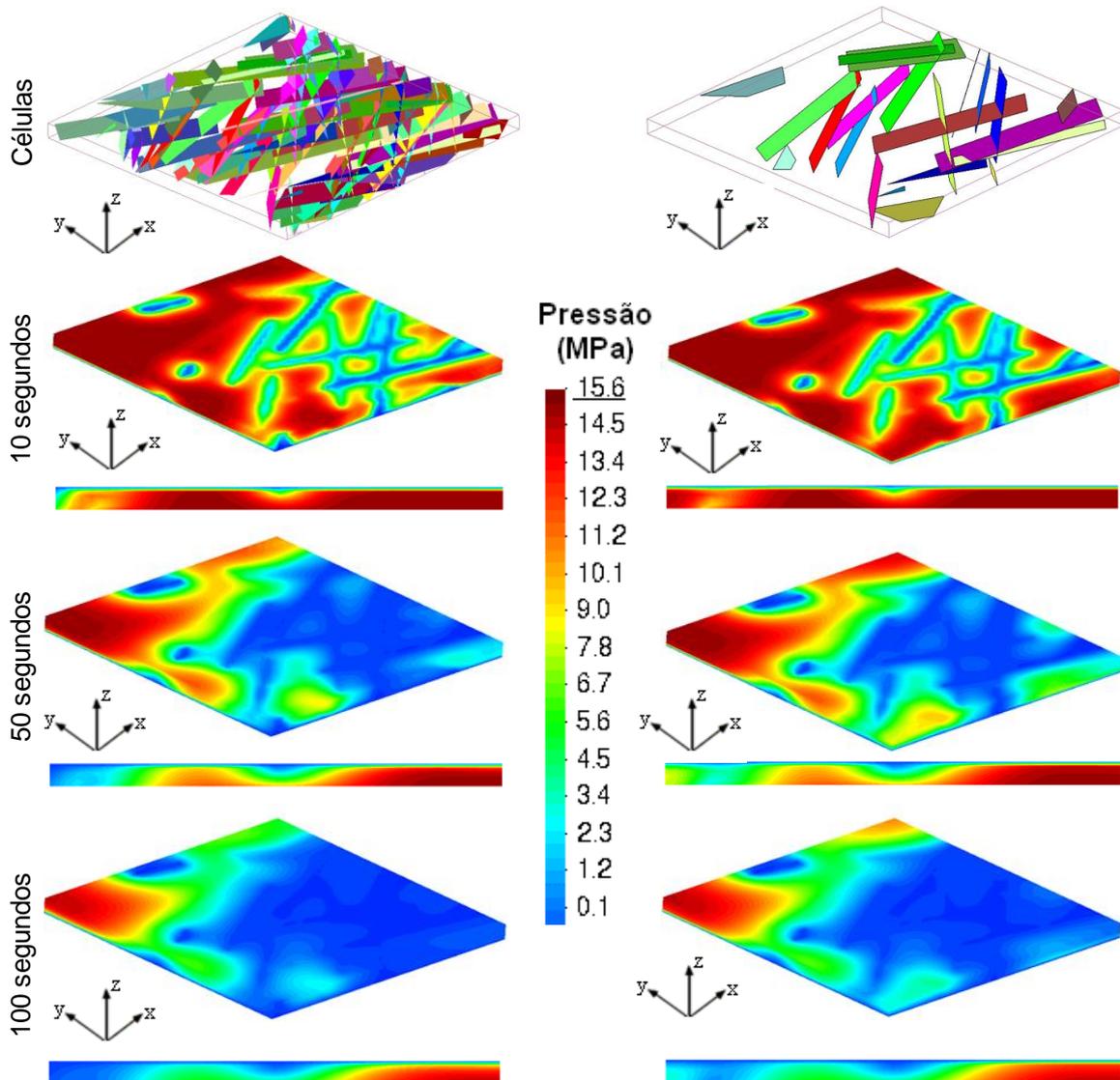
Para a última verificação do campo de pressão na célula de 115 fraturas, considera a passagem de fluxo na direção z , cujo comportamento é apresentado na Figura 19. Para este caso, faz-se uma ressalva acerca da direção adotada para visualização. Por se tratar de um caso em que se considera o fluxo partindo da face de cima para baixo, a região a ser apresentada acerca do fluxo refere-se à face inferior da célula até aqui adotada. Para isso, ela será deslocada do eixo, com o posicionamento de eixo x e y invertidos, tornando possível uma melhor visualização. Por se tratar de uma região onde a distância entre uma face à outra é extremamente menor que as demais direções, os tempos a serem avaliados são significativamente inferiores aos dos dois casos anteriores, sendo aqui selecionados os tempos de 10, 50 e 100 segundos para visualização.

Para o fluxo em z , o comportamento diante da seleção de fraturas é mais facilmente visualizado do que as demais direções. Neste, é possível perceber que as maiores perturbações no campo de pressão ocorrem exatamente na região delimitada pelas fraturas definidas como dominantes dentro da seleção de z . É possível perceber que, mesmo na visualização da célula composta por 115 fraturas, as fraturas selecionadas na análise individual da direção em z se destacam entre as demais, sendo preenchidas por fluido de forma mais rápida que o restante da célula. Isso possibilita a verificação visual das fraturas mais importantes nesta direção. Quando comparados os dois casos, ao longo do tempo, é possível notar que, apesar de algumas nuances de diferença, demarcadas por fraturas não selecionadas, o comportamento como um todo tem grande semelhança entre si. Este caso aparenta ser o que pode apresentar maiores divergências na resposta visual entre a célula original e otimizada, visto que é a que tem maior facilidade para o escoamento do fluido. Porém, mesmo com essas questões sendo expostas, a análise de sensibilidade ainda mostrou resultados eficientes e as fraturas selecionadas foram capazes de representar,

mesmo considerando um caso com tempo relativamente pequeno, o mesmo comportamento obtido para o caso com todas as fraturas.

Deste modo, considerando a resposta obtida nas três diferentes direções, considera que análise de sensibilidade na célula regular apresentou uma seleção satisfatória, mesmo quando considerando o comportamento hidráulico em regime transiente.

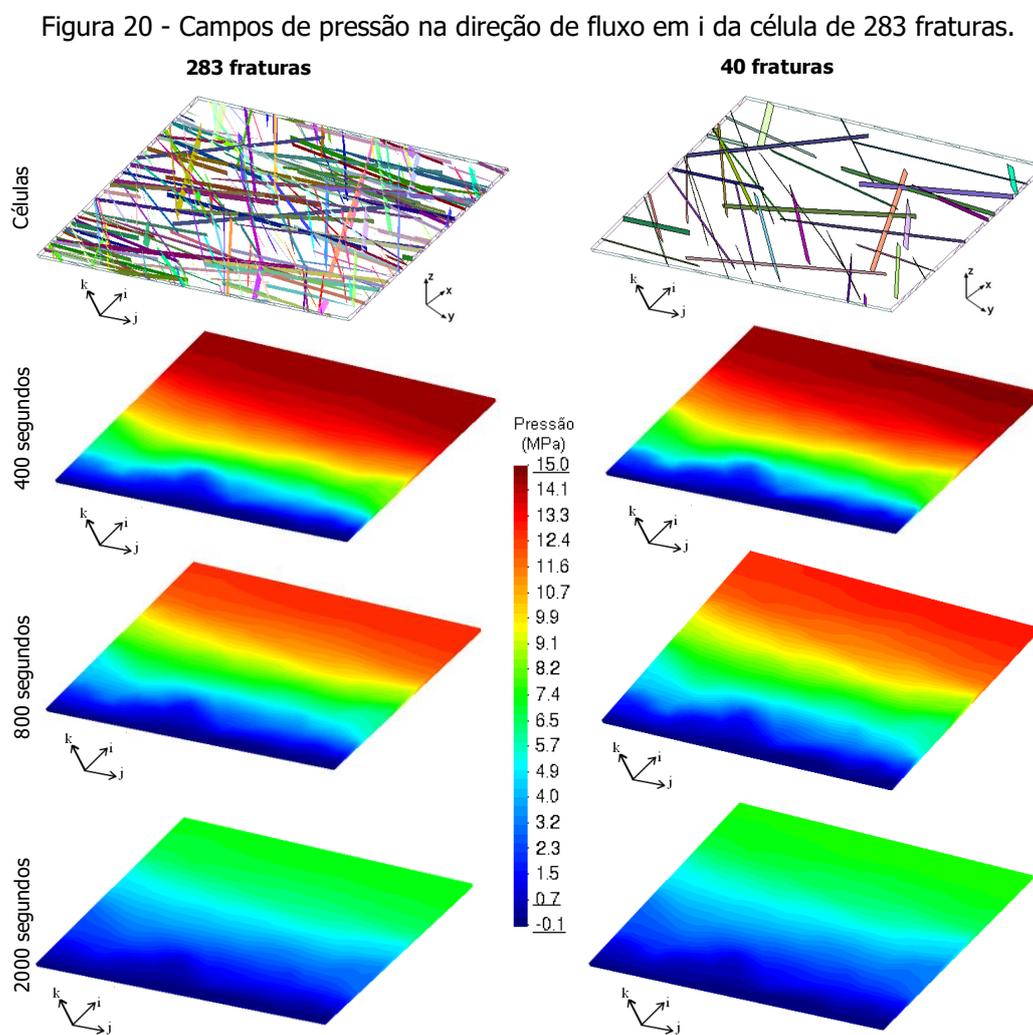
Figura 19 - Campos de pressão na direção de fluxo em z da célula de 115 fraturas.



Fonte: elaborado pela autora

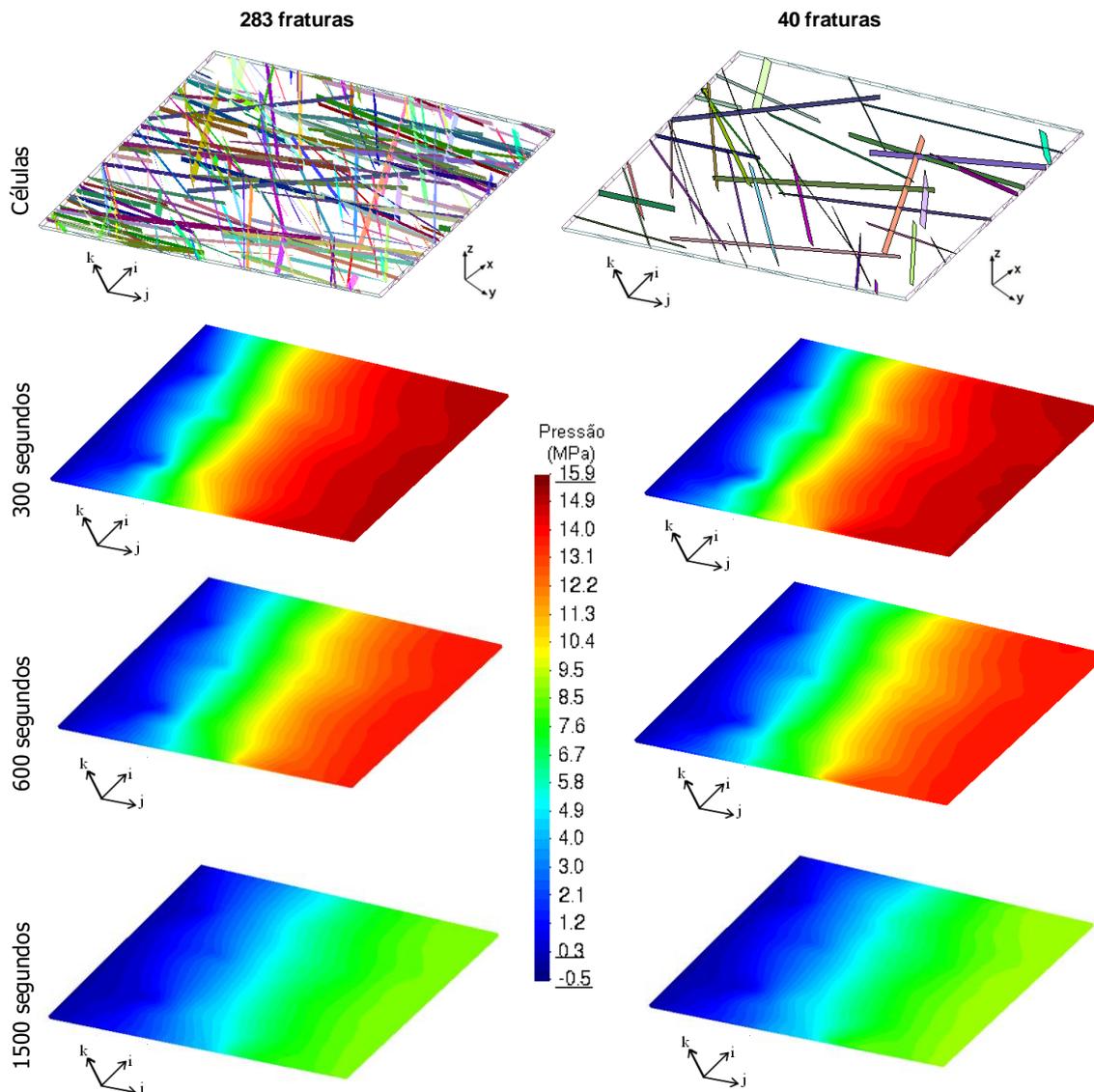
4.3.1.2 Célula irregular com 283 fraturas

O estudo do campo de pressão para a célula irregular composta de 283 fraturas ocorre de forma análoga ao realizado no caso anterior. De modo a simplificar a descrição do comportamento destes nas três direções, os resultados obtidos nas direções são diretamente apresentados na sequência. A Figura 20 apresenta a evolução do campo de pressão na direção i , nos tempos de 400, 800 e 2000 segundos. A Figura 21 apresenta o comportamento na direção j , nos tempos de 300, 600 e 1500 segundos. Por último, a resposta do campo de pressão na direção k é apresentada na Figura 22, considerando os tempos de 2, 5 e 10 segundos. Para este último, diferente da célula anterior, não foi realizado a rotação da célula, sendo a localização dos eixos na imagem igual às demais direções de fluxo.



Fonte: elaborado pela autora

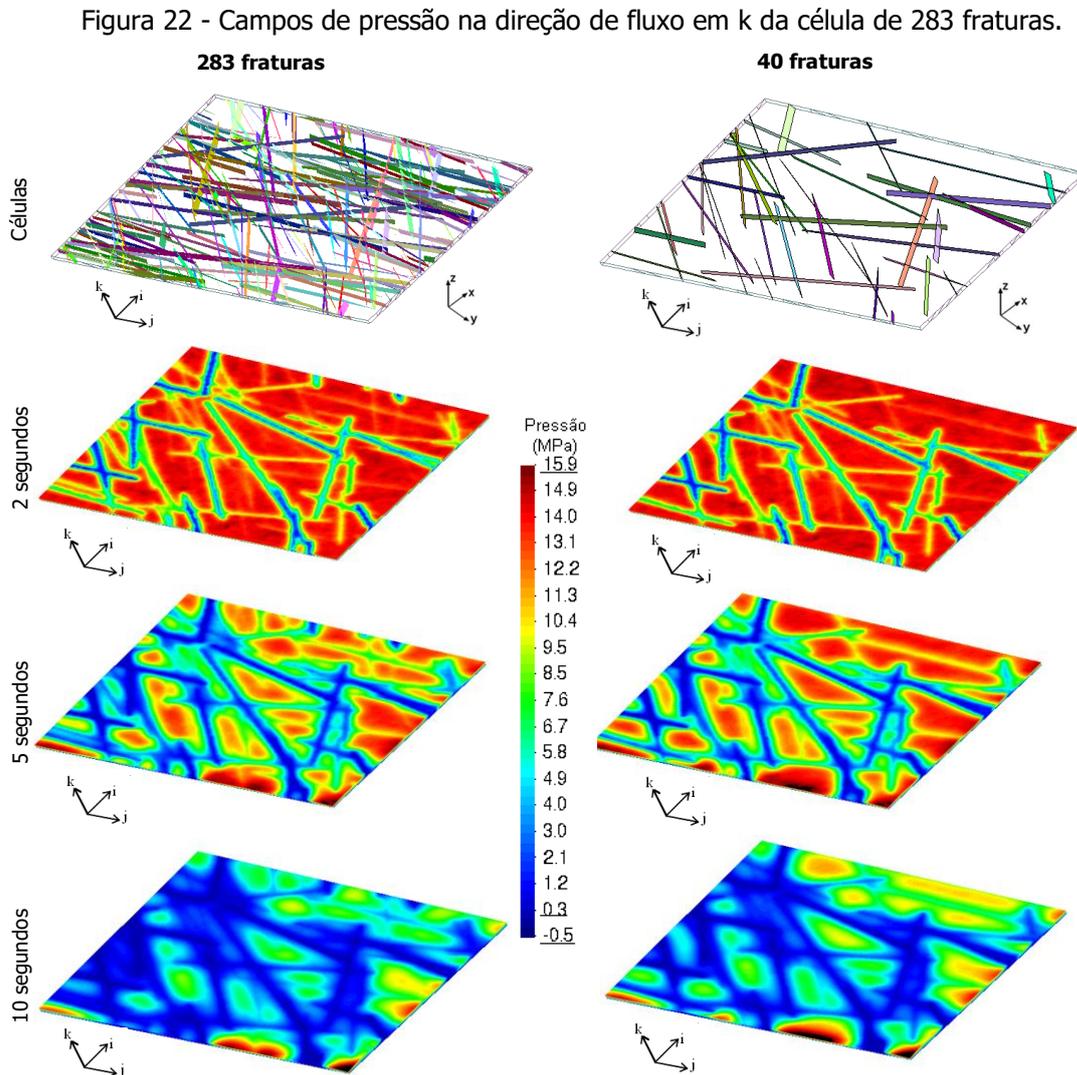
Figura 21 - Campos de pressão na direção de fluxo em j da célula de 283 fraturas.



Fonte: elaborado pela autora

Apesar de se tratar de uma célula irregular com fluxo diferente dos eixos x , y e z , o comportamento dos campos de pressão obtidos neste caso se assemelha aos resultados obtidos no caso da célula regular. Os tempos escolhidos para visualização dos campos de pressão foram inferiores ao da célula de 115 fraturas em alguns casos, visto que, por ser uma célula com o dobro da quantidade de fraturas naturais, é de fato esperado um fluxo mais significativo, principalmente considerando que se trata do mesmo valor de pressão imposta de 15 MPa. No caso da direção k , sua resposta foi análoga ao obtido no caso da célula regular em z , onde o maior destaque na diferença de pressão inicial foi demarcado pelas fraturas já selecionadas como dominantes.

Deste modo, considera que o comportamento equivalente do campo de pressão, tanto na célula regular, como a irregular, apresenta resultado satisfatório. Portanto, mesmo quando adotado o caso com planejamento $\kappa = 1$, que requer um baixo número de simulações e pouco tempo computacional, a análise de sensibilidade já se mostra eficiente em sua resposta otimizada no estudo das células no regime transiente.



Fonte: elaborado pela autora

4.3.2 Curva de produção

A verificação do comportamento da curva de produção diante da seleção de fraturas pode, dentro do estudo hidráulico, ser considerada uma das avaliações mais importantes. Baseada na avaliação do acúmulo de vazão de fluido ao longo do tempo, a realização desta curva serve para verificar o tempo de ocorrência da vazão total obtida através da direção determinada, e se existe diferença significativa ou não nos resultados entre a célula original e os resultados obtidos a partir da célula otimizada.

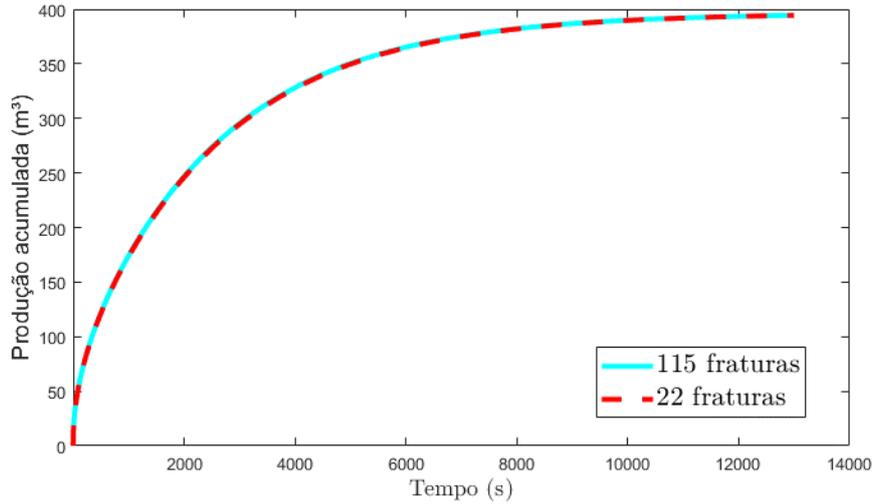
A avaliação ocorre a partir da determinação do valor de volume de fluido que deve ser extraído ao longo do tempo. Ou seja, busca-se calcular o valor máximo esperado de se obter na curva de produção.

Nos casos de células regulares, este é facilmente obtido, principalmente no caso da célula de 115 fraturas, cujas dimensões correspondem a 200 m x 200 m x 10 m. No caso da célula irregular, assim como ocorreu no cálculo da permeabilidade equivalente, ele é calculado a partir de valores médios dentre as dimensões obtidas na célula, o que resultou em, como foi anteriormente mencionado, uma célula de 283 fraturas com dimensões de 202,09 m x 207,17 m x 5,53 m.

4.3.2.1 Célula com 115 fraturas

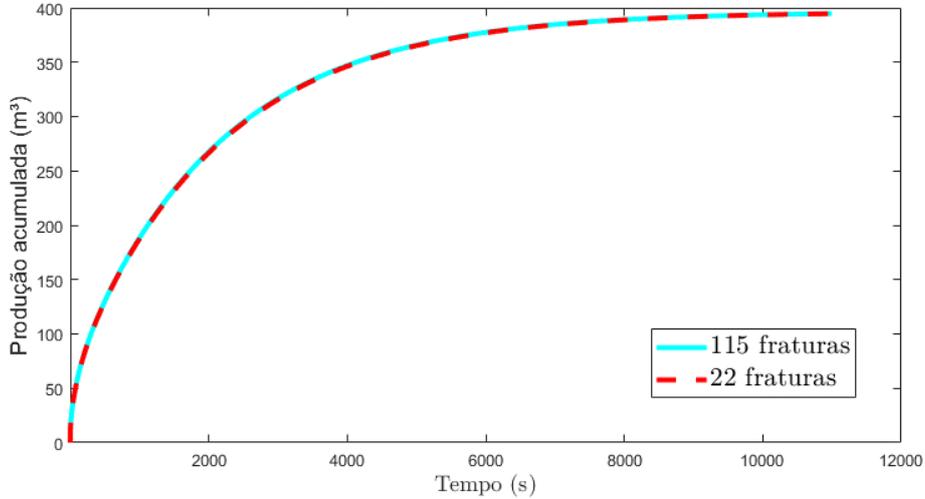
Para o caso da célula regular, considera que o volume total obtido na vazão corresponde a valores próximos a 400 m³. Este valor é igual para as três direções, visto que as variáveis presentes no cálculo do volume total são iguais para qualquer uma das direções. A Figura 23, Figura 23 e Figura 25 apresentam os resultados obtidos na curva de produção nas direções x, y e z, respectivamente. No caso das direções x e y, considera que o volume máximo foi atingido próximo ao tempo de 10000 segundos, enquanto a direção z este valor foi alcançado mais rápido, em um tempo próximo a 500 segundos.

Figura 23 - Curva de produção na direção x da célula de 115 fraturas.



Fonte: elaborado pela autora

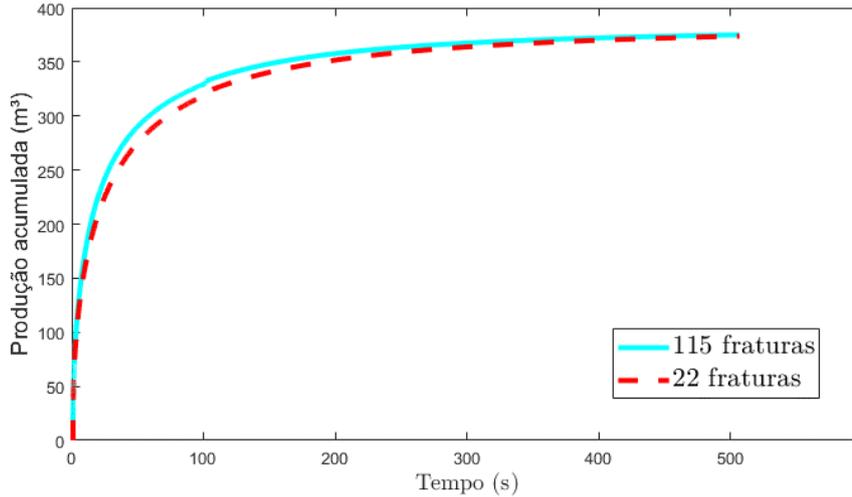
Figura 24 - Curva de produção na direção y da célula de 115 fraturas.



Fonte: elaborado pela autora

Como é possível observar, as curvas de produção obtidas para o caso com todas as fraturas e aquele obtido a partir da consideração apenas das 22 fraturas definidas como dominantes se apresentam com comportamento similar em todas as direções. Principalmente as direções x e y, as curvas acerca da produção estão praticamente sobrepostas em todos os pontos. No caso da direção z, há uma pequena variação no início da produção acumulada, mas nos tempos posteriores para atingir o volume máximo elas se equivalem, de modo que o tempo para os valores máximos de interesse serem alcançados é igual em ambas as curvas.

Figura 25 - Curva de produção na direção z da célula de 115 fraturas.

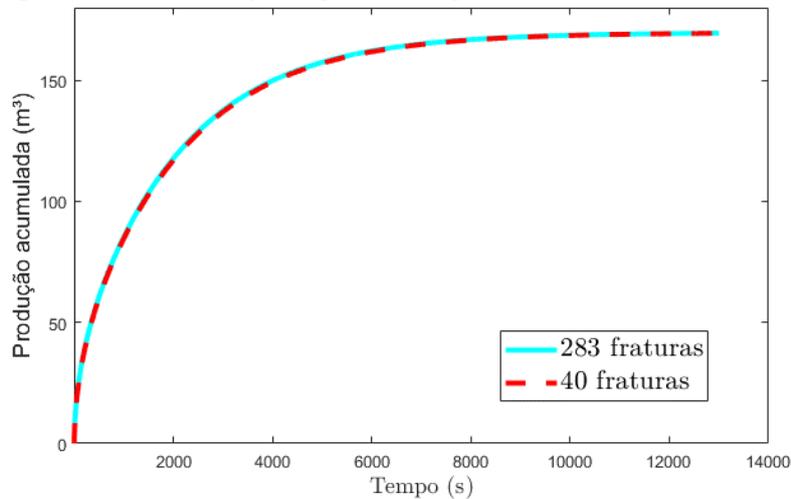


Fonte: elaborado pela autora

4.3.2.2 Célula com 283 fraturas

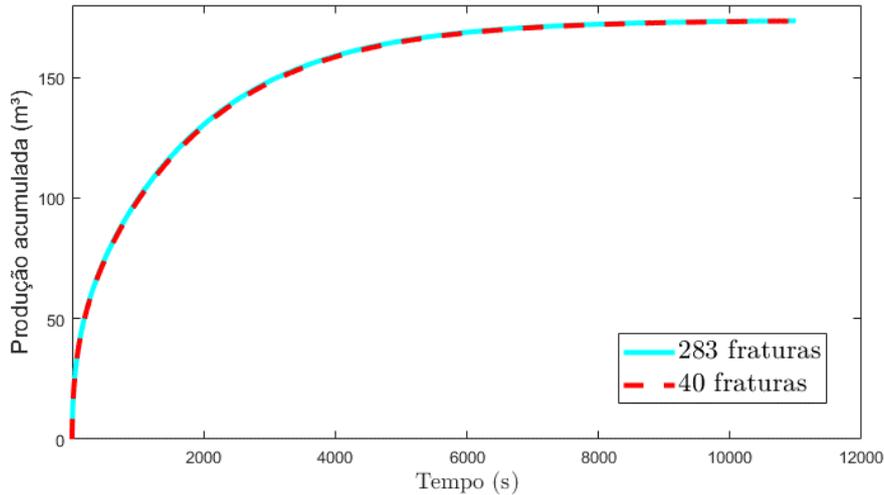
A construção das curvas de produção para a célula irregular ocorre de forma análoga ao obtido para a célula de 115 fraturas, assim como o tempo para obtenção do volume total. Este, por sua vez, é estimado por volta de 170 m³. O comportamento da vazão ao longo do tempo nas direções i, j e k são apresentados nas Figura 26, Figura 27 e Figura 28.

Figura 26 - Curva de produção na direção i da célula de 283 fraturas.



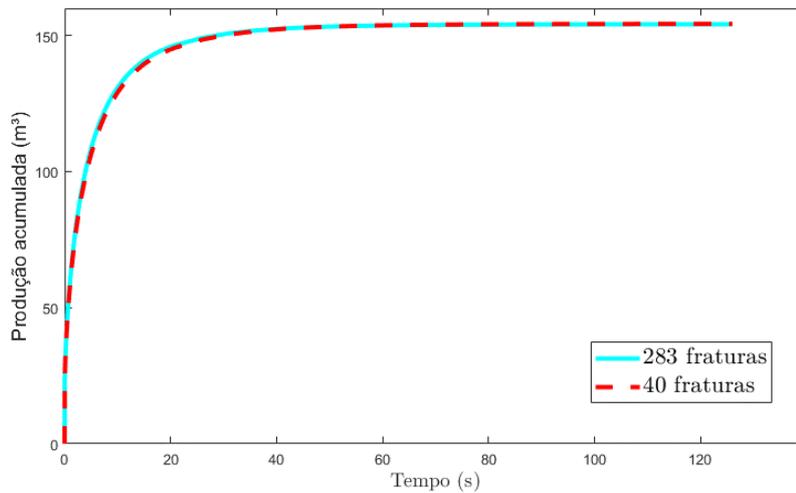
Fonte: elaborado pela autora

Figura 27 - Curva de produção na direção j da célula de 283 fraturas.



Fonte: elaborado pela autora

Figura 28 - Curva de produção na direção k da célula de 283 fraturas.



Fonte: elaborado pela autora

Assim como ocorreu no caso anterior, o comportamento entre a célula original e a otimizada foi semelhante entre si, com sobreposição das curvas, principalmente em i e j. No caso da direção k, ele se repete ao ocorrido na direção z da célula com 115 fraturas, onde a produção acumulada inicial da célula otimizada é inferior à célula original, mas não de forma significativa. Tanto que, o volume máximo é atingido por ambas as curvas praticamente ao mesmo tempo. Além disso, o tempo de ocorrência dessa produção é extremamente rápido, inferior a um minuto, de modo que uma leve variação é perfeitamente plausível. Uma vez que o tempo entre as duas foi praticamente similar, e, assim como ocorreu nas demais direções, considera as respostas, obtidas para o caso da célula com apenas as fraturas dominantes, satisfatórias.

5 CONCLUSÕES

O planejamento de experimentos é uma técnica criada para melhoria de execuções experimentais. Através do desenvolvimento de formulações numéricas foi possível analisar as diferentes respostas das variáveis presentes, mesmo em casos cuja variação não é executada em laboratórios e sim através de simulações computacionais.

Este trabalho apresentou o desenvolvimento e a validação de um novo planejamento de experimentos. Na avaliação inicial, em duas células de geometrias regulares, de 54 e 115 fraturas, respectivamente, considerou a simulação das rocha-reservatório em casos bidimensionais e tridimensionais. Na sequência, a análise de sensibilidade foi realizada em uma célula de geometria irregular, composta de 283 fraturas, com avaliação apenas no caso 3D.

As análises 2D destes modelos mostraram que, quanto maior a quantidade de fraturas dentro da célula original, maior a quantidade necessária de seções para uma resposta adequada, visto que com a mesma quantidade de seções, a resposta da célula de 115 apresentou erros significativos, principalmente quando comparado aos erros obtidos na célula de 54 fraturas. No caso das análises 3D, tais erros tendem a ser inferiores, independentemente da quantidade de fraturas na célula, mesmo nos casos de células irregulares com elevada quantidade de fraturas. Mesmo quando realizado planejamento de experimentos variando a fratura apenas uma a uma, as respostas obtidas se mostraram satisfatórias. O planejamento $\kappa = 2$, por sua vez, é possível de ser realizado, mas devido a seu elevado tempo computacional para produção da resposta, principalmente quando comparado a $\kappa = 1$, se torna uma análise onerosa e, considerando a pouca diferença na redução no erro e o significativo aumento das fraturas selecionadas, pode se tornar uma avaliação desnecessária.

Assim, considera-se que a análise 3D, nos três diferentes fluxos, se apresenta como uma alternativa melhor a ser utilizada, assim como a adoção

de planejamento $\kappa = 1$ é uma escolha menos custosa, com resultados satisfatórios.

O valor de abertura das fraturas possui grande importância na seleção, sendo as fraturas estatisticamente selecionadas estando entre as maiores aberturas dentro da célula analisada.

Para verificar se $\kappa = 1$ apresentava de fato respostas satisfatórias, ampliou-se os estudos a partir de consideração de estudo em regime transiente. Realizados estudos na célula com 115 fraturas e na com 283 fraturas verificou-se o campo de pressão e curva de produção ao longo do tempo e considerou que, mesmo adotando apenas a variação das fraturas de uma a uma na análise de sensibilidade, todos os resultados se mostraram satisfatórios, em todas as direções de fluxo.

Deste modo, considerou que, na aplicação da análise de sensibilidade, o comportamento hidráulico da célula de rocha-reservatório original possui capacidade de ser bem representado pela célula otimizada, com redução significativa de fraturas naturais consideradas no meio poroso.

6 TRABALHOS FUTUROS

Os resultados apresentados neste trabalho demonstram a capacidade de seleção de fraturas naturais dominantes dentro de células de rocha-reservatório e construção de superfícies de resposta a partir dessas fraturas. Dando continuidade aos estudos aqui realizados, novos aprimoramentos podem ser realizados em trabalhos futuros.

- A técnica de análise de sensibilidade pode ser utilizada para outros exemplos na engenharia. Assis (2019) utilizou esta técnica na seleção de variáveis dentro de estudo de resistência de taludes, em verificação bidimensional. Este estudo pode ser ampliado dentro de modelos tridimensionais, além de verificação de novas análises em outros problemas geotécnicos, visto se tratar de uma área com diversas incertezas em seu meio.
- De modo a continuar o trabalho já aqui iniciado, a quantificação de incertezas é uma etapa posterior que pode ser adotada dentro das células analisadas. Através da adoção de valores obtidos pela simulação de Monte Carlo nos metamodelos, é possível o desenvolvimento de curvas de distribuição estatística, avaliando a possível variação da produção e cálculo do valor presente líquido.
- As análises de sensibilidade podem ser ampliadas de modo a selecionar as fraturas naturais dominantes não apenas de uma célula do reservatório, mas sim entre todas as fraturas presentes no próprio reservatório.
- Além disso, existe a possibilidade de estudo das fraturas naturais dominantes e sua influência na realização de fraturamento hidráulico e poços injetores, onde se avalia a qualidade das respostas finais mesmo quando se despreza as fraturas definidas como insignificantes pela análise de sensibilidade.
- Podem ser realizados maiores estudos voltados para verificação de células com geometria irregular, com avaliação em variações

de posição dos eixos de escoamento de fluido e se isto ocasiona em mudanças nas fraturas a serem estatisticamente selecionadas.

- Os estudos da análise de sensibilidade foram realizados em células com valores de abertura homogêneas em casos bidimensionais (MARQUE *et al.*, 2022), utilizando planejamentos $\kappa=2$ para obter erros inferiores a 8% nas direções x e y. Podem-se realizar novos estudos, agora considerando modelos tridimensionais com aberturas de valores iguais na célula de simulação.
- Possibilidade de extensão da análise de sensibilidade considerando permeabilidade relativa, a partir da adoção de de fluxo bi-fásico.
- Ampliação dos estudos a partir da adoção do método ODA, com verificação da seleção de fraturas a partir dessa metodologia e comparação da qualidade da resposta deste com os cálculos realizados em simulador computacional.
- Realização de trabalhos em conjunto a geólogos para geração dos arquivos DFN e sua possibilidade de melhoria e verificação de probabilidades estatísticas de confiabilidade dos valores de abertura.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AL-MUDHAFAR, W.J.; SEPEHRNOOTI. Designed Simulations for Optimization of Hydraulic Fracture Design and Production Well Constraints in Shale Gas Reservoirs with Reduced-Physics Metamodeling. *In: EAGE CONFERENCE AND EXHIBITION*, 80th, 2018, Copenhagen.
- ALLAIS, M. Evaluation des Perspectives Economiques de la Recherche Miniere sur de Grands Espaces - application au Sahara Algerien. **Bureau de Recherche Minière de l'Algérie**, Editora Alger, 101p., 1956.
- ARPS, J.J.; ARPS, J.L. Prudent risk taking. **Journal of Petroleum Technology**, vol. 26, n.7, p. 711-716, Jul. 1974.
- ASSIS, H.B. Análise de sensibilidade aplicadas à modelagem de problemas de fluxo em meios porosos e estabilidade de taludes para quantificação de incertezas. 2019. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia. Universidade Estadual Paulista “Julio de Mesquita Filho” – UNESP, Bauru, 2019.
- ASSIS, H.B.; CLETO, P.R.; RODRIGUES, R.A.; MANZOLI, O.L.; NOGUEIRA, C.G. Sensitivity analysis of hydraulic properties of naturally fractured reservoirs. *In: INTERNATIONAL CONGRESS ON ROCK MECHANICS AND ROCK ENGINEERING*, 14th. 2019, Foz do Iguaçu.
- ATTANASI, E.D.; DREW, L.J. Lognormal field size distributions as a consequence of economic truncation. **Mathematical Geology**, vol. 17, p. 335-351, 1985.
- AVANSI, G.D.; SUSLICK, S.B.; SCHIOZER, D.J.; RISSO, F.V.A. Utilização de planejamento estatístico na geração de metamodelos para curvas de produção. *In: CONGRESSO BRASILEIRO DE PESQUISA E DESENVOLVIMENTO EM PETRÓLEO E GÁS*, 5. 2009, Fortaleza.
- AZIZ, K.; GOVIER, G. W. Pressure Drop In Wells Producing Oil And Gas. **Journal of Canadian Petroleum Technology**, vol. 11, n.3, p. 38-48, jul. 1972
- BECK, A.T. **Confiabilidade e segurança das estruturas**. 1. ed. Rio de Janeiro: Editora Elsevier, 2019.

- BERMANN, C. **As novas energias no Brasil**: dilemas da inclusão social e programas de governo. 2. ed. Rio de Janeiro: Editora FASE, 2007.
- BITENCOURT JR, L.A.G. Modelagem do processo de falha em materiais cimentícios reforçados com fibras de aço. 2015. Tese (Doutorado) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 2015.
- BITENCOURT JR, L.A.G.; MANZOLI, O.L.; PRAZERES, P.G.C.; RODRIGUES, E.A.; BITTENCOURT, T.N. A coupling technique for non-matching finite element meshes. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, vol. 290, p. 19-44, Jun. 2015.
- BITENCOURT JR, L.A.G.; MANZOLI, O.L.; TRINDADE, Y.T.; RODRIGUES, E.A.; DIAS DA COSTA, D. Modeling reinforced concrete structures using coupling finite elements for discrete representation of reinforcements. **Finite Elements in Analysis and Design**, vol. 149, p. 32-44, Set. 2018
- BITENCOURT JR, L.A.G.; MANZOLI, O.L.; BITTENCOURT, T.N.; VECCHIO, F.J. Numerical modeling of steel fiber reinforced concrete with a discrete and explicit representation of steel fibers. **International Journal of Solids and Structures**, vol. 159, p.171-190, Mar. 2019.
- BOUZARKOUNA, Z.; DING, D.Y.; AUGER, A. Partially Separated Metamodels with Evolution Strategies for Well-Placement Optimization. *In*: SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS SPE EUROPE ANNUAL CONFERENCE AND EXHIBITION. Dez. 2013, Vienna.
- BOX, G. E.; BEHNKEN, D. W. Some new three level designs for the study of quantitative variables. **Technometrics**, Taylor & Francis, vol. 2, n. 4, p. 455-475, 1960.
- CAMARGO, M.; CLETO, P.R.; MAEDO, M.A.; RODRIGUES, E.A.; BITENCOURT JR, L.A.G.; MANZOLI, O.L. Modeling the hydrodynamic behavior of fractures and barriers in porous media using coupling finite elements. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, vol. 208, 109700, Jan. 2022.
- CASAREZ-CANDIA, O.; VASQUES-CRUS, M.A. Prediction of Pressure, Temperature, and Velocity Distribution of Two-Phase Flow in Oil Wells. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, vol. 46, n. 3, p. 195-208, 2005.

- CLETO, P.R. Simulação de fraturamento hidráulico usando elementos finitos de elevada razão de aspecto com acoplamento hidromecânico. 2016. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" – UNESP, Bauru, 2016.
- CHEONG Y.P.; GUPTA, R. Experimental Design and Analysis Methods for Assessing Volumetric Uncertainties. **Society of Petroleum Engineers Journal**, vol. 10, n. 3, p. 324-335, Set. 2005.
- COATS, K.H. Implicit compositional simulation of single-porosity and dual-porosity reservoirs. *In: SPE SYMPOSIUM ON RESERVOIR SIMULATION*, Society of Petroleum Engineers, 1989.
- CORRE, B.; THORE, P.; FERAUDY, V.; VINCENT, G. Integrated Uncertainty Assessment For Project Evaluation and Risk Analysis. *In: SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS EUROPEAN PETROLEUM CONFERENCE*. Out. 2000, Paris.
- CROVELLI, R.A. The generalized 20/80 law using probabilistic fractals applied to petroleum field size. **Nonrenewable Resources**, vol. 4, p. 233-241, 1995.
- D'ALMEIDA, A.L. **Indústria do Petróleo no Brasil e no Mundo: Formação, Desenvolvimento e Ambiência Atual**. São Paulo: Editora Blucher, 2015.
- DAMSLETH, E.; HAGE, A.; VOLDEN, R. Maximum Information at Minimum Cost: A North Sea Field Development Study With an Experimental Design. **Journal of Petroleum Technology**, vol. 44, n. 12, p. 1350-1356, 1992.
- DEJEAN, J.P.; BLANC, G. Managing Uncertainties on Production Predictions Using Integrated Statistical Methods. *In: SPE ANNUAL TECHNICAL CONFERENCE AND EXHIBITION*. Out. 1999, Houston.
- DREW, L.J. Grid-drilling exploration and its application to the search for petroleum. **Economic Geology**, vol. 62, p. 698-710, 1967.
- DUNS JR, H.; ROS, N.C.J. Vertical Flow of Gas and Liquid Mixtures in Wells. *In: WORLD PETROLEUM CONGRESS*, 6th. Out. 1963, Frankfurt.
- ESPANOL, J.H.; HOLMES, C.S.; BROWN, K.E. A comparison of Existing Multiphase Flow Methods for the Calculation of Pressure Drop in Vertical

Wells. *In*: FALL MEETING OF THE SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS OF AIME. Set. 1969, Denver.

FABBRI, H.A.; CLETO, P.R.; GAIOTTO JR, A.T.; RODRIGUES, E.A.; MAEDO, M.A. Modeling the closure behavior of natural fractures in porous media using high aspect ratio interface elements. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, vol. 196, 107979, 2021.

FANG, S.; CHENG, L.; AYALA, L.F. A coupled boundary element and finite element method for the analysis of flow through fractured porous media. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, vol. 152, p. 375-390, 2017.

FINNEY, D.J. The fractional replication of factorial arrangements. **Annals of Eugenics**, v.12, p.291-301, 1945.

FJAER, E.; HOLT, R. M.; HORSRUD, P.; RAAEN, A.; RISNES, R. **Petroleum related rock mechanics**. 2. ed. Editora Elsevier, 2008.

GALDÁMEZ, E.V.C. Aplicação das técnicas de planejamento e análise de experimentos na melhoria da qualidade de um processo de fabricação de produtos plásticos. 2002. Dissertação (Mestrado) - Universidade de São Paulo, São Carlos, 2002.

GRAYSON, C.J. **Decisions under uncertainty** - drilling decisions by oil and gas operators. 1. ed. Boston: Harvard University Press, 1960.

GUYAGULER, B.; HORNE, R.N.; ROGERS, L.; ROSENZWEIG, J.J. Optimization of Well Placement in a Gulf of Mexico Waterflooding Project. *In*: ANNUAL TECHNICAL CONFERENCE AND EXHIBITION. 2000, Dallas.

HAGEDORN, A.R.; BROWN, K.E. Experimental Study of Pressure Gradients Occurring During Continuous Two-Phase Flow in Small-Diameter Vertical Conduits. **Journal of Petroleum Technology**, vol. 17, p.475-484, Abr. 1965.

HARBAUGH, J.W.; DOVETON, J.H.; DAVIS, J.C. **Probability Methods in Oil Exploration**. Nova York: Editora John Wiley & Sons, 1977.

HARBAUGH, J.W. Quantitative estimation of petroleum prospect outcome probabilities: an overview of procedures. **Marine and Petroleum Geology**, vol. 1, p. 298-312, Nov. 1984.

- HELTON, J. C.; JOHNSON, J.D.; SALLABERRY, C.J.; STORLIE, C.B.. Survey of sampling-based methods for uncertainty and sensitivity analysis. **Reliability Engineering & System Safety**, vol. 91, p. 1175-1209, Out. 2006.
- HOROWITZ, B.; GUIMARÃES, L.J.N.; DANTAS, V.; AFONSO, S.M.B. A concurrent efficient global optimization algorithm applied to polymer injection strategies. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, vol. 71, p. 195-204, 2010.
- HUANG, N.; JIANG, Y.; LI, B.; LIU, R. A numerical method for simulating fluid flow through 3-D fracture networks. **Journal of Natural Gas Science and Engineering**, vol. 33, p. 1271-1281, Jul. 2016.
- INTERNATIONAL DATA CORPORATION. IDC - Disponível em: <https://www.idc.com/>. Acesso em: 07 dez. 2021.
- KADEETHUM, T.; SALIMZADEH, S.; NICK, H.M. An investigation of hydromechanical effect on well productivity in fractured porous media using full factorial experimental design. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, vol. 181, 106233, Out. 2019.
- KAZEMI, H.; MERRILL JR, L.; PERTERFIELD, K.; ZEMAN, P. Numerical simulation of water-oil flow in naturally fractured reservoirs. **Society of Petroleum Engineers Journal**, vol. 16, n. 6, p. 317-326, 1976.
- KOOHBOR, B.; FAHS, M.; HOTEIT, H.; DOUMMAR, J.; YOUNES, A.; BELFORT, B. An advanced discrete fracture model for variably saturated flow in fractured porous media. **Advances Water Resources**, vol. 140, 103602, 2020.
- KRISHNAIAH, P.R. **Analysis of Variance**. 1.ed. Editora North-Holland, 1981.
- KRUMBEIN, W.C.; GRAYBILL, F.A. **An Introduction to Statistical Models in Geology**. Nova York: Editora McGraw-Hill Book, 1965.
- LEI, Q.; LATHAM, J-P.; TSANG, C-F. The use of discrete fracture networks for modelling coupled geomechanical and hydrological behaviour of fractured rocks. **Computers and Geotechnics**, vol. 85, p. 151-176, 2017.

- LIANG, B.; JIANG, H.; LI, J.; GONG, C. A systematic study of fracture parameters effect on fracture network permeability based on discrete-fracture model employing Finite Element Analyses. **Journal of Natural Gas Science and Engineering**, vol. 28, p. 711-722, 2016.
- LIMA, L.G.G.B. Planejamento de experimentos bayesianos: aplicações em experimentos na presença de tendências lineares. 2006. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2006.
- LONG, J.; REMER, J.; WILSON, C.; WITHERSPOON, P. Porous media equivalents for networks of discontinuous fractures. **Water Resources Research**, Vol. 18, n.3, p.645-658, 1982.
- MANCEAU, E.; MEZGHANI, M. ZABALZA-MEZGHANI, I.; ROGGERO, F. Combination of Experimental Design and Joint Modeling Methods for Quantifying the Risk Associated With Deterministic and Stochastic Uncertainties - An Integrated Test Study. *In: SPE ANNUAL TECHNICAL CONFERENCE AND EXHIBITION*. 2011, Nova Orleans.
- MANZOLI, O.L.; GAMINO, A.L.; RODRIGUES, E.A.; CLARO, G.K.S. Modeling of interfaces in two-dimensional problems using solid finite elements with high aspect ratio. **Computer and Structures**, vol. 94-95, p. 70-82, 2012.
- MANZOLI, O.L.; MAEDO, M.A.; BITENCOURT JR, L.A.G.; RODRIGUES, E.A. On the use of finite elements with a high aspect ratio for modeling cracks in quasi-brittle materials. **Engineering Fracture Mechanics**, vol. 153, p. 151-170, 2016.
- MANZOLI, O.L.; CLETO, P.R.; SÁNCHEZ, M.; LEONARDO, G.J.N.; MAEDO, M.A. On the use of high aspect ratio finite elements to model hydraulic fracturing in deformable porous media. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, vol. 350, p. 57-80, 2019.
- MANZOLI, O.L.; BORGES, L.F.A.; RODRIGUES, E.A.; CLETO, P.R.; MAEDO, M.A.; BITENCOURT JR, L.A.G. A new discrete fracture approach based on the use of coupling finite elements for modeling fluid transport in naturally fractured porous media. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, vol. 386, 114112, Dez. 2021.

