

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
FACULDADE DE CIÊNCIAS AGRÁRIAS E VETERINÁRIAS
CÂMPUS DE JABOTICABAL**

**USO DE TÉCNICAS EM GEOESTATÍSTICA PARA ESTIMAR E MAPEAR
ATRIBUTOS DO SOLO**

Eduardo Rodrigues Neumann

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA
FACULDADE DE CIÊNCIAS AGRÁRIAS E VETERINÁRIAS
CÂMPUS DE JABOTICABAL**

**USO DE TÉCNICAS EM GEOESTATÍSTICA PARA ESTIMAR E MAPEAR
ATRIBUTOS DO SOLO**

Eduardo Rodrigues Neumann
Orientador: Prof. Dr. Gener Tadeu Pereira
Coorientadora: Profa. Dra. Angélica Santos Rabelo de Souza Bahia

Trabalho apresentado à Faculdade de Ciências
Agrárias e Veterinárias - UNESP, Câmpus de
Jaboticabal, para graduação em ENGENHARIA
AGRONÔMICA.

N492u

Neumann, Eduardo Rodrigues

Uso de técnicas em geoestatística para estimar e mapear atributos do solo /

Eduardo Rodrigues Neumann. -- Jaboticabal, 2025

78 p. : tabs., mapas

Trabalho de conclusão de curso (Bacharelado - Engenharia Agrônômica) -
Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Ciências Agrárias e
Veterinárias, Jaboticabal

Orientadora: Gener Tadeu Pereira

Coorientadora: Angélica Santos Rabelo de Souza Bahia

1. Krigagem. 2. Ciência do solo. 3. Geologia métodos estatísticos.
Cana-de-açúcar. 5. Mapeamento do solo. I. Título.

EDUARDO RODRIGUES NEUMANN

**USO DE TÉCNICAS EM GEOESTATÍSTICA PARA ESTIMAR E MAPEAR
ATRIBUTOS DO SOLO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentada à Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Ciências Agrárias e Veterinárias, Jaboticabal, para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Agrônoma.

Orientador: Prof. Dr. Gener Tadeu Pereira

Coorientadora: Profa. Dra. Angélica Santos Rabelo de Souza Bahia

Área de Concentração:

Data da defesa: 21/11/2024

(x) Aprovado

() Reprovado

Banca Examinadora:



Documento assinado digitalmente

GENER TADEU PEREIRA

Data: 08/03/2025 08:42:45-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Gener Tadeu Pereira

UNESP – Faculdade de Ciências Agrárias e Veterinárias – Campus de Jaboticabal



Documento assinado digitalmente

ALEX SPINDOLA

Data: 07/03/2025 19:01:48-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Alex Spindola



Documento assinado digitalmente

MARA REGINA MOITINHO

Data: 10/03/2025 09:01:04-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Mara Regina Moitinho

UNESP – Faculdade de Ciências Agrárias e Veterinárias – Campus de Jaboticabal

Aprovado em reunião do Conselho do Departamento em:

13 / 03 / 2025

Aprovado ad referendum



Documento assinado digitalmente

DANISIO PRADO MUNARI

Data: 13/03/2025 14:57:07-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Danisio Prado Munari
Chefe do Departamento

DADOS CURRICULARES DO AUTOR

EDUARDO RODRIGUES NEUMANN – nasceu em Assis, São Paulo no dia 28/05/2002. Ingressou no curso de Engenharia Agrônômica na Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" – FCAV/Unesp em 2020 e concluirá a graduação em 2025. Durante sua formação, desenvolveu habilidades em geostatística, manejo de solo, manejo de fertilidade e outras áreas relacionadas à ciência do solo. Focou sua pesquisa de Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) em Geostatística aplicada à Ciência do Solo, com especial interesse em técnicas de krigagem e variabilidade espacial para o manejo sustentável da cultura da cana-de-açúcar.

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho, em primeiro lugar, à minha família, que sempre esteve ao meu lado em cada passo dessa jornada. **Amo muito minha família**, especialmente minha mãe, **Eloiza Rodrigues Ferreira**, minha maior apoiadora, meu suporte incondicional e a pessoa que mais amo no mundo; meu irmão, **Bernardo Rodrigues Neumann**; meu pai, **Bruno Neumann Junior**; e minha avó, **Aparecida Maria Neumann**, que sempre me deram todo o amor, apoio e inspiração.

Aos meus tios, **Claudio Parisotto**, **Claudinei Márcio Salatini** e **Beto Neumann**, agricultores que me inspiraram a seguir a carreira de agronomia. Um agradecimento especial ao **Claudio**, não apenas agricultor, mas também engenheiro agrônomo, que segue a mesma profissão que eu, tornando-se uma fonte ainda maior de inspiração.

Uma dedicatória especial ao meu primo mais velho, **Miguel Neumann**, que me guiou e incentivou a entrar no curso de agronomia e a me desenvolver nele. Gostaria também de expressar minha gratidão ao restante da minha família, que tanto amo. Às minhas tias, **Verônica Aparecida Neumann Parisotto** e **Anneliese Neumann Salatini**, artistas e profissionais incríveis, sempre trazendo alegria e diversão com suas brincadeiras. Ao meu primo **Matheus Neumann Salatini**, que está seguindo o mesmo caminho que eu na agronomia, e à minha prima **Livia Neumann Parisotto**, que escolheu a carreira de veterinária, mostrando o talento e dedicação que nossa família tanto valoriza.

A todos vocês, incluindo os familiares e amigos que não mencionei anteriormente, minha eterna gratidão por estarem presentes em minha vida e por me apoiarem em cada passo desta jornada.

AGRADECIMENTO

A realização deste trabalho só foi possível graças ao apoio de muitas pessoas. Agradeço, primeiramente, ao meu orientador Prof. Dr. Gener Tadeu Pereira e à minha coorientadora Profa. Dra. Angélica Santos Rabelo de Souza Bahia, por sua orientação, paciência e dedicação ao longo de todo o processo de pesquisa e escrita. Aos professores do curso de Engenharia Agrônômica da FCAV/Unesp, que me proporcionaram uma base sólida de conhecimento e aprendizado durante a minha trajetória acadêmica.

À minha família, especialmente meus pais e irmão, pelo apoio inabalável em cada etapa desta caminhada, tanto nos momentos de conquistas quanto nos de desafios. Agradeço também aos meus amigos e colegas de curso, que compartilharam essa jornada comigo, oferecendo sempre palavras de encorajamento e colaboração nos momentos mais difíceis.

Por fim, deixo minha gratidão à Unesp, pelos recursos e oportunidades oferecidos, à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) pelo apoio financeiro (Processo nº 13/17552-6), e a todos que, de alguma forma, contribuíram para a realização deste trabalho.

SUMÁRIO

LISTA DE TABELAS	ix
LISTA DE FIGURAS	x
LISTA DE QUADROS	xi
1. RESUMO	xii
2. SUMMARY	xiii
3. INTRODUÇÃO	14
4. REVISÃO DE LITERATURA	16
4.1 Ciência do solo	16
4.2 Cana-de-açúcar	17
4.3 Geoestatística	20
4.4 Hipóteses	21
4.5 Variograma	24
4.6 Modelos de Variogramas	26
4.7 Grau de dependência espacial (GDE)	35
4.8 Fatores afetam a confiabilidade do variograma experimental	37
4.9 Krigagem: Ordinária, Simples, Universal e Indicatriz	40
5. MATERIAL E MÉTODOS	47
5.1 Descrição da área e amostragem	47
5.2 Procedimentos de coleta de dados	49
5.3 Determinação da escolha de atributos do solo	50
5.4 Análise geoestatística	53
6. RESULTADOS E DISCUSSÃO	54
7. CONCLUSÃO	73
8. LITERATURA CITADA	74

LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Estatística descritiva básica dos atributos do solo	56
Tabela 2. Estimativas dos parâmetros dos modelos ajustados aos semivariogramas experimentais.....	59
Tabela 3. Diagnósticos a partir da validação cruzada de modelos de variogramas ajustados a variogramas experimentais.....	61
Tabela 4. Estimativas dos parâmetros dos modelos ajustados aos semivariogramas experimentais indicatrizes.....	69

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Variograma experimental obtido pela discretização dos lags (distância) em intervalos	26
Figura 2. Ilustração de um variograma experimental com modelo ajustado e os parâmetros C_0 – efeito pepita, C_1 – patamar parcial, $C_0 + C_1$ – patamar, e a – alcance	29
Figura 3. Ilustração dos modelos teóricos (a) esférico, exponencial e gaussiano e (b) modelos potência	32
Figura 4. Ilustração do modelo efeito pepita	34
Figura 5. Ilustração do variograma experimental com tendência	35
Figura 6. Caracterização da área de estudo: (a) Localização da área amostral; (b) Mapa geológico na escala 1:500000 (SG – Serra Geral; ECD – Depósito Colúvio Eluvionar; AD – Depósito Aluvionar); (c) Mapa geomorfométrico na escala de Escala 1:100000 (C_c – côncava; C_x – Convexa); (d) Mapa pedológico na escala 1:12000 (LVAd - Latossolo Vermelho Amarelo distrófico textura média; LVd - Latossolo Vermelho distrófico textura média; LVdf - Latossolo Vermelho distroférico textura argilosa; LVeF - Latossolo Vermelho eutroférico textura argilosa; RQod – Neossolo Quartzarênico órtico distrófico textura arenosa); (e) Distribuição espacial das amostras.....	48

LISTA DE QUADROS

Quadro 1. Variogramas ajustados e respectivos mapas espaciais para fósforo e potássio	62
Quadro 2. Variogramas ajustados e respectivos mapas espaciais para cálcio, magnésio e MO	63
Quadro 3. Variogramas ajustados e respectivos mapas espaciais para argila e silte	65
Quadro 4. Variogramas ajustados e respectivos mapas espaciais para areia total e suscetibilidade magnética.....	67
Quadro 5. Variogramas ajustados e respectivos mapas espaciais para pH, CTC e V%.....	68
Quadro 6. Variogramas Krigagem indicatriz do fósforo, pH e V%	72

USO DE TÉCNICAS EM GEOESTATÍSTICA PARA ESTIMAR E MAPEAR ATRIBUTOS DO SOLO

1. RESUMO - Este estudo avaliou e comparou as técnicas de krigagem universal (KU) e krigagem indicatriz (KI) para mapear a variabilidade espacial de atributos do solo em uma área de cultivo de cana-de-açúcar, utilizando dados georreferenciados de 349 amostras. Modelos de variogramas foram ajustados para 12 variáveis do solo. A validação cruzada indicou que a KU apresentou melhor desempenho para atributos com dependência espacial contínua, como MO e CTC, devido à sua capacidade de incorporar tendências e produzir mapas mais precisos, evidenciada pelos menores erros médios quadráticos (MSE) e maior coerência com os valores observados. Por outro lado, a KI demonstrou eficácia na identificação de zonas específicas de manejo para variáveis categorizadas, como pH e saturação por bases, auxiliando na delimitação de áreas críticas. Concluiu-se que ambas as técnicas são adequadas para representar a variabilidade espacial do solo, mas a escolha deve ser baseada nas características do atributo estudado e nos objetivos do manejo. Este trabalho reforça o papel da geoestatística no planejamento agrícola, contribuindo para práticas mais precisas e sustentáveis.

Palavras-chave: Krigagem; Ciência do Solo; Métodos Estatísticos em Geologia; Cana-de-Açúcar; Mapeamento do Solo.

USE OF GEOSTATISTICAL TECHNIQUES TO ESTIMATE AND MAP SOIL ATTRIBUTES

2. SUMMARY - This study evaluated and compared universal kriging (UK) and indicator kriging (IK) techniques to map the spatial variability of soil attributes in a sugarcane cultivation area, using georeferenced data from 349 samples. Variogram models were fitted for 12 soil variables. Cross-validation indicated that UK performed better for attributes with continuous spatial dependence, such as organic matter (OM) and cation exchange capacity (CEC), due to its ability to incorporate trends and produce more accurate maps, as evidenced by lower mean squared errors (MSE) and greater coherence with observed values. On the other hand, IK proved effective in identifying specific management zones for categorized variables, such as pH and base saturation, aiding in the delineation of critical areas. It was concluded that both techniques are suitable for representing soil spatial variability, but the choice should be based on the characteristics of the studied attribute and management objectives. This work highlights the role of geostatistics in agricultural planning, contributing to more precise and sustainable practices.

Keywords: Kriging, Soil Science, Geology Statistical Methods, Sugarcane, Soil Mapping.

3. INTRODUÇÃO

A geoestatística, uma ferramenta essencial na análise espacial, teve sua origem no trabalho seminal de Daniel Krige (1951). Krige, um engenheiro de minas na África do Sul, introduziu métodos estatísticos inovadores para avaliar as concentrações de ouro, demonstrando como a variância dos dados amostrais estava intrinsecamente relacionada à distância entre os pontos de amostragem. Este princípio pioneiro estabeleceu a base para o que posteriormente seria conhecido como 'krigagem', uma técnica de interpolação espacial fundamental na geoestatística.

A teoria formal da geoestatística foi desenvolvida por Georges Matheron em 1963, inspirado pelo trabalho de Krige, elaborou a teoria das variáveis regionalizadas (VR), formalizando matematicamente os conceitos e as práticas empregadas na análise espacial de dados. Seu trabalho culminou na consolidação do processo de krigagem, nomeado em homenagem a Krige, que se tornou uma técnica padrão para estimativa espacial em uma variedade de campos científicos.

Atualmente, a geoestatística é aplicada em uma ampla gama de disciplinas incluindo engenharia de petróleo, geologia, ciência do solo, meteorologia, hidrologia, agricultura de precisão, controle de poluição, saúde pública, ecologia de plantas e animais, e sensoriamento remoto. Especificamente na agricultura moderna, conhecida como agricultura 4.0 ou agricultura de precisão, a geoestatística pode vir desempenhar um importante papel, porque é um método de baixo custo que permite através de

semiovariogramas e krigagem conhecer, analisar e gerar mapas das propriedades espaciais estudadas de diferentes solos e culturas de maneira satisfatória, essas informações contribuem para a tomada de decisão mais assertiva por parte dos agricultores (SOTT, 2020).

Um estudo relevante que analisou propriedades do solo em relação à cultura da cana-de-açúcar utilizou técnicas de geoestatística para explorar a relação entre emissões de CO₂ e atributos químicos, físicos e microbiológicos do solo (MOITINHO et al., 2021b). Os resultados mostraram que as emissões de CO₂ estão diretamente ligadas à atividade da microbiota e à retenção de carbono no solo. Além disso, a modelagem estatística destacou que o manejo sem queima favorece uma maior diversidade microbiana, contribuindo para reduzir as emissões de gases de efeito estufa, evidenciando os benefícios ambientais desse tipo de manejo.

Por meio destas técnicas, este estudo visa elaborar mapas que ilustram a variabilidade espacial das variáveis respostas (VRs) matéria orgânica (MO), fósforo (P), potássio (K), cálcio (Ca), magnésio (Mg), capacidade de troca catiônica (CTC), porcentagem de saturação por bases (V%), textura (argila, silte, areia), susceptibilidade magnética (SM) e pH, utilizando um banco de dados legados do grupo de pesquisa “Caracterização do Solo para fins de Manejo Específico (CSME)” da FCAV/Unesp, oferecendo recomendações precisas de manejo da cultura de cana-de-açúcar. A hipótese desse trabalho é que as técnicas geoestatísticas utilizadas, como a krigagem universal e o ajuste de variogramas, são suficientemente precisas para representar a variabilidade espacial dos atributos do solo em áreas manejadas com cana-de-açúcar.

4. REVISÃO DE LITERATURA

4.1 Ciência do solo

A ciência do solo é a área do conhecimento que estuda o solo como recurso natural, abrangendo sua formação, classificação e propriedades físicas, químicas e biológicas. Trata-se de uma disciplina interdisciplinar que integra conceitos de geologia, biologia e ciências ambientais, com o objetivo de promover o uso sustentável da terra e a produção agrícola. O solo pode ser analisado sob três aspectos principais, cada um com sua importância:

- **Aspecto químico:** Refere-se à composição de nutrientes, pH e capacidade de troca catiônica. Esses fatores são essenciais para o crescimento das plantas e o manejo de nutrientes. Camargo (2013) destacou a adsorção de fósforo relacionada aos óxidos de ferro como um exemplo significativo da interação química no solo.
- **Aspecto físico:** Inclui propriedades como textura, estrutura e porosidade, que determinam a capacidade de retenção de água e aeração do solo. Siqueira (2010) demonstrou que a suscetibilidade magnética pode ser utilizada como ferramenta para compreender melhor essas características.
- **Aspecto biológico:** Envolve a atividade microbiana e a matéria orgânica, elementos fundamentais para o ciclo de nutrientes e a manutenção da saúde do solo.

A textura do solo exerce grande influência em sua funcionalidade, afetando diretamente a retenção de água, a disponibilidade de nutrientes e a resistência

à erosão. Soria (2014) evidenciou que a textura, especialmente o teor de argila, impacta de forma significativa a fertilidade e a produtividade agrícola.

O avanço de técnicas modernas, como a suscetibilidade magnética (Siqueira, 2010) e a espectroscopia de reflectância difusa (Camargo, 2013), tem possibilitado análises químicas mais eficientes. Essas abordagens oferecem alta resolução espacial e reduzem custos e impactos ambientais, constituindo alternativas promissoras às metodologias convencionais.

Adicionalmente, métodos geoestatísticos, como a krigagem e a análise de agrupamento, têm sido amplamente empregados para mapear a variabilidade espacial dos atributos do solo (Silvero, 2018; Soria, 2014). Essas ferramentas desempenham um papel essencial na agricultura de precisão, promovendo práticas sustentáveis e otimizando o uso de insumos.

Conclui-se que a ciência do solo conecta conhecimentos fundamentais com aplicações práticas, garantindo o uso sustentável da terra e a segurança alimentar. A integração dos aspectos químicos, físicos e biológicos do solo ressalta sua complexidade e a necessidade de abordagens interdisciplinares e metodologias avançadas para seu estudo e manejo.