- MARQUE, N.L.A.; CLETO, P.R.; NOGUEIRA, C.G. Planejamento de experimentos aplicado na obtenção de fraturas dominantes em reservatórios naturalmente fraturados. *In: RIO OIL E GAS EXPO AND CONFERENCE*, 20^a. 2022, Rio de Janeiro. (Artigo enviado para publicação).
- MEGILL, R.E. **An Introduction to Risk Analysis**. 1. ed. Editora Pennwell Corp, 1977.
- MEZGHANI, M.; FORNEL, A.; LANGLAIS, V.; LUCET, N. History matching and quantitative use of 4D seismic data for na improved reservoir characterization. *In: SPE ANNUAL TECHNICAL CONFERENCE AND EXHIBITION*. 2004, Houston.
- MOENCH, A.F. Double-porosity models for a fissured groundwater reservoir with fracture skin. **Water Resources Research**, vol. 20, n. 7, p. 831-846, 1984.
- MONTGOMERY, D.C. **Design and Analysis of Experiments**. 8. ed. Editora Wiley, 2012.
- MUDHAFAR, W.J.; DALTON, C.A.; MUSABEH, M.I. Metamodeling via Hybridized Particle Swarm with Polynomial and Splines Regression for Optimization of CO₂-EOR in Unconventional Oil Reservoirs. *In: SPE RESERVOIR CHARACTERISATION AND SIMULATION CONFERENCE AND EXHIBITION*. 2017, Abu Dhabi.
- NEJADI, S.; TRIVEDI, J.J.; LEUNG, J. History matching and uncertainty quantification of discrete fracture network models in fractured reservoirs. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, vol. 152, p. 21 – 32, 2017.
- NETER, J.; KUTNER, M.. WASSERMAN, W.; NACHTSHEIM, C. **Applied Linear Statistical Models**. 4. ed. Editora McGraw-Hill, 1996.
- NETO, B.B.; SCARMINIO, I.S.; BRUNS, R.E. **Planejamento e Otimização de Experimentos**. Campinas: Editora da Unicamp, 1996.
- NEUMANN, J.; RICHTMYER, R.D. Statistical Methods in Neutron Diffusion. *In: ULAM, S.M. (Org.) Analogies Between Analogies*, 10. ed. Califórnia: Editora da Universidade de Califórnia, 1947.

- NOGUEIRA, C.G. Desenvolvimento de modelos mecânicos, de confiabilidade e de otimização para aplicação em estruturas de concreto armado. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo, São Carlos, 2010.
- ODLING, N.E.; GILLESPIE, P.; BOURGINE, B.; CASTAING, C.; CHILÉS, J-P.; CHRISTENSEN, N.P.; FILLION, E. *et al.* Variations in fracture system geometry and their implications for fluid flow in fractured hydrocarbon reservoirs. **Petroleum Geoscience**, Vol. 5, p. 373-384, 1999.
- ORKISZEWSKI, J. Predicting Two-Phase Pressure Drops in Pipes. **Journal of Petroleum Technology**, vol. 19, p.829-838, Jun. 1967.
- PAITAN, C. A. T. Modelagem numérica de fluxo em meios fraturados e meios porosos fraturados. Dissertação (Mestrado) — Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2013.
- PASQUINI, N.C. Revoluções Industriais: uma abordagem conceitual. **Revista Tecnológica da Fatec Americana**, vol. 8, n.1, 2020.
- PLACKETT, R.L.; BURMAN, J.P. The Design of Optimum Multifactorial Experiments. **Biometrika**, vol. 33, p. 305-325, 1946.
- PEREIRA, L.C.; GUIMARÃES, L.J.N.; HOROWITZ, B.; SÁNCHEZ, M. Coupled hydro-mechanical fault reactivation analysis incorporating evidence theory for uncertainty quantification. **Computers and Geotechnics**, vol. 56 p. 202-215, 2014.
- PORTELLA, R. C. M., SALOMÃO, M. C., BLAETH, M., & DUARTE, R. L. B. Uncertainty Quantification to Evaluate the Value of Information in a Deepwater Reservoir. In: SPE RESERVOIR SIMULATION SYMPOSIUM. 2003, Houston.
- POULADI, B.; KESHAVARZ, S.; SHARIFI, M.; AHMADI, M.A. A robust proxy for production well placement optimization problems. **Fuel**, vol. 206, p. 467-481, 2017.
- PREVISÕES da IDC Brasil para 2021 apontam que mercado de TIC crescerá 7%: Mercado de TI deve crescer 11% e o de Telecom, 2%. IDC Media Center. 2021. Disponível em: <https://www.idc.com/getdoc.jsp?containerId=prLA47452221>. Último acesso em: 18 jan. 2022.

- REIS, L. C. Risk Analysis With History Matching Using Experimental Design or Artificial Neural Networks. In: SÉ EUROPE/EAGE ANNUAL CONFERENCE AND EXHIBITION. 2006, Vienna.
- RENARD, P.; MARSILY, G. Calculating equivalent permeability: a review. **Advances Water Resources**, vol. 20, n.5, p. 253-278, 1997.
- RISSO, F.V.A.; RISSO, V.F.; SCHIOZER, D.J. Risk Assessment of Oil Fields Using Proxy Models: A Case Study. *In*: CANADIAN INTERNATIONAL PETROLEUM CONFERENCE, 8th. 2007, Canadá.
- RISSO, Valmir Francisco. Ajuste de Histórico Utilizando a Metodologia do Planejamento Estatístico e a Combinação dos Dados de Produção e Pressão com Mapas de Saturação. Tese (Doutorado) - Faculdade de Engenharia Mecânica e Instituto de Geociências. Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2007.
- RISSO, V.F.; RISSO, F.V.A.; SCHIOZER, D.J. Aplicação da técnica do hipercubo latino na análise de riscos de campo de petróleo. *In*: CONGRESSO BRASILEIRO DE PESQUISA E DESENVOLVIMENTO EM PETRÓLEO E GÁS, 5º. 2009, Fortaleza.
- RODRIGUES, E.A.; MANZOLI, O.L.; BITENCOURT JR, L.A.; BITTENCOURT, T.N.; SÁNCHEZ, M. An adaptive concurrent multiscale model for concrete based on coupling finite elements. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, vol. 328, p. 26-46, 2018.
- RODRIGUES, E.A.; MANZOLI, O.L.; BITENCOURT JR, L.A. 3D concurrent multiscale model for crack propagation in concrete. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, vol. 361, 112813, 2020.
- SAKURAI, R.; ZUCHI, J. D. As revoluções Industriais até a Indústria 4.0. **Revista Interface Tecnológica**, vol. 15, n. 2, p. 480-491, 2018.
- SAYYAFZZADEH, M. History Matching by Online Metamodeling. *In*: SPE RESERVOIR CHARACTERISATION AND SIMULATION CONFERENCE AND EXHIBITION. 2015, Abu Dhabi.
- SHAFER, G. **A Mathematical Theory of Evidence**. Editora Princeton University Press, 1976.

- SILVA, J.G.C. **Estatística Experimental**: Planejamento de Experimentos. Pelotas: Editora da Universidade Federal de Pelotas, 2007.
- SNOW, D. T. A parallel plate model of fractured permeable media. Tese (Doutorado) - University of California, California, 1965.
- SOTOMAYOR, G.P.G. Metodologia Probabilística-Possibilística para Tratamento de Incertezas na Estimativa de Tempos em Poços de Petróleo. Tese (Doutorado) – Curso de Ciências e Engenharia de Petróleo. Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP, Campinas, 2011.
- SUSLICK, S.B.; SCHIOZER, D.J. Risk analysis applied to petroleum exploration and production: an overview. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, vol. 44, n. 2, p. 1-9, 2004.
- TIAB, D.; DONALDSON, E.C. **Petrophysics**: Theory and Practice of Measuring Reservoir Rock and Fluid Transport Properties. 3. ed. Editora Gulf Professional Publishing, 2015.
- TOUZANI, S.; BUSBY, D. Smoothing spline analysis of variance approach for global sensitivity analysis of computer codes. **Reliability Engineering & System Safety**, vol. 112, p. 67–81, 2012.
- VENKATARAMAN, R. Application of the Method of Experimental Design to Quantify Uncertainty in Production Profiles. *In*: SPE ASIA PACIFIC CONFERENCE ON INTEGRATED MODELLING FOR ASSET MANAGEMENT. 2000, Yokohama.
- WARREN, J.; ROOT, P.J. The behavior of naturally fractured reservoirs. **Society of Petroleum Engineers Journal**, vol. 3, n. 3, p. 245-255, 1963.
- WHITE, C.D.; ROYER, S.A. Experimental Design as a Framework for Reservoir Studies. *In*: SPE RESERVOIR SIMULATION SYMPOSIUM. 2003, Houston.
- WU, Y.; CHENG, L.; FANG, S.; HUANG, S.; JIA, P. A green element method-based discrete fracture model for simulation of the transient flow in heterogeneous fractured porous media. **Advances in Water Resources**, vol. 136, p. 103-489, 2020.

XU, J.; SUN, B.; CHEN, B. A hybrid embedded discrete fracture model for simulating tight porous media with complex fracture systems. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, vol. 174, p. 131-143, 2019.

YAN, X.; HUANG, Z.; YAO, J.; LI, Y.; FAN, D. An efficient embedded discrete fracture model based on mimetic finite difference method. **Journal Petroleum and Science Engineering**, vol. 145, p. 11–21, 2016.

YU, W.; LUO, Z.; JAVADPOUR, F.; VARAVEI, A.; SEPEHRNOORI, K. Sensitivity analysis of hydraulic fracture geometry in shale gas reservoirs. **Journal Petroleum and Science Engineering**, vol. 113, p. 1-7, 2014.

M357a Marque, Náyra Louise Alonso
Análise de sensibilidade de parâmetros para determinação da permeabilidade equivalente com base na abertura de fraturas naturais em reservatórios naturalmente fraturados / Náyra Louise Alonso Marque. -- Bauru, 2022
153 p. : il., tabs.

Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista (Unesp), Faculdade de Engenharia, Bauru
Orientador: Caio Gorla Nogueira
Coorientador: Pedro Rogério Cleto

1. Reservatórios de hidrocarbonetos. 2. Planejamento experimental. 3. Simulação (Computadores digitais). I. Título.

Sistema de geração automática de fichas catalográficas da Unesp. Biblioteca da Faculdade de Engenharia, Bauru. Dados fornecidos pelo autor(a).

Essa ficha não pode ser modificada.

ATA DA DEFESA PÚBLICA DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO DE NÁYRA LOUISE ALONSO MARQUE, DISCENTE DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL, DA FACULDADE DE ENGENHARIA - CÂMPUS DE BAURU.

Aos 19 dias do mês de abril do ano de 2022, às 09:00 horas, por meio de Videoconferência, realizou-se a defesa de DISSERTAÇÃO DE MESTRADO de NÁYRA LOUISE ALONSO MARQUE, intitulada **Análise de sensibilidade de parâmetros para determinação da permeabilidade equivalente com base na abertura de fraturas naturais em meios rochosos**. A Comissão Examinadora foi constituída pelos seguintes membros: Prof. Dr. CAIO GORLA NOGUEIRA (Orientador(a) - Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia Civil e Ambiental / Faculdade de Engenharia de Bauru UNESP, Prof. Dr. MICHAEL ANDRADE MAEDO (Participação Virtual) do(a) Departamento de Engenharia Civil / Universidade Federal de Uberlândia, Doutora FLÁVIA DE OLIVEIRA LIMA FALCÃO (Participação Virtual) do(a) Centro de Pesquisas Leopoldo Américo Miguez de Mello / Petróleo Brasileiro S.A.. Após a exposição pela mestrandia e arguição pelos membros da Comissão Examinadora que participaram do ato, de forma presencial e/ou virtual, a discente recebeu o conceito final: APROVADO. Nada mais havendo, foi lavrada a presente ata, que após lida e aprovada, foi assinada pelo(a) Presidente(a) da Comissão Examinadora.



Prof. Dr. CAIO GORLA NOGUEIRA

PROPOSTA DE ALTERAÇÃO DO TÍTULO

A COMISSÃO EXAMINADORA PROPÕE A ALTERAÇÃO DO TÍTULO DO TRABALHO DA ALUNA: **NÁYRA LOUISE ALONSO MARQUE**

DE: "ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DE PARÂMETROS PARA DETERMINAÇÃO DA PERMEABILIDADE EQUIVALENTE COM BASE NA ABERTURA DE FRATURAS NATURAIS EM MEIOS ROCHOSOS"

PARA:

ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DE PARÂMETROS PARA DETERMINAÇÃO DA PERMEABILIDADE EQUIVALENTE COM BASE NA ABERTURA DE FRATURAS NATURAIS EM RESERVATÓRIOS NATURALMENTE FRATURADOS

Bauru, 19 de abril de 2022.



Prof. Dr. CAIO GORLA NOGUEIRA
Orientador(a)



Universidade Estadual Paulista
"Júlio de Mesquita Filho"
Programa Interunidades



Mestrado

Engenharia Civil e Ambiental

NÁYRA LOUISE ALONSO MARQUE

**ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DE PARÂMETROS PARA
DETERMINAÇÃO DA PERMEABILIDADE EQUIVALENTE COM
BASE NA ABERTURA DE FRATURAS NATURAIS EM
RESERVATÓRIOS NATURALMENTE FRATURADOS**

Bauru
2022

NÁYRA LOUISE ALONSO MARQUE

**ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DE PARÂMETROS PARA
DETERMINAÇÃO DA PERMEABILIDADE EQUIVALENTE COM
BASE NA ABERTURA DE FRATURAS NATURAIS EM
RESERVATÓRIOS NATURALMENTE FRATURADOS**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil e Ambiental da Faculdade de Engenharia de Bauru, Universidade Estadual Paulista "Julio de Mesquita Filho", como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Área de Concentração: Geotecnia.

Orientador: Prof. Dr. Caio Gorla Nogueira;

Co-orientador: Dr. Pedro Rogério Cleto.

Bauru
2022



Resumo

O avanço tecnológico das últimas décadas gerou a necessidade de pesquisas voltadas para a melhoria das informações e a redução do tempo de processamento de dados. Com a crescente demanda energética e sendo o petróleo uma das fontes de energia mais utilizadas atualmente, pesquisas direcionadas para este campo tem se destacado. Uma técnica que vem ganhando espaço nesta área é a aplicação de planejamento de experimentos para otimização de campos petrolíferos, com o objetivo de predição e estudo do comportamento das diversas incertezas presentes neste meio, além da identificação das variáveis mais influentes dentro do problema. Neste contexto, este trabalho apresenta uma nova técnica de planejamento de experimentos, desenvolvida a partir de uma adaptação do planejamento de Box-Behnken, cuja utilização ocorre na construção de análises de sensibilidade capazes de identificar, dentro de células de simulação de rocha-reservatório naturalmente fraturada, quais fraturas são de fato relevantes na obtenção da permeabilidade equivalente. Com aplicação considerando casos hidráulicos com fluxo em regime estacionário e, em seguida, transiente, a seleção resultou em uma quantidade relativamente baixa de fraturas determinadas como dominantes, mas capazes de percentualmente representar adequadamente os valores e comportamentos de interesse quando comparados aos valores obtidos com a célula original do reservatório.

Palavras-chave: planejamento de experimentos; reservatórios naturalmente fraturados; seleção de fraturas; análise de sensibilidade.

Abstract

The technological advances in the last decades have generated the need for research aimed at improving information and reduced data processing time. With the growing energy demand, and oil being one of the most used energy sources nowadays, research directed to this field has been highlighted. A technique that has been gaining space in this area is the application of design of experiments for oil field optimization, with the objective of predicting and studying the behavior of the various uncertainties present in this environment, as well as identifying the most influential variables within the problem. In this context, this work presents a new technique for design of experiments, developed from an adaptation of the Box-Behnken design, whose use occurs in the construction of sensitivity analyses capable of identifying, within simulation of naturally fractured rock-reservoirs cells, which fractures are relevant in obtaining the equivalent permeability. With application considering hydraulic cases with flow passage in the steady and then transient regime, the selection resulted in a relatively low amount of fractures determined as dominant, but capable of adequately representing the values and behaviors of interest, when compared to the values obtained with the original reservoir cell.

Keywords: design of experiments; oil reservoir; fracture selection; sensitivity analysis.

SUMÁRIO

1	Introdução	17
1.1	Contextualização	17
1.2	Objetivos	20
1.2.1	Objetivo geral.....	20
1.2.2	Objetivo específico.....	21
1.3	Justificativas.....	21
1.4	Organização do texto	22
2	Revisão Bibliográfica	24
2.1	Comentários sobre a revisão bibliográfica.....	29
3	Análise de sensibilidade de parâmetros	33
3.1	Visão geral sobre a quantificação de incertezas	33
3.2	Análise de sensibilidade	36
3.2.1	Premissas do modelo desenvolvido	38
3.3	Planejamento de experimentos.....	38
3.3.1	Fatorial 2^k	39
3.3.2	Planejamento de Box-Behnken	40
3.3.3	Planejamento de Box-Behnken adaptado	41
3.4	Geração de metamodelos via Método dos Mínimos Quadrados	42
3.5	Testes estatísticos de adequabilidade.....	45
3.5.1	Análise de variância	46
3.5.2	Raiz quadrada do erro médio quadrático	47
3.6	Coeficientes de determinação	48
3.7	Testes de hipótese.....	50
3.7.1	Teste F (Fisher-Snedecor)	51
3.7.2	Teste t-student.....	52

3.8	Implementação computacional 2D e 3D	54
3.8.1	Equações governantes	54
3.8.2	Elemento de interface com elevada razão de aspecto.....	58
3.8.3	Elementos finitos de acoplamento.....	60
3.8.4	Análise de sensibilidade.....	62
4	Aplicações em simulações de reservatório naturalmente fraturados ...	70
4.1	Fluxo em meio poroso: células regulares.....	71
4.1.1	Célula com 54 fraturas	72
4.1.2	Célula com 115 fraturas	94
4.2	Fluxo em meio poroso: célula irregular.....	113
4.2.1	Célula com 283 fraturas	115
4.3	Comportamento equivalente: células originais x células otimizadas .	125
4.3.1	Campo de pressão	127
4.3.2	Curva de produção	135
5	CONCLUSÕES.....	139
6	Trabalhos Futuros.....	141
7	Referências Bibliográficas.....	143

Índice de Figuras

Figura 1 – Fluxograma geral da análise de sensibilidade para quantificação de incertezas.	34
Figura 2 – Fluxograma da análise de sensibilidade.	37
Figura 3 – Planejamento Fatorial com dois fatores em dois níveis.	39
Figura 4 – Planejamento Box-Behnken com três fatores.	40
Figura 5 - Desenvolvimento do modelo de placa paralelas.	55
Figura 6 – Elemento de interface com elevada razão de aspecto (<i>HAR-IE</i>).	59
Figura 7 - Construção da célula bidimensional com elevada razão de aspecto: (a) definição da geometria; (b) geração de malha; (c) criação de lacunas na região das fraturas; (d) inserção dos elementos com elevada razão de aspecto.	60
Figura 8 - Construção do acoplamento de elementos finitos: geração da (a) malha da matriz rochosa e das (b) fraturas; (c) união das duas malhas; (d) criação de elementos finitos de acoplamento e associação dos nós (exemplo para dois nós da fratura).	62
Figura 9 – Fluxograma da etapa de pré-processamento da construção da análise de sensibilidade.	64
Figura 10 – Matriz de planejamento para $\kappa = 1$	65
Figura 11 – Matriz de planejamento para $\kappa = 2$	66
Figura 12 – Fluxograma da etapa de pós-processamento da construção da análise de sensibilidade.	67
Figura 13 – (a) Perspectiva isométrica com direção dos fluxos e (b) vista em planta, com identificação das fraturas, da célula com 54 fraturas.	72
Figura 14 – Seções transversais perpendiculares aos eixos y e z, respectivamente, com as direções de fluxo de fluido.	74
Figura 15 – (a) Perspectiva isométrica com direção dos fluxos e (b) vista em planta, com identificação das fraturas, da célula com 115 fraturas.	95
Figura 16 - Célula irregular de 283 fraturas, no plano XY.	116
Figura 17 - Campos de pressão na direção de fluxo em x da célula de 115 fraturas.	128

Figura 18 - Campos de pressão na direção de fluxo em y da célula de 115 fraturas.	129
Figura 19 - Campos de pressão na direção de fluxo em z da célula de 115 fraturas.	131
Figura 20 - Campos de pressão na direção de fluxo em i da célula de 283 fraturas.	132
Figura 21 - Campos de pressão na direção de fluxo em j da célula de 283 fraturas.	133
Figura 22 - Campos de pressão na direção de fluxo em k da célula de 283 fraturas.	134
Figura 23 - Curva de produção na direção x da célula de 115 fraturas.	136
Figura 24 - Curva de produção na direção y da célula de 115 fraturas.	136
Figura 25 - Curva de produção na direção z da célula de 115 fraturas.	137
Figura 26 - Curva de produção na direção i da célula de 283 fraturas.	137
Figura 27 - Curva de produção na direção j da célula de 283 fraturas.	138
Figura 28 - Curva de produção na direção k da célula de 283 fraturas.	138

Índice de Tabelas

Tabela 1 – Tabela ANOVA.....	47
Tabela 2 – Fraturas que integram as seções transversais selecionadas.	75
Tabela 3 – Identificação, abertura das 54 fraturas e ranqueamento a partir do coeficiente de determinação individual (R_j^2) de cada fratura e acumulado: fluxo em z.....	75
Tabela 4 – Resultados do teste F e valor P para verificação da importância das fraturas na seção $y=0m$, da célula de 54 fraturas.....	77
Tabela 5 – Resultados do teste t-student e valor P para verificação da importância das fraturas na seção $y=0 m$, da célula de 54 fraturas.	78
Tabela 6 – Seleção das fraturas estatisticamente significativas nas seções 2D ortogonais a y para nível de significância de 10%.....	78
Tabela 7 – Valores de permeabilidade equivalente para a célula original e a célula reduzida a partir da análise de sensibilidade nas seções y	79
Tabela 8 – Fraturas que integram as seções transversais selecionadas em z. .	80
Tabela 9 – Identificação, abertura das 54 fraturas e ranqueamento a partir do coeficiente de determinação R_j^2 de cada fratura e acumulado: fluxo em x e y	81
Tabela 10 – Seleção das fraturas estatisticamente significativas nas seções 2D ortogonais a z para nível de significância de 10%.....	82
Tabela 11 – Valores de permeabilidade equivalente para a célula original e a célula reduzida a partir da análise de sensibilidade nas seções z	83
Tabela 12 – Valores de permeabilidade equivalente para a célula original e a célula otimizada a partir da análise de sensibilidade nas seções y e z	83
Tabela 13 – Identificação, abertura das 54 fraturas, coeficiente de determinação R_j^2 de cada fratura e acumulado: fluxo em x , y e z para $\kappa = 1.85$	
Tabela 14 – Célula com as fraturas dominantes e valores de k_{eq} para a célula original de 54 fraturas e a célula reduzida, considerando a seleção nas direções de fluxo em x , y e z , respectivamente.....	86

Tabela 15 – Valores de permeabilidade equivalente para a célula original de 54 fraturas e a célula otimizada a partir de análises de sensibilidade nas três direções.....	88
Tabela 16 – Identificação, abertura das 54 fraturas, coeficiente de determinação R_j^2 de cada fratura e acumulado: fluxo em x, y e z para $\kappa = 2$.	89
Tabela 17 – Célula com as fraturas dominantes e valores de k_{eq} para a célula original de 54 fraturas e a célula reduzida, considerando a seleção nas direções de fluxo em x, y e z, respectivamente, no planejamento de experimentos $\kappa = 2$	90
Tabela 18 – Valores de permeabilidade equivalente para a célula original de 54 fraturas e a célula otimizada a partir de análises de sensibilidade nas três direções para $\kappa = 2$	91
Tabela 19 – Fraturas consideradas no metamodelo quadrático e valores de abertura originais destas, para a célula de 54 fraturas, compostas de 7 fraturas dominantes.	93
Tabela 20 - Coeficientes estimadores do metamodelo quadrático na célula de 54 fraturas, para as direções x, y e z.	93
Tabela 21 – Comparação da permeabilidade equivalente obtida no simulador e a partir do metamodelo quadrático da célula otimizada composta de 7 fraturas dominantes.	94
Tabela 22 – Corte de seções 2D em y para a célula de 115 fraturas	96
Tabela 23 – Identificação, abertura das 115 fraturas e ranqueamento a partir do coeficiente de determinação R_j^2 de cada fratura e acumulado: fluxo em z.	97
Tabela 24 – Seleção das fraturas estatisticamente significativas nas seções 2D ortogonais a y para nível de significância de 10%.	100
Tabela 25 – Valores de permeabilidade equivalente para a célula original e a célula reduzida a partir da análise de sensibilidade nas seções y da célula de 115 fraturas.	100
Tabela 26 - Seleção das fraturas estatisticamente significativas nas seções 2D ortogonais a z para nível de significância de 10%.	102

Tabela 27 – Valores de permeabilidade equivalente para a célula original e a célula reduzida a partir de análises de sensibilidade nas seções y e z da célula de 115 fraturas.	103
Tabela 28 - Seleção das fraturas estatisticamente significativas nas novas seções 2D ortogonais a y para nível de significância de 10%.....	104
Tabela 29 – Valores de permeabilidade equivalente para a célula original e a célula reduzida a partir de análises de sensibilidade em todas as seções y e z verificadas da célula de 115 fraturas.....	105
Tabela 30 – Identificação e coeficiente de determinação R^2 das fraturas não nulas e seus valores acumulados: fluxo em x y e z.	105
Tabela 31 – Célula com as fraturas dominantes e valores de k_{eq} para a célula original de 115 fraturas e a célula otimizada, considerando a seleção nas direções de fluxo em x, y e z, respectivamente.	107
Tabela 32 – Valores de permeabilidade equivalente para a célula original de 115 fraturas e a célula otimizada a partir de análises de sensibilidade nas três direções.....	109
Tabela 33 – Célula com as fraturas dominantes e valores de k_{eq} para a célula original de 115 fraturas e a célula otimizada, considerando a seleção nas direções de fluxo em x, y e z, respectivamente, no planejamento de experimentos $\kappa = 2$	110
Tabela 34 – Valores de permeabilidade equivalente para a célula original de 115 fraturas e a célula otimizada a partir de análises de sensibilidade nas três direções para $\kappa = 2$	111
Tabela 35 – Fraturas consideradas no metamodelo quadrático e valores de abertura originais destas, para a célula de 115 fraturas, compostas de 22 fraturas dominantes.	112
Tabela 36 - Coeficientes estimadores do metamodelo quadrático na célula de 115 fraturas, para as direções x, y e z.	112
Tabela 37 – Valores de permeabilidade equivalente obtidos no simulador e a partir do metamodelo quadrático, considerando apenas as fraturas dominantes da célula originalmente de 115 fraturas, e os erros obtidos na comparação entre estes.....	113

Tabela 38 – Identificação e coeficiente de determinação R_j^2 das fraturas selecionadas e seus valores acumulados: fluxo em i, j e k.....	116
Tabela 39 – Célula com as fraturas dominantes e valores de k_{eq} para a célula original de 283 fraturas e a célula otimizada, considerando a seleção nas direções de fluxo em i, j e k, respectivamente.....	118
Tabela 40 – Valores de permeabilidade equivalente para a célula original de 283 fraturas e a célula otimizada a partir de análises de sensibilidade nas três direções.....	119
Tabela 41 – Célula com as fraturas dominantes e valores de k_{eq} para a célula original de 283 fraturas e a célula otimizada, considerando a seleção nas direções de fluxo em i, j e k, respectivamente, para planejamento $\kappa = 2$	120
Tabela 42 – Valores de permeabilidade equivalente para a célula original de 283 fraturas e a célula otimizada a partir de análises de sensibilidade de $\kappa = 2$ nas três direções.	122
Tabela 43 – Fraturas consideradas no metamodelo quadrático e valores de abertura originais destas, para a célula de 283 fraturas, compostas de 40 fraturas dominantes.	123
Tabela 44 - Coeficientes estimadores do metamodelo quadrático na célula de 283 fraturas, para as direções x, y e z.	124
Tabela 45 – Valores de permeabilidade equivalente obtidos no simulador e a partir do metamodelo quadrático, considerando apenas as fraturas dominantes da célula originalmente de 283 fraturas, e os erros obtidos na comparação entre estes.....	125

Lista de Símbolos

Símbolo	Descrição
Alfabeto Grego	
α	Coeficiente independente do modelo de regressão
β	Vetor dos coeficientes dos modelos de regressão
$\hat{\beta}$	Vetor dos coeficientes de aproximação do modelo de regressão
β_i	Coeficiente do modelo de regressão
Γ_p	Contorno de prescrição das pressões
Γ_q	Contorno de prescrição do fluxo
ε	Erro aleatório do metamodelo
$\hat{\eta}$	Coeficientes estimadores do modelo de regressão na multiplicação quadrática
K	Nível fatorial
μ	Viscosidade dinâmica do fluido
ξ	Desvios associados às irregularidades das superfícies reais das fraturas
ρ	Massa específica do fluido
σ_{Em}	Desvio padrão do erro de modelo
w	Abertura da fratura
Alfabeto Latino	
A	Área da face de medição do fluxo
COV_{Em}	Coeficiente de variação do erro de modelo

E_m	Erro de modelo
F_0	Teste F
\mathbf{g}	Vetor de aceleração da gravidade
h	Altura
H_0	Hipótese nula
H_1	Hipótese alternativa
\mathbf{k}	Tensor de permeabilidade intrínseca do meio poroso
k_{2D}	Tensor de permeabilidade intrínseca no domínio 2D
k_{3D}	Tensor de permeabilidade intrínseca no domínio 3D
k_{eq}	Permeabilidade equivalente
k_f	Permeabilidade equivalente da fratura
L	Valor a ser minimizado do vetor estimador
L	Distância das faces opostas e paralelas onde prescreve-se a pressão
M	Módulo de Biot
n	Número de fatores
\mathbf{n}	Vetor normal à superfície
N	Número total de corridas
\mathbf{p}	vetor de pressões nodais
\dot{p}	Derivada temporal de pressão
$\bar{\mathbf{p}}$	vetor de pressões prescritas

p_1	Pressão prescrita em uma das faces
p_2	Pressão prescrita na face oposta de p_1
q	Vetor de vazão do fluido
\mathbf{q}	Vetor de fluxo
\bar{q}	Vetor de fluxo prescrito
q_i	taxa de fluxo medida nos nós
R^2	Coefficiente de determinação
R_{adj}^2	Coefficiente de determinação ajustado
R_j^2	Coefficiente de determinação individual
t_0	Teste t-student
x_i	Variável de entrada
\mathbf{X}	Matriz de planejamento
y	Variável de resposta
\mathbf{y}	Vetor das variáveis respostas
\bar{y}	Valor médio da variável de resposta
$\hat{\mathbf{y}}$	Valor estimado do vetor de variável resposta

Agradecimentos

Acima de tudo, gostaria de agradecer a Deus por tudo que proporcionou e ainda proporciona em minha vida.

À minha família, pela paciência e carinho.

Aos meus amigos, por sempre estarem comigo, dispostos a conversar e me ouvir.

Aos meus colegas da pós-graduação, principalmente o Grupo de Modelagem Computacional em Mecânica dos Sólidos (GMCMS), coordenado pelo Prof. Dr. Osvaldo Luís Manzoli, por toda a ajuda fornecida. Um agradecimento especial a Michael, Eduardo e Pedro pois, sem eles, esse trabalho não teria saído do lugar.

À FUNEP, pelo apoio financeiro por meio do projeto 2018/00205-5 e todo o incentivo à pesquisa que vem oferecendo ao longo dos anos.

Ao meu orientador, Caio, por toda a força e compreensão que teve comigo durante toda a construção dessa dissertação, ainda mais no período de pandemia, onde sua paciência foi fundamental para a finalização desse projeto.

1 INTRODUÇÃO

1.1 Contextualização

O século XXI é marcado como aquele que apresenta os maiores avanços tecnológicos, com grande desenvolvimento da sociedade e crescimento das informações digitais, conforme apontado pelo *International Data Corporation* (IDC, 2021). Tal fato pode ser considerado extremamente marcante, visto que a preocupação acerca do desenvolvimento da tecnologia ocorreu somente a partir da Primeira Revolução Industrial, entre 1760 e 1860 (SAKURAI & ZUCHI, 2018). Já a Era Digital teve início apenas a partir da década de 1960, resultando na chamada Terceira Revolução Industrial (PASQUINI, 2020), definindo, portanto, um marco sobre o uso da tecnologia no cotidiano da sociedade. A aplicação da tecnologia, desde sua origem, tem grande contribuição na construção da informação, sendo um dos principais responsáveis pelos avanços industriais. Uma aplicação direta e fundamental dos avanços tecnológicos é no campo da obtenção, geração e utilização da energia, tanto para fins industriais e comerciais, quanto na manutenção da existência humana.

Apesar do crescente aumento de diferentes fontes de energia ao redor do mundo, o petróleo ainda é uma das maiores fontes energéticas, com previsão de ainda corresponder a 35% de toda a fonte de energia em 2030 (BERMANN, 2007). Por consequência, o petróleo deve continuar sendo um dos maiores contribuintes para o desenvolvimento industrial e tecnológico nos próximos anos. Porém, o petróleo é uma fonte de energia não renovável, cuja formação leva milhares de anos para ocorrer, não podendo ser repostado em tempo hábil no curto e médio prazo para seu uso continuado (D'ALMEIDA, 2015).

Assim, sua crescente utilização nas últimas décadas vem consumindo reservas, contribuindo para sua escassez ao redor do mundo. Deste modo, a busca por alternativas de produção de petróleo tem aumentado ao longo dos

anos. Anteriormente, a extração de petróleo em rochas fraturadas era pouco estudada, devido a sua abundância em meios mais acessíveis. Mas agora, com a redução de suas principais fontes produtoras, a necessidade de realização de maiores estudos de obtenção deste recurso, através de reservatórios não convencionais, tem crescido nos últimos anos (BALASUBRAMANIAN *et al.*, 2018).

Durante o processo de extração do petróleo nessas formações de rocha, um dos maiores problemas é a presença de incertezas no meio rochoso natural, que podem dificultar ou, até mesmo, encarecer o custo de produção, de modo a tornar este meio de extração inviável. Em função desse agravante, com a busca de novas alternativas, uma abordagem que tem sido realizada no campo das incertezas, e que vem sendo utilizada para melhoria da produção e redução dos custos, é a realização de estudos estatísticos acerca das variáveis presentes nos meios rochosos (DEJEAN e BLANC, 1999), incluindo a verificação da presença das fraturas naturais. Uma técnica voltada para resolver esse problema e que tem ganhado destaque é a análise de sensibilidade e quantificação explícita dessas incertezas nesses meios. Muitos estudos e técnicas para avaliação da sensibilidade, a partir das localizações de poços (POULADI *et al.*, 2017; KADEETHUM *et al.*, 2019) e quantificação de incertezas relacionadas aos custos econômicos de locação desses poços (HOROWITZ, 2010) foram abordados nas últimas décadas. Tais verificações têm sido amplamente tratadas através da construção de planejamentos de experimentos, para posterior realização de análises de sensibilidade. A técnica de planejamento de experimentos é voltada para estabelecimento, de forma antecipada e descritiva, do conjunto de ações que devem ser avaliadas para execução de procedimentos na realização dos experimentos e, conseqüentemente, tomada de decisões. Seu principal objetivo é a fundamentação do experimento, através do planejamento das amostras e ações a serem percorridas nos processos para uma correta execução, permitindo a definição de modelos representativos e análises estatísticas derivadas de sua elaboração (SILVA, 2007).

Porém, a escolha do tipo de planejamento e sua construção dependem da quantidade de variáveis contidas no meio analisado, de modo que, quanto maior o número de variáveis incluídas nas avaliações, maior a quantidade de dados necessários a serem verificados. O uso de simulações computacionais acopladas aos planejamentos de experimentos vem ganhando destaque, pois é possível considerar muitas variáveis de controle. A vantagem da aplicação desta técnica em conjunto às simulações computacionais está na não necessidade de repetição de dados, visto que, quando adotados iguais valores numéricos para as variáveis de controle do problema analisado, o valor de resposta será igual em todos os casos. No entanto, em casos em que o número de variáveis é muito alto, a adoção de planejamentos completos pode se tornar totalmente inviável. Devido a isso, ao longo dos últimos anos, foram construídas diferentes técnicas, buscando reduzir a quantidade de simulações necessárias para obtenção das respostas de interesse, sem que houvesse perdas significativas para os resultados.

No campo da engenharia de reservatórios de petróleo, uma das incertezas ainda pouco estudadas e que necessita considerar um elevado número de variáveis, é a análise da influência de fraturas naturais pertencentes ao meio rochoso. Na literatura poucos trabalhos abordam diretamente apenas essas variáveis. Em sua maioria, casos em que há verificação de variáveis mais influentes, a presença ou não de fraturas para verificar sua importância dentro da rocha-reservatório não é considerada.

Células de rocha-reservatório, mesmo em pequenas regiões dentro do meio poroso, podem ter elevada presença de fraturas a serem verificadas, de modo que, se realizado planejamentos experimentais completos, a quantidade de simulações é uma estratégia totalmente inviável de ser adotada. Devido a isso, pesquisas devem ser direcionadas buscando reduzir a quantidade de simulações necessárias, mantendo baixos erros na obtenção da variável resposta e assim podendo oferecer até mesmo modelos mais simplificados para previsão do comportamento de interesse.

Dentro deste contexto, este trabalho apresenta o desenvolvimento de uma técnica para análise de sensibilidade e quantificação de incertezas, iniciada

por Assis *et al.* (2019), para verificação da importância relativa de fraturas naturais em meios rochosos sobre a resposta de interesse, que nesse caso é a permeabilidade equivalente da célula. A ampliação deste estudo, em comparação aos casos avaliados por Assis *et al.* (2019), está na implementação da técnica em novos casos bidimensionais, considerando células com grande quantidade de fraturas, além de expandir as análises para casos tridimensionais, de modo a considerar todas as fraturas presentes na célula de reservatório, assim como as diferentes possíveis direções de fluxo. Junto a isso, para validação da análise de sensibilidade e verificação da qualidade da resposta, também se verifica se tal seleção de fraturas é suficiente para adoção em todos os tipos de comportamento hidráulico da célula. Isto ocorre, pois a seleção das fraturas dominantes se baseia na realização do planejamento de experimentos apenas considerando a célula em regime estacionário de escoamento de fluido. Além disso, busca avaliar se, quando o regime de escoamento de fluido é transiente, a resposta obtida anteriormente ainda é suficiente. A validação da célula otimizada somente com as fraturas dominantes ocorre tanto na obtenção dos campos de pressão, como na verificação de sua viabilidade através das curvas de produção.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo geral

Este trabalho apresenta como objetivo geral o desenvolvimento e validação de um modelo para análise de sensibilidade, com aplicação em problemas de determinação de propriedades equivalentes de rochas-reservatório naturalmente fraturadas, para obtenção dos parâmetros mais influentes nas respostas analisadas.

1.2.2 Objetivo específico

O objetivo específico deste trabalho envolve a utilização da análise de sensibilidade na definição do grupo de fraturas mais influentes na permeabilidade equivalente em células de simulação de reservatórios naturalmente fraturados, em casos de simulação 2D e 3D, para obtenção de células otimizadas contendo apenas as fraturas dominantes, cuja resposta global obtida em seu comportamento se assemelhe à célula original tridimensional, sem perdas significativas em seu comportamento hidráulico.

1.3 Justificativas

A principal justificativa do trabalho proposto está na busca pela validação de um modelo de análise de sensibilidade via planejamento de experimentos que, se aplicado de forma eficaz, pode contribuir de maneira significativa nas simplificações de modelos de processamento em alta fidelidade.

Através da construção de um modelo simplificado e otimizado, mas que apresente um comportamento semelhante ao obtido para a célula de rocha-reservatório original, torna-se possível a realização de estudos diversos envolvendo os reservatórios, tais como:

- i) A partir da célula simplificada/otimizada em termos do número de fraturas relevantes, a tarefa de geração de malhas de elementos finitos tridimensionais se torna mais fácil, tanto do ponto de vista operacional de criação da rede dos elementos, quanto na redução da dimensão do problema a ser analisado;
- ii) As células otimizadas podem ser usadas para construção de metamodelos (*proxies* – modelos simplificados), capazes de representar os comportamentos desejados e substituir o uso dos modelos de alta fidelidade nas simulações. Além da redução massiva do tempo de processamento computacional, esses metamodelos construídos somente com as fraturas dominantes podem ser usados

- em etapas posteriores de otimização de produção, bem como associados à quantificação de incertezas dessas respostas;
- iii) A metodologia desenvolvida para análise de sensibilidade com base no planejamento de experimentos pode ser empregada facilmente na resolução de outros problemas de interesse, até mesmo em outras áreas da Engenharia, fornecendo uma ferramenta robusta de construção de metamodelos para uso em processos de tomada de decisões.

1.4 Organização do texto

O presente trabalho está dividido em 5 capítulos, sendo estes descritos a seguir.

O capítulo 1, finalizado neste sub-tópico, apresenta a introdução acerca do desenvolvimento tecnológico e da necessidade de estudos estatísticos aplicados diretamente em rochas-reservatório naturalmente fraturadas. Junto a isto, são apresentados os objetivos da pesquisa e suas justificativas.

O capítulo 2 faz um breve histórico dos avanços realizados sobre o planejamento de experimentos, e sua adoção inicial para geração de um modelo de sensibilidade, especialmente sobre sua aplicação na área de engenharia de petróleo.

O capítulo 3 apresenta a formulação utilizada para realização do planejamento de experimentos e da técnica de análise de sensibilidade na seleção das fraturas dominantes, considerando tanto os casos bidimensionais, como tridimensionais de simulação de fluxo.

A aplicação das técnicas é apresentada no capítulo 4, através da utilização destas em três exemplos de células de modelo de uma rocha-reservatório representativa de um reservatório naturalmente fraturado. Duas delas são de dimensões e direções de eixo regulares, com aplicação na determinação de fraturas dominantes sobre a permeabilidade equivalente considerando modelos de simulação 2D e 3D; e outra de geometria irregular, considerando a análise de sensibilidade aplicada apenas no modelo

tridimensional. Em seguida, amplia-se os estudos das fraturas selecionadas a partir de verificação das respostas em casos transientes destas células anteriormente analisadas.

O capítulo 5, por sua vez, apresenta as considerações finais sobre a técnica aplicada neste trabalho, no tocante às análises realizadas até agora.

Por fim, pensando nas próximas etapas que podem ser executadas a partir deste trabalho, o capítulo 6 apresenta sugestões de possíveis trabalhos futuros a serem realizadas a partir da validação das análises aqui construídas.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A aplicação do planejamento de experimentos começou em meados de 1920, com utilização desta técnica por Ronald Fisher, na Estação Agrícola Experimental, localizada em Londres (GALDÁMEZ, 2002). A análise estatística da técnica de planejamento teve como construção de método primário a realização da técnica de Análise de Variância, conhecida como ANOVA (LIMA, 2006). A partir da origem deste modelo de estudo da estatística, novas pesquisas e diferentes planejamentos foram construídos ao longo dos anos seguintes, buscando estudar cada vez mais variáveis, sem ocasionar em inviabilidade na obtenção das respostas de interesse. Deste modo, outros pesquisadores colaboraram com a ampliação dos estudos desta técnica, como é o caso de Plackett e Burman (1946), Box e Behnken (1960), Yates, Cochran e Kempthorne (MONTGOMERY, 2013), que idealizaram, em sua maioria, novas maneiras de realização do planejamento de experimentos, sem a necessidade de considerar todas as possíveis variações presentes nas variáveis de entrada do problema, mas com a mínima perda na qualidade da resposta.

Na engenharia, principalmente em relação a estudos de reservatórios de petróleo, a utilização desta técnica é relativamente recente, com poucos casos analisados até o século XX (DAMSLETH, 1992). Inclusive, o estudo de técnicas estatísticas e verificação de análise de riscos dentro da indústria petrolífera apresentam, em sua maioria, resultados apenas recentes. O primeiro estudo com uso de teoria de probabilidades dentro da exploração de petróleo foi realizado por Allais (1956), onde foi verificado, através de modelagem explícita, os riscos de exploração e seus custos econômicos, com utilização do método de Monte Carlo, uma técnica que se baseia na utilização de sequência aleatória de números para construção de valores amostrais, criada em 1947 (NEUMANN E RICHTMYER, 1947), muito utilizada dentro da estatística.

Nos anos seguintes, novas pesquisas acerca de análises de risco dentro da indústria do petróleo ganharam espaço, mas tal conceito ainda se manteve muito dentro de estudos acadêmicos, sem aplicação direta na prática, como é o

caso de Grayson (1960), Arps e Arps (1974) e Megil (1977). Os estudos aplicados em diferentes estágios de exploração, com verificação das análises de risco, ocorreram em alguns casos como os de Krumbein e Graybill (1965), Drew (1967), Harbaugh *et al.* (1977) e Harbaugh (1984), com estudos diretamente aplicados em bacias de petróleo.

Com o decorrer dos anos, novos métodos estatísticos foram aplicados na estimativa das análises de risco, com utilização de técnicas de distribuição estatística, como adoção de modelos *lognormais* (ATTANASI e DREW, 1985) e verificação de possíveis distribuições das variáveis em dados de campo de petróleo (CROVELLI, 1995). Porém, com a utilização direta de planejamento de experimentos como uma etapa prévia para o planejamento estatístico, o estudo das incertezas presentes em reservatórios de petróleo começou a ganhar mais espaço em um intervalo de tempo ainda menor do que a implementação de estudos estatísticos como um todo nessa área.

Como apontado por Dejean e Blanc (1999), uma das maiores vantagens na realização de planejamento de experimentos dentro da engenharia de petróleo está na possível identificação das incertezas que podem mais influenciar o processo produtivo de petróleo. Aliado à metodologia de superfície de resposta e ao método de simulação de Monte Carlo, esta técnica permite a construção de modelos simplificados, atualmente conhecidos como metamodelos, capazes de prever possíveis respostas aliadas às incertezas dos parâmetros estudados. Inclusive, Dejean e Blanc (1999) usaram essa abordagem para estudar a produção acumulada de um reservatório de petróleo durante um período de dez anos.

A utilização dessas ferramentas, através de simulações computacionais, para determinar locações para implementação de novos poços e estimativa de curvas de ajuste de produção tem se tornando mais usual. Raras são as análises ocorridas no século passado, como é o caso mostrado por Aziz *et al.* (1972). Este teve sua pesquisa baseada na identificação dos padrões de fluxo, de modo a permitir a locação de 45 poços e a comparação dos resultados com os dados obtidos em campo por Orkiszewski (1967). Outras comparações foram realizadas em sua pesquisa, considerando os resultados avaliados por Duns e

Ros (1963) e Hagedorn e Brown (1965) e comentados por Espanol *et al.* (1968). Percebeu-se que os valores obtidos possuíam adequada acurácia no desenvolvimento de seus modelos e que a implementação de planejamento estatístico era uma adequada abordagem para melhoria dos estudos aplicados em reservatórios.

No século XXI, as diferentes abordagens estatísticas ganharam mais destaque com estudos na busca da locação ótima de poços produtores e previsão da curva de produção e de pressão, conforme apresentado por Guyaguler *et al.* (2000), Venkataraman (2000), Manceau *et al.* (2001), Avansi *et al.* (2009) e Bouzarkouna *et al.* (2013). Essas análises já se mostraram eficientes na redução de simulações necessárias para obtenção de comportamento de curvas de produção (CHEONG *et al.*, 2005), análise de risco (RISSO *et al.*, 2007; RISSO *et al.*, 2009) ou até na redução de incertezas presentes em reservatórios (REIS, 2006).

As técnicas de planejamento de experimentos, com sua utilização na construção de superfícies de resposta, permitem uma análise de risco diante da necessidade de tomadas de decisão, verificando, com base em análises de sensibilidade, quais variáveis são de fato importantes para o problema (CORRE *et al.*, 2000; SUSLICK e SCHIOZER, 2004; PEREIRA *et al.*, 2014; MUDHAFAR, 2017). Essas análises de sensibilidade contribuem na seleção das variáveis influentes, permitindo a construção de metamodelos para previsão de respostas, podendo ainda incorporar informações acerca de distribuições de probabilidade (WHITE e ROYER, 2003; NEJADI *et al.*, 2017) e até mesmo identificação de variáveis influentes diferentes das apontadas em outros meios de verificação (PORTELLA *et al.*, 2003), sendo, portanto, uma boa forma de realizar comparações para validação de técnicas desenvolvidas.

Outra utilização da técnica de planejamento de experimentos está na construção de métodos capazes de calibrar os modelos numéricos através de elaboração de ajustes de histórico (RISSO, 2007; SAYYAFZZADEH, 2015), otimização global de variação de preços do petróleo (HOROWITZ *et al.*, 2010) ou até a construção de meios de recuperação econômica de gás e petróleo não

extraídos em reservatórios não convencionais (AL-MUDHAFI e SEPEHRNOOTI, 2018).

Em associação à aplicação de técnicas de manipulação de dados, modelagens computacionais se fazem necessárias para que as respostas obtidas sejam as mais próximas da realidade, principalmente considerando que grande parte dos resultados se origina de estimativas provenientes de diferentes meios para uma construção ampla e adequada. Tal caracterização deve ser realizada de modo a ser possível uma verificação do problema como um todo, não apenas cada trecho isolado dos reservatórios (MEZGHANI *et al.*, 2004). Porém, em alguns casos, os estudos acadêmicos acerca dos modelos de simulação dos reservatórios petrolíferos são tratados como homogêneos, tendo seu comportamento principalmente dependente de algumas variáveis como pressão e temperatura (CASAREZ-CANDIA e VASQUES-CRUS, 2005). Essa aplicação ocorre quando há interesse de estudos simplificados das verificações de poços de petróleo. Mas, dentro da indústria, considera-se os diferentes materiais existentes nos reservatórios e seu comportamento não linear nas regiões de interface entre estes. Devido a isso, há a necessidade de construção de novos métodos, voltados para a otimização da construção dos modelos de simulação, de modo a permitir uma maior identificação da presença de heterogeneidades e sua influência dentro do meio poroso. Muitas destas técnicas fazem uso de construção de modelos computacionais em elementos finitos, podendo fazer refinamento das malhas, através de aplicações de diferentes técnicas.