4.2 Cana-de-açúcar

A cana-de-açúcar foi descrita pela primeira vez por Linneu em 1753, como: *Saccharum officinarum* e *Saccharum spicatum* (REBOUÇAS, 2009). Alguns estudos dizem que o centro de origem dessa cultura foi na Polinésia ou Papua Nova Guiné, na Oceania, outros apontam a Indonésia, Filipinas ou Norte da África como seu centro de origem (REBOUÇAS, 2009). A cana-de-açúcar

chega na China por volta de 800 a.C., alguns estudos apontam que cana de açúcar já estava presente entre 10000 a.C. a 20000 a.C. (REBOUÇAS, 2009).

A cana de açúcar cultivada hoje (*Saccharum spp.*) normalmente é um híbrido de até cinco plantas do género *Saccharum* em que a média de produtividade no Brasil está em torno de 80 t/ha (RAIJ et al., 2022). E a safra de 2023/2024, a produção de cana-de-açúcar no Brasil alcançou 713,2 milhões de toneladas, marcando um novo recorde na série histórica monitorada pela Companhia Nacional de Abastecimento (CONAB). Este volume representa um crescimento de 16,8% em relação à safra anterior, conforme revelado pelo 4º Levantamento sobre a cultura, divulgado pela Conab. De acordo com o boletim, a área colhida teve um aumento modesto de 0,5%, totalizando 8,33 milhões de hectares, enquanto o rendimento médio por hectare subiu 16,2%, passando de 73.655 quilos para 85.580 quilos (CONAB, 2023).

A produção de açúcar é uma das atividades econômicas mais antigas do Brasil, profundamente ligada aos principais eventos históricos do país. A cultura da cana-de-açúcar tornou-se vital para o agronegócio brasileiro não apenas pelos recordes na produção e exportação de açúcar, mas também por sua contribuição na produção de etanol e geração de energia a partir do bagaço. O Brasil destaca-se como o maior produtor e exportador mundial de açúcar, detendo mais de 30% do mercado global nos últimos anos, com receitas de exportação atingindo 8,7 bilhões de dólares em 2020 e chegou já a marca de 12 bilhões de dólares em 2017 (EMBRAPA, 2022).

Além disso, o etanol derivado da cana-de-açúcar tem um papel significativo na substituição da gasolina, o que ajuda a reduzir a pegada de

carbono e as emissões de gases de efeito estufa, conforme os compromissos do Acordo de Paris na Conferência das Nações Unidas sobre as Mudanças Climáticas de 2015, COP 21. O Brasil é o líder mundial na produção de cana-de-açúcar, seguido pela Índia, sendo o maior produtor de açúcar e álcool, além de ser o principal exportador de açúcar do mundo (EMBRAPA, 2022).

A cultura da cana-de-açúcar tem vários trabalhos com as técnicas de geoestatística, como por exemplo: o trabalho mencionado a seguir que utilizou variogramas e interpolação por Krigagem, técnicas de geoestatística que serão detalhadas posteriormente neste trabalho, para analisar a variabilidade espacial das emissões de CO₂ em áreas de cana-de-açúcar sob colheita com queima e colheita verde (PANOSSO et al., 2011). Os resultados mostraram emissões significativamente maiores no sistema com queima (2,74 mmol m² s⁻¹) em relação à colheita verde (2,07 mmol m² s⁻¹). Além disso, a interação entre o índice de humificação e a densidade do solo foi identificada como um fator-chave para entender a variabilidade das emissões no sistema com queima, reforçando a importância do manejo sustentável. Já outro trabalho utilizou técnicas de geoestatística, Moitinho et al. (2021a) para investigar a variabilidade espacial das emissões de CO₂ do solo em sistemas de colheita de cana-de-açúcar com e sem queima. A aplicação de análise multivariada, como a análise de componentes principais (PCA), revelou que variáveis como matéria orgânica, umidade e biomassa microbiana foram determinantes para explicar as emissões de CO₂, evidenciando que o manejo sem queima contribui para a redução de 37% nas emissões e para a melhoria da qualidade do solo.

Em suma, é possível observar que a cultura da cana-de-açúcar é de extrema importância para o agronegócio e a economia brasileira, não apenas pelo impacto histórico, mas também pelo potencial de contribuir para a redução de emissões de gases de efeito estufa quando o etanol é utilizado como alternativa ao diesel ou à gasolina, derivados de petróleo.

4.3 Geoestatística

A geoestatística surgiu na década de 1950, quando Daniel Krige desenvolveu métodos estatísticos empíricos para prever teores de minério a partir de dados amostrais espacialmente correlacionados nas minas de ouro da África do Sul (OLIVER; WEBSTER, 2014).

Geoestatística é uma disciplina que combina conceitos de estatística com a análise espacial para modelar e prever teores de variáveis do solo, em locais não amostrados, que apresentam dependência espacial. Diferentemente da estatística clássica, que geralmente assume que as amostras são independentes e distribuídas aleatoriamente, a geoestatística considera a continuidade e a organização espacial das variáveis. Isso é fundamental para dados ambientais e de solos, onde as observações próximas geralmente são mais semelhantes entre si do que aquelas distantes (VIEIRA, 2000).

O coração da geoestatística está no variograma, uma ferramenta que descreve a variabilidade espacial de uma variável. O variograma é essencial para a krigagem, uma técnica de interpolação que estima valores em locais não amostrados com base em valores amostrados, proporcionando estimativas não viesadas e de mínima variância (VIEIRA, 2000). Para obter resultados

confiáveis, é crucial modelar o variograma com funções matemáticas válidas e ajustar essas funções por meio de mínimos quadrados ponderados (OLIVER; WEBSTER, 2014).

Em uma área A temos:

$$\{Z(x_i), i = 1, 2, \dots, n\} \quad (1)$$

Em que $z(x_i)$ é uma posição no espaço ou tempo que tem coordenadas (x_i, y_i) . Para uma posição $z(x_i)$, temos que cada valor medido da variável, $z(x_i)$, é uma realização da Variável Aleatória $Z(x_i)$. E $Z(x_i)$ para qualquer x_i dentro de A é uma realização do conjunto de variáveis aleatórias $\{Z(x_i)$ para qualquer x_i dentro de $A\}$. O conjunto de variáveis aleatórias é uma função aleatória denominada $Z(x_i)$ que tem dependência espacial, ou seja, continuidade (VIEIRA, 2000).

4.4 Hipóteses

A função aleatória deve ser submetida a algumas hipóteses. A estacionariedade é a hipótese de que as propriedades estatísticas de uma variável espacial são constantes ao longo do espaço. Existem dois tipos principais de estacionariedade utilizados em geoestatística: hipóteses de ordem 2 e hipóteses intrínseca.

Para estimar os valores não amostrados da VR é preciso restringir a estacionariedade, ou seja, a VR $Z(x_i + h)$ deve ser estatisticamente igual para cada vetor h . Sendo a estacionariedade de ordem 2 tudo o que se pede na geoestatística (VIEIRA, 2000).

Na estacionariedade de ordem 2 temos que a média da variável é constante e que a covariância entre dois pontos depende apenas da distância e direção que os separam, e não de suas posições absolutas no espaço. A função de covariância, $C(h)$, e a variância, σ^2 , são usadas para descrever essa dependência espacial.

Uma função aleatória $Z(x_i)$ é de estacionariedade de ordem 2 se:

$$E\{Z(x_i)\} = \mu \quad (2)$$

O valor esperado de $E\{Z(x_i)\}$ existe e não depende da posição de x_i , sendo para qualquer x_i dentro da área A . E para cada par de variável regionalizada, $(Z(x_i), Z(x_i + h))$, a função da covariância, $C(h)$, existir e for em função de h sendo válida para qualquer x_i dentro de A :

$$C(h) = E[Z(x_i)Z(x_i + h)] - \mu^2 \quad (3)$$

Em que E denota a esperança matemática, μ é a média e h é a distância de separação entre dois pontos. Essa equação implica que a variância, σ^2 , e o variograma $2\gamma(h)$, também possuem estacionariedade.

O variograma $2\gamma(h)$, pode ser definido por:

$$2\gamma(h) = 2C(0) - 2C(h) \quad (4)$$

Ao dividir por 2 temos o semivariograma:

$$\gamma(h) = C(0) - C(h) \quad (5)$$

Em que $C(0)$ é a variância do processo aleatório (OLIVER; WEBSTER, 2014). A partir desse ponto do texto adotaremos o termo variograma.

Pelas ferramentas de variograma e covariância, a hipótese de ordem 2 pode ser satisfeita e podemos caracterizar a dependência espacial. A estacionariedade permite a possibilidade de repetição do experimento podendo

ser com amostras diferentes porque todas elas são populações com os mesmos momentos estatísticos, ou seja, mesma média e variância (VIEIRA, 2000).

A hipótese de estacionariedade de ordem 2 implica que os valores medidos possuem uma variância finita, ou seja, $Var\{Z(x)\} = C(0)$. No entanto, essa hipótese pode não ser válida para certos fenômenos físicos que apresentam uma capacidade infinita de dispersão (VIEIRA, 2000). Nesse caso utiliza-se a hipótese intrínseca. A hipótese intrínseca é menos restritiva que a de ordem 2 porque mesmo que a média da variável espacial possa não ser constante, ela precisa apenas da existência e da estacionariedade de um variograma. Uma função aleatória é intrínseca quando, além de satisfazer a condição expressa na equação (2), a estacionariedade do primeiro momento estatístico, também o incremento $Z(x_i) - (Z(x_i + h))$ tem variância finita, e não depende de x_i para qualquer vetor h (VIEIRA, 2000). Através de alguns cálculos chegamos:

$$\gamma(h) = \frac{E[Z(x_i) - Z(x_i + h)]^2}{2} \quad (6)$$

Na geoestatística o variograma, $\gamma(h)$, é mais usado do que o variograma, $2\gamma(h)$. E a hipótese intrínseca também é mais usada do que a de ordem 2 por ser menos restritiva (VIEIRA, 2000). A aplicação correta das hipóteses de estacionariedade e da hipótese intrínseca é essencial para a eficácia da geoestatística. Elas fornecem a base teórica para a modelagem de variogramas e para técnicas de interpolação como a krigagem, que são amplamente utilizadas em estudos ambientais e de solos para fornecer previsões precisas e confiáveis.

4.5 Variograma

O variograma é uma ferramenta fundamental na geoestatística, utilizada para quantificar a variabilidade espacial de um conjunto de dados georreferenciados. Em termos mais simples, ele mede a dissimilaridade média entre pares de observações em função da distância que as separa. Existe dois tipos de variogramas: variograma regional e variograma experimental.

O variograma regional é uma medida da variabilidade espacial de uma variável específica dentro de uma região finita, capturando a realização particular de um processo aleatório. Ele descreve a variabilidade espacial completa da variável em questão na área de interesse, abrangendo todas as direções e distâncias possíveis. Ao contrário do variograma experimental, que se baseia em dados amostrais específicos, o variograma regional é visto como uma característica inerente à região e à variável em estudo. Outra diferença desse para o teórico é que uma região finita pode não incluir toda a variação presente no processo teórico assumido. As estimativas do variograma regional podem ser obtidas a partir de um grande banco dados densos coletados por sensores de satélite e proximais, que são utilizados para calcular variogramas experimentais (OLIVER; WEBSTER, 2014).

Por outro lado, o variograma experimental é uma estimativa empírica da variabilidade espacial de uma variável regionalizada, calculada a partir de um conjunto de dados amostrais. Ele é obtido através da análise das diferenças quadráticas médias entre pares de pontos amostrais separados por diversas distâncias (lags). O variograma experimental é representado graficamente para mostrar como a semivariância muda com a distância entre as amostras,

fornecendo uma visão inicial da estrutura espacial dos dados (OLIVER; WEBSTER, 2014).

O variograma pode ser definido pela equação (6) e podemos estimar um variograma experimental de acordo com os dados, $z(x_i)$, $i = 1, 2, \dots$ e etc. (OLIVER; WEBSTER, 2014). Essa estimação é calculada pela seguinte equação que é creditada a Matheron (1965):

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} \{z(x_i) - z(x_i + h)\}^2 \quad (7)$$

Em que $N(h)$ é o número de pares de pontos medidos de x_i e $x_i + h$ separados pela distância (lag) h e sendo $z(x_i) - z(x_i + h)$ os valores dos respectivos pontos x_i e $x_i + h$. O valor de $\gamma(h)$ é a semivariância estimada.

O variograma experimental é um gráfico montado a partir de $\gamma(h)$ versus os valores correspondentes de h que é uma função do vetor h (PEREIRA, 2023; VIEIRA, 2000). A ilustração de variograma experimental pode ser visto em seguida, na Figura 1.

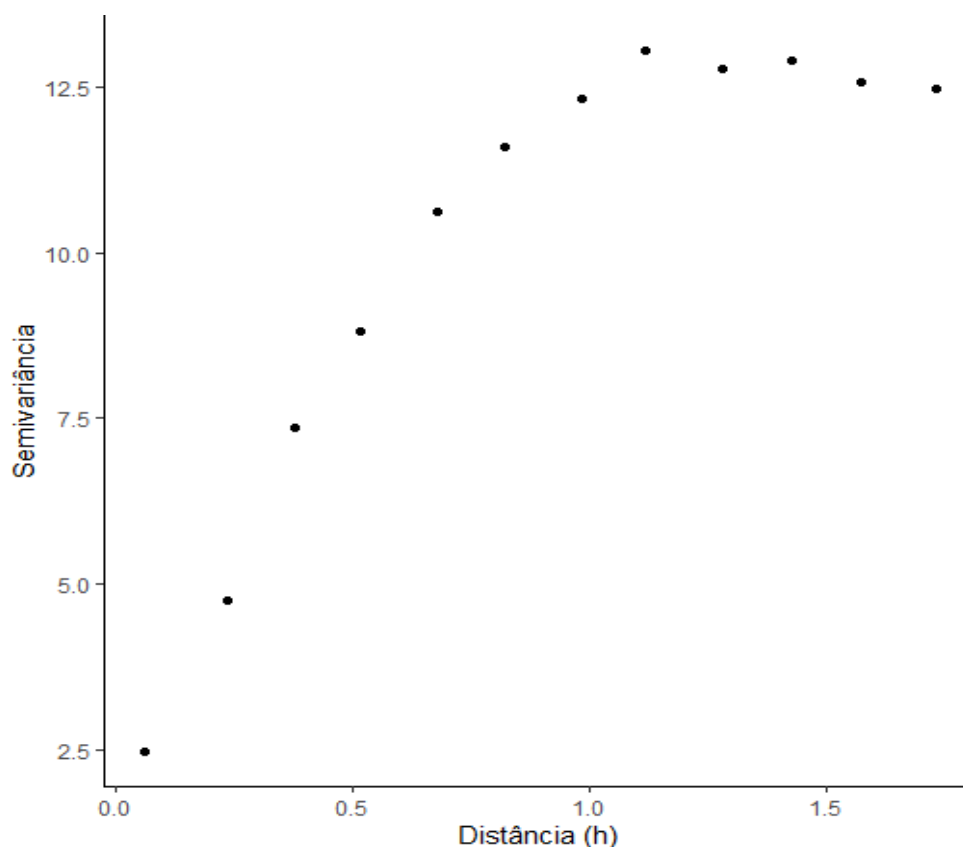


Figura 1. Variograma experimental obtido pela discretização dos lags (distância) em intervalos.

4.6 Modelos de Variogramas

O ajuste de modelos é talvez o aspecto mais controverso da geoestatística. Alguns profissionais ainda ajustam os modelos a olho (a sentimento); o procedimento não é confiável por várias razões, incluindo flutuações no variograma experimental, a precisão variável da semivariância calculada e anisotropia, ou seja, variação na função subjacente com mudança na direção. A abordagem que adotamos é a adotada na maioria dos softwares modernos a qual é fortemente recomendada (OLIVER; WEBSTER, 2014):

1. Fazer um gráfico do variograma experimental.

2. Escolher vários modelos que aparecem ter uma forma certa e ajuste cada um por vez por mínimos quadrados ponderado em um programa credenciado.
3. Fazer o gráfico do modelo ajustado no variograma experimental e avalie se o ajuste parece razoável.
4. Se todos os modelos plausíveis parecem se ajustar bem, escolher um com a menor soma de quadrados residual ou menor quadrado médio.
5. Pode-se ser capaz de melhorar um ajuste no sentido acima, elaborando um modelo. Qualquer combinação dos modelos válidos simples é válida. Mas a complexidade adicional vale a pena? O critério de informação de Akaike, o AIC, pode ajudar a responder. Ele é definido como:

$$AIC = 2 \ln(L) + 2p \quad (8)$$

em que L é a função de verossimilhança maximizada e p é o número de parâmetros no modelo: o objetivo é minimizá-la.

6. Se você ainda está inseguro sobre qual modelo escolher especialmente para a Krigagem então faça uma *validação cruzada* e escolha o modelo que produza, um erro médio próximo de zero:

$$ME = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [z(x_i) - \hat{z}(x_i)] \quad (9)$$

O erro médio (ME) mede a média dos erros residuais, indicando o desvio central do modelo. Um valor de ME próximo de zero sugere que o modelo não possui distorção sistemática nos erros, ou seja, não há erro sistemático nas previsões (OLIVER; WEBSTER, 2014).

Um erro médio quadrático mínimo:

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [z(x_i) - \hat{z}(x_i)]^2 \quad (10)$$

O erro médio quadrático (*MSE*) mede a média dos quadrados dos erros, penalizando erros maiores mais severamente do que erros menores. É útil para verificar o quanto as previsões se desviam dos valores verdadeiros, com a penalização ajudando a controlar grandes desvios (OLIVER; WEBSTER, 2014).

A razão do erro médio quadrático (*MSDR*) dado por:

$$MSDR = \frac{1}{N} \frac{\sum_{i=1}^N [z(x_i) - \hat{z}(x_i)]^2}{\sigma_{Kr}^2(x_i)} \quad (11)$$

A razão do desvio médio quadrático (*MSDR*) é uma relação entre o *MSE* e as variâncias previstas pelo modelo kriging, onde σ_i^2 são as variâncias de krigagem para cada previsão. Um valor de *MSDR* próximo de 1 indica que as variâncias estimadas estão bem alinhadas com os erros quadráticos, indicando que o modelo está adequadamente calibrado. Esse sendo o critério mais relevante dos três na hora de escolher um modelo (OLIVER; WEBSTER, 2014).

Nas equações (9), (10) e (11) $z(x_i)$ é o valor observado em x_i , $\hat{z}(x_i)$ é o valor estimado em x_i e $\sigma_{Kr}^2(x_i)$ é a variância estimada da Krigagem em x_i .

Em resumo, o erro médio (*ME*) fornece uma percepção do erro médio de um modelo sem considerar a magnitude desses erros. Em contraste, o erro médio quadrático (*MSE*) leva em conta a magnitude dos erros, sendo útil para destacar o impacto de grandes desvios na performance do modelo. Já a razão do desvio médio quadrático (*MSDR*) avalia a precisão das estimativas de variância dentro do contexto de krigagem, através da comparação entre os erros quadráticos previstos e os observados, servindo como uma métrica para validar a incerteza estimada em previsões geoespaciais.

A escolha do modelo de variograma adequado é crítica porque impacta diretamente na precisão das predições feitas através do krigagem. Um modelo

bem ajustado reduzirá o erro de predição e proporcionará estimativas mais confiáveis. Webster e Oliver (2014) destacam que um ajuste cuidadoso do modelo às características do variograma experimental é essencial, utilizando-se de análises gráficas e diagnósticos estatísticos para validar o modelo escolhido.

A modelagem adequada dos variogramas é um pilar central para a correta aplicação da geoestatística em diversas áreas, como agricultura, hidrologia e ciências ambientais. A escolha e o ajuste cuidadoso dos modelos de variogramas são indispensáveis para assegurar a validade e a precisão das estimativas e previsões baseadas em dados espaciais.

A Figura 2 ilustra um exemplo de modelo ajustado a um variograma experimental. Nela podemos identificar os parâmetros, efeito pepita (c_0), o efeito patamar parcial (c_1), o patamar ($c_0 + c_1$) e o alcance (a).

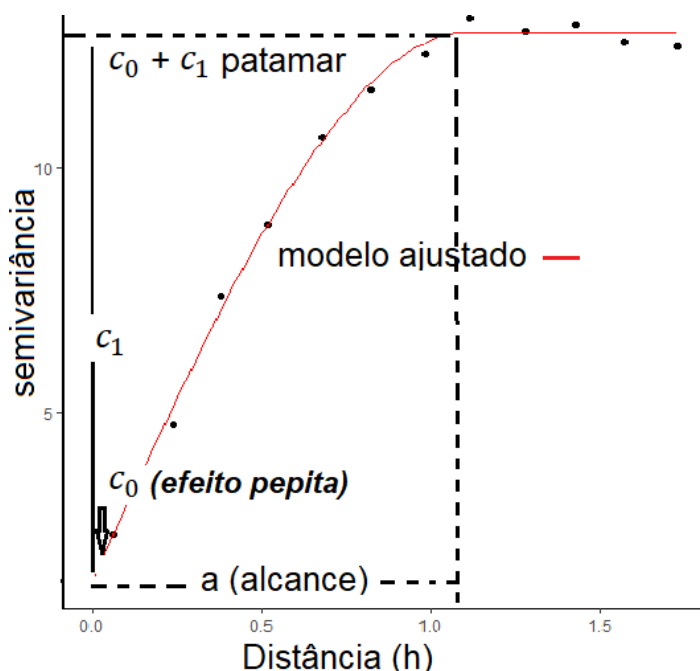


Figura 2. Ilustração de um variograma experimental com modelo ajustado e os parâmetros C_0 – efeito pepita, C_1 – patamar parcial, $C_0 + C_1$ – patamar, e a – alcance.

O alcance é a distância (a) na qual o variograma se estabiliza, ou seja, quando atinge o patamar ($C_0 + C_1$). Quando h tende a zero a semivariância se

aproxima de um valor positivo que é denominado efeito pepita e representado por C_0 . O valor de C_0 demonstra a descontinuidade do variograma para valores menores do que a menor distância entre as amostras e pode, também, ser devido a erro de amostragem. É impossível determinar o que exatamente está influenciando no efeito pepita (PEREIRA, 2023; VIEIRA, 2000).

Os cinco modelos experimentais descritos a seguir são modelos básicos mais frequentemente usados:

1. Modelo efeito pepita:

$$\gamma(h) = \begin{cases} 0 & \text{se } h = 0 \\ C_0 & \text{se } h > 0 \end{cases} \quad (12)$$

O modelo efeito pepita está associado a fenômenos em que a dependência espacial não é capturada pela sua inexistência ou pelo esquema amostral falho.

2. Modelo esférico:

$$\gamma(h) = \begin{cases} C_0 + C_1 \left[\frac{3}{2} \left(\frac{h}{a} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{h}{a} \right)^3 \right], & \text{se } 0 < h \leq a \\ (C_0 + C_1), & \text{se } h > a \end{cases} \quad (13)$$

$$(C_0 + C_1), \text{se } h > a$$

O modelo esférico está associado a fenômenos com moderada variabilidade na pequena escala.

3. Modelo exponencial:

$$\gamma(h) = C_0 + C_1 \left[1 - e^{-3 \left(\frac{h}{a} \right)} \right], \text{se } h \geq 0 \quad (14)$$

O modelo exponencial está associado a fenômenos com grande variabilidade na pequena escala.

4. Modelo Gaussiano:

$$\gamma(h) = C_0 + C_1 \left(1 - e^{-\frac{h^2}{a^2}} \right), \text{ se } h \geq 0 \quad (15)$$

O modelo gaussiano está associado a fenômenos extremamente contínuos. Advertimos para o uso impróprio do modelo gaussiano, que se situa na fronteira do que é aceitável para um processo aleatório e pode resultar em previsões estranhas (PEREIRA, 2023).

5. Modelo potência:

$$\gamma(h) = (h)^w, \text{ com } 0 < w \leq 2 \text{ e } h \geq 0 \quad (16)$$

Os quatro primeiros modelos são limitados, o que significa que um patamar é alcançado ou praticamente alcançado para a distância denominada de alcance.

Os cinco modelos acima podem ser classificados de acordo com seu comportamento no infinito (longas distâncias): limitado ou ilimitado e na origem, linear, ou quadrático ou descontínuo veja Figura 3.

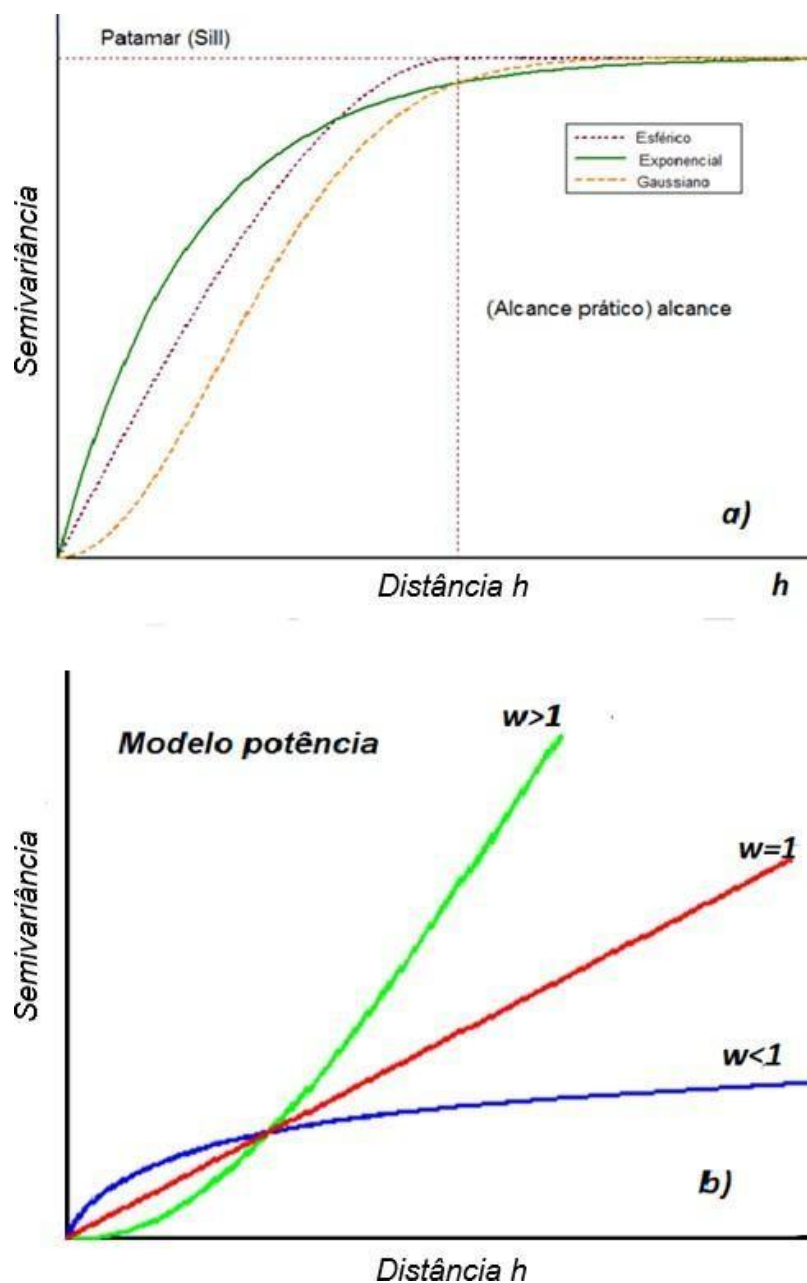


Figura 3. Ilustração dos modelos teóricos (a) esférico, exponencial e gaussiano e (b) modelos potência.

Nos modelos de variogramas experimentais definidos nas equações (13, 14, 15 e 16) aparecem três parâmetros:

1. patamar,

O patamar (“*sill*” em inglês) é o valor do semivariograma correspondente a seu alcance (a). Deste ponto em diante, considera-se que não existe mais dependência espacial entre as amostras, porque a variância da diferença entre pares de amostras ($Var\{Z(x_i), Z(x_i + h)\}$) torna-se invariante com a distância h .

2. efeito pepita,

O efeito pepita (“*nugget*” em inglês) é representado por C_0 . No ajuste dos modelos aos variogramas experimentais, quando h tende a zero ele se aproxima de um valor positivo que é denominado efeito pepita. O efeito pepita, C_0 , demonstra a descontinuidade do variograma para valores menores do que a menor distância entre as amostras, ou/e pode ser devido a erro de amostragem. É impossível determinar o que exatamente está influenciando no efeito pepita (VIEIRA, 2000).

3. alcance,

O alcance (“*range*” em inglês) é a distância máxima em que o modelo do variograma experimental atinge o patamar. Os dados, cujas distâncias são menores ou iguais que “ a ” são os dados que tem continuidade espacial, ou seja, os dados têm dependência espacial e estes são usados na interpolação. Todavia, os dados, cujas distâncias são maiores que a distância “ a ” têm distribuição aleatória e são espacialmente independentes entre si, ou seja, tem pouco peso na interpolação geoestatística. Estes dados podem ser usados na estatística clássica (PEREIRA, 2023; VIEIRA, 2000).

Caso o variograma seja uma linha constante para qualquer h significa que todos os pontos, ou seja, dados coletados são independentes entre si e isso é chamado de efeito pepita puro. E com certeza o alcance deve ser menor do que

o utilizado quando foi feita a amostragem (PEREIRA, 2023; VIEIRA, 2000). O efeito pepita puro pode ser observado na Figura 4.

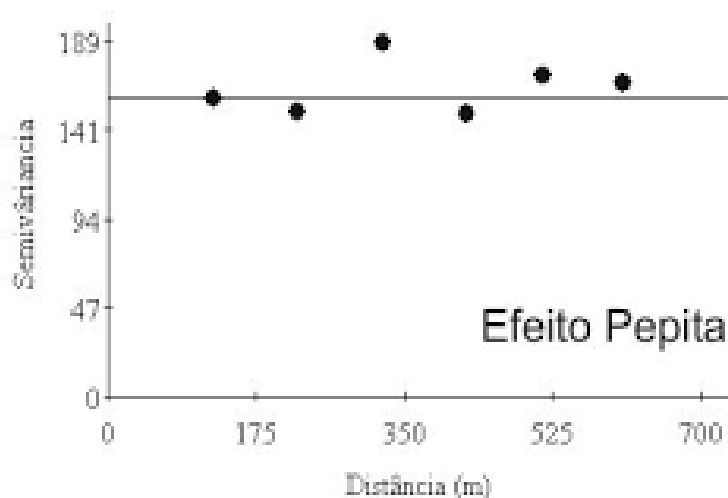


Figura 4. Ilustração do modelo efeito pepita.

Existe outros aspectos que devem ser levados em conta. Primeiro, se após o patamar existir flutuações se tem uma periodicidade dos dados e deve se fazer um tratamento de densidade espectral (VIEIRA, 2000).

Outro aspecto é quando o variograma cresce infinitamente isso significa que tem uma capacidade de dispersão infinita, ou seja, a covariância, equação (3), não pode ser definida e não há uma variância finita veja Figura 5 abaixo. Essa situação revela que provavelmente o campo amostral não foi suficiente e que existe tendência dos dados para alguma direção. Com tudo isso dito pode-se trabalhar de duas formas, segundo Vieira (2000). A primeira forma é a remoção da tendência e trabalhar com os resíduos tentando os encaixar nas hipóteses de estacionariedade de ordem 2 ou intrínseca. Ou trabalha com a hipótese de tendência nos dados originais (VIEIRA, 2000).

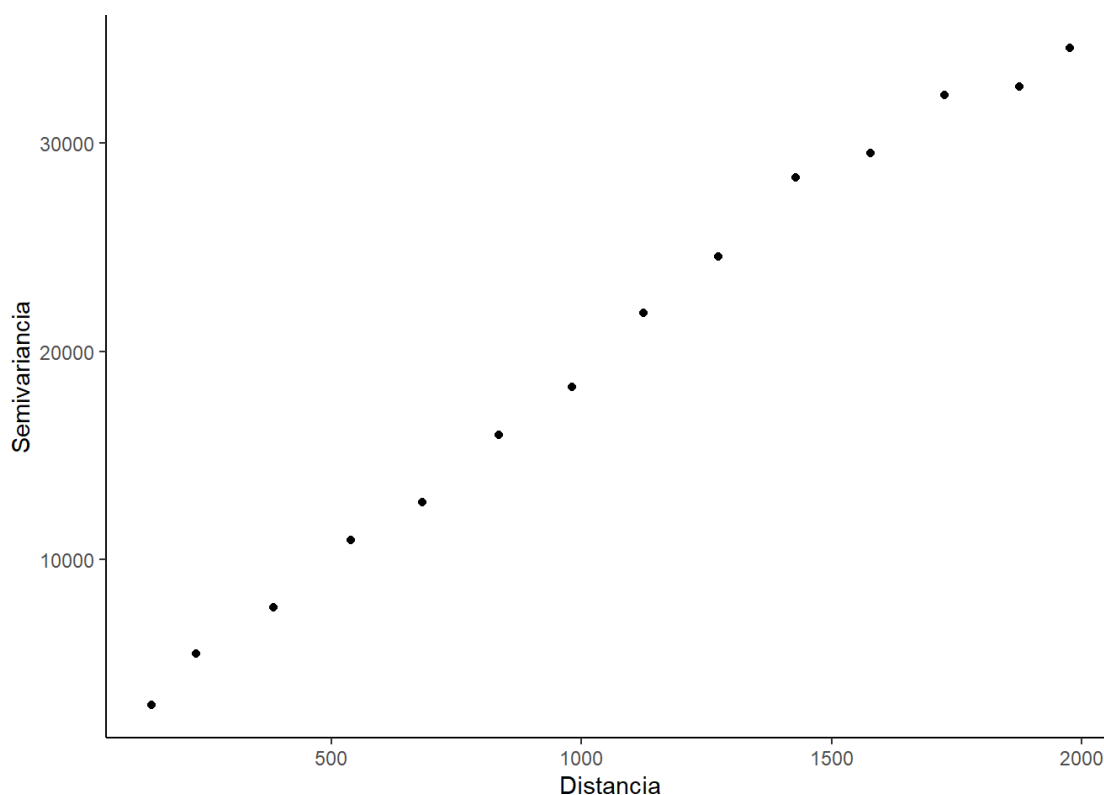


Figura 5. Ilustração do variograma experimental com tendência.

4.7 Grau de dependência espacial (GDE)

O grau de dependência espacial é um parâmetro fundamental na análise da variabilidade espacial de atributos do solo, sendo amplamente utilizado em estudos geoestatísticos para entender a relação espacial entre diferentes pontos amostrados. De acordo com Cambardella et al. (1994), a variabilidade dos atributos do solo pode ser influenciada tanto por fatores intrínsecos, como a textura e mineralogia, quanto por fatores extrínsecos, como o manejo agrícola e a aplicação de insumos. Para quantificar essa dependência espacial, utilizam-se semivariogramas, que descrevem como a variabilidade de um atributo muda com a distância entre pontos amostrados.

$$GDE = \frac{Efeito\ Pepita}{Variância\ Total} \times 100 \quad (17)$$

O cálculo do grau de dependência espacial, na formula (17), é a razão entre o efeito pepita (nugget effect) e a variância total do semivariograma (sill). Essa razão, expressa em percentual, é utilizada para classificar a intensidade da dependência espacial. Segundo Cambardella et al. (1994), quando essa razão é inferior a 25%, o atributo apresenta forte dependência espacial, indicando que seus valores são fortemente influenciados pela proximidade. Valores entre 25% e 75% representam dependência espacial moderada, sugerindo que há correlação espacial, mas também uma influência significativa de fatores aleatórios. Já valores superiores a 75% indicam fraca dependência espacial, onde a variável possui pouca relação com a localização espacial e é dominada por processos aleatórios ou intervenções externas.

A análise do grau de dependência espacial é essencial para otimizar a amostragem e a interpretação de dados em estudos do solo. Em seu estudo, Cambardella et al. (1994) aplicaram essa metodologia para avaliar a variabilidade espacial de diferentes atributos do solo em campos agrícolas de Iowa, observando que variáveis como carbono orgânico total, nitrogênio total e pH apresentaram forte dependência espacial. Isso indica que esses atributos são controlados principalmente por características naturais do solo, permitindo uma interpolação mais precisa e facilitando a definição de zonas de manejo. Em contrapartida, variáveis como nitrato (NO₃-N) e ergosterol apresentaram fraca

dependência espacial, sugerindo maior influência de fatores externos, como a aplicação de fertilizantes e o histórico de manejo da área.