A principal dificuldade encontrada no desenvolvimento destes modelos computacionais de simulações de reservatórios naturalmente fraturados está na necessidade de representação das complexas geometrias existentes no sistema de rocha-reservatório, composto por diversas discontinuidades presentes em seus modelos (LEI *et al.*, 2017). Tais discontinuidades ocorrem principalmente devido à presença das fraturas naturais, e necessidade de conhecimento acerca de suas orientações e direções de fluxo (NEJADI *et al.*, 2017). A descrição das fraturas naturais, seu comportamento e geometria, ocorre muitas vezes através da realização de extrapolações de modelos 1D em seções bidimensionais e 2D

para células de simulação tridimensionais, existindo também a possibilidade de construção de dados através da ampliação de informações já obtidas através de pequenas amostras de estudo (LEI *et al.*, 2017). A construção de diferentes simulações computacionais para resolução de sistemas numéricas capaz de considerar a presença de fraturas naturais ocorre de diferentes maneiras, de forma que a rede de fraturas existentes na rocha-reservatório pode ser representada de forma implícita ou explícita (NEJADI *et al.*, 2017). Em geral, as construções dos modelos de simulação de reservatórios naturalmente fraturados são diferenciadas em três modelos numéricos de classificação. Suas definições ocorrem a partir da forma de representação do comportamento hidrológico, geomecânico e hidromecânico das redes de fratura e sua atuação dentro das células de simulação.

O primeiro deles, conhecido como Método do Contínuo Equivalente (*Equivalent Continuum Method*) (LONG *et al.*, 1982; COATS *et al.*, 1989), considera como principal parâmetro nos dados de entrada as propriedades equivalentes dos materiais, tratando as fraturas naturais como geometria interna do meio poroso. Deste modo, este método busca enriquecer os valores de permeabilidade pertencentes à rocha-reservatório através do incremento do valor de permeabilidade das fraturas naturais, embutidas diretamente no modelo da matriz da rocha. Ou seja, a presença das fraturas naturais enriquece a permeabilidade da célula de reservatório. A principal vantagem deste método está na simplicidade da construção de sua geometria e possibilidade de ser mais facilmente implementado em problemas de grande escala. Porém, por se tratar de um modelo que considera a matriz da rocha e a rede de fraturas como um único domínio equivalente, sua precisão numérica é baixa, pois não considera as interações entre fraturas e as diferentes complexidades existentes em sua rede (LEI *et al.*, 2017).

O Método da Dupla Porosidade (WARREN *et al.*, 1963; KAZEMI *et al.*, 1976; MOENCH, 1984), por sua vez, considera diferentes sistemas para a matriz porosa e a rede de fratura, onde cada sistema possui sua própria equação de conservação de massa. Nestas equações, a troca de massa de fluido entre matriz porosa e rede de fraturas ocorre através da inclusão de um

termo, chamado termo de transferência, existente nas duas equações. Deste modo, as equações são construídas de forma distinta, mas com um termo em comum entre elas, capaz de considerar os valores de transferência de fluxo do fluido da rocha para a rede de fraturas e a transferência em sentido oposto.

Por último, outro modelo utilizado, que tem como principal vantagem a consideração explícita da rede de fraturas discreta dentro da matriz porosa, é conhecido como Modelo de Fratura Discreta (*Discret Fracture Model* – DFM) (XU *et al.*, 2019; KOOHBOR *et al.*, 2020; WU *et al.*, 2020), capaz de avaliar a interação entre fraturas e seu comportamento dentro da matriz porosa, em conjunto com a consideração das propriedades dos dois sistemas. Este modelo é capaz de caracterizar o comportamento das fraturas, levando em consideração suas propriedades, como orientação, comprimento, abertura e transferência de fluxo, em conjunto às características da rocha (LEI *et al.*, 2017). É um dos modelos com maior precisão numérica, porém, devido às limitações computacionais, sua utilização em grandes campos de reservatório podem ocorrer em tempos muito elevados, podendo tornar sua adoção inviável. Mas, em casos de células de simulação, sua adoção tende a apresentar boa qualidade de resposta (NEJADI *et al.*, 2017). Diferentes exemplos de técnicas que utilizam este modelo podem ser mencionados, como o caso da técnica de elementos finitos sólidos com elevada razão de aspecto (MANZOLI *et al.*, 2019; FABBRI *et al.*, 2019) ou técnica de inclusão de elementos de acoplamento (MANZOLI *et al.*, 2021; CAMARGO *et al.*, 2022).

2.1 Comentários sobre a revisão bibliográfica

Como é possível notar acerca da revisão bibliográfica construída, o planejamento de experimentos e desenvolvimento de seleção de variáveis influentes para obtenção de otimização da resposta já são técnicas que, apesar de recentes, têm sido frequentemente utilizadas e tendem a apresentar resultados bastante satisfatórios. Porém, quando se fala da aplicação diretamente na avaliação da presença de fraturas naturais em reservatórios de petróleo não convencionais, a obtenção de referências sobre esse tema se

torna escassa. As pesquisas demonstram a importância da presença de fraturas naturais sobre o escoamento de fluido na rocha-reservatório, as quais podem representar caminhos preferenciais. Entretanto, as pesquisas em si não analisam apenas a fratura e sua importância dentro da matriz porosa, tendo os estudos que tratam da verificação dessa variável, considerando a fratura e suas características, como apenas uma das diversas variáveis dentro do problema a ser estudado. Exemplos como os de Yu *et al.* (2014) e Kadeethum *et al.* (2019), que tratam a rede de fraturas como uma das variáveis para avaliação podem ser mencionados. Outro exemplo comum, é a locação de poços, que não é um problema voltado para o estudo das fraturas naturais, porém estas são importantes dentro da análise, pois contribuem com o caminho dos fluidos injetados. Mas, neste tipo de verificação, é avaliado apenas o conjunto de fraturas como um todo, e não a importância de cada uma destas dentro do sistema. Ao se buscar pesquisas que avaliem diretamente as fraturas de forma individual, verificando qual a contribuição destas uma a uma, os estudos encontrados são principalmente voltados apenas para a etapa da modelagem computacional, onde se busca identificar o possível comportamento estatístico das variáveis presentes na fratura (abertura, dimensão e ângulo) para ser capaz de representar de forma adequada o problema da passagem de fluido. Porém, o planejamento de experimentos e análise de sensibilidade em si, consideradas etapas posteriores à construção dos modelos de simulação para representação do comportamento da rocha de reservatório, não tem estudos voltados exclusivamente para a presença de fraturas. Nestes casos, o tratamento das fraturas deixa de ser avaliado de forma individual, considerando todo o conjunto de fraturas, muitas vezes, como uma única variável.

As fraturas, principalmente seu valor de abertura, tem se mostrado um dos maiores desafios na construção de simulações e quantificação de incertezas dentro da indústria petrolífera. A variável abertura de fraturas não só é apenas escassa de informações na literatura, como se apresenta como um grande problema a ser avaliado. Como apontado por Odling *et al.* (1999) em seu estudo voltado para verificar o comportamento das fraturas dentro de reservatórios não convencionais e a importância das diferentes características

geométricas desta no meio poroso, a abertura de fraturas é um tema de extrema complexidade e escassa avaliação nos reservatórios. A justificativa para isso é principalmente a dificuldade existente para definir, dentre seus valores, os mais próximos da realidade. Por se tratar de um valor obtido apenas através de estimativas realizadas por geólogos, a verificação de seu comportamento dentro da rocha reservatório muitas vezes é pouco aprofundada, exatamente devido à grande quantidade de incerteza existente nessa variável. Mas é exatamente por isso que se considera importante o trabalho de análise de sensibilidade aplicado na verificação da importância das fraturas dentro da rocha-reservatório. A partir destas análises, exclusivamente voltada para estudo do comportamento da permeabilidade equivalente, considera-se, portanto, a verificação dos valores de abertura de cada uma das fraturas.

O planejamento de experimentos é uma ferramenta que considera não apenas o valor específico estipulado no modelo em análise, mas também avalia as diferentes respostas possíveis de serem obtidas a partir da consideração de variação dos valores reais. A partir deste, constrói-se uma superfície de resposta capaz de, numericamente, apresentar uma resposta adequada das variações na resposta, a partir das possibilidades de variação nos dados de entrada. E, por ser a abertura de fraturas um problema repleto de incertezas, a construção de estudos estatísticos, para avaliar a possível distribuição espacial da resposta de interesse, se torna fundamental para aumentar a qualidade das informações. Porém, no caso das simulações em células representativas de uma parte de uma rocha-reservatório, a presença de fraturas é elevada, tornando a construção do metamodelo, apesar de fácil, trabalhosa. É nesse contexto que a análise de sensibilidade ganha destaque dentro da quantificação de incertezas, pois, ao reduzir a quantidade de fraturas necessárias a serem analisadas no problema, ampliar as pesquisas das incertezas se torna mais rápido. E, se tal seleção de fraturas se apresentar com respostas satisfatórias, cujos resultados se aproximam dos casos em que há a presença de todas as fraturas, o mesmo pode ser utilizado para facilitar os estudos aplicados na modelagem e simulação computacional.

Deste modo, a construção de modelos de representação do comportamento da matriz porosa, com atuação das fraturas naturais, tende a ser mais eficiente se houver exclusão de parte dos elementos modelados desenvolvidos para representar as fraturas naturais, sem que ocorra perda na qualidade da resposta. Deste modo, este trabalho visa construir os processos para seleção das fraturas naturais dominantes dentro de células de reservatórios com elevada quantidade de fraturas e verificar se, a partir da seleção realizada, é possível obter simulações computacionais onde o comportamento da célula otimizada, representativa do reservatório naturalmente fraturado com uma quantidade reduzida de fraturas dentro da modelagem computacional, se assemelhe ao da célula original. Tal pesquisa contribui na redução de variáveis a serem consideradas nos problemas de reservatórios não convencionais e permite, para possíveis pesquisas posteriores, a realização de estudos voltados para a quantificação de incertezas com redução na quantidade necessária de variáveis a serem verificadas que influenciam a resposta de interesse.

3 ANÁLISE DE SENSIBILIDADE DE PARÂMETROS

3.1 Visão geral sobre a quantificação de incertezas

Com os avanços no mundo moderno, houve um aumento na busca de melhorias nas construções tecnológicas voltadas à realização de procedimentos com maior velocidade e menores custos envolvidos. Para isso, houve um crescente aumento na investigação das variáveis pertencentes ao sistema analisado, o que conduziu à realização de novas abordagens no que concerne à tomada de decisões, principalmente em problemas de engenharia. Um inconveniente, antigamente ignorado, mas que vem sendo cada vez mais estudado, é a presença de incertezas nas diversas variáveis existentes dos problemas.

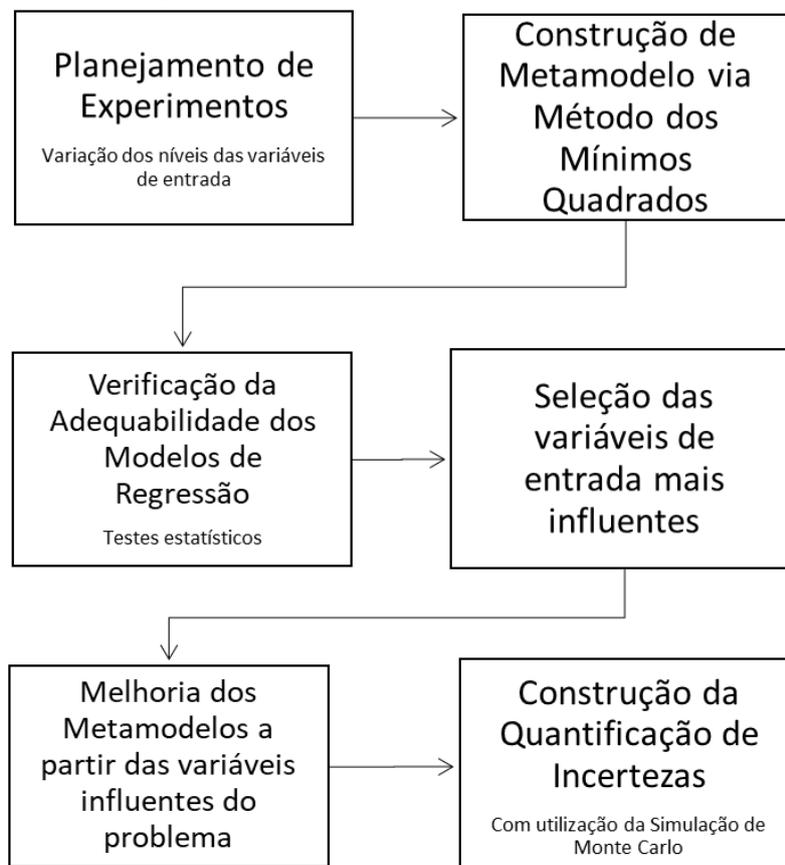
Incerteza estão presentes em qualquer sistema existente da engenharia (BECK, 2019). Quando a variável apresenta incerteza em sua composição, por consequência, isto tende a se propagar na variável resposta, o que leva a necessidade de considerar esta natureza na busca da solução adequada. Uma das abordagens que vem ganhando cada vez mais destaque na inclusão de incertezas na avaliação dos problemas é a Teoria da Confiabilidade, pois considera adequadamente as incertezas presentes nas variáveis de um projeto, através do cálculo de probabilidades de ocorrência de cenários indesejados no sistema (NOGUEIRA, 2010).

Quando o problema de incertezas é abordado considerando a indústria de petróleo, uma das maiores dificuldades está na limitação das informações e respostas, em função da localização dos problemas em grandes profundidades. Devido a isto, uma alternativa ao uso de princípios da Teoria de Probabilidades é a aplicação da Teoria de Evidências, mais adequada na avaliação de parâmetros com baixa quantidade de informações (SOTOMAYOR, 2011; PEREIRA, 2014). A Teoria de Evidências foi introduzida por Shafer (1976) e baseia-se na construção de uma proposição a partir das evidências já disponíveis, sendo uma alternativa para o tratamento de incertezas presentes

nas diferentes evidências. A aplicação desta teoria em um problema petrolífero, quando se possui baixa quantidade de informações e pouca precisão dos valores dos parâmetros (ASSIS, 2019), é muitas vezes adotada na análise de incertezas.

A quantificação de incertezas se apresenta como um processo de importante papel na avaliação econômica de comportamento dos reservatórios (RISSO *et al.*, 2007). A técnica de planejamento de experimentos, em conjunto com a construção de modelos de superfície de resposta (metamodelos), permite maior avaliação das complexidades, das diferentes combinações e dos custos considerado na exploração de reservatórios, sendo um grande auxiliar na análise de incertezas (WHITE & ROYER, 2003). O procedimento sistemático para realização de um processo de quantificação de incertezas tem suas etapas de construção apresentadas no fluxograma da Figura 1.

Figura 1 – Fluxograma geral da análise de sensibilidade para quantificação de incertezas.



Fonte: desenvolvido pela autora.

Em casos em que há elevada quantidade de variáveis, a construção de metamodelos, considerando todas as variáveis de entrada do modelo para obtenção de uma única variável, pode se tornar uma atividade dispendiosa. Não apenas pelo tempo de elaboração das simulações para investigação dos possíveis comportamentos do modelo analisado, mas também devido à provável existência de variáveis dentro da superfície de resposta que contribuem de forma pouco significativa na obtenção da resposta. Deste modo, a inclusão ou não desta torna-se praticamente indiferente na obtenção final da resposta, sendo uma variável analisada, adotando coeficientes de variação semelhante às demais variáveis, sem necessidade de sua verificação. Devido a isso, antes da obtenção em si da formulação para realização da quantificação das incertezas, uma etapa de significativa importância, que é o enfoque deste trabalho em si, refere-se à seleção das variáveis mais influentes dentro do problema. O desenvolvimento inicial de um metamodelo muitas vezes ocorre a partir da consideração de um comportamento linear para obtenção da variável resposta. Devido a isso, e à limitação de sua formulação, alguns casos resultam em respostas com uma grande dispersão entre o valor do cálculo e aquele obtido nos casos reais. Buscando melhorar a qualidade da resposta, mas sem desperdiçar tempo na verificação das variáveis dentro do metamodelo, a análise de sensibilidade entra como uma importante etapa. A partir desta, busca-se verificar quais variáveis de entrada são de fato relevantes e, com sua seleção, construir o aprimoramento do comportamento do metamodelo. Tal procedimento não colabora apenas na construção das superfícies de resposta com melhorias na obtenção da quantificação de incertezas, mas também serve como selecionador dos problemas reais, de modo a, em casos em que devem ser realizados estudos diretamente nas variáveis de entrada, saber selecionar quais de fato merecem melhor acompanhamento, visto que estes se apresentam com resultados mais importantes dentro da variável resposta de interesse. Em função da busca pela qualidade da construção de uma análise de sensibilidade, este trabalho é focado unicamente na seleção das variáveis mais influentes, obtidas a partir da construção de metamodelos lineares durante o processo de seleção. A construção do metamodelo a partir das variáveis

explicativas dominantes é apresentado no final das análises, mas de forma simplificada, sem realização da etapa de quantificação de incertezas.

3.2 Análise de sensibilidade

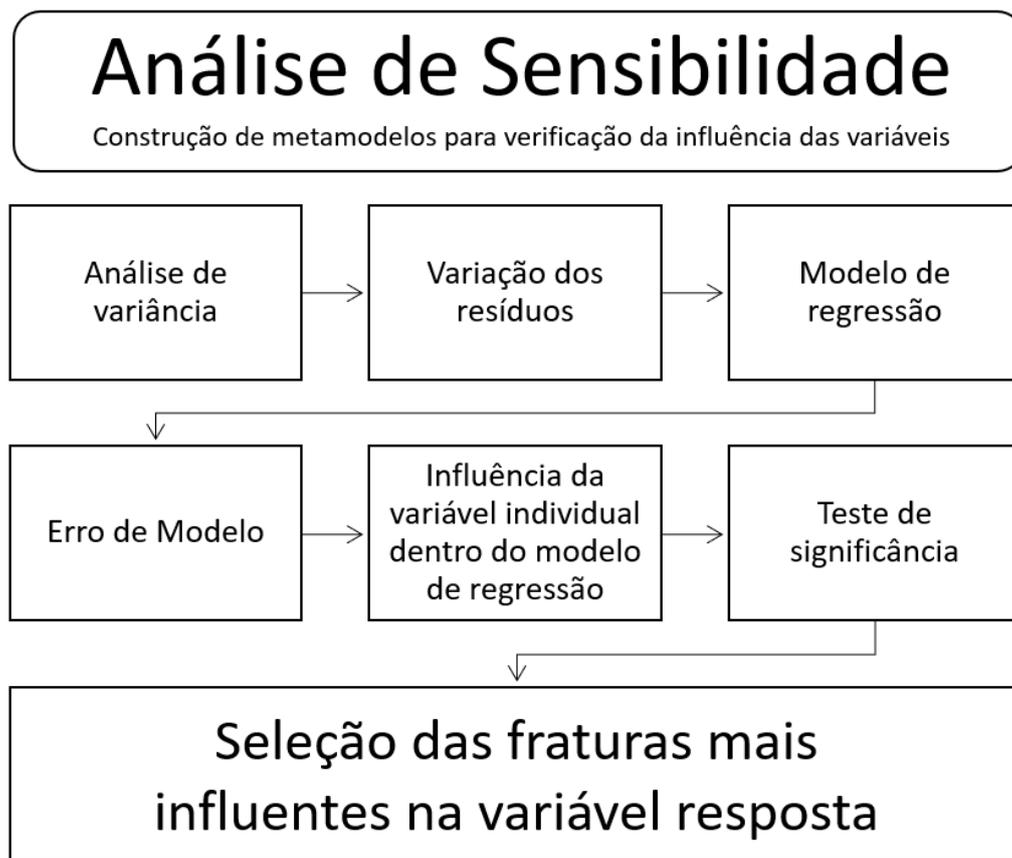
A análise de sensibilidade pode ser definida como uma ferramenta capaz de determinar qual a contribuição de cada variável de entrada do problema na obtenção da variável de resposta (Helton *et al.*, 2006). Esta análise entra como um procedimento adequado para a seleção das variáveis mais influentes dentro do problema, sendo de grande auxílio para redução do custo computacional envolvido na quantificação de incertezas. Com o objetivo de reduzir as variáveis explicativas do problema, ou seja, aquelas cujo parâmetro é considerado incerto e com possibilidade de assumir diferentes valores, a seleção permite a construção de modelos de superfície de resposta com uma menor quantidade de variáveis explicativas e, portanto, uma geração mais fácil e mais rápida dos modelos para quantificação de incertezas.

A realização de uma análise de sensibilidade tem como principal base a construção de um planejamento de experimentos aplicado nas variáveis de entrada do problema. O planejamento estatístico se apresenta como uma grande ferramenta no desenvolvimento de processos na engenharia (MONTGOMERY, 2012), sendo uma técnica adotada para maximização das informações obtidas com o menor número possível de experimentos (DAMSLETH, 1992).

A realização adequada de um planejamento de experimentos nos dados a serem analisados se caracteriza como a principal atividade estatística sobre o problema. Inclusive, considera esta técnica mais importante até que os próprios cálculos estatísticos realizados em cima dos dados (NETO *et al.*, 1996). Tal planejamento é amplamente utilizado em casos de flutuações incontroláveis, quando comparados com os efeitos que se desejam investigar. O planejamento de experimentos vem sendo adotado no estudo de reservatórios, buscando economia nas simulações computacionais (VENKATARAMAN, 2000).

O planejamento de experimentos se baseia na identificação de critérios, já anteriormente estabelecidos pelo experimentador. Na sequência, são realizadas variações dos níveis aplicados às variáveis explicativas, ditas independentes, de forma conjunta, o que permite a verificação dos valores obtidos na variável resposta e quão afetada esta foi diante da variação das variáveis explicativas (ASSIS, 2019). A Figura 2 traz uma apresentação resumida das etapas necessárias para construção dos resultados.

Figura 2 – Fluxograma da análise de sensibilidade.



Fonte: desenvolvido pela autora.

O planejamento de experimentos é definido de forma diferenciada dos casos usuais quando aplicado no estudo de reservatórios, pois neste caso os experimentos ocorrem através de simulação numérica (DEJEAN e BLANC, 1999). Portanto, quando realizado um experimento considerando a avaliação das variáveis a partir da alteração percentual dessas variáveis e sua influência na resposta, a verificação é feita uma única vez, pois independentemente da quantidade de repetições realizadas no experimento, se for utilizado os mesmos dados numéricos nas variáveis, a resposta será sempre a mesma. No caso da

aplicação da análise de sensibilidade a partir de simulações computacionais, seu principal objetivo é quantificar, através da verificação das variações nos parâmetros de saída, a influência referente a cada dado de entrada do modelo (TOUZANI & BUSBY, 2012).

3.2.1 Premissas do modelo desenvolvido

Aplicação da análise de sensibilidade ocorre em problemas de reservatórios de petróleo. Considera-se a análise do fluxo do meio poroso fraturado, sendo as variáveis explicativas as aberturas de fraturas, presentes no domínio da rocha, e a variável resposta, a permeabilidade equivalente do meio rochoso fraturado.

Os próximos tópicos descritos a seguir servem para apresentar a formulação desenvolvida do planejamento de experimentos para construção da análise de sensibilidade e da seleção das variáveis mais influentes.

3.3 Planejamento de experimentos

O planejamento de experimentos é adotado como uma ferramenta útil na definição de conjuntos de testes para identificar de forma adequada as variáveis, também chamadas de fatores, mais influentes sobre a variável resposta (MONTGOMERY, 2012). Diferentes planejamentos foram construídos ao longo dos anos, com o principal objetivo sendo a otimização do sistema, aplicados na maximização ou minimização do tipo de resposta (NETO *et al.*, 1996).

A seguir, são descritos alguns dos principais planejamentos consultados nesta pesquisa para a formulação do modelo proposto. O estudo se baseia nas etapas até a construção do planejamento adotado por Assis *et al.* (2019), considerado no presente trabalho.

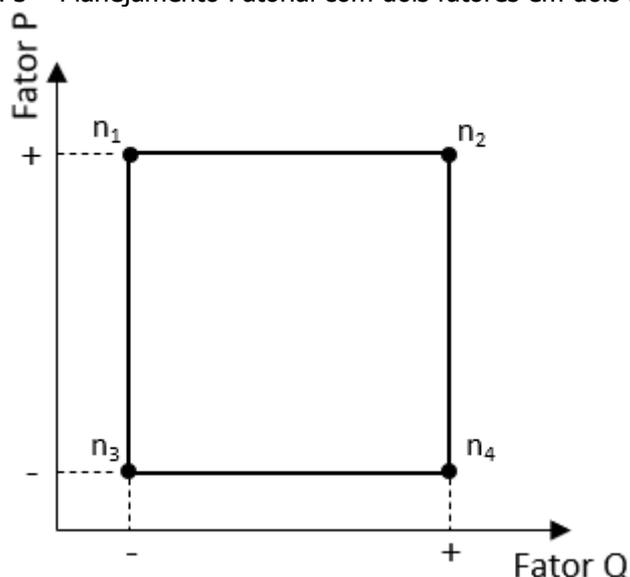
3.3.1 Fatorial 2^k

O planejamento fatorial completo, como aponta Montgomery (2012), se baseia na investigação de cada possibilidade de variação dos fatores que descrevem o problema. O efeito ocasionado por cada fator é definido pela mudança produzida na resposta de interesse.

Um dos planejamentos mais adotados neste caso é constituído pelo Planejamento Fatorial Completo 2^k , onde os k fatores são avaliados em apenas dois níveis. Seu nome se deve ao fato de que as réplicas deste planejamento necessitam de uma quantidade de observações iguais a 2^k .

Como exemplo, considere o caso em que há a análise de apenas dois fatores, P e Q, avaliados em dois níveis, chamados "nível inferior" (representado pelo sinal -) e "nível superior" (representado pelo sinal +), como mostra a Figura 3.

Figura 3 – Planejamento Fatorial com dois fatores em dois níveis.



Fonte: elaborado pela autora.

Para este caso, com apenas dois fatores, é realizado quatro análises da variação dos resultados. Os valores obtidos acerca dos efeitos principais entre P, Q e a interação entre estes é obtida a partir de cálculos médios dos resultados de n_1 a n_4 e dos valores de ganho ou perda da variável resposta, quando comparados aos valores originalmente obtidos para esta variável. Quando se considera 3 fatores, a quantidade de planejamentos sobe para oito.

Então, em casos com grande quantidade de variáveis de entrada, o procedimento se torna extremamente oneroso, mesmo quando aplicado via simulações numéricas, pois há inviabilidade no tempo computacional.

Devido a isso, houve a necessidade de construção de novos planejamentos, cujo maior objetivo é a redução do número de corridas para obtenção das variáveis que são de fato mais importantes.

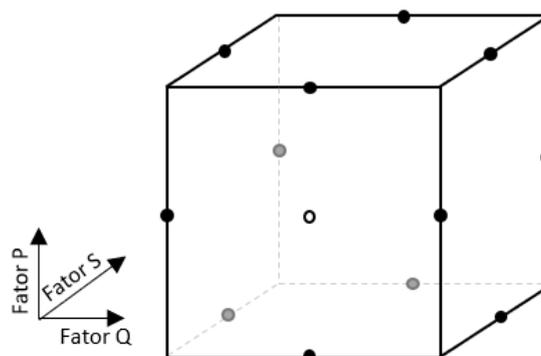
O modelo adotado baseia-se no planejamento Box-Behnken. Mas diversos outros planejamentos foram construídos na literatura buscando a redução do tempo gasto de análise, como o planejamento fatorial fracionário (FINNEY, 1945) e o planejamento de Plackett e Burman (PLACKETT e BURMAN, 1946).

3.3.2 Planejamento de Box-Behnken

O planejamento de Box-Behnken (BOX e BEHNKEN, 1960) é um planejamento fatorial incompleto, composto por três níveis, cujo principal objetivo é a estimativa dos coeficientes para construção de um polinômio. Trata-se da construção do planejamento fatorial completo 2^k , a partir da realização de blocos incompletos (MONTGOMERY, 2012). Utilizando pontos médios das arestas e o centro do hiperespaço sua matriz de planejamento apresenta um caráter esférico entre os fatores experimentais (AVANSI, 2008).

Denominando os três níveis como inferior (-1), central (0) e superior (+1), a Figura 4 apresenta um planejamento com três fatores e três níveis.

Figura 4 – Planejamento Box-Behnken com três fatores.



Fonte: elaborado pela autora.

Como é possível observar, não há pontos nos vértices da região cúbica. Tal ocorrência é útil quando o planejamento apresenta vértices com respostas inviáveis de serem obtidas.

3.3.3 Planejamento de Box-Behnken adaptado

O planejamento apresentado por Assis *et al.* (2019) baseia-se na avaliação de sensibilidade dos parâmetros a partir de um modelo semelhante ao desenvolvido por Box-Behnken. Os casos analisados possuem elevada quantidade de variáveis de entrada e, por consequência, de simulações. Deste modo, há necessidade de adaptações do modelo original, para otimizar a obtenção das respostas em um menor espaço de tempo.

O planejamento Box-Behnken adaptado é constituído pela junção dos conceitos de combinação simples e planejamento fatorial completo. Para seu procedimento, considera a realização de três etapas.

1ª etapa – Geração das combinações: obtenção de todas as possíveis combinações entre os κ fatores para um determinado conjunto composto por n fatores. A quantidade de corridas/combinções resultantes é igual a:

$$C(n, \kappa) = \frac{n!}{\kappa! (n - \kappa)!} \quad (1)$$

2ª etapa – Planejamento Fatorial Completo 2^κ : aplicação deste planejamento aos fatores κ de cada combinação, obtidos na etapa anterior. O número total de corridas N desta etapa resulta em:

$$N = C(n, k) \times 2^\kappa \quad (2)$$

3ª etapa – Matriz de Planejamento: construção da matriz de planejamento a partir dos resultados obtidos nas etapas anteriores.

O modelo desenvolvido por Assis *et al.* (2019) tem como grande vantagem a construção gradativa dos planejamentos, podendo os incrementos de k serem realizados a partir de $k = 1$. Assim, a quantidade de k fatores envolvidos é arbitrária e depende, na maior parte dos casos, dos próprios resultados obtidos na análise. Enfatiza-se que, quanto maior a quantidade de incrementos de k adotados, maior a quantidade de simulações computacionais e, conseqüentemente, do tempo computacional para obtenção da resposta. Deste modo, é recomendado o início de todos os planejamentos com $k = 1$ e, quando este se apresenta inadequado, adota-se o planejamento com $k = 2$, e assim por diante.

As análises são tratadas como adequadas e o número de incrementos suficiente quando o modelo de regressão obtido se mostra apropriado. Isto ocorre através da obtenção de erros mínimos na variável resposta. Ou seja, o modelo apresenta desempenho condizente com as respostas "reais" obtidas na simulação.

3.4 Geração de metamodelos via Método dos Mínimos Quadrados

O metamodelo é um modelo simplificado construído a partir de um conjunto de dados experimentais. Sua construção ocorre através da aplicação do Método dos Mínimos Quadrados (MMQ). Após sua geração, o metamodelo deve ser capaz de explicar as respostas de interesse. De forma simplificada, os valores finais devem condizer com os valores reais a serem obtidos, a partir de variações nos valores das variáveis de entrada. Deste modo, considera-se que esta técnica é uma aproximação matemática, que estabelece uma relação entre a entrada e a saída do procedimento, de forma rápida, com uso de métodos de regressão estatística (TOUZANI e BUSBY, 2012). Esta técnica, além de adequada para construção de superfícies de resposta (ASSIS, 2019), também pode ser útil nas análises de tomada de decisão (NETO, 1996).

Segundo Montgomery (2002), um metamodelo de regressão linear é definido a partir da variável de resposta y e das variáveis de entrada

pertencentes ao modelo de regressão, a partir da relação apresentada na equação (3).

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_i x_i + \varepsilon \quad (3)$$

Os parâmetros β_i com $i = 0, 1, 2, \dots, m$, são conhecidos como coeficientes do modelo de regressão, cujos valores são as incógnitas a se determinar via MMQ e ε equivale ao erro aleatório do metamodelo.

Este modelo linear é o mais simples a ser obtido no processo de regressão, podendo o mesmo ser apresentado em sua forma matricial como:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (4)$$

onde \mathbf{X} é a matriz de planejamento, $\boldsymbol{\varepsilon}$ o vetor de erros aleatórios e $\boldsymbol{\beta}$ e \mathbf{y} são as mesmas variáveis da equação anterior, mas agora em forma vetorial.

Outros modelos de regressão podem ser construídos, através de inclusão de interações entre os termos da equação, ou de termos quadráticos, de modo a melhorar as respostas. As equações abaixo apresentam as três diferentes possibilidades, considerando um exemplo com apenas duas variáveis de entrada na obtenção da variável resposta y , sendo a equação (5) o metamodelo linear com termos de interação, a equação (6), o metamodelo quadrático, e a equação (7) o metamodelo quadrático com cruzamento simples entre os termos.

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_1 x_2 + \varepsilon \quad (5)$$

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_1^2 + \beta_4 x_2^2 + \varepsilon \quad (6)$$

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_1^2 + \beta_4 x_2^2 + \beta_5 x_1 x_2 + \varepsilon \quad (7)$$

Os coeficientes β_i são obtidos pelo sistema de equações algébricas da equação (8):

$$\hat{y} = X\hat{\beta} \quad (8)$$

Neste caso, a variável resposta \hat{y} é um valor estimado do modelo de regressão e $\hat{\beta}$, um vetor com os coeficientes da função de aproximação, da forma polinomial.

O objetivo do MMQ é encontrar o vetor estimador que minimiza L (Assis, 2019), sendo L igual a:

$$\begin{aligned} L &= \sum_{i=1}^N \varepsilon_i^2 = \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\varepsilon} = (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta})^T (\mathbf{y} - \mathbf{X}\boldsymbol{\beta}) \\ &= \mathbf{y}^T \mathbf{y} - \mathbf{y}^T \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{X}^T \mathbf{y} + \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{X}^T \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} \\ &= \mathbf{y}^T \mathbf{y} - 2\boldsymbol{\beta}^T \mathbf{X}^T \mathbf{y} + \boldsymbol{\beta}^T \mathbf{X}^T \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} \end{aligned} \quad (9)$$

Considera-se que o estimador deve satisfazer a equação:

$$\left. \frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{\beta}} \right|_{\hat{\boldsymbol{\beta}}} = -2\mathbf{X}^T \mathbf{y} + 2\mathbf{X}^T \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}} = 0 \quad (10)$$

Através da realização da simplificação da equação (10), tem-se que, para obtenção do coeficiente estimador $\hat{\boldsymbol{\beta}}$, deve ser realizado o cálculo:

$$\begin{aligned} (\mathbf{X}^T \mathbf{X})\hat{\boldsymbol{\beta}} &= \mathbf{X}^T \mathbf{y} \\ &\downarrow \\ \hat{\boldsymbol{\beta}} &= (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y} \end{aligned} \quad (11)$$

Assim, é possível a obtenção do valor dos estimadores.

O valor da diferença entre o valor da variável resposta y_i , obtido no experimento (que, para este estudo, é obtido em simulador), é comparado com o valor obtido pela resposta do modelo de regressão \hat{y}_i , o que resulta no valor residual ε_i :

$$\varepsilon_i = y_i - \hat{y}_i \quad (12)$$

O erro aleatório corresponde, portanto, a somatória de todos os erros obtidos.

Após a construção do modelo de regressão, realizam-se testes estatísticos para verificar a adequação desse modelo de regressão obtido. Em conjunto, também são calculados os coeficientes de determinação das análises de sensibilidade e seleção das variáveis mais influentes da resposta.

3.5 Testes estatísticos de adequabilidade

A construção de testes estatísticos se baseia na indicação, de forma numérica, do quão adequado é o modelo de regressão. Se os resultados possuem erros elevados e problemas na comparação entre os valores reais e os obtidos na superfície de resposta, surge a necessidade de realizar melhorias no modelo, visto que este se mostra incapaz de facilitar a quantificação de incertezas, a partir da análise de sensibilidade. As seções do texto abaixo são construídas considerando: neste tópico, apresenta-se o cálculo para verificação da adequabilidade do modelo de fato, pela análise de variância; no seguinte, a construção de uma análise de sensibilidade que, a partir da verificação do modelo de regressão linear, obtém quanto cada variável de entrada interfere na variável resposta; e, por último, através de novos testes estatísticos voltados para a análise de sensibilidade, encontra-se quais variáveis são de fato influentes na resposta final.

A seleção das variáveis determinísticas no modelo de regressão ocorre com o objetivo de construir um metamodelo mais complexo, mas com menos variáveis na formulação. Deste modo, a quantificação de incertezas, caso seja realizada, ocorre com menor número de simulações para seu desenvolvimento, resultando em redução do custo de processamento computacional.

3.5.1 Análise de variância

Análise de variância tem seu nome originado na ideia de particionamento da variabilidade total, através da construção de partes do componente (MONTGOMERY, 2012).

Uma de suas análises é a Soma de Quadrados Total (SQT). Esta, através da variação do modelo de regressão, realiza a decomposição da variabilidade da regressão linear múltipla e da variabilidade do erro.

$$SQT = \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2 \quad (13)$$

onde y_i é o valor de cada variável resposta obtida nas corridas experimentais, enquanto \bar{y} corresponde ao valor médio obtido pelo vetor de respostas.

A Soma do Quadrado dos Erros (SQE) é calculada através da consideração das propriedades dos estimadores $\hat{\beta}$, sendo igual a:

$$SQE = \mathbf{y}^T \mathbf{y} - \hat{\beta} \mathbf{X}^T \mathbf{y} \quad (14)$$

Já a equação fundamental da análise de variância, denominada também como ANOVA (*analysis of variance*), compreende a consideração das duas somas de quadrados acima, junto com a Soma de Quadrados do Modelo de Regressão (SQR), através da equação (15).

$$SQT = SQR + SQE \quad (15)$$

Essas somas permitem a construção da tabela ANOVA para os modelos de regressão linear, com n variáveis independentes. Esta também considera os quadrados médios do modelo de regressão (QMR) e dos erros (QME), cuja formulação é apontada nas equações (16) e (17), respectivamente.

$$QMR = \frac{SQR}{n} \quad (16)$$

$$QME = \frac{SQE}{N - n - 1} \quad (17)$$

A tabela ANOVA é demonstrada na Tabela 1. É através de seus cálculos numéricos que é possível a realização de testes de hipótese para verificar a associações estatística de dados de saída e seus dados de entrada (KRISHNAIAH, 1981). Por meio desta tabela verifica-se se a média dos resultados nos grupos estudados são normalmente distribuído com os mesmos valores de variância (NETER *et al.*, 1996)

Tabela 1 – Tabela ANOVA

	Soma dos Quadrados	Graus de Liberdade	Quadrado Médio
Modelo de Regressão	SQR	n	QMR
Erro	SQE	$N - n - 1$	QME
Total	SQT	$N - 1$	-

Fonte: adaptado de Montgomery (2012).

3.5.2 Raiz quadrada do erro médio quadrático

Outra medida de adequabilidade adotada no modelo de regressão é a raiz quadrada do erro médio quadrático (RMSE). Sua função é avaliar a variação dos valores de resíduos. Baseada no cálculo da distância entre os valores estimados e os valores da resposta de referência. Assim, quanto menor seu valor, menor a distância entre esses valores e, por consequência, mais ajustado se encontra o modelo de regressão.

$$RMSE = \sqrt{\left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i)^2 \right]} \quad (18)$$

Portanto, o principal objetivo do RMSE é que seu resultado seja composto pelo menor valor possível.

3.6 Coeficientes de determinação

Representado por R^2 , corresponde ao quão próximo o modelo de regressão se encontra das respostas reais do sistema. Seu valor varia de 0 a 1. Quando este é igual 0, então a superfície de resposta em nada corresponde à realidade, pois a representação do experimento está totalmente inadequada. No caso de valor igual a 1, o extremo oposto ocorre, resultando em capacidade numérica de representar todos os valores reais obtidos no experimento. Seu cálculo é realizado segundo a equação (19).

$$R^2 = \frac{SQR}{SQT} = 1 - \frac{SQE}{SQT} \quad (19)$$

Enfatiza-se que, quando se diz capaz de representar, não necessariamente é todo e qualquer valor adotado nas variáveis, mas sim se todos os valores adotados no experimento foram capazes de ser representados pelo modelo. Deste modo, quanto maior a quantidade de incrementos realizados em R^2 , maior tende a ser seu valor, independente da variável acrescida ser significativa ou não (MONTGOMERY, 2012). É por isso que, ao avaliar R^2 , é necessário realizar um ajuste no cálculo, a partir da construção do coeficiente de determinação ajustado, R_{adj}^2 (equação (20)), que considera os graus de liberdade do experimento (ASSIS, 2019).

$$R_{adj}^2 = 1 - \left(\frac{N-1}{N-n} \right) (1 - R^2) \quad (20)$$

O ajuste se apresenta como um melhor componente na verificação da adequação do modelo de regressão, pois nem sempre o acréscimo de variáveis no sistema resulta em aumento do R_{adj}^2 . Inclusive, em valor que o termo é determinado como desnecessário, R_{adj}^2 pode sofrer uma redução em seu valor final.

A partir dessas considerações, realiza-se uma análise de sensibilidade mais aprofundada, onde é possível avaliar a influência de cada uma das variáveis de entrada dentro do modelo de regressão. Tal formulação é feita com base no exposto por Helton *et al.* (2006) e Helton *et al.* (2007). Segundo eles, as análises de sensibilidade podem ser realizadas com base nos modelos de regressão lineares simples, com consideração do envolvimento de apenas um único fator no modelo.

$$\begin{Bmatrix} \hat{y}_1 \\ \dots \\ \hat{y}_N \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1^{(j)} \\ 1 & \dots \\ 1 & x_N^{(j)} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \hat{\beta}_0^{(j)} \\ \hat{\beta}_1^{(j)} \end{Bmatrix} \quad (21)$$

onde j corresponde à variável de interesse, com a qual é desejado saber a influência desta sobre a variação da variável resposta.

Portanto, R_j^2 equivale ao coeficiente de determinação individual que mostra quão influente o fator j é dentro da variabilidade da variável resposta, segundo o modelo de regressão linear simples (ASSIS, 2019). Deste modo, a somatória do valor de influência de cada variável deve resultar no próprio coeficiente de determinação R^2 .

Por último, realiza-se o cálculo do erro de modelo (E_m), que ocorre a partir da avaliação dos resultados reais obtidos no simulador, comparados com os valores resultantes da variável resposta do metamodelo.

$$E_m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left(\frac{y_i}{\hat{y}_i} \right) \quad (22)$$

A variável avalia o comportamento do modelo construído, indicando se este é adequado a ser utilizado na prática (SANTOS, 2012). Seu valor varia de 0 a 1, onde 0 representa uma correspondência inexistente entre o valor teórico e prático e, portanto, têm-se que $E_m = 1$ é o valor ideal desejado, mas raramente sendo este o obtido (OLIVEIRA, 2008). Junto ao cálculo dessa variável, cuja média é conhecida como fator de tendenciosidade do modelo (BOLANDIM, 2011), outro valor que deve ser avaliado é o coeficiente de variação do erro de modelo (COV_{Em} – Eq. 23), representativo do erro aleatório apontado no modelo construído (LIBERATI *et al.*, 2017). Quanto mais próximo de 0% estiver o valor de COV_{Em} , mais ajustado está o metamodelo (ASSIS, 2019).

$$COV_{Em} = \frac{\sigma_{Em}}{E_m} \times 100 \quad (23)$$

onde σ_{Em} corresponde ao desvio padrão do erro de modelo.

3.7 Testes de hipótese

Na construção de modelos de regressão linear, a aplicação de testes estatísticos de hipótese contribui na medida de adequabilidade do modelo (MONTGOMERY, 2012). Esses testes avaliam as evidências fornecidas nos experimentos, a respeito de uma afirmativa inicial considerada para ele (ASSIS, 2019). O teste geralmente é construído a partir da existência de duas hipóteses: a hipótese nula (H_0) e a hipótese alternativa (H_1). Tendo a necessidade de elaboração cuidadosa das opções (MOORE *et al.*, 2013), o principal objetivo da construção do teste de hipótese é verificar, através de avaliação estatística, se a hipótese H_0 pode ou não ser aceita (BUSSAB & MORETTIN, 2010).

Este trabalho faz uso de dois diferentes testes estatísticos para verificação das hipóteses de análise. O primeiro, chamado de teste F, se baseia na validação da superfície de resposta modelada a partir do MMQ. Enquanto o segundo teste, de nome t-Student, é realizado apenas em seguida, com o objetivo de verificação da influência das variáveis explicativas presentes no modelo, de forma individual, em cima da variável resposta.

3.7.1 Teste F (Fisher-Snedecor)

O teste F é um teste elaborado para verificar a existência de relação linear entre a variável resposta e o subconjunto das variáveis explicativas, utilizadas no modelo de regressão (MONTGOMERY, 2012). Este teste é o primeiro passo na avaliação da análise de sensibilidade, verificando a importância das variáveis de regressão dentro da obtenção da variável resposta. A hipótese inicial do teste é definida como:

$$\begin{cases} H_0: \beta_1 = \beta_2 = \dots = \beta_N = 0 \\ H_1: \beta_j \neq 0, \quad \text{com } j = 1, \dots, N \end{cases} \quad (24)$$

Ou seja, neste caso, examinam-se todas as variáveis utilizadas na construção do metamodelo, a partir do coeficiente do modelo de regressão, visto que este atua como um estimador da influência da variável e suas variações dentro da obtenção da variável resposta.

Nesta hipótese, a rejeição de H_0 induz à conclusão de que, ao menos dentre todas as variáveis presentes no modelo, há pelo menos uma que contribui significativamente.

O procedimento para o teste de H_0 , neste caso, vem da seguinte avaliação, composta a partir do Teorema de Forma Quadrática (MONTGOMERY, 2012):

$$F_0 = \frac{QMR}{QME} \sim F_{(N; N-n-1)} \quad (25)$$

Se F_0 for superior ao valor de $F_{(N;N-n-1)}$, então pode-se rejeitar H_0 , indicando a importância de pelo menos uma variável dentro do modelo. Tal construção envolve particionamento da análise de variância (MONTGOMERY, 2012), o que justifica a presença de QMR e QME na formulação. A rejeição de H_0 também é avaliada pela verificação do *valor P*, correspondente à probabilidade do quão forte é a evidência oposta à hipótese nula (ASSIS, 2019). A avaliação ocorre como:

$$\text{valor } P = P[F_{(N;N-n-1)} > F_0] < \alpha \quad (26)$$

onde α refere-se ao nível de significância estipulado pelo investigador. A força da evidência que se opõe à hipótese nula é cada vez maior quanto cada vez menor for o valor P.

Após a realização da análise considerando todas as variáveis presentes no modelo, segue-se para o teste t-student para a verificação individual das variáveis.

3.7.2 Teste t-student

O teste t-student é construído para verificação da influência individual das variáveis explicativas dentro do modelo de regressão. Este teste serve para identificação, não apenas da eficácia do modelo, mas também para incluir ou excluir variáveis explicativas a partir do coeficiente de regressão de cada variável.

O teste de significância individual deste caso é construído a partir das hipóteses:

$$\begin{cases} H_0: \beta_j = 0 \\ H_1: \beta_j \neq 0 \end{cases}, \quad \text{com } j = 0, 1, \dots, N \quad (27)$$

Neste caso, diferente da equação (24), a verificação da hipótese nula é realizada a partir de cada um dos coeficientes β_j das variáveis explicativas x_j . Não mais se considera todos os coeficientes presentes no modelo. Incluir fatores dentro do modelo de regressão colabora na redução do SQE. Porém, \hat{y} também sofre uma maior variação, o que explica a necessidade de construção desse segundo teste para verificação individual dos fatores de influência na resposta desejada (ASSIS, 2019).

Rejeitar H_0 neste teste significa que a variável x_j apresenta importância dentro da determinação da variável resposta, não podendo ser excluída na construção do modelo de regressão. Neste caso, a rejeição de H_0 pelo *valor P* é obtida pelo cálculo:

$$\text{valor } P = 2 \times P[t_{(N-n-1)} > |t_0|] < \alpha \quad (28)$$

O teste t-student baseia-se na ocorrência de $|t_0| > t_{(N-n-1)}$ para rejeição da hipótese nula. O cálculo de t_0 é realizado como:

$$t_0 = \frac{\hat{\beta}_j}{\sqrt{QME \times C_{jj}}} \quad (29)$$

onde C_{jj} é o j-ésimo elemento da diagonal da matriz $C = (X^T X)^{-1}$

Os tópicos acima podem ser adotados para análise de sensibilidade considerando diferentes variáveis a serem tratadas como dados de entrada e dados de saída de interesse. Por sua vez, os tópicos seguintes acerca da metodologia utilizada na análise de sensibilidade serão diretamente relacionados a construção dos modelos computacionais e cálculos numéricos utilizados para a seleção de fraturas naturais mais influentes dentro de modelos de simulação de reservatórios naturalmente fraturados.

3.8 Implementação computacional 2D e 3D

3.8.1 Equações governantes

Considerando o fluido dentro dos meios porosos contínuos, este método utiliza a lei de Darcy no cálculo do vetor de velocidade, cuja formulação é dada por:

$$\mathbf{q} = -\frac{\mathbf{k}}{\mu}(\nabla p - \rho \mathbf{g}) \quad (30)$$

onde \mathbf{q} é o vetor de vazão do fluido, \mathbf{k} é o tensor de permeabilidade intrínseca do meio poroso, μ é a viscosidade dinâmica do fluido, ∇p é o gradiente de pressão, ρ é a massa específica do fluido e \mathbf{g} é o vetor de aceleração da gravidade. Em casos em que é possível realizar simplificações nos cálculos, a aceleração da gravidade é ignorada, de modo que $\rho \mathbf{g}$ é excluído da equação final.

O tensor de permeabilidade intrínseca \mathbf{k} se diferencia para o domínio 2D e 3D, sendo estes, respectivamente, abaixo apresentados, considerando a correspondência de eixos como sendo 1 e 2 para os estudos bidimensionais e 1, 2 e 3 nos modelos tridimensionais, cujos valores estão associados ao sistema de coordenadas, aqui especificado como 1-2 e 1-2-3. Por exemplo, 1, 2 e 3 podem ser analogamente comparados a x, y e z, respectivamente, no caso de células regulares.

$$k_{2D} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$k_{3D} = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} \end{bmatrix} \quad (32)$$

Para os estudos realizados nesse trabalho e por questões de simplicidade, considerou-se que as componentes de permeabilidade intrínseca

$$k_f = \frac{w^2}{12\xi} \quad (34)$$

onde w representa o valor de abertura da fratura e ξ representa os desvios associadas às irregularidades das superfícies reais das fraturas, mas aqui assumido como $\xi=1$.