A importância do estudo da dependência espacial vai além da caracterização do solo, sendo essencial para a agricultura de precisão e o manejo sustentável. Com base nesses resultados, pode-se definir estratégias de amostragem mais eficientes, reduzindo o número de coletas necessárias sem comprometer a representatividade dos dados. Além disso, compreender a estrutura espacial dos atributos do solo permite a aplicação de insumos de maneira mais racional, otimizando a produtividade e minimizando impactos ambientais. Segundo Cambardella et al. (1994), a presença de padrões espaciais consistentes entre diferentes campos sugere que informações obtidas em uma área podem ser extrapoladas para áreas com características similares, facilitando a tomada de decisão em larga escala.

Dessa forma, o estudo do grau de dependência espacial não apenas melhora a compreensão da distribuição dos atributos do solo, mas também fornece subsídios essenciais para um manejo agrícola mais eficiente e sustentável, contribuindo para a conservação dos recursos naturais e a maximização da produtividade.

4.8 Fatores afetam a confiabilidade do variograma experimental

Pode se perceber que há vários fatores afetam a credibilidade do variograma experimental. Entre eles podemos citar: tamanho da amostra, intervalo de atraso e largura do compartimento, distribuição marginal dos dados, anisotropia e tendência.

O fator mais crítico que determina a confiabilidade do variograma experimental é o tamanho da amostra. Em geral, quanto maior o número de dados, maior será a precisão das estimativas. Estudos mostram que variogramas calculados com menos de 100 dados são considerados pouco confiáveis. Além disso, a utilização repetida dos mesmos dados no cálculo das semivariâncias leva a estimativas correlacionadas, dificultando a aplicação de fórmulas clássicas para intervalos de confiança baseadas na distribuição χ^2 . (Qui- quadrado). Quanto maior a amostra maior pode ser a distância, “lag”, entre as amostras (OLIVER; WEBSTER, 2014). A amostragem deve ser suficiente em quantidade e qualidade para ser bem utilizada pelas técnicas de geoestatísticas, mas não podem ser exageradas em quantidade se não podem encarecer demais o projeto.

A escolha do intervalo da distância, h , e da largura do compartimento, w , também são cruciais. Para dados distribuídos de forma irregular, é necessário agrupar as comparações por distância e, às vezes, por direção. Essa escolha dos valores da distância e da largura deve ser feita de forma a equilibrar a quantidade de estimativas de $\gamma(h)$ e a precisão dessas estimativas. Uma distância curta e uma largura estreita resultam em muitas estimativas com maior erro, produzindo um variograma com muitos “ruídos”. Por outro lado, uma distância longa e bem largo podem não revelar a forma do variograma adequadamente. E se o intervalo escolhido for maior que o alcance da continuidade do processo, o variograma experimental será plano, indicando um efeito pepita puro, o que é inútil para predições por Krigagem (OLIVER; WEBSTER, 2014).

A distribuição marginal dos dados pode afetar significativamente a confiança dos variogramas. Dados com distribuições altamente assimétricas e dados atípicos (“*outliers*”) tendem a inflar as variâncias e distorcer o variograma. Recomenda-se a análise de histogramas, box-plots e o cálculo do coeficiente de assimetria para avaliar a distribuição. Em muitos casos, uma transformação logarítmica dos dados pode estabilizar a variância e corrigir a assimetria da distribuição (OLIVER; WEBSTER, 2014).

A anisotropia, no contexto da geoestatística, refere-se à dependência direcional das propriedades espaciais de uma variável regionalizada. Isso significa que a variabilidade espacial de uma variável pode ser diferente em direções diferentes. A anisotropia é um fenômeno comum em muitos processos naturais e deve ser corretamente identificado e modelado para garantir a precisão das análises geoestatísticas (OLIVER; WEBSTER, 2014). A identificação da anisotropia envolve a criação de variogramas experimentais em várias direções. Para dados distribuídos irregularmente, é necessário agrupar as comparações por distância e direção. A equação (18) é uma fórmula para a transformação da anisotropia geométrica:

$$\Omega(\vartheta) = \{A^2 \cos^2(\vartheta - \varphi) + B^2 \sin^2(\vartheta - \varphi)\}^{1/2} \quad (18)$$

Em que $\Omega(\vartheta)$ significa a própria anisotropia; φ é a direção de máxima continuidade; ϑ é direção da distância; A é o parâmetro de distância na direção de maior continuidade e B é o parâmetro de distância na direção perpendicular (direção de menor continuidade).

O último fator é a presença de uma tendência (ver Figura 5), que é uma variação gradual no espaço, adiciona variabilidade ao processo aleatório

subjacente. A detecção de tendências pode ser feita por meio de mapeamentos gráficos dos dados ou pelo ajuste de superfícies de tendência. Se não for considerada, a tendência pode afetar a fidelidade das estimativas de krigagem. Deve-se ajustar uma superfície de tendência e analisar os resíduos para eliminar tendências de longo alcance (OLIVER; WEBSTER, 2014).

4.9 Krigagem: Ordinária, Simples, Universal e Indicatriz

A krigagem é uma técnica de interpolação geoestatística desenvolvida por Matheron (1963) e sua denominação de Krigagem é uma homenagem à Krige (1951). Essa técnica é amplamente utilizada em estudos de solo para estimar valores de uma VR em locais não amostrados, com base em amostras observadas. Segundo Vieira (2000), a krigagem proporciona estimativas que minimizam o erro de predição ao considerar a variabilidade espacial da variável de interesse (VIEIRA, 2000).

A krigagem é considerada um excelente método de interpolação devido a várias razões. Primeiramente, ela leva em consideração tanto a distância quanto a orientação espacial das amostras ao redor do ponto a ser estimado, o que resulta em uma estimativa mais precisa e realista. Segundo Webster (2001), a krigagem utiliza o conceito de variograma para quantificar a dependência espacial dos dados, permitindo a modelagem da estrutura de correlação espacial de maneira robusta (WEBSTER, 2001). Contanto que tenha um variograma conhecido pode-se interpolar os dados através da krigagem sem tendência e variância mínima dos dados (VIEIRA, 2000), ou seja, os mapas gerados pela interpolação dos dados não vão ser tendenciosos e nem errôneos e mesmo se

houve erros terão uma pequena variância do real valor podendo ser desconsiderados. Por isso a krigagem é considerada a melhor técnica de interpolação de dados.

O estimador básico da Krigagem é definido por sendo:

$$Z(x_0) - m(x) = \sum_{i=1}^{n(x)} \lambda_i(x) [Z(x_i) - m(x_i)] \quad (19)$$

- $\lambda_i(x_i)$ é o i-ésimo ponderador da observação $z(x_i)$, a qual é interpretada como uma realização da variável aleatória (VA) $Z(x_i)$.
- As quantidades $m(x)$ e $m(x_i)$ são os valores esperados das VA's $Z(x)$ e $Z(x_i)$, respectivamente. O número de dados envolvidos na estimação assim como seus pesos podem mudar de local para local.
- Na prática, somente os $n(x)$ dados próximos do local x_0 a ser estimado são utilizados, isto é, os dados dentro de uma vizinhança ou de uma janela $W(x_i)$ centrado em x_0 .

A suposição de que $z(x)$ e $z(x_i)$ são realizações das VA's $Z(x)$ e $Z(x_i)$ permite definir a diferença $Z(x) - Z(x_i)$, também, como VA.

A seguir temos a fórmula da variância do erro estimado:

$$\sigma_E^2(x) = Var[Z(x) - Z(x)] \quad (20)$$

Ou pode ser escrita dessa forma:

$$E\{[Z(x) - Z(x)]^2\} = Var[Z(x) - Z(x)] = \text{mínima} \quad (21)$$

A variância do erro estimado, $\sigma_E^2(x)$, é minimizada por:

$$E\{Var[Z(x) - Z(x)]\} = 0 \quad (22)$$

A equação $E[Z(x_i) - Z(\hat{x}_i)] = 0$ indica que não existe diferença entre os valores medidos e os estimados, ou seja, a krigagem não tem tendência. E mesmo que exista diferença, ela será mínima de acordo com a equação (20). Respeitando essas duas condições terá um bom mapa através do processo de krigagem (VIEIRA, 2000).

Para não haver tendência a soma dos pesos, $\lambda_i(x)$, deve ser igual a 1, ou seja:

$$\sum_{i=1}^{n(x)} \lambda_i(x) = 1 \quad (23)$$

Webster (2001) destaca que a krigagem é uma ferramenta essencial para a análise espacial de dados de solo, permitindo a construção de mapas de variáveis como a fertilidade do solo. Ele enfatiza a importância de entender a variabilidade espacial e a estrutura de dependência dos dados para a aplicação eficaz da krigagem (WEBSTER, 2001).

Além disso, Webster (2014) aponta que a krigagem pode ser dividida em várias técnicas, incluindo a krigagem ordinária (KO), krigagem simples (KS), krigagem universal (KU) e krigagem indicatriz (KI). Cada uma dessas técnicas possui aplicações específicas dependendo da natureza dos dados e dos objetivos do estudo. A KO, por exemplo, é frequentemente utilizada quando a média da variável é desconhecida e deve ser estimada a partir dos dados (WEBSTER, 2014).

O estimador da KO é definido na equação (24).

$$Z_{OK}^{\wedge}(x) = \sum_{i=1}^{n(x)} \lambda_i^{OK}(x) Z(x_i) \text{ para } \sum_{i=1}^{n(x)} \lambda_i^{OK}(x) = 1 \quad (24)$$

Na KO a média é constante, mas desconhecida e a estacionaridade é só considerada para a sua vizinhança (CARVALHO; VIEIRA, 2001).

A KS, definida abaixo,

$$Z_{SK}^{\wedge}(x) = \sum_{i=1}^{n(x)} \lambda_i^{SK}(x) Z(x_i) + [1 - \sum_{i=1}^{n(x)} \lambda_i^{SK}(x)] m(x) \quad (25)$$

Em que:

- a média $m(x)$ é constante e conhecida por toda área de estudo A .
- $\lambda_i^{SK}(x)$, são determinados tal que a variância do erro, $\sigma^2(x)$, seja mínima mantendo a característica de não tendenciosidade (CARVALHO; VIEIRA, 2001). Esta forma de krigagem é usada quando há certeza substancial sobre o valor médio dos dados em toda a área de interesse.

Conforme discutido anteriormente, a krigagem ordinária (KO) se baseia em uma suposição de estacionariedade intrínseca. Quando há tendências em grande escala, esta suposição pode não ser válida e, em geral, o modelo de krigagem ordinária não é apropriado.

A não estacionariedade pode ser incorporada usando um modelo diferente que inclui um termo que reflete o componente de tendência em grande escala. Nesse caso,

$$Z(x_i) = \mu(x) + \epsilon(x_i) \quad (26)$$

em que

$$E[\epsilon(x_i)] = 0 \text{ e } var[\epsilon(x_i) - \epsilon(x_i + h)] = 2\gamma(h) \quad (27)$$

Na KU, $\mu(x_i)$ é modelado como uma combinação linear das funções das coordenadas espaciais $x_i = (x, y)$, de modo que os dados sejam modelados como uma combinação linear de um determinístico $\mu(x)$, componente médio na grande escala que muda gradualmente em toda a região sob estudo e uma variação aleatória $\epsilon(x_i)$, espacialmente correlacionada. Observe que toda

aleatoriedade dos dados ainda está associada ao componente $\epsilon(x_i)$, e quaisquer propriedades estocásticas dos dados, incluindo a distribuição univariada e o variograma, são herdados diretamente de suposições sobre esse termo residual.

Os exemplos incluem funções de superfície de tendência, como uma superfície de tendência linear dada por:

$$\mu(x_i) = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 y \quad (28)$$

e uma superfície de tendência quadrática dada por:

$$\mu(x_i) = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 y + \beta_3 x^2 + \beta_4 y^2 + \beta_5 xy, \quad (29)$$

em que $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ e β_5 são coeficientes desconhecidos.

Embora a maior parte da discussão sobre KU que ocorre na literatura é $Z(x_{0,1}), Z(x_{0,2}), \dots, Z(x_{0,n})$, restrito a prever, com a função média descrita por $\mu(x_i) = \sum_{j=1}^p f_j(x_i) \beta_j$, com $i = 1, 2, \dots, n$ a qual pode ser estendida para incluir variáveis explicativas (como na situação usual de regressão múltipla e krigagem com deriva externa (DEUTSCH; JOURNEL, 1992) ou efeitos dos tratamentos (como nos modelos lineares associados à análise de delineamento de experimentos).

O estimador da KU ou krigagem com um modelo de tendência (KT) é definido a seguir:

$$Z_{KT}^{\wedge}(x) = \sum_{i=1}^{n(x)} \lambda_i^{KT} f_j(x_i) Z(x_i) \text{ com} \quad (30)$$

$$\sum_{i=1}^{n(x)} \lambda_i^{KT} f_j(x_i) = f_j(x), \text{ para } j = 0, \dots, p,$$

é aplicada quando existe uma tendência na variável de interesse que pode ser modelada por meio de uma função determinística $f_j(x)$, permitindo a incorporação de variáveis auxiliares no modelo de predição. Webster e Oliver (2007) argumentam que essa técnica é especialmente útil em estudos de

variabilidade de traços de metais no solo, onde a distribuição dos metais pode ser influenciada por fatores ambientais como a topografia. O estimador linear da krigagem universal está na equação (26) e nesse modelo a média da amostra estudada a ser estimada varia primeiro na vizinhança de $W(u)$ e depois sobre toda a área de estudo (CARVALHO; VIEIRA, 2001).

A KO é a forma mais comum da estimação geoestatística. Como descrito anteriormente, ela estima os valores de variáveis regionalizada em locais não amostrados, ou seja, em pontos alvos ou blocos, como uma simples combinação linear de valores medidos na vizinhança destes locais não amostrados.

As estimativas da KO são as melhores no sentido de que elas são não viesadas e a variância, a qual também é estimada, é mínima. No jargão estatístico, em inglês, um estimador *BLUE*.

As vezes desejamos mais informação do que isto; por exemplo, desejamos saber, a partir dos dados, a probabilidade e não uma estimativa do valor, de que o verdadeiro valor no ponto a ser estimado exceda algum valor de corte (valor limite).

Estas probabilidades não são combinações lineares dos dados. Para estimá-las precisamos de técnicas mais elaboradas que dependem da distribuição estatística das variáveis nos pontos a serem estimados.

Considere o seguinte exemplo em que esta necessidade surge: em climas temperados úmidos o solo tende a ser ácido; o cultivo nestes solos aumenta esta tendência, e agricultores precisam aplicar calcário para neutralizar esta acidez. Sempre existirá um valor crítico de pH que significa a necessidade de aplicação

de calcário. Se o valor do pH está abaixo deste valor de corte então é hora de adicionar calcário ao solo.

Assim, o agricultor gostaria de saber se o pH é menor que o valor corte para cada ponto da área de plantio. Se ele excede o valor de corte, então o agricultor não precisa fazer nada.

A caracterização da distribuição espacial dos valores de Z acima ou abaixo de um dado valor de corte ("*threshold value*") z_k começa pela codificação de cada valor dos dados $z(x_i)$ em um dado indicador $i(x_i, z_k)$, definido como:

$$i(x_i, z_k) = \begin{cases} 1 & \text{se } z(x_i) \leq z_k \\ 0 & \text{o caso contrário} \end{cases} \quad (31)$$

Transformamos a escala de Z em duas partes, uma nos quais $z(x_i) \leq z_k$ e outra em que $z(x_i) > z_k$ e atribuímos a eles os valores de 1 e 0, respectivamente, isto é que definimos como codificação disjuntiva.

Se $z(x_i)$ é uma realização de um processo aleatório, então $i(x_i, z_k)$ pode ser considerada como uma realização de uma função aleatória indicadora, $I[Z(x_i) \leq z_k]$. Isto é um novo processo aleatório binário.

Uma variável indicadora, frequentemente abreviada como "indicadora" no jargão da geoestatística, é essencialmente uma variável binária: ela somente assume os valores 0 e 1.

O variograma indicador é estimado como:

$$\gamma_I(h; z_k) = \frac{1}{n(h)} \sum_{i=1}^{n(h)} [i(x_i; z_k) - i(x_i + h; z_k)]^2 \quad (32)$$

O variograma definido acima mede o quanto frequentemente os dois valores z , estão em lados opostos do valor de corte z_k , separados por h . Em

outras palavras, o variograma indicador mede a frequência de transição entre as duas classes de valores de z como uma função de h .

Ao contrário da função indicadora de covariância, quanto maior o valor de $\gamma_I(h; z_k)$ ou $\gamma_I(h; z_{k'})$ (33)

menos ligados no espaço estão os menores valores $z(x_i) \leq z_k$ ou grandes valores $(z(x_i) > z_k)$.

Por fim, é importante mencionar que a aplicação da krigagem exige uma compreensão detalhada da variabilidade espacial dos dados e da seleção adequada do modelo de variograma, que descreve a dependência espacial da variável. Webster (2014) enfatiza que a escolha correta do modelo de variograma e a validação cruzada são etapas essenciais para garantir a precisão e a validade das estimativas geradas pela krigagem (WEBSTER, 2014).

5. MATERIAL E MÉTODOS

5.1 Descrição da área de estudo

A área de estudo localiza-se no município de Guataporá, no estado de São Paulo, Brasil, com coordenadas centrais de 21°28'40"S e 48°01'38"O. A cidade de Guataporá tem um PIB que faz parte da região de Ribeirão Preto – SP, e que na produção agrícola representa 5% de todo o estado de São Paulo. Em 2021 foram produzidos mais de 36 milhões de toneladas de cana-de-açúcar e a Secretaria investiu R\$ 9,2 milhões em pesquisas, com destaque para a cultura da cana-de-açúcar (SÃO PAULO, 2022). Originalmente, a vegetação natural consistia em floresta tropical subcaducifólia, atualmente substituída pelo

cultivo de cana-de-açúcar, sob um sistema de colheita mecanizada, que já se mantém há mais de 15 anos.