A Equação (34) é de onde se baseia todo o esquema de fluxo do fluido. A abertura, única variável estudada neste caso, é necessária para representar a permeabilidade na fratura. Além disso, em função das equações desse modelo, é possível a verificação da influência do valor de abertura na fratura e, por consequência, verificar sua importância dentro de toda a resposta global do sistema, incluindo o cálculo da permeabilidade equivalente, que corresponde a variável resposta do problema.

As duas técnicas utilizadas nesse trabalho, as quais estão descritas nas Seções 3.8.2 e 3.8.3., são aplicadas no pré-processamento. Ambas as técnicas podem ser utilizadas nos casos 2D e 3D, mas no caso de simulações de células com elevada quantidade de fraturas, a técnica que utiliza elementos de interface com elevada razão de aspecto se torna muito onerosa, tornando inviável sua utilização. A aplicação da técnica de elevada razão de aspecto nos casos bidimensionais, ao invés da utilização da técnica de elementos finitos de acoplamento, se deve à facilidade de utilização desta em qualquer programa computacional capaz de trabalhar com elementos finitos, sem a necessidade de maiores implementações no código computacional. No caso dos elementos de interface, não se faz necessário alterações na programação para a geração de malha, sendo utilizado apenas uma mínima alteração no modelo constitutivo para se considerar a regularização dos elementos de elevada razão de aspecto com altura h fixa. Já para a aplicação da técnica de elementos de acoplamento, é necessária implementação desses novos elementos, o que constitui uma atividade mais trabalhosa.

3.8.1.2 Cálculo da permeabilidade equivalente

Após o desenvolvimento dos modelos de fraturas discretas, capazes de simular o comportamento da célula de rocha-reservatório, são aplicados os modelos computacionais utilizados na construção dos metamodelos. Neste caso, considera as variáveis de entrada sendo os valores de abertura das fraturas. Sendo tratadas como propriedade inicial do material, os valores originais estipulados destas já são previamente conhecidos. A variável resposta, por sua vez, definida aqui como a permeabilidade equivalente da célula, é obtida através do simulador computacional. Apesar de este ser o valor de interesse, a permeabilidade equivalente não corresponde diretamente à incógnita do problema. Os dados numéricos a serem obtidos através do desenvolvimento do modelo computacional são aqueles pertencentes ao vetor de pressões nodais. O valor da permeabilidade equivalente (k_{eq}) para os casos estudados, refere-se a um cálculo utilizado para representação da permeabilidade de meios porosos que, devido à presença de fraturas, exibem comportamento hidráulico heterogêneo, mas são tratados estatisticamente como homogêneos na avaliação em grande escala (RENARD, 1997). O cálculo de k_{eq} , obtido em m^2 , relacionado à Eq. (30) da lei de Darcy, é computacionalmente calculado como (MANZOLI *et al.*, 2021):

$$k_{eq} = \sum_{i=1}^{nn} q_i \frac{\mu L}{A(p_1 - p_2)} \quad (35)$$

onde q_i é a taxa de fluxo em m^3/s medida em todos os nós (tomado por nn) em uma das faces onde a pressão é prescrita, A é a área dessa mesma face, em m^2 , L é a distância em metros das faces opostas e paralelas em que estão prescritas as pressões p_1 e p_2 , em N/m^2 . Neste caso, a viscosidade μ é calculada em $N \cdot s/m^2$.

3.8.2 Elemento de interface com elevada razão de aspecto

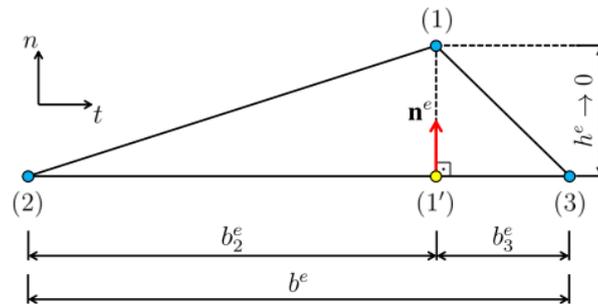
A modelagem computacional de reservatórios naturalmente fraturados foi realizada toda com base no Método dos Elementos Finitos (MEF). As técnicas para obtenção dos valores de permeabilidade equivalente, considerando a presença de fraturas naturais no meio poroso, foram desenvolvidas pelo Grupo de Modelagem Computacional em Mecânica dos Sólidos (GMCMS), grupo de pesquisa iniciado na Unesp de Bauru. As técnicas utilizadas na modelagem de células de reservatório bidimensionais e tridimensionais foram implementadas em códigos de análise de MEF, tendo como principal objetivo o estudo do comportamento hidráulico em rocha-reservatórios.

A existência de rede de fraturas naturais em rochas-reservatórios é um fator importante a ser considerado no meio poroso, pois sua presença tem influência significativa no caminho de fluxo do fluido (TIAB e DONALDSON, 2015). Existem diversos modelos numéricos desenvolvidos para representar fraturas naturais no meio poroso (FANG *et al.*, 2017). Um dos modelos que apresenta maior capacidade de representação explícita de fraturas em meios porosos é conhecido como Modelo de Fratura Discreta (*Discrete Fracture Models* – DFM) (KOOHBOR *et al.*, 2020). Tal modelo é muito utilizado para representação de redes de fraturas discretas e pode ser classificado a partir de dois diferentes tipos: (i) os elementos da matriz porosa estão alinhados com a superfície da fratura, de modo a coincidir os nós da fratura e do meio poroso (HUANG *et al.*, 2016); (ii) a malha da matriz porosa e da fratura são geradas de forma independente (YAN *et al.*, 2016).

Neste trabalho, as seções bidimensionais das células de reservatório aqui apresentadas foram desenvolvidas a partir da inclusão de elementos finitos com elevada razão de aspecto na malha de elementos finitos regulares (SANCHEZ *et al.*, 2014; MANZOLI *et al.*, 2016). Estes elementos, originalmente aplicados por Manzoli *et al.* (2012) para estudo de vigas de concreto armado, foram posteriormente aprimorados para estudos de fraturamento hidráulico em meios porosos deformáveis (MANZOLI *et al.*, 2019, CLETO *et al.*, 2020) e estudo do

comportamento de fechamento de fraturas naturais (FABBRI *et al.*, 2021). Os elementos com elevada razão de aspecto (*High Aspect Ratio Interface Element* – *HAR-IE*) apresentam uma de suas dimensões muito menor que as demais, ou seja, por exemplo, para o caso de elementos triangulares, a altura (h) do elemento tende a ser muito menor que o comprimento de sua base (b), assim como ilustrado na Figura 6. Uma vez que a altura dos *HAR-IEs* tende a zero, o nó 1 e sua projeção (1') na base do elemento tendem ao mesmo ponto material e, nesse caso, o salto de pressão, o qual corresponde à diferença de pressão entre os nós 1 e 1', se torna a medida da descontinuidade do campo de pressão. Assim, as análises numéricas aplicadas com esse método podem ser estruturadas inteiramente dentro da mecânica do contínuo, descartando a necessidade de novas regras de integração ou adição de função de forma especial para tratamento das fraturas (MANZOLI *et al.*, 2019).

Figura 6 – Elemento de interface com elevada razão de aspecto (*HAR-IE*).



Fonte: Cleto (2020).

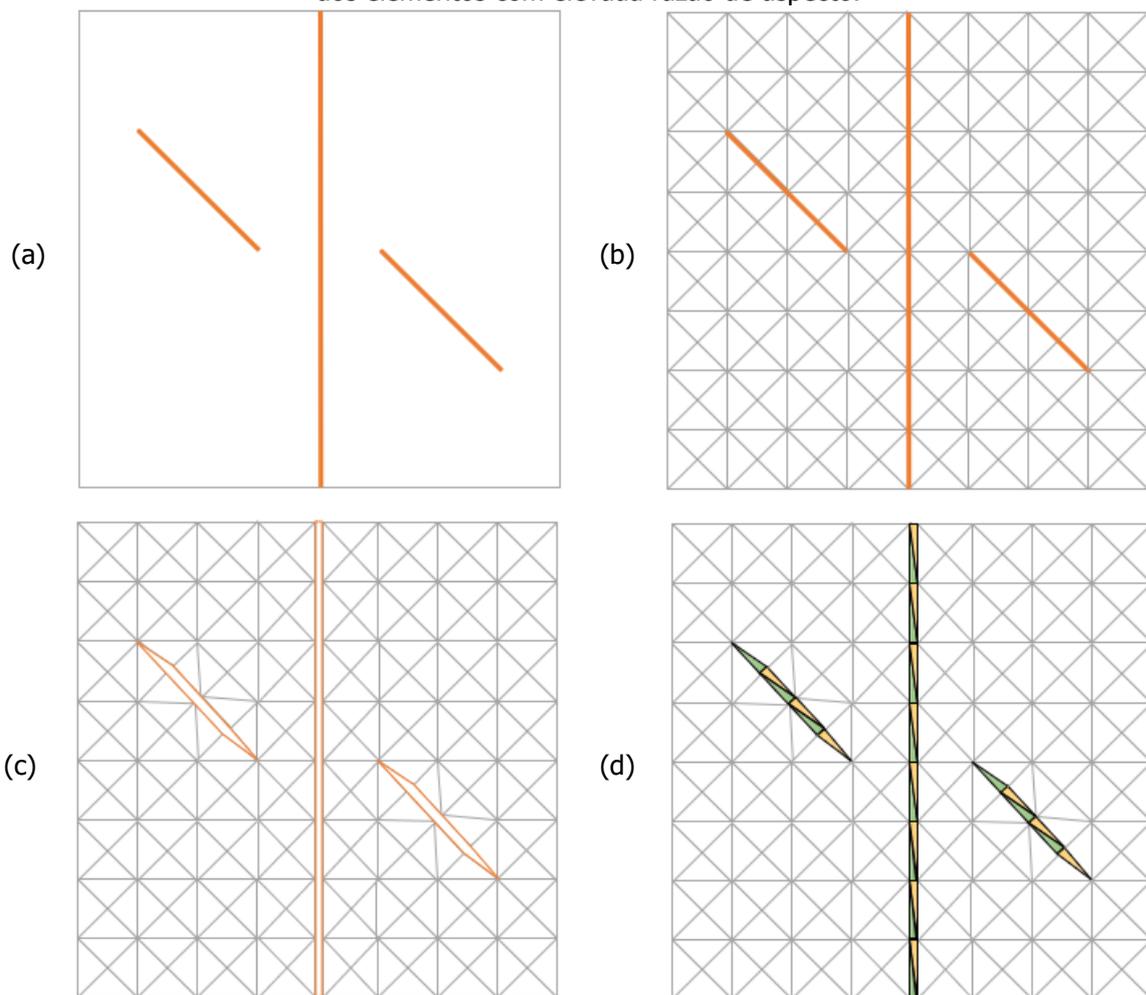
Para o caso de problemas hidráulicos governados pela lei de Darcy (Eq. 30) onde a permeabilidade no *HAR-IE* não seja nula, h tendendo a zero implica que o salto de pressão também deve tender a zero e, desse modo, garante-se a continuidade no campo de pressão.

Os *HAR-IEs* são inseridos na malha de elementos finitos tal como ilustrado na Figura 7. A geração da malha do meio poroso com a presença das fraturas naturais é estruturada através da realização de quatro etapas (FABBRI *et al.*, 2021):

- (i) Definição da geometria, com a posição explícita das fraturas dentro da matriz porosa (Figura 7a);

- (ii) Geração da malha de elementos finitos convencional, de modo que os elementos regulares da malha estejam alinhados com as fraturas (Figura 7b);
- (iii) Separação dos elementos finitos na região localizada ao redor das fraturas, de modo a formar lacunas entre eles (Figura 7c);
- (iv) Inclusão dos elementos de interface com elevada razão de aspecto na região das lacunas (Figura 7d).

Figura 7 - Construção da célula bidimensional com elevada razão de aspecto: (a) definição da geometria; (b) geração de malha; (c) criação de lacunas na região das fraturas; (d) inserção dos elementos com elevada razão de aspecto.



Fonte: elaborado pela autora.

3.8.3 Elementos finitos de acoplamento

As células de reservatório com representação tridimensional aqui adotadas utilizam a técnica de elementos finitos de acoplamento (*Coupling*

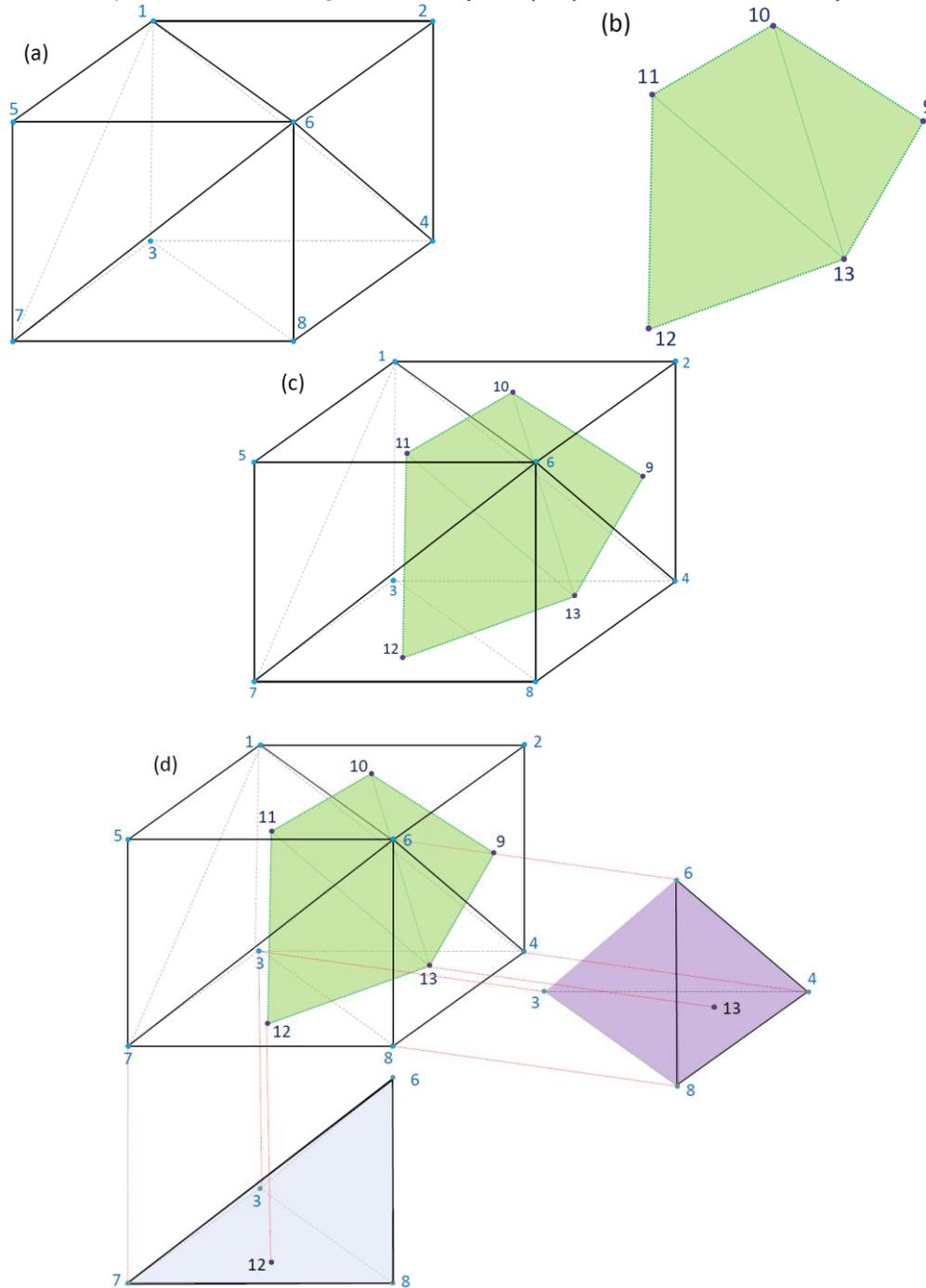
Finite Element - CFE). Desenvolvido por Bitencourt Jr. (2015) para problemas mecânicos e utilizada posteriormente em outros trabalhos (BITENCOURT JR *et al.*, 2018; RODRIGUES *et al.*, 2018; BITENCOURT JR *et al.*, 2019; RODRIGUES *et al.*, 2020), a técnica foi expandida por Manzoli *et al.* (2021) para aplicação em meios porosos naturalmente fraturados, de modo a ser capaz de modelar o transporte de fluidos. Os *CFEs* são formados pelos mesmos nós presentes nos elementos da matriz porosa e um nó adicional (chamado de nó de acoplamento) presente nos elementos da fratura. Por meio de um parâmetro penalizador, os *CFEs* garantem a continuidade do campo de pressão entre meio poroso e fratura. Portanto, essa técnica é capaz de realizar o acoplamento das malhas, as quais são inicialmente independentes. Dentre as principais vantagens dessa técnica, pode-se destacar que, além de ser capaz de tratar problemas com malhas de fraturas não conformes, não há necessidade da adição de novos graus de liberdade ao problema.

A Figura 8 ilustra o processo de acoplamento da malha da matriz porosa e da fratura, que ocorre através das seguintes etapas:

- (i) Geração das malhas de elementos finitos, de forma totalmente independente, do meio poroso e da fratura (Figura 8a e b, respectivamente);
- (ii) Os elementos finitos de acoplamento são criados com base nos nós já existentes (Figura 8c);
- (iii) Os nós dos *CFEs* são associados aos nós dos elementos do meio poroso e os nós internos, chamados de nós de acoplamento, correspondem aos nós dos elementos da fratura (Figura 8d).

Deste modo, o nó de acoplamento e das fraturas estão dispostos na mesma posição espacial e, portanto, seu valor de pressão corresponde ao valor da pressão da matriz porosa calculada nos pontos materiais onde estão localizados os nós de acoplamento.

Figura 8 - Construção do acoplamento de elementos finitos: geração da (a) malha da matriz rochosa e das (b) fraturas; (c) união das duas malhas; (d) criação de elementos finitos de acoplamento e associação dos nós (exemplo para dois nós da fratura).



Fonte: elaborado pela autora.

3.8.4 Análise de sensibilidade

A análise de sensibilidade é realizada a partir da verificação dos diferentes valores de resposta, obtidos através de variações estipuladas das

variáveis de entrada. Estas variações permitem o desenvolvimento de um metamodelo ajustado para representar, de forma ampla, as diferentes possibilidades de resposta do problema, sem a necessidade de extensas simulações computacionais. Porém, para reduzir o desenvolvimento de equações extremamente extensas, faz-se uso da seleção de fraturas dominantes, de modo a ser possível verificar as mudanças na variável resposta, a partir da presença na equação de apenas variáveis de entrada realmente significativas na resposta original do problema.

O enfoque desta pesquisa é diretamente relacionado à obtenção de tais fraturas dominantes. Sua seleção tem como vantagem não apenas reduzir a formulação do metamodelo, mas também avaliar sua capacidade para uma boa resposta nos processos hidráulicos, com obtenção de permeabilidade equivalente, campo de pressão e curva de produção, próximos aos obtidos nos casos originais, onde todas as fraturas são consideradas. As fraturas dominantes, pertencentes às células de rocha-reservatório estudadas, são obtidas através de programação desenvolvida em duas etapas.

Na primeira etapa, denominada de pré-processamento, indica-se o nível fatorial de interesse para geração das combinações. Isso induz a construção da matriz de planejamento de experimentos, de modo a executar uma nova variável resposta a cada linha da matriz programada. Tais variáveis respostas são obtidas através da leitura das malhas de elementos finitos e dos modelos de fratura discreta anteriormente mencionados. As técnicas numéricas aqui abordadas foram introduzidas em códigos de análise em elementos finitos desenvolvidos pelo grupo de pesquisa GMCMS em ambiente MatLab e linguagem FORTRAN.

O fluxograma acerca do desenvolvimento das etapas de pré-processamento é exibido na Figura 9.

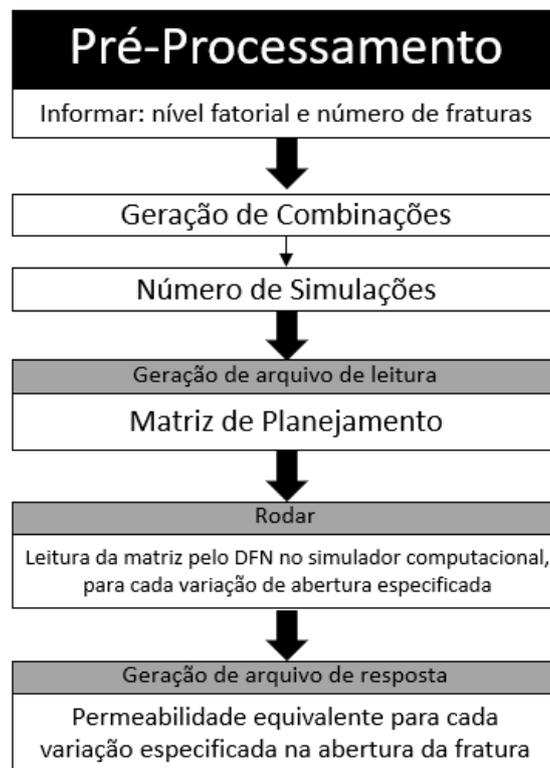
Os procedimentos para construção da matriz de planejamento a partir da definição do nível fatorial a ser adotado ocorrem da seguinte maneira:

Por exemplo, ao programar a construção de uma matriz cujo valor do nível fatorial, identificado por κ , é igual a 1, a análise a ser realizada se baseia na verificação da variação dos valores de abertura da fratura de 1 a 1. As

demais fraturas, em compensação, manterão seu valor de origem. Para este caso em específico, não se considera as possíveis respostas a partir da combinação da atuação de duas ou mais fraturas simultaneamente.

Então, nos casos em que $\kappa = 1$, realiza-se uma variação no valor de 50% para mais e para menos do valor de abertura das fraturas. A adoção desses valores percentuais foi escolhida a partir de estudos prévios, considerando a qualidade da resposta do metamodelo. Os valores usados, por se tratar de percentuais intermediários, tendem a ser capazes de obter variações significativas em comparação aos valores de abertura originalmente fornecidos, mas sem ocasionar grandes perdas na qualidade das respostas em casos em que o coeficiente de variação seja baixo. Adoção de valores de dispersão das variáveis de entrada muito altos permitem uma maior abrangência na resposta do metamodelo, porém tendem a ocasionar maiores erros nos casos de valores próximos aos originais. O mesmo ocorre para quando se adota variação baixa no planejamento de experimentos e deseja-se obter resposta coerente no metamodelo para valores acima dos adotados no planejamento.

Figura 9 – Fluxograma da etapa de pré-processamento da construção da análise de sensibilidade.



Fonte: elaborado pela autora.

Em relação a quantidade de simulações, para os casos em que se adota o planejamento $\kappa = 1$, uma matriz $2n + 1 \times n$ é construída, onde n corresponde ao número total de fraturas com variação no valor de abertura. A nova variável resposta é obtida considerando a redução de 50% no valor de uma única abertura e, na sequência, aumento desta para 150% do valor original. O restante das aberturas mantém o valor original. Deste modo, o estudo considera a presença de todas as fraturas dentro da célula representativa de uma célula de reservatório naturalmente fraturado, mas verifica-se sua influência uma a uma. A Figura 10 apresenta um exemplo de matriz de planejamento para um caso com 3 fraturas.

Figura 10 – Matriz de planejamento para $\kappa = 1$.

$$\text{Matriz de Planejamento} = \begin{bmatrix} V_1 & V_2 & V_3 \\ 0,5 V_1 & V_2 & V_3 \\ 1,5 V_1 & V_2 & V_3 \\ V_1 & 0,5 V_2 & V_3 \\ V_1 & 1,5 V_2 & V_3 \\ V_1 & V_2 & 0,5 V_3 \\ V_1 & V_2 & 1,5 V_3 \end{bmatrix}$$

Fonte: elaborado pela autora

Se este planejamento não se mostrar suficiente, amplia-se o nível fatorial a se adotar. Ao se considerar um planejamento $\kappa = 2$, as análises ocorrerão considerando uma verificação do comportamento de duas fraturas variando simultaneamente. O modo que tais variações ocorrem podem ser vistos na Figura 11, onde um exemplo contendo três variáveis, mudando seu valor para 50% e 150% do valor original, de 2 em 2 fraturas, é apresentado.

A segunda etapa consiste na construção do metamodelo, através do MMQ. O metamodelo construído considera influência linear de todas as fraturas no valor de permeabilidade. Nos casos 2D, a variável de resposta se refere apenas ao valor na seção transversal analisada, assim como o metamodelo a ser desenvolvido considera apenas as fraturas presentes nestas. Nos casos 3D, a equação é construída para as três direções de fluxo, com inclusão de todas as

fraturas da célula original. Esta etapa, definida como pós-processamento, pode ser visualizada na Figura 12.

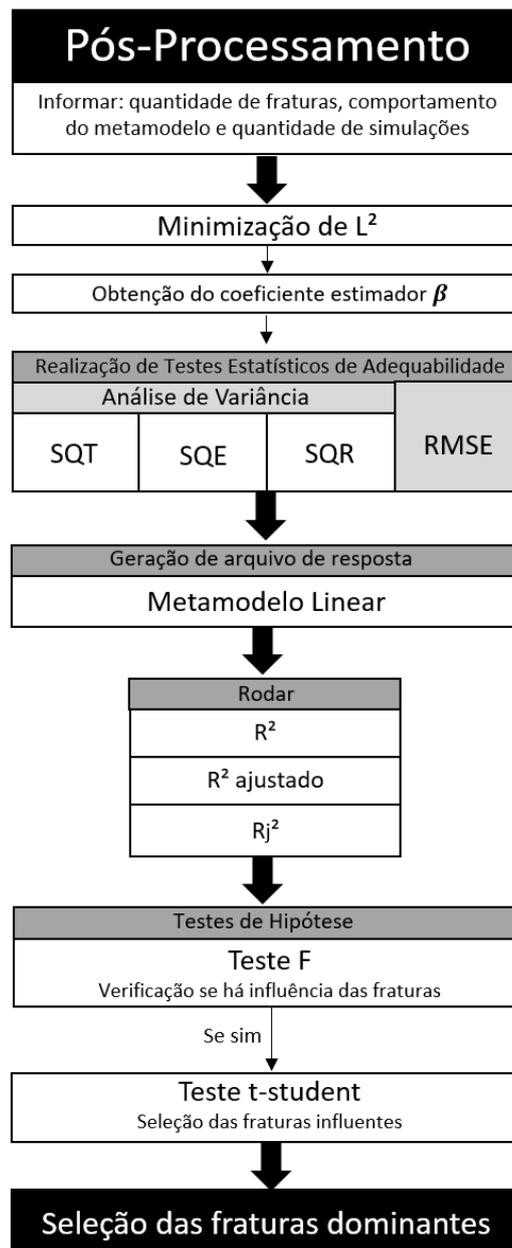
Figura 11 – Matriz de planejamento para $\kappa = 2$.

$$\text{Matriz de Planejamento} = \begin{bmatrix} V_1 & V_2 & V_3 \\ 0,5 V_1 & 0,5 V_2 & V_3 \\ 1,5 V_1 & 0,5 V_2 & V_3 \\ 0,5 V_1 & 1,5 V_2 & V_3 \\ 1,5 V_1 & 1,5 V_2 & V_3 \\ 0,5 V_1 & V_2 & 0,5 V_3 \\ 1,5 V_1 & V_2 & 0,5 V_3 \\ 0,5 V_1 & V_2 & 1,5 V_3 \\ 1,5 V_1 & V_2 & 1,5 V_3 \\ V_1 & 0,5 V_2 & 0,5 V_3 \\ V_1 & 1,5 V_2 & 0,5 V_3 \\ V_1 & 0,5 V_2 & 1,5 V_3 \\ V_1 & 1,5 V_2 & 1,5 V_3 \end{bmatrix}$$

Fonte: elaborado pela autora

O MMQ é utilizado na busca do menor valor de L^2 , correspondente à somatória dos erros, quando se compara o valor obtido pelo simulador com o do metamodelo. Através da necessidade de minimização desse resultado é possível obter o coeficiente estimador $\hat{\beta}$, calculado segundo a Equação (11). Por se tratar de uma equação matemática onde as variáveis de cálculo são conhecidas, é possível a construção da matriz para seu cálculo e, a partir desse, a construção do metamodelo linear, cujo comportamento é descrito por meio da Equação (4). Após tais equações, as análises de variância são realizadas para verificar a adequabilidade do modelo de regressão, verificando-se o *SQE* (Equação (13)), *SQR* (Equação (14)), *SQT* (Equação (15)) e, principalmente, o *RMSE* (Equação (18)), com o objetivo de se obter o menor número possível na resposta deste.

Figura 12 – Fluxograma da etapa de pós-processamento da construção da análise de sensibilidade.



Fonte: elaborado pela autora.

Na sequência, R^2 é calculado (Equação (19)), sendo este um meio de avaliação da qualidade da resposta do metamodelo. Esse processo ocorre através da verificação da aproximação da resposta de seu modelo de regressão com as respostas reais, obtidas no simulador. Então, a análise de sensibilidade é desenvolvida, através do cálculo de R_j^2 (Equação (21)), que considera a influência individual das fraturas dentro do modelo de regressão, tendo seu valor definido para cada fratura, uma a uma.

Em seguida, a verificação da verdadeira importância das fraturas dentro da resposta hidráulica da célula, considerando o modelo estacionário, é feita através da construção dos testes de hipótese. O primeiro, chamado teste F, é utilizado para determinar se há de fato alguma, dentre todas as fraturas presentes, capaz de influenciar na resposta da permeabilidade equivalente da célula. Após o mesmo ser comprovado estatisticamente, ou seja, apresentar valor de F_0 superior a F_{α} , realiza-se o teste t-student. Este se baseia em determinar as fraturas realmente importantes, dentre todas as existentes na célula, na variável resposta. Esta seleção ocorre a partir das fraturas que apresentarem valor estatístico t_0 maior que t_{α} . Ambos os testes executam sua seleção e confirmação a partir de nível de significância determinado pelo experimentador.

A partir da finalização dos testes, tem-se a seleção de fraturas dentre todas as fraturas pertencentes à célula. A validação da adequabilidade da resposta, obtida pela análise de sensibilidade construída, ocorre através da comparação entre as respostas obtidas pelas fraturas selecionadas e aquela para os casos em que há o resultado do caso original, com todas as fraturas presentes. Com verificação no simulador computacional, as fraturas não dominantes são descartadas das análises (através de informação no arquivo de entrada), rodando o arquivo com os novos dados informados para calcular o novo valor de permeabilidade equivalente (k_{eq}), o comparando com os valores anteriores, obtidos para o caso da célula com os valores das fraturas originais. A partir destes dois valores, calcula-se o erro percentual ocasionado por essa variação.

Caso a seleção ainda se apresente insuficiente, aumenta-se o valor do fator κ e realiza-se novamente o procedimento, até a obtenção da resposta de interesse.

Se comprovado que a seleção se mostra adequada na verificação do problema no meio estacionário, com avaliação apenas do caso hidráulico, novas análises podem ser executadas. Para ampliar a validação dos resultados, são feitas novas análises hidráulicas, considerando agora o modelo transiente, observando o comportamento do campo de pressão e curva de produção ao

longo do tempo para o caso original e otimizado. Deste modo, busca-se verificar de forma mais ampla a qualidade da análise de sensibilidade aplicada nas células de rocha-reservatório para seleção de fraturas naturais.

4 APLICAÇÕES EM SIMULAÇÕES DE RESERVATÓRIO NATURALMENTE FRATURADOS

As aplicações a seguir consideram a utilização da técnica de análise de sensibilidade diretamente em células de modelo de simulações de reservatório naturalmente fraturados. Tais células foram geradas diretamente por empresa privada, que utiliza casos reais de rocha-reservatório analisadas. Os dados principais acerca da matriz porosa e das redes de fraturas existentes nestas foram previamente fornecidos por esta empresa. A realização da análise ocorre em três casos, considerando a saturação das rochas através da passagem de fluido monofásico, sendo este a água, verificando de forma ampla a capacidade de seleção das fraturas dominantes e verificando sua eficiência em casos hidráulicos, considerando regime estacionário ou transiente. O primeiro tópico refere-se ao estudo aplicado em duas células com geometria regulares, cujo objetivo está na verificação da capacidade de resposta tanto em modelos bidimensionais como tridimensionais. O segundo tópico, por sua vez, considera o estudo aplicado em uma célula com geometria irregular com elevada quantidade de fraturas, através de análise 3D. O estudo inicial ocorre considerando o escoamento do fluido no meio poroso apenas em regimes estacionários. Ou seja, os estudos e comparações com os casos originais considera apenas a permeabilidade equivalente pertencente à rocha, quando no caso de todas as fraturas inclusas e quando o modelo é otimizado, com redução na quantidade de fraturas presentes. Em seguida, é realizado estudo considerando a qualidade da técnica quando verificado o comportamento de fluxo no regime transiente, avaliando se há perda na qualidade da resposta em função de sua evolução ao longo do tempo. O estudo no regime transiente ocorre apenas para uma das células com geometria regular apresentadas e a célula de geometria irregular. Não se analisa as duas células de geometria regular, pois considera que, nestes casos analisados, a qualidade da resposta tende a ser semelhante, de modo a ser desnecessário a análise de resultados

com comportamento repetitivo, principalmente considerando que estudos transientes são realizados apenas nos modelos tridimensionais.

Para identificação das fraturas dentro das células, a numeração destas é definida a partir do modelo tridimensional. Os mesmos números são utilizados na identificação das células bidimensionais, de modo a facilitar a identificação. Por se tratar de casos de células de modelo de simulação de reservatório, a numeração dada às fraturas é fornecida previamente dentro do arquivo para leitura no pré-processamento. No primeiro caso, referente a uma célula com 54 fraturas, a identificação de cada fratura segue os dados entregues para execução e, portanto, não estão ordenadas sequencialmente. No caso das células seguintes, com 115 e 283 fraturas, a identificação das fraturas é sequencial, a partir do número 2, tratando a rocha como elemento 1 gerando computacionalmente.

4.1 Fluxo em meio poroso: células regulares

As células analisadas neste tópico referem-se a células de simulação, representativas de um reservatório naturalmente fraturado, constituído por rocha travertina. As dimensões das células do modelo de simulação de reservatório são regulares, sendo 200 metros de largura, 200 metros de comprimento e 10 metros de altura, definidas como dimensões típicas de modelos de simulação, cujo fluxo imposto sobre a célula corresponde às direções x, y e z.

Considera-se nas aplicações apresentadas, permeabilidade equivalente na rocha matriz igual a $3,4329 \times 10^{-13} \text{ m}^2$ (343,29 mD) nas direções x e y, e $2,600 \times 10^{-17} \text{ m}^2$ (0,026 mD) na direção z. As fraturas naturais, presentes nas células, são um componente de grande heterogeneidade dentro da rocha-reservatório, compostas por valores de abertura que possuem ordem de grandeza variando de 10^{-5} a 10^{-1} milímetros, sendo de grande influência dentro da seleção de fraturas.

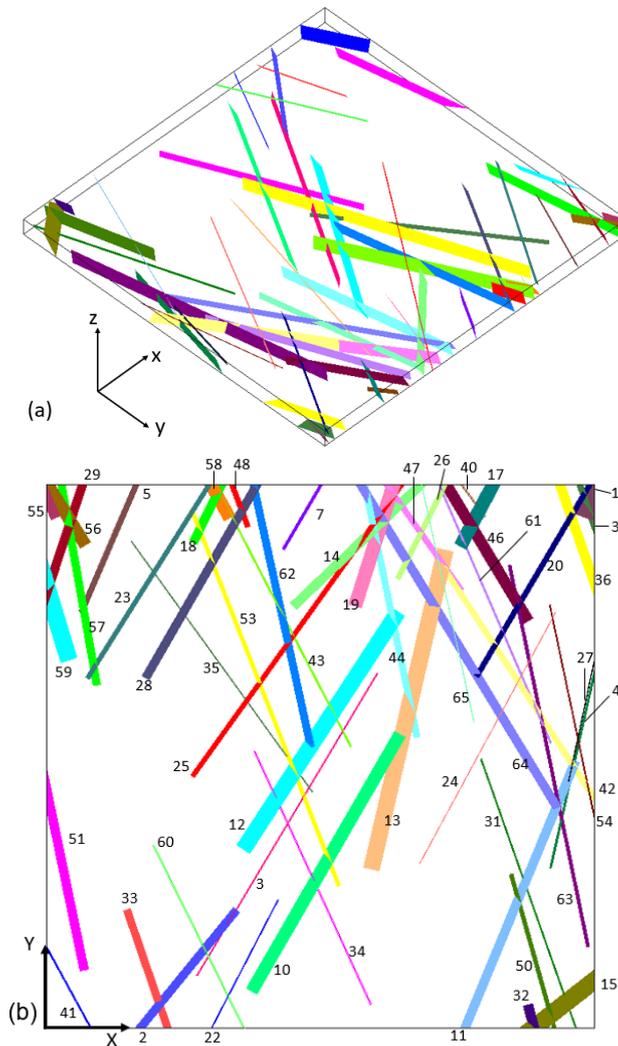
Para estes casos, a análise de sensibilidade foi realizada considerando duas abordagens: na primeira, as fraturas dominantes foram determinadas a

partir de uma análise hidráulica 2D, com a discretização de seções transversais ao longo da célula com imposição da direção de fluxo; na segunda, a mesma análise foi realizada, considerando então a célula 3D, com aplicação do fluxo nas três direções.

4.1.1 Célula com 54 fraturas

Foi considerada, para este caso, uma célula de simulação de reservatório naturalmente fraturado contendo 54 fraturas, com as direções de fluxo do fluido coincidentes com o sistema de eixos x , y e z indicado na Figura 13(a); a Figura 13(b) apresenta a identificação numérica das fraturas, mantida sempre constante em todas as demais análises para esta célula.

Figura 13 – (a) Perspectiva isométrica com direção dos fluxos e (b) vista em planta, com identificação das fraturas, da célula com 54 fraturas.



Fonte: elaborado pela autora.

A seguir, os resultados das análises realizadas, tanto para as abordagens 2D e 3D foram organizados na seguinte ordem: apresentação das regiões analisadas; ranqueamento decrescente das fraturas mais importantes em cada direção de fluxo via cálculo do fator de determinação; seleção estatística das fraturas, de fato, representativas para a permeabilidade equivalente em cada direção de fluxo, com base nos testes de hipóteses; ilustração comparativa entre a célula original e a célula otimizada contendo somente as fraturas dominantes.

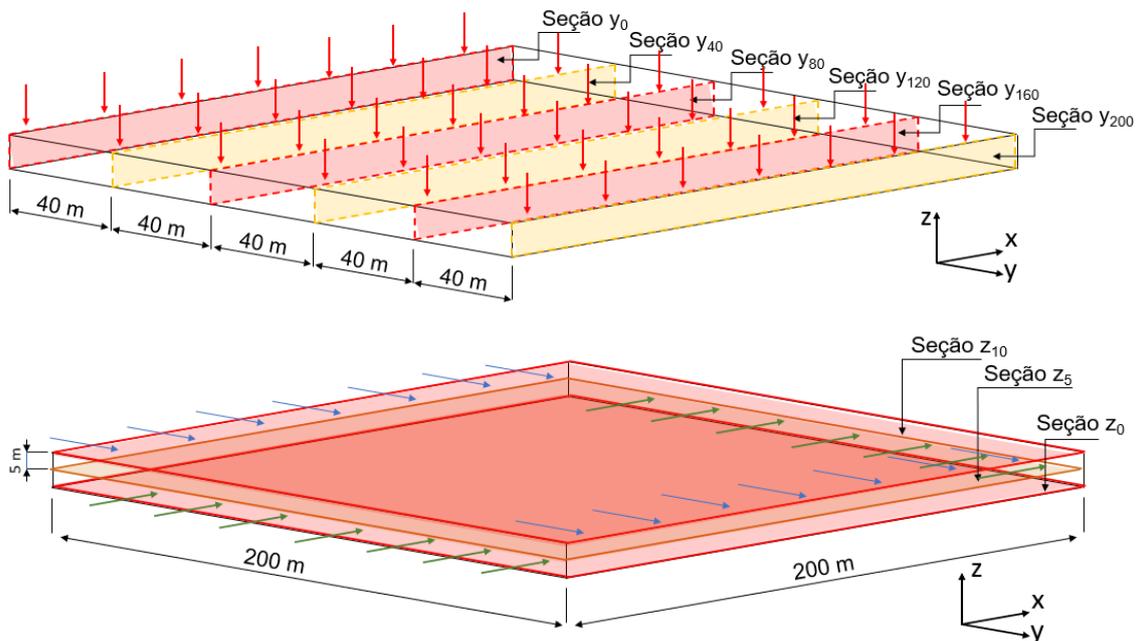
4.1.1.1 Abordagem via análise 2D

As análises realizadas apresentam como principal objetivo a identificação das fraturas definidas como mais importantes dentre as 54 fraturas presentes na célula original. A partir da definição de cortes transversais em 2D, ortogonalmente posicionados na direção y , com imposição de fluxo em z , e na direção z , com imposição de fluxo em x e y , todas as fraturas presentes na célula tridimensional foram analisadas. Cortes ortogonais em x não foram realizados, pois se considerou que o comportamento e seleção de fraturas se assemelham ao fluxo em y , por se tratar da mesma direção de fluxo imposta. Os cortes transversais foram realizados a cada 40 metros, resultando em 6 seções avaliadas. Já para os fluxos em x e y , os cortes ortogonais a z foram realizados a cada 5 metros, dando origem a 3 seções nessa direção. A Figura 14 ilustra os cortes transversais, bem como as direções de fluxo (marcadas pelas setas) impostas nas análises.

O espaçamento das seções a serem analisadas nesta célula foi definido a partir da consideração de construção de uma baixa quantidade de seções, mas capaz de abranger o máximo de fraturas, de modo a cada fratura aparecer ao menos em uma seção. No caso das seções ortogonais a y , das 54 fraturas existentes na célula, 94% aparecem em pelo menos uma seção. No caso das seções em z , por se tratar de uma região de maior dimensão, apenas uma fratura não é apresentada em nenhuma de suas seções, mas esta pertence às

seções em y, de modo que os modelos 2D foram capazes de obter ao menos um resultado para todo o conjunto de fraturas.

Figura 14 – Seções transversais perpendiculares aos eixos y e z, respectivamente, com as direções de fluxo de fluido.



Fonte: elaborado pela autora.

Neste caso em específico, por se tratar de uma quantidade mediana de fraturas, o particionamento de apenas nove seções tende a apresentar bons resultados, principalmente ao se analisar a quantidade de fraturas presentes em cada seção.

A Tabela 2 ilustra todas as seções transversais, de mesmas dimensões, perpendiculares ao eixo y, com a representação das fraturas contidas em cada seção. A partir da geração de combinações entre fraturas para $\kappa = 1$, foi realizada a construção do planejamento de experimentos, obtenção dos metamodelos e ranqueamento das fraturas.

A Tabela 3 apresenta os resultados dos coeficientes de determinação R_j^2 de cada fratura e o valor acumulado obtido para todas as fraturas em cada seção transversal. Os casos em que há apenas um traço no valor de R_j^2 , referem-se às fraturas ausentes na seção, enquanto o valor nulo foi atribuído para as fraturas não influentes em cada seção.

Tabela 2 – Fraturas que integram as seções transversais selecionadas.

y_i (m)	Seções transversais perpendiculares ao eixo y
$i = 0$	
$i = 40$	
$i = 80$	
$i = 120$	
$i = 160$	
$i = 200$	

Fonte: elaborado pela autora.

Tabela 3 – Identificação, abertura das 54 fraturas e ranqueamento a partir do coeficiente de determinação individual (R_i^2) de cada fratura e acumulado: fluxo em z.

Nº fratura	Abertura (m)	Seção y_0	Seção y_{40}	Seção y_{80}	Seção y_{120}	Seção y_{160}	Seção y_{200}
2	1,33E-04	0,000006	0,000006	-	-	-	-
3	4,80E-05	-	0,000000	0,000000	0,000003	-	-
4	4,40E-05	-	-	0,000000	0,000002	-	-
5	2,00E-06	-	-	-	-	0,000000	0,000000
7	6,40E-05	-	-	-	-	-	0,000001
10	5,14E-04	-	0,018014	0,017054	-	-	-
11	9,60E-04	0,840892	0,822305	0,817484	-	-	-
12	2,80E-05	-	-	0,000000	0,000000	-	-
13	1,00E-06	-	-	0,000000	0,151839	0,000000	-
14	6,00E-06	-	-	-	-	0,000000	0,000000
15	2,20E-05	0,000000	-	-	-	-	-
16	9,30E-05	-	-	-	-	-	0,000000
17	4,60E-05	-	-	-	-	-	0,000000
18	6,00E-05	-	-	-	-	-	0,000000
19	2,00E-06	-	-	-	-	0,000000	0,000000
20	1,19E-04	-	-	-	-	0,000000	-
22	2,40E-05	0,000000	0,000000	-	-	-	-
23	4,50E-05	-	-	-	-	0,000000	0,000000
24	3,93E-04	-	-	0,000000	0,000000	-	-
25	4,00E-06	-	-	-	0,000000	0,000000	0,000000

Nº fratura	Abertura (m)	Seção y_0	Seção y_{40}	Seção y_{80}	Seção y_{120}	Seção y_{160}	Seção y_{200}
26	9,14E-04	-	-	-	-	-	0,000000
27	1,70E-05	-	-	-	0,000000	-	-
28	4,69E-04	-	-	-	-	0,000026	0,000030
29	8,00E-05	-	-	-	-	0,000000	0,000001
31	1,65E-04	0,000000	0,000000	0,000000	-	-	-
32	1,43E-04	-	-	-	-	-	-
33	5,50E-05	0,000000	0,000000	-	-	-	-
34	2,50E-05	-	0,000000	0,000000	-	-	-
35	1,79E-04	-	-	-	0,000002	0,000009	-
36	2,16E-04	-	-	-	-	-	0,000558
39	2,00E-06	-	-	-	-	-	0,000000
40	1,55E-07	-	-	-	-	-	0,000000
41	6,80E-05	0,000000	-	-	-	-	-
42	1,00E-06	-	-	-	0,000000	0,000000	-
43	2,00E-05	-	-	-	0,000000	0,000000	0,000000
44	7,02E-04	-	-	-	0,013722	0,801422	0,704405
46	1,70E-05	-	-	-	-	0,000000	0,000000
47	1,99E-04	-	-	-	-	-	0,000380
48	5,30E-04	-	-	-	-	-	0,129836
50	1,80E-05	0,000000	0,000000	-	-	-	-
51	4,00E-06	-	0,000000	0,000000	-	-	-
53	4,09E-04	-	-	0,005228	0,682153	0,032182	-
54	1,23E-04	-	-	0,000000	0,000000	-	-
55	7,80E-05	-	-	-	-	-	-
56	2,00E-06	-	-	-	-	-	-
57	1,28E-04	-	-	-	-	0,000035	0,000025
58	8,80E-05	-	-	-	-	-	0,000002
59	1,00E-06	-	-	-	-	0,000000	-
60	1,80E-05	0,000000	0,000000	-	-	-	-
61	6,00E-05	-	-	-	0,000000	0,000000	0,000000
62	7,06E-06	-	-	-	0,000000	0,000000	0,000000
63	1,00E-06	-	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	-
64	1,51E-04	-	-	0,000000	0,000072	0,000008	0,000018
65	2,70E-05	-	-	-	0,000000	0,000000	0,000000
R_j^2 acumulado		0,8409	0,84033	0,83977	0,84779	0,83368	0,83526

Fonte: elaborado pela autora.

De acordo com o observado para os coeficientes de determinação, para as seções y_0 , y_{40} e y_{80} , a fratura 11 apresentou R_j^2 superior a 0,80. Isto significa que essa fratura influencia mais de 80% no modelo de regressão para a representação da permeabilidade equivalente nas três seções mencionadas. Por

sua vez, o destaque na seção y_{120} foi para a fratura 53, com R_j^2 superior a 60% e nas seções y_{160} e y_{200} , a fratura mais influente foi a de número 44.

A partir dos resultados acima descritos, são realizados os testes de hipótese que verificam, em primeiro caso, se de fato há alguma fratura realmente importante dentre todas as fraturas presentes na seção. Como exemplo, a Tabela 4 mostra os resultados obtidos no cálculo dos valores do teste F e do valor P na seção de $y=0$ m.

Tabela 4 – Resultados do teste F e valor P para verificação da importância das fraturas na seção $y=0$ m, da célula de 54 fraturas.

Seção $x=0$ m	
F₀	4,6980
F_α	2,5612
Valor P	0,0201

Fonte: elaborado pela autora.

Este caso considera, acerca da presença de fraturas dentro da rocha-reservatório, um nível de significância de 10% para considerar se, de fato, há pelo menos uma fratura dentro do problema que é de fato importante na seção analisada. Como F_0 resultou superior a F_α , diz-se possível a rejeição de H_0 , o que significa que, há sim, relação linear entre a variável resposta e as variáveis explicativas em análise. Sendo o valor P inferior ao nível de significância adotado, considera que a evidência que se opõe a H_0 pode ser declarada como forte neste primeiro teste. Dando continuidade, faz-se o teste t-student para selecionar as fraturas, dentre todas às pertencentes na seção, que são realmente importantes para a obtenção da variável resposta. A Tabela 5 apresenta os resultados do teste, para exemplificação da simulação, também para o caso da seção de $y=0$ m.

Neste caso, os cálculos estatísticos de t e do valor P são realizados para cada fratura. As fraturas em que t_0 é superior a t_α induz a rejeição de H_0 , concluindo que a variável que atende este valor é importante dentro da determinação da variável resposta. Tal evidência que rejeita H_0 é estabelecida como forte quando o valor P também é, em conjunto à seleção por t_0 , inferior ao nível de significância, aqui adotado como 10%. Para este caso específico, apenas a fratura 11 foi selecionada dentre todas as fraturas presentes na seção. Os mesmos cálculos e testes são construídos para cada uma das seções

modeladas. As fraturas estatisticamente selecionadas para todas as seções 2D ortogonais ao eixo y estão apresentadas na Tabela 6, com marcação de quais fraturas foram selecionadas em sua respectiva seção.