O clima da região é classificado como B1rB'4a', Tipo Mesotérmico Úmido, segundo Thornthwaite (1948), caracterizado por uma pequena deficiência hídrica e evapotranspiração de verão inferior a 48% da evapotranspiração anual.

Geologicamente, a área apresenta uma transição entre Basalto, Depósito Aluvionar e Depósito Colúvio-Eluvionar, com formas de paisagem côncavas e convexas e presença de Latossolos e Neossolos. A caracterização detalhada da área é apresentada na Figura 6, que inclui a localização da área amostral, um mapa geológico, um mapa geomorfométrico, um mapa pedológico e a distribuição espacial das amostras.

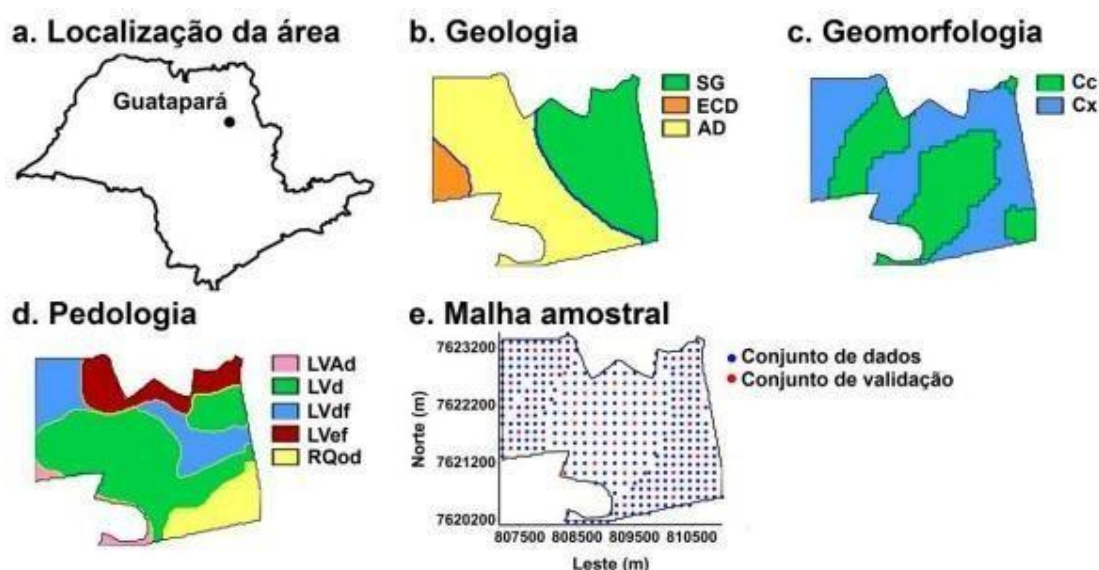


Figura 6. Caracterização da área de estudo: (a) Localização da área amostral; (b) Mapa geológico na escala 1:500000 (SG – Serra Geral; ECD – Depósito Colúvio Eluvionar; AD – Depósito Aluvionar); (c) Mapa geomorfométrico na escala de Escala 1:100000 (Cc – côncava; Cx – Convexa); (d) Mapa pedológico na escala 1:12000 (LVAd - Latossolo Vermelho Amarelo distrófico textura média; LVd - Latossolo Vermelho distrófico textura média; LVdf - Latossolo Vermelho distroférico textura argilosa; LVef - Latossolo Vermelho eutroférico textura argilosa; RQod – Neossolo Quartzarênico órtico distrófico textura arenosa); (e) Distribuição espacial das amostras. Fonte: Extraído de Leal(2015).

{

5.2 Procedimentos de Coleta de Dados

A amostragem foi feita pelo grupo CSME em que foi instalada uma malha de amostragem regular com 349 pontos, separados por distâncias variando entre 145 m e 174 m, cobrindo uma área total de aproximadamente 870 hectares (Bahia, 2016). A densidade amostral resultante, de 0,4 amostras por hectare, está de acordo com os Procedimentos Normativos de Levantamentos Pedológicos da Embrapa (SANTOS *et al.*, 1995). Em cada ponto da malha amostral foram coletadas amostras de solo na profundidade de 0-0,25 m para determinação da suscetibilidade magnética (SM), atributos químicos (MO, P, K, Ca, Mg, CTC, V% e pH) e textura (argila, silte, areia). Além disso, 20 pontos foram selecionados aleatoriamente dessa malha para serem utilizados nas estimativas das estatísticas dos erros de validação.

A análise granulométrica foi realizada, utilizando uma solução de NaOH 0,1 N como dispersante químico e agitação mecânica em aparato de baixa rotação por 16 horas, seguindo metodologia preconizada pela EMBRAPA(1997). A argila foi determinada pelo método da pipeta, a areia foi separada por tamisação e o silte foi calculado por diferença.

O pH foi determinado potenciometricamente utilizando-se relação 1:2,5 de solo: CaCl_2 1N (EMBRAPA, 1997). A saturação por bases (V%) foi calculada a partir da soma dos valores de Ca, Mg, K, extraídos pelo método da resina trocadora de íons (RAIJ, 2001), bem como o fósforo disponível (Pdis), H+Al e matéria orgânica do solo (MO), sendo a acidez trocável (Al^{3+}) determinada

segundo Raij e Zullo (1977). A soma de bases (SB) e a capacidade de retenção de cátions do solo (CTC) foram calculadas a partir dos valores das bases e H+Al.

A suscetibilidade magnética do solo foi determinada utilizando um magnetômetro de suscetibilidade magnética, que mede a resposta do solo à aplicação de um campo magnético externo. Esse método se baseia na presença de minerais magnéticos, como magnetita e maghemita, influenciando a capacidade do solo de ser magnetizado e permitindo inferências sobre sua mineralogia e manejo agrícola (BAHIA, 2016).

5.3 Determinação da escolha de atributos do solo.

A seleção dos atributos analisados neste estudo — suscetibilidade magnética (SM), atributos químicos (matéria orgânica - MO, fósforo - P, potássio - K, cálcio - Ca, magnésio - Mg, capacidade de troca catiônica - CTC e saturação por bases - V%) e atributos físicos (argila, silte e areia) — está fundamentada na interdisciplinaridade da ciência do solo, que integra os aspectos químicos, físicos e biológicos para promover o uso sustentável e eficiente do solo na produção agrícola.

A suscetibilidade magnética (SM) foi incluída por sua relevância como ferramenta moderna no estudo das características físicas do solo, como textura, estrutura e porosidade. Conforme Siqueira (2010), esses fatores influenciam diretamente a retenção de água, aeração e funcionalidade do solo, afetando o desenvolvimento das plantas. Além disso, a suscetibilidade magnética auxilia na identificação de padrões espaciais que impactam o manejo agrícola, sendo amplamente empregada em estudos geoestatísticos.

Os atributos químicos, como MO, P, K, Ca, Mg, CTC e V%, são essenciais para avaliar a fertilidade do solo. A matéria orgânica (MO), além de componente biológico, desempenha papel fundamental na melhoria da estrutura do solo, no aumento da capacidade de retenção de nutrientes e na estimulação da atividade microbiana (RONQUIM, 2010). O fósforo (P) é um nutriente chave para o desenvolvimento das plantas, embora sua disponibilidade seja limitada pela adsorção em óxidos de ferro, como destacado por Camargo (2013). Outros macronutrientes, como potássio (K), cálcio (Ca) e magnésio (Mg), têm papéis indispensáveis na nutrição vegetal, influenciando diretamente a produtividade agrícola (RONQUIM, 2010).

absorção de nutrientes, como os mencionados, pelas plantas é extremamente importante. A Lei do Mínimo, proposta por Liebig, estabelece que o crescimento e o rendimento das plantas são limitados pelo nutriente mineral presente em menor concentração relativa; ou seja, o nutriente mais escasso define o limite para o desenvolvimento vegetal. Contudo, o rendimento das plantas não depende exclusivamente de um único fator. Para um metabolismo equilibrado, alta produção de matéria seca e desenvolvimento pleno, é necessário que os nutrientes principais e os micronutrientes estejam disponíveis em quantidades adequadas e absorvidos em proporções equilibradas, evitando desequilíbrios que possam prejudicar o crescimento da planta (RONQUIM, 2010).

A capacidade de troca de cátions (CTC) de um solo, argila ou húmus é a quantidade total de cátions retidos à sua superfície, incluindo Ca^{2+} , Mg^{2+} , K^{+} , H^{+} e Al^{3+} . Ela reflete a habilidade do solo em liberar nutrientes, contribuindo para a

manutenção da fertilidade ao longo do tempo e prevenindo efeitos tóxicos causados pela aplicação excessiva de fertilizantes (RONQUIM, 2010).

A saturação por bases (V%) é a porcentagem da capacidade de troca de cátions ocupada por bases trocáveis (Ca^{2+} , Mg^{2+} , K^{+}), calculada pela fórmula:

$$V\% = 100 * \frac{SB}{CTC \text{ total}} \quad (34)$$

Em que SB é a sigla para soma de bases trocáveis que é dada pela seguinte formula:

$$SB = \text{Ca}^{2+} + \text{Mg}^{2+} + \text{K}^{+} \quad (35)$$

E a CTC total é definida pela seguinte fórmula:

$$CTC \text{ total} = \text{Ca}^{2+} + \text{Mg}^{2+} + \text{K}^{+} + \text{H}^{+} + \text{Al}^{3+} \quad (36)$$

A saturação por bases (V%) indica a fertilidade do solo, sendo usada até na nomenclatura dos solos. Solos eutróficos (férteis) têm $V\% \geq 50\%$, enquanto solos distróficos (pouco férteis) têm $V\% < 50\%$. Solos muito pobres em Ca^{2+} , Mg^{2+} e K^{+} , com alto teor de alumínio trocável (Al^{3+}), podem ter saturação em alumínio ($m\%$) $> 50\%$, sendo classificados como álicos. Um índice V% baixo indica solos ácidos, com baixo teor de bases e alta presença de H^{+} e Al^{3+} , o que pode resultar em toxicidade para as plantas. Solos com V% entre 50 e 80% e pH entre 6,0 e 6,5 são ideais para boa produtividade (RONQUIM, 2010).

Os atributos físicos, representados pela textura do solo (argila, silte e areia), foram escolhidos por sua grande influência nas propriedades do solo. A textura regula a retenção de água, a disponibilidade de nutrientes e a resistência à erosão, sendo o teor de argila especialmente relevante devido à sua capacidade de troca catiônica e papel na adsorção de nutrientes, como

demonstrado por Soria (2014). A análise da textura é essencial para o manejo sustentável, pois afeta diretamente a funcionalidade do solo.

Por fim, a seleção desses atributos está alinhada com a aplicação de métodos geoestatísticos, como a krigagem, que permitem mapear com precisão a variabilidade espacial dos solos. Esses métodos são indispensáveis para a agricultura de precisão, otimizando o uso de insumos e promovendo práticas mais sustentáveis, conforme indicado por Silvero (2018) e Soria (2014). Assim, a escolha dos atributos neste estudo reflete uma abordagem abrangente e integrada, considerando tanto as propriedades intrínsecas do solo quanto sua aplicação prática no manejo agrícola.

5.4 Análise geoestatística

Inicialmente, realizou-se uma análise descritiva do banco de dados do CSME, que contém dezessete variáveis-resposta (VR's) apresentadas na Tabela 1, com o objetivo de verificar possíveis desvios significativos em relação à normalidade, como assimetria e curtose. Quando identificado algum desvio substancial, aplicou-se uma transformação logarítmica às VR's. As estatísticas descritivas analisadas incluíram: mínimo, Q1, média, mediana, variância, desvio padrão, Q3, máximo, coeficiente de variação (CV), assimetria, curtose e todas as estimativas geoestatísticas (variogramas, modelagem dos variogramas e mapas espaciais).

Foi utilizada a técnica da validação cruzada dos modelos de variogramas ajustados. Esta técnica consiste em um meio de escolher entre modelos plausíveis para variogramas experimentais. A técnica é simples: uma parte do

conjunto de dados é sorteada e retirada, neste estudo 80 observações, que não será usada no treinamento do ajuste da modelagem do variograma experimental. Uma vez que o modelo esteja ajustado, esse conjunto de dados retirado é usado para fins de teste. Os valores da variável dependente são previstos durante a fase de teste e a precisão do modelo é calculada com base no erro de previsão, ou seja, a diferença em valores reais e valores previstos pela técnica da Krigagem da variável dependente. As métricas estatísticas utilizadas estão definidas nas equações 9, 10, e 11. As análises foram realizadas no programa R (R CORE TEAM, 2022) e RStudio.

6. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Na Tabela 1 é possível visualizar as estatísticas descritivas de todas as variáveis do banco de dados da área estudada. Inicialmente, os dados foram examinados calculando os momentos das distribuições amostrais, pois, segundo Webster (2014), caudas superiores longas nas distribuições afetadas por dados atípicos aumentam as variações e distorcem o variograma experimental. Portanto, é importante calcular os coeficientes de assimetria e curtosis para avaliar estas possíveis distorções na distribuição dos dados.

A análise destes resultados revelou que as distribuições de algumas variáveis (P, H+Al, K, S, T, m%, Ca e Mg) apresentaram distribuição fortemente assimétrica positiva, com uma longa cauda a direita, ou seja, seu valor médio é fortemente afetado por altos valores atípicos (“outliers”). Assim, para estas

variáveis a transformação logarítmica foi utilizada para corrigir esta assimetria positiva tornando os coeficientes de assimetria e curtosis mais próximos de zero.

Estas variáveis são exemplos muito comuns em variáveis do solo, mas para o qual, até agora, não foi apresentada, uma explicação convincente. Tudo indica as distribuições destas variáveis transformadas por log comum tem uma distribuição mais próxima de uma distribuição lognormal do que normal. Assim, esta transformação foi utilizada nestas variáveis para estabilizar suas variâncias para posterior análise e interpolação por Krigagem de blocos (Mcbratney, 1982).

Até a Tabela 1, foram analisadas todas as VR's presentes no banco de dados do grupo CSME sobre a área de estudo. A partir da Tabela 2, foram selecionadas 12 VR's para análise, incluindo fósforo (P), potássio (K), matéria orgânica (MO), pH, cálcio (Ca), magnésio (Mg), silte, areia total, argila, suscetibilidade magnética (SM), saturação por bases (V%) e capacidade de troca de cátions (CTC). Nesta, encontram-se as estimativas dos parâmetros dos modelos ajustados aos variogramas experimentais para as variáveis.

Tabela 1. Estatística descritiva básica dos atributos do solo.

	MO	pH**	P**	H+Al	K	Sat H+Al	S	CTC**	m%	V%	Argila	Silte	Areia Total	SM	Ca**	Mg**
Mínimo	1,60	4,20	0,33	-0,14	1,10	7,40	-0,63	0,85	-4,61	14,26	49,00	0,50	97,82	14,00	-1,56	-2,04
1° Quartil	2,90	4,90	0,91	0,60	2,30	33,92	0,90	1,57	-3,91	46,71	187,00	12,80	345,40	520,00	0,54	-0,60
Média	13,38	5,32	1,06	0,93	2,79	44,00	1,19	1,81	-2,41	55,97	333,24	90,98	575,47	2273,15	0,83	-0,27
Mediana	15,05	5,20	1,06	0,92	2,83	44,01	1,19	1,81	-3,51	55,97	301,50	53,80	629,80	1421,00	0,85	-0,26
Variância	107,46	0,25	0,04	0,18	0,49	189,39	0,22	0,11	5,13	189,55	28808,98	8294,18	61935,29	3982928,34	0,25	0,26
DP	10,37	0,50	0,21	0,43	0,70	13,76	0,47	0,34	2,27	13,77	169,73	91,07	248,87	1995,73	0,50	0,51
Erro Padrão	0,55	0,03	0,01	0,02	0,04	0,74	0,03	0,02	0,12	0,74	9,09	4,87	13,32	106,83	0,03	0,03
3° Quartil	21,45	5,60	1,21	1,23	3,31	53,29	1,49	2,04	-2,81	66,08	494,00	151,20	796,90	3959,00	1,14	0,10
Máximo	36,57	6,80	1,57	1,97	4,47	85,74	2,92	2,99	3,77	92,60	665,00	403,12	945,06	7458,00	2,90	1,13
CV	77,50	9,48	19,65	45,80	25,18	31,28	39,30	18,70	-93,89	24,60	50,93	100,10	43,25	87,80	60,56	-191,08
Assimetria	0,31	0,44	1011,84	-0,10	-0,09	0,24	-0,02	0,06	1,39	-0,23	0,14	0,99	-0,33	0,61	-0,18	-0,22
Curtosis	-1,28	-0,36	-0,11	-0,69	-0,55	-0,10	0,78	-0,04	0,03	-0,10	-1,28	0,02	-1,20	-0,90	1,93	0,15

0 N = 349. MO - matéria orgânica (g dm⁻³); pH - acidez do solo; P - fósforo (mg dm⁻³); H+Al - alumínio trocável (mmolc dm⁻³); K - potássio (mmolc dm⁻³); Sat H+Al –
1 alumínio saturado (%); CTC - capacidade de troca catiônica total (mmolc dm⁻³); m% - saturação por alumínio (%); V% -saturação por bases (%); S - enxofre (mg dm⁻³); Argila (%); Silte (%); Areia Total (%); SM-suscetibilidade magnética (%); Ca (mmolc/dm³); Mg (mmolc/dm³); DP - desvio padrão; CV – coeficiente de variação. **
2 transformação log (observação + 1).
3

Aos variogramas experimentais das variáveis P, Ca, MO, SM os modelos que melhor se ajustaram foram os modelos esférico. Assim, entende-se que o comportamento destas variáveis na área de estudo é menos errático na pequena escala. Para as variáveis K, Mg, CTC, V%, argila, silte, areia total e pH foram ajustados os modelos exponenciais o que indica que o comportamento destas variáveis na área estudada é mais errático na pequena escala.