Tabela 5 – Resultados do teste t-student e valor P para verificação da importância das fraturas na seção y=0 m, da célula de 54 fraturas.

Seção x=0 m		
t_α	1,447126	
Fratura	t₀	Valor P
11	6,502452	0,000188
2	0,017093	0,986781
41	0,002444	0,998110
33	0,000269	0,999792
31	0,000080	0,999938
15	0,000061	0,999953
50	0,000047	0,999964
22	0,000028	0,999979
60	0,000009	0,999993

Fonte: elaborado pela autora.

Tabela 6 – Seleção das fraturas estatisticamente significativas nas seções 2D ortogonais a y para nível de significância de 10%.

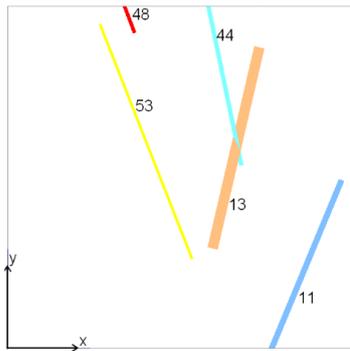
		Seção y₀	Seção y₄₀	Seção y₈₀	Seção y₁₂₀	Seção y₁₆₀	Seção y₂₀₀
Nº Fratura	11	✓	✓	✓	-	-	-
	13	-	-	-	✓	-	-
	44	-	-	-	-	✓	✓
	48	-	-	-	-	-	✓
	53	-	-	-	✓	✓	-

Fonte: elaborado pela autora.

A fratura de número 11 foi selecionada nas três primeiras seções, sendo considerada a única que apresenta real importância dentre todas as fraturas ranqueadas. O mesmo comportamento foi observado para as três últimas seções, visto que, em todas as seções, as fraturas mais bem ranqueadas foram estatisticamente selecionadas como representativas para o cálculo da permeabilidade equivalente.

Considerando a união de todas as fraturas ortogonais a y, o conjunto resultante das fraturas dominantes resultou num total de 5 fraturas. A partir dessa seleção, a permeabilidade equivalente k_{eq} nas direções x, y e z para a nova célula otimizada foi avaliada e comparada com os valores de permeabilidade equivalente da célula original, conforme ilustra a Tabela 7.

Tabela 7 – Valores de permeabilidade equivalente para a célula original e a célula reduzida a partir da análise de sensibilidade nas seções y.



Direção	K_{eq} original (mD)	K_{eq} otimizado (mD)	Erro
x	368,55	367,17	0,37%
y	549,29	493,65	10,13%
z	314,56	277,57	11,76%

Fonte: elaborado pela autora.

A seleção de apenas cinco fraturas, obtidas através da discretização da célula em seis seções bidimensionais, foi o suficiente para obtenção de uma permeabilidade equivalente próxima a 90% do valor original da célula, o que é um resultado promissor, principalmente considerando o particionamento do modelo 3D para seções 2D, realizado para obtenção de tais valores.

A maior diferença observada na permeabilidade equivalente na direção z ocorreu em função da direção de fluxo (vertical e, portanto, ao longo do eixo z) aproximadamente paralela às principais fraturas selecionadas, que são, em todos os casos, as fraturas de maior abertura. Assim, rapidamente o fluido preenche essas fraturas e escoar até a face oposta da célula. Como apenas 5 fraturas foram selecionadas nessa primeira abordagem e, ainda de forma compartimentalizada por ser uma análise seção a seção, é muito provável que algumas fraturas e suas interferências tenham sido desprezadas, produzindo a maior discrepância.

De modo a aprimorar as análises de sensibilidade para o caso 2D, 3 seções ortogonais ao eixo z foram definidas com imposição do fluxo de fluido nas direções x e y. A Tabela 8 apresenta os modelos 2D e identificação das fraturas pertencentes a cada seção transversal oriunda de cortes ortogonais a z. Na sequência, os resultados dos coeficientes de determinação das fraturas em cada seção, a partir do fluxo em x e y, estão dispostos na Tabela 9. Considerando as fraturas selecionadas, os testes de hipóteses foram realizados para a obtenção das fraturas, de fato, estatisticamente dominantes sobre a permeabilidade equivalente as direções x e y, conforme ilustra a Tabela 10.

A partir do conjunto de 8 fraturas selecionadas nas seções ortogonais ao eixo z, novas simulações foram realizadas para obtenção do k_{eq} da nova célula reduzida. Os resultados obtidos para as três direções de fluxo e o erro em comparação ao valor original estão descritos na Tabela 11.

A seleção de mais fraturas considerando os fluxos nas direções x e y, a partir dos cortes ortogonais ao eixo z proporcionou menor erro em relação às análises anteriores, para todas as direções avaliadas.

Tabela 8 – Fraturas que integram as seções transversais selecionadas em z.

z_i (m)	Seções transversais perpendiculares ao eixo z
i = 0	
i = 5	
i = 10	

Fonte: elaborado pela autora.

Tabela 9 – Identificação, abertura das 54 fraturas e ranqueamento a partir do coeficiente de determinação R_j^2 de cada fratura e acumulado: fluxo em x e y.

Nº fratura	Abertura (m)	Fluxo em x			Fluxo em y		
		Seção z ₀	Seção z ₅	Seção z ₁₀	Seção z ₀	Seção z ₅	Seção z ₁₀
2	1,33E-04	0,000605	0,000465	0,000394	0,000014	0,000018	0,000017
3	4,80E-05	0,000002	0,000002	-	0,000000	0,000000	-
4	4,40E-05	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
5	2,00E-06	0,000000	-	-	0,000000	-	-
7	6,40E-05	0,000001	0,000001	0,000001	0,000000	0,000000	0,000000
10	5,14E-04	0,392373	0,309357	0,267463	0,073921	0,095160	0,098611
11	9,60E-04	0,302737	0,235765	0,208708	0,286656	0,332350	0,322653
12	2,80E-05	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
13	1,00E-06	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
14	6,00E-06	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
15	2,20E-05	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
16	9,30E-05	-	0,000000	-	-	0,000000	-
17	4,60E-05	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
18	6,00E-05	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
19	2,00E-06	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
20	1,19E-04	-	0,000250	0,000224	-	0,000017	0,000019
22	2,40E-05	-	-	0,000000	-	-	0,000000
23	4,50E-05	-	-	0,000001	-	-	0,000000
24	3,93E-04	-	-	0,109721	-	-	0,017403
25	4,00E-06	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
26	9,14E-04	-	0,005271	0,004572	-	0,008771	0,009835
27	1,70E-05	-	-	0,000000	-	-	0,000000
28	4,69E-04	-	0,156631	0,136207	-	0,019695	0,020780
29	8,00E-05	0,000001	0,000001	0,000001	0,000000	0,000000	0,000000
31	1,65E-04	0,001037	-	-	0,000184	-	-
32	1,43E-04	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
33	5,50E-05	0,000000	-	-	0,000000	-	-
34	2,50E-05	0,000000	-	-	0,000000	-	-
35	1,79E-04	0,008377	-	-	0,000245	-	-
36	2,16E-04	0,000326	0,000247	0,000151	0,000302	0,000142	0,000135
39	2,00E-06	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
40	1,55E-07	0,000000	-	-	0,000000	-	-
41	6,80E-05	0,000002	0,000002	0,000001	0,000000	0,000000	0,000000
42	1,00E-06	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
43	2,00E-05	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
44	7,02E-04	0,003494	0,006498	0,006799	0,521456	0,412131	0,399826
46	1,70E-05	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
47	1,99E-04	0,001159	0,001419	0,001091	0,000098	0,000057	0,000063
48	5,30E-04	0,000075	0,000214	0,000120	0,000317	0,000317	0,000354
50	1,80E-05	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
51	4,00E-06	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
53	4,09E-04	0,211189	0,212710	0,194187	0,076104	0,081403	0,079031

Nº fratura	Abertura (m)	Fluxo em x			Fluxo em y		
		Seção z ₀	Seção z ₅	Seção z ₁₀	Seção z ₀	Seção z ₅	Seção z ₁₀
54	1,23E-04	-	-	-	-	-	-
55	7,80E-05	0,000000	0,000000	-	0,000000	0,000000	-
56	2,00E-06	0,000000	0,000000	-	0,000000	0,000000	-
57	1,28E-04	0,000005	0,000006	0,000005	0,000033	0,000021	0,000021
58	8,80E-05	0,000001	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
59	1,00E-06	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
60	1,80E-05	-	-	0,000000	-	-	0,000000
61	6,00E-05	-	0,000004	0,000004	-	0,000002	0,000002
62	7,06E-06	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
63	1,00E-06	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
64	1,51E-04	-	0,001832	0,001524	-	0,001049	0,001047
65	2,70E-05	-	0,000000	0,000000	-	0,000000	0,000000
R_j^2 acumulado		0,921385	0,930675	0,931174	0,959330	0,951133	0,949797

Fonte: elaborado pela autora.

Tabela 10 – Seleção das fraturas estatisticamente significativas nas seções 2D ortogonais a z para nível de significância de 10%.

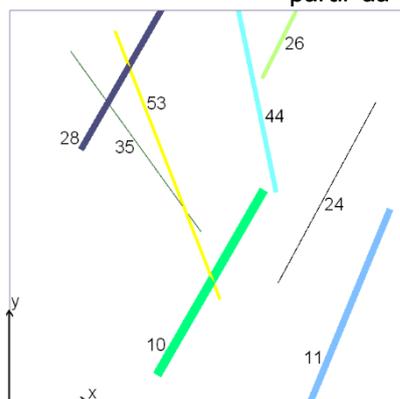
Nº Fratura		Fluxo em X			Fluxo em Y		
		Seção z ₀	Seção z ₅	Seção z ₁₀	Seção z ₀	Seção z ₅	Seção z ₁₀
Nº Fratura	10	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	11	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	24	-	-	✓	-	-	✓
	26	-	✓	-	-	✓	✓
	28	-	✓	✓	-	✓	✓
	35	✓	-	-	-	-	-
	44	-	✓	✓	✓	✓	✓
	53	✓	✓	✓	✓	✓	✓

Fonte: elaborado pela autora.

O conjunto final de fraturas que compõem a célula otimizada é definido pelo conjunto união de todas as fraturas selecionadas nas análises de fluxo, nas direções x, y e z. Assim, a célula otimizada resultante é composta por apenas 10 fraturas das 54 fraturas originais, sendo as fraturas de número: 10, 11, 13, 24, 26, 28, 35, 44, 48 e 53.

As fraturas selecionadas, os valores de permeabilidade e os erros em comparação à célula original estão apresentados na Tabela 12.

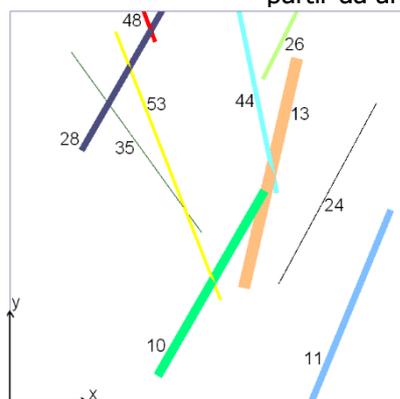
Tabela 11 – Valores de permeabilidade equivalente para a célula original e a célula reduzida a partir da análise de sensibilidade nas seções z.



Direção	K_{eq} original (mD)	K_{eq} otimizado (mD)	Erro
x	368,55	367,33	0,33%
y	549,29	543,00	1,15%
z	314,56	304,63	3,16%

Fonte: elaborado pela autora.

Tabela 12 – Valores de permeabilidade equivalente para a célula original e a célula otimizada a partir da análise de sensibilidade nas seções y e z.



Direção	K_{eq} original (mD)	K_{eq} otimizado (mD)	Erro
x	368,55	367,66	0,24%
y	549,29	545,29	0,73%
z	314,56	310,84	1,18%

Fonte: elaborado pela autora.

A análise de sensibilidade, a partir da discretização em 2D de uma célula tridimensional de simulação de reservatórios, com a presença de 54 fraturas, se mostrou, neste caso, com resultados bastante satisfatórios. A célula otimizada foi construída com a seleção de apenas 20% das fraturas presentes na célula original, porém com erro no valor das permeabilidades equivalentes da ordem de apenas 1%. Além disso, é importante destacar que a maioria das fraturas selecionadas são aquelas que apresentaram as maiores aberturas, fato esse que sempre favorece o fluxo do fluido pela célula de reservatório.

4.1.1.2 Abordagem via análise 3D

Da mesma forma como foi apresentado considerando a abordagem via análise 2D, o objetivo continua sendo a identificação das fraturas mais

importantes dentre as 54 fraturas presentes na célula original e, com isso, otimizar a rede de fraturas na célula.

A abordagem via análise 3D considera a célula completa, com as dimensões de 200 m de largura, 200 m de comprimento e 10 m de altura, conforme já mencionado, com seu domínio não sendo mais discretizado separadamente ao longo das direções x, y e z. Deste modo, a análise de sensibilidade para um fluxo imposto se faz avaliando simultaneamente as 54 fraturas presentes na célula original e sua influência na permeabilidade equivalente para as três direções de fluxo.

De modo a ampliar a pesquisa e verificar a qualidade da resposta, esta abordagem será realizada considerando as respostas obtidas para a adoção de dois diferentes níveis fatoriais. O primeiro caso é realizado com $\kappa = 1$. Deste modo, o resultado da seleção e otimização obtida, a partir da variação nos valores de abertura de uma em uma fratura, adotando dois níveis de variação, é comparado com aqueles obtidos na abordagem 2D. Pretende-se assim comparar a qualidade da resposta nos dois modelos dimensionais.

Em seguida, para verificar a melhoria na resposta a partir do desenvolvimento do refinamento da análise de sensibilidade no modelo tridimensional, considera a adoção de $\kappa = 2$ na elaboração da segunda matriz de planejamento.

A obtenção da seleção de fraturas a partir de um planejamento que considera a variação de duas fraturas simultaneamente, em dois níveis, tende a aumentar a quantidade de fraturas selecionadas. Por consequência, quando comparado os resultados de k_{eq} original com a seleção em k_1 e k_2 , a resposta no segundo caso deve ser melhor. Porém, a matriz de planejamento aumenta de forma significativa. Como efeito, a quantidade de simulações computacionais e o tempo de processamento da resposta também sofre aumento. Devido a isso, a comparação entre k_1 e k_2 tem como objetivo verificar qual a redução no erro, comparado ao caso original, e se de fato compensa sua adoção para melhoria da resposta.

A Tabela 13 apresenta os valores dos coeficientes de determinação das 54 fraturas, do planejamento realizado de $\kappa = 1$, nas três direções de fluxo,

junto à seleção das fraturas. O estudo considera estatisticamente importante as fraturas selecionadas em um nível de significância de 10%. Dessa forma, a comparação entre as abordagens 2D e 3D se torna possível do ponto de vista estatístico.

Tabela 13 – Identificação, abertura das 54 fraturas, coeficiente de determinação R_j^2 de cada fratura e acumulado: fluxo em x, y e z para $\kappa = 1$.

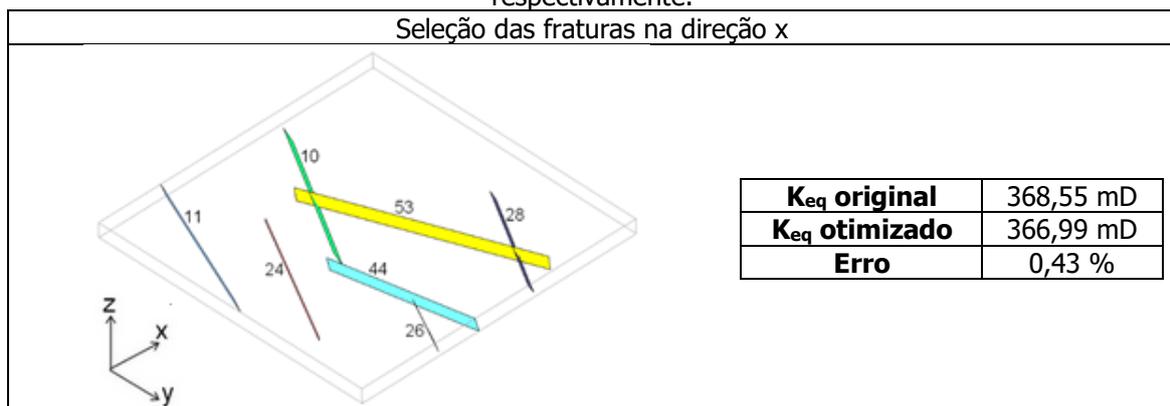
Nº fratura	Abertura (m)	Fluxo em x		Fluxo em y		Fluxo em z	
		R_j^2	Seleção $\alpha=0,10$	R_j^2	Seleção $\alpha=0,10$	R_j^2	Seleção $\alpha=0,10$
2	1,33E-04	0,000460	-	0,000016	-	0,000001	-
3	4,80E-05	0,000001	-	0,000000	-	0,000000	-
4	4,40E-05	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
5	2,00E-06	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
7	6,40E-05	0,000001	-	0,000000	-	0,000000	-
10	5,14E-04	0,325449	✓	0,108944	✓	0,016251	✓
11	9,60E-04	0,275785	✓	0,303208	✓	0,713223	✓
12	2,80E-05	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
13	1,00E-06	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
14	6,00E-06	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
15	2,20E-05	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
16	9,30E-05	0,000001	-	0,000000	-	0,000000	-
17	4,60E-05	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
18	6,00E-05	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
19	2,00E-06	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
20	1,19E-04	0,000057	-	0,000004	-	0,000000	-
22	2,40E-05	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
23	4,50E-05	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
24	3,93E-04	0,006562	✓	0,000747	-	0,000000	-
25	4,00E-06	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
26	9,14E-04	0,007346	✓	0,010409	✓	0,000001	-
27	1,70E-05	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
28	4,69E-04	0,110071	✓	0,010471	✓	0,000068	-
29	8,00E-05	0,000002	-	0,000000	-	0,000000	-
31	1,65E-04	0,000037	-	0,000011	-	0,000000	-
32	1,43E-04	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
33	5,50E-05	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
34	2,50E-05	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
35	1,79E-04	0,000762	-	0,000024	-	0,000006	-
36	2,16E-04	0,000384	-	0,000184	-	0,000011	-
39	2,00E-06	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
40	1,55E-07	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
41	6,80E-05	0,000001	-	0,000000	-	0,000000	-
42	1,00E-06	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
43	2,00E-05	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-

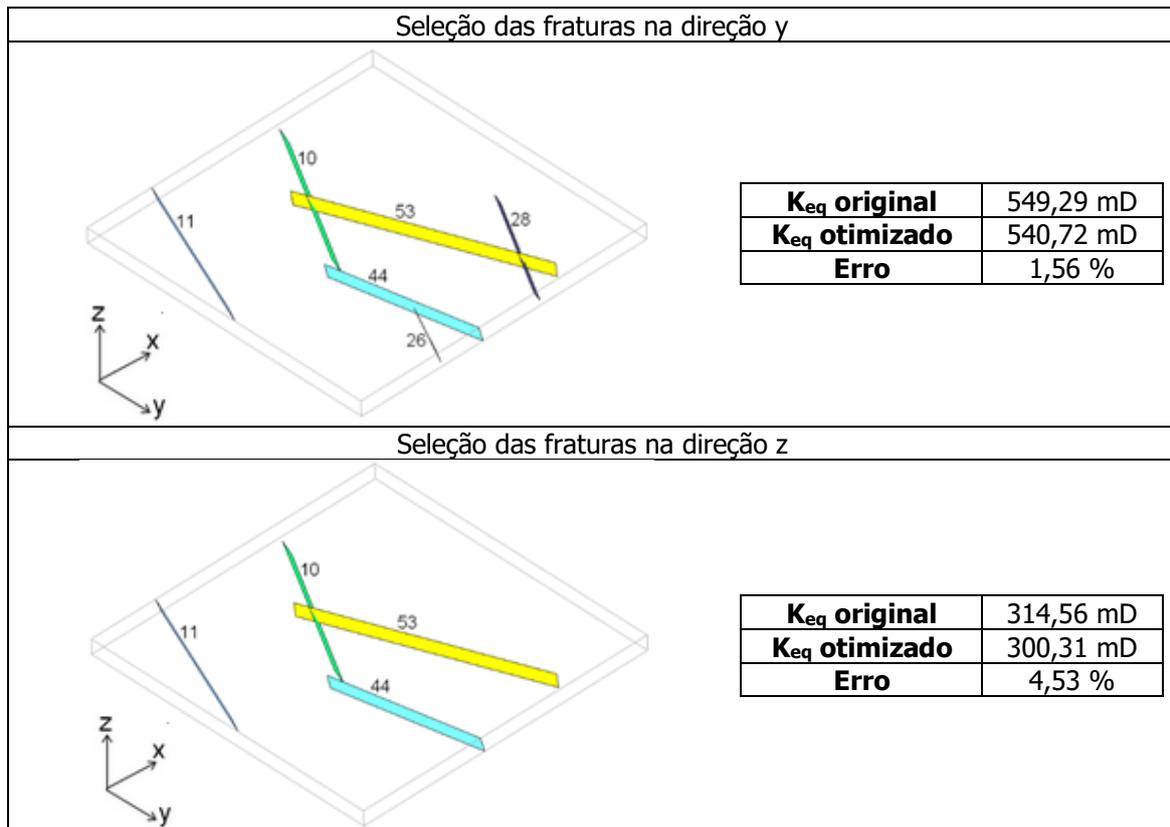
Nº fratura	Abertura (m)	Fluxo em x		Fluxo em y		Fluxo em z	
		R _j ²	Seleção α=0,10	R _j ²	Seleção α=0,10	R _j ²	Seleção α=0,10
44	7,02E-04	0,007603	✓	0,451534	✓	0,091665	✓
46	1,70E-05	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
47	1,99E-04	0,001361	-	0,000067	-	0,000029	-
48	5,30E-04	0,000342	-	0,000348	-	0,000586	-
50	1,80E-05	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
51	4,00E-06	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
53	4,09E-04	0,194562	✓	0,068289	✓	0,009214	✓
54	1,23E-04	0,000009	-	0,000006	-	0,000000	-
55	7,80E-05	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
56	2,00E-06	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
57	1,28E-04	0,000015	-	0,000021	-	0,000002	-
58	8,80E-05	0,000001	-	0,000000	-	0,000000	-
59	1,00E-06	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
60	1,80E-05	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
61	6,00E-05	0,000001	-	0,000001	-	0,000000	-
62	7,06E-06	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
63	1,00E-06	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
64	1,51E-04	0,001073	-	0,000490	-	0,000002	-
65	2,70E-05	0,000000	-	0,000000	-	0,000000	-
R_j² acumulado		0,931886	0,927378	0,954774	0,952855	0,831059	0,830353

Fonte: elaborado pela autora.

A partir da seleção das fraturas mais importantes para cada direção separadamente, a Tabela 14 apresenta a célula reduzida para as três direções, em conjunto aos valores das permeabilidades equivalentes da célula original e reduzida. Dentre as fraturas selecionadas nas direções x, y e z, foram obtidas 7, 6 e 4 fraturas, respectivamente.

Tabela 14 – Célula com as fraturas dominantes e valores de k_{eq} para a célula original de 54 fraturas e a célula reduzida, considerando a seleção nas direções de fluxo em x, y e z, respectivamente.





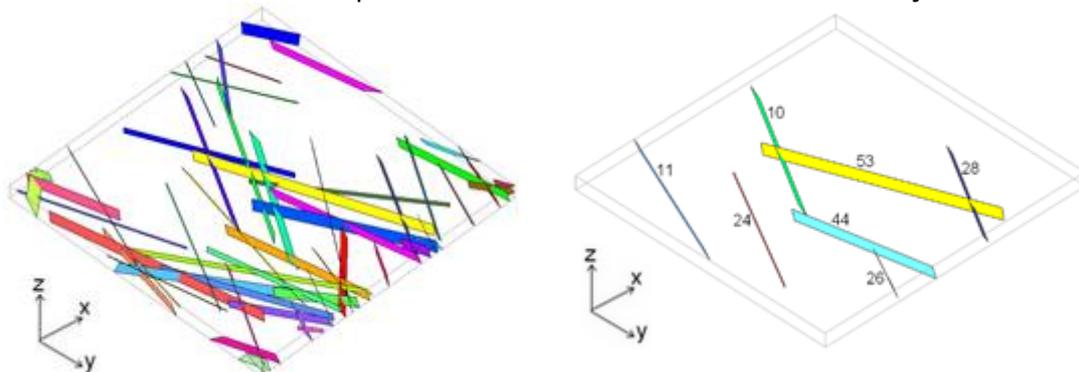
Fonte: elaborado pela autora.

A seleção, nos três casos, gerou um erro inferior a 5% na permeabilidade equivalente. A célula otimizada é composta pela união entre todas as fraturas selecionadas nas três direções de fluxo. A Tabela 15 apresenta um novo comparativo para o k_{eq} , a partir da célula otimizada definitiva, considerando o total de 7 fraturas selecionadas. As fraturas identificadas como dominantes pela análise de sensibilidade, com a abordagem 3D, foram as de número: 10, 11, 24, 26, 28, 44 e 53.

Conforme pode ser observado, a união do conjunto de fraturas selecionadas na análise 3D reduziu os erros nas direções y e z. Como todas as fraturas selecionadas já pertenciam ao conjunto de seleção na direção x, não houve diferença nos novos valores do k_{eq} otimizado para o fluxo em x. Apesar das fraturas acrescidas não terem sido selecionadas estatisticamente nas direções y e z, estas proporcionaram uma redução no erro e estão de acordo com a premissa do modelo de sensibilidade desenvolvido. Esse comportamento é esperado, visto que o acréscimo de fraturas contribui com o aumento da passagem de fluxo por tais fraturas. No entanto, é importante salientar, que as

novas fraturas incluídas, embora possuam valores acima de zero no conjunto de coeficientes de determinação (Tabela 13), indicando que há alguma influência na resposta para o nível de significância adotado, não representam contribuição significativa na variável resposta. Considerando os valores para a seleção unitária e considerando o conjunto final de seleção, é possível observar isso, pois apesar da redução nos erros, este não é muito relevante.

Tabela 15 – Valores de permeabilidade equivalente para a célula original de 54 fraturas e a célula otimizada a partir de análises de sensibilidade nas três direções.



Direção	K_{eq} original (mD)	K_{eq} otimizado (mD)	Erro
x	368,55	366,99	0,43%
y	549,29	542,57	1,22%
z	314,56	303,66	3,46%

Fonte: elaborado pela autora.

Finalmente, a comparação entre as abordagens 2D e 3D, referente ao número de fraturas selecionadas como sendo significativas na avaliação das permeabilidades equivalentes, resultou em 10 e 7 fraturas, respectivamente. Todas as fraturas selecionadas na abordagem 3D estão no conjunto de fraturas obtidas pela análise 2D, exceto as fraturas de número 13, 35 e 48. Essa diferença era esperada, uma vez que na abordagem 2D as fraturas são sempre analisadas somente pertencentes ao domínio da seção em que se encontram. Assim, tais fraturas podem ser significativas para a variável resposta naquele contexto analisado. No entanto, quando se faz uma seleção considerando todo o domínio 3D da célula simultaneamente, fraturas selecionadas nas condições descritas acima podem, no contexto de toda a célula, não representar influência significativa, quando comparadas a outras que apresentam maiores contribuições. Desse modo, é bastante razoável que o conjunto final de fraturas

obtidas nas análises 3D para $\kappa = 1$ seja menor que aquele que resultou das análises 2D.

Em ambas as abordagens realizadas, o modelo de sensibilidade mostrou-se capaz de selecionar as fraturas mais relevantes para a quantificação da variável resposta, isto é, a permeabilidade equivalente para as três direções consideradas de fluxo na célula.

Dando continuidade na verificação da qualidade do modelo de sensibilidade, a seleção de fraturas no modelo 3D agora é alcançada a partir da adoção de planejamento com fator $\kappa = 2$.

Buscando simplificar os resultados, a Tabela 16 apresenta apenas as fraturas selecionadas a partir do conjunto união, considerando a seleção nas três direções de fluxo. O valor de coeficiente de determinação individual acumulado é apresentado para o caso da seleção considerando as três direções de fluxo, mas, em seguida, mostra-se quais fraturas foram de fato selecionadas estatisticamente, para nível de significância de 10%, em cada uma das direções. Os resultados de k_{eq} obtidos para o caso das seleções em cada direção e sua comparação com o valor original estão dispostos na Tabela 17. Os valores finais, quando considera a resposta obtida para o caso do conjunto união das três direções, é apresentada na Tabela 18, junto à comparação visual entre a célula original e a nova, obtida pela análise de sensibilidade.

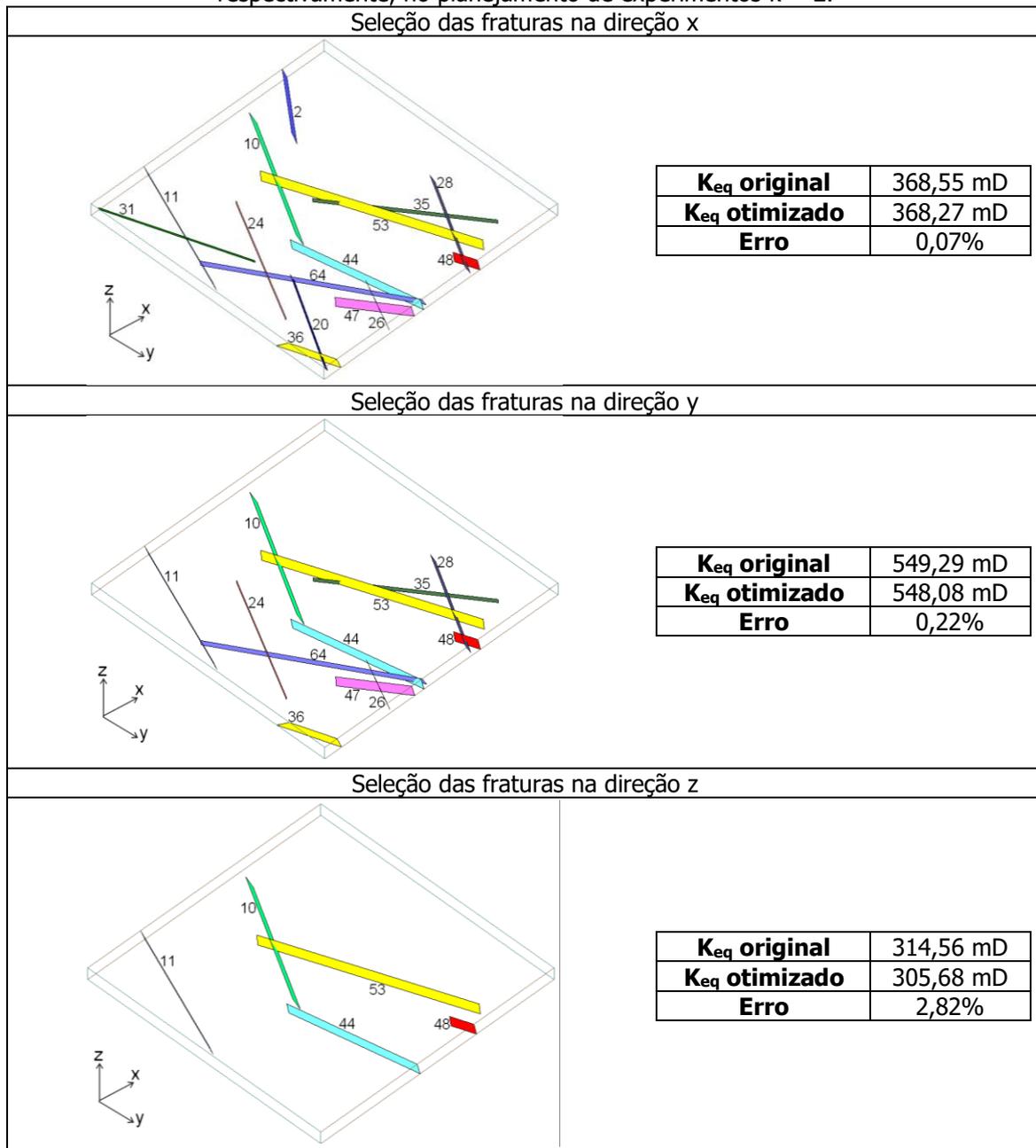
Tabela 16 – Identificação, abertura das 54 fraturas, coeficiente de determinação R_j^2 de cada fratura e acumulado: fluxo em x, y e z para $\kappa = 2$.

Fratura	Abertura (m)	Fluxo em x		Fluxo em y		Fluxo em z	
		R_j^2	Seleção $\alpha=0,10$	R_j^2	Seleção $\alpha=0,10$	R_j^2	Seleção $\alpha=0,10$
2	1,33E-04	0,000460	✓	0,000016	-	0,000001	-
10	5,14E-04	0,326119	✓	0,109400	✓	0,016303	✓
11	9,60E-04	0,275822	✓	0,303350	✓	0,715502	✓
20	1,19E-04	0,000057	✓	0,000004	-	0,000000	-
24	3,93E-04	0,006575	✓	0,000747	✓	0,000000	-
26	9,14E-04	0,007345	✓	0,010312	✓	0,000001	-
28	4,69E-04	0,110175	✓	0,010466	✓	0,000068	-
31	1,65E-04	0,000037	✓	0,000011	-	0,000000	-
35	1,79E-04	0,000761	✓	0,000024	✓	0,000006	-
36	2,16E-04	0,000384	✓	0,000183	✓	0,000012	-
44	7,02E-04	0,007576	✓	0,451024	✓	0,091958	✓

Fratura	Abertura (m)	Fluxo em x		Fluxo em y		Fluxo em z	
		R_j^2	Seleção $\alpha=0,10$	R_j^2	Seleção $\alpha=0,10$	R_j^2	Seleção $\alpha=0,10$
47	1,99E-04	0,001365	✓	0,000067	✓	0,000029	-
48	5,30E-04	0,000344	✓	0,000348	✓	0,000589	✓
53	4,09E-04	0,194823	✓	0,068192	✓	0,009246	✓
64	1,51E-04	0,001077	✓	0,000488	✓	0,000002	-

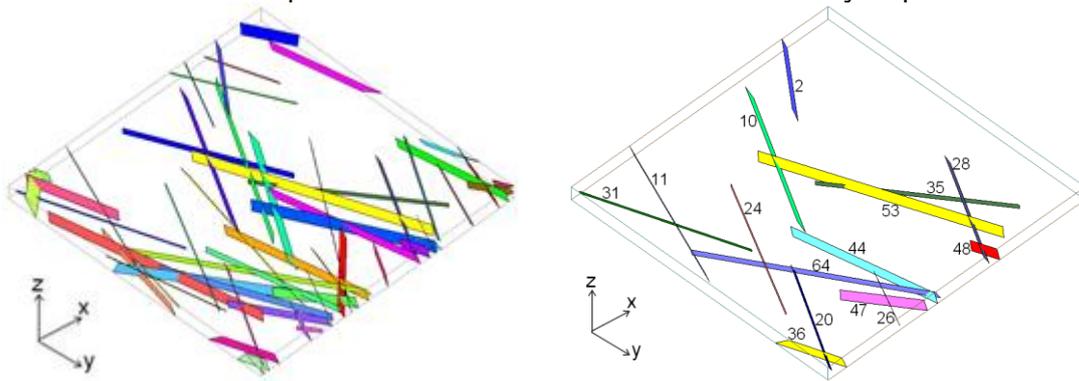
Fonte: elaborado pela autora.

Tabela 17 – Célula com as fraturas dominantes e valores de k_{eq} para a célula original de 54 fraturas e a célula reduzida, considerando a seleção nas direções de fluxo em x, y e z, respectivamente, no planejamento de experimentos $\kappa = 2$.



Fonte: elaborado pela autora.

Tabela 18 – Valores de permeabilidade equivalente para a célula original de 54 fraturas e a célula otimizada a partir de análises de sensibilidade nas três direções para $\kappa = 2$.



Direção	K_{eq} original (mD)	K_{eq} otimizado (mD)	Erro
x	368,55	368,27	0,07%
y	549,29	548,36	0,17%
z	314,56	313,88	0,22%

Fonte: elaborado pela autora.

O conjunto união da análise 3D para $\kappa = 1$ resultou em uma seleção de 7 fraturas dominantes dentro da célula de 54 fraturas, o que resultou em uma obtenção de permeabilidade equivalente de 96% do valor original. O planejamento $\kappa = 2$, por sua vez, ocasionou na seleção de 15 fraturas, com um k_{eq} em torno de 99% do k_{eq} obtido quando há todas as fraturas no sistema de fluxo.

Considerando os erros percentuais extremamente baixos para o caso de $\kappa = 2$, supõe-se desnecessário a ampliação do planejamento de experimentos para maiores verificações, dispensando a possibilidade de melhorias através de adoções de planejamento em maiores níveis fatoriais, pois aumentar a seleção de fraturas ocasionaria em redução dos erros quase nula. Quando comparado os resultados para os casos entre $\kappa = 1$ e $\kappa = 2$, a escolha de qual planejamento deve ser adotado depende do experimentador sobre o nível de qualidade necessário para a resposta e o custo computacional envolvido. Afinal, os erros em uma seleção de apenas 13% das fraturas já são inferiores a 5%. E, acrescentar 8 fraturas nos resultados, reduz o erro, mas o aumento ocasionado na permeabilidade pode gerar um custo (computacional e financeiro) não compensatório, sendo os valores obtidos no caso de $\kappa = 1$ suficientes. Além disso, enfatiza-se que as simulações computacionais dos casos de planejamento com variação de fratura de apenas uma em uma exige menor esforço computacional, levando poucos minutos, diferente do caso para $\kappa = 2$.

Enquanto o primeiro planejamento requer uma quantidade de simulações igual ao dobro da quantidade de fraturas, planejamentos verificando as respostas geradas pela mudança no valor de duas em duas fraturas ocasionou em uma quantidade de simulações superior a 5000. Considerando as simulações de cada direção de fluxo, neste caso em específico, o tempo computacional para simulações de $\kappa = 1$ foi em torno de 4 minutos, contra os 142 minutos necessários para simulação em $\kappa = 2$. Em contrapartida, em todos os casos, a realização de análise de sensibilidade ocorre uma única vez, de modo que, mesmo que o tempo computacional necessário para $\kappa = 2$ seja superior, sua realização é necessária apenas uma vez para cada direção de fluxo. Porém, considera-se que, em alguns casos, como este analisado, o uso de planejamentos superiores a $\kappa = 1$ são viáveis, mas podem ser considerados desnecessários, tratando a seleção ocorrida em $\kappa = 1$ como suficiente.

Inclusive, adotando-se $\kappa = 1$ para uma possível e posterior quantificação de incertezas, torna-se mais fácil a verificação e construção dos resultados, pois a quantidade de variáveis de entrada a ter o comportamento variado é inferior ao caso de $\kappa = 2$.

A partir da seleção de apenas 7 fraturas, é possível a obtenção de um metamodelo quadrático, buscando melhorar a relação obtida entre as variáveis de entrada e as variáveis de resposta. Enquanto um metamodelo linear possui uma qualidade de representação das respostas, a partir do coeficiente de determinação, de 93% para as variáveis dominantes, o metamodelo quadrático é capaz de representar, aproximadamente, 99% das variações unitárias presentes nas avaliações obtidas a partir da leitura da matriz de planejamento. O metamodelo quadrático, construído para as três direções de fluxo aqui estudadas e para a célula de 115 fraturas que será apresentada na sequência, segue o comportamento apresentado na equação (36).

$$k_{eq} = \alpha + \sum_{i=1}^n \hat{x}_i \times \omega_i + \sum_{i=1}^n \hat{\eta}_i \times \omega_i^2 \quad (36)$$

Para facilitar a compreensão dos coeficientes estimadores obtidos e sua inclusão dentro da equação, adotou-se a simbologia de α para o coeficiente

independente, \hat{x} são os coeficientes estimadores que possuem relação linear com as aberturas das fraturas, definidas como ω , e $\hat{\eta}$ são os coeficientes estimadores cujas aberturas são multiplicadas quadraticamente; n , por sua vez, corresponde ao número de fraturas presentes no metamodelo.

As fraturas dominantes definidas para cada índice e seu valor de abertura original adotado no cálculo da permeabilidade equivalente estão apresentadas na Tabela 19. Os coeficientes estimadores, por sua vez, estão na Tabela 20, considerando as três direções de fluxo. O resultado de k_{eq} obtido pelo metamodelo quadrático e sua comparação com os valores do simulador, no caso onde se considera apenas a presença das fraturas dominantes na célula, estão na Tabela 21, também para as direções x, y e z.

Tabela 19 – Fraturas consideradas no metamodelo quadrático e valores de abertura originais destas, para a célula de 54 fraturas, compostas de 7 fraturas dominantes.

i	Nº fratura	ω_i (m)
1	10	5,14E-04
2	11	9,60E-04
3	24	3,93E-04
4	26	9,14E-04
5	28	4,69E-04
6	44	7,02E-04
7	53	4,09E-04

Fonte: elaborado pela autora.

Tabela 20 - Coeficientes estimadores do metamodelo quadrático na célula de 54 fraturas, para as direções x, y e z.

i	Direção x		Direção y		Direção z	
	α	$\hat{\eta}_i$	α	$\hat{\eta}_i$	α	$\hat{\eta}_i$
1	9,77E+03	9,56E+06	2,21E+04	9,33E+07	-1,50E+05	3,18E+08
2	2,39E+04	-7,42E+06	2,29E+05	-6,53E+07	-5,30E+05	6,03E+08
3	-1,92E+03	7,08E+06	-4,83E+03	2,20E+07	7,45E+01	-6,97E+04
4	4,92E+03	-1,83E+06	3,80E+04	-9,33E+06	1,57E+03	-6,08E+05
5	4,31E+03	7,69E+06	-8,43E+03	5,34E+07	8,34E+03	-3,27E+06
6	4,31E+03	-1,40E+06	1,24E+05	4,01E+07	-2,59E+05	4,04E+08
7	-4,59E+03	2,95E+07	-5,65E+04	2,12E+08	-1,31E+05	3,66E+08

Fonte: elaborado pela autora.

O metamodelo quadrático apresentou capacidade de representar a célula com as 7 fraturas dominantes, nas 3 direções de fluxo, quando considerado os valores originais de abertura. Deste modo, considera-se que a superfície de

resposta possui resultados bastante satisfatórios, sendo uma referência inicial para avaliação da qualidade do metamodelo e, respectivamente, realização da quantificação das incertezas na célula.

Tabela 21 – Comparação da permeabilidade equivalente obtida no simulador e a partir do metamodelo quadrático da célula otimizada composta de 7 fraturas dominantes.

Direção	Permeabilidade equivalente otimizada (mD)		
	Simulador	Metamodelo	Erro
x	366,99	367,18	0,05%
y	542,57	542,74	0,03%
z	303,66	303,83	0,06%

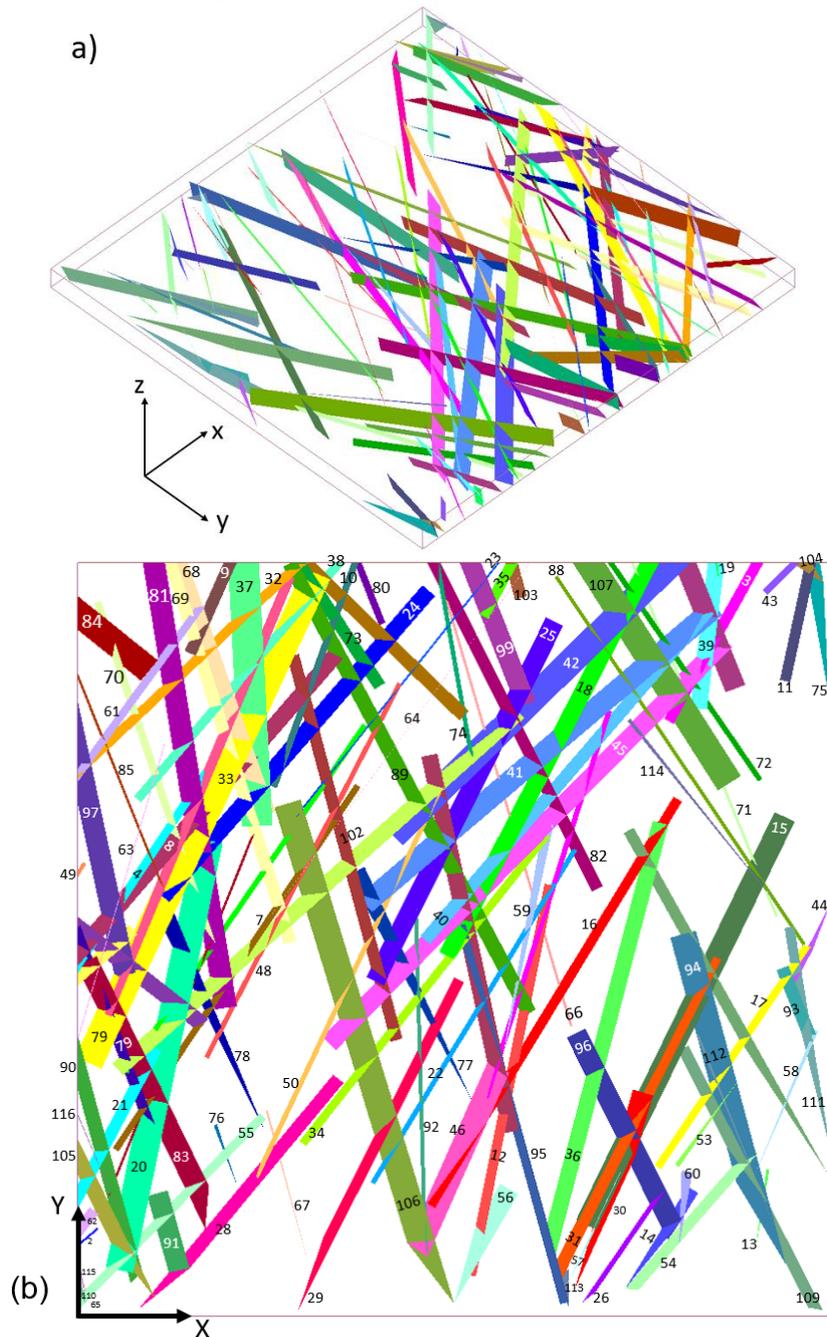
Fonte: elaborado pela autora.

4.1.2 Célula com 115 fraturas

Na segunda aplicação, a análise é realizada em uma célula de simulação de reservatório naturalmente fraturado composto por 115 fraturas, onde as direções do fluxo do fluido ainda obedecem ao sistema de eixos x, y e z, indicado na Figura 15(a); a identificação numérica das fraturas é apresentada na Figura 15(b) e mantêm-se constante em todas as análises desta célula.

Os resultados das análises, nas abordagens 2D e 3D, foram organizadas na mesma ordem da célula anterior, com apresentação das regiões analisadas, ranqueamento das fraturas e seleção das fraturas estatisticamente representativas da permeabilidade equivalente, em cada direção de fluxo, a partir dos resultados dos testes de hipótese. Por fim, são apresentadas ilustrações comparativas da célula original e aquela otimizada, contendo apenas as fraturas dominantes.

Figura 15 – (a) Perspectiva isométrica com direção dos fluxos e (b) vista em planta, com identificação das fraturas, da célula com 115 fraturas.



Fonte: elaborado pela autora.

4.1.2.1 Abordagem via análise 2D

Assim como na célula anterior, a avaliação 2D considera seções transversais ortogonalmente posicionados na direção y , distantes 40 metros, com imposição de fluxo em z , e na direção z , distantes 5 metros, com fluxo imposto nas direções x e y . Cortes ortogonais em x não foram realizados. Os

cortes transversais e as direções de fluxo impostas nas análises são os mesmos impostos no caso anterior, mostrados na Tabela 2.

As seções transversais na direção y , e a representação e numeração das fraturas presentes nestas, estão ilustradas na Tabela 22. Neste caso, não se realizou análise na seção distante 200 metros da origem, pois esta seção não apresenta fraturas. Além disso, nem todas as fraturas existentes na célula estão presentes nas seções transversais ortogonais à y .

Tabela 22 – Corte de seções 2D em y para a célula de 115 fraturas

y (m)	Seção
0	
40	
80	
120	
160	

Fonte: elaborada pela autora.

A construção do planejamento de experimentos, obtenção dos metamodelos e ranqueamento das fraturas foi realizado a partir de geração de combinações entre fraturas com $\kappa = 1$. Os valores de abertura das 115 fraturas, os coeficientes de determinação R_j^2 de cada fratura e seu valor acumulado obtido para todas as fraturas em cada seção transversal é apresentado na Tabela 23. Nos casos em que há ausência de fratura na seção, esta é representada por um traço no valor de R_j^2 . Fraturas com valores nulos pertencem à seção, mas não são influentes nestas.

Tabela 23 – Identificação, abertura das 115 fraturas e ranqueamento a partir do coeficiente de determinação R_f^2 de cada fratura e acumulado: fluxo em z.