Os modelos ajustados representam variação em todas as direções, ou seja, modelos isotrópicos. Os alcances (a) variaram de, aproximadamente, 78 a 1890 metros. A variável P apresentou o menor alcance ($a = 78,64$ m). Este pequeno alcance, portanto, indica menor dependência espacial e reflete que a continuidade espacial é bem pequena e talvez, pode ser atribuído ao intenso manejo químico da área, a rápida adsorção de fósforo no solo que se liga nas partículas de solo e fica indisponível para a planta. Fatores como pH e textura do solo influenciam na quantidade desse nutriente disponível no solo para as plantas e outro fator que pode ter contribuído para esse resultado é que a densidade amostral não foi suficiente para captar a dependência espacial dessa variável. Isto indica que a distância amostral adotada nesta área é independente, isto é, para a variável P, os pontos da malha amostral deste estudo são independentes e constituem em uma amostra aleatória.

A extensa espacialidade da variável MO ($a = 1886$ m) indica elevada continuidade espacial, sugerindo que, para garantir independência amostral, o espaçamento mínimo entre pontos de coleta deve superar 1890 metros. Essa continuidade se deve, provavelmente, à adoção de colheita mecanizada com cobertura de solo por palhada ao longo dos anos. A palhada incrementa a

matéria orgânica do solo, favorecendo a retenção de carbono e a melhoria da qualidade do solo, conforme comprovado por estudos sobre emissões de CO₂ e atributos químicos em sistemas de colheita de cana-de-açúcar com e sem queima. Moitinho et al. (2021a) demonstram que o manejo sem queima aumenta a biodiversidade microbiana e a estocagem de carbono no solo, reforçando seus benefícios ambientais. Em contraponto, áreas com colheita e queima apresentam menores teores de MO pela ausência de cobertura vegetal protetora e fonte de nutrientes para a microbiota.

A maioria das variáveis (P, Mg, CTC, V%, MO, argila, areia total, silte e SM) exibiu forte grau de dependência espacial ($GDE \leq 25\%$) (Cambardella et al., 1994), indicando erro de amostragem do menor intervalo amostral (148 m) e erros de mensurações laboratoriais negligenciáveis. As variáveis Ca e K apresentaram grau de dependência espacial moderada ($25\% < GDE \leq 75\%$), sugerindo maiores erros de amostragem e mensuração. Nenhuma variável apresentou fraco grau de dependência espacial ($GDE > 75\%$), o que, segundo Vieira (2000), indicaria alta incerteza nas estimativas por krigagem, devido à alta variação aleatória em distâncias menores que o intervalo de amostragem.

A variável P apresentou um alcance menor que 100 metros. Já as variáveis Mg, V% e pH apresentaram alcances entre 100 e 200 metros, indicando pequena continuidade espacial, o que pode ser atribuído ao intenso manejo do solo utilizando calcário para a correção na cultura da cana na área de estudo. As variáveis K, Ca, CTC, argila, silte, areia total e SM apresentaram valores de alcance variando de 400 a 900 metros.

Tabela 2. Estimativas dos parâmetros dos modelos ajustados aos semivariogramas experimentais.

	P**	K**	Mg	Ca**	CTC**	V%	pH**	MO	Argila	Silte	Areia Total	SM	MO
Modelo	Esf	Exp	Exp	Esf	Exp	Exp	Exp	Esf	Exp	Exp	Exp	Esf	Esf
C ₀	0	0,282	0	0,108	0,0269	26,074	0,00082	1,57	-3,91	46,71	87,00	12,80	345,40
C ₁	0,378	0,109	0,1640	0,072	0,0231	159,208	0,00656	1,81	-2,41	55,97	33,24	90,98	575,47
A	78,640	420,265	166,630	482,198	837,746	144,051	132,790	1,81	-3,51	55,97	01,50	53,80	629,80
C ₀ /(C ₀ +C ₁)%	0	72,120	0	60,100	8,010	14,070	11,220	0,11	5,13	189,55	8808,98	8294,18	61935,29
SQR	5,72E-06	8,915E-06	8,81E-07	8,28E-06	5,76E-07	0,589	1,36E-06	0,34	2,27	13,77	69,73	91,07	248,87
N° de vizinhos modelos	7 – 25	7 - 25	7 - 25	7 - 25	7 – 25	7 – 25	7 - 25	-0,04	0,03	-0,10	1,28	0,02	-1,20

P - fósforo (mg dm^{-3}); K - potássio (mmolc dm^{-3}); Mg - magnésio (mmolc dm^{-3}); Ca - cálcio (mmolc dm^{-3}); CTC – capacidade de troca catiônica total (mmolc dm^{-3}); V% - saturação por bases (%); pH - acidez do solo; MO - matéria orgânica (g dm^{-3}); Argila (%); Silte (%); Areia Total (%); SM-suscetibilidade magnética (%). Esf – Esférico, Exp – Exponencial. ** transformação log (observação + 1).

Essa maior continuidade espacial pode estar associada à geologia da área, já que os atributos do solo, como textura (proporção de argila, silte e areia) e propriedades químicas, são diretamente influenciados pelo material de origem geológico. A rocha matriz determina características mineralógicas que afetam propriedades como a textura do solo e sua capacidade de troca de cátions (CTC). No entanto, a maior continuidade espacial de nutrientes como cálcio (Ca) e potássio (K) deve-se ao intenso manejo químico, como a calagem e o uso de vinhaça, que influencia diretamente a distribuição desses elementos no solo da área estudada.

A Tabela 3 apresenta os resultados da validação cruzada dos modelos de variogramas ajustados que estão relacionados com os modelos ajustados aos variogramas experimentais apresentados na Tabela 2.

Os valores ideais dos coeficientes da regressão são: $a = 0$ $b = 1$ e pelos resultados da Tabela 3 somente as variáveis V% ($a = 15,58$) e SM ($a = -25,58$) apresentaram valores muito distantes de zero e a variável P apresentou um valor de $b = 0,38$ diferente de 1. Todas as outras variáveis apresentam valores de a e b próximos de 0 e 1, respectivamente. Com relação as métricas ME, a qual deve ser zero, a MSE que deve ser a menor e a RMSE que deve ser próxima de 1, somente a variável SM apresentou um valor de $ME = -25,58$ indicando que para esta métrica, apresenta um valor diferente zero. Todas as outras variáveis apresentam valores destas métricas bem próximos dos valores ideais o que indica que os modelos ajustados apresentados na Tabela 2 foram os mais precisos.

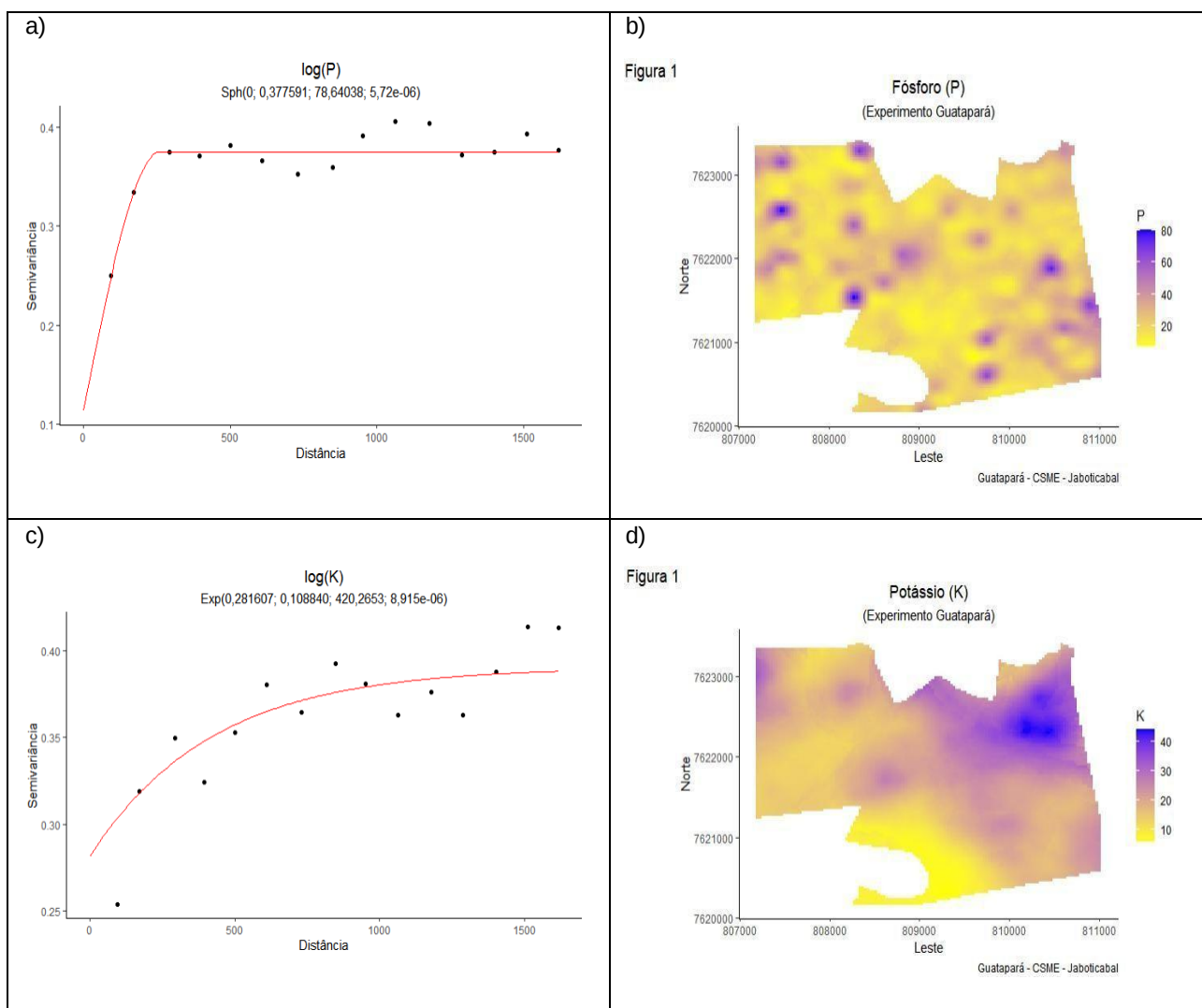
Tabela 3. Diagnósticos a partir da validação cruzada de modelos de variogramas ajustados a variogramas experimentais.

	Regressão		R ²	Erro médio ME	Erro quadrático MSQ	médio Erro reduzido RMSE	médio
	a	b					
P**	1,84	0,38	0,016	0,004	0,39	1,04	
K**	0,13	0,95	0,28	0,002	0,34	0,97	
Mg	8E-04	1,00	0,44	0,001	0,11	0,99	
Ca**	0,05	0,94	0,33	-0,002	0,16	0,96	
CTC**	0,01	0,99	0,68	-0,002	0,04	0,96	
V%	15,58	0,72	0,12	0,12	162,87	1,03	
MO	0,02	0,99	0,87	-0,09	13,20	1,41	
Argila	-2,92	1,01	0,86	-0,17	4232,29	0,94	
Silte	2,58	0,96	0,83	-1,00	1342,09	0,95	
Areia Total	-3,10	1,01	0,91	1,24	5875,86	0,81	
SM	-25,58	1,00	0,90	-15,82	401820,76	0,89	
pH**	0,18	0,90	0,30	0,002	0,006	0,96	

pH - acidez do solo; P-fósforo (mg dm⁻³); K - potássio (mmolc dm⁻³); CTC (mmolc dm⁻³); V% - Saturação por bases (%); Ca (mmolc dm⁻³); Mg (mmolc dm⁻³); MO- matéria orgânica (g dm⁻³); Argila (%); Silte (%); Areia Total (%) e SM-suscetibilidade magnética (%). a e b – coeficientes da regressão ajustada entre dados observados do conjunto retirado para teste e os valores estimados pela modelagem; R² é o coeficiente de determinação do ajuste. **transformação log (observação + 1).

O Quadro 1 apresenta os gráficos dos variogramas experimentais com os modelos ajustados para cada variável estudada. A variável P, cujo ajuste foi feito na escala logarítmica, apresentou um modelo com um alcance de $a = 78,64$ m, menor que a distância entre os pontos da malha estabelecida na área. Isto reflete no mapa espacial desta variável, o qual é próximo da variação aleatória. Ao semivariograma experimental da variável K, também em escala logarítmica, foi ajustado um modelo exponencial com um alcance de $a = 420,26$ m, ou seja, uma maior continuidade espacial e ao mapear o solo da área de estudo, observa-se maior teor de K na parte nordeste e os valores mais baixos a sudoeste da malha.

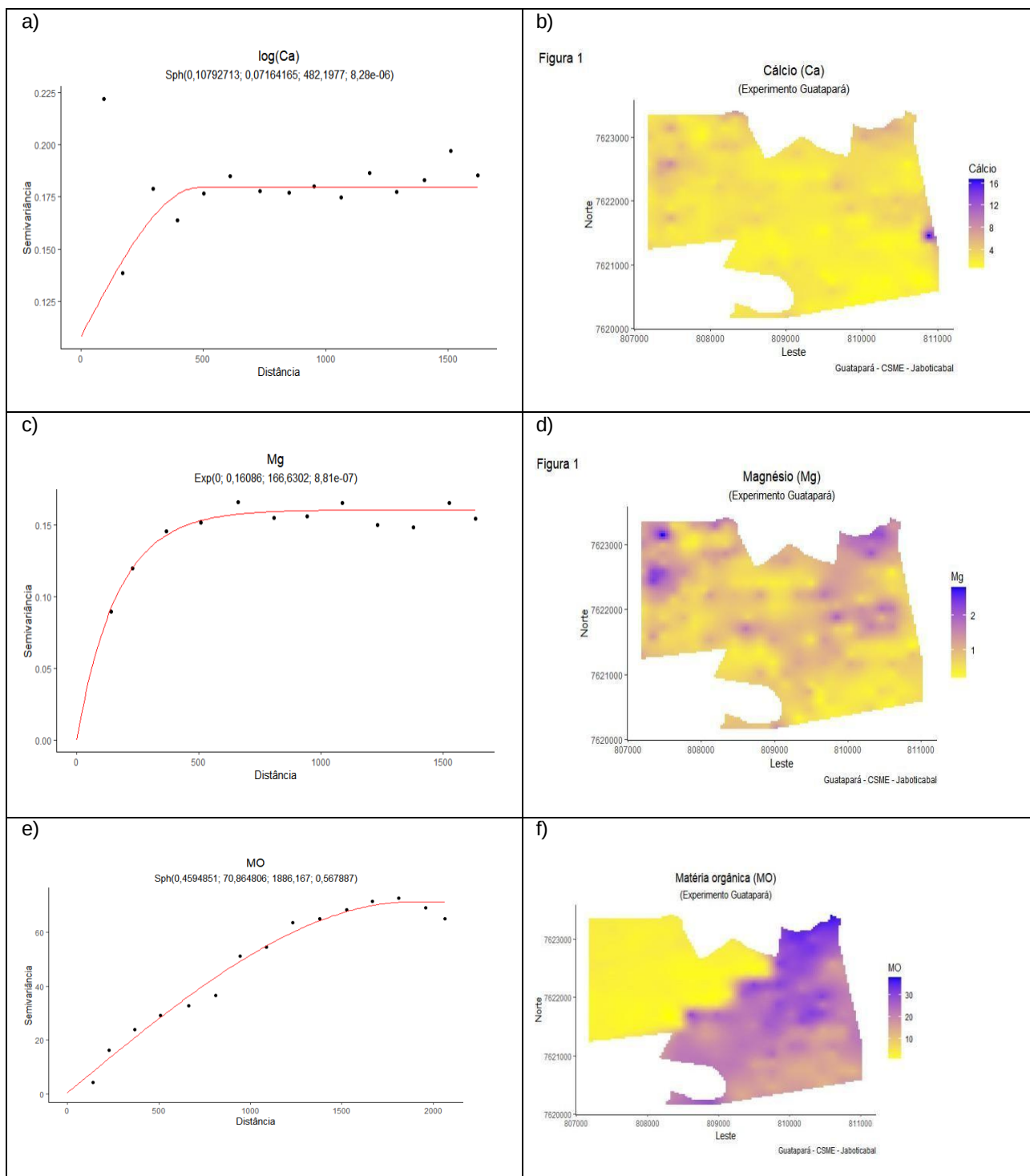
Quadro 1. Variogramas ajustados e respectivos mapas espaciais para fósforo e potássio.



P-fósforo (mg dm^{-3}) - índice: a) e b); K - potássio (mmolc dm^{-3}) - índice: c) e d)

Agora gráficos da Quadro 2 logo abaixo demonstram nos índices a) e b), respectivamente, o modelo ajustado e o mapa espacial da variável Ca. O mapa a apresenta um comportamento muito homogêneo em toda a área.

Quadro 2. Variogramas ajustados e respectivos mapas espaciais para cálcio, magnésio e MO.