Nº fratura	Abertura (m)	Seção y_0	Seção y_{40}	Seção y_{80}	Seção y_{120}	Seção y_{160}
2	6,60E-05	0,000001	-	-	-	-
3	1,77E-08	-	-	-	-	0,000000
4	1,00E-06	0,000000	-	-	-	-
5	1,24E-04	-	0,000001	-	-	-
6	1,80E-05	-	0,000000	-	-	-
7	1,22E-04	-	0,000015	-	-	-
8	2,50E-05	0,000000	0,000000	-	-	-
9	6,55E-04	-	0,000000	-	-	-
10	1,10E-05	-	-	-	-	-
11	2,00E-06	-	-	-	-	-
12	1,80E-05	-	-	-	0,000000	-
13	3,00E-06	-	-	-	-	-
14	1,00E-06	-	-	-	-	0,000000
15	1,20E-05	-	-	-	-	0,000000
16	1,59E-04	-	-	-	0,000045	-
17	4,00E-06	-	-	-	-	0,000000
18	8,63E-04	-	-	-	0,744386	-
19	5,00E-06	-	-	-	-	-
20	9,00E-06	-	-	-	-	-
21	4,00E-06	0,000000	-	-	-	-
22	5,59E-04	-	-	0,213201	0,094673	-
23	5,22E-04	-	-	0,149873	-	-
24	6,25E-04	-	0,455649	0,306569	-	-
25	1,43E-04	-	-	0,000014	0,000012	-
26	4,50E-05	-	-	-	-	-
27	1,81E-04	-	-	-	0,000098	-
28	5,62E-04	-	0,268400	-	-	-
29	1,60E-05	-	-	0,000000	-	-
30	2,30E-05	-	-	-	-	-
31	2,30E-05	-	-	-	-	0,000000
32	6,00E-06	0,000000	0,000000	-	-	-
33	5,00E-06	0,000000	0,000000	-	-	-
34	3,00E-06	-	-	0,000000	0,000000	-
35	3,80E-05	-	-	-	-	-
36	2,09E-04	-	-	-	-	-
37	1,20E-04	-	0,000000	-	-	-
38	2,54E-04	-	0,002646	-	-	-
39	2,92E-04	-	-	-	-	-
40	7,50E-05	-	-	-	0,000000	0,000278
41	9,30E-05	-	-	0,000003	0,000001	0,000760
42	2,00E-06	-	-	-	0,000000	0,000000

Nº fratura	Abertura (m)	Seção y₀	Seção y₄₀	Seção y₈₀	Seção y₁₂₀	Seção y₁₆₀
43	6,65E-04	-	-	-	-	-
44	2,00E-05	-	-	-	-	-
45	3,60E-05	-	-	0,000000	0,000000	0,000005
46	4,30E-05	-	-	-	-	-
47	1,68E-04	-	0,000168	-	-	-
48	3,80E-05	-	0,000000	0,000000	-	-
49	3,20E-05	0,000000	-	-	-	-
50	4,00E-06	-	-	0,000000	-	-
51	7,10E-04	0,830073	-	-	-	-
52	4,83E-04	-	0,121126	0,072024	-	-
53	1,50E-05	-	-	-	-	0,000000
54	5,00E-05	-	-	-	-	0,000013
55	1,50E-05	0,000000	0,000000	-	-	-
56	9,91E-04	-	-	-	-	-
57	3,90E-05	-	-	-	-	-
58	2,72E-04	-	-	-	-	-
59	1,00E-05	-	-	-	0,000000	-
60	7,00E-06	-	-	-	-	0,000000
61	1,00E-05	0,000000	-	-	-	-
62	6,90E-05	0,000000	-	-	-	-
63	1,41E-04	0,000000	-	-	-	-
64	9,64E-04	-	-	-	-	-
65	2,00E-05	0,000000	-	-	-	-
66	2,08E-04	-	-	-	0,000000	-
67	2,89E-04	-	-	-	-	-
68	1,00E-06	-	0,000000	-	-	-
69	1,50E-05	-	0,000000	-	-	-
70	7,21E-04	-	-	-	-	-
71	1,29E-04	-	-	-	-	0,000001
72	7,02E-04	-	-	-	-	0,000029
73	1,30E-05	-	-	0,000000	-	-
74	1,00E-06	-	-	-	-	-
75	1,55E-04	-	-	-	-	-
76	7,08E-04	-	0,000000	-	-	-
77	5,00E-06	-	-	0,000000	-	-
78	2,60E-04	-	0,000000	-	-	-
79	1,77E-08	0,000000	-	-	-	-
80	3,29E-04	-	-	0,000019	-	-
81	8,71E-04	-	0,000094	-	-	-
82	1,72E-04	-	-	-	0,000060	-
83	7,10E-05	-	-	-	-	-
84	1,04E-04	0,000006	-	-	-	-
85	6,90E-05	0,000001	-	-	-	-

Nº fratura	Abertura (m)	Seção y₀	Seção y₄₀	Seção y₈₀	Seção y₁₂₀	Seção y₁₆₀
86	3,80E-05	-	-	0,000000	-	-
87	4,10E-05	-	-	-	-	-
88	5,30E-05	-	-	-	-	0,000021
89	2,00E-06	-	-	0,000000	0,000000	-
90	4,50E-05	0,000000	-	-	-	-
91	1,12E-04	-	-	-	-	-
92	1,20E-05	-	-	-	-	-
93	1,00E-06	-	-	-	-	-
94	8,00E-06	-	-	-	-	0,000000
95	3,00E-06	-	-	-	0,000000	-
96	2,90E-05	-	-	-	-	-
97	2,88E-04	0,000540	-	-	-	-
98	7,00E-06	0,000000	-	-	-	-
99	8,60E-05	-	-	-	0,000000	-
100	2,00E-06	-	-	-	-	0,000000
101	6,00E-05	-	-	-	-	-
102	5,84E-04	-	-	0,122867	-	-
103	1,00E-06	-	-	-	-	-
104	1,22E-04	-	-	-	-	-
105	1,74E-04	0,000000	-	-	-	-
106	8,00E-06	-	-	0,000000	-	-
107	3,63E-04	-	-	-	-	0,838679
108	1,03E-04	-	-	-	-	0,000831
109	5,30E-05	-	-	-	-	0,000005
110	6,37E-04	0,000199	-	-	-	-
111	9,21E-04	-	-	-	-	-
112	8,30E-05	-	-	-	-	-
113	2,00E-05	-	-	-	-	-
114	2,00E-06	-	-	-	-	0,000000
115	8,50E-05	0,000000	-	-	-	-
116	3,00E-06	0,000000	-	-	-	-
R_j^2 acumulado		0,830820	0,848099	0,864571	0,839277	0,840621

Fonte: elaborado pela autora.

A construção e obtenção dos resultados ocorre de forma análoga à célula anterior, com a seleção das fraturas em cada seção realizada a partir dos testes de hipótese, com nível de significância de 10%. Portanto, a Tabela 24 apresenta as fraturas estatisticamente selecionadas nas seções 2D ortogonais ao eixo y, com marcação da seleção das fraturas em suas respectivas seções.

Tabela 24 – Seleção das fraturas estatisticamente significativas nas seções 2D ortogonais a y para nível de significância de 10%.

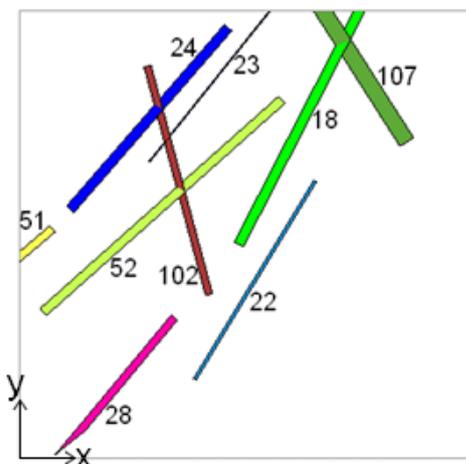
		Seção y ₀	Seção y ₄₀	Seção y ₈₀	Seção y ₁₂₀	Seção y ₁₆₀
Nº Fratura	18	-	-	-	✓	-
	22	-	-	✓	✓	-
	23	-	-	✓	-	-
	24	-	✓	✓	-	-
	28	-	✓	-	-	-
	51	✓	-	-	-	-
	52	-	✓	✓	-	-
	102	-	-	✓	-	-
	107	-	-	-	-	✓

Fonte: elaborado pela autora.

Um total de 9 fraturas foram selecionadas na análise de sensibilidade, sendo todas estas passantes do início ao fim da direção de fluxo considerada. As fraturas que foram selecionadas em mais de um corte estão presentes apenas nestes cortes, não sendo desconsideradas nos demais cortes por valor baixo de R_j^2 , e sim por ausência nestes.

Os resultados do valor de k_{eq} nas direções x, y e z são então avaliados a partir da união de todas as fraturas selecionadas nas seções 2D ortogonais a y. A Tabela 25 apresenta os valores de k_{eq} na célula original, composta por todas as 115 fraturas, e comparação com o novo valor de k_{eq} , considerando apenas as 9 fraturas selecionadas.

Tabela 25 – Valores de permeabilidade equivalente para a célula original e a célula reduzida a partir da análise de sensibilidade nas seções y da célula de 115 fraturas.



Direção	K_{eq} original (mD)	K_{eq} otimizado (mD)	Erro
x	442,48	412,84	6,70%
y	659,99	532,36	19,34%
z	638,64	361,72	43,36%

Fonte: elaborada pela autora.

A construção da análise de sensibilidade apenas nas seções ortogonais a y resultou em elevados erros. Isto fica evidente na direção de fluxo z, que é a direção que considera a passagem do fluido. Porém, por se tratar de um fluxo ocorrido a partir de uma seção de 200 m x 200 m de dimensão, e ocorrendo avaliação em apenas 5 seções, em um caso com grande quantidade de fraturas, é explicável a ocorrência de tantos erros. Principalmente porque uma parte significativa das fraturas não aparecem em nenhuma das seções. Sendo um total de 32 fraturas ausentes, isso significa que tais seções consideram apenas 70% de seu total de fraturas pertencentes à célula original. Além disso, como também identificado na célula anterior, a maioria das fraturas com maior abertura possuem grande importância nos resultados da seleção das fraturas dominantes. E, dentre as 10 maiores fraturas pertencentes a essa célula, 4 não estão presentes em nenhuma seção ortogonal a y e 4 outras não são passantes de uma ponta a outra. As 2 restantes, correspondente às fraturas 18 e 51 são selecionadas nas seções em que estão presentes, e possuem elevado valor de R_j^2 para contribuição do metamodelo linear nestas. Deste modo, é possível perceber que, no caso de célula com elevada quantidade de fraturas, as seções em y podem apresentar erros significativos.

Dando continuidade para avaliar a qualidade das análises quando aplicadas em casos 2D, faz agora a seleção considerando corte ortogonal a z e fluxo nas direções x e y, tendo os resultados dispostos na Tabela 26.

De modo a evitar extensas repetições, são mostradas somente as fraturas estatisticamente significativas, obtidas a partir da consideração de $\alpha=10\%$.

Considerando as três seções transversais, todas as fraturas estão apresentadas em ao menos uma destas. A análise de sensibilidade resultou em um conjunto total de 22 fraturas. Todas as selecionadas nas seções ortogonais a y também foram nas seções em z. Isso mostra que, apesar das seções ortogonais a y não selecionar o conjunto completo de importância, ainda assim faz seleção de fraturas importantes dentro da região analisada. A Tabela 27 apresenta os valores de k_{eq} , comparando os resultados obtidos para o caso da

célula de 115 fraturas, com os valores da célula otimizada de 22 fraturas, nas três direções de fluxo.

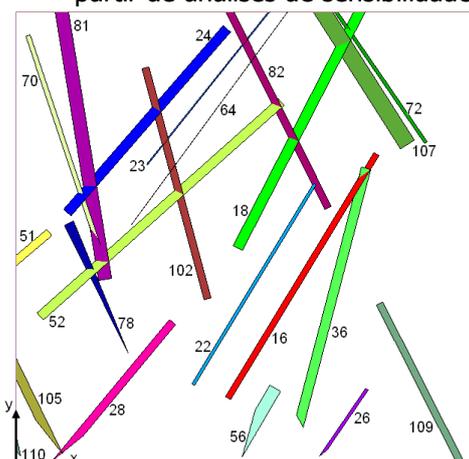
Tabela 26 - Seleção das fraturas estatisticamente significativas nas seções 2D ortogonais a z para nível de significância de 10%.

		Fluxo em X			Fluxo em Y		
		Seção Z ₀	Seção Z ₅	Seção Z ₁₀	Seção Z ₀	Seção Z ₅	Seção Z ₁₀
Nº Fratura	16	-	-	-	-	-	✓
	18	✓	✓	✓	-	-	✓
	22	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	23	✓	✓	-	-	-	-
	24	✓	✓	✓	-	-	-
	26	-	-	-	-	✓	-
	28	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	36	-	-	-	-	-	✓
	51	-	-	✓	-	-	-
	52	✓	✓	✓	-	-	-
	56	-	-	-	-	-	✓
	64	-	-	✓	-	-	-
	70	✓	✓	-	-	-	-
	72	✓	✓	-	-	-	-
	78	-	-	-	✓	-	-
	81	✓	-	✓	-	-	-
	82	-	-	✓	-	-	-
	102	✓	✓	✓	-	-	✓
	105	-	-	-	-	-	✓
	107	✓	✓	✓	-	-	-
109	-	-	-	-	✓	✓	
110	-	-	-	-	✓	-	

Fonte: elaborada pela autora.

Com o aumento da seleção de fraturas de 9 para 22, houve redução nos erros percentuais, sendo os erros de x e y inferiores a 5%. Porém, no caso da direção de fluxo em z, a seleção de fraturas ainda possui um erro maior que 10%. Considera então que, neste caso, a quantidade de seções 2D adotadas na análise de sensibilidade, pode ter sido insuficiente, o que ocasionou em erros maiores do que os recomendados.

Tabela 27 – Valores de permeabilidade equivalente para a célula original e a célula reduzida a partir de análises de sensibilidade nas seções y e z da célula de 115 fraturas.



Direção	K_{eq} original (mD)	K_{eq} otimizado (mD)	Erro
x	442,481	436,23	1,41%
y	659,987	629,96	4,55%
z	638,639	549,32	13,99%

Fonte: elaborada pela autora.

Uma alternativa, visando melhorar a resposta nas análises bidimensionais, seria o aumento do número de seções. Porém, isto pode ser oneroso e exigir maior tempo para simulação computacional. Além disso, em alguns casos isto não é suficiente. Para verificar essa afirmação, aumentou-se as quantidades de seções ortogonais a y, de modo que, ao invés de considerar uma seção a cada 40 metros, considerou distância de 20 metros, proporcionando um aumento de 5 seções nas análises. Fazer isso ocasionou apenas na seleção de 4 fraturas a mais, que não geraram redução significativa nos erros, podendo ser facilmente ignoradas. As seleções ocorridas nas novas seções são apresentadas na Tabela 28 e o resultado da permeabilidade equivalente com as demais fraturas selecionadas podem ser visualizadas na Tabela 29.

Considerando a facilidade apresentada para a construção da análise de sensibilidade e a resposta na seleção de fraturas para uma permeabilidade equivalente otimizada próxima à original, considera a ampliação dos estudos a partir da adoção dos modelos em célula tridimensional a melhor alternativa a ser analisada neste caso. Esta foi a decisão tomada para partir diretamente para o próximo tópico, sem aprofundar-se mais nas células 2D. Deste modo, não houve continuidade para buscar alternativas para reduzir os erros obtidos nos casos bidimensionais. Porém, ressalta-se que tais substituições, com análise de sensibilidade apenas no caso 3D, podem não ser viáveis em algumas implementações computacionais realizadas, ou em células que não apresentem

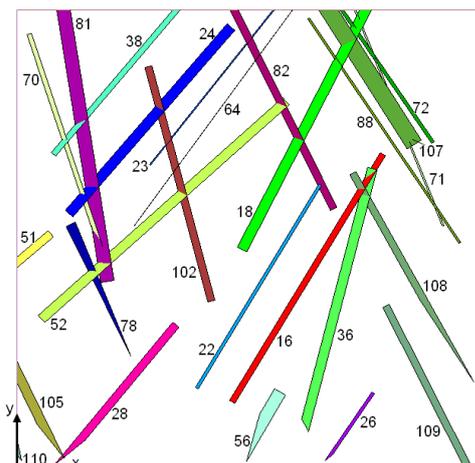
o comportamento dos casos aqui descritos. Quando isso ocorre, é necessário buscar novas alternativas para melhorar a qualidade da resposta nos casos 2D. Nesse caso adotou-se um particionamento originalmente repetido da célula de 54 fraturas, porém, pode-se recomendar maiores pesquisas, avaliando a melhor seleção de seções, de modo a garantir que todas as fraturas estejam presentes em ao menos uma seção ortogonal a y, principalmente ao considerar que estas são as únicas que avaliam as fraturas a partir da direção de fluxo em Z, que foi a direção que apresentou maiores erros nas comparações de permeabilidade equivalente. Junto a isso, deve-se considerar que, por se tratar de uma célula com elevada quantidade de fraturas, pode ocorrer a diferença no tratamento da resposta se avaliado seções ortogonais a x. No caso anterior, por ser uma célula com menor quantidade de fraturas, tais problemas não se tornaram enfáticos, sendo a resolução no caso 2D, com as seções avaliadas, satisfatórias. Entretanto, com a ampliação da quantidade de fraturas, tais problemas se tornaram mais perceptíveis, sendo necessário buscar melhores alternativas. Mas, como aqui há a possibilidade de realizar as análises de sensibilidade considerando o aumento de um nível dimensional, o que torna a verificação mais eficiente, não se ampliou esta etapa na pesquisa.

Tabela 28 - Seleção das fraturas estatisticamente significativas nas novas seções 2D ortogonais a y para nível de significância de 10%.

		Seção y₂₀	Seção y₆₀	Seção y₁₀₀	Seção y₁₄₀	Seção y₁₈₀
No Fratura	18	-	-	-	✓	-
	22	-	-	✓	-	-
	23	-	✓	✓	-	-
	24	-	✓	-	-	-
	28	-	✓	-	-	-
	38	✓	-	-	-	-
	52	✓	✓	✓	-	-
	71	-	-	-	-	✓
	88	-	-	-	-	✓
	102	-	✓	-	-	-
	108	-	-	-	-	✓
	109	-	-	-	-	✓

Fonte: elaborada pela autora.

Tabela 29 – Valores de permeabilidade equivalente para a célula original e a célula reduzida a partir de análises de sensibilidade em todas as seções y e z verificadas da célula de 115 fraturas.



Direção	K_{eq} original (mD)	K_{eq} otimizado (mD)	Erro
x	442,481	437,14	1,21%
y	659,987	630,66	4,44%
z	638,639	552,69	13,46%

Fonte: elaborada pela autora.

4.1.2.2 Abordagem via análise 3D

A análise 3D verifica a célula com todas as 115 fraturas e seleção das fraturas dominantes através das direções de fluxo x, y e z. A Tabela 30 apresenta os valores dos coeficientes de determinação das fraturas. São apresentadas apenas as fraturas cujo valor de R_j^2 não é nulo em pelo menos um dos três fluxos. A seleção estatística foi feita considerando o nível de significância de 10%.

Tabela 30 – Identificação e coeficiente de determinação R_j^2 das fraturas não nulas e seus valores acumulados: fluxo em x y e z.

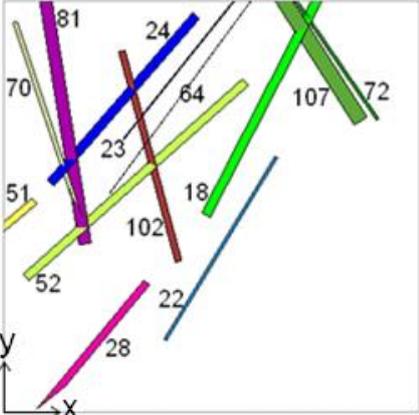
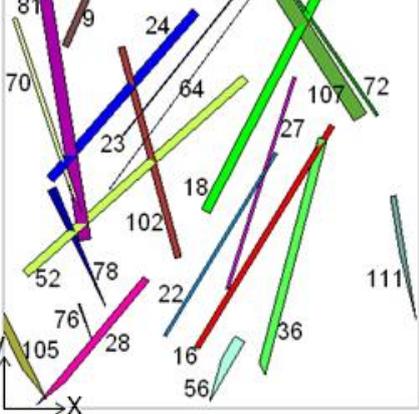
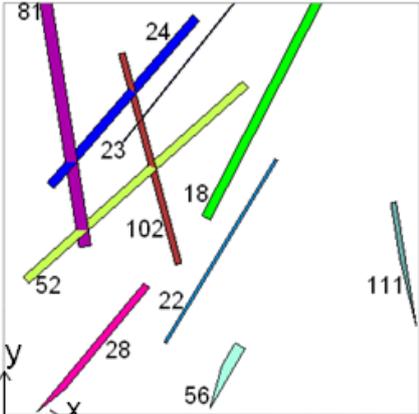
Nº fratura	Abertura (m)	Fluxo em x		Fluxo em y		Fluxo em z	
		R_j^2	Seleção $\alpha=0,10$	R_j^2	Seleção $\alpha=0,10$	R_j^2	Seleção $\alpha=0,10$
5	1,24E-04	0,000001	-	0,000019	-	0,000000	-
7	1,22E-04	0,000013	-	0,000033	-	0,000001	-
9	6,55E-04	0,000046	-	0,000381	✓	0,003356	-
16	1,59E-04	0,000077	-	0,000252	✓	0,000017	-
18	8,63E-04	0,165717	✓	0,315455	✓	0,321566	✓
22	5,59E-04	0,041379	✓	0,111531	✓	0,021786	✓
23	5,22E-04	0,010517	✓	0,004053	✓	0,010173	✓
24	6,25E-04	0,168980	✓	0,004898	✓	0,039885	✓
25	1,43E-04	0,000022	-	0,000017	-	0,000005	-
27	1,81E-04	0,000007	-	0,000414	✓	0,000027	-
28	5,62E-04	0,029270	✓	0,177799	✓	0,008849	✓
36	2,09E-04	0,000012	-	0,002838	✓	0,000064	-

Nº fratura	Abertura (m)	Fluxo em x		Fluxo em y		Fluxo em z	
		R _j ²	Seleção α=0,10	R _j ²	Seleção α=0,10	R _j ²	Seleção α=0,10
37	1,20E-04	0,000002	-	0,000002	-	0,000001	-
38	2,54E-04	0,001143	-	0,000047	-	0,000141	-
39	2,92E-04	0,000017	-	0,000199	-	0,000080	-
40	7,50E-05	0,000003	-	0,000000	-	0,000000	-
41	9,30E-05	0,000035	-	0,000001	-	0,000001	-
43	6,65E-04	0,000100	-	0,000002	-	0,000000	-
47	1,68E-04	0,000213	-	0,000039	-	0,000026	-
51	7,10E-04	0,006067	✓	0,000013	-	0,002798	-
52	4,83E-04	0,327879	✓	0,015274	✓	0,014846	✓
56	9,91E-04	0,000130	-	0,004501	✓	0,015498	✓
58	2,72E-04	0,000008	-	0,000013	-	0,000000	-
64	9,64E-04	0,001542	✓	0,000287	✓	0,000000	-
66	2,08E-04	0,000018	-	0,000022	-	0,000000	-
67	2,89E-04	0,000001	-	0,000021	-	0,000000	-
70	7,21E-04	0,011567	✓	0,006703	✓	0,000358	-
71	1,29E-04	0,000010	-	0,000009	-	0,000000	-
72	7,02E-04	0,149538	✓	0,008480	✓	0,000079	-
75	1,55E-04	0,000003	-	0,000001	-	0,000000	-
76	7,08E-04	0,000023	-	0,000495	✓	0,000000	-
78	2,60E-04	0,000084	-	0,000965	✓	0,000002	-
80	3,29E-04	0,000005	-	0,000053	-	0,000025	-
81	8,71E-04	0,002308	✓	0,260885	✓	0,324517	✓
82	1,72E-04	0,000540	-	0,000146	-	0,000016	-
83	7,10E-05	0,000001	-	0,000008	-	0,000000	-
84	1,04E-04	0,000008	-	0,000000	-	0,000000	-
88	5,30E-05	0,000002	-	0,000000	-	0,000000	-
91	1,12E-04	0,000001	-	0,000008	-	0,000000	-
97	2,88E-04	0,000222	-	0,000137	-	0,000087	-
99	8,60E-05	0,000001	-	0,000000	-	0,000000	-
101	6,00E-05	0,000000	-	0,000002	-	0,000000	-
102	5,84E-04	0,017302	✓	0,066235	✓	0,027500	✓
104	1,22E-04	0,000001	-	0,000000	-	0,000000	-
105	1,74E-04	0,000048	-	0,000289	✓	0,000002	-
107	3,63E-04	0,016704	✓	0,001990	✓	0,000529	-
108	1,03E-04	0,000014	-	0,000012	-	0,000000	-
110	6,37E-04	0,000021	-	0,000028	-	0,000021	-
111	9,21E-04	0,000834	-	0,005326	✓	0,045104	✓
R_j² acumulado		0,952436	0,948770	0,989883	0,989051	0,837360	0,829724

Fonte: elaborada pela autora.

Segundo os testes estatísticos, para os fluxos em x, y e z, foram selecionadas 13, 21 e 10 fraturas, respectivamente. As células otimizadas e o valor da permeabilidade equivalente, considerando a célula original e a célula apenas com as fraturas dominantes, estão apresentados na Tabela 31.

Tabela 31 – Célula com as fraturas dominantes e valores de k_{eq} para a célula original de 115 fraturas e a célula otimizada, considerando a seleção nas direções de fluxo em x, y e z, respectivamente.

Seleção das fraturas na direção x							
	<table border="1"> <tr> <td>K_{eq} original</td> <td>442,48 mD</td> </tr> <tr> <td>K_{eq} otimizado</td> <td>434,58 mD</td> </tr> <tr> <td>Erro</td> <td>1,82%</td> </tr> </table>	K_{eq} original	442,48 mD	K_{eq} otimizado	434,58 mD	Erro	1,82%
K_{eq} original	442,48 mD						
K_{eq} otimizado	434,58 mD						
Erro	1,82%						
Seleção das fraturas na direção y							
	<table border="1"> <tr> <td>K_{eq} original</td> <td>659,99 mD</td> </tr> <tr> <td>K_{eq} otimizado</td> <td>651,42 mD</td> </tr> <tr> <td>Erro</td> <td>1,31%</td> </tr> </table>	K_{eq} original	659,99 mD	K_{eq} otimizado	651,42 mD	Erro	1,31%
K_{eq} original	659,99 mD						
K_{eq} otimizado	651,42 mD						
Erro	1,31%						
Seleção das fraturas na direção z							
	<table border="1"> <tr> <td>K_{eq} original</td> <td>638,64 mD</td> </tr> <tr> <td>K_{eq} otimizado</td> <td>579,69 mD</td> </tr> <tr> <td>Erro</td> <td>9,23%</td> </tr> </table>	K_{eq} original	638,64 mD	K_{eq} otimizado	579,69 mD	Erro	9,23%
K_{eq} original	638,64 mD						
K_{eq} otimizado	579,69 mD						
Erro	9,23%						

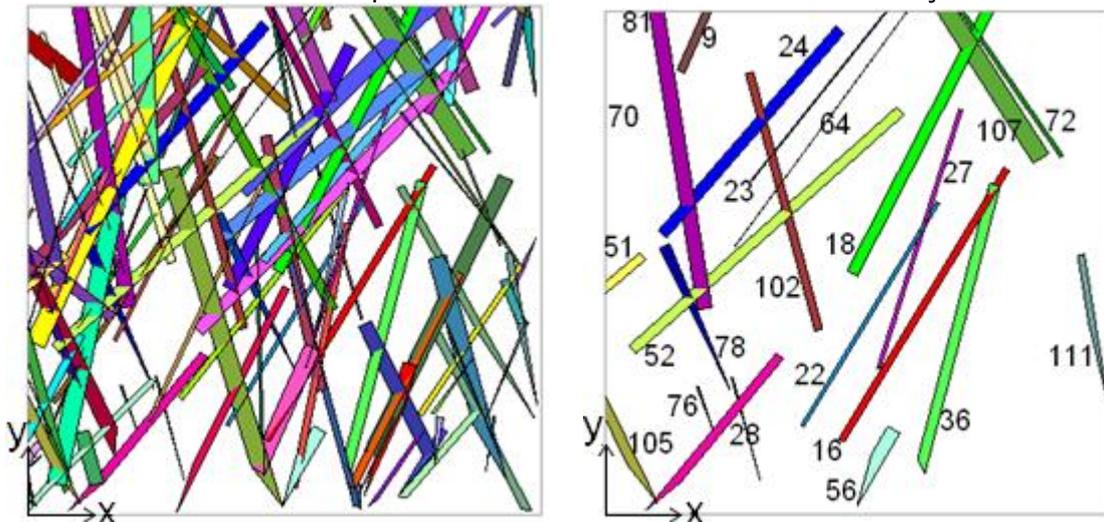
Fonte: elaborada pela autora.

Em comparação aos resultados no caso 2D, os fluxos em y e z apresentaram menor erro, diferente de x . Isso é esperado, visto que, mesmo quando as fraturas podem apresentar pouca importância dentro do valor de k_{eq} , estas ainda têm certa influência dentro da resposta. Principalmente considerando que a seleção em 3D considera 8 fraturas a menos que a seleção 2D na direção x , cuja simulação foi avaliada a partir do conjunto de todas as seções e fluxos verificados. O fluxo em z , em compensação, mesmo tendo uma melhoria em seus valores, ainda permanece na faixa de 10%.

A célula otimizada final é composta pela união das fraturas selecionadas nas três direções de fluxo. A Tabela 32 apresenta o comparativo de k_{eq} , considerando a nova célula otimizada, a partir do conjunto total de 22 fraturas selecionadas.

Considerando a união das fraturas selecionadas estatisticamente, selecionando apenas 20% do total das fraturas, um erro médio de 1% foi obtido nas três direções. Deste modo, comprova-se a eficácia destas análises em células regulares, mesmo com elevada quantidade de fraturas existentes. Quando comparado ao caso 2D, apesar de mesmo apresentar também uma seleção de 22 fraturas, há 4 fraturas diferentes selecionadas de um caso para o outro. Na seleção em 2D, as 4 fraturas que não pertencem à seleção 3D possuem, em sua maioria, um baixo valor de R_j^2 . Além disso, nos resultados em 3D, mostrados na Tabela 30, 3 dessas fraturas estão com valores diferentes de zero, mas não são selecionadas nos testes de hipótese. Quando avaliado o problema em situação inversa, ou seja, verificação das 4 fraturas selecionadas no caso 3D, mas não no 2D, é possível notar que parte dessas fraturas são de pequena dimensão, ou ficando próximo às bordas da célula. Quando avaliado apenas dentro da seção as chances de estes apresentarem pouca participação é justificada, principalmente quando dentro das análises 3D seus valores de R_j^2 são baixos, mas ainda estatisticamente importantes para o valor de k_{eq} .

Tabela 32 – Valores de permeabilidade equivalente para a célula original de 115 fraturas e a célula otimizada a partir de análises de sensibilidade nas três direções.



Direção	K_{eq} original (mD)	K_{eq} otimizado (mD)	Erro
x	442,48	438,46	0,91%
y	659,99	652,30	1,16%
z	638,64	622,50	2,52%

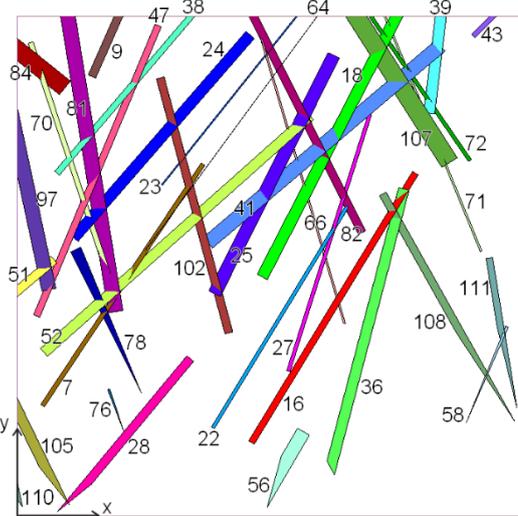
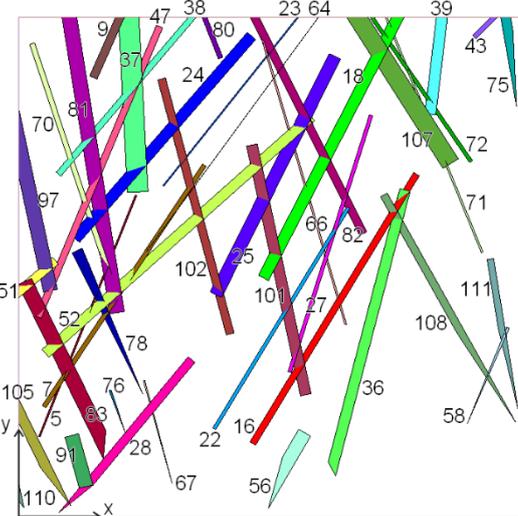
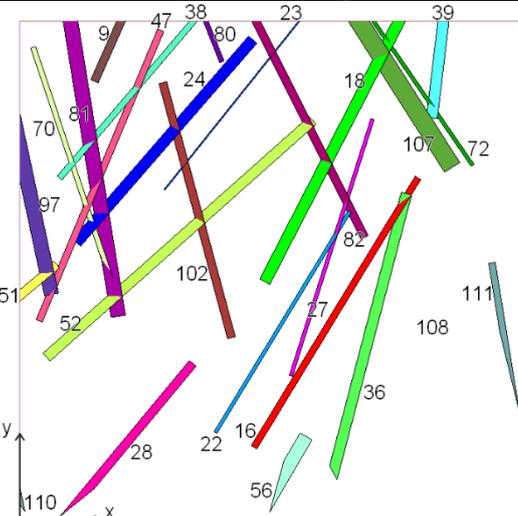
Fonte: elaborada pela autora.

Dentre as 30 fraturas de maior abertura na célula original, 21 das selecionadas estão entre elas, comprovando que a abertura das fraturas, de fato, possui grande importância na contribuição do transporte do fluido.

A análise considerando fator $\kappa = 2$ também foi aqui realizada, de modo a verificar a melhoria na resposta a partir da adoção de estudos considerando variação simultânea de duas em duas fraturas.

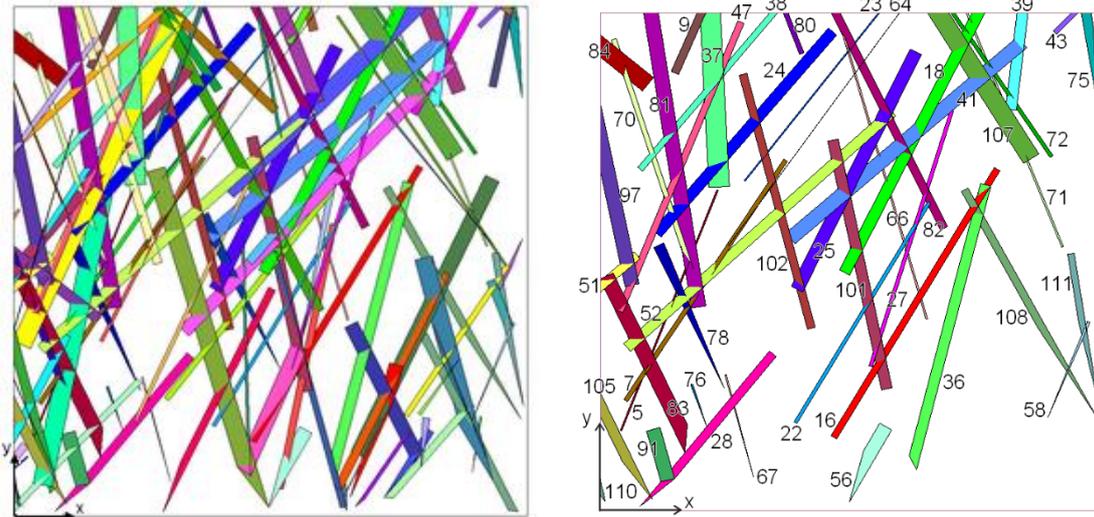
Para este caso, adiciona-se apenas os resultados visuais das células otimizadas nas três direções de fluxo, com os valores de k_{eq} original e otimizado e seu erro comparativo (Tabela 33). Os resultados obtidos a partir do conjunto união nas três direções são apresentados na Tabela 34.

Tabela 33 – Célula com as fraturas dominantes e valores de K_{eq} para a célula original de 115 fraturas e a célula otimizada, considerando a seleção nas direções de fluxo em x, y e z, respectivamente, no planejamento de experimentos $\kappa = 2$.

Seleção das fraturas na direção x							
	<table border="1"> <tr> <td>K_{eq} original</td> <td>442,48 mD</td> </tr> <tr> <td>K_{eq} otimizado</td> <td>441,17 mD</td> </tr> <tr> <td>Erro</td> <td>0,30%</td> </tr> </table>	K_{eq} original	442,48 mD	K_{eq} otimizado	441,17 mD	Erro	0,30%
K_{eq} original	442,48 mD						
K_{eq} otimizado	441,17 mD						
Erro	0,30%						
Seleção das fraturas na direção y							
	<table border="1"> <tr> <td>K_{eq} original</td> <td>659,99 mD</td> </tr> <tr> <td>K_{eq} otimizado</td> <td>657,17 mD</td> </tr> <tr> <td>Erro</td> <td>0,43%</td> </tr> </table>	K_{eq} original	659,99 mD	K_{eq} otimizado	657,17 mD	Erro	0,43%
K_{eq} original	659,99 mD						
K_{eq} otimizado	657,17 mD						
Erro	0,43%						
Seleção das fraturas na direção z							
	<table border="1"> <tr> <td>K_{eq} original</td> <td>638,64 mD</td> </tr> <tr> <td>K_{eq} otimizado</td> <td>626,18 mD</td> </tr> <tr> <td>Erro</td> <td>1,95%</td> </tr> </table>	K_{eq} original	638,64 mD	K_{eq} otimizado	626,18 mD	Erro	1,95%
K_{eq} original	638,64 mD						
K_{eq} otimizado	626,18 mD						
Erro	1,95%						

Fonte: elaborado pela autora.

Tabela 34 – Valores de permeabilidade equivalente para a célula original de 115 fraturas e a célula otimizada a partir de análises de sensibilidade nas três direções para $\kappa = 2$.



Direção	K_{eq} original (mD)	K_{eq} otimizado (mD)	Erro
x	442,48	441,41	0,24%
y	659,99	657,24	0,42%
z	638,64	629,94	1,36%

Fonte: elaborado pela autora.

Para o estudo dos diferentes planejamentos de experimentos, aplicados na célula tridimensional de 115 fraturas, o aumento do planejamento e, por consequência, da seleção de fraturas, ocasionou na redução do erro. Porém, no caso de $\kappa = 1$, a seleção de 22 fraturas já proporcionava permeabilidade equivalente a 98% do valor original, nas três direções de fluxo. $\kappa = 2$ diminuiu o erro para a faixa de 99%, mas a custo de dobrar o número de fraturas selecionadas. O tempo computacional deste caso que, considerando cada direção de fluxo, resultou em 230 simulações executadas em 4 minutos no planejamento $\kappa = 1$, contra 26221 simulações obtidas em mais de 6 horas no planejamento $\kappa = 2$. Deste modo, assim como ocorreu na célula anteriormente analisada, estipula-se que a adoção de planejamento com $\kappa = 1$ muitas vezes pode ser suficiente, apresentando a resposta desejada, sem a necessidade de aumentar a quantidade de simulações.

A partir da consideração de que o planejamento $\kappa = 1$ apresenta uma boa seleção, constrói-se o metamodelo quadrático, para as três direções de fluxo, seguindo os mesmos princípios da célula de 54 fraturas, cujo comportamento da superfície de resposta equivale ao apresentado na Equação (36). As fraturas dominantes e seus valores de abertura estão mostrados na

Tabela 35. Em seguida, apresentam-se os coeficientes estimadores obtidos para as três direções de fluxo (Tabela 36) e os resultados obtidos a partir dos metamodelos e seus erros em comparação aos valores obtidos no simulador, quando considerado apenas as fraturas selecionadas na análise de sensibilidade (Tabela 37). Assim como ocorreu na célula anterior, os resultados obtidos pelo metamodelo quadrático se mostram inicialmente bastante satisfatórios, podendo ser ampliado à verificação da qualidade da resposta na variação dos valores de abertura, de modo a permitir o desenvolvimento da quantificação de incertezas.

Tabela 35 – Fraturas consideradas no metamodelo quadrático e valores de abertura originais destas, para a célula de 115 fraturas, compostas de 22 fraturas dominantes.

i	Nº fratura	ω_i (m)	i	Nº fratura	ω_i (m)
1	9	6,55E-04	12	56	9,91E-04
2	16	1,59E-04	13	64	9,64E-04
3	18	8,63E-04	14	70	7,21E-04
4	22	5,59E-04	15	72	7,02E-04
5	23	5,22E-04	16	76	7,08E-04
6	24	6,25E-04	17	78	2,60E-04
7	27	1,81E-04	18	81	8,71E-04
8	28	5,62E-04	19	102	5,84E-04
9	36	2,09E-04	20	105	1,74E-04
10	51	7,10E-04	21	107	3,63E-04
11	52	4,83E-04	22	111	9,21E-04

Fonte: elaborado pela autora.

Tabela 36 - Coeficientes estimadores do metamodelo quadrático na célula de 115 fraturas, para as direções x, y e z.

i	Direção x		Direção y		Direção z	
	α	$\hat{\eta}_i$	α	$\hat{\eta}_i$	α	$\hat{\eta}_i$
1	1,45E+03	-5,92E+05	4,89E+03	1,28E+05	-5,65E+04	9,69E+07
2	-2,65E+03	1,92E+07	-1,29E+04	9,16E+07	-1,76E+04	1,21E+08
3	6,08E+04	-1,83E+07	1,04E+05	3,24E+06	-3,69E+05	5,06E+08
4	1,28E+04	8,94E+06	4,68E+04	4,49E+07	-1,74E+05	3,45E+08
5	7,33E+03	4,62E+06	-7,40E+03	2,71E+07	-1,28E+05	2,72E+08
6	2,89E+04	9,97E+06	7,64E+03	8,17E+06	-1,99E+05	3,63E+08
7	-4,66E+02	3,88E+06	-1,42E+04	9,03E+07	-2,00E+04	1,20E+08
8	2,07E+04	-1,50E+06	5,50E+04	6,00E+07	-1,09E+05	2,17E+08
9	-3,86E+02	3,44E+06	-3,09E+04	1,73E+08	-2,63E+04	1,38E+08
10	1,51E+04	-6,08E+06	2,88E+03	-1,39E+06	-4,66E+04	7,43E+07
11	-1,62E+04	9,37E+07	3,07E+04	1,24E+07	-1,69E+05	3,87E+08
12	2,49E+03	-8,92E+05	2,68E+04	-7,97E+06	-6,31E+04	7,86E+07

	Direção x		Direção y		Direção z	
13	-6,22E+02	1,65E+06	-2,16E+03	2,66E+06	6,59E+02	-2,09E+05
14	5,12E+02	6,27E+06	4,05E+03	1,03E+07	1,38E+04	3,78E+06
15	3,06E+04	2,53E+06	1,39E+04	6,36E+06	5,16E+03	2,59E+06
16	4,32E+02	4,75E+03	5,15E+03	-2,29E+04	1,18E+02	-2,82E+04
17	-1,08E+03	6,37E+06	-9,04E+03	5,45E+07	4,14E+02	7,75E+06
18	6,42E+03	-1,72E+06	9,51E+04	1,83E+06	-3,62E+05	4,97E+08
19	7,10E+03	5,72E+06	4,06E+04	2,71E+07	-1,85E+05	3,53E+08
20	-1,77E+03	1,28E+07	-9,17E+03	7,22E+07	-3,86E+03	2,95E+07
21	3,00E+02	3,05E+07	-6,19E+03	3,80E+07	-3,77E+04	1,23E+08
22	2,46E+03	-2,88E+05	4,09E+04	-1,52E+07	-1,21E+05	1,59E+08

Fonte: elaborado pela autora.

Tabela 37 – Valores de permeabilidade equivalente obtidos no simulador e a partir do metamodelo quadrático, considerando apenas as fraturas dominantes da célula originalmente de 115 fraturas, e os erros obtidos na comparação entre estes.

Direção	Permeabilidade equivalente otimizada (mD)		
	Simulador	Metamodelo	Erro
x	438,46	438,46	0,00%
y	652,30	652,30	0,00%
z	622,50	622,50	0,00%

Fonte: elaborado pela autora.

4.2 Fluxo em meio poroso: célula irregular

Diferente das aplicações anteriores, este tópico refere-se à avaliação, considerando a aplicação da técnica apenas no caso tridimensional, de uma célula de dimensões não constantes, variando seu comprimento, largura e altura por toda sua extensão, cujo sistema de referência para imposição de fluxo não corresponde aos das direções x, y e z. Deste modo, os valores de permeabilidade equivalente da rocha matriz não são mais os apresentados no tópico anterior. Os valores de permeabilidade equivalente da rocha matriz tendem a ser exclusivamente de uma única célula, devido à sua irregularidade geométrica e, outras células de rocha-reservatório de posição e dimensão irregular tendem a ter valores diferentes deste, sempre sendo necessária a avaliação de caso a caso.

Inclusive, faz-se uma ressalva em relação aos valores de k_{eq} aqui considerados. O cálculo da vazão e da permeabilidade equivalente nas células, em geral, são realizadas a partir da consideração de um domínio regular, com

dimensões constantes, inclusive a distância de uma face à outra da mesma. Porém, nas células irregulares, área, distância e direção não apresentam valores constantes. De modo a tornar viável o cálculo da variável resposta dentro desses casos, os cálculos são realizados a partir de valores médios de distância e área, adotando-se uma direção genérica pré-estabelecida, que não corresponde aos sistemas de eixo x, y e z.

A realização dessa aproximação pode resolver os cálculos e comportamentos obtidos tanto na célula com ou sem a presença de fraturas, sendo possível notar que, com o acréscimo das fraturas, há um ganho no valor de k_{eq} . Deste modo, quando realizados os cálculos, com os erros embutidos devido à utilização de valores médios, dentro da célula intacta, ao se incluir a rede de fraturas para verificar o novo comportamento, tal erro permanece nos valores finais obtidos. Os valores resultam em k_{eq} maior, pois a influência da rede de fraturas enriquece a passagem de fluxo no meio poroso. Portanto, exige-se atenção com relação aos valores associados às permeabilidades equivalentes nas células irregulares, sendo necessários estudos mais profundos para se verificar com acurácia a magnitude da influência das irregularidades geométricas sobre a Eq. (35).

Entretanto, neste trabalho, o objetivo específico da verificação na célula ocorre para seleção das fraturas mais influentes dentro do meio poroso. Apesar dos valores serem aproximados, foi comprovado, após realização de diferentes tentativas, que os erros associados à geometria da célula, permanecerão embutidos nas análises, independente da alteração de quantidade ou não de fraturas. Assim, quando calculado os valores de permeabilidade equivalente para as diferentes variações nos valores de abertura, embora eles sejam aproximados devido às limitações da Eq. (35), os valores calculados incorporam a mesma aproximação em absolutamente todas as permeabilidades obtidas. Portanto, os valores de k_{eq} que serão apresentados para comparação da célula com todas as fraturas e aquela com as fraturas dominantes mantêm-se coerentes e adequados dentro do contexto desse trabalho. Por isso, considera que a realização de análise de sensibilidade dentro destes casos mostra a

seleção de forma adequada, sendo uma prática viável e com real utilidade na otimização de células de reservatório irregular.

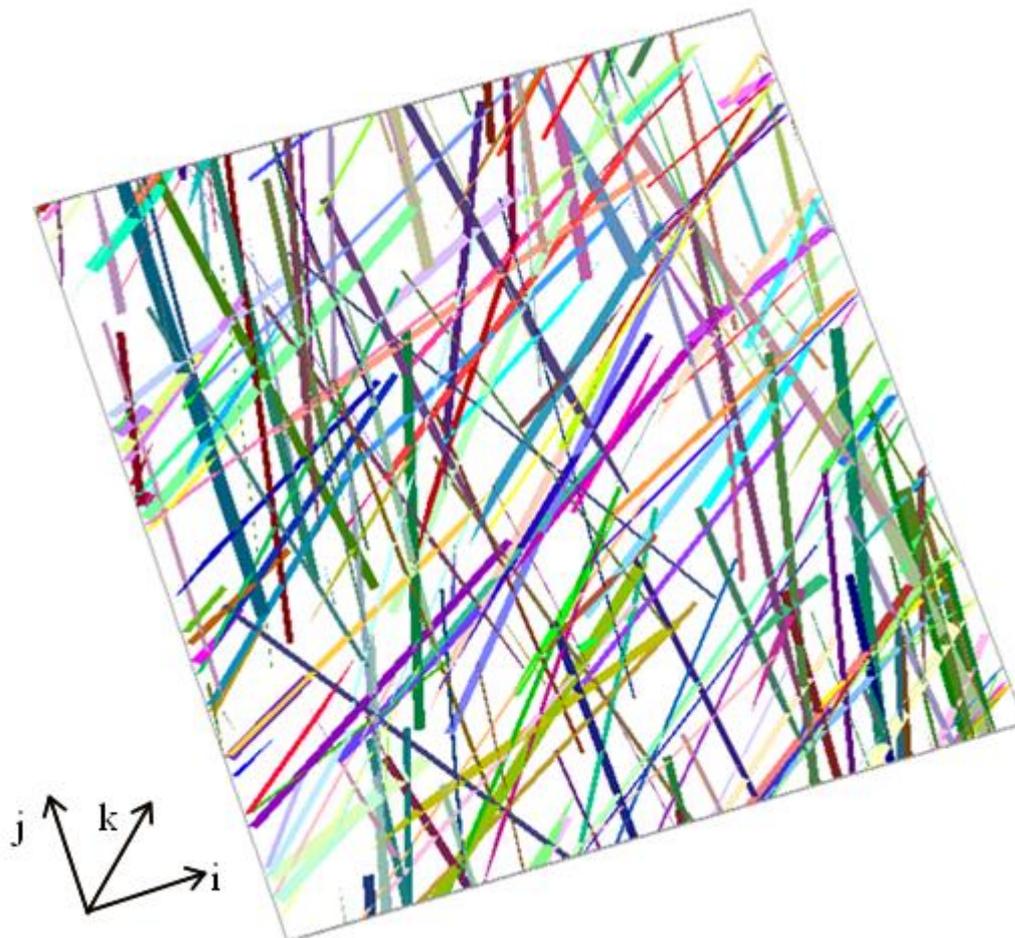
4.2.1 Célula com 283 fraturas

O caso aqui estudado refere-se a uma célula de reservatório composta de 283 fraturas, cujos caminhos de fluxo, indicado pelas direções *i*, *j* e *k*, não correspondem aos eixos *x*, *y* e *z*. Deste modo, seguindo a direção definida da célula, o valor da permeabilidade equivalente aproximado da rocha matriz, obtido no programa de pré-processamento, corresponde a $2,203 \times 10^{-14} \text{m}^2$ (22,03 mD) na direção *i*, $1,072 \times 10^{-13} \text{m}^2$ (107,20 mD) em *j* e $2,883 \times 10^{-14} \text{m}^2$ (28,83 mD) na direção *k*. Suas dimensões são definidas a partir de um valor médio, estabelecido a partir da média dos valores obtidos de todas as medidas de altura, largura e comprimento da célula. Considerando a direção *i* como direção de referência, têm-se como largura média 202,09 m, comprimento médio de 207,17 m e altura de 5,53 m.