Ca (mmolc dm^{-3}) – índice: a) e b); Mg (mmolc dm^{-3}) – índice: c) e d); MO – matéria orgânica (g dm^{-3}) – índice: e) e f)

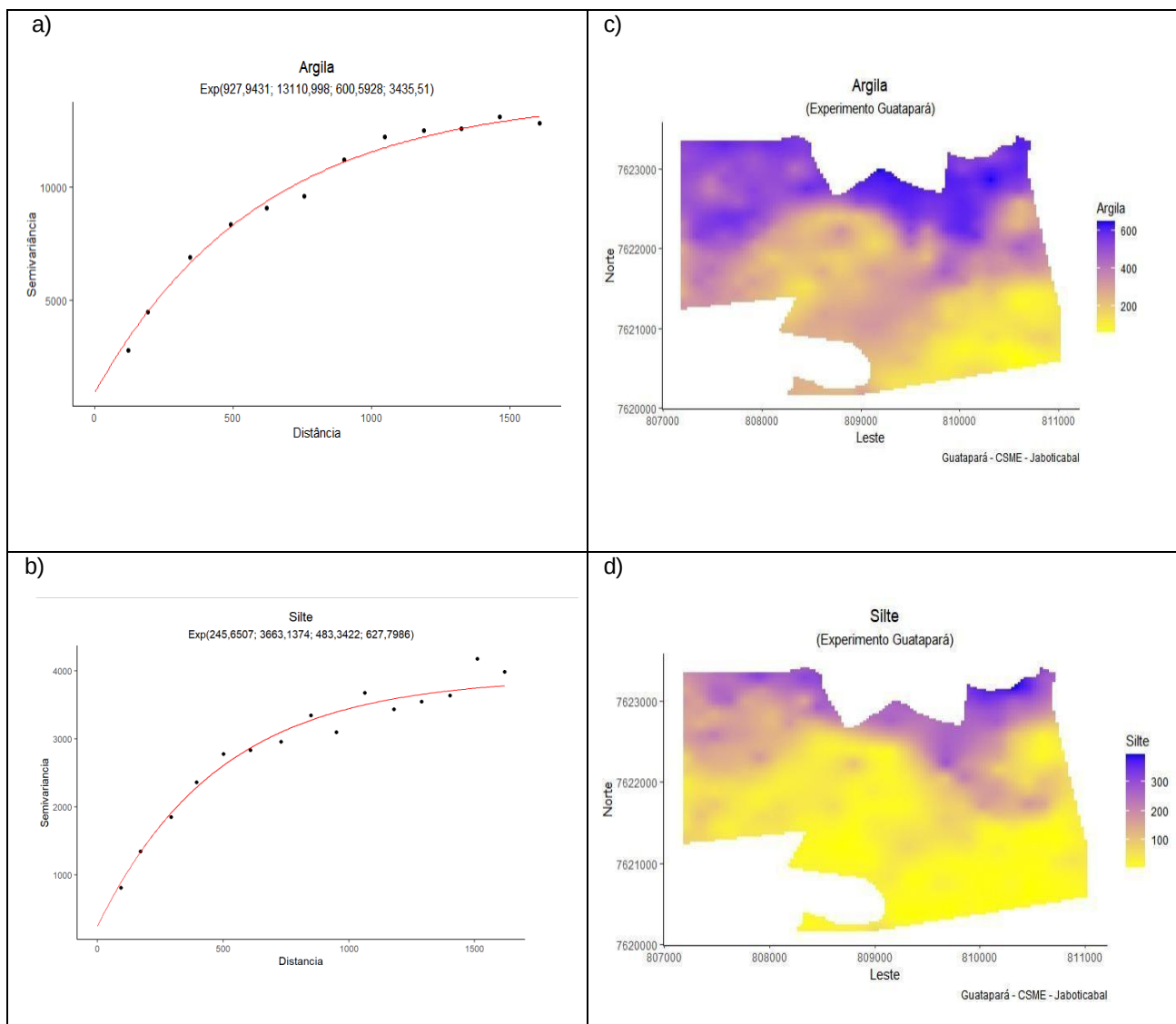
Os gráficos do Quadro 2 de índice c) e d) ilustram o modelo e o mapa espacial da variável Mg, a qual apresenta um comportamento espacial mais próximo do aleatório, isto em função do pequeno alcance ($a = 166,63$) e com comportamento uniforme na área.

Ainda no Quadro 2 as figuras apontadas pelos índices e) e f), logo abaixo, ilustram graficamente os resultados do modelo ajustado com um longo alcance ($a=1886,167$) e o mapa espacial da variável MO reflete essa forte dependência espacial com duas subáreas bem delimitadas. Os menores valores a noroeste da área e os altos valores a sudeste da área.

No Quadro 3, logo abaixo, são apresentados o modelo e o mapa de variabilidade espacial da argila que estão marcados pelos índices a) e b). O alcance ajustado ($a = 600,52m$) revela uma dependência espacial de grau mediano, com altos valores de argila na parte superior (norte) do mapa da área e os menores valores na parte inferior (sul) do mapa.

Os ajustes da variável Silte apresentados no Quadro 3 e marcado pelos índices c) e d) são muito parecidos com os ajustes da variável argila. O alcance ajustado ($a=483,34$) revela um grau de dependência espacial mediano, com altos valores de silte na parte superior (norte) do mapa da área e os menores valores na parte inferior (sul) do mapa.

Quadro 3. Variogramas ajustados e respectivos mapas espaciais para argila e silte.



Argila (%) – índice: a) e b); Silte (%) – índice: c) e d).

As figuras do Quadro 4 (a) e (b) apresentam o ajuste do modelo do variograma experimental da variável 'areia total', com um alcance de 766,49 metros. Como esperado, o mapa dessa variável possui um comportamento inverso ao da variável 'argila', mostrando baixos valores de areia total na parte

norte do mapa e altos valores na parte sul. Isso ocorre devido à correlação negativa entre essas variáveis.

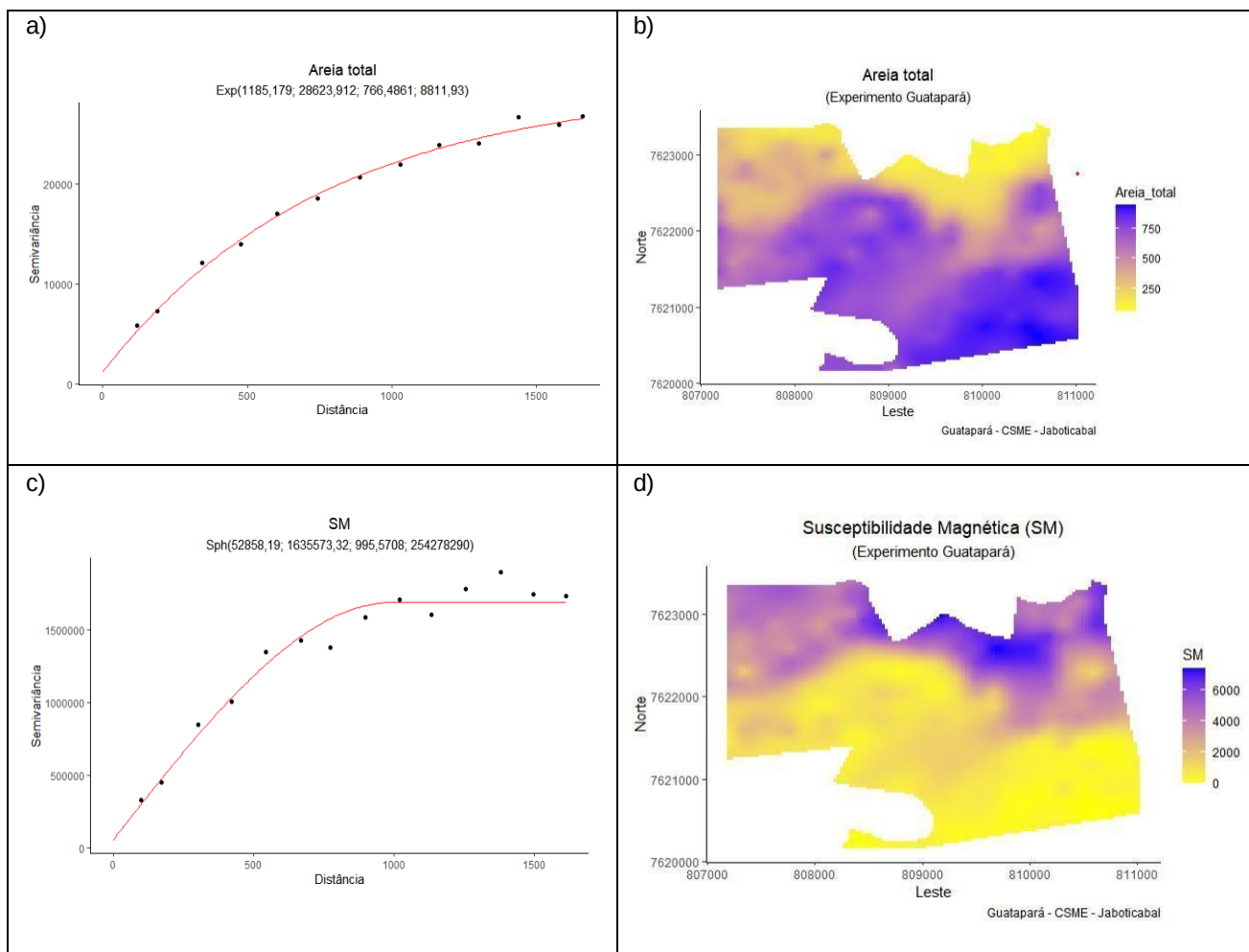
Os gráficos do ajuste do variograma experimental da SM são exibidos no Quadro 4 (c) e (d), com um alcance de 995,57 metros. O mapa da SM apresenta um padrão espacial semelhante ao da argila e inverso ao da areia, refletindo a correlação positiva significativa entre SM e argila. Essa correlação está relacionada às propriedades das cargas elétricas do solo.

Solos argilosos possuem uma maior quantidade de cargas negativas em suas superfícies, o que aumenta a capacidade de troca catiônica (CTC). Essas cargas permitem a retenção de cátions essenciais como cálcio, magnésio e potássio, fundamentais para a fertilidade do solo. Além disso, essas interações químicas favorecem a estabilização da matéria orgânica, componente da SM, e contribuem para seu acúmulo em solos argilosos. Portanto, a distribuição espacial de 'SM' reflete diretamente a influência das cargas elétricas e da textura do solo (MOITINHO et al., 2021).

Logo abaixo tem o Quadro 5 que contém as figuras do ajuste do variograma experimental e o mapa da distribuição do pH na área de estudo, respectivamente, índice a) e b). O pH tem um pequeno alcance de 132,79 m e o seu mapa reflete um comportamento espacial homogêneo bem próximo da aleatoriedade. Este comportamento pode ser atribuído à calagem da área.

Este comportamento pode ser atribuído ao intenso manejo químico da área ao longo dos anos. No Quadro 5 nos índices c) e d) apresentam o modelo ajustado e o mapa espacial da variável CTC com uma maior continuidade espacial e com os valores mais elevados na parte norte da área.

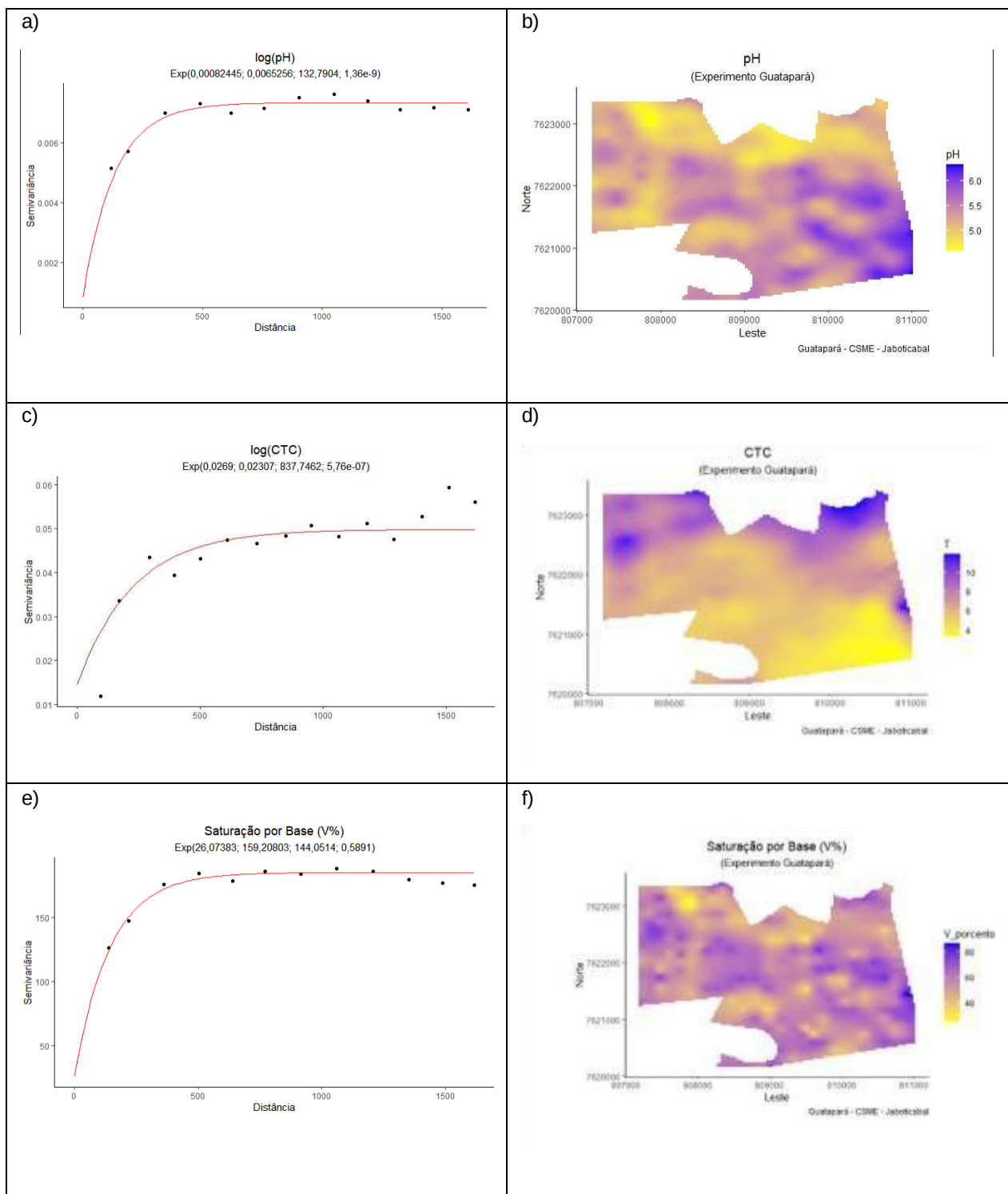
Quadro 4. Variogramas ajustados e respectivos mapas espaciais para areia total e suscetibilidade magnética.



Areia Total (%) – índice: a) e b); SM-suscetibilidade magnética (%) - índice: c) e d).

As figuras do Quadro 5 e) e f) ilustram graficamente o modelo ajustado e o mapa espacial da variável V%, a qual apresentou um pequeno alcance ($a = 144,05$ m) o que refletiu no comportamento muito homogêneo em toda área e muito errático na pequena escala.

Quadro 5. Variogramas ajustados e respectivos mapas espaciais para pH, CTC e V%.



pH - acidez do solo – índice: a) e b); CTC (mmolc dm^{-3}) – índice: c) e d); V% -Saturação por bases (%) – índice: e) e f).

A Tabela 4 apresenta os resultados dos ajustes dos variogramas experimentais da KI.

Tabela 4. Estimativas dos parâmetros dos modelos ajustados aos semivariogramas experimentais indicatrizes.

	P	K	pH	V%
Modelo	Esf	Esf	Esf	Esf
C ₀	0,0679	0,104	0,0647	0,054
C ₁	0,0472	0,0281	0,0430	0,0974
A	310,612	585,425	414,598	320,069
C ₀ /(C ₀ +C ₁)%	58,99	78,73	60,07	35,67
SQR	1,08E-6	8,51E-7	1,3E-6	7,78E-7
Nº de vizinhos modelos	7 – 25	7 - 25	7 - 25	7 – 25

pH - acidez do solo; P - fósforo (mg dm⁻³); K - potássio (mmolc dm⁻³); V% - saturação por bases (%). Esf – Esférico, Exp – Exponencial.

No Quadro 6 é apresentado os semivariogramas indicatriz e os mapas de probabilidade das variáveis P, pH e V%. Considerando a extensa demanda de trabalho, optou-se por analisar apenas três variáveis para avaliar o desempenho da krigagem indicatriz: fósforo (P), nutriente fundamental para o desenvolvimento vegetal; pH e V%, essenciais para o manejo adequado do solo, como, por exemplo, na definição da necessidade de calagem. Os valores de corte escolhido para cada variável foi 3º quartil da distribuição de cada variável, ou seja, o valor 40 para P, 6 para pH e 70 para V%. Os valores do 3º quartil de cada variável foram escolhidos como valores de corte, pois eles indicam que 75% dos valores destas variáveis são iguais ou menores que estes valores. Estes mapas podem servir de subsídio para implementação de técnicas de

ajustes de manejo específico na fertilidade do solo para a cultura da cana-de-açúcar.

A escolha da krigagem indicatriz neste estudo se deve à sua capacidade de lidar com dados assimétricos e minimizar a influência de outliers (Smith et al., 1993). Como método não paramétrico, ela gera distribuições locais das propriedades do solo com base em um valor de corte, convertendo os dados em indicadores binários (0 ou 1) e permitindo estimar a probabilidade de ocorrência de condições agronômicas específicas. Esse valor de corte define se um atributo do solo está acima ou abaixo de um limite crítico, facilitando a identificação de áreas que necessitam de intervenção. Essa abordagem é ideal para mapear a variabilidade espacial do solo em áreas de cana-de-açúcar, sendo uma ferramenta robusta para o manejo da fertilidade e da variabilidade do solo.

No item b) do Quadro 6, é apresentado um mapa gerado pela Krigagem Indicatriz (KI) da variável fósforo (P). Nesse mapa, as áreas com concentrações de fósforo superiores a 40 mg/dm³ estão representadas na cor roxa, enquanto as áreas com concentrações inferiores a esse limite estão apresentadas em amarelo.

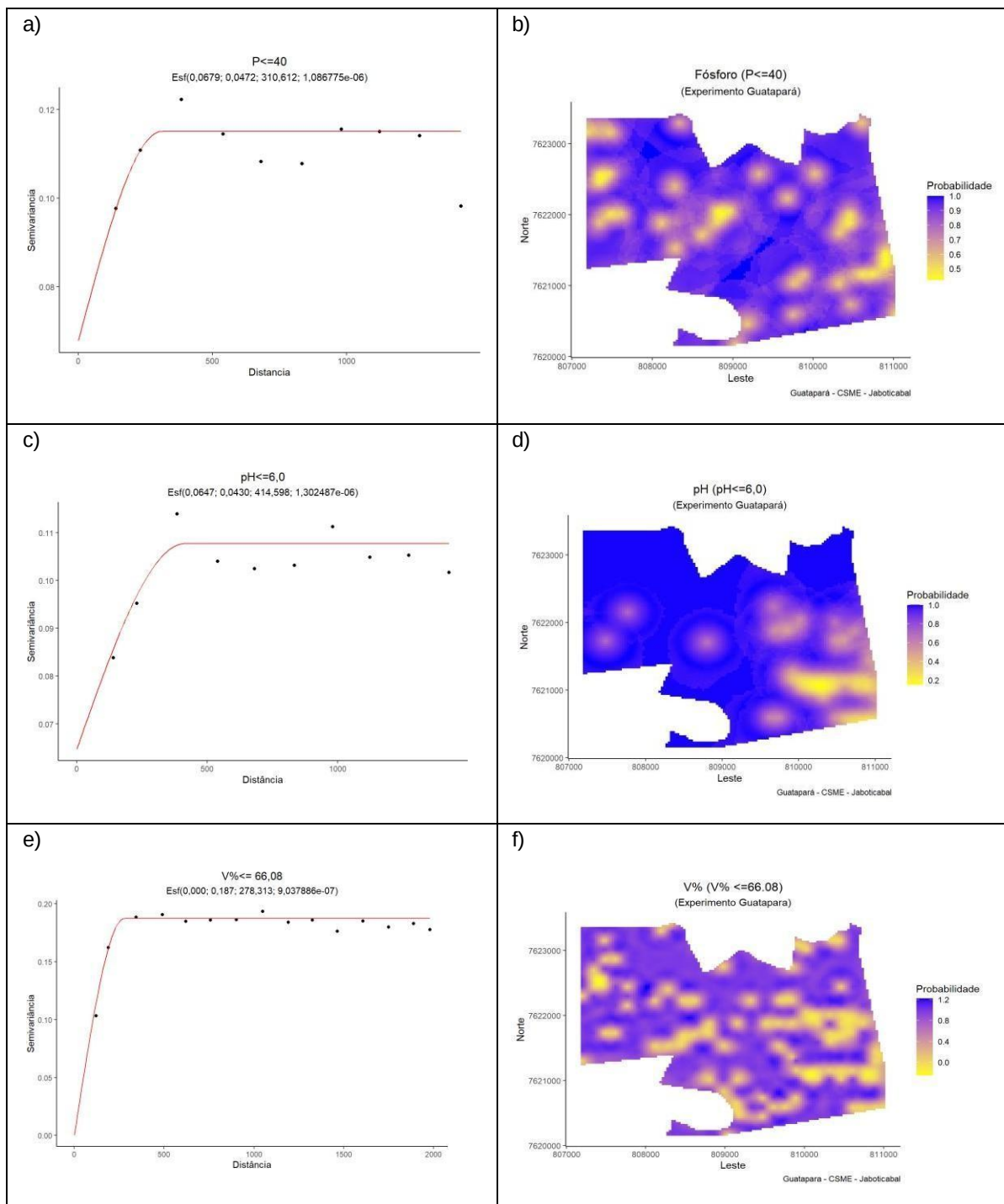
Considerando uma recomendação de adubação para atingir uma produtividade média de 80 toneladas por hectare de cana-de-açúcar, valor um pouco superior à média da safra 2023/2024 do estado de São Paulo, conforme dados da Secretaria de Agricultura e Abastecimento (SÃO PAULO, 2023), a adubação mineral seria ajustada conforme a concentração de fósforo. Nas áreas onde o teor de fósforo excede 40 mg/dm³, a recomendação seria aplicar 40 kg/ha de P₂O₅. Já nas áreas onde a concentração é menor, seria necessária uma

aplicação de 80 kg/ha de P_2O_5 para atender às necessidades da cultura (RAIJ et al., 2022).

No item d) do Quadro 6, o mapa gerado pela KI corresponde à variável pH do solo. O pH influencia diretamente a disponibilidade de nutrientes, e áreas com valores de pH fora do ideal para a cultura devem ser corrigidas. No mapa, as áreas com pH adequado para o cultivo da cana-de-açúcar estão em roxo, indicando solos neutros ou ligeiramente ácidos, enquanto as áreas com pH inadequado estão representadas em amarelo. Nas áreas com pH muito baixo, recomenda-se a aplicação de calcário para elevar a saturação por bases e ajustar o pH para os níveis ótimos, visando maximizar a absorção de nutrientes e o desenvolvimento da cultura (ANDRADE et al., 2024).

No item f) do Quadro 6, o mapa gerado pela KI refere-se ao V% (percentual de saturação por bases), uma medida importante que relaciona a soma de bases com a capacidade de troca de cátions (CTC) do solo. No mapa, as áreas com saturação por bases igual ou superior a 70% estão representadas em roxo, enquanto as áreas com saturação abaixo desse valor estão em amarelo. Para alcançar o V% ideal, é fundamental ajustar a aplicação de calcário e outros corretivos, especialmente nas áreas onde o V% é inferior a 70%. O objetivo é melhorar as condições químicas do solo, garantindo a disponibilidade de nutrientes essenciais, como cálcio (Ca) e magnésio (Mg), e otimizar a produção agrícola (RAIJ et al., 2022).

Quadro 6. Variogramas Krigagem indicatriz do fósforo, pH e V%.



P-fósforo (mg dm^{-3}) - índice: a) e b); pH - acidez do solo – índice: c) e d); V% -Saturação por bases (%) – índice: e) e f)

A principal vantagem da krigagem indicatriz reside na sua capacidade de gerar mapas de probabilidade que revelam a distribuição espacial de incertezas

e padrões complexos, sendo, portanto, uma ferramenta poderosa para a análise de dados espaciais em situações em que a variabilidade local precisa ser capturada com precisão. Com base no estudo de Motomiya et al. (2006), a krigagem indicatriz tem sido utilizada com sucesso na identificação de zonas com diferentes níveis de fertilidade do solo, permitindo expressar a variabilidade espacial em termos de probabilidade de excesso. Essa abordagem possibilita um manejo regionalizado mais eficiente, alinhado às premissas da agricultura de precisão, otimizando a aplicação de insumos de acordo com a variabilidade espacial dos atributos do solo.

7. CONCLUSÃO

Este estudo avaliou a eficiência de duas técnicas geoestatísticas, krigagem universal (KU) e krigagem indicatriz (KI), na representação da variabilidade espacial dos atributos do solo em áreas manejadas com cana-de-açúcar. A KU demonstrou maior precisão na captura de tendências espaciais associadas a gradientes e propriedades contínuas. Em contraste, a KI destacou-se ao delinear áreas com características específicas, auxiliando na tomada de decisão para manejos localizados.

Os resultados indicaram que ambas as técnicas são complementares. A KU foi superior na modelagem de atributos com dependência espacial contínua, como matéria orgânica e capacidade de troca catiônica, devido à sua capacidade de incorporar funções de tendência. Por outro lado, a KI se mostrou eficaz em dividir o mapa em padrões binários usando um limite definido, útil na identificação

de pontos críticos que necessitam de maior atenção, como na aplicação de insumos.

Em relação à hipótese inicial, as técnicas foram eficazes para mapear a variabilidade espacial dos atributos do solo. No entanto, os resultados destacam a importância de uma escolha criteriosa das técnicas de interpolação, considerando as características específicas dos atributos analisados e o objetivo do estudo. Portanto, conclui-se que as ferramentas geoestatísticas utilizadas são suficientemente precisas para representar a variabilidade espacial em áreas de manejo de cana-de-açúcar, contribuindo significativamente para o planejamento de práticas agrícolas mais eficientes e sustentáveis.

8. LITERATURA CITADA

EMBRAPA. **Visão do Futuro do Agro Brasileiro: a cana de açúcar.** A Cana de Açúcar. 2022. Disponível em: <https://www.embrapa.br/visao-de-futuro/trajetoria-do-agro/desempenho-recente-do-agro/cana-de-acucar>. Acesso em: 19 maio 2024.

BAHIA, Angélica Santos Rabelo de Souza. **Estimação de atributos do solo por espectroscopia de reflectância difusa e suscetibilidade magnética no contexto da paisagem.** 2016. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/server/api/core/bitstreams/693b9f65-0a79-4689-8294-4c15f6fd5c9a/content>. Acesso em: 10 fev. 2025.

CAMARGO, Livia Arantes. **RELAÇÕES ENTRE MINERALOGIA DA ARGILA, SUSCETIBILIDADE MAGNÉTICA E ADSORÇÃO DE FÓSFORO EM LATOSSOLOS DA REGIÃO DE JABOTICABAL - SP.** 2013. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/server/api/core/bitstreams/efcf9cef-f22d-49b2-8571-b83e387edf94/content>. Acesso em: 10 out. 2024.

CARVALHO, José Ruy Porto de; VIEIRA, Sidney Rosa. **Avaliação e comparação de estimadores de Krigagem para variáveis agronômicas - uma proposta.** 2001. Disponível em: <https://www.embrapa.br/busca-de-publicacoes/-/publicacao/8320/avaliacao-e-comparacao-de-estimadores-de-krigagem-para-variaveis-agronicas---uma-proposta>. Acesso em: 25 maio 2024.

(CONAB), Companhia Nacional de Abastecimento. **Produção de cana-de-açúcar deve crescer 4,4% na safra 2023/24, estimada em 637,1 milhões de toneladas**. 2023. Disponível em: <https://www.conab.gov.br/ultimas-noticias/4982-producao-de-cana-de-acucar-deve-crescer-4-4-na-safra-2023-24-estimada-em-637-1-milhoes-de-toneladas>. Acesso em: 19 maio 2024.

REBOUÇAS, Márcia. **A CANA-DE-AÇÚCAR PERMEANDO PELO CENTRO DE MEMÓRIA DO INSTITUTO BIOLÓGICO**. 2009. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/259842342_Revista_Paginas_do_Instituto_Biologico_Volume_5_Numero_1_2009_A_CANA-DE-ACUCAR_PERMEANDO_PELO_CENTRO_DE_MEMORIA_DO_INSTITUTO_BIOLOGICO_S_D'Agostini_MM_Reboucas_A_Batista_Filho_N_Vitiello. Acesso em: 19 maio 2024.

DEUTSCH, C. V.; JOURNEL, A. C. **GSLIB: Geostatistical Software Library and User's Guide**. New York: Oxford University Press, 1992. 340 p.

SANTOS, Humberto Goncalves dos *et al.* **Procedimentos normativos de levantamentos pedológicos**. 1995. Disponível em: <http://www.infoteca.cnptia.embrapa.br/infoteca/handle/doc/330133>. Acesso em: 10 set. 2024.

EMBRAPA. **Manual de Métodos de Análise de Solo. 2ª edição**. Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária, Centro Nacional de Pesquisa de Solos, Rio de Janeiro, 1997. 212 p.

RONQUIM, Carlos Cesar. **Boletim de Pesquisa e Desenvolvimento: conceitos de fertilidade do solo e manejo adequado para as regiões tropicais**. Conceitos de fertilidade do solo e manejo adequado para as regiões tropicais. 2010. Disponível em: <https://www.infoteca.cnptia.embrapa.br/infoteca/bitstream/doc/882598/1/BPD8.pdf>. Acesso em: 7 jan. 2025.

ANDRADE, Cristiano Alberto de *et al.* **Correção da acidez de solos cultivados com cana-de-açúcar**. 2024. Disponível em: <https://www.alice.cnptia.embrapa.br/alice/bitstream/doc/1167009/1/PL-Correcao-acidez-2024.pdf>. Acesso em: 13 jan. 2025.

GISGEOGRAPHY. **Semi-Variogram: Nugget, Range and Sill**. Disponível em: <https://gisgeography.com/semi-variogram-nugget-range-sill/>. Acesso em: 26 maio 2024.

KRIGE, Daniel G. **A statistical approach to some basic mine valuation problems on the Witwatersrand**. Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy, v. 52, n. 6, p. 119-139, 1951.

LEAL, Fábio Tiraboschi *et al.* **Characterization of potential CO₂ emissions in agricultural areas using magnetic susceptibility**. 2015. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/sa/a/V68BRmJF6SmJKpBdsFcNktD/?lang=en>. Acesso em: 10 dez. 2024.

MATHERON, Georges. **Principles of geostatistics**. *Economic geology*, v. 58, n. 8, p. 1246-1266, 1963.

MATHERON, Georges. **Les variables régionalisées et leur estimation: une application de la théorie de fonctions aléatoires aux sciences de la nature**. (No Title), 1965.

MATHERON, Georges. **Le krigeage universel**. Paris: École nationale supérieure des mines de Paris, 1969.

MATHERON, G. **Theory of regionalized variables and its applications**. Cah. Centre Morrophol. Math., v. 5, p. 211, 1971.

MCBRATNEY, Alexander B.; WEBSTER, Richard; MCLAREN, Ronald G.; SPIERS, Ronald B. **Regional variation of extractable copper and cobalt in the topsoil of south-east Scotland**. *Agronomie*, EDP Sciences, v. 2, n. 10, p. 969-982, 1982.

MOITINHO, M. R. et al. **Effects of burned and unburned sugarcane harvesting systems on soil CO₂ emission and soil physical, chemical, and microbiological attributes**. *Catena*, v. 196, n. 104903, p. 104903, 2021a.

MOITINHO, M. R. et al. **Soil CO₂ emission and soil attributes associated with the microbiota of a sugarcane area in southern Brazil**. *Scientific reports*, v. 11, n. 1, p. 8325, 2021b.

MOTOMIYA, A. V. A.; CORÁ, J. E.; PEREIRA, G. T. **Uso da krigagem indicatriz na avaliação de indicadores de fertilidade do solo**. *Revista Brasileira de Ciência do Solo*, Viçosa, v. 30, n. 3, p. 485-496, 2006.

OLIVER, M. A.; WEBSTER, R. **A tutorial guide to geostatistics: Computing and modelling variograms and kriging**. *Catena*, v. 113, p. 56-69, 2014.

PANOSSO, A. R. et al. **Soil CO₂ emission and its relation to soil properties in sugarcane areas under Slash-and-burn and Green harvest**. *Soil & tillage research*, v. 111, n. 2, p. 190–196, 2011.

PEREIRA, Gener Tadeu. **Aula-3**. 30 de junho de 2023. Documento não publicado.

R Core Team (2022). **R: A language and environment for statistical computing**. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL <https://www.R-project.org/>. Acesso em: 25 jun. 2024.

RAIJ, B. V.; ANDRADE, J. C.; CANTARELLA, H.; QUAGGIO, J. A. **Chemical analysis to evaluate the fertility of tropical soils**. Campinas Instituto Agronômico, 285p. 2001.

RAIJ, B. van; CANTARELLA, H.; QUAGGIO, J. A.; FURLANI, A. M. C. (Ed.). **Recomendações de adubação e calagem para o Estado de São Paulo**. 3. ed. Campinas: Instituto Agronômico, 2022. p. 177-178. (Boletim Técnico, 100).

RAIJ, B. Van; ZULLO, M. A. T. **Métodos de análise de solo para fins de fertilidade**. *Boletim técnico do Instituto Agronômico de Campinas*, n. 67, 1977, 38 p.

SÃO PAULO. Assessoria de Comunicação. Secretaria de Agricultura e Abastecimento do Governo do Estado de São Paulo. **SP expande produtividade da cana-de-açúcar com tecnologia, pesquisa e clima favorável**. 2023. Disponível em: <https://agricultura.sp.gov.br/pt/b/sp-expande-produtividade-da-cana-de-acucar-com-tecnologia-pesquisa-e-clima-favoravel-1>. Acesso em: 12 out. 2024.

SÃO PAULO. Assessoria de Comunicação. Secretaria de Agricultura e Abastecimento do Governo do Estado de São Paulo. **Secretaria de Agricultura e Abastecimento do Estado de São Paulo realiza entregas no "Governo na Área" em Ribeirão Preto**. 2022. Disponível em: <https://agricultura.sp.gov.br/pt/b/secretaria-de-agricultura-e-abastecimento-do-estado-de-sao-paulo-realiza-entregas-no-governo-na-area-em-ribeirao-preto>. Acesso em: 7 jan. 2025.

SILVERO, N. E. Q. **Protocolo para uso de dados legados no mapeamento de solos do Planalto Ocidental Paulista**. 2018. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/entities/publication/238a371f-b761-4407-be7f-a3f42d3e705c>. Acesso em: 1 fev. 2025.

SIQUEIRA, Diego Silva. **SUSCETIBILIDADE MAGNÉTICA PARA A ESTIMATIVA DE ATRIBUTOS DO SOLO E MAPEAMENTO DE ÁREAS SOB CULTIVO DE CANA-DE-AÇÚCAR**. 2010. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/server/api/core/bitstreams/16fb8e0c-b934-4f3b-b1ae-6ce442f0d594/content>. Acesso em: 1 fev. 2025.

SMITH, Jeffrey L. *et al.* **Using Multiple-Variable Indicator Kriging for Evaluating Soil Quality**. 1993. Disponível em: <https://acsess.onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.2136/sssaj1993.03615995005700030020x>. Acesso em: 1 fev. 2025.

SORIA, José Eduardo. **CORRELAÇÕES LINEARES E ESPACIAIS ENTRE ATRIBUTOS FÍSICO-QUÍMICOS DE SOLOS DE DIFERENTES AMBIENTES DE PRODUÇÃO DE CANA-DE-AÇÚCAR NO NOROESTE DO ESTADO DE SÃO PAULO**. 2014. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/server/api/core/bitstreams/561256a1-aacd-4984-ac62-4e5fff3c0fde/content>. Acesso em: 1 fev. 2025.

SOTT, Michele Kremer *et al.* **Precision Techniques and Agriculture 4.0 Technologies to Promote Sustainability in the Coffee Sector: State of the Art, Challenges and Future Trend**. 2020. Disponível em: <https://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=9166468>. Acesso em: 1 fev. 2025.

THORNTHWAITE, C. W. **An approach toward a rational classification of climate**, Geographical Review, New York, n. 1, p. 55-94, 1948.

VIEIRA, Sidney R.. **GEOESTATÍSTICA EM ESTUDOS DE VARIABILIDADE ESPACIAL DO SOLO**. 2000. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/313098532_Geoestatistica_em_estudos_de_variabilidade_espacial_do_solo_In_NOVAIS_R_F_et_al_Eds. Acesso em: 10 out. 2024.

WEBSTER, Richard; OLIVER, Margaret A. **Geostatistics for environmental scientists**. John Wiley & Sons, 2007.

WEBSTER, R. **Statistics to support soil research and their presentation**. European journal of soil science, v. 52, n. 2, p. 331-340, 2001.