A Figura 16 apresenta a célula de 283 fraturas, com apresentação dos planos que definem o caminho do fluxo, *i*, *j* e *k*. Devido ao elevado número de fraturas, não será apresentado a numeração e identificação destas dentro da imagem. A identificação ocorrerá apenas para as fraturas dominantes, obtidas a partir da análise de sensibilidade realizada em cada uma das direções de fluxo, para planejamento $\kappa = 1$. No caso do planejamento $\kappa = 2$, ele será aqui realizado de forma análoga ao ocorrido nos exemplos anteriores.

A construção do planejamento de experimentos e as fraturas selecionadas dentro das 283 fraturas pertencentes à célula, considerando um planejamento $\kappa = 1$ e nível de significância de 10%, são apresentadas na Tabela 38. Inseriu-se os resultados de R_j^2 e o valor de abertura apenas das fraturas selecionadas em pelo menos uma direção.

Figura 16 - Célula irregular de 283 fraturas, no plano XY.



Fonte: elaborado pela autora.

Tabela 38 – Identificação e coeficiente de determinação R_j^2 das fraturas selecionadas e seus valores acumulados: fluxo em i, j e k.

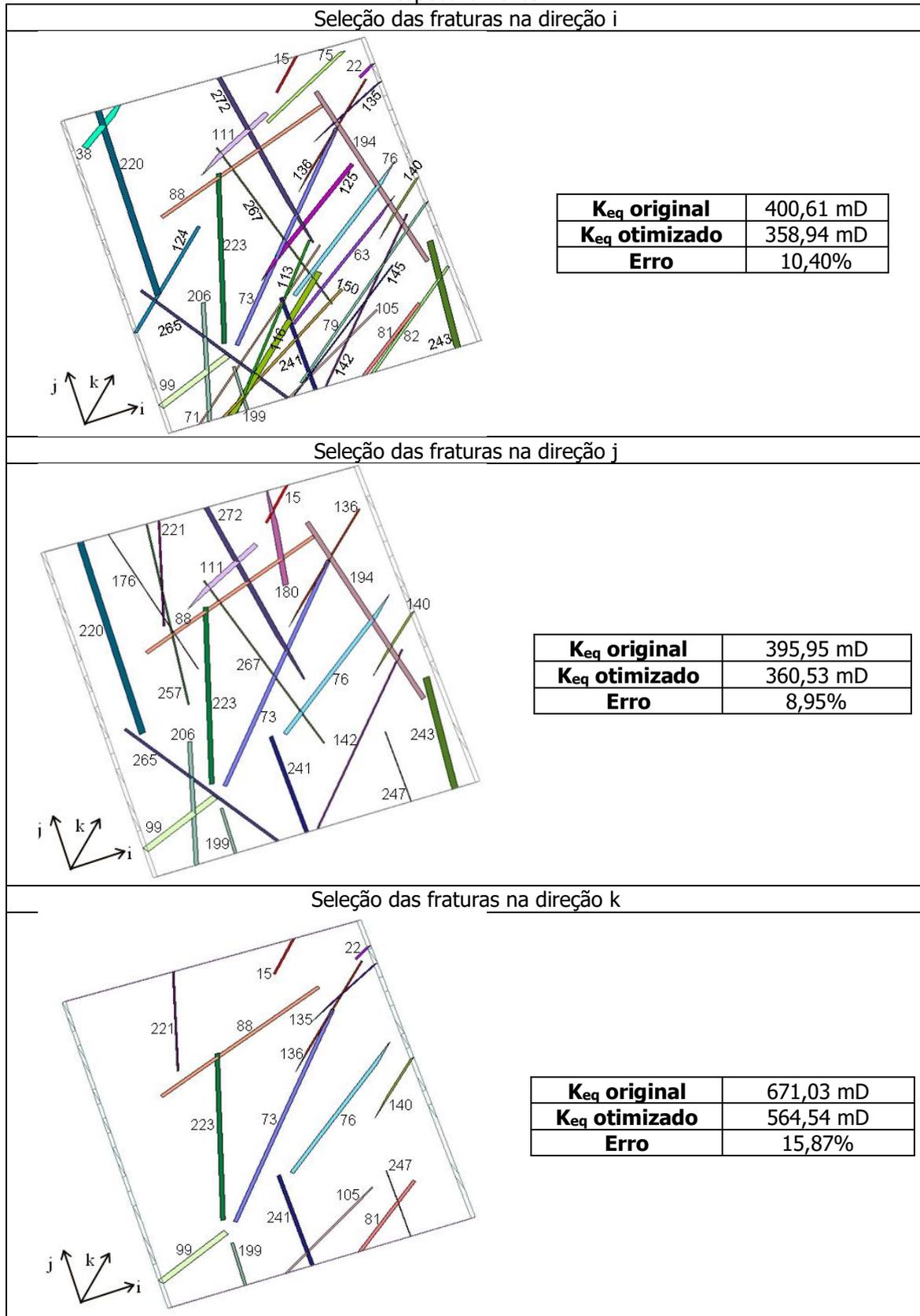
Fratura	Abertura (m)	Fluxo em i		Fluxo em j		Fluxo em k	
		R_j^2	Seleção de $\alpha=10\%$	R_j^2	Seleção de $\alpha=10\%$	R_j^2	Seleção de $\alpha=10\%$
15	8,29E-04	0,000884	✓	0,011602	✓	0,043709	✓
22	6,35E-04	0,001585	✓	0,000069	-	0,001772	✓
38	2,92E-04	0,001386	✓	0,000392	-	0,000078	-
63	1,32E-04	0,000548	✓	0,000029	-	0,000009	-
71	1,87E-04	0,001696	✓	0,000231	-	0,000158	-
73	3,78E-04	0,112273	✓	0,053522	✓	0,010458	✓
75	2,49E-04	0,002260	✓	0,000196	-	0,000193	-
76	4,47E-04	0,087048	✓	0,008972	✓	0,011583	✓
79	2,10E-04	0,002427	✓	0,000141	-	0,000326	-
81	6,72E-04	0,018298	✓	0,000352	-	0,050760	✓
82	3,10E-04	0,003931	✓	0,000132	-	0,001096	-
88	3,76E-04	0,088242	✓	0,002342	✓	0,008136	✓
99	8,77E-04	0,367681	✓	0,001346	✓	0,157299	✓
105	5,69E-04	0,087360	✓	0,000458	-	0,041135	✓

Fratura	Abertura (m)	Fluxo em i		Fluxo em j		Fluxo em k	
		R _j ²	Seleção de α=10%	R _j ²	Seleção de α=10%	R _j ²	Seleção de α=10%
111	3,35E-04	0,012948	✓	0,002222	✓	0,000460	-
113	2,03E-04	0,001565	✓	0,000472	-	0,000181	-
116	2,41E-04	0,007615	✓	0,000488	-	0,000268	-
124	1,67E-04	0,000999	✓	0,000355	-	0,000025	-
125	1,72E-04	0,000798	✓	0,000056	-	0,000030	-
135	4,61E-04	0,016736	✓	0,000238	-	0,004025	✓
136	4,47E-04	0,025441	✓	0,011116	✓	0,008711	✓
140	8,30E-04	0,014800	✓	0,001004	✓	0,065822	✓
142	2,64E-04	0,005694	✓	0,001164	✓	0,000975	-
145	2,38E-04	0,001930	✓	0,000149	-	0,000380	-
150	1,50E-04	0,000573	✓	0,000008	-	0,000026	-
176	2,84E-04	0,000462	-	0,014957	✓	0,000186	-
180	3,13E-04	0,000409	-	0,017463	✓	0,000225	-
194	2,60E-04	0,001578	✓	0,034845	✓	0,000572	-
199	8,09E-04	0,000594	✓	0,024116	✓	0,032662	✓
206	2,50E-04	0,000591	✓	0,002468	✓	0,000178	-
220	1,99E-04	0,005316	✓	0,011201	✓	0,000083	-
221	3,97E-04	0,000397	-	0,037647	✓	0,003082	✓
223	5,34E-04	0,048090	✓	0,489448	✓	0,032616	✓
241	5,92E-04	0,001011	✓	0,055186	✓	0,020551	✓
243	3,91E-04	0,000998	✓	0,005013	✓	0,001548	-
247	9,77E-04	0,000098	-	0,010387	✓	0,330347	✓
257	3,80E-04	0,000039	-	0,097319	✓	0,000801	-
265	3,05E-04	0,016553	✓	0,007203	✓	0,000150	-
267	2,57E-04	0,001497	✓	0,016570	✓	0,000715	-
272	1,82E-04	0,003555	✓	0,005841	✓	0,000046	-
R ² acumulado		0,945905	0,944501	0,926719	0,922955	0,831377	0,822669

Fonte: elaborado pela autora.

A partir da realização da análise de sensibilidade, selecionou-se nas direções i, j e k, 35, 24 e 16 fraturas, respectivamente, resultando em um total de 40 fraturas selecionadas ao todo. A Tabela 39 apresenta os resultados obtidos para a seleção de cada uma das direções de fluxo e seus respectivos valores de permeabilidade equivalente.

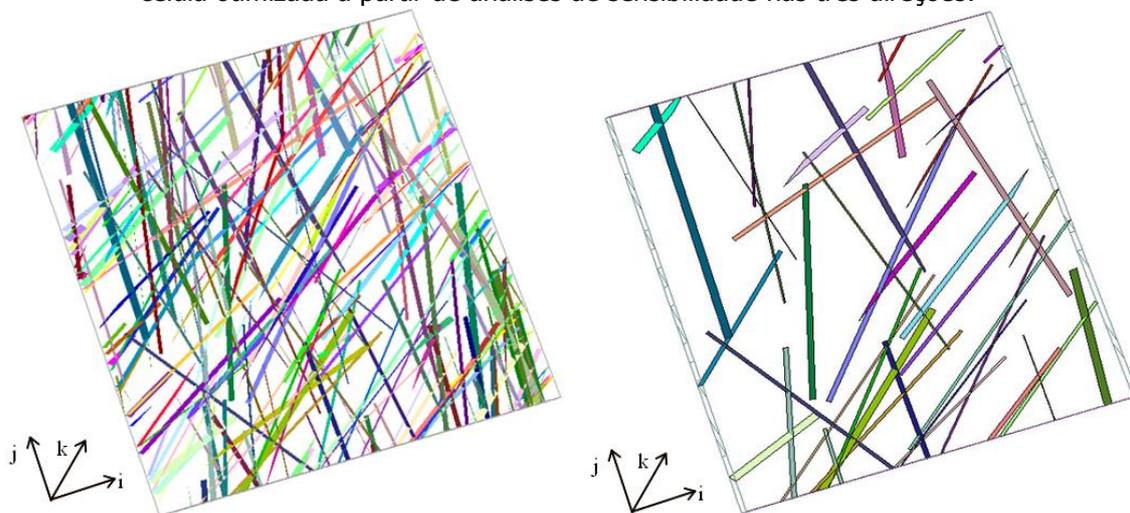
Tabela 39 – Célula com as fraturas dominantes e valores de K_{eq} para a célula original de 283 fraturas e a célula otimizada, considerando a seleção nas direções de fluxo em i, j e k, respectivamente.



Fonte: elaborado pela autora.

Diferente do que ocorreu nas duas células anteriores, a verificação dos resultados obtidos a partir da análise de sensibilidade individual, sem considerar os valores a partir do conjunto união, resultou em erros próximos ou superiores a 10%. Por se tratar de uma célula cuja quantidade de fraturas é mais que o dobro dos casos anteriores, uma maior dificuldade na seleção a partir apenas da consideração de uma única direção de fluxo era esperado, sendo necessária a verificação dos resultados a partir do conjunto união, de modo a aumentar a quantidade de fraturas selecionadas para cada um dos fluxos e melhorar a qualidade da resposta. Os resultados obtidos da permeabilidade equivalente nas três direções, considerando o conjunto de 40 fraturas, assim como a apresentação da própria célula otimizada em si, comparando-a com a célula original, é apresentado na Tabela 40.

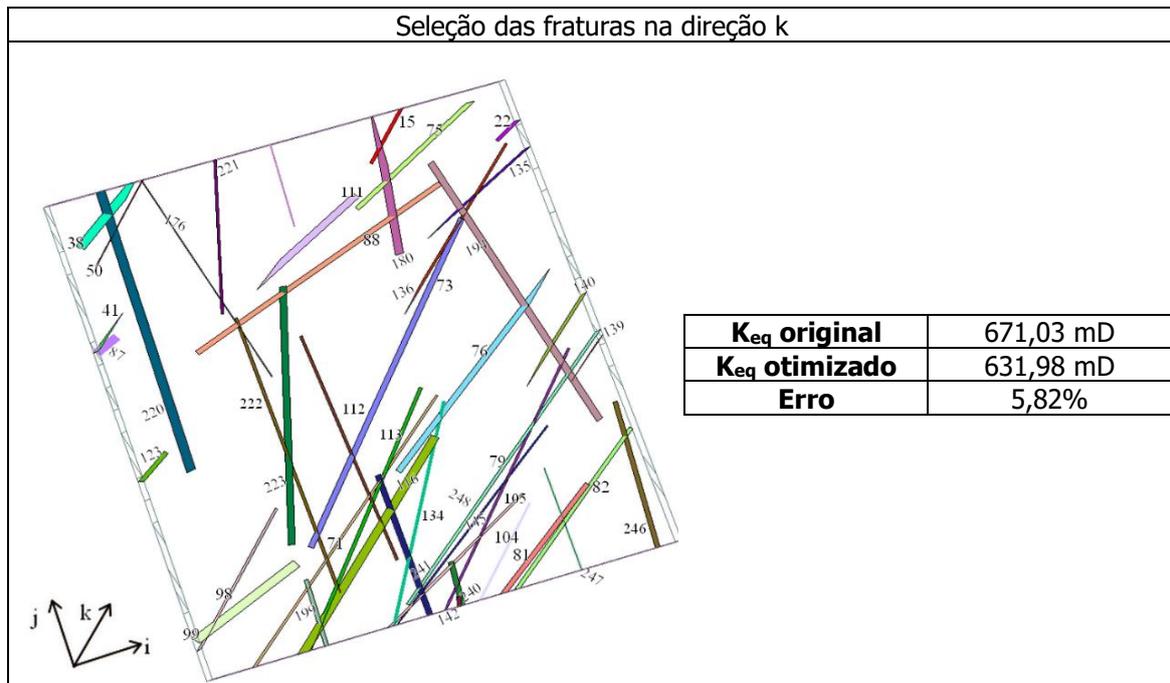
Tabela 40 – Valores de permeabilidade equivalente para a célula original de 283 fraturas e a célula otimizada a partir de análises de sensibilidade nas três direções.



Direção	K_{eq} original (mD)	K_{eq} otimizado (mD)	Erro
i	400,61	378,45	5,53%
J	395,95	375,84	5,08%
k	671,03	639,49	4,78%

Fonte: elaborado pela autora

Considerando se tratar de uma célula composta de 283 fraturas e que a seleção reduziu em 85% o total de fraturas, considera a ocorrência de erros na faixa de 5% como satisfatórios, principalmente ao considerar que se trata de uma célula irregular. Porém, de modo a ampliar a qualidade da resposta e verificar a melhoria na análise de sensibilidade, faz-se a seleção das fraturas dominantes a partir de um planejamento que varia duas fraturas



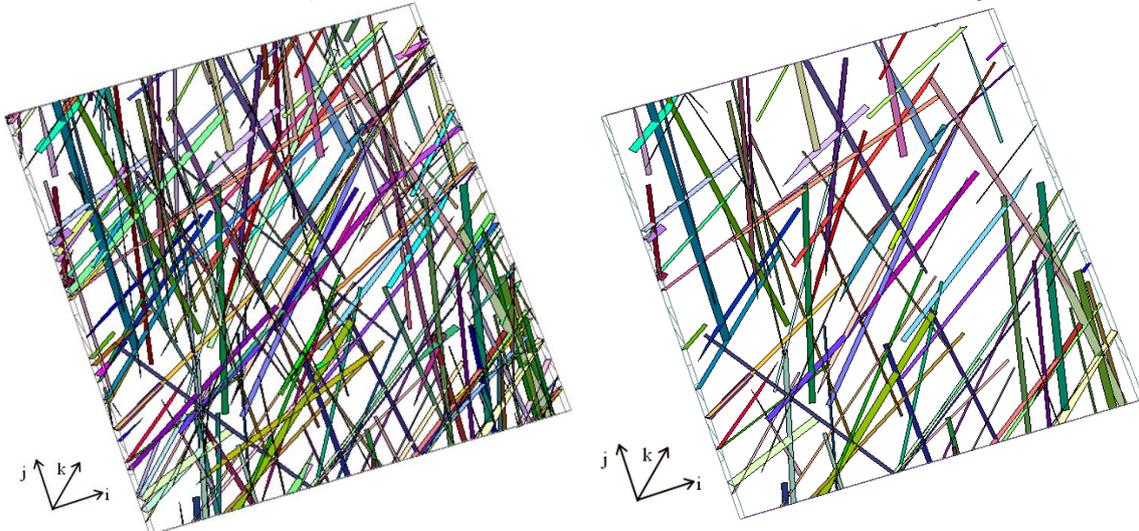
Fonte: elaborada pela autora.

Os erros obtidos para os três casos analisados agora se apresentam satisfatórios, mesmo sem a consideração do conjunto união. As direções i e j, principalmente, com seleção de 35%, já possuem um erro inferior a 0,20%. A direção k ainda possui erro superior a 5%, mas é algo esperado, visto que este selecionou apenas 15% das fraturas existentes na célula. Considerando o conjunto união das três direções, foi obtida uma seleção de 106 fraturas, dentre as 283 fraturas presentes. A célula completa, com as 283 fraturas, e a otimizada obtida no planejamento $\kappa = 2$, assim como os valores de k_{eq} para os dois casos e o erro obtido a partir de suas diferenças, para as três direções de fluxo, são apresentadas na Tabela 42.

A seleção de 37% das fraturas de todo o conjunto apresentou erros iguais ou inferiores a 0,20% da permeabilidade total presente na célula de reservatório. Deste modo, através da construção da análise de sensibilidade foi possível identificar que, num conjunto com 283 fraturas, 177 destas tem uma contribuição inferior a 0,20% na permeabilidade, de modo que a consideração destas nos resultados do comportamento da célula não seria significativa. Portanto, desconsiderar a presença dessas fraturas não ocasiona em perda expressiva na resposta, e torna a modelagem da célula e possíveis aplicações

de pós-processamento menos custosas computacionalmente, o que mostra quão vantajosa é a aplicação da técnica de análise de sensibilidade.

Tabela 42 – Valores de permeabilidade equivalente para a célula original de 283 fraturas e a célula otimizada a partir de análises de sensibilidade de $\kappa = 2$ nas três direções.



Direção	K_{eq} original (mD)	K_{eq} otimizado (mD)	Erro
i	400,61	400,24	0,09%
j	395,95	395,65	0,08%
k	671,03	669,72	0,20%

Fonte: elaborado pela autora.

Porém, deve-se comentar que, por se tratar de uma célula com uma quantidade elevada de elementos na sua construção original, a realização do planejamento de experimentos para $\kappa = 2$ é extenso e requer uma grande quantidade de simulações. Este caso em específico requereu um valor superior a 150 mil simulações, para construção do planejamento de experimentos e desenvolvimento da análise de sensibilidade, em cada uma das direções. E, a produção das respostas deste planejamento, foi obtida em um tempo médio de três dias inteiros. Inclusive, no caso do estudo aplicado do fluxo em k, por se tratar de uma direção que requer maior quantidade de detalhamento, para garantir qualidade nas respostas, tornou o procedimento quase inviável. Isso, pois, além da matriz de planejamento ser extremamente grande, a simulação de caso a caso se tornou mais trabalhosa que as demais direções, visto que ele possui muito mais nós para serem lidos nas condições de contorno. O procedimento em si, precisou ser realizado em duas etapas, devido à dificuldade de execução das respostas a partir da variação das fraturas. E, ao avaliar a qualidade da resposta obtida no caso de $\kappa = 1$, que requer uma

quantidade de 566 simulações para cada direção de fluxo, o que exige um tempo computacional inferior a cinco minutos, pode acabar sendo considerada desnecessário, a ampliação do planejamento de experimentos. Porém, tal decisão depende unicamente do experimentador e do objetivo de interesse, de modo que, em alguns casos, tais considerações podem ser adotadas na prática ou não, dependendo dos problemas, sendo tal decisão tomada caso a caso.

Na realização do metamodelo quadrático, considerou-se a construção apenas para o caso de $\kappa = 1$, tendo a identificação das fraturas e seu valor original, os coeficientes estimadores e os resultados da permeabilidade equivalente apresentados na Tabela 43, Tabela 44 e Tabela 45, respectivamente. Como é possível observar, o metamodelo quadrático foi capaz de representar as respostas obtidas no simulador, mesmo no caso de uma célula irregular. Deste modo, considera-se a realização inicial da formulação para permeabilidade equivalente satisfatória, podendo ser ampliado os estudos para realização da quantificação de incertezas.

Tabela 43 – Fraturas consideradas no metamodelo quadrático e valores de abertura originais destas, para a célula de 283 fraturas, compostas de 40 fraturas dominantes.

i	Nº fratura	ω_i (m)	i	Nº fratura	ω_i (m)	i	Nº fratura	ω_i (m)
1	15	8,29E-04	15	111	3,35E-04	28	194	2,60E-04
2	22	6,35E-04	16	113	2,03E-04	29	199	8,09E-04
3	38	2,92E-04	17	116	2,41E-04	30	206	2,50E-04
4	63	1,32E-04	18	124	1,67E-04	31	220	1,99E-04
5	71	1,87E-04	19	125	1,72E-04	32	221	3,97E-04
6	73	3,78E-04	20	135	4,61E-04	33	223	5,34E-04
7	75	2,49E-04	21	136	4,47E-04	34	241	5,92E-04
8	76	4,47E-04	22	140	8,30E-04	35	243	3,91E-04
9	79	2,10E-04	23	142	2,64E-04	36	247	9,77E-04
10	81	6,72E-04	24	145	2,38E-04	37	257	3,80E-04
11	82	3,10E-04	25	150	1,50E-04	38	265	3,05E-04
12	88	3,76E-04	26	176	2,84E-04	39	267	2,57E-04
13	99	8,77E-04	27	180	3,13E-04	40	272	1,82E-04
14	105	5,69E-04						

Fonte: elaborado pela autora.

Tabela 44 - Coeficientes estimadores do metamodelo quadrático para as direções x, y e z.

i	Direção x		Direção y		Direção z	
	α	-1,94E+00	α	1,37E+02	α	4,73E+02
	\hat{x}_i	$\hat{\eta}_i$	\hat{x}_i	$\hat{\eta}_i$	\hat{x}_i	$\hat{\eta}_i$
1	8,64E+03	-3,22E+06	2,52E+04	-6,98E+06	-1,26E+05	1,66E+08
2	1,03E+04	-3,48E+06	2,77E+03	-1,14E+06	-3,32E+04	5,71E+07
3	1,94E+04	-1,35E+06	2,44E+03	1,01E+07	-1,47E+04	5,58E+07
4	-6,73E+03	9,70E+07	-1,92E+03	2,54E+07	-1,12E+04	9,38E+07
5	-1,35E+04	1,00E+08	-5,28E+03	3,79E+07	-3,35E+04	1,96E+08
6	-6,66E+03	1,36E+08	-3,43E+04	1,37E+08	-1,36E+05	3,92E+08
7	1,20E+04	1,72E+07	-1,40E+03	1,51E+07	-2,79E+04	1,22E+08
8	1,72E+04	5,75E+07	5,90E+03	1,99E+07	-1,18E+05	2,92E+08
9	-1,27E+04	9,10E+07	-2,83E+03	2,44E+07	-4,30E+04	2,23E+08
10	3,73E+04	-1,19E+07	1,53E+03	1,16E+06	-1,68E+05	2,73E+08
11	-8,02E+03	5,22E+07	-2,05E+02	8,70E+06	-5,34E+04	1,88E+08
12	-1,38E+04	1,27E+08	7,58E+03	1,19E+07	-1,19E+05	3,47E+08
13	1,49E+05	-4,08E+07	1,27E+04	-4,25E+06	-2,25E+05	2,81E+08
14	4,40E+04	9,25E+06	-1,08E+03	4,69E+06	-1,78E+05	3,42E+08
15	1,05E+04	3,50E+07	3,91E+01	2,30E+07	-3,04E+04	1,02E+08
16	-1,08E+04	7,82E+07	-7,95E+03	4,86E+07	-3,30E+04	1,78E+08
17	-1,26E+04	1,06E+08	-6,76E+03	3,48E+07	-3,37E+04	1,54E+08
18	2,30E+04	3,23E+07	2,66E+04	3,18E+06	-1,41E+04	9,53E+07
19	-2,28E+03	5,92E+07	-2,33E+03	2,24E+07	-1,56E+04	1,00E+08
20	-3,38E+03	3,38E+07	3,90E+03	7,05E+05	-6,60E+04	1,60E+08
21	-5,17E+03	4,55E+07	3,96E+03	2,55E+07	-1,03E+05	2,54E+08
22	3,02E+04	-8,45E+06	1,27E+04	-4,86E+06	-1,51E+05	2,01E+08
23	-3,48E+03	6,73E+07	-4,55E+03	3,72E+07	-5,93E+04	2,45E+08
24	-1,06E+04	6,41E+07	-1,55E+03	1,64E+07	-4,06E+04	1,87E+08
25	-9,11E+03	8,68E+07	-9,07E+02	1,02E+07	-1,69E+04	1,23E+08
26	2,13E+04	-1,77E+07	-2,41E+04	1,24E+08	-1,49E+04	7,59E+07
27	9,27E+03	-4,91E+06	-1,32E+04	9,27E+07	-2,27E+04	8,17E+07
28	1,53E+04	1,09E+06	-4,33E+04	2,32E+08	-4,60E+04	1,93E+08
29	4,92E+03	-1,19E+06	2,33E+04	-2,97E+06	-1,12E+05	1,51E+08
30	1,93E+04	-6,94E+06	-3,95E+03	5,45E+07	-2,63E+04	1,16E+08
31	1,46E+05	-2,00E+08	1,00E+05	-1,27E+07	-2,29E+04	1,26E+08
32	1,14E+04	-6,23E+06	-1,96E+04	9,00E+07	-6,46E+04	1,86E+08
33	3,81E+04	1,10E+07	1,72E+04	1,22E+08	-1,70E+05	3,47E+08
34	1,01E+04	-4,19E+06	2,19E+04	1,77E+07	-1,21E+05	2,24E+08
35	3,10E+04	-2,51E+07	8,49E+03	1,68E+07	-5,04E+04	1,41E+08
36	3,06E+03	-1,06E+06	2,24E+04	-5,59E+06	-2,95E+05	3,29E+08
37	3,24E+03	-6,60E+04	-5,04E+04	1,86E+08	-1,69E+04	7,99E+07
38	-5,24E+03	7,98E+07	-8,33E+03	5,20E+07	-3,34E+03	4,39E+07
39	3,42E+04	-3,32E+07	-9,50E+03	1,26E+08	-5,21E+04	2,21E+08
40	6,33E+04	-7,39E+07	-3,17E+03	1,38E+08	-1,78E+04	1,10E+08

Fonte: elaborado pela autora.

Como é possível observar, o metamodelo quadrático foi capaz de representar as respostas obtidas no simulador, mesmo no caso de uma célula irregular. Deste modo, considera-se a realização inicial da formulação para permeabilidade equivalente satisfatória, podendo ser ampliado os estudos para realização da quantificação de incertezas.

Tabela 45 – Valores de permeabilidade equivalente obtidos no simulador e a partir do metamodelo quadrático, considerando apenas as fraturas dominantes da célula originalmente de 283 fraturas, e os erros obtidos na comparação entre estes.

Direção	Permeabilidade equivalente otimizada (mD)		
	Simulador	Metamodelo	Erro
x	378,45	378,46	0,00%
y	375,84	375,84	0,00%
z	639,49	639,49	0,00%

Fonte: elaborado pela autora.

4.3 Comportamento equivalente: células originais x células otimizadas

A seleção das fraturas dominantes realizadas nas aplicações acima foram desenvolvidas a partir de aplicação de planejamento de experimentos e obtenção de respostas considerando apenas a resposta da permeabilidade equivalente e escoamento do fluido na célula de rocha-reservatório no regime estacionário. Demais comportamentos hidráulicos, como exemplo a verificação do fluxo ao longo do tempo, não foram avaliados para a obtenção da célula otimizada. Assim, o objetivo deste tópico é verificar a qualidade da análise de sensibilidade quando considerada presença apenas das fraturas dominantes considerando-se um regime transiente. Verifica-se se a ausência das fraturas consideradas não importantes para obtenção de k_{eq} podem de fato ser ignoradas, mesmo na consideração da variação temporal.

A aplicação das análises realizadas verifica o comportamento das células originais e otimizadas e sua diferença ao longo do tempo. A aplicação deste estudo será realizada apenas nos casos tridimensionais e na seleção das fraturas obtidas destes. Considerando a realização do pré-processamento e a modelagem computacional feita nos casos 3D, as células de 54 e 115 fraturas

apresentam comportamento semelhante entre si, além de possuírem a mesma dimensão regular e direção dos eixos para escoamento do fluido. Junto a isso, existe a consideração de que a leitura e aplicação da análise de sensibilidade e os resultados apresentaram erros semelhantes. A análise de sensibilidade foi realizada para as duas células regulares e não apenas uma devido à verificação das respostas no modelo 2D, visto que este, sim, possui diferenças em sua qualidade de resposta, em função da existência de menor quantidade de fraturas gerar maior facilidade para realização de particionamentos da célula com obtenção adequada na seleção de fraturas. Porém, quando avaliado o estudo aplicado no modelo tridimensional, a realização das análises ocorre de forma análoga, com a leitura das permeabilidades equivalentes e resposta do planejamento de experimentos sendo realizada de forma semelhante entre as duas células, mudando apenas a quantidade de simulações devido à diferença na quantidade de fraturas. Em virtude disso, de modo a evitar longas extensões acerca das análises considerando o regime transiente, o estudo aplicado neste tópico será realizado apenas em uma célula regular e uma célula irregular. Por considerar que a célula de 115 fraturas possui maior quantidade de fraturas e, por consequência, maior quantidade de elementos para leitura e seleção, define-se esta para ser realizada a ampliação das análises. Por sua vez, a célula irregular será também estudada, visto que ela se difere no comportamento das células regulares, além de possuir uma quantidade significativa de fraturas.

As análises em regime transiente serão realizadas a partir da seleção do planejamento de experimento com $\kappa = 1$. Tal escolha se deve à necessidade de verificar se, com uma baixa quantidade de simulações, a análise de sensibilidade apresenta um resultado viável de ser considerado, de modo a ser possível reduzir significativamente o número de fraturas presentes na célula, sem prejudicar a produtividade obtida a partir da permeabilidade equivalente otimizada, mesmo em casos transientes.

4.3.1 Campo de pressão

As duas células a serem estudadas terão seu desenvolvimento realizado de forma análoga e de acordo com as seguintes etapas: (i) como condição inicial da célula adota-se uma poropressão de 15 MPa; (ii) em uma de suas faces prescreve-se uma pressão nula, de modo a gerar um diferencial de pressão entre toda a célula e face escolhida; (iii) o fluxo de fluido decorrente da diferença de pressão resultará em um estado final no qual a poropressão de toda a célula será nula.

A direção do fluxo obedece aos eixos determinados nas duas células, sendo o escoamento de fluxo em x, y e z para a célula de 115 fraturas e i, j e k para a célula de 283 fraturas.

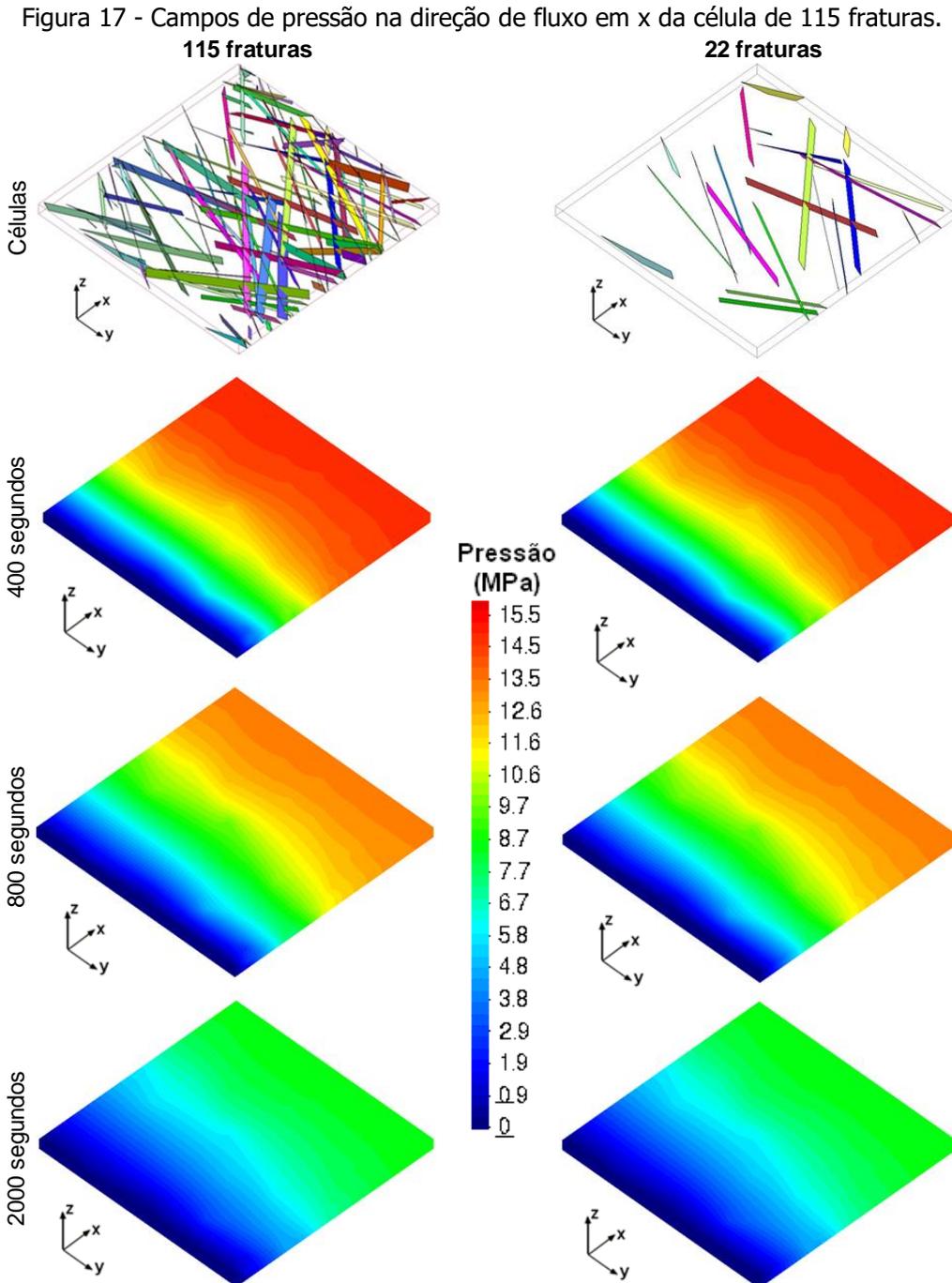
Os campos de pressão foram construídos a partir da avaliação dos tempos estimados para estabelecimento do regime estacionário. Ou seja, verificou-se em quanto tempo a célula escoar o fluido pela face e, a partir deste entendimento, selecionou os tempos a serem avaliados na verificação do comportamento da célula original e da otimizada. As escolhas dos tempos a serem estudados ocorreu de forma individual, sendo diferente entre as células e a direção de fluxo. Definiu-se a verificação em três diferentes etapas, considerando onde há maior distribuição dos campos de pressão e melhor visibilidade da possível diferença no comportamento da célula original e otimizada, dentro de um mesmo espaço de tempo. Deste modo, escolheu-se as etapas iniciais, onde há maior presença de variação nos valores de pressão de uma face a outra e uma intermediária, onde já ocorreu uma leve passagem de tempo, mas ainda é possível verificar dispersão da pressão ao longo da célula.

A partir destas decisões, foram analisados os campos de pressão para as duas células.

4.3.1.1 Célula com 115 fraturas

O estudo foi realizado considerando a célula original de 115 fraturas e a otimizada obtida no planejamento $\kappa = 1$, que resultou em uma seleção de 22

fraturas. Considerou para a direção x a verificação do campo de pressão para os tempos de 400, 800 e 2000 segundos. A Figura 17 apresenta os resultados obtidos para a célula original e otimizada nesta direção.

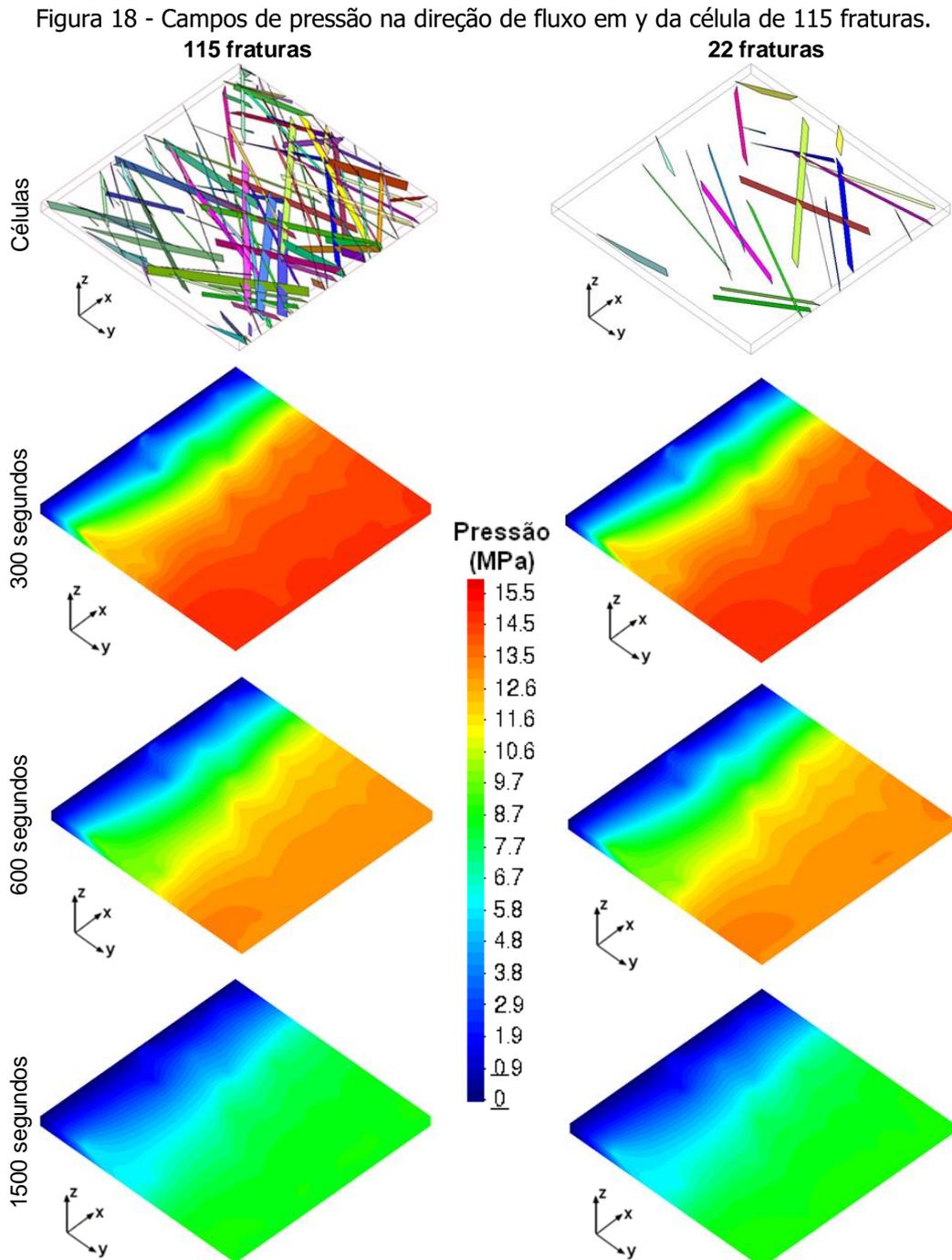


Fonte: elaborado pela autora

O comportamento do campo de pressão nos três diferentes tempos pode ser comparado de forma visual. A partir da comparação entre os dois modelos, é possível observar que estes são semelhantes entre si. Portanto, na direção x,

considera que a redução da quantidade de fraturas presentes na célula não influenciou de forma significativa no comportamento do escoamento de fluido, mesmo quando se verifica este ao longo do tempo.

O estudo é feito também para a direção y. Considerando os tempos de 300, 600 e 1500 segundos, a Figura 18 apresenta os resultados obtidos nos dois casos da célula de reservatório.



Fonte: elaborado pela autora

Assim como ocorreu para a direção x , o comportamento dos dois campos se assemelha nas três etapas de tempo analisadas, sendo considerado que, neste caso, a análise de sensibilidade e redução da quantidade de fraturas presentes na célula se mostra adequada.

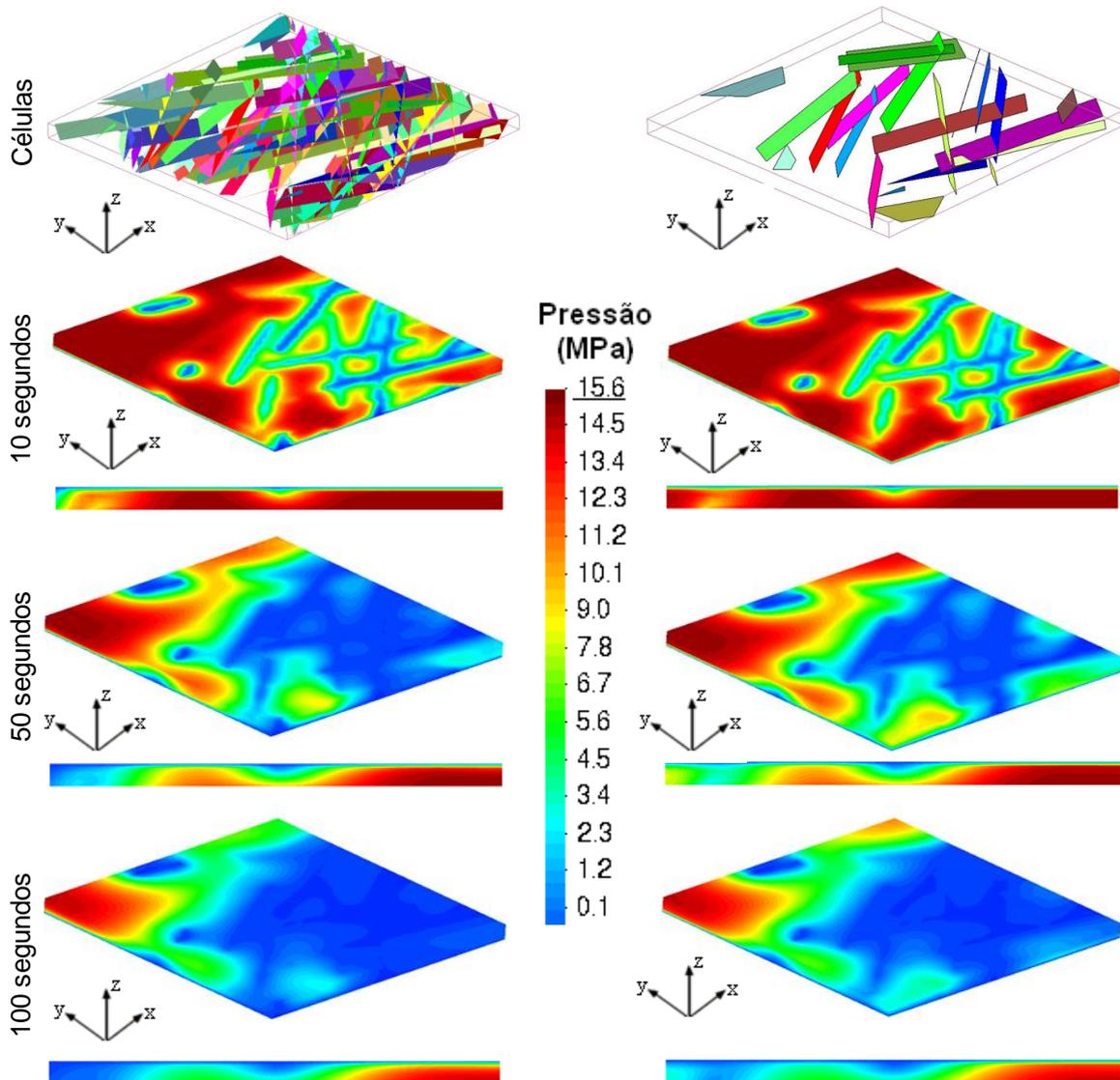
Para a última verificação do campo de pressão na célula de 115 fraturas, considera a passagem de fluxo na direção z , cujo comportamento é apresentado na Figura 19. Para este caso, faz-se uma ressalva acerca da direção adotada para visualização. Por se tratar de um caso em que se considera o fluxo partindo da face de cima para baixo, a região a ser apresentada acerca do fluxo refere-se à face inferior da célula até aqui adotada. Para isso, ela será deslocada do eixo, com o posicionamento de eixo x e y invertidos, tornando possível uma melhor visualização. Por se tratar de uma região onde a distância entre uma face à outra é extremamente menor que as demais direções, os tempos a serem avaliados são significativamente inferiores aos dos dois casos anteriores, sendo aqui selecionados os tempos de 10, 50 e 100 segundos para visualização.

Para o fluxo em z , o comportamento diante da seleção de fraturas é mais facilmente visualizado do que as demais direções. Neste, é possível perceber que as maiores perturbações no campo de pressão ocorrem exatamente na região delimitada pelas fraturas definidas como dominantes dentro da seleção de z . É possível perceber que, mesmo na visualização da célula composta por 115 fraturas, as fraturas selecionadas na análise individual da direção em z se destacam entre as demais, sendo preenchidas por fluido de forma mais rápida que o restante da célula. Isso possibilita a verificação visual das fraturas mais importantes nesta direção. Quando comparados os dois casos, ao longo do tempo, é possível notar que, apesar de algumas nuances de diferença, demarcadas por fraturas não selecionadas, o comportamento como um todo tem grande semelhança entre si. Este caso aparenta ser o que pode apresentar maiores divergências na resposta visual entre a célula original e otimizada, visto que é a que tem maior facilidade para o escoamento do fluido. Porém, mesmo com essas questões sendo expostas, a análise de sensibilidade ainda mostrou resultados eficientes e as fraturas selecionadas foram capazes de representar,

mesmo considerando um caso com tempo relativamente pequeno, o mesmo comportamento obtido para o caso com todas as fraturas.

Deste modo, considerando a resposta obtida nas três diferentes direções, considera que análise de sensibilidade na célula regular apresentou uma seleção satisfatória, mesmo quando considerando o comportamento hidráulico em regime transiente.

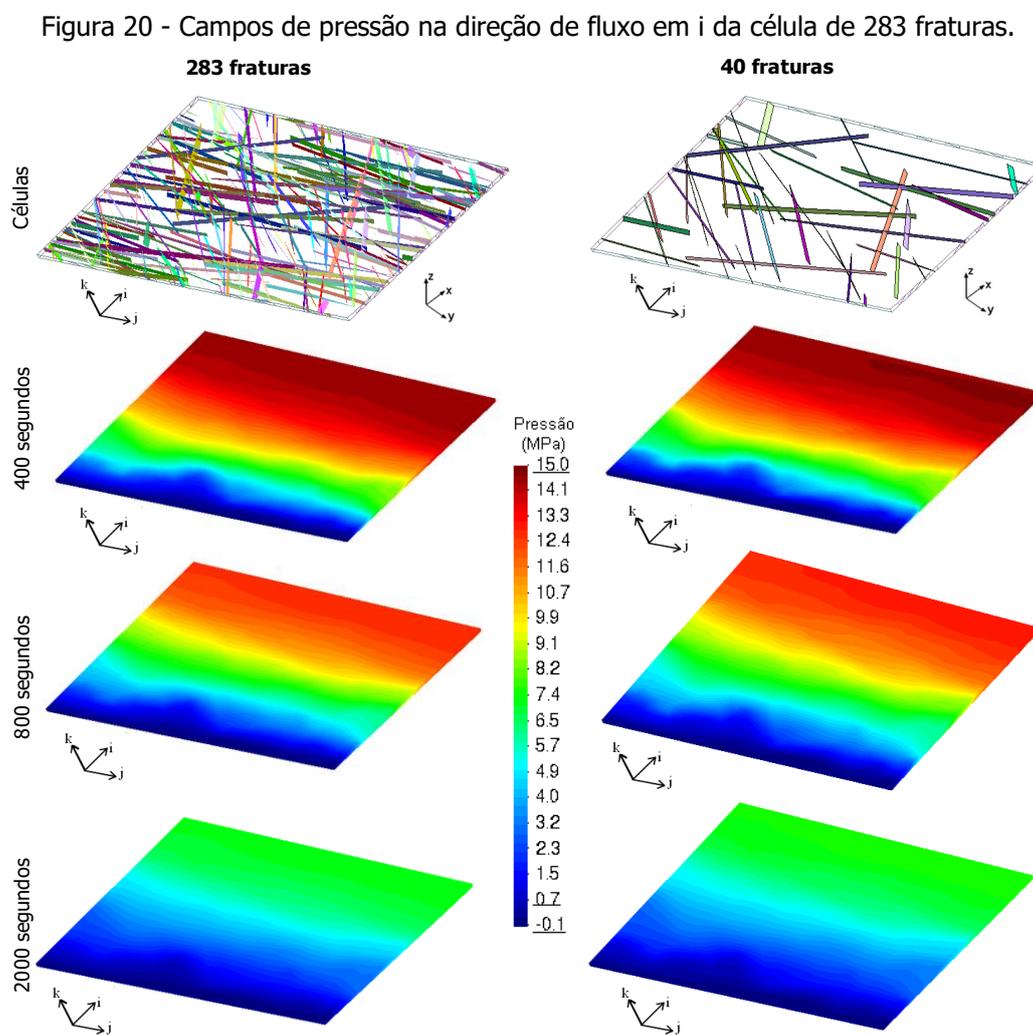
Figura 19 - Campos de pressão na direção de fluxo em z da célula de 115 fraturas.



Fonte: elaborado pela autora

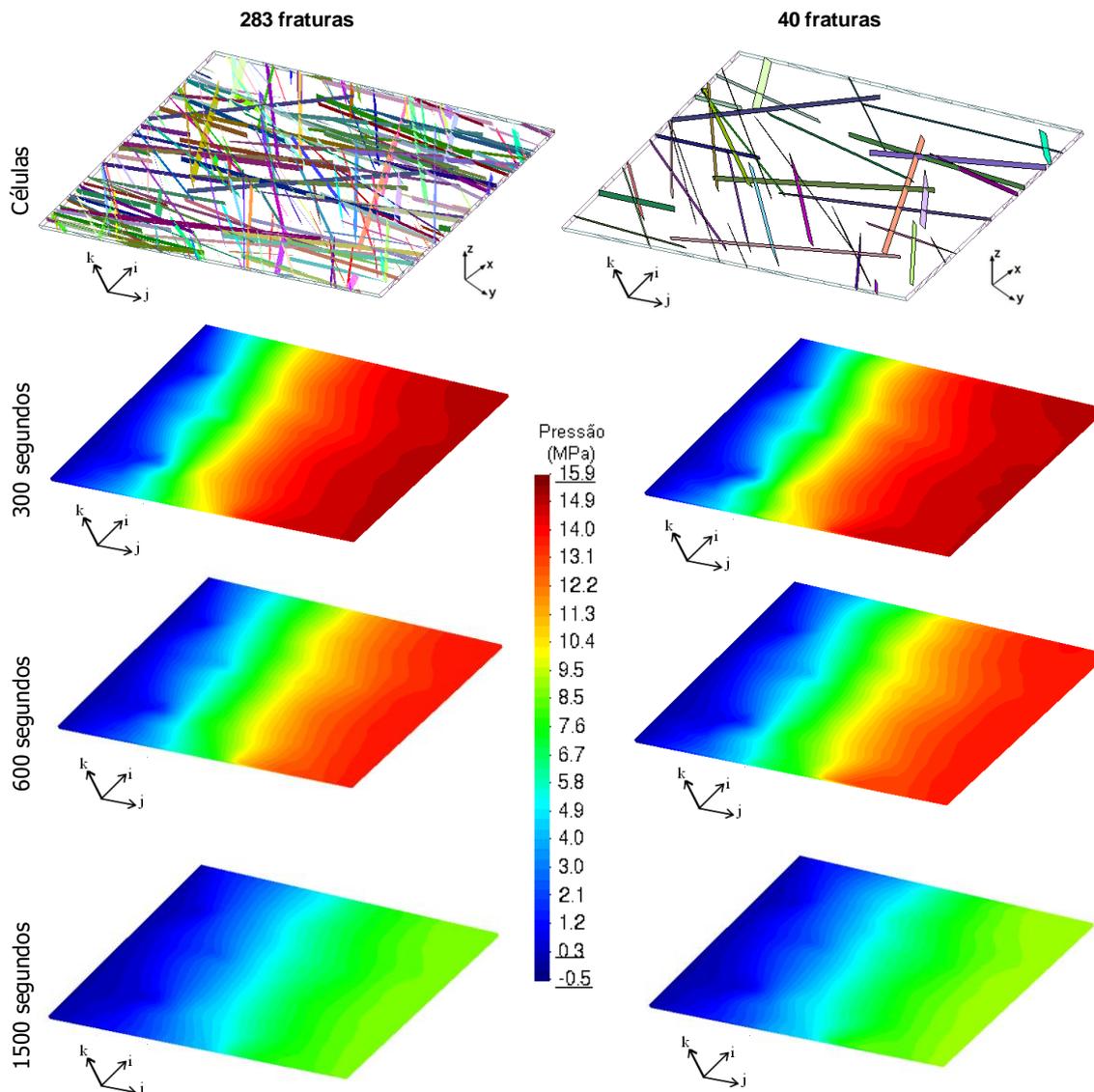
4.3.1.2 Célula irregular com 283 fraturas

O estudo do campo de pressão para a célula irregular composta de 283 fraturas ocorre de forma análoga ao realizado no caso anterior. De modo a simplificar a descrição do comportamento destes nas três direções, os resultados obtidos nas direções são diretamente apresentados na sequência. A Figura 20 apresenta a evolução do campo de pressão na direção i , nos tempos de 400, 800 e 2000 segundos. A Figura 21 apresenta o comportamento na direção j , nos tempos de 300, 600 e 1500 segundos. Por último, a resposta do campo de pressão na direção k é apresentada na Figura 22, considerando os tempos de 2, 5 e 10 segundos. Para este último, diferente da célula anterior, não foi realizado a rotação da célula, sendo a localização dos eixos na imagem igual às demais direções de fluxo.



Fonte: elaborado pela autora

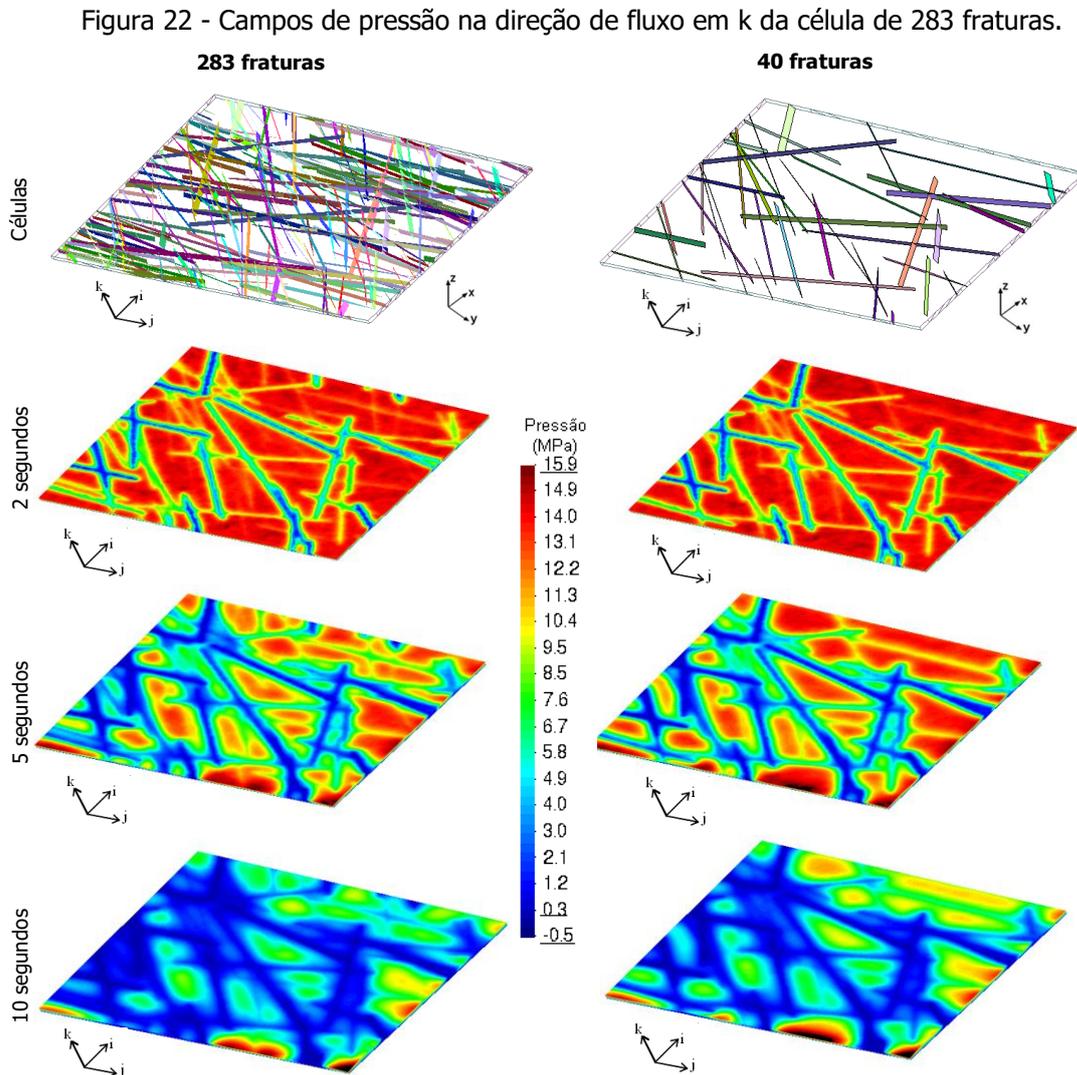
Figura 21 - Campos de pressão na direção de fluxo em j da célula de 283 fraturas.



Fonte: elaborado pela autora

Apesar de se tratar de uma célula irregular com fluxo diferente dos eixos x , y e z , o comportamento dos campos de pressão obtidos neste caso se assemelha aos resultados obtidos no caso da célula regular. Os tempos escolhidos para visualização dos campos de pressão foram inferiores ao da célula de 115 fraturas em alguns casos, visto que, por ser uma célula com o dobro da quantidade de fraturas naturais, é de fato esperado um fluxo mais significativo, principalmente considerando que se trata do mesmo valor de pressão imposta de 15 MPa. No caso da direção k , sua resposta foi análoga ao obtido no caso da célula regular em z , onde o maior destaque na diferença de pressão inicial foi demarcado pelas fraturas já selecionadas como dominantes.

Deste modo, considera que o comportamento equivalente do campo de pressão, tanto na célula regular, como a irregular, apresenta resultado satisfatório. Portanto, mesmo quando adotado o caso com planejamento $\kappa = 1$, que requer um baixo número de simulações e pouco tempo computacional, a análise de sensibilidade já se mostra eficiente em sua resposta otimizada no estudo das células no regime transiente.



Fonte: elaborado pela autora

4.3.2 Curva de produção

A verificação do comportamento da curva de produção diante da seleção de fraturas pode, dentro do estudo hidráulico, ser considerada uma das avaliações mais importantes. Baseada na avaliação do acúmulo de vazão de fluido ao longo do tempo, a realização desta curva serve para verificar o tempo de ocorrência da vazão total obtida através da direção determinada, e se existe diferença significativa ou não nos resultados entre a célula original e os resultados obtidos a partir da célula otimizada.

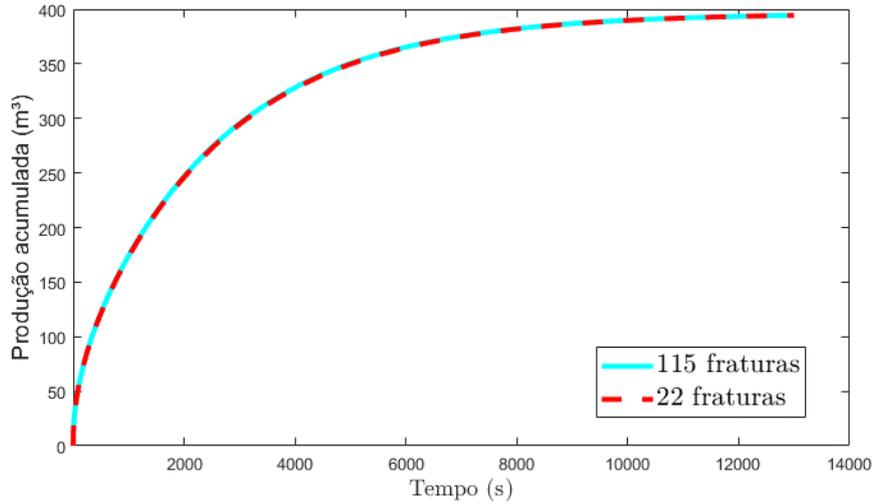
A avaliação ocorre a partir da determinação do valor de volume de fluido que deve ser extraído ao longo do tempo. Ou seja, busca-se calcular o valor máximo esperado de se obter na curva de produção.

Nos casos de células regulares, este é facilmente obtido, principalmente no caso da célula de 115 fraturas, cujas dimensões correspondem a 200 m x 200 m x 10 m. No caso da célula irregular, assim como ocorreu no cálculo da permeabilidade equivalente, ele é calculado a partir de valores médios dentre as dimensões obtidas na célula, o que resultou em, como foi anteriormente mencionado, uma célula de 283 fraturas com dimensões de 202,09 m x 207,17 m x 5,53 m.

4.3.2.1 Célula com 115 fraturas

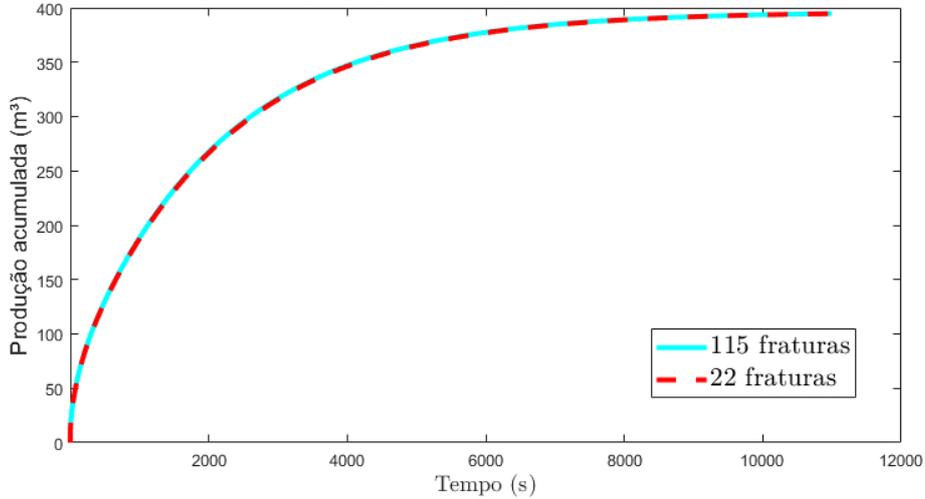
Para o caso da célula regular, considera que o volume total obtido na vazão corresponde a valores próximos a 400 m³. Este valor é igual para as três direções, visto que as variáveis presentes no cálculo do volume total são iguais para qualquer uma das direções. A Figura 23, Figura 23 e Figura 25 apresentam os resultados obtidos na curva de produção nas direções x, y e z, respectivamente. No caso das direções x e y, considera que o volume máximo foi atingido próximo ao tempo de 10000 segundos, enquanto a direção z este valor foi alcançado mais rápido, em um tempo próximo a 500 segundos.

Figura 23 - Curva de produção na direção x da célula de 115 fraturas.



Fonte: elaborado pela autora

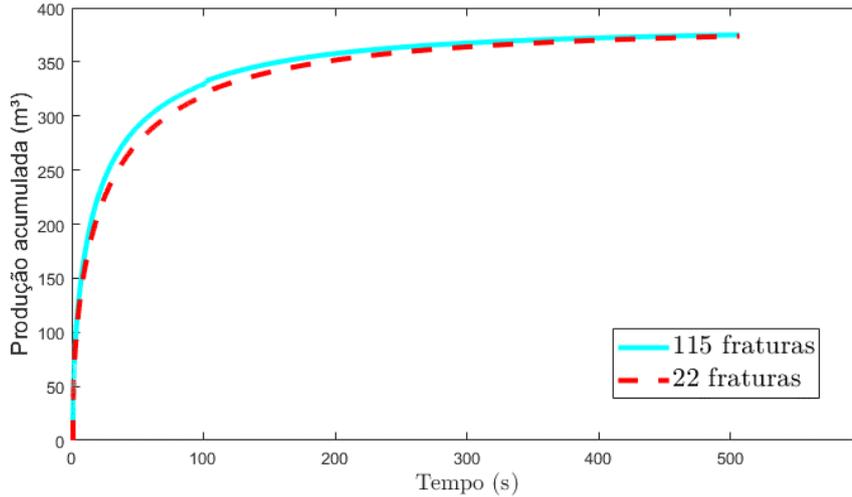
Figura 24 - Curva de produção na direção y da célula de 115 fraturas.



Fonte: elaborado pela autora

Como é possível observar, as curvas de produção obtidas para o caso com todas as fraturas e aquele obtido a partir da consideração apenas das 22 fraturas definidas como dominantes se apresentam com comportamento similar em todas as direções. Principalmente as direções x e y, as curvas acerca da produção estão praticamente sobrepostas em todos os pontos. No caso da direção z, há uma pequena variação no início da produção acumulada, mas nos tempos posteriores para atingir o volume máximo elas se equivalem, de modo que o tempo para os valores máximos de interesse serem alcançados é igual em ambas as curvas.

Figura 25 - Curva de produção na direção z da célula de 115 fraturas.

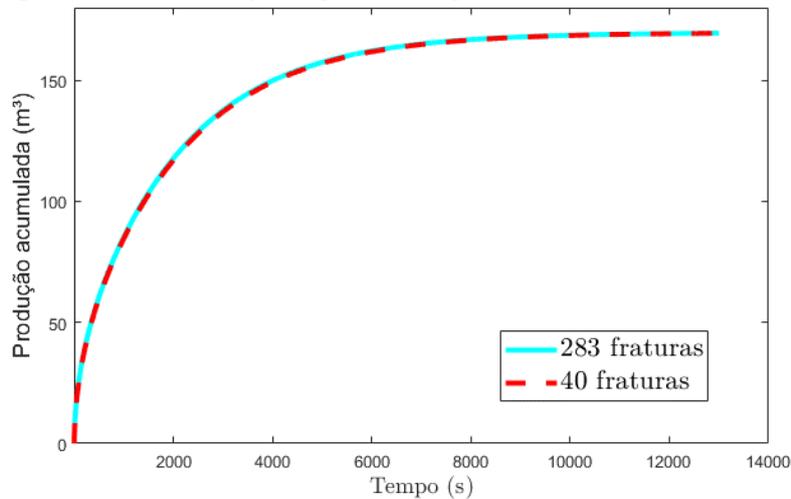


Fonte: elaborado pela autora

4.3.2.2 Célula com 283 fraturas

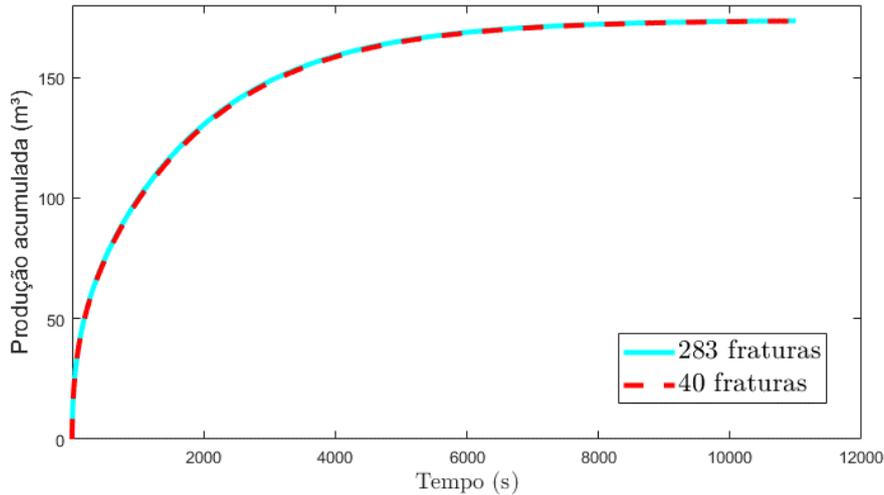
A construção das curvas de produção para a célula irregular ocorre de forma análoga ao obtido para a célula de 115 fraturas, assim como o tempo para obtenção do volume total. Este, por sua vez, é estimado por volta de 170 m³. O comportamento da vazão ao longo do tempo nas direções i, j e k são apresentados nas Figura 26, Figura 27 e Figura 28.

Figura 26 - Curva de produção na direção i da célula de 283 fraturas.



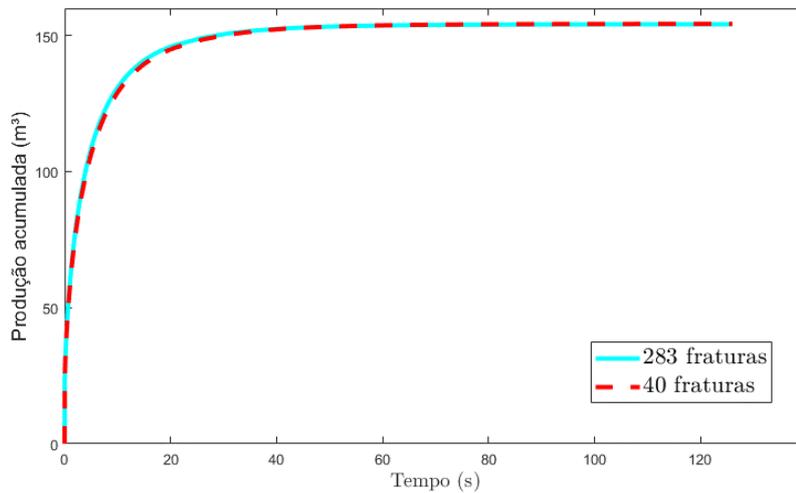
Fonte: elaborado pela autora

Figura 27 - Curva de produção na direção j da célula de 283 fraturas.



Fonte: elaborado pela autora

Figura 28 - Curva de produção na direção k da célula de 283 fraturas.



Fonte: elaborado pela autora

Assim como ocorreu no caso anterior, o comportamento entre a célula original e a otimizada foi semelhante entre si, com sobreposição das curvas, principalmente em i e j. No caso da direção k, ele se repete ao ocorrido na direção z da célula com 115 fraturas, onde a produção acumulada inicial da célula otimizada é inferior à célula original, mas não de forma significativa. Tanto que, o volume máximo é atingido por ambas as curvas praticamente ao mesmo tempo. Além disso, o tempo de ocorrência dessa produção é extremamente rápido, inferior a um minuto, de modo que uma leve variação é perfeitamente plausível. Uma vez que o tempo entre as duas foi praticamente similar, e, assim como ocorreu nas demais direções, considera as respostas, obtidas para o caso da célula com apenas as fraturas dominantes, satisfatórias.

5 CONCLUSÕES

O planejamento de experimentos é uma técnica criada para melhoria de execuções experimentais. Através do desenvolvimento de formulações numéricas foi possível analisar as diferentes respostas das variáveis presentes, mesmo em casos cuja variação não é executada em laboratórios e sim através de simulações computacionais.

Este trabalho apresentou o desenvolvimento e a validação de um novo planejamento de experimentos. Na avaliação inicial, em duas células de geometrias regulares, de 54 e 115 fraturas, respectivamente, considerou a simulação das rocha-reservatório em casos bidimensionais e tridimensionais. Na sequência, a análise de sensibilidade foi realizada em uma célula de geometria irregular, composta de 283 fraturas, com avaliação apenas no caso 3D.

As análises 2D destes modelos mostraram que, quanto maior a quantidade de fraturas dentro da célula original, maior a quantidade necessária de seções para uma resposta adequada, visto que com a mesma quantidade de seções, a resposta da célula de 115 apresentou erros significativos, principalmente quando comparado aos erros obtidos na célula de 54 fraturas. No caso das análises 3D, tais erros tendem a ser inferiores, independentemente da quantidade de fraturas na célula, mesmo nos casos de células irregulares com elevada quantidade de fraturas. Mesmo quando realizado planejamento de experimentos variando a fratura apenas uma a uma, as respostas obtidas se mostraram satisfatórias. O planejamento $\kappa = 2$, por sua vez, é possível de ser realizado, mas devido a seu elevado tempo computacional para produção da resposta, principalmente quando comparado a $\kappa = 1$, se torna uma análise onerosa e, considerando a pouca diferença na redução no erro e o significativo aumento das fraturas selecionadas, pode se tornar uma avaliação desnecessária.

Assim, considera-se que a análise 3D, nos três diferentes fluxos, se apresenta como uma alternativa melhor a ser utilizada, assim como a adoção

de planejamento $\kappa = 1$ é uma escolha menos custosa, com resultados satisfatórios.

O valor de abertura das fraturas possui grande importância na seleção, sendo as fraturas estatisticamente selecionadas estando entre as maiores aberturas dentro da célula analisada.

Para verificar se $\kappa = 1$ apresentava de fato respostas satisfatórias, ampliou-se os estudos a partir de consideração de estudo em regime transiente. Realizados estudos na célula com 115 fraturas e na com 283 fraturas verificou-se o campo de pressão e curva de produção ao longo do tempo e considerou que, mesmo adotando apenas a variação das fraturas de uma a uma na análise de sensibilidade, todos os resultados se mostraram satisfatórios, em todas as direções de fluxo.

Deste modo, considerou que, na aplicação da análise de sensibilidade, o comportamento hidráulico da célula de rocha-reservatório original possui capacidade de ser bem representado pela célula otimizada, com redução significativa de fraturas naturais consideradas no meio poroso.

6 TRABALHOS FUTUROS

Os resultados apresentados neste trabalho demonstram a capacidade de seleção de fraturas naturais dominantes dentro de células de rocha-reservatório e construção de superfícies de resposta a partir dessas fraturas. Dando continuidade aos estudos aqui realizados, novos aprimoramentos podem ser realizados em trabalhos futuros.

- A técnica de análise de sensibilidade pode ser utilizada para outros exemplos na engenharia. Assis (2019) utilizou esta técnica na seleção de variáveis dentro de estudo de resistência de taludes, em verificação bidimensional. Este estudo pode ser ampliado dentro de modelos tridimensionais, além de verificação de novas análises em outros problemas geotécnicos, visto se tratar de uma área com diversas incertezas em seu meio.
- De modo a continuar o trabalho já aqui iniciado, a quantificação de incertezas é uma etapa posterior que pode ser adotada dentro das células analisadas. Através da adoção de valores obtidos pela simulação de Monte Carlo nos metamodelos, é possível o desenvolvimento de curvas de distribuição estatística, avaliando a possível variação da produção e cálculo do valor presente líquido.
- As análises de sensibilidade podem ser ampliadas de modo a selecionar as fraturas naturais dominantes não apenas de uma célula do reservatório, mas sim entre todas as fraturas presentes no próprio reservatório.
- Além disso, existe a possibilidade de estudo das fraturas naturais dominantes e sua influência na realização de fraturamento hidráulico e poços injetores, onde se avalia a qualidade das respostas finais mesmo quando se despreza as fraturas definidas como insignificantes pela análise de sensibilidade.
- Podem ser realizados maiores estudos voltados para verificação de células com geometria irregular, com avaliação em variações

de posição dos eixos de escoamento de fluido e se isto ocasiona em mudanças nas fraturas a serem estatisticamente selecionadas.

- Os estudos da análise de sensibilidade foram realizados em células com valores de abertura homogêneas em casos bidimensionais (MARQUE *et al.*, 2022), utilizando planejamentos $\kappa=2$ para obter erros inferiores a 8% nas direções x e y. Podem-se realizar novos estudos, agora considerando modelos tridimensionais com aberturas de valores iguais na célula de simulação.
- Possibilidade de extensão da análise de sensibilidade considerando permeabilidade relativa, a partir da adoção de de fluxo bi-fásico.
- Ampliação dos estudos a partir da adoção do método ODA, com verificação da seleção de fraturas a partir dessa metodologia e comparação da qualidade da resposta deste com os cálculos realizados em simulador computacional.
- Realização de trabalhos em conjunto a geólogos para geração dos arquivos DFN e sua possibilidade de melhoria e verificação de probabilidades estatísticas de confiabilidade dos valores de abertura.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AL-MUDHAFAR, W.J.; SEPEHRNOOTI. Designed Simulations for Optimization of Hydraulic Fracture Design and Production Well Constraints in Shale Gas Reservoirs with Reduced-Physics Metamodeling. *In: EAGE CONFERENCE AND EXHIBITION*, 80th, 2018, Copenhagen.
- ALLAIS, M. Evaluation des Perspectives Economiques de la Recherche Miniere sur de Grands Espaces - application au Sahara Algerien. **Bureau de Recherche Minière de l'Algérie**, Editora Alger, 101p., 1956.
- ARPS, J.J.; ARPS, J.L. Prudent risk taking. **Journal of Petroleum Technology**, vol. 26, n.7, p. 711-716, Jul. 1974.
- ASSIS, H.B. Análise de sensibilidade aplicadas à modelagem de problemas de fluxo em meios porosos e estabilidade de taludes para quantificação de incertezas. 2019. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Engenharia. Universidade Estadual Paulista “Julio de Mesquita Filho” – UNESP, Bauru, 2019.
- ASSIS, H.B.; CLETO, P.R.; RODRIGUES, R.A.; MANZOLI, O.L.; NOGUEIRA, C.G. Sensitivity analysis of hydraulic properties of naturally fractured reservoirs. *In: INTERNATIONAL CONGRESS ON ROCK MECHANICS AND ROCK ENGINEERING*, 14th. 2019, Foz do Iguaçu.
- ATTANASI, E.D.; DREW, L.J. Lognormal field size distributions as a consequence of economic truncation. **Mathematical Geology**, vol. 17, p. 335-351, 1985.
- AVANSI, G.D.; SUSLICK, S.B.; SCHIOZER, D.J.; RISSO, F.V.A. Utilização de planejamento estatístico na geração de metamodelos para curvas de produção. *In: CONGRESSO BRASILEIRO DE PESQUISA E DESENVOLVIMENTO EM PETRÓLEO E GÁS*, 5. 2009, Fortaleza.
- AZIZ, K.; GOVIER, G. W. Pressure Drop In Wells Producing Oil And Gas. **Journal of Canadian Petroleum Technology**, vol. 11, n.3, p. 38-48, jul. 1972
- BECK, A.T. **Confiabilidade e segurança das estruturas**. 1. ed. Rio de Janeiro: Editora Elsevier, 2019.

- BERMANN, C. **As novas energias no Brasil**: dilemas da inclusão social e programas de governo. 2. ed. Rio de Janeiro: Editora FASE, 2007.
- BITENCOURT JR, L.A.G. Modelagem do processo de falha em materiais cimentícios reforçados com fibras de aço. 2015. Tese (Doutorado) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 2015.
- BITENCOURT JR, L.A.G.; MANZOLI, O.L.; PRAZERES, P.G.C.; RODRIGUES, E.A.; BITENCOURT, T.N. A coupling technique for non-matching finite element meshes. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, vol. 290, p. 19-44, Jun. 2015.
- BITENCOURT JR, L.A.G.; MANZOLI, O.L.; TRINDADE, Y.T.; RODRIGUES, E.A.; DIAS DA COSTA, D. Modeling reinforced concrete structures using coupling finite elements for discrete representation of reinforcements. **Finite Elements in Analysis and Design**, vol. 149, p. 32-44, Set. 2018
- BITENCOURT JR, L.A.G.; MANZOLI, O.L.; BITENCOURT, T.N.; VECCHIO, F.J. Numerical modeling of steel fiber reinforced concrete with a discrete and explicit representation of steel fibers. **International Journal of Solids and Structures**, vol. 159, p.171-190, Mar. 2019.
- BOUZARKOUNA, Z.; DING, D.Y.; AUGER, A. Partially Separated Metamodels with Evolution Strategies for Well-Placement Optimization. *In*: SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS SPE EUROPE ANNUAL CONFERENCE AND EXHIBITION. Dez. 2013, Vienna.
- BOX, G. E.; BEHNKEN, D. W. Some new three level designs for the study of quantitative variables. **Technometrics**, Taylor & Francis, vol. 2, n. 4, p. 455-475, 1960.
- CAMARGO, M.; CLETO, P.R.; MAEDO, M.A.; RODRIGUES, E.A.; BITENCOURT JR, L.A.G.; MANZOLI, O.L. Modeling the hydrodynamic behavior of fractures and barriers in porous media using coupling finite elements. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, vol. 208, 109700, Jan. 2022.
- CASAREZ-CANDIA, O.; VASQUES-CRUS, M.A. Prediction of Pressure, Temperature, and Velocity Distribution of Two-Phase Flow in Oil Wells. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, vol. 46, n. 3, p. 195-208, 2005.

- CLETO, P.R. Simulação de fraturamento hidráulico usando elementos finitos de elevada razão de aspecto com acoplamento hidromecânico. 2016. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" – UNESP, Bauru, 2016.
- CHEONG Y.P.; GUPTA, R. Experimental Design and Analysis Methods for Assessing Volumetric Uncertainties. **Society of Petroleum Engineers Journal**, vol. 10, n. 3, p. 324-335, Set. 2005.
- COATS, K.H. Implicit compositional simulation of single-porosity and dual-porosity reservoirs. *In: SPE SYMPOSIUM ON RESERVOIR SIMULATION*, Society of Petroleum Engineers, 1989.
- CORRE, B.; THORE, P.; FERAUDY, V.; VINCENT, G. Integrated Uncertainty Assessment For Project Evaluation and Risk Analysis. *In: SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS EUROPEAN PETROLEUM CONFERENCE*. Out. 2000, Paris.
- CROVELLI, R.A. The generalized 20/80 law using probabilistic fractals applied to petroleum field size. **Nonrenewable Resources**, vol. 4, p. 233-241, 1995.
- D'ALMEIDA, A.L. **Indústria do Petróleo no Brasil e no Mundo: Formação, Desenvolvimento e Ambiência Atual**. São Paulo: Editora Blucher, 2015.
- DAMSLETH, E.; HAGE, A.; VOLDEN, R. Maximum Information at Minimum Cost: A North Sea Field Development Study With an Experimental Design. **Journal of Petroleum Technology**, vol. 44, n. 12, p. 1350-1356, 1992.
- DEJEAN, J.P.; BLANC, G. Managing Uncertainties on Production Predictions Using Integrated Statistical Methods. *In: SPE ANNUAL TECHNICAL CONFERENCE AND EXHIBITION*. Out. 1999, Houston.
- DREW, L.J. Grid-drilling exploration and its application to the search for petroleum. **Economic Geology**, vol. 62, p. 698-710, 1967.
- DUNS JR, H.; ROS, N.C.J. Vertical Flow of Gas and Liquid Mixtures in Wells. *In: WORLD PETROLEUM CONGRESS*, 6th. Out. 1963, Frankfurt.
- ESPANOL, J.H.; HOLMES, C.S.; BROWN, K.E. A comparison of Existing Multiphase Flow Methods for the Calculation of Pressure Drop in Vertical

Wells. *In*: FALL MEETING OF THE SOCIETY OF PETROLEUM ENGINEERS OF AIME. Set. 1969, Denver.

FABBRI, H.A.; CLETO, P.R.; GAIOTTO JR, A.T.; RODRIGUES, E.A.; MAEDO, M.A. Modeling the closure behavior of natural fractures in porous media using high aspect ratio interface elements. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, vol. 196, 107979, 2021.

FANG, S.; CHENG, L.; AYALA, L.F. A coupled boundary element and finite element method for the analysis of flow through fractured porous media. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, vol. 152, p. 375-390, 2017.

FINNEY, D.J. The fractional replication of factorial arrangements. **Annals of Eugenics**, v.12, p.291-301, 1945.

FJAER, E.; HOLT, R. M.; HORSRUD, P.; RAAEN, A.; RISNES, R. **Petroleum related rock mechanics**. 2. ed. Editora Elsevier, 2008.

GALDÁMEZ, E.V.C. Aplicação das técnicas de planejamento e análise de experimentos na melhoria da qualidade de um processo de fabricação de produtos plásticos. 2002. Dissertação (Mestrado) - Universidade de São Paulo, São Carlos, 2002.

GRAYSON, C.J. **Decisions under uncertainty** - drilling decisions by oil and gas operators. 1. ed. Boston: Harvard University Press, 1960.

GUYAGULER, B.; HORNE, R.N.; ROGERS, L.; ROSENZWEIG, J.J. Optimization of Well Placement in a Gulf of Mexico Waterflooding Project. *In*: ANNUAL TECHNICAL CONFERENCE AND EXHIBITION. 2000, Dallas.

HAGEDORN, A.R.; BROWN, K.E. Experimental Study of Pressure Gradients Occurring During Continuous Two-Phase Flow in Small-Diameter Vertical Conduits. **Journal of Petroleum Technology**, vol. 17, p.475-484, Abr. 1965.

HARBAUGH, J.W.; DOVETON, J.H.; DAVIS, J.C. **Probability Methods in Oil Exploration**. Nova York: Editora John Wiley & Sons, 1977.

HARBAUGH, J.W. Quantitative estimation of petroleum prospect outcome probabilities: an overview of procedures. **Marine and Petroleum Geology**, vol. 1, p. 298-312, Nov. 1984.

- HELTON, J. C.; JOHNSON, J.D.; SALLABERRY, C.J.; STORLIE, C.B.. Survey of sampling-based methods for uncertainty and sensitivity analysis. **Reliability Engineering & System Safety**, vol. 91, p. 1175-1209, Out. 2006.
- HOROWITZ, B.; GUIMARÃES, L.J.N.; DANTAS, V.; AFONSO, S.M.B. A concurrent efficient global optimization algorithm applied to polymer injection strategies. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, vol. 71, p. 195-204, 2010.
- HUANG, N.; JIANG, Y.; LI, B.; LIU, R. A numerical method for simulating fluid flow through 3-D fracture networks. **Journal of Natural Gas Science and Engineering**, vol. 33, p. 1271-1281, Jul. 2016.
- INTERNATIONAL DATA CORPORATION. IDC - Disponível em: <https://www.idc.com/>. Acesso em: 07 dez. 2021.
- KADEETHUM, T.; SALIMZADEH, S.; NICK, H.M. An investigation of hydromechanical effect on well productivity in fractured porous media using full factorial experimental design. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, vol. 181, 106233, Out. 2019.
- KAZEMI, H.; MERRILL JR, L.; PERTERFIELD, K.; ZEMAN, P. Numerical simulation of water-oil flow in naturally fractured reservoirs. **Society of Petroleum Engineers Journal**, vol. 16, n. 6, p. 317-326, 1976.
- KOOHBOR, B.; FAHS, M.; HOTEIT, H.; DOUMMAR, J.; YOUNES, A.; BELFORT, B. An advanced discrete fracture model for variably saturated flow in fractured porous media. **Advances Water Resources**, vol. 140, 103602, 2020.
- KRISHNAIAH, P.R. **Analysis of Variance**. 1.ed. Editora North-Holland, 1981.
- KRUMBEIN, W.C.; GRAYBILL, F.A. **An Introduction to Statistical Models in Geology**. Nova York: Editora McGraw-Hill Book, 1965.
- LEI, Q.; LATHAM, J-P.; TSANG, C-F. The use of discrete fracture networks for modelling coupled geomechanical and hydrological behaviour of fractured rocks. **Computers and Geotechnics**, vol. 85, p. 151-176, 2017.

- LIANG, B.; JIANG, H.; LI, J.; GONG, C. A systematic study of fracture parameters effect on fracture network permeability based on discrete-fracture model employing Finite Element Analyses. **Journal of Natural Gas Science and Engineering**, vol. 28, p. 711-722, 2016.
- LIMA, L.G.G.B. Planejamento de experimentos bayesianos: aplicações em experimentos na presença de tendências lineares. 2006. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2006.
- LONG, J.; REMER, J.; WILSON, C.; WITHERSPOON, P. Porous media equivalents for networks of discontinuous fractures. **Water Resources Research**, Vol. 18, n.3, p.645-658, 1982.
- MANCEAU, E.; MEZGHANI, M. ZABALZA-MEZGHANI, I.; ROGGERO, F. Combination of Experimental Design and Joint Modeling Methods for Quantifying the Risk Associated With Deterministic and Stochastic Uncertainties - An Integrated Test Study. *In: SPE ANNUAL TECHNICAL CONFERENCE AND EXHIBITION*. 2011, Nova Orleans.
- MANZOLI, O.L.; GAMINO, A.L.; RODRIGUES, E.A.; CLARO, G.K.S. Modeling of interfaces in two-dimensional problems using solid finite elements with high aspect ratio. **Computer and Structures**, vol. 94-95, p. 70-82, 2012.
- MANZOLI, O.L.; MAEDO, M.A.; BITENCOURT JR, L.A.G.; RODRIGUES, E.A. On the use of finite elements with a high aspect ratio for modeling cracks in quasi-brittle materials. **Engineering Fracture Mechanics**, vol. 153, p. 151-170, 2016.
- MANZOLI, O.L.; CLETO, P.R.; SÁNCHEZ, M.; LEONARDO, G.J.N.; MAEDO, M.A. On the use of high aspect ratio finite elements to model hydraulic fracturing in deformable porous media. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, vol. 350, p. 57-80, 2019.
- MANZOLI, O.L.; BORGES, L.F.A.; RODRIGUES, E.A.; CLETO, P.R.; MAEDO, M.A.; BITENCOURT JR, L.A.G. A new discrete fracture approach based on the use of coupling finite elements for modeling fluid transport in naturally fractured porous media. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, vol. 386, 114112, Dez. 2021.

- MARQUE, N.L.A.; CLETO, P.R.; NOGUEIRA, C.G. Planejamento de experimentos aplicado na obtenção de fraturas dominantes em reservatórios naturalmente fraturados. *In: RIO OIL E GAS EXPO AND CONFERENCE*, 20^a. 2022, Rio de Janeiro. (Artigo enviado para publicação).
- MEGILL, R.E. **An Introduction to Risk Analysis**. 1. ed. Editora Pennwell Corp, 1977.
- MEZGHANI, M.; FORNEL, A.; LANGLAIS, V.; LUCET, N. History matching and quantitative use of 4D seismic data for na improved reservoir characterization. *In: SPE ANNUAL TECHNICAL CONFERENCE AND EXHIBITION*. 2004, Houston.
- MOENCH, A.F. Double-porosity models for a fissured groundwater reservoir with fracture skin. **Water Resources Research**, vol. 20, n. 7, p. 831-846, 1984.
- MONTGOMERY, D.C. **Design and Analysis of Experiments**. 8. ed. Editora Wiley, 2012.
- MUDHAFAR, W.J.; DALTON, C.A.; MUSABEH, M.I. Metamodeling via Hybridized Particle Swarm with Polynomial and Splines Regression for Optimization of CO₂-EOR in Unconventional Oil Reservoirs. *In: SPE RESERVOIR CHARACTERISATION AND SIMULATION CONFERENCE AND EXHIBITION*. 2017, Abu Dhabi.
- NEJADI, S.; TRIVEDI, J.J.; LEUNG, J. History matching and uncertainty quantification of discrete fracture network models in fractured reservoirs. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, vol. 152, p. 21 – 32, 2017.
- NETER, J.; KUTNER, M.. WASSERMAN, W.; NACHTSHEIM, C. **Applied Linear Statistical Models**. 4. ed. Editora McGraw-Hill, 1996.
- NETO, B.B.; SCARMINIO, I.S.; BRUNS, R.E. **Planejamento e Otimização de Experimentos**. Campinas: Editora da Unicamp, 1996.
- NEUMANN, J.; RICHTMYER, R.D. Statistical Methods in Neutron Diffusion. *In: ULAM, S.M. (Org.) Analogies Between Analogies*, 10. ed. Califórnia: Editora da Universidade de Califórnia, 1947.

- NOGUEIRA, C.G. Desenvolvimento de modelos mecânicos, de confiabilidade e de otimização para aplicação em estruturas de concreto armado. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo, São Carlos, 2010.
- ODLING, N.E.; GILLESPIE, P.; BOURGINE, B.; CASTAING, C.; CHILÉS, J-P.; CHRISTENSEN, N.P.; FILLION, E. *et al.* Variations in fracture system geometry and their implications for fluid flow in fractured hydrocarbon reservoirs. **Petroleum Geoscience**, Vol. 5, p. 373-384, 1999.
- ORKISZEWSKI, J. Predicting Two-Phase Pressure Drops in Pipes. **Journal of Petroleum Technology**, vol. 19, p.829-838, Jun. 1967.
- PAITAN, C. A. T. Modelagem numérica de fluxo em meios fraturados e meios porosos fraturados. Dissertação (Mestrado) — Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2013.
- PASQUINI, N.C. Revoluções Industriais: uma abordagem conceitual. **Revista Tecnológica da Fatec Americana**, vol. 8, n.1, 2020.
- PLACKETT, R.L.; BURMAN, J.P. The Design of Optimum Multifactorial Experiments. **Biometrika**, vol. 33, p. 305-325, 1946.
- PEREIRA, L.C.; GUIMARÃES, L.J.N.; HOROWITZ, B.; SÁNCHEZ, M. Coupled hydro-mechanical fault reactivation analysis incorporating evidence theory for uncertainty quantification. **Computers and Geotechnics**, vol. 56 p. 202-215, 2014.
- PORTELLA, R. C. M., SALOMÃO, M. C., BLAETH, M., & DUARTE, R. L. B. Uncertainty Quantification to Evaluate the Value of Information in a Deepwater Reservoir. In: SPE RESERVOIR SIMULATION SYMPOSIUM. 2003, Houston.
- POULADI, B.; KESHAVARZ, S.; SHARIFI, M.; AHMADI, M.A. A robust proxy for production well placement optimization problems. **Fuel**, vol. 206, p. 467-481, 2017.
- PREVISÕES da IDC Brasil para 2021 apontam que mercado de TIC crescerá 7%: Mercado de TI deve crescer 11% e o de Telecom, 2%. IDC Media Center. 2021. Disponível em: <https://www.idc.com/getdoc.jsp?containerId=prLA47452221>. Último acesso em: 18 jan. 2022.

- REIS, L. C. Risk Analysis With History Matching Using Experimental Design or Artificial Neural Networks. In: SÉ EUROPE/EAGE ANNUAL CONFERENCE AND EXHIBITION. 2006, Vienna.
- RENARD, P.; MARSILY, G. Calculating equivalent permeability: a review. **Advances Water Resources**, vol. 20, n.5, p. 253-278, 1997.
- RISSO, F.V.A.; RISSO, V.F.; SCHIOZER, D.J. Risk Assessment of Oil Fields Using Proxy Models: A Case Study. *In*: CANADIAN INTERNATIONAL PETROLEUM CONFERENCE, 8th. 2007, Canadá.
- RISSO, Valmir Francisco. Ajuste de Histórico Utilizando a Metodologia do Planejamento Estatístico e a Combinação dos Dados de Produção e Pressão com Mapas de Saturação. Tese (Doutorado) - Faculdade de Engenharia Mecânica e Instituto de Geociências. Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2007.
- RISSO, V.F.; RISSO, F.V.A.; SCHIOZER, D.J. Aplicação da técnica do hipercubo latino na análise de riscos de campo de petróleo. *In*: CONGRESSO BRASILEIRO DE PESQUISA E DESENVOLVIMENTO EM PETRÓLEO E GÁS, 5º. 2009, Fortaleza.
- RODRIGUES, E.A.; MANZOLI, O.L.; BITENCOURT JR, L.A.; BITTENCOURT, T.N.; SÁNCHEZ, M. An adaptive concurrent multiscale model for concrete based on coupling finite elements. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, vol. 328, p. 26-46, 2018.
- RODRIGUES, E.A.; MANZOLI, O.L.; BITENCOURT JR, L.A. 3D concurrent multiscale model for crack propagation in concrete. **Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering**, vol. 361, 112813, 2020.
- SAKURAI, R.; ZUCHI, J. D. As revoluções Industriais até a Indústria 4.0. **Revista Interface Tecnológica**, vol. 15, n. 2, p. 480-491, 2018.
- SAYYAFZZADEH, M. History Matching by Online Metamodeling. *In*: SPE RESERVOIR CHARACTERISATION AND SIMULATION CONFERENCE AND EXHIBITION. 2015, Abu Dhabi.
- SHAFER, G. **A Mathematical Theory of Evidence**. Editora Princeton University Press, 1976.

- SILVA, J.G.C. **Estatística Experimental**: Planejamento de Experimentos. Pelotas: Editora da Universidade Federal de Pelotas, 2007.
- SNOW, D. T. A parallel plate model of fractured permeable media. Tese (Doutorado) - University of California, California, 1965.
- SOTOMAYOR, G.P.G. Metodologia Probabilística-Possibilística para Tratamento de Incertezas na Estimativa de Tempos em Poços de Petróleo. Tese (Doutorado) – Curso de Ciências e Engenharia de Petróleo. Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP, Campinas, 2011.
- SUSLICK, S.B.; SCHIOZER, D.J. Risk analysis applied to petroleum exploration and production: an overview. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, vol. 44, n. 2, p. 1-9, 2004.
- TIAB, D.; DONALDSON, E.C. **Petrophysics**: Theory and Practice of Measuring Reservoir Rock and Fluid Transport Properties. 3. ed. Editora Gulf Professional Publishing, 2015.
- TOUZANI, S.; BUSBY, D. Smoothing spline analysis of variance approach for global sensitivity analysis of computer codes. **Reliability Engineering & System Safety**, vol. 112, p. 67–81, 2012.
- VENKATARAMAN, R. Application of the Method of Experimental Design to Quantify Uncertainty in Production Profiles. *In*: SPE ASIA PACIFIC CONFERENCE ON INTEGRATED MODELLING FOR ASSET MANAGEMENT. 2000, Yokohama.
- WARREN, J.; ROOT, P.J. The behavior of naturally fractured reservoirs. **Society of Petroleum Engineers Journal**, vol. 3, n. 3, p. 245-255, 1963.
- WHITE, C.D.; ROYER, S.A. Experimental Design as a Framework for Reservoir Studies. *In*: SPE RESERVOIR SIMULATION SYMPOSIUM. 2003, Houston.
- WU, Y.; CHENG, L.; FANG, S.; HUANG, S.; JIA, P. A green element method-based discrete fracture model for simulation of the transient flow in heterogeneous fractured porous media. **Advances in Water Resources**, vol. 136, p. 103-489, 2020.

XU, J.; SUN, B.; CHEN, B. A hybrid embedded discrete fracture model for simulating tight porous media with complex fracture systems. **Journal of Petroleum Science and Engineering**, vol. 174, p. 131-143, 2019.

YAN, X.; HUANG, Z.; YAO, J.; LI, Y.; FAN, D. An efficient embedded discrete fracture model based on mimetic finite difference method. **Journal Petroleum and Science Engineering**, vol. 145, p. 11–21, 2016.

YU, W.; LUO, Z.; JAVADPOUR, F.; VARAVEI, A.; SEPEHRNOORI, K. Sensitivity analysis of hydraulic fracture geometry in shale gas reservoirs. **Journal Petroleum and Science Engineering**, vol. 113, p. 1-7, 2014